

В. В. ФУРДУЕВ

ЭЛЕКТРОАКУСТИКА

О Г И З

**ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ТЕХНИКО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

МОСКВА 1948 ЛЕНИНГРАД

АННОТАЦИЯ

В книге излагаются физические основы современной электроакустики и принципы устройства электроакустической аппаратуры, применяемой в технике радиовещания и звукозаписи. Книга содержит также теорию акустических процессов в закрытых помещениях и методы расчёта систем озвучания и звукоусиления. Книга рассчитана на студентов, изучающих техническую акустику, на инженерно-технических работников и физиков акустической специальности.

Редактор *К. А. Велижанина.*

Техн. редактор *Р. А. Негримовская.*

Подписано к печати 7/VII 1948 г. А-96043. 32,25 печ. листов + 1 вклейка. 30,89 уч.-изд. л. 38 460 тип. знаков в печ. л. Тираж 6 000 экз. Цена книги 18 р. 50 к.
Переплёт 2 р. Заказ № 1357.

2-я типография «Печатный Двор» им. А. М. Горького треста «Полиграфкнига»
ОГИЗа при Совете Министров СССР. Ленинград, Гатчинская, 26.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	8
Глава I. Линейные колебательные системы и метод электро-механических аналогий	11
§ 1. Механическая колебательная система с одной степенью свободы	11
§ 2. Электромеханическая аналогия	17
§ 3. Механические двухполюсники и их соединения	19
§ 4. Акустические системы. Резонатор Гельмгольца	24
§ 5. Трансформация сил и скоростей	29
§ 6. Системы с распределёнными параметрами	33
§ 7. Механические и акустические фильтры	38
§ 8. Фильтры верхних частот	51
Глава II. Звуковое поле	56
§ 9. Переменные, характеризующие поле	56
§ 10. Основные уравнения	57
§ 11. Потенциал скорости	60
§ 12. Волновое уравнение	61
§ 13. Шаровая волна	62
§ 14. Плоская волна	65
§ 15. Скорость звука	67
§ 16. Энергия звукового поля	68
§ 17. Сила звука и акустическое сопротивление среды	69
§ 18. Шкала децибелов	72
§ 19. Отражение и преломление звука	76
§ 20. Плоская волна конечной амплитуды	78
Глава III. Излучение звука	85
§ 21. Основные понятия и определения	85
§ 22. Излучение пульсирующего шара	91
§ 23. Причины малой эффективности излучения в области низких частот	95

§ 24. Осциллирующий шар	98
§ 25. Диффракция волны от излучателя	102
§ 26. Плоские поршневые излучатели	105
§ 27. Излучение жёсткого конуса	113
§ 28. Взаимодействие излучателей	114
§ 29. Групповые излучатели	116
Глава IV. Теория рупора	123
§ 30. Назначение и форма рупора	123
§ 31. Волновое уравнение рупора	127
§ 32. Теория экспоненциального рупора	130
§ 33. Входное сопротивление экспоненциального рупора конечной длины	135
§ 34. Волны конечной амплитуды в экспоненциальном рупоре	139
§ 35. Сравнение рупоров различной формы	142
§ 36. Сочленённые рупоры	147
§ 37. Приёмный рупор	149
Глава V. Электроакустические системы	154
§ 38. Электромеханическое преобразование	154
§ 39. Теоремы электромеханической взаимности	155
§ 40. Электрический эквивалент преобразователя-двигателя	158
§ 41. Коэффициент полезного действия и отдача преоб- разователя-двигателя	159
§ 42. Механический эквивалент преобразователя-гене- ратора	162
§ 43. Взаимность внешних воздействий	163
§ 44. Преобразователь как электромеханический четы- рёхполюсник	164
§ 45. Чувствительность громкоговорителя и микрофона .	168
Глава VI. Конусные электродинамические громкоговори- тели	175
§ 46. Устройство конусного громкоговорителя	175
§ 47. Эквивалентная схема и входное сопротивление . . .	178
§ 48. Коэффициент полезного действия	183
§ 49. Роль внешнего оформления	186
§ 50. Поведение конуса в области повышенных частот .	194

§ 51. Конусные громкоговорители со сложной подвижной системой	199
§ 52. Нелинейные искажения	203
§ 53. Искажения, обусловленные частотной модуляцией	210
§ 54. Параметрическое возбуждение конуса	212
Глава VII. Рупорные электродинамические громкоговорители	217
§ 55. Устройство рупорных громкоговорителей	217
§ 56. Эквивалентная схема нормального громкоговорителя	220
§ 57. Коэффициент полезного действия	223
§ 58. Работа предрупорной камеры	227
§ 59. Громкоговорители с широкогорлым рупором	232
§ 60. Громкоговорящие агрегаты	235
§ 61. Разделительные фильтры	242
Глава VIII. Электромагнитные звукоизлучатели	243
§ 62. Теория преобразователя с подвижным железом	248
§ 63. Громкоговорители с переменным зазором	255
§ 64. Громкоговорители с постоянным зазором	262
§ 65. Электромагнитный телефон	268
Глава IX. Запись и воспроизведение звука	271
§ 66. Виды звукозаписи	271
§ 67. Техника механической звукозаписи	273
§ 68. Электромагнитные рекордеры	279
§ 69. Электромагнитный звуко сниматель	282
§ 70. Механический звуко сниматель	290
§ 71. Световые модуляторы для оптической звукозаписи	293
§ 72. Воспроизведение оптической фонограммы	299
§ 73. Магнитная запись звука	300
§ 74. Воспроизведение магнитной записи	305
§ 75. Искажения в процессах записи и воспроизведения	308
Глава X. Радиовещательные микрофоны	311
§ 76. Типы и классификация микрофонов	311
§ 77. Ленточные микрофоны	318
§ 78. Микрофон с подвижной катушкой	327
§ 79. Конденсаторный микрофон	335
§ 80. Конденсаторные микрофоны направленного действия	347

Глава XI. Электроакустическая пьезоаппаратура	353
§ 81. Местные уравнения пьезоэлектрического кристалла	353
§ 82. Типы сегнетовых пьезоэлементов	359
§ 83. Изгиб биморфного элемента	362
§ 84. Пьезомикрофоны	369
§ 85. Пьезоэлектрические рекордеры и звукосниматели	374
§ 86. Пьезоэлектрические телефоны и громкоговорители	378
§ 87. Технологическая характеристика преобразователей с сегнетовой солью	380
Глава XII. Акустические процессы в закрытых помещениях (Статистическая теория)	382
§ 88. Задачи и метод архитектурной акустики	382
§ 89. Среднее время и длина свободного пробега волны	385
§ 90. Средний коэффициент поглощения звука	388
§ 91. Нарастание звука, стационарный режим и отзвук	390
§ 92. Время стандартной реверберации	394
§ 93. Реверберация в связанных помещениях	397
§ 94. Акустическое отношение и эффективная реверберация	404
§ 95. Приём реверберирующего звука микрофонами направленного действия	408
§ 96. Работа направленного громкоговорителя в закрытом помещении	411
§ 97. Объёмный и частотный оптимумы реверберации	412
Глава XIII. Акустические процессы в закрытых помещениях (Волновая теория)	417
§ 98. Собственные частоты замкнутого объёма	417
§ 99. Распределение собственных колебаний по частотному спектру	421
§ 100. Реверберация при малом поглощении	425
§ 101. Реверберация при большом поглощении	431
§ 102. Принципы акустического проектирования аудиторий	434
Глава XIV. Поглощение звука	439
§ 103. Поглощение звука в свободной атмосфере	439
§ 104. Влияние поглощения в воздухе на реверберацию	445
§ 105. Звукопоглощающие материалы и конструкции	446

§ 106. Связь между величинами, характеризующими звукопоглощающий материал	447
§ 107. Теория пористого поглотителя	452
§ 108. Резонансные звукопоглощающие конструкции	459
Глава XV. Акустическая изоляция	466
§ 109. Основные определения	466
§ 110. Прохождение плоской волны через однородную преграду	467
§ 111. Преграда в диффузном звуковом поле	470
§ 112. Изоляция двойной преграды	474
§ 113. Расчёт шумового уровня в помещении	479
§ 114. Распространение колебаний в твёрдых телах	481
Глава XVI Системы озвучания и звукоусиления	484
§ 115. Требования, предъявляемые к системам озвучания и звукоусиления	484
§ 116. Условие равномерности озвучания	488
§ 117. Расчёт неравномерности при озвучании рупорным громкоговорителем	491
§ 118. Расчёт акустической мощности при озвучании рупорным громкоговорителем	496
§ 119. Параллельная работа двух рупорных громкоговорителей	498
§ 120. Система звукоусиления на открытом воздухе	503
§ 121. Система звукоусиления в закрытом помещении	507
§ 122. Использование направленных излучателей и приёмников в системах звукоусиления	511
Литература	514

ПРЕДИСЛОВИЕ

Прикладная акустика читается теперь в качестве специального курса в целом ряде высших технических учебных заведений—в энергетических, электротехнических и промышленных институтах, в институтах связи, в кинотехнических институтах и др. Основным содержанием прикладной акустики является электроакустика, однако изучению электроакустической аппаратуры предпосылается ознакомление с теорией звука и с механико-акустическими колебательными системами; значительное место отводится также акустике закрытых помещений, вопросам акустической изоляции и технике звукоусиления.

Существует настоятельная потребность в книге, содержащей систематическое изложение физических основ современной электроакустики с достаточно подробным рассмотрением технической стороны затрагиваемых ею вопросов. Предлагаемая книга представляет собой попытку удовлетворить этим требованиям.

Как видно из оглавления, содержание книги охватывает основные разделы современной электроакустики и смежных с нею областей. Вопросы военной акустики (и, в частности, гидроакустики) в книге не затронуты; попытка охватить эту область в рамках общего руководства привела бы к значительному увеличению объёма книги, и без того вышедшего за первоначально намеченный предел. В интересах сокращения объёма книги в её содержание не включена

техника акустических измерений, так как этому предмету посвящена хорошая книга А. И. Белова («Акустические измерения»). Я счёл возможным не касаться и вопросов психофизиологии слухового восприятия; читатель, интересующийся этой областью, может обратиться к обстоятельной монографии С. Н. Ржевкина («Слух и речь в свете современных физических исследований»).

Несмотря на то, что книга имеет техническое содержание, изложение материала всюду направлено на разъяснение физической стороны дела. Наряду с этим мною руководило желание показать «в действии» тот математический аппарат, которым широко пользуется современная техническая акустика. Я не стремился к единообразию математических приёмов решения различных технических задач, хотя такое единообразие без особого труда могло быть выдержано в очень многих случаях. Напротив, мне казалось целесообразным показать различные формы математической трактовки сходных задач, дабы облегчить учащемуся чтение специальной литературы и расширить ассортимент его аналитических средств. Надеюсь всё же, что математические подробности, без которых нельзя обойтись в расчётах, нигде не заслоняют физической сущности рассматриваемых вопросов.

Изложение акустики закрытых помещений разделено на две части, первая из которых (глава XII) посвящена статистической, а вторая (глава XIII) — волновой трактовке основной задачи. Следует отметить, что в известной мне литературе статистический характер классической теории реверберации обычно бывает замаскирован настолько тщательно, что у неподготовленного читателя легко может сложиться совершенно превратное представление о происхождении основных формул и степени их достоверности. В противоположность этому я стремился выдвинуть на первый план «вероятностный» аспект архитектурно-акустической

теории. Волновая теория реверберации изложена лишь в объёме, необходимом для критической оценки статистической теории.

При составлении книги я, конечно, широко использовал всю доступную мне литературу, как русскую, так и иностранную; в особенности многим я обязан работам Л. Я. Гутина, С. Н. Ржевкина, Ю. М. Сухаревского, А. А. Харкевича и др. Я счёл возможным не приводить указателя использованной литературы, тем более, что такие указатели очень быстро оказываются устаревшими. В книге имеется так же и оригинальный материал.

В заключение считаю приятным долгом выразить свою искреннюю признательность члену - корреспонденту АН СССР Н. Н. Андрееву и проф. С. Н. Ржевкину, взявшим на себя труд просмотра рукописи; я очень многим обязан их критическим замечаниям.

В. Фурдуев

Москва, Октябрь 1947 г.

ГЛАВА I

ЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ И МЕТОД ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ АНАЛОГИЙ

§ 1. Механическая колебательная система с одной степенью свободы. Всякий акустический аппарат представляет собой динамическую систему, в которой тем или иным способом возбуждаются колебания. Одним из таких способов, с которым мы чаще всего встречаемся в технической акустике, является воздействие внешней *периодической* силы. *Линейные* колебательные системы характеризуются тем, что происходящие в них при этом вынужденные колебания имеют частоту, совпадающую с частотой внешнего воздействия. Такие системы называются *линейными* в силу того обстоятельства, что их поведение описывается линейными дифференциальными уравнениями. Значение линейных систем в технической акустике связано с требованием *неискажённого преобразования* колебаний из одних форм в другие; можно показать, что этому требованию могут удовлетворить только линейные системы.

Простейшим примером линейной *механической* колебательной системы является тело с массой m , упруго связанное с положением равновесия и могущее перемещаться без трения вдоль некоторой прямой (рис. 1). Такая система линейна, если возвращающая сила пропорциональна смещению тела x из положения равновесия:

$$\text{возвр. сила} = -sx = -\frac{x}{c}$$

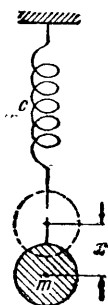


Рис. 1.

(знак минус указывает, что сила направлена противоположно смещению, почему и называется она возвращающей). Коэффициенты s и c характеризуют упругость и гибкость системы; упругость s численно равна силе, вызывающей единичное смещение, и измеряется в *дин/см*, гибкость c определяет смещение, вызываемое единичной силой, и измеряется в *см/дин*.

Уравнение собственных (свободных) колебаний системы напомним в виде

$$m\ddot{x} = -\frac{x}{c},$$

где $\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$ есть ускорение тела. Уравнение движения

$$m\ddot{x} + \frac{x}{c} = 0 \quad (1.1)$$

можно переписать в виде

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad (1.2)$$

положив

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{mc}}. \quad (1.3)$$

Общее решение уравнения (1.2) можно написать в комплексной форме

$$x = C_1 e^{j\omega_0 t} + C_2 e^{-j\omega_0 t} \quad (1.4a)$$

или в тригонометрической

$$\begin{aligned} x &= C_1 \cos \omega_0 t + C_2 \sin \omega_0 t = \\ &= C \sin (\omega_0 t + \varphi), \end{aligned} \quad (1.4b)$$

где C_1 , C_2 и C , φ — произвольные постоянные. Решение показывает, что система, возбуждённая начальным толчком и затем предоставленная самой себе, совершает простое гармоническое (незатухающее) колебание, круговая частота (ω_0) которого определяется по формуле (1.3) параметрами системы — её массой и гибкостью; амплитуда колебания C и начальная фаза φ произвольны и зависят от начальных условий.

Практически свободные колебания будут, конечно, затухать благодаря неизбежному наличию рассеяния энергии. Желая подчеркнуть это обстоятельство, мы будем называть такую систему *диссипативной*. В линейных системах диссипативные силы (силы сопротивления) пропорциональны скорости движения

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} :$$

$$\text{диссип. сила} = -r\dot{x}$$

(знак минус указывает, что сила направлена к уменьшению скорости). Коэффициент r , численно равный диссипативной силе при единичной скорости, измеряется в *дин·сек/см* и называется *активным сопротивлением*.

Уравнение свободных колебаний диссипативной системы имеет вид

$$m\ddot{x} = -\frac{x}{c} - r\dot{x} \quad (1.5)$$

или

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + \frac{x}{c} = 0. \quad (1.6)$$

Разделив на m , получим уравнение движения

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0. \quad (1.7)$$

Величина

$$\delta = \frac{r}{2m}$$

называется множителем (или показателем) затухания. Если она невелика, то общее решение уравнения (1.6) есть

$$\begin{aligned} x &= C_1 e^{-\delta t} e^{i\Omega t} + C_2 e^{-\delta t} e^{-i\Omega t} = \\ &= C_1 e^{-\delta t} \cos \Omega t + C_2 e^{-\delta t} \sin \Omega t = \\ &= C e^{-\delta t} \sin (\Omega t + \varphi), \end{aligned} \quad (1.8)$$

где

$$\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = \sqrt{\frac{1}{mc} - \left(\frac{r}{2m}\right)^2} \quad (1.9)$$

есть круговая частота свободных затухающих колебаний. Амплитуда C и начальная фаза φ колебания, завися от начальных условий, могут иметь произвольные значения.

Решение (в предположении, что $\omega_0 > \delta$) показывает, что наличие активного сопротивления уменьшает собственную частоту системы и вызывает постепенное уменьшение начальной амплитуды колебаний.

Переходя к вынужденным колебаниям линейной системы под действием периодической внешней силы F , имеем уравнение движения

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + \frac{x}{c} = F_m e^{j\omega t}, \quad (1.10)$$

если взять тот частный случай, когда периодическая внешняя сила синусоидальна. Общее решение уравнения (1.10) складывается из двух частей:

$$x = x_1 + x_2.$$

Здесь

$$x_1 = Ce^{-\delta t} \sin(\Omega t + \varphi)$$

есть собственное затухающее колебание, прекращающееся через некоторый промежуток времени, а x_2 — вынужденное (стационарное) колебание с частотой ω внешней силы. Чтобы найти это колебание, зададимся (в комплексной форме) решением вида $x_2 = x_m e^{j\omega t}$; подстановка в уравнение (1.10) даёт

$$x_m \left(-\omega^2 m + j\omega r + \frac{1}{c} \right) = F_m,$$

откуда

$$x_m = \frac{F_m}{-\omega^2 m + j\omega r + \frac{1}{c}}$$

и, следовательно,

$$x_2 = \frac{F_m e^{j\omega t}}{-\omega^2 m + j\omega r + \frac{1}{c}}.$$

Более интересным является, однако, определение скорости \dot{x}_2 вынужденного колебательного движения:

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= \frac{dx_2}{dt} = \frac{F_m e^{j\omega t}}{r + j\omega m + \frac{1}{j\omega c}} = \\ &= \frac{F_m}{r^2 + \left(\omega m - \frac{1}{\omega c}\right)^2} \left\{ \left[r - j \left(\omega m - \frac{1}{\omega c} \right) \right] [\cos \omega t + j \sin \omega t] \right\}. \end{aligned}$$

Отделяя действительную часть решения, находим:

$$\dot{x}_2 = \frac{Fm}{r^2 + \left(\omega m - \frac{1}{\omega c}\right)^2} \left[r \cos \omega t + \left(\omega m - \frac{1}{\omega c}\right) \sin \omega t \right].$$

Положим теперь

$$r = |z| \cos \alpha,$$

$$\left(\omega m - \frac{1}{\omega c}\right) = |z| \sin \alpha,$$

причём

$$|z|^2 = r^2 + \left(\omega m - \frac{1}{\omega c}\right)^2,$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{r} \left(\omega m - \frac{1}{\omega c}\right).$$

Скорость вынужденного колебательного движения может быть теперь представлена в виде

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= \frac{Fm}{|z|} (\cos \omega t \cos \alpha + \sin \omega t \sin \alpha) = \\ &= \frac{Fm}{|z|} \sin(\omega t - \alpha). \end{aligned} \quad (1.11)$$

Решение показывает, что амплитуда скорости вынужденных колебаний

$$\dot{x}_m = \frac{Fm}{|z|} = \frac{\overline{Fm}}{\sqrt{r^2 + \left(\omega m - \frac{1}{\omega c}\right)^2}} \quad (1.12)$$

зависит, при заданной амплитуде внешней силы, во-первых, от параметров системы m , c , r и, во-вторых, от частоты ω внешнего воздействия. Мы видим, далее, что между скоростью \dot{x}_2 вынужденных колебаний и силой F устанавливается фазовый сдвиг α , зависящий от параметров системы и частоты.

Величина

$$|z| = \frac{Fm}{\dot{x}_m} = \sqrt{r^2 + \left(\omega m - \frac{1}{\omega c}\right)^2} \quad (1.13)$$

называется *полным механическим сопротивлением* системы; как и активное сопротивление r , полное сопротивление изме-

рется в *дин·сек/см* (или, что то же самое, в *г/сек*; иногда эту единицу называют механическим омом). В комплексной форме механическое сопротивление системы с одной степенью свободы пишется в виде

$$z = r + j\omega m + \frac{1}{j\omega c}. \quad (1.14)$$

Его компонентами являются:

инерциальное сопротивление	»	$j\omega m$	
упругое	»	$\frac{1}{j\omega c}$.
активное	»	r	

Рассмотренная система является одной из простейших; однако с тем или иным приближением мы встречаемся с нею в целом ряде практически интересных случаев. Целесообразно поэтому отметить особо некоторые частные случаи механической системы с одной степенью свободы.

1) Система, управляемая массой, получается в тех случаях, когда инерциальное сопротивление значительно преобладает над упругим и активным:

$$\omega m \gg \frac{1}{\omega c}; \quad \omega m \gg r.$$

Первое неравенство приводится к виду

$$\omega_0 \ll \omega,$$

а второе — к виду

$$\delta \ll \omega.$$

Таким образом, если система имеет *низкую* собственную частоту и малое затухание, то из числа параметров системы преобладающее значение имеет масса и полное сопротивление мало отличается от инерциального:

$$z \cong j\omega m.$$

2) Система, управляемая упругостью, реализуется при условиях

$$\frac{1}{\omega c} \gg \omega m; \quad \frac{1}{\omega c} \gg r,$$

или, что то же самое,

$$\omega_0 \gg \omega; \quad \frac{1}{rc} \gg \omega$$

(последнее неравенство означает, что постоянная времени rc мала по сравнению с периодом внешней силы). Мы видим, что в системе с *высокой* собственной частотой преобладающее значение имеет гибкость (или обратная ей величина — упругость); полное сопротивление мало отличается от упругого:

$$z \cong \frac{1}{j\omega c}.$$

3) Система, управляемая сопротивлением, характеризуется преобладанием активного сопротивления над реактивным:

$$z \cong r.$$

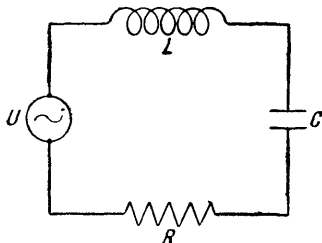


Рис. 2.

Это — либо апериодическая система ($\delta \gg \omega$, $\frac{1}{rc} \ll \omega$), либо система, возбуждаемая вблизи от резонансной частоты, когда реактивное сопротивление мало благодаря взаимной компенсации инерциального и упругого сопротивления:

$$\omega m - \frac{1}{\omega c} \cong 0.$$

§ 2. Электромеханическая аналогия. Даже при беглом просмотре предыдущего параграфа бросается в глаза аналогия между простой механической системой и колебательным контуром, составленным из последовательно соединённых индуктивности L , ёмкости C и омического сопротивления R , при воздействии периодической эдс $U = U_m e^{j\omega t}$ (рис. 2). Действительно, если i есть ток в контуре, то дифференциальное уравнение напряжений имеет вид

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int i dt = U_m e^{j\omega t}.$$

Вводя заряд конденсатора $q = \int i dt$, имеем уравнение

$$L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{q}{C} = U_m e^{j\omega t}, \quad (1.15)$$

которое по форме не отличается от уравнения (1.10), имея совершенно аналогичное решение; именно, в стационарном режиме колебательный ток ($i = \dot{q}$) равен

$$\dot{q} = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \sin(\omega t - \alpha),$$

где

$$\alpha = \arctg \frac{1}{R} \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right).$$

Сравнение уравнений (1.10) и (1.15) и их решений позволяет составить следующую таблицу электромеханических аналогов (т. е. взаимно аналогичных механических и электрических величин):

Электромеханические аналогии

Механические величины Электрические величины

1) Переменные:

сила F (дин)	напряжение (эдс) U (вольт)
скорость \dot{x} (см/сек)	ток i , \dot{q} (ампер)
смещение x (см)	заряд q (кулон)

2) Параметры:

масса m (г)	индуктивность L (генри)
гибкость s (см/дин)	ёмкость C (фарад)
активное сопротивление r (дин·сек/см)	омическое сопротивление R (ом)

3) Сопротивления:

инерциальное ωm	индуктивное ωL
упругое $\frac{1}{\omega s}$	ёмкостное $\frac{1}{\omega C}$
полное z	полное Z

Установленная здесь аналогия имеет очень существенное практическое значение. Дело в том, что аналитическое исследование сложных механических систем с несколькими степенями свободы представляет довольно трудоёмкую задачу; с другой стороны, исследование сложных электрических цепей осуществляется без особого труда с помощью приёмов, разработанных в электротехнике. Сама собой напрашивается мысль о возможности заместить сложную механическую систему её электрическим аналогом и рассчитать полученную таким образом схему стандартными электротехническими приёмами. В этом и заключается метод электромеханических аналогий, получивший очень широкое распространение в современной технической акустике, историческое развитие которой было в значительной мере обусловлено работами инженеров электротехнической специальности. Метод электромеханических аналогий особенно удобен для синтеза механических систем, обладающих заданными частотными свойствами; для решения такой задачи нужно построить (если это физически возможно) механический аналог соответствующей электрической схемы, выбираемой обычно из обширного ассортимента электрических фильтров. Примеры применения метода аналогий мы не раз встретим в дальнейшем.

Для того чтобы пользоваться методом электромеханических аналогий, мы должны установить основные особенности механических элементов, из которых составляются колебательные системы, и определить способы их сочетания друг с другом. Основные элементы механических систем соответствуют основным типам электрических двухполюсников L , C , R ; поэтому эти элементы можно назвать простейшими механическими двухполюсниками.

§ 3. Механические двухполюсники и их соединения. Двухполюсный характер основных элементов механических систем яснее всего обнаруживается в элементе гибкости (рис. 3, *a*), который может быть представлен в виде невесомой пружины. Обозначим через x_1 и x_2 перемещения концов пружины; тогда развиваемая ею упругая (возвращающая) сила есть

$$F_c = \frac{x_1 - x_2}{c}.$$

Так как в режиме стационарных колебаний, когда все величины меняются во времени как $e^{j\omega t}$, $\dot{x}_1 = j\omega x_1$ и $\dot{x}_2 = j\omega x_2$, то, вводя в предыдущее соотношение скорости вместо смещений, можно написать

$$F_c = \frac{1}{j\omega c} (\dot{x}_1 - \dot{x}_2). \quad (1.16)$$

Двухполюсник, представляющий активное сопротивление, мы можем вообразить в виде цилиндра, внутри которого движется поршень с трением, пропорциональным относительной скорости поршня и цилиндра. Упрощённая схема такого устройства (предполагаемого, конечно, невесомым) дана на рис. 3, *b*. Если \dot{x}_1 и \dot{x}_2 — скорости цилиндра и поршня (т. е. концов двухполюсника), то диссипативная сила есть

$$F_r = r(\dot{x}_1 - \dot{x}_2). \quad (1.17)$$

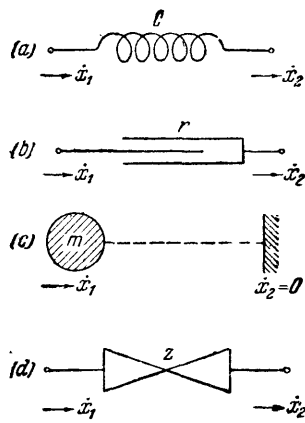


Рис. 3.

Труднее представить в форме двухполюсника элемент массы. Следует, однако, принять во внимание, что смещения, скорости и ускорения материальных точек должны быть отнесены к некото-

рой системе отсчёта, принимаемой за неподвижную; эту систему отсчёта можно формально считать вторым «полюсом» элемента массы, а изображающую его материальную точку — первым «полюсом»; понятно, что второй «полюс» двухполюсника массы (рис. 3, *c*) всегда является закреплённым. Инерциальная реакция элемента массы есть

$$F_m = m\ddot{x}_1;$$

так как в стационарном режиме $\ddot{x} = j\omega\dot{x}$, то предыдущее соотношение можно написать в виде

$$F_m = j\omega m \cdot \dot{x}_1. \quad (1.18)$$

Соотношения (1.16), (1.17) и (1.18) имеют общую форму

$$F_z = z(\dot{x}_1 - \dot{x}_2), \quad (1.19)$$

где z может быть упругим $\left(\frac{1}{j\omega c}\right)$, активным (r) или инерциальным ($j\omega m$) сопротивлением (в последнем случае, как

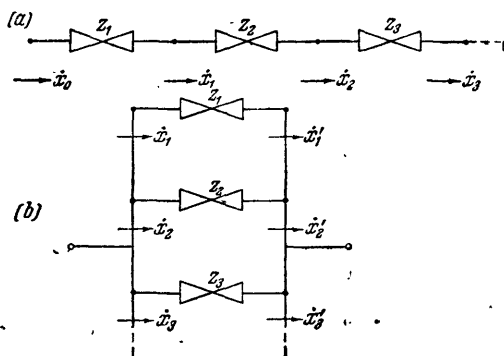


Рис. 4.

указано, $\dot{x}_2 = 0$, так как второй полюс закреплён связью с системой отсчёта).

В исследовании механических систем иногда удобно не уточнять природы элементов, рассматривая их как произвольные механические двухполюсники; графический символ произвольного двухполюсника дан на рис. 3, *d*.

Сложные механические системы можно представлять в виде совокупности элементарных двухполюсников, соединённых друг с другом тем или иным способом. Основными являются два способа: соединение *цепочкой* и соединение *в узел*.

При соединении цепочкой (рис. 4, *a*) относительные скорости концов двухполюсников подчинены очевидному условию:

$$(\dot{x}_0 - \dot{x}_1) + (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + \dots + (\dot{x}_{n-1} - \dot{x}_n) = \dot{x}_0 - \dot{x}_n.$$

С другой стороны, каждый из двухполюсников цепочки раз-

вивает одну и ту же силу

$$F_{z1} = F_{z2} = \dots = F_{zn};$$

это непосредственно вытекает из применения закона равенства действия и противодействия к точкам соединения концов смежных двухполюсников.

Так как электрическим аналогом силы является напряжение, а относительные скорости аналогичны токам (см. таблицу аналогов), то установленные соотношения показывают, что электрическим аналогом цепочки является *параллельное* соединение электрических двухполюсников, при котором

$$i_1 + i_2 + \dots = i,$$

$$U_1 = U_2 = \dots = U_n.$$

При соединении механических двухполюсников в узел (рис. 4, *b*) развиваемые двухполюсниками усилия складываются, а относительные скорости концов одинаковы для всех элементов соединения:

$$\dot{x}_1 - \dot{x}'_1 = \dot{x}_2 - \dot{x}'_2 = \dots = \dot{x}_n - \dot{x}'_n,$$

$$F_{z1} + F_{z2} + \dots + F_{zn} = F.$$

Очевидно, что электрическим аналогом узла является *последовательное* соединение электрических двухполюсников, при котором

$$i_1 = i_2 = \dots = i_n,$$

$$U_1 + U_2 + \dots + U_n = U.$$

В приводимой ниже таблице (рис. 5) сопоставлены некоторые несложные механические системы с их электрическими аналогами. При рассмотрении таблицы нужно иметь в виду, что стрелки между элементами и системой отсчёта ($\rightarrow F \leftarrow$) изображают источник внешней силы. Для правильного построения схем электрических аналогов нужно руководствоваться следующими правилами:

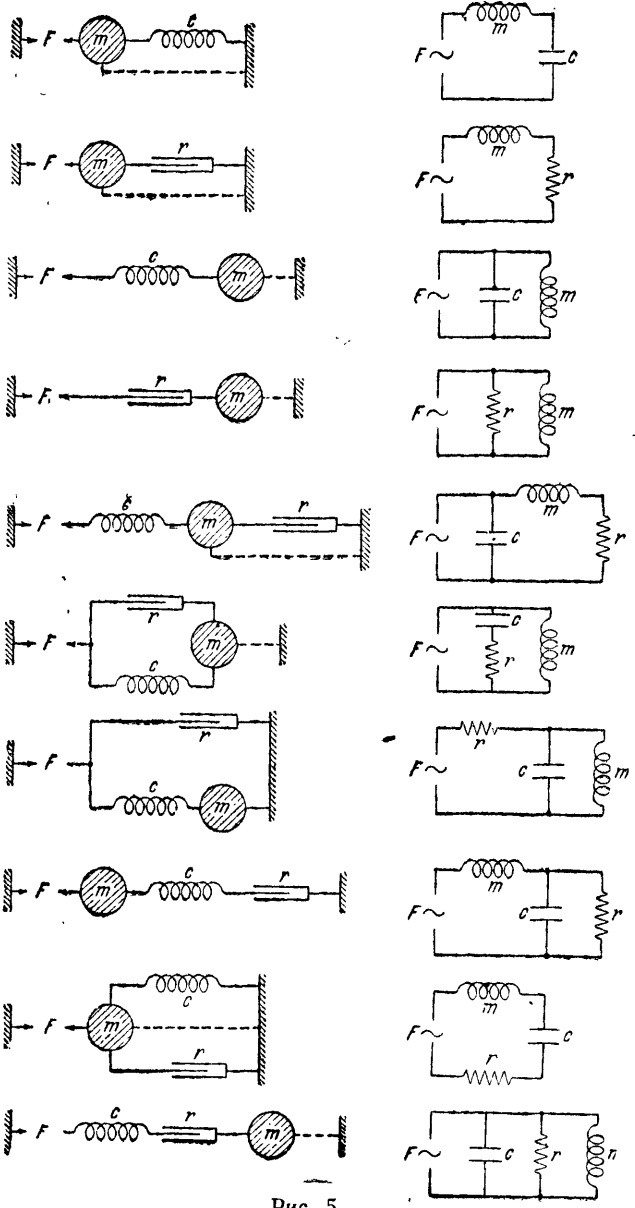


Рис. 5.

1) Двухполюсники с одинаковой относительной скоростью концов изображаются последовательной комбинацией их электрических аналогов.

2) Двухполюсники, развивающие одинаковые усилия, изображаются параллельной комбинацией их аналогов.

3) Если движение одного элемента системы сообщается другому её элементу через посредство некоторого двухполюсника (гибкости или сопротивления), то электрический аналог этого последнего включается параллельным шунтом между аналогами связываемых этим двухполюсником элементов. Устранению этого шунта из схемы электрического аналога соответствует «отверждение» механической связи; равенству токов (после удаления шунта) соответствует равенство скоростей двух жёстко связанных элементов.

4) Если «отверждение» некоторого двухполюсника (гибкости или сопротивления) приводит к невозможности движения связанного с ним элемента, то электрический аналог этого двухполюсника должен быть включён последовательно с аналогом «заторможенного» элемента. Действительно, удаление последовательного элемента из электрической цепи означает её разрыв; прекращение движения после отверждения связи соответствует отсутствию тока после разрыва цепи.

5) Все элементы массы, имея общий полюс (систему отсчёта) и, следовательно, соединённые в узел, должны быть включены в схему электрического аналога таким образом, чтобы после отверждения связей между ними индуктивности, изображающие эти массы, были бы соединены последовательно.

Уверенное применение этих правил требует некоторого упражнения. Нужно отметить, что навыки построения аналогов необходимы для каждого инженера, занимающегося технической акустикой, так как метод электромеханических аналогий очень широко используется в современной инженерно-акустической практике.

§ 4. Акустические системы. Резонатор Гельмгольца. Механические колебательные системы, в которых элементы массы реализованы в форме движущихся воздушных масс, а элементы гибкости — в форме замкнутых воздушных объёмов, выделяются в особый класс акустических колебательных систем. Такое выделение не имеет принципиального ха-

рактера и диктуется соображениями практического удобства, так как в указанных случаях целесообразными оказываются несколько иные определения параметров, что связано с другим выбором переменных (во времени) величин. Покажем это на примере простейшей акустической системы с одной степенью свободы, именно на примере так называемого резонатора.

Резонатор Гельмгольца (рис. 6) в его классической форме представляет собой сосуд с горлышком. При возбуждении резонатора звуковой волной воздух в горле резонатора колеблется, а упругость воздуха в полости резонатора обеспечивает необходимую возвращающую силу. Строго говоря, резонатор есть колебательная система с распределёнными массой и упругостью; однако если размеры резонатора невелики по сравнению с длиной падающей волны, то допустимо считать, что вся кинетическая энергия сосредоточена в слое воздуха, который движется в горле резонатора, а потенциальная энергия связана с упругой деформацией воздушного объёма в полости. В этом предположении резонатор Гельмгольца является колебательной системой с одной степенью свободы. Сосредоточенные параметры системы можно определить следующим образом.

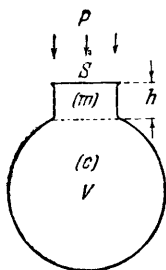


Рис. 6.

Масса воздуха, движущегося в горле резонатора, есть

$$m = \rho_0 h S, \tag{1.20}$$

где h — высота горла, а S — его сечение; ρ_0 — плотность воздуха.

Для определения гибкости воздушного объёма в полости представим себе, что воздушная пробка в горле смещена в сторону полости на величину x ; если P_0 есть атмосферное давление, δp — избыточное давление в полости и δV — изменение объёма V воздуха в полости, то при адиабатном процессе

$$(P_0 + \delta p) (V + \delta V)^\gamma = P_0 V^\gamma,$$

где γ — отношение удельных теплоёмкостей. Отсюда

$$\frac{P_0 + \delta p}{P_0} = \left(\frac{V}{V + \delta V} \right)^\gamma = \left(\frac{V + \delta V}{V} \right)^{-\gamma}$$

или

$$1 + \frac{\delta p}{P_0} = \left(1 + \frac{\delta V}{V}\right)^{-\gamma} = 1 - \gamma \frac{\delta V}{V} + \dots$$

Если колебания являются малыми, то $\frac{\delta V}{V} \ll 1$ и можно отбросить последующие члены биномиального ряда; при этом

$$\delta p = -\frac{\gamma P_0}{V} \delta V.$$

Но $\delta V = \chi S$, а возвращающая сила есть $\delta p \cdot S$; из равенства

$$\delta p \cdot S = -\frac{\gamma P_0 S^2}{V} \cdot \chi$$

можно определить гибкость воздушного объёма в полости как отношение смещения χ к возвращающей упругой силе $\delta p \cdot S$:

$$c = \frac{V}{\gamma P_0 S^2}. \quad (1.21)$$

Пусть, далее, r есть активное сопротивление системы и пусть на резонатор действует периодическое внешнее давление в падающей звуковой волне $p = p_m e^{j\omega t}$; уравнение движения (1.10) принимает при этом вид

$$(\rho_0 h S) \ddot{x} + r \dot{x} + \left(\frac{\gamma P_0 S^2}{V}\right) x = p S.$$

Введём в это уравнение *объёмные* смещения, скорости и ускорения:

$$v = S \dot{x}, \quad \dot{v} = S \ddot{x}, \quad \ddot{v} = S \ddot{\dot{x}}$$

(отметим, что объёмную скорость \dot{v} иногда называют *поток*). Подставляя в уравнение объёмные переменные v , \dot{v} , \ddot{v} , имеем, разделив обе части на S :

$$\left(\frac{\rho_0 h}{S}\right) \ddot{v} + \left(\frac{r}{S^2}\right) \dot{v} + \left(\frac{\gamma P_0}{V}\right) v = p \quad (1.22a)$$

или

$$m_a \ddot{v} + r_a \dot{v} + \frac{v}{c_a} = p. \quad (1.22b)$$

Коэффициенты этого уравнения называются *акустическими параметрами* системы; это

$$1) \text{ акустическая масса } m_a = \frac{\rho_0 h}{S} = \frac{m}{S^2} \left(\frac{z}{\text{см}^4} \right), \quad (1.23)$$

$$2) \text{ акустическая гибкость } c_a = \frac{V}{\gamma P_0} = c S^2 \left(\frac{\text{см}^4 \cdot \text{сек}^2}{z} \right), \quad (1.24)$$

$$3) \text{ акустическое сопротивление } r_a = \frac{r}{S^2} \left(\frac{z}{\text{сек} \cdot \text{см}^4} \right). \quad (1.25)$$

Решая уравнение (1.22b) относительно потока \dot{v} , имеем в стационарном режиме

$$\dot{v}_m = \frac{P_m}{\sqrt{r_a^2 + \left(\omega m_a - \frac{1}{\omega c_a} \right)^2}} \sin(\omega t - \alpha),$$

причём

$$\alpha = \text{arctg} \frac{1}{r_a} \left(\omega m_a - \frac{1}{\omega c_a} \right).$$

Величина

$$|z_a| = \sqrt{r_a^2 + \left(\omega m_a - \frac{1}{\omega c_a} \right)^2}$$

или, в комплексной форме,

$$z_a = r_a + j\omega m_a + \frac{1}{j\omega c_a}$$

называется полным акустическим сопротивлением и имеет те же компоненты (инерциальную, упругую, активную), как и механическое сопротивление z . Связь между акустическим и механическим сопротивлениями определяется, как видно из предыдущего, формулой

$$z_a = \frac{z}{S^2}. \quad (1.26)$$

Практически очень важным свойством резонатора является его способность к усилению звука. Усиление резонатора характеризуется отношением максимального давления δp_m в полости к максимальному (амплитудному) значению давления p_m в падающей звуковой волне:

$$\nu = \frac{\delta p_m}{p_m}.$$

Для вычисления этой величины заметим, что

$$v_m = \frac{\dot{v}_m}{\omega} = \frac{p_m}{\omega |z_a|},$$

$$\delta p_m = \frac{\gamma P_0}{V} v_m = \frac{v_m}{c_a} = \frac{p_m}{\omega c_a |z_a|}.$$

Отсюда

$$v = \frac{1}{\omega c_a |z_a|} = \frac{1}{\sqrt{(\omega c_a r_a)^2 + (\omega^2 m c_a - 1)^2}}.$$

Но

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{m_a c_a}} = c_0 \sqrt{\frac{S}{Vh}} \quad (1.27)$$

(где $c_0 = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}}$ есть постоянная, совпадающая, как мы увидим ниже, в § 15, со скоростью звука: $c_0 = 3,4 \cdot 10^4$ см/сек) есть собственная частота резонатора; напомним далее

$$\omega c_a r_a = \omega m_a c_a \frac{r_a}{m_a} = \frac{2\delta\omega}{\omega_0^2},$$

где $\delta = \frac{r_a}{2m_a}$ — множитель затухания собственных колебаний системы; теперь для усиления резонатора можно написать

$$v = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{2\delta\omega}{\omega_0^2}\right)^2 + \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2}}. \quad (1.28a)$$

Легко видеть, что максимальное усиление имеет место на резонансной частоте $\omega = \omega_0$:

$$v_{\text{макс}} = \frac{\omega_0}{2\delta}. \quad (1.28b)$$

Так как обычно $\delta \ll \omega_0$ (т. е. система далека от аperiodичности), то $v_{\text{макс}} \gg 1$; избыточное давление в полости значительно больше внешнего избыточного давления, а это означает, что вблизи от резонанса система даёт значительное усиление акустического процесса, отбирая большое количество энергии от падающей на резонатор волны.

Резонаторы Гельмгольца широко применяются как элементы акустической аппаратуры; их резонансные свойства используются в некоторых типах звукопоглощающих конструкций. Об этом будет подробнее сказано в дальнейшем.

Само собой понятно, что между акустическими переменными, параметрами и сопротивлениями, с одной стороны, и соответствующими электрическими величинами, с другой, можно установить систему аналогий и применять метод электроакустических аналогий для анализа и синтеза сложных акустических систем. Это и делается в инженерной практике. Сводка взаимно аналогичных величин дана в следующей таблице.

Электроакустические аналоги

Акустические величины Электрические величины

1) Переменные:

давление p (бар = дин/см ²)	напряжение U
поток \dot{v} (см ³ /сек)	ток i, q
объемное смещение v (см ³)	заряд q

2) Параметры:

акустическая масса m_a (г/см ⁴)	индуктивность L
акустическая гибкость c_a (см ⁴ сек ² /г)	ёмкость C
акустическое сопротивление r_a (г/см ⁴ · сек *)	омическое сопротивление R

3) Сопротивления:

инерциальное ωm_a (г/см ⁴ · сек)	индуктивное ωL
упругое $\frac{1}{\omega c_a}$	ёмкостное $\frac{1}{\omega C}$

§ 5. Трансформация сил и скоростей. Значение трансформации токов и напряжений в практической электротехнике хорошо известно; в технике слабых токов одна из важнейших функций трансформатора заключается в согласовании сопротивлений систем, обменивающихся друг с другом энергией. Согласование механических или акустических

*) Эту единицу иногда называют акустическим омом.

сопротивлений, необходимое для обеспечения оптимальных условий энергообмена, широко применяется и в технической акустике, имеющей дело с механическими и акустическими колебательными системами. Необходимо поэтому ознакомиться с основными типами механических и акустических устройств, выполняющих трансформацию сил и скоростей.

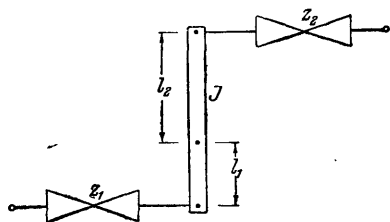


Рис. 7.

Такая трансформация осуществляется двумя способами:

- 1) применением рычагов в механических колебательных системах;
- 2) применением камер в акустических и механико-акустических системах.

Схема рычажной передачи показана на рис. 7; рычаг с фиксированной осью вращения, имеющий относительно этой оси момент инерции J , работает между двухполюсниками z_1 и z_2 .

Распределённую массу тела рычага можно заменить эквивалентной массой, сосредоточенной на одном из концов рычага. В зависимости от выбора конца возможны два варианта, показанные на рис. 8, *a* и *b*:

$$a) m_1 = \frac{J}{l_1^2}, \quad b) m_2 = \frac{J}{l_2^2};$$

здесь l_1 и l_2 — плечи рычага. При построении схемы электрического аналога нужно учесть, что скорости концов рычага относятся, как длины плеч:

$$\frac{\dot{x}_1}{\dot{x}_2} = \frac{l_1}{l_2} = n. \quad (1.29)$$

Поэтому двухполюсники, присоединённые к двум плечам рычага, должны на схеме электрического аналога связываться через посредство идеального трансформатора (без рассеяния), как это и показано на рис. 8.

Заметим, что так как скорости концов рычага имеют аналогами первичный и вторичный токи, то рычаг эквива-

лентен понижающему трансформатору при $l_2 > l_1$ и повышающему при $l_2 < l_1$. Силы, приложенные к концам рычага, обратно пропорциональны плечам; поэтому рычаг, эквивалентный повышающему трансформатору, увеличивает приложенное усилие в n раз, а рычаг, эквивалентный понижающему трансформатору, в n раз уменьшает приложенную силу.

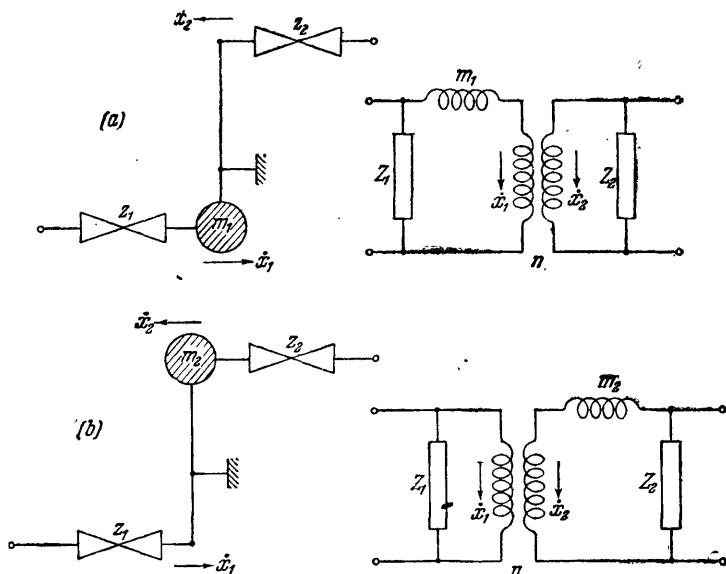


Рис. 8.

Из условий $F_2 = nF_1$ и $\dot{x}_2 = \frac{\dot{x}_1}{n}$ легко получается формула пересчёта сопротивлений, совпадающая с формулой идеального трансформатора:

$$z' = \frac{F_1}{x_1} = \frac{1}{n^2} \cdot \frac{F_2}{x_2} = \frac{z}{n^2}. \quad (1.30)$$

Отсюда видно, что отношение n плеч рычага аналогично отношению числа вторичных витков к первичным, почему и называется коэффициентом механической трансформации.

Схема трансформации с помощью камеры представлена на рис. 9: движение поршня с массой m вызывает (через посредство гибкости c воздушного объёма V камеры) движение воздуха в выходном отрезке. Если p есть избыточное давление внутри камеры, то для нагрузочного (механического) сопротивления можно написать

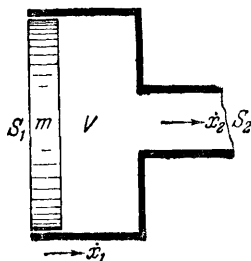


Рис. 9.

$$z = \frac{pS_2}{\dot{x}_2}$$

(по определению сопротивления как отношения силы к скорости); \dot{x}_2 есть скорость воздуха в выходном отрезке с сечением S_2 . Для построения схемы электрического аналога системы предположим временно, что воздух в камере

ведёт себя, как несжимаемая жидкость. Тогда поток \dot{v}_1 , смещаемый поршнем, и поток \dot{v}_2 через выходное отверстие друг другу равны: $\dot{v}_1 = \dot{v}_2$, или, что то же самое, $\dot{x}_1 S_1 = \dot{x}_2 S_2$, откуда находим коэффициент акустической трансформации:

$$\frac{\dot{x}_1}{\dot{x}_2} = \frac{S_2}{S_1} = n. \quad (1.31)$$

Если $n > 1$ ($S_2 > S_1$), то $\dot{x}_2 < \dot{x}_1$, и камера имеет своим аналогом повышающий трансформатор; если $n < 1$, то электрическим аналогом будет понижающий трансформатор. Соотношение сил, приложенных к поршню и к выходному отверстию, будет:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{pS_1}{pS_2} = \frac{1}{n},$$

а соотношение сопротивлений, как и в предыдущем случае рычага, есть

$$z' = \frac{F_1}{\dot{x}_1} = \frac{1}{n^2} \frac{F_2}{\dot{x}_2} = \frac{z}{n^2}.$$

Сжимаемость воздуха в камере несколько усложняет дело. Согласно правилам построения аналогов (правило 3),

гибкость s воздушного объёма камеры должна быть учтена на схеме шунтирующим конденсатором. Здесь возможны два варианта (рис. 10, *a* и *b*):

$$a) \text{ шунт в первичной цепи: } c_1 = \frac{V}{\gamma P_0 S_1^2};$$

$$b) \text{ шунт во вторичной цепи: } c_2 = \frac{V}{\gamma P_0 S_2^2}.$$

Отметим в заключение, что при выборе объёмных переменных v вместо линейных x схема электрического аналога системы (рис. 10, *c*)

уже не содержит трансформатора; это и понятно, так как трансформируются линейные, а не объёмные скорости, а также силы, но не давления. Подобно этому и трансформирующее действие рычага связано с тем, что угловые скорости и моменты остаются неизменными.

§ 6. Системы с распределёнными параметрами. В

реальных механических системах элементы массы, гибкости и сопротивления далеко не всегда могут быть локально обособлены друг от друга; строго говоря, всякая реальная система есть система с распределёнными параметрами. Замена их сосредоточенными параметрами является известного рода идеализацией,

законность которой зависит от ширины рассматриваемой полосы частот; как правило, идеализация теряет правомерность в области высоких частот. Существуют, однако, устройства, которые при любых частотах ведут себя как распределённые системы; таковы, например, струны, мембраны и т. п. В целях удобства инженерно-технических расчётов такие системы принято заменять некоторыми эквивалентными устройствами с сосредоточенными параметрами. Замещение распределённых систем эквивалентными системами

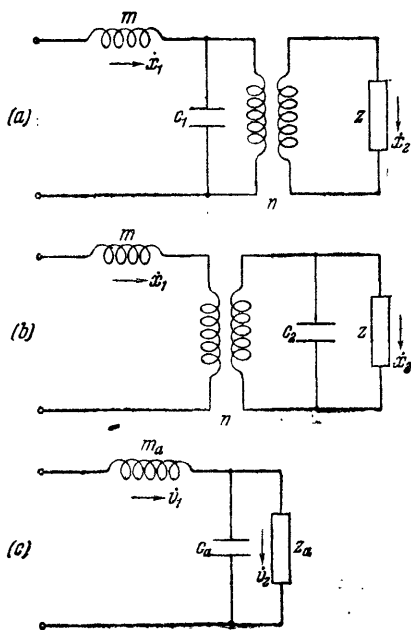


Рис. 10.

с сосредоточенными параметрами может быть осуществлено, если известно распределение колебательного процесса в тех или иных условиях возбуждения замещаемой распределённой системы. Метод определения эквивалентных сосредоточенных параметров излагается ниже на нескольких примерах, наиболее типичных для практических задач.

Мы начнём с рассмотрения стержня, заделанного одним концом при сосредоточенной силе F , приложенной к свободному концу стержня (рис. 11); с таким устройством мы часто встречаемся в различных электромагнитных аппаратах, в частности, в электромагнитных громкоговорителях и звукоснимателях. Как показывает

точная теория, основная (низшая) собственная частота поперечных колебаний такого стержня есть *)

$$\omega_0 = \frac{3,515}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho}}, \quad (1.32)$$

где E — модуль упругости материала стержня, I — момент инерции сечения, ρ — линейная плотность стержня, т. е. масса,

приходящаяся на единицу длины; l — длина стержня. Пусть частота возбуждения лежит ниже собственной основной частоты (1.32); в этом случае распределение поперечного смещения $y(x)$ по длине стержня можно приближённо представить функцией

$$y(x) = y_0 \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2l} \right), \quad (1.33)$$

удовлетворяющей условию $y(0) = 0$ на закреплённом конце; $y_0 = y(l)$ есть смещение в точке приложения силы.

Подсчитаем кинетическую энергию колеблющегося стержня при выбранной функции распределения (1.33):

$$\begin{aligned} E_{\text{кин}} &= \frac{\rho}{2} \int_0^l \dot{y}^2 dx = \frac{1}{2} \rho \dot{y}_0^2 \int_0^l \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2l} \right)^2 dx = \\ &= \frac{1}{2} \rho l \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{\pi} \right) \dot{y}_0^2, \end{aligned}$$

где $\dot{y} = \frac{dy}{dt}$, $\dot{y}_0 = \frac{dy_0}{dt}$; y_0 есть колебательная скорость в точке при-

*) См., например, С. П. Тимошенко, Теория колебаний в инженерном деле, М.—Л., 1931, стр. 234.

ложения внешней силы. Полученный результат можно переписать в виде

$$E_{\text{кин}} = \frac{1}{2} m \dot{y}_0^2,$$

где

$$m = \rho l \left(\frac{3}{2} - \frac{4}{\pi} \right) = 0,225 \rho l = 0,225 M; \quad (1.34)$$

здесь $M = \rho l$ есть фактическая масса стержня.

Потенциальная энергия упруго деформированного стержня при тех же условиях есть

$$E_{\text{пот}} = \frac{EI}{2} \int_0^l \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 dx = \frac{\pi^4 EI}{32 l^3} y_0^2 \int_0^l \cos^2 \frac{\pi x}{2l} dx = \frac{\pi^4 EI}{64 l^3} y_0^2.$$

Вводя эквивалентную гибкость, перепишем этот результат в виде

$$E_{\text{пот}} = \frac{1}{2} c y_0^2,$$

где

$$c = \frac{32 l^3}{\pi^4 EI} \approx \frac{1}{3} \frac{l^3}{EI}. \quad (1.35)$$

Формулы (1.34) и (1.35) указывают на возможность замещения стержня массой m и гибкостью c , соединёнными в узел. При этом собственная частота эквивалентной системы есть

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{mc}} = \sqrt{\frac{3}{0,225}} \cdot \frac{1}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho}} = \frac{3,64}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho}},$$

что отличается от точного значения (1.32) примерно на 3,5%.

Прогиб в точке приложения силы

$$y_0 = cF = \frac{Fl^3}{3EI} \quad (1.36)$$

совпадает с известным выражением статического прогиба свободного конца консольной балки.

Конечно, найденное приближение уже не пригодно при $\omega \geq \omega_0$ и должно быть заменено другим, исходящим из другой функции распределения $y(x)$.

В качестве второго примера рассмотрим круглую мембрану радиуса a , нагруженную равномерно распределённым давлением p ; с таким устройством мы встречаемся, например, в конденсаторных микрофонах. Пусть мембрана возбуждается на частотах, лежащих

ниже основной собственной частоты, для которой точная теория*) даёт значение

$$\omega_0 = \frac{2,4}{a} \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} \quad (1.37)$$

здесь ρ — поверхностная плотность, т. е. масса, приходящаяся на единицу площади мембраны, τ — натяжение, т. е. сила, приходящаяся на единицу длины произвольного разреза на поверхности мембраны); тогда распределение смещения вдоль радиуса мембраны $v(r)$ можно приближённо определить формулой

$$v(r) = y_0 \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right), \quad (1.38)$$

удовлетворяющей условию $y(a) = 0$ на закреплённом крае мембраны. Смещение в центре есть $y_0 = y(0)$.

Пользуясь теми же приёмами, как и выше, определим кинетическую и потенциальную энергии мембраны при выбранной функции распределения (1.38):

$$\begin{aligned} E_{\text{кин}} &= \frac{\rho}{2} \int_0^a \dot{y}^2 \cdot 2\pi r \, dr = \frac{\rho}{2} \cdot 2\pi y_0^2 \int_0^a \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^2 r \, dr \Rightarrow \\ &= \frac{1}{2} \frac{\rho \pi a^2}{3} \dot{y}_0^2 = \frac{1}{2} m \dot{y}_0^2, \end{aligned}$$

где

$$m = \frac{1}{3} \rho \pi a^2 = \frac{1}{3} M, \quad (1.39)$$

причём $M = \rho \pi a^2$ есть фактическикая масса мембраны. Далее

$$\begin{aligned} E_{\text{пот}} &= \frac{\tau}{2} \int_0^a \left(\frac{\partial y}{\partial r}\right)^2 \cdot 2\pi r \, dr = \frac{\tau}{2} \cdot \frac{8\pi y_0^2}{a^4} \int_0^a r^3 \, dr = \\ &= \frac{1}{2} y_0^2 \cdot 2\pi \tau = \frac{y_0^2}{2c}, \end{aligned}$$

где

$$c = \frac{1}{2\pi\tau}. \quad (1.40)$$

Замещая мембрану системой с одной степенью свободы, состоящей из элементов m и c , соединённых в узел, мы получаем систему собственной частотой

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{mc}} = \frac{\sqrt{6}}{a} \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} = \frac{2,45}{a} \sqrt{\frac{\tau}{\rho}},$$

отличающейся примерно на 2% от точного значения (1.37).

*) См., например, В. И. Смирнов, Курс высшей математики, т. II, гл. VII, § 3.

Для определения смещения в центре y_0 мы должны предварительно найти сосредоточенный эквивалент распределённой внешней силы pS ($S = \pi a^2$ — поверхность мембраны). Для этого будем исходить из выражения работы внешней распределённой силы:

$$A_{вч} = p \int_0^a y 2\pi r dr = 2\pi p y_0 \int_0^a \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right) r dr = \frac{1}{2} \pi a^2 p y_0 = F y_0;$$

значит, сосредоточенная (в центре мембраны) эквивалентная внешняя сила

$$F = p \frac{S}{2} \quad (1.41)$$

может быть представлена как сила давления, равномерно распределённая по поршню с поверхностью, равной половине фактической поверхности S мембраны.

Во многих случаях (в частности, в уже упомянутых конденсаторных микрофонах) позади мембраны находится замкнутый воздушный объём, упругость которого складывается с упругостью $2\pi\tau$, обусловленной натяжением мембраны (рис. 12). Чтобы определить дополнительную гибкость c' замыкаемого мембраной воздушного объёма, напишем уже известное из § 4 выражение для избыточного давления p под мембраной:

$$p = -\frac{\gamma P_0}{V} v,$$

где

$$v = \int_0^a y \cdot 2\pi r dr = y_0 \cdot 2\pi \int_0^a \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right) r dr = \frac{\pi a^2}{2} y_0 = \frac{S}{2} y_0$$

есть объём, вытесняемый мембраной при смещении центра на величину y_0 . Подставляя это значение в предыдущее соотношение, имеем, умножая обе части на $\frac{S}{2}$:

$$p \frac{S}{2} = -\frac{\gamma P_0}{V} \left(\frac{S}{2}\right)^2 y_0.$$

Левая часть этого уравнения есть внешняя сила F , уравновешиваемая в статическом режиме упругой реакцией воздушного объёма V ; переписав предыдущую формулу в виде

$$F = -\frac{y_0}{c'},$$

имеем для гибкости подмембранного объёма:

$$c' = \frac{V}{\gamma P_0 \left(\frac{S}{2}\right)^2}. \quad (1.42)$$

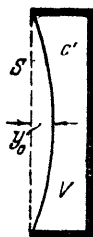


Рис. 12.

мембраной:

Учитывая ещё наличие гибкости натяжения мембраны c , имеем для результирующей гибкости системы

$$\frac{1}{c_{\text{рез}}} = \frac{1}{c} + \frac{1}{c'}$$

или

$$c_{\text{рез}} = \frac{cc'}{c + c'}, \quad (1.43)$$

а для собственной частоты

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{m c_{\text{рез}}}} = \frac{1}{\sqrt{m}} \sqrt{\frac{1}{c} + \frac{1}{c'}}. \quad (1.44)$$

В заключение приведём вычисленные тем же порядком формулы сосредоточенных параметров круглой пластинки с толщиной d , нагруженной равномерно распределённым давлением. Заметим, что упругость обусловлена здесь уже не натяжением, как в случае мембраны, но упругими свойствами самой пластинки. Для пластинки, зажатой по краю (такова, например, диафрагма наушного телефона), функция распределения (при частотах ниже основной) может быть приближённо представлена в виде

$$y(r) = y_0 \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^2. \quad (1.45)$$

Эквивалентные масса и гибкость получаются равными

$$m = \frac{1}{5} M, \quad (1.46)$$

$$c = \frac{9a^2}{16\pi d^3} \cdot \frac{1 - \sigma^2}{E} \quad (1.47)$$

(σ — коэффициент Пуассона). Эквивалентная (сосредоточенная в центре) внешняя сила есть

$$F = p \frac{S}{3}, \quad (1.48)$$

а гибкость замыкаемого пластинкой воздушного объёма

$$c' = \frac{V}{\gamma P_0 \left(\frac{S}{3}\right)^2}. \quad (1.49)$$

§ 7. Механические и акустические фильтры. Существует хорошо известный тип сложных электрических систем, называемых *электрическими фильтрами*; характерной осо-

бенностью таких систем, объясняющей это наименование, является их способность пропускать без заметного ослабления одни частоты (или области частот), подавляя другие частоты (или области частот). Хорошо известно также, насколько важное значение имеют фильтрующие системы в технике электрической связи. Развитие технической акустики, происходившее под очень значительным влиянием метода электромеханических аналогий, естественно привело к мысли об использовании механических и акустических

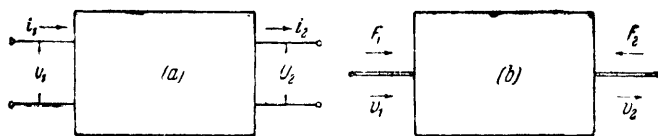


Рис. 13.

аналогов электрических фильтров в тех часто встречающихся случаях, когда нужно создать устройства, пропускающие или задерживающие определённые области частот механических колебаний. Мысль эта получила успешное применение в решении целого ряда задач акустической и электроакустической техники; с образцами таких решений мы будем не раз встречаться в дальнейшем.

Так как теория электрических фильтров строится на основе общей теории электрических четырёхполюсников, то краткому изложению основных сведений, относящихся к механическим и акустическим фильтрам, необходимо предпослать несколько замечаний о механических аналогах электрических четырёхполюсников.

Электрическим четырёхполюсником называется произвольное устройство, имеющее две пары зажимов (рис. 13, а); та пара, к которой подводится напряжение, называется *входными* зажимами четырёхполюсника, тогда как *выходные* зажимы являются той парой, с которой снимается напряжение. В соответствии с этим можно представить себе произвольное механическое устройство, имеющее два выходящих наружу стержня (рис. 13, б), один из которых используется для приложения внешней силы, а другой — для приведения в движение некоторой нагрузки; мы имеем механический четырёх-

полюсник, в котором можно различать *входную* и *выходную* стороны. Электрический четырёхполюсник (рис. 13, а) называется *линейным*, если входные и выходные напряжения и токи связаны между собой линейными соотношениями вида

$$\begin{aligned} i_1 &= a_{11}i_2 + a_{12}U_2, \\ U_1 &= a_{21}i_2 + a_{22}U_2. \end{aligned} \quad (1.50a)$$

Точно так же линейный механический четырёхполюсник характеризуется аналогичными уравнениями, связывающими силы и скорости на входной и выходной стороне:

$$\begin{aligned} v_1 &= b_{11}v_2 + b_{12}F_2, \\ F_1 &= b_{21}v_2 + b_{22}F_2. \end{aligned} \quad (1.50b)$$

Необходимо отметить условие, касающееся знака сил и скоростей: скорости считаются положительными в направлении от входной стороны к выходной, силы же имеют положительный знак, когда они направлены внутрь четырёхполюсника (см. направление стрелок на рис. 13, б). Четырёхполюсник (электрический или механический) называется *пассивным*, если он не содержит внутренних источников энергии.

Коэффициенты a_{ik} и b_{ik} в уравнениях (1.50а) и (1.50б) называются *линейными параметрами* электрического или, соответственно, механического четырёхполюсника. В случае пассивного четырёхполюсника существует известное соотношение, связывающее четыре линейных параметра; именно, определитель (а) или (б), составленный из этих параметров, равен единице:

$$\begin{aligned} |a| &= a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = 1, \\ |b| &= b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21} = 1. \end{aligned} \quad (1.51)$$

Доказательство этого соотношения можно найти в любом учебнике теории связи и без труда перенести ход рассуждения на механические системы. Отметим лишь следующее обстоятельство: если решить систему уравнений (1.50б) относительно v_2 и F_2 , то получается:

$$\begin{aligned} v_2 &= \frac{b_{22}}{|b|} v_1 - \frac{b_{12}}{|b|} F_1, \\ F_2 &= -\frac{b_{21}}{|b|} v_1 + \frac{b_{11}}{|b|} F_1. \end{aligned}$$

В связи с изменением направления «вход → выход» переменим знаки скоростей на обратные; тогда с учётом соотношения (1.51) получим уравнения «обращённого» механического четырёхполюсника

$$\begin{aligned} v_2 &= b_{22}v_1 + b_{12}F_1, \\ F_2 &= b_{21}v_1 + b_{11}F_1. \end{aligned} \quad (1.52)$$

Сопоставляя системы уравнений (1.52) и (1.50b), мы убеждаемся теперь в том, что условие (1.51) эквивалентно

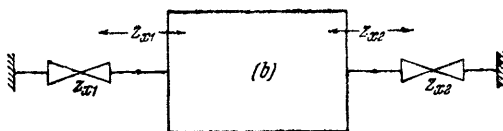


Рис. 14.

следующим соотношениям, известным под названием *теорем взаимности*:

$$\left(\frac{v_1}{F_2}\right)_{v_2=0} = \left(\frac{v_2}{F_1}\right)_{v_1=0}, \quad (1.53a)$$

$$\left(\frac{F_1}{v_2}\right)_{F_2=0} = \left(\frac{F_2}{v_1}\right)_{F_1=0}, \quad (1.53b)$$

$$\left(\frac{F_1}{F_2}\right)_{v_2=0} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)_{F_1=0}, \quad (1.53c)$$

$$\left(\frac{v_1}{v_2}\right)_{F_2=0} = \left(\frac{F_2}{F_1}\right)_{v_1=0}. \quad (1.53d)$$

Эти важные теоремы оказываются чрезвычайно удобными при решении разнообразных технических задач; с одним из примеров применения теоремы взаимности мы встретимся в § 37.

Пусть механический четырёхполюсник нагружен со стороны входа на некоторое сопротивление z_{x1} , а со стороны выхода — на некоторое сопротивление z_{x2} (рис. 14); если величины z_{x1} и z_{x2} подобраны так, что входное сопротивление четырёхполюсника $\left(\frac{F_1}{v_1}\right)$ равно z_{x1} при нагрузке выхода

на z_{x2} , а сопротивление со стороны выхода $\left(\frac{F_2}{v_2}\right)$ равно z_{x2} при нагрузке входа на z_{x1} , то параметры z_{x1} и z_{x2} называются *характеристическими сопротивлениями* четырёхполюсника. Из сделанного определения ясно, что при нагрузке на характеристические сопротивления получается такое положение, при котором механические сопротивления по обе стороны от каждого из концов четырёхполюсника одинаковы, т. е. четырёхполюсник нагружен на согласованные сопротивления.

Чтобы найти характеристические сопротивления, положим в уравнении (1.50b) $F_1 = z_{x1}v_1$ и $F_2 = z_{x2}v_2$; это даёт:

$$\begin{aligned} v_1 &= (b_{11} + b_{12}z_{x2})v_2, \\ v_1z_{x1} &= (b_{21} + b_{22}z_{x2})v_2; \end{aligned}$$

разделив второе уравнение на первое, получим:

$$z_{x1} = \frac{b_{21} + b_{22}z_{x2}}{b_{11} + b_{12}z_{x2}}.$$

Такая же подстановка в уравнение (1.52) приводит к соотношению

$$z_{x2} = \frac{b_{21} + b_{11}z_{x1}}{b_{22} + b_{12}z_{x1}}.$$

Совместное решение обоих соотношений даёт выражение характеристических сопротивлений четырёхполюсника через его линейные параметры:

$$z_{x1} = \sqrt{\frac{b_{21}b_{22}}{b_{12}b_{11}}}, \quad z_{x2} = \sqrt{\frac{b_{21}b_{11}}{b_{12}b_{22}}}. \quad (1.54)$$

Приведём ещё выражения характеристических сопротивлений механического четырёхполюсника через сопротивления каждой из сторон при заторможенной и свободной противоположной стороне. При заторможенном выходе ($v_2 = 0$) имеем из уравнения (1.50b):

$$z_{01} = \left(\frac{F_1}{v_1}\right)_{v_2=0} = \frac{b_{12}}{b_{11}} \quad (1.55a)$$

(в электрическом случае это соответствует входному сопротивлению в режиме холостого хода по выходу). При свободном (ненагруженном) выходе ($F_2 = 0$) те же уравнения дают:

$$z_{s1} = \left(\frac{F_1}{v_1} \right)_{F_2=0} = \frac{b_{21}}{b_{11}} \quad (1.55b)$$

электрически это соответствует входному сопротивлению в режиме короткого замыкания по выходу). Для случаев заторможенного и свободного входа имеем из уравнений (1.52) соответствующие выходные сопротивления

$$z_{02} = \left(\frac{F_2}{v_2} \right)_{v_1=0} = \frac{b_{11}}{b_{12}}, \quad (1.55c)$$

$$z_{s2} = \left(\frac{F_2}{v_2} \right)_{F_1=0} = \frac{b_{21}}{b_{22}}. \quad (1.55d)$$

Подстановка значений (1.55) в формулу (1.54) приводит к важным соотношениям:

$$z_{x1} = \sqrt{z_{01}z_{s1}}, \quad z_{x2} = \sqrt{z_{02}z_{s2}}. \quad (1.56)$$

Четырёхполюсник называется *симметричным*, если

$$z_{01} = z_{02} = z_0, \quad z_{s1} = z_{s2} = z_s,$$

причём равны друг другу и оба характеристических сопротивления

$$z_x = z_{x1} = z_{x2};$$

это возможно при условии, что $b_{11} = b_{22}$.

Заменяя во всех последних формулах параметры b_{ik} на соответствующие a_{ik} , мы получим ряд хорошо известных формул теории электрических четырёхполюсников, что связано с формальной тождественностью основных уравнений (1.50a) и (1.50b). Поэтому дальнейшее изложение можно построить следующим образом: ведя рассуждения в применении к электрическим фильтрующим схемам, мы будем писать вместо электрических величин их механические аналоги и получим, таким образом, некоторые важные формулы

теории механических (или, с соответствующими изменениями, акустических) фильтров.

Рассмотрим сначала бесконечную последовательность одинаковых электрических элементов (рис. 15, а); её меха-

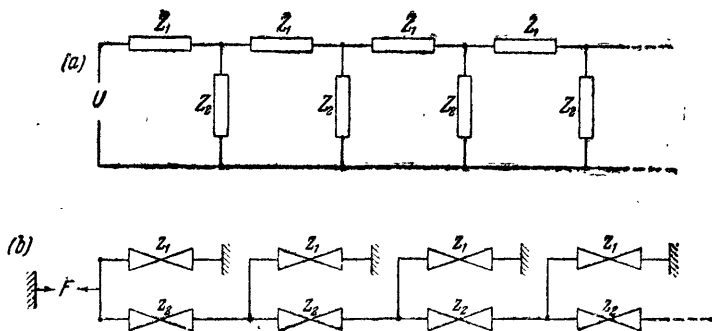


Рис. 15.

нический аналог представлен на рис. 15, б. Выделим некоторую часть электрической схемы (рис. 16) и составим основное соотношение, пользуясь законами Кирхгофа:

$$z_2(v_{i-1} - v_i) - z_1 v_i = z_2(v_i - v_{i+1})$$

или

$$z_2 \left(\frac{v_{i-1}}{v_i} - 1 \right) - z_1 = z_2 \left(1 - \frac{v_{i+1}}{v_i} \right).$$

Решение этого уравнения будем разыскивать в виде

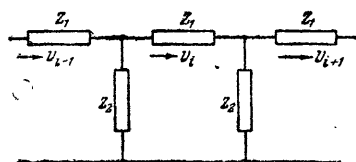


Рис. 16.

$$\frac{v_i}{v_{i-1}} = \frac{v_{i+1}}{v_i} = \dots = e^{-\beta},$$

где величина

$$\beta = \ln \frac{v_i}{v_{i+1}}$$

называется *постоянной передачи*. Вводя эту постоянную,

перепишем основное соотношение в форме

$$z_2(e^\beta - 1) - z_1 = z_2(1 - e^{-\beta})$$

или после несложных преобразований

$$\operatorname{ch} \beta = 1 + \frac{z_1}{2z_2}. \quad (1.57)$$

Если постоянная передачи β есть чисто мнимое количество $\beta = j\theta$, то

$$\left| \frac{v_i}{v_{i+1}} \right| = |e^{j\theta}| = 1,$$

а это означает, что скорости v_{i-1} , v_i , v_{i+1} в последовательных звеньях схемы различаются между собой только по фазе, имея одну и ту же амплитуду. Другими словами, при мнимой постоянной передачи схема, как принято говорить, «прозрачна», т. е. не вносит затухания в процессе распространения колебаний. При этом условии уравнение (1.57) принимает вид

$$\cos \theta = 1 + \frac{z_1}{2z_2} \quad (1.58)$$

(величина θ называется *фазовой постоянной*). Равенство (1.58) может быть удовлетворено лишь при условии, что

$$-1 \leq 1 + \frac{z_1}{2z_2} \leq +1.$$

Очевидно, для удовлетворения этого условия необходимо, чтобы отношение $\frac{z_1}{z_2}$ было действительным и отрицательным, что возможно лишь тогда, когда двухполюсники z_1 и z_2 реактивны и их сопротивления имеют противоположные знаки. Границы «полосы прозрачности» фильтрующей схемы определяются, как видно из последнего неравенства, условиями:

$$1 + \frac{z_1}{2z_2} = +1, \quad \text{откуда} \quad \frac{z_1}{z_2} = 0, \quad (1.59a)$$

$$1 + \frac{z_1}{2z_2} = -1, \quad \text{т. е.} \quad \frac{z_1}{z_2} = -4. \quad (1.59b)$$

Выделим теперь некоторую часть схемы в форме так называемого Γ -звена; на рис. 17, a , b даны его электриче-

ская и механическая формы. Γ -звено представляет собой несимметричный четырёхполюсник; используя формулы (1.55) и (1.56), найдём:

$$\begin{aligned} z_{01} &= z_1 + z_2, & z_{02} &= z_2, \\ z_{s1} &= z_1, & z_{s2} &= \frac{z_1 z_2}{z_1 + z_2}. \end{aligned} \quad (1.60a)$$

$$z_{x1} = z_1 \sqrt{1 + \frac{z_1}{z_2}}, \quad z_{x2} = \frac{z_2}{\sqrt{1 + \frac{z_1}{z_2}}}. \quad (1.60b)$$

Исходную схему можно представить также и в форме, изображённой на рис. 18. Выделив часть, лежащую между сечениями AA и $A'A'$, мы получаем так называемое T -звено,

электрическая и механическая формы которого изображены на рис. 19, a , b . T -звено есть симметричный четырёхполюсник, для которого, как видно из схемы,

$$\begin{aligned} z_0 &= \frac{z_1}{2} + z_2, \\ z_s &= \frac{z_1}{2} + \frac{z_1 z_2}{z_1 + 2z_2}, \end{aligned} \quad (1.61a)$$

$$z_x = \frac{z_1}{2} \sqrt{1 + \frac{4z_2}{z_1}}. \quad (1.61b)$$

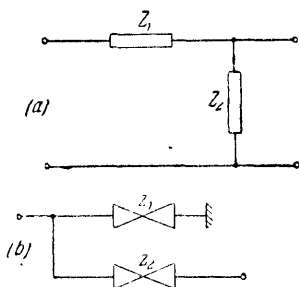


Рис. 17.

Выделив на схеме рис. 18 часть, лежащую между сечениями BB и $B'B'$, получим симметричное Π -звено, электрическая и механическая формы которого представлены на рис. 20, a , b . Из схемы легко находим для Π -звена:

$$z_0 = \frac{2z_2(z_1 + 2z_2)}{z_1 + 4z_2}, \quad (1.62a)$$

$$z_s = \frac{2z_1 z_2}{z_1 + 2z_2},$$

$$z_x = \frac{2z_2}{\sqrt{1 + \frac{4z_2}{z_1}}}. \quad (1.62b)$$

Рассмотрим теперь несколько примеров механических и акустических фильтров несложного устройства.

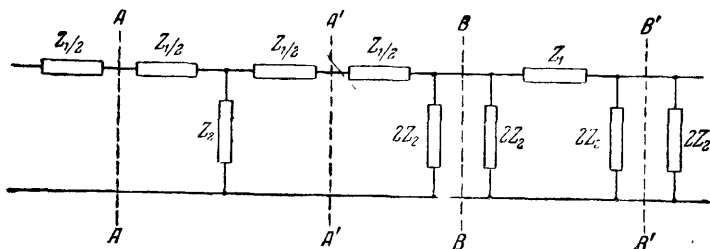


Рис. 18.

На рис. 21, а, б представлен механический фильтр нижних частот и его электрический аналог. Мы имеем

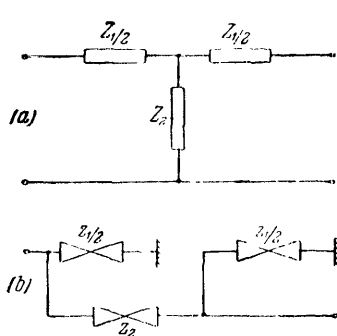


Рис. 19.

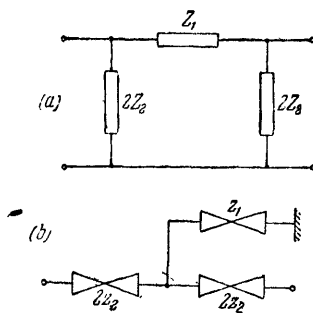


Рис. 20.

здесь бесконечную последовательность Г-образных звеньев с параметрами

$$z_1 = j\omega m, \quad z_2 = \frac{1}{j\omega c}.$$

По формуле (1.59) имеем для границ полосы пропускания («прозрачности»):

$$\omega_1 = 0; \quad \omega_2 = \frac{2}{\sqrt{mc}}. \quad (1.63)$$

Характеристическими сопротивлениями, согласно формулам (1.60), будут:

$$z_{x1} = j\omega m \sqrt{1 - \left(\frac{2\omega}{\omega_2}\right)^2}; \quad z_{x2} = \frac{1}{j\omega c \sqrt{1 - \left(\frac{2\omega}{\omega_2}\right)^2}}. \quad (1.64)$$

Совершенно аналогичный акустический фильтр нижних частот

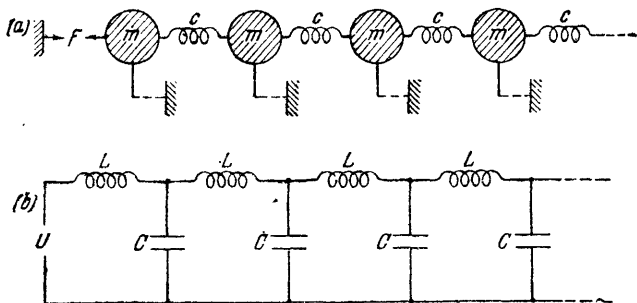


Рис. 21.

изображён на рис. 22; для этого фильтра справедливы те же формулы с заменой механических параметров на акустические

$$m_a = \frac{\rho_0 l}{S}, \quad c_a = \frac{V}{\gamma P_0},$$

причём для верхней границы полосы пропускания получается формула

$$\omega_2 = \frac{2}{\sqrt{m_a c_a}} = 2 \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}} \sqrt{\frac{S}{lV}} = 2c_0 \sqrt{\frac{S}{lV}}. \quad (1.65)$$

Несколько более сложный тип *полосного механического*

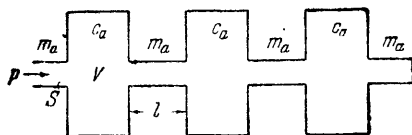


Рис. 22.

фильтра изображён на рис. 23, а, б; здесь имеем следующее:

$$z_1 = j\omega m + \frac{1}{j\omega c_1}; \quad z_2 = \frac{1}{j\omega c_2},$$

а границы полосы пропускания

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{mc_1}}, \quad \omega_2 = \frac{2}{\sqrt{m}} \sqrt{\frac{1}{c_2} + \frac{1}{4c_1}}. \quad (1.66)$$

Определение характеристических сопротивлений, согласно (1.60), приводит к результату:

$$z_{x1} = j\omega m \left(1 - \frac{\omega_1^2}{\omega^2}\right) \sqrt{1 + \frac{c_2}{c_1} - \frac{2\omega^2}{\omega_2^2 - \omega_1^2}},$$

$$z_{x2} = \frac{1}{j\omega c_2 \sqrt{1 + \frac{c_2}{c_1} - \frac{2\omega^2}{\omega_2^2 - \omega_1^2}}}. \quad (1.67)$$

При рассмотрении фильтров, состоящих из несимметричных Г-звеньев, полезно ввести ещё понятие о *волновом*

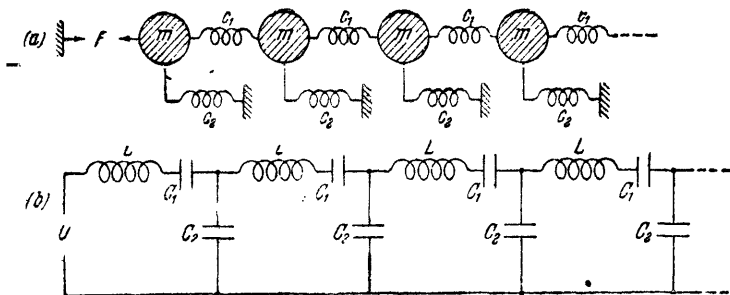


Рис. 23.

сопротивления. Для выяснения этого важного понятия представим себе четырёхполюсник, входная и выходная стороны которого нагружены соответственно на сопротивления $z_{в2}$ и $z_{в1}$; если эти параметры подобраны так, что входное сопротивление четырёхполюсника $\left(\frac{F_1}{v_1}\right)$ равно $z_{в1}$, когда выходная сторона нагружена на такое же сопротивление $z_{в1}$, а сопротивление со стороны выхода $\left(\frac{F_2}{v_2}\right)$ равно $z_{в2}$ при входе, нагруженном на такое же сопротивление $z_{в2}$ (рис. 24), то параметры $z_{в1}$ и $z_{в2}$ называются волновыми сопротивлениями четырёхполюсника.

Смысл введения волновых параметров становится понятным из следующих соображений. Вспомним, что основные

формулы, определяющие границы полосы пропускания, выведены в предположении применения бесконечной последовательности одинаковых звеньев. Возникает, естественно, вопрос о том, как может быть практически реализована *бесконечная* последовательность звеньев. Чтобы ответить на этот вопрос, вернёмся снова к бесконечной последовательности

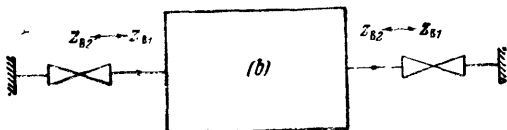


Рис. 24.

Γ -звеньев, изображённой на рис. 15, *a*, и сохраним от неё только одно первое звено, нагруженное на некоторое сопротивление z_{B1} (рис. 25). Если это сопротивление z_{B1} эквивалентно отброшенной бесконечной последовательности, то оно должно равняться входному сопротивлению схемы рис. 25; действительно, сопротивление бесконечной последовательности одинаковых звеньев

не может измениться от добавления ещё одного такого же звена. Но если входное сопротивление четырёхполюсника, нагруженного со стороны выхода на z_{B1} , равно z_{B1} , то, согласно определению, z_{B1} есть волновое сопротивление входа. Таким образом несимметричное звено, нагруженное со стороны выхода на волновое сопротивление входа, обладает свойствами бесконечной последовательности одинаковых звеньев *).

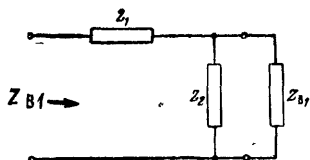


Рис. 25.

Таким образом несимметричное звено, нагруженное со стороны выхода на волновое сопротивление входа, обладает свойствами бесконечной последовательности одинаковых звеньев *).

Не определяя волновых сопротивлений произвольного несимметричного четырёхполюсника, ограничимся вычислением z_{B1} для Γ -звена, изображённого на рис. 25. По определению волнового сопротивления имеем

$$z_{B1} = z_1 + \frac{z_2 z_{B1}}{z_2 + z_{B1}}$$

*) Для симметричных четырёхполюсников нет различия между волновыми и характеристическими сопротивлениями; поэтому приведённое рассуждение отнесено к несимметричному Γ -звену.

или

$$z_{в1}^2 - z_1 z_{в1} - z_1 z_2 = 0,$$

откуда

$$z_{в1} = \frac{z_1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{z_1}{2}\right)^2 + z_1 z_2}. \quad (1.68)$$

Знак перед корнем выбирается так, чтобы действительная часть $z_{в1}$ была положительной.

Для фильтра нижних частот (рис. 21) формула (1.68) даёт:

$$z_{в1} = j\omega \frac{m}{2} + \frac{\omega_2 m}{2} \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_2^2}}; \quad (1.69)$$

для полосного фильтра (рис. 23) формула приводится к виду

$$z_{в1} = j\left(\omega \frac{m}{2} - \frac{1}{\omega 2c_1}\right) + \frac{\omega_2 m}{2} \sqrt{\left(1 - \frac{\omega_1^2}{\omega^2}\right)\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_2^2}\right)}. \quad (1.70)$$

§ 8. Фильтры верхних частот. Фильтр верхних частот, реализованный в форме электрической системы, составляется по

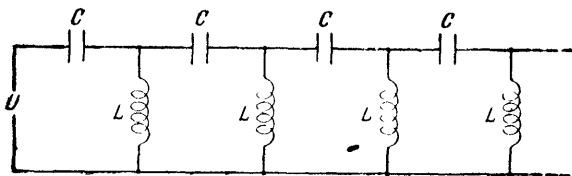


Рис. 26.

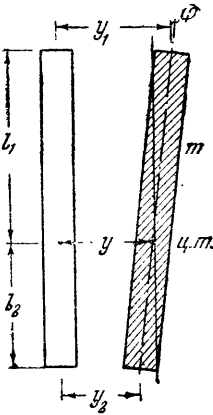
известной схеме с индуктивностями в параллельных плечах и ёмкостями в последовательных (рис. 26). При этом $Z_1 = \frac{1}{j\omega C}$, $Z_2 = j\omega L$ и для границ полосы пропускания получается:

$$\omega_1 = \frac{1}{2\sqrt{LC}}, \quad \omega_2 = \infty.$$

Попытка реализации механического аналога этой схемы наталкивается на следующее затруднение: элементы массы, которыми должны быть замещены индуктивности, всегда имеют общий полюс—систему отсчёта — и, следовательно, соединены в узел, что соответствует последовательному, а не параллельному включению аналогичных им индуктивностей. Отсюда видно, что с помощью обычного элемента массы нельзя реализовать механический фильтр верхних частот. Однако это оказывается возможным при использовании

комбинации поступательного и вращательного движений тела, например, рычага со свободной (т. е. нефиксированной) осью вращения.

Для выяснения сущности дела заметим предварительно, что энергию магнитного поля каждой из параллельно включённых катушек фильтра можно представить в виде



$$E_{\text{магн}} = \frac{1}{2} L (i_k + i_{k+1})^2 =$$

$$= \frac{1}{2} L i_k^2 + L i_k i_{k+1} + \frac{1}{2} L i_{k+1}^2, \quad (1.71)$$

где i_k и i_{k+1} — токи в смежных последовательных плечах фильтра.

Так как аналогом магнитной энергии является кинетическая, то для установления возможности реализации механического аналога параллельной индуктивности вычислим кинетическую энергию свободного рычага. При плоском движении это — система с двумя степенями свободы, положение которой может быть определено двумя независимыми координатами. Известно, что произвольное перемещение твёрдого тела может быть сведено к движению центра тяжести (в котором можно считать сосредоточенной всю массу m тела) и к повороту около центра тяжести как около

неподвижной точки. Поэтому выберем в качестве координат смещение y центра тяжести рычага и угол поворота φ вокруг оси, проходящей через центр тяжести (рис. 27). При этом кинетическая энергия рычага будет выражена соотношением

$$E_{\text{кин}} = \frac{1}{2} m \dot{y}^2 + \frac{1}{2} m h^2 \dot{\varphi}^2,$$

где

$$h = \sqrt{\frac{I}{m}}$$

есть так называемый радиус инерции (I — момент инерции рычага относительно оси, проходящей через центр тяжести).

Введём теперь в качестве новых переменных смещения y_1 и y_2 концов рычага; при малых смещениях связь новых координат (y_1, y_2) со старыми (y, φ) имеет вид

$$y_1 = y + l_1 \varphi,$$

$$y_2 = y - l_2 \varphi,$$

где l_1 и l_2 — расстояния концов рычага от центра тяжести. Решая эти уравнения относительно y и φ , находим:

$$\varphi = \frac{1}{l} (y_1 - y_2),$$

$$y = \frac{l_2}{l} y_1 + \frac{l_1}{l} y_2,$$

где $l = l_1 + l_2$ — длина рычага. Подстановка этих значений в выражение кинетической энергии приводит к результату

$$E_{\text{кин}} = \frac{1}{2} \frac{m}{l^2} (l_2 \dot{y}_1 + l_1 \dot{y}_2)^2 + \frac{1}{2} m \left(\frac{h}{l} \right)^2 (\dot{y}_1 - \dot{y}_2)^2.$$

Раскрывая скобки, приведём этот результат к виду

$$E_{\text{кин}} = \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^2 + m_{12} \dot{y}_1 \dot{y}_2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{y}_2^2, \quad (1.72)$$

где

$$\left. \begin{aligned} m_1 &= m \frac{l_2^2 + h^2}{l^2}, \\ m_2 &= m \frac{l_1^2 + h^2}{l^2}, \\ m_{12} &= m \frac{l_1 l_2 - h^2}{l^2}. \end{aligned} \right\} \quad (1.73)$$

Нетрудно видеть, что если вся масса рычага сосредоточена в его середине (что практически можно сделать лишь с известным приближением), то $h = 0$ и $l_1 = l_2 = \frac{1}{2} l$. В этом случае

$$m_1 = m_2 = m_{12} = \frac{m}{4} = m',$$

и формула кинетической энергии рычага принимает вид

$$E_{\text{кин}} = \frac{1}{2} m' \dot{y}_1^2 + m' \dot{y}_1 \dot{y}_2 + \frac{1}{2} m' \dot{y}_2^2.$$

Теперь мы имеем полную аналогию с магнитной энергией (1.71) катушек фильтра верхних частот.

Отсюда и следует, что система шарнирно связанных рычагов с массами $m = 4m'$, сосредоточенными в серединах, причём шарниры опираются на пружины c (рис. 28), обладает свойствами механического фильтра верхних частот с границами полосы пропускания

$$\omega_1 = \frac{1}{2 \sqrt{m'c}}; \quad \omega_2 = \infty.$$

Скажем ещё несколько слов об акустическом фильтре верхних частот. Рассмотрим трубу с открытыми боковыми отрезками, изображённую на рис. 29. Воздушные объёмы, перемещающиеся в отрезках, представляют собой элементы акустической массы, которым

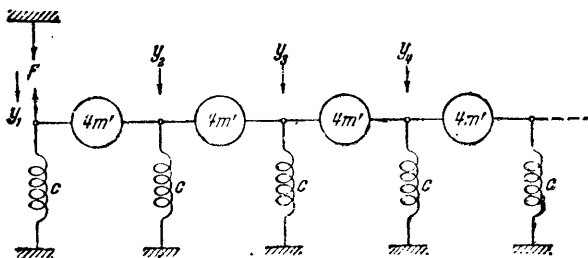


Рис. 28.

на схеме электрического аналога должны соответствовать индуктивностям. Чтобы решить вопрос о способе включения этих индуктивностей, обратимся к соотношению между

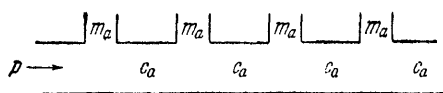


Рис. 29.

к соотношению между объёмными потоками \dot{v}_k, \dot{v}_{k+1} в трубе по обе стороны от отрезка (рис. 30). Считая в первом приближении среду несжимаемой, имеем в

силу неунуожжаемости вещества:

$$\dot{v}_{k0} = \dot{v}_k - \dot{v}_{k+1},$$

т. е. поток через отрезок равен разности потоков до и после отрезка. Это рассуждение показывает, что индуктивность, соответствующая акустической массе в отрезке, должна быть включена таким образом, чтобы ток через неё (аналогичный потоку через отрезок) равнялся разности токов до и после включённой индуктивности: ясно, что индуктивность должна быть включена параллельным шунтом. Если отрезки главной трубы между двумя отрезками считать (отказываясь от ранее сделанного предположения относительно несжимаемости) за некоторые сосредоточенные гибкости, то система рис. 29 есть фильтр верхних частот.

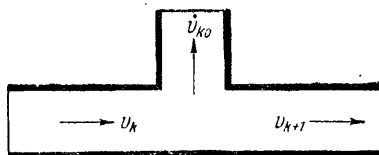


Рис. 30.

Недостаточная убедительность изложенных выше соображений свидетельствует прежде всего о том, что трактовка акустических фильтров любого типа как систем с сосредоточенными параметрами может дать в лучшем случае лишь первое грубое приближение

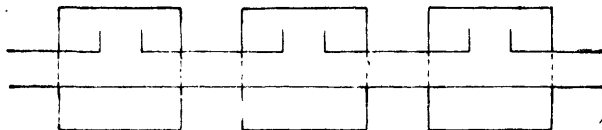


Рис. 31.

к действительности. Так, при точном исследовании изображённой на рис. 29 системы оказывается, что она функционирует как полосный фильтр с чередующимися полосами пропускания и подавления. То же справедливо и в применении к акустическому фильтру рис. 31, который несколько схематически изображает устройство, применяемое для глушения выхлопа автомобильного двигателя.

ГЛАВА II

ЗВУКОВОЕ ПОЛЕ

§ 9. Переменные, характеризующие поле. Процесс постепенного распространения возмущения в упругой среде называется звуковой волной; область пространства, в которой происходит этот процесс, другими словами — область, в которой наблюдается возмущение, принято называть *звуковым полем*.

Звуковые волны в жидкой и газообразной средах являются волнами *продольными*; это связано с тем, что при деформациях всестороннего сжатия упругие силы имеют характер нормальных давлений и вызываемые ими движения происходят перпендикулярно к фронту бегущей волны, т. е. в направлении её распространения. В твёрдых телах, обладающих упругостью формы, наряду с нормальными напряжениями объёмных деформаций, возникают и касательные напряжения сдвига; связанные с ними деформации распространяются в форме *поперечных* волн. В дальнейшем мы ограничимся лишь продольными волнами в жидкой и газообразной средах.

Звуковое поле полностью определено, если для каждой его точки и для каждого момента времени известна одна из следующих величин:

1) Вектор *смещения* u колеблющейся частицы среды из положения равновесия (единица измерения — *см*).

2) Вектор скорости $v = \frac{dy}{dt}$ колебательного движения частицы среды (*см/сек*); эту величину в дальнейшем мы будем называть *колебательной* скоростью.

3) Избыточное (или, иначе, *звуковое*) давление p в среде (единица измерения — *бар* = 1 дин/см^2).

4) *Потенциал скорости* φ , связанный с колебательной скоростью соотношением $\mathbf{v} = -\text{grad } \varphi$ (единица измерения — $\text{см}^2/\text{сек}$); об этой величине будет подробнее сказано ниже.

О других переменных, характеризующих звуковое поле, например об изменениях плотности и температуры, будет сказано ниже при выводе основных уравнений.

§ 10. Основные уравнения. Поле колебательной скорости \mathbf{v} динамически связано с полем звукового давления p , поскольку движение частиц упругой среды вызывается именно силами избыточного давления. Связь между давлением и скоростью (точнее—ускорением) выражается соотношением, в которое в качестве фактора, характеризующего инерцию частиц, входит плотность ρ среды. Поле плотности, в свою очередь, связано с полем давления уравнением состояния. Далее, должно существовать и чисто кинематическое соотношение, связывающее скорость частиц с изменением плотности среды в окружающем объеме. Уравнения в частных производных, связывающие величины \mathbf{v} , p , ρ , являются основными уравнениями акустики; выводом этих уравнений мы и должны теперь заняться.

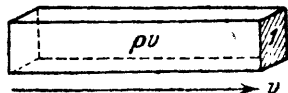


Рис. 32.

1) *Уравнение непрерывности.* Рассмотрим вектор $\rho\mathbf{v}$, физический смысл которого заключается в том, что он характеризует поток вещества через единицу площади (плотность потока). Действительно, если представить себе, что в однородном потоке выделен неподвижный объем с основанием в 1 см^2 и высотой, численно равной скорости v потока, то всё вещество (ρv), находящееся внутри этого объема, должно пройти через основание в течение 1 сек (рис. 32). Дивергенция вектора $\rho\mathbf{v}$ имеет смысл потока вещества через поверхность, ограничивающую единицу объема, выделенного в поле вектора \mathbf{v} . Так как дивергенция считается положительной, когда поток направлен наружу, то $\text{div}(\rho\mathbf{v})$ должна быть равна уменьшению массы единицы объема в единицу времени:

$$\text{div}(\rho\mathbf{v}) = -\frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (2.1)$$

Это уравнение выражает непрерывность и неуничтожаемость вещества.

2) *Уравнение движения.* Будем считать среду, в которой распространяются звуковые волны, невязкой, другими словами, будем предполагать, что движение частиц вызывается только нормальными давлениями и что касательными силами трения можно пренебрегать. Тогда уравнение движения «частицы» с массой $\int_V \rho dV$ (V —элементарный подвижный объём, рассматриваемый в качестве частицы среды) можно написать в виде

$$\int_V \rho \frac{dv}{dt} dV = - \oint_S p dS.$$

Поверхностный интеграл в правой части берётся по замкнутой поверхности, ограничивающей объём V ; знак минус связан с тем, что положительной нормалью к dS считается внешняя. Для получения нужного нам уравнения этот интеграл необходимо преобразовать в объёмный. Это осуществляется использованием теоремы Гаусса. Пусть \mathbf{a} — произвольный постоянный вектор; напомним

$$\operatorname{div}(\mathbf{a}p) = p \operatorname{div} \mathbf{a} + (\mathbf{a} \operatorname{grad} p),$$

$$\oint_S a_n p dS = \int_V \operatorname{div}(\mathbf{a}p) dV = \int_V (p \operatorname{div} \mathbf{a} + \mathbf{a} \operatorname{grad} p) dV$$

и, так как $\operatorname{div} \mathbf{a} = 0$ ($\mathbf{a} = \text{const.}$), то

$$\int_V (\mathbf{a} \operatorname{grad} p) dV = \oint_S a_n p dS.$$

В силу произвольности вектора \mathbf{a} должно быть

$$\oint_S p dS = \int_V \operatorname{grad} p dV.$$

Уравнение движения приводится к виду

$$\int_V \rho \frac{dv}{dt} dV = - \int_V \operatorname{grad} p dV$$

и, так как объём V произволен, то

$$\rho \frac{d\sigma}{dt} = - \text{grad } p. \quad (2.2)$$

Это — уравнение движения среды, называемое уравнением Эйлера.

3) *Уравнение состояния.* Объёмные деформации идеальной (невязкой) среды, имеющие место при распространении в ней звуковых волн, являются адиабатными, т. е. происходят без теплообмена. Поэтому для газообразной среды следует исходить из уравнения Пуассона

$$P\rho^{-\gamma} = \text{const.}$$

Здесь P есть полное давление

$$P = P_0 + p,$$

P_0 — давление в невозмущённой среде, γ — отношение удельных теплоёмкостей при постоянном давлении и постоянном объёме (для воздуха $P_0 = 10^6$ бар есть атмосферное давление, $\gamma = 1,4$). Дифференцируя уравнение адиабаты, имеем:

$$d(P\rho^{-\gamma}) = -\gamma P\rho^{-\gamma-1}d\rho + \rho^{-\gamma}dP = 0$$

или, после сокращения на $\rho^{-\gamma}$,

$$-\frac{\gamma P}{\rho}d\rho + dP = 0.$$

Учитывая, что $dP = dp$, имеем отсюда:

$$\frac{dp}{d\rho} = \frac{\gamma P}{\rho}. \quad (2.3)$$

В случае жидкой среды исходим из определения коэффициента сжимаемости:

$$K = -\frac{1}{V} \frac{dV}{dP}.$$

Так как

$$-\frac{dV}{V} = \frac{d\rho}{\rho} \text{ и } dP = dp,$$

то

$$K = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp},$$

откуда

$$\frac{d\rho}{d\rho} = \frac{1}{K\rho}. \quad (2.4)$$

§ 11. Потенциал скорости. Малые движения идеальной (невязкой) жидкости являются безвихревыми ($\text{rot } \mathbf{v} = 0$); при этом условии колебательная скорость \mathbf{v} есть потенциальный вектор, который может быть выражен как градиент некоторой скалярной функции. Положим

$$\mathbf{v} = -\text{grad } \varphi; \quad (2.5)$$

скалярная функция φ называется потенциалом скорости.

Связь потенциала φ со звуковым давлением p можно найти следующим образом. В случае малых колебаний

$$\rho = \rho_0 + \delta\rho \cong \rho_0$$

(ρ_0 — плотность невозмущённой среды; при давлениях порядка 1 бар $\frac{\delta\rho}{\rho_0}$ имеет величину порядка 10^{-6}). Пренебрегая изменением плотности, перепишем уравнение (2.2) в виде

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho_0} \text{grad } p.$$

Интегрируя, находим:

$$\mathbf{v} = -\frac{1}{\rho_0} \int \text{grad } p \, dt = -\text{grad} \left(\frac{1}{\rho_0} \int p \, dt \right).$$

Сравнение этого результата с определением (2.5) приводит к формуле

$$\varphi = \frac{1}{\rho_0} \int p \, dt, \quad (2.6)$$

откуда видно, что потенциал скорости пропорционален импульсу давления. Дифференцируя по времени, находим искомое выражение звукового давления через потенциал скорости:

$$p = \rho_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t}. \quad (2.7)$$

Потенциал скорости представляет собой вспомогательную величину, пользование которой очень облегчает расчёт звуковых полей; когда этот потенциал найден, тогда практически интересные величины \mathbf{v} и p легко могут быть определены по формулам (2.5) и (2.7).

§ 12. Волновое уравнение. Ограничиваясь и далее случаем малых колебаний (это почти всегда допустимо в практике акустических расчётов ввиду ничтожно малых амплитуд звуковых колебаний), мы можем в уравнении (2.1)

$$-\frac{\partial p}{\partial t} = \rho \operatorname{div} \mathbf{v} + (\mathbf{v} \operatorname{grad} p)$$

пренебречь последним членом второго порядка малости. Полагая $\rho \cong \rho_0$, перепишем это уравнение в виде

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial t}.$$

Вводя сюда по формуле (2.5) потенциал скорости φ , получим

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi = \nabla^2 \varphi = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (2.8)$$

где $\nabla^2 = \operatorname{div} \operatorname{grad}$ есть символ дифференциального оператора Лапласа.

С другой стороны, при малых колебаниях уравнения (2.3) и (2.4) можно написать в виде

$$\frac{\partial p}{\partial \rho} = c_0^2, \quad (2.9)$$

где c_0 есть некоторая константа, существенно положительная, так как давление всегда растёт с увеличением плотности. Напишем теперь

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial p}{\partial \rho} \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\rho_0}{c_0^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}.$$

Подставляя в уравнение (2.8), имеем окончательно:

$$\nabla^2 \varphi = \frac{1}{c_0^2} \ddot{\varphi}. \quad (2.10)$$

Это уравнение описывает распространение звуковых волн малой амплитуды в идеальной (невязкой) среде; оно называется *волновым уравнением* и является основным дифференциальным уравнением звукового поля. В декартовых координатах x, y, z волновое уравнение имеет вид

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}. \quad (2.11a)$$

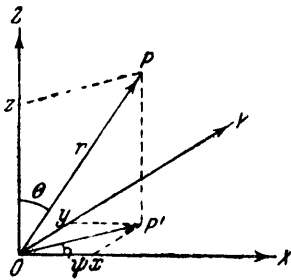


Рис. 33.

В некоторых случаях удобнее пользоваться сферическими координатами: радиусом-вектором r , азимутом ψ и углом θ , дополнительным до широты (рис. 33). В сферических координатах волновое уравнение приводится к виду

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \psi^2} = \\ = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (2.11b)$$

§ 13. Шаровая волна. В целом ряде практически интересных случаев звуковые волны от малого источника распространяются равномерно по всем направлениям, причём фронт волны имеет сферическую форму. Такая волна называется *шаровой*. В шаровой волне потенциал скорости зависит, помимо времени, только от величины радиуса-вектора r , т. е. от расстояния между рассматриваемой точкой поля и центром возмущения. При этом φ не зависит от θ и ψ , и уравнение (2.11b) принимает гораздо более простой вид:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}. \quad (2.12a)$$

Непосредственным дифференцированием можно убедиться в том, что

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r\varphi);$$

таким образом уравнение (2.12 а) можно переписать в виде

$$\frac{\partial^2 (r\varphi)}{\partial r^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 (r\varphi)}{\partial t^2}. \quad (2.12b)$$

Мы получили дифференциальное уравнение шаровой волны.

В порядке решения этого уравнения введём новую переменную

$$\tau = t - \frac{r}{c_0}.$$

Легко проверить, что для любой функции $f(\tau)$ имеют место соотношения

$$\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}; \quad \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial \tau^2}.$$

Отсюда следует, что любая функция вида

$$r\varphi = f\left(t - \frac{r}{c_0}\right)$$

является решением уравнения (2.12b);

$$\varphi = \frac{1}{r} f\left(t - \frac{r}{c_0}\right). \quad (2.13)$$

Это решение известно под названием решения д'Аламбера. Оно имеет простой физический смысл. Пусть в центре возмущения разыгрывается некоторый произвольный процесс $f(t)$; в точке, отстоящей от центра на расстоянии r , происходит такой же по форме процесс, но с запозданием на время $\tau' = \frac{r}{c_0}$. Мы видим таким образом, что возмущение любой формы распространяется в среде со скоростью c_0 , которая и является скоростью звука. Формула (2.13) определяет, как принято говорить, *запаздывающий потенциал* *).

*) Заметим, что в формуле (2.13) можно было бы взять в качестве аргумента переменную $t + \frac{r}{c_0}$, что соответствовало бы *опережающему* потенциалу; однако такое решение представляет интерес лишь в исключительных случаях.

Так как форма процесса совершенно произвольна, то в качестве важного частного случая можно выбрать синусоидальное возмущение; при этом в комплексной форме решение д'Аламбера принимает вид

$$\varphi = \frac{A}{r} e^{j\omega \left(t - \frac{r}{c_0}\right)} = \frac{A}{r} e^{j(\omega t - kr)}, \quad (2.14)$$

где A — постоянная, предполагаемая действительной, а

$$k = \frac{\omega}{c_0} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.15)$$

(λ — длина звуковой волны) есть так называемое *волновое число*.

По формулам (2.5) и (2.7) найдём звуковое давление и колебательную скорость в шаровой волне:

$$p = \rho_0 \dot{\varphi} = j\omega \rho_0 \frac{A}{r} e^{j(\omega t - kr)},$$

$$v = -\frac{\partial \varphi}{\partial r} = \left(jk + \frac{1}{r}\right) \frac{A}{r} e^{j(\omega t - kr)}.$$

Отделяя действительные части и отбрасывая мнимые, имеем:

$$p = -\frac{\omega \rho_0 A}{r} \sin(\omega t - kr), \quad (2.16)$$

$$v = -\frac{kA}{r} \sin(\omega t - kr) + \frac{A}{r^2} \cos(\omega t - kr).$$

Последнюю формулу можно привести к более удобному виду, положив

$$\frac{1}{r} = a \cos \alpha, \quad \frac{1}{kr^2} = a \sin \alpha.$$

Подстановка этих значений приводит к результату

$$v = -\frac{kA}{r \cos \alpha} \sin(\omega t - kr - \alpha), \quad (2.17)$$

где

$$\alpha = \arctg \frac{1}{kr} = \arctg \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\lambda}{r}. \quad (2.18)$$

Сопоставление формул (2.16) и (2.17) показывает, что в шаровой волне колебательная скорость v отстаёт по фазе от звукового давления p на угол α , определяемый уравнением (2.18). Важное значение этого (на первый взгляд несущественного) обстоятельства делается понятным впоследствии при рассмотрении теории звукоизлучения. Пока отметим лишь, что разность фаз α быстро убывает с расстоянием r от источника: уже при $r = \lambda$ угол $\alpha \cong 9^\circ$ и $\cos \alpha = 0,988$. На расстояниях $r \gg \lambda$ звуковое давление и колебательную скорость можно считать синфазными.

Полезно подчеркнуть, что шаровая волна представляет идеальную форму *ненаправленного* излучения, при котором звуковая энергия равномерно переносится по всем направлениям пространства.

§ 14. Плоская волна. Идеальную форму *направленного* излучения мы имеем в том случае, если волновой процесс распространяется в одном определённом направлении, например, вдоль оси x . При этом $\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0$, и волновое уравнение (2.11a) принимает вид

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}, \quad (2.19)$$

имея решение в форме д'Аламбера

$$\varphi = f\left(t \mp \frac{x}{c_0}\right)$$

(f — произвольная функция, соответствующая произвольной форме возмущения). В случае простого гармонического колебания, распространяющегося в положительном направлении, можно положить:

$$\varphi = Ae^{j\omega\left(t - \frac{x}{c_0}\right)} = Ae^{j(\omega t - kx)}, \quad (2.20)$$

Эквипотенциальные поверхности являются плоскостями, перпендикулярными к оси x ; поэтому уравнение (2.20) описывает *плоскую* волну. Примером может служить распространение звука в трубах небольших (по сравнению с λ) сечений.

По формулам (2.5) и (2.7) имеем:

$$p = \rho_0 \dot{\varphi} = j\omega\rho_0 A e^{j(\omega t - kx)},$$

$$v = -\frac{\partial\varphi}{\partial x} = jkA e^{j(\omega t - kx)},$$

или, отбрасывая мнимые части,

$$p = -\omega\rho_0 A \sin(\omega t - kx), \quad (2.21)$$

$$v = -kA \sin(\omega t - kx). \quad (2.22)$$

Постоянство амплитудных значений давления и скорости (конечно, поскольку мы пренебрегаем вязким трением) есть результат направленности — энергия волны не рассеивается в пространстве, и поэтому амплитуда не убывает.

Отметим здесь и то обстоятельство, что в плоской волне давление p и скорость v синфазны.

Если направление распространения синусоидальной плоской волны не совпадает с осью x , то решение волнового уравнения (2.11a) можно написать в виде

$$\varphi = A e^{j\{k\omega t - (kr)\}},$$

где

$$\mathbf{k} = \frac{\omega}{c_0} \mathbf{n}$$

(\mathbf{n} есть единичный вектор в направлении распространения волны). Вектор \mathbf{k} называется *волновым вектором*; вектор \mathbf{r} относится к произвольной точке, для которой вычисляется значение потенциала φ . Пусть, в частности, \mathbf{n} лежит в плоскости xu , образуя с осью x угол θ ; тогда

$$(kr) = k_x x + k_y y = k(x \cos \theta + y \sin \theta),$$

и уравнение плоской волны имеет вид

$$\varphi = A e^{j\{\omega t - k(x \cos \theta + y \sin \theta)\}}. \quad (2.23)$$

§ 15. Скорость звука. Как видно из рассмотренных выше решений волнового уравнения, скорость звука c_0 может быть, согласно (2.9), определена уравнением

$$c_0 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{\rho = \rho_0}^{1/2} \quad (2.24a)$$

Для жидкой среды, согласно (2.4), имеем

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\rho K}}, \quad (2.24b)$$

а для газообразной, согласно (2.3),

$$c_0 = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}. \quad (2.24c)$$

Последнюю формулу можно представить в ином виде; воспользовавшись уравнением Клапейрона

$$\frac{P}{\rho} = \frac{RT}{\mu}$$

(R — универсальная газовая постоянная, μ — молекулярный вес, T — абсолютная температура газа), имеем

$$c_0 = \sqrt{\frac{\gamma}{\mu} RT}, \quad (2.24d)$$

откуда видно, что скорость звука растёт пропорционально корню из абсолютной температуры. Для воздуха при $T = 273^\circ + 20^\circ$ формула (2.24d) даёт:

$$c_0 = \sqrt{\frac{1,4}{29} \cdot 8,31 \cdot 10^7 \cdot 293} = 3,4 \cdot 10^4 \text{ см/сек.}$$

Заметим ещё, что так как средняя квадратичная скорость теплового движения газовых молекул определяется известной формулой

$$u^2 = \frac{3RT}{\mu},$$

то скорость звука

$$c_0 = \sqrt{\frac{\gamma}{3}} u$$

имеет тот же порядок величины, что и скорость молекул; это обстоятельство иллюстрирует роль молекулярных соударений в процессе переноса звуковой энергии.

§ 16. Энергия звукового поля. Так как при малых колебаниях

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} \cong \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}$$

[член $(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v}$ есть величина второго порядка малости], то уравнение (2.2) можно переписать в виде

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \text{grad } p = 0.$$

Умножим это скалярно на \mathbf{v} :

$$\rho_0 \mathbf{v} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \text{ grad } p = 0;$$

но $\mathbf{v} \text{ grad } p = \text{div}(p\mathbf{v}) - p \text{ div } \mathbf{v}$ и, значит,

$$\rho_0 \mathbf{v} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} - p \text{ div } \mathbf{v} = -\text{div}(p\mathbf{v}).$$

Так как (§ 12)

$$-\text{div } \mathbf{v} = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{1}{\rho_0 c_0^2} \frac{\partial p}{\partial t},$$

то предыдущее уравнение принимает вид

$$\rho_0 \mathbf{v} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0 c_0^2} p \frac{\partial p}{\partial t} = -\text{div}(p\mathbf{v})$$

или

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \rho_0 \frac{v^2}{2} + \frac{1}{\rho_0 c_0^2} \frac{p^2}{2} \right\} = -\text{div}(p\mathbf{v}). \quad (2.25)$$

Первый член в скобках слева $\frac{\rho_0 v^2}{2}$ есть, очевидно, кинетическая энергия единицы объёма. Нетрудно показать, что второй член есть потенциальная энергия единицы объёма.

Действительно, работа против избыточного давления, рассчитанная на единицу объёма, есть

$$-\frac{p dV}{V} = p \frac{dp}{\rho} = \frac{p}{\rho c_0^2} dp;$$

интегрируя, имеем (пренебрегая изменением плотности, т. е. полагая $\rho \cong \rho_0$, как мы это делали и раньше для малых процессов) второе слагаемое левой части уравнения (2.25). Мы видим, следовательно, что плотность энергии в звуковом поле есть

$$w = \frac{\rho_0 v^2}{2} + \frac{1}{\rho_0 c_0^2} \frac{p^2}{2}. \quad (2.26)$$

Интегрируя (2.25) по некоторому объёму V , получаем:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V w dV = - \int_V \operatorname{div} (p\mathbf{v}) dV = - \oint_S p v_n dS.$$

Обозначим через E полную энергию в объёме V

$$E = \int_V w dV$$

и введём вектор

$$\mathbf{Q} = p\mathbf{v}. \quad (2.27)$$

Уравнение энергии принимает вид

$$\frac{\partial E}{\partial t} = - \oint_S Q_n dS; \quad (2.28)$$

очевидный смысл этого уравнения заключается в том, что уменьшение энергии в объёме V в единицу времени равно потоку вектора \mathbf{Q} через поверхность S , ограничивающую объём V . Вектор \mathbf{Q} , называемый *вектором Умова*, есть, следовательно, вектор *потока звуковой энергии* через единицу поверхности.

§ 17. Сила звука и акустическое сопротивление среды. Сила звука I определяется как энергия, переносимая звуковой волной в единицу времени в направлении распро-

странения звука через единичную площадку, перпендикулярную к этому направлению. В соответствии с этим определением сила звука равна среднему во времени значению вектора Умова

$$I = \frac{1}{T} \int_0^T Q dt.$$

В случае простого гармонического колебания промежутков времени T можно взять равным периоду колебания. Положив

$$\begin{aligned} p &= p_m \sin \omega t, \\ v &= v_m \sin (\omega t - \alpha), \end{aligned}$$

имеем:

$$\begin{aligned} Q &= pv = p_m v_m \sin \omega t \sin (\omega t - \alpha) = \\ &= \frac{p_m v_m}{2} \cos \alpha - \frac{p_m v_m}{2} \cos (2\omega t - \alpha). \end{aligned}$$

Очевидно, что среднее за период значение второго члена равно нулю; таким образом

$$I = \frac{p_m v_m}{2} \cos \alpha. \quad (2.29a)$$

В шаровой волне, согласно (2.16) и (2.17),

$$p_m = \frac{\omega \rho_0 A}{r} = \rho_0 c_0 \frac{kA}{r}, \quad v_m = \frac{kA}{r \cos \alpha}$$

и, значит,

$$I = \frac{1}{2} \rho_0 c_0 \frac{k^2 A^2}{r^2}, \quad (2.29b)$$

откуда видно, что сила звука в шаровой волне убывает с квадратом расстояния. Так как, далее,

$$\frac{p_m}{v_m} = \rho_0 c_0 \cos \alpha,$$

то, исключая из (2.29a) p_m или v_m , получаем важные формулы:

$$I = \frac{1}{2} \frac{p_m^2}{\rho_0 c_0}, \quad (2.29c)$$

$$I = \frac{1}{2} \rho_0 c_0 \cos^2 \alpha v_m^2. \quad (2.29d)$$

В системе CGS сила звука измеряется в $\text{эрг}/\text{см}^2\text{сек}$; в технической практике пользуются также единицами $\text{вт}/\text{см}^2$ и $\text{мквт}/\text{см}^2$, причём

$$1 \text{ вт}/\text{см}^2 = 10^6 \text{ мквт}/\text{см}^2 = 10^7 \text{ эрг}/\text{см}^2\text{сек}.$$

Величина

$$\delta_0 = \rho_0 c_0, \quad (2.30)$$

определяющая силу звука при заданных амплитудах звукового давления или колебательной скорости, носит название *удельного акустического сопротивления* среды. Происхождение этого термина связано с аналогией между формулой

$$\frac{p}{v} = \delta_0,$$

справедливой, как легко видеть из формул (2.21) и (2.22), для плоской волны, и законом Ома. Удельное акустическое сопротивление характеризует способность среды отбирать энергию от источника звука, колеблющегося с заданной амплитудой: чем больше δ_0 , тем большую акустическую мощность развивает при одной и той же амплитуде скорости источник звука. Используя (2.24b, c), имеем для жидкой среды:

$$\delta_0 = \sqrt{\frac{\rho_0}{K}}, \quad (2.31a)$$

а для газообразной *)

$$\delta_0 = \sqrt{\gamma \rho_0 P_0}. \quad (2.31b)$$

Связь между силой звука и средним во времени значением плотности звуковой энергии можно найти из следующих соображений. При простом гармоническом колебании средние значения величин v^2 и p^2 равны соответственно $\frac{1}{2} v_m^2$ и $\frac{1}{2} p_m^2$; подставляя эти средние значения в (2.26), имеем:

$$w_{\text{ср}} = \frac{1}{2} \left(\rho_0 \frac{v_m^2}{2} + \frac{p_m^2}{2\rho_0 c_0^2} \right). \quad (2.32)$$

*) По формуле (2.31b) для воздуха получается $\delta_0 = 41,5 \text{ г}/\text{см}^2\text{сек}$.

С другой стороны, из (2.29с, d) получается:

$$\frac{v_m^2}{2} = \frac{I}{\rho_0 c_0 \cos^2 \alpha}; \quad \frac{p_m^2}{2} = I \rho_0 c_0.$$

Подставляя это в (2.32), находим:

$$\omega_{\text{ср}} = \frac{I}{2c_0} \left(1 + \frac{1}{\cos^2 \alpha} \right) = \frac{I}{c_0} \left(1 + \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \alpha \right). \quad (2.33a)$$

На расстояниях, больших по сравнению с длиной звуковой волны, $\operatorname{tg} \alpha \cong 0$, и можно пользоваться простой формулой

$$\dot{\omega}_{\text{ср}} = \frac{I}{c_0}. \quad (2.33b)$$

Отметим, что при $r \gg \lambda$ полная энергия поля в среднем поровну распределяется между кинетической и потенциальной формами.

Подставив в (2.33b) значение I из (2.29с), получим полезную формулу

$$\omega_{\text{ср}} = \frac{1}{2} \frac{p_m^2}{\rho_0 c_0^2}. \quad (2.33c)$$

§ 18. Шкала децибелов. Сила звуков, воспринимаемых нормальным человеческим ухом, меняется, как показывает опыт, в очень широких пределах: в области средних частот (1000—4000 гц) сила нормально слышимого звука варьирует от 10^{-9} эрг/см²·сек вблизи от порога слухового восприятия до 10^8 эрг/см²·сек вблизи от болезненного раздражения органа слуха. Таким образом сила слышимых звуков лежит в границах, относящихся друг к другу, как $10^{17}:1$; это — так называемый динамический диапазон слухового восприятия.

В менее широких, но тоже в значительных пределах, варьирует и частота слышимых звуков: от 15—20 гц по нижней границе частотного диапазона до 16 000—20 000 на верхней его границе.

Очень существенно то обстоятельство, что человеческое ухо обладает свойством одинаково реагировать на одинаковые *относительные* изменения как частоты, так и силы звука. Благодаря этому для измерения частот и сил звука практически очень удобно пользоваться логарифмическими единицами.

Одинаковые относительные изменения частоты определяют так называемые *интервалы*; основным интервалом является *октава*, соответствующая отношению частот 2:1. Интервал между двумя

тонами с частотами f_2 и f_1 , выраженный в октавах, может быть определён по формуле

$$n = \lg_2 \frac{f_2}{f_1} = 3,32 \lg_{10} \frac{f_2}{f_1} \left(3,32 = \frac{1}{\lg_{10} 2} \right). \quad (2.34)$$

Одинаковые относительные изменения силы звука определяют так называемые *разности уровней*; за основную разность — *бел* — принимают разность уровней, отвечающую отношению сил звука 10:1. Разность уровней двух тонов с силами I_2 и I_1 , выраженная в белах, определяется по формуле

$$N = \lg \frac{I_2}{I_1}. \quad (2.35a)$$

Практически оказывается более удобным положить в основу разность уровней, в 10 раз меньшую — *децибел (дб)*; разность уровней в децибелах равна

$$N = 10 \lg \frac{I_2}{I_1}. \quad (2.35b)$$

Понятно, что логарифмические единицы силы звука — бел и децибел — определяют только отношение, но не абсолютное значение величин. Поэтому для определённости логарифмической шкалы нужно условиться относительно «нулевого» уровня, т. е. начальной точки шкалы, от которой ведётся отсчёт децибелов. В зависимости от выбора нулевого уровня различают следующие величины:

1) *Уровень силы звука*. Нулевой уровень для тонов любой частоты принимается равным

$$I_0 = 10^{-9} \text{ эрг/см}^2 \cdot \text{сек} = 10^{-10} \text{ вт/см}^2.$$

Этому значению соответствуют (в воздухе) следующие округлённые стандартом значения:

$$\begin{aligned} \text{эффективное звуковое давление} & p_0 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ бар} \\ \text{эффективная колебательная скорость} & v_0 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ см/сек} \\ \text{средняя плотность энергии} & \omega_0 = 3 \cdot 10^{-14} \text{ эрг/см}^3. \end{aligned}$$

Для уровня силы звука имеем в соответствии с этим формулы

$$N = 10 \lg \frac{I}{10^{-9}} = 10 \lg \frac{\omega}{3 \cdot 10^{-14}} \text{ дб}, \quad (2.36a)$$

$$N = 20 \lg \frac{p}{2 \cdot 10^{-4}} = 20 \lg \frac{v}{5 \cdot 10^{-6}} \text{ дб}. \quad (2.36b)$$

2) *Уровень ощущения*. Нулевой уровень для тона определённой частоты принимается равным силе этого тона на пороге слышимости $I_{\text{пор}}$; уровень ощущения S рассчитывается по формуле

$$S = 10 \lg \frac{I}{I_{\text{пор}}} = 20 \lg \frac{p}{p_{\text{пор}}}. \quad (2.37)$$

Понятно, что при одинаковом уровне ощущения уровни силы звука тонов различных частот будут, вообще говоря, различными, поскольку $I_{\text{пор}}$ при $f < 1000$ гц и > 4000 гц очень сильно зависит от частоты. Зависимость $I_{\text{пор}}(f)$ представлена на рис. 34, где для сопоставления дана и частотная характеристика болевого порога.

3) Количественной мерой субъективной оценки силы звука, т. е. мерой его громкости, является так называемый *уровень громкости*.

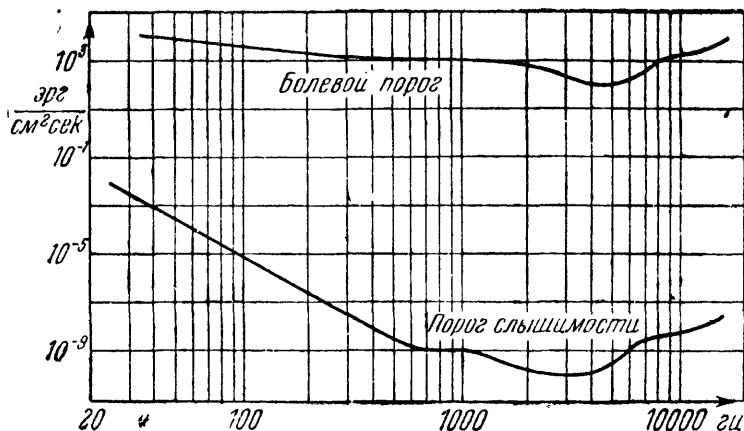


Рис. 34.

Уровнем громкости некоторого звука (или даже шума) называется уровень силы звука «эталонного» тона с частотой в 1000 гц, равногромкого с заданным звуком (или шумом). Равногромкость измеряемого звука и варьируемого по силе эталонного тона оценивается, конечно, на-слух. Если через I_{1000} обозначить силу равногромкого эталонного тона, то уровень громкости можно определить формулой

$$L = 10 \lg \frac{I_{1000}}{10^{-9}} \text{ дб.} \quad (2.38)$$

Связь между уровнями силы звука и громкости определяется по экспериментально определённом графику, на котором в координатах N, f представлены кривые равногромких чистых тонов. Такой график дан на рис. 35; каждая из *кривых равной громкости* соответствует определённому значению L . Так как нижняя кривая ($L=0$) есть частотная характеристика порога слышимости, то по заданному уровню громкости можно найти не только уровень силы звука N , но и уровень ощущения $S = N - N_{\text{пор}}$.

Для измерения уровня громкости применяют так называемые субъективные шумомеры. Типичная схема шумомера приведена на

рис. 36. Источником эталонного тона ($f = 1000$ гц) является электромагнитный зуммер Z , действующий при замыкании ключа K ; дрос-

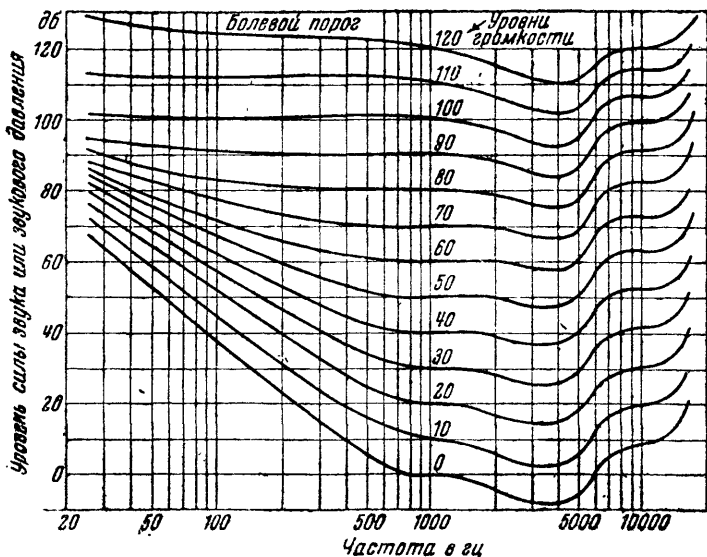


Рис. 35.

сель Dp и шунтирующий конденсатор C_1 выполняют функции фильтра для подавления высших гармоник. Напряжение на телефон T , посредством которого выслушивается эталонный тон, подается через

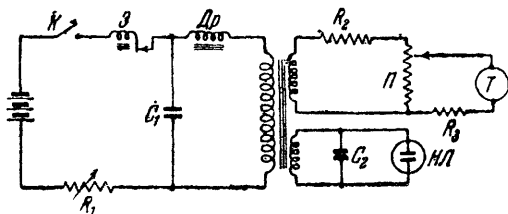


Рис. 36.

ступенчатый потенциометр Π , градуированный в децибелах уровня силы звука. Контур с неоновой лампой HL и конденсатором C_2 служит для контроля напряжения, развиваемого зуммером: сопро-

тивление R_1 регулируется таким образом, чтобы лампа загоралась при нажатии ключа. При измерении уровня громкости телефон прижимается к одному уху, а измеряемый звук выслушивается другим; регулировкой потенциометра достигается равногромкость эталонного тона с измеряемым. Когда эта равногромкость достигнута, отсчёт деления на потенциометре даёт искомое значение *уровня громкости*.

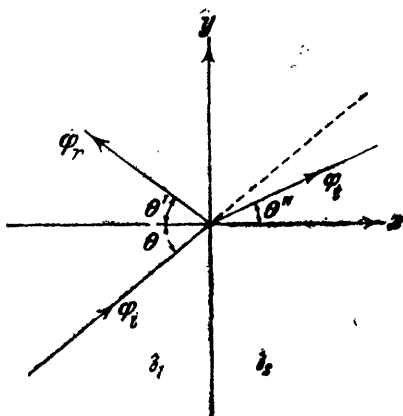


Рис. 37.

§ 19. Отражение и преломление звука. Представим себе плоскую волну, падающую на поверхность раздела двух сред с удельными акустическими сопротивлениями $\beta_1 = \rho_1 c_1$ и $\beta_2 = \rho_2 c_2$; пусть поверхность раздела совпадает с плоскостью yz ; через θ обозначим угол падения (рис. 37). Чтобы написать, пользуясь формулой (2.3), уравнения падающей, отражённой и

преломлённой волн, заметим, что скалярные произведения (kr) имеют в координатном представлении вид

$$(kr) = \begin{cases} \text{для падающей волны: } k_1(x \cos \theta + y \sin \theta), \\ \text{для отражённой волны: } k_1(-x \cos \theta' + y \sin \theta'), \\ \text{для преломлённой волны: } k_2(x \cos \theta'' + y \sin \theta''). \end{cases}$$

Здесь $k_1 = \frac{\omega}{c_1}$, $k_2 = \frac{\omega}{c_2}$ — волновые числа в первой и во второй среде; θ' , θ'' — углы отражения и преломления. Потенциалы скорости будут*):

в падающей волне

$$\varphi_i = A_i \exp j[\omega t - k_1(x \cos \theta + y \sin \theta)];$$

в отражённой волне

$$\varphi_r = A_r \exp j[\omega t + k_1(x \cos \theta' - y \sin \theta')];$$

в преломлённой волне

$$\varphi_t = A_t \exp j[\omega t - k_2(x \cos \theta'' + y \sin \theta'')].$$

*) В дальнейшем мы пишем $\exp x$ вместо e^x .

Эти три уравнения должны удовлетворять двум условиям на поверхности раздела сред ($x=0$):

1) условию непрерывности давления

$$p_i + p_r = p_t \quad \text{или} \quad \rho_1 (\dot{\varphi}_i + \dot{\varphi}_r) = \rho_2 \dot{\varphi}_t; \quad (\text{a})$$

2) условию непрерывности нормальной компоненты скорости

$$v_{xi} + v_{xr} = v_{xt} \quad \text{или} \quad \frac{\partial}{\partial x} (\varphi_i + \varphi_r) = \frac{\partial \varphi_t}{\partial x}. \quad (\text{b})$$

Условия (a) и (b) дают два уравнения:

$$\begin{aligned} j\omega\rho_1 \exp j\omega t [A_i \exp(-jk_1 y \sin \theta) + A_r \exp(-jk_1 y \sin \theta')] &= \\ &= j\omega\rho_2 \exp j\omega t A_t \exp(-jk_2 y \sin \theta''); \\ -jk \exp j\omega t [A_i \cos \theta \exp(-jk_1 y \sin \theta) - A_r \cos \theta' \exp(-jk_1 y \sin \theta')] &= \\ &= -jk_2 \exp j\omega t A_t \cos \theta'' \exp(-jk_2 y \sin \theta''). \end{aligned}$$

Прежде всего мы должны потребовать, чтобы эти уравнения были справедливы при любых значениях y ; для удовлетворения этого требования все коэффициенты при y должны быть друг другу равны. Приравняв коэффициенты при y , имеем, во-первых:

$$\sin \theta = \sin \theta' \quad \text{или} \quad \theta = \theta', \quad (2.39)$$

т. е. обычный закон отражения (равенство углов падения и отражения), и, во-вторых:

$$k_1 \sin \theta = k_2 \sin \theta'' \quad \text{или} \quad \frac{\sin \theta}{\sin \theta''} = \frac{k_2}{k_1} = \frac{c_1}{c_2}, \quad (2.40)$$

т. е. закон преломления Снелля. С учётом (2.39) и (2.40) условия непрерывности давления и нормальной скорости приводятся к виду

$$\rho_1 (A_i + A_r) = \rho_2 A_t, \quad (\text{a})$$

$$k_1 \cos \theta (A_i - A_r) = k_2 \cos \theta'' A_t. \quad (\text{b})$$

Условия (a) и (b) позволяют определить отношения амплитуды отражённой и преломлённой волн к амплитуде падающей волны. Исключая из (a) и (b) A_t , находим после несложных выкладок:

$$\delta_r = \frac{A_r}{A_i} = \frac{k_2 \cos \theta - k_1 \cos \theta''}{k_2 \cos \theta + k_1 \cos \theta''}. \quad (2.41a)$$

Коэффициентом отражения звука называется отношение сил звука в отражённой и падающей волнах; так как обе эти волны распространяются в одной и той же среде, то коэффициент отражения есть δ_r^2 :

$$a = \left(\frac{A_r}{A_i} \right)^2 = \left(\frac{k_2 \cos \theta - k_1 \cos \theta''}{k_2 \cos \theta + k_1 \cos \theta''} \right)^2. \quad (2.41b)$$

В частности, при нормальном падении ($\theta = \theta'' = 0$):

$$a = \left(\frac{\beta_2 - \beta_1}{\beta_2 + \beta_1} \right)^2. \quad (2.41c)$$

Исключая из (а) и (b) амплитуду отражённой волны A_r находим:

$$\delta_t = \frac{A_t}{A_i} = \frac{2\rho_1 c_2 \cos \theta}{\beta_2 \cos \theta + \beta_1 \cos \theta''}. \quad (2.42a)$$

Коэффициент проникновения звука определяется как отношение силы звука в преломлённой и падающей волнах; так как, согласно (2.29b), сила звука пропорциональна $\frac{\rho}{c} A^2$, то

$$r = \frac{\rho_2 A_t^2}{c_2} \cdot \frac{c_1}{\rho_1 A_i^2} = \frac{\rho_2 c_1}{\rho_1 c_2} \delta_t^2 = \frac{4\beta_1 \beta_2 \cos^2 \theta}{(\beta_2 \cos \theta + \beta_1 \cos \theta'')^2}. \quad (2.42b)$$

В частности, при нормальном падении

$$r = \frac{4\beta_1 \beta_2}{(\beta_2 + \beta_1)^2}. \quad (2.42c)$$

Понятно, что коэффициенты отражения и проникновения звука удовлетворяют условию непрерывности нормальной компоненты вектора Умова Q ; это условие приводит к соотношению

$$I_i \cos \theta - I_r \cos \theta = I_t \cos \theta''. \quad (2.43)$$

§ 20. Плоская волна конечной амплитуды. До сих пор мы рассматривали акустические процессы малой (строго говоря, бесконечно малой) амплитуды. Однако для частного случая плоской волны можно найти строгое решение более общей задачи о распространении волнового процесса конечной амплитуды. Так как в некоторых случаях (в частности, при изучении акустических процессов в рупорах мощных громкоговорителей) упрощающее предположение о малости колебаний уже не оправдывается, то представляется целесообразным выяснить специфические особенности этих случаев на примере плоской волны конечной амплитуды.

Если плоская волна распространяется в направлении оси x , то основные уравнения (2.1) и (2.2) принимают вид

$$\rho \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} = - \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (2.44a)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (2.44b)$$

Далее, связь между звуковым давлением и плотностью может быть представлена в виде

$$\frac{dp}{d\rho} = f(\rho) = c^2, \quad (2.45)$$

где положительная величина c^2 уже не должна рассматриваться как постоянная. Исключая на основании (2.45) давление p из уравнения (2.44b), перепишем последнее в виде

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{c^2}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x}. \quad (2.46)$$

Введём теперь, следуя Риману, некоторую функцию

$$v'(\rho) = \int \frac{c d\rho}{\rho}, \quad (2.47)$$

удовлетворяющую уравнениям

$$\frac{\partial v'}{\partial t} = \frac{c}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t},$$

$$\frac{\partial v'}{\partial x} = \frac{c}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x}.$$

Уравнения (2.44) и (2.46) могут быть теперь написаны в виде

$$\frac{\partial v'}{\partial t} + v \frac{\partial v'}{\partial x} = -c \frac{\partial v}{\partial x}, \quad (2.48a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = -c \frac{\partial v'}{\partial x}. \quad (2.48b)$$

Система (2.48) допускает очевидное решение

$$v = v',$$

с которым система (2.48) даёт уравнение

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (c + v) \frac{\partial v}{\partial x} = 0. \quad (2.49)$$

Если теперь в выражении полного дифференциала

$$dv = \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial t} dt$$

подставить значение $\frac{\partial v}{\partial t}$ из (2.49), то получается результат

$$dv = \frac{\partial v}{\partial x} [dx - (c + v) dt],$$

имеющий тот смысл, что любое, произвольно выбранное, значение v должно перемещаться в положительном направлении оси x со скоростью

$$c_1 = c + v; \quad (2.50)$$

действительно, $dv = 0$ при $dx = c_1 dt$. Так как $c = \left(\frac{d\rho}{d\rho}\right)^{1/2}$ есть скорость распространения волны относительно среды, а v есть скорость частиц среды относительно неподвижного наблюдателя, то, как на это и указывает уравнение (2.50), скорость волны относительно неподвижного наблюдателя должна равняться сумме $c + v$.

Из этих физических соображений следует, что уравнение (2.49) должно удовлетворяться любой функцией

$$v = F\left(t - \frac{x}{c_1}\right).$$

В частности, если в начале координат ($x=0$) поддерживается простое гармоническое колебание

$$(v)_{x=0} = v_m \sin \omega t,$$

то плоская волна конечной амплитуды описывается уравнением

$$v = v_m \sin \omega \left(t - \frac{x}{c+v}\right). \quad (2.51)$$

Считая, что в газообразной среде акустический процесс следует адиабатному закону

$$P = P_0 + p = P_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^\gamma, \quad (2.52)$$

имеем:

$$\frac{dP}{d\rho} = c^2 = \frac{\gamma P_0}{\rho_0} \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\gamma-1} = c_0^2 \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\gamma-1},$$

где

$$c_0 = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}}$$

есть лапласова скорость распространения звуковых колебаний малой амплитуды. Таким образом скорость волны конечной амплитуды относительно среды есть

$$c = c_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}}. \quad (2.53)$$

Подставив это значение в (2.47), имеем, полагая $v' = v$:

$$v = \int_{\rho_0}^{\rho} c_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}} \frac{d\rho}{\rho} = \frac{2c_0}{\gamma-1} \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}} - 1 \right]. \quad (2.54)$$

Заменяя $\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}}$ на $\frac{c}{c_0}$, найдём отсюда

$$c = c_0 + \frac{\gamma-1}{2} v. \quad (2.55)$$

Таким образом решение (2.51) может быть написано в виде

$$v = v_m \sin \omega \left(t - \frac{x}{c_0 + \frac{\gamma + 1}{2} v} \right). \quad (2.56)$$

Как мы теперь видим, существенной особенностью процесса распространения звуковой волны большой амплитуды является движение различных частей волны с различными скоростями. Из формулы (2.53) следует, что области повышенного давления ($p > p_0$), где частицы среды движутся в направлении распространения волны (v и c_0 имеют одинаковый знак), перемещаются с увеличенной скоростью, тогда как области разрежения ($p < p_0$), где частицы движутся навстречу волне (v и c_0 имеют противоположные знаки),

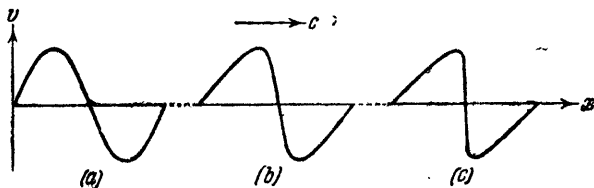


Рис. 38.

перемещаются с пониженной скоростью. «Нормальную» волновую скорость c_0 имеют только поверхности нулевого давления ($p = 0$, $\rho = \rho_0$). Вследствие этого волна в процессе распространения *деформируется*: её профиль в интервале между наибольшим сжатием и наибольшим разрежением становится по мере продвижения волны всё более и более круглым. Волна, возбуждаемая синусоидальным колеблющимся источником, постепенно превращается из синусоидальной (рис. 38, а) в «ударную» волну (рис. 38, б, в). В действительности превращение синусоидальных волн в ударные задерживается из-за неизбежного наличия *затухания*, не учитываемого нашими основными уравнениями; очевидно, что убывание амплитуды колебаний по мере пробега волны постепенно сглаживает различие между волновыми скоростями сжатий и разрежений и тем самым замедляет процесс деформации профиля волны.

Очень важен, далее, тот факт, что процесс распространения волны конечной амплитуды связан с искажением формы колебания. Непосредственно из (2.56) видно, что волна, возбуждаемая синусоидальным источником, даёт на некотором расстоянии от него несинусоидальный колебательный процесс. Чтобы сделать это более очевидным и, вместе с тем, оценить величину возникающего искажения, выполним приближённый расчёт интересующего нас явления.

Замечая, что

$$\frac{x}{c_0 + \frac{\gamma+1}{2}v} = \frac{x}{c_0} - x \frac{\gamma+1}{2} \cdot \frac{v}{c_0^2} + \dots,$$

ограничимся, предполагая, что $\frac{v}{c_0} \ll 1$, первыми двумя членами этого разложения; тогда

$$v = v_m \sin \omega \left(t - \frac{x}{c_0} + x \frac{\gamma+1}{2} \cdot \frac{v}{c_0^2} \right)$$

Полагая временно для сокращения письма

$$\varphi_0 = \omega \left(t - \frac{x}{c_0} \right), \quad \varphi_1 = \omega x \frac{\gamma+1}{2} \cdot \frac{v}{c_0^2},$$

напишем:

$$\sin(\varphi_0 + \varphi_1) = \sin \varphi_0 \cos \varphi_1 + \cos \varphi_0 \sin \varphi_1.$$

Если $\varphi_1 \ll 1$, то $\cos \varphi_1 \cong 1$ и $\sin \varphi_1 \cong \varphi_1$, причём

$$\sin(\varphi_0 + \varphi_1) \cong \sin \varphi_0 + \varphi_1 \cos \varphi_0$$

или, возвращаясь к прежним обозначениям,

$$v = v_m \sin \omega \left(t - \frac{x}{c_0} \right) + \omega x \frac{\gamma+1}{2} \frac{v_m v}{c_0^2} \cos \omega \left(t - \frac{x}{c_0} \right),$$

откуда

$$v \left[1 - \omega x \frac{\gamma+1}{2} \frac{v_m}{c_0^2} \cos \omega \left(t - \frac{x}{c_0} \right) \right] = v_m \sin \omega \left(t - \frac{x}{c_0} \right)$$

или

$$v = v_m \sin \omega \left(t - \frac{x}{c_0} \right) \left[1 - \omega x \frac{\gamma+1}{2} \frac{v_m}{c_0^2} \cos \omega \left(t - \frac{x}{c_0} \right) \right]^{-1}.$$

Разлагая выражение в квадратных скобках в ряд, имеем, попрежнему ограничиваясь двумя членами разложения:

$$\begin{aligned} v &= v_m \sin \omega \left(t - \frac{x}{c_0} \right) + \omega x \frac{\gamma+1}{2} \left(\frac{v_m}{c_0} \right)^2 \sin \omega \left(t - \frac{x}{c_0} \right) \cos \omega \left(t - \frac{x}{c_0} \right) = \\ &= v_m \sin \omega \left(t - \frac{x}{c_0} \right) + \omega x \frac{\gamma+1}{4} \left(\frac{v_m}{c_0} \right)^2 \sin 2\omega \left(t - \frac{x}{c_0} \right). \end{aligned} \quad (2.57)$$

Этот результат показывает, что, наряду с основным колебанием (с частотой ω), в процессе распространения волны появляется ещё и вторая гармоника (с частотой 2ω), т. е. возникает нелинейное искажение звуковых колебаний.

Составим ещё выражение, определяющее амплитуду второй гармоники звукового давления p ; для этой цели перепишем (2.52) в виде

$$p = P_0 \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right],$$

а (2.54) в виде

$$\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot \frac{v}{c_0}.$$

Так как

$$\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\gamma} = \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{2}}\right]^{2\gamma} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot \frac{v}{c_0}\right)^{2\gamma},$$

то

$$p = P_0 \left[\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot \frac{v}{c_0}\right)^{2\gamma} - 1 \right]. \quad (2.58)$$

Это — точное уравнение, связывающее звуковое давление с колебательной скоростью; разлагая степень двучлена в ряд, имеем:

$$p = P_0 \left[\left(1 + \gamma \frac{v}{c_0} + \dots\right) - 1 \right] \cong \frac{\gamma P_0}{c_0} v = \rho_0 c_0 v.$$

Отсюда видно, что результат, получающийся для плоских волн малой амплитуды, представляет собой формулу первого приближения. При выбранной степени приближения примем для амплитудных значений давления и скорости

$$v_m = \frac{p_m}{\rho_0 c_0} = \frac{p_m}{\gamma P_0} c_0.$$

Из (2.57) мы видим, что амплитуда второй гармоники колебательной скорости v_{m2} равна

$$v_{m2} = \omega x \frac{\gamma+1}{4} \left(\frac{v_{m1}}{c_0}\right)^2, \quad (2.59)$$

где v_{m1} — амплитуда скорости основного колебания; заменяя v_{m1} и v_{m2} их значениями, выраженными через p_{m1} и p_{m2} , найдём:

$$p_{m2} = \frac{1}{4} \frac{\gamma+1}{\gamma P_0} \cdot \frac{\omega x}{c_0} p_{m1}^2. \quad (2.60)$$

Отсюда видно, что относительная величина второй гармоники, являющаяся мерой нелинейного искажения, определяется формулой

$$\nu = \frac{p_{m2}}{p_{m1}} = \frac{1}{4} \frac{\gamma+1}{\gamma P_0} \cdot \frac{\omega x}{c_0} p_{m1}. \quad (2.61)$$

Это отношение растёт пропорционально пробегу волны x ; оно прямо пропорционально амплитуде основного давления p_{m1} и основной частоте ω .

Механизм возникновения нелинейного искажения при распространении волны конечной амплитуды можно представить следующим образом. Движение воздуха в непосредственной близости от

синусоидального источника повторяет движение этого последнего и, таким образом, является принудительно синусоидальным. Однако на некотором удалении от источника колебания воздуха поддерживаются уже не непосредственным контактом с излучающей поверхностью, но силами избыточного давления, обусловленного смещением ближележащих частиц. Как видно из (2.58), это давление связано с колебательной скоростью частиц нелинейным законом. Поэтому при синусоидальном изменении (во времени) колебательной скорости звуковое давление, а значит, и сила, приводящая в колебания более удалённые частицы, уже не будут синусоидальными. Схематизируя картину явления, можно представить себе, что колебательное движение сообщается последовательно ряду дискретных материальных точек посредством упругих связей, следующих нелинейному закону; именно такова связь между избыточным давлением и смещением частиц среды. Очевидно, что нелинейное искажение должно возрастать с пробегом волны: чем больше этот пробег, тем больше число нелинейных промежуточных звеньев участвует в передаче движения. Рост искажения с частотой основного колебания можно понять, приняв во внимание, что при медленных колебаниях упругие связи деформируются лишь в незначительной степени и их нелинейность не имеет существенного значения; напротив, при быстрых колебаниях силы нелинейной упругости вводятся в действие благодаря инерции частиц, и искажение оказывается уже значительным.

ГЛАВА III

ИЗЛУЧЕНИЕ ЗВУКА

§ 21. Основные понятия и определения. В огромном большинстве практически интересных случаев акустические излучающие устройства представляют собой *колеблющиеся поверхности* с тем или иным распределением амплитуды колебания; таковы диафрагмы громкоговорящих устройств, корпуса музыкальных инструментов, выходные отверстия духовых инструментов и рупоров, гонги, колокола и т. д. Пусть излучающая поверхность S совершает стационарное колебание с произвольным распределением значений вектора \mathbf{v} колебательной скорости. Колебаясь, поверхность совершает работу против сил избыточного давления p , действующих на неё со стороны создаваемого ею звукового поля; за время dt совершается работа

$$dA = - dt \int_S p v_n dS, \quad (3.1)$$

где v_n есть компонента скорости в направлении нормали к dS (знак минус связан с тем, что положительной нормалью считается внешняя).

Выберем на излучающей поверхности S некоторую точку, которую мы будем называть *точкой приведения*; в дальнейшем будет видно, каким образом выбирается эта точка. Пусть \mathbf{v}_0 есть вектор скорости точки приведения. Введём теперь вектор-функцию распределения скорости:

$$\mathbf{D} = \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}_0|}. \quad (3.2)$$

Выбор точки приведения делается с тем расчётом, чтобы работу внешних сил, приводящих поверхность в колебательное движение, можно было представить в виде

$$dA_{\text{вн}} = (F_0 \mathbf{v}_0) dt,$$

где F_0 — результат внешних сил. Таким образом точку приведения можно рассматривать как точку приложения сосредоточенной результирующей внешней силы, вынуждающей колебания излучателя. Подставляя (3.2) в (3.1), имеем

$$dA = -v_0 dt \int_S p D_n dS = \Re dy_0,$$

где $dy_0 = v_0 dt$ — смещение точки приведения. Величину

$$\Re = - \int_S p D_n dS \quad (3.3)$$

мы будем называть интегральной *реакцией звукового поля* на излучатель для выбранной точки приведения.

В частном случае простого гармонического колебания

$$v_0 = v_m \sin \omega t, \quad p = p_{ms} \sin(\omega t + \alpha_s),$$

где p_{ms} и α_s меняются, вообще говоря, от точки к точке. При этом

$$\begin{aligned} -\Re &= \int_S p_{ms} \sin(\omega t + \alpha_s) D_n dS = \\ &= \left[\int_S p_{ms} \cos \alpha_s D_n dS \right] \sin \omega t + \left[\int_S p_{ms} \sin \alpha_s D_n dS \right] \cos \omega t = \\ &= \Re_{m1} \sin \omega t + \Re_{m2} \cos \omega t, \end{aligned} \quad (3.4)$$

где

$$\Re_{m1} = \int_S p_{ms} \cos \alpha_s D_n dS, \quad (3.5a)$$

$$\Re_{m2} = \int_S p_{ms} \sin \alpha_s D_n dS. \quad (3.5b)$$

Первый член формулы (3.4) есть *диссипативная* составляющая приведённой реакции поля. Действительно, среднее (во времени) значение мощности, развиваемой излучателем против этой составляющей,

$$P_a = \frac{1}{T} \int_0^T \Re_1 v_0 dt = \frac{\Re_{m1} v_m}{T} \int_0^T \sin^2 \omega t dt = \frac{\Re_{m1} v_m}{2} \quad (3.6)$$

есть *акустическая мощность* излучателя, т. е. энергия, рассеиваемая в единицу времени благодаря излучению. Второй член (3.4) определяет *консервативную* составляющую реакции поля, поскольку среднее её значение

$$\frac{1}{T} \int_0^T \Re_2 v_0 dt = \frac{\Re_{m2} v_m}{T} \int_0^T \sin \omega t \cos \omega t dt = 0$$

исчезает. Наличие консервативной реакции, обусловленное, как видно из (3.5b), фазовым сдвигом α_s между давлением и колебательной скоростью, свидетельствует о *периодическом обмене энергией* между излучателем и полем. Дело обстоит таким образом, что некоторая часть энергии, отданная полю в течение одной четверти периода T , не уносится звуковой волной, но возвращается излучателю в следующую четверть периода. Это обусловлено тем, что консервативная часть реакции имеет одинаковое направление с ускорением точки приведения.

Если поверхность S излучает волны малой амплитуды, то \Re_{m1} и \Re_{m2} пропорциональны v_m , и можно ввести важное понятие о *сопротивлении излучения*. Активным сопротивлением излучения назовём величину

$$r_R = \frac{\Re_{m1}}{v_m} = \frac{1}{v_m} \int_S p_{ms} \cos \alpha_s D_n dS. \quad (3.7)$$

Исключая \Re_{m1} из (3.6), находим выражение акустической мощности:

$$P_a = \frac{1}{2} r_R v_m^2. \quad (3.8)$$

Реактивное сопротивление излучения есть

$$x_R = \frac{\Re_{m2}}{v_m} = \frac{1}{v_m} \int_S p_{ms} \sin \alpha_s D_n dS. \quad (3.9)$$

Определим теперь энергию, которой излучатель и поле обмениваются друг с другом и которая является «связанной»,

поскольку она не покидает ближайшей окрестности излучателя:

$$\begin{aligned} E_{\text{св}} &= \int_0^t \Re v_0 dt = \Re_{m_2} v_m \int_0^t \sin \omega t \cos \omega t dt = \\ &= \frac{\Re_{m_2} v_m}{2} \int_0^t \sin 2\omega t dt = \frac{x_R v_m^2}{2} \frac{\sin^2 \omega t}{\omega} = \frac{1}{2} \frac{x_R}{\omega} v_0^2. \end{aligned}$$

Легко заметить, что величина

$$m_R = \frac{x_R}{\omega} = \frac{1}{a_m} \int p_{ms} \sin \alpha_s D_n dS \quad (3.10)$$

(где $a_m = \omega v_m$ есть амплитуда ускорения точки приведения) имеет размерность массы и может быть истолкована как фактор инерции некоторого объёма среды, как бы прилегающего к излучающей поверхности и колеблющегося вместе с ней. Величину m_R называют поэтому *присоединённой* или *соколеблющейся массой* и рассматривают связанную энергию поля как кинетическую энергию этой дополнительной (к массе самого излучателя) массы:

$$E_{\text{св}} = \frac{1}{2} m_R v_0^2.$$

В комплексной форме, общепринятой в теории звука, полное сопротивление излучения имеет вид

$$z_R = r_R + jx_R = r_R + j\omega m_R \quad (3.11)$$

и может быть определено комплексным отношением \Re к v_0 .

Основные задачи теории акустического излучения сводятся к следующим:

1) *Расчёт звукового поля* излучателя, т. е. анализ пространственного распределения звуковых давлений, создаваемых излучателем в неограниченно простирающейся среде. Решение этой задачи даёт *характеристику направленности* излучателя. Термин этот имеет следующий смысл. Пусть p_0 есть эффективное давление, создаваемое излучателем в направлении некоторой оси на расстоянии r . Пусть, далее, θ и ψ —

угловые координаты, определяющие направление на некоторую равноудалённую точку, не лежащую на оси (рис. 39), а $p_{\theta, \psi}$ — эффективное давление в этой точке. Отношение

$$\frac{p_{\theta, \psi}}{p_0} = \Phi(\theta, \psi) \quad (3.12a)$$

есть функция угловых координат θ, ψ , но не расстояния r , если только r велико по сравнению с наибольшим линейным размером излучателя d^*). Функция $\Phi(\theta, \psi)$ есть аналитическое выражение характеристики направленности излучения. При наличии осевой симметрии зависимость от азимутального угла ψ отпадает, и характеристика направленности излучателя есть

$$\Phi(\theta) = \frac{p_{\theta}}{p_0}. \quad (3.12b)$$

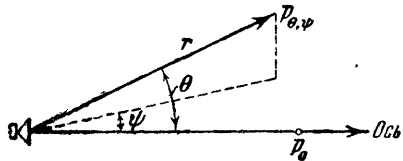


Рис. 39.

Эту характеристику графически удобно изображать в полярных координатах, выбирая ось симметрии в качестве полярной оси.

2) *Расчёт акустической мощности*, отдаваемой излучателем при тех или иных условиях его возбуждения. Решение этой задачи требует расчёта значений активного и реактивного сопротивлений излучения.

Обе названные задачи не независимы друг от друга. Дело в том, что между акустической мощностью излучателя и его характеристикой направленности существует некоторая связь, которая выясняется из следующих соображений.

Окружим излучатель сферой σ достаточно большого радиуса r ; выделим на ней площадку $d\sigma$, направление на

*) При $r \gg d$ направления на выбранную точку от различных элементов dS излучающей поверхности можно считать параллельными; тогда разность ходов волны от различных площадок dS не зависит от удаления точки. При малых расстояниях это предположение уже несправедливо. Более строгое условие (с учётом эффектов ближней зоны) имеет вид $r > \frac{d^2}{\lambda}$.

которую определяется углами θ и ψ . Если $p_{\theta, \psi}$ есть эффективное давление возле $d\sigma$, то сила звука (поток энергии через единицу площади), согласно (2.29с), будет

$$I_{\theta, \psi} = \frac{p_{\theta, \psi}^2}{\delta_0},$$

где δ_0 — акустическое сопротивление среды (напомним, что квадрат эффективного значения синусоидально меняющейся величины равен половине квадрата амплитудного её значения). Поток звуковой энергии через $d\sigma$, т. е. элементарная часть излучаемой источником акустической мощности, есть

$$dP_a = I_{\theta, \psi} d\sigma = \frac{p_{\theta, \psi}^2}{\delta_0} d\sigma = \frac{p_0^2}{\delta_0} \Phi^2(\theta, \psi) d\sigma.$$

Интегрируя по всей сфере σ , находим для акустической мощности излучателя выражение, содержащее характеристику направленности $\Phi(\theta, \psi)$:

$$P_a = \frac{p_0^2}{\delta_0} \int_{\sigma} \Phi^2(\theta, \psi) d\sigma.$$

Если излучатель не обладает направленностью, т. е. излучает шаровую волну, то его акустическая мощность может быть представлена в виде

$$P_a^{(0)} = \frac{p_0^2}{\delta_0} \cdot \sigma,$$

где p_0 — эффективное давление в любой точке, удалённой на расстояние r . Отношение

$$\Omega = \frac{P_a^{(0)}}{P_a} = \frac{1}{\frac{1}{\sigma} \int_{\sigma} \Phi^2 d\sigma}, \quad (3.13a)$$

показывающее, во сколько раз меньшую мощность должен отдавать (по сравнению с ненаправленным источником) излучатель направленного действия, создающий в осевой точке

такое же эффективное давление, как и ненаправленный излучатель, называется *коэффициентом осевой концентрации*.

Полагая $\sigma = 4\pi r^2$ и подставляя в P_a значение интеграла $\int \Phi^2 d\sigma$ из (3.13а), получаем важную формулу

$$P_a = \frac{4\pi}{\delta_0} \cdot \frac{p_0^2 r^2}{\Omega}. \quad (3.14)$$

Отметим особо частный случай наличия осевой симметрии звукового поля излучателя. При этом элемент сферы $d\sigma$ можно выбрать в форме элементарного пояса (рис. 40)

$$d\sigma = 2\pi r^2 \sin \theta d\theta,$$

причём

$$\Omega = \frac{1}{\frac{1}{4\pi r^2} \int_0^\pi \Phi^2(\theta) \cdot 2\pi r^2 \sin \theta d\theta} = \frac{2}{\int_0^\pi \Phi^2(\theta) \sin \theta d\theta}. \quad (3.13b)$$

§ 22. Излучение пульсирующего шара. В теории звука исследуются сильно идеализированные излучатели, т. е. колеблющиеся поверхности сравнительно простой формы при функции распределения (3.2) более или менее простого типа. Но даже и в этих условиях основные задачи решаются нелегко и требуют применения довольно громоздкого математического аппарата.

Относительно простые решения получаются для сферических излучателей — пульсирующего и осциллирующего шаров, которым дано название излучателей нулевого и первого порядков. Хотя сферические излучатели и не имеют практического применения, однако в решении соответствующих им задач мы с помощью простых математических средств обнаруживаем очень важные закономерности, типичные и для излучателей практически используемых типов. Поэтому исследование простейших сферических излучателей

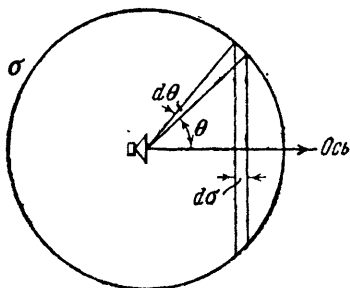


Рис. 40.

является совершенно необходимым для понимания физики звукоизлучения.

Наиболее простым из сферических излучателей — излучателем нулевого порядка — является *пульсирующий шар*. Это — сфера некоторого радиуса a , поверхность которой совершает малые радиальные колебания, синфазные и одинаковые по амплитуде (рис. 41). Очевидно, что поле пульсирующего шара есть поле шаровой волны; решение соответствующего дифференциального уравнения (2.12) для простого гармонического колебания можно написать в виде

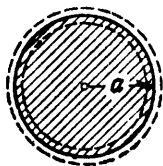


Рис. 41.

$$\varphi = \frac{A}{r} \exp j(\omega t - kr + \alpha).$$

Если радиальная скорость на поверхности шара задана в форме

$$v = v_m \exp j\omega t,$$

то решение должно удовлетворять граничному условию

$$-\left(\frac{\partial \varphi}{\partial r}\right)_{r=a} = v_m \exp j\omega t$$

или в раскрытом виде

$$\left[\left(jk + \frac{1}{r} \right) \frac{A}{r} \exp j(\omega t - kr + \alpha) \right]_{r=a} = v_m \exp j\omega t.$$

Полагая $r = a$, имеем:

$$\left(jk + \frac{1}{a} \right) \frac{A}{a} \exp j(\omega t - ka + \alpha) = v_m \exp j\omega t.$$

Приравнявая коэффициенты и показатели экспоненциальных функций в обеих частях, имеем два уравнения

$$\begin{aligned} \left(jk + \frac{1}{a} \right) \frac{A}{a} &= v_m, \\ \omega t - ka + \alpha &= \omega t, \end{aligned}$$

из которых определяются амплитуда A и фаза α :

$$A = \frac{v_m a^2}{1 + jka}, \quad \alpha = ka.$$

Потенциал скорости в поле пульсирующего шара есть, следовательно,

$$\varphi = \frac{1}{r} \cdot \frac{v_m a^2}{1 + jka} \exp j[\omega t - k(r - a)]. \quad (3.15)$$

Звуковое давление и колебательная скорость в комплексной форме имеют вид

$$p = \rho_0 \dot{\varphi} = \frac{1}{r} \cdot \frac{j\omega \rho_0 v_m a^2}{1 + jka} \exp j[\omega t - k(r - a)], \quad (3.16)$$

$$v = -\frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{1}{r^2} \cdot \frac{1 + jkr}{1 + jka} v_m a^2 \exp j[\omega t - k(r - a)]. \quad (3.17)$$

Дальнейший расчёт звукового поля, т. е. отделение действительных частей уравнений (3.16) и (3.17), не представляет особого интереса и, в случае необходимости, выполняется без затруднений. Обратимся поэтому к определению обеих компонент полного сопротивления излучения.

Так как колебательная скорость шара всюду нормальна к его поверхности, то, независимо от выбора точки приведения, $D_n = 1$ и реакцию поля можно представить в форме

$$\begin{aligned} \Re &= p(a) S = \frac{j\omega \rho_0 v_m a}{1 + jka} S \exp j\omega t = \\ &= \rho_0 c_0 S \frac{jka}{1 + jka} v_m \exp j\omega t. \end{aligned}$$

Теперь можно найти комплексное сопротивление излучения:

$$z_R = \frac{\Re}{v} = \rho_0 c_0 S \frac{jka}{1 + jka} = \rho_0 c_0 S \left[\frac{(ka)^2}{1 + (ka)^2} + j \frac{ka}{1 + (ka)^2} \right],$$

откуда

$$r_R = \delta_0 S \frac{(ka)^2}{1 + (ka)^2}, \quad (3.18)$$

$$x_R = \delta_0 S \frac{ka}{1 + (ka)^2}, \quad (3.19)$$

$$m_R = \frac{x_R}{kc_0} = \frac{4\pi r a^3}{1 + (ka)^2}. \quad (3.20)$$

Полученные результаты позволяют сделать некоторые выводы.

Как видно из соотношений (3.18) и (3.19), обе компоненты полного сопротивления излучения зависят: 1) от удельного акустического сопротивления среды $\beta_0 = \rho_0 c_0$;

2) от величины излучающей поверхности $S = 4\pi a^2$; 3) от соотношения между размером излучателя a и длиной λ излучаемой волны ($ka = 2\pi \frac{a}{\lambda}$).

Эта последняя зависимость имеет особенно важное значение, определяя при заданном размере излучателя частотную характеристику активного и реактивного сопротивлений излучения.

При исследовании указанной зависимости удобно ввести безразмерные коэффициенты обоих сопротивлений:

$$r'_R = \frac{r_R}{\beta_0 S} = \frac{(ka)^2}{1 + (ka)^2}, \quad (3.21)$$

$$x'_R = \frac{x_R}{\beta_0 S} = \frac{ka}{1 + (ka)^2}, \quad (3.22)$$

которые являются функциями от безразмерного же аргумента $ka = 2\pi \frac{a}{\lambda}$. Функции (3.21) и (3.22) представлены на рис. 42 графически. Из графика видно, что при $ka < 1$ реактивное сопротивление излучения более или менее значительно преобладает над активным ($x_R > r_R$); это означает, что излучатель работает в явно невыгодном режиме, не столько отдавая мощность в поле, сколько обмениваясь с полем энергией, которая остаётся связанной. Напротив, при $ka > 1$ мы имеем благоприятный акустический режим: активное сопротивление преобладает над реактивным ($r_R > x_R$), т. е. излучатель работает более или менее эффективно.

Следующий поучительный пример может дать представление о размерах излучателя, необходимых для обеспечения

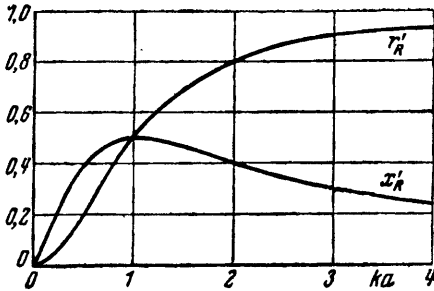


Рис. 42.

эффективности звукоизлучения в технически используемом диапазоне звуковых частот. Пусть требуется удовлетворить условию $r_R \geq x_R$ для частот $f \geq 100$ гц; из условия

$$k_{100} a = \frac{2\pi \cdot 100}{3,4 \cdot 10^4} a = 1$$

определяемый требуемый радиус пульсирующего шара:

$$a = \frac{3,4 \cdot 10^4}{6,28 \cdot 10^2} \cong 54 \text{ см},$$

т. е. для удовлетворения поставленного требования излучатель должен иметь больше метра в поперечнике! Нетрудно также рассчитать, что пульсирующий шар радиуса $a = 10$ см имеет нижнюю границу области эффективного звукоизлучения:

$$f_n = \frac{3,4 \cdot 10^4}{20\pi} = 540 \text{ гц}.$$

Из последующего будет видно, что найденные соотношения являются вполне типичными; однако в практических случаях потребовались бы излучатели ещё больших размеров. Установленная здесь закономерность имеет общее значение: для эффективного излучения звука необходимо, чтобы размеры излучателя были велики сравнительно с длиной излучаемой волны (или, по меньшей мере, сравнимы с ней).

§ 23. Причины малой эффективности излучения в области низких частот. На примере пульсирующего шара мы можем выяснить причины, приводящие к малой эффективности звукоизлучения в области низких частот, т. е., выражаясь точнее, частот, для которых длина волны велика сравнительно с размерами излучателя.

Как ясно из предыдущего, реактивное сопротивление излучения обусловлено наличием фазового сдвига между реакцией поля на излучающую поверхность и её колебательной скоростью. Так как реакция поля определяется звуковым давлением в непосредственной близости от излучателя, то очевидно, что вопрос об эффективности излучения звука теснейшим образом связан с фазовым соотноше-

нием между давлением и колебательной скоростью вблизи от излучающей поверхности. Рассмотрим поэтому подробнее кинематику волнового движения или, точнее, механизм возникновения избыточных давлений при колебательном движении частиц волнонесущей среды.

Представим себе сначала, что амплитуда колебаний постоянна для всех точек поля (так обстоит дело в случае плоской волны, см. § 14). Избыточное давление обусловлено в этом случае тем, что каждая более удалённая частица

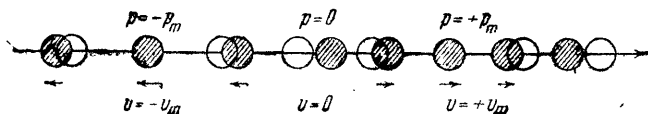


Рис. 43.

начинает своё колебание позже, чем ближележащая частица среды. Кинематика процесса показана на рис. 43; здесь белыми кружками (равноотстоящими друг от друга) изображены средние положения ряда частиц, а заштрихованными кружками — их мгновенные положения. Стрелки под кружками по величине и направлению изображают скорости колебательного движения частиц. Нетрудно заметить, что максимальные сближения и удаления частиц, т. е. максимальные сжатия и разрежения, имеют место в точках наибольших значений положительной и отрицательной скорости. Напротив, расстояния между частицами мало отличаются от средних там, где скорость частиц близка к нулю; там, следовательно, равны нулю и звуковые давления. Мы делаем отсюда следующий вывод: звуковое давление, возникающее в результате запаздывания более удалённых частиц по сравнению с ближележащими, всюду совпадает по фазе с колебательной скоростью; реакция, обусловленная таким давлением, является чисто диссипативной.

Вообразим теперь как раз противоположный случай: запаздывания вовсе нет, т. е. все частицы колеблются совершенно синфазно, однако с амплитудой, постепенно убывающей при переходе к более удалённым частицам. Кинематическая схема такого (пусть только воображаемого)

процесса показана на рис. 44. Легко видеть, что максимальные сжатия имеют место при крайних правых положениях всех частиц, а максимальные разрежения — при крайних левых положениях, когда скорость частиц, одновременно меняющих направление движения, равна нулю. Напротив, при прохождении через средние положения, где скорость максимальна, избыточные давления отсутствуют. Таким образом звуковое давление, обусловленное убыванием ампли-

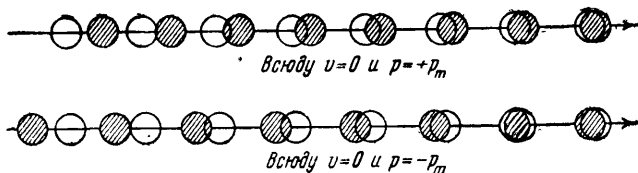


Рис. 44.

туды колебаний с расстоянием, сдвинуто по фазе относительно колебательной скорости на угол $\frac{\pi}{2}$; реакция, обусловленная таким давлением, является чисто консервативной.

В звуковом поле шаровой волны, излучаемой пульсирующим шаром, избыточное давление, а следовательно, и реакция поля обусловлены одновременным действием *обоих* факторов: *запозданием* колебательного движения более удалённых частиц (т. е. изменением фазы колебания с расстоянием) и убыванием смещений (т. е. *изменением амплитуды* колебания с расстоянием). Однако сравнительное значение *обоих* этих факторов на различных расстояниях от волнового центра оказывается очень различным. На расстояниях, малых сравнительно с длиной волны (т. е. при $a \ll \lambda$), фаза колебания изменяется очень медленно, гораздо медленнее, чем на большом расстоянии ($a \geq \lambda$). Зато амплитуда (убывающая, как $\frac{1}{r \cos \alpha}$) на малых расстояниях от центра уменьшается очень быстро, тогда как на большом удалении изменение амплитуды на единицу радиальной длины крайне незначительно. Легко понять, что если пульсирующий шар имеет радиус, малый сравнительно с λ , то давление возле его поверхности обусловлено, главным

образом, уменьшением амплитуды колебаний; при этом фазовый сдвиг между реакцией поля и скоростью шара близок к $\frac{\pi}{2}$ и реактивное сопротивление излучения значительно преобладает над активным. Можно дать этому обстоятельству и несколько иную формулировку: благодаря очень медленному изменению фазы колебаний частицы среды, лежащие вблизи от излучающей поверхности, ускоряются почти синфазно с ускорением шара; инерциальная реакция этих частиц проявляется как некоторая дополнительная *соколеблющаяся масса*, определяющая величину реактивного сопротивления излучения. Напротив, если $a \gg \lambda$, то реакция поля формируется на достаточно большом расстоянии от волнового центра, где уменьшение амплитуды на единицу радиальной длины практически не играет роли, а давление обусловлено в основном изменением фазы колебания. В этих условиях реакция поля опережает скорость лишь на малый угол и активное сопротивление значительно преобладает над реактивным.

Всё сказанное выше справедливо и для всяких других излучателей; разница только в том, что для пульсирующего шара фазовые соотношения легко поддаются расчёту, тогда как в целом ряде других случаев расчёт сопротивлений затруднителен или даже невозможен. Поэтому закономерность, сформулированная в конце предыдущего параграфа, является вполне общей.

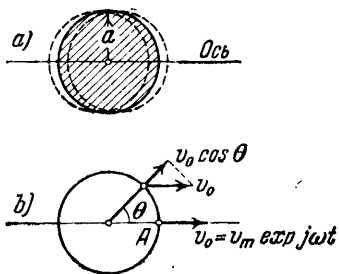


Рис. 45.

§ 24. Осциллирующий шар. Несколько более сложным типом сферического излучателя является так называемый *осциллирующий шар* (рис. 45, а); это — шар радиуса a , центр которого совершает колебательное движение вдоль некоторой прямой, проходящей через центр шара и называемой *осью колебаний*. Очевидно, что в качестве точки приведения можно выбрать любую осевую точку, например, точку A (рис. 45, б). Пусть движение этой точки задано её

колебательной скоростью в виде

$$v_0 = v_m \exp j\omega t.$$

Если выбрать ось колебаний в качестве полярной оси, то благодаря наличию осевой симметрии потенциал скорости в поле осциллирующего шара не будет зависеть от азимута ψ , и волновое уравнение (2.11b) приводится к виду

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right) = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}.$$

Искомое решение этого уравнения $\varphi = \varphi(r, \theta, t)$ должно удовлетворять граничному условию

$$\left(-\frac{\partial \varphi}{\partial r} \right)_{r=a} = v_m \cos \theta \exp j\omega t$$

(см. рис. 45, б). Не останавливаясь на несколько громоздкой процедуре нахождения искомого решения, напомним его в готовом виде:

$$\varphi = \frac{A}{r} \frac{1 + jkr}{r} \cos \theta \exp j(\omega t - kr + \alpha).$$

Вычисление производной $-\frac{\partial \varphi}{\partial r}$ приводит к результату

$$-\frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{A}{r} \cdot \frac{2(1 + jkr) - (kr)^2}{r^2} \cos \theta \exp j(\omega t - kr + \alpha).$$

Полагая здесь $r = a$, формулируем граничное условие

$$\begin{aligned} \frac{A}{a^3} [2(1 + jka) - (ka)^2] \cos \theta \exp j(\omega t - ka + \alpha) = \\ = v_m \cos \theta \exp j\omega t. \end{aligned}$$

Отсюда следует, что

$$A = \frac{v_m a^3}{2(1 + jka) - (ka)^2}, \quad \alpha = ka,$$

а следовательно, потенциал скорости в звуковом поле осциллирующего шара есть

$$\varphi = \frac{v_m a^3}{2(1 + jka) - (ka)^2} \cdot \frac{1 + jkr}{r^2} \cos \theta \exp j[\omega t - k(r - a)]. \quad (3.23)$$

Для звукового давления находим в комплексной форме

$$p = p_0 \dot{\varphi} = j\omega p_0 A \frac{1 + jkr}{r^2} \cos \theta \exp j[\omega t - k(r - a)]. \quad (3.24)$$

Вектор колебательной скорости определяется двумя компонентами: *радиальной*

$$v_r = -\frac{\partial \varphi}{\partial r} = A \frac{2(1 + jkr) - (kr)^2}{r^3} \cos \theta \exp j[\omega t - k(r - a)] \quad (3.25)$$

и *тангенциальной*

$$v_t = -\frac{\partial \varphi}{r \partial \theta} = A \frac{1 + jkr}{r^2} \sin \theta \exp j[\omega t - k(r - a)]. \quad (3.26)$$

Характеристика направленности осциллирующего шара, согласно (3.12b), есть

$$\Phi(\theta) = \cos \theta \quad (3.27)$$

и в полярных координатах имеет форму восьмёрки (рис. 46). Нетрудно определить и коэффициент осевой концентрации; по формуле (3.13b)

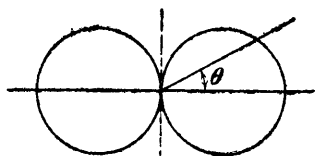


Рис. 46.

$$\Omega = \frac{2}{\int_0^\pi \cos^2 \theta \sin \theta d\theta} = 3. \quad (3.28)$$

Обратимся теперь к расчёту компонент сопротивления излучения. Как видно из рис. 45, б, $D_n = \cos \theta$, и можно написать:

$$\Re = \int_S p(a, \theta) \cos \theta dS,$$

$$dS = 2\pi a^2 \sin \theta d\theta.$$

Из уравнения (3.24) имеем с учётом найденного значения константы A :

$$\begin{aligned} p(a, \theta) &= \frac{j\omega p_0 a v_m}{2(1 + jka) - (ka)^2} (1 + jka) \cos \theta \exp j\omega t = \\ &= \dot{\delta}_0 \frac{jka(1 + jka)v_m}{2(1 + jka) - (ka)^2} \cos \theta \exp j\omega t \end{aligned}$$

и, значит,

$$\Re = \delta_0 \frac{jka(1+jka)}{2(1+jka) - (ka)^2} \cdot 2\pi a^2 v_m \exp j\omega t \int_0^\pi \cos^2 \theta \sin \theta d\theta,$$

а комплексное сопротивление излучения осциллирующего шара есть

$$\begin{aligned} z_R = \frac{\Re}{v_0} &= \delta_0 \cdot 2\pi a^2 \frac{jka(1+jka)}{2(1+jka) - (ka)^2} \int_0^\pi \cos^2 \theta \sin \theta d\theta = \\ &= \delta_0 \frac{S}{3} \cdot \frac{jka(1+jka)}{2(1+jka) - (ka)^2}, \end{aligned}$$

где $S = 4\pi a^2$ есть поверхность шара, а $\delta_0 = \rho_0 c_0$ — удельное акустическое сопротивление среды. Разделяя действительную

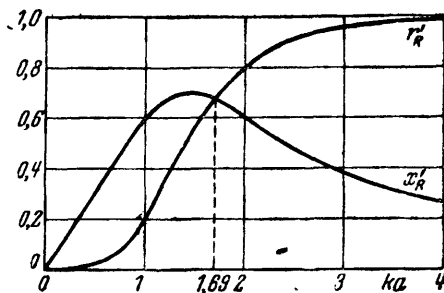


Рис. 47.

и мнимую части z_R , находим компоненты сопротивления излучения (рис. 47) и присоединённую массу:

$$r_R = \delta_0 \frac{S}{3} \cdot \frac{(ka)^4}{4 + (ka)^4}, \quad (3.29)$$

$$x_R = \delta_0 \frac{S}{3} \cdot \frac{ka [2 + (ka)^2]}{4 + (ka)^4}, \quad (3.30)$$

$$m_R = \frac{x_R}{kc_0} = \rho_0 \frac{4}{3} \pi a^3 \frac{2 + (ka)^2}{4 + (ka)^4}. \quad (3.31)$$

Полученные результаты показывают, что излучение осциллирующего шара, завися от тех же самых факторов, как и

излучение пульсирующего шара [ср. формулы (3.18), (3.19), (3.20)], — именно от δ_0 , S и $ka = 2\pi \frac{a}{\lambda}$ — оказывается, однако, значительно менее эффективным в области низких частот, где длина звуковой волны велика по сравнению с размерами излучателя. Это лучше всего видно из сопоставления фазовых углов полного сопротивления излучения: в случае пульсирующего шара [см. формулы (3.18) и (3.19)]

$$\frac{x_R}{r_R} = \frac{1}{ka},$$

а в случае осциллирующего шара

$$\frac{x_R}{r_R} = \frac{2 + (ka)^2}{(ka)^3} = \frac{1}{ka} + \frac{2}{(ka)^3}.$$

При $ka \ll 1$ второй член последней формулы значительно больше первого, а это означает, что преобладание реактивного сопротивления над активным в случае осциллирующего шара выражено гораздо резче, чем у пульсирующего шара. Очевидно, что ухудшение эффективности излучения в области низких частот связано с влиянием каких-то дополнительных факторов, отсутствующих в поле пульсирующего шара, но имеющих место в поле осциллирующего излучателя; этими факторами и должен быть обусловлен дополнительный член $\frac{2}{(ka)^3}$ в выражении тангенса фазового угла сопротивления излучения.

Прежде чем обратиться к выяснению этого вопроса, отметим, что множитель $\frac{1}{3}$ в формулах сопротивлений (его можно формально истолковать как фактор сокращения «действующей» поверхности излучателя) получается в результате усреднения квадрата радиальной скорости по поверхности шара; действительно, $v_r = v_0 \cos \theta$ и

$$\overline{\cos^2 \theta} = \frac{1}{S} \int_S \cos^2 \theta dS = \frac{1}{3}.$$

§ 25. Диффракция волны от излучателя. Рассмотрим подробнее картину звукового поля вблизи от осциллирующего шара. Для этой цели очень удобно воспользо-

ваться уравнением *линий тока*, т. е. совокупности линий, направление касательных к которым определяет в каждой точке поля направление вектора колебательной скорости \mathbf{v} . Термин «линия тока» заимствован из гидродинамики, где направление вектора скорости \mathbf{v} жидкости определяет течение жидкой струи; в акустике жидкой и газообразной сред вектор \mathbf{v} имеет направление нормали к волновому фронту, т. е. направление распространения продольных волн.

Если Γ есть контур линии тока, то его элемент $d\Gamma$ определяется условием параллельности вектору скорости:

$$[d\Gamma \cdot \mathbf{v}] = 0.$$

В полярных координатах r, θ

$$\mathbf{v} = n_r v_r + n_t v_t,$$

$$d\Gamma = n_r dr + n_t r d\theta,$$

где n_r и n_t — единичные радиальный и тангенциальный векторы. Подставляя это в условие параллельности и учитывая, что

$$[n_r n_t] = -[n_t n_r] = -1,$$

$$[n_r n_r] = [n_t n_t] = 0,$$

имеем

$$v_t dr - v_r r d\theta = 0$$

или

$$\frac{dr}{r} = \frac{v_r}{v_t} d\theta.$$

Чтобы получить уравнение линий тока в поле осциллирующего шара, подставим сюда значения v_r и v_t из (3.25) и (3.26); эти формулы дают

$$\frac{v_r}{v_t} = \left(2 - \frac{k^2 r^2}{1 + jkr} \right) \operatorname{ctg} \theta.$$

Ограничиваясь случаем низких частот ($ka \ll 1$) и ближайшей окрестностью шара ($kr \ll 1$), положим приближённо

$$\frac{v_r}{v_t} = 2 \operatorname{ctg} \theta,$$

что приводит к уравнению линий тока

$$\frac{dr}{r} = 2 \operatorname{ctg} \theta d\theta. \quad (3.32)$$

Интегрируя, находим

$$\ln r = 2 \ln \sin \theta + C = \ln \sin^2 \theta + C$$

или

$$\frac{r}{\sin^2 \theta} = \text{const.}, \quad (3.33)$$

причём каждому произвольному значению константы соответствует отдельная линия тока. Картина линий тока, по-

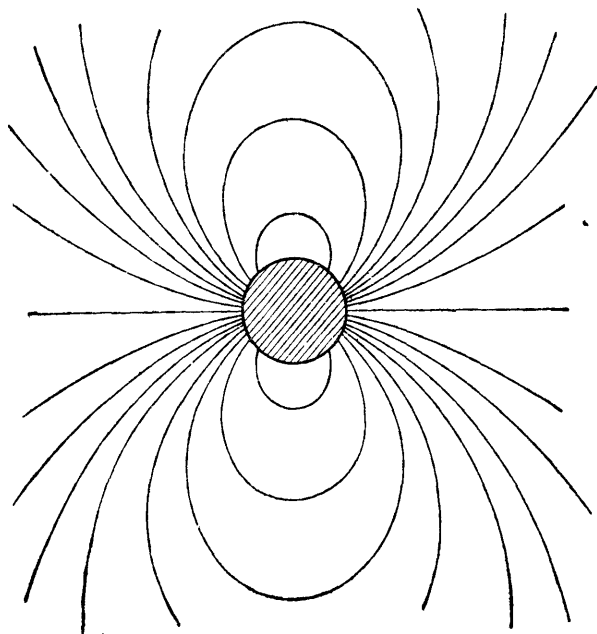


Рис. 48.

строенная по уравнению (3.32), представлена на рис. 48; это, как уже отмечено выше, — семейство линий, ортогональных по отношению к волновым фронтам. По своему физическому содержанию эта картина изображает *диффракцию* излучаемой волны вокруг самого излучателя. Нетрудно видеть, что явление диффракции приводит к выравниванию избыточных давлений, создаваемых движением шара; волно-

вой процесс, при котором длина волны велика по сравнению с размером излучателя, приближается к процессу перемещения вытесняемой шаром среды с одной его стороны на другую. В итоге эффективность излучения резко падает благодаря значительному уменьшению активной реакции звукового поля; что же касается реактивной составляющей, то она также уменьшается благодаря диффракции, однако не столь значительно, и приобретает характер инерциальной реакции среды, перегоняемой с одной стороны шара на другую.

Совершенно ясно, что описанные явления, связанные с диффракцией волны от излучателя, могут иметь место только для волн, длина которых велика по сравнению с размерами излучателя, т. е. в области достаточно низких частот. При высоких частотах длина волны мала сравнительно с радиусом шара и огибания его излучаемой волной уже не будет происходить; иначе говоря, изменения давления будут совершаться настолько быстро, что разрежения и сжатия не будут успевать компенсировать друг друга.

Явление диффракции волны от излучателя характерно, конечно, не только для осциллирующего шара, но и для других осциллирующих излучателей, хотя бы и не имеющих сферической формы. Именно наличие этой диффракции и служит физическим признаком, отличающим излучатели первого порядка от излучателей нулевого порядка.

Укажем здесь, что применение щитов достаточно большого по сравнению с длиной волны размера — таковы щиты (экраны), в которых обычно монтируются громкоговорители, — представляет собой способ исключения диффракционных явлений, т. е. выравнивания звуковых давлений по одну и по другую сторону от излучателя, путём экранирования его передней и оборотной сторон друг от друга.

§ 26. Плоские поршневые излучатели. Рассмотренные выше сферические излучатели представляют собой, как уже говорилось, очень сильно идеализированные модели, удобные для выяснения физической природы важнейших закономерностей, относящихся к излучению звука. Характеристики направленности и частотные характеристики компонент сопротивления излучения реальных излучающих систем значительно сложнее и, как правило, не поддаются аналитиче-

скому расчёту. Некоторое приближение к действительным соотношениям мы получаем при исследовании плоских *поршневых* излучателей, т. е. излучателей, колеблющихся как жёсткое целое (поршень). Таковы, в частности, круглые поршневые диафрагмы, излучение которых с известным приближением соответствует излучению конусов громкоговорящих устройств в той области частот (сравнительно не очень высоких), где конус колеблется как поршень, не подразделяясь узловыми линиями на противофазно движущиеся части.

В качестве первого примера мы рассмотрим *круглую поршневую диафрагму*, колеблющуюся в отверстии бесконечно протяжённого щита перпендикулярно к его плоскости. Благодаря наличию бесконечного щита явления дифракции волны на излучателе полностью исключены, и мы имеем излучатель нулевого порядка. Расчёт поля и сопротивления излучения такого устройства оказывается достаточно сложным; так как математические детали не представляют технического интереса, то мы ограничимся здесь, как и в дальнейшем содержании этого параграфа, только сводкой и разъяснением основных формул.

Амплитуда давления, создаваемого поршневой диафрагмой в бесконечном щите на оси поршня на расстоянии r от него (причём $r \gg a$, где a — радиус диафрагмы), определяется формулой

$$p_0 = \lambda_0 v_m \frac{1}{2} \frac{(ka)^2}{kr}, \quad (3.34)$$

где $\lambda_0 = \rho_0 c_0$ — удельное акустическое сопротивление среды v_m — амплитуда скорости синусоидального колеблющегося поршня. Характеристика направленности, обладающая осевой симметрией, выражается уравнением

$$\Phi(\theta) = \frac{p_\theta}{p_0} = \frac{2I_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta}. \quad (3.35)$$

Здесь $I_1(ka \sin \theta)$ — бесселева функция первого порядка от аргумента $ka \sin \theta$; график этой функции в прямоугольных координатах дан на рис. 49. Существенно отметить то обстоятельство, что аргумент функции ($ka \sin \theta$) зависит от

частоты, так что при различных частотах функция $\Phi(\theta)$, изображённая в полярных координатах, может иметь весьма различную форму. Рассмотрим несколько примеров. Пусть частота колебаний настолько невелика, что радиус излучателя мал сравнительно с длиной излучаемой волны ($ka \ll 1$);

пусть, например, $ka = 0,25$ (что соответствует $\frac{a}{\lambda} = 0,04$).

При изменении угла θ от 0 до 90° аргумент функции (3.35) меняется от 0 до 0,25, а сама функция, как видно из графика рис. 49, уменьшается

от 1 до 0,99. Понятно, что практически p_θ не отличается от p_0 , т. е. диафрагма даёт ненаправленное излучение (характеристика направленности для этого случая дана на рис. 50, а). Возьмём теперь более высокую частоту: пусть $ka = 2,5$, что соответствует $\frac{a}{\lambda} = 0,4$.

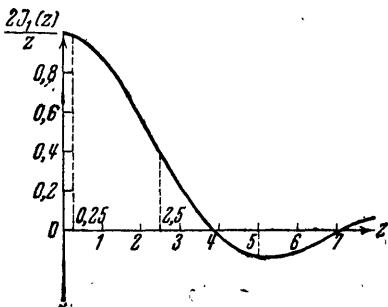


Рис. 49.

При изменении аргумента от 0 до 2,5 (θ меняется от 0 до 90°) функция (3.35) меняется от 1 до 0,38 (см. график

рис. 49); поэтому характеристика направленности (рис. 50, б) имеет вытянутую форму, свидетельствующую о наличии заметной концентрации звуковой энергии в осевом направ-

влении. Пусть, наконец, $ka = 5$ ($\frac{a}{\lambda} = 0,8$); при изменении θ

от 0 до 90° аргумент $ka \sin \theta$ меняется от 0 до 5, а сама функция — от 1 до $-0,13$ (проходя через нуль при $ka \sin \theta_0 = 3,83$; это соответствует углу $\theta_0 = \arcsin \frac{3,83}{ka} \cong 50^\circ$).

Характеристика направленности для $ka = 5$ представлена на рис. 50, с; бросается в глаза, во-первых, резко выраженная острота направленности и, во-вторых, наличие направления ($\theta = \theta_0$), в котором звуковое давление отсутствует ($p_\theta = 0$). Отметим попутно, что перемене знака функции $\Phi(\theta)$ отвечает изменение фазы давления на противоположную, не представляющее интереса и не учитываемое диаграммой рис. 50, с.

В рассмотренных примерах обнаруживается типичная для многих излучателей закономерность: при низких частотах ($a \ll \lambda$) излучение не обладает направленностью и происходит в форме сферической или полусферической волны; по мере возрастания частоты направленность обнаруживается и становится всё более и более острой; при достаточно высоких частотах ($a > \lambda$) излучение происходит в форме слабо расходящегося пучка. Нетрудно дать этой закономерности

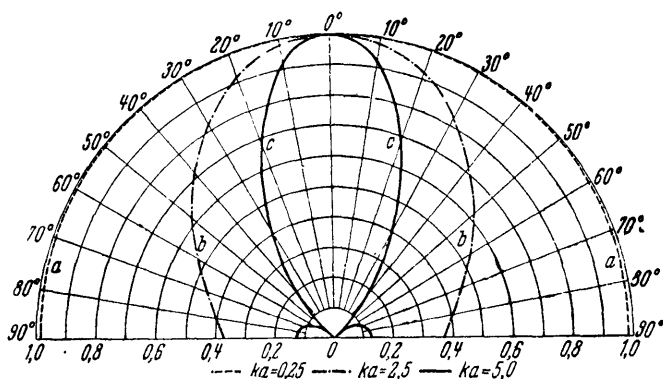


Рис. 50.

физическое истолкование. При $a \ll \lambda$ расстояния между точкой наблюдения и различными точками колеблющейся поверхности отличаются друг от друга на величины Δ , малые по сравнению с длиной волны; поэтому элементарные сферические волны, центрами которых, согласно принципу Гюйгенса, являются отдельные элементы dS колеблющейся поверхности, приходят в точку наблюдения практически с одной и той же фазой и взаимно усиливают друг друга независимо от того, лежит ли точка наблюдения на оси или же вне её. По мере роста частоты, т. е. по мере уменьшения длины волны λ , разности ходов Δ становятся всё более и более сравнимыми с λ . В осевом направлении эти Δ достаточно малы (так как $r \gg a$), и здесь попрежнему элементарные волны взаимно усиливаются; зато в неосевых направлениях интерференция приводит к частичной компенсации

давления. При достаточно малых λ возможна даже полная компенсация, чем и объясняется (при $ka > 3,83$) наличие направлений θ_0 нулевого давления.

Вычисление компонент сопротивления излучения круглой поршневой диафрагмы в бесконечном щите даёт следующий результат:

$$r_R = \delta_0 S \left[1 - \frac{I_1(2ka)}{ka} \right], \quad (3.36)$$

$$x_R = \delta_0 S \frac{H_1(2ka)}{ka}, \quad (3.37)$$

где I_1 — бesselева функция первого порядка, H_1 — функция Струве первого порядка, $S = \pi a^2$; безразмерные коэффициенты активной и реактивной компонент могут быть представлены в форме степенных рядов:

$$\begin{aligned} r'_R &= 1 - \frac{I_1(2ka)}{ka} = \\ &= \frac{(ka)^2}{1^2 \cdot 2} - \frac{(ka)^4}{1^2 \cdot 2^2 \cdot 3} + \frac{(ka)^6}{1^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 4} - \dots, \end{aligned} \quad (3.38)$$

$$\begin{aligned} x'_R &= \frac{H_1(2ka)}{ka} = \\ &= \frac{2}{\pi} \left[\frac{2^2}{1^2 \cdot 3} ka - \frac{2^4}{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5} (ka)^3 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2^6}{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7} (ka)^5 - \dots \right]. \end{aligned} \quad (3.39)$$

В области низких частот $ka \ll 1$; при этом достаточно учитывать только первые члены рядов, получая, таким образом, важные приближённые формулы:

$$r_R = \delta_0 S r'_R \cong \rho_0 c_0 \pi a^3 \frac{(ka)^2}{2} = \frac{\rho_0}{2\pi c_0} \omega^2 S^2, \quad (3.40)$$

$$x_R = \delta_0 S x'_R \cong \rho_0 c_0 \pi a^3 \frac{8ka}{3\pi} = \rho_0 \omega \frac{8}{3} a^3, \quad (3.41)$$

$$m_R = \frac{x_R}{\omega} \cong \frac{8}{3} \rho_0 a^3. \quad (3.42)$$

Частотные характеристики безразмерных коэффициентов r'_R и x'_R , вычисленные по точным формулам (3.38) и (3.39),

изображены на рис. 51. Сопоставление этих характеристик с соответствующими характеристиками пульсирующего шара (рис. 42) показывает определённое сходство, обусловленное тем, что в обоих случаях мы имеем дело с излучателем нулевого порядка; основное различие обнаруживается в том, что в случае пульсирующего шара r'_R и x'_R стремятся к своим предельным значениям (1 и 0) асимптотически,

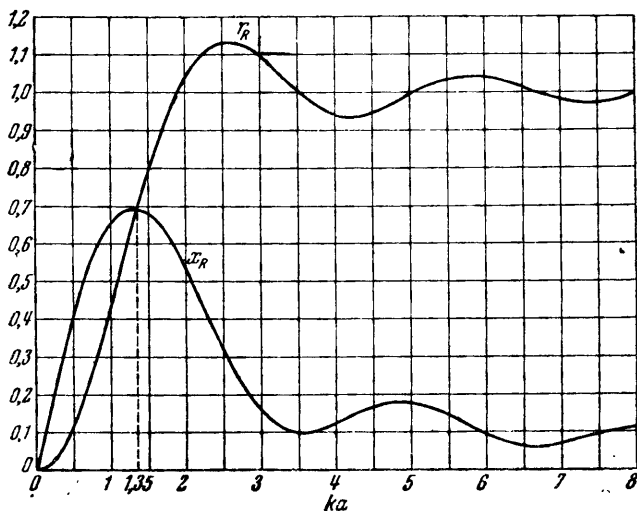


Рис. 51.

тогда как в случае поршневой диафрагмы r'_R и x'_R приближаются к тем же пределам осцилляторно с постепенно убывающим размахом. Стоит, однако, отметить, что активное сопротивление поршневой диафрагмы преобладает над реактивным, начиная с $ka \cong 1,38$, тогда как для пульсирующего шара это преобладание начинается с $ka = 1$; таким образом при одном и том же радиусе нижняя граница полосы эффективно излучаемых частот лежит для плоского поршня на 38% выше, чем для шара.

Перейдём теперь к *осциллирующей поршневой диафрагме* в форме жёсткого круглого диска, колеблющегося в направ-

влении, нормальном к плоскости диска (щит отсутствует). Как и осциллирующий шар, такая диафрагма представляет собой излучатель первого порядка, чем и объясняется качественное сходство обоих случаев.

На расстояниях r , больших по сравнению с радиусом диафрагмы a и с длиной волны λ , амплитуда осевого давления определяется формулой

$$p_0 = \delta_0 v_m \frac{2}{3\pi} \frac{(ka)^3}{kr}. \quad (3.43)$$

Характеристика направленности при $ka \ll 1$ по форме близка к восьмёрке (как в случае осциллирующего шара); при $ka > 1$ она мало отличается от характеристики направленности диафрагмы в щите (3.35).

Безразмерные коэффициенты сопротивлений излучения выражаются весьма медленно сходящимися рядами, которые мы здесь не приводим; графически эти коэффициенты представлены на рис. 52. Отметим, что преобладание активного сопротивления над реактивным начинается с $ka \cong 2,05$

(у осциллирующего шара — с $ka \cong 1,69$). В области низких частот можно пользоваться приближёнными формулами Л. Я. Гутина

$$r_R \cong \frac{8\rho_0}{27\pi^4 c_0^3} \omega^4 S^3 \quad (S = \pi a^2), \quad (3.44)$$

$$x_R \cong \frac{8}{3} \rho_0 \omega a^3, \quad (3.45)$$

$$m_R \cong \frac{8}{3} \rho_0 a^3. \quad (3.46)$$

Подчеркнём, что в этих формулах сопротивления r_R , x_R и масса m_R рассчитаны на *обе* стороны поршня (в случае диафрагмы в бесконечном щите в расчёт принималась только *одна* сторона).

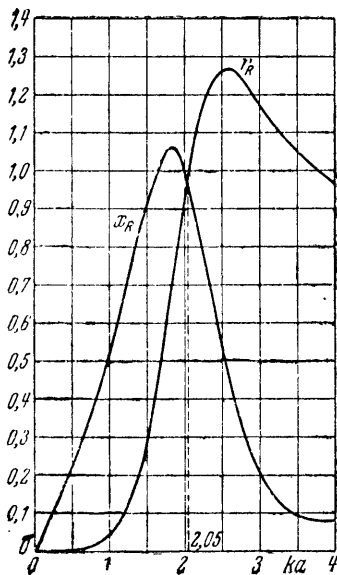


Рис. 52.

Наконец, приводим ещё некоторые приближённые формулы, относящиеся к *односторонне излучающей* круглой поршневой диафрагме; это — круглый поршень, одна сторона которого закрыта звуконепроницаемым капсюлем (рис. 53). Такая диафрагма может служить идеализированной моделью конусного громкоговорителя, монтированного в ящике, или оконечного отверстия излучающего рупора. В связи с тем, что излучение одностороннего поршня может быть представлено как результат суперпозиции полей поршня в щите и осциллирующего поршня*), амплитуда осевого давления выражается полусуммой значений (3.34) и (3.43):

$$p_0 = \delta_0 v_m \frac{1}{kr} \left[\frac{(ka)^2}{4} + \frac{(ka)^3}{3\pi} \right] \quad (3.47)$$

(предполагается, что r велико по сравнению с a и λ).

Безразмерные коэффициенты активного и реактивного сопротивлений излучения представлены (в функции от ka) на рис. 54. Отметим, что $r'_R = x'_R$ при $ka \cong 1,85$. В области низких частот ($ka \ll 1$) имеем приближённые формулы Л. Я. Гутина

$$r_R \cong \frac{\rho_0}{4\pi c_0} \omega^2 S^2 \quad (S = \pi a^2), \quad (3.48)$$

$$x_R \cong 2\rho_0 \omega a^3, \quad (3.49)$$

$$m_R \cong 2\rho_0 a^3. \quad (3.50)$$

Заметим, что, как видно из сопоставления формул (3.40) и (3.48), наличие щита увеличивает активное сопротивление на низких частотах вдвое.

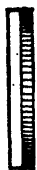


Рис. 53.

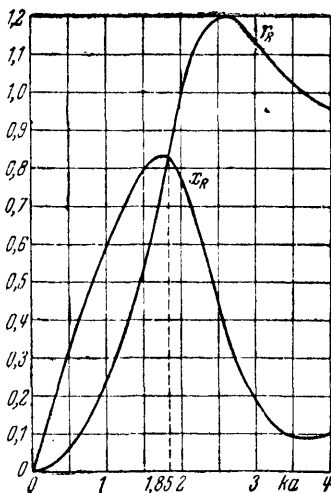


Рис. 54.

*) В силу этого обстоятельства односторонний поршень можно назвать излучателем порядка «0 + 1».

§ 27. Излучение жёсткого конуса. Излучатель конической формы широко применяется в качестве диафрагмы громкоговорителей; поэтому теория излучающего конуса явилась бы одним из очень важных отделов теории звука. К сожалению, аналитическое исследование звукового поля конуса наталкивается на серьёзные математические затруднения, так что мы располагаем здесь лишь

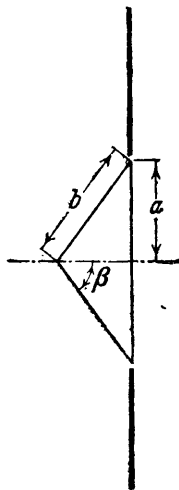


Рис. 55.

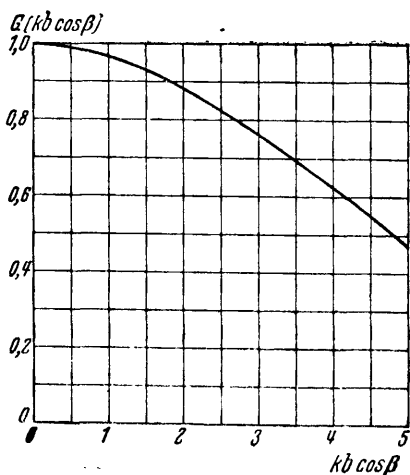


Рис. 56.

некоторыми приближёнными формулами, позволяющими, однако, сопоставить конический излучатель с плоским диском равного габарита.

Если жёсткий конус с углом β между осью и образующей (рис. 55) колеблется в направлении оси в отверстии бесконечного щита, то амплитуда осевого давления на расстояниях $r \gg a$ (a — радиус основания конуса) может быть выражена формулой

$$p_0 = p(ka; r) G(kb \cos \beta), \quad (3.51)$$

где $p(ka; r)$ есть амплитуда осевого давления, создаваемого на том же расстоянии r поршневой диафрагмой радиуса a [эта величина подсчитывается по формуле (3.34)], а $G(kb \cos \beta)$ — некоторая функция, представленная на рис. 56 в форме графика (b — длина образующей конуса). Из графика видно, что при $kb < 1$, т. е. для волн, длина которых велика сравнительно с размерами конуса, звуковое поле конуса очень мало отличается от поля диска того же габарита. При $kb > 2$ конус создаёт меньшее осевое давление, чем диск при той же колебательной скорости; это объясняется тем, что в слу-

чае конуса разность ходов волн, приходящих в осевую точку наблюдения от различных участков излучающей поверхности, всегда больше, чем в случае плоского диска, что и приводит к уменьшению давления в результате интерференции волн с несколько различными фазами.

Исследование направленности конического излучателя приводит к выводу, что характеристики конуса несколько менее заострены, нежели характеристики диска при том же значении ka ; в качестве

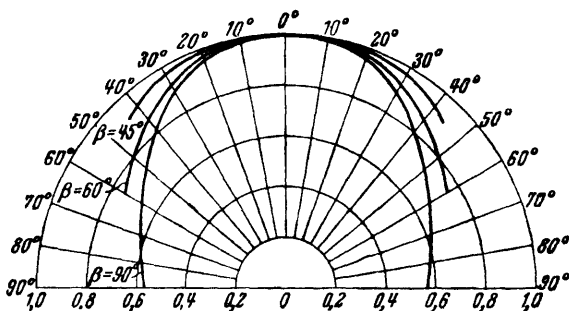


Рис. 57.

примера на рис. 57 даны характеристики направленности двух конусов ($\beta = 45^\circ$ и 60°) и равновеликого диска ($\beta = 90^\circ$) при $ka = 2$.

§ 28. Взаимодействие излучателей. В технической практике нередки случаи совместной работы нескольких излучателей, расположенных близко друг от друга; таковы, например, случаи монтажа двух громкоговорителей в общем щите или в общем широкогорлом рупоре. При этом реакция поля на излучающую поверхность складывается (если ограничиться двумя излучателями) из двух частей: из реакции собственного поля и реакции поля соседнего излучателя. Обозначая излучатели индексами 1 и 2, напишем:

$$\mathfrak{R}_1 = \mathfrak{R}_{11} + \mathfrak{R}_{12},$$

$$\mathfrak{R}_2 = \mathfrak{R}_{22} + \mathfrak{R}_{21}.$$

Здесь первые члены справа обозначают реакцию собственного поля, вторые члены — реакцию поля соседнего излучателя. Если v_1 и v_2 — колебательные скорости точек приведения излучателей, то в комплексной форме сопротивления излучения определяются отношениями

$$\begin{aligned} z_1 &= \frac{\mathfrak{R}_1}{v_1} = \frac{\mathfrak{R}_{11}}{v_1} + \frac{\mathfrak{R}_{12}}{v_1} = z_{11} + z_{12}, \\ z_2 &= \frac{\mathfrak{R}_2}{v_2} = \frac{\mathfrak{R}_{22}}{v_2} + \frac{\mathfrak{R}_{21}}{v_2} = z_{22} + z_{21}. \end{aligned} \quad (3.52)$$

Первые члены справа представляют собой *собственные* сопротивления излучения; вторые члены можно назвать *взаимными* сопротивлениями излучения.

Если оба излучателя идентичны и колеблются синфазно с одной и той же амплитудой, то, очевидно,

$$z_{12} = z_{21} = z_{вз};$$

если же амплитуды колебательных скоростей v_{m1} и v_{m2} различны и колебания излучателей имеют разность фаз θ , то взаимные сопротивления излучения связаны соотношением

$$z_{12} \frac{v_{m1}}{v_{m2}} e^{j\theta} = z_{21} \frac{v_{m2}}{v_{m1}} e^{-j\theta}. \quad (3.53)$$

Отсюда для частного случая $v_{m1} = v_{m2}$ получаются формулы

$$\begin{aligned} z_{12} &= z_{вз} e^{j\theta} = r_{вз} \cos \theta - x_{вз} \sin \theta + j(r_{вз} \sin \theta + x_{вз} \cos \theta), \\ z_{21} &= z_{вз} e^{-j\theta} = r_{вз} \cos \theta + x_{вз} \sin \theta - j(r_{вз} \sin \theta - x_{вз} \cos \theta), \end{aligned} \quad (3.54)$$

где

$$z_{вз} = r_{вз} + jx_{вз}$$

есть взаимное сопротивление излучения при $\theta = 0$. Очевидно, что при противоположных фазах

$$z_{12} = -z_{21}.$$

Расчёт компонент взаимного сопротивления излучения удаётся выполнить для случая двух круглых поршневых диафрагм в общем бесконечном щите. Пусть a — радиус каждого из одинаковых поршней, d — расстояние между их центрами. При синфазной работе обоих поршней с одной и той же амплитудой сопротивление излучения можно представить в виде

$$z_{вз} = \beta_0 \pi a^2 (r'_{вз} + jx'_{вз}), \quad (3.55)$$

где безразмерные коэффициенты $r'_{вз}$ и $x'_{вз}$ являются функциями от

$ka = 2\pi \frac{a}{\lambda}$ и d . Вид этих функций представлен на рис. 58 для трёх значений d : а) $d = 2a$, когда оба поршня касаются, б) $d = 3a$ и с) $d = 4a$; сплошные кривые изображают активную часть, пунктирные — реактивную часть взаимного сопротивления излучения.

Из рассмотрения кривых прежде всего явствует, что по мере удаления излучателей друг от друга взаимное сопротивление, вообще говоря, уменьшается; это связано с тем, что при удалении излучателей ослабляется их взаимодействие. Далее, обращает на себя внимание то обстоятельство, что как активная, так и реактивная части взаимного сопротивления могут

изменять свой знак. При отрицательном активном сопротивлении поле одного из излучателей действует на второй излучатель с силой, диссипативная часть которой совпадает по знаку

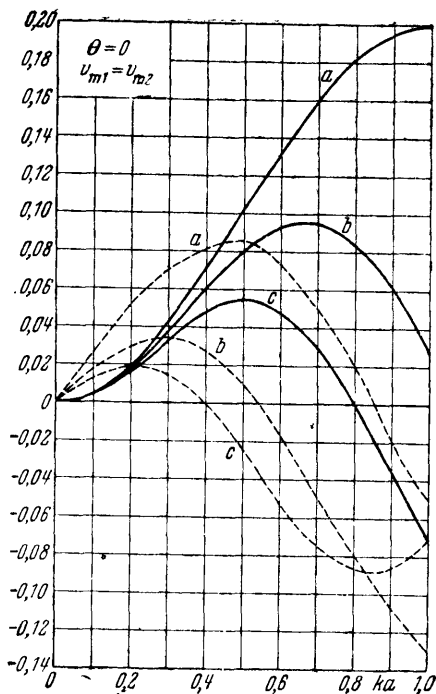


Рис. 58.

взаимного сопротивления излучения для случаев, когда $\theta \neq 0$ и $v_{m1} \neq v_{m2}$. Нетрудно также распространить расчёт на большее число поршней, поскольку взаимодействие каждой пары не зависит от наличия остальных излучателей.

§ 29. Групповые излучатели. Исследование направленности плоских излучателей (§ 26) показывает, что достаточно острую направленность можно получить лишь при условии, что размеры излучателя по меньшей мере сравнимы с длиной излучаемой волны. Это обстоятельство оказывается очень неудобным в тех случаях технической практики, когда необходимо обеспечить направленность излучения при не слишком коротких волнах (например, в технике гидроакустической связи и сигнализации). Поэтому очень важное значение имеет возможность получить направленное действие

со скоростью этого излучателя, тогда как диссипативная часть собственной его реакции имеет направление, противоположное скорости. В результате этого акустическая мощность излучателя уменьшается (если, конечно, амплитуда его скорости поддерживается постоянной, будучи определена в основном величиной собственного механического сопротивления). Отрицательный знак реактивного сопротивления означает, что консервативная часть взаимной реакции синфазна не с ускорением, но со смещением излучателя; при этом действие одного излучателя на другой имеет характер упругой, а не инерциальной реакции, что формально эквивалентно отрицательной присоединённой массе.

Заметим, что, пользуясь формулой (3.53), можно рассчитать по графику рис. 58 компоненты

при использовании *группы* излучающих систем, каждая из которых мала по сравнению с длиной волны и, работая в отдельности, не обладает направленным действием. Такие группы называются групповыми излучателями.

Простейшей излучающей группой является совокупность двух точечных источников, расположенных на некотором расстоянии d друг от друга (рис. 59). Если расстояние r до точки наблюдения велико по сравнению с d , то потенциалы φ_1 и φ_2 , создаваемые источниками в точке наблюдения, можно представить в виде

$$\varphi_1 = \frac{A}{r} \sin(\omega t - kr),$$

$$\varphi_2 = \frac{A}{r} \sin[\omega t - k(r + b)],$$

где

$$b = d \sin \theta$$

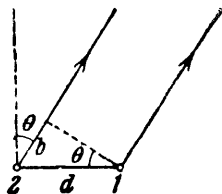


Рис. 59.

есть разность хода волн от источников, θ — угол между направлением на точку наблюдения и нормалью к оси группы. Отметим, что при достаточно больших r можно не принимать во внимание различия амплитуд потенциалов φ_1 и φ_2 ; результат интерференции волн определяется только разностью их фаз:

$$\alpha = kb = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta.$$

Результирующий потенциал в точке наблюдения есть

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{A}{r} [\sin(\omega t - kr) + \sin(\omega t - kr - \alpha)] = \\ &= \frac{2A}{r} \cos \frac{\alpha}{2} \sin\left(\omega t - kr - \frac{\alpha}{2}\right). \end{aligned}$$

Амплитудное значение результирующего потенциала равно

$$\varphi_{m\theta} = \frac{2A}{r} \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{2A}{r} \cos\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta\right);$$

при $\theta = 0$ (т. е. перпендикулярно к оси группы)

$$\varphi_{m0} = \frac{2A}{r}.$$

Характеристика направленности группы имеет, следовательно, вид

$$\Phi(\theta) = \frac{\varphi_{m\theta}}{\varphi_{m0}} = \cos\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta\right) = \frac{\sin\left(\frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta\right)}{2 \sin\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta\right)}. \quad (3.56)$$

Нетрудно видеть, что пока $d \ll \lambda$, группа не обладает направленностью: $\Phi(\theta) \cong 1$; однако направленность выражена достаточно

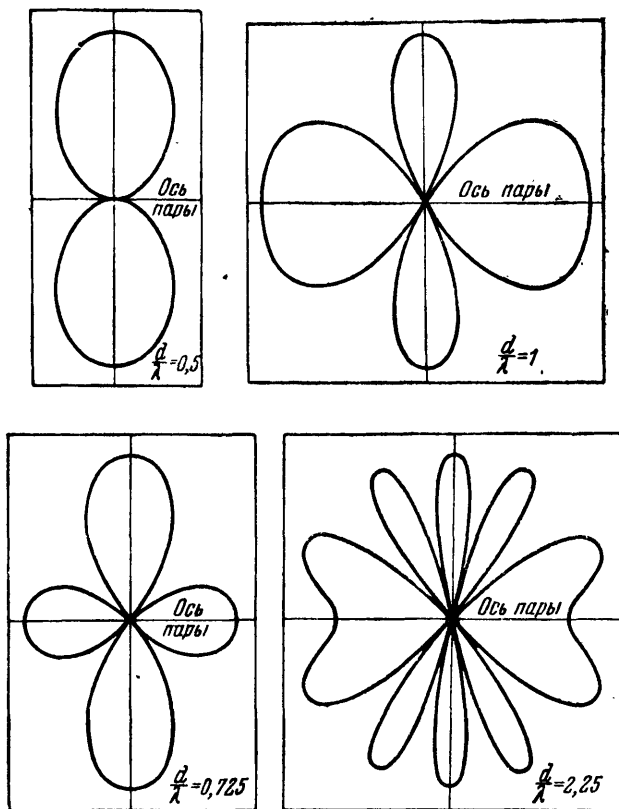


Рис. 60.

отчётливо, когда d сравнимо с λ . Формы характеристики направленности при различных значениях $\frac{d}{\lambda}$ представлены на рис. 60.

Коэффициент осевой концентрации группы из двух синфазных источников может быть определён по формуле (3.13b).

$$\Omega = \frac{2}{\int_0^\pi \cos^2 \left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta \right) \sin \theta d\theta} = \frac{2}{1 + \frac{\sin \frac{2\pi d}{\lambda}}{\frac{2\pi d}{\lambda}}}. \quad (3.57)$$

Обращаясь к более общему случаю группы, состоящей из N синфазных точечных источников, расположенных вдоль прямой на

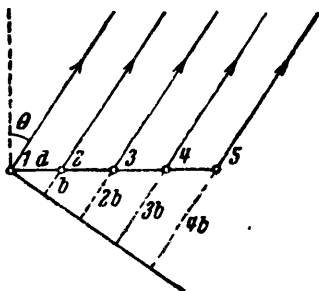


Рис. 61.

равных расстояниях d друг от друга (рис. 61), будем вести расчёт в комплексной форме. Потенциалы источников в удалённой точке наблюдения будут:

$$\varphi_1 = \frac{A}{r} \exp j(\omega t - kr),$$

$$\varphi_2 = \frac{A}{r} \exp j[\omega t - k(r + b)] = \frac{A}{r} \exp j(\omega t - kr) \exp jkb,$$

$$\varphi_3 = \frac{A}{r} \exp j(\omega t - kr) \exp j 2kb,$$

.....

$$\varphi_n = \frac{A}{r} \exp j(\omega t - kr) \exp j(n - 1) kb$$

Результирующий потенциал в точке наблюдения есть

$$\varphi = \sum_1^N \varphi_n = \frac{A}{r} \exp j(\omega t - kr) \sum_1^N \exp j(n - 1) kb,$$

где $b = d \sin \theta$; при $\theta = 0$, т. е. перпендикулярно к оси группы,

$$\varphi_0 = \frac{NA}{r} \exp j(\omega t - kr).$$

Характеристика направленности имеет в комплексной форме вид

$$\Phi(\theta) = \frac{\varphi}{\varphi_0} = \frac{1}{N} \sum_1^N \exp j(n-1)kb. \quad (3.58)$$

Но по формуле геометрической прогрессии (со знаменателем $jk b$)

$$\sum_1^N \exp j(n-1)kb = \frac{\exp jNkb - 1}{\exp jkb - 1}.$$

Вычислим квадрат модуля этого выражения:

$$\begin{aligned} \left| \sum_1^N \exp j(n-1)kb \right|^2 &= \frac{(\cos Nkb - 1)^2 + \sin^2 Nkb}{(\cos kb - 1)^2 + \sin^2 kb} = \\ &= \frac{1 - \cos Nkb}{1 - \cos kb} = \frac{\sin^2 N \frac{kb}{2}}{\sin^2 \frac{kb}{2}}. \end{aligned}$$

Следовательно, модуль выражения (3.58) есть

$$\Phi(\theta) = \frac{\sin N \frac{kb}{2}}{N \sin \frac{kb}{2}} = \frac{\sin \left(N \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta \right)}{N \sin \left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta \right)}. \quad (3.59)$$

При $N=2$ (3.59) переходит в ранее найденную формулу (3.56 *).

При увеличении числа источников в прямолинейной группе направленность излучения обостряется, как это видно из графика рис. 62, на котором представлен коэффициент концентрации в зависимости от отношения $\frac{d}{\lambda}$ при различном числе N излучателей.

Из предыдущего ясно, что, используя излучающие синфазные группы, можно получить очень разнообразные характеристики направленности. Ещё более разнообразные формы — так называемые искусственные характеристики — можно реализовать при задании

*) Нетрудно заметить, что квадрат выражения (3.59) даёт известную в оптике формулу распределения максимумов и минимумов освещённости за дифракционной решёткой с N щелями.

того или иного фазового сдвига между колебаниями отдельных излучателей. Заметим также, что аналогичными методами рассчитываются характеристики непрямолинейных групп (например, кольцевых или сферических).

Приведём в заключение теорему, относящуюся к характеристике групп, составленных из направленных излучателей.

Пусть дана группа из N излучателей, каждый из которых имеет одну и ту же характеристику направленности $R(\theta)$. Потенциалы, создаваемые каждым из элементов группы в удалённой точке наблюдения, можно представить в виде

$$\varphi_1 = R(\theta) \varphi_{01}(\theta),$$

$$\varphi_2 = R(\theta) \varphi_{02}(\theta),$$

.....

$$\varphi_n = R(\theta) \varphi_{0n}(\theta),$$

где $\varphi_{01}(\theta)$, $\varphi_{02}(\theta)$, ... —

потенциалы, создаваемые в точке наблюдения ненаправленными элементами такой же группы. Результирующий потенциал в точке наблюдения будет

$$\varphi(\theta) = R(\theta) \sum_1^N \varphi_{0n}(\theta).$$

При $\theta = 0$ имеем

$$R(0) = 1,$$

$$\sum_1^N \varphi_{0n}(0) = N\varphi_0,$$

где φ_0 — потенциал, создаваемый любым из элементов группы в осевой точке ($\theta = 0$). Теперь для характеристики направленности можно написать:

$$\Phi(\theta) = \frac{\varphi(\theta)}{\varphi(0)} = R(\theta) \frac{1}{N} \cdot \frac{\sum_1^N \varphi_{0n}(\theta)}{\varphi_0}.$$

Полагая здесь $R(\theta) = 1$, находим характеристику аналогичной

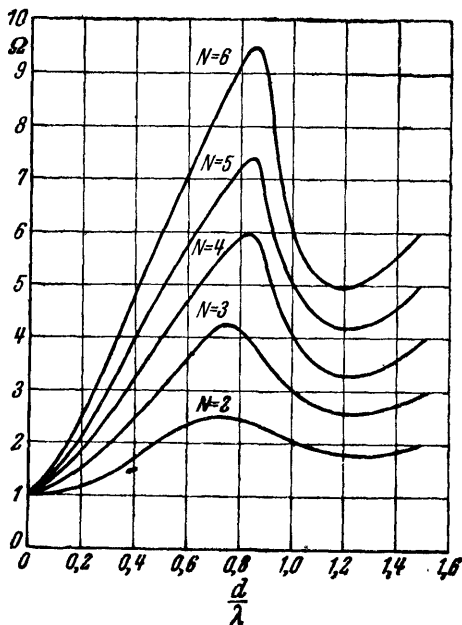


Рис. 62

группы ненаправленных излучателей

$$G(\theta) = \frac{1}{N} \cdot \frac{\sum^N \varphi_{0n}(\theta)}{\varphi_0}.$$

Таким образом

$$\Phi(\theta) = R(\theta) G(\theta). \quad (3.60)$$

В словесной формулировке этот результат означает, что характеристика направленности $\Phi(\theta)$ группы одинаковых направленных излучателей определяется произведением характеристики направленности $R(\theta)$ отдельного элемента группы на характеристику направленности $G(\theta)$ такой же группы точечных излучателей.

Так, например, для характеристики направленности прямолинейной группы круглых поршневых диафрагм в бесконечном щите имеем, используя (3.35) и (3.59):

$$\Phi(\theta) = \frac{\sin \left(N \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta \right)}{N \sin \left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta \right)} \cdot \frac{2I_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta}. \quad (3.61)$$

Отметим, что здесь мы пренебрегаем взаимным сопротивлением излучения.

ГЛАВА IV

ТЕОРИЯ РУПОРА

§ 30. Назначение и форма рупора. Один из важнейших выводов, полученных в предыдущей главе, заключается в том, что любой излучатель, работающий в неограниченно простирающейся среде, может эффективно излучать звуковую энергию лишь при условии, что его размеры по меньшей мере сравнимы с длиной излучаемой волны. Так как в области низких частот, слышимых человеческим ухом, длина звуковой волны в воздухе измеряется метрами ($\lambda_{100} \cong 3,5 \text{ м}$, $\lambda_{800} \cong 0,7 \text{ м}$), то требование достаточно высокой эффективности побуждает к применению излучателей неприемлемо большого габарита. Уже одно это обстоятельство с технической точки зрения крайне неутешительно; однако дело представится в ещё более неблагоприятном свете, если учесть, что излучающее устройство большого размера должно обладать и соответственно значительной массой. Предположим на минуту, что технические условия не ограничивают габарита излучателя; нетрудно, однако, понять, что, реализовав излучатель с большой массой, мы получили бы колебательную систему с очень большим инерциальным сопротивлением, для приведения которой в колебательное движение понадобились бы (особенно в области высоких частот) периодические внешние силы значительной амплитуды. Можно с достаточным основанием утверждать, что преимущества, достигнутые за счёт улучшения акустического режима в области низких частот, оказались бы совершенно обесценены ухудшением механического режима в области высоких частот.

Проблема эффективного звукоизлучения в широкой полосе частот находит своё решение в применении рупоров

(если, конечно, это допускается габаритом излучающей аппаратуры). Для того чтобы уяснить себе роль рупора, мы должны вспомнить, что если исключить выравнивание звуковых давлений за счёт диффракции волны от излучателя, то основной причиной, препятствующей эффективному излучению, окажется быстрое уменьшение амплитуды колебаний с расстоянием вблизи от излучающей поверхности (см. § 23). Естественно, возникает мысль о том, что, изменяя закон уменьшения амплитуды с расстоянием, можно значительно повысить эффективность излучателя малых размеров, а, значит, и малой массы.

Под термином «рупор» понимают трубу постепенно возрастающего сечения. Нетрудно понять, что именно закон возрастания сечения $S(x)$ рупора (x — координата, отсчитываемая вдоль оси рупора) и является фактором, определяющим закон убывания амплитуды. Ограничиваясь пока соображениями совершенно предварительного характера, мы можем рассуждать следующим образом: энергия звуковой волны, приходящаяся на единицу площади (т. е. сила звука), обратно пропорциональна площади $S(x)$; так как амплитуда колебаний пропорциональна квадратному корню из силы звука, то закон убывания амплитуды x_m должен, хотя бы в первом приближении, иметь вид

$$x_m = \frac{\text{const.}}{\sqrt{S(x)}}.$$

Очевидно, что, выбирая тот или иной закон $S(x)$ возрастания сечения рупора, можно обеспечить более благоприятный ход убывания амплитуды, нежели тот, который мы наблюдаем в сферической волне.

Здесь уместно отметить следующее обстоятельство. Одной из простейших форм рупора, применявшейся ещё задолго до того времени, когда вопросы теории звука получили достаточно полную разработку, является коническая. Конический рупор представляет собой трубу, сечение которой возрастает по закону $S(x) = \text{const.} \cdot x^2$; понятно, что в коническом рупоре амплитуда колебаний обратно пропорциональна расстоянию (т. е. убывает по такому же закону, как и в шаровой волне). Отсюда следует, что конический

рупор не улучшает режима излучения (точнее — не меняет соотношения между активным и реактивным сопротивлениями нагруженного на рупор излучателя по сравнению с излучением в неограниченно простирающуюся среду); даваемый коническим рупором эффект сводится лишь к обеспечению *осевой концентрации* излучения. Таким образом рупор конической формы не даёт тех преимуществ, которые можно, вообще говоря, получить за счёт нагрузки излучателя на рупор.

Чтобы определить, хотя бы предварительно, более эффективную форму рупора, необходимо учесть, что он должен не только реализовать активную нагрузку на излучатель, но и обеспечить переход звуковой энергии во внешнюю среду без сколько-нибудь значительного отражения звука от оконечного отверстия. Для этого площадь оконечного отверстия должна быть достаточно велика; действительно, по отношению к окружающей среде излучателем является оконечное отверстие рупора, линейные размеры которого должны быть, как мы уже знаем, сравнимы с длиной волны в области низших излучаемых частот. При удовлетворении этого условия акустическая нагрузка оконечного отверстия будет по преимуществу активной, что и гарантирует эффективную передачу звуковой энергии от рупора во внешнее пространство.

Уместно в связи с этим подчеркнуть, что, как видно из сказанного, хороший рупор должен иметь довольно большие размеры оконечного отверстия, а, значит, и достаточную длину; однако, поскольку сам рупор не колеблется, это не связано с возрастанием инерциального сопротивления колебательной системы. Таким образом правильно спроектированный рупор даёт возможность поставить излучатель очень малого размера (и соответственно малой массы) в условия благоприятного режима как в акустическом, так и в механическом отношениях.

Теперь можно попытаться выбрать форму рупора. Так как реакция рупора на излучатель определяется колебательным процессом вблизи от него, т. е. в той части рупора, где его сечение мало, то именно здесь рупор должен расширяться медленно. Значит, в области малых S производная $\frac{dS}{dx}$ должна быть тоже мала; этим гарантируются медленное

убывание амплитуды и, следовательно, синфазность избыточного давления и колебательной скорости. По мере удаления от узкого конца сечение рупора может возрастать быстрее; таким образом мы можем рассчитывать получить окончное отверстие достаточных размеров при сравнительно небольшой длине рупора. Первая возможность удовлетворить намеренным требованиям заключается в том; чтобы сохранить пропорциональность между сечением рупора $S(x)$ и скоростью возрастания сечения $\frac{dS}{dx}$. Зададимся условием

$$\frac{dS}{dx} = \beta S,$$

где β есть некоторый постоянный фактор пропорциональности

$$\beta = \frac{1}{S} \frac{dS}{dx}, \quad (4.1)$$

имеющий смысл относительного изменения сечения на единицу осевой длины и измеряемый в $см^{-1}$. В уравнении (4.1) переменные легко разделяются; интегрирование даёт

$$\ln S = \beta x + C = \beta x + \ln S_0,$$

где $C = \ln S_0$ (C и S_0 — произвольные константы). Полученный интеграл можно переписать в виде

$$S(x) = S_0 e^{\beta x}, \quad (4.2)$$

откуда видно, что $S_0 = S(0)$ есть начальное сечение рупора. Величина β , определяемая (4.1), называется *показателем расширения* рупора; рупор, сечение которого возрастает по экспоненциальному закону (4.2), принято называть *экспоненциальным* рупором.

Теория и опыт подтверждают преимущества экспоненциальных рупоров по сравнению с рупорами других форм.

Поэтому рупоры с сечением, возрастающим по экспоненциальному закону, получили широкое применение в акустической технике, в частности, в громкоговорящих устройствах повышенной мощности.

§ 31. Волновое уравнение рупора. Строгое решение задачи о распространении колебаний малой амплитуды внутри рупора потребовало бы нахождения такого интеграла волнового уравнения (2.10), который удовлетворяет граничному условию $\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0$ (n — нормаль к стенке рупора). Попытки решения этой задачи наталкиваются на значительные математические трудности; поэтому теория рупора должна довольствоваться уравнениями средних значений, внося в эти уравнения некоторые упрощающие допущения. Приведём здесь вывод волнового уравнения рупора; это уравнение лежит в основе технического расчёта и проектирования рупоров.

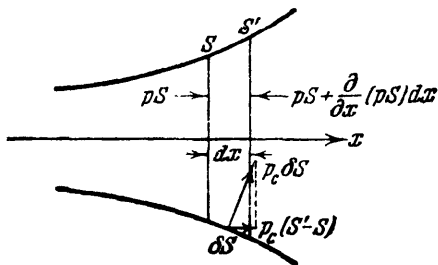


Рис. 63.

Выделим внутри рупора произвольной формы слой, заключённый между плоскими сечениями S и $S' = S + \frac{dS}{dx} dx$, отделёнными друг от друга интервалом dx (рис. 63); составим для этого слоя уравнение непрерывности. Поток вещества через левую границу S слоя будет

$$\rho_0 \int_S v_x dS = \rho_0 v S,$$

где

$$v = \frac{1}{S} \int_S v_x dS \quad (4.3)$$

есть среднее в сечении S значение нормальной (осевой) компоненты v_x вектора колебательной скорости. Поток через правую границу S' слоя можно представить в виде

$$\rho_0 v S + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_0 v S) dx.$$

Приравнявая результирующий поток

$$- \rho_0 \frac{\partial}{\partial x} (v S) dx = - \rho_0 \left(S \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial S}{\partial x} \right) dx$$

к скорости изменения массы слоя $dx \int_S \rho dS$, получим уравнение непрерывности

$$-\rho_0 \left(S \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial S}{\partial x} \right) = \int_S \frac{\partial \rho}{\partial t} dS.$$

Воспользовавшись уравнением состояния (2.9), положим $\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial p'}{\partial t}$ и перепишем предыдущее уравнение в виде

$$S \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial S}{\partial x} = - \frac{1}{\rho_0 c_0^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_S p' dS,$$

где p' есть звуковое давление возле элемента dS . Вводя среднее в сечении S значение звукового давления

$$p = \frac{1}{S} \int_S p' dS, \quad (4.4)$$

перепишем полученный результат в виде уравнения

$$S \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial S}{\partial x} = - \frac{S}{\rho_0 c_0^2} \frac{\partial p}{\partial t}$$

или

$$\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{S} \frac{\partial S}{\partial x} v = - \frac{1}{\rho_0 c_0^2} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (4.5)$$

связав этим уравнением усреднённые значения давления и скорости.

Другую связь между теми же величинами получим, составив уравнение движения слоя. Для этого подсчитаем сначала осевые компоненты действующих на слой сил, обусловленных избыточными давлениями. В направлении оси x на левую границу S слоя действует сила

$$\int_S p' dS = pS; \quad (a)$$

на правую границу S' действует сила противоположного знака, равная

$$- \left[pS + \frac{\partial}{\partial x} (pS) dx \right]. \quad (b)$$

Наконец, учтём ещё реакцию стенок рупора $p_c \cdot \delta S$, где p_c — звуковое давление возле стенки, а δS — поверхность пояса, по которому слой ограничен стенками рупора. Из рис. 63 видно, что осевая компонента силы $p_c \delta S$ есть

$$[p_c \delta S]_x = p_c (S' - S) = p_c \frac{\partial S}{\partial x} dx, \quad (c)$$

имея тот же знак, что и сила (а). Складывая (а), (b) и (с), найдём результирующую осевую силу:

$$\begin{aligned} pS + p_c \frac{\partial S}{\partial x} dx - \left[pS + \frac{\partial}{\partial x} (pS) dx \right] = \\ = \left[(p_c - p) \frac{\partial S}{\partial x} - S \frac{\partial p}{\partial x} \right] dx. \end{aligned}$$

Осевая компонента импульса слоя есть

$$dx \int_S \rho v_x dS \cong \rho_0 dx \int_S v_x dS = \rho_0 v S dx.$$

Скорость изменения осевого импульса должна равняться осевой компоненте силы; таким образом уравнение движения есть

$$\rho_0 S \frac{\partial v}{\partial t} = - (p - p_c) \frac{\partial S}{\partial x} - S \frac{\partial p}{\partial x}$$

или

$$-\frac{1}{\rho_0} \left[\frac{\partial p}{\partial x} + (p - p_c) \frac{1}{S} \frac{\partial S}{\partial x} \right] = \frac{\partial v}{\partial t}. \quad (4.6a)$$

Здесь приближённая теория вынуждена сделать упрощающее допущение, согласно которому давление возле стенок существенно не отличается от среднего давления p в соответствующем сечении *), и положить разность $p - p_c$ в уравнении (4.6a) равной нулю. Сделав такое допущение, мы приводим уравнение движения к виду

$$\frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (4.6b)$$

Ниже мы коснёмся вопроса о правомерности сделанного в приближённой теории допущения; пока примем уравнения

*) Как нетрудно понять, это допущение эквивалентно предположению о том, что в рупоре распространяется *плоская* волна.

(4.5) и (4.6b) в качестве основных уравнений рупора. Введя среднее в сечении S значение потенциала скорости

$$\varphi = \frac{1}{S} \int_S \varphi' dS, \quad (4.7)$$

удовлетворяющее известным из общей теории (см. § 11) условиям

$$v = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad p = p_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad (4.8)$$

мы можем получить взамен двух уравнений (4.5) и (4.6b) одно

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{1}{S} \frac{\partial S}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}, \quad (4.9)$$

которое и является *волновым уравнением* рупора; оно известно под названием уравнения Вебстера.

§ 32. Теория экспоненциального рупора. В частном случае экспоненциального рупора коэффициент при $\frac{\partial \varphi}{\partial x}$ есть постоянная β (показатель расширения), и волновое уравнение принимает вид

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \beta \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}; \quad (4.10a)$$

при синусоидальном (гармоническом) колебании, когда

$$\varphi = \varphi(x) \exp j\omega t,$$

уравнение (4.10a) приводится к виду

$$\frac{d^2 \varphi}{dx^2} + \beta \frac{d\varphi}{dx} + k^2 \varphi = 0, \quad (4.10b)$$

где φ означает $\varphi(x)$, а $k = \frac{\omega}{c_0}$ (т. е. волновое число).

Подстановка решения $\varphi(x) = e^{ax}$ приводит к характеристическому уравнению $a^2 + \beta a + k^2 = 0$, корни которого имеют значения

$$a = -\frac{\beta}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\beta}{2}\right)^2 - k^2}.$$

Уравнение (4.10b) имеет периодические (волновые) решения при условии, что эти корни являются сопряжённо-комплекс-

ными; для этого нужно удовлетворить неравенству

$$k > \frac{\beta}{2} \quad \text{или} \quad \omega > \frac{\beta c_0}{2}.$$

Отсюда следует, что частота

$$\omega_{\text{кр}} = \frac{\beta c_0}{2} \quad (4.11)$$

определяет нижнюю границу полосы частот, пропускаемых экспоненциальным рупором; таким образом оказывается, что экспоненциальный рупор обладает свойствами акустического фильтра верхних частот. Нижняя граница (4.11) полосы пропускания называется *критической частотой*.

Если условие $\omega > \omega_{\text{кр}}$ удовлетворено, то сопряженно-комплексные корни характеристического уравнения будут

$$a = -\frac{\beta}{2} \pm j \sqrt{k^2 - \left(\frac{\beta}{2}\right)^2} = -\frac{\beta}{2} \pm jk \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_{\text{кр}}}{\omega}\right)^2};$$

после умножения на фактор времени $\exp j\omega t$ решение уравнения (4.10b)

$$\varphi(x) = Ae^{a_1 x} + Be^{a_2 x}$$

принимает вид

$$\begin{aligned} \varphi(x, t) = & Ae^{-\frac{\beta}{2}x} \cdot \exp j \left[\omega t - kx \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_{\text{кр}}}{\omega}\right)^2} \right] + \\ & + Be^{-\frac{\beta}{2}x} \cdot \exp j \left[\omega t + kx \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_{\text{кр}}}{\omega}\right)^2} \right]. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Первый член этого решения определяет *прямую* волну, идущую от узкого конца рупора к широкому, второй — *обратную* волну, отраженную от оконечного отверстия. Как видно из (4.12), волновая скорость обоих процессов есть

$$u = \frac{\omega}{k \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_{\text{кр}}}{\omega}\right)^2}} = \frac{c_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_{\text{кр}}}{\omega}\right)^2}}. \quad (4.13)$$

Мы видим, что при высоких частотах ($\omega \gg \omega_{\text{кр}}$) волновая скорость в рупоре практически не отличается от обычной скорости звука c_0 в неограниченно простирающейся среде; но если частота ω , убывая, приближается к критическому

значению $\omega_{кр}$, то волновая скорость быстро возрастает и при $\omega = \omega_{кр}$ становится бесконечной. Физически это означает, что во всех сечениях рупора частицы среды колеблются *синфазно*; избыточное давление обусловлено только уменьшением амплитуды (по закону $e^{-\frac{\beta}{2}x}$) и, значит

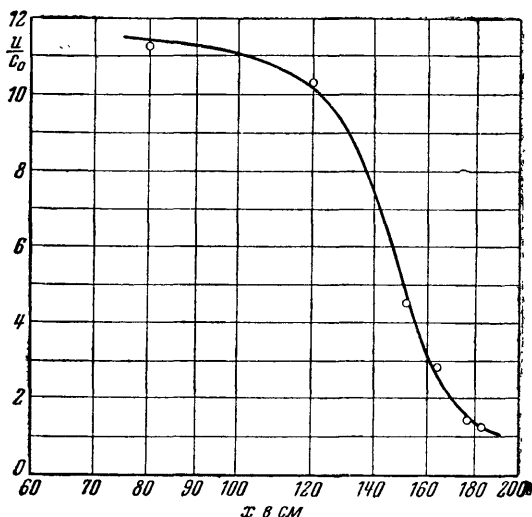


Рис. 64.

(см. § 23), сдвинуто по фазе относительно колебательной скорости на $\frac{\pi}{2}$. Этим и объясняется прекращение переноса энергии на критической частоте.

Этот поразительный результат приближённой теории естественно приводит к вопросу о том, подтверждается ли он опытом. Имеющиеся данные показывают, что на критической частоте волновая скорость в узкой части рупора очень велика, однако она быстро падает по мере возрастания сечения (рис. 64, где показана определённая по экспериментальным данным зависимость $\frac{u}{c_0}$ от x). Как показывает детальное исследование, расхождение приближённой теории

с опытом объясняется тем, что допущение $p_c = p$ (см. § 31) приемлемо лишь для узкой части рупора. При некоторых правдоподобных предположениях относительно связи между p_c и p оказывается, что уравнения средних значений (4.5) и (4.6а) допускают волновые решения для сколь угодно низких частот.

Возвращаясь к решению (4.12), предположим, что размеры оконечного отверстия рупора настолько велики, что отражением волны можно без заметной погрешности пренебречь (строго говоря, это соответствует случаю *бесконечного* рупора). При этом второй член решения можно отбросить и переписать (4.12) в виде

$$\varphi = Ae^{-\frac{\beta}{2}x} \exp j \left[\omega t - kx \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_{кр}}{\omega}\right)^2} \right]. \quad (4.14)$$

По формуле (4.8) средние значения звукового давления и колебательной скорости будут:

$$p = \rho_0 \dot{\varphi} = j\omega \rho_0 Ae^{-\frac{\beta}{2}x} \exp j \left[\omega t - kx \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_{кр}}{\omega}\right)^2} \right], \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned} v &= -\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \left[\frac{\beta}{2} + \right. \\ &+ jk \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_{кр}}{\omega}\right)^2} \left. \right] Ae^{-\frac{\beta}{2}x} \exp j \left[\omega t - kx \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_{кр}}{\omega}\right)^2} \right] = \\ &= \left[\frac{\beta}{2} + j \sqrt{k^2 - \left(\frac{\beta}{2}\right)^2} \right] Ae^{-\frac{\beta}{2}x} \exp j \left[\omega t - \right. \\ &\quad \left. - kx \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_{кр}}{\omega}\right)^2} \right]. \quad (4.16) \end{aligned}$$

Для сопротивления излучения, которым рупор нагружает излучатель, колеблющийся во входном отверстии ($x=0$) рупора, можно теперь получить комплексное значение

$$z_R = \frac{p(0)S_0}{v(0)} = \rho_0 c_0 S_0 \frac{jk}{\frac{\beta}{2} + j \sqrt{k^2 - \left(\frac{\beta}{2}\right)^2}}.$$

После несложных преобразований найдём, разделяя действительную и мнимую части:

$$z_R = \rho_0 S_0 \left[\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_{кр}}{\omega}\right)^2} + j \frac{\omega_{кр}}{\omega} \right], \quad (4.17)$$

где $\delta_0 = \rho_0 c_0$ — удельное акустическое сопротивление среды. Для активного и реактивного сопротивлений излучения имеем:

$$r_R = \delta_0 S_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_{кр}}{\omega}\right)^2}, \quad (4.18)$$

$$x_R = \delta_0 S_0 \frac{\omega_{кр}}{\omega}; \quad (4.19)$$

безразмерные коэффициенты этих сопротивлений представлены на рис. 65 в функции от аргумента $\frac{\omega}{\omega_{кр}}$.

Из формул и графика видно, что, начиная с частоты $\omega = \sqrt{2}\omega_{кр}$, активное сопротивление преобладает над реак-

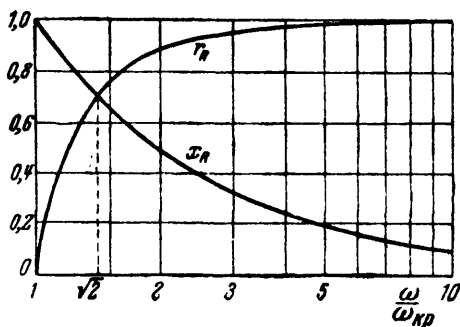


Рис. 65.

тивным и притом совершенно независимо от размеров излучателя. Таким образом условия для эффективной передачи энергии от излучателя в звуковое поле внутри рупора существуют, начиная с нижней частоты:

$$\omega_{нижн} = \sqrt{2}\omega_{кр} = \frac{\beta c_0}{\sqrt{2}}, \quad (4.20)$$

зависящей только от показателя расширения β . Теоретически рассуждая, граница (4.20) может быть сделана сколь угодно низкой; практически уменьшение показателя расширения ограничено увеличением габарита рупора.

Отметим в заключение, что в области достаточно высоких частот ($\omega \gg \omega_{кр}$) можно без существенной погрешности принять для *длинного* рупора

$$z_R \cong j_0 S_0, \quad x_R \cong 0. \quad (4.21)$$

§ 33. Входное сопротивление экспоненциального рупора конечной длины. В заключительных выводах предыдущего параграфа мы пренебрегли отражением волны от оконечного отверстия рупора. Теперь необходимо выяснить вопрос о том, как повлияет учёт этого фактора на входное сопротивление рупора или, точнее выражаясь, на частотные характеристики активного и реактивного сопротивлений излучения, обусловленных нагрузкой излучателя на рупор конечной длины.

В порядке решения этой задачи заметим, что общее решение (4.12) можно после некоторых преобразований привести к виду

$$\varphi = \{A \exp[-k(x'_R + jr'_R)x] + B \exp[-k(x'_R - jr'_R)x]\} \exp jkc_0 t, \quad (4.22)$$

где

$$r'_R = \frac{r_R}{j_0 S_0} = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_{кр}}{\omega}\right)^2}, \quad x'_R = \frac{x_R}{j_0 S_0} = \frac{\omega_{кр}}{\omega} \quad (4.23)$$

— безразмерные коэффициенты активного и реактивного сопротивлений бесконечного экспоненциального рупора. Звуковое давление и колебательная скорость, определённые по формуле (4.8), будут:

$$p = jk j_0 \{A \exp[-k(x'_R + jr'_R)x] + B \exp[-k(x'_R - jr'_R)x]\} \exp jkc_0 t,$$

$$v = k \{(x'_R + jr'_R) A \exp[-k(x'_R + jr'_R)x] + (x'_R - jr'_R) B \exp[-k(x'_R - jr'_R)x]\} \exp jkc_0 t.$$

Поделив p на v , имеем:

$$j' (x) = \frac{p}{v} = j j_0 \frac{C \exp(-kz'_1 x) + \exp(-kz'_2 x)}{z'_1 C \exp(-kz'_1 x) + z'_2 \exp(-kz'_2 x)}, \quad (4.24)$$

где $C = \frac{A}{B}$ — произвольная постоянная, а $z'_1 = x'_R + jr'_R$ и $z'_2 = x'_R - jr'_R$. Пусть выходное отверстие (устье) рупора лежит при $x = 0$, а входное — при $x = -l$ (l — длина рупора). Граничное условие на выходном отверстии рупора можно записать в виде $\dot{\zeta}'(0) = \dot{\zeta}_2$, где $\dot{\zeta}_2$ — удельное (т. е. рассчитанное на единицу площади) сопротивление излучения, которым устье нагружено со стороны окружающей неограниченной среды. Будем предполагать, что $\dot{\zeta}_2$ известно как функция частоты; ниже будет указано, каким образом следует задаваться видом этой функции. Полагая в (4.24) $x = 0$ и приравнявая к $\dot{\zeta}_2$, имеем

$$\dot{\zeta}_2 = j\dot{\zeta}_0 \frac{C + 1}{(x'_R + jr'_R)C + (x'_R - jr'_R)},$$

откуда определяется константа C :

$$C = - \frac{\dot{\zeta}_0 + j\dot{\zeta}_2(x'_R - jr'_R)}{\dot{\zeta}_0 + j\dot{\zeta}_2(x'_R + jr'_R)}.$$

Чтобы определить входное удельное сопротивление рупора $\dot{\zeta}'(-l)$, нужно подставить найденное значение константы в (4.24) и положить $x = -l$. После несложных, хотя и довольно громоздких выкладок, связанных с заменой экспоненциальных функций на тригонометрические, мы приходим к следующему результату:

$$\dot{\zeta}_1 = \dot{\zeta}'(-l) = \dot{\zeta}_0 \frac{\dot{\zeta}_2 r'_R \cos(r'_R kl) + j(\dot{\zeta}_0 + j\dot{\zeta}_2 x'_R) \sin(r'_R kl)}{\dot{\zeta}_0 r'_R \cos(r'_R kl) + j(\dot{\zeta}_2 - j\dot{\zeta}_0 x'_R) \sin(r'_R kl)} \quad (4.25)$$

($\omega > \omega_{кр}$). Для $\omega < \omega_{кр}$ следует заменить в (4.25) тригонометрические функции на гиперболические и положить

$$r'_R = \sqrt{\left(\frac{\omega_{кр}}{\omega}\right)^2 - 1}. \quad (4.26)$$

Чтобы можно было пользоваться полученным результатом, нужно прежде всего задаться функцией $\dot{\zeta}_2(\omega)$, т. е. удельным сопротивлением излучения устья рупора. Анали-

тического её расчёта предложить нельзя, так как, имея дело с усреднёнными величинами p и v , мы не знаем распределения амплитуд и фаз колебания в оконечном отверстии рупора, а стало быть, не можем даже и поставить задачу об определении реакции среды на устье рупора. Поэтому приходится довольствоваться ориентировочными расчётами, например, принять, что сопротивление $\beta_2 S_l$ (S_l — площадь оконечного отверстия) по величине и частотной характеристике удовлетворительно аппроксимируется сопротивлением односторонне излучающей поршневой диафрагмы (рис. 54). Сопоставление выполненного таким образом расчёта с экспериментальными данными показывает, что аппроксимация оказывается выбранной довольно удачно. Если, как это делается в некоторых случаях, устье рупора окружено щитом достаточно больших (по сравнению с λ) размеров, то функция β_2 должна аппроксимироваться сопротивлением поршневой диафрагмы в бесконечном щите (рис. 51). Радиус аппроксимирующей диафрагмы определяется формулой

$$a = \sqrt{\frac{S_l}{\pi}}.$$

На рис. 66 приводятся в качестве примера результаты расчёта компонент входного сопротивления экспоненциального рупора; пунктиром показаны соответствующие компоненты для бесконечного рупора. Из приводимого (вполне типичного) примера видно, что по мере возрастания частоты (следовало бы сказать: по мере уменьшения длины волны по сравнению с линейным размером устья) компоненты сопротивления конечного рупора всё меньше и меньше отличаются от соответствующих компонент бесконечного рупора. Напротив, в области низких частот, где длина волны велика по сравнению с размерами устья, компоненты сопротивления конечного рупора обнаруживают острые максимумы и минимумы, чередующиеся друг с другом. Это получается в результате того, что в области низких частот отражение волны от оконечного отверстия играет заметную роль; благодаря интерференции прямой и обратной волн в плоскости излучателя (в горле рупора) диссипативная и консервативная реакции волнового поля проходят при

изменении частоты через чередующийся ряд максимальных и минимальных значений, причём острота экстремумов уменьшается в сторону высоких частот за счёт уменьшения амплитуды отражённой волны.

Здесь можно указать и на поучительную электрическую аналогию. Мы можем рассматривать рупор как акустический фильтр, нагруженный на сопротивление, вообще говоря, отличное от волнового. В области низких частот это различие велико, поэтому

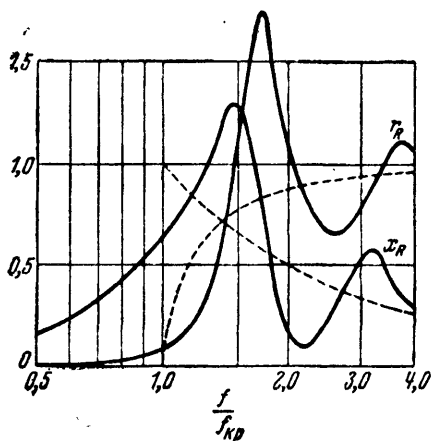


Рис. 66.

входное сопротивление существенно отличается от волнового, которому, очевидно, соответствует входное сопротивление бесконечного рупора. С повышением частоты различие между волновым и нагрузочным сопротивлениями стирается, так как безразмерные коэффициенты обоих этих сопротивлений приближаются к общим пределам: для активного сопротивления — к единице, для реактивного — к нулю. Поэтому в области повышенных частот нет значительной разницы между конечным и бесконечным рупорами.

Заметим, далее, что частотные интервалы между экстремумами кривых рис. 66 увеличиваются, если рупор делается короче. Это связано с тем общим правилом, по которому резонансные частоты любой распределённой системы (струны, мембраны, электрически длинной линии и т. п.) отделены друг от друга тем меньшими интервалами, чем больше линейные размеры системы в направлении распространения колебательного процесса. Рупор не является исключением из общего правила: спектр собственных его частот тем плотнее, чем длиннее рупор.

Очень существенно то обстоятельство, что активная часть входного сопротивления экспоненциального рупора

конечной длины не обращается в нуль на критической частоте (и даже на ещё более низких частотах). Это объясняется тем, что оконечное отверстие рупора имеет отличное от нуля активное сопротивление на сколь угодно низких частотах и, следовательно, излучает звуковую энергию за счёт работы диафрагмы в узком конце рупора. По совершенно аналогичным соображениям фильтр верхних частот, нагруженный на комплексное сопротивление (с отличной от нуля действительной частью), должен иметь активное входное сопротивление, не равное нулю для сколь угодно низких частот.

Из соотношения (4.25) можно извлечь в качестве побочного результата полезную формулу для удельного сопротивления β_1 трубы постоянного сечения. Для этого нужно положить (в связи с наличием в такой трубе *плоской* волны) $r'_R = 1$, $x'_R = 0$ ($\beta = 0$ и $\omega_{кр} = 0$); при этом получаем

$$\beta_1 = \beta_0 \frac{\beta_2 \cos kl + j\beta_0 \sin kl}{\beta_0 \cos kl + j\beta_2 \sin kl}, \quad (4.27)$$

где β_2 — удельное сопротивление, нагружающее противоположный конец трубы. Если, в частности, труба замкнута жёсткой крышкой, то $\beta_2 = \infty$, и мы получаем чисто реактивное сопротивление:

$$\beta_1 = -j\beta_0 \operatorname{ctg} kl. \quad (4.28)$$

В области низких частот $kl \ll 1$ и приближённо

$$z_1 = \beta_1 S = -j\beta_0 S \cdot \frac{1}{kl} = \frac{1}{j\omega \frac{V}{\gamma P_0 S^2}},$$

где $V = Sl$ — объём отрезка трубы, $\gamma P_0 = \rho_0 c_0^2$ — адиабатный модуль объёмной упругости. Мы получили уже известное [формула (1.21)] выражение гибкости замкнутого воздушного объёма; теперь становится очевидным, что трактовка такого объёма как некоторой *сосредоточенной* гибкости допустима лишь при условии, что размеры системы невелики по сравнению с длиной волн.

§ 34. Волны конечной амплитуды в экспоненциальном рупоре. В § 20 было показано, что при распространении акусти-

ческого процесса достаточно большой амплитуды форма колебательного процесса меняется по мере пробега волны; в частности, если источник совершает простое гармоническое колебание, то колебательный процесс в звуковом поле происходит уже не по синусоидальному закону и содержит, помимо основной частоты, ещё и её гармоники. Это явление играет практически очень важную роль в применении к звуковому полю в рупоре; дело в том, что современные рупорные громкоговорители рассчитываются зачастую на большие акустические мощности, а это означает, что волновые процессы в узкой части рупора мощного громкоговорителя имеют амплитуды, которые никак нельзя считать малыми. Так как требование неискажённой звукопередачи является одним из основных требований, предъявляемых к звуковоспроизводящей аппаратуре, то ясно, что оценка искажений, обусловленных конечной амплитудой волны в экспоненциальном рупоре, является очень важной для технической акустики.

Не занимаясь составлением уточнённого волнового уравнения рупора с учётом эффектов второго порядка, изложим здесь упрощённую теорию указанных искажений, достаточную для целей технической практики.

Теория плоской волны конечной амплитуды приводит к выводу [формула (2.60)], что амплитуда второй гармоники звукового давления равна

$$p_2 = \frac{1}{4} \frac{\gamma + 1}{\gamma P_0} p_1^2 \frac{\omega x}{c_0},$$

где p_1 — амплитуда давления основной волны, x — пройденное волной расстояние. Отсюда видно, что амплитуда второй гармоники по мере пробега волны растёт со скоростью

$$\frac{dp_2}{dx} = C p_1^2, \quad (a)$$

где для сокращения письма положено:

$$C = \frac{1}{4} \frac{\gamma + 1}{\gamma P_0} \cdot \frac{\omega}{c_0}. \quad (4.29)$$

Переходя к распространению волны в экспоненциальном рупоре с показателем расширения β , нужно прежде всего заметить, что вследствие возрастания сечения рупора амплитуда второй гармоники должна изменяться по мере пробега волны со скоростью

$$\frac{dp_2}{dx} = -\frac{\beta}{2} p_2. \quad (b)$$

В случае рупора мы имеем, следовательно, дело с двумя факторами, одновременно действующими в противоположных направлениях: с одной стороны, нелинейность процесса приводит к возрастанию

p_2 с пробегом волны, причём при неизменном сечении звукопровода рост этот происходил бы со скоростью (а); с другой стороны, возрастание сечения заставляет p_2 убывать [на это и указывает отрицательный знак в (б)], причём при линейном процессе скорость убывания p_2 определялась бы формулой (б). Предполагая в целях упрощения, что нелинейность волнового процесса в рупоре приводит количественно к такому же эффекту, как и в плоской волне, мы примем, что результирующая скорость изменения p_2 может быть определена сложением (а) и (б):

$$\frac{dp_2}{dx} = Cp_1^2 - \frac{\beta}{2} p_2. \quad (c)$$

Но благодаря расширению рупора амплитуда основного давления тоже убывает с пробегом волны x :

$$p_1 = p_{m1} e^{-\frac{\beta}{2} x}$$

[ср. формулу (4.15)]; подставляя это значение в (с), мы приходим к дифференциальному уравнению

$$\frac{dp_2}{dx} + \frac{\beta}{2} p_2 = Cp_1^2 e^{-\beta x}. \quad (4.30)$$

Так как вторая гармоника появляется только в процессе распространения волны, то решение уравнения (4.30) нужно подчинить граничному условию: $p_2 = 0$ при $x = 0$ (предполагается, что излучатель колеблется синусоидально). Легко проверить, что решение, удовлетворяющее этому граничному условию, есть

$$\begin{aligned} p_2 &= \frac{2Cp_{m1}^2}{\beta} (e^{-\frac{\beta}{2} x} - e^{-\beta x}) = \\ &= \frac{2Cp_{m1}}{\beta} p_{m1} e^{-\frac{\beta}{2} x} - \frac{2C}{\beta} (p_{m1} e^{-\frac{\beta}{2} x})^2 = \frac{2Cp_{m1}}{\beta} p_1 - \frac{2C}{\beta} p_1^2. \end{aligned} \quad (4.31)$$

Нелинейное искажение, оцениваемое по второй гармонике, можно характеризовать величиной

$$\nu = \frac{p_2}{p_1} = \frac{2Cp_{m1}}{\beta} - \frac{2C}{\beta} p_1 = \frac{2Cp_{m1}}{\beta} (1 - e^{-\frac{\beta}{2} x});$$

подставляя сюда значение C из формулы (4.29), имеем:

$$\begin{aligned} \nu &= \frac{1}{4} \frac{\gamma + 1}{\gamma P_0} \cdot \frac{\omega}{\frac{\beta c_0}{2}} p_{m1} (1 - e^{-\frac{\beta}{2} x}) = \\ &= \frac{1}{4} \frac{\gamma + 1}{\gamma P_0} \cdot \frac{\omega}{\omega_{кр}} (1 - e^{-\frac{\beta}{2} x}). \end{aligned} \quad (4.32a)$$

Этот результат показывает, что в начальной части рупора искажение растёт быстро, но по мере пробега волны рост искажения замедляется (рис. 67); причина этого заключается в том,

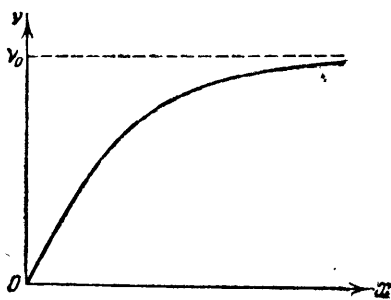


Рис. 67.

что по мере расширения рупора падает амплитуда основного давления, что и приводит к постепенной линеаризации волнового процесса. Практически можно считать, что в выходном сечении рупора ($x = l$) искажение достигает *стабилизованного* значения

$$y_0 = \frac{1}{4} \frac{\gamma + 1}{\gamma P_0} \cdot \frac{\omega}{\omega_{кр}} \cdot p_{m1}, \quad (4.32b)$$

с которым волна и покидает ру-

пор (конечно, если $e^{-\frac{\beta}{2}l} \ll 1$).

Амплитуду основного давления p_{m1} в горле рупора легко выразить через отдаваемую рупору акустическую мощность по формуле

$$P_a = \frac{1}{2} \frac{p_{m1}^2}{\rho_0 c_0} S_0;$$

определив отсюда p_{m1} и подставив полученное значение в формулу (4.32b), найдём:

$$y_0 = \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{\gamma + 1}{\sqrt{\rho_0 c_0^3}} \cdot \frac{\omega}{\omega_{кр}} \sqrt{\frac{P_a}{S_0}}. \quad (4.33a)$$

Если условиться выражать P_a в ваттах, то после вычисления постоянных множителей можно получить расчётную формулу

$$y_0 = 1,23 \cdot 10^{-2} \frac{\omega}{\omega_{кр}} \sqrt{\frac{P_a}{S_0}}. \quad (4.33b)$$

Мы видим, что нелинейное искажение, обусловленное конечной амплитудой звуковой волны в рупоре, пропорционально квадратному корню из удельной нагрузки входного отверстия $\left(\frac{P_a}{S_0} \text{ вт/см}^2\right)$.

Отметим далее, что уменьшение искажения с повышением критической частоты объясняется тем, что при увеличении $\omega_{кр}$ рупор расширяется быстрее, что и приводит к более ранней линеаризации волнового процесса.

§ 35. Сравнение рупоров различной формы. Выбор рациональной формы рупора, сделанный в § 30, опирался на предварительные соображения; мы не выдвинули до сих пор никакого кри-

терия, по которому можно было бы дать оценку экспоненциального рупора по сравнению с рупорами какой-либо иной формы. Для осуществления такой оценки мы должны рассмотреть некоторое *семейство рупоров*, в состав которого входил бы и экспоненциальный рупор.

Для аналитического определения такого семейства мы можем задаться связью между сечением S и скоростью его возрастания $\frac{dS}{dx}$ в более общей форме, чем это было сделано в § 30; положим:

$$\frac{dS}{dx} = \beta_n S^n. \quad (4.34)$$

Если $n \neq 1$, то общий интеграл этого уравнения имеет вид

$$S = S_0 \left(1 + \alpha \frac{1}{1-n} \cdot x \right)^{\frac{1}{1-n}}, \quad (4.35)$$

где S_0 есть начальное сечение рупора $S(0)$, а

$$\alpha \frac{1}{1-n} = \frac{(1-n)\beta_n}{S_0^{1-n}}.$$

Уравнение (4.35) определяет семейство рупоров, членам которого соответствуют различные значения параметра n . В интервале дробных значений*) $0 \leq n < 1$ можно выделить следующие частные случаи:

1) При $n = 0$ получается *параболический* рупор (рис. 68, а):

$$S = S_0 (1 + \alpha_1 x). \quad (4.36a)$$

2) При $n = \frac{1}{2}$ имеем *конический* рупор (рис. 68, б):

$$S = S_0 (1 + \alpha_2 x)^2. \quad (4.36b)$$

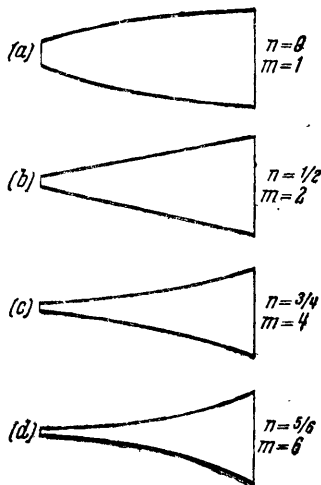


Рис. 68.

*) Заметим, что если в уравнении (4.35) допустить значения $n > 1$, то получались бы рупоры, сечение которых растёт по закону

$$S = \frac{S_0}{(1 - \alpha \frac{1}{n-1} x)^{\frac{1}{n-1}}};$$

такая форма не представляет интереса, так как функция теряет смысл при $x \geq (\alpha \frac{1}{n-1})^{-1}$. Следовательно, значения n в уравнении

(4.35) должны быть ограничены интервалом $0 \leq n < 1$.

3) При $n = \frac{2}{3}$, $n = \frac{3}{4}$, ..., $n = \frac{m-1}{m}$ получаются следующие разновидности степенных рупоров:

$$S = S_0(1 + \alpha_3 x)^3, \quad (4.36c)$$

$$S = S_0(1 + \alpha_4 x)^4, \quad (4.36d)$$

.....

$$S = S_0(1 + \alpha_m x)^m. \quad (4.37)$$

На рис. 68, *c*, *d* изображены рупоры, отвечающие значениям $m = 4$ ($n = \frac{3}{4}$) и $m = 6$ ($n = \frac{5}{6}$). Легко видеть, что если пока-затель степени m безгранично возрастает, то n стремится к единице, что, как видно из (4.34); соответствует случаю экспоненциального рупора. Таким образом оказывается, что экспоненциальный рупор является предельным членом семейства степенных рупоров, описываемых уравнением (4.37).

Подставляя общую форму степенного рупора (4.37) в волновое уравнение (4.9), имеем, полагая $\varphi = \varphi(x) e^{j\omega t}$:

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{m}{x + \frac{1}{\alpha_m}} \cdot \frac{d\varphi}{dx} + k^2\varphi = 0 \quad (4.38)$$

($k = \frac{\omega}{c_0}$). Это уравнение, определяющее $\varphi(x)$, имеет, после умножения на фактор времени $\exp j\omega t$, решение

$$\varphi(x, t) = \frac{A \exp j\omega t}{\left(x + \frac{1}{\alpha_m}\right)^{\frac{m-1}{2}}} H_{\frac{m-1}{2}} \left(kx + \frac{k}{\alpha_m}\right), \quad (4.39)$$

где A — произвольная постоянная, $H_{\frac{m-1}{2}}$ — цилиндрическая функция Ганкеля порядка $\frac{m-1}{2}$. Для чётных значений m эта функция выражается через экспоненциальные функции; так, например, для значений 2, 4 и 6 имеем:

$$H_{\frac{1}{2}}(z) = \pm j \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \exp(\mp jz);$$

$$H_{\frac{3}{2}}(z) = \pm j \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \left(\frac{1}{z} \pm j\right) \exp(\mp jz);$$

$$H_{\frac{5}{2}}(z) = \pm j \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \left(\frac{3}{z^2} \pm j \frac{3}{z} - 1\right) \exp(\mp jz).$$

Здесь x означает аргумент функции; верхний знак относится к волне, идущей от узкого конца рупора к широкому, нижний — к обратной волне, идущей от широкого конца к узкому. Решение (4.39) позволяет определить усреднённые давления и скорости в степенных рупорах согласно (4.8); не останавливаясь на самих вычислениях, мы приведём здесь лишь данные о компонентах сопротивления бесконечных рупоров, что позволит сравнить между собой степенные рупоры и экспоненциальный рупор в качестве предельного члена семейства.

На рис. 69 построены частотные характеристики безразмерных коэффициентов активного и реактивного сопротивлений ряда степенных рупоров «равного габарита», имеющих одну и ту же площадь горла S_0 и одно и

то же отношение $\frac{S(x)}{S_0}$ при некотором произвольно выбранном значении x (для приводимых кривых положено $x = l = 200$ см, $\frac{S(l)}{S_0} = 2500$). Как видно из (4.37), для удовлетворения этого условия коэффициент α_m должен иметь значение

$$\alpha_m = \frac{1}{l} \left(\sqrt[m]{\frac{S(l)}{S_0}} - 1 \right).$$

Кроме того, на том же графике даны для сравнения компоненты сопротивления экспоненциального рупора того же габарита с показателем расширения

$$\beta = \frac{1}{l} \ln \frac{S(l)}{S_0}$$

(в нашем случае для β получается значение $0,037$ см⁻¹, что соответствует $f_{кр} = 100$ гц).

Характеристики рис. 69 показывают, что по мере возрастания показателя m свойства рупоров приближаются к свойствам экспоненциального рупора, однако только в области частот, лежащих выше критической. Как раз в этой области и обнаруживаются

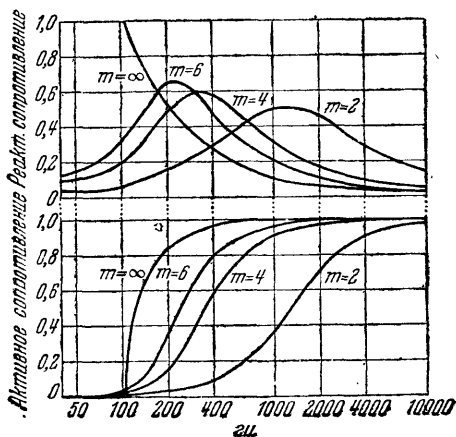


Рис. 69.

преимущества экспоненциального рупора по сравнению с рупорами других форм; его активное сопротивление здесь значительно больше, чем активное сопротивление степенных рупоров. Более отчётливая картина получается при рассмотрении отношения $\frac{x_R}{r_R}$, характеризующего соотношение между реактивной и активной акусти-

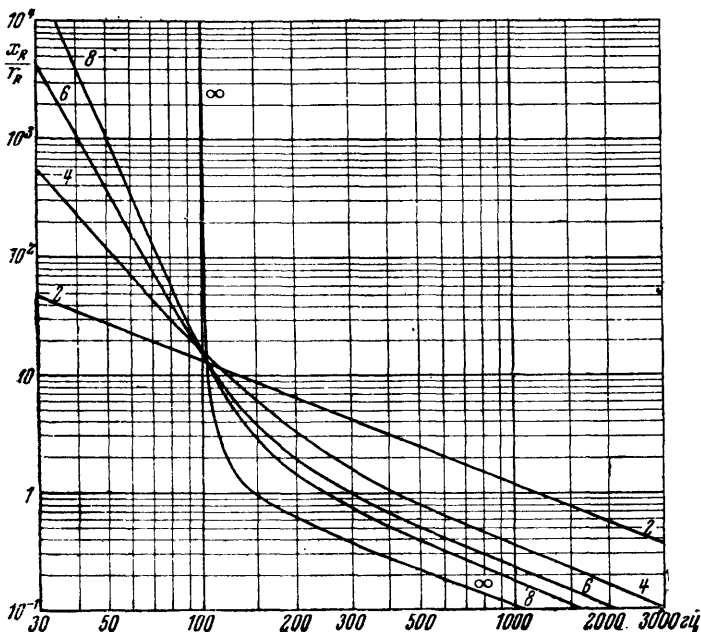


Рис. 70.

ческой мощностями; как видно из рис. 70, в области частот, лежащих выше критической, это отношение имеет наименьшую величину для рупора экспоненциальной формы. Стоит, однако, отметить, что в области самых низких частот преимущество принадлежит степенным рупорам и преимущество это тем больше, чем ниже показатель степени m (см. рис. 70).

Отметим в заключение, что теория рупора располагает ещё результатами сравнения членов семейства, общая форма которого определяется уравнением

$$S = S_0 \left(\operatorname{ch} \frac{\beta x}{2} + \tau \operatorname{sh} \frac{\beta x}{2} \right)^2, \quad (4.40)$$

где τ — параметр, определяющий каждый из рупоров, входящих в семейство. При $\tau = 0$ получается рупор, очерченный по гиперболическому косинусу (катеноидальный рупор); при $\tau = 1$ — экспоненциальный рупор $S = S_0 e^{\beta x}$; при $\tau > 1$ формула даёт рупоры, по своим характеристикам схожие со степенными, однако обладающие, как и все другие члены семейства (4.40), критической частотой $\omega_{кр} = \frac{\beta c_0}{2}$. Заслуживает внимания то обстоятельство, что формы бесконечных рупоров, лежащие между экспоненциальной и кате-

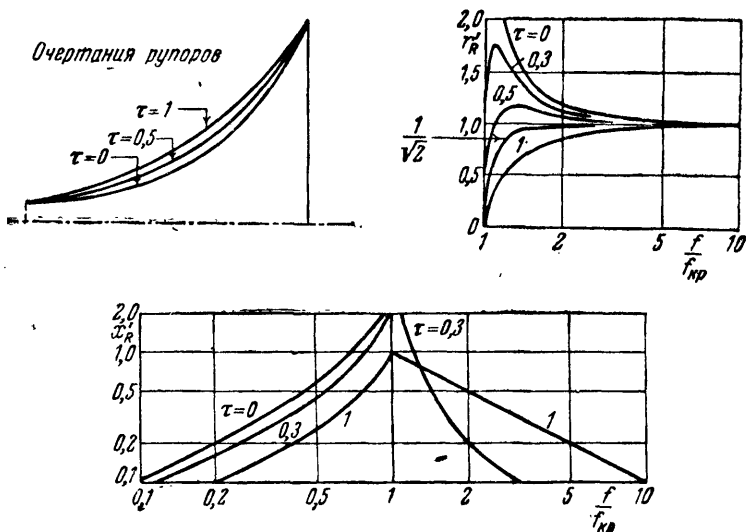


Рис. 71.

ноидальной формами, имеют всё большее и большее активное сопротивление в области низких частот. Однако ввиду отсутствия экспериментальных данных вопрос о техническом значении этих «трансэкспоненциальных» рупоров остаётся пока открытым. Теоретические характеристики некоторых из рупоров (4.40) бесконечной длины приводятся на рис. 71.

§ 36. Сочленённые рупоры. Опыт расчёта и проектирования рупорных громкоговорителей показал, что в некоторых случаях желательно реализовать рупор с частотной характеристикой активного сопротивления, плавно поднимающейся в сторону высоких частот без острых максимумов в области нижнего регистра. Как мы видели выше (см. рис. 66), наличие таких максимумов типично для рупоров конечной длины. Одна из возможностей реализации

характеристики указанного вида заключается в том, что ко входному отверстию большого рупора с низкой критической частотой присоединяется второй малый рупор с критической частотой, в несколько раз большей. Фильтрующее действие малого рупора в области частот, лежащих между критическими частотами большого и малого рупоров, может придать характеристике активного сопротивления на входе малого рупора желаемый вид.

Расчёт подобных *сочленённых систем* ведётся по формуле (4.25) по следующей схеме. Сначала рассчитывается входное сопротивление первого (большого) рупора, оконечное отверстие которого излучает в неограниченно простирающуюся среду; при этом нагрузочное сопротивление z_2 выбирается согласно указаниям § 33. Затем по той же формуле рассчитывается сопротивление малого рупора, причём для нагрузочного сопротивления z_2 берутся теперь ранее вычисленные значения входного сопротивления большого рупора, нагружающего малый рупор.

Расчёт оказывается очень трудоёмким и к тому же может не сразу привести к желаемому результату, получающемуся обычно лишь в итоге ряда последовательных приближений.

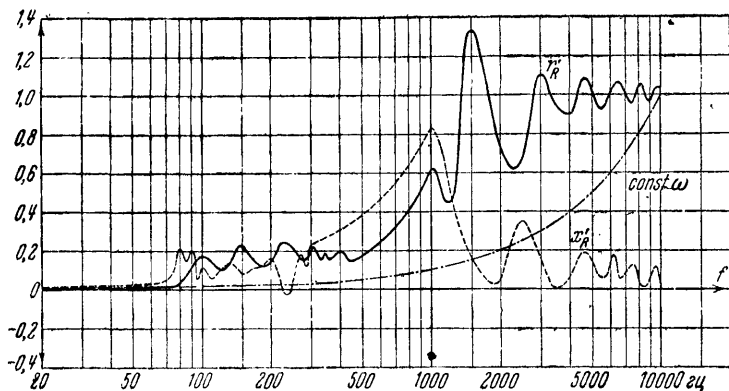


Рис. 72.

В качестве примера выполненного расчёта на рис. 72 приведены вычисленные характеристики входного сопротивления двухзвенного сочленённого рупора. Первый (большой) рупор имеет следующие данные: диаметр оконечного отверстия $D_1 = 146$ см, диаметр входного отверстия $d_1 = 16$ см, длина $l_1 = 150$ см, критическая частота $f_1 = 80$ гц. Малый рупор имеет

$$D_2 = d_1 = 16 \text{ см}, \quad d_2 = 6,4 \text{ см}, \quad l_2 = 10 \text{ см}, \quad f_2 = 500 \text{ гц}.$$

Применяя трёхзвенную сочленённую систему, можно получить ещё лучшее приближение к линейной зависимости между активным сопротивлением на входе и частотой. На рис. 73 приведены характеристики входного сопротивления трёхзвенного сочленённого

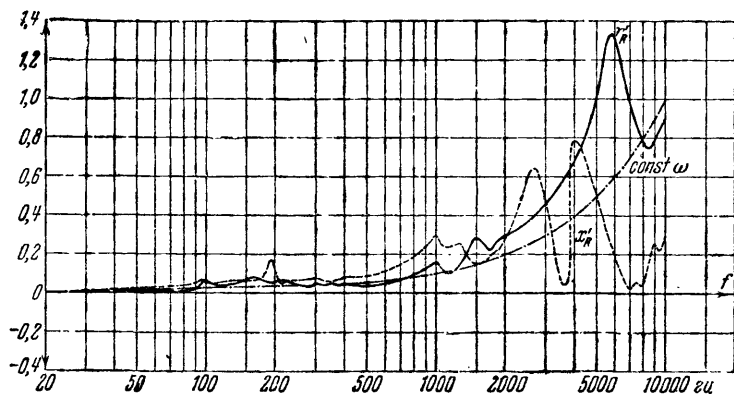


Рис. 73.

рупора, полученного путём присоединения к двухзвенной комбинации (рис. 72) третьего рупора со следующими данными:

$$D_3 = d_2 = 6,4 \text{ см}, \quad d_3 = 2,56 \text{ см}, \quad l_3 = 2,5 \text{ см}, \quad f_3 = 2000 \text{ гц}.$$

Для сравнения на том же графике дано построенное на полулогарифмической сетке уравнение прямой $r = \text{const} \cdot \omega$.

§ 37. Приёмный рупор. До сих пор мы рассматривали рупор как *излучающее* устройство или как акустический трансформатор, посредством которого излучатель связывается с неограниченно простирающейся средой. Однако в технической акустике рупоры применяются и в качестве *звукоприёмных* устройств, собирающих звуковую энергию и, следовательно, обладающих способностью усиливать звук; таково, например, применение рупоров в звукоулавливателях, используемых в противовоздушной обороне для акустической пеленгации самолётов противника.

Действие звукоприёмного рупора оценивается величиной коэффициента усиления, определяемого как отношение звукового давления p' , действующего на диафрагму в горле

рупора, к звуковому давлению p возле диафрагмы в отсутствии рупора:

$$K = \frac{p'}{p}. \quad (4.41)$$

Расчёт коэффициента усиления приёмного рупора проще всего осуществляется на основе принципа взаимности, справедливого для пассивных линейных акустических и меха-

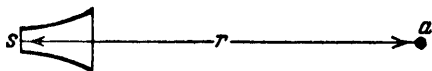


Рис. 74.

нических систем. Воспользовавшись теоремой взаимности (1.53а), выведенной для механического четырёхполюсника в § 7, напишем:

$$\left| \frac{v_1}{F_2} \right|_{v_2=0} = \left| \frac{v_2}{F_1} \right|_{v_1=0}. \quad (4.42)$$

В словесной формулировке уравнение (4.42) означает, что сила, действующая на заторможенном выходе линейной механической или акустической системы при наличии некоторой скорости на входе, совпадает с силой, действующей на заторможенном входе системы при наличии той же скорости на её выходе.

Представим себе систему, состоящую из рупора с диафрагмой, поверхность которой равна S , и весьма малого пульсирующего шара радиуса a , помещённого на оси рупора на расстоянии r от диафрагмы (рис. 74). По формуле (3.14) эффективное давление, создаваемое излучающим рупором возле шара, может быть представлено в виде

$$p_1 = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{\delta_0 \Omega P_a}{4\pi}},$$

где $\delta_0 = \rho_0 c_0$ — удельное акустическое сопротивление среды, Ω — коэффициент осевой концентрации излучающего рупора, P_a — излучаемая рупором акустическая мощность. Согласно (3.8)

$$P_a = \delta_0 S r'_R v_1^2;$$

здесь v_1 — эффективная скорость диафрагмы, r'_R — безраз-

мерный коэффициент активного сопротивления излучения рупора. Таким образом

$$p_1 = v_1 \frac{\delta_0}{r} \sqrt{\frac{\Omega S r'_R}{4\pi}}$$

и сила F_2 , действующая на неизлучающий шар, есть

$$F_2 = p_1 \cdot 4\pi a^2 = v_1 \frac{\delta_0}{r} a^2 \sqrt{4\pi \Omega S r'_R},$$

причём

$$\left| \frac{F_2}{v_1} \right|_{v_2=0} = \frac{\delta_0}{r} a^2 \sqrt{4\pi \Omega S r'_R}. \quad (4.43)$$

Пусть теперь диафрагма неподвижна ($v_1 = 0$), а шар пульсирует, излучая акустическую мощность

$$P_a = \delta_0 \cdot 4\pi a^2 (ka)^2 \cdot v_2^2;$$

здесь v_2 есть эффективное значение радиальной скорости шара, а

$$(ka)^2 = \left(2\pi \frac{a}{\lambda} \right)^2,$$

согласно (3.18), есть безразмерный коэффициент активного сопротивления излучения при условии, что $ka \ll 1$ во всём диапазоне исследуемых частот. Эффективное давление p_2 , создаваемое шаром возле неподвижной диафрагмы S в отсутствии рупора, равно

$$p_2 = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{\delta_0 P_a}{4\pi}} = \frac{\delta_0}{r} ka^2 v_2.$$

При наличии рупора на диафрагму будет действовать давление

$$p'_2 = K p_2 = K \frac{\delta_0}{r} ka^2 v_2,$$

а сила, приложенная к заторможенной диафрагме, будет

$$F_1 = p'_2 S = v_2 K \frac{\delta_0 S}{r} ka^2,$$

откуда следует, что

$$\left| \frac{F_1}{v_2} \right|_{v_1=0} = K \frac{\delta_0 S}{r} ka^2. \quad (4.44)$$

На основании принципа взаимности (4.42) имеем, сопоставляя формулы (4.43) и (4.44):

$$K = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{4\pi\Omega r'_R}{S}} = \lambda \sqrt{\frac{\Omega r'_R}{\pi S}}. \quad (4.45)$$

Формула (4.45) определяет коэффициент усиления рупора при приёме звука от источника, лежащего на оси рупора; именно так и используется звукоприёмный рупор при акустической пеленгации. Если нужно определить коэффициент усиления рупора для источника, расположенного под углом θ_0 к оси, то коэффициент концентрации должен быть вычислен именно для этого направления (а не для осевого); это означает, что характеристика направленности в формуле (3.13а) должна быть определена отношением

$$\Phi_{\theta_0}(\theta) = \frac{p_\theta}{p_{\theta_0}}, \quad (4.46)$$

а не по формуле (3.12b).

При расчёте по формуле (4.45) значения r'_R вычисляются в случае экспоненциального рупора по формулам § 33; для рупоров других форм можно аналогичными метода-

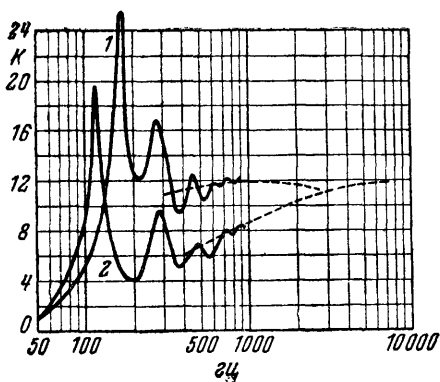


Рис. 75.

ми вычислить активную компоненту входного сопротивления рупора конечной длины. Что касается коэффициента концентрации Ω , то его расчёт основывается на предположении, что оконечное отверстие рупора излучает как поршневая диафрагма, т. е. что характеристика направленности рупора может быть определена по формуле (3.35). Именно таким образом вычислены характеристики коэффициента усиления, представленные (по Л. Я. Гутину) на рис. 75: кривая 1 относится к экспоненциальному рупору, кривая 2 — к параболическому (размеры обоих рупоров одинаковы: $D = 60$ см, $d = 10$ см, $l = 87,5$ см).

При сопоставлении кривых видно, что в области низких частот экспоненциальный рупор усиливает больше, чем параболический, зато в области высоких частот (пунктирные кривые, при вычислении которых r'_R было взято в предположении бесконечно длинного рупора) усиление экспоненциального рупора падает, тогда как усиление параболического рупора асимптотически приближается к пределу, равному

$$K_0 = 2 \frac{D}{d}$$

где D и d — диаметры оконечного и входного отверстий рупора.

Существенное значение имеет также то обстоятельство, что в области самых низких частот, где длина волны велика по сравнению с размерами рупора, K стремится к единице для рупоров любой формы. Таким образом в этой области частот приёмный рупор уже не усиливает звука.

ГЛАВА V

ЭЛЕКТРОАКУСТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

§ 38. Электромеханическое преобразование. Основным предметом электроакустики является теория, расчёт и конструирование весьма различных по своему устройству и назначению приборов, осуществляющих электромеханическое преобразование колебаний звуковой частоты. Под этим термином мы понимаем преобразование колебательных процессов из электрической формы в механическую или, наоборот, из механической формы в электрическую. Электромеханические преобразователи колебаний имеют широкое техническое применение. Преобразователями электрических колебаний в механические, или, иначе, *преобразователями-двигателями*, являются, например, громкоговорители, телефоны, рекордеры для звукозаписи на диск или на киноплёнку, подводные звукоизлучатели, применяемые в технике гидроакустической связи, осциллографы, сигнальные сирены и т. д. Преобразователи механических колебаний в электрические, или, иначе, *преобразователи-генераторы*, применяются в форме микрофонов, звукоосциллографов, гидрофонов, виброметров и т. д. Всякие устройства такого рода, работающие в диапазоне звуковых частот, мы будем называть *электроакустическими системами*.

В огромном большинстве случаев к электроакустическим системам предъявляется основное требование *неискажённости* преобразования. Это требование означает, что колебательные процессы на входе и на выходе преобразователя должны иметь одинаковые акустические спектры; электрические и механические процессы должны выражаться сходными функциями времени, различающимися лишь постоянным множителем пропорциональности. Чтобы удовлетворить этому

требованию, преобразование должно быть *линейным*, т. е. электрические и механические переменные должны быть связаны друг с другом линейными уравнениями.

В большинстве случаев преобразователи, применяемые в электроакустической технике, являются *обратимыми*: они способны выполнять электромеханическое преобразование в обоих направлениях. В обратимых преобразователях мы, таким образом, имеем дело со взаимными электромеханическими связями: генераторы и двигатели различаются между собой только условиями использования.

Охватывая очень широкую группу электроакустических систем, мы различаем два основных типа преобразователей. В системах первого типа движущие механические силы (или, как принято говорить, пондеромоторные силы) обусловлены динамическим взаимодействием электрических токов (здесь, в частности, имеются в виду и молекулярные токи в ферромагнетиках), а электродвижущие силы связаны с изменением магнитных потоков. Преобразователи этого типа мы будем называть *индуктивными* или *электромагнитными*. В системах второго типа пондеромоторные силы обусловлены взаимодействием электрических зарядов, а переменные напряжения являются разностями потенциалов в квазистационарных электрических полях. Преобразователи этого типа условимся называть *ёмкостными* или *электростатическими*. Пьезоэлектрические преобразователи будут рассмотрены особо в главе XI; мы увидим там, что они формально сходны с электростатическими.

Преобразователи того и другого типов подчинены некоторым общим закономерностям, имеющим важное принципиальное и техническое значение; некоторые из этих закономерностей мы сформулируем в следующем параграфе.

§ 39. Теоремы электромеханической взаимности. Пусть мы имеем произвольную динамическую систему, являющуюся преобразователем *электромагнитного* типа. Пусть, далее, благодаря наличию электромеханической связи указанного типа на элемент a механической части системы действует сила F_a при протекании в контуре b электрической части системы некоторого тока i_b . Можно доказать, что, обратно, при движении элемента a с некоторой скоростью v_a в контуре b будет действовать электродвижущая сила U_b , причём,

каково бы ни было конкретное устройство системы, переменные F_a , v_a , i_b , U_b связаны между собой соотношением

$$\frac{\partial F_a}{\partial i_b} = - \frac{\partial U_b}{\partial v_a}, \quad (5.1)$$

которое мы назовём *первой теоремой электромеханической взаимности*. Общее доказательство этой теоремы требует применения специального аналитического аппарата и потому здесь не излагается.

По той же причине мы приведём без общего доказательства и другую теорему, относящуюся к *электростатическому преобразователю*. Пусть на элемент a механической системы действует сила F_a , причинно связанная с зарядом q_b конденсатора в контуре b электрической системы; смещение элемента a на величину y_a вызовет изменение разности потенциалов U_b между обкладками конденсатора, причём указанные переменные величины подчинены общему соотношению

$$\frac{\partial F_a}{\partial q_b} = \frac{\partial U_b}{\partial y_a}, \quad (5.2)$$

которое мы назовём *второй теоремой электромеханической взаимности*. Эта вторая теорема требует оговорки: она может не быть справедливой, если в системе одновременно реализуется также и связь электромагнитного типа.

Если электромеханическое преобразование удовлетворяет условию линейности, то теоремы взаимности (5.1) и (5.2) позволяют написать уравнения преобразователя в линейной форме. Для электромагнитного преобразователя можно предположить комплексные уравнения

$$\left. \begin{aligned} U &= Zi - Kv, \\ F &= zv + Ki, \end{aligned} \right\} \quad (5.3)$$

где U и i — напряжение и ток на электрической стороне преобразователя, F и v — сила и скорость на механической стороне; коэффициент

$$K = \frac{\partial F}{\partial i} = - \frac{\partial U}{\partial v} \quad (5.4)$$

называется *коэффициентом электромеханической связи*. Наконец, величины

$$Z = \frac{\partial U}{\partial i}, \quad z = \frac{\partial F}{\partial v} \quad (5.5)$$

представляют собой собственные сопротивления: Z есть электрическое сопротивление системы при заторможенной ($v = 0$) механической стороне, z есть механическое сопротивление системы в режиме холостого хода ($i = 0$) электрической стороны. Для электростатического преобразователя комплексные линейные уравнения стационарного режима можно написать в виде

$$\left. \begin{aligned} U &= j\omega Zq + ky, \\ F &= j\omega zv + kq. \end{aligned} \right\} \quad (5.6a)$$

Здесь заряд q связан с током i на электрической стороне условием

$$q = \int_0^t i dt,$$

а смещение y на механической стороне связано аналогичной формулой с колебательной скоростью v :

$$y = \int_0^t v dt.$$

Коэффициент

$$k = \frac{\partial F}{\partial q} = \frac{\partial U}{\partial y} \quad (5.7)$$

характеризует электромеханическую связь электростатического типа. Однако по соображениям формального единообразия, связанным с пользованием комплексными сопротивлениями, представляется более удобным положить для стационарного режима $i = j\omega q$ и $v = j\omega y$, причём уравнения (5.6a) приводятся к виду

$$\left. \begin{aligned} U &= Zi + Kv, \\ F &= zv + Ki, \end{aligned} \right\} \quad (5.6b)$$

где

$$K = \frac{k}{j\omega}. \quad (5.8)$$

Следует иметь в виду, что в уравнениях (5.3) коэффициент электромеханической связи K есть *действительное* количество, а в уравнениях (5.6b) — *мнимое*.

§ 40. Электрический эквивалент преобразователя-двигателя. Уравнения преобразователя-двигателя, у которого входной стороной является электрическая, можно написать в виде *)

$$\left. \begin{aligned} U &= Zi \mp Kv, \\ 0 &= zv + Ki; \end{aligned} \right\} \quad (5.9)$$

действительно, $F = 0$, если на механической стороне нет извне приложенных сил. Двойной знак в первом уравнении отвечает двум основным типам электромеханического преобразования. Исключая v из этих уравнений, имеем:

$$U = \left(Z \pm \frac{K^2}{z} \right) i.$$

Отсюда видно, что входное сопротивление преобразователя-двигателя есть

$$Z' = Z \pm \frac{K^2}{z}. \quad (5.10a)$$

Положительный знак относится к преобразователям электромагнитного типа, отрицательный — к электростатическим преобразователям; напоминая о заключительном замечании предыдущего параграфа, заметим, что в первом случае K^2 действительно и *положительно*, а во втором случае — действительно и *отрицательно*. Общую форму, охватывающую оба случая, можно представить уравнением

$$Z' = Z + \frac{|K^2|}{z}. \quad (5.10b)$$

Мы видим, таким образом, что в рабочем режиме к собственному электрическому сопротивлению Z преобразователя

*) Сопротивление механической нагрузки, если она имеется, должно быть включено в состав z .

добавляется *внесённое* за счёт движения системы электрическое сопротивление

$$Z_k = \frac{|K|^2}{z}. \quad (5.11)$$

Обратная пропорциональность между внесённым сопротивлением Z_k и механическим сопротивлением z системы легко понятна: если $z \rightarrow \infty$, то $v \rightarrow 0$, и в пределе мы должны получить для Z' значение Z , соответствующее преобразователю, заторможенному в механической части; при этом $Z_k = 0$.

Электрический контур, составленный из последовательной комбинации сопротивлений Z и Z_k , является, в соответствии с формулой (5.10b), *электрическим эквивалентом* преобразователя-двигателя (рис. 76).

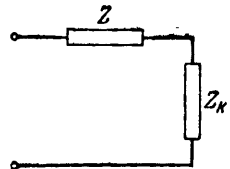


Рис. 76.

§ 41. Коэффициент полезного действия и отдача преобразователя-двигателя. Положим в уравнениях (5.9)

$$Z = R + jX,$$

$$z = r + jx.$$

При этом внесённое сопротивление (5.11) приводится к виду

$$Z_k = \frac{|K|^2}{r + jx} = \frac{|K|^2 r}{|z|^2} - j \frac{|K|^2 x}{|z|^2} = R_k + jX_k,$$

причём активная и реактивная части внесённого сопротивления выражаются формулами

$$R_k = \frac{|K|^2 r}{|z|^2} = \frac{|K|^2}{|z|} \cos \theta, \quad (5.12)$$

$$X_k = -\frac{|K|^2 x}{|z|^2} = -\frac{|K|^2}{|z|} \sin \theta. \quad (5.13)$$

Здесь

$$|z| = \sqrt{r^2 + x^2}, \quad \operatorname{tg} \theta = \frac{x}{r}.$$

Для входного сопротивления Z' в рабочем режиме можно теперь написать:

$$Z' = Z + Z_k = (R + R_k) + j(X + X_k).$$

Потребляемая преобразователем активная мощность

$$P_e = i^2 (R + R_k) \quad (5.14)$$

(i — эффективный ток во входном контуре) складывается из двух частей: одна из них $i^2 R$ есть мощность, рассеиваемая в электрической системе в форме джоулева тепла, а другая $i^2 R_k$ — мощность, превращаемая в механическую форму (действительно, эта часть исчезает, если $z = \infty$, т. е. если преобразователь механически заторможен). Таким образом для активной механической мощности, развиваемой преобразователем-двигателем, можно написать:

$$P_m = i^2 R_k. \quad (5.15)$$

Отношение активной механической мощности к активной электрической характеризует *коэффициент полезного действия* (кпд) преобразователя-двигателя:

$$\eta = \frac{P_m}{P_e} = \frac{R_k}{R_k + R} = \frac{1}{1 + \frac{R}{R_k}}. \quad (5.16)$$

В тех случаях, когда электрическое сопротивление Z преобразователя-двигателя является по преимуществу реактивным, величина кпд (5.16) уже не может служить рациональной характеристикой эффективности преобразования. Чтобы убедиться в этом, положим:

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{X}{R};$$

вводя в уравнение (5.16)

$$R = |Z| \cos \varphi \quad \text{и} \quad R_k = \frac{|K|^2}{|z|} \cos \theta,$$

получим:

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{|Z||z|}{|K|^2} \cdot \frac{\cos \varphi}{\cos \theta}}. \quad (5.17)$$

Теперь видно, что если $X \gg R$, то $\cos \varphi$ близок к нулю и кпд (5.17) мало отличается от единицы. Это, конечно,

соответствует действительности, однако вовсе не обозначает, что преобразователь развивает значительную механическую мощность; в рассматриваемых условиях высокий КПД является результатом того, что преобразователь забирает от источника внешней ЭДС весьма малую активную мощность. В таких случаях целесообразнее характеризовать эффективность электромеханического преобразования величиной *коэффициента отдачи* — отношением развиваемой активной механической мощности (5.15) к кажущейся электрической мощности, потребляемой преобразователем:

$$P_{ек} = i^2 |Z'|. \quad (5.18)$$

Из формул (5.15) и (5.18) имеем для отдачи преобразователя-двигателя выражение

$$\vartheta = \frac{P_m}{P_{ек}} = \frac{R_k}{|Z'|} = \frac{|K|^2}{|Z'| |z|} \cos \theta = \frac{|K|^2 r}{|Z'| |z|^2}, \quad (5.19)$$

где

$$|Z'| = \sqrt{(R + R_k)^2 + (X + X_k)^2}$$

есть модуль входного сопротивления.

Связь между коэффициентами полезного действия и отдачи легко определить из формул (5.16) и (5.19):

$$\frac{\vartheta}{\eta} = \frac{R + R_k}{|Z'|} = \cos \varphi', \quad (5.20)$$

где фазовый угол φ' входного сопротивления преобразователя определяется условием

$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{X + X_k}{R + R_k} = \frac{|Z| \sin \varphi - |Z_k| \sin \theta}{|Z| \cos \varphi + |Z_k| \cos \theta} \quad (5.21)$$

[см. (5.12) и (5.13)]; если $|Z_k| \ll |Z|$, что имеет место при незначительной отдаче, то $\varphi' \cong \varphi$.

В тех случаях, когда преобразователь-двигатель является звукоизлучающим устройством, активное механическое сопротивление r можно разложить на две части: сопротивление излучения r_R и сопротивление механических потерь r_D . Полагая в (5.12) $r = r_R + r_D$, имеем:

$$R_k = \frac{|K|^2}{|z|^2} (r_D + r_R);$$

при этом для активной механической мощности находим, подставляя это значение в (5.15):

$$P_m = i^2 \frac{|K|^2}{|z|^2} r_D + i^2 \frac{|K|^2}{|z|^2} r_R.$$

Первое слагаемое есть мощность, рассеиваемая благодаря наличию потерь; второе определяет полезную акустическую мощность P_a излучателя. Механическое полезное действие преобразователя характеризуется отношением

$$\eta' = \frac{P_a}{P_m} = \frac{r_R}{r_D + r_R} = \frac{1}{1 + \frac{r_D}{r_R}}. \quad (5.22)$$

Электроакустические кпд и отдачу можно определить отношением акустической мощности P_a к электрической P_e или, соответственно, $P_{ек}$; легко видеть, что

$$\eta_{эа} = \frac{P_a}{P_m} \cdot \frac{P_m}{P_e} = \eta' \cdot \eta, \quad (5.23a)$$

$$\vartheta_{эа} = \frac{P_a}{P_m} \cdot \frac{P_m}{P_{ек}} = \eta' \cdot \vartheta. \quad (5.23b)$$

Если можно пренебречь механическими потерями, т. е. положить $\eta' = 1$, то (5.16) и (5.19) будут определять электроакустические кпд и отдачу.

§ 42. Механический эквивалент преобразователя-генератора. Преобразователь-генератор, у которого входной стороной является механическая, можно в целях удобства расчёта заместить эквивалентной чисто механической системой, совершенно подобно тому, как осуществляется замещение преобразователя-двигателя чисто электрическим эквивалентом (§ 40). Уравнения преобразователя-генератора ($U=0$) можно написать в виде *)

$$\left. \begin{aligned} 0 &= Zi - Kv, \\ F &= zv + Ki. \end{aligned} \right\} \quad (5.24)$$

*) Условие $U=0$ означает, что к электрической стороне преобразователя не приложено внешних электродвижущих сил и что преобразователь работает в режиме короткого замыкания электрической стороны. Таким образом сопротивление нагрузки, если она имеется, должно быть включено в состав Z .

Отрицательный знак в первом уравнении относится к электромагнитной системе, положительный — к электростатической. Исключая ток i , имеем:

$$F = \left(z \pm \frac{K^2}{Z} \right) v,$$

причём $K^2 > 0$ для электромагнитного преобразователя и $K^2 < 0$ для преобразователя электростатического типа. В обоих случаях входное механическое сопротивление z' есть

$$z' = z + \frac{|K|^2}{Z} = z + z_k, \quad (5.25)$$

где

$$z_k = \frac{|K|^2}{Z} \quad (5.26)$$

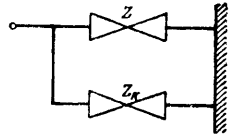


Рис. 77.

есть *внесённое* механическое сопротивление, обусловленное электрическими процессами в преобразователе; в режиме холостого хода ($i = 0$) $Z = \infty$ и $z_k = 0$, причём $z' = z$, т. е. входному сопротивлению преобразователя с разомкнутым электрическим выходом.

Формула (5.25) показывает, что преобразователь-генератор может быть замещён чисто механической системой, состоящей из соединённых в узел механических сопротивлений z и z_k (рис. 77).

Пользуясь схемой рис. 77, можно было бы без затруднений определить КПД и отдачу преобразователя-генератора (совершенно так же, как в § 41 это было сделано для преобразователя-двигателя); однако решение этой задачи обычно не представляет практического интереса. Эффективность электромеханического преобразования оценивается в этих случаях иными критериями, о которых будет сказано в § 45.

§ 43. Взаимность внешних воздействий. Если из уравнений (5.9), относящихся к преобразователю-двигателю, исключить ток i , а из уравнений (5.24), относящихся к преобразователю-генератору, исключить скорость v , то получается:

$$U = - \left(\frac{Zz}{K} \pm K \right) v,$$

$$F = \left(K \pm \frac{Zz}{K} \right) i,$$

(верхний знак тносится к электромагнитному преобразователю, нижний — к электростатическому). Из этих формул следует теорема:

$$\frac{F}{i} = \mp \frac{U}{v}. \quad (5.27)$$

Полученный результат означает, что если отвлечься от знака, то скорость v , наблюдаемая на механической стороне преобразователя при наличии единичной эдс, приложенной с электрической стороны, численно равна току i , протекающему на электрической стороне при воздействии единичной силы, приложенной с механической стороны. Формула (5.27) также называется теоремой взаимности; следует, однако, иметь в виду, что по своему содержанию и по степени общности она существенно отличается от теорем, формулированных в § 39. Формула (5.27) справедлива только в применении к *линейным* преобразователям (тогда как теоремы § 39 независимы от этого условия) и относится к *внешним* воздействиям на преобразователь (основные же теоремы электромеханической взаимности относятся к силам и напряжениям, развиваемым самим преобразователем).

Во избежание недоразумений мы будем называть формулу (5.27) *теоремой взаимности внешних воздействий*.

Отметим, что иногда величина

$$W = \left| \frac{F}{i} \right| = \left| \frac{U}{v} \right| = \left| K \pm \frac{Z_2}{K} \right| \quad (5.28)$$

называется *электромеханическим сопротивлением* преобразователя; выбор этого термина сделается понятным, если для преобразователя-генератора написать $|i| = \frac{|F|}{W}$, а для преобразователя-двигателя $|v| = \frac{|U|}{W}$.

§ 44. Преобразователь как электромеханический четырёхполюсник. Уже самая форма написания основных уравнений электромеханического преобразователя [уравнения (5.3) и (5.6b)], в которой электроакустическая система описывается двумя электрическими (U, i) и двумя механическими (F, v) переменными, наводит на мысль о возможности рассматривать преобразователь как некоторый обобщённый четырёхполюсник с разнородными сторонами — электрической и механической. Действительно, можно представить себе некоторое «закрытое» устройство, имеющее с одной стороны два зажима для подведения или снятия напряжения, а с другой — стержень, к которому можно прилагать внешнюю силу или механическую нагрузку (рис. 78). Если преобразователь линеен, то, каково бы ни было его устройство, четыре переменные U, i, F, v

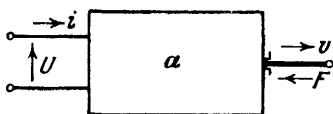


Рис. 78.

должны быть связаны линейными уравнениями стандартного в теории четырёхполосников типа:

$$\left. \begin{aligned} U &= \alpha_{11}v + \alpha_{12}F, \\ i &= \alpha_{21}v + \alpha_{22}F. \end{aligned} \right\} \quad (5.29)$$

Постоянные коэффициенты α_{ik} являются *линейными параметрами* электромеханического четырёхполосника. Прежде чем разъяснить их физический смысл, покажем, что линейные параметры электромеханического (пассивного) четырёхполосника связаны условием, аналогичным условию (1.51), известному в применении к чисто электрическим и чисто механическим четырёхполосникам (§ 7).

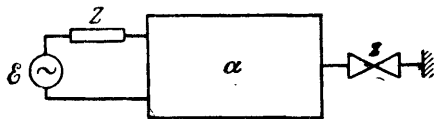


Рис. 79.

Представим себе, что четырёхполосник рис. 78 работает как преобразователь-двигатель от источника внешней эдс \mathcal{E} с сопротивлением Z , будучи нагружен с механической стороны на некоторое сопротивление z (рис. 79). При этом

$$U = \mathcal{E} - iZ, \quad F = vz,$$

и уравнения (5.29) принимают вид

$$\begin{aligned} \mathcal{E} - iZ &= (\alpha_{11} + \alpha_{12}z)v, \\ i &= (\alpha_{21} + \alpha_{22}z)v. \end{aligned}$$

Рис. 80.

Исключим из этих уравнений ток i ; это даёт

$$\mathcal{E} - Z(\alpha_{21} + \alpha_{22}z)v = (\alpha_{11} + \alpha_{12}z)v,$$

откуда

$$\frac{\mathcal{E}}{v} = \alpha_{11} + \alpha_{12}z + \alpha_{21}Z + \alpha_{22}zZ. \quad (5.30a)$$

Пусть теперь четырёхполосник работает как преобразователь-генератор, приводимый в движение внешней силой Φ , источник которой соединён в узел с механическим сопротивлением z , причём с электрической стороны преобразователь нагружен на сопротивление Z (рис. 80). По третьему закону Ньютона

$$\Phi - vz = -F \quad \text{или} \quad F = vz - \Phi,$$

а по второму закону Кирхгофа

$$U + iZ = 0 \quad \text{или} \quad U = -iZ$$

(отметим, что перемена знаков i и F связана с обращением преобразователя). Уравнения (5.29) принимают вид

$$\begin{aligned} -iZ &= (\alpha_{11} + \alpha_{12}z)v - \alpha_{12}\Phi, \\ i &= (\alpha_{21} + \alpha_{22}z)v - \alpha_{22}\Phi. \end{aligned}$$

Исключая отсюда скорость v , находим после несложных преобразований:

$$(\alpha_{11} + \alpha_{12}z + \alpha_{21}Z + \alpha_{22}zZ)i = -(\alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}\alpha_{21})\Phi,$$

откуда

$$\frac{\Phi}{i} = -\frac{\alpha_{11} + \alpha_{12}z + \alpha_{21}Z + \alpha_{22}zZ}{\alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}\alpha_{21}}. \quad (5.30b)$$

Так как \mathcal{E} и Φ представляют собой внешние воздействия, то, применяя теорему (5.27) о взаимности, напишем:

$$\frac{\Phi}{i} = \mp \frac{\mathcal{E}}{v}$$

(напомним, что верхний знак относится к системам электромагнитного типа, нижний — к электростатическим системам). Применяя эту теорему к правым частям (5.30a, b), мы приходим к заключению, что определитель $|\alpha|$, составленный из линейных параметров электромеханического четырёхполюсника, подчинён условию

$$|\alpha| = \alpha_{11}\alpha_{22} - \alpha_{12}\alpha_{21} = \pm 1. \quad (5.31a)$$

Значение $+1$ относится к электромагнитным преобразователям, значение -1 — к электростатическим.

Для обращённого электромеханического четырёхполюсника основные уравнения должны быть написаны в виде

$$\begin{aligned} v &= \beta_{11}U + \beta_{12}i, \\ F &= \beta_{21}U + \beta_{22}i. \end{aligned} \quad (5.32)$$

Связь новых линейных параметров β_{ik} со старыми α_{ik} легко обнаружить, разрешая (5.29) относительно v и F :

$$\begin{aligned} v &= \frac{\alpha_{22}}{|\alpha|}U - \frac{\alpha_{12}}{|\alpha|}i, \\ F &= -\frac{\alpha_{21}}{|\alpha|}U + \frac{\alpha_{11}}{|\alpha|}i. \end{aligned}$$

Меняя в связи с обращением четырёхполюсника знаки i и F , имеем с учётом условия (5.31a)

$$\begin{aligned} \beta_{11} &= \pm \alpha_{22}, & \beta_{21} &= \pm \alpha_{21}, \\ \beta_{12} &= \pm \alpha_{12}, & \beta_{22} &= \pm \alpha_{11}, \end{aligned} \quad (5.33)$$

причём новые линейные параметры подчинены прежнему условию

$$|\beta| = \beta_{11}\beta_{22} - \beta_{12}\beta_{21} = \pm 1. \quad (5.31b)$$

Обратимся теперь к раскрытию смысла линейных параметров электромеханического четырёхполосника. Из (5.29) мы видим, что если преобразователь работает в качестве двигателя с заторможенным выходом ($v=0$), то, согласно второму уравнению,

$$\left[\frac{F}{i} \right]_{v=0} = \frac{1}{\alpha_{22}};$$

в рассматриваемых условиях сила F обусловлена только наличием тока и, следовательно, параметр α_{22} есть обратное значение коэффициента электромеханической связи:

$$\alpha_{22} = \frac{1}{K}. \quad (5.34)$$

В тех же условиях имеем

$$\left[\frac{U}{i} \right]_{v=0} = \frac{\alpha_{12}}{\alpha_{22}} = Z, \quad (5.35)$$

где Z — входное электрическое сопротивление заторможенного преобразователя. Положив во втором уравнении (5.29) $i=0$ и считая механическую сторону входной (т. е. меняя знак F), получим

$$\left[\frac{F}{v} \right]_{i=0} = \frac{\alpha_{21}}{\alpha_{22}} = z, \quad (5.36)$$

где z — входное механическое сопротивление преобразователя в режиме холостого хода. Наконец, из условия (5.31a) имеем:

$$\alpha_{11} = \frac{\pm 1 + \alpha_{12}\alpha_{21}}{\alpha_{22}} = \pm K + \frac{zZ}{K} = \pm \left(K \pm \frac{zZ}{K} \right) = \pm W, \quad (5.37)$$

т. е. параметр α_{11} определяет электромеханическое сопротивление преобразователя.

Пользуясь (5.33), легко раскрыть совершенно аналогичный смысл параметров β_{ik} .

В заключение необходимо указать, что все формулы этой главы справедливы при *согласованных единицах* измерения электрических и механических переменных; согласование сводится к тому, что электрическая и механическая работы измеряются одними и теми же единицами. Это условие всегда удовлетворено при пользовании абсолютными системами (CGSM — для электромагнитных преобразователей, CGSE — для преобразователей электростатического типа). При пользовании практическими единицами электрических величин во все уравнения, связывающие электрические и ме-

ханические переменные, необходимо вносить согласующие множители, различные в различных уравнениях, что легко может привести к ошибкам *).

В тех случаях, когда определение линейных параметров электроакустической системы не представляет затруднений, использование уравнений теории четырёхполюсников может дать удобные приёмы решения практических задач, относящихся к линейным преобразователям.

§ 45. Чувствительность громкоговорителя и микрофона. Из числа электроакустических систем особенно широкое применение имеют громкоговорители и микрофоны. Технические задачи, относящиеся к этим системам, имеют ту специфическую особенность, что источником механических сил и механической нагрузки является звуковое поле; величины, характеризующие это поле, должны быть введены в расчёт. Так как в начале этой главы звуковое поле, связанное с механической стороной преобразователя, в явной форме не учитывалось, то вопрос о количественной оценке электроакустической эффективности микрофонов и громкоговорителей требует специального рассмотрения.

Оценка эффективности громкоговорителя величиной электроакустического КПД или отдачи имеет вполне определённый смысл и зачастую может быть положена в основу построения системы расчётных формул. Однако в очень многих случаях желательно оценивать громкоговоритель не по акустической его мощности, но по эффекту, создаваемому им в различных точках звукового поля при заданном напряжении на зажимах. Если, наряду с этим, принять во внимание ещё и то обстоятельство, что измерение КПД или отдачи громкоговорителя связано с очень значительными экспериментальными трудностями, то станет понятной практическая необходимость в иных критериях эффективности, лучше приспособленных к потребностям и возможностям технической практики.

Одним из таких критериев является *чувствительность* громкоговорителя, определяемая как отношение эффективного звукового давления p в некоторой точке неограни-

*) Именно поэтому рационализированная система механических единиц, согласованных с практическими единицами электротехники, представляет значительные удобства для электроакустики.

ченного звукового поля к эффективному напряжению U на клеммах громкоговорителя:

$$E = \frac{p}{U} \text{ бар/вольт.} \quad (5.38)$$

При этом, конечно, необходимо уточнить выбор точки, в которой измеряется давление. Обычно чувствительность определяется в точке, лежащей на оси громкоговорителя на расстоянии 1 м от него. Так как звуковое давление в практически встречающихся случаях убывает с первой степенью расстояния (при условии, что расстояние $r \gg \lambda$), то чувствительности, измеренные на различных расстояниях, обратно пропорциональны этим расстояниям:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2}{r_1}.$$

Необходимо иметь в виду, что по величине чувствительности нельзя сравнивать между собой громкоговорители с различными электрическими сопротивлениями Z' . Действительно, если $\vartheta_{эа}$ — электроакустическая отдача, то

$$P_a = \vartheta_{эа} \cdot \frac{U^2}{|Z'|}.$$

Подставим сюда значение P_a , выраженное через осевое давление p на расстоянии r по формуле (3.14):

$$P_a = \frac{4\pi}{3_0} \cdot \frac{p^2 r^2}{\Omega} \cdot 10^{-7}.$$

(P_a выражено в ваттах, отсюда множитель 10^{-7}); сравнивая обе формулы, имеем:

$$\vartheta_{эа} = \frac{4\pi r^2}{3_0} \left(\frac{p}{U}\right)^2 \frac{|Z'|}{\Omega} \cdot 10^{-7} = \frac{4\pi r^2 \cdot 10^{-7}}{3_0 \Omega} E^2 |Z'|. \quad (5.39)$$

Отсюда видно, что при одинаковых чувствительностях E и коэффициентах концентрации Ω более эффективным является громкоговоритель с более высоким сопротивлением.

Формула (5.39) показывает, что более удобную оценку эффективности громкоговорителя даёт величина

$$E_{абс} = E \sqrt{|Z'|} = \frac{p}{U} \sqrt{|Z'|} \text{ бар/(вольт} \cdot \text{ ампер)}^{1/2}, \quad (5.40)$$

называемая *абсолютной чувствительностью*. По значению этой величины можно сравнивать между собой громкоговорители любых типов (при сходных характеристиках направленности). Если в (5.39) положить $r = 100$ см и подставить числовые значения постоянных, то связь между электроакустической отдачей и абсолютной чувствительностью может быть представлена формулой

$$\vartheta_{\text{за}} = 3 \cdot 10^{-1} \frac{E_{\text{абс}}^2}{\Omega}. \quad (5.41)$$

Что касается микрофонов, то оценка эффективности выполняемого ими электромеханического преобразования посредством энергетических критериев (кпд или отдачи) лишена практического смысла, во-первых, потому, что микрофон может использовать лишь ничтожно малую часть энергии воздействующего звукового поля, и, во-вторых, вследствие того, что первая лампа микрофонного усилителя всегда работает без сеточного тока, в связи с чем электрическая нагрузка микрофона является чисто реактивной.

Эффективность микрофона принято оценивать величиной его *чувствительности*, которая определяется как отношение эффективного напряжения, развиваемого микрофоном в некоторых определённых условиях, к эффективному давлению в «свободном» звуковом поле в точке, занимаемой микрофоном:

$$E = \frac{U}{p} \text{ вольт/бар}. \quad (5.42)$$

Это определение требует некоторых разъяснений. Напряжение U , развиваемое микрофоном, зависит, конечно, от режима работы; обычно U определяется либо в режиме холостого хода ($Z_a = \infty$, где Z_a — сопротивление нагрузки), либо при работе на согласованное сопротивление ($Z_a = Z_i$, где Z_i — сопротивление, измеренное на выходных клеммах). В первом случае $U = \mathcal{E}$, т. е. развиваемой микрофоном эдс, во втором случае

$$U = \frac{\mathcal{E}}{2Z_a} \cdot Z_a = \frac{\mathcal{E}}{2},$$

т. е. вдвое меньше, чем в первом случае. Поэтому чувствительности в режиме холостого хода и при работе на согласованную нагрузку разнятся между собой на $20 \lg 2 = 6$ дб,

Необходимо, далее, уточнить в определении чувствительности термин «свободное поле». Под этим термином подразумевается поле, свободное от присутствия микрофона; p есть эффективное давление, измеренное в той точке, где должен находиться микрофон (в отсутствии этого последнего). Смысл налагаемого условия связан с тем обстоятельством, что внесение микрофона в поле может значительно изменить величину существовавшего в выбранной точке давления, если длина звуковой волны сравнима с размерами микрофона. Основную роль играет здесь явление *диффракции звука*. Пока размеры микрофона остаются малыми сравнительно с λ , внесение микрофона практически не меняет картины поля, т. е. пространственного распределения давлений. Но если размеры микрофона сравнимы с λ (или значительно больше, чем λ), то на основное поле накладывается весьма сложное по своей структуре поле диффрагировавших звуковых волн. Не вдаваясь в теорию диффракции (в достаточной мере сложную даже для простейших геометрических форм), отметим, что давление возле микрофона значительно возрастает со стороны источника звука и резко падает с противоположной стороны. Физически это связано с тем, что стороной, обращенной к источнику звука, падающая волна отражается, причём на твёрдой отражающей поверхности колебательная скорость близка к нулю (узел скорости), зато давление близко к удвоенному значению (пучность давления). Напротив, с противоположной стороны мы имеем (при достаточно малых λ) зону акустической «тени», где звуковое давление очень мало. На рис. 81 показано отношение фактического давления p_1 к давлению в свободном поле p_0 при различных углах падения звуковой волны для тел сферической, кубической и цилиндрической форм; графики отчётливо иллюстрируют роль диффракции звука на микрофоне в области повышенных частот.

Чувствительность микрофона зачастую указывают в децибелах, число которых определяется по формуле

$$E_{db} = 20 \lg \frac{E}{E_0}, \quad (5.43)$$

где E_0 — нулевой уровень чувствительности, равный, если нет иных указаний, 1 *вольт/бар*.

В американской практике принято определять чувствительность микрофона указанием уровня N мощности, раз-

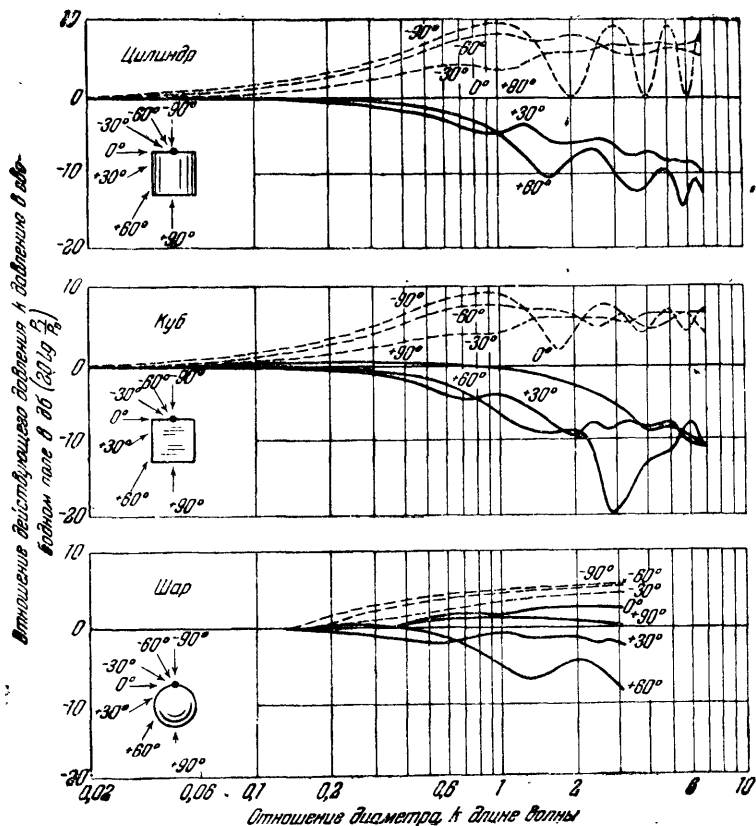


Рис. 81.

виваемой микрофоном на нагрузке Z_a при определённом давлении p в свободном звуковом поле; при этом обязательно указывается принятый нулевой уровень P_{e0} электрической мощности (обычно 6 или 12,5 мвт). Связь между

величинами N и E определяется из следующего рассуждения:

$$N = 10 \lg \frac{U^2}{Z_a P_{e0}},$$

откуда

$$U^2 = Z_a P_{e0} \cdot 10^{0,1N} \quad \text{или} \quad U = \sqrt{Z_a P_{e0}} \cdot 10^{0,05N};$$

теперь ясно, что

$$E = \frac{U}{p} = \frac{\sqrt{Z_a P_{e0}}}{p} 10^{0,05N} \quad (5.44)$$

или

$$E_{об} = 20 \lg E = N + 20 \lg \frac{\sqrt{Z_a P_{e0}}}{p} \quad (5.45)$$

($E_0 = 1$ вольт/бар).

Очень существенно, что как относительные, так и абсолютные чувствительности микрофонов и громкоговорителей, вообще говоря, зависят от частоты; для громкоговорителей эта зависимость выражена особенно отчётливо. Поэтому для суждения о качестве микрофона или громкоговорителя нужно иметь в распоряжении частотную характеристику чувствительности.

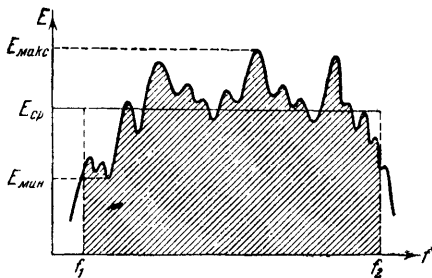


Рис. 82.

Эффективность громкоговорителей, чувствительность которых значительно меняется в рабочем диапазоне частот, принято интегрально оценивать величиной *средней чувствительности* (относительной или абсолютной) в полосе частот от f_1 до f_2 :

$$E_{cp} = \frac{1}{f_2 - f_1} \int_{f_1}^{f_2} E df. \quad (5.46)$$

Практически эта величина вычисляется по экспериментально снятой характеристике путём определения площади, ограниченной осью абсцисс, двумя перпендикулярами, проходящими

через точки f_1 , f_2 , и самой характеристикой (рис. 82); средняя чувствительность определяется высотой равновеликого прямоугольника с основанием $f_2 - f_1$. Определённую таким образом величину называют средней *планиметрической* чувствительностью; измерение площади удобно выполняется планиметром Амслера.

Вариации чувствительности (т. е. *частотные искажения*) в диапазоне частот от f_1 до f_2 характеризуются двумя числами:

$$\pm N_1 = 20 \lg \frac{E_{\text{макс}}}{E_{\text{ср}}}; \quad - N_2 = 20 \lg \frac{E_{\text{ср}}}{E_{\text{мин}}}. \quad (5.47)$$

Здесь $E_{\text{макс}}$ и $E_{\text{мин}}$ — максимальное и минимальное значения чувствительности в указанной полосе частот.

Отметим в заключение, что среднее значение в определённом диапазоне частот может вычисляться (или измеряться графически) не только для чувствительности, но и для её уровня (5.43). При этом средний уровень определяется формулой

$$E_{\text{ср}}^{(\text{ср})} = \frac{1}{f_2 - f_1} \int_{f_1}^{f_2} E_{\text{об}} df. \quad (5.48)$$

Следует иметь в виду, что в общем случае

$$E_{\text{ср}}^{(\text{ср})} \neq 20 \lg \frac{E_{\text{ср}}}{E_0}.$$

ГЛАВА VI

КОНУСНЫЕ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЕ ГРОМКОГОВОРИТЕЛИ

§ 46. Устройство конусного громкоговорителя. Наиболее распространенным типом громкоговорителя *прямого излучения* (т. е. излучающего непосредственно в неограниченную среду) является конусный электродинамический громкоговоритель. Первые модели этого типа появились в 1924 г.; за истекшее с тех пор время конструкция громкоговорителя подвергалась различным усовершенствованиям, однако основные черты его устройства сохранились без существенных изменений.

Устройство конусного электродинамического громкоговорителя изображено на рис. 83. Бумажная диафрагма, имеющая форму усеченного конуса (так называемый диффузор), прочно склеивается с цилиндрическим (обычно бумажным) каркасом, на который наматывается звуковая катушка. Эта катушка располагается в кольцеобразном зазоре между центральным стержнем (керном) электромагнита и его передним флянцем, в отверстие которого (с диаметром, несколько превышающим диаметр керна) конец керна входит, образуя зазор.

Подвижная система громкоговорителя (конус и звуковая катушка) подвешивается следующим образом: к усеченной вершине конуса приклеивается вырезная центрирующая шайба (рис. 84), которая крепится к магнитной системе*);

*) В маломощных громкоговорителях применяются внутренние шайбы, вклеиваемые в отверстие конуса; они крепятся к торцу керна. В громкоговорителях большей мощности следует применять внешние шайбы, крепящиеся на переднем фланце. Шайбы изготавливаются из пергиакса или текстолита.

внешний край конуса несёт гофрированное бумажное кольцо, зажатое в ободу диффузордержателя. Такая система подвеса достаточно хорошо обеспечивает центральное положение катушки в зазоре и допускает осевое смещение катушки и связанного с ней конуса.

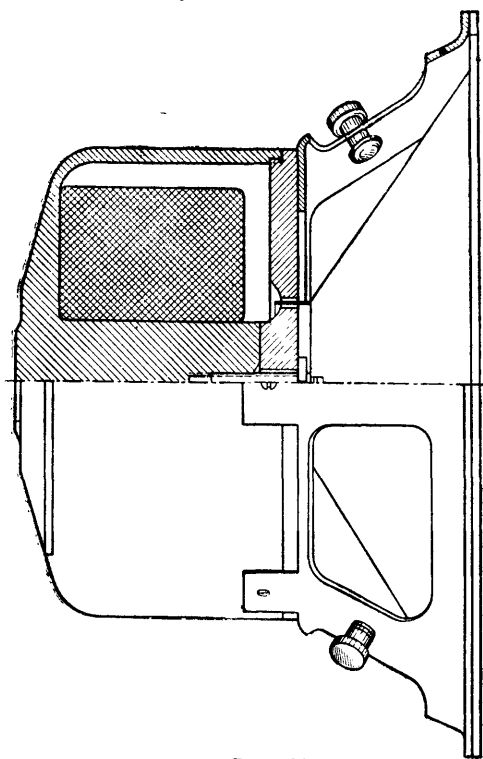


Рис. 83.

Радialное магнитное поле в кольцеобразном зазоре создаётся постоянным током в катушке возбуждения, надетой на kern; одним полюсом электромагнита служит kern, другим — передний флянец. Во многих случаях применяются системы с постоянным магнитом из высококоэрцитивного сплава. Магнитопровод выподняется в форме стакана или скобы (рис. 85 *a*, *b*).

Работа громкоговорителя не требует подробных разъяснений. Переменный ток звуковой частоты, проходя по звуковой катушке, взаимодействует с магнитным полем в зазоре; при этом на катушку действует периодическая осевая

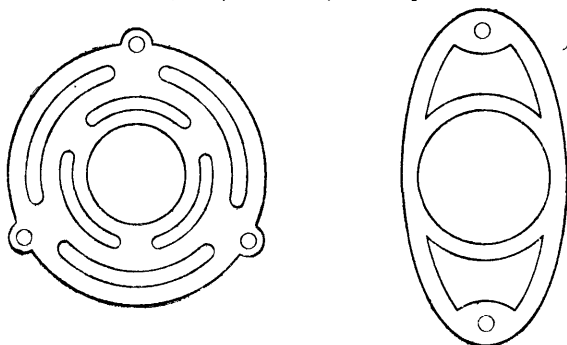


Рис. 84.

сила, приводящая подвижную систему громкоговорителя в колебательное движение.

Коническая форма придаётся диффузору для обеспечения достаточной его жёсткости с тем, чтобы в известной части рабочего диапазона частот диффузор колебался как поршень. Угол раскрытия конуса лежит в пределах от 90° до 120° . Конус изготавливается путём склейки соответствующей выкройки; при массовом производстве целесообразнее применять бесшовные («литые») диффузоры, изготавливаемые путём осаждения жидкой бумажной массы на специальные формы. Бесшовные диффузоры отливаются обычно вместе с внешним гофрированным кольцом.

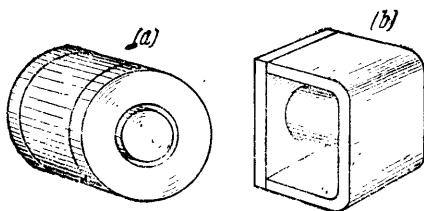


Рис. 85.

Звуковая катушка мотается медным эмалированным проводом; для придания ей жёсткости каждый слой намотки покрывается связывающим лаком. Наиболее распространены низкоомные катушки с омическим сопротивлением $\cdot 5-10$ ом.

Для того чтобы оба вывода катушки лежали с одной стороны (именно со стороны конуса), число слоёв намотки должно быть чётным. Выводы на колодку делаются гибким проводником, который подклеивается или подшивается к конусу (чтобы предотвратить дребезжание).

Конструкция диффузордержателя в основном определяется весом магнитной системы. Маломощные громкоговорители с относительно лёгким магнитом имеют диффузордержатель в виде штампованной коронки с отверстиями (отверстия необходимы для того, чтобы между коронкой и диффузором не было замкнутого воздушного объёма, упругость которого вызвала бы нежелательное повышение собственной частоты подвижной системы). Мощные громкоговорители с тяжёлым магнитом делаются с прочным литым диффузордержателем, способным выдержать вес системы при креплении к щиту или ящику.

§ 47. Эквивалентная схема и входное сопротивление.

В соответствии с формулами (5.10) и (5.11) мы можем представить конусный громкоговоритель в форме его электрического эквивалента, состоящего из последовательной комбинации двух элементов: собственного электрического сопротивления

$$Z = R + j\omega L \quad (6.1)$$

(R — омическое сопротивление катушки, L — её индуктивность) и внесённого сопротивления

$$Z_k = \frac{10^{-9} |K|^2}{z} \quad (6.2)$$

(K — коэффициент электромеханической связи, z — механическое сопротивление подвижной системы; множитель 10^{-9} добавлен для перевода Z_k из абсолютных электромагнитных единиц в практические).

Для вычисления Z_k необходимо определить z и K . Если в первом приближении принять, что конус колеблется как поршень с одной степенью свободы, то

$$z = r + j \left(\omega m - \frac{1}{\omega c} \right), \quad (6.3)$$

где m — масса катушки и конуса с учётом присоединённой массы воздуха (см. § 21), c — гибкость подвеса, зависящая

от упругих свойств центрирующей шайбы и внешнего кольца, r — активное сопротивление излучения конуса. Что касается коэффициента электромеханической связи, то его можно определить из известной формулы Ампера для силы, действующей на проводник длиной l в магнитном поле с индукцией B :

$$F = Bli$$

(так как в радиальном магнитном поле любой элемент длины проводника катушки перпендикулярен к силовым линиям, то синус угла между током и полем всюду равен единице). Из формулы Ампера имеем согласно (5.4):

$$K = \frac{F}{i} = Bl. \quad (6.4a)$$

Необходимо отметить, что это соотношение является лишь формулой первого (линейного) приближения. Действительно, при наличии тока в звуковой катушке магнитная индукция в зазоре содержит переменную составляющую, зависящую от тока i ; с учётом этого фактора коэффициент электромеханической связи оказывается равным

$$K = \left(B + \frac{1}{2} B' \right) l, \quad (6.4b)$$

где B — постоянная, а B' — переменная составляющие магнитной индукции в зазоре (поле предполагается однородным). Подставляя значения (6.3) и (6.4a) в (6.2), находим внесённое сопротивление:

$$Z_k = \frac{10^{-9} (Bl)^2}{r + j \left(\omega m - \frac{1}{\omega c} \right)}. \quad (6.5)$$

Для построения эквивалентной схемы громкоговорителя удобнее исходить из выражения внесённой проводимости

$$Y_k = \frac{1}{Z_k} = \frac{r + j\omega m + \frac{1}{j\omega c}}{10^{-9} (Bl)^2} = \frac{1}{R'} + j\omega C' + \frac{1}{j\omega L'}, \quad (6.6)$$

где положено

$$R' = \frac{10^{-9} (Bl)^2}{r}, \quad (6.7)$$

$$C' = \frac{m}{10^{-9} (Bl)^2}, \quad L' = 10^{-9} (Bl)^2 c. \quad (6.8)$$

Из (6.6) видно, что внесённое сопротивление Z_k можно представить в виде параллельной комбинации элементов R' , C' , L' , значения которых даются формулами (6.7) и (6.8). Присоединяя к Z_k собственное сопротивление Z катушки (6.1), мы получаем эквивалентную схему, изображённую на рис. 86.

Небезынтересно отметить, что электрический аналог z и его электрический эквивалент (Z_k) являются взаимно инверсными схемами: последовательному соединению сопротивлений в схеме электрического аналога отвечает параллельное соединение проводимостей в схеме электрического эквивалента; масса, имеющая своим аналогом индуктивность, трансформируется на эквивалентной схеме в ёмкость; гибкость, аналогичная ёмкости, трансформируется в эквивалентную индуктивность. Указанное соотношение между

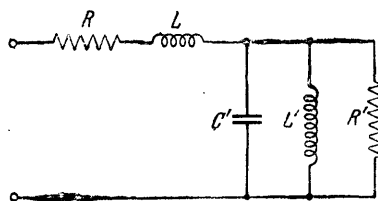


Рис. 86.

аналогами и эквивалентами механических параметров является, физически рассуждая, следствием того факта, что генерируемая преобразователем электродвижущая сила по величине и фазе определяется скоростью движения, а ponderomotive сила по своей величине и фазе зависит от тока; отсюда видно, что в системе эквивалентов эдс связываются со скоростями, а силы — с токами, тогда как в системе аналогов эдс соответствует силе, а ток — скорости (см. § 2).

Входное сопротивление Z' громкоговорителя есть сопротивление его электрического эквивалента, которое можно рассчитать по схеме рис. 86, легко убедиться в том, что

$$Z' = (R + R_k) + j(\omega L + X_k) = R + \frac{R'}{1 + R'^2 \left(\omega C' - \frac{1}{\omega L'} \right)^2} + j \left[\omega L - \frac{R'^2 \left(\omega C' - \frac{1}{\omega L'} \right)}{1 + R'^2 \left(\omega C' - \frac{1}{\omega L'} \right)^2} \right]. \quad (6.9a)$$

Частотная зависимость компонент входного сопротивления выясняется более отчётливо, если, введя величины

$$\omega_1^2 = \frac{1}{L'C'} = \frac{1}{mc} \quad (6.10)$$

и

$$\omega_2^2 = \frac{1}{C'} \left(\frac{1}{L'} + \frac{1}{L} \right) = \omega_1^2 + \frac{1}{LC'}, \quad (6.11)$$

привести (6.9а) к виду

$$Z' = R + \frac{R'}{1 + (\omega CR')^2 \left(1 - \frac{\omega_1^2}{\omega^2} \right)^2} + j\omega L \frac{1 + (\omega C'R')^2 \left(1 - \frac{\omega_1^2}{\omega^2} \right) \left(1 - \frac{\omega_2^2}{\omega^2} \right)}{1 + (\omega C'R')^2 \left(1 - \frac{\omega_1^2}{\omega^2} \right)^2}. \quad (6.9b)$$

Анализ мнимой части этого выражения показывает, что при $\omega < \omega_1$ реактивное сопротивление громкоговорителя имеет положительный знак, что определяется в основном внесённой индуктивностью L' . Это становится вполне понятным, если учесть, что частота ω_1 есть частота механического резонанса подвижной системы, ниже которой система управляется гибкостью подвеса. На частоте, очень близкой к ω_1 , реактивное сопротивление обращается в нуль, после чего в интервале $\omega_1 < \omega < \omega_2$ оно имеет отрицательный знак и, следовательно, ёмкостный характер; это есть результат наличия внесённой ёмкости C' . При $\omega > \omega_2$ реактивное сопротивление снова приобретает индуктивный характер, проходя через нуль на частоте, близкой к ω_2 ; в области более высоких частот основную роль играет индуктивность L звуковой катушки.

Модуль (Z') входного сопротивления громкоговорителя имеет максимальное значение на частоте механического резонанса $\omega = \omega_1$:

$$|Z'|_{\max} = \sqrt{(R + R')^2 + (\omega_1 L)^2} \cong R + R'$$

(так как $\omega_1 L \ll R + R'$). Рост сопротивления на частоте механического резонанса объясняется, очевидно, тем, что

здесь амплитуда скорости катушки имеет максимальную величину, в связи с чем максимальна и противоэлектродвижущая сила, индуцируемая при колебаниях катушки. Минимальное значение $|Z'|$ наблюдается при частоте, близкой к ω_2 , где реактивная часть близка к нулю, активная

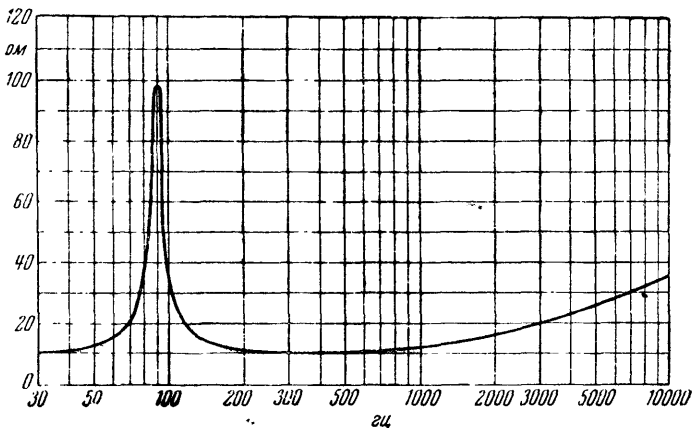


Рис. 87.

же часть, как это показывает расчёт, лишь незначительно отличается от омического сопротивления R :

$$|Z'|_{\min} = R \sqrt{1 + \frac{R^2}{1 + (\omega_2 C R')^2 \left(1 - \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2}\right)^2}} \cong R.$$

Физически этот минимум объясняется тем, что противоэлектродвижущая сила самоиндукции компенсируется противоэлектродвижущей силой, индуцируемой движением катушки. Частоту ω_2 называют в связи с этим частотой *электро-механического резонанса*.

Отметим, что практически $|Z'|_{\max}$ превышает R не более чем в 10—12 раз, хотя теоретически отношение их получается гораздо большим. Это связано с тем, что неизбежная нелинейность подвеса ограничивает максимальную амплитуду колебаний системы. Благодаря этой нелинейности значение $|Z'|_{\max}$ зависит, вообще говоря, от тока.

Типичный вид частотной характеристики $|Z'|$ показан на рис. 87.

§ 48. Коэффициент полезного действия. Пренебрегая механическими потерями, определим электроакустический КПД по формуле (5.16). В нашем случае R есть омическое сопротивление катушки

$$R = \delta \frac{l}{q} = \delta \frac{l^2}{v}$$

(δ — удельное сопротивление в *ом·см*, l — длина, q — сечение, v — объём проводника звуковой катушки); далее, как видно из (6.9b),

$$R_k = \frac{R'}{1 + (\omega C R')^2 \left(1 - \frac{\omega_1^2}{\omega^2}\right)^2};$$

таким образом применение формулы (5.16) приводит к результату:

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{R}{R'} \left[1 + (\omega C R')^2 \left(1 - \frac{\omega_1^2}{\omega^2}\right)^2\right]}.$$

Используя значение R' из формулы (6.7) и замечая, что

$$C R' = \frac{m}{r}, \quad \frac{R}{R'} = \frac{\delta r}{10^{-9} B^2 v},$$

имеем:

$$\eta = \frac{1}{1 + 10^9 \frac{\delta r}{B^2 v} \left[1 + \left(\frac{\omega m}{r}\right)^2 \left(1 - \frac{\omega_1^2}{\omega^2}\right)^2\right]}. \quad (6.12)$$

Этот результат показывает, что КПД громкоговорителя зависит от частоты, что вовсе нежелательно, так как для неискажённого звуковоспроизведения эффективность электро-механического преобразования должна быть постоянной в возможно более широком диапазоне частот. Нетрудно выяснить, при каких условиях это возможно. Если мы примем, что конус ведёт себя как излучатель нулевого порядка, размеры которого невелики по сравнению с длиной волны*), то активное сопротивление излучения должно возрастать с квадратом частоты; действительно, обращаясь к (3.40) и (3.48), можно принять для жёсткого конуса

$$r = \frac{\rho_0}{\psi c_0} \omega^2 S^2, \quad (6.13)$$

*) Диаметр основания конуса обычно берётся равным 20—25 см.

где $\psi = 2\pi$, если конус работает в щите очень больших размеров, и $\psi = 4\pi$, если громкоговоритель монтирован в закрытом ящике (S есть площадь основания конуса). Кпд (6.12) не будет зависеть от частоты при удовлетворении двух условий:

$$\omega \gg \omega_1, \quad (6.14a)$$

$$r \ll \omega m. \quad (6.14b)$$

В самом деле, если условия (6.14) удовлетворены, то членом $\frac{\omega_1^2}{\omega^2}$ можно пренебречь по сравнению с единицей и, кроме того, отбросить единицу, малую по сравнению с $\left(\frac{\omega m}{r}\right)^2$. При этом для КПД получается не зависящее от частоты значение

$$\eta = \frac{1}{1 + 10^9 \frac{\psi c_0}{\rho_0} \frac{\delta}{B^2 v} \left(\frac{m}{S}\right)^2}. \quad (6.15a)$$

Вычисляя постоянную $10^9 \frac{\psi c_0}{\rho_0}$, имеем для громкоговорителя в большом щите

$$\eta = \frac{1}{1 + 1,8 \cdot 10^{17} \frac{\delta}{B^2 v} \left(\frac{m}{S}\right)^2}, \quad (6.15b)$$

а для громкоговорителя в ящике

$$\eta = \frac{1}{1 + 3,6 \cdot 10^{17} \frac{\delta}{B^2 v} \left(\frac{m}{S}\right)^2}. \quad (6.15c)$$

Возвратимся ещё раз к условиям (6.14), обеспечивающим частотно-независимую отдачу. Первое из них означает, что частота ω_1 механического резонанса подвижной системы громкоговорителя прямого излучения (с излучателем нулевого порядка) должна лежать возможно ниже, так как её положение определяет нижнюю границу рабочего диапазона частот. Обычно частота $f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi}$ лежит около 70—80 гц; при массе подвижной системы порядка 10—15 г гибкость подвеса должна для этого иметь величину порядка 10^{-6} см/дин.

Второе условие, приводящееся к виду $\frac{r}{m} \ll \omega$, означает, что затухание, обусловленное излучением, невелико; легко понять, что при удовлетворении этого условия электроакустический КПД конусного громкоговорителя не может быть большим. И действительно, подсчет, выполненный по формулам (6.15), даёт значения порядка 2—3%. Таким образом свыше 95% от потребляемой громкоговорителем электрической мощности рассеивается на звуковой катушке в форме джоулева тепла. Этот результат не должен показаться неожиданным, если вспомнить выводы главы III относительно эффективности излучателей, малых по сравнению с длиной волны размеров.

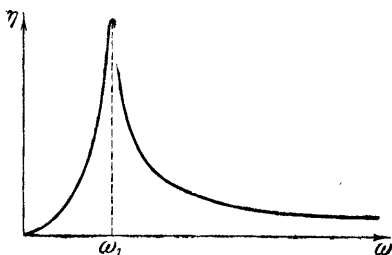


Рис. 88.

Вблизи от частоты механического резонанса подвижной системы КПД возрастает до максимальной величины

$$\eta_{\text{макс}} = \frac{1}{1 + 10^9 \frac{\delta r}{B^2 v}}, \quad (6.16)$$

но в сторону более низких частот ($\omega < \omega_1$) убывает очень быстро. Типичная форма частотной характеристики теоретического КПД представлена на рис. 88. При рассмотрении этой характеристики нужно иметь в виду, что если громкоговоритель, как это обычно и бывает, работает в режиме постоянства напряжения, то излучаемая им акустическая мощность не только не возрастает вблизи от частоты резонанса, но, напротив, уменьшается вследствие роста входного сопротивления и соответствующего снижения забираемой электрической мощности.

Заметим, что независимость КПД от частоты в области частот, лежащих выше ω_1 , имеет место лишь до тех пор, пока размеры конуса остаются небольшими по сравнению с длиной излучаемой волны. В области, где это условие уже не удовлетворяется, (6.13) и (6.15) перестают быть справедливыми.

ливыми; о поведении конусного громкоговорителя в этой области частот будет подробнее сказано ниже (§ 50).

Абсолютная чувствительность конусных громкоговорителей имеет величину порядка $10\text{--}15 \text{ бар}/(\text{вольт}\cdot\text{ампер})^{1/2}$.

§ 49. Роль внешнего оформления. В условиях эксплуатации конусный громкоговоритель монтируется либо в деревянном экране по возможности больших размеров, либо в ящике, который может быть закрытым или открытым (без задней стенки). Возможен также монтаж в ящике со специально рассчитанными отверстиями — в так называемом фазоинверторе. Выбор того или иного типа внешнего оформления определяет условия излучения звуковой энергии в области низких частот, где длина волны велика по сравнению с размерами конуса; поэтому внешнее оформление громкоговорителя играет очень существенную роль, влияя на общее качество звуковоспроизведения.

Как уже упоминалось выше (§ 25), назначение щита (экрана) заключается в том, чтобы исключить возможность дифракции звуковой волны, приводящей к выравниванию создаваемого конусом звукового давления вследствие противоположности фазы волн, излучаемых передней и оборотной сторонами конуса. Для предотвращения этого размеры щита должны быть по крайней мере сравнимы с длиной волны в области самых низких частот рабочего диапазона громкоговорителя. Понятно, что строгое удовлетворение этого условия привело бы к практически неприемлемым размерам экрана; поэтому в интересующей нас области частот нельзя не учитывать конечных размеров щита и рассматривать конус как поршневую диафрагму в бесконечном экране. Точное решение задачи об излучении диафрагмы в щите конечных размеров сопряжено с серьёзными математическими трудностями; поэтому мы ограничимся приближённым рассмотрением, достаточным для уяснения физической сущности дела и даже для ориентировочных выводов количественного характера. Именно мы будем рассматривать конус в щите как два точечных излучателя (соответствующих передней и оборотной сторонам диафрагмы), излучающих в противофазе и отделённых друг от друга расстоянием d , равным кратчайшему расстоянию по воздуху между центрами двух сторон конуса (рис. 89, *a*). Заметим, что

такое же приближение можно принять и для громкоговори-
теля, монтированного в ящике без задней стенки (рис. 89, *b*),
как это делается в индивидуальных радиоприёмниках. В слу-
чае щита с центральным положением отверстия расстояние d
по порядку величины совпадает со стороной щита; в случае
ящика можно, как это видно из схемы (рис. 89, *b*), поло-
жить $d = b + 2h$, где b — ширина, h — глубина ящика. Таким
образом открытый ящик трактуется как неплоский экран.

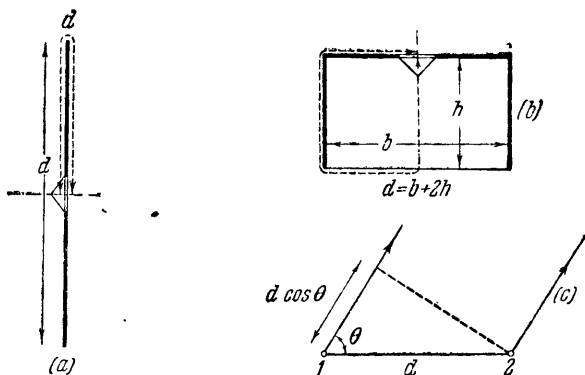


Рис. 89.

Если принять, что точечные источники 1 и 2 (рис. 89, *c*) пульсируют в противоположных фазах, то потенциалы φ_1 и φ_2 , создаваемые ими в удалённой точке наблюдения, можно написать в форме потенциалов шаровых волн (см. § 13) с противоположными знаками:

$$\varphi_1 = \frac{A}{r} \sin(\omega t - kr),$$

$$\varphi_2 = -\frac{A}{r} \sin[\omega t - k(r + d \cos \theta)].$$

Подчеркнём, что в удалённой точке наблюдения ($r \gg d$) результат интерференции определяется фазами, а не амплитудами потенциалов φ_1 и φ_2 ; поэтому в написанных формулах мы пренебрегаем малым различием в амплитудных зна-

чениях и учитываем только разность фаз, обусловленную разностью ходов $d \cos \theta$. Результирующий потенциал будет:

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{A}{r} [\sin(\omega t - kr) - \sin(\omega t - kr - kd \cos \theta)] = \\ &= \frac{2A}{r} \sin\left(\frac{kd}{2} \cos \theta\right) \cos\left[\omega t - k\left(r + \frac{d}{2} \cos \theta\right)\right]. \end{aligned}$$

Амплитудное значение результирующего потенциала есть

$$\varphi_m = \frac{2A}{r} \sin\left(\frac{kd}{2} \cos \theta\right);$$

отсюда, умножая на $\rho_0 \omega$, найдём амплитуду результирующего звукового давления:

$$p_m = \rho_0 \omega \varphi_m = \rho_0 \omega \frac{2A}{r} \sin\left(\frac{kd}{2} \cos \theta\right). \quad (6.17)$$

Акустическую мощность рассматриваемого двойного источника мы можем найти, интегрируя силу звука $I_\theta = \frac{1}{2} \frac{p_m^2}{\rho_0 c_0}$ по поверхности сферы радиуса r (см. § 21):

$$\begin{aligned} dP_a &= \frac{1}{2} \frac{p_m^2}{\rho_0 c_0} \cdot 2\pi r^2 \sin \theta d\theta = \frac{\rho_0}{c_0} \cdot 4\pi \omega^2 A^2 \sin^2\left(\frac{kd}{2} \cos \theta\right) \sin \theta d\theta, \\ P_a &= \frac{\rho_0}{c_0} \cdot 4\pi \omega^2 A^2 \int_0^\pi \sin^2\left(\frac{kd}{2} \cos \theta\right) \sin \theta d\theta. \quad (6.18a) \end{aligned}$$

Для вычисления интеграла в правой части положим

$$y = \frac{kd}{2} \cos \theta, \quad dy = -\frac{kd}{2} \sin \theta d\theta;$$

при этом

$$\begin{aligned} \int_0^\pi \sin^2\left(\frac{kd}{2} \cos \theta\right) \sin \theta d\theta &= -\frac{2}{kd} \int_{\frac{kd}{2}}^{-\frac{kd}{2}} \sin^2 y dy = \\ &= \frac{2}{kd} \left[\frac{y}{2} - \frac{1}{4} \sin 2y \right]_{-\frac{kd}{2}}^{\frac{kd}{2}} = \\ &= 1 - \frac{\sin kd}{kd}. \end{aligned}$$

Подставляя это в (6.18а), получим для излучаемой мощности выражение

$$P_a = \frac{\rho_0}{c_0} \cdot 4\pi\omega^2 A^2 \left(1 - \frac{\sin kd}{kd}\right). \quad (6.18b)$$

Интересно сравнить этот результат с акустической мощностью простого источника той же производительности, который можно условно рассматривать как модель громкоговорителя, монтированного в закрытом ящике. В этом случае

$$\varphi = \frac{A}{r} \sin(\omega t - kr);$$

$$\varphi_m = \frac{A}{r}; \quad p_m = \rho_0 \omega \frac{A}{r}.$$

Акустическая мощность этого источника есть

$$P'_a = \frac{1}{2} \frac{p_m^2}{\rho_0 c_0} \cdot 4\pi r^2 = \frac{\rho_0}{c_0} \cdot 2\pi\omega^2 A^2. \quad (6.19)$$

Сопоставляя (6.18b) и (6.19), найдём относительное значение

$$\frac{P_a}{P'_a} = 2 \left(1 - \frac{\sin kd}{kd}\right). \quad (6.20)$$

Функцию (6.20) можно рассматривать как отношение акустических мощностей, излучаемых конусным громкоговорителем в закрытом и в открытом ящиках одних и тех же размеров при одинаковой амплитуде колебаний конуса. График этой функции от аргумента $kd = 2\pi \frac{d}{\lambda} = \frac{2\pi}{c_0} fd$ представлен на рис. 90. Как видно из графика, отношение $\frac{P_a}{P'_a}$ равно единице при $kd \cong 1,9$, что соответствует частоте

$$f_0 = \frac{1,9c_0}{2\pi d} \cong \frac{100}{d} \quad (d \text{ — в метрах}).$$

При более высоких частотах ($f > f_0$) громкоговоритель в ящике без задней стенки (или в щите соответствующих размеров) излучает лучше, чем в закрытом ящике; при $f < f_0$ преимущество оказывается на стороне закрытого оформления.

Отметим здесь, что на практике зачастую можно встретить несимметричное расположение громкоговорителя в щите

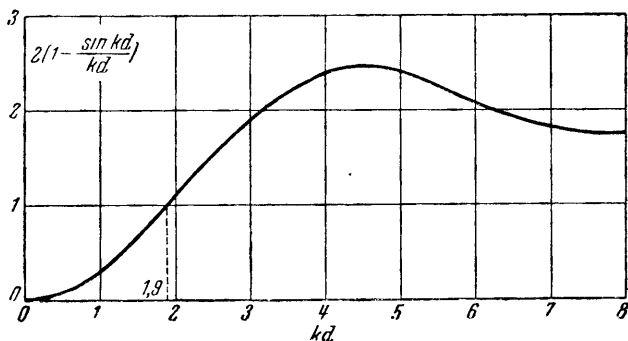


Рис. 90.

или в передней стенке открытого ящика. Это делается для того, чтобы сделать расстояние между передней и оборотной сторонами конуса

различным для разных направлений обхода щита или ящика; при этом интерференционные явления «размываются» по некоторой области частот и характеристики осевого давления получаются более ровными.

Сопоставляя результаты выполненного выше приближённого расчёта с экспериментальными дан-

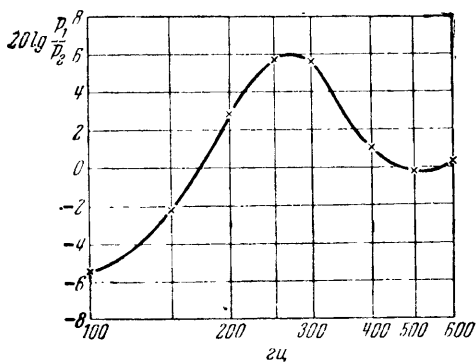


Рис. 91.

ными, можно констатировать удовлетворительное совпадение. В качестве иллюстрации на рис. 91 представлено отношение средних звуковых давлений, создаваемых одним и тем же громкоговорителем при работе в открытом и закрытом ящиках

одного и того же размера. Измеренные в различных точках помещения уровни давления подвергались статистическому усреднению, так что средние значения можно было считать определяющими акустическую мощность, излучаемую громкоговорителем. Сопоставление кривых рис. 90 и 91 свидетельствует о том, что приближённый расчёт даёт качественно правильную картину явления*).

Сравнивая работу конусного громкоговорителя в открытом и закрытом оформлении, необходимо иметь в виду, что при монтаже в закрытом ящике упругость заключённого в нём воздуха, складываясь с упругостью крепёжных деталей, повышает собственную частоту подвижной системы громкоговорителя, что, как мы знаем (ср. § 48), крайне нежелательно. При монтаже в закрытом ящике объёма V к упругости $\frac{1}{c}$ подвеса присоединяется упругость

$$\frac{1}{c'} = \frac{\gamma P_0 S^2}{V}$$

воздушного объёма ящика [ср. (1.21)], где $\gamma P_0 = 1,4 \cdot 10^6$ бар есть адиабатный модуль объёмной упругости воздуха, S — излучающая поверхность конуса. Собственная частота подвижной системы при этом равна

$$\omega'_1 = \frac{1}{\sqrt{m}} \sqrt{\frac{1}{c} + \frac{1}{c'}} = \omega_1 \sqrt{1 + \frac{c}{c'}}, \quad (6.21)$$

где

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{mc}}$$

есть собственная частота в отсутствии ящика. Чтобы сделать повышение собственной частоты незначительным, нужно удовлетворить условию $c' \gg c$, а это требует увеличения объёма V ящика, а значит, и его размеров, что может оказаться неудобным по конструктивным соображениям. До известной степени это затруднение можно обойти, применяя заглушающее закрытие оборотной стороны конуса для сни-

*) Конечно, при условии, что стенки ящика в достаточной мере звуконепроницаемы.

жения остроты резонанса. Другая возможность заключается в применении очень мягкого подвеса, что уменьшает собственную частоту ω_1 подвижной системы громкоговорителя.

Очень интересным способом устранения нежелательной интерференции излучения передней и оборотной сторон конуса является монтаж громкоговорителя в *фазоинверторе*. Так называют ящик с отверстиями, рассчитанный таким образом, что колебания воздуха в отверстиях, возбуждаемые колебаниями конуса, создают в окружающей среде возмущения, синфазные с теми, которые одновременно создаются перед диафрагмой громкоговорителя. Так как колебания воздуха в открытом отверстии ящика возникают благодаря

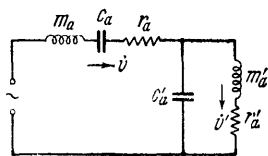
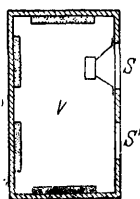


Рис. 92.

связи через воздушный объём с оборотной стороной диафрагмы, то для достижения синфазности нужно повернуть фазу «оборотного» излучения на 180° ; поэтому ящики, рассчитанные на этот эффект, называются фазоинверторами.

Условия инверсии фазы проще всего выяснить путём рассмотрения схемы электрического аналога системы. На рис. 92 представлена система, состоящая из громкоговорителя и ящика с отверстием; здесь же дана схема электрического аналога, параметры которой изображают акустические параметры системы (см. § 4). Элементы m_a , c_a , r_a представляют акустические массу, гибкость и сопротивление излучения конуса; акустическая гибкость воздушного объёма V ящика

$$c'_a = \frac{V}{\gamma P_0}, \quad (6.22)$$

через посредство которой движение конуса сообщается воздуху в отверстии, представлена шунтирующим конденсатором; параметры r'_a и m'_a изображают акустические сопротивления излучения и присоединённую массу, обусловленные излучением звука через отверстие. Так как присоединённая

масса должна быть учтена с обеих сторон отверстия S' , то, удваивая значение, даваемое формулой (3.50), примем ориентировочно

$$m_a' = 2 \cdot \frac{2\rho_0 a^3}{S'^2} = \frac{4\rho_0}{\pi^2 a}, \quad (6.23a)$$

где S' — площадь отверстия, а

$$a = \sqrt{\frac{S'}{\pi}}$$

есть радиус круга, равновеликого излучающему отверстию. Заметим, что если толщина стенок ящика τ достаточно велика, то к присоединённой массе (6.23a) нужно добавить ещё и акустическую массу колеблющегося в отверстии воздуха:

$$m_a'' = \frac{\rho_0 S' \tau}{S'^2} = \frac{\rho_0 \tau}{S'}. \quad (6.23b)$$

Объёмные потоки \dot{v} (создаваемый конусом) и \dot{v}' (перемещающийся через отверстие) связаны между собой условием, вытекающим из применения к схеме аналога (рис. 92) первого закона Кирхгофа

$$\frac{\dot{v} - \dot{v}'}{\dot{v}'} = j\omega c_a' (r_a' + j\omega m_a').$$

Так как в интересующей нас области низких частот активное сопротивление излучения отверстия значительно меньше реактивного, то эту формулу можно приближённо переписать в виде

$$\frac{\dot{v}'}{\dot{v}} - 1 = -\omega^2 m_a' c_a'$$

или

$$\frac{\dot{v}'}{\dot{v}} = 1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}, \quad (6.24)$$

где

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{m_a' c_a'}} = \frac{\pi c_0}{2} \sqrt{\frac{a}{V}} \quad (6.25a)$$

($c_0 = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}}$ — скорость звука) есть собственная круговая частота резонатора Гельмгольца, которым, очевидно, является ящик с отверстием (ср. § 4). Переходя от угловой частоты ω_0 к обыкновенной f_0 , напомним

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{c_0}{4} \sqrt{\frac{a}{V}} = 8,5 \cdot 10^3 \sqrt{\frac{a}{V}}, \quad (6.25b)$$

где a выражено в $см$, V в $см^3$. Напомним, что (6.25) справедливо при условии $m_a'' \ll m_a'$.

Из (6.24) непосредственно видно, что при $\omega > \omega_0$ объемные потоки \dot{v} и \dot{v}' имеют обратные знаки; это означает,

что излучение передней стороны конуса и излучение отверстия совпадают по фазе или, другими словами, что фаза «оборотного» излучения конуса инвертирована.

Эффект инверсии фазы иллюстрируется частотными характеристиками рис. 93. Кривая a относится к ящику без задней стенки, кривая b — к ящику такого же раз-

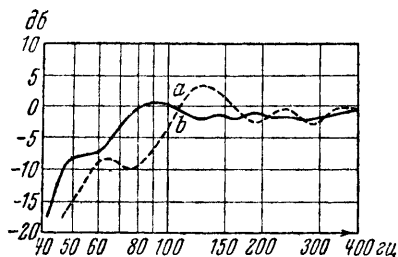


Рис. 93.

мера, выполненному в форме фазоинвертора; выигрыш, достигаемый в области нижних частот, характеризуется повышением чувствительности на 6—8 дБ.

При изготовлении фазоинвертора рекомендуется располагать внутри ящика некоторое количество звукопоглощающего материала (войлок, фетр и т. п.), как это схематически показано на рис. 92; это мероприятие устраняет нежелательное влияние собственных колебаний воздушного объема в области повышенных частот.

§ 50. Поведение конуса в области повышенных частот. Изложенные выше соображения основывались на предположении о поршневом колебании конуса. Следует, однако, иметь в виду, что эта предпосылка удовлетворяется только в области сравнительно невысоких частот, да и то лишь при условии, что упругость подвеса подчиняется линейному

закону Гука в достаточно широком интервале амплитуд. В общем случае осевая сила, приложенная к конусу со стороны звуковой катушки, вызывает поперечное (т. е. нормальное к поверхности конуса) возмущение, которое распространяется по конусу со скоростью, зависящей от материальных констант бумаги, от угла раскрытия конуса, а также от частоты и от места на поверхности конуса. Экспериментальные данные показывают, что эта скорость всюду меньше, чем скорость звука в воздухе. Понятно, что если длина распространяющихся по конусу поперечных волн сравнима с линейными размерами конуса, то он колеблется уже не как жёсткий поршень; поршневые колебания возможны лишь в области низких частот, где размеры конуса малы сравнительно с длиной рассматриваемых поперечных волн.

В области более высоких частот форма колебаний конуса определяется результатом суперпозиции *радиальных* волн, движущихся в направлении образующей конуса, и *тангенциальных* (круговых) волн с волновым вектором, перпендикулярным к образующей и касательным к поверхности диафрагмы. Радиальные волны отражаются от подвеса внешнего края, причём получаются две системы волн, движущихся навстречу друг другу; при этом распределение амплитуды колебаний вдоль образующей конуса существенным образом зависит от механического сопротивления внешнего подвеса. Тангенциальные волны возвращаются к исходной фазе при каждом обходе конуса. Очевидно, что размеры и конфигурация диффузора предопределяют частоты многочисленных и разнообразных собственных колебаний, характеризующихся тем или иным распределением линий максимальных и минимальных амплитуд.

Мы будем различать два типа резонансов, соответствующих двум типам поперечных волн на поверхности конуса. *Резонансы первого типа*, связанные с чисто радиальными волнами, характеризуются установлением кругов минимальной амплитуды, нормальных к оси конуса и напоминающих хорошо известные узловые круги на мембранах и пластинках. Очень существенно то обстоятельство, что на резонансах первого типа центральная часть конуса со звуковой катушкой движется с увеличенной амплитудой; поэтому собственные колебания этого типа называют колебаниями

с подвижным центром. *Резонансы второго типа* связаны с тангенциальными волнами, устанавливающимися всегда в некотором удалении от внутреннего края конуса, где он жёстко склеен с цилиндрическим каркасом звуковой катушки; поэтому собственные колебания этого типа характеризуются весьма малыми смещениями звуковой катушки и называются колебаниями с неподвижным центром. Линии минимальной амплитуды имеют форму дуг, опирающихся на внешний край диафрагмы.

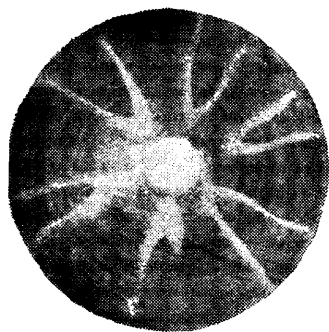
Некоторые формы собственных колебаний того и другого типов показаны на рис. 94; это—фотографии хладниевых фигур, полученных на вращающемся конусном громкоговорителе с вертикально ориентированной осью*). Формы *a* и *b* соответствуют резонансам второго типа (следует обратить внимание на скопление порошка в центральной части диафрагмы, что свидетельствует о малости амплитуд катушки); форма *b* получается при более высокой частоте, нежели форма *a*. Форма *c* иллюстрирует одну из очень сложных конфигураций, получающихся при наложении радиальных и тангенциальных волн. Наконец, форма *d*, наблюдаемая при достаточно высоких частотах, представляет пример резонанса первого типа с 8 узловыми кругами.

Анализ вынужденных колебаний конуса с катушкой представляет очень сложную задачу, которой мы здесь не будем заниматься. Нужно лишь отметить, что резонансы второго типа значительно острее резонансов первого типа. Это объясняется тем, что последние благодаря движению центра демпфируются тормозящей электродинамической силой

$$f = \frac{(Bl)^2}{R} v$$

(где v — колебательная скорость катушки, R — сопротивление контура катушки), тогда как первые при практически неподвижном центре демпфируются только распределёнными

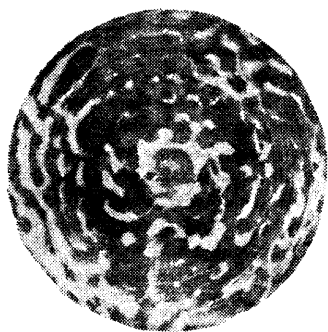
*) Вращение необходимо для того, чтобы центробежная сила помешала порошку талька, образующему хладниевы фигуры, сыпаться вниз к звуковой катушке. Фотографии сделаны М. С. Анциферовым, выполнившим очень интересное исследование вынужденных колебаний бумажных диафрагм.



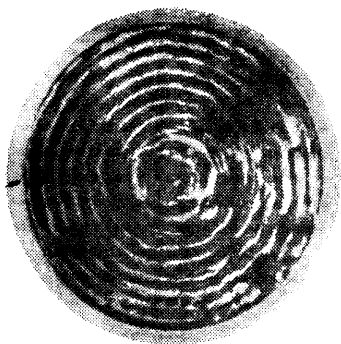
a



b



c



d

FIG. 94.

по поверхности конуса сопротивления и внутреннего трения и излучения.

Наличие многочисленных резонансов (в особенности острых резонансов второго типа в области средних частот) приводит к довольно значительной неровности частотной характеристики чувствительности. В качестве примера на рис. 95 изображена характеристика одного из промышленных образцов конусного громкоговорителя (значения осевого давления, отложены по оси ординат в относительных единицах); в области 60—6000 гц характеристика занимает полосу шириной примерно в 20 дб.

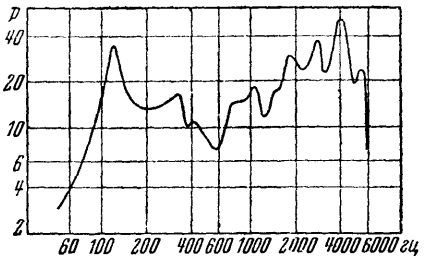


Рис. 95.

Следует, однако, отметить, что при достаточной величине распределённого затухания радиальные волны, соответствующие резонансам первого типа, могут играть благоприятную роль, способствуя лучшей передаче верхнего регистра рабочей полосы частот. Основное значение имеет при этом сокращение действующей поверхности диафрагмы (а следовательно, и её действующей массы) по мере возрастания частоты. Дело в том, что в области высоких частот, где вдоль

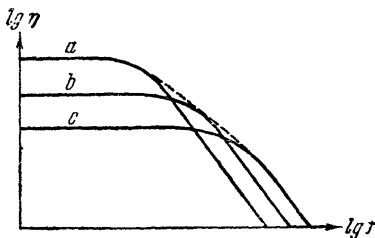


Рис. 96.

образующей конуса укладывается несколько поперечных волн, радиальные колебания затухают довольно быстро, так что вблизи от внешнего края конуса смещения оказываются чрезвычайно малыми, тогда как амплитуды центральной части значительно больше, чем у края. По мере возрастания частоты длина радиальных волн уменьшается, в связи с чем внешняя часть диафрагмы, практически почти

не участвующая в колебаниях, расширяется по направлению к звуковой катушке; действующая же центральная часть сокращается. Значение этого сокращения иллюстрируется графиком рис. 96, на котором построены теоретические характеристики кпд для управляемых массой диафрагм различных размеров. Кривые *a*, *b*, *c* соответствуют диафрагмам большого, среднего и малого размеров; с уменьшением диаметра диафрагмы кпд уменьшается, однако область, в кото-

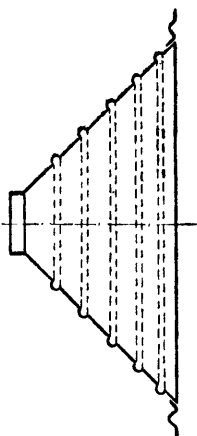


Рис. 97.

рой кпд не зависит от частоты (т. е. область, в которой $ka < 1$), расширяется в сторону более высоких частот. Можно представить себе, что если действующая поверхность конуса автоматически сокращается по мере возрастания частоты, то характеристика кпд определится огибающей кривых *a*, *b*, *c*; эта огибающая представлена на рис. 96 пунктиром. Нетрудно заметить, что спада-

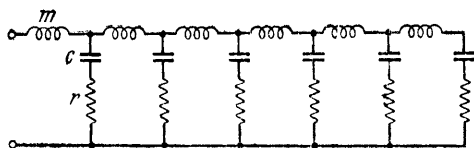


Рис. 98.

ние отдачи в сторону высоких частот получается при этом менее крутым, что должно привести к улучшению передачи высоких частот.

В свете этих соображений легко уяснить себе целесообразность применения гофрированных диафрагм, в которых кольцевые зоны примерно одинаковой площади отделены друг от друга кольцевыми канавками (рис. 97). В первом приближении можно рассматривать такую систему, как механический аналог фильтра нижних частот (рис. 98); массы кольцевых зон *m* соответствуют индуктивностям в последовательных плечах схемы, гибкости *c* и сопротивления *r* деформируемых элементов гофрировки соответствуют ёмкостям и сопротивлениям в параллельных плечах. При

частотах, лежащих значительно ниже верхней границы пропускаемой полосы

$$\omega_2 = \frac{2}{\sqrt{mc}}$$

[ср. (1.63)], вносимое фильтром затухание очень невелико и все кольцевые зоны колеблются синфазно, что соответствует поршневому действию диафрагмы. При более высоких частотах колебательные скорости кольцевых зон между гофрировками уменьшаются по направлению к внешнему краю диафрагмы; при надлежащей величине сопротивлений r амплитуды скоростей внешних зон оказываются достаточно малыми, так что по мере возрастания частоты эти зоны практически выключаются во всё большем числе. Это и соответствует постепенному сокращению действующей поверхности конуса.

Отметим ещё, что при достаточной глубине кольцевых канавок гофрировка затрудняет возникновение резонансов второго типа, способствуя получению более ровной характеристики в области средних частот, где эти резонансы обычно бывают выражены наиболее отчётливо.

§ 51. Конусные громкоговорители со сложной подвижной системой. Мы видели выше, что в области нижних частот увеличение размеров конуса (конечно, до известного предела) играет благоприятную роль, тогда как в области высоких частот качественные показатели, напротив, улучшаются при сокращении размеров и массы диафрагмы. Масса звуковой катушки должна составлять определённую долю от общей массы подвижной системы; поэтому можно утверждать, что с большей диафрагмой должна быть связана катушка относительно большой массы, малая же диафрагма должна приводиться в колебательное движение малой катушкой. Из этих соображений возникает мысль о возможности расширения воспроизводимой полосы частот (при более ровной характеристике) путём комбинирования двух конусных громкоговорителей: одного с большой диафрагмой и большой катушкой, предназначенного для воспроизведения низких частот, и другого с малыми диафрагмой и катушкой — для воспроизведения высоких частот.

В более широком аспекте эта мысль приводит к сооружению больших громкоговорящих агрегатов, состоящих из двух групп громкоговорителей различного устройства и типа, между которыми подводимая мощность делится (посредством электрических разделительных фильтров) на две части, соответствующие областям низких и высоких частот. О таких агрегатах и фильтрах мы будем

говорить в следующей главе. В малом масштабе идея громкоговорящего агрегата реализована в громкоговорителе со сложной подвижной системой,

состоящей из двух конусов и двух катушек при общей магнитной системе.

Устройство такого громкоговорителя схематически показано на рис. 99. Звуковая катушка разделена на две части с массами m_1 и m_2 ($m_1 > m_2$). Механически обе части упруго связаны между собой посредством гибкости c , реализованной в форме гофрировки на каркасе (сечение гофрировки показано в увеличенном виде в правой части рис. 99); электрически обе

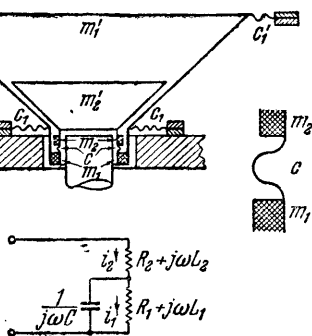


Рис. 99.

части соединены последовательно, причём более массивная часть зашунтирована конденсатором с ёмкостью C , как это показано на схеме в нижней части рис. 99. Более массивная катушка связана с большим конусом с массой m_1' ; гибкости центрирующей шайбы c_1 и внешнего подвеса c_1' обеспечивают требуемую величину возвращающей силы. Малая катушка связана с малым конусом, масса m_2' которого настолько невелика, что надобность в крепёжных деталях отпадает. Схема электрического аналога подвижной системы дана на рис. 100; в соответствии с наличием двух электромеханических связей на схеме показаны два источника внешней силы $F_1 = Bl_1 i_1$ и $F_2 = Bl_2 i_2$, где B — индукция в зазоре, l_1 , l_2 — длины проводников на двух частях катушки, i_1 , i_2 — токи через соответствующие части.

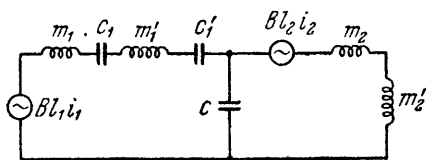


Рис. 100.

Работа громкоговорителя происходит следующим образом. При низких частотах сопротивление шунтирующего конденсатора C очень велико и через обе секции катушки проходит один и тот же ток ($i_1 = i_2$). Так как, далее, в области низких частот упругое сопротивление гофрировки каркаса $\frac{1}{\omega c}$ велико по сравнению с инерциальными сопротивлениями обеих частей подвижной системы, то в этой области оба конуса колеблются синфазно и устройство ведёт себя как обыкновенный конусный громкоговоритель. В области же

высоких частот сопротивление шунтирующего конденсатора настолько мало, что весь ток проходит практически только через малую секцию катушки ($i_1 \cong 0$); в то же время упругое сопротивление гофрировки достаточно мало по сравнению с инерциальным сопротивлением большого конуса с принадлежащей ему частью катушки, так что колеблется один только малый конус. В промежуточной области частот оба конуса работают совместно, как это видно и может быть рассчитано из схемы электрического аналога (рис. 100).

Ёмкость C шунтирующего конденсатора определяется на основе следующих соображений. Отвлекаясь от учёта внесённых сопротивлений, имеющих значительную величину только вблизи резонансных частот системы, напомним для токов i_1 и i_2 соотношение (см. схему на рис. 99)

$$\frac{i_2 - i_1}{i_1} = j\omega C (R_1 + j\omega L_1)$$

или

$$\frac{i_2}{i_1} = 1 - \omega^2 L_1 C + j\omega C R_1.$$

Полагая

$$\omega_0^2 = \frac{1}{L_1 C}, \quad \rho = \frac{R_1}{\sqrt{\frac{L_1}{C}}}, \quad (6.26)$$

перепишем предыдущий результат в форме

$$\frac{i_2}{i_1} = 1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j\rho \frac{\omega}{\omega_0}.$$

Отсюда находим для соотношения между амплитудами токов

$$\left| \frac{i_2}{i_1} \right| = \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \rho^2 \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}, \quad (6.27)$$

а для фазового сдвига φ между токами

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\rho \frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}} = \frac{\rho}{\frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0}}. \quad (6.28)$$

Из (6.27) видно, что

$$\rho = \frac{i_2}{i_1} \Big|_{\omega = \omega_0},$$

причём эта величина растёт пропорционально квадратному корню из ёмкости шунтирующего конденсатора, тогда как частота ω_0 обратно пропорциональна \sqrt{C} .

Частотная характеристика величин $\left| \frac{i_2}{i_1} \right|$ и φ при двух значениях ρ изображена на рис. 101. Из графика следует, что стремление

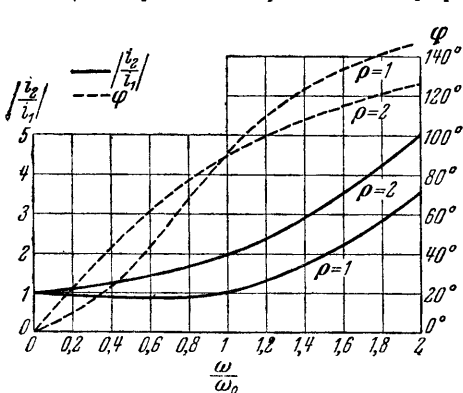


Рис. 101.

увеличивать ρ ограничено не только понижением частоты ω_0 , но и увеличением фазового сдвига между токами в области низких частот ($\omega \ll \omega_0$), что может оказаться совершенно нежелательным. Практически следует выбирать $\rho \cong 2$ и определять C по формуле

$$C = \frac{\rho^2 L_1}{R_1^2}. \quad (6.29)$$

Что касается гибкости с соединительной гофрировкой, то её выбор определяется частотой ω' ,

на которой упругое сопротивление гофрировки должно стать равным инерциальному сопротивлению большого конуса. Из условия

$$\frac{1}{\omega' c} = \omega' (m_1 + m_1')$$

имеем:

$$c = \frac{1}{\omega'^2 (m_1 + m_1')}. \quad (6.30)$$

Понятно, что частоты ω_0 и ω' должны быть выбраны согласованно.

Частотная характеристика громкоговорителя с двумя конусами и двумя катушками представлена на рис. 102; как видно из графика, воспроизводимая область частот простирается до 14 000 гц, причём изменения чувствительности укладываются в полосу шириной примерно в 12 дб. По сравнению с громкоговорителем обычного устройства мы имеем здесь значительное улучшение.

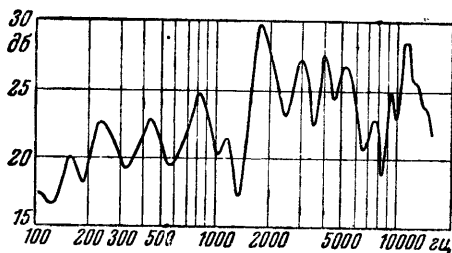


Рис. 102.

§ 52. Нелинейные искажения. Теория конусного громкоговорителя, изложенная в §§ 47 и 48, была развита в предположении, что электромеханическая связь и механическая система громкоговорителя являются линейными. При больших амплитудах колебаний конуса и катушки это предположение может не оправдываться, причём воспроизведение звука происходит с более или менее значительными *нелинейными искажениями*, зависящими от амплитуды колебаний. Дальше будет видно, что в некоторых случаях аналогичный эффект может получиться и без нарушения линейности, поэтому искажения, характеризующиеся появлением посторонних частот, не заданных в спектре воспроизводимого сигнала, и зависящие от амплитуды колебаний, мы будем называть *амплитудными искажениями*.

В этом параграфе мы рассмотрим причины возникновения нелинейных искажений; амплитудные искажения, не связанные с нелинейностью, будут рассмотрены в §§ 53 и 54.

Одной из важнейших причин нелинейных искажений в конусных громкоговорителях является нелинейная упругость подвеса внешнего края конуса. При малых смещениях x конуса возвращающая упругая сила $F_{\text{возвр}}$ пропорциональна смещению; однако при больших смещениях возвращающая сила растёт значительно быстрее смещения, как это показано на рис. 103, изображающем типичную форму упругой характеристики подвеса. Эта характеристика, очевидно, симметрична; поэтому закон возвращающей силы можно аппроксимировать уравнением третьей степени:

$$F_{\text{возвр}} = - \left(\frac{x}{c} + bx^3 \right),$$

где c — гибкость подвеса в линейной части упругой характеристики, b — малая величина, характеризующая нелиней-

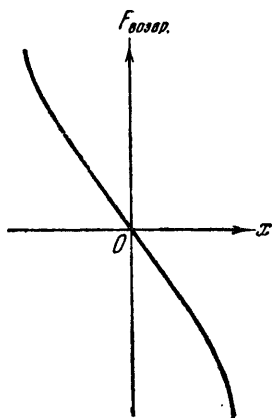


Рис. 103.

ность системы. Уравнение вынужденных колебаний системы имеет вид

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + \frac{x}{c} + bx^3 = F_m \cos \omega t. \quad (6.31)$$

Не останавливаясь на исследовании этого уравнения, заметим, что его приближённое решение для стационарного режима будет содержать, помимо колебания основной частоты, во-первых, её *нечётные гармоники* (в частности, третью с частотой 3ω) и, во-вторых, так называемые *субгармоники*, т. е. колебания с половинной частотой $\frac{\omega}{2}$. Впрочем, в данном случае субгармоники не представляют практического интереса, поскольку искажения, связанные с нелинейностью подвеса, проявляются только при малых ω (т. е. в области низких частот, где амплитуды конуса могут достигать значительной величины), причём частоты субгармоник оказываются лежащими ниже воспроизводимого диапазона.

Гораздо более существенное значение имеет то, что нелинейность рассматриваемого типа может привести к динамической неустойчивости системы в определённой области частот. Для выяснения этой стороны дела нам придётся сначала исследовать решение уравнения (6.31) без правой части, соответствующее свободным колебаниям системы. Пренебрегая в целях упрощения активным сопротивлением r , которое всегда имеет небольшую величину, перепишем исследуемое уравнение в виде

$$\ddot{x} + \omega_1^2 x + ax^3 = 0, \quad (6.32)$$

где

$$\omega_1^2 = \frac{1}{mc}, \quad a = \frac{b}{m}. \quad (6.33)$$

Нетрудно убедиться в том, что решение первого приближения не может иметь вида $x = A \cos \omega_1 t$. В самом деле, подстановка этого выражения в (6.32) приводит к уравнению второго приближения

$$\ddot{x} + \omega_1^2 x = -aA^3 \cos^3 \omega_1 t = -\frac{aA^3}{4} \cos 3\omega_1 t - \frac{3aA^3}{4} \cos \omega_1 t;$$

последний член правой части, соответствующий резонансному воздействию на систему без потерь, должен дать в решении

член вида $t \sin \omega_1 t$, неограниченно нарастающий с течением времени, чего не может быть в действительности. Следуя Рэйли, положим

$$\omega_1^2 = \omega_0^2 + (\omega_1^2 - \omega_0^2),$$

причём разность $\omega_1^2 - \omega_0^2$ должна рассматриваться как малая величина, исчезающая вместе с a . Подстановка в (6.32) приводит к уравнению

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x + (\omega_1^2 - \omega_0^2) x + ax^3 = 0, \quad (6.34)$$

в котором последние два члена имеют второй порядок малости. Отбрасывая их, находим первое приближение вида

$$x = A \cos \omega_0 t;$$

подстановка в (6.34) даёт уравнение второго приближения

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = -(\omega_1^2 - \omega_0^2) A \cos \omega_0 t - aA^3 \cos^3 \omega_0 t$$

или

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = - \left[(\omega_1^2 - \omega_0^2) A + \frac{3aA^3}{4} \right] \cos \omega_0 t - \frac{aA^3}{4} \cos 3\omega_0 t.$$

Для того чтобы решение не содержало бесконечно нарастающего члена, первое слагаемое справа должно тождественно равняться нулю; таким образом амплитуда собственного колебания системы должна быть подчинена условию

$$\omega_1^2 - \omega_0^2 + \frac{3aA^2}{4} = 0,$$

откуда для частоты собственных колебаний получаем:

$$\omega_0^2 = \omega_1^2 + \frac{3aA^2}{4}. \quad (6.35)$$

Физически этот результат означает, что собственные колебания нелинейной системы рассматриваемого типа не являются изохронными; их период зависит от амплитуды, как это, например, имеет место и при колебаниях маятника с конечной амплитудой.

Возвратимся теперь к уравнению с правой частью, которое в отсутствии активного сопротивления имеет вид

$$\ddot{x} + \omega_1^2 x + ax^3 = \frac{F_m}{m} \cos \omega t.$$

Отбрасывая последний (нелинейный) член слева, находим решение первого приближения с амплитудой

$$A = \frac{F_m}{m(\omega_1^2 - \omega^2)}.$$

Решая относительно ω^2 , находим:

$$\omega^2 = \omega_1^2 - \frac{F_m}{mA}. \quad (6.36a)$$

Мы можем предположить, что если заменить величину ω_1^2 первого приближения на уточнённое значение ω_0^2 , даваемое формулой (6.35), то связь между амплитудой и частотой вынужденного колебания должна иметь во втором приближении вид

$$\omega^2 = \omega_1^2 + \frac{3aA^2}{4} - \frac{F_m}{mA}. \quad (6.36b)$$

Теперь нетрудно видеть, что амплитуда A колебания основной частоты ω определяется кубическим уравнением

$$A^3 + \frac{4(\omega_1^2 - \omega^2)}{3a} A - \frac{4F_m}{3am} = 0. \quad (6.37)$$

Это уравнение будет иметь *три* действительных корня, если

$$\left(\frac{2F_m}{3am}\right)^2 + \left[\frac{4(\omega_1^2 - \omega^2)}{9a}\right]^3 < 0.$$

Раскрытие этого неравенства приводит к утверждению, что при частотах

$$\omega^2 > \omega_1^2 + \sqrt[3]{5,0625a} \sqrt[3]{\left(\frac{F_m}{m}\right)^2}, \quad (6.38)$$

превышающих некоторое значение, определяемое формулой (6.38), амплитуда колебаний может иметь, в зависимости от предшествующей истории системы, три различных стационарных значения. Этот факт находит своё выражение в резо-

нансной кривой рис. 104, где представлена зависимость амплитуды колебательной скорости системы ωA от частоты внешнего воздействия. При наличии затухания ($r \neq 0$) восходящие ветви кривой не будут уходить в бесконечность и резонансная кривая должна иметь вид, представленный на рис. 105.

Представим себе, что мы измеряем колебательную скорость, постепенно увеличивая частоту, начиная от значения, соответствующего некоторой точке A (рис. 105); амплитуда скорости конуса будет

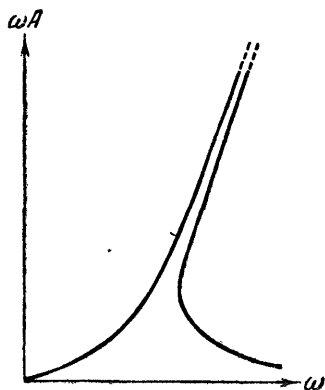


Рис. 104.

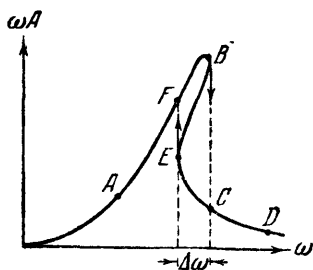


Рис. 105.

возрастать до некоторого значения, соответствующего точке B , а затем скачком уменьшится до величины, соответствующей точке C . Дальнейшее уменьшение скорости при возрастании частоты будет осуществляться по линии CD . При обратном уменьшении частоты внешнего воздействия амплитуда колебательной скорости будет возрастать по линии DCE , а затем скачком увеличится до значения, соответствующего точке F ; дальнейшее уменьшение скорости при уменьшении частоты определяется участком FA резонансной кривой. Интервал $\Delta\omega$, соответствующий участку BE , представляет собой область *динамической неустойчивости*; при воспроизведении процессов с частотами, попадающими в эту область, амплитуда вынужденных колебаний скачкообразно перебрасывается с участка FB на участок CE и обратно, что приводит к хриплости звуковоспроизведения и к дребезжанию, в котором проявляются переходные про-

цессы перебросов с одной стабильной ветви характеристики на другую.

Другой причиной нелинейных искажений является неоднородность магнитного поля в рабочем зазоре. На рис. 106 представлено схематически положение смещённой звуковой катушки в зазоре; в нижней части чертежа изображена типичная зависимость магнитной индукции от координаты x , отсчитываемой в осевом направлении. Мы видим, что в средней части зазора поле достаточно однородно, однако на краях зазора индукция быстро убывает и притом несимметрично, что связано с асимметрией в распределении железных масс. При этом действующая на звуковую катушку электродинамическая сила F зависит не только от величины тока, но и от смещения катушки ξ ; $F = F(i, \xi)$.

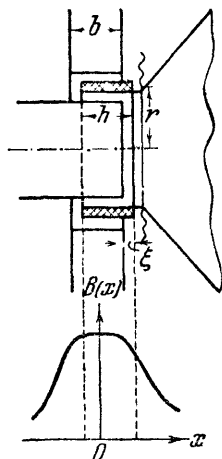


Рис. 106.

Пусть ω есть число витков звуковой катушки на единицу осевой длины, r — средний радиус витка. Сила, действующая на элемент катушки, заклю-

чённый между нормальными сечениями x и $x + dx$, при наличии тока i будет:

$$dF = i\omega \cdot 2\pi r \cdot B(x) dx;$$

если катушка смещена из среднего положения на величину ξ , то полная электродинамическая сила определяется интегралом

$$F = i\omega \cdot 2\pi r \int_{-\frac{h}{2} + \xi}^{\frac{h}{2} + \xi} B(x) dx.$$

Коэффициент электромеханической связи

$$K = \frac{F}{i} = 2\pi\omega r \int_{-\frac{h}{2} + \xi}^{\frac{h}{2} + \xi} B(x) dx \quad (6.39)$$

очевидным образом зависит от координаты ξ подвижной системы; типичная форма этой зависимости (экспериментально найденная) представлена на рис. 107. Как видно из графика, максимальное значение K смещено в сторону ка-

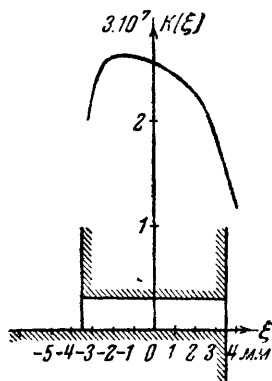


Рис. 107.

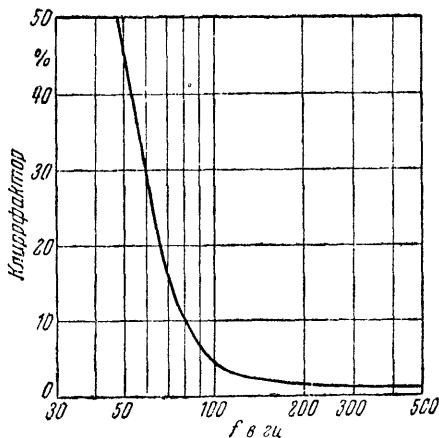


Рис. 108.

тушки возбуждения, что связано с асимметрией распределения магнитного поля. Зависимость этого типа может быть аппроксимирована функцией

$$K = K_0 (1 - a\xi - b\xi^2);$$

уравнение движения системы при этом имеет вид

$$m\ddot{\xi} + r\dot{\xi} + \frac{\xi}{c} = K_0 (1 - a\xi - b\xi^2) I \cos \omega t$$

или

$$m\ddot{\xi} + r\dot{\xi} + \left(\frac{1}{c} + aK_0 I \cos \omega t \right) \xi + bK_0 I \cos \omega t \cdot \xi^2 = K_0 I \cos \omega t, \quad (6.40)$$

где I — амплитуда тока звуковой частоты ω .

Исследование уравнения (6.40) приводит к выводу, что вынужденные колебания подвижной системы громкоговорителя будут содержать, помимо основной частоты, её высшие

гармоники, а в некоторых случаях ещё и субгармонику с частотой $\frac{\omega}{2}$.

Отметим, что искажения, связанные с осевой неоднородностью магнитного поля, уменьшаются, если высота h звуковой катушки меньше глубины b зазора, и возрастают при $h > b$.

Нелинейные искажения, вносимые конусными громкоговори́телями, имеют более или менее значительную величину в области сравнительно низких частот, поскольку в этой области амплитуды конуса достаточно велики (порядка несколько миллиметров). Экспериментально полученная частотная характеристика клиррфактора конусного громкоговори́теля представлена на рис. 108.

§ 53. Искажения, обусловленные частотной модуляцией. Интересным примером амплитудных искажений, не связанных с нелинейностью системы, являются искажения, обусловленные частотной модуляцией за счёт явления Допплера. Представим себе, что к громкоговори́телю подводится синусоидальный ток низкой частоты ω_1 , причём смещение конуса имеет вид

$$x_1 = a \sin \omega_1 t,$$

а его колебательная скорость есть

$$u = \frac{dx_1}{dt} = \omega_1 a \cos \omega_1 t. \quad (6.41)$$

При больших амплитудах конуса колебательная скорость может принимать достаточно большие значения: так, например, при $\omega_1 = 2\pi \cdot 100 \text{ сек}^{-1}$ и $a = 0,2 \text{ см}$, $u_{\text{макс}} = 125 \text{ см/сек}$.

Пусть теперь громкоговори́тель одновременно воспроизводит высокий тон с частотой ω_2 . Слушатель будет воспринимать этот тон как частотно-модулированный, поскольку его источник (конус) движется с периодически переменной скоростью (6.41). Благодаря явлению Допплера наблюдаемая слушателем частота высокого тона будет

$$\omega_2' = \frac{\omega_2}{1 - \frac{u}{c_0}} \cong \omega_2 \left(1 + \frac{u}{c_0}\right),$$

а воспринимаемое им высокочастотное колебание будет иметь форму

$$x_2 = x_m \sin \Psi,$$

где

$$\Psi = \int_0^t \omega_2' dt = \omega_2 \int_0^t \left(1 + \frac{u}{c_0}\right) dt.$$

Подставляя сюда значение u из (6.41), имеем

$$\Psi = \omega_2 \int_0^t \left(1 + \frac{\omega_1 a}{c_0} \cos \omega_1 t \right) dt = \omega_2 \left(t + \frac{a}{c_0} \sin \omega_1 t \right)$$

и

$$x_2 = x_m \sin \left[\omega_2 t + \frac{\omega_2 a}{c_0} \sin \omega_1 t \right],$$

откуда видно, что частота ω_2 высокого тона будет модулирована частотой ω_1 низкого тона.

Как известно, частотно-модулированное колебание может быть разложено в спектр, содержащий, помимо несущей частоты ω_2 , ещё и боковые частоты вида

$$\omega_0 = \omega_2 \pm n\omega_1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

Спектральное разложение имеет вид

$$\begin{aligned} x_2 = x_m \left\{ I_0 \left(\frac{\omega_2 a}{c_0} \right) \sin \omega_2 t + \right. \\ \left. + I_1 \left(\frac{\omega_2 a}{c_0} \right) [\sin (\omega_2 + \omega_1) t - \sin (\omega_2 - \omega_1) t] + \right. \\ \left. + I_2 \left(\frac{\omega_2 a}{c_0} \right) [\sin (\omega_2 + 2\omega_1) t + \sin (\omega_2 - 2\omega_1) t] + \dots \right\}. \end{aligned} \quad (6.42)$$

Искажение, обусловленное наличием боковых частот, может быть оценено отношением их суммарной эффективной величины к амплитуде несущей частоты:

$$\nu = \frac{\left[2 \sum_{i=1}^{\infty} I_i^2 \left(\frac{\omega_2 a}{c_0} \right) \right]^{1/2}}{I_0 \left(\frac{\omega_2 a}{c_0} \right)}, \quad (6.43a)$$

где символ I_i означает функцию Бесселя i -го порядка. На основании теоремы

$$I_0^2(z) + 2 \sum_{i=1}^{\infty} I_i^2(z) = 1,$$

доказываемой в теории бесселевых функций, (6.43a) преобразуется к виду

$$\nu = \frac{\sqrt{1 - I_0^2 \left(\frac{\omega_2 a}{c_0} \right)}}{I_0 \left(\frac{\omega_2 a}{c_0} \right)}. \quad (6.43b)$$

Так как аргумент функции Бесселя

$$z = \frac{\omega_2 a}{c_0} = 2\pi \frac{a}{\lambda_2}$$

невелик, то, ограничиваясь членами порядка z^2 , положим:

$$I_0(z) = 1 - \frac{z^2}{4}.$$

При этом, как нетрудно убедиться,

$$\nu \cong \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{z}{1 - \frac{1}{4} z^2}. \quad (6.43c)$$

Если в качестве примера взять

$$\omega_2 = 2\pi 5000 \text{ сек}^{-1}, \quad a = 0,2 \text{ см},$$

то $z = 0,185$ и $\nu \cong 14\%$; этот пример показывает, что искажения, обусловленные частотной модуляцией, могут достигать значительной величины. Специально поставленные опыты показали, что при исключении (посредством фильтров) модулирующего низкочастотного колебания ухо различает искажение модулированного высокочастотного тона при значениях ν порядка 2—3%. При воспроизведении речи и музыки нередки случаи одновременного подведения колебаний низкой и высокой частот; как ясно из изложенного выше, высокочастотные компоненты будут при этом искажаться.

§ 54. Параметрическое возбуждение конуса. Источником значительных амплитудных искажений в области средних частот являются так называемые параметрические колебания конуса. При испытании конусных громкоговорителей повышенной мощности было обнаружено, что на пиках нагрузки возникает искажение, выражающееся в своеобразном дребезжании конуса. Исследование, произведённое в условиях синусоидального возбуждения, показало, что при определённых частотах увеличение подводимого напряжения сверх некоторого предела сопровождается внезапным появлением паразитного призвука, частота которого лежит на октаву ниже частоты внешнего воздействия. Искажающий призвук является, следовательно, субгармоникой основного колебания; возникновение колебания с удвоенным периодом иногда называют *делением частоты*.

Деление частоты представляет собой хорошо известное явление, механизм которого можно пояснить на примере

опыта Мельде (1860). Схема опыта показана на рис. 109. Струна, один конец которой прикреплен к ножке камертона, имеет на другом конце приспособление для натяжения; при колебании камертона струна не возбуждается до тех пор,

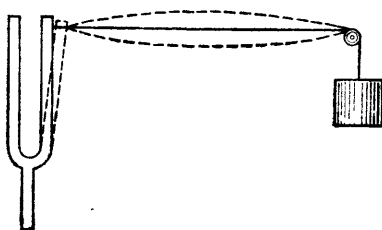


Рис. 109.

пока постепенное увеличение натяжения не доведёт собственную частоту струны до значения, близкого к половине частоты колебаний камертона. Тогда струна приходит в колебание заметной амплитуды и притом с частотой, равной половине частоты камертона. Такое соотношение частот делается понятным, если принять во внимание, что наибольшее отклонение струны в одну и в другую стороны (пунктирные линии на рис. 109) должно совпадать с отклонением ножки камертона в одну и ту же сторону — именно в сторону струны. Время, в течение которого струна переходит из одного крайнего положения в другое, равно половине периода колебаний струны и целому периоду колебаний камертона. Таким образом на каждый период струны приходится два периода камертона. Возбуждение струны связано с тем, что камертон, колеблясь, периодически изменяет её натяжение, увеличивая потенциальную энергию струны в моменты наибольшего натяжения; если потери в струне за половину периода не превышают этого прироста потенциальной энергии, то колебания струны нарастают до стационарного значения.

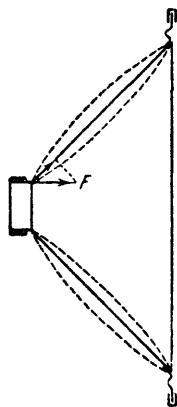


Рис. 110.

Так как натяжение струны является одним из параметров, определяющих её собственную частоту, то описанный способ раскачки колебаний называется *параметрическим возбуждением*, а соотношение частот 2:1 характеризует так называемый *параметрический резонанс*.

На рис. 110 схематически показано, каким образом возникают параметрические колебания конуса. Осевая сила F , приложенная к конусу со стороны звуковой катушки, имеет

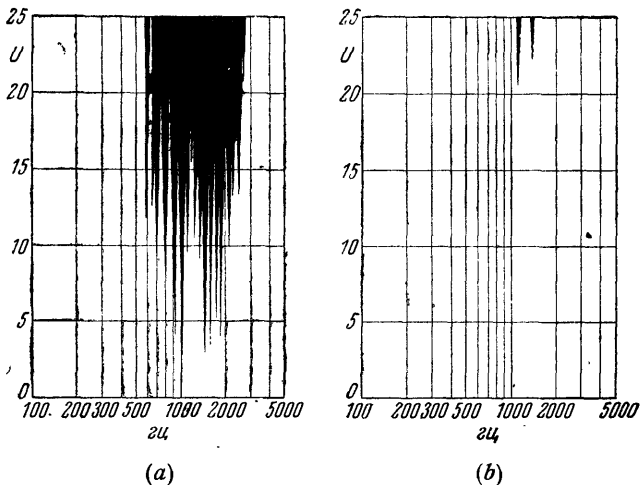


Рис. 111.

продольную составляющую, направленную вдоль образующей. Так как благодаря наличию подвеса внешний край конуса не свободен, то при достаточно большом усилии образующая конуса претерпевает продольный изгиб, прогибаясь наружу или внутрь. Если частота тока в звуковой катушке (т. е. частота изменения продольной силы) приближается к удвоенному значению одной из собственных частот поперечных колебаний конической оболочки, то происходит параметрическое возбуждение колебания с половинной частотой, т. е. субгармоники.

Условия параметрического возбуждения конуса иллюстрируются диаграммой рис. 111, а, где по оси абсцисс отложена частота, а по оси ординат — подводимое к громкоговори-телю напряжение. Зачернённые части диаграммы пред-

ставляют области существования параметрических колебаний; минимальные значения критического напряжения, при которых впервые появляется параметрическое возбуждение, соответствуют дискретным частотам параметрического резонанса. При увеличении подводимого напряжения области существования параметрических колебаний расширяются в обе стороны от резонансных частот. Для громкоговорителя, к которому относится рис. 111, *a*, частоты параметрического резонанса занимают область от 600 до 2500 *гц*; в других случаях границы этой области имеют иные значения, однако в областях ниже 500 *гц* и выше 4000 *гц* параметрические резонансы обычно не наблюдаются.

Следует отметить, что частоты параметрических резонансов совпадают с более или менее острыми минимумами на частотной характеристике чувствительности громкоговорителя, если она измеряется при достаточно большом напряжении; это объясняется отбором колебательной энергии на поддержание субгармоник и соответствующим уменьшением энергии основного колебания.

Явление параметрического возбуждения кладёт предел увеличению номинальной мощности конусного громкоговорителя. Поэтому при разработке более мощных громкоговорителей (от 5 *вт* и выше) пришлось изыскивать специальные меры к повышению порога параметрического возбуждения. Это достигается применением диафрагмы особой формы, исключающей возможность перемены знака продольного изгиба образующей. Таковы диффузоры с криволинейной образующей (рис. 112); нетрудно понять, что при продольном сжатии криволинейная образующая прогибается всегда в одну и ту же сторону — именно в сторону уже имеющегося изгиба. Тем самым исключается (или, во всяком случае, очень затрудняется) возможность субгармонического колебания: при каждом осевом сжатии образующая деформируется в одном и том же направлении, и частота поперечных колебаний совпадает с частотой продольно-изгибающего усилия.



Рис. 112.

Эффект применения диафрагм с криволинейной образующей иллюстрируется графиком рис. 111, *b*; сравнение

с рис. 111, *a* отчётливо обнаруживает почти полное устранение возможности параметрического возбуждения.

Что касается формы образующей, то она должна выбираться с тем расчётом, чтобы при заданных диаметрах основания и звуковой катушки боковая поверхность диафрагмы, а значит, и её масса, имели наименьшую величину. Известно, что этим свойством обладает катеноид — поверхность вращения цепной линии, уравнение которой в декартовых координатах имеет вид

$$v = a \operatorname{ch} \frac{x-b}{a},$$

где a и b — постоянные.

Г Л А В А VII

РУПОРНЫЕ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЕ ГРОМКОГОВОРТЕЛИ

§ 55. Устройство рупорных громкоговорителей. В зависимости от оформления излучающего устройства (диафрагмы) современные рупорные электродинамические громкоговорители распадаются на два типа, существенно отличающихся друг от друга в конструктивном отношении.

К первому типу относятся рупорные громкоговорители с диафрагмой, которая в пределах рабочего диапазона частот может с достаточным приближением рассматриваться как поршень. Обычно эта диафрагма изготавливается из дюралюминиевой фольги, причём для обеспечения жёсткости излучающая поверхность диафрагмы имеет сферическую форму*). Крепление диафрагмы осуществляется посредством плоского или гофрированного воротника (металлического, если он выполняется заодно с диафрагмой, или мягкого, подклеиваемого к диафрагме). С диафрагмой жёстко связан цилиндрический каркас звуковой катушки, помещаемой в радиальное магнитное поле магнитной системы с кольцевым зазором, устройство которой не имеет принципиальных отличий от магнитной системы конусных электродинамических громкоговорителей. Конструкция одного из громкоговорителей такого типа схематически изображена на рис. 113**); условимся называть аппараты этого типа *нормальными* рупорными громкоговорителями.

*) Иногда диафрагма такой же формы отпрессовывается из бумажной массы повышенной плотности.

**) Значения сосредоточенных параметров системы будут разъяснены ниже.

Ко второму (также очень распространённому) типу принадлежат громкоговорители с излучателем в форме бумажного конуса; конструкция аппарата (если иметь в виду только подвижную и магнитную системы) по существу ничем не отличается от конструкции конусного электродинамического громкоговорителя средних размеров. Различие заключается только в том, что звук излучается конусом не непосредственно в окружающую среду, но через широкогорлый рупор; схема устройства представлена на рис. 114.

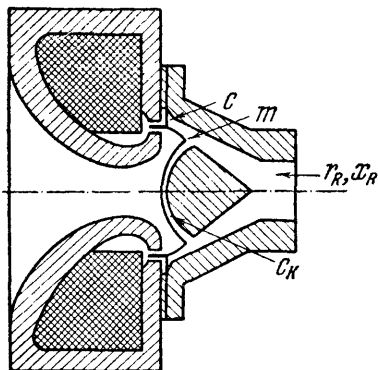


Рис. 113.

Аппараты этого типа мы будем называть громкоговорителями с широкогорлым рупором. Работа таких громкоговорителей будет рассмотрена позднее (§ 59); здесь мы изложим соображения, относящиеся к громкоговорителям нормального типа.

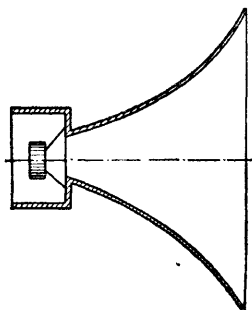


Рис. 114.

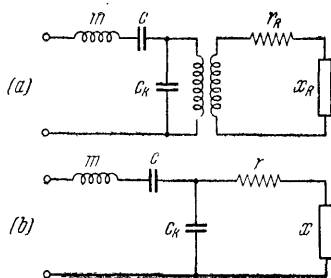


Рис. 115.

Принципиальной особенностью этих громкоговорителей является применение акустической трансформации, осуществляемое предрупорной камерой; масса подвижной системы должна быть возможно малой. В необходимости трансфор-

мации нетрудно убедиться, рассмотрев сопротивление диафрагмы, нагруженной на рупор через посредство предрупорной камеры. Для расчёта воспользуемся схемой электрического аналога нормальной (рис. 113) системы; схема представлена на рис. 115, *a*. Здесь m , c — масса и гибкость закрепления подвижной системы, c_k — гибкость воздушного объёма предрупорной камеры, r_R , x_R — активная и реактивная компоненты сопротивления излучения экспоненциального рупора. В качестве коэффициента трансформации (см. § 5) выберем $n = \frac{S_1}{S_0}$, где S_1 — излучающая поверхность диафрагмы, S_0 — площадь горла (входного отверстия) рупора. Пересчитав r_R и x_R в первичную цепь, мы получаем приведенную схему рис. 115, *b*, где

$$r = n^2 r_R, \quad x = n^2 x_R, \quad (7.1a)$$

$$c_k = \frac{V}{\gamma P_0 S_1^2} \quad (7.2)$$

(V — объём предрупорной камеры, $\gamma P_0 = 1,4 \cdot 10^6$ *бэп* — адиабатный модуль объёмной упругости воздуха). Входное сопротивление схемы, т. е. механическое сопротивление системы, есть

$$z = j \left(\omega m - \frac{1}{\omega c} \right) + \frac{r + jx}{1 + j\omega c_k (r + jx)}. \quad (7.3a)$$

Анализируя это выражение, необходимо иметь в виду, что в области низких частот r и x являются сложными функциями частоты с резко выраженными максимумами и минимумами (см. § 33); однако в основной части рабочего диапазона $\omega \gg \omega_{кр}$ ($\omega_{кр}$ — критическая частота рупора), и можно пользоваться приближёнными формулами (4.21), в соответствии с чем

$$r \cong n^2 \zeta_0 S_0, \quad x \cong 0, \quad (7.1b)$$

где $\zeta_0 = 41,5$ *г/см²сек*. При этом (7.3a) принимает вид

$$z = j \left(\omega m - \frac{1}{\omega c} \right) + \frac{n^2 \zeta_0 S_0}{1 + j\omega c_k n^2 \zeta_0 S_0}. \quad (7.3b)$$

Из (7.3b) видно, что в области не слишком высоких частот, где $\omega c_k n^2 \zeta_0 S_0 \ll 1$, активное сопротивление излучения

рупора $\delta_0 S_0$ возрастает благодаря трансформации в n^2 раз и при надлежащем выборе коэффициента n может быть сделано достаточно большим по сравнению с реактивным сопротивлением диафрагмы $\omega m - \frac{1}{\omega c}$. Удовлетворение этого условия

$$n^2 \delta_0 S_0 \gg \omega m - \frac{1}{\omega c} \quad (7.4)$$

необходимо для того, чтобы обеспечить независимость отдаваемой рупору мощности P_a от частоты, чем и достигается удовлетворительная частотная характеристика громкоговорителя. Действительно, если v есть эффективная скорость диафрагмы, то

$$P_a = v^2 \cdot n^2 \delta_0 S_0;$$

так как

$$v = \frac{F}{|z|},$$

где F — эффективное значение силы, обусловленной взаимодействием тока в звуковой катушке с магнитным полем, то, полагая

$$|z| = \sqrt{(n^2 \delta_0 S_0)^2 + \left(\omega m - \frac{1}{\omega c}\right)^2},$$

имеем:

$$P_a = \frac{F^2 n^2 \delta_0 S_0}{(n^2 \delta_0 S_0)^2 + \left(\omega m - \frac{1}{\omega c}\right)^2}. \quad (7.5)$$

Теперь ясно, что если громкоговоритель работает в режиме постоянства силы ($F = \text{const.}$), то условие (7.4) гарантирует частотно-независимую акустическую мощность.

Так как гибкости c воротника можно дать практически любое желаемое значение, то для удовлетворения основного условия (7.4) необходимо уменьшать, насколько это возможно, массу m диафрагмы и применять акустическую трансформацию с достаточно высоким коэффициентом n . Этими соотношениями и определяются основные черты устройства нормальных рупорных громкоговорителей.

§ 56. Эквивалентная схема нормального громкоговорителя. По формуле (5.10b) имеем для входного электрического сопротивления громкоговорителя:

$$Z' = Z + \frac{10^{-9} |K|^2}{z}$$

(множитель 10^{-9} добавлен для перевода внесённого сопротивления в практические единицы). Так как $K = Bl$, где B — индукция в зазоре, l — длина проводника звуковой катушки, то, используя формулу (7.3b), можно написать для внесённой проводимости:

$$\frac{1}{Z_k} = \frac{z}{10^{-9}(Bl)^2} = j\omega C' + \frac{1}{j\omega L'} + \frac{1}{R' + j\omega L_k'},$$

где

$$\left. \begin{aligned} C' &= \frac{m}{10^{-9}(Bl)^2}, & R' &= \frac{10^{-9}(Bl)^2}{n^2 30S_0}, \\ L' &= 10^{-9}(Bl)^2 c, & L_k' &= 10^{-9}(Bl)^2 c_k. \end{aligned} \right\} \quad (7.6)$$

Из выражения для внесённой проводимости $\frac{1}{Z_k}$ видно, что Z_k

может быть представлено в виде параллельной комбинации ёмкости C' , индуктивности L' и ветви, содержащей последовательную группу R', L_k' . Так как, далее, $Z = R + j\omega L$ (R — омическое сопротивление звуковой катушки, L — её индуктивность), то эквивалентная схема нормального рупорного громкоговорителя

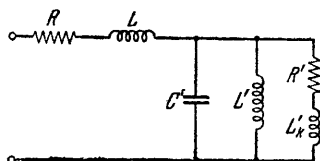


Рис. 116.

может быть изображена в форме, представленной на рис. 116.

Входное сопротивление громкоговорителя

$$Z' = (R + R_k) + j(\omega L + X_k)$$

нетрудно рассчитать, пользуясь эквивалентной схемой рис. 116. Опуская несколько громоздкие и не представляющие интереса выкладки, приведём значения R_k и X_k :

$$R_k = \frac{R'}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_2^2} + \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2}\right)^2 + (\omega R' C')^2 \left(1 - \frac{\omega_1^2}{\omega^2}\right)^2}, \quad (7.7)$$

$$X_k = \omega L_k' \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_2^2} + \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} - (\omega_2 R' C') \left(1 - \frac{\omega_1^2}{\omega^2}\right)}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_2^2} + \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2}\right)^2 + (\omega R' C')^2 \left(1 - \frac{\omega_1^2}{\omega^2}\right)^2}. \quad (7.8)$$

Здесь параметры R' , C' , L_k' определяются формулами (7.6); частоты ω_1 и ω_2 имеют значения

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L'C'}} = \frac{1}{\sqrt{mc}}, \quad (7.9)$$

$$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_k'C'}} = \frac{1}{\sqrt{mc_k}}. \quad (7.10)$$

Отметим попутно, что величина

$$R'C' = \frac{m}{r} \quad (7.11)$$

определяет множитель затухания подвижной системы обусловленного приведённым сопротивлением рупора r ; полезно также заметить, что

$$\frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} = \frac{c}{c_k}. \quad (7.12)$$

Из дальнейшего будет видно, что для обеспечения достаточно хорошей частотной характеристики громкоговорителя нужно удовлетворить условию $\omega_2 \gg \omega_1$; это означает, что гибкость c_k предрупорной камеры (7.2) должна быть значительно меньше гибкости c воротника диафрагмы.

Сейчас нет необходимости в детальном исследовании зависимости R_k и X_k от частоты; нужно, однако, указать на то обстоятельство, что в хороших рупорных громкоговорителях $|Z'|$ меняется с частотой в сравнительно нешироких пределах. Чтобы убедиться в этом, обратимся к рассмотрению эквивалентной схемы рис. 116. Шунтирующее сопротивление параллельной группы L' , C' по модулю равно

$$\frac{1}{\omega C' - \frac{1}{\omega L'}} = \frac{10^{-9} (Bl)^2}{\omega m - \frac{1}{\omega c}},$$

тогда как сопротивление последовательной группы R' , L_k' имеет модуль

$$\sqrt{R'^2 + (\omega L_k')^2} = 10^{-9} (Bl)^2 \sqrt{\left(\frac{1}{n^2 \beta_0 S_0}\right)^2 + (\omega c_k)^2}.$$

При не очень высоких частотах вторым членом под корнем можно пренебречь по сравнению с первым; тогда при удовлетворении основного условия (7.4) шунтирующая комбинация L' , C' не может играть существенной роли и внешнее сопротивление в основном определяется частотно-независимой величиной $n^2 \delta_0 S_0$. Так как, далее, индуктивное сопротивление ωL звуковой катушки в рабочем диапазоне частот незначительно, то входное сопротивление $|Z'|$ эквивалентной схемы мало меняется с частотой (если не говорить об очень высоких частотах $\omega > \omega_2$).

§ 57. Коэффициент полезного действия. Пренебрегая в первом приближении механическими потерями, мы можем определить электроакустический кпд из (5.16), которое после подстановки R_k из (7.7) принимает вид

$$\eta_1 = \frac{1}{1 + \frac{R}{R_k}} = \frac{1}{1 + \frac{R}{R'} \left[\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_2^2} + \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} \right)^2 + (\omega R' C')^2 \left(1 - \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} \right)^2 \right]}.$$

Полагая

$$R = \delta \frac{l^2}{v},$$

где δ — удельное сопротивление проводника в $ом \cdot см$, v — объём проводника звуковой катушки, и подставляя значения R' и C' из (7.6), получим:

$$\eta = \frac{1}{1 + 10^9 \frac{\delta r}{B^2 v} \left[\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_2^2} + \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} \right)^2 + \left(\frac{\omega m}{r} \right)^2 \left(1 - \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} \right)^2 \right]}. \quad (7.13)$$

Исследуем этот результат, имея в виду как частотную характеристику кпд, так и его величину.

Заметим прежде всего, что на частоте $\omega = \omega_1$ кпд достигает максимального значения

$$\eta_{\max} = \frac{1}{1 + \frac{10^9 \delta r}{B^2 v}} = \frac{1}{1 + \frac{10^9 \delta}{B^2 v} n^2 \delta_0 S_0}. \quad (7.14)$$

В сторону более высоких частот ($\omega > \omega_1$) кпд убывает прежде всего вследствие роста инерциального сопротивления диа-

фрагмы (ωt); однако до известных пределов рост этот отчасти компенсируется убыванием величины

$$\left(1 + \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} - \frac{\omega^2}{\omega_2^2}\right)^2;$$

действительно, с возрастанием частоты эта величина убывает до тех пор, пока $\omega \leq \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}$. Впрочем, и при более высоких значениях ω КПД убывает ещё не слишком быстро, если удовлетворяется условие

$$\left(1 + \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} - \frac{\omega^2}{\omega_2^2}\right)^2 \leq 1,$$

т. е. если

$$\omega \leq \sqrt{\omega_1^2 + 2\omega_2^2}. \quad (7.15a)$$

Теперь становится очевидным, что для обеспечения равномерной отдачи в возможно более широкой полосе частот нужно, чтобы частота ω_2 лежала значительно выше ω_1 , как об этом уже было упомянуто. Это условие определяет стремление к возможному уменьшению гибкости c_k [см. (7.12)] за счёт уменьшения объёма предрупорной камеры. Если $\omega_2 \gg \omega_1$, то в формуле (7.15a) можно пренебречь первым членом под корнем; тогда верхняя граница рабочей полосы частот может быть (хотя и до известной степени условно) определена формулой

$$\omega_B = \sqrt{2} \omega_2 = \sqrt{\frac{2}{m c_k}}. \quad (7.15b)$$

Действительно, при $\omega > \omega_B$ убывание КПД с частотой обусловлено совместным действием двух факторов: во-первых, ростом инерциального сопротивления диафрагмы ωt и, во-вторых, уменьшением упругого сопротивления предрупорной камеры $\frac{1}{\omega c_k}$. Благодаря возрастанию ωt убывает (при заданной амплитуде тока в катушке) амплитуда колебательной скорости диафрагмы; благодаря уменьшению $\frac{1}{\omega c_k}$ смещение диафрагмы создаёт всё меньший и меньший поток в горле рупора за счёт возрастающего влияния сжи-

маемости воздуха в предрупорной камере. Оба фактора приводят к уменьшению отдаваемой рупору акустической мощности, а следовательно, и к резкому снижению отдачи. Изложенные соображения можно без труда иллюстрировать поведением схемы электрического аналога системы (рис. 115) в условиях постоянной амплитуды внешнего воздействия.

Если принять частоту (7.15b) за верхнюю границу рабочей полосы, то на этой границе кпд принимает значение

$$\eta_{\text{в}} = \frac{1}{1 + 10^9 \frac{\delta r}{B^2 v} \left[1 + \left(\frac{\omega_{\text{в}} m}{r} \right)^2 \right]} \quad (7.16)$$

(мы пренебрегли величинами порядка $\frac{\omega_1^2}{\omega_2^2}$ по сравнению с единицей).

В области низких частот ($\omega < \omega_1$) кпд убывает вследствие того, что в сторону низких частот возрастает упругое сопротивление $\frac{1}{\omega c}$ воротника диафрагмы. Если $\omega \ll \omega_1$, т. е. если можно пренебречь инерциальным сопротивлением по сравнению с упругим, то на столь низких частотах кпд приводится к виду

$$\eta_{\text{н}} = \frac{1}{1 + 10^9 \frac{\delta r}{B^2 v} \left[1 + \left(\frac{\omega_1^2}{\omega_{\text{н}}} \cdot \frac{m}{r} \right)^2 \right]}, \quad (7.17)$$

где $\omega_{\text{н}}$ есть частота, для которой кпд приближённо равен $\eta_{\text{ч}}$.

Определим нижнюю границу рабочей полосы условием, согласно которому кпд снижается в обе стороны от максимума до одного и того же значения $\eta_{\text{мин}} = \eta_{\text{з}} = \eta_{\text{н}}$ на обеих границах полосы. Тогда, приравнявая правые части (7.16) и (7.17), находим соотношение, определяющее наивыгоднейшее положение частоты ω_1 :

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_{\text{н}} \omega_{\text{в}}}. \quad (7.18)$$

Это означает, что если строить ось частот в логарифмическом масштабе (как это всегда и делается), то частота ω_1 будет лежать посредине рабочей полосы между $\omega_{\text{н}}$ и $\omega_{\text{в}}$.

При этом неравномерность отдачи в пределах взятой полосы будет определяться отношением

$$q = \frac{\eta_{\max}}{\eta_{\min}} = \frac{1 + 10^9 \frac{\delta r}{B^2 v} \left[1 + \left(\frac{\omega_B m}{r} \right)^2 \right]}{1 + 10^9 \frac{\delta r}{B^2 v}}.$$

Подставляя сюда значения ω_B из (7.15b) и из (7.1b), найдём,

замечая, что $10^9 \frac{\delta r}{B^2 v} = \frac{1 - \eta_{\max}}{\eta_{\max}}$:

$$q = 1 + \frac{2m}{c_k (n^2 \xi_0 S_0)^2} (1 - \eta_{\max}). \quad (7.19)$$

Мы имеем теперь возможность сделать некоторые выводы, имеющие важное практическое значение. Прежде всего из (7.19) видно, что частотная характеристика кпд получается тем более ровной, чем выше коэффициент акустической трансформации n . Вместе с тем из (7.14) явствует, что максимальный кпд (при $\omega = \omega_1$) убывает с увеличением коэффициента акустической трансформации. Таким образом отчётливо выясняется, что акустическая трансформация есть основное средство *коррекции* частотной характеристики рупорного громкоговорителя нормального типа; коррекция достигается благодаря тому, что отдача на границах рабочей полосы возрастает за счёт снижения максимального кпд. Далее, (7.19) показывает, насколько важное значение имеет уменьшение массы подвижной системы; легко также убедиться в том, что повышение максимального кпд, если только оно достигается не путём уменьшения коэффициента акустической трансформации, а за счёт увеличения магнитной индукции в рабочем зазоре, способствует получению более ровной характеристики. То обстоятельство, что снижение отдачи на границах рабочей полосы возрастает (при заданной массе подвижной системы) с уменьшением гибкости c_k воздушного объёма в предрупорной камере, объясняется, очевидно, расширением рабочей полосы, обусловленным повышением частоты ω_2 .

Расчёты, выполненные по формулам этого параграфа, показывают, что при намотке звуковой катушки алюминии-

вым проводом можно получить для максимального КПД теоретические значения порядка 50—60% при магнитной индукции в зазоре порядка 15 000—18 000 гс.

Абсолютная чувствительность хороших рупорных громкоговорителей нормального типа может достигать значений порядка 60—80 бар/(вольт · ампер)^{1/2}.

§ 58. Работа предрупорной камеры. Отдача и качественные показатели рупорного громкоговорителя существенно зависят от конструкции предрупорной камеры. Выше мы рассматривали камеру как некоторую сосредоточенную гибкость; однако такое представление является лишь первым приближением даже в области сравнительно низких частот, где размеры камеры малы по сравнению с длиной звуковой волны.

Для разъяснения роли некоторых важных факторов рассмотрим работу предрупорной камеры, конструкция которой схематически изображена на рис. 117. Пусть в данный момент времени диафрагма движется в сторону рупора; при этом в камере будут возникать радиальные потоки воздуха, направление которых показано стрелками. В то же время будут иметь место и воздушные потоки из объема внутри магнита в объем под диафрагмой, поскольку эти объемы сообщаются друг с другом через кольцевой зазор, в котором находится звуковая катушка. Так как расстояние между диафрагмой и передней стенкой камеры очень невелико, как невелика и ширина кольцевой щели между звуковой катушкой и керном, то эти воздушные потоки встречают довольно большое сопротивление, обусловленное вязким трением. Нужно также учесть, что благодаря сопротивлению вытеснение воздуха от периферии к центру камеры запаздывает, так что избыточное давление в периферической её части больше, чем в центральной части. Таким образом камера даёт не только упругое, но ещё и активное сопротивление, причём оба эти сопротивления зависят от частоты.

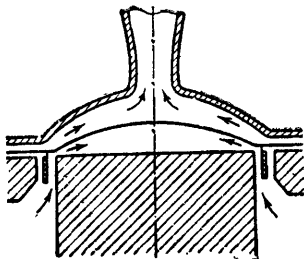


Рис. 117.

Аналогичные соображения можно выдвинуть и в применении к воздушному объёму позади диафрагмы.

Нетрудно понять, что частотная зависимость параметров системы неблагоприятно отражается на частотной характеристике громкоговорителя, а наличие активных сопротивлений может значительно снизить отдачу.

В целях устранения этого прибегают к различным конструктивным мероприятиям. Так, например, зазор между диафрагмой и передней стенкой камеры увеличивают по направлению от периферии к центру, в связи с чем уменьшается активное сопротивление радиальным потокам. Нежелательное влияние объёма между диафрагмой и керном может быть исключено путём широкой расточки керна, как это показано на рис. 113. Применяются также конструкции, в которых предрупорная камера располагается между диафрагмой и керном, причём расточенная часть керна является началом рупора (см. рис. 119, *b*). Заслуживает внимания также и применение кольцеобразной диафрагмы; пример такой конструкции приведён на рис. 125.

В области высоких частот трактовка камеры как сосредоточенной гибкости не соответствует действительному положению вещей благодаря тому, что линейные размеры камеры становятся сравнимыми с длиной звуковой волны. Акустический процесс в камере при этом представляет довольно сложную волновую картину, а давление и колебательная скорость в горле рупора определяются результатом интерференции волн, приходящих от различных участков поверхности диафрагмы. С учётом этих интерференционных явлений приведённое к диафрагме входное сопротивление рупора имеет компоненты

$$\left. \begin{aligned} r &= \varphi_1(fa) n^2 \delta_0 S_0, \\ x &= \varphi_2(fa) n^2 \delta_0 S_0 \end{aligned} \right\} \quad (7.20)$$

(в предположении, что рупор ведёт себя как бесконечно длинная труба с сопротивлением $\delta_0 S_0$); здесь f — частота, a — радиус диафрагмы, $\varphi_1(fa)$ и $\varphi_2(fa)$ — функции, вид которых представлен на графике рис. 118 для камеры конусообразной формы. Результаты, рассчитанные для этого

частного случая, имеют, однако, значение типичного примера. Из графика видно, что при

$$fa = 3,4 \cdot 10^4 \text{ см/сек, т. е. при } \frac{a}{\lambda} = 1$$

активная и реактивная компоненты обращаются в нуль, т. е. обмен энергией между диафрагмой и рупором совершенно прекращается.

Это есть результат того, что фазы избыточного давления возле различных элементов поверхности диафрагмы распределены между положительными и отрицательными значениями таким образом, что результирующая реакция камеры на диафрагму обращается в нуль. Стоит

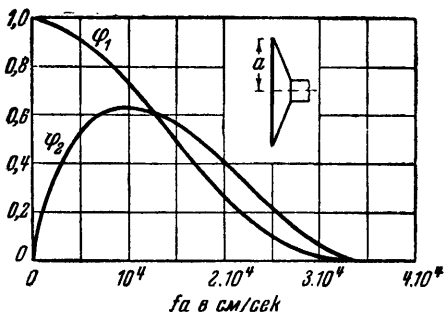


Рис. 118.

отметить, что в рассмотренном примере радиус диафрагмы играет роль максимальной разности ходов волн, приходящих в горло рупора от различных участков поверхности диафрагмы. При более низких частотах ($a < \lambda$) компоненты приведённого сопротивления не равны нулю, однако, начиная со значения $a \cong 0,38\lambda$, реактивное сопротивление преобладает над активным и излучаемая диафрагмой мощность быстро убывает в сторону высоких частот.

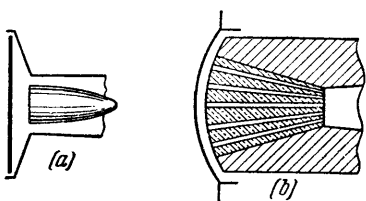


Рис. 119.

В целях снижения роли интерференционных явлений в предрупорной камере применяются конструкции, рассчитанные на уменьшение максимальной разности ходов волн, приходящих к рупору от различных частей диафрагмы. Два типа таких конструкций схематически изображены на рис. 119.

В случае (а) входное отверстие рупора, благодаря наличию специального вкладыша, имеет кольцеобразную форму, причём максимальная разность ходов сокращается до величины порядка половины радиуса диафрагмы. В случае (б) началом рупора является расточенная часть керна; входное отверстие рупора соединяется с камерой через ряд радиальных каналов примерно одинаковой длины, что значительно уменьшает разности волновых ходов.

Обратимся теперь к рассмотрению амплитудных искажений, обусловленных предрупорной камерой. Эти искажения связаны с тем обстоятельством, что при малом объёме камеры относительное изменение этого объёма при колебаниях диафрагмы может достигать больших значений, приближающихся к единице. При этом гибкость c_k воздушного объёма камеры уже не является постоянным параметром: величина c_k становится зависимой от мгновенного значения колебательного смещения диафрагмы. Пусть это смещение (при колебании с частотой ω_1) есть

$$x = a \sin \omega_1 t;$$

тогда

$$c_k = \frac{S_1(d-x)}{\gamma P_0 S_1^2} = \frac{d - a \sin \omega_1 t}{\gamma P_0 S_1}, \quad (7.21)$$

где

$$d = \frac{V_0}{S_1}$$

есть расстояние между диафрагмой и передней стенкой камеры при $x=0$, V_0 — объём камеры при неподвижной диафрагме. При синусоидальных колебаниях зависимость гибкости c_k от x не имеет существенного значения. Дело в том, что при низких частотах, где амплитуды смещения велики, упругое сопротивление $\frac{1}{\omega c_k}$ камеры настолько велико, что колебание в горле рупора определяется только активным сопротивлением r (см. схему рис. 115); это значит, что воздух в камере ведёт себя как несжимаемая жидкость. В области же высоких частот сжимаемость воздуха могла бы сыграть роль, однако в этой области амплитуда колебаний достаточно мала. Таким образом искажение синусоидальных тонов всегда совершенно незначительно.

Иначе обстоит дело при одновременном наличии двух колебаний: тона низкой частоты ω_1 с достаточно большой амплитудой a и высокого тона ω_2 с произвольно малой амплитудой. В порядке выяснения вопроса заметим, что, как легко найти из схемы рис. 115, при $x_R = 0$

$$\left| \frac{v}{v_1} \right| = \frac{n}{\sqrt{1 + (\omega c_k r)^2}}; \quad (7.22)$$

здесь v — колебательная скорость в горле рупора, v_1 — скорость диафрагмы. Пусть благодаря наличию высокочастотного колебания

$$v_1 = v_m \sin \omega_2 t;$$

с другой стороны учтём, что благодаря наличию низкочастотного колебания гибкость c_k меняется с частотой ω_1 , согласно (7.21). Замечая, что

$$c_k r = \frac{d - a \sin \omega_1 t}{\gamma P_0 S_1} \left(\frac{S_1}{S_0} \right)^2 \rho_0 c_0 S_0 = \frac{n}{c_0} (d - a \sin \omega_1 t),$$

имеем из (7.22):

$$v = \frac{nv_m}{\sqrt{1 + \left(\frac{n\omega_2 d}{c_0} \right)^2 (1 - \alpha \sin \omega_1 t)^2}} \sin \omega_2 t, \quad (7.23)$$

где $\alpha = \frac{a}{d}$. Этот результат показывает, что высокочастотное колебание в горле рупора будет модулировано по амплитуде низкой частотой ω_1 и её гармониками. Разложение (7.23) в спектр покажет наличие боковых частот вида

$$\omega_6 = \omega_2 \pm k\omega_1 \quad (k = 1, 2, 3, \dots).$$

Теперь становится очевидным, что в результате интермодуляции низкочастотного и высокочастотного колебаний последнее подвергается более или менее значительному искажению, величина которого определяется значениями α и $n\omega_2$. Это искажение ограничивает предельно допустимые амплитуды колебаний диафрагмы.

§ 59. Громкоговорители с широкогорлым рупором.

Как уже было упомянуто в § 55, громкоговорители этого типа имеют электродинамическую головку с бумажным ко-

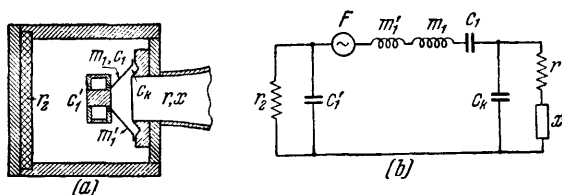


Рис. 120.

нусом уменьшенных размеров (внешний диаметр конуса порядка 15 см), нагруженную на широкогорлый рупор через посредство предрупорной камеры с небольшим коэффициентом акустической трансформации (порядка 1,5—2). На

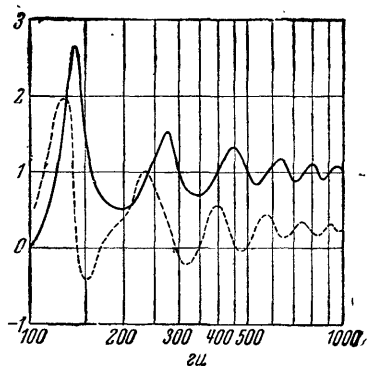


Рис. 121.

рис. 120 показано схематическое устройство головки и ящика с рупором; там же дана схема электрического аналога системы, где представлены её акустические параметры: акустическая масса конуса m_1 , присоединённая масса m_1' воздуха с оборотной стороны конуса, акустическая гибкость подвеса c_1 , гибкости c_k и c_1' воздушных объёмов камеры и ящика, компоненты r и X входного акустического сопротивления рупора и, наконец, активное сопротивление r_2 вой-

лока, которым отделана задняя стенка ящика (в целях устранения резонансных явлений). Частотная характеристика безразмерных коэффициентов входного сопротивления типичного широкогорлого рупора представлена на рис. 121; сплошная кривая изображает активную компоненту, пунктирная кривая — реактивную компоненту. Кривые относятся к рупору с оконечным отвер-

стием с диаметром 50 см при длине 85 см; критическая частота равна 100 гц.

Расчёт частотной характеристики отдачи по схеме электрического аналога системы приводит к довольно громоздким вычислениям, которых мы здесь приводить не будем; отметим лишь основные соображения, определяющие рациональный выбор параметров системы.

Прежде всего нетрудно заметить, что для повышения отдачи громкоговорителя необходимо, чтобы в области частот, лежащих выше частоты основного резонанса подвижной системы, инерциальное её сопротивление было невелико по сравнению с приведённым к диафрагме активным сопротивлением рупора.

Подвижная система для этого делается достаточно лёгкой, что достигается надлежащим выбором размеров конуса и, если это требуется, применением алюминия в качестве материала проводника звуковой катушки; существенную роль в этом отношении играет также акустическая трансформация. Вплоть до частот (порядка 1000 гц), при которых инерциальное сопротивление подвижной системы начинает преобладать над активным сопротивлением рупора, необходимо обеспечить поршневое действие конуса; при небольших его размерах это требование может быть удовлетворено без особых затруднений. При более высоких частотах основное значение приобретает сокращение действующей поверхности и массы конуса по мере возрастания частоты (см. § 50); здесь акустическая трансформация по существу дела уже не имеет места и характеристика громкоговорителя определяется в основном поведением конической диафрагмы.

Немаловажное значение имеет, далее, рациональный выбор частоты основного резонанса ω_1 подвижной системы громкоговорителя

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{mc}} = \frac{1}{\sqrt{m_1 + m'_1}} \sqrt{\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c'_1}}.$$

Если принять, что $r_2 \gg \frac{1}{\omega c'_1}$, то для излучаемой акустической мощности можно получить из рассмотрения схемы электри-

ческого аналога (рис. 120) выражение

$$P_a = \frac{\left(\frac{Bli}{S}\right)^2 r [(1 - \omega c_k x)^2 + (\omega c_k r)^2]}{r^2 + \left\{ \left(\omega m - \frac{1}{\omega c} \right) [(1 - \omega c_k x)^2 - (\omega c_k r)^2] + x - \omega c_k (r^2 + x^2) \right\}^2}. \quad (7.24a)$$

В области сравнительно низких частот, где должна лежать частота основного резонанса

$$\omega c_k r \ll 1 \text{ и } \omega c_k x \ll 1$$

(т. е. воздух в предрупорной камере ведёт себя как несжимаемая жидкость), предыдущая формула принимает вид

$$P_a = \left(\frac{Bli}{S}\right)^2 \frac{r}{r^2 + \left(x + \omega m - \frac{1}{\omega c}\right)^2}. \quad (7.24b)$$

Вблизи от частоты основного резонанса второе слагаемое в знаменателе меняется очень быстро; для того чтобы при

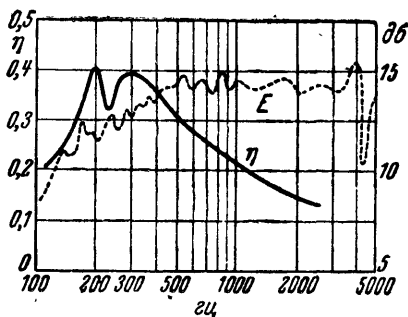


Рис. 122.

этом акустическая мощность изменялась незначительно, необходимо, чтобы сопротивление r возрастало в обе стороны от частоты резонанса, что достигается путём совмещения этой частоты с частотой первого минимума r .

Частотная характеристика кпд, вычисленная для одного из громкоговорителей рассматриваемого типа, изображена

на рис. 122 (сплошная кривая); стоит отметить, что, несмотря на снижение кпд в области частот выше 500 гц, частотная характеристика осевой чувствительности (пунктирная кривая) остаётся достаточно ровной, что объясняется возрастанием осевой концентрации излучения.

Следует упомянуть ещё и о том, что наличие акустической трансформации уменьшает амплитуду колебаний подвижной системы при заданной акустической мощности; это приводит к значительному снижению амплитудных искажений. Поэтому громкоговорители с широкогорлым рупором могут быть рассчитаны на довольно значительную мощность.

В тех случаях, когда условия использования не ограничивают габарита громкоговорителя, применение широкогорлого рупора можно считать наиболее целесообразной формой нагрузки конусной диафрагмы. Существенным достоинством зачастую является также и повышенная острота направленности в области низких частот, что очень важно для громкоговорителей, применяемых в системах озвучания и звукоусиления, а также в звуковых кинотеатрах.

§ 60. Громкоговорящие агрегаты. При проектировании громкоговорителей неизменно обнаруживается, что условия, обеспечивающие удовлетворительное воспроизведение нижней части частотного диапазона, стоят в противоречии с требованиями, налагаемыми необходимостью воспроизводить одновременно и высокие частоты. Это противоречие выдвигается с особой отчётливостью, когда мы сопоставляем условия хорошей передачи низких и высоких частот при сколько-нибудь значительной номинальной мощности громкоговорителя.

Как показывают прямые измерения, распределение пиковой мощности музыки и речи по частотному спектру таково, что на область высоких частот приходится сравнительно небольшие значения пиковой мощности. На рис. 123 представлены (по измерениям Сивиана, Дэна и Уайта) уровни пиковой мощности в различных октавах частотного спектра для симфонической музыки и речи; ординаты графиков показывают на сколько децибелов пиковая мощность в той или иной октаве превышает среднюю акустическую мощность, излучаемую соответствующим источником в пределах всего спектра. Мы видим, что в случае симфонической музыки наиболее значительные пики приходятся на область частот ниже 500 *гц*; при передаче речи (особенно женской) высокие пиковые уровни наблюдаются и при более высоких частотах, однако, поскольку средняя мощность речи невелика, абсолютные значения пиковой мощности всё же не

достаточны для того, чтобы создать перегрузку громкоговорителя.

Нетрудно понять, что для удовлетворительного воспроизведения области низких частот (< 1000 гу), где амплитуды колебаний подвижной системы могут достигать боль-

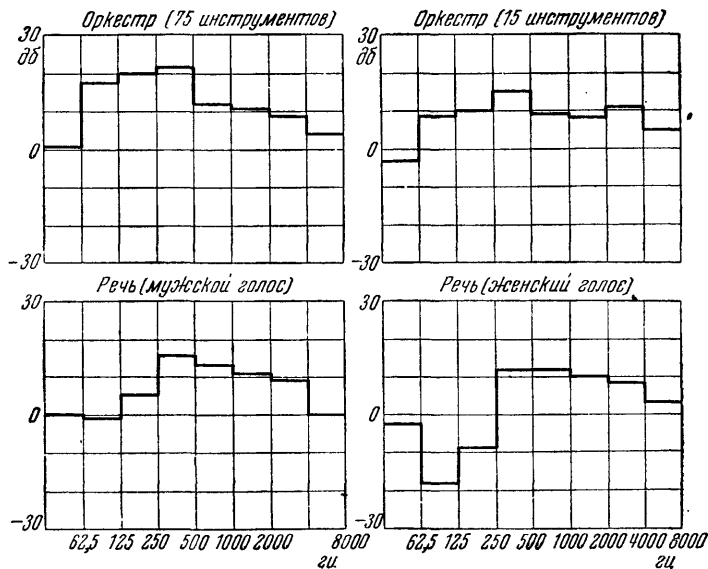


Рис. 123.

шой величины, необходимо иметь диафрагму сравнительно больших размеров и предрупорную камеру большого объема; в противном случае амплитудные искажения могут оказаться недопустимо большими. Площадь входного отверстия рупора также не должна быть малой, так как иначе при большой величине излучаемой в рупор мощности значительную величину получают искажения, связанные с конечной амплитудой волны в рупоре (см. § 34). Помимо того, при заданных размерах диафрагмы площадь входного отверстия рупора определяется рациональным выбором коэффициента акустической трансформации, который для области низких и сред-

них частот не должен быть велик, поскольку здесь невелико и инерциальное сопротивление подвижной системы.

Очевидно, однако, что при таком выборе параметров воспроизведение высоких частот не может быть сколько-нибудь удовлетворительным. Действительно, диафрагма больших размеров и соответственно большой массы будет обладать в области высоких частот очень большим инерциальным сопротивлением; напротив, недопустимо малым окажется упругое сопротивление воздуха в предрупорной камере большого объема. Для хорошей передачи верхних частот необходимо применять диафрагмы малого размера с малой массой и предрупорные камеры малого объема с большим коэффициентом акустической трансформации, обеспечивающие преобладание активного сопротивления рупора над инерциальным сопротивлением подвижной системы вплоть до возможно более высоких частот. Конечно, устройство такого типа непригодно для воспроизведения низкочастотных колебаний с большой амплитудой.

Следует также указать, что звуковая катушка, способная рассеивать без недопустимого перегрева значительную мощность, подводимую к ней в области низких и средних частот, должна иметь достаточно большую поверхность и объем, а, значит, и массу. Напротив, для хорошей передачи высоких частот масса звуковой катушки не должна быть велика, так как инерциальное сопротивление системы желательно сделать минимальным; при небольшой величине мощности, подводимой к катушке в области высоких частот, уменьшение размеров катушки не связано с опасностью её перегрева.

Радикальным разрешением указанных противоречий является разделение широкой полосы частот между громкоговорителями различных конструкций, рассчитанных на достижение хороших качественных показателей только в соответствующей ограниченной части диапазона. Идея *громкоговорящего агрегата*, т. е. устройства, скомбинированного из громкоговорителей нескольких (чаще всего двух) типов, предназначенных для работы в различных областях частотного диапазона, получила в настоящее время широкое применение. Разработаны разнообразные типы электродинамических головок и рупоров для комплектования *двухзвенных* агрегатов,

состоящих из двух групп громкоговорителей — низкочастотной и высокочастотной. Обязательной частью комплекта является так называемый разделительный фильтр — электрический шестиполюсник с двумя входными зажимами для подведения мощности, отдаваемой оконечным усилителем, и двумя парами выходных зажимов для присоединения громкоговорителей низкочастотной и высокочастотной групп. Фильтр осуществляет надлежащее распределение электрической мощности между громкоговорителями с тем, чтобы каждая группа работала только в соответствующей части широкого диапазона частот.

Схемы и расчёт разделительных фильтров будут рассмотрены в § 61, здесь мы вкратце коснёмся вопроса о комплектовании двухзвенных агрегатов. Основной областью их применения является в настоящее время звуковая кинопроекция; агрегаты применяются также в системах озвучания, предназначенных для высококачественного звуковоспроизведения. В обоих случаях от громкоговорящего устройства требуется значительная акустическая мощность; поэтому совершенно естественно, что для комплектования агрегатов выбираются, как правило, громкоговорители рупорного типа, обладающие повышенной отдачей и чувствительностью. В качестве низкочастотных элементов применяются конусные громкоговорители с широкогорлым рупором; в качестве высокочастотных элементов — рупорные громкоговорители нормального типа, параметры которых подобраны с расчётом на повышение верхней границы воспроизводимой полосы. При этом каждая из групп может содержать несколько однотипных головок, работающих на общий рупор; этим достигается уменьшение номинальной мощности каждой головки, что позволяет существенно улучшить её качественные показатели.

Низкочастотные головки представляют собой конусные громкоговорители с диафрагмой большого размера и звуковой катушкой, способной рассеивать без перегрева большую электрическую мощность. Подвес подвижной системы должен быть выполнен очень тщательно с тем, чтобы упругость системы следовала линейному закону вплоть до максимальных амплитуд смещения диафрагмы; этим гарантируется отсутствие нелинейных искажений (см. § 52). Очень суще-

ственное значение имеет также достаточная податливость крепёжных деталей, обеспечивающая требуемое снижение частоты основного резонанса. Целесообразным оказывается применение диафрагм с криволинейной образующей, что повышает порог параметрического возбуждения (см. § 54).

В качестве акустической нагрузки применяют широкогорлые экспоненциальные рупоры с низкой критической частотой и большим выходным отверстием. Применяются

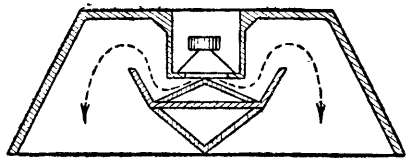


Рис. 124.

также акустические волноводы, у которых закон возрастания сечения не может быть выражен в экспоненциальной форме, поскольку конфигурация фронта волны внутри волновода не поддаётся предварительному расчёту. Один из типов низкочастотного волновода представлен на рис. 124; этот волновод представляет собой направляющий экран, обеспечивающий концентрацию звукового излучения вплоть до достаточно низких частот. Даваемая волноводом акустическая нагрузка может быть определена лишь экспериментально; к сожалению, такого рода измерения очень затруднительны и, вероятно, не производились в сколько-нибудь систематическом порядке.

В качестве высокочастотных головок применяются головки нормального типа с повышенным значением коэффициента акустической трансформации (порядка 12—15). Конструкция предрупорной камеры должна быть рассчитана на уменьшение фазового сдвига между возмущениями, доходящими до входного отверстия рупора от различных частей поверхности диафрагмы (см. § 58). Оригинальный образец такой конструкции представлен на рис. 125. Здесь диафрагма имеет кольцеобразную форму; в целях увеличения жёсткости кольцо имеет V-образное сечение. Рупор в своей начальной части выполнен в виде расточки в керне; фасонная крышка вместе с насадкой на торце керна превращает начало рупора в изогнутый волновод кольцевого сечения, входящий в предрупорную камеру. Конструкция такого рода, как это видно

из схемы, позволяет уменьшить объём камеры до минимума и практически полностью исключить вредное влияние интерференционных явлений в плоскости входного отверстия рупора.

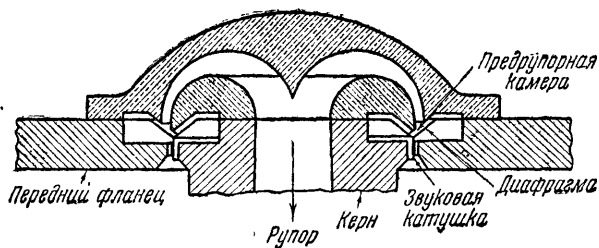


Рис. 125.

В некоторых агрегатах применяются высокочастотные головки конусного типа с диафрагмой малого размера; однако вследствие неизбежной нежёсткости конуса в области высо-

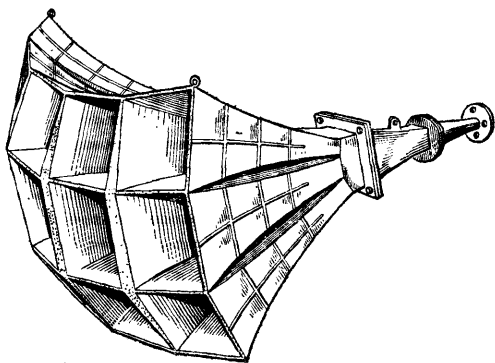


Рис. 126.

ких частот характеристика чувствительности может иметь значительную неровность. Преимуществом головок этого типа является способность выдерживать большие нагрузки.

Для того чтобы предотвратить резкое обострение направленности в области высоких частот, головки высокочастот-

ной группы работают на секционированный рупор, который представляет собой совокупность нескольких экспоненциальных рупоров одинакового размера, оконечные отверстия которых, соприкасаясь смежными краями друг с другом, вписываются в часть сферической поверхности (рис. 126). При полной идентичности секций колебания воздуха в их устьях происходят синфазно и с одинаковой амплитудой, так что совокупность оконечных отверстий излучает как часть пульсирующей сферы. Несмотря на то что направленность каждой из секций в отдельности обостряется при возрастании частоты, угол расхождения всей излучаемой энергии практически не меняется, будучи обусловлен расхождением веера осей секций. Секционированные рупоры при работе с двумя головками имеют на конце раздвоенный патрубок.

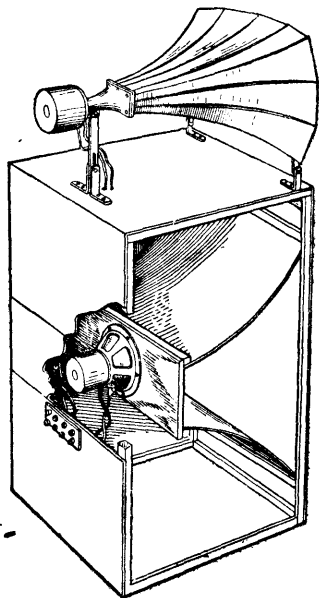


Рис. 127.

Современные громкоговорящие агрегаты, один из которых представлен на рис. 127 (разработка НИКФИ, номинальная мощность 20 *вт*), воспроизводят область частот от 40 до 9000 *гц* с неравномерностью порядка ± 5 *дб*.

Выбор частоты разделения полосы, т. е. границы низкочастотного и высокочастотного диапазонов, зависит от ряда факторов, связанных отчасти с намеченной конструкцией головок, отчасти — с распределением мощности по частотному спектру. Обычно полоса делится с тем расчётом, чтобы разгрузить высокочастотную группу от основной части пиковой мощности, приходящейся на область ниже 500 *гц*. Следует упомянуть о том, что выбор частоты разделения в области выше 1000 *гц* оказывается неудобным вследствие того, что при повышенных частотах локальное несовпаде-

ние двух источников звука, одновременно работающих в полосе «перекрывания» (т. е. в области, примыкающей с обеих сторон к частоте разделения), ощущается слушателями как некоторый дефект, нарушающий правильную локализацию виртуального источника.

Отметим, что на частоте разделения подводимая электрическая мощность делится поровну между двумя группами агрегата; по существу дела этот признак и определяет понятие частоты разделения.

§ 61. Разделительные фильтры. Электрический фильтр, распределяющий подводимую электрическую мощность таким образом, что на долю одной группы агрегата приходится колебания с частотами, лежащими ниже частоты разделения f_0 , а на долю другой — колебания с частотами выше f_0 , необходим по двум причинам. Прежде всего высокочастотные головки, не рассчитанные на большую мощность в области низких частот, должны быть защищены от тепловой и механической перегрузки, зачастую достаточной для того, чтобы вывести их из строя. С другой стороны, и низкочастотная группа должна быть блокирована от высокочастотных компо-

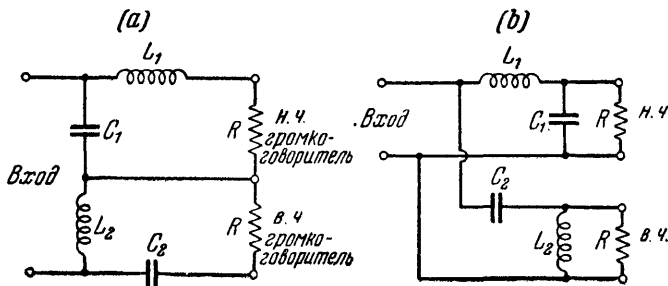


Рис. 128.

нент подводимой мощности, так как их подача на низкочастотную группу означала бы совершенно бесполезную растрату соответствующей части мощности.

К разделительным фильтрам предъявляются следующие основные требования:

1) В области пропускания фильтр не должен вносить сколько-нибудь значительного затухания.

2) В области фильтрации вносимое затухание должно достаточно быстро возрастать по мере отхода от частоты разделения.

Степень удовлетворения последнего требования количественно характеризуется *крутизной среза* — величиной, которая указывает,

на сколько децибелов увеличивается вносимое затухание при переходе от частоты разделения f_0 к частоте, лежащей на октаву выше ($2f_0$ для зажимов низкочастотного выхода) или ниже ($\frac{1}{2}f_0$ для зажимов высокочастотного выхода). Как показывает опыт крутизна

на срезе не должна быть особенно велика; в большинстве случаев можно довольствоваться крутизной порядка 10—12 дБ на октаву. Увеличение крутизны свыше 18 дБ на октаву не приносит пользы и может даже оказаться вредным из-за возрастания затухания в полосе пропускания.

На рис. 128, *a, b* представлены две схемы разделительного фильтра: схема *a* соответствует последовательному, схема *b* — параллельному включению Γ -звеньев фильтров верхних и нижних частот. Сопротивления R -звеньев агрегата предполагаются чисто активными и притом равными, что очень упрощает расчёт фильтров.

В качестве иллюстрирующего примера приведём расчёт входного сопротивления Z и частотной характеристики затухания δ разделительного фильтра последовательного типа (рис. 128, *a*).

В обозначениях, указанных на схеме,

$$\begin{aligned} Z &= \frac{\frac{1}{j\omega C_1} (R + j\omega L_1)}{R + j \left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} \right)} + \frac{j\omega L_2 \left(R + \frac{1}{j\omega C_2} \right)}{R + j \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} \right)} = \\ &= \frac{\frac{L_1}{C_1} - j \frac{R}{\omega C_1}}{R + j \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} \left(\omega \sqrt{L_1 C_1} - \frac{1}{\omega \sqrt{L_1 C_1}} \right)} + \\ &+ \frac{\frac{L_2}{C_2} + j\omega L_2 R}{R + j \sqrt{\frac{L_2}{C_2}} \left(\omega \sqrt{L_2 C_2} - \frac{1}{\omega \sqrt{L_2 C_2}} \right)}. \end{aligned} \quad (7.25)$$

Положим

$$\rho_1 = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}, \quad \rho_2 = \sqrt{\frac{L_2}{C_2}}, \quad (7.26)$$

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}, \quad \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}. \quad (7.27)$$

При этом

$$\frac{R}{\omega C_1} = \frac{\omega_1}{\omega} R \rho_1, \quad \omega L_2 R = \frac{\omega}{\omega_2} R \rho_2,$$

и (7.25) принимает вид

$$Z = \frac{\rho_1^2 - j\rho_1 \frac{\omega_1}{\omega} R}{R + j\rho_1 \left(\frac{\omega}{\omega_1} - \frac{\omega_1}{\omega} \right)} + \frac{\rho_2^2 + j\rho_2 \frac{\omega}{\omega_2} R}{R + j\rho_2 \left(\frac{\omega}{\omega_2} - \frac{\omega_2}{\omega} \right)} =$$

$$= \rho_1 \frac{\alpha_1 - j \frac{\omega_1}{\omega}}{1 + j\alpha_1 \left(\frac{\omega}{\omega_1} - \frac{\omega_1}{\omega} \right)} + \rho_2 \frac{\alpha_2 + j \frac{\omega}{\omega_2}}{1 + j\alpha_2 \left(\frac{\omega}{\omega_2} - \frac{\omega_2}{\omega} \right)}, \quad (7.28)$$

где

$$\alpha_1 = \frac{\rho_1}{R}, \quad \alpha_2 = \frac{\rho_2}{R}. \quad (7.29)$$

Легко видеть, что при

$$L_1 = L_2 = L, \quad C_1 = C_2 = C \quad (7.30)$$

имеем:

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_0, \quad \rho_1 = \rho_2 = \rho;$$

выбрав, кроме того, $\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{\rho}{R} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, из (7.28) имеем:

$$Z = \sqrt{2} \rho = R. \quad (7.31)$$

Таким образом при удовлетворении условий (7.30) мы получаем разделительный фильтр с *постоянным сопротивлением*; это свойство является очень удобным с точки зрения эффективности работы оконечного усилителя в широкой полосе частот. Условие (7.30) приводит к результату (7.31) также и для фильтра параллельного типа (рис. 128, б) при $\alpha = \sqrt{2}$.

Вносимое фильтром затухание определяется следующим образом. Пусть $U_{нч}$ есть напряжение на зажимах низкочастотного выхода, $U_{вч}$ — напряжение на зажимах высокочастотного выхода, U_0 — напряжение на входных зажимах; затухания δ_1 и δ_2 , измеренные на низкочастотном и на высокочастотном выходах, определяются формулами

$$\delta_1 = 20 \lg \left| \frac{U_{нч}}{U_0} \right|, \quad \delta_2 = 20 \lg \left| \frac{U_{вч}}{U_0} \right|. \quad (7.32)$$

Частотную характеристику затуханий легко вычислить для фильтра с постоянным сопротивлением. Из условия

$$i_1 (R + j\omega L) = (i_0 - i_1) \frac{1}{j\omega C}$$

(где i_0 — ток на входе) имеем:

$$\frac{i_1}{i_0} = \frac{1}{1 - \omega^2 LC + j\omega RC} = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j\sqrt{2} \frac{\omega}{\omega_0}}.$$

Так как $U_{нч} = i_1 R$, $U_0 = i_0 R$, то

$$\delta_1 = 20 \lg \left| \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j\sqrt{2} \frac{\omega}{\omega_0}} \right| = 10 \lg \frac{1}{1 + \frac{\omega^4}{\omega_0^4}}. \quad (7.33)$$

Аналогичным образом для высокочастотной стороны получается:

$$\delta_2 = 10 \lg \frac{1}{1 + \frac{\omega_0^4}{\omega^4}}. \quad (7.34)$$

На частоте деления $\omega = \omega_0$ имеем, как и следует ожидать

$$\delta_1 = \delta_2 = 10 \lg \frac{1}{2} = -3 \text{ дб},$$

т. е. подводимая мощность делится между группами поровну.

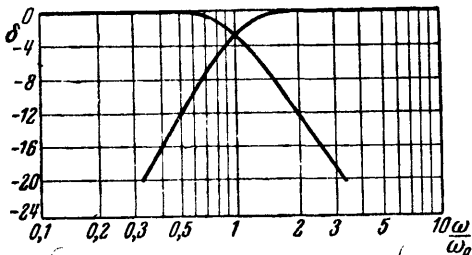


Рис. 129.

Крутизну среза можно определить, вычислив по формулам (7.33) и (7.34) затухание на частотах $2\omega_0$ и $\frac{1}{2}\omega_0$:

$$(\delta_1)_{\omega=2\omega_0} = (\delta_2)_{\omega=\frac{1}{2}\omega_0} = 10 \lg \frac{1}{1 + 2^4} = -12,3 \text{ дб}. \quad (7.35)$$

Отсюда видно, что крутизна среза равна

$$12,3 - 3 = 9,3 \text{ дб на октаву.}$$

В большинстве случаев эта величина достаточна.

Заметим, что (7.33), (7.34) и (7.35) справедливы и для фильтра параллельного типа (рис. 128, б).

Частотная характеристика фильтра, вычисленная на основании (7.33) и (7.34), представлена на рис. 129.

Выбор параметров схемы с постоянным сопротивлением $Z = R$ производится по формулам

$$L = \frac{R}{\sqrt{2}\omega_0}, \quad C = \frac{\sqrt{2}}{\omega_0 R} \quad (7.36)$$

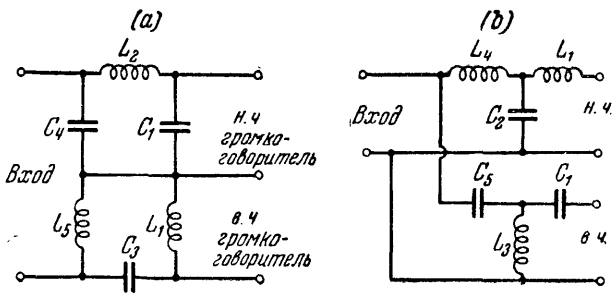


Рис. 130.

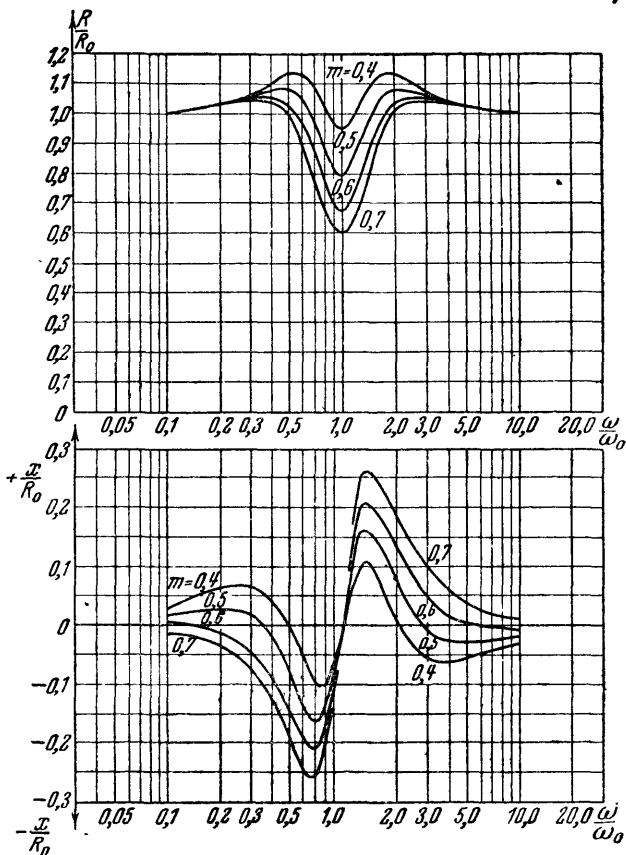


Рис. 131.

для фильтра последовательного типа (рис. 128, *a*) и

$$L = \frac{\sqrt{2}R}{\omega_0}, \quad C = \frac{1}{\sqrt{2}\omega_0 R} \quad (7.37)$$

для фильтра параллельного типа (рис. 128, *b*).

На рис. 130, *a, b* изображены несколько более сложные схемы разделительных фильтров последовательного и параллельного типов, обеспечивающие крутизну среза около 18 дБ на октаву при выборе параметров по формулам

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= \frac{R_0}{\omega_0}, \quad L_2 = \frac{2R_0}{\omega_0}, \quad L_3 = \frac{R_0}{2\omega_0}, \\ L_4 &= (1+m) \frac{R_0}{\omega_0}, \quad L_5 = \frac{1}{1+m} \frac{R_0}{\omega_0}, \\ C_1 &= \frac{1}{\omega_0 R_0}, \quad C_2 = \frac{2}{\omega_0 R_0}, \quad C_3 = \frac{1}{2\omega_0 R_0}, \\ C_4 &= (1+m) \frac{1}{\omega_0 R_0}, \quad C_5 = \frac{1}{1+m} \frac{1}{\omega_0 R_0} \end{aligned} \right\} \quad (7.38)$$

(R_0 — сопротивление нагрузки, предполагаемое чисто активным). Параметр m следует выбирать в пределах от 0,4 до 0,6. Характеристики входного сопротивления (для схемы, рис. 130, *a*) и затухания фильтров, рассчитанных по этим формулам, представлены на рис. 131 и 132.

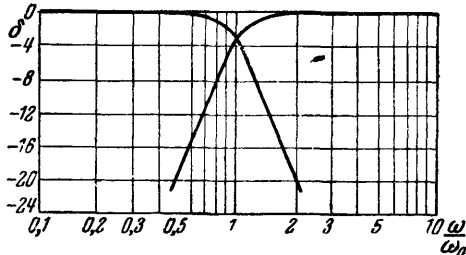


Рис. 132.

Нужно отметить, что, как видно из рис. 131, фильтры этого типа имеют комплексное входное сопротивление, зависящее от частоты: его компоненты меняются особенно быстро вблизи от частоты разделения.

ГЛАВА VIII

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ЗВУКОИЗЛУЧАТЕЛИ

§ 62. Теория преобразователя с подвижным железом.

Устройство простейшего электромагнитного механизма с железным якорем, применяемого, например, в наушных телефонах, показано схематически на рис. 133. Здесь якорем является железная пластинка (не совсем правильно называемая мембраной), пронизываемая магнитным потоком;

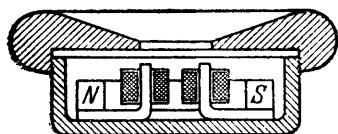


Рис. 133.

одна из слагающих потока создаётся постоянным магнитом, другая — током звуковой частоты, протекающим через обмотку на полюсных наконечниках. В отсутствии тока пластинка притягивается к полюсным наконечникам с некото-

рой силой, зависящей от квадрата потока, создаваемого постоянным магнитом. Если через обмотки протекает синусоидальный ток, то в те полупериоды, когда переменная слагающая потока совпадает по направлению с постоянной, сила притяжения возрастает; в те полупериоды, когда переменный поток направлен навстречу постоянному, эта сила убывает. Таким образом действующая на пластинку сила содержит переменную слагающую, меняющуюся с частотой тока; эта переменная сила вынуждает колебания пластинки.

Очевидным недостатком такого устройства является, во-первых, значительное рассеяние магнитного потока и, во-вторых, малые величины магнитной индукции; это происходит от того, что переменная составляющая потока замыкается через тело постоянного магнита с небольшой проницаемостью. Поэтому в электромагнитных громкогов-

рителях (и во многих других преобразователях электромагнитного типа) применяются системы с разделением потоков — так называемые *дифференциальные* системы. Два типа дифференциальных систем схематически изображены на рис. 134, *a*, *b*; для обоих типов характерно то, что переменный поток, сцепленный с током, замыкается через ярмо, набранное (с целью уменьшения потерь на вихревые токи) из пластинок мягкого железа. Термин «дифференциальные системы» имеет своё объяснение в том, что переменная сила, приложенная к концу якоря (к одному на рис. 134, *a* или к обоим на рис. 134, *b*), определяется *разностью* двух сил, действующих на якорь со стороны полюсных наконечников, между которыми он может колебаться.

Действие дифференциальных систем ясно из приводимых схем. В простой дифференциальной системе (рис. 134, *a*) конец якоря находится в отсут-

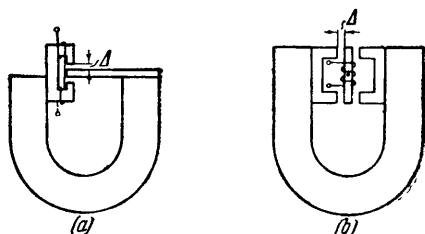


Рис. 134.

ствии тока под действием двух равных и противоположно направленных сил и, следовательно, уравновешен. При наличии тока в обмотках переменный поток в одном из зазоров складывается с потоком постоянного магнита, а в другом — вычитается из него (обратим внимание на направление намотки по обе стороны от якоря); равновесие нарушается, и якорь отклоняется в сторону того зазора, где оба потока имеют одинаковое направление. В двойной дифференциальной системе (рис. 134, *b*) якорь может поворачиваться вокруг оси, проходящей через его середину; концы якоря находятся между полюсными наконечниками наборного ярма, состоящего из двух половин. В отсутствии тока на каждый из концов якоря действует по две равные и противоположно направленные силы; якорь находится в состоянии равновесия. Ток в катушке, охватывающей якорь, создаёт магнитный поток, который в одной паре накрест лежащих зазоров складывается с пото-

ками постоянного магнита, а в другой паре — вычитается из него; при этом на якорь действует пара сил, поворачивающая его в сторону сложения потоков.

Необходимо сейчас же отметить очень важное обстоятельство, характерное для всех рассмотренных выше типов электромагнитных механизмов. Как уже упоминалось, в отсутствие тока якорь находится в состоянии равновесия; однако если рассматривать одни только магнитные силы, зависящие от положения якоря, то это равновесие оказывается *неустойчивым*: очевидно, что при малом смещении якоря в ту или другую сторону возникает магнитная смещающая сила, направленная в сторону произошедшего смещения и, следовательно, стремящаяся увеличить это смещение вплоть до прикосновения якоря к соответствующему наконечнику. По этой причине якорь выполняется в форме системы с достаточно большой упругостью; обусловленная ею возвращающая сила должна быть настолько велика, чтобы при любом положении якоря она преобладала над магнитной смещающей силой и тем самым гарантировала устойчивость равновесного состояния системы.

Так как смещающие силы играют существенно важную роль в работе электромагнитного преобразователя с подвижным железом, то необходимо указать методику их учёта. Для обеспечения общности целесообразнее всего исходить из энергетических соображений. Представим себе ферромагнитный якорь, находящийся в поле постоянного магнита; форма якоря и магнитопровода совершенно произвольна. Как известно, энергия, создаваемая постоянным магнитом во внешнем пространстве, может быть определена по формуле

$$E_m = \frac{BH}{8\pi} V, \quad (8.1)$$

где V — объём магнита, B и H — средние значения индукции и напряжённости размагничивающего поля (обусловленного наличием свободных полюсов) в объёме постоянного магнита; обе эти величины определяются по кривой размагничивания (рис. 135). Очевидно, что значения B и H зависят от конфигурации системы; если якорь представляет собой систему с одной степенью свободы, положение которой определяется смещением u конца якоря из положения

равновесия, то энергия E_M , создаваемая магнитом во внешнем пространстве, зависит от координаты якоря:

$$E_M = E_M(y).$$

Какова бы ни была эта функция, мы можем представить её в форме степенного ряда

$$E_M(y) = \alpha + \beta y + \gamma y^2 + \dots \quad (8.2)$$

Постоянная α определяется из условия

$$\alpha = E_M(0) = \frac{B_0 H_0}{8\pi} V,$$

где B_0 и H_0 — значения величин B и H при среднем положении якоря ($y=0$). Заметим теперь, что так как работа смещающей силы должна быть равна уменьшению энергии*), то, согласно принципу сохранения энергии, можно написать:

$$\begin{aligned} F_{см} &= -\frac{\partial E_M}{\partial y} = \\ &= -\beta - 2\gamma y - \dots \end{aligned} \quad (8.3)$$

В последующих рассуждениях мы ограничимся рассмотрением малых смещений якоря ($y \ll \Delta$, где Δ — зазор между якорем и полюсным концевиком); при этом в ряде (8.2) можно пренебречь членами порядка выше второго. Условимся далее, что, поскольку энергию $E_M(y)$ достаточно определить с точностью до произвольной аддитивной константы, постольку за нулевое значение этой энергии удобно принять то, которое соответствует предельному смещению якоря $y = \Delta$ (очевидно, что при $y = \Delta$ энергия $E_M(y)$ имеет минимальное значение). Условие

$$E_M(\Delta) = \alpha + \beta\Delta + \gamma\Delta^2 = 0 \quad (a)$$

даёт одно из уравнений для определения коэффициентов β

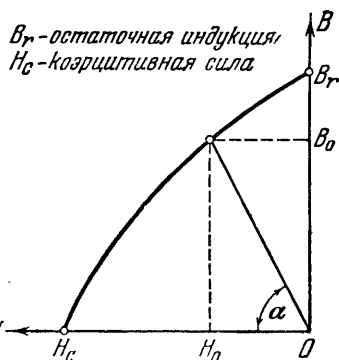


Рис. 135.

*) Мы пренебрегаем наличием необратимых процессов, связанных с явлением гистерезиса.

и γ ; другое уравнение мы получим, написав, что при $y = y_0$, где y_0 — постоянное смещение якоря под действием притяжения со стороны постоянного магнита, смещающая сила $F_{см}(y_0)$ уравнивается возвращающей силой — $\frac{y_0}{c}$ (c — гибкость системы)

$$F_{см}(y_0) = -\beta - 2\gamma y_0 = -F_{возвр}(y_0) = \frac{y_0}{c}. \quad (b)$$

Уравнения (a) и (b) совместно дают

$$\beta = -\frac{y_0}{\Delta - 2y_0} \left(\frac{\Delta}{c} - 2 \frac{\alpha}{\Delta} \right),$$

$$\gamma = -\frac{1}{\Delta - 2y_0} \left(\frac{\alpha}{\Delta} - \frac{y_0}{c} \right).$$

Таким образом для малых смещений якоря смещающая сила может быть представлена в виде

$$F_{см}(y) = \frac{y_0}{\Delta - 2y_0} \left(\frac{\Delta}{c} - 2 \frac{\alpha}{\Delta} \right) + \frac{2}{\Delta - 2y_0} \left(\frac{\alpha}{\Delta} - \frac{y_0}{c} \right) y. \quad (8.4)$$

Мы видим, что в первом приближении смещающая сила пропорциональна смещению якоря y ; при больших смещениях, сравнимых с величиной Δ , смещающая сила уже не может, конечно, выражаться линейной функцией, но будет возрастать быстрее, чем смещение. Как мы увидим ниже, это обстоятельство имеет практически очень существенное значение. Необходимо, следовательно, иметь в виду, что (8.4) определяет только *линейную часть* смещающей силы.

Коэффициент линейной части смещающей силы можно определить по формуле

$$s_m = \frac{dF_{см}}{dy} = \frac{2\alpha}{\Delta(\Delta - 2y_0)} - \frac{1}{c} \cdot \frac{2y_0}{\Delta - 2y_0}. \quad (8.5a)$$

Для дифференциальных систем, в которых постоянное смещение отсутствует ($y_0 = 0$)

$$s_m = \frac{2\alpha}{\Delta^2} = \frac{B_0 H_0 V}{4\pi \Delta^2}. \quad (8.5b)$$

Обратимся теперь к определению коэффициента электро-механической связи в преобразователях с подвижным железом. Для этой цели заметим, что развиваемые этими преобразователями электродвижущие силы являются результатом

электромагнитной индукции и, значит, подчинены общему закону

$$U = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

Для системы с одной степенью свободы изменение $d\Phi$ есть

$$d\Phi = \frac{\partial\Phi}{\partial t} dt + \frac{\partial\Phi}{\partial y} dy,$$

откуда следует, что

$$U = - \left(\frac{\partial\Phi}{\partial y} v + \frac{\partial\Phi}{\partial t} \right);$$

здесь y есть смещение подвижной системы, $v = \frac{dy}{dt}$ — её скорость, Φ — число потокосцеплений с контуром, в котором индуктируется эдс U . Согласно (5.4), коэффициент электромеханической связи можно определить соотношением

$$K = - \frac{\partial U}{\partial v} = \frac{\partial\Phi}{\partial y}. \quad (8.6a)$$

При наличии постоянного магнита

$$\Phi = \Phi_0 + Li, \quad (8.7)$$

где Φ_0 — число потокосцеплений контура с магнитом, L — индуктивность контура, i — ток в контуре. Подставляя это значение в (8.6a), имеем:

$$K = \frac{\partial\Phi_0}{\partial y} + i \frac{\partial L}{\partial y}. \quad (8.6b)$$

Электромеханическое преобразование является *линейным*, если $K = \text{const.}$; очевидно, что необходимым (хотя ещё не достаточным) условием для этого является большая величина постоянного потока сравнительно с переменным: $\Phi_0 \gg Li$. При удовлетворении этого условия можно считать, что

$$K = \frac{\partial\Phi_0}{\partial y}. \quad (8.6c)$$

Аналитическое определение коэффициента электромеханической связи K , равно как и коэффициента s_m линейной части смещающей силы для реальных электромагнитных систем, оказывается, как правило, довольно затруднительным благодаря сложной конфигурации потоков рассеяния,

а также в связи с тем, что условия сборки магнитной системы оказывают значительное, и притом не поддающееся учёту, влияние на режим работы постоянного магнита. Поэтому результаты экспериментального определения величин K и s_m могут существенно отличаться от теоретических значений, вычисленных при тех или иных упрощающих допущениях. В связи с этим в теории преобразователей с подвижным железом очень важное значение имеет теорема, связывающая значения K и s_m в системах с линейным (или, точнее, линеаризованным) законом электромеханического преобразования.

В целях установления этой теоремы заметим, что действующая на якорь магнитная сила F складывается из двух частей. Одна из них есть электродинамическая сила, обусловленная наличием тока в катушках преобразователя; согласно определению коэффициента электромеханической связи [ср. (5.4)], эта часть силы равна Ki . Другая часть есть смещающая сила, которая, согласно (8.4), имеет вид $f_0 + s_m y$, где $f_0 = F_{cm}(y_0) = \frac{y_0}{c}$, а y означает теперь только *переменную* часть смещения якоря. Таким образом

$$F = f_0 + s_m y + Ki$$

или, полагая $F - f_0 = f$,

$$f = s_m y + Ki. \quad (8.8a)$$

Здесь f есть *переменная* часть действующей на якорь силы. С другой стороны, из (8.6с) имеем для числа потокоцеплений тока:

$$\Phi_0 = Ky + \varphi_0,$$

где постоянная интеграции φ_0 есть поток постоянного магнита, сцепленный с катушкой при среднем положении якоря ($y = 0$). Поэтому уравнение (8.7) может быть переписано в виде

$$\Phi = \varphi_0 + Ky + Li$$

или

$$\varphi = Ky + Li, \quad (8.8b)$$

где $\varphi = \Phi - \varphi_0$ есть *переменная* часть числа потокоцеплений катушки преобразователя.

Отметим, что у преобразователей дифференциальной системы $f_0 = 0$ и $f = F$; точно так же и $\varphi_0 = 0$, причём $\varphi = \Phi$. Для системы, изображённой на рис. 134, *b*, это видно из того, что при среднем положении якоря поток магнита не проходит вдоль якоря; в системе же, изображённой на рис. 134, *a*, обмотки на обеих половинах ярма намотаны в противоположных направлениях, так что при среднем положении якоря числа потокоцеплений для обмоток равны по величине и противоположны по знаку.

Уравнения (8.8а, б) совместно определяют магнитную силу f и число потокоцеплений φ по заданным значениям смещения якоря y и тока i . Вместе с тем по чисто физическим соображениям очевидно, что обратная задача — определение i и y по заданным φ и f — не имеет смысла, так как ни ток i , ни смещение y не могут быть разложены на две части, одна из которых зависит только от φ , а другая — только от f . Невозможность этой обратной задачи требует, чтобы определитель системы (8.8а, б) был бы тождественно равен нулю:

$$s_m L - K^2 = 0.$$

Отсюда сейчас же следует важная теорема

$$K = \sqrt{s_m L}, \quad (8.9)$$

справедливая в этом виде при условии, что все величины выражены в абсолютных электромагнитных единицах; в другой системе единиц формула будет содержать соответствующие переходные множители.

§ 63. Громкоговорители с переменным зазором. Электромагнитные громкоговорители с подвижным железом имеют в настоящее время очень ограниченную область применения, так как по своим качественным показателям они значительно уступают электродинамическим громкоговорителям. По чисто экономическим соображениям электромагнитные громкоговорители применяются в сетях проводного вещания, будучи дешевле электродинамических приборов с постоянными магнитами и удовлетворяя своей небольшой мощностью предъявляемым здесь требованиям. Все эти громкоговорители представляют собой дифференциальные системы (простые или двойные); в качестве примеров на

рис. 136 и 137 изображены две формы их конструктивного выполнения.

Устройство и действие этих электромагнитных механизмов не требуют специальных разъяснений, так как они в принципе не отличаются от схем, представленных на рис. 134, *a*, *b*. Обе формы сходны друг с другом в том отношении, что при движении якоря воздушные зазоры между якорем и полюсными наконечниками меняют свою

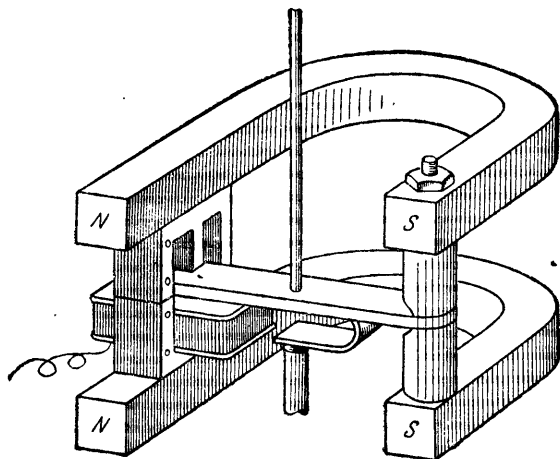


Рис. 136.

величину; поэтому к этим конструкциям применяется термин «громкоговорители с переменным зазором».

Обратим внимание на то обстоятельство, что колебательное движение сообщается коническому диффузору через посредство рычажной передачи. По конструктивным причинам игла, связывающая диффузор с якорем, не может быть прикреплена к якорю в точке приложения движущей силы, т. е. между полюсными наконечниками; фактически имеющееся устройство приводится к схеме рычага второго рода, осуществляющего трансформацию сил и скоростей. Две применяющиеся схемы рычажной передачи показаны на рис. 138.

Так как электрическое сопротивление электромагнитных громкоговорителей имеет по преимуществу реактивный

(индуктивный) характер, то эффективность электроакустического преобразования целесообразно характеризовать величиной коэффициента отдачи. Пренебрегая механическими потерями, мы воспользуемся для определения коэффициента θ электроакустической отдачи соотношением (5.19). Чтобы воспользоваться этой формулой, нам придётся предварительно определить механическое z и электрическое Z' сопротивления системы.

Подсчитаем сначала механическое сопротивление подвижной системы громкоговорителя в точке приложения силы

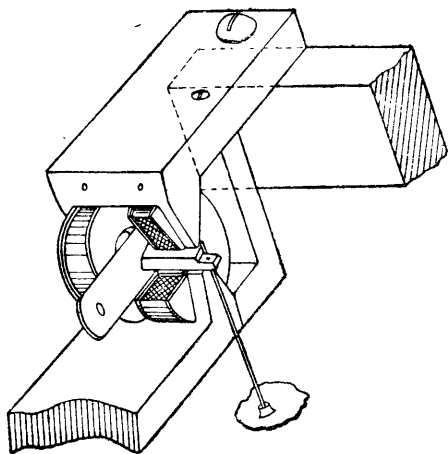


Рис. 137.

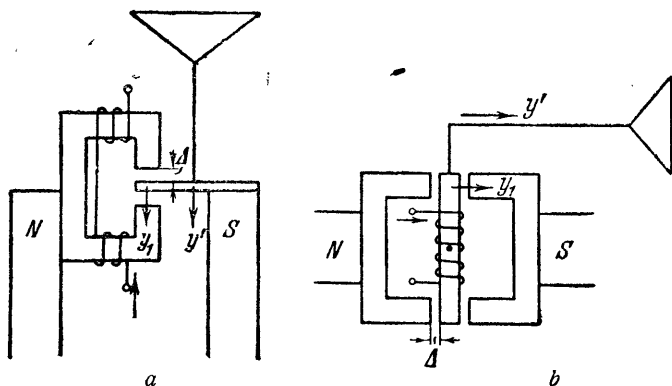


Рис. 138.

с плечом l_1 . Предположим сначала, что рычаг не нагружен диффузором; тогда уравнение моментов будет иметь

следующий вид:

$$(F_1 + s_m y_1) l_1 = I \ddot{y}_1 + D \frac{y_1}{l_1},$$

где y_1 есть смещение якоря в точке приложения движущей силы F_1 , обусловленной током ($F_1 = Kl$), I — момент инерции рычага относительно оси поворота, D — коэффициент момента упругой силы, обусловленный либо упругостью изгибаемого якоря (рис. 138, *a*), либо скручиванием заделанной оси вращения (рис. 138, *b*). Член $s_m y_1$ в левой части есть уже известная нам линейная часть смещающей силы. Предыдущее уравнение можно переписать в виде'

$$F_1 = \frac{I}{l_1^2} \ddot{y}_1 + \left(\frac{D}{l_1^2} - s_m \right) y_1,$$

или в стационарном режиме

$$F_1 = \left[j\omega m_1 + \frac{1}{j\omega} \left(\frac{1}{c_1} - s_m \right) \right] \dot{y}_1,$$

где

$$m_1 = \frac{I}{l_1^2}, \quad c_1 = \frac{l_1^2}{D}$$

— приведённые масса и гибкость рычажного механизма. Обратим внимание на тот факт, что наличие смещающей силы приводит к уменьшению упругости якоря $\frac{1}{c_1}$ на величину s_m , определяемую соотношением (8.5). Физически это объясняется тем, что, как об этом уже говорилось, смещающая сила направлена противоположно упругой силе, тем самым уменьшая действующее значение возвращающего усилия.

Таким образом собственное механическое сопротивление якоря, с учётом смещающей силы, есть

$$z_1 = j \left[\omega m_1 - \frac{1}{\omega} \left(\frac{1}{c_1} - s_m \right) \right].$$

Сопротивление обусловленной диффузором нагрузки есть

$$z_2 = r_2 + j \left(\omega m_2 - \frac{1}{\omega c_2} \right),$$

где r_2 — активное сопротивление излучения конуса, m_2 — его масса (с учётом присоединённой массы среды), c_2 — гибкость закрепления края диффузора. Пересчитывая это

сопротивление к точке приложения силы, имеем на основании (1.30):

$$z'_2 = \frac{z_2}{n^2} = \frac{1}{n^2} \left[r_2 + j \left(\omega m_2 - \frac{1}{\omega c_2} \right) \right],$$

где

$$n = \frac{l_1}{l_2}$$

есть коэффициент механической трансформации.

Полное сопротивление в точке приложения силы есть

$$z = z_1 + z'_2 = \frac{r_2}{n^2} + j \left[\omega \left(m_1 + \frac{m_2}{n^2} \right) - \frac{1}{\omega} \left(\frac{1}{c_1} + \frac{1}{n^2 c_2} - s_m \right) \right]. \quad (8.10a)$$

Перепишем этот результат в виде

$$z = r + j \omega m \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right), \quad (8.10b)$$

где

$$r = \frac{r_2}{n^2}, \quad m = m_1 + \frac{m_2}{n^2}, \quad (8.11)$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{m_1 + \frac{m_2}{n^2}} \left(\frac{1}{c_1} + \frac{1}{n^2 c_2} - s_m \right). \quad (8.12)$$

Частота ω_0 есть частота механического резонанса подвижной системы громкоговорителя.

Что касается электрического сопротивления громкоговорителя

$$Z' = Z + Z_k$$

[см. (5.10)], то ввиду заведомо незначительной отдачи мы можем пренебречь внесённым сопротивлением Z_k и приближённо положить

$$|Z'| = |Z| = \frac{\omega L}{\sin \varphi}, \quad (8.13)$$

где φ — фазовый угол входного сопротивления громкоговорителя.

Подставляя найденные значения в формулу (5.19), напишем для коэффициента электроакустической отдачи:

$$\mathfrak{D} = \frac{\sin \varphi}{\omega L} \cdot \frac{K^2 r}{r^2 + (\omega m)^2 \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right)^2}. \quad (8.14a)$$

Последующее преобразование этого результата имеет целью определить взаимозависимость факторов, определяющих отдачу громкоговорителя, не претендуя на её точную количественную оценку, затруднительную благодаря отсутствию сведений о форме колебаний диффузора и о величине (и частотной характеристике) активного и реактивного сопротивлений излучения. Несмотря на это, дальнейшие результаты представят несомненный технический интерес, определяя основные пути рационального конструирования и указывая на границы имеющихся возможностей.

Прежде всего мы предположим, что диффузор громкоговорителя, оформленного в закрытом ящике, излучает как односторонний поршень, размеры которого невелики по сравнению с длиной излучаемой волны. При этом, воспользовавшись (3.48), мы положим:

$$r = \frac{r_2}{n^2} = \frac{1}{n^2} \frac{\rho_0}{4\pi c_0} \omega^2 S^2,$$

где S — поверхность основания конуса. Ограничимся, далее, областью частот, лежащих выше частоты ω_0 механического резонанса подвижной системы; в связи с тем, что в этой области частот подвижная система управляется массой (см. § 1), будем считать:

$$\omega m \gg r \text{ и } \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \ll 1.$$

Воспользуемся ещё теоремой (8.9), согласно которой

$$\frac{K^2}{L} = s_m.$$

Выражение (8.14a) приводится теперь к виду

$$\vartheta = \frac{\sin \varphi}{\omega} s_m \frac{r}{(\omega m)^2} = \frac{\sin \varphi}{\omega} \cdot s_m \cdot \frac{\rho_0}{4\pi c_0} \cdot \frac{n^2 S^2}{[m_2 (1 + n^2 \mu)]^2},$$

где $\mu = \frac{m_1}{m_2}$ — отношение эквивалентной массы рычага к массе конуса с учётом присоединённой массы.

Перепишем (8.12) в виде

$$\omega_0^2 = \frac{s_m}{m} (N - 1),$$

где

$$N = \frac{1}{s_m} \left(\frac{1}{c_1} + \frac{1}{n^2 c_2} \right) = \frac{s}{s_m} \quad (8.15)$$

есть число, характеризующее запас «положительной» упругости; оно показывает, во сколько раз коэффициент возвращающей упругой силы $\left(s = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{n^2 c_2}\right)$ превышает коэффициент линейной части смещающей силы. Мы можем написать теперь:

$$s_m = \frac{\omega_0^2 m}{N-1} = \omega_0^2 \frac{m_2}{n^2} \cdot \frac{1+n^2 \mu}{N-1}.$$

Используя это значение, имеем для коэффициента отдачи:

$$\vartheta = \frac{\rho_0}{4\pi c_0} \cdot \frac{\sin \varphi}{\omega} \cdot \frac{\omega_0^2}{N-1} \cdot \frac{S^2}{m_2(1+n^2 \mu)}. \quad (8.16)$$

Анализ этого результата позволяет сделать важные выводы относительно проектирования электромагнитных громкоговорителей с переменным зазором.

Прежде всего мы видим, что отдача громкоговорителя возрастает с увеличением площади конуса, несмотря на связанное с этим возрастание массы; действительно, ϑ прямо пропорционально квадрату площади и обратно пропорционально первой степени массы при заданной собственной частоте ω_0 . Этим объясняется тенденция применять диффузоры большого размера, ограниченная, конечно, требованием обеспечить в некоторой части частотного диапазона поршневое действие конуса. Далее, представляется целесообразным уменьшать запас N «положительной» упругости системы. Необходимо, однако, иметь в виду, что смещающая сила следует линейному закону ($F_{см} = s_m y$) только при относительно малых смещениях ($y \ll \Delta$); при больших смещениях смещающая сила растёт быстрее возвращающей и при малом значении N система обязательно окажется неустойчивой — якорь будет «прилипать» к полюсным наконечникам. Практически N нельзя выбирать меньше 2—2,5. (8.16) показывает также, что отдача возрастает с квадратом резонансной частоты; но увеличение ω_0 выше известного значения не может быть допущено, потому что в области, лежащей ниже резонанса, отдача громкоговорителя быстро убывает в сторону низких частот. Частота механического резонанса недалеко от нижней границы рабочей полосы частот. В существующих конструкциях она лежит в области 250—400 гц; конечно, это значение представляется чрезмерно высоким

с точки зрения интересов частотной характеристики, но с ним приходится мириться ради обеспечения удовлетворительной чувствительности (порядка 5—8 бар/вольт в области средних частот).

Скажем ещё несколько слов о значении механической трансформации. Как видно из (8.16), при достаточно малых μ ($\ll 1$) величина коэффициента трансформации n лишь незначительно влияет на отдачу. Стоит, однако, отметить, что конструкции с $n < 1$ ($l_1 < l_2$, например, схема рис. 138, б) выгоднее конструкций с $n > 1$ ($l_1 > l_2$, как на рис. 138, а).

Что касается зависимости отдачи от частоты, то, она определяется фактором $\frac{\sin \varphi}{\omega}$. Следует указать, что фазовый угол φ входного сопротивления громкоговорителя меняется в сравнительно узких пределах; это объясняется тем, что благодаря наличию вихревых токов в ярме индуктивность L падает с увеличением частоты (из-за вытеснения магнитного потока к поверхности пластин), а активное сопротивление R растёт, так как потери в железе растут с частотой. Таким образом в первом приближении коэффициент электроакустической отдачи обратно пропорционален частоте. Эта зависимость может быть компенсирована путём надлежащего выбора соотношения между сопротивлением $|Z|$ громкоговорителя и сопротивлением R_i источника мощности. Действительно, если U_0 есть эффективное напряжение, развиваемое источником в режиме холостого хода, то кажущаяся мощность, забираемая громкоговорителем, есть

$$P_{ек} = U_0^2 \frac{|Z|}{|R_i + Z|^2}.$$

Пусть в рабочей области частот $R_i \gg |Z|$; тогда

$$P_{ек} = \frac{U_0^2}{R_i^2} |Z| = \frac{U_0^2}{R_i^2} \cdot \frac{\omega L}{\sin \varphi}$$

и уменьшение отдачи компенсируется возрастанием подводимой мощности.

§ 64. Громкоговорители с постоянным зазором. Соображения, изложенные в предыдущем параграфе, приводят к выводу, что наличие смещающей силы очень неблагоприятно отражается на качественных показателях электромагнитных громкоговорителей. Действительно, необходимость иметь достаточный для

стабилизации системы запас положительной упругости приводит к повышению частоты механического резонанса и, следовательно, к очень существенному снижению отдачи и чувствительности в нижней части частотного диапазона. Совершенно понятно поэтому, что в тот период развития радиовещания, когда электромагнитные громкоговорители применялись ещё достаточно широко, электроакустическая техника стремилась к реализации такого электромагнитного механизма, в котором магнитные силы, зависящие от положения якоря, имели бы характер возвращающих, а не смещающих сил. Было обнаружено, что этим свойством могут обладать системы, в которых якорь движется не между полюсными наконечниками, а вне воздушного промежутка между ними, так что зазор между якорем и ярмом сохраняет постоянную величину (системы с постоянным зазором). Принципиальная схема такого устройства изображена на рис. 139.

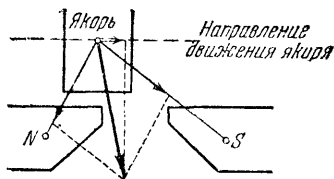


Рис. 139.

Для выяснения условий устойчивости равновесия якоря в среднем его положении обратимся к рассмотрению идеализированной схемы, в которой магнит с полюсными наконечниками заменён двумя точечными полюсами $\pm M$, расположенными на расстоянии $2a$ друг от друга, а поляризованный внешним полем якорь — магнитным диполем с моментом $2M'b$ ($\pm M'$ — наведённые магнитные массы). Оси обоих диполей ($2a$ и $2b$) ориентированы параллельно; перемещение диполя, изображающего якорь, может происходить только в направлении его оси. Исследование такой идеализированной модели оправдывается тем, что, как это будет видно из дальнейшего, для анализа условий устойчивости нет надобности в количественном определении магнитных масс M , M' .

Поле H_0 основной системы ($\pm M$) может быть вычислено без затруднений. Если расположить ось Ox по оси диполя $2a$ и выбрать начало координат в средней точке (рис. 140), то

$$H_0 = H_1 + H_2,$$

$$H_1 = + \frac{M}{r_1^2} r_1 = + \frac{M}{(x-a)^2 + y^2} \cdot \frac{r_1}{r_1},$$

$$H_2 = - \frac{M}{r_2^2} r_2 = - \frac{M}{(x+a)^2 + y^2} \cdot \frac{r_2}{r_2}.$$

Компоненты H_1 и H_2 в направлении перемещения якоря имеют величину

$$H_{1x} = H_1 \cos(r_1, x) = H_1 \frac{x-a}{r_1} = + M \frac{x-a}{[(x-a)^2 + y^2]^{3/2}},$$

$$H_{2x} = H_2 \cos(r_2, x) = H_2 \frac{x+a}{r_2} = - M \frac{x+a}{[(x+a)^2 + y^2]^{3/2}}.$$

Отсюда следует, что

$$H_{0x} = H_{1x} + H_{2x} = M \left\{ \frac{x-a}{[(x+a)^2 + y^2]^{3/2}} - \frac{x+a}{[(x+a)^2 + y^2]^{3/2}} \right\}$$

На рис. 141 представлен, наряду с первым, ещё и второй диполь, изображающий поляризованный якорь, смещённый на величину ξ :

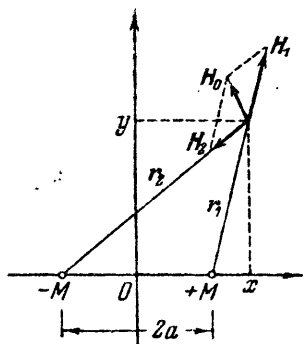


Рис. 140.

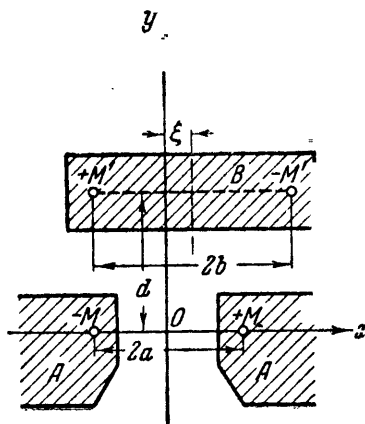


Рис. 141.

в положительном направлении оси Ox . Силы, действующие на полюсы $-M'$, $+M'$, имеют по оси Ox компоненты

$$F_{\xi 1} = -M' [H_{0x}]_{b+\xi, d} = -MM' \left\{ \frac{b-a+\xi}{[(b-a+\xi)^2 + d^2]^{3/2}} - \frac{b+a+\xi}{[(b+a+\xi)^2 + d^2]^{3/2}} \right\},$$

$$F_{\xi 2} = +M' [H_{0x}]_{-b+\xi, d} = -MM' \left\{ \frac{b+a-\xi}{[(b+a-\xi)^2 + d^2]^{3/2}} - \frac{b-a-\xi}{[(b-a-\xi)^2 + d^2]^{3/2}} \right\},$$

где d — расстояние между осями диполей. Результирующая сила действующая на якорь, есть

$$F_{\xi} = F_{\xi 1} + F_{\xi 2} = -MM' \left\{ \frac{b-a+\xi}{[(b-a+\xi)^2 + d^2]^{3/2}} - \frac{b+a+\xi}{[(b+a+\xi)^2 + d^2]^{3/2}} + \frac{b+a-\xi}{[(b+a-\xi)^2 + d^2]^{3/2}} - \frac{b-a-\xi}{[(b-a-\xi)^2 + d^2]^{3/2}} \right\}.$$

Положим для сокращения письма:

$$\alpha_1 = 1 + \frac{b}{a}, \quad \alpha_2 = 1 - \frac{b}{a}, \quad \beta = \frac{d}{a}, \quad y = \frac{\xi}{a};$$

тогда предыдущий результат преобразуется к виду

$$F_{\xi} = -C \left\{ \frac{\alpha_1 - y}{[(\alpha_1 - y)^2 + \beta^2]^{3/2}} - \frac{\alpha_1 + y}{[(\alpha_1 + y)^2 + \beta^2]^{3/2}} + \frac{\alpha_2 + y}{[(\alpha_2 + y)^2 + \beta^2]^{3/2}} - \frac{\alpha_2 - y}{[(\alpha_2 - y)^2 + \beta^2]^{3/2}} \right\}, \quad (8.17)$$

где

$$C = \frac{MM'}{a^2}.$$

Вопрос об устойчивости равновесия якоря в среднем положении ($\xi = 0$) сводится к исследованию знака выражения в фигурных скобках. Если при $\xi > 0$ это выражение положительно, то $F_{\xi} < 0$ и, следовательно, магнитная сила имеет знак *возвращающей* силы; в противном случае $F_{\xi} > 0$ и равновесие якоря неустойчиво. Подчеркнём, что величина константы C не играет роли; достаточно знать, что она существенно положительна.

Для решения интересующего нас вопроса разложим функцию (8.17) в ряд Маклорена в окрестности точки $y = 0$. Заметим, что в этой области

$$\varphi(y) = \frac{\alpha \pm y}{[(\alpha \pm y)^2 + \beta^2]^{3/2}} \approx \frac{\alpha}{(\alpha^2 + \beta^2)^{3/2}} + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)_{y=0} \cdot y.$$

Так как

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\pm [(\alpha \pm y)^2 + \beta^2]^{-3/2} \cdot 3(\alpha \pm y)^2}{[(\alpha \pm y)^2 + \beta^2]^{5/2}},$$

то

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)_{y=0} = \mp \frac{2\alpha^2 - \beta^2}{(\alpha^2 + \beta^2)^{5/2}}.$$

Таким образом вблизи от начала координат

$$\varphi(y) = \frac{\alpha}{(\alpha^2 + \beta^2)^{3/2}} \mp \frac{2\alpha^2 - \beta^2}{(\alpha^2 + \beta^2)^{5/2}} \cdot y.$$

Подставляя соответствующие значения в (8.17), имеем для малых смещений:

$$F_{\xi} = -2C \left[\frac{2\alpha_1^2 - \beta^2}{(\alpha_1^2 + \beta^2)^{5/2}} - \frac{2\alpha_2^2 - \beta^2}{(\alpha_2^2 + \beta^2)^{5/2}} \right] \cdot y. \quad (8.18)$$

Знак силы F_{ξ} в области малых смещений определяется, очевидно, знаком разности в квадратных скобках. Легко видеть, что, например, при $b = a$ (т. е. при $\alpha_1 = 2$, $\alpha_2 = 0$) равновесие якоря

устойчиво, если β не превышает значения положительного корня уравнения

$$\frac{8 - \beta^2}{(4 + \beta^2)^{5/2}} + \frac{1}{\beta^3} = 0.$$

При уменьшении $\frac{b}{a}$ ($\beta = \text{const.}$) разность в квадратных скобках убывает и, наконец, обращается в нуль, что и соответствует потере устойчивости. Зависимость коэффициента магнитной силы $\left(\frac{F_{\xi}}{\xi}\right)$

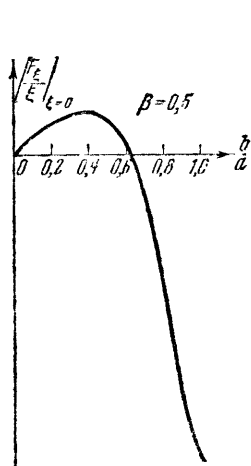


Рис. 142.

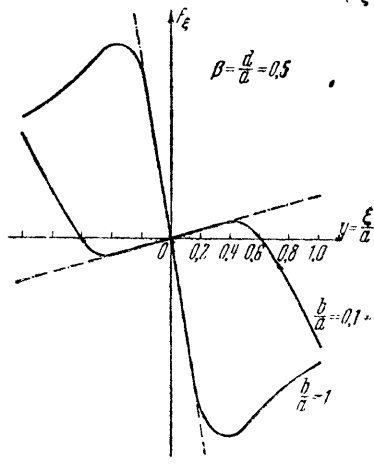


Рис. 143.

от $\frac{b}{a}$ при $\beta = 0,5$ представлена с точностью до постоянного множителя на рис. 142. Как видно из графика, система теряет устойчивость при $\frac{b}{a} \cong 0,62$.

Для иллюстрации общей формулы (8.17) на рис. 143 приводятся графики $F_{\xi}(y)$ для двух значений $\frac{b}{a}$ (0,1 и 1) при $\beta = 0,5$; мы видим, что при $b = a$ сила F_{ξ} является возвращающей силой, тогда как при $b = 0,1a$ эта сила оказывается смещающей, причём среднее положение якоря есть положение неустойчивого равновесия (отметим, что по обе стороны от него имеются два положения устойчивого равновесия (при $y = \pm 0,6$)).

Изложенные здесь соображения, хотя и относящиеся к сильно идеализированной модели системы с постоянным зазором, дают некоторые опорные точки для рационального её конструирования.

Так, например, относительно системы, схематически изображённой на рис. 144, можно утверждать, что для обеспечения её стабильности размер якоря A в направлении его перемещения (это направление показано на схеме пунктирной линией) должен быть несколько больше расстояния между полюсными наконечниками. Зазор между

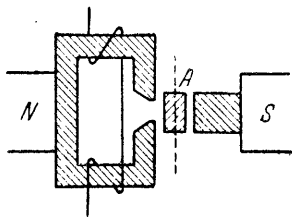


Рис. 144.

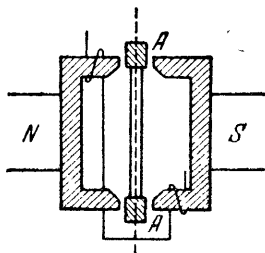


Рис. 145.

якорем и ярмом должен быть возможно меньше, в противном случае переменный магнитный поток, пронизывающий якорь при наличии тока в обмотке, может оказаться слишком малым, что приведёт к потере чувствительности.

Одна из наиболее распространённых (в своё время) форм выполнения электромагнитного механизма с постоянным зазором изображена схематически на рис. 145 (система «Фарранд»). Здесь имеется два якоря A, A , расположенные между зазорами ярма и жёстко связанные между собой; устройство подвеса таково, что якоря могут перемещаться только в направлении соединяющего их стержня (пунктирная линия). Якоря несколько выдвинуты из зазоров паружу, примерно на 60% своей длины. В отсутствии тока через обмотки каждый из якорей втягивается в зазор с некоторой силой, компенсируемой реакцией стержня, и система находится в равновесии. Устойчивость равновесия существенно зависит от степени выдвигания якорей из зазора; опыт показывает, что при небольшом выдвигании (< 70% длины якоря) равновесие устойчиво (кривая 1 на рис. 146); при большем сдвиге ($\sim 80\%$) по обе стороны от среднего устойчивого положения появляются положения неустойчивого равновесия (кривая 2); при сдвиге свыше 100% длины якоря среднее равновесное положение неустойчиво.

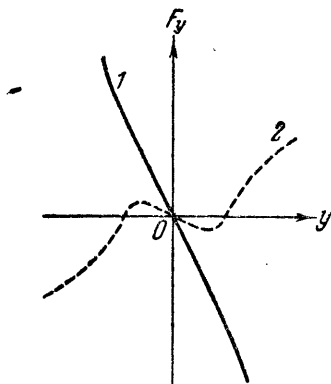


Рис. 146.

Электромагнитные громкоговорители с постоянным зазором давали чувствительность того же порядка величины, как и громкоговорители с переменным зазором при значительно лучшей частотной характеристике. Однако они не получили широкого распространения вследствие того, что их сборка требует высокой точности, которую очень нелегко обеспечить в условиях массового производства.

§ 65. Электромагнитный телефон. Устройство электромагнитного телефона показано на рис. 133; действие прибора было подробно рассмотрено в § 62. Если считать, что, будучи прижат к уху, телефон нагружен на сосредоточенную гибкость c_2 воздушного объёма между телефоном и ушной раковиной, то схему электрического аналога системы можно представить в форме, изображённой на рис. 147.

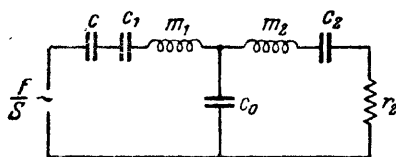


Рис. 147.

Здесь m_1 и c_1 — эквивалентные акустические масса и гибкость диафрагмы, c — акустическая гибкость воздушного объёма, позади диафрагмы, c_0 — акустическая гибкость передней камеры, m_2 , r_2 — акустические

масса и сопротивление отверстия перед диафрагмой. Отметим, что сопротивление r_2 обусловлено в основном вязким трением воздуха, вытесняемого через узкий кольцевой канал между диафрагмой и краем отверстия.

Конструкция простейшего электромагнитного телефона, к которой относится схема рис. 147, сложилась в дотехническом периоде исторического развития акустики и поэтому является результатом не столько расчёта, сколько эмпирического подбора наивыгоднейших (в смысле чувствительности) соотношений. Частотная характеристика чувствительности такого телефона оказывается мало удовлетворительной (см. рис. 148, где эта характеристика представлена сплошной кривой): бросаются в глаза острый пик на частоте основного резонанса диафрагмы (~ 1000 гц) и значительные неровности в области, лежащей примерно на полторы октавы выше основной частоты. При рассмотрении схемы электрического аналога (рис. 147) может возникнуть предположение о том, что характеристика телефона может быть улучшена путём такого подбора параметров, при котором эта схема даст

симметричное T-звено полосного фильтра, нагруженное на сопротивление, близкое к характеристическому. Однако такая мысль не может быть реализована вследствие того, что сопротивление диафрагмы имеет форму

$$z_1 = j\omega m_1 + \frac{1}{j\omega c_1}$$

только в области частот, лежащих ниже частоты основного резонанса, которая в случае симметричного T-звена явилась бы нижней границей рабочей полосы. Реально же сопротивление круглой зажатой на краю пластинки имеет, в пред-

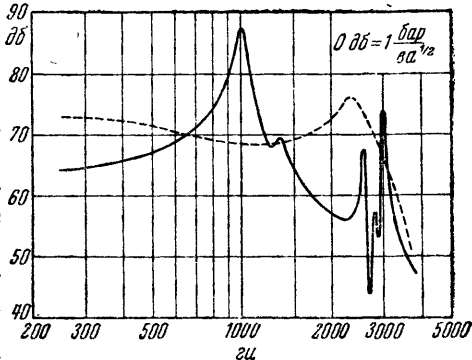


Рис. 148.

положении равномерно распределённой силы, характеристику, представленную на рис. 149; точки a_1, a_2, a_3 соответствуют резонансным частотам ($z_1 = 0$), точки b_1, b_2 — частотам антирезонансов ($z_1 = \infty$).

Заметим, что по оси абсцисс рис. 149 отложен \sqrt{f} (f — частота); относительные значения резонансных и антирезонансных частот (за единицу принята частота основного резонанса) приведены в нижней части графика. Нетрудно видеть, что в области частот, лежащих выше основного резонанса, сопротивление z_1 растёт гораздо быстрее, чем в схеме T-звена; таким образом попытка реализовать

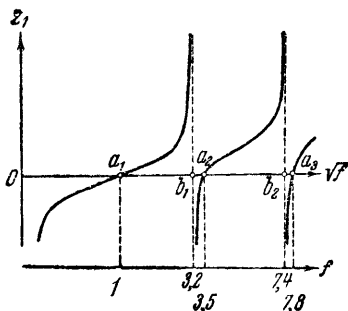


Рис. 149.

эту схему в механико-акустической системе телефона не может привести к желаемому результату.

На рис. 150, *a* представлен электромагнитный телефон усовершенствованной конструкции; на рис. 150, *b* — схема

электрического аналога его механико-акустической части. Обозначения акустических параметров — те же, что и на рис. 147; на схеме рис. 150, *b* показаны, кроме того, активное сопротивление диафрагмы r_1 , гибкость c' камеры позади диафрагмы, m', r' — акустические масса и сопротивление отверстий в пластинке, отделяющей камеру c' от воздушного

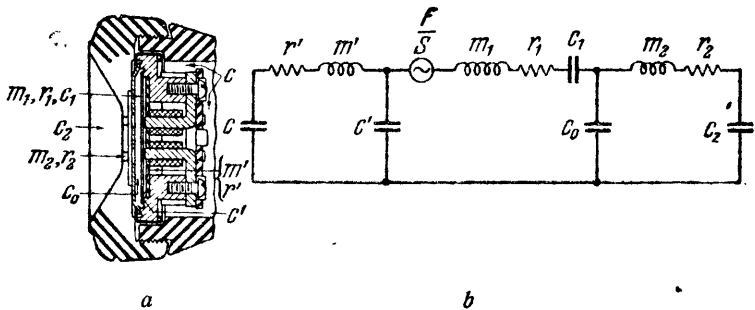


Рис. 150.

объёма внутри капсюля. Основное значение для частотной характеристики этого телефона имеют активные сопротивления системы, обеспечивающие достаточную ровность характеристики. Экспериментально снятая характеристика представлена на рис. 148 пунктирной кривой; в области частот от 200 до 3000 *гц* изменения чувствительности не превышают ± 5 *дб*. Сравнительно высокая чувствительность в указанном диапазоне обеспечивается малым магнитным сопротивлением диафрагмы, сделанной из пермендюра, и применением сильного постоянного магнита (ремаллой).

ГЛАВА IX

ЗАПИСЬ И ВОСПРОИЗВЕДЕНИЕ ЗВУКА

§ 66. **Виды звукозаписи.** Запись и воспроизведение звука получили в настоящее время очень широкое и разнообразное применение. Старейшим из способов звукозаписи является так называемая *механическая* запись на валике фонографа и на граммофонной пластинке. В прежнее время, до изобретения электронной лампы, послужившей мощным стимулом к развитию электроакустики, такая запись звука осуществлялась чисто механическими методами — фонограмма фиксировалась на вращающемся звуконосителе (валике или диске) посредством резца, жёстко связанного с воспринимающей звук мембраной; для усиления акустического воздействия на мембрану применялся приёмный рупор. В настоящее время запись посредством резца осуществляется уже не чисто механическими, но *электромеханическими* методами: звук воспринимается микрофоном, а усиленные микрофонные токи подводятся к электромеханическому преобразователю, который преобразует электрические колебания звуковой частоты в механические колебания резца. Электромеханические преобразователи, применяемые для получения фонограмм того или иного вида, называются *рекордерами*; рекордеры для звукозаписи резцом обычно являются электромагнитными, т. е. представляют собой преобразователи-двигатели с подвижным железом. Фонограммы, копированные на граммофонных пластинках, воспроизводятся либо электромеханическим, либо чисто механическим способом. В первом случае *звукосниматель* (этим термином принято обозначать приборы для воспроизведения звукозаписи) представляет собой преобразователь-генератор; колебания иглы, скользящей по бороздкам фонограммы, преобразуются в пе-

ременное электрическое напряжение звуковой частоты, усиливаемое электронными лампами и подводимое к громкоговорителю. Современные звукозаписывающие аппараты представляют собой электромагнитные или пьезоэлектрические системы; в специальных случаях применяются электродинамические звукозаписывающие аппараты. Во втором случае звукозаписывающий аппарат выполняется в форме сложной механико-акустической системы, преобразующей колебания иглы в колебания воздуха в устье излучающего рупора; такие механические звукозаписывающие аппараты применяются в портативных граммофонах.

В связи с возникновением и техническим прогрессом звуковой кинематографии важное практическое значение получила *оптическая* (или, иначе, *фотографическая*) запись звука. Звуконосителем является здесь светочувствительный слой киноплёнки; рекордер, который в этом случае называется *световым модулятором*, представляет собой электро-механическое или электрооптическое устройство, преобразующее усиленные электрические колебания звуковой частоты в колебания светового потока, концентрируемого на светочувствительном слое движущейся плёнки в форме тонкого штриха переменной ширины или переменной интенсивности. При воспроизведении фотографической фонограммы звуконоситель просвечивается пучком света, концентрируемым опять-таки в форме тонкого штриха; световой поток, модулированный при прохождении сквозь движущуюся фонограмму, падает на фотоэлемент, преобразующий колебания светового потока в электрические колебания, усиливаемые и подводимые к громкоговорителю.

В настоящее время оптическая звукозапись применяется не только в технике звукового кино, но и в качестве самостоятельного метода, не связанного с кинопроекцией. Так, например, в практике современного радиовещания оптическая запись звука применяется для фиксации отдельных элементов программы, а также в так называемых актуальных передачах. Небезынтересно отметить, что для надобностей радиовещания была успешно разработана аппаратура, комбинирующая механическую запись на плёнке с оптическим воспроизведением. Звуконосителем служит плёнка, на которой нанесён тонкий непрозрачный слой на желатинной подложке; резец электромагнитного рекордера с очень тупым

углом, колеблясь перпендикулярно к поверхности чёрного слоя, прорезает в нём прозрачную запись на непрозрачном фоне. Фонограмма воспроизводится обычным для фотографической записи способом посредством «читающего» светового штриха и фотоэлемента. Преимуществом этого комбинированного метода (известного под названием системы Филипс-Миллера) является отсутствие надобности в фотографической обработке плёнки и немедленная готовность фонограммы, которую можно воспроизводить сейчас же вслед за записью.

Достаточно давно известна также и так называемая *магнитная* запись звука; однако только сравнительно недавно были разработаны аппаратура и звуконосители, удовлетворяющие современным требованиям. Идея способа заключается в создании переменного намагничивания стальной ленты или проволоки (в новейшее время — плёнки, покрытой тонким слоем ферромагнитной эмульсии) при её продвижении вблизи от полюсов записывающей головки; для этой цели обмотка полюсов питается переменными токами звуковой частоты. При воспроизведении звука ферромагнитный звуконоситель с переменным вдоль его длины намагничиванием движется около полюсов воспроизводящей головки, индуктируя в её обмотке переменную электродвижущую силу.

Дальнейшие подробности относительно методов и аппаратуры, применяемых в технике звукозаписи, будут изложены в последующих параграфах этой главы.

§ 67. Техника механической звукозаписи. Современная техника граммофонной записи пользуется в основном «поперечным» способом, при котором резец движется параллельно поверхности звуконосителя и нормально к направлению поступательного движения нарезаемой борозды. Так называемая «глубинная» запись, при которой резец колеблется перпендикулярно к поверхности звуконосителя, разрабатывалась сравнительно недавно с довольно хорошими результатами. Однако граммофонная промышленность выпускает почти исключительно пластинки с поперечной записью, которая имеет за собой многолетнее прошлое, обеспечивающее ей преобладающее коммерческое значение.

Звуконосителем в процессе записи является так называемый *воск*; это — диск из воскоподобного сплава толщиной

в 2—3 см с рабочей поверхностью, отполированной до зеркального блеска. Воск ставится на планшайбу станка для звукозаписи и приводится вместе с ней в равномерно вращательное движение с угловой скоростью 78 оборотов в минуту ($8,16 \text{ рад/сек}$); в то же время рекордер, связанный с суппортом, совершает поступательное движение вдоль радиуса планшайбы. Таким образом фонограмма фиксируется

в форме спирально идущей борозды, ось которой повторяет кривую записываемого акустического процесса. Восковая стружка из-под резца отсасывается эксгаустером.

На рис. 151 изображены поперечный и продольный разрезы немодулированных бороздок; чертёж передаёт и форму сапфирового резца рекордера. Как будет видно из дальнейшего, характери-

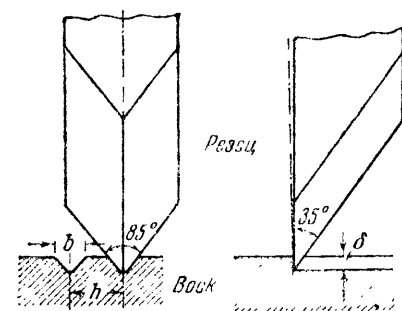


Рис. 151.

стика записи тесно связана с принятыми значениями ширины b немодулированной борозды и шага h спирали, т. е. расстояния между осями смежных бороздок. Наиболее распространёнными являются следующие величины: $b = 160 \mu$, $h = 265 \mu$; при этом промежуток между смежными краями бороздок имеет ширину $h - b = 105 \mu$. Глубина бороздок δ имеет величину порядка $60-70 \mu$.

После изготовления воска с него снимается путём гальванопластического процесса медная копия-негатив, называемая *первым оригиналом*; для этого рабочая поверхность воска с записью делается проводящей либо посредством опудривания графитовым порошком, либо путём катодного распыления золота или серебра. С первого оригинала, опять-таки с помощью гальванопластического процесса, изготавливается *второй оригинал* (позитив), а затем *третий оригинал* (негатив), который и служит матрицей для прессования граммофонных пластинок. Третьи оригиналы изготавливаются в требуемом количестве; первый оригинал хранится в фонде

предприятия. При гальванопластическом изготовлении второго и третьего оригиналов они легко отделяются один от другого благодаря наличию тонкого разделительного слоя (металлические соли), не препятствующего прохождению тока, но не дающего оригиналам срастаться.

Обращаясь к характеристике граммофонной записи, необходимо прежде всего заметить, что максимально допустимая амплитуда смещения резца ограничена шириной свободного промежутка между бороздками (105 μ). Если смещение резца делается равным половине этой ширины (52,5 μ), то при наличии направленных навстречу друг другу изгибов соседних бороздок игла звукоснимателя может перескакивать на соседнюю борозду. Поэтому максимальная амплитуда смещения не должна превышать величины порядка 50 μ .

Существенное значение имеет, далее, то обстоятельство, что граммофонные пластинки должны быть пригодны для воспроизведения их чисто механическим способом на портативных граммофонах. Так как диафрагма механического звукоснимателя нагружена на экспоненциальный рупор, сопротивление излучения которого в идеальном случае является постоянной величиной (от частоты не зависящей, см. § 32), то для обеспечения постоянства отдаваемой рупору акустической мощности

$$P_a = \frac{1}{2} v_0^2 r_R$$

(где v_0 — амплитуда скорости в горле рупора, пропорциональная колебательной скорости v резца, r_R — сопротивление рупора) необходимо вести запись с постоянной амплитудой скорости резца. Говоря точнее, чувствительность рекордера

$$E = \frac{v_m}{U_m}, \quad (9.1)$$

определяемая отношением амплитуды скорости резца к амплитуде U_m подводимого напряжения, в идеальном случае должна была бы быть частотно-независимой. Нетрудно, однако, показать, что это условие практически оказалось бы очень невыгодным.

В самом деле, предположим, что рабочий диапазон частот простирается от 100 до 5000 гц; пусть при нижней частоте

100 гц амплитуда смещения резца $x_m(100) = 50 \mu$. Условие постоянства колебательной скорости

$$v_m = \omega x_m = \text{const.}$$

приводит для верхней частоты к амплитуде смещения

$$x_m(5000) = x_m(100) \frac{100}{5000} = \frac{50 \cdot 100}{5000} = 1 \mu.$$

Так как структурная шероховатость стенок борозды характеризуется неровностью такого же порядка величины, то при максимальной амплитуде в 1μ высокие частоты окажутся замаскированными шумовым фоном («шипением» пластинки), особенно при малых уровнях записи.

Более благоприятные соотношения получаются в том случае, если постоянство амплитуды скорости обеспечивается не с нижней границы частотного диапазона, но с несколько более высокой частоты (порядка 300—500 гц). В области же более низких частот запись должна вестись с постоянством амплитуды смещения (50μ). При выборе границы этой области возле 300 гц максимальная амплитуда записи на частоте 5000 гц будет:

$$x_m(5000) = \frac{50 \cdot 300}{5000} = 3 \mu;$$

как показывает опыт, это значение оказывается приемлемым.

Заметим, что в области постоянства колебательной скорости (от 300 гц и выше) максимальная её амплитуда оказывается равной

$$v_m = 2\pi \cdot 300 \cdot 50 = 9,4 \cdot 10^4 \frac{\mu}{\text{сек}} \cong 10 \text{ см/сек.}$$

Можно, далее, показать, что условие постоянства колебательной скорости не может быть удовлетворено вплоть до сколь угодно высоких частот. Дело в том, что по мере возрастания частоты уменьшается радиус кривизны оси и стенок модулированной бороздки. Пусть x означает записываемое колебательное смещение, а y есть координата, отсчитываемая вдоль оси немодулированной борозды; очевидно, что

$$y = ut,$$

где u — линейная скорость борозды относительно воспроиз-

водящей иглы, t — время*). Для радиуса кривизны записи имеем

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2x}{dy^2} = \frac{1}{u^2} \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{a}{u^2},$$

где a — колебательное ускорение ($a = \frac{d^2x}{dt^2}$). Отсюда, написав для амплитуды ускорения значение

$$a_m = \omega v_m$$

и выражая линейную скорость u через угловую скорость Ω и радиус R витка спирали

$$u = \Omega R,$$

имеем на верхушках записываемой синусонды:

$$\rho = \frac{\Omega^2 R^2}{\omega v_m}. \quad (9.2)$$

Наименьший радиус витка получается, очевидно, на внутреннем крае пластинки (приблизительно $R_{\text{мин}} \cong 5 \text{ см}$); при заданной амплитуде колебательной скорости ($v_m = 10 \text{ см/сек}$) мы будем иметь на внутреннем крае минимальные радиусы кривизны на верхних частотах рабочего диапазона.

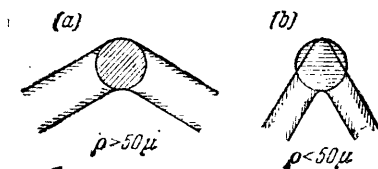


Рис. 152.

Учтём теперь то обстоятельство, что кончик иглы представляет собой (с известным приближением, конечно) часть сферы с радиусом порядка 50μ . Очевидно, что до тех пор, пока радиус кривизны борозды больше этой величины, игла может следовать за бороздой, вписываясь в неё, как это схематически показано на рис. 152, *a*; если, однако, на высоких частотах радиус кривизны бороздки делается меньше радиуса кончика иглы, то игла уже не сможет следовать за бороздой (рис. 152, *b*), и при сколько-нибудь значительном

*) Следует заметить, что при постоянстве угловой скорости вращения пластинки ($\Omega = 8,16 \text{ сек}^{-1}$) линейная скорость u убывает по направлению от края пластинки к центру. Однако в пределах одного витка спирали можно считать линейную скорость u постоянной.

весе звукосниматель будет разрушать тонкую структуру высокочастотной записи. Этот фактор определяет верхнюю границу области постоянства скорости; решая уравнение (9.2)

относительно верхней границы $f_B = \frac{\omega_B}{2\pi}$, имеем

$$f_B = \frac{\Omega^2 R^2}{2\pi r v_m},$$

откуда, подставляя $r = 50 \mu = 5 \cdot 10^{-3}$ см, находим:

$$f_B = \frac{(8,16 \cdot 5)^2}{2\pi \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 10} = 5300 \text{ гц.}$$

Практически благодаря износу иглы, увеличивающемуся по направлению к внутреннему краю, верхнюю границу области постоянства скорости выбирают более низкой — около 4000—4500 гц.

В силу рассмотренных причин частотная характеристика записи должна иметь вид, схематически представленный на рис. 153; верхний график *a* изображает частотную характеристику амплитуды смещения резца рекордера, нижний *b* — амплитуды его скорости (при $U = \text{const.}$).

Наряду с обычными чёрными пластинками, в последнее время получили распространение так называемые пластинки

прямого воспроизведения; это — звуконосители, которые допускают непосредственное воспроизведение сделанной на них записи без промежуточных этапов процесса копирования. Пластинки прямого воспроизведения применяются, главным образом, для любительской звукозаписи, а также в практике механического вещания.

Материалом пластинок прямого воспроизведения служит целлулоид, желатин, нанесённый на поверхность стекла, а также виниловые смолы в виде слоёв на металлических дисках. Запись может производиться либо посредством обращён-

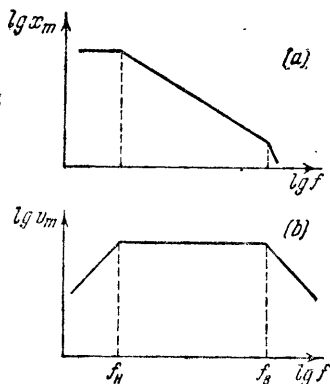


Рис. 153.

ного в рекордер звукопередателя, в котором игла заменяется специальным резцом, либо (что даёт лучшие результаты) посредством электромагнитного рекордера упрощённой конструкции.

Для любительской записи и воспроизведения применяются также механические фильм-фонографы, в которых носителем записи является изношенный кинофильм, уже непригодный для проекции.

§ 68. Электромагнитные рекордеры. Схема конструкции одной из моделей электромагнитного рекордера изображена на рис. 154, *a*. Держатель с резцом (приведённая масса этого узла обозначена через m_2) связан с якорем m_1 электромагнитного механизма простой дифференциальной

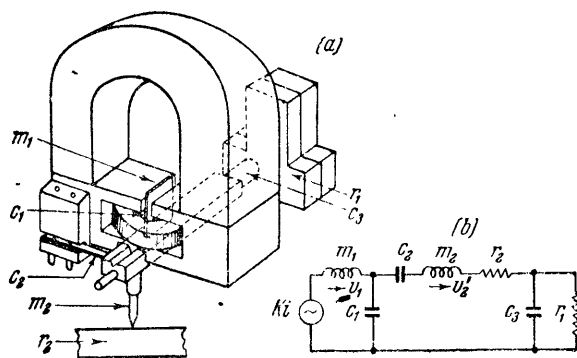


Рис. 154.

системы. Пружина c_2 обеспечивает возвращающую упругую силу требуемой величины. Ось подвижной системы входит в вискоидный демпфер с активным сопротивлением r_1 . Гибкость c_1 характеризует упругость якоря на изгиб, гибкость c_3 — упругость оси на скручивание; активное сопротивление r_2 относится к звуконосителю, на котором нарезается фонограмма. Якорь охватывается катушкой, несущей переменный ток звуковой частоты.

На рис. 154, *b* изображена схема электрического аналога системы, где все параметры приведены к точке приложения

силы, т. е. к концу якоря. Скорость v_1 точки приложения силы и приведённая скорость v'_2 реза связаны соотношением

$$\frac{v_1 - v'_2}{v'_2} = \frac{z_2 + z_3}{z'_2},$$

откуда

$$\frac{v_1}{v'_2} = \frac{z'_1 + z_2 + z_3}{z'_1},$$

где

$$z'_1 = \frac{1}{j\omega c_1}, \quad z_2 = r_2 + j(\omega m_2 - \frac{1}{\omega c_2}), \quad z_3 = \frac{r_1}{1 + j\omega c_3 r_1}.$$

Полагая ещё

$$z_1 = j\omega m_1,$$

имеем для скорости якоря

$$v_1 = \frac{Ki}{z_1 + \frac{z'_1(z_2 + z_3)}{z'_1 + z_2 + z_3}}, \quad (9.3)$$

где i — ток через катушку, K — коэффициент электромеханической связи. Скорость реза есть

$$v_2 = n v'_2 = n v_1 \frac{z'_1}{z'_1 + z_2 + z_3},$$

где n — отношение плеча нагрузки к плечу силы (коэффициент механической трансформации). Подставляя сюда значение v_1 из (9.3), находим:

$$v_2 = \frac{nKi}{z_1 + (z_2 + z_3) \left(1 + \frac{z_1}{z'_1}\right)}. \quad (9.4)$$

Соотношение (9.4) позволяет вычислить характеристику чувствительности рекордера

$$E = \frac{v_2}{U} = \frac{nK}{Z \left[z_1 + (z_2 + z_3) \left(1 + \frac{z_1}{z'_1}\right) \right]}; \quad (9.5)$$

здесь Z — входное электрическое сопротивление рекордера, U — приложенное напряжение. Аналитическое исследование

этого результата требует довольно громоздких вычислений, которых мы приводить не будем; заметим лишь, что при

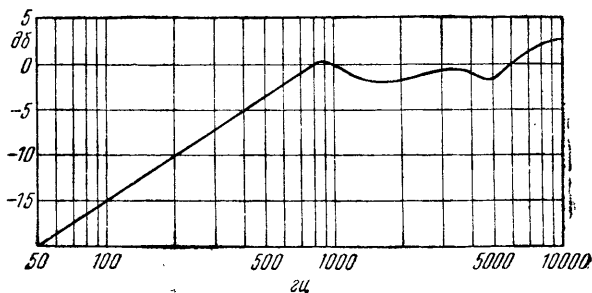


Рис. 155.

надлежащем выборе параметров системы можно получить частотную характеристику желаемого вида, как это видно из экспериментально снятой кривой (рис. 155).

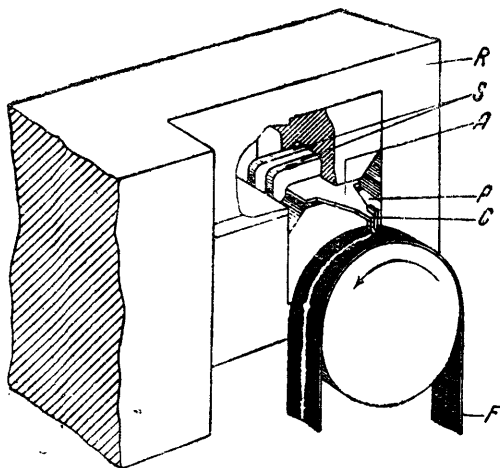


Рис. 156а.

В качестве второго примера на рис. 156а изображён схематически электромагнитный рекордер для записи по системе Филипс-Миллера (см. § 66). Здесь *R* — латунная

обойма, S —рабочие катушки, A —якорь, P —один из полюсных наконечников, C —резец. Электромагнитный механизм представляет собой двойную дифференциальную систему. Частотные характеристики рекордера, определяющие смещение резца, представлены на рис. 156b (кривая A снята в ненагруженном состоянии, когда резец свободен, кри-

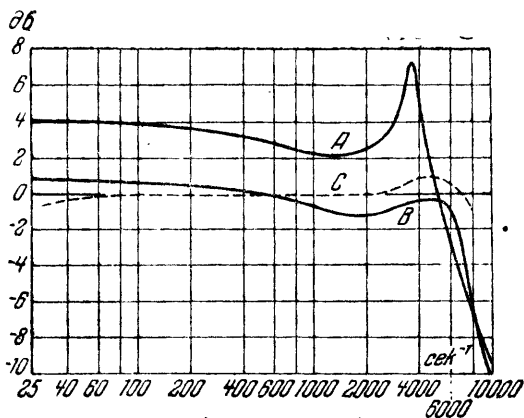


Рис. 156b.

вля B — в режиме парезания фонограммы, кривая C — с коррекцией в усилителе).

§ 69. Электромагнитный звуко сниматель. Для электрического воспроизведения звука с граммофонных пластинок служат электроакустические приборы, называемые звуко снимателями. Мы рассмотрим здесь работу звуко снимателя *электромагнитного* типа; пьезоэлектрические звуко сниматели будут описаны в § 85.

Устройство звуко снимателя показано на рис. 157; игла, колеблющаяся при следовании за звуковой бороздкой, приводит в колебательное движение якорь, конец которого находится между полюсными наконечниками дифференциальной магнитной системы. В среднем положении магнитный поток, создаваемый постоянным магнитом, не проходит вдоль якоря; при смещении якоря в одну или другую сторону через якорь проходит магнитный поток того или другого направления. Когда якорь колеблется, то он произвы-

вляется переменным магнитным потоком, вследствие чего в охватывающей якорь неподвижной катушке индуцируется переменная эдс, пропорциональная скорости движения якоря. Эта эдс усиливается ламповым усилителем.

Механическая часть звукоснимателя изображена на рис. 158, *a* в виде совокупности механических элементов; c_0 есть гибкость иглы, m — масса якоря, отнесённая к верхнему плечу рычажного механизма, r , c — активное сопротивление и гибкость резиновых демпферов в зазоре между якорем и полюсными наконечниками, M — масса самого звукоснимателя, с подвижностью которого нельзя не считаться в области низких частот. Через v_0 обозначена скорость, сообщаемая концу иглы, через v — колебательная скорость якоря относительно полюсных наконечников (т. е. относительно массы M); именно эта скорость и определяет

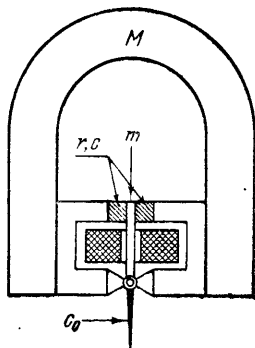


Рис. 157.

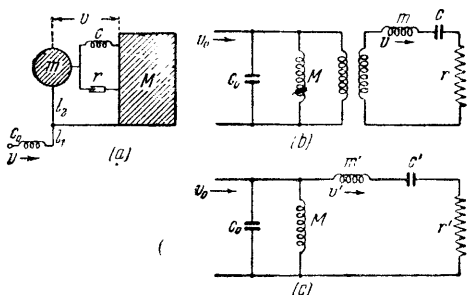


Рис. 158.

величину индуцируемой эдс. На рис. 158, *b* дана схема электрического аналога системы; заметим, что скорость v отсчитывается в неинерциальной системе*), связанной с магни-

*) Стоит отметить, что схема рис. 158, *b* верна лишь при условии, что $m \ll M$; это условие практически всегда удовлетворяется.

том. На рис. 158, *c* дана приведённая схема, в которой

$$m' = n^2 m, \quad c' = \frac{c}{n^2},$$

$$r' = n^2 r, \quad v' = \frac{v}{n},$$

$$n = \frac{l_2}{l_1}.$$

Чувствительность звукоприёмника характеризуется отношением развиваемого им напряжения U к скорости конца иглы v_0 :

$$E = \frac{U}{v_0} = \frac{U}{v} \cdot \frac{v}{v_0} = K \frac{v}{v_0} = nK \frac{v'}{v_0}, \quad (9.6)$$

где в соответствии с определением (5.4)

$$K = \frac{U}{v}$$

есть коэффициент электромеханической связи. Для того чтобы исследовать частотную характеристику чувствительности, достаточно знать отношение $\frac{v'}{v_0}$, которое может быть вычислено из схемы рис. 158, *c*.

Расчёт очень упрощается, если рассматривать отдельно области низких и высоких частот. В области низких частот можно считать иглу абсолютно твёрдой, т. е. не принимать во внимание параллельной гибкости c_0 (рис. 159, *a*). Из этой упрощённой схемы имеем для низких частот

$$\frac{v_0 - v'}{v'} = \frac{1}{j\omega M} \left[r' + j \left(\omega m' - \frac{1}{\omega c'} \right) \right],$$

откуда

$$\frac{v'}{v_0} = \frac{1}{1 + \frac{m'}{M} - \frac{1}{\omega^2 M c'} - j \frac{r'}{\omega M}}. \quad (9.7a)$$

Условие

$$1 + \frac{m'}{M} - \frac{1}{\omega^2 M c'} = 0$$

определяет частоту ω_1 максимальной чувствительности в области низких частот:

$$\omega_1^2 = \frac{1}{M c' \left(1 + \frac{m'}{M} \right)} = \frac{1}{m' c' \left(1 + \frac{M}{m'} \right)} = \frac{\omega_0^2}{1 + \mu}, \quad (9.8)$$

где

$$\omega_0^2 = \frac{1}{m'c'} = \frac{1}{mc}$$

есть собственная частота подвижной системы звукоснимателя, а

$$\mu = \frac{M}{m'}. \quad (9.9)$$

Положим далее

$$\frac{r'}{\omega M} = \frac{r'}{\omega m'} \cdot \frac{m'}{M} = \frac{2\delta}{\mu\omega},$$

где

$$\delta = \frac{r'}{2m'} = \frac{r}{2m}$$

есть показатель затухания собственных колебаний подвижной системы. Теперь можно переписать (9.7a) в виде

$$\begin{aligned} \frac{v'}{v_0} &= \frac{1}{1 + \frac{1}{\mu} - \frac{\omega_0^2}{\mu\omega^2} - j \frac{2\delta}{\mu\omega}} = \\ &= \frac{\mu}{\omega_0^2 \left(\frac{1}{\omega_1^2} - \frac{1}{\omega^2} \right) - j \frac{2\delta}{\omega}}. \quad (9.7b) \end{aligned}$$

При $\omega = \omega_1$ отношение $\frac{v'}{v_0}$ (а, значит, и чувствительность) максимально, причём, как видно из (9.7b),

$$\begin{aligned} \left| \frac{v'}{v_0} \right|_{\text{макс}} &= \frac{\mu\omega_1}{2\delta} = \frac{\mu\omega_0}{2\delta \sqrt{1 + \mu}} = \\ &= \frac{1}{\rho} \frac{\mu}{\sqrt{1 + \mu}}, \quad (9.7c) \end{aligned}$$

где

$$\rho = \frac{r'}{\sqrt{\frac{m'}{c'}}}.$$

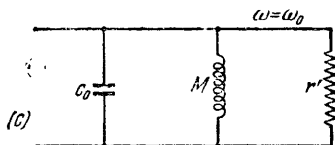
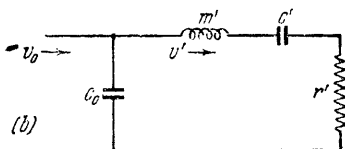
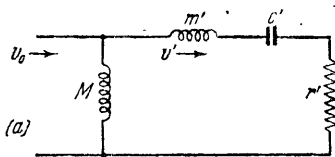


Рис. 159.

В области высоких частот можно не считаться с подвижностью звукоснимателя в целом и, следовательно, исключить из схемы аналога индуктивность M , как это сделано на

рис. 159, *b*. Из этой упрощённой схемы имеем

$$\frac{v_0 - v'}{v'} = j\omega c_0 \left[r' + j \left(\omega m' - \frac{1}{\omega c'} \right) \right],$$

откуда

$$\frac{v'}{v_0} = \frac{1}{1 - \omega^2 m' c_0 + \frac{c_0}{c'} + j\omega r' c_0}. \quad (9.10a)$$

Максимум чувствительности в области высоких частот определяется условием

$$1 + \frac{c_0}{c_1} - \omega^2 m' c_0 = 0,$$

которое даёт для частоты максимума выражение

$$\omega_2^2 = \frac{1}{m' c_0} \left(1 + \frac{c_0}{c'} \right) = \frac{1}{m' c'} \left(1 + \frac{c'}{c_0} \right) = \omega_0^2 (1 + \nu), \quad (9.11)$$

где

$$\nu = \frac{c'}{c_0}. \quad (9.12)$$

Так как

$$\omega r' c_0 = \omega \frac{r'}{\sqrt{\frac{m'}{c'}}} \sqrt{m' c'} \cdot \frac{c_0}{c'} = \frac{\omega}{\omega_0} \cdot \frac{\rho}{\nu},$$

то (9.10a) можно переписать в виде

$$\frac{v'}{v_0} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\nu} - \frac{1}{\nu} \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j \frac{\rho}{\nu} \frac{\omega}{\omega_0}} = \frac{\nu}{\frac{\omega_2^2 - \omega^2}{\omega_0^2} + j \rho \frac{\omega}{\omega_0}}. \quad (9.10b)$$

При $\omega = \omega_2$ отношение $\frac{v'}{v_0}$ и чувствительность проходят через максимум, причём

$$\left| \frac{v'}{v_0} \right|_{\text{макс}} = \frac{\nu \omega_0}{\rho \omega_2} = \frac{1}{\rho} \frac{\nu}{\sqrt{1 + \nu}}. \quad (9.13)$$

Характеристика чувствительности, вычисленная из схемы электрического аналога звукоснимателя, должна, таким образом, обнаруживать два пика: один в области низких (ω_1), другой — в области высоких (ω_2) частот, как это показано на рис. 160, *a*. На частоте резонанса подвижной системы ω_0 подъёма нет, поскольку система работает в режиме постоянства приложенной скорости, а не силы.

Частоты ω_1 и ω_2 определяют по существу дела границы полосы частот, воспроизводимых звукоснимателем; из (9.8)

и (9.11) видно, что

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \sqrt{(1 + \mu)(1 + \nu)}. \quad (9.14)$$

Мы видим, таким образом, что для получения достаточно широкой полосы нужно, чтобы удовлетворялись условия

$$M \gg m', \quad c' \gg c_0.$$

Наряду с характеристикой чувствительности существенно важное значение имеет и характеристика механического сопротивления звукоснимателя, приведённого к концу иглы. Действительно, сила, действующая на стенку бороздки при воспроизведении пластинки, есть

$$F = v_0 z,$$

где z — сопротивление звукоснимателя. Это последнее и определяет *износ* пластинки при проигрывании.

Подсчитаем сопротивление z как входное сопротивление схемы аналога (рис. 158, с). Рассматривая по отдельности область низких и область высоких частот, будем пользоваться упрощёнными схемами (рис. 159, а, б).

Для низких частот имеем (рис. 159, а):

$$z = \frac{j\omega M \left[r' + j \left(\omega m' - \frac{1}{\omega c'} \right) \right]}{r' + j \left[\omega (M + m') - \frac{1}{\omega c'} \right]};$$

после несложных преобразований это выражение приводится к виду

$$z = \frac{M}{c'} \cdot \frac{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j\rho \frac{\omega}{\omega_0}}{r' + j \frac{\omega}{c'} \left(\frac{1}{\omega_1^2} - \frac{1}{\omega^2} \right)}. \quad (9.15)$$

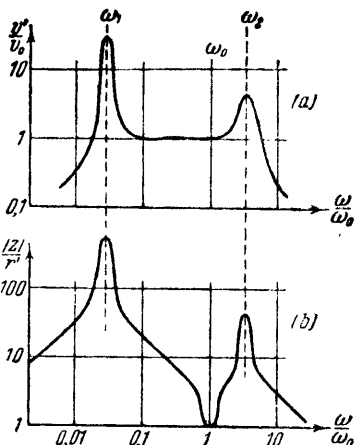


Рис. 160.

Очевидно, что сопротивление z максимально на частоте $\omega = \omega_1$, имея при этом величину

$$z_{\text{макс}} = \frac{M}{r'c'} \left(1 - \frac{1}{1-\mu} + j \frac{\rho}{\sqrt{1+\mu}} \right),$$

откуда после некоторых преобразований получается

$$\frac{z_{\text{макс}}}{r'} = \frac{1}{\rho^2} \left(\frac{\mu^2}{1+\mu} + j\rho \frac{\mu}{\sqrt{1+\mu}} \right).$$

Вычисление модуля этого выражения приводит к результату:

$$\frac{|z_{\text{макс}}|}{r'} = \frac{\mu}{\rho \sqrt{1+\mu}} \sqrt{1 + \frac{1}{\rho^2} \frac{\mu^2}{1+\mu}}. \quad (9.16a)$$

Сопоставляя этот результат с (9,7с), имеем:

$$\frac{|z_{\text{макс}}|}{r'} = \left| \frac{v'}{v_0} \right|_{\text{макс}} \cdot \sqrt{1 + \left| \frac{v'}{v_0} \right|_{\text{макс}}}. \quad (9.16b)$$

Отсюда следует, что максимальное значение сопротивления в области низких частот определяется максимальной чувствительностью звукоснимателя в этой области.

Для области высоких частот имеем из схемы рис. 159, *b*

$$z = \frac{1}{j\omega c_0} \cdot \frac{r' + j \left(\omega m' - \frac{1}{\omega c'} \right)}{r' + j \left[\omega m' - \frac{1}{\omega} \left(\frac{1}{c'} + \frac{1}{c_0} \right) \right]}$$

или после некоторых преобразований:

$$z = v \frac{r' + j\omega m' \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right)}{\frac{\omega_2^2 - \omega^2}{\omega_0^2} + j\rho \frac{\omega}{\omega_0}}. \quad (9.17)$$

Сопротивление проходит в области высоких частот через максимум при частоте $\omega = \omega_2$, причём

$$z_{\text{макс}} = v \frac{r' + j\omega_2 m' \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega_2^2} \right)}{j\rho \frac{\omega_2}{\omega_0}},$$

откуда можно получить формулу, аналогичную (9.16a),

$$\frac{|z_{\text{макс}}|}{r'} = \frac{\nu}{\rho \sqrt{1+\nu}} \sqrt{1 + \frac{1}{\rho^2} \frac{\nu^2}{1+\nu}}. \quad (9.18)$$

Сравнение с (9.13) приводит опять-таки к выражению (9.16b).

Механическое сопротивление звукоснимателя минимально на собственной частоте подвижной системы ($\omega = \omega_0$). Схема аналога для этой частоты дана на рис. 159, с, из которого нетрудно получить формулу

$$\frac{|z_{\text{мин}}|}{r'} = \frac{1}{\sqrt{1 + \rho^2 \left(\frac{1}{\nu} - \frac{1}{\mu}\right)^2}} \cong 1. \quad (9.19)$$

Частотная характеристика сопротивления $|z|$ дана на рис. 160, b; как видим, оно особенно велико в области низких частот.

Для оценки степени точности изложенных здесь расчётов на рис. 161 приводятся экспериментально снятые характеристики чувствительности и сопротивления электромагнитного звукоснимателя. Сравнение с теоретическими характеристиками (рис. 160) показывает, что основные факторы, определяющие поведение системы, учтены совершенно правильно. Масштаб ординат кривых рис. 161 позволяет судить и о порядке величин чувствительности и сопротивления электромагнитных звукоснимателей.

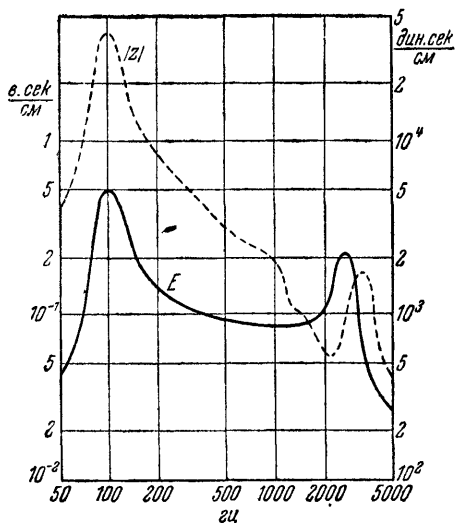


Рис. 161.

§ 70. Механический звуко сниматель. Упрощённая схема устройства механического звуко снимателя с обозначением сосредоточенных параметров механико-акустической системы дана на рис. 162.

Игла, масса которой достаточно мала по сравнению с массой рычага, не является абсолютно жёсткой; при воспроизведении высоких частот она претерпевает деформацию изгиба, поэтому и может рассматриваться как некоторая сосредоточенная гибкость c_0^*). Рычаг, передающий движение иглы диафрагме, действует как механический трансформатор

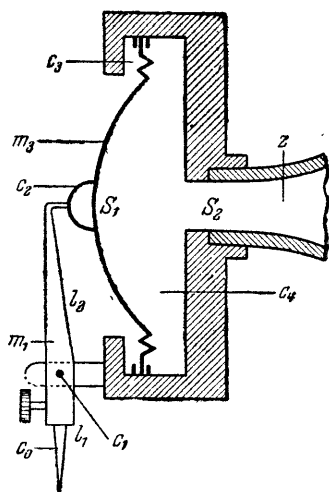


Рис. 162.

с коэффициентом $n_1 = \frac{l_2}{l_1}$; массу рычага мы сосредоточили на верхнем конце, причём $m_1 = \frac{I}{l_2^2}$ (I — момент инерции рычага). Ось вращения рычага может при колебаниях скручиваться; поэтому она представлена гибкостью c_1 . Верхнее плечо рычага связано с диафрагмой через посредство упруго деформируемых лапок (так называемый «паучок»); гибкость этой связи обозначена через c_2 . Металлическая диафрагма с жёсткой (поршневой) средней частью и с податливой гофрировкой по краю характеризуется параметрами m_2, c_3 . Диафрагма нагружена на рупор, входное сопротивление

которого обозначено через z ; камера ведёт себя как трансформатор с коэффициентом $n_2 = \frac{S_1}{S_2}$. Гибкость воздушного объёма камеры, отнесённая к первичной стороне трансформатора, есть $c_4 = \frac{V}{\gamma P_0 S_1^2}$.

*) Экспериментальное определение гибкости граммофонных игл дало следующие результаты (по Клюге): «тихая» игла (pp) — $c_0 = 1,43 \cdot 10^{-7}$ см/дин; «средняя» (m) — $c_0 = 3,56 \cdot 10^{-8}$ см/дин; «громкая» (f) — $c_0 = 6 \cdot 10^{-9}$ см/дин.

На рис. 163, *a* представлена схема электрического аналога системы; на рис. 163, *b* — приведённая схема с параметрами

$$\begin{aligned} m'_1 &= n_1^2 m_1, & m'_3 &= n_1^2 m_3, \\ c'_1 &= \frac{c_1}{n_1^2}, & c'_2 &= \frac{c_2}{n_1^2}, & c'_3 &= \frac{c_3}{n_1^2}, & c'_4 &= \frac{c_4}{n_1^2}, & (9.20) \\ z'' &= n_1^2 n_2^2 z. \end{aligned}$$

Если шунтирующую гибкость c'_2 заместить двумя параллельными элементами $\frac{1}{2} c'_2$, как это сделано на рис. 163, *c*, то становится очевидным, что схему можно превратить в полосный фильтр, состоящий из двух Π -звеньев. Для этого параметры схемы должны быть подчинены условиям

$$\begin{aligned} m'_1 &= m'_3 = m, \\ c'_1 &= c'_3 = c, \\ c'_1 &= \frac{1}{2} c'_2 = c_0, \end{aligned}$$

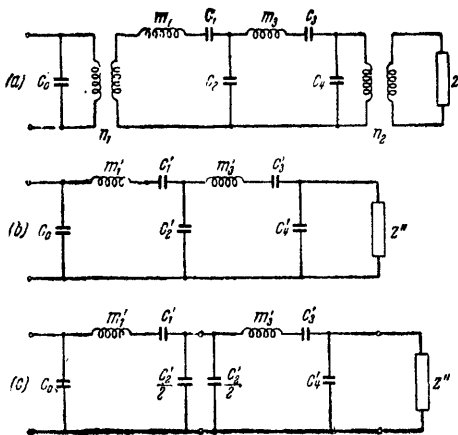


Рис. 163.

сопротивление же z'' должно соответствовать характеристическому сопротивлению Π -звена (рис. 20) с элементами

$$z_1 = j \left(\omega m - \frac{1}{\omega c} \right), \quad 2z_2 = \frac{1}{j\omega c_0}.$$

Границы полосы пропускания определяются по формулам (1.59):

$$\left. \begin{aligned} \omega_1 m - \frac{1}{\omega_1 c} &= 0, & \omega_1 &= \frac{1}{\sqrt{mc}}, \\ \frac{2}{\omega_2^2 m c_0 - \frac{c_0}{c}} &= 1, & \omega_2 &= \frac{1}{\sqrt{m}} \sqrt{\frac{1}{c} + \frac{2}{c_0}} = \\ & & &= \omega_1 \sqrt{1 + \frac{2c}{c_0}}. \end{aligned} \right\} (9.21)$$

Характеристическое сопротивление, согласно (1.62b), есть

$$z_x = \frac{1}{j\omega c \sqrt{1 - \frac{2}{\omega^2 m c_0 - \frac{c_0}{c}}}} = \frac{1}{\omega c_0} \sqrt{\frac{\omega^2 - \omega_1^2}{\omega_2^2 - \omega_1^2}}. \quad (9.22)$$

На рис. 164 представлена зависимость сопротивления от частоты (при вычислении было принято $\omega_1 = 2\pi \cdot 100 \text{ сек}^{-1}$, $\omega_2 = 2\pi \cdot 5000 \text{ сек}^{-1}$, $c_0 = 3 \cdot 10^{-9} \text{ см/дин}$).

Нельзя, однако, упускать из виду того обстоятельства, что входное сопротивление граммофонного рупора при малом

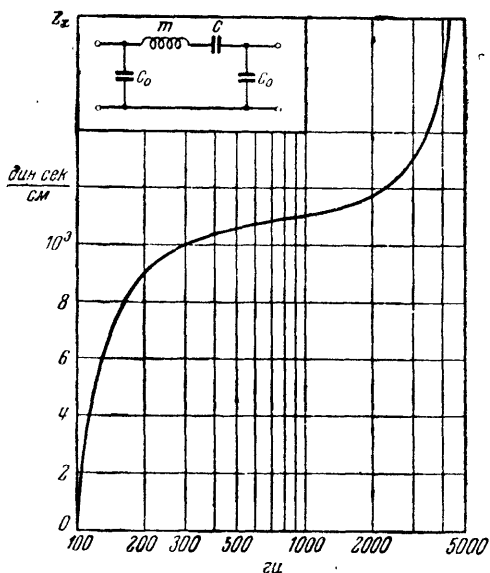


Рис. 164.

его габарите не может быть уподоблено характеристическому сопротивлению, изображённому на рис. 164, особенно в области низких и высоких частот. Рис. 165, на котором представлены вычисленные характеристики безразмерных коэффициентов активной (сплошная кривая) и реактивной (пунктирная кривая) компонент входного сопротивления

типичного граммофонного рупора, показывает, насколько значительным является несоответствие между реальной и идеальной (характеристической) нагрузками звукоснимателя.

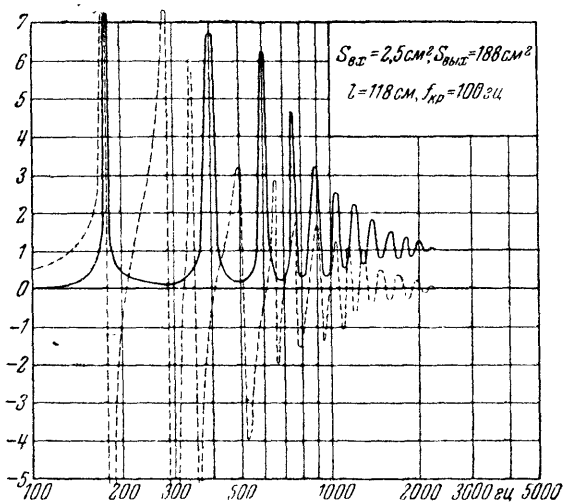


Рис. 165.

Этим несоответствием и объясняется тот факт, что механическое звуковоспроизведение не отличается высоким качеством.

§ 71. Световые модуляторы для оптической звукозаписи. Модуляторы света, применяемые в технике звукового кино для получения фотографической звукозаписи на светочувствительном слое киноплёнки, осуществлялись в самых разнообразных формах в зависимости от выбора типа фонограммы. Фонограмма по способу *переменной плотности* получается в том случае, когда освещённость светового штриха, проектируемого на движущуюся плёнку посредством оптического устройства, меняется во времени в соответствии с записываемыми звуковыми колебаниями. После проявления фонограмма имеет вид узкой полоски, фотографическая плотность которой меняется вдоль фонограммы. Для звуко-

записи по способу переменной плотности применялись электрооптические модуляторы. Одним из примеров является *лампа тлеющего разряда* — газосветная трубка с тем или иным наполнением, яркость свечения которой в известных пределах пропорциональна силе разрядного тока. В качестве второго примера можно указать на *модуляторный конденсатор* Керра, действие которого основано на использовании явления двойного лучепреломления нитробензола в электрическом поле (так называемый эффект Керра).

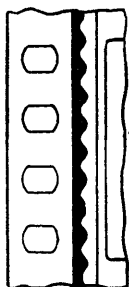


Рис. 166.

В настоящее время фотографическая звукозапись ведётся, главным образом, по способу *переменной ширины*, в котором со звуковой частотой меняется не освещённость, но ширина пишущего светового штриха. После проявления фонограмма имеет вид дорожки, прозрачная часть которой отделена от непрозрачной части границей, отображающей форму записанных звуковых колебаний (рис. 166). Для

оптической записи по способу переменной ширины были разработаны разнообразные конструкции световых модуляторов, представляющих собой *струнные* или *зеркальные осциллографы*. Один из современных типов изображён схематически на рис. 167; это — электромагнитный зеркальный осциллограф, преобразующий переменный ток звуковой частоты в механические колебания зеркала, отражающего на плёнку световой поток, излучаемый лампой накаливания.

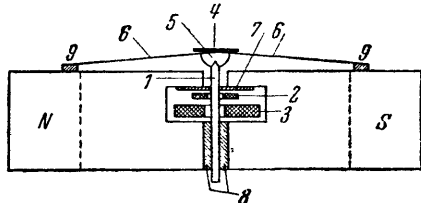


Рис. 167.

Устройство и работа электромагнитного осциллографа поясняются схемой рис. 167. Якорь 1, один конец которого зажат между прокладками 8 из немагнитного материала, а другой расположен между полюсными наконечниками яма, охватывается катушкой 2, несущей переменный ток звуковой частоты. Свободный конец якоря, застрённый в форме лезвия ножа, упирается в полуцилиндрическую деталь 5, на

которой укреплено зеркальце 4. Полуцилиндр прижимается к якорю лентой 6 из фосфористой бронзы; концы ленты закреплены на раздвижных опорах 9, дающих возможность регулировать натяжение ленты. Резиновый демпфер 7 обеспечивает активное механическое сопротивление требуемой величины. С двух сторон к ярму примыкают постоянные магниты *N, S*, создающие постоянный поток.

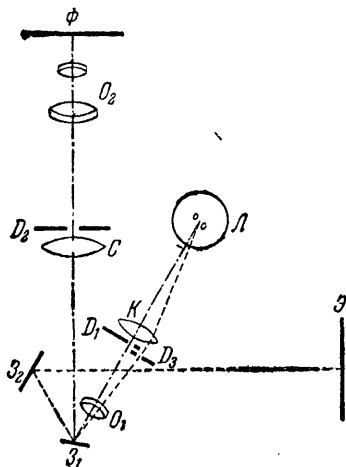


Рис. 168.

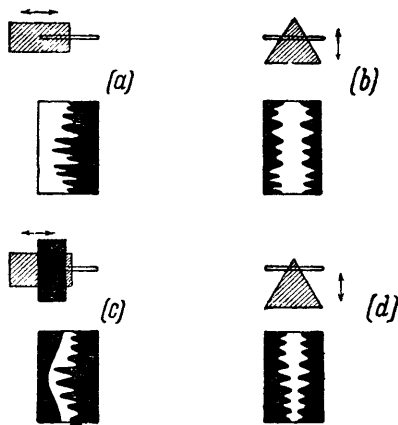


Рис. 169.

При смещении конца якоря на величину x полуцилиндрическая опора, а вместе с ней и зеркальце поворачиваются на угол $\varphi = \frac{x}{a}$, где a —радиус цилиндра; таким образом поперечные колебания якоря преобразуются в угловые колебания зеркальца.

На рис. 168 изображена оптика звукозаписывающего аппарата с зеркальным осциллографом. Свет от лампы *L*, собираемый конденсором *K*, освещает диафрагму D_1 с вырезом прямоугольной формы. Ахроматическая система O_1 даёт изображение освещённой диафрагмы D_1 в плоскости второй диафрагмы D_2 , причём лучи, дающие это изображение, отражаются от зеркальца осциллографа Z_1 . Диафрагма D_2 имеет вырез в форме узкой щели, длина которой пер-

пендикулярна к направлению движения плёнки Φ . В верхней части рис. 169, *a* изображена щель в диафрагме D_2 с наложенным на неё световым прямоугольником (заштрихованным на схеме). В отсутствии токов звуковой частоты световой прямоугольник (т. е. оптическое изображение освещённого отверстия диафрагмы D_1) покрывает ровно половину щели D_2 ; при колебаниях зеркальца осциллографа световой прямоугольник перемещается параллельно длине щели. Линза C (рис. 168) даёт изображение зеркальца в плоскости входного отверстия микробъектива O_2 , отображающего на плёнке Φ освещённую щель D_2 в виде яркого тонкого (около 20 μ) штриха, длина которого (перпендикулярная к направлению движения плёнки) меняется в ритме записываемых звуковых колебаний. После проявления и копировки фонограмма имеет вид, показанный в нижней части рис. 169, *a*.

Простым способом усовершенствования описанной схемы является изменение формы выреза в диафрагме D_1 — замена прямоугольного отверстия отверстием в форме равнобедренного треугольника. Положение светового треугольника на диафрагме со щелью D_2 и направление его движения при колебаниях зеркальца осциллографа показаны в верхней части рис. 169, *b*. В отсутствии модуляции световой треугольник покрывает щель таким образом, что границы освещённой части отстоят от концов щели на расстоянии, равном четверти её длины; при колебаниях светового треугольника в направлении, перпендикулярном к длине щели, на плёнке записываются две симметричные фонограммы, как это показано в нижней части рис. 169, *b*. Очевидно, что применение двойной симметричной записи эквивалентно увеличению чувствительности осциллографа: для достижения полной глубины модуляции требуется меньшая амплитуда колебаний зеркальца.

Дальнейшее развитие этой идеи приводит к применению диафрагм с вырезом пилообразной формы (рис. 170); это соответствует увеличению числа световых треугольников, причём получается так называемая многорожковая запись.

Возвращаясь ещё раз к оптической схеме рис. 168, заметим, что дополнительная диафрагма D_3 отображается оптической системой O_1 и неподвижным зеркалом Z_2 в пло-

скости экрана Э, предназначенного для визуального наблюдения за глубиной модуляции в процессе записи.

Необходимо, далее, указать на мероприятия по обесшумливанию оптической фонограммы. Дело в том, что при прохождении света через прозрачную часть фонограммы-позитива (в процессе звуковой кинопроекции) модуляция светового потока, падающего на фотоэлемент, происходит не только за счёт имеющейся записи, но и за счёт зернистости эмульсии и различных её неоднородностей; эта последняя «паразитная» модуляция даёт нежелательный шумовой фон, уровень которого определяется относительной площадью прозрачных частей фонограммы*). Площадь прозрачной части особенно велика при записи тихих звуков, когда шумовой фон становится очень заметным благодаря малому уровню полезного сигнала.

При односторонней записи снижение шумового фона достигается применением подвижной заслонки (рис. 169, с), загораживающей немодулированные части негатива в тем большей степени, чем меньше амплитуда записываемого сигнала. На позитиве загороженная часть получается непрозрачной, как это видно в нижней части рис. 169, с. При двойной симметричной звукозаписи световой треугольник может смещаться таким образом, что он освещает тем меньшую часть щели, чем меньше амплитуда сигнала (рис. 169, d). Смысл этих мероприятий сводится к увеличению относительной площади непрозрачной части позитива фонограммы, что уменьшает уровень шума, обусловленного паразитной модуляцией светового потока, проходящего через прозрачную часть.

В процессе бесшумной записи звука часть выходного напряжения усилителя подаётся на специальную схему, вы-

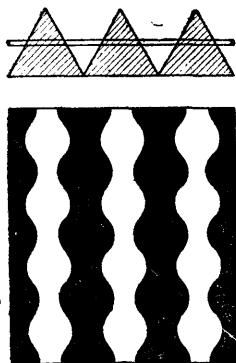


Рис. 170.

*) Понятно, что уровень шума растёт по мере износа фильма в результате появления царапин, загрязнений, следов пальцев, масляных пятен и т. п.

прямящую подводимый сигнал и дающую на выходе напряжение, пропорциональное амплитуде записываемого колебания. Это напряжение используется при односторонней записи для перемещения маскирующей заслонки. При двойной симметричной записи с использованием в качестве модулятора электромагнитного осциллографа (рис. 167) выпрямленное напряжение подаётся на специальную катушку 3, вызывая поворот зеркала на некоторый угол и соответствующее смещение светового треугольника на диафрагме со щелью. При малых амплитудах записи фонограмма записывается вершиной треугольника; когда амплитуда сигнала увеличивается, треугольник смещается так, что его основание приближается к щели, а средние линии фонограмм раздвигаются в стороны. При обесшумливании двойной симметричной записи средние линии (оси) обеих фонограмм искривляются, воспроизводя форму огибающей записываемых кривых.

Обращаясь к вопросу о выборе механических параметров световых модуляторов типа осциллографа, заметим, что так как амплитуда записи определяется смещением светового пятна, падающего на щель, то характеристика модулятора определяется частотной зависимостью амплитуды смещения подвижной системы. В идеальном случае модулятор должен представлять собой систему с частотно-независимой амплитудой смещения; в этом отношении модуляторы для оптической записи существенно отличаются от рекордеров для механической записи, от которых требуется постоянство амплитуды колебательной скорости*). Если в первом приближении рассматривать осциллограф как систему с одной степенью свободы с сосредоточенными параметрами m , r , c , то амплитуда вынужденных колебаний под действием периодической силы $F_m \sin \omega t$ определяется (см. § 1) выражением

$$x_m = \frac{v_m}{\omega} = \frac{F_m}{\omega \sqrt{r^2 + \left(\omega m - \frac{1}{\omega c}\right)^2}} = \frac{F_m}{\sqrt{(\omega r)^2 + \frac{1}{c^2} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2}}, \quad (9.23)$$

*) Это, очевидно, не относится к рекордеру системы Филипп-Миллера, который, как и световой модулятор, должен обеспечивать постоянство смещения.

где

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{mc}}$$

есть собственная частота системы. В области низких частот $\omega rc \ll 1$ и

$$x_m = x_{m1} \cong F_m c,$$

т. е. система управляется упругостью. На частоте резонанса ($\omega = \omega_0$)

$$x_m = x_{m0} = \frac{F_m c}{r} \sqrt{\frac{m}{c}},$$

откуда

$$\frac{x_{m0}}{x_{m1}} = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{m}{c}}. \quad (9.24)$$

Этот результат показывает, что для реализации осциллографа с удовлетворительной частотной характеристикой необходимо применять системы с высокой собственной частотой, лежащей на верхней границе рабочего диапазона, и подбирать активное сопротивление демпфера таким образом, чтобы подъём на частоте резонанса не превышал допустимой величины.

§ 72. Воспроизведение оптической фонограммы. Оптическая фонограмма любого типа (переменной плотности или

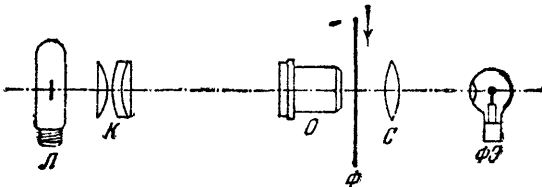


Рис. 171.

ширины) воспроизводится одним и тем же способом — просвечиванием звуковой дорожки на непрерывно движущемся фильме «читающим» световым штрихом. На рис. 171 показана схема воспроизводящей оптики кинопроектора «КЗС-22». Свет от лампы накаливания (12 в, 30 вт) собирается конденсором K , имеющим на одной из своих поверхностей зачернение с узкой щелью; уменьшенное оптическое изображение этой щели отбрасывается микрообъективом O на

фильм Φ в форме яркого тонкого ($\sim 20 \mu$) штриха, длина которого равна ширине звуковой дорожки. После прохождения через фонограмму свет собирается конденсором C на фотоэлементе $\Phi Э$. При просвечивании фонограммы, записанной по способу переменной плотности, световой поток модулируется за счёт различного поглощения в участках с различной плотностью; при воспроизведении фонограммы переменной ширины модуляция происходит за счёт экранирования света непрозрачной частью звуковой дорожки. В обоих случаях на фотоэлемент падает переменный поток, модуляция которого воспроизводит форму записанных звуковых колебаний.

Фототоки звуковой частоты создают на сетке лампы фотокаскада переменное напряжение, подаваемое затем на вход усилителя. Выход усилителя подаётся на громкоговорящие устройства.

Таким же точно образом происходит оптическое воспроизведение механической записи на плёнке по системе Филипс-Миллера.

§ 73. Магнитная запись звука. Как уже упоминалось в § 66, в процессе магнитной записи звуконоситель, сделанный из магнитного материала, проходя мимо полюсов записывающей головки, получает переменное (по длине) остаточное намагничение, изменение которого отображает ход записываемого акустического процесса. Характер простейшего рабочего цикла, применявшегося уже в первых моделях звукозаписывающих аппаратов, поясняется диаграммой рис. 172. До подхода к записывающей головке звуконоситель проходит мимо так называемой *стирающей* головки, питаемой постоянным током; при этом звуконоситель намагничивается до насыщения (точка S на рис. 172) и ранее сделанная запись «стирается». По выходе из поля стирающей головки звуконоситель сохраняет некоторое остаточное намагничение; величина остаточной индукции зависит как от свойств звуконосителя, так и от напряжённости размагничивающего поля рассеяния. В обмотке записывающей головки течёт, наряду с переменным током звуковой частоты, ещё и постоянный ток, сила которого подбирается с таким расчётом, чтобы привести материал звуконосителя в рабочую точку P на нисходящей части кривой гистерезиса. Переменное

поле записывающей головки меняет намагничивающее поле H между пределами, соответствующими точкам P' и P'' . После выхода из поля записывающей головки остаточная

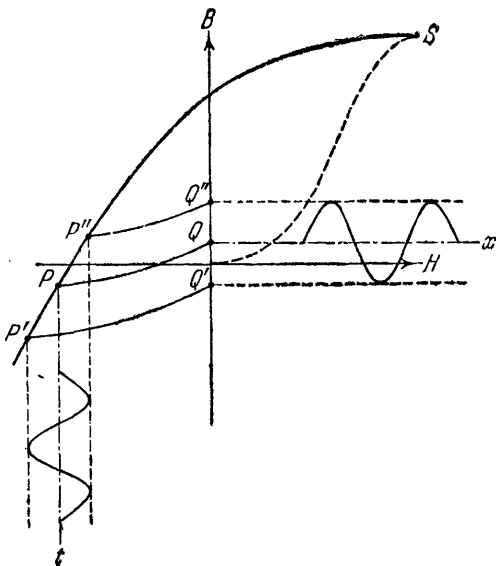


Рис. 172.

индукция B звуконосителя определяется точками пересечения кривых возврата $P'Q'$, PQ , $P''Q''$ с осью ординат. Таким образом изменение поля тока в записывающей головке фиксируется в виде соответствующего изменения остаточной индукции звуконосителя.

Действие записывающей головки показано на рис. 173. При подходе к головке звуконоситель подвергается сначала действию потока рассеяния Φ_1 , а затем попадает в зону главного потока Φ , постоянная слагающая которого определяет рабочую точку P , а переменная составляющая производит

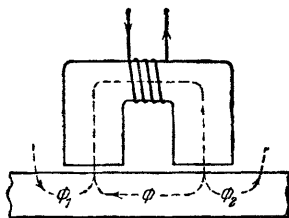


Рис. 173.

запись. Поток рассеяния Φ_2 на сбегавшей стороне, будучи направлен противоположно главному потоку, оказывает вредное действие, несколько ослабляя намагничение, созданное рабочим потоком.

Сказанное относится к случаю *продольного* намагничения в *двухполюсной* головке; о продольном намагничении мы говорим в силу того обстоятельства, что рабочий поток направлен вдоль звуконосителя. Продольное намагничение может производиться и посредством *однополюсной* головки;

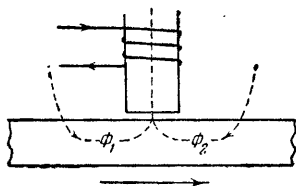


Рис. 174.

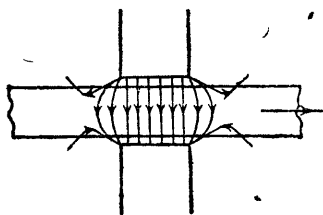


Рис. 175.

запись производится потоком Φ_2 (рис. 174). Если звуконоситель имеет прямоугольное поперечное сечение (лента), то возможно и *поперечное* намагничение, схема которого показана на рис. 175; однако поперечное намагничение применяется значительно реже, чем продольное, вследствие значительной роли потоков рассеяния в звуконосителе.

Сравнительно недавно был предложен и в настоящее время широко применяется другой процесс записи, связанный с применением ультразвуковой частоты для стирания и для обеспечения наивыгоднейшего режима записи (так называемое *ультразвуковое смещение*). Предварительная обработка звуконосителя производится в этом случае стирающей головкой, питаемой током ультразвуковой частоты (от 15 до 40 тысяч *Гц*); по выходе из стирающей головки материал звуконосителя подвергается в поле рассеяния действию быстропеременного перемагничивания с постепенно уменьшающейся амплитудой, что связано с ослаблением поля рассеяния по мере удаления от стирающей головки. Таким образом при подходе к записывающей головке материал звуконосителя оказывается совершенно *размагниченым*; процесс, происхо-

дящий в записывающей головке, определяется, следовательно, кривыми начального намагничивания (рис. 176). Представим себе теперь, что через обмотку записывающей головки пропускается ток ультразвуковой частоты (без наложения звукового тока); если поле ультразвуковой частоты не выходит за пределы начальной области PP' с очень малой проницаемостью, то звуконоситель покидает поле практически ненамагниченным (нужно учесть ещё и то обстоятельство, что для ультразвуковых частот эффект саморазмагничения очень значителен). Иная картина получится в том случае, когда

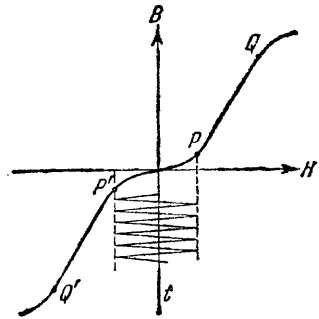


Рис. 176.

на ультразвуковой ток наложен ток $i_{зв}$ звуковой частоты. Магнитное поле записывающей головки меняется при этом

так, как показано в нижней части рис. 177; процессы в материале звуконосителя происходят в различные моменты времени, следуя «частным» циклам (a , a' , a''), примыкающим одной из своих вершин к предельному циклу AA , в котором материал доводится до насыщения. Остаточная индукция звуконосителя определяется точкой, лежащей внутри того частного цикла, который соответствует максимальному мгновенному значению суммарного поля звуковой и ультразвуковой частот, достигнутому при прохождении элемента

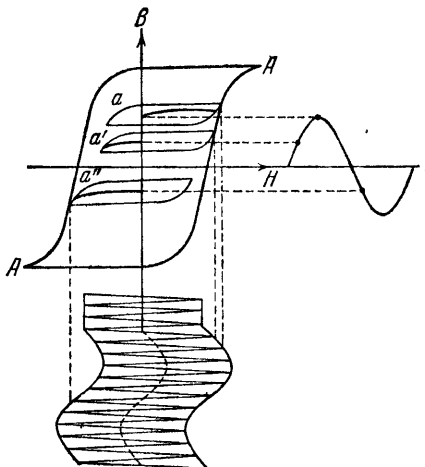


Рис. 177.

длины звуконосителя через записывающую головку. Как

видно из построения, выполненного на рис. 177, форма записанного процесса воспроизводит форму огибающей ультразвукового колебания, следовательно, — форму звукового колебания, подаваемого от микрофона.

Опыт показывает, что средние точки частных циклов (имеющих, кстати сказать, очень малую площадь) ложатся на прямую линию, проходящую через начало координат гистерезисных кривых; наклон этой прямой соответствует

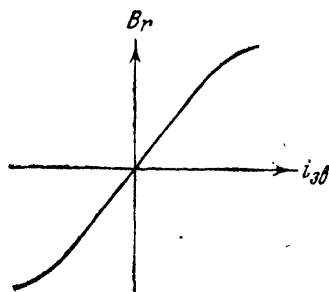


Рис. 178.

наклону прямолинейных участков PQ и $P'Q'$ кривой начального намагничения. Таким образом амплитудная характеристика записи, представляющая зависимость остаточной индукции B_r от мгновенного значения тока звуковой частоты $i_{зв}$, имеет линейную форму, показанную на рис. 178.

Преимущества, достигаемые применением ультразвуковой частоты, связаны прежде всего с улучшением амплитудной характеристики записи и, значит, с более или менее значительным снижением уровня нелинейных искажений. Есть, однако, и другое важное преимущество. Дело в том, что при воспроизведении магнитной фонограммы (как, впрочем, и любой другой фонограммы) имеется некоторый шумовой фон, обусловленный в данном случае неоднородностью магнитной структуры звуконосителя. Уровень этого шума растёт с увеличением интенсивности намагничения материала. В прежних системах магнитной записи звуконоситель в отсутствии звукового сигнала (т. е. в паузах) получает некоторое намагничение, определяемое положением рабочей точки на магнитной характеристике; поэтому уровень шума в паузах, когда этот шум особенно заметен, оказывается достаточно неприятным. При новом же методе записи звуконоситель в отсутствии звукового сигнала выходит из поля размагниченным; поэтому уровень шумового фона значительно понижается.

На рис. 179 представлена скелетная схема аппарата для магнитной записи и воспроизведения звука, разработанного

в Институте звукозаписи в Москве. Стирающая головка *С* питается от генератора высокой частоты *ГВЧ*, дающего ультразвуковой ток (130 *ма*) с частотой 40 *кГц*. Эта же частота подаётся и на записывающую головку *З*; ток ультразвукового смещения составляет 1,5 *ма*. Звуковая частота после микрофона *М* усиливается трёхкаскадным усилителем *УНЧ*, который служит и для воспроизведения сделанной записи. При воспроизведении вход усилителя переключается с микрофона

на воспроизводящую головку *В*, а к выходу присоединяется громкоговоритель *Г*.

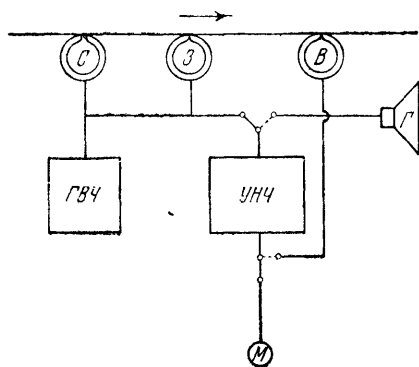


Рис. 179.

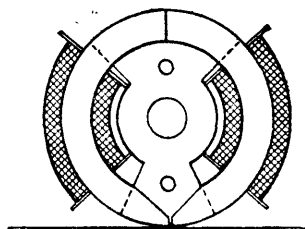


Рис. 180.

Все три головки имеют одинаковую конструкцию, изображённую на рис. 180, различаясь лишь шириной зазора между полюсными наконечниками (0,2 *мм* у стирающей головки, 0,03 *мм* у записывающей, 0,02 *мм* у воспроизводящей) и обмотками. Звуконосителем является лента (из материала типа негорючей плёнки) со слоем ферромагнитной эмульсии; скорость движения ленты — 45,6 *см/сек*, что соответствует стандартной скорости киноплёнки в записывающей и воспроизводящей аппаратуре, принятой в технике звукового кино.

§ 74. Воспроизведение магнитной записи. При рассмотрении процесса воспроизведения магнитной фонограммы необходимо прежде всего напомнить о том, что главный магнитный поток Φ , созданный в звуконосителе в процессе записи, замыкается внутри носителя и поэтому не может быть использован для воспроизведения. Однако этот главный

поток меняется по длине звуконосителя, поскольку последний получает в процессе записи *переменное* намагничение; изменения главного потока связаны, очевидно, с отвлечением потоков рассеяния Φ_s , замыкающихся через воздух вне носителя. Эти потоки и индуцируют эдс U в обмотке воспроизводящей головки, мимо которой звуконоситель движется при воспроизведении.

Если Φ есть главный поток, то, как ясно из сказанного выше, поток рассеяния Φ_s должен быть пропорционален градиенту главного потока вдоль носителя:

$$\Phi_s = k_1 \frac{d\Phi}{dx} = \frac{k_1}{v} \frac{d\Phi}{dt}; \quad (9.25)$$

здесь k_1 — некоторый коэффициент пропорциональности, а

$$v = \frac{dx}{dt}$$

— линейная скорость звуконосителя.

Воспроизводящая головка, так же как и записывающая, может быть однополюсной или двухполюсной. При воспроизведении однополюсной головкой индуцируемая в её обмотке эдс с учётом (9.25) равна

$$U = -k_2 \frac{d\Phi_s}{dt} = -\frac{k_1 k_2}{v} \frac{d^2 \Phi}{dt^2},$$

где k_2 — коэффициент пропорциональности, определяющей степень использования потока рассеяния. Если в процессе записи главный поток менялся по закону $\Phi = \Phi_m \sin \omega t$, то

$$U = \omega^2 \frac{k_1 k_2}{v} \Phi_m \sin \omega t. \quad (9.26)$$

Отсюда видно, что амплитуда индуцируемого в *однополюсной* головке напряжения растёт с квадратом частоты. При воспроизведении записи двухполюсной головкой с двумя обмотками, намотанными в противоположных направлениях *)

$$U = -k_2 \frac{d}{dt} (\Phi_{s1} - \Phi_{s2}) = -k_2 \frac{d}{dt} \Delta \Phi_s,$$

где Φ_{s1} и Φ_{s2} — потоки рассеяния через сечения, отстоящие

*) При намотке катушек в одном и том же направлении двухполюсная головка эквивалентна однополюсной, но с расширенным полюсом, что, конечно, невыгодно.

друг от друга на расстоянии δ , которое в грубом приближении равно ширине зазора. Если расстояние δ достаточно мало, то можно написать:

$$\Delta\Phi_s = \frac{d\Phi_s}{dx} \delta = \frac{\delta}{v} \frac{d\Phi_s}{dt}.$$

Подставляя это значение в предыдущую формулу, имеем с учётом (9.25):

$$U = - \frac{k_2 \delta}{v} \frac{d^2 \Phi_s}{dt^2} = - \frac{k_1 k_2 \delta}{v^2} \frac{d^3 \Phi}{dt^3}.$$

При том же, что и выше, законе изменения Φ

$$\frac{d^3 \Phi}{dt^3} = \omega^3 \Phi_m \cos \omega t$$

и, следовательно,

$$U = - \omega^3 \delta \frac{k_1 k_2}{v^2} \Phi_m \cos \omega t. \quad (9.27)$$

Отсюда явствует, что амплитуда эдс, индуцируемой в *двух-полюсной* головке, пропорциональна кубу частоты.

Не следует, однако, думать, что результирующая характеристика трактов записи и воспроизведения имеет непрерывный подъём в сторону высоких частот. Дело в том, что существует целый ряд факторов, ухудшающих передачу высоких частот. Детальный их анализ выходит за рамки настоящей книги; укажем лишь на то существенно важное обстоятельство, что если в области повышенных частот длина записываемой волны

$$\lambda_s = 2\pi \frac{v}{\omega} \quad (9.28)$$

сравнима с элементом длины звуконосителя, подвергающимся в тот или иной момент времени действию поля записывающей головки, то амплитуда индуцируемого напряжения будет гораздо меньше той, которая получается из (9.26) и (9.27). Подробнее об этом будет сказано в следующем параграфе.

Результирующая характеристика трактов записи и воспроизведения без специальной коррекции имеет подъём до частот порядка 1500—2000 *гц*, обусловленный найденными выше соотношениями, а затем спад, причины которого связаны, во-первых, с конечным протяжением элементов записи и, во-вторых, с возрастающей ролью эффекта саморазмаг-

ничивания. Таким образом для реализации удовлетворительной частотной характеристики приходится прибегать к коррекции в контурах усилителя, что осуществляется без особых трудностей.

§ 75. Искажения в процессах записи и воспроизведения.

Процессы записи и воспроизведения звука по любому из описанных выше методов сопровождаются внесением некоторых амплитудных и частотных искажений, специфичных именно для этих процессов. Детальный анализ искажений, присущих механической, оптической и магнитной звукозаписям, может быть дан только в специальных монографиях; здесь мы коснёмся вкратце лишь тех факторов, которые являются более или менее общими для всех видов записи и воспроизведения.

Одним из довольно важных факторов являются неизбежные колебания линейной скорости звуконосителя, обусловленные тем или иным несовершенством транспортирующего механизма, осуществляющего вращение диска, продвижение киноплёнки или магнитной ленты. При медленных периодических изменениях скорости получается эффект тремолирования звука (например, звучание рояля становится похожим на звучание гавайской гитары). При быстрых изменениях скорости (обусловленных, например, паличем зубчатых передач, дефектами фрикционного сцепления или транспортированием фильма при помощи сцепления зубцов с перфорацией) получаются искажения, связанные с частотной модуляцией.

Для конкретизации вопроса рассмотрим оптическую запись на плёнке, движущейся с периодически колеблющейся скоростью $v = v_0 + v_m \cos \Omega t$; при этом координата элемента звуконосителя, получающего запись, будет:

$$x = v_0 t + x_m \sin \Omega t. \quad (9.29)$$

Здесь v_0 — постоянная составляющая скорости плёнки, v_m — амплитуда переменной части, а $x_m = \frac{v_m}{\Omega}$. Пусть через записывающую щель на плёнку действует световой поток

$$\Phi = \Phi_m \sin \omega t = \Phi_m \sin \frac{2\pi x}{\lambda_3},$$

где, согласно (9.28), $\lambda_3 = 2\pi \frac{v_0}{\omega}$.

Подставляя значение x из (9.29), имеем:

$$\Phi = \Phi_m \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda_3} (v_0 t + x_m \sin \Omega t) \right] = \Phi_m \sin \left(\omega t + \frac{\omega x_m}{v_0} \sin \Omega t \right). \quad (9.30)$$

Это выражение показывает, что благодаря непостоянству скорости на плёнке записывается частотно-модулированное колебание. Разло-

жение в спектр даёт, кроме «несущей», ещё и боковые частоты $\omega_b = \omega \pm n\Omega$ с амплитудами

$$\Phi_{bn} = I_n \left(\frac{\omega x_m}{v_0} \right) = I_n \left(\frac{\omega}{\Omega} \cdot \frac{v_m}{v_0} \right)$$

(см. совершенно аналогичный расчёт в § 53). Вносимое искажение характеризуется величиной

$$\gamma = \frac{\sqrt{1 - I_0^2 \left(\frac{\omega}{\Omega} \cdot \frac{v_m}{v_0} \right)}}{I_0 \left(\frac{\omega}{\Omega} \cdot \frac{v_m}{v_0} \right)}, \quad (9.31)$$

(I_n — функция Бесселя порядка n , причём $n = 0, 1, 2, \dots$). Понятно, что с соответствующими изменениями смысла величин этот результат справедлив и для других способов записи, а также и для процесса воспроизведения.

В связи с большой чувствительностью уха к детонации звука, к транспортирующим механизмам записывающей и воспроизводящей аппаратуры предъявляются довольно строгие требования: отношение $\frac{v_m}{v_0}$ не должно превышать 0,001.

Другим искажающим фактором, как мы уже указывали выше (§ 74), является конечное протяжение элемента длины звуконосителя, на котором записывается мгновенное значение звукового сигнала. В устройствах для оптической записи это протяжение определяется толщиной пишущего светового штриха, т. е. шириной оптической щели; в случае магнитной записи — протяжением записывающего поля вдоль звуконосителя, определяемым размерами полюсов и расстоянием между ними; при электромеханической записи — размерами острия резца. Аналогичную роль играют размеры «читающего» органа в системе воспроизводящей аппаратуры.

Выясним относящиеся сюда соотношения на конкретном примере воспроизведения магнитной звукозаписи. Пусть на ленте записано колебание с частотой ω , так что остаточная индукция звуконосителя может быть представлена в форме

$$B = B_m \sin \frac{\omega x}{v}.$$

Если действующее на воспроизводящую головку поле имеет протяжение δ , то действующая величина B будет определяться средним её значением в интервале от $x - \frac{\delta}{2}$ до $x + \frac{\delta}{2}$:

$$B_{cp} = \frac{B_m}{\delta} \int_{x - \frac{\delta}{2}}^{x + \frac{\delta}{2}} \sin \frac{\omega x}{v} dx = B_m \frac{\sin \frac{\omega \delta}{2v}}{\frac{\omega \delta}{2v}} \sin \frac{\omega x}{v}$$

или

$$B_{\text{ср}} = \frac{\sin z}{z} B, \quad (9.32)$$

где

$$z = \frac{\omega \delta}{2v}.$$

График функции $\frac{\sin z}{z}$ представлен на рис. 181, из которого видно, что действующее значение записанного сигнала убывает с возрастанием частоты.

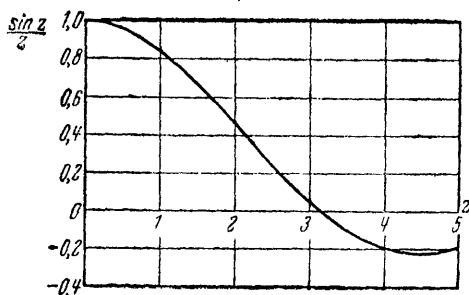


Рис. 181.

При $z = \pi$, т. е. при $\frac{v}{\omega} = \frac{\delta}{2\pi}$ или $\lambda_z = \delta$,

функция проходит через нуль, что соответствует невозможности воспроизвести сделанную запись.

Частотные искажения, обусловленные конечным протяжением пишущего и читающего органа, препятствуют уменьшению линейной скорости звуконосителя.

В технике звукового кино стандартизована

скорость $v = 45,6$ см/сек, что соответствует проекции 24 кадров в секунду. При $\delta = 0,002$ см (толщина светового штриха) имеем для частоты $f_b = 8000$ гц:

$$z = \frac{2\pi \cdot 8 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 45,6} = 1,1,$$

причём

$$\frac{\sin z}{z} = 0,81.$$

Завал на частоте 8000 гц, обусловленный конечной толщиной штриха, равен $20 \lg 0,81 = -1,8$ дб.

ГЛАВА X

РАДИОВЕЩАТЕЛЬНЫЕ МИКРОФОНЫ

§ 76. Типы и классификация микрофонов. В течение многих лет техника электрической связи пользовалась для преобразования звуковых колебаний в электрические исключительно угольными микрофонами, принцип действия которых может считаться общеизвестным*). Однако по мере технического прогресса радиовещания недостатки угольных микрофонов — главным образом, наличие шумового фона и значительных нелинейных искажений — ощущались всё более и более отчётливо, побуждая к разработке более совершенных преобразователей.

В технике современного радиовещания и звукоусиления применяются разнообразные микрофоны, обладающие достаточно высокими качественными показателями. Если не говорить о конструктивных деталях, эти микрофоны различаются друг от друга по способу электромеханической связи и по зависимости чувствительности от направления прихода звуковой волны.

Как и все прочие электроакустические системы (см. § 38), микрофоны можно подразделить, в зависимости от способа электромеханической связи, на *индуктивные* (электромагнитные) и *ёмкостные* (электростатические). Современные индуктивные микрофоны основаны на электродинамическом принципе: воздействие звуковой волны вынуждает колебания подвешенного в магнитном поле проводника, причём в системе индуцируется периодическая электродвижущая сила звуко-

*) Отметим здесь лишь то обстоятельство, что угольные микрофоны являются активными электромеханическими четырёхполюсниками, обладающими усилительным действием. Поведение такой системы описывается существенно нелинейными уравнениями.

вой частоты. В зависимости от формы проводника различают ленточные микрофоны и микрофоны с подвижной катушкой. Что касается ёмкостных микрофонов, то применяемые в настоящее время типы основаны на использовании переменного тока в цепи, содержащей источник постоянного напряжения и конденсатор, ёмкость которого меняется под воздействием звукового поля. Одна из обкладок такого конденсатора представляет собой колеблющуюся мембрану, другая — массивную неподвижную пластину; при колебаниях мембраны ёмкость конденсатора периодически меняется около некоторого среднего значения, причём при увеличении ёмкости в цепи течёт зарядный ток, при уменьшении ёмкости — разрядный. Зарядный и разрядный токи, периодически сменяя друг друга, создают на зажимах последовательно подключённого сопротивления переменную разность потенциалов.

Особое место среди современных радиовещательных микрофонов занимают *пьезоэлектрические* системы, основанные на использовании прямого пьезоэффекта. Пьезомикрофоны будут описаны (вместе с другими электроакустическими пьезоприборами) в следующей главе; здесь мы будем рассматривать только индуктивные и ёмкостные микрофоны. Заметим ещё, что индуктивные микрофоны можно называть *приёмниками скорости*, поскольку развиваемые ими электродвижущие силы определяются колебательной скоростью подвижной системы; ёмкостные же микрофоны известны под названием *приёмников смещения*, так как действующие переменные напряжения обусловлены здесь смещениями мембраны, от которых непосредственно зависит изменение ёмкости системы.

Обращаясь теперь к зависимости развиваемого микрофоном напряжения от угла падения звуковой волны, мы можем различать *ненаправленные* микрофоны, одинаково реагирующие на волны, приходящие из всевозможных направлений, и микрофоны *направленного действия*, чувствительность которых зависит от угла падения звука. В современной электроакустической технике широко применяются как направленные, так и ненаправленные микрофоны; разработаны также и микрофоны с управляемой направленностью, характеристике которой можно придавать, по желанию, ту или иную форму.

Представим себе некоторый звукоприёмник с произвольным внутренним устройством, оформленный в виде жёсткого капсуля, закрытого с одной стороны подвижной диафрагмой; ради простоты предположим, что диафрагма является поршневой (рис. 182). Если размеры приёмника (скажем, диаметр капсуля d) малы по сравнению с длиной падающей волны, то действующее на поршень давление p не отличается от давления в свободном звуковом поле (см. § 45) и движущая сила есть

$$F = pS, \quad (10.1)$$

где S — площадь поршня. Написанное выражение справедливо (при условии, что $d \ll \lambda$) совершенно независимо от направления прихода звуковой волны; диффракция волны приведёт к возрастанию давления со стороны источника звука и к уменьшению его с противоположной стороны только в области высоких частот, где длина волны делается сравнимой с размерами приёмника (см. рис. 81). В устройствах этого типа движущая сила, а, значит, и амплитуда смещения или скорости не зависят от ориентации приёмника относительно источника звука; поэтому звукоприёмник, выполненный по схеме рис. 182, является ненаправленным до тех пор, пока его размеры остаются достаточно малыми сравнительно с λ . Так как действующая на подвижную систему сила определяется звуковым давлением в свободном поле, то приёмники рассматриваемого типа принято называть *приёмниками давления*.

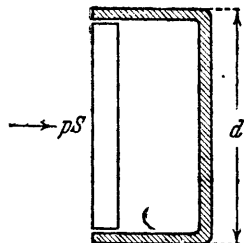


Рис. 182.

Рассмотрим теперь звукоприёмник другого типа, простейшую схему которого можно представить в виде небольшой трубки, отверстия которой закрыты двумя поршнями, жёстко связанными между собой (рис. 183); внутреннее устройство приёмника остаётся, как и в предыдущем случае, совершенно произвольным. Исследуем поведение звукоприёмника в звуковом поле плоской волны, длина которой велика по сравнению с размерами системы, так что с изменением поля в результате диффракции звука можно не

считаться. Действующая на подвижную систему сила есть

$$F = (p - p') S, \quad (10.2)$$

где p и p' — звуковые давления с одной и с другой сторон трубки. Если x есть координата левого поршня в направлении распространения волны, то в комплексной форме (см. § 14)

$$p = p_m \exp j(\omega t - kx),$$

$$p' = p_m \exp j[\omega t - k(x + d \cos \theta)],$$

где θ — угол между направлением прихода волны и осью

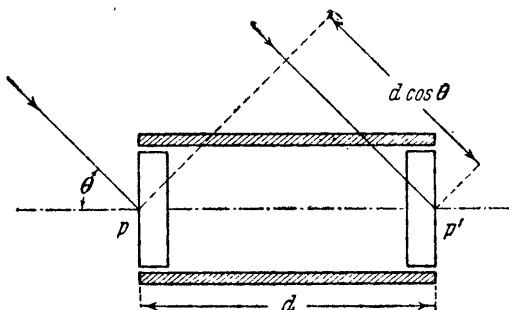


Рис. 183.

приёмника d . Подставляя эти значения в (10.2), имеем

$$\begin{aligned} F &= p_m S [\exp j(\omega t - kx) - \exp j(\omega t - kx) \exp j(kd \cos \theta)] = \\ &= Sp [1 - \exp j(kd \cos \theta)], \end{aligned}$$

откуда

$$\left| \frac{F}{p} \right| = S \left\{ [1 - \cos(kd \cos \theta)]^2 + [\sin(kd \cos \theta)]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}.$$

Преобразуем подкоренное выражение:

$$\begin{aligned} 1 - 2 \cos(kd \cos \theta) + \cos^2(kd \cos \theta) + \sin^2(kd \cos \theta) &= \\ = 2 [1 - \cos(kd \cos \theta)] &= 4 \sin^2 \left(\frac{kd \cos \theta}{2} \right); \end{aligned}$$

следовательно,

$$\left| \frac{F}{p} \right| = 2S \sin \left(\frac{kd \cos \theta}{2} \right) = 2S \sin \left(\frac{\pi d}{\lambda} \cos \theta \right). \quad (10.3a)$$

При удовлетворении условия $d \ll \lambda$

$$\left| \frac{F}{p} \right| \cong S \frac{2\pi d \cos \theta}{\lambda} = S \frac{\omega d}{c_0} \cos \theta. \quad (10.3b)$$

Как видно, действующая на подвижную систему сила пропорциональна косинусу угла падения θ ; эта сила, а следовательно, и амплитуда смещения или скорости имеют максимальное значение при $\theta = 0$ и $\theta = \pi$, обращаясь в нуль при $\theta = \frac{\pi}{2}$ и $\theta = \frac{3}{2}\pi$. Полярная диаграмма направленности представлена на рис. 184 (там же пунктиром изображена окружность, представляющая полярную диаграмму ненаправленного звукоприёмника).

Так как, далее, сила F определяется изменением звукового давления в направлении оси приёмника ($\Delta p = p - p'$), то устройства, приводимые к схеме рис. 183, принято называть *приёмниками градиента давления*.

Следует отметить ещё и следующее очень существенное обстоятельство: при неизменной амплитуде действующего давления амплитуда движущей силы возрастает с повышением частоты. Физическая причина этого заключается в том, что наличие градиента звукового давления связано с изменением его фазы на отрезке d ; при одном и том же значении d изменение фазы тем больше, чем короче волна, т. е. чем выше частота падающей волны.

Подчеркнём, что формула (10.3) справедлива для плоской волны; практически она пригодна и для шаровой волны, если расстояние между источником и приёмником звука велико по сравнению с длиной волны. На близких расстояниях, где это условие уже не удовлетворяется, зависимость F от p оказывается более сложной. Действительно, согласно (2.16), давление в поле шаровой волны можно представить в виде

$$p = \frac{C}{r} \sin(\omega t - kr),$$

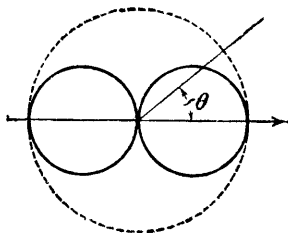


Рис. 184.

где C — постоянная. Градиент давления есть

$$\begin{aligned} |\operatorname{grad} p| &= -\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{kC}{r} \cos(\omega t - kr) + \frac{C}{r^2} \sin(\omega t - kr) = \\ &= kC \left[\frac{1}{r} \cos(\omega t - kr) + \frac{1}{kr^2} \sin(\omega t - kr) \right] = \\ &= \frac{kC}{r \cos \alpha} \cos(\omega t - kr - \alpha), \end{aligned}$$

причём

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{kr} = \frac{\lambda}{2\pi r}.$$

Составляющая градиента в направлении, образующем с направлением радиуса-вектора r угол θ , есть $|\operatorname{grad} p| \cos \theta$; поэтому сила, действующая на приёмник градиента давления в сферическом поле, равна

$$F' = S |\operatorname{grad} p| \cos \theta \cdot d$$

(предполагается, что $d \ll \lambda$, так что $p - p' = |\operatorname{grad} p| d \cos \theta$). Рассматривая отношение амплитудных значений силы F' и давления p' , имеем

$$F'_m = S \frac{C kd \cos \theta}{r \cos \alpha} = p_m S \frac{kd \cos \theta}{\cos \alpha},$$

откуда

$$\left| \frac{F'}{p} \right| = \frac{F'_m}{p_m} = S \frac{kd \cos \theta}{\cos \alpha} = S \frac{\omega d}{c_0} \cos \theta \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha},$$

или окончательно:

$$\left| \frac{F'}{p} \right| = S \frac{\omega d}{c_0} \cos \theta \sqrt{1 + \frac{1}{(kr)^2}}. \quad (10.4)$$

Сопоставляя (10.3b) и (10.4), находим отношение движущих сил в поле шаровой и плоской волн:

$$\left| \frac{F'}{F} \right| = \sqrt{1 + \frac{1}{(kr)^2}}. \quad (10.5)$$

Функция (10.5) представлена на рис. 185; легко видеть, что при $kr = 1$ приёмник градиента давления испытывает в сферическом поле силу в 1,41 раза большую, чем в плоском поле с той же амплитудой давления, а при $kr < 1$

отношение $\left| \frac{F'}{F} \right|$ очень быстро возрастает в сторону низких частот. Поэтому микрофон, реагирующий на градиент звукового давления, находясь вблизи от источника звука (при передаче речи), выделяет *низкие* частоты; для предотвращения этого нежелательного эффекта обычно применяется электрическая коррекция.

Повышенные значения градиента давления вблизи от источника шаровой волны объясняются тем, что при $kr < 1$ величина градиента определяется не только изменением фазы давления, но и изменением его амплитуды.

Приёмники градиента давления, имеющие, как видно из рис. 184, характеристику направленности в форме восьмёрки, можно называть микрофонами *двухстороннего* приёма (в связи с наличием *двух* направлений максимальной чувствительности). Комбинируя приёмник давления с приёмником градиента давления, можно получить микрофон

одностороннего приёма, характеристика направленности которого имеет *одно* направление максимальной чувствительности. Действительно, зависимость чувствительности E_1 приёмника градиента давления от угла падения звука может быть представлена в виде

$$E_1 = \frac{E_0}{2} \cos \theta,$$

где $\frac{E_0}{2}$ есть чувствительность при нормальном падении ($\theta = 0$); чувствительность же E_2 приёмника давления от угла θ не зависит:

$$E_2 = \frac{E_0}{2}$$

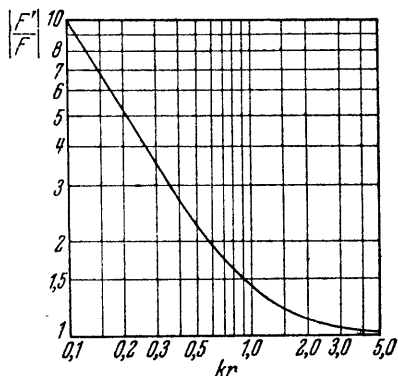


Рис. 185.

(в предположении, что чувствительности обоих приёмников согласованы, т. е. $E_1(0) = E_2$). Соединяя оба приёмника последовательно, мы получаем микрофон с чувствительностью

$$E = E_1 + E_2 = \\ = E_0 \cdot \frac{1}{2} (1 + \cos \theta), \quad (10.6)$$

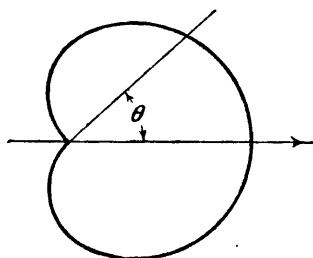


Рис. 186.

максимальное значение которой (E_0) соответствует нормальному падению звука ($\theta = 0$); при $\theta \rightarrow \pi$ чувствительность микрофона равна нулю. Диаграмма направленности такого микрофона имеет форму кардиоиды (рис. 186).

§ 77. Ленточные микрофоны. Ленточный микрофон является индуктивным преобразователем, в котором функции диафрагмы и проводника, колеблющегося в магнитном поле, конструктивно совмещены в тонкой ленте, выполненной из алюминиевой фольги (толщиной в 3—4 μ) и подвешенной между полюсными наконечниками магнита.

На рис. 187 изображено схематически устройство ленточного приёмника градиента давления. Гофрированная в форме гармоники лента L подвешена в магнитном поле между полюсными наконечниками N, S постоянного магнита M . Через прорезы в полюсных наконечниках падающая на микрофон звуковая волна огибает ленту, в результате чего звуковое давление по одну и по другую стороны ленты различается по фазе; таким образом лента колеблется под действием разности давлений на двух её сторонах, работая как приёмник градиента давления. Защитная сетка K , закрывающая микрофон, предохраняет ленту от механических повреждений, не препятствуя сколько-нибудь заметно прохождению звука. Микрофонный трансформатор T поме-

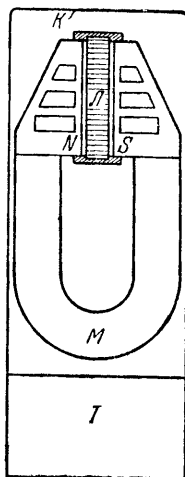


Рис. 187.

щается внутри экрана в непосредственной близости от микрофона.

Электрическая схема одной из моделей ленточного микрофона рассматриваемого типа показана на рис. 188. Индуктированная при колебании ленты электродвижущая сила подаётся на первичную обмотку микрофонного трансформатора; отметим, что один из выводов сделан двумя проводниками, образующими замкнутую петлю, чем достигается компенсация индукционных влияний от паразитных магнитных полей.

Дроссель D , шунтирующий часть вторичной обмотки и включаемый посредством постановки переключки между клеммами V , служит для электрической коррекции характеристики микрофона при работе вблизи от источника звука, где градиент давления имеет при низких частотах повышенные значения (см. § 76). Коррекция используется обычно при передаче речи; очевидно, что наличие шунтирующего дросселя приводит к прогрессивному срезанию низких частот.

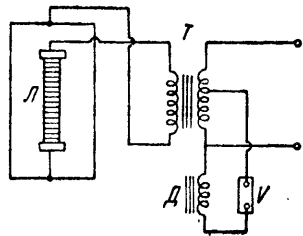


Рис. 188.

Рассчитаем чувствительность микрофона в звуковом поле плоской волны (т. е. практически на большом по сравнению с λ расстоянии от источника). Заметим прежде всего, что развиваемая лентой электродвижущая сила есть (в вольтах)

$$\mathcal{E} = 10^{-8} Bl'v,$$

где B — магнитная индукция в зазоре между полюсными наконечниками, l' — проекция длины l гофрированной ленты на прямую, перпендикулярную к полю, v — колебательная скорость ленты (предполагаем, что v одинакова по всей длине ленты). Напряжение, действующее во вторичной цепи микрофонного трансформатора, есть $n\mathcal{E}$, где n — коэффициент трансформации; если вторичная обмотка нагружена на сопротивление R_a , то напряжение U на нагрузке есть

$$U = \frac{n\mathcal{E}R_a}{R_a + n^2R_i} = 10^{-8}Bl' \frac{n}{1 + n^2 \frac{R_i}{R_a}} \cdot v,$$

где R_i — сопротивление ленты. Очевидно, что максимум этого выражения, поскольку оно зависит от коэффициента трансформации n , имеет место при условии согласования сопротивлений:

$$n^2 = \frac{R_a}{R_i}; \quad (10.7)$$

при удовлетворении этого условия:

$$U = \frac{1}{2} 10^{-8} Bl'nv. \quad (10.8)$$

Колебательную скорость ленты можно представить в виде

$$v = \frac{F}{|z'|},$$

где F есть сила (10.3), приложенная к ленте со стороны звукового поля, а

$$z' = z + z_k = z + \frac{10^{-9}(Bl')^2}{R_i + \frac{R_a}{n^2}}$$

есть, согласно (5.25) и (5.26), механическое сопротивление ленты с учётом внесённого сопротивления; действительно, Bl' есть коэффициент электромеханической связи, а $R_i + \frac{R_a}{n^2}$ — электрическое сопротивление первичной цепи, содержащей ленту (множитель 10^{-9} служит для перевода внесённого сопротивления в абсолютные единицы, так как R_i и R_a удобнее выражать в омах). При удовлетворении условия (10.7) механическое сопротивление ленты равно

$$z' = z + \frac{10^{-9}(Bl')^2}{2R_i}.$$

Собственное сопротивление z можно с достаточным приближением считать чисто реактивным:

$$z = j \left(\omega m - \frac{1}{\omega c} \right) = j \omega m \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right),$$

где

$$m = \rho b l \tau + m_R$$

есть действующая масса системы, складывающаяся из массы самой ленты $\rho b l \tau$ (b — ширина, τ — толщина ленты, ρ —

плотность материала) и присоединённой массы m_R среды *); ω_0 есть собственная частота механической системы.

Подставляя значения F и $|z'|$ в выражение колебательной скорости v , имеем, согласно (10.8),

$$U = \frac{10^{-8} nBl'S \sin\left(\frac{\omega d}{2c_0} \cos\theta\right)}{\sqrt{(\omega m)^2 \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)^2 + \left[\frac{10^{-9}(Bl')^2}{2R_i}\right]^2}} p,$$

откуда для чувствительности микрофона получаем:

$$E = \left| \frac{U}{p} \right| = \frac{10^{-8} nBl'S \sin\left(\frac{\omega d}{2c_0} \cos\theta\right)}{\sqrt{(\omega m)^2 \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)^2 + \left[\frac{10^{-9}(Bl')^2}{2R_i}\right]^2}} \text{ вольт/бар.} \quad (10.9)$$

Нетрудно определить условия, при которых чувствительность не будет зависеть от частоты. Так как при малых по сравнению с длиной волны размерах приёмника действующая на подвижную систему сила линейно растёт с частотой [см. (10.3b)], то для поддержания постоянства амплитуды скорости (а, значит, и развиваемого микрофоном напряжения) система должна управляться массой; отсюда вытекает необходимость удовлетворить условиям

$$\omega_0 \ll \omega, \quad (10.10)$$

$$\frac{10^{-9}(Bl')^2}{2R_i} \ll \omega m \quad (10.11)$$

(ср. § 1). Условие же малости размеров может быть записано в виде

$$\frac{\omega d}{2c_0} \ll 1, \quad (10.12)$$

где величина d определяется кратчайшим расстоянием (по воздуху) между двумя сторонами ленты; по порядку вели-

*) Масса самой ленты настолько мала (несколько миллиграмм), что присоединённой массой пренебрегать нельзя. Значение m_R можно приближённо оценить, согласно (3.46), полагая $a = \sqrt{\frac{bl'}{\pi}}$.

чины d соответствует расстоянию между обращёнными друг к другу краями отверстий в полюсных наконечниках (рис. 189). При удовлетворении поставленных условий чувствительность ленточного микрофона (10.9) приводится к виду

$$E = \frac{10^{-8} n B l S d}{2c_0 m} \cos \theta \text{ вольт/бар.} \quad (10.13)$$

Условие (10.10) требует, чтобы упругость ленты была ничтожно малой; для этой цели лента гофрируется, причём собственная частота её имеет значение порядка 15—20 гц. Условие (10.11) может оказаться невыполненным на нижней границе ω_n рабочего диапазона; вследствие этого на нижней границе уровень чувствительности снижается на величину

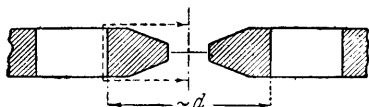


Рис. 189.

$$\begin{aligned} N_n &= 20 \lg \frac{\sqrt{r_k^2 + \omega_n^2 m^2}}{\omega_n m} = 10 \lg \frac{r_k^2 + \omega_n^2 m^2}{\omega_n^2 m^2} = \\ &= 10 \lg \left[1 + \left(\frac{r_k}{\omega_n m} \right)^2 \right] \text{ дб,} \end{aligned} \quad (10.14)$$

где для сокращения письма положено:

$$r_k = \frac{10^{-9} (Bl)^2}{2R_i}.$$

Формула (10.14) позволяет по заданному значению N_n выбрать величину магнитной индукции B в рабочем зазоре; очевидно, что увеличение индукции, желательное в интересах повышения чувствительности, ограничено именно допустимыми искажениями в области нижних частот. Условие (10.12) не выполняется на верхней границе ω_v рабочей полосы, чем вызывается снижение уровня чувствительности на величину

$$N_v = 20 \lg \frac{\frac{\omega_v d}{2c_0}}{\sin \left(\frac{\omega_v d}{2c_0} \right)} \text{ дб.} \quad (10.15)$$

Выражение (10.15) может быть использовано для выбора размера d .

Приведём для ориентации значения чувствительности двух микрофонов этого типа: микрофон типа 44ВХ развивает уровень — 61 дБ при $p = 10$ бар и $Z_a = 250$ ом (нулевой уровень 12,5 мвт), что соответствует чувствительности

$E = 160$ мкв/бар; микрофон типа 74В при тех же условиях развивает уровень — 63 дБ, что соответствует чувствительности $E = 125$ мкв/бар*).

Ленточный микрофон МЛ-10, разработанный и изготавливаемый ИРПА (Институт радиоприёма и акустики в Ленинграде) развивает уровень — 67 дБ ($Z_a = 600$ ом, $p = 10$ бар, нулевой уровень 12,5 мвт), что соответствует чувствительности $E = 125$ мкв/бар. Частотные характеристики всех трёх микрофонов, без учёта различия чувствительностей, показаны на рис. 190.

Как уже было указано (§ 76), путём комбинации приёмников давления и градиента давления можно реализовать микрофон одностороннего приёма с характеристикой направленности

в форме кардиоиды. Применительно к ленточному микрофону эта возможность может быть использована в конструкции, схематически изображённой на рис. 191. Одна

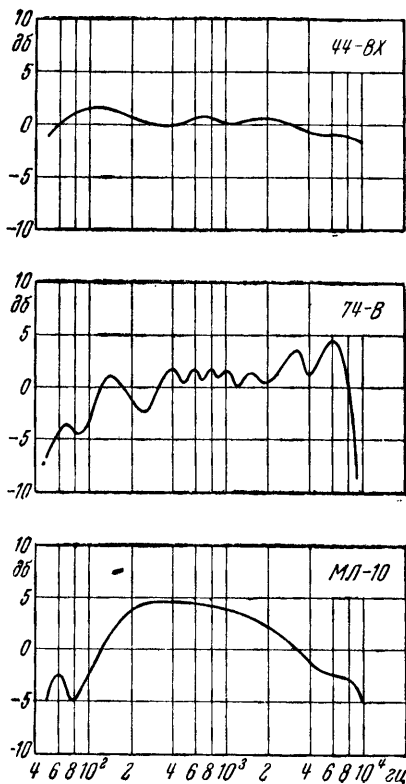


Рис. 190.

*) Значения уровней указываются фирмой; расчёт чувствительности выполнен по формуле (5.44).

половина ленты (верхняя на рис. 191) работает как приёмник градиента давления; в этой части конструкция принципиально не отличается от описанной выше. Другая половина ленты (закреплённой посредине) закрыта примыкающей к ней сзади трубой и работает как приёмник давления, будучи открыта воздействию звукового поля только с одной стороны (спереди).

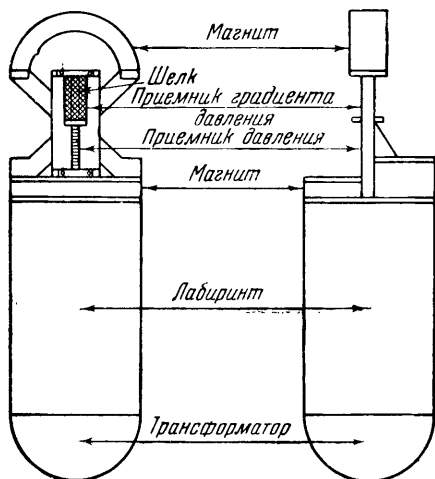


Рис. 191.

ние бесконечно длинной трубы, размеры сечения которой малы по сравнению с длиной волны. Колебания ленты на входе такой трубы возбуждали бы плоскую волну, причём труба нагружала бы ленту сопротивлением

$$r_R = \delta_0 S_p,$$

где S_p — сечение трубы, δ_0 — акустическое сопротивление воздуха (41,5 г/см²сек). Применяя акустическую трансформацию с коэффициентом

$$\nu = \frac{S}{S_p}$$

(S — площадь ленты), можно увеличить это сопротивление до величины

$$r = \nu^2 r_R = \delta_0 \frac{S^2}{S_p} = \nu \delta_0 S. \quad (10.16)$$

Так как сила, действующая на приёмник давления (малый сравнительно с λ), от частоты не зависит [см. формулы (10.1)], то для обеспечения постоянства колебательной скорости (a , значит, и развиваемого лентой напряжения) подвижная система ленточного приёмника давления должна управляться активным механическим сопротивлением, не зависящим от частоты. Таким сопротивлением могло бы явиться сопротивление

При удовлетворении условия $r \gg \omega m$ система будет управляться сопротивлением, как это и требуется для обеспечения частотно-независимой чувствительности ленточного приёмника давления.

Отметим, что труба конечной длины вследствие наличия отражённой волны обладала бы, наряду с активным, также и реактивным сопротивлением [ср. (4.27)] и, следовательно, не удовлетворяла бы поставленным требованиям. Поэтому труба, замыкающая нижнюю часть ленты, должна быть эквивалентна бесконечной, т. е. в ней не должно быть отражённой волны. Практически эквивалентность достигается применением достаточно длинной (порядка 2 м) трубы, заполненной сильно разрыхлённым поглотителем (например, войлоком или ватой); конец трубы выходит в хорошо заглушённую полость (рис. 192, а). В целях сокращения габарита труба выполняется в форме цилиндрического лабиринта с несколькими секциями, расположенными одна над другой (рис. 192, б); замыкающая полость служит одновременно экранирующим кожухом микрофонного трансформатора. Как показывает опыт, в области средних и высоких частот (> 100 гц) входное сопротивление трубы мало отличается от значения (10.16); в области нижних частот сказывается наличие реактивного упругого сопротивления.

При оптимальном значении коэффициента трансформации (10.7) микрофонного трансформатора чувствительность ленточного приёмника давления определяется формулой

$$E = \frac{1}{2} 10^{-8} n B l' \frac{S}{\sqrt{r^2 + \omega^2 m^2}} \text{ вольт/бар}, \quad (10.17a)$$

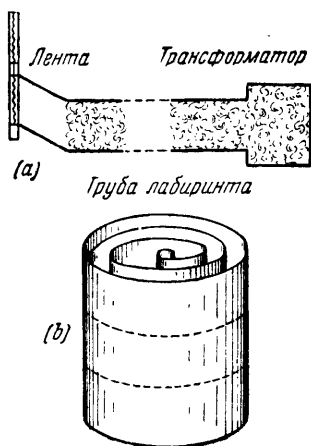


Рис. 192.

вывод который не представляет затруднений. При удовлетворении условия $r \gg \omega t$ имеем отсюда:

$$E = \frac{10^{-8} n B l'}{2\sqrt{3_0}} \text{ вольт/бар.} \quad (10.17b)$$

Снижение чувствительности на высоких частотах может быть компенсировано путём электрической коррекции; в качестве примера на рис. 193

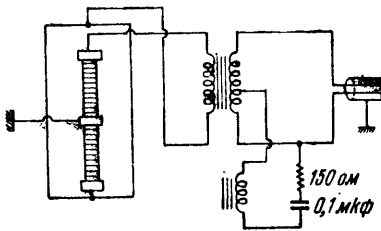


Рис. 193.

показана электрическая схема одной из моделей ленточного микрофона одностороннего приёма (тип 77-В) с корректирующим контуром во вторичной цепи.

При проектировании микрофона одностороннего приёма необходимо иметь в виду, что характеристика направленности в форме

кардиониды получается в условиях *синфазности* колебаний обеих половин ленты при нормальном падении звука ($\theta = 0$) и *противофазности* при падении звука сзади ($\theta = \pi$). Поэтому согласование чувствительностей обеих частей микрофона должно быть обеспечено не только по величине, но и по фазе. Отметим, что шёлковый экран на верхней половине ленты (см. рис. 191) применяется для коррекции фазы на низких частотах.

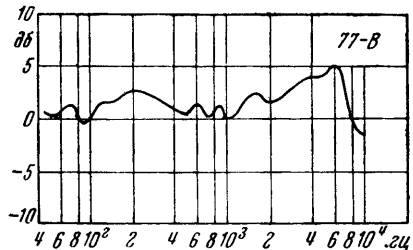


Рис. 194.

На рис. 194 приводится частотная характеристика одностороннего микрофона типа 77-В; этот микрофон развивает уровень — 63 дб ($p = 10$ бар, $Z_a = 250$ ом, 0 дб = 12,5 мвт). Аналогичного устройства микрофон типа 77-С имеет коммутацию, позво-

ляющую использовать либо каждую часть ленты в отдельности, получая при этом диаграммы направленности в форме окружности или восьмёрки, либо обе части совместно, причём получается односторонний приём. Уровни чувствительности имеют (при тех же величинах p и Z_a) значения: — 63 дб при одностороннем приёме, — 66 дб при ненаправленном или двухстороннем приёме.

§ 78. Микрофон с подвижной катушкой. Устройство микрофона представлено схематически на рис. 195; его подвижная система состоит из алюминиевой диафрагмы с жёсткой средней частью (сферической формы) на плоском воротнике и цилиндрической катушки, расположенной в кольцеобразном зазоре магнитной системы. Катушка жёстко связана с диафрагмой и колеблется вместе с ней; постоянный магнит создаёт в зазоре радиальное магнитное поле, которое пересекается колеблющейся катушкой; таким образом на зажимах катушки индуцируется электродвижущая сила звуковой частоты.

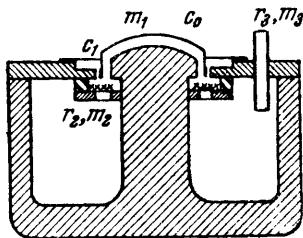


Рис. 195.

Переменное напряжение на *согласованной* нагрузке может быть определено, согласно (10.8), формулой,

$$U = \frac{1}{2} 10^{-8} n B l v \text{ вольт,}$$

которая, очевидно, справедлива и для микрофона с подвижной катушкой, если под l понимать общую длину проводника катушки. Так как, далее, микрофон работает как приёмник давления, то, предполагая размеры микрофона достаточно малыми, напишем для колебательной скорости катушки

$$v = \frac{S_a p}{|z|},$$

где S_a — действующая поверхность диафрагмы, z — механическое сопротивление подвижной системы. Подставляя это

значение в предшествующее уравнение, легко найдём для чувствительности микрофона выражение

$$E = \left| \frac{U}{P} \right| = 10^{-8} \frac{nBIS}{2|z|} \text{ вольт/бар.} \quad (10.18)$$

Легко видеть, что для обеспечения частотно-независимой чувствительности устройство микрофона должно быть таково, чтобы механическое сопротивление подвижной системы было

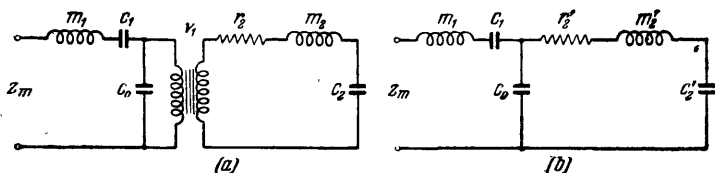


Рис. 196.

постоянным в достаточно широком диапазоне частот. Удовлетворение этого основного условия достигается в данном случае применением сложной механико-акустической системы, идея и детали которой выяснятся в дальнейшем рассмотрении. Основными элементами системы являются:

1) диафрагма (и связанная с ней катушка) с общей массой m_1 , закреплённая на плоском воротнике с гибкостью c_1 ;
 2) воздушный объём под диафрагмой с гибкостью $c_0 = \frac{V_0}{\gamma P_0 S d^2}$ (V_0 — объём полости между диафрагмой и керном);

3) кольцевая щель (так называемый шлиц), через посредство которой объём V_0 под диафрагмой сообщается с объёмом V_2 внутри магнита; параметрами щели являются масса m_2 перемещающегося через щель воздуха и активное сопротивление r_2 воздушному потоку, обусловленное наличием вязкого трения при прохождении воздуха через узкий шлиц;

4) воздушный объём внутри магнита с гибкостью $c_2 = \frac{V_2}{\gamma P_0 S_s^2}$ (S_s — сечение шлица).

О назначении трубки, соединяющей объём V_2 с внешним полем, будет подробно сказано ниже; пока будем предполагать эту трубку отсутствующей.

При составлении схемы электрического аналога системы необходимо иметь в виду, что при переходе вытесняемого диафрагмой воздуха из объёма V_0 в объём V_2 имеет место акустическая трансформация с коэффициентом

$$\nu_1 = \frac{S_d}{S_s}. \quad (10.19)$$

Основная и приведённая схемы электрического аналога механико-акустической системы изображены на рис. 196, *a*, *b*; в приведённой схеме

$$\left. \begin{aligned} r'_2 &= \nu_1^2 r_2; & m'_2 &= \nu_1^2 m_2; \\ c'_2 &= \frac{c_2}{\nu_1^2}. \end{aligned} \right\} (10.20)$$

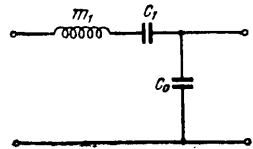


Рис. 197.

Заметим теперь, что комплекс m_1 , c_1 , c_0 приведённой схемы можно рассматривать (рис. 197) как Г-образное звено полосного фильтра с сопротивлениями плеч

$$z_1 = j \left(\omega m_1 - \frac{1}{\omega c_1} \right), \quad z_2 = \frac{1}{j \omega c_0}.$$

Границы полосы пропускания звена определяются формулой (1.66):

$$\left. \begin{aligned} \omega_1 &= \frac{1}{\sqrt{m_1 c_1}}, \\ \omega_2 &= \frac{\omega_1}{2} \sqrt{\frac{1}{4 c_1} + \frac{1}{c_0}} = \sqrt{\omega_1^2 + \frac{4}{m_1 c_0}}, \end{aligned} \right\} (10.21)$$

волновое же сопротивление со стороны входа, согласно (1.70), есть

$$z_B = \frac{\omega_2 m_1}{2} \sqrt{\left(1 - \frac{\omega_1^2}{\omega^2}\right) \left(1 - \frac{\omega_2^2}{\omega^2}\right)} + j \left(\omega \frac{m_1}{2} - \frac{1}{2 \omega c_1} \right). \quad (10.22)$$

Активная и реактивная компоненты волнового сопротивления, а также его модуль

$$|z_B| = \frac{\omega_2 m_1}{2} \sqrt{\left(1 - \frac{\omega_1^2}{\omega^2}\right) \left(1 - \frac{\omega_2^2}{\omega^2}\right)} \quad (10.23)$$

представлены (в форме безразмерных величин, получаемых путём отнесения r_B, x_B, z_B к значению $\frac{\omega_2 m_1}{2}$) на рис. 198; при вычислении графика было принято $\omega_2 = 20\omega_1$. Мы видим, что в значительной части полосы пропускания модуль волнового сопротивления имеет постоянную величину, близкую к значению $\frac{\omega_2 m_1}{2}$.

Теперь легко уяснить себе руководящую идею рассматриваемой конструкции: если величины r'_2, m'_2, c'_2 выбрать таким образом, чтобы сопротивление нагрузки

$$r'_2 + j \left(\omega m'_2 - \frac{1}{\omega c'_2} \right) \quad (10.24)$$

на выходе Γ -звена было равно волновому сопротивлению (10.22), то входное сопротивление z схемы рис. 196, *b* будет по модулю постоянным и близким к значению

$$|z| \cong \frac{\omega_2 m_1}{2} \quad (10.25)$$

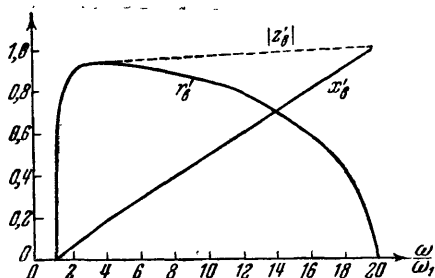


Рис. 198.

в полосе частот от $2\omega_1$ до ω_2 (см. график рис. 198). Это как раз и требуется для обеспечения ровной частотной характеристики микрофона [см. (10.18)].

Сравнивая выражения (10.22) и (10.24), получаем расчётные формулы для выбора параметров нагрузки звена:

$$m'_2 = \frac{m_1}{2}, \quad \text{откуда} \quad m_2 = \frac{m_1}{2\nu_1^2}, \quad (10.26a)$$

$$c'_2 = 2c_1, \quad \text{откуда} \quad c_2 = 2\nu_1^2 c_1. \quad (10.26b)$$

Что касается r_2 , то это сопротивление не может быть сделано, как r_B , частотно-зависимым; однако расчёт показывает, что вполне удовлетворительный результат получается при выборе r_2 по формуле

$$r'_2 = 0,9 \frac{\omega_2 m_1}{2}, \quad \text{откуда} \quad r_2 = 0,45 \frac{\omega_2 m_1}{\nu_1^2}. \quad (10.26c)$$

При этом приближённое выражение (10.25) оказывается достаточно точным; подстановка его в (10.18) даёт для чувствительности микрофона величину

$$E = 10^{-8} \frac{nBS}{\omega_2 m} \text{ вольт/бар.} \quad (10.27)$$

Полезно заметить, что чувствительность микрофона тем меньше, чем выше верхняя граница ω_2 рабочей полосы частот; таким образом расширение полосы в сторону высоких частот ограничено требуемым значением чувствительности.

Что касается нижней границы ω_1 полосы, то её минимальное значение лимитируется конструктивными соображениями, связанными с обеспечением достаточной радиальной жёсткости подвижной системы микрофона: при очень мягком подвесе (следовательно, при очень большой гибкости c_1) было бы затруднительно избежать перекосов катушки в зазоре. При приемлемых значениях толщины воротника частота ω_1 обычно недалеко от значения $2\pi \cdot 500 \text{ сек}^{-1}$. При этом в области нижних частот ($\omega < \omega_1$) чувствительность микрофона падает, так как в сторону низких частот быстро возрастает упругое сопротивление $\frac{1}{\omega c_1}$ воротника диафрагмы. Снижение чувствительности в области частот $\omega < \omega_1$ компенсируется с помощью корректирующего устройства, в состав которого входит трубка, сообщающая объём V_2 с наружным воздухом (см. рис. 195).

Для выяснения деталей вопроса нам придётся составить схему электрического аналога системы с учётом корректирующей трубки, параметрами которой являются масса m_8 перемещающегося через трубку воздушного потока и активное сопротивление r_3 , связанное с трением воздуха о стенки трубки. Электрический аналог системы изображён на рис. 199, а. Левая часть схемы повторяет уже рассмотренную схему рис. 196, а; параметры трубки связаны с основной схемой через трансформатор с коэффициентом

$$v_2 = \frac{S_s}{S_p}, \quad (10.28)$$

где S_p — сечение трубки. Наличие акустической трансформации с коэффициентом (10.28) делается очевидным, если учесть, что в условиях заполнения несжимаемой жидкостью

($c_2 = 0$) скорость жидкости в шлице (электрическим аналогом которой является ток в ветви m_2, r_2) и скорость жидкости в трубке (аналогичная току в ветви m_3, r_3) относились бы, как $S_p : S_s$. Сила, действующая на диафрагму, представлена на схеме электрического аналога генератором с электродвижущей силой pS_d , сила же, приложенная со стороны звукового поля к трубке, — генератором pS_p . На рис. 199, *b* изображена приведённая схема с параметрами

$$m_3'' = v_1^2 v_2^2 m_3, \quad r_3'' = v_1^2 v_2^2 r_3; \quad (10.29)$$

параметры m_2', c_2', r_2' попрежнему определяются согласно (10.20). Заметим, что оба генератора на приведённой схеме

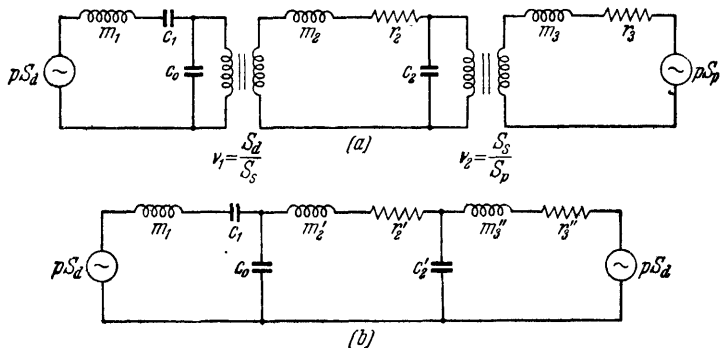


Рис. 199.

развивают одну и ту же электродвижущую силу pS_d ; в порядке разъяснения этого обстоятельства напомним формулу пересчёта эдс:

$$pS_p v_1 v_2 = pS_p \frac{S_d}{S_s} \cdot \frac{S_s}{S_p} = pS_d.$$

Интересующая нас коррекция должна действовать только в области низких частот; для этого масса m_3'' должна удовлетворять условию

$$\omega m_3'' \gg \frac{1}{\omega c_2} \quad (10.30)$$

при $\omega > \omega_1$. В области низких частот можно считать упру-

гое сопротивление объёма V_0 под диафрагмой очень большим и не учитывать ветви c_0 ; тогда приведённая схема приводится к виду рис. 200, *a*. В более удобной для рассмотрения форме та же схема изображена на рис. 200, *b*.

В области коррекции ($\omega < \omega_1$) допустимо пренебречь инерциальным сопротивлением $j\omega(m_1 + m_2) = j\omega 1,5 m_1$ [ср. (10.26а)] по сравнению с упругим сопротивлением воротника $\frac{1}{j\omega c_1}$; положим также, что $r_3'' \ll \omega m_3''$.

Эти предположения в значительной степени упрощают рассмотрение интересующего нас вопроса, хотя и ценой некоторой погрешности количественного характера; принципиальная же сущность дела достаточно полно выясняется из рассмотрения упрощённой схемы, изображённой на рис. 201.

Уравнения этой схемы, выражающие второй закон Кирхгофа, имеют вид

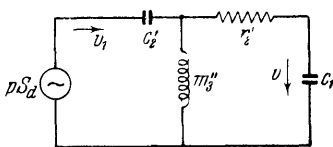


Рис. 201.

где v — скорость диафрагмы аналогичная току через c_1 ; v_1 есть некоторая вспомогательная переменная, исключая которую из написанных уравнений, найдём после несложных выкладок:

$$pS_d = v \left[\left(r_2' + \frac{1}{j\omega c_1} \right) \left(1 - \frac{1}{\omega^2 m_3'' c_2'} \right) + \frac{1}{j\omega c_2'} \right]. \quad (10.31a)$$

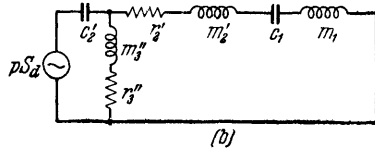
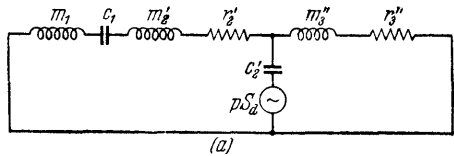


Рис. 200.

Введём частоту ω_0 , определяемую условием

$$\omega_0^2 = \frac{1}{m_3' c_2} = \frac{1}{\nu_2^2 m_3 c_2} = \frac{1}{m_3 c_3}, \quad (10.32)$$

где

$$c_3 = \nu_2^2 c_2 = \frac{S_s^2}{S_p} \cdot \frac{V_2}{\gamma P_0 S_s^2} = \frac{V_2}{\gamma P_0 S_p^2} \quad (10.33)$$

есть гибкость воздушного объёма V_2 внутри магнита, изменяемая со стороны трубки. Теперь мы имеем возможность разъяснить следующее обстоятельство, существенно важное для понимания физической стороны рассматриваемого здесь способа коррекции нижних частот: объём V_2 внутри магнита совместно с открытой наружу трубкой составляет резонатор Гельмгольца (см. § 4), собственная частота которого определяется условием (10.32), совпадающим с (1.27). Как мы увидим ниже, коррекция нижних частот основана на использовании усилительного действия резонатора.

С учётом условия (10.32) перепишем уравнение (10.31а) в виде

$$v = \frac{p S_d}{\left(r_2' + \frac{1}{j\omega c_1}\right) \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right) + \frac{1}{j\omega c_2}}. \quad (10.31b)$$

Переходя к модулю, напишем для области низких частот (область коррекции):

$$\begin{aligned} |z| &= \left| \frac{pS}{v} \right| = \left\{ r_2'^2 \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)^2 + \left[\frac{1}{\omega c_1} \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right) + \frac{1}{\omega c_2'} \right]^2 \right\}^{1/2} = \\ &= \left\{ r_2'^2 \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)^2 + \frac{1}{\omega^2 c_1^2} \left(1 + \frac{c_1}{c_2} - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)^2 \right\}^{1/2}. \end{aligned}$$

Но, согласно (10.26b, c).

$$\frac{c_1}{c_2} = 0,5, \quad r_2' = 0,45 \omega_2 m_1,$$

а по формуле (10.21)

$$c_1 = \frac{1}{\omega_1^2 m_1}.$$

Используя эти значения, получим:

$$|z| = m_1 \sqrt{(0,45\omega_2)^2 \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right) + \frac{\omega_1^4}{\omega^2} \left(1,5 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)^2}. \quad (10.34)$$

Из (10.34) видно, что, когда частота ω , убывая, приближается к собственной частоте ω_0 резонатора, механическое сопротивление $|z|$ подвижной системы убывает; это есть следствие того обстоятельства, что рост упругого сопротивления воротника компенсируется резонансным усилением давления в полости V_2 резонатора. Избыточное давление в полости V_2 , которая сообщается через шлиц с полостью V_0 под диафрагмой, создаёт дополнительную силу, приложен-

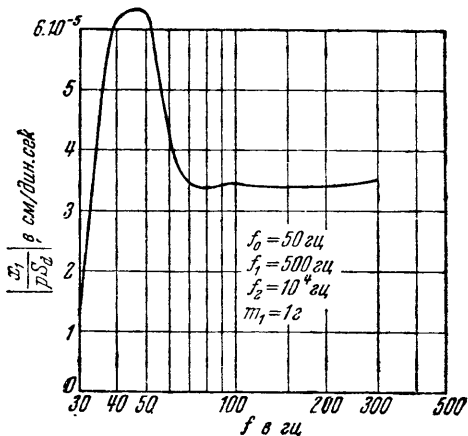


Рис. 202. —

ную к диафрагме и не позволяющую её колебательной скорости v убывать в сторону низких частот так, как она убывала бы в отсутствие резонатора.

Для того чтобы коррекция имела место в диапазоне нижних частот, нужно выбирать $\omega_0 \ll \omega_1$; очевидно, что этим одновременно гарантируется удовлетворение условия (10.30).

Частотная характеристика $|z|$, вычисленная по формуле (10.34) для частного случая ($f_0 = 50 \text{ гц}$, $f_1 = 500 \text{ гц}$, $f_2 = 10\,000 \text{ гц}$, $m_1 = 1 \text{ г}$), выясняется из рис. 202; стоит обратить внимание на постоянство $|z|$ в значительной части области коррекции. Заметим ещё, что при сделанном выборе параметров значения $|z|$, вычисленные из (10.34) для частот, близких к ω_1 , мало отличаются от величины (10.25), отно-

сходя к области $\omega > \omega_1$; таким образом обеспечивается ровность характеристики в окрестности граничной частоты ω_1 .

Частотная характеристика микрофона с подвижной катушкой типа ДМК (Тульского завода) представлена на рис.

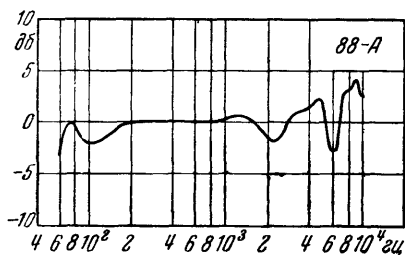
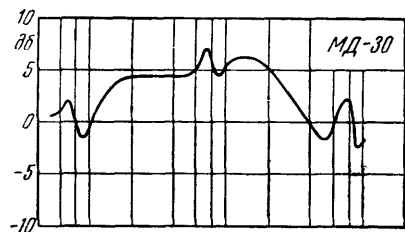
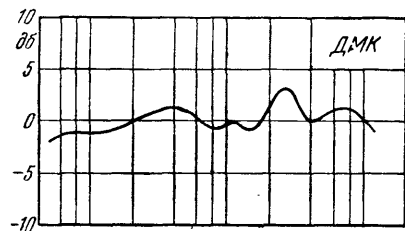


Рис. 203.

203; чувствительность этого микрофона равна $0,125 \text{ мв/бар}$ при нагрузке на $Z_a = 600 \text{ ом}$. Аналогичного устройства микрофон МД-30 (разработки ИРПА) развивает уровень — 69 дБ ($p = 10 \text{ бар}$, $Z_a = 600 \text{ ом}$, $0 \text{ дБ} = 12,5 \text{ мвт}$), что соответствует чувствительности порядка 100 мкв/бар . Частотная характеристика микрофона МД-30 приводится на рис. 203; там же внизу изображена характеристика динамического микрофона 88-А ($N = -57 \text{ дБ}$ при $p = 10 \text{ бар}$, $Z_a = 250 \text{ ом}$).

§ 79. Конденсаторный микрофон. Конденсаторные микрофоны, разработанные в 20-х годах текущего столетия, явились первыми микрофонами повышенного качества и в течение долгого времени имели наиболее широкое распростра-

нение в радиовещании и звукозаписи. В настоящее время более широкое применение находят электродинамические микрофоны (ленточные и с подвижной катушкой); однако в целом ряде случаев и, в частности, в технике акустических измерений конденсаторные микрофоны обладают несомненными преимуществами — стабильностью, удобством абсолютной

калибровки, малым габаритом и достаточной чувствительностью при хорошей частотной характеристике.

Конденсаторный микрофон представляет собой конденсатор переменной ёмкости, одной из обкладок которого является массивный электрод, а другой — металлическая (обычно дюралюминиевая) мембрана, натянутая по краю и расположенная на очень малом расстоянии (25—30 μ) от массивного электрода. Микрофон включается последовательно с источником постоянного (поляризующего) напряжения U_0 и нагрузочным омическим сопротивлением R (рис. 204). Под действием звуковой волны мембрана микрофона колеблется, и ёмкость C микрофона периодически меняется около среднего значения C_0 ; при этом в микрофонной цепи течёт переменный зарядно-разрядный ток звуковой частоты. Переменное напряжение на сопротивлении R подаётся на сетку первой лампы микрофонного усилителя через разделительный конденсатор C_p , защищающий сетку от поляризующего напряжения. Принципиальная схема конденсаторного микрофона с одним каскадом усиления представлена на рис. 204.

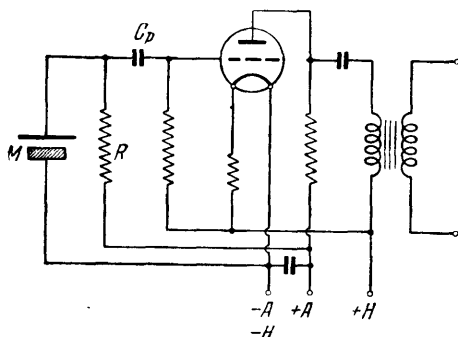


Рис. 204.

Составляя исходные уравнения микрофона, напишем сначала уравнение движения мембраны. Заменяя мембрану эквивалентной системой с сосредоточенными массой $m = \frac{1}{3} M$ (M — фактическая масса мембраны) и гибкостью $c = \frac{1}{2\pi\tau}$ [τ — натяжение, см. (1.39) и (1.40)], напишем уравнение движения в виде

$$m\ddot{y} + r\dot{y} + \frac{y}{c} + \frac{y_1}{c'} = pS + \frac{2\pi}{S_0} q^2. \quad (10.35)$$

В этом уравнении y есть смещение центра мембраны; благодаря наличию электростатического притяжения между обкладками, обусловленного поляризующим напряжением U_0 , смещение y имеет постоянную слагающую y_0 и переменную часть y_1 :

$$y = y_0 + y_1. \quad (10.36)$$

Заметим, далее, что если c' есть гибкость воздушного объёма под мембраной [см. (1.42)], то упругая реакция воздушного слоя $\frac{y_1}{c'}$ зависит только от переменной части смещения y_1 ; постоянная составляющая y_0 не связана со сжатием слоя вследствие того, что медленные (например, барометрические) изменения давления компенсируются благодаря сообщению воздушного объёма с наружным воздухом через узкий канал с большим сопротивлением (компенсация барометрического эффекта). Коэффициент r в левой части уравнения (10.35) есть механическое сопротивление, обусловленное в основном вязким трением воздуха, вытесняемого из-под средней части колеблющейся мембраны. Правая часть уравнения содержит внешние силы: сила pS [где S есть действующая поверхность мембраны, см. (1.41)] обусловлена давлением p в падающей звуковой волне, сила $\frac{2\pi}{S_0} q^2$ есть электростатическое притяжение. Здесь q означает заряд конденсатора, содержащий постоянную и переменную составляющие

$$q = q_0 + q_1, \quad (10.37)$$

причём

$$q_0 = U_0 C'_0, \quad (10.38)$$

а площадь S_0 определяется из формулы ёмкости плоского конденсатора

$$C'_0 = \frac{S_0}{4\pi(d - y_0)}, \quad (10.39)$$

где d — расстояние центра мембраны от противоположащего электрода в отсутствии поляризующего напряжения.

Уравнение напряжения в контуре из последовательно соединённых C , R , U_0 имеет вид

$$R \dot{q} + \frac{q}{C} = U_0. \quad (10.40a)$$

Подставляя сюда

$$\frac{1}{C} = \frac{4\pi(d-y)}{S_0},$$

имеем уравнение

$$R\dot{q} + \frac{4\pi d}{S_0} q - \frac{4\pi}{S_0} yq = U_0. \quad (10.40b)$$

Если в уравнениях (10.35) и (10.40b) подставить значения y и q из (10.36) и (10.37), то уравнения микрофона приводятся к виду

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{y}_1 + r\dot{y}_1 + \frac{y_0}{c} + \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{c'}\right)y_1 &= \\ &= pS + \frac{2\pi}{S_0} q_0^2 + \frac{4\pi}{S_0} q_0 q_1 + \frac{2\pi}{S_0} q_1^2, \\ R\dot{q}_1 + \frac{4\pi d}{S_0} q_0 + \frac{4\pi d}{S_0} q_1 - \frac{4\pi}{S_0} q_0 y_0 - \frac{4\pi}{S_0} q_0 y_1 - \\ &- \frac{4\pi}{S_0} y_0 q_1 - \frac{4\pi}{S_0} q_1 y_1 = U_0. \end{aligned} \right\} \quad (10.41)$$

Когда микрофон не возбуждается звуковым полем ($p=0$, $y_1=0$, $q_1=0$), эти уравнения дают:

$$\left. \begin{aligned} \frac{y_0}{c} &= \frac{2\pi}{S_0} q_0^2, \\ q_0 \frac{4\pi(d-y_0)}{S_0} &= U_0. \end{aligned} \right\} \quad (10.42)$$

Совместное решение этих уравнений позволяет определить постоянные составляющие смещения y_0 и заряда q_0 ; для смещения, в частности, получается кубическое уравнение

$$\left(\frac{y_0}{d}\right)^3 - 2\left(\frac{y_0}{d}\right)^2 + \left(\frac{y_0}{d}\right) = \frac{1}{2} \frac{U_0^2 C_0 c}{d^2}. \quad (10.43)$$

Как нетрудно видеть, это уравнение имеет в области $0 \leq \frac{y_0}{d} \leq 1$ два действительных корня; на рис. 205, изображающем график уравнения (10.43), корни, лежащие на нижней ветви, отвечают устойчивым состояниям равновесия мембраны, корни, лежащие на верхней ветви, — неустойчивым. Физическая сущность дела поясняется кривыми рис. 206;

пунктирная кривая представляет силу электростатического притяжения $\frac{S_0}{8\pi} \left(\frac{U_0}{d-y}\right)^2$, наклонная прямая — возвращающую упругую силу $-\frac{y}{c}$. Жирная кривая даёт результанту обеих этих сил. В точке 1, где $F_{рез} = 0$, равновесие устойчиво, так как производная $\frac{dF}{dy} < 0$; в точке 2, опять-таки при

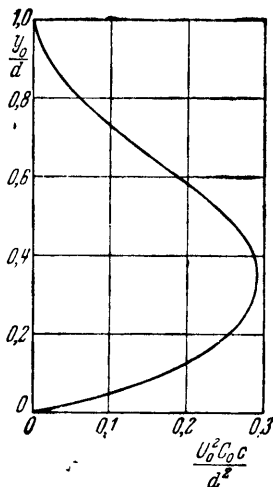


Рис. 205.

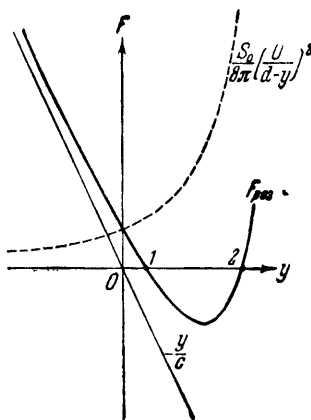


Рис. 206.

$F_{рез} = 0$, $\frac{dF}{dy} > 0$, и равновесие неустойчиво — малые его нарушения приводят к возникновению смещающей силы. Отметим, что наличие электростатического поля эквивалентно внесению некоторой «отрицательной упругости»; по сходным причинам так же обстоит дело и в случае преобразователя с подвижным железом (см. § 63).

Как видно из рис. 205, для стабилизации подвижной системы конденсаторного микрофона необходимо удовлетворить условию

$$\frac{U_0^2 C_0 c}{d^2} \leq 0,25 \quad \text{или} \quad y_0 \leq 0,2d; \quad (10.44)$$

здесь C_0 есть ёмкость микрофона в отсутствии поляризующего напряжения

$$C_0 = \frac{S_0}{4\pi d}.$$

Возвращаясь к уравнениям (10.41), перепишем их с учётом равенств (10.42):

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{y}_1 + ry_1 + \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{c'}\right) y_1 &= \\ &= pS + \frac{4\pi}{S_0} q_0 q_1 + \frac{2\pi}{S_0} q_1^2, \\ R\dot{q}_1 + \frac{4\pi d}{S_0} q_1 - \frac{4\pi}{S_0} q_0 y_1 - \frac{4\pi}{S_0} y_0 q_1 - \\ &- \frac{4\pi}{S_0} q_1 y_1 = 0. \end{aligned} \right\} \quad (10.45)$$

Ограничиваясь случаем малых колебаний, мы можем с достаточным для практических целей основанием отбросить нелинейные члены

$$\frac{2\pi}{S_0} q_1^2 \text{ и } \frac{4\pi}{S_0} q_1 y_1,$$

имеющие величину второго порядка малости, и рассматривать линеаризированные уравнения

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{y} + r\dot{y} + \frac{y}{c_1} - \mathcal{E}_0 q &= pS, \\ R\dot{q} + \frac{q}{C_0} - \mathcal{E}_0 y &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (10.46)$$

где через c_1 обозначена результирующая гибкость системы

$$\frac{1}{c_1} = \frac{1}{c} + \frac{1}{c'} \quad \text{или} \quad c_1 = \frac{cc'}{c+c'};$$

$$\mathcal{E}_0 = \frac{4\pi q_0}{S_0} = \frac{U_0}{d - y_0}$$

есть напряжённость электрического поля в центральной части конденсатора. Заметим, что мы отбросили индекс 1 при y и q ; эти символы обозначают теперь только переменные составляющие смещения и заряда.

В стационарном режиме, когда $p = p_m \exp j\omega t$,

$$\ddot{y} = j\omega \dot{y}, \quad y = \frac{\dot{y}}{j\omega}, \quad q = \frac{\dot{q}}{j\omega},$$

и уравнения (10.46) переписываются в алгебраической форме:

$$\left. \begin{aligned} z_m \dot{y} - K \dot{q} &= S p_m \exp j\omega t, \\ Z_e \dot{q} - K \dot{y} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (10.47)$$

где

$$z_m = r + j \left(\omega m - \frac{1}{\omega c_1} \right)$$

есть механическое сопротивление подвижной системы, приведённое к центру мембраны, и

$$Z_e = R + \frac{1}{j\omega C'_0};$$

величина

$$K = \frac{\mathcal{E}_0}{j\omega} = \frac{1}{j\omega} \cdot \frac{U_0}{d - y_0} \quad (10.48)$$

есть, очевидно, коэффициент электромеханической связи, как это видно хотя бы из сопоставления уравнений (10.47) со стандартной формой уравнений преобразователя-генератора (5.24). Решая относительно микрофонного тока \dot{q} , имеем в комплексной форме:

$$\dot{q} = \frac{KS}{z_m Z_e + K^2} p.$$

Напряжение, развиваемое микрофоном на сетке первой лампы усилителя, есть разность потенциалов на зажимах сопротивления R :

$$U = \dot{q} R = \frac{KSR}{z_m Z_e + K^2} p.$$

Для чувствительности микрофона в комплексной форме имеем отсюда:

$$E = \frac{U}{p} = \frac{KSR}{z_m Z_e + K^2}. \quad (10.49)$$

Вычисляя модуль этого выражения, заметим, что благодаря большой упругости воздушного объёма под мембраной и

умеренной величине активного сопротивления r в основной части рабочего диапазона частот удовлетворяются неравенства

$$\frac{1}{\omega c_1} \gg \omega m \text{ и } \frac{1}{\omega c_1} \gg r. \quad (10.50a)$$

Это означает, что подвижная система микрофона управляется упругостью и, следовательно, собственная частота системы лежит вблизи от верхней границы полосы:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{mc_1}} \gg \omega. \quad (10.50b)$$

При соблюдении этого условия $z_m \cong \frac{1}{j\omega c_1}$ и

$$|z_m Z_e + K^2| = \frac{1}{\omega_0^2 C'_0 c_1} \sqrt{\left[1 - \frac{U_0^2 C'_0 c_1}{(d - y_0)^2}\right]^2 + (\omega C'_0 R)^2}.$$

Но условие стабильности равновесного положения мембраны (10.44) требует удовлетворения неравенства

$$\frac{U_0^2 C'_0 c_1}{(d - y_0)^2} \ll 1,$$

так что приближённо

$$|z_m Z_e + K^2| \cong \frac{1}{\omega^2 C'_0 c_1} \sqrt{1 + (\omega C'_0 R)^2}.$$

Далее, согласно (10.48),

$$|K| S = \frac{U_0 S}{\omega (d - y_0)} = \frac{4\pi C'_0 U_0}{\omega}$$

и для модуля чувствительности микрофона имеем из (10.49):

$$|E| = 4\pi C'_0{}^2 c_1 \frac{\omega R}{\sqrt{1 + (\omega C'_0 R)^2}}. \quad (10.51a)$$

Дабы обеспечить независимость чувствительности от частоты, нужно, очевидно, удовлетворить условию

$$\omega C'_0 R \gg 1 \text{ или } R \gg \frac{1}{\omega C'_0}; \quad (10.52)$$

это условие имеет простой физический смысл: постоянная времени микрофонного контура $\tau = RC'_0$ должна быть велика по сравнению с наибольшим периодом принимаемых колебаний ($\tau \gg T_{\text{макс}}$), в противном случае зарядка и разряд конденса-

тора будут происходить быстрее, чем это требуется темпом вынужденного колебания. Заметим, что условие (10.52) приводит к очень большим значениям нагрузочного сопротивления: если принять, что ёмкость капсуля микрофона имеет величину порядка 150 мкмкф и допустить равенство R и $\frac{1}{\omega C_0}$ на частоте $\omega_n = 2\pi \cdot 50 \text{ сек}^{-1}$, то для нагрузочного сопротивления получается цифра

$$R = \frac{10^{12}}{2\pi \cdot 50 \cdot 150} \cong 20 \cdot 10^6 \text{ ом.}$$

При удовлетворении условия (10.52) чувствительность микрофона определяется приближённой формулой

$$|E| = 4\pi U_0 C'_0 c_1. \quad (10.51b)$$

Этот результат позволяет выдвинуть важные соображения относительно конструкции массивного электрода, противолежащего мембране. Заметим предварительно, что упругость натяжения мембраны $\frac{1}{c}$ ограничена её прочностью и не может быть особенно велика; поэтому удовлетворение условия (10.50) относительно высокой собственной частоты подвижной системы достигается за счёт большой упругости $\frac{1}{c'}$ воздушного объёма под мембраной. Таким образом

$$\frac{1}{c'} \gg \frac{1}{c} \text{ и } c_1 \cong c' = \frac{d - y_0}{\gamma P_0 S}$$

[ср. (1.42)]; здесь S есть действующая поверхность мембраны, т. е. площадь эквивалентного поршня, а $\gamma P_0 = 1,4 \cdot 10^6 \text{ бар}$ — адиабатный модуль объёмной упругости воздуха. При указанных условиях

$$C'_0 c_1 \cong \frac{S_0}{4\pi(d - y_0)} \cdot \frac{d - y_0}{\gamma P_0 S} \cong \frac{1}{4\pi\gamma P_0}$$

(так как S и S_0 — величины одного порядка). Подстановка этого значения в (10.52b) приводит к результату

$$|E| \cong \frac{U_0}{\gamma P_0},$$

означающему, что при сделанных предположениях чувствительность микрофона определяется только поляризующим напряжением и совершенно не зависит ни от размеров микрофона, ни от зазора между мембраной и неподвижным электродом.

Например, при $U_0 = 200$ в (максимальная величина анодного напряжения первой лампы микрофонного усилителя) имеем:

$$|E| = \frac{200}{1,4 \cdot 10^6} \cong 140 \cdot 10^{-6} \text{ вольт/бар};$$

это значение нельзя считать достаточным. Причина такого положения вещей, очевидно, заключается в том, что изменение величин S и d приводит к одинаковым, но противоположным по знаку относительным изменениям ёмкости микрофона C_0' и гибкости воздушного слоя c' . Отсюда следует, что для повышения чувствительности конденсаторного микрофона нужно придать неподвижному электроду такую структуру, которая позволила бы увеличивать воздушный объём под мембраной (и, следовательно, гибкость c') без уменьшения ёмкости микрофона. Это достигается тем, что в неподвижном электроде делаются углубления либо в форме спиральной канавки, либо в форме двух рядов прямых канавок, образующих решётку. Объём воздуха в этих канавках, складываясь с объёмом воздушного слоя под мембраной, увеличивает гибкость c' тем больше, чем глубже канавки; вместе с тем ёмкость микрофона определяется величиной плоской части поверхности неподвижного электрода и не зависит от глубины канавок. Так как гибкость c' может быть значительно увеличена без нарушения условия (10.50b), то применение неплоских электродов позволяет повысить чувствительность конденсаторного микрофона в 10—12 раз, причём собственная частота подвижной системы не опускается ниже 9000 — 10 000 гц.

Если считать, что параметры c' и C_0' независимы друг от друга, то (10.51b) удобнее представить в виде

$$|E| = 4\pi \frac{U_0 C_0'}{\omega_0^2 m}. \quad (10.51c)$$

Подставляя сюда значение C'_0 из (10.39) и полагая $m = \frac{1}{3} \rho h S$ (где ρ — плотность материала мембраны, h — её толщина), имеем:

$$|E| = \frac{3\sigma}{\rho h \omega_0^2} \cdot \frac{U_0}{d - y_0}; \quad (10.51d)$$

здесь

$$\sigma = \frac{S_0}{S} \quad (10.53)$$

есть коэффициент (порядка 0,5), зависящий от размеров канавок, сделанных в неподвижном электроде.

Применение электрода с углублениями целесообразно ещё и вследствие того, что при этом активное сопротивление

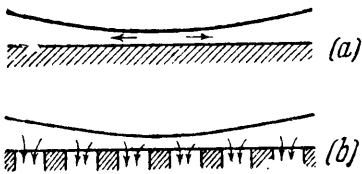


Рис. 207.

и гибкость воздушного слоя значительно меньше зависят от частоты, нежели при электроде с плоской поверхностью. Зависимость этих параметров от частоты связана с наличием радиальных потоков воздуха, вытесняемого из-под центра колеблющейся

мембраны. При низких частотах это вытеснение успевает происходить, так что упругая реакция слоя незначительна, а активное сопротивление трения велико; напротив, при высоких частотах воздух почти не вытесняется из-под мембраны, причём его упругая реакция возрастает, тогда как активное сопротивление уменьшается. Если поверхность неподвижного электрода имеет углубления с неширокими промежутками между ними, то параметры воздушного слоя и подмембранного объёма почти не зависят от частоты. Различие гидродинамической картины для гладкого (а) и перфорированного (б) электродов иллюстрируется схемой рис. 207.

На рис. 208 изображены частотные характеристики чувствительности трёх конденсаторных микрофонов: 1) Е1а М 301. 2, чувствительность которого на выходе микрофонного трансформатора составляет 0,6 мв/бар при нагрузке на 300 ом (см. схему рис. 204); 2) 640-А А с чувствительностью в режиме

холостого хода порядка $3,5 \text{ мв/бар}$; 3) измерительного («точечного») микрофона завода «Красная Заря» с чувствительностью капсюля порядка 1 мв/бар в режиме холодного хода.

§ 80. Конденсаторные микрофоны направленного действия. Механико-акустическая часть конденсаторного микрофона может быть выполнена таким образом, что он будет работать либо в качестве приёмника градиента давления с характеристикой направленности в форме восьмёрки, либо в качестве комбинированного приёмника с кардиоидной характеристикой направленности.

Схема устройства конденсаторного приёмника градиента давления изображена на рис. 209. Мембрана, представленная эквивалентными акустическими параметрами m , c , r , расположена между двумя перфорированными электродами, причём через m_1 обозначена суммарная акустическая масса воздуха, колеблющегося в отверстиях каждого из электродов. Акустические гибкости воздушных объёмов между мембраной и каждым из электродов обозначены через c_2 . В правой части рис. 209 представлена схема электрического аналога системы; здесь p и p' — звуковые давления, создаваемые падающей волной с двух сторон микрофона.

Необходимо отметить, что активное сопротивление r , которое, как это будет видно из последующего, должно иметь

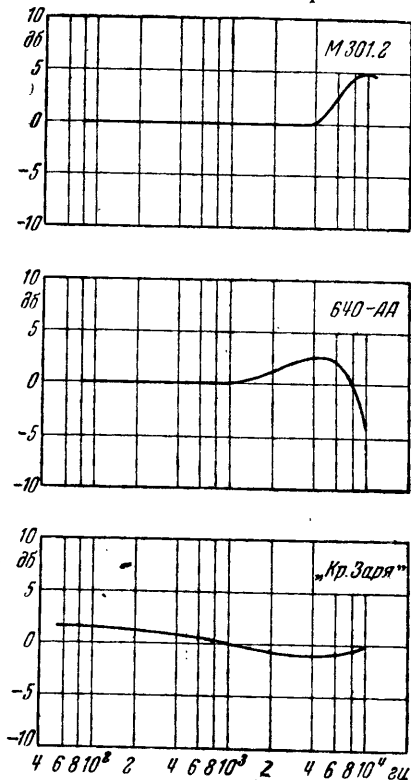


Рис. 208.

В правой части рис. 209 представлена схема электрического аналога системы; здесь p и p' — звуковые давления, создаваемые падающей волной с двух сторон микрофона.

Необходимо отметить, что активное сопротивление r , которое, как это будет видно из последующего, должно иметь

преобладающее значение, обусловлено вязким трением воздуха, вытесняемого из-под мембраны при её колебаниях.

Вводя обозначения

$$z_1 = j\omega m_1, \quad z_2 = \frac{1}{j\omega c_2}, \quad z = r + j\left(\omega m - \frac{1}{\omega c}\right), \quad (10.54)$$

напишем уравнения, получающиеся из рассмотрения схемы электрического аналога системы

$$\begin{aligned} z_1 \dot{v}_0 + z_2 (\dot{v}_0 - \dot{v}) &= p, \\ -z_2 (\dot{v}_0 - \dot{v}) + z \dot{v} + z_2 (\dot{v} - \dot{v}') &= 0, \\ -z_2 (\dot{v} - \dot{v}') + z_1 \dot{v}' &= -p' \end{aligned} \quad (10.55)$$

(объёмные потоки \dot{v} , \dot{v}_0 , \dot{v}'_0 показаны на схеме аналога).

Исключая из уравнений (10.55) потоки \dot{v}_0 и \dot{v}'_0 , находим:

$$\begin{aligned} \left(z + 2z_2 - \frac{2z_2^2}{z_1 + z_2}\right) \dot{v} &= \\ &= \frac{z_2}{z_1 + z_2} \Delta p, \end{aligned}$$

где $\Delta p = p - p'$. После несложных преобразований имеем:

$$\dot{v} = \frac{\Delta p}{z \left(1 + \frac{z_1}{z_2}\right) + 2z_1}. \quad (10.56)$$

Если нагрузочные сопротивления R велики по сравнению

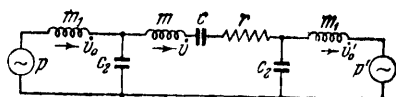
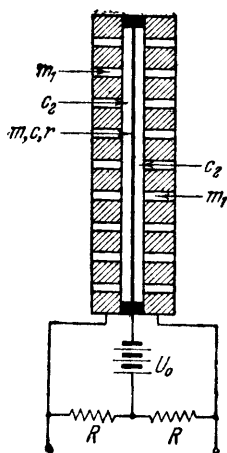


Рис. 209.

с ёмкостными сопротивлениями обеих половин микрофонного капсюля (как мы уже знаем из § 79, это условие должно быть соблюдено для обеспечения требуемой величины постоянной времени микрофонной цепи), то первое из уравнений преобразователя-генератора [уравнение (5.24), § 42]

$$\left(R + \frac{1}{j\omega C_0}\right) i = -K \dot{x}$$

принимает вид

$$U = Ri = -K\dot{x},$$

где U — переменное напряжение на сопротивлении R ,

$$\dot{x} = \frac{v}{S}$$

есть колебательная скорость центра мембраны (S — площадь эквивалентного поршня), а K — коэффициент электромеханической связи, который, согласно (10.48), может быть представлен в виде

$$K = \frac{U_0}{j\omega d}. \quad (10.57)$$

Здесь U_0 — поляризующее напряжение, d — расстояние между мембраной и каждым из электродов; укажем, что рассматриваемая система является *дифференциальной*, так что постоянное смещение y_0 отсутствует.

Замечая, что микрофон работает в двухтактной схеме (см. рис. 209), имеем для напряжения, снимаемого на сетку усилительной лампы:

$$2U = -2K \frac{\dot{v}}{S} = -\frac{2U_0}{j\omega d} \cdot \frac{\Delta p}{S \left[z \left(1 + \frac{z_1}{z_2} \right) + 2z_1 \right]}.$$

Если D есть диаметр микрофонного капсюля, то, согласно (10.3b), можно положить:

$$|\Delta p| = \left(\frac{\omega D}{c_0} \cos \theta \right) \cdot |p|.$$

Теперь мы можем написать для чувствительности микрофона:

$$E = \left| \frac{2U}{p} \right| = \frac{2U_0 D \cos \theta}{c_0 d S \left| z \left(1 + \frac{z_1}{z_2} \right) + 2z_1 \right|}. \quad (10.58)$$

Совершенно ясно, что для обеспечения частотно-независимой чувствительности должны быть удовлетворены условия

$$\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \omega m_1 c_2 \ll 1, \\ r \gg \omega (m + 2m_1) = \frac{1}{\omega c}. \quad (10.59)$$

Эти условия означают, что подвижная система микрофона должна управляться активным частотно-независимым сопротивлением r ; переходя от акустических параметров к механическим, будем считать, что преобладающее значение имеет активное сопротивление

$$r_m = rS^2$$

(см. § 4), причём

$$|z \left(1 + \frac{z_1}{z_2} \right) + 2z_1| \cong \frac{r_m}{S^2}$$

Подставляя это значение в (10.58), имеем:

$$E \cong \frac{2U_0SD}{c_0dr_m} \cos \theta. \quad (10.60)$$

Полученный результат показывает, что характеристика направленности микрофона имеет форму восьмёрки, как это свойственно всякому приёмнику

градиента давления, размеры которого малы сравнительно с длиной падающей волны.

Частотная характеристика микрофона рассматриваемого типа (Е1а М 303.1 с чувствительностью порядка 0,6 мв/бар) изображена в верхней части рис. 210.

Более сложным является конденсаторный микрофон одностороннего приёма, устройство которого схематически изображено на рис. 211 вместе со схемой электрического аналога механико-акустической части системы (обозначения акустических параметров те же, что и выше). В механическом отношении система совершенно симметрична: две одинаковые мембраны располагаются по обе стороны от неподвижного перфорированного электрода. Зато электрически система несимметрична: в микрофонную цепь включена только ёмкость между одной из мембран и неподвижным электродом.

Способ получения характеристики направленности в форме кардионды можно разъяснить на основе следующих сообра-

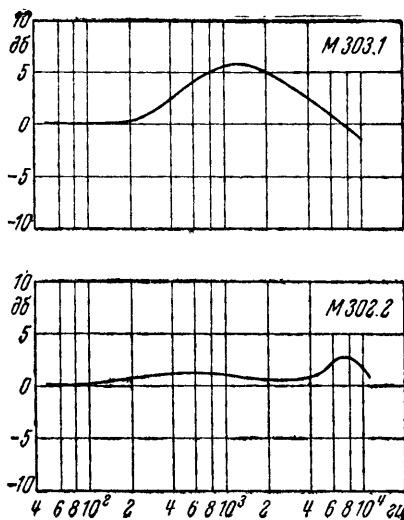


Рис. 210.

жений. Каково бы ни было фактическое колебание обеих мембран, оно может быть формально представлено как результат суперпозиции двух *главных* колебаний: *синфазного* колебания, при котором обе мембраны движутся в одном и том же направлении, причём воздух перегоняется с одной стороны неподвижного электрода на другую через сквозные отверстия, и *противофазного* колебания, при котором мембраны движутся в противоположных направлениях, вызывая сжатие или разрежение воздуха между мембранами. Совершенно ясно, что синфазное колебание определяется ве-

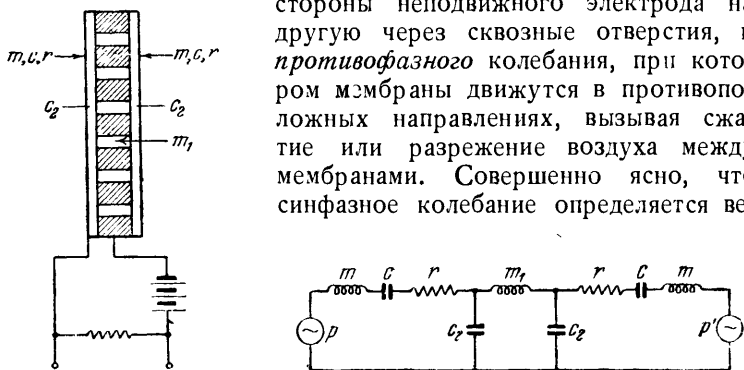


Рис. 211.

личной *градиента* давления. Это делается очевидным, если представить себе, что пространство между мембранами заполнено несжимаемой жидкостью, чем исключается возможность противофазного колебания; при этом микрофон будет вести себя как приёмник градиента давления. Напротив, противофазное колебание в чистом виде может существовать под действием звукового *давления* только в отсутствии градиента (например, при боковом падении звука). На схеме рис. 212 показан результат сложения двух главных колебаний при различных углах падения звуковой волны: при $\theta = 0$ (к источнику звука обращена электрически действующая мембрана); при $\theta = 90^\circ$ (боковое падение); при $\theta = 180^\circ$ (к источнику звука обращена электрически бездействующая мембрана). Маленькие стрелки сверху изображают синфазные смещения, обусловленные наличием градиента давления; стрелки внизу изображают противофазные смещения, вызванные действием звукового давления. При $\theta = 0$ синфазное и противофазное смещения левой (электрически действующей) мембраны имеют один и тот же знак, и эта мембрана

колеблется с удвоенной амплитудой; напротив, главные колебания правой мембраны имеют противоположные знаки, так что эта мембрана покоится. При боковом падении ($\theta = 90^\circ$) синфазное перемещение отсутствует, и амплитуда колебаний левой мембраны вдвое меньше, чем при $\theta = 0$. При $\theta = 180^\circ$ правая мембрана колеблется с удвоенной амплитудой, а левая

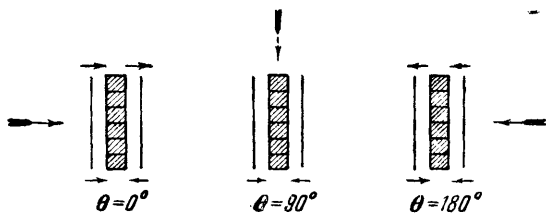


Рис. 212.

покоится, причём очевидно, что микрофон не развивает переменного напряжения. Таким образом кардиоидная характеристика достигается за счёт электрической асимметрии системы при условии, что параметры системы выбраны с расчётом на взаимную компенсацию главных колебаний со стороны, противоположной источнику. Условия такого выбора могут быть найдены путём анализа схемы электрического аналога.

На рис. 210 (внизу) изображена частотная характеристика кардиоидного микрофона (Ela M 302.2 с чувствительностью 0,6 мв/бар на выходе трансформатора при нагрузке на 300 ом).

ГЛАВА XI

ЭЛЕКТРОАКУСТИЧЕСКАЯ ПЬЕЗОАППАРАТУРА

§ 81. Местные уравнения пьезоэлектрического кристалла. Пьезоэлектрический эффект, обнаруженный в 1880 г. братьями Кюри на кристаллах кварца, заключается в том, что при деформации некоторых кристаллов на их поверхностях появляются электрические заряды, величина которых пропорциональна деформирующей нагрузке. Вскоре было обнаружено и обратное явление: приложенное извне электрическое поле может вызывать деформацию пьезокристалла, пропорциональную полю. Таким образом пьезокристаллы (кварц, турмалин, сегнетова соль и некоторые другие) являются линейными и обратимыми электромеханическими преобразователями. В качестве электроакустических приборов пьезокристаллы кварца были впервые использованы Ланжевром для ультразвуковой локации подводных лодок в период войны 1914—1918 гг. Пьезоэлектрические микрофоны, телефоны и звукосниматели были впервые сделаны путём использования кристаллов сегнетовой соли, обнаруживающей значительный пьезоэффект.

Мгновенное состояние элемента объёма пьезокристалла может быть характеризовано четырьмя величинами, из которых две относятся к электрическому состоянию, а две другие — к механическому состоянию элементарного объёма. В качестве первой пары можно выбрать *напряжённость электрического поля* \mathcal{E} и *поляризацию* P ; эти величины являются векторами, определяемыми в общем случае тремя компонентами. Механическое состояние характеризуется *упругим напряжением* σ и *деформацией* ξ . Напряжение σ , вообще говоря, представляет собой силу, отнесённую к единице площади; ввиду того что значение этой величины зави-

сит как от направления силы, так и от ориентации площади, напряжение определяется девятью компонентами

$$\sigma = |\sigma_{ik}|,$$

где первый индекс указывает компоненту силы, а второй — компоненту вектора нормали к площадке. Так как для изотермических и адиабатных процессов $\sigma_{ik} = \sigma_{ki}$, то напряжение σ определяется шестью независимыми компонентами. Такие величины называются симметричными тензорами второго ранга. Величина относительной деформации ξ определяется как смещение некоторой точки деформируемого тела, отнесённое к единице длины; так как значение этой величины зависит от ориентации вектора смещения и от выбора направления отсчёта длины, то деформация

$$\xi = |\xi_{ik}|$$

(i — индекс компоненты смещения, k — индекс компоненты направления отсчёта длины) является, так же как σ , тензором второго ранга. В случае чистой деформации без вращения и перемещения кристалла в целом $\xi_{ik} = \xi_{ki}$ и тензор деформации является симметричным, имея, вообще говоря, шесть независимых компонент.

В дальнейшем, для того чтобы не затемнять принципиального существа дела написанием весьма громоздких тензорных соотношений, мы будем считать, что величины \mathcal{E} , P , σ , ξ вычислены и выражены каждая одним единственным числом *).

Вводя величину электрической индукции

$$D_0 = \mathcal{E} + 4\pi P,$$

условимся характеризовать электрическое состояние элемента объёма кристалла напряжённостью поля \mathcal{E} и вместо поляризации P величиной

$$D = \frac{D_0}{4\pi} = \frac{\mathcal{E}}{4\pi} + P, \quad (11.1)$$

*) Конечно, способ расчёта этих чисел будет зависеть от вида деформаций и от ориентации электрических полей, равно как и от выбора координатной системы; подробности можно найти в специальных руководствах.

которую условимся называть *электрическим смещением*. Удобство выбора этой величины связано с тем, что электрическое смещение D имеет смысл поверхностной плотности зарядов.

Напишем прежде всего основное соотношение взаимности, которое для элементарного объёма пьезокристалла может быть представлено в виде

$$\left(\frac{P}{\sigma}\right)_{\mathcal{E}=0} = \left(\frac{\xi}{\mathcal{E}}\right)_{\sigma=0}. \quad (11.2a)$$

Левая часть формулы относится к *прямому* пьезоэффекту. Приложенное механическое напряжение σ вызывает поляризацию P в отсутствии внешнего поля ($\mathcal{E}=0$). Правая часть относится к обратному пьезоэффекту: приложенное поле \mathcal{E} вызывает деформацию ξ в отсутствии каких-либо извне действующих напряжений ($\sigma=0$). Так как при $\mathcal{E}=0$ $P=D$, то соотношение взаимности можно переписать в виде

$$\left(\frac{D}{\sigma}\right)_{\mathcal{E}=0} = \left(\frac{\xi}{\mathcal{E}}\right)_{\sigma=0} = -d. \quad (11.2b)$$

Величина d называется пьезоэлектрическим модулем. Выбор знака в (11.2b) является произвольно условным; знак минус выбран по соображениям формального согласования уравнений пьезоэлектрического и электростатического преобразователей.

Теперь мы можем составить так называемые «местные» (т. е. относящиеся к элементу объёма) уравнения, связывающие друг с другом переменные \mathcal{E} , D , σ , ξ . Для малых деформаций эти связи линейны. С учётом соотношения взаимности (11.2b) можно написать:

$$\left. \begin{aligned} D &= \epsilon_{\sigma} \mathcal{E} - d\sigma, \\ \xi &= -d\mathcal{E} + \frac{1}{E_{\mathcal{E}}} \sigma. \end{aligned} \right\} \quad (11.3)$$

Здесь

$$\epsilon_{\sigma} = \left(\frac{D}{\mathcal{E}}\right)_{\sigma=0} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{D_0}{\mathcal{E}}\right)_{\sigma=0}$$

есть разделённое на 4π значение диэлектрической постоянной

ной свободного ($\sigma = 0$) кристалла при данном направлении поля, а

$$E_{\mathfrak{E}} = \left(\frac{\sigma}{\xi} \right)_{\sigma=0}$$

— модуль Юнга в отсутствии поля для данного вида деформаций.

Вторую форму местных соотношений получим, определив \mathfrak{E} из первого уравнения (11.3)

$$\mathfrak{E} = \frac{1}{\varepsilon_{\sigma}} (D + d\sigma)$$

и подставляя во второе уравнение

$$\xi = -\frac{d}{\varepsilon_{\sigma}} (D + d\sigma) + \frac{1}{E_{\mathfrak{E}}} \sigma = -\frac{d}{\varepsilon_{\sigma}} D + \left(\frac{1}{E_{\mathfrak{E}}} - \frac{d^2}{\varepsilon_{\sigma}} \right) \sigma.$$

Полагая

$$g = \frac{d}{\varepsilon_{\sigma}}, \quad (11.4)$$

$$\frac{1}{E_{\mathfrak{E}}} - \frac{d^2}{\varepsilon_{\sigma}} = \frac{1}{E_D} - gd = \frac{1}{E_D}, \quad (11.5)$$

напишем:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{E} &= \frac{1}{\varepsilon_{\sigma}} D + g\sigma, \\ \xi &= -gD + \frac{1}{E_D} \sigma. \end{aligned} \right\} \quad (11.6)$$

Величина

$$E_D = \left(\frac{\sigma}{\xi} \right)_{D=0}$$

есть модуль Юнга в отсутствии электрического смещения ($D=0$). Из уравнения (11.6) следует соотношение взаимности

$$\left(\frac{\mathfrak{E}}{\sigma} \right)_{D=0} = - \left(\frac{\xi}{D} \right)_{\sigma=0} = g. \quad (11.7)$$

Постоянную g мы будем называть константой Харкевича.

Третью форму местных соотношений найдём из уравнений (11.6):

$$\sigma = E_D (\xi + gD),$$

$$\mathcal{E} = \frac{1}{\varepsilon_\sigma} D + g E_D (\xi + gD) = \left(\frac{1}{\varepsilon_\sigma} + g^2 E_D \right) D + g E_D \xi.$$

Полагая

$$f = g E_D, \tag{11.8}$$

$$\frac{1}{\varepsilon_\sigma} + g^2 E_D = \frac{1}{\varepsilon_\xi} + gf = \frac{1}{\varepsilon_\xi}, \tag{11.9}$$

получаем соотношения

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E} &= \frac{1}{\varepsilon_\xi} D + f\xi, \\ \sigma &= fD + E_D \xi. \end{aligned} \right\} \tag{11.10}$$

Здесь

$$\varepsilon_\xi = \left(\frac{D}{\mathcal{E}} \right)_{\xi=0} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{D_0}{\mathcal{E}} \right)_{\xi=0}$$

есть разделённая на 4π диэлектрическая постоянная зажатого (т. е. не подвергающегося деформации) кристалла. Соотношение взаимности для уравнений (11.10) имеет вид

$$\left(\frac{\mathcal{E}}{\xi} \right)_{D=0} = \left(\frac{\sigma}{D} \right)_{\xi=0} = f, \tag{11.11}$$

причём постоянную f мы будем называть константой Мэсона.

Наконец, последнюю из возможных форм местных соотношений получим из (11.10):

$$D = \varepsilon_\xi (\mathcal{E} - f\xi),$$

$$\sigma = \varepsilon_\xi f (\mathcal{E} - f\xi) + E_D \xi = \varepsilon_\xi f \mathcal{E} + (E_D - \varepsilon_\xi f^2) \xi.$$

Полагая

$$e = \varepsilon_\xi f, \tag{11.12}$$

$$E_D - \varepsilon_\xi f^2 = E_D - ef = E_\mathcal{E}, \tag{11.13}$$

имеем

$$\left. \begin{aligned} D &= \varepsilon_\xi \mathcal{E} - e\xi, \\ \sigma &= e\mathcal{E} + E_\mathcal{E} \xi, \end{aligned} \right\} \tag{11.14}$$

с соотношением взаимности

$$-\left(\frac{D}{\xi}\right)_{\mathcal{E}=0} = \left(\frac{\sigma}{\mathcal{E}}\right)_{\xi=0} = e, \quad (11.15)$$

причём величина e называется пьезоэлектрической постоянной.

Отметим, что формулы (11.5) и (11.13), связывающие модули Юнга в двух различных режимах ($\mathcal{E} = 0$ или $D = 0$), должны быть совместимыми. Легко видеть, что это условие даёт ещё одно соотношение между коэффициентами, характеризующими пьезоэффект. Действительно, из (11.5) имеем:

$$E_D = \frac{1}{\frac{1}{E_{\mathcal{E}}} - gd} = \frac{E_{\mathcal{E}}}{1 - gd E_{\mathcal{E}}}$$

или

$$E_{\mathcal{E}} = E_D (1 - gd E_{\mathcal{E}});$$

формула (11.13) с учётом (11.8) даёт:

$$E_{\mathcal{E}} = E_D \left(1 - e \frac{f}{E_D}\right) = E_D (1 - eg);$$

отсюда видно, что должно иметь место соотношение

$$e = d E_{\mathcal{E}}. \quad (11.16)$$

Используя (11.8), (11.16) и (11.4), (11.12), легко найти, что

$$\frac{E_{\mathcal{E}}}{E_D} = \frac{\varepsilon_{\xi}}{\varepsilon_{\sigma}}, \quad (11.17)$$

и так как

$$\begin{aligned} \frac{E_{\mathcal{E}}}{E_D} &= 1 - eg = 1 - f \varepsilon_{\xi} \frac{f}{E_D} = 1 - f^2 \frac{\varepsilon_{\xi}}{E_D} = \\ &= 1 - d E_{\mathcal{E}} \cdot \frac{d}{\varepsilon_{\sigma}} = 1 - d^2 \frac{E_{\mathcal{E}}}{\varepsilon_{\sigma}}, \end{aligned}$$

то

$$\frac{\varepsilon_{\xi}}{\varepsilon_{\sigma}} = \frac{E_{\mathcal{E}}}{E_D} = 1 - \lambda^2, \quad (11.18)$$

где

$$\lambda^2 = f^2 \frac{\varepsilon_{\xi}}{E_D} = d^2 \frac{E_{\mathcal{E}}}{\varepsilon_{\sigma}}. \quad (11.19)$$

Из формулы (11.18) видно, что $\lambda^2 < 1$; отметим попутно, что это условие определяет положительный знак определителей систем местных уравнений (11.3) и (11.10).

В заключение необходимо указать, что коэффициенты пьезоэлектрических связей в местных уравнениях (d, e, f, g) представляют собой тензоры третьего ранга, определяемые 18 компонентами; это следует из того, что связь вектора с тензором второго ранга выражается тремя уравнениями, связывающими каждую из трёх компонент вектора с шестью компонентами симметричного тензора второго ранга. По счастью, наличие кристаллической симметрии того или иного вида значительно уменьшает число независимых компонент пьезоэлектрических тензоров. Собственные параметры кристалла распадаются на две группы: диэлектрические постоянные (ϵ_s, ϵ_z), связывающие векторы D и \mathcal{E} , представляют собой симметричные тензоры второго ранга, тогда как модули Юнга ($E_{\mathcal{E}}, E_D$), связывающие два тензора второго ранга (σ, ξ), являются тензорами четвёртого ранга, составленными в общем случае из 36 компонент*).

§ 82. Типы сегнетовых пьезоэлементов. Из числа пьезоэлектрических кристаллов в электроакустической аппа-

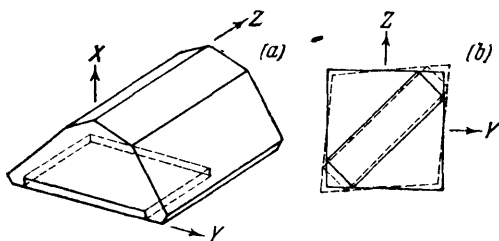


Рис. 213.

ратуре чаще применяется сегнетова соль (двойная соль калия и натрия винной кислоты, $\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$). Исходной формой является полукристалл, изображённый на рис. 213, а;

*) В рамках настоящей книги нет возможности излагать способы вычисления всех этих величин; подробности можно найти в книге А. А. Харкевича «Теория преобразователей».

ось X является электрической осью кристалла. Обычно используется пластинка, вырезанная из полукристалла перпендикулярно к его электрической оси, как это показано на рис. 213, *a* пунктиром. Если наложить обкладки на грани, перпендикулярные к оси X , и подать на обкладки некоторую разность потенциалов, то пластинка испытывает деформацию сдвига, характер которой изображён пунктиром на рис. 213, *b* (квадрат переходит в ромб). Из рис. 213, *b* видно, что если вырезать из пластинки брусок, длинная сторона которого образует с осью Z угол в 45° ,

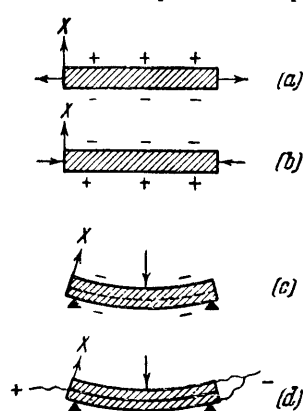


Рис. 214.

то приложенное электрическое поле будет вызывать удлинение бруска (или укорочение его при перемене знака поля). Это — обратный пьезоэффект; прямой пьезоэффект заключается в том, что при продольном сжатии или растяжении бруска на обкладках будут выделяться электрические заряды противоположных знаков, как это изображено на рис. 214 (*a* — растяжение, *b* — сжатие).

Следует иметь в виду, что использование продольных деформаций (рис. 214, *a, b*) практически нецелесообразно; значи-

тельно более удобным является использование деформации изгиба под действием сосредоточенных или распределённых сил, перпендикулярных к обкладкам бруска (рис. 214, *c*). Легко, однако, видеть, что при изгибе бруска с двумя обкладками на них будут выделяться заряды одного и того же знака, так что использование электромеханического преобразования невозможно. Действительно, при деформации изгиба (рис. 214, *c*) верхняя часть бруска (выше нейтральной линии, показанной пунктиром) сжата, а нижняя растянута; знак заряда на нижней обкладке определяется схемой рис. 214, *a*, знак заряда на верхней обкладке — схемой рис. 214, *b*. Из схемы видно, что при выбранном направлении изгиба на обеих обкладках выделяются отрицатель-

ные заряды; при перемене знака изгиба заряды на обкладках будут положительными.

Указанное затруднение разрешается следующим образом. Брусок разрезается на две половины перпендикулярно к электрической оси (X); между половинами вводится третья обкладка, после чего обе половины склеиваются без нарушения совпадения их электрических осей (рис. 214, d). Внешние обкладки соединяются между собой, образуя один вывод; второй вывод присоединяется к внутренней обкладке. При этом деформация изгиба бруска вызывает разность потенциалов на выводах пьезоэлемента; обратно, при подаче напряжения на обкладки возникает деформация изгиба. Устройство, изображённое на рис. 214, d , называется *биморфным элементом*; в данном случае биморфный элемент работает на *изгиб*.

Биморфный элемент, работающий на *скручивание*, можно реализовать следующим образом. Из пластинки, перпендикулярной к электрической оси кристалла (рис. 213), вырезаются два узких бруска, длинная сторона которых параллельна оси Z (или Y). Как видно из рис. 213, b , поле, направленное по электрической оси, будет вызывать

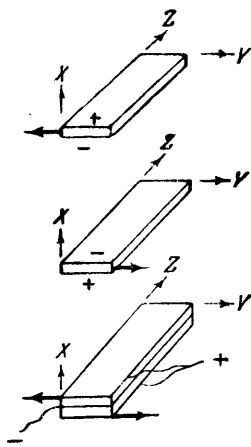


Рис. 215.

смещение свободного торца перпендикулярно к осям X и Z ; направление смещения при двух ориентациях поля показано на двух верхних схемах рис. 215 (противоположный конец бруска зажат). Если, введя внутреннюю обкладку, склеить оба бруска и соединить внешние обкладки между собой, то электрическое поле даст пару сил, закручивающую брусок вокруг оси Z , как это показано в нижней части рис. 215. При скручивании элемента на его обкладках будет возникать разность потенциалов.

Третий употребительный тип биморфного элемента представляет собой биморфную пластинку, ориентированную по схеме рис. 213, b . Если зажать три угла элемента a , b , c (рис. 216), то значительные сдвиги свободного угла d будут

иметь на обеих половинах элемента противоположные знаки, что приведёт к поперечному смещению свободного угла в направлении, показанном на рис. 216 вертикальной стрелкой.

§ 83. Изгиб биморфного элемента. В качестве примера анализа пьезоэлектрического преобразователя мы выведем уравнения системы с биморфным элементом, работающим на изгиб.

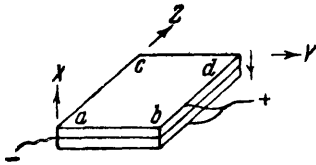


Рис. 216.

Выберем оси координат так, как это показано на рис. 217 (следует иметь в виду, что ось X направлена по электрической оси кристалла; оси же Y и Z образуют с естественными кристаллографическими осями Y и Z рис.

213 углы в 45°). Символами l, b, h обозначены размеры биморфного элемента. В качестве местных уравнений выберем систему (11.10)

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= fD + E_D \xi, \\ \mathcal{E} &= \frac{1}{\varepsilon_\xi} D + f\xi. \end{aligned} \right\} (11.20)$$

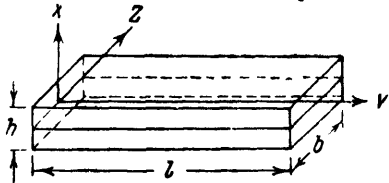


Рис. 217.

В рассматриваемом случае деформация ξ представляет собой относительное изменение длины волокна, параллельного длинной стороне элемента; в обозначениях рис. 218

$$\xi = \frac{\Delta(aa')}{aa'} = \frac{bb' - aa'}{aa'} = \frac{bb'}{aa'} - 1.$$

Заметим здесь же, что, как видно из рис. 218,

$$\frac{bb'}{aa'} = \frac{\rho + x}{\rho} = 1 + \frac{x}{\rho},$$

где

$$\rho = \frac{1}{\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}} \quad (11.21)$$

есть радиус кривизны изогнутой оси элемента (u — компонента смещения в направлении оси X , x — расстояние во-

локна от нейтральной линии). Очевидно, что

$$\xi = \left(1 + \frac{x}{\rho}\right) - 1 = \frac{x}{\rho}. \quad (11.22)$$

Если выбрать на расстоянии x от средней обкладки элементарную площадку $b dx$, то действующая на неё сила есть $\sigma b dx$, а момент этой силы равен

$$dM = b \sigma x dx.$$

Суммарный момент упругих напряжений в рассматриваемом сечении есть

$$M = b \int_{-h/2}^{h/2} \sigma x dx = 2b \int_0^{h/2} \sigma x dx.$$

Подставляя сюда первое из уравнений исходной системы (11.20), имеем:

$$M = 2b \int_0^{h/2} (fD + E_D \xi) x dx.$$

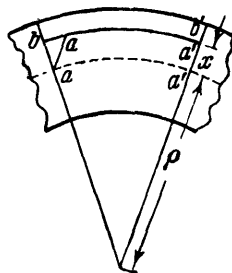


Рис. 218.

Взяв для ξ значение (11.22) и замечая, что D не зависит от x (так как поле однородно и поляризация одинакова по всей толщине элемента), получим после интегрирования:

$$M = fD \frac{bh^2}{4} + \frac{E_D}{\rho} \frac{bh^3}{12}.$$

Далее, интегрируя второе уравнение (11.20) по x в пределах от 0 до $h/2$, получим с учётом (11.22)

$$\mathcal{E} \frac{h}{2} = \frac{h}{2\varepsilon_\xi} D + \frac{fh^2}{8\rho} = U,$$

где U есть приложенное к обкладкам напряжение.

Вводя в полученные уравнения значение ρ из (11.21), имеем:

$$\left. \begin{aligned} M &= \frac{E_D bh^3}{12} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{fbh^3}{4} D, \\ U &= \frac{fh^2}{8} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{h}{2\varepsilon_\xi} D. \end{aligned} \right\} \quad (11.23)$$

Исключая отсюда D , находим

$$D = \frac{2\varepsilon_{\xi}}{h} \left(U - \frac{fh^2}{8} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right),$$

$$M = \left(\frac{E_D bh^3}{12} - \frac{\varepsilon_{\xi} f^2 bh^3}{16} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \varepsilon_{\xi} f \frac{bh}{2} U =$$

$$= \frac{E_D bh^3}{12} \left(1 - \frac{3}{4} \lambda^2 \right) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \varepsilon_{\xi} f \frac{bh}{2} U, \quad (11.24)$$

где λ^2 определяется соотношением (11.19). Исключив $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ из (11.23), получим после несложных вычислений:

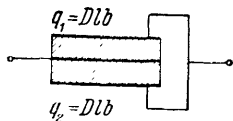


Рис. 219.

$$U = \frac{3f}{2E_D bh} M + \frac{h}{2\varepsilon_{\xi}} \left(1 - \frac{3}{4} \lambda^2 \right) D. \quad (11.25)$$

Чтобы перейти от переменной $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ к поперечному смещению $u(y)$, проинтегрируем уравнение (11.24) дважды по y :

$$\int_0^y M dy = \varepsilon_{\xi} f \frac{bhy}{2} U + E_D \frac{bh^3}{12} \left(1 - \frac{3}{4} \lambda^2 \right) \left[\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial u(0)}{\partial y} \right],$$

$$\int_0^y dy \int_0^y M dy = \varepsilon_{\xi} f \frac{bhy^2}{4} U +$$

$$+ E_D \frac{bh^3}{12} \left(1 - \frac{3}{4} \lambda^2 \right) \left[u - u(0) - y \frac{\partial u(0)}{\partial y} \right]. \quad (11.26)$$

Кроме того, проинтегрируем уравнение (11.25) по y в пределах от 0 до l :

$$Ul = \frac{hl}{2\varepsilon_{\xi}} \left(1 - \frac{3}{4} \lambda^2 \right) D + \frac{3f}{2E_D bh} \int_0^l M dy.$$

Заметим ещё, что внешние обкладки элемента соединены между собой (рис. 219); заряд каждой половины биморфного элемента есть

$$q_1 = q_2 = Dbl,$$

а полный заряд

$$q = q_1 + q_2 = 2bld.$$

Поэтому предыдущее уравнение можно переписать в виде

$$U = \frac{h}{4\varepsilon_0 b l} \left(1 - \frac{3}{4} \lambda^2\right) q + \frac{3f}{2E_D b h} \int_0^l M dy. \quad (11.27)$$

Уравнения (11.26) и (11.27) являются основными уравнениями биморфного пьезоэлемента, работающего на изгиб. Уравнения электромеханического преобразования можно получить из них, конкретизируя те или иные частные случаи.

Так, например, можно взять в качестве частного случая биморфный элемент, зажатый на одном конце ($y=0$) и несущий на другом конце ($y=l$) некоторую сосредоточенную нагрузку F ; таково, например, использование биморфного элемента в одном из типов пьезоэлектрического звукоусилителя. В этом случае граничные условия имеют форму

$$u(0) = 0, \quad \frac{\partial u(0)}{\partial y} = 0, \quad (11.28)$$

а распределение момента напряжений вдоль длины элемента определяется формулой

$$M = F(l - y) \quad (11.29)$$

(на зажатом конце напряжение максимально, на свободном конце — равно нулю). Из (11.29) имеем:

$$\int_0^l M dy = \frac{Fl^2}{2}, \quad (11.30)$$

$$\int_0^y dy \int_0^y M dy = F \left(\frac{ly^2}{2} - \frac{y^3}{6} \right). \quad (11.31)$$

Подставляя (11.30) в (11.27), находим:

$$U = \frac{h}{4\varepsilon_0 b l} \left(1 - \frac{3}{4} \lambda^2\right) q + \frac{3fl}{4E_D b h} F. \quad (11.32)$$

Подстановка же (11.31) в (11.26) даёт, если выбрать в качестве переменной перемещение свободного конца $u = u(l)$, в соответствии с чем нужно положить $y = l$:

$$\frac{Fl^3}{3} = \varepsilon_0 f \frac{bhl^3}{4} U + E_D \frac{bh^3}{12} \left(1 - \frac{3}{4} \lambda^2\right) u,$$

с учётом граничных условий (11.28). Отсюда следует, что

$$F = 3\varepsilon_{\xi} f \frac{bh}{4l} U + E_D \frac{bh^3}{4l^3} \left(1 - \frac{3}{4} \lambda^2\right) u. \quad (11.33)$$

Уравнения (11.32) и (11.33) можно привести к стандартной форме, выразив U и F в функции от q и u . После несложных вычислений, которых мы здесь не приводим, получается следующий результат:

$$\left. \begin{aligned} U &= \frac{h}{4\varepsilon_{\xi} bl} \psi(\lambda) q + \frac{3}{4} f \frac{h^2}{l^2} \psi(\lambda) u, \\ F &= \frac{3}{4} f \frac{h^2}{l^2} \psi(\lambda) q + \frac{3E_D l}{l^3} \psi(\lambda) u, \end{aligned} \right\} \quad (11.34)$$

где

$$I = \frac{bh^3}{12} \quad (11.35)$$

есть момент инерции сечения элемента и

$$\psi(\lambda) = \frac{1 - \frac{3}{4} \lambda^2}{1 - \frac{9}{16} \lambda^2}. \quad (11.36)$$

Заметим, что ёмкость каждой из половин биморфного элемента есть

$$C_1 = C_2 = \frac{\varepsilon_{\xi} bl}{h/2}$$

(напомним, что ε_{ξ} есть диэлектрическая постоянная, разделённая на 4π). Общая ёмкость биморфного элемента, в котором ёмкости C_1 и C_2 соединены параллельно, равна

$$C_u = C_1 + C_2 = \frac{4\varepsilon_{\xi} bl}{h} \quad (11.37)$$

(индекс u означает, что рассматривается ёмкость зажатого кристалла $u=0$). Далее, согласно (1.35),

$$\frac{l^3}{3E_D I} = c_q \quad (11.38)$$

есть отнесённая к свободному концу гибкость элемента

в отсутствие свободных зарядов ($D = 0$, $q = 0$). Наконец вводя, согласно (5.7), величину

$$k = \left(\frac{F}{q} \right)_{u=0} = \left(\frac{U}{u} \right)_{q=0} \quad (11.39a)$$

в качестве коэффициента, характеризующего преобразование, имеем из уравнения (11.34):

$$k = \frac{3}{4} f \frac{h^2}{l^2} \psi(\lambda). \quad (11.39b)$$

Система (11.34) приводится теперь к виду

$$\left. \begin{aligned} U &= \frac{\psi(\lambda)}{C_u} q + ku, \\ F &= kq + \frac{\psi(\lambda)}{c_q} u. \end{aligned} \right\} \quad (11.40)$$

Сравнение с уравнением (5.6) показывает, что пьезоэлектрический преобразователь можно рассматривать как преобразователь электростатического типа, для которого коэффициент электромеханической связи в его стандартном определении равен

$$K = \frac{k}{j\omega}$$

[ср. (5.8)].

В качестве другого частного случая, с которым мы встречаемся в пьезоэлектрических микрофонах, рассмотрим биморфный элемент, опёртый обоими концами и работающий под действием равномерно распределённого давления p . В этом случае граничные условия имеют вид

$$\begin{aligned} u(0) = u(l) = 0, \quad \frac{\partial u(0)}{\partial y} = 0, \\ M(0) = M(l) = 0, \end{aligned}$$

а уравнение момента есть

$$M = \frac{1}{2} bp (y^2 - yl).$$

В качестве механических переменных удобно выбрать силу $F = blp$ и среднее смещение

$$u_{\text{ср}} = \frac{1}{l} \int_0^l u(y) dy.$$

Выполняя вычисления такого же характера, как и выше (мы опускаем выкладки ввиду некоторой их громоздкости), получаем следующий результат:

$$\begin{aligned} U &= \frac{\varphi(\lambda)}{C_u} q - \frac{5}{4} f \frac{h^2}{l^2} \varphi(\lambda) u_{\text{ср}}, \\ F &= -\frac{5}{4} f \frac{h^2}{l^2} \varphi(\lambda) q + 10 \frac{bh^3}{l^3} E_D \varphi(\lambda) u_{\text{ср}}, \end{aligned} \quad (11.41)$$

где

$$\varphi(\lambda) = \frac{1 - \frac{3}{4} \lambda^2}{1 - \frac{5}{8} \lambda^2}. \quad (11.42)$$

В заключение приведём значения коэффициентов местных уравнений (11.20). По данным Мэсона, для выбранной ориентации

$$E_D = 3,16 \cdot 10^{11} \text{ дин/см}^2, \quad f = 9,7 \cdot 10^4 \text{ CGSE};$$

значение диэлектрической постоянной $\epsilon = 4\pi\epsilon_\xi$ зажатого

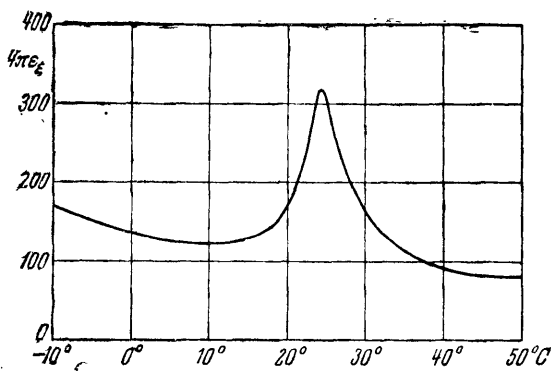


Рис. 220.

кристалла зависит от температуры и может быть взято по графику рис. 220. Функции $\psi(\lambda)$ и $\varphi(\lambda)$ мало отличаются от единицы.

Аналитическое рассмотрение биморфного элемента, работающего на скручивание, оказывается, к сожалению, очень

затруднительным ввиду сложности картины деформации. Поэтому в этом случае целесообразнее обращаться к непосредственным измерениям интересующих нас зависимостей.

§ 84. Пьезомикрофоны. Пьезоэлектрические микрофоны состояются из некоторого числа *звуковых ячеек*, каждая из которых представляет собой пару биморфных

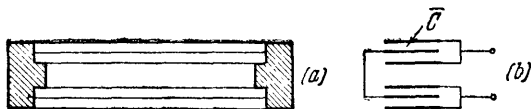


Рис. 221.

элементов, работающих на изгиб. Схема устройства звуковой ячейки показана на рис. 221, а; элементы крепятся на бакелитовой рамочке, образуя приёмник давления весьма малых размеров (площадь обкладок порядка $1,5 \text{ см}^2$). Способ электрического соединения обкладок элементов изображён на рис. 221, б, из которого видно, что ёмкость C звуковой ячейки равна ёмкости половины биморфного элемента. Как видно из рис. 222, микрофон (изображённый на схеме в виде одной ячейки) нагружается на активное сопротивление R ; переменное напряжение U на этом сопротивлении подаётся на сетку усилительной лампы.

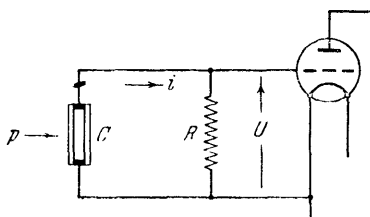


Рис. 222.

Для анализа работы микрофона воспользуемся основными уравнениями ёмкостного преобразователя [уравнение (5.6 б)]:

$$\left. \begin{aligned} U &= Zi + Kv, \\ F &= zv + Ki. \end{aligned} \right\} \quad (11.43)$$

В интересующем нас случае

$$Z = \frac{1}{j\omega C}, \quad z = \frac{1}{j\omega c}, \quad (11.44)$$

где c — гибкость биморфного элемента, опёртого обоими концами; как видно из уравнения (11.41),

$$c = \frac{l^3}{10bh^3E_D} \quad (11.45)$$

(мы предполагаем, что в рабочем диапазоне частот механическое сопротивление ячейки является чисто упругим). Далее,

$$K = \frac{k}{j\omega}, \quad k = \frac{5}{4} f \frac{h^2}{l^2}, \quad (11.46)$$

если в уравнении (11.41) положить $\varphi(\lambda) \cong 1$. Наконец,

$$\left. \begin{aligned} U &= -Ri, \\ F &= pS; \end{aligned} \right\} \quad (11.47)$$

знак минус в первом уравнении связан с тем, что U считается положительным при положительном направлении обхода контура сетки на схеме рис. 222. С учётом этих соотношений основные уравнения (11.43) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} 0 &= \left(R + \frac{1}{j\omega C} \right) i + Kv, \\ pS &= zv + Ki. \end{aligned}$$

Исключая отсюда v , находим:

$$-\frac{KS}{z} p = \left(R + \frac{1}{j\omega C} - \frac{K^2}{z} \right) i,$$

откуда

$$i = - \frac{KS p}{z \left(R + \frac{1}{j\omega C} + \frac{|K|^2}{z} \right)}.$$

Так как внесённое сопротивление

$$Z_k = - \frac{K^2}{z} = \frac{|K|^2}{z}$$

очень мало по сравнению с электрическим сопротивлением микрофонного контура, то можно считать, что

$$i = - \frac{KS p}{z \left(R + \frac{1}{j\omega C} \right)}.$$

Теперь, согласно (11.47), напишем

$$U = - Ri = \frac{KS}{z} \cdot \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} p,$$

откуда для чувствительности имеем в комплексной форме выражение

$$\frac{U}{p} = \frac{KS}{z} \cdot \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{kSc}{1 + \frac{1}{j\omega CR}}. \quad (11.48a)$$

Так как ячейка состоит из двух одинаковых биморфных элементов, то её чувствительность E_1 будет вдвое больше, чем (11.48a); переходя к модулю чувствительности ячейки, напишем:

$$E_1 = \frac{2kSc}{\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 C^2 R^2}}}. \quad (11.48b)$$

Отсюда видно, что для обеспечения частотно-независимой чувствительности постоянная времени $\tau = CR$ должна быть велика по сравнению с периодом наиболее медленного колебания (так же, как и в случае конденсаторного микрофона, ср. § 79). Если это условие удовлетворено, то $\omega CR \gg 1$ и

$$E_1 \cong 2kSc. \quad (11.48c)$$

Полагая $S = bl$ и подставляя значения s и k из (11.45) и (11.46), находим:

$$E_1 = \frac{1}{4} f \frac{l^2}{hE_D} \text{CGSE/бар} = 75 f \frac{l^2}{hE_D} \text{вольт/бар}. \quad (11.49)$$

Подсчитаем в качестве примера чувствительность ячейки при $l = 1,5 \text{ см}$, $h = 0,1 \text{ см}$; подставляя $f \cong 10^5$, $E_D \cong 3 \cdot 10^{11}$, имеем:

$$E_1 = \frac{75 \cdot 10^5 \cdot 2,25}{0,1 \cdot 3 \cdot 10^{11}} \cong 0,56 \cdot 10^{-3} \text{ вольт/бар}.$$

Таким образом чувствительность отдельной ячейки имеет величину порядка $0,5 \text{ мв/бар}$.

Заметим, что благодаря большой величине диэлектрической константы сегнетовой соли ёмкость звуковой ячейки получается достаточно значительной; например, при $S = 1,5 \text{ см}^2$ и $h = 0,1 \text{ см}$ имеем, считая $4\pi\epsilon\epsilon_0 = 200$:

$$C = \frac{200 \cdot 1,5}{4\pi \cdot 0,05} = 480 \text{ см.}$$

В промышленных образцах ёмкость пьезомикрофонов имеет

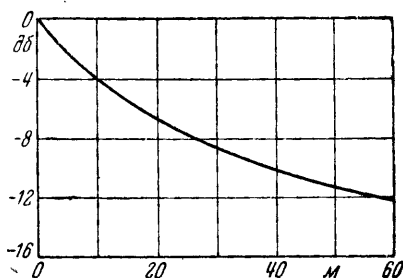


Рис. 223.

величину порядка 1500 мк мкф ; если допустить равенство

$$\omega CR = 1$$

на частоте $\omega_n = 2\pi \cdot 50 \text{ сек}^{-1}$, то для нагрузочного сопротивления получается значение

$$R = \frac{10^{12}}{2\pi \cdot 50 \cdot 1500} \cong 2 \cdot 10^6 \text{ ом.}$$

Благодаря большой ёмкости микрофона имеется возможность применения микрофонного кабеля; снижение выходного уровня в зависимости от длины используемого кабеля иллюстрируется (для одного из промышленных образцов) кривой рис. 223.

Наряду с ячеечными пьезомикрофонами применяются также и пьезомикрофоны с диафрагмой. Устройство одного из таких микрофонов (ПММ-2 разработки ЦНИИС Министерства связи) показано на рис. 224. Звукоприёмником является лёгкая металлическая диафрагма 1 конической формы, соединённая с серединой биморфного элемента 3;

по соображениям, связанным с коррекцией частотной характеристики, кристалл демпфируется двумя сопротивлениями 2 из веролита (материал типа висколонда).

Частотные характеристики чувствительности пьезомикрофонов ячеечного типа (ЦНИИС Министерства связи) и с диафрагмой (ПММ-2) приводятся на рис. 225. Чувствительность одной ячейки первого из этих микрофонов составляет

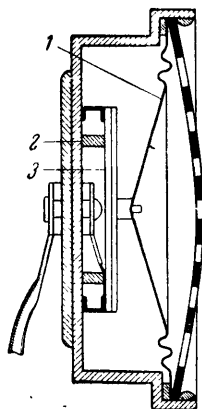


Рис. 224.

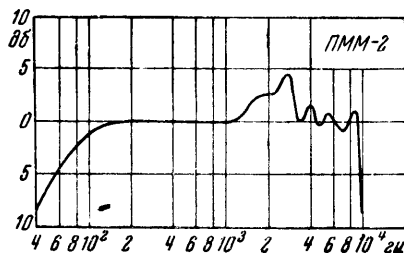
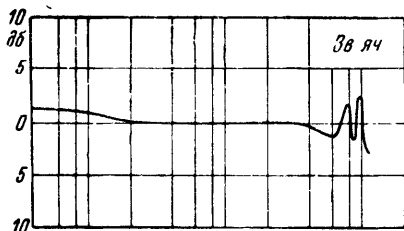


Рис. 225.

0,25 мв/бар. Чувствительность микрофона ПММ-2—около 2,5 мв/бар при ёмкости в 6000 мкмкф.

Упомянем в заключение о пьезомикрофоне, выполненном в качестве рабочего эталона для измерения звуковых давлений (ЦНИИС). Пьезоэлемент набран из 6 пластинок кристалла фосфата аммония $(\text{NH}_4)_2\text{H}_2\text{PO}_4$, перпендикулярных к кристаллографической оси X с длинной стороной, направленной под углом в 45° к осям Y и Z . Между пластинками имеются металлические прокладки, соединённые так, что ёмкости между обкладками складываются (ёмкость микрофона 110 см). Элемент ставится на один из торцов (рис. 226);

другой торец закрывается латунной диафрагмой. Падающая на микрофон волна возбуждает продольные колебания кристаллического столбика. Благодаря малым размерам микрофона (диаметр 1,8 см, высота 3,65 см) измерения звукового давления могут производиться до частот порядка 8000 гц без необходимости учёта дифракционных явлений. Чувствительность этого микрофона составляет 24 мкв/бар.

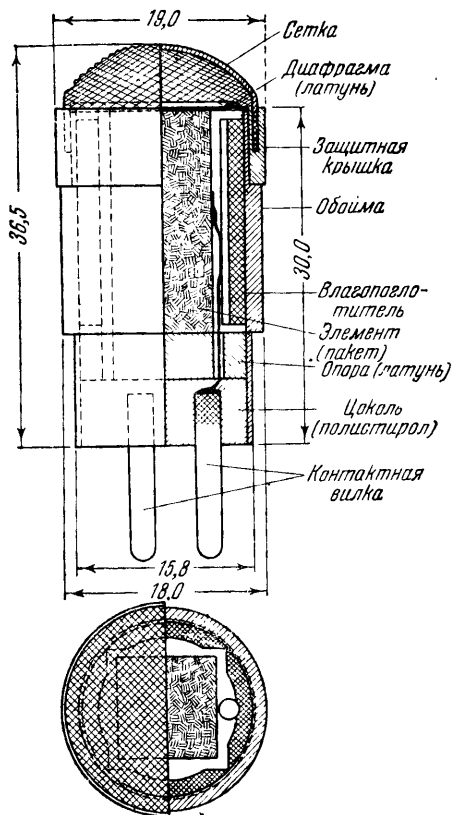


Рис. 226.

§ 85. Пьезоэлектрические рекордеры и звукопередатчики. Пьезоэлектрические преобразователи широко применяются в технике электромеханической записи звука и, в особенности, в качестве звукопередатчиков при электрическом воспроизведении грамзаписи.

Применение пьезокристаллов в рекордерах представляет известное удобство вследствие того, что собственное механическое сопротивление системы очень велико и качественные показатели записи совершенно не зависят от глубины нарезаемой борозды, от твердости звуконосителя и т. п. Следует, однако, иметь в виду, что пьезоэлектрический рекордер даёт в широкой области частот колебание резца с постоянной амплитудой смещения (при постоянстве напря-

жения). Применение пьезокристаллов в рекордерах представляет известное удобство вследствие того, что собственное механическое сопротивление системы очень велико и качественные показатели записи совершенно не зависят от глубины нарезаемой борозды, от твердости звуконосителя и т. п. Следует, однако, иметь в виду, что пьезоэлектрический рекордер даёт в широкой области частот колебание резца с постоянной амплитудой смещения (при постоянстве напря-

жения на входе). Если же запись должна вестись с постоянной амплитудой скорости (см. § 67), то амплитуда смещения должна убывать с возрастанием частоты; проще всего

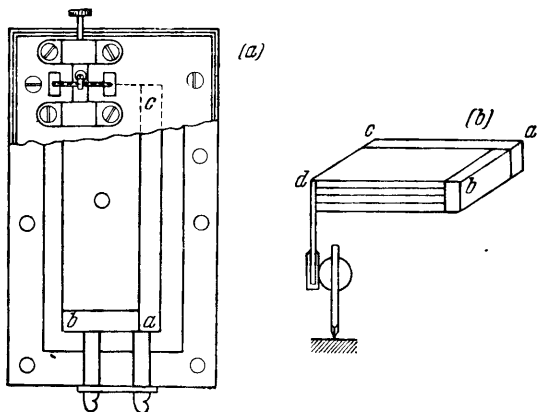


Рис. 227.

это достигается присоединением (последовательно с рекордером) омического сопротивления. При этом напряжение,

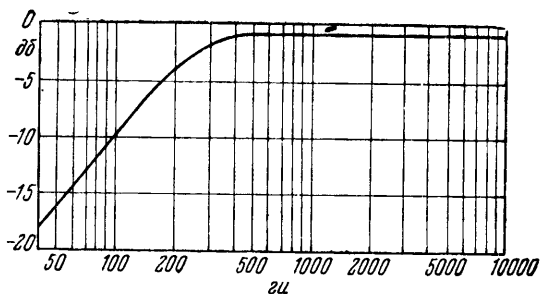


Рис. 228.

подаваемое на рекордер, будет, очевидно, убывать с повышением частоты.

Конструкция пьезоэлектрического рекордера показана на рис. 227, а. Четырёхслойный кристалл ($6,4 \times 2,5 \times 0,64 \text{ см}^3$) представляет собой комбинацию двух биморфных пластинок,

выполненных по схеме рис. 216. Три угла a , b , c кристалла зажаты, свободный угол d связан передачей кривошипного типа с резцом (рис. 227, b). Частотная характеристика колебательной скорости резца дана на рис. 228; как видно

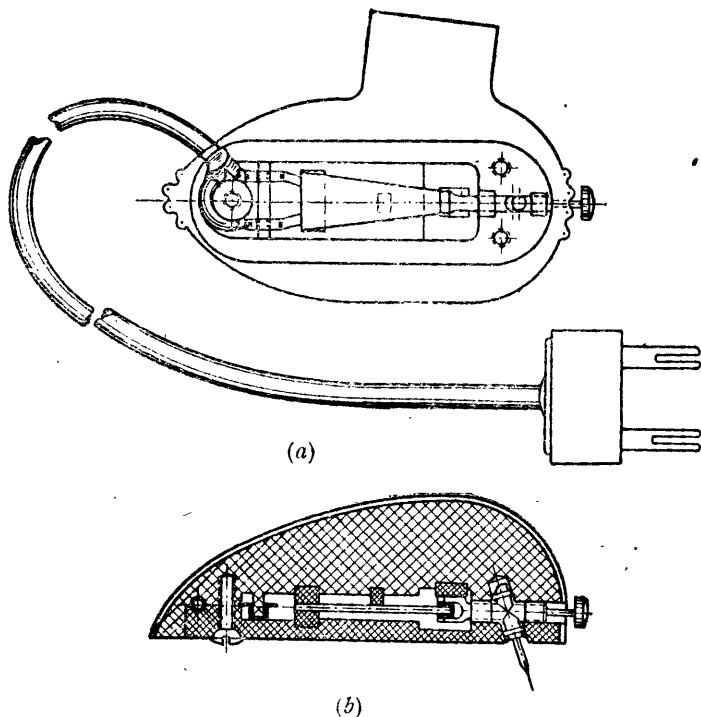


Рис. 229.

из характеристики, область низких частот (до 500 $гц$) записывается с постоянной амплитудой смещения, частоты же от 500 $гц$ и выше записываются с постоянной амплитудой скорости. В области постоянства смещения максимальное напряжение, подаваемое на рекордер, составляет 50 v , убывая с частотой в области постоянства колебательной скорости.

Конструкция пьезоэлектрического звукоснимателя (ПЗП) изображена на рис. 229 (a — вид со снятой крышечкой, b —

продольный разрез). Пьезоэлементом является биморф трапециoidalной формы, работающий на скручивание; как видно на продольном разрезе, колебания иглы вызывают скручивание пьезоэлемента, развивающего при этом напряжение, пропорциональное деформации сдвига, т. е. смещению конца иглы.

Так как звукосниматель является преобразователем-генератором, работающим в режиме постоянства скорости на механической стороне, то для определения развиваемого им напряжения достаточно первого из уравнений (11.43)

$$U = Zi + Kv.$$

Если звукосниматель, ёмкость которого мы обозначим через C , нагружен на омическое сопротивление R , параллельное сетке первой лампы усилителя, то $U = -Ri$, и уравнение принимает вид

$$0 = \left(R + \frac{1}{j\omega C} \right) i + \frac{k}{j\omega} v,$$

где k определяется соотношением (11.39а). Таким образом

$$i = -\frac{k}{j\omega} \cdot \frac{v}{R + \frac{1}{j\omega C}}$$

и

$$U = \frac{k}{j\omega} \frac{v}{1 + \frac{1}{j\omega CR}}$$

Переходя к модулям, имеем для чувствительности звукоснимателя:

$$E = \frac{U}{v} = \frac{k}{\sqrt{\omega^2 + \frac{1}{C^2 R^2}}}. \quad (11.50)$$

Как показывает этот результат, чувствительность звукоснимателя падает с возрастанием частоты; это — естественное следствие того факта, что пьезоэлектрический генератор развивает напряжение, пропорциональное смещению, а не скорости. В области низких частот, где $\omega^2 \ll \frac{1}{C^2 R^2}$, чувствительность равна

$$E = kRC.$$

Отсюда видно, что частотная зависимость чувствительности не может быть скорректирована выбором достаточно малой постоянной времени $\tau = RC$, так как это привело бы к значительному снижению чувствительности.

Следует указать, что снижение чувствительности пьезоэлектрического звукоснимателя в сторону высоких частот до известной степени корректируется тем, что в области более высоких частот (6000—7000 гц) лежит собственная частота подвижной системы; по мере приближения к этой частоте чувствительность возрастает.

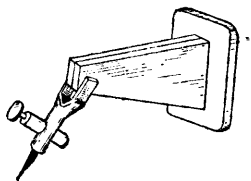


Рис. 230.

Пьезоэлектрические звукосниматели обладают, сравнительно с электромагнитными, довольно высокой чувствительностью, что является их основным достоинством; так, например, звукосниматель ПЗП развивает напряжение до 1,5 в на частоте 1000 гц (при максимальной величине записываемой на пластинке скорости).

Пьезоэлектрические звукосниматели делаются также и с биморфом, работающим на изгиб; схема устройства передаточного механизма имеет в этом случае вид, изображённый на рис. 230.

§ 86. Пьезоэлектрические телефоны и громкоговорители. Телефон с пьезоэлектрическим кристаллом в качестве преобразователя представляет собой обращённый пьезомикрофон с диафрагмой. Конструкция одного из образцов телефона показана на рис. 231, а. Пьезокристалл 1 выполнен в виде биморфной пластинки, зажатой в трёх точках (рис. 216); свободный угол связан с конической диафрагмой 2. Объём между диафрагмой и крышкой с отверстиями выполняет роль передней камеры. Схема электрического аналога системы дана на рис. 232; параметры схемы представляют акустические массы, гибкости и активные сопротивления. Масса m_1 есть эквивалентная масса кристалла, c_1 — его гибкость, c'_1 — гибкость камеры, в которой помещается кристалл, r_1 — сопротивление демпфирующих опор; параметры m_3 , c_3 , r_3 характеризуют диафрагму телефона, масса m_3 и сопротивление r_3 относятся к отверстиям в крышке. Гибкость c_2 характеризует упругую связь между кристаллом и

диафрагмой, гибкость c_4 — переднюю камеру, гибкость c_6 — полость, нагружающую систему, когда телефон прижат к уху. При рациональном подборе акустических параметров системы (что осуществляется обычными приёмами анализа электрических схем) удаётся получить вполне удовлетворительную частотную характеристику телефона, как это видно из рис. 231, *b*. Отметим, что существенную роль играет выбор омического сопротивления [Z на рис. 231, *a*], присоединяемого последовательно с кристаллом.

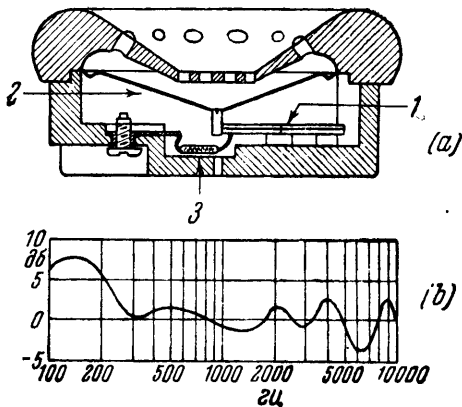


Рис. 231.

Чувствительность пьезотелефонов доходит до величины порядка 8—10 бар/вольт; подаваемое эффективное напряжение может достигать нескольких вольт.

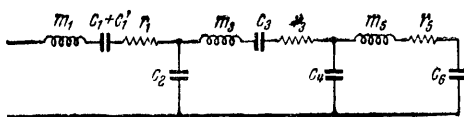


Рис. 232.

Что касается пьезоэлектрических громкоговорителей, то попытки их разработки в качестве дешёвых приборов массового производства для сетей проводного вещания наталкиваются на многочисленные затруднения отчасти принципиального, отчасти технологического характера. В настоящее время эти затруднения ещё не могут считаться удовлетворительно разрешёнными, так что вопрос о диффузорных пьезоговорителях продолжает оставаться дискуссионным.

В некоторых случаях при небольшой величине номинальной электрической мощности рупорные пьезоэлектрические

громкоговорители могут найти применение в качестве высокочастотных звеньев громкоговорящего агрегата. В одном из приборов этого типа диафрагма выполнена из четырёх биморфных пластинок, закрепляемых в трёх точках; пластинки склеены рёбрами таким образом, что свободные углы совмещаются в центре квадрата, составленного из четырёх биморфов. В

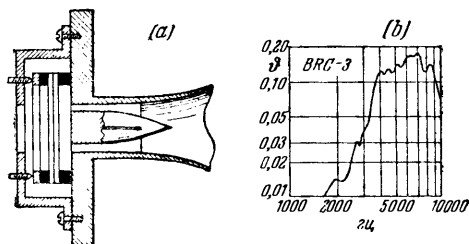


Рис. 233.

результате получается квадратная диафрагма, центральная точка которой колеблется с наибольшей амплитудой; по мере приближения к краям амплитуда постепенно убывает. Диафрагма нагружается на высокочастотный рупор

через посредство предрупорной камеры, как это видно на схеме устройства громкоговорителя (рис. 233, а).

При постоянстве напряжения, подаваемого на обкладки биморфа, диафрагма колеблется с постоянной амплитудой, причём её скорость растёт с частотой; это вызывает возрастание акустической мощности в сторону высоких частот (вплоть до резонансной частоты диафрагмы). Для коррекции частотной характеристики используется индуктивность, включаемая последовательно с ёмкостью биморфа с таким расчётом, чтобы резонанс контура имел место на частоте, лежащей ниже собственной частоты диафрагмы. В качестве этой индуктивности может быть использована индуктивность рассеяния трансформатора. Получающаяся коррекция иллюстрируется частотной характеристикой электроакустической отдачи ϑ (рис. 233, б); отметим, что средняя отдача составляет 14%. Теряемая мощность распределяется следующим образом: на электрические потери приходится 32%, на механические — 54%.

§ 87. Технологическая характеристика преобразователей с сегнетовой солью. Кристаллы сегнетовой соли, применяемые для изготовления биморфных элементов, выращиваются искусственно, причём можно получать очень большие кристаллы весом в несколько килограммов. Разделка кристалла (вырезание пла-

стинок надлежащей ориентации) производится тонкой увлажняемой ниткой, надетой в виде замкнутой петли на две вращающиеся бобины (заметим, что сегнетова соль хорошо растворяется в воде). Одной из наиболее сложных операций является наложение проводящих обкладок. Дело в том, что падение напряжения на конденсаторе распределяется пропорционально отношению толщины слоя к его диэлектрической постоянной; так как при наклеивании обкладок на кристалл неизбежно остаётся тонкий слой с малой диэлектрической постоянной, то действующее на кристалл напряжение при этом значительно уменьшится. Поскольку сегнетова соль разлагается в вакууме, для нанесения проводящего слоя трудно использовать и способ катодного распыления. По методу, разработанному ЦНИИС Министерства связи, металлизация пластинок осуществляется путём нанесения на их поверхность суспензии высокодисперсного порошка металлического серебра. При правильном ведении технологического процесса проводящий слой неотделим от кристалла и зора между ними нет.

Вследствие гигроскопичности сегнетовой соли и способности её к выветриванию пьезоэлементы должны быть тщательно защищены влагонепроницаемым покрытием; проникновение самых незначительных количеств воды разрушает пьезоэлемент и выводит аппаратуру из строя. Технология нанесения влагозащитной плёнки требует дальнейшего исследования с целью получения наиболее надёжных результатов.

Особенно важным технологическим свойством сегнетовой соли является зависимость её электрических и пьезоэлектрических параметров от температуры (см., например, рис. 220). Сегнетова соль плавится при температуре $+63^{\circ}\text{C}$; однако уже при более низкой температуре ($+53^{\circ}\text{C}$) происходит выделение кристаллизационной воды и разрушение кристаллов. При температурах порядка $40\text{--}45^{\circ}\text{C}$ наблюдается падение чувствительности, которое является обратимым или необратимым процессом в зависимости от длительности воздействия повышенной температуры. Поэтому электроакустические пьезоприборы должны быть тщательно охраняемы от длительного нагревания.

По соображениям технологического характера зачастую применяются биморфные элементы без вывода от промежуточной обкладки. Для того, чтобы деформация изгиба приводила к появлению разности потенциалов на наружных обкладках биморфа, обе его половины ориентируются перед склеиванием так, что оси X имеют противоположное направление на каждой из половин биморфа. При изгибе такого элемента на внешних его обкладках появляются заряды противоположных знаков (ср. рис. 214).

Г Л А В А XII

АКУСТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЗАКРЫТЫХ ПОМЕЩЕНИЯХ (СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ)

§ 88. Задачи и метод архитектурной акустики. Проблемы акустики больших закрытых помещений, связанные с определением условий хорошей слышимости, принадлежат к числу задач, поставленных ещё во времена классической древности. Однако первые успехи архитектурной акустики датируются только началом текущего столетия, когда Уоллес Сэбин, экспериментально установил один из важнейших факторов, определяющих акустическое качество аудиторий. Первые практические успехи надолго предопределили пути последующего развития акустики закрытых помещений; вплоть до сравнительно недавнего времени научно-техническая работа в этой области не выходила за пределы горизонта, очерченного этими работами. Поэтому представляется целесообразным изложить предварительно некоторые соображения, определяющие задачи и метод архитектурной акустики в период её первых практических успехов.

Когда в закрытой аудитории звучит речь, то каждый её слог, представляющий собой короткий звуковой импульс, доходит до слушателя не только по прямой линии, но и по путям, многократно изломанным благодаря отражениям звука от стен, потолка и пола помещения. При каждом отражении импульса от ограничивающих помещение поверхностей некоторая часть звуковой энергии поглощается; поэтому при каждом произнесённом слогe ухо слушателя воспринимает последовательный ряд импульсов с постепенно убывающей интенсивностью. Интервалы времени, отделяющие

друг от друга элементы такого ряда, достаточно малы по сравнению с длительностью импульса, в связи с чем явление не носит характера эхо; не различая отдельных членов серии затихающих импульсов, слушатель воспринимает каждый новый слог речи на слитном фоне ряда предшествующих слогов, ещё не успевших отзвучать к моменту произнесения очередного слога. Нетрудно понять, что, если поглощение звука невелико, то отзвук происходит очень медленно, причём наличие ещё не отзвучавших импульсов сильно мешает разборчивости очередных слогов связной речи. В этом случае помещение оказывается чрезмерно гулким, иногда в такой степени, что речь становится совершенно неразборчивой.

Всё сказанное сохраняет своё значение и в применении к помещениям, предназначенным для слушания музыки. Каждый такт музыкального произведения, каждая музыкальная фраза представляют собой последовательности звуковых импульсов, подвергающихся в аудитории процессу постепенного отзвука. Понятно, что при затянутом отзвуке фон, получающийся при суперпозиции ряда медленно затихающих импульсов, нарушает нормальное восприятие музыки тем сильнее, чем быстрее темп музыкального произведения. На примере музыки легко уяснить себе и другую сторону дела: акустическим дефектом помещения может явиться не только чрезмерная длительность отзвука, но также и недостаточная его продолжительность. Действительно, при очень быстром отзвуке (т. е. при значительном поглощении звука) музыка звучит сухо, утрачивая ту связность звучания, к которой мы привыкли при слушании концертной музыки в качестве одного из факторов её эстетического воздействия. В известной мере это относится и к слушанию речи; хотя при коротком отзвуке разборчивость речи вполне удовлетворительна, зато своеобразная безжизненность её звучания в заглушённом помещении ощущается — особенно при восприятии художественного слова — как некоторый безусловно неприятный дефект.

Из этих соображений следует, что основным фактором, определяющим акустическое качество аудиторий, является длительность процессов отзвука или, как иначе говорят, продолжительность *реверберации*. Под этим термином под-

разумеается остаточное звучание в помещении после прекращения действия источника звука. Как показывает опыт, продолжительность реверберации должна лежать в некоторой области оптимальных значений, за пределами которой аудитория оказывается акустически неполноценной или дефектной.

Значение, которое приписывается длительности реверберации как критерию акустической оценки аудиторий, объясняет то обстоятельство, что теоретические интересы архитектурной акустики направлены в первую очередь на исследование *нестационарных* акустических процессов, к числу которых относится отзвук. Проблема стационарного режима имеет в акустике помещений второстепенное значение.

Если теперь мы попытаемся представить себе характер задачи, встающей перед нами при исследовании звукового поля в закрытом помещении — и притом независимо от того, идёт ли речь о стационарном или о нестационарном режиме, — то с очевидностью выясняется и тот метод исследования, следуя которому мы можем рассчитывать на получение практически пригодных результатов. В самом деле, через каждую точку в объёме помещения (если поглощение звука не слишком велико) одновременно проходит очень большое количество отражённых волн, движущихся по всевозможным направлениям.

Звуковое давление и вектор колебательной скорости в каждой отдельной точке определяются результатом интерференции всех этих волн; если сообразить, что этот результат должен быть предвычислен для любой точки в объёме помещения и для любой частоты в пределах основной части диапазона слышимости, то уже самая постановка задачи достаточно наглядно свидетельствует о затруднительности её *динамического* исследования. Однако именно очень большое число интерферирующих волн наводит на мысль о том, что по крайней мере в некоторых случаях задача поддаётся *статистической* трактовке с использованием основных приёмов математической теории вероятностей; достаточно вспомнить о значении статистического метода в молекулярной физике, где в связи с огромным числом участвующих в исследуемых процессах молекул приходится отказаться от рассмотрения их индивидуальных траекторий

и скоростей, что вовсе не препятствует аналитическому предопределению многих важных закономерностей.

Архитектурно-акустическая теория со времени Сэбина встала на путь статистического описания звуковых полей, оперируя со средними значениями плотности звуковой энергии в помещении и не претендуя на определение давлений и колебательных скоростей в отдельных его точках. Предполагая, что ориентации, амплитуды и фазы налагающихся друг на друга волн распределены более или менее хаотически, мы можем рассматривать эти волны как некогерентные и считать, что плотность энергии в каждой точке помещения есть сумма плотностей энергии, связанной с каждой из этих волн. Если волновое движение в помещении действительно имеет такой неупорядоченный (или, как говорят, *эргодический*) характер без наличия преобладающих направлений колебательного движения и симметрии в распределении амплитуд, то статистические методы исследования совершенно законны и приводят к важным практическим результатам.

§ 89. Среднее время и длина свободного пробега волны. Статистическое исследование звуковых полей в закрытых помещениях требует предварительного определения среднего времени между двумя последовательными отражениями звука от ограничивающих помещение поверхностей, равно как и среднего числа отражений, претерпеваемых звуковыми волнами в единицу времени.

Представим себе элемент dS поверхности, ограничивающей объем V помещения и звуковую волну, движущуюся под углом θ к нормали элемента dS (рис. 234). Какова вероятность того, что за время от t до $t + dt$ эта волна упадет на площадку dS ? Заметим, что за время dt на площадку dS может упасть под углом θ только та звуковая энергия, которая содержится в объеме цилиндра с основанием dS и высотой $c_0 dt \cos \theta$ (c_0 — скорость звука); объем этого цилиндра есть

$$dV = c_0 dt \cos \theta dS.$$

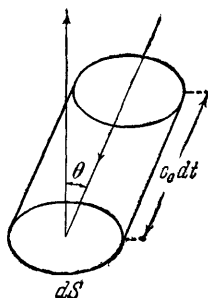


Рис. 234.

Искомая вероятность W_1 определяется отношением объема dV ко всему объёму V помещения:

$$W_1 = \frac{1}{2} \frac{dV}{V} = \frac{1}{2} \frac{c_0 dt \cos \theta dS}{V}, \quad (12.1)$$

причём множитель $\frac{1}{2}$ объясняется тем, что движение волны под углом θ может с равной вероятностью происходить как по направлению к площадке dS , так и в противоположном направлении (очевидно, что интересующему нас событию благоприятствует только движение к площадке, но не от неё).

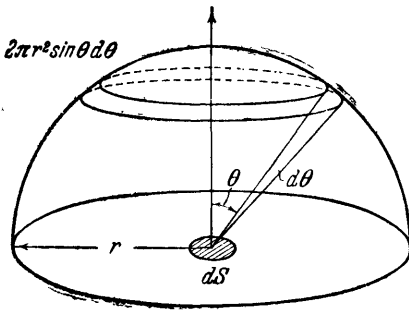


Рис. 235.

Необходимо, далее, учесть, какова вероятность того, что некоторая наудачу выбранная волна движется именно под углом θ к dS . Для определения этой вероятности окружим площадку dS полусферой произвольного радиуса r и выделим на полусфере поясok с площадью

$2\pi r \sin \theta \cdot r d\theta$, на котором радиус-вектор r образует с нормалью к dS угол θ (рис. 235). Вероятность падения волны под углом, лежащим между θ и $\theta + d\theta$, есть отношение площади пояса к поверхности полусферы $2\pi r^2$:

$$W_2 = \frac{2\pi r \sin \theta \cdot r d\theta}{2\pi r^2} = \sin \theta d\theta. \quad (12.2)$$

Теперь можно сказать, какова вероятность падения звука на площадку dS за время dt под углом, лежащим между θ и $\theta + d\theta$; так как вероятности W_1 и W_2 взаимно независимы, то искомая результирующая вероятность определится произведением W_1 и W_2 :

$$W_3 = W_1 W_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{c_0 dt dS}{V} \cos \theta \sin \theta d\theta.$$

Вероятность же падения звука на dS под любым углом в пределах от 0 до $\frac{\pi}{2}$ (отнесённая к тому же интервалу времени dt) получится, согласно правилу сложения вероятностей, путём интегрирования этого результата по θ :

$$W_4 = \frac{1}{2} \cdot \frac{c_0 dt dS}{V} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta \sin \theta d\theta = \frac{c_0 dt dS}{4V}. \quad (12.3)$$

Наконец, вероятность падения звука за время dt под любым углом и на любой элемент поверхности S , ограничивающей объём помещения V , есть

$$W = \frac{c_0 dt}{4V} \int_S dS = \frac{c_0 S}{4V} dt. \quad (12.4)$$

Найденная нами вероятность, понятно, пропорциональна интервалу времени dt . Увеличивая этот интервал, мы, в конце концов, получим такой промежуток времени τ , в пределах которого падение звука на какую-либо точку поверхности S должно произойти непременно. Так как вероятность достоверного события равна единице, то искомый интервал τ , т. е. среднее время между двумя последовательными отражениями звука, определится из условия

$$\frac{c_0 S}{4V} \tau = 1,$$

откуда

$$\tau = \frac{4V}{c_0 S}. \quad (12.5)$$

Среднее число отражений в единицу времени есть

$$\nu = \frac{1}{\tau} = \frac{c_0 S}{4V}, \quad (12.6)$$

а средняя длина свободного пробега звуковой волны

$$\lambda = c_0 \tau = \frac{4V}{S}. \quad (12.7)$$

Последняя формула поддаётся экспериментальной проверке. В трёхмерных моделях помещений разнообразной

формы можно измерять отрезки траектории узкого пучка света, посланного в некотором произвольном направлении и последовательно отражаемого маленькими зеркалами, помещаемыми на стенках модели в точках падения света; измерив достаточно большое число таких отрезков, нетрудно вычислить их среднюю длину. Результаты таких измерений хорошо согласуются с (12.7). Следует, конечно, иметь в виду, что в моделях *правильной формы* (например, в форме прямоугольного параллелепипеда) начальное направление светового пучка не должно быть параллельным какой-либо из ограничивающих поверхностей; если это условие не выполнено, то ориентации отражённых пучков не будут иметь статистически беспорядочного распределения, вне которого расчёт вероятностей лишён смысла. Измерения с пучком света, параллельным ребру или грани параллелепипеда, совершенно явно не имели бы никакого отношения к архитектурно-акустической статистике; это тривиальное соображение имеет, однако, характер серьёзного указания на то обстоятельство, что для помещений с правильной геометрической формой статистический метод может иногда привести к ошибочным результатам.

§ 90. Средний коэффициент поглощения звука. Как уже указывалось выше, при каждом отражении звука от ограничивающих помещение поверхностей некоторая часть звуковой энергии поглощается; очевидно, что для расчёта продолжительности реверберации необходимо указать количественную меру поглощательной способности этих поверхностей. Обозначим символом α среднее значение относительного уменьшения энергии при каждом отдельном акте звукопоглощения:

$$\alpha = \frac{\Delta E}{E}; \quad (12.8)$$

здесь E есть общий запас энергии в помещении перед актом поглощения, ΔE —средняя величина энергии, поглощаемой поверхностью помещения в единичном акте. Совершенно ясно, что величина, определяемая формулой (12.8), имеет чисто статистический смысл: так как отдельные акты звукопоглощения имеют место при падении волн под разными углами на поверхности, обладающие, вообще говоря, различ-

ной поглощательной способностью, то звуковая энергия ΔE , поглощаемая в единичном акте, фактически может иметь самые разнообразные значения, подлежащие статистическому усреднению при неизменной величине E . Последнее условие удовлетворяется, очевидно, в стационарном режиме, когда энергия, доставляемая источником звука, непрерывно пополняет потери, обусловленные поглощением звука в помещении. Мы считаем, однако, что относительное изменение α не зависит от того, какова общая величина E , содержащейся в помещении энергии; говоря иначе, мы предполагаем, что средняя энергия, поглощаемая в единичном акте, пропорциональна общему запасу энергии в помещении:

$$\Delta E = \alpha E.$$

Так как в единицу времени происходит ν актов поглощения, то средняя величина звуковой энергии, поглощаемой в единицу времени, есть

$$\delta E = \nu \Delta E = \alpha \nu E = \alpha \frac{c_0 S}{4V} E. \quad (12.9)$$

Формула (12.8) определяет α как среднее относительное уменьшение звуковой энергии в помещении в единичном акте поглощения; но, наряду с этим, можно дать коэффициенту α и другое толкование.

Звуковую энергию $\Delta' E$, падающую за малое время Δt на поверхность S , ограничивающую объём V помещения, можно определить, умножая общий запас энергии E на вероятность её падения, рассчитанную для времени Δt ; согласно (12.4), эта вероятность равна $\frac{c_0 S}{4V} \cdot \Delta t$. Напишем поэтому

$$\Delta' E = \frac{c_0 S}{4V} \cdot \Delta t \cdot E.$$

Энергия $\delta' E$, падающая на поверхность S в единицу времени, равна

$$\delta' E = \frac{\Delta' E}{\Delta t} = \frac{c_0 S}{4V} E. \quad (12.10)$$

Сопоставляя этот результат с (12.9), имеем:

$$\alpha = \frac{\delta E}{\delta' E}. \quad (12.11)$$

Если представить себе, что помещение ограничено однородной по своим физическим свойствам поверхностью, то (12.11) определяет коэффициент α как отношение энергии, поглощённой этой поверхностью, к энергии, диффузно падающей на неё. Термин «диффузное падение» относится к *эргодическому* процессу, когда все направления переноса звуковой энергии равновероятны. Можно, следовательно, определить α как коэффициент поглощения звука (в условиях диффузного поля) такой однородной поверхностью, которая, ограничивая помещение, обуславливает те же потери звуковой энергии, как и фактически наличная *неоднородная* поверхность. Ввиду этого величина α называется *средним коэффициентом поглощения*; произведение её на поверхность S

$$A = \alpha S \quad (12.12)$$

принято называть *общим поглощением* помещения.

Если помещение ограничено поверхностями S_1, S_2, \dots с коэффициентами поглощения $\alpha_1, \alpha_2, \dots$ (измеренными в условиях диффузного звукового поля), то общее поглощение определяется суммой поглощений отдельных участков поверхности:

$$A = \sum_i \alpha_i S_i. \quad (12.13)$$

При этом средний коэффициент поглощения есть

$$\alpha = \frac{A}{S} = \frac{1}{S} \sum_i \alpha_i S_i. \quad (12.14)$$

В дальнейшем мы ещё будем иметь случай вернуться к расчёту среднего коэффициента поглощения при более общих условиях распределения звукопоглощения (§ 92).

§ 91. Нарастание звука, стационарный режим и отзвук. Соображения, развитые выше, дают нам возможность статистического расчёта явлений установления акустического режима в закрытых помещениях.

Пусть в момент времени $t = 0$ в помещении начинает действовать источник звука с акустической мощностью P_a . За время τ , равное среднему времени свободного пробега звуковой волны, источник звука отдаёт в помещение энер-

гию $P_a\tau$. В результате первого отражения, т. е. к моменту времени 2τ , от этой энергии останется доля

$$P_a\tau(1-\alpha),$$

как это явствует из определения среднего коэффициента поглощения по формуле (12.8). Но в интервал времени от τ до 2τ источник звука снова отдаёт в помещение энергию $P_a\tau$; таким образом к моменту $t=2\tau$ в помещении будет существовать энергия

$$P_a\tau + P_a\tau(1-\alpha) = P_a\tau [1 + (1-\alpha)].$$

Рассуждая таким же образом дальше, мы устанавливаем, что к моменту времени $t=3\tau$ энергия в помещении будет равна

$$P_a\tau + P_a\tau [1 + (1-\alpha)](1-\alpha) = P_a\tau [1 + (1-\alpha) + (1-\alpha)^2].$$

К моменту $t=n\tau$ (где n —достаточно большое целое число) запас энергий в помещении есть

$$\begin{aligned} E &= P_a\tau [1 + (1-\alpha) + (1-\alpha)^2 + \dots + (1-\alpha)^{n-1}] = \\ &= P_a\tau \frac{1-(1-\alpha)^n}{1-(1-\alpha)} = \frac{P_a\tau}{\alpha} [1-(1-\alpha)^n] \end{aligned}$$

(по известной формуле суммы членов геометрической прогрессии). Полагая $n = \frac{t}{\tau}$ и подставляя значение τ из (12.5), имеем:

$$E = \frac{4P_aV}{c_0\alpha S} [1 - (1-\alpha)^{\frac{c_0S}{4V}t}].$$

Воспользовавшись очевидным тождеством

$$(1-\alpha)^x = \exp [x \ln (1-\alpha)]$$

и заменяя, согласно (12.12), αS на A , получим формулу нарастания звуковой энергии в помещении после включения источника звука:

$$E(t) = \frac{4P_a}{c_0A} V \left[1 - \exp \frac{c_0S \ln(1-\alpha)}{4V} t \right]. \quad (12.15a)$$

Для нарастания средней плотности звуковой энергии имеем отсюда:

$$\omega(t) = \frac{E(t)}{V} = \frac{4P_a}{c_0A} \left[1 - \exp \frac{c_0S \ln(1-\alpha)}{4V} t \right]. \quad (12.15b)$$

Так как $\alpha < 1$, что следует из определения этой величины как по формуле (12.8), так и по формуле (12.11), то $\ln(1-\alpha)$, а значит, и показатель экспоненты отрицательны; таким образом

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left[\exp \frac{c_0 S \ln(1-\alpha)}{4V} t \right] = 0.$$

Поэтому для стационарного режима, когда потери энергии благодаря поглощению полностью компенсируют энергию, доставляемую источником звука, из (12.15) следуют формулы

$$E_0 = \frac{4P_a}{c_0 A} V, \quad (12.16a)$$

$$\omega_0 = \frac{4P_a}{c_0 A}. \quad (12.16b)$$

Перейдём теперь к исследованию процесса отзвука или реверберации. Пусть в момент времени $t=0$, когда содержащаяся в помещении энергия имеет некоторую величину E_0 , источник звука выключается. Через время τ в помещении останется энергия $E_0(1-\alpha)$; к моменту времени 2τ запас энергии уменьшится до величины $E_0(1-\alpha)^2$ и т. д. К моменту $t=n\tau$ энергия будет равна

$$E(t) = E_0(1-\alpha)^n = E_0(1-\alpha)^{\frac{t}{\tau}}.$$

Заменив показательную функцию экспоненциальной и подставляя значение среднего времени свободного пробега τ согласно (12.5), найдём формулы отзвука в помещении после выключения источника:

$$E(t) = E_0 \exp \frac{c_0 S \ln(1-\alpha)}{4V} t, \quad (12.17a)$$

$$\omega(t) = \omega_0 \exp \frac{c_0 S \ln(1-\alpha)}{4V} t. \quad (12.17b)$$

Графики процессов нарастания звука и отзвука, построенные по уравнениям (12.17), представлены на рис. 236, а; здесь изображён типичный ход этих процессов, наблюдаемый посредством какого-либо объективного измерительного при-

бора. Совершенно иную и притом более характерную картину мы получим, откладывая по оси ординат не самую плотность w звуковой энергии, но её логарифм; выбор логарифмической шкалы продиктован тем обстоятельством, что человеческий орган слуха оценивает интенсивность внешнего раздражения в логарифмическом масштабе, одинаково реагируя на одинаковые относительные (а не абсолютные) изменения звукового давления (см. § 18). На рис. 236, *b*

воспроизведён график тех же нестационарных процессов, как и на рис. 236, *a*, с той лишь разницей, что по оси ординат отложен уровень звуковой энергии (в децибелах); при этом получается картина, хорошо характеризующая слуховое восприятие нестационарных процессов в закрытом помещении. Бросается в глаза субъективная быстротечность процесса нарастания уровня, благодаря которой это явление не играет

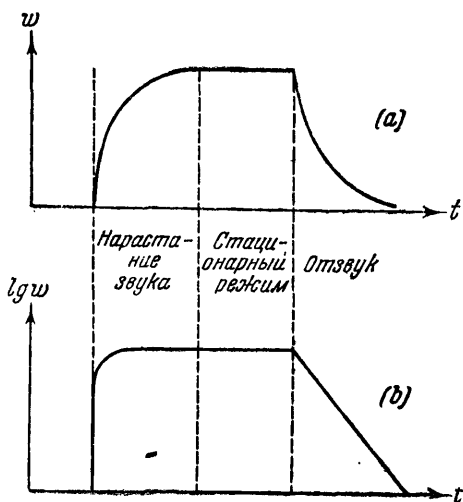


Рис. 236.

сколько-нибудь существенной роли в оценке акустического качества аудитории; вместе с тем совершенно отчётливо видно значение процесса спадания уровня, представленного на графике в виде отрезка нисходящей прямой. Наклон этой прямой к оси абсцисс определяет скорость спадания уровня звука в дб/сек . Формулу для скорости спадания легко получить, заметив, что по уравнениям (12.17)

$$\begin{aligned}
 N = 10 \lg \frac{w_0}{w} &= -\frac{c_0 S}{4V} \ln(1-\alpha) \cdot t (10 \lg e) = \\
 &= \left(\frac{10c_0 S}{4V} \lg \frac{1}{1-\alpha} \right) t;
 \end{aligned}$$

отсюда видно, что скорость спадания уровня в процессе отзвука равна

$$\beta = \frac{N}{t} = \frac{10c_0S}{4V} \lg \frac{1}{1-\alpha}. \quad (12.18)$$

§ 92. Время стандартной реверберации. С начала текущего столетия длительность процесса отзвука, поскольку она зависит от свойств самого помещения, принято характеризовать временем, в течение которого звуковая энергия в помещении уменьшается при выключенном источнике звука в 10^6 раз; это соответствует снижению уровня энергии на $10 \lg 10^6 = 60$ дб. Определяемая таким образом величина называется временем *стандартной реверберации* (иногда для сокращения — просто реверберацией).

Если процесс отзвука следует экспоненциальному закону согласно (12.17), то время стандартной реверберации однозначно связано со скоростью спадания уровня звуковой энергии. Действительно, пусть уровень убывает со скоростью β дб/сек; тогда время его снижения на 60 дб (а это, согласно определению, и есть время стандартной реверберации T) равно

$$T = \frac{60}{\beta}. \quad (12.19)$$

Подставляя значение β из (12.18), имеем:

$$T = \frac{60 \cdot 4V}{10c_0S \lg \frac{1}{1-\alpha}} = \frac{24V}{c_0S \lg \frac{1}{1-\alpha}}. \quad (12.20a)$$

В этой формуле c_0 , S и V должны быть выражены в абсолютных единицах. Если выражать S в m^2 , а V — в m^3 , то, подставляя $c_0 = 340$ м/сек, получим расчётную формулу

$$T = \frac{0,07V}{S \lg \frac{1}{1-\alpha}}. \quad (12.20b)$$

Эта формула известна под названием формулы Эйринга. В помещениях с небольшим средним коэффициентом поглощения ($\alpha < 0,2$) можно рассчитывать время стандартной

реверберации по упрощённой формуле, которая получается следующим образом. Разлагая в ряд логарифм, напишем:

$$\begin{aligned} \lg \frac{1}{1-\alpha} &= -\lg(1-\alpha) = -0,434 \ln(1-\alpha) = \\ &= 0,434 \left(\alpha + \frac{\alpha^2}{2} + \frac{\alpha^3}{3} + \dots \right); \end{aligned}$$

при малом α можно ограничиться первым членом разложения, подстановка которого в (12.20b) приводит к результату

$$T = \frac{0,161 V}{\alpha S} = \frac{0,161 V}{A}, \quad (12.20c)$$

известному под названием формулы Сэбина (эта формула была установлена Сэбином экспериментально).

Формула Эйринга (12.20b) является основной формулой для вычисления времени реверберации при акустическом проектировании аудитории *). Вычисление реверберации по формуле (12.20b) требует знания среднего коэффициента поглощения α , вычисляемого для пустого помещения по формуле (12.14). Коэффициенты α_i для различных видов поверхностей (в частности, для поверхностей, покрытых теми или иными звукопоглощающими материалами) определены многочисленными измерениями, выполненными в специальных реверберационных камерах; значения этих коэффициентов для ряда частот в диапазоне от 100 до 4000 *гц* приводятся в руководствах по архитектурной акустике и в справочниках, которыми и надлежит пользоваться при проектировании.

Измерение коэффициента звукопоглощения в условиях диффузного звукового поля опирается на двухкратное измере-

*) Наряду с формулой (12.20b) для расчёта реверберации предлагалась ещё формула Миллингтона-Сетте

$$T = \frac{0,07 V}{\sum S_i \lg \frac{1}{1-\alpha_i}}, \quad (12.20d)$$

отличающаяся от формулы Эйринга способом усреднения коэффициентов поглощения α_i отдельных частей S_i поверхности S . Следует, однако, полагать, что формула Миллингтона-Сетте базируется на сомнительных предпосылках; в частности, она даёт парадоксальный результат $T=0$, если в помещении имеется хотя бы 1 *см*² поверхности с коэффициентом $\alpha=1$.

ние времени реверберации в измерительном помещении (реверберационной камере) до и после внесения исследуемой поверхности. Пусть T_0 есть время стандартной реверберации в камере до внесения исследуемого поглотителя; согласно (12.20b), средний коэффициент поглощения камеры равен

$$\alpha_0 = 1 - 10^{-\frac{0,07V}{ST_0}},$$

где V — объём, S — общая поверхность камеры. После внесения в камеру поглощающей поверхности S_i , коэффициент поглощения которой α_i должен быть измерен, производится новое измерение времени реверберации; пусть при этом получается значение $T (< T_0)$. Средний коэффициент поглощения имеет теперь значение

$$\alpha = 1 - 10^{-\frac{0,07V}{ST}}.$$

Внесение поглотителя дало добавочное поглощение

$$\Delta A = S(\alpha - \alpha_0) = S\left(10^{-\frac{0,07V}{ST}} - 10^{-\frac{0,07V}{ST_0}}\right). \quad (12.21)$$

С другой стороны, если α_i есть коэффициент поглощения внесённой в камеру поверхности S_i , а α' — коэффициент поглощения площади S_i (в пустой камере), закрываемой внесённым поглотителем, то

$$\Delta A = S_i(\alpha_i - \alpha')$$

(так как закрытая поглотителем часть поверхности камеры теперь уже не участвует в поглощении). Сопоставляя оба выражения для ΔA , находим:

$$\alpha_i = \alpha' + \frac{S}{S_i} \left(10^{-\frac{0,07V}{ST}} - 10^{-\frac{0,07V}{ST_0}}\right). \quad (12.22)$$

Реверберационные камеры должны иметь достаточно большой объём (200—300 м³) и неправильную форму, характеризующуюся отсутствием параллельных поверхностей; время реверберации пустой камеры должно быть большим (5—10 сек. в диапазоне 100—4000 гц). При соблюдении этих условий звуковое поле в камере можно с достаточным правом считать эргодическим, что является необходимым условием применения статистической формулы Эйринга.

В аудиториях с большим числом слушателей и исполнителей (театры, лекционные залы и т. п.) поглощение, вносимое людьми, составляет основную часть общего звукопоглощения. Учёт поглощения, вносимого слушателями и исполнителями, производится на основании измеренных значений дополнительного поглощения, приходящегося на одного человека. Измерения осуществляются по описанному выше методу, причём поглощение на одного человека вычисляется по формуле

$$\alpha = \frac{\Delta A}{N} = \frac{1}{N} \left(10^{-\frac{0,07V}{5T_0}} - 10^{-\frac{0,07V}{5T}} \right) S \text{ (м}^2\text{)}, \quad (12.23)$$

где N — число людей, присутствие которых снижает время реверберации помещения от T_0 до T . Следует, впрочем, отметить, что результат измерения зависит от характера помещения, в котором производится измерение, и, в особенности, от числа N и способа размещения людей. Поэтому значения α , приводимые в справочниках и руководствах по архитектурной акустике, следует рассматривать как ориентировочные.

Как ясно из изложенного, вычисление среднего коэффициента поглощения при расчёте реверберации в аудиториях со слушателями, исполнителями и мебелью должно осуществляться не по (12.14), а по более общей формуле

$$\alpha = \frac{A}{S} = \frac{1}{S} \left(\sum_i \alpha_i S_i + \sum_k \alpha_k N_k \right), \quad (12.24)$$

где N_k — число однородных поглощающих объектов (людей, кресел, стульев и т. п.), а α_k — измеренное поглощение (в м^2), рассчитанное на один объект.

§ 93. Реверберация в связанных помещениях. Процесс реверберации имеет существенные особенности в тех случаях, когда помещение архитектурно разделяется на две части — обычно различной величины и формы, — связанные друг с другом общностью воздушного объёма и, следовательно, возможностью взаимного обмена звуковой энергией. В качестве типичных примеров можно привести залы с балконами и подбалконным пространством и залы, связанные с объёмом сцены через отверстие рампы.

Исследуя акустические процессы в таких связанных объёмах, мы составим сначала уравнения энергии для стационарного режима, когда энергии E_1 и E_2 в объёмах V_1 и V_2 не меняются во времени

$\left(\frac{dE}{dt} = 0\right)$. При этом в каждом из объёмов приход и расход энергии в единицу времени друг другу равны. Если источник звука с акустической мощностью P_a находится в объёме V_1 , то уравнение энергии для этого объёма гласит:

$$0 = P_a + \frac{c_0 S_0}{4V_2} E_2 - \frac{c_0}{4V_1} (\alpha_1 S_1 + S_0) E_1. \quad (12.25a)$$

Первые два члена первой части дают ежесекундный приток энергии от источника и из объёма V_2 ; действительно, согласно (12.10), второй член определяет энергию, падающую из объёма V_2 на связующее отверстие с площадью S_0 , через которое она попадает в объём V_1 . Последний член справа даёт ежесекундный расход энергии: согласно (12.9), $\frac{c_0 \alpha_1 S_1}{4V_1} \cdot E_1$ есть энергия, поглощаемая в единицу времени в объёме V_1 , с поверхностью S_1 (не включая площади S_0 связующего отверстия), а $\frac{c_0 S_0}{4V_1} \cdot E_1$ есть энергия, уходящая из объёма V_1 в объём V_2 . Аналогично, уравнение энергии для объёма V_2 должно быть написано в виде

$$0 = \frac{c_0 S_0}{4V_1} E_1 - \frac{c_0}{4V_2} (\alpha_2 S_2 + S_0) E_2. \quad (12.25b)$$

Вводя стационарные плотности энергии $w_{01} = \frac{E_1}{V_1}$ и $w_{02} = \frac{E_2}{V_2}$, перепишем уравнение (12.25) в виде

$$\left. \begin{aligned} 0 &= \frac{P_a}{V_1} + \beta'_1 w_{02} - b'_1 w_{01}, \\ 0 &= \beta'_2 w_{01} - b'_2 w_{02}, \end{aligned} \right\} \quad (12.26)$$

где для сокращения письма положено:

$$\beta'_i = \frac{c_0 S_0}{4V_i}; \quad b'_i = \frac{c_0}{4V_i} (\alpha_i S_i + S_0) \quad (i = 1, 2). \quad (12.27a)$$

Из уравнения (12.26) имеем:

$$w_{01} = \frac{b'_2}{b'_1 b'_2 - \beta'_2 \beta'_1} \cdot \frac{P_a}{V_1} = \frac{4P_a}{c_0} \cdot \frac{1}{\alpha_1 S_1 + S_0 \left(1 - \frac{S_0}{\alpha_2 S_2 + S_0}\right)}. \quad (12.28a)$$

$$w_{02} = \frac{\beta'_2}{b'_2} w_{01} = \frac{S_0}{\alpha_2 S_2 + S_0} w_{01} \quad (12.28b)$$

Обращаясь теперь к нестационарным процессам, мы должны написать в левых частях уравнения (12.26) производные $\frac{dw_i}{dt}$. Однако предварительно следует заметить, что уравнение вида $\frac{dw}{dt} = -bw$

(в отсутствии связи, т. е. при $S_0 = 0$ и $\beta = 0$) имеет при $P_\alpha =$ решение

$$\omega = \omega_0 \exp(-bt) = \omega_0 \exp\left(-\frac{\alpha c_0 S}{4V} t\right), \quad (a)$$

тогда как правильное статистическое решение (12,17b) есть

$$\omega = \omega_0 \exp\left[\frac{c_0 S \ln(1-\alpha)}{4V} t\right]. \quad (b)$$

Получившееся разногласие есть результат того, что дифференциальные уравнения (12.25) и (12.26) по самой сути своей предполагают непрерывность процессов падения и поглощения звука; если это предположение оправдывается для стационарного режима, когда убыль энергии непрерывно пополняется, то в процессе реверберации прерывность процесса поглощения имеет, как видно из § 91, существенное значение. Тем не менее, можно сохранить за собой формальное право пользоваться дифференциальными уравнениями, если в их коэффициенты b' , β' внести для нестационарных процессов поправочный множитель

$$-\frac{\ln(1-\alpha)}{\alpha},$$

приводящий приближённое решение (a) к правильной форме (b). В соответствии с этим положим

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= \frac{1}{\alpha_1} \ln \frac{1}{1-\alpha_1} \cdot b'_1; & b_2 &= \frac{1}{\alpha_2} \ln \frac{1}{1-\alpha_2} \cdot b'_2; \\ \beta_1 &= \frac{1}{\alpha_2} \ln \frac{1}{1-\alpha_2} \cdot \beta'_1; & \beta_2 &= \frac{1}{\alpha_1} \ln \frac{1}{1-\alpha_1} \cdot \beta'_2, \end{aligned} \right\} \quad (12.27b)$$

где b'_i и β'_i определяются (12.27a). С этой поправкой дифференциальные уравнения отзвука при выключенном источнике ($P_\alpha = 0$) получаются из (12.26) заменой нуля в левых частях на $\frac{d\omega}{dt}$:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\omega_1}{dt} &= -b_1\omega_1 + \beta_1\omega_2, \\ \frac{d\omega_2}{dt} &= -b_2\omega_2 + \beta_2\omega_1. \end{aligned} \right\} \quad (12.29)$$

Для интегрирования этой системы умножим уравнения (12.29) на неопределённые множители q_1 и q_2

$$q_1 \frac{d\omega_1}{dt} = -b_1 q_1 \omega_1 + \beta_1 q_1 \omega_2, \quad q_2 \frac{d\omega_2}{dt} = -b_2 q_2 \omega_2 + \beta_2 q_2 \omega_1$$

и составим функцию

$$v = q_1 \omega_1 + q_2 \omega_2.$$

Дифференцируя по времени, имеем:

$$\frac{dv}{dt} = q_1 \frac{d\omega_1}{dt} + q_2 \frac{d\omega_2}{dt} = (\beta_2 q_2 - b_1 q_1) \omega_1 + (\beta_1 q_1 - b_2 q_2) \omega_2.$$

Неопределёнными множителями q_1, q_2 можно распорядиться таким образом, чтобы $\frac{dv}{dt}$ было пропорционально v :

$$\frac{dv}{dt} = pv. \quad (12.30)$$

Для этого нужно удовлетворить уравнениям

$$\beta_2 q_2 - b_1 q_1 = p q_1,$$

$$\beta_1 q_1 - b_2 q_2 = p q_2$$

или

$$\left. \begin{aligned} (b_1 + p) q_1 - \beta_2 q_2 &= 0, \\ -\beta_1 q_1 + (b_2 + p) q_2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (12.31)$$

Уравнения (12.31) удовлетворяются отличными от нуля значениями q_1, q_2 , если определитель системы равен нулю; это условие даёт характеристическое уравнение

$$(b_1 + p)(b_2 + p) - \beta_1 \beta_2 = 0,$$

или

$$p^2 + (b_1 + b_2)p + b_1 b_2 - \beta_1 \beta_2 = 0,$$

имеющее корни

$$\begin{aligned} p_{1,2} &= -\frac{b_1 + b_2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b_1 + b_2}{2}\right)^2 - (b_1 b_2 - \beta_1 \beta_2)} = \\ &= -\frac{b_1 + b_2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b_2 - b_1}{2}\right)^2 + \beta_1 \beta_2}. \end{aligned} \quad (12.32)$$

Два корня p_1, p_2 дают две пары значений множителей q_1, q_2 :

$$(b_1 + p_1) q_{11} = \beta_2 q_{21}, \quad (b_1 + p_2) q_{12} = \beta_2 q_{22}$$

(вторая цифра индекса при q указывает на номер корня). Так как в каждой паре один из множителей произволен, то, положив $q_{11} = q_{12} = 1$, имеем:

$$q_{21} = \frac{b_1 + p_1}{\beta_2}, \quad q_{22} = \frac{b_1 + p_2}{\beta_2}.$$

Пусть v_1 и v_2 — значения функции v , соответствующие двум корням характеристического уравнения

$$v_1 = q_{11} \omega_1 + q_{21} \omega_2 = \omega_1 + \frac{b_1 + p_1}{\beta_2} \omega_2,$$

$$v_2 = q_{12} \omega_1 + q_{22} \omega_2 = \omega_1 + \frac{b_1 + p_2}{\beta_2} \omega_2.$$

Так как функции v_i удовлетворяют уравнению (12.30), то, интегрируя это уравнение, будем иметь

$$C_1 \exp p_1 t = w_1 + \frac{b_1 + p_1}{\beta_2} w_2,$$

$$C_2 \exp p_2 t = w_1 + \frac{b_1 + p_2}{\beta_2} w_2,$$

откуда

$$w_1 = \frac{1}{p_2 - p_1} [(b_1 + p_2) C_1 \exp p_1 t - (b_1 + p_1) C_2 \exp p_2 t], \quad (12.33a)$$

$$w_2 = \frac{\beta_2}{p_1 - p_2} [C_1 \exp p_1 t - C_2 \exp p_2 t]. \quad (12.33b)$$

Произвольные постоянные C_1, C_2 определяются из начальных условий: $w_1 = w_{01}, w_2 = w_{02}$ при $t = 0$; стационарные плотности энергии w_{01} и w_{02} даются формулами (12.28). Используя начальные условия, находим:

$$C_1 = w_{01} + \frac{b_1 + p_1}{\beta_2} w_{02}, \quad C_2 = w_{01} + \frac{b_1 + p_2}{\beta_2} w_{02}.$$

Подставляя эти значения в (12.33), получаем решение системы (12.29), удовлетворяющее заданным начальным условиям*):

$$w_1 = \frac{1}{p_2 - p_1} \left[(b_1 + p_2) \left(w_{01} + \frac{b_1 + p_1}{\beta_2} w_{02} \right) \exp p_1 t - (b_1 + p_1) \left(w_{01} + \frac{b_1 + p_2}{\beta_2} w_{02} \right) \exp p_2 t \right], \quad (12.34a)$$

$$w_2 = \frac{\beta_2}{p_1 - p_2} \left[\left(w_{01} + \frac{b_1 + p_1}{\beta_2} w_{02} \right) \exp p_1 t - \left(w_{01} + \frac{b_1 + p_2}{\beta_2} w_{02} \right) \exp p_2 t \right]. \quad (12.34b)$$

Эти решения приводятся к более удобному виду, если положить

$$n_1 = \frac{b_1 + p_1}{\beta_2} = \frac{1}{2\beta_2} [b_1 - b_2 + \sqrt{(b_2 - b_1)^2 + 4\beta_1\beta_2}], \quad (12.35a)$$

$$n_2 = \frac{b_1 + p_2}{\beta_2} = \frac{1}{2\beta_2} [b_1 - b_2 - \sqrt{(b_2 - b_1)^2 + 4\beta_1\beta_2}], \quad (12.35b)$$

причём

$$p_1 = -b_1 + n_1\beta_2, \quad p_2 = -b_1 + n_2\beta_2,$$

$$p_1 - p_2 = (n_1 - n_2)\beta_2.$$

*) Здесь, как и в дальнейшем, мы не рассматриваем случая, когда характеристическое уравнение имеет кратные корни; правила, которыми следует руководствоваться в этом случае, можно найти в теории интегрирования дифференциальных уравнений.

Теперь решения (12.34) можно написать в форме

$$\omega_1 = \frac{1}{n_2 - n_1} [n_2 (\omega_{01} + n_1 \omega_{02}) \exp(-b_1 + n_1 \beta_2) t - n_1 (\omega_{01} + n_2 \omega_{02}) \exp(-b_1 + n_2 \beta_2) t], \quad (12.36a)$$

$$\omega_2 = \frac{1}{n_1 - n_2} [(\omega_{01} + n_1 \omega_{02}) \exp(-b_1 + n_1 \beta_2) t - (\omega_{01} + n_2 \omega_{02}) \exp(-b_1 + n_2 \beta_2) t]. \quad (12.36b)$$

Полученный результат показывает прежде всего, что процесс отзвука в обеих частях помещения не следует простому экспонен-

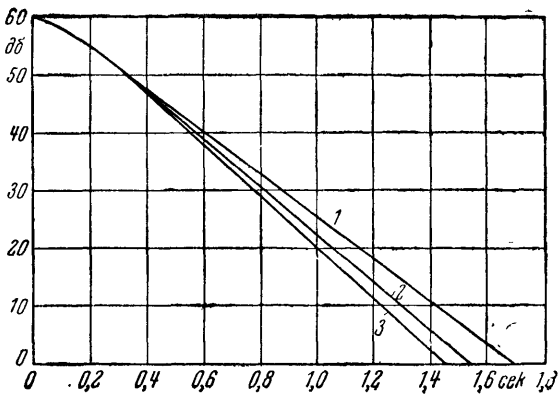


Рис. 237.

циальному закону; если по уравнениям (12.34) или (12.36) построить график процесса спадания уровня звуковой энергии после выключения источника звука, то этот процесс уже не будет изображаться наклонной прямой, как на рис. 236, *b*. Таким образом в применении к связанным помещениям понятие стандартной реверберации утрачивает однозначный смысл; для характеристики отзвука следует пользоваться величиной скорости спадания уровня звуковой энергии (12.18), помня о том, что теперь это уже не постоянная величина, но функция времени, а также начальных уровней ω_{01} и ω_{02} .

В качестве примера на рис. 237 представлен график спадания уровня энергии в зале радиотеатра ($V_2 = 3760 \text{ м}^3$) со средним коэффициентом поглощения $\alpha_2 = 0,26$ при выключении источника звука в сценическом объеме ($V_1 = 4000 \text{ м}^3$); отверстие сцены (рампа) имеет площадь $S_0 = 30 \text{ м}^2$. Три кривые относятся к трём значениям среднего коэффициента поглощения в сценическом объеме: 1) $\alpha_1 = 0,23$; 2) $\alpha_1 = 0,26$; 3) $\alpha_1 = 0,29$. Следует обратить внимание на то, что

скорость спадаения уровня возрастает в течение начального промежутка времени (около 0,5 сек.) и только после этого приобретает практически постоянную величину. В некоторых случаях кривая спадаения уровня имеет резко выраженный перелом, свидетельствующий о наличии двух разных скоростей спадаения в процессе реверберации.

Особым случаем, требующим отдельного исследования, является случай *односторонней* связи двух помещений через посредство электроакустического тракта. Примерами электроакустически связанных помещений могут служить радиостудия и помещение, в котором прослушивается радиопередача, или киностудия и зал звукового кинотеатра. Сюда же относится и так называемая «эхо-комната» — гулкое помещение, в котором устанавливается громкогово-

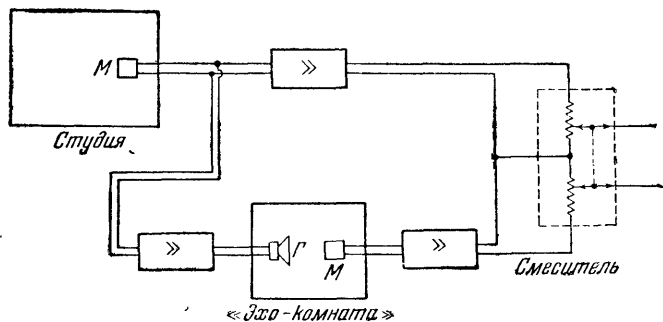


Рис. 238.

ритель, питаемый от основного электроакустического тракта, и микрофон, возвращающий в тракт звучание, обогащённое реверберацией в «эхо-комнате»; дозируя подаваемое с микрофона «эхо-комнаты» напряжение, можно получить для тех или иных специальных целей звучание с регулируемой в широких пределах реверберацией. Скелетная схема электроакустического тракта с «эхо-комнатой» и смесителем для дозирования реверберирующего звучания показана на рис. 238.

Процесс реверберации в электроакустически связанных помещениях может быть определён из уравнения плотности энергии w_2 в помещении, где находится воспроизводящий «первичное» звучание громкоговоритель:

$$\frac{dw_2}{dt} = \frac{P_a}{V_2} - b_2 w_2; \quad (12.37a)$$

здесь P_a — акустическая мощность громкоговорителя, V_2 — объём помещения, а

$$b_2 = \frac{c_0}{4V_2} \alpha_2 S_2$$

(ради упрощения рассуждений мы пренебрегаем поправкой на прерывность звукопоглощения). В стационарном режиме $P_a = P_0$, причём

$$w_{02} = \frac{P_0}{b_2 V_2}.$$

При выключении «первичного» источника звука плотность звуковой энергии w_1 убывает по экспоненциальному закону

$$w_1 = w_{01} \exp(-b_1 t),$$

где

$$b_1 = \frac{c_0}{4V_1} \alpha_1 S_1.$$

При этом по такому же закону убывает и акустическая мощность, излучаемая громкоговорителем:

$$P_a = P_0 \exp(-b_1 t) = b_2 V_2 w_{02} \exp(-b_1 t).$$

Подставляя это значение в уравнение (12.37а), получим:

$$\frac{dw_2}{dt} = b_2 w_{02} \exp(-b_1 t) - b_2 w_2. \quad (12.37b)$$

Общий интеграл этого уравнения имеет, очевидно, форму

$$w_2 = C \exp(-b_2 t) + \frac{b_2}{b_2 - b_1} w_{02} \exp(-b_1 t), \quad (12.38a)$$

причём постоянная C определяется начальным условием: при $t = 0$

$$w_2 = w_{02} = C + \frac{b_2}{b_2 - b_1} w_{02},$$

откуда

$$C = -w_{02} \frac{b_1}{b_2 - b_1}.$$

Подстановка в (12.38а) даёт решение

$$w_2 = \frac{w_{02}}{b_1 - b_2} [b_1 \exp(-b_2 t) - b_2 \exp(-b_1 t)]. \quad (12.38b)$$

Как видим, и в этом случае спадание уровня энергии не следует простому экспоненциальному закону, так что понятие стандартной реверберации, вообще говоря, не имеет однозначного смысла.

§ 94. Акустическое отношение и эффективная реверберация. Соображения, изложенные в § 91, привели к представлению о прямолинейном спадании уровня звуковой энергии (рис. 236, б) в предположении, что стационарное звуковое поле в помещении является совершенно диффузным (все направления переноса звуковой энергии равновероятны).

Нетрудно, однако, заметить, что вблизи от источника звука стационарная плотность $w_{\text{п}}$ прямой звуковой энергии должна составлять (особенно при большом поглощении) значительную часть от плотности общей энергии, складывающейся из энергии прямого и «диффузно-перемешанного» звука, претерпевшего некоторое число отражений от ограничивающей помещение поверхности:

$$w = w_{\text{п}} + w_{\text{д}}$$

($w_{\text{д}}$ — плотность диффузной звуковой энергии). Отношение

$$R = \frac{w_{\text{д}}}{w_{\text{п}}}, \quad (12.39)$$

характеризующее степень диффузности звукового поля в данной точке, принято называть *акустическим отношением*.

Плотность прямой звуковой энергии может быть определена (в предположении *ненаправленного* источника, излучающего сферическую волну) по формуле

$$w_{\text{п}} = \frac{I}{c_0} = \frac{P_a}{c_0 4\pi r^2},$$

где P_a — акустическая мощность ненаправленного источника, r — расстояние от источника до точки наблюдения, а

$$I = \frac{P_a}{4\pi r^2}$$

— сила звука, создаваемая источником в неограниченном пространстве. Плотность же диффузно-перемешанной энергии можно определить как плотность энергии, остающейся в помещении к моменту первого отражения, когда прямой энергии уже не существует; согласно формулам § 91,

$$w_{\text{д}} = \frac{4P_a}{c_0 A} (1 - \alpha) = \frac{4P_a}{c_0 S} \cdot \frac{1 - \alpha}{\alpha}.$$

Подставляя значения $w_{\text{п}}$ и $w_{\text{д}}$ в соотношение (12.39), находим:

$$R = \frac{16\pi r^2}{S} \cdot \frac{1 - \alpha}{\alpha}. \quad (12.40)$$

Существенный интерес представляет вопрос о восприятии ревербирующего звука в условиях, когда акустическое отно-

шение имеет небольшую величину, так что прямая энергия, исчезающая сразу после выключения источника, играет заметную роль в общем балансе звуковой энергии. Для разъяснения этого вопроса обратимся к графику рис. 239, изображающему ход спадания

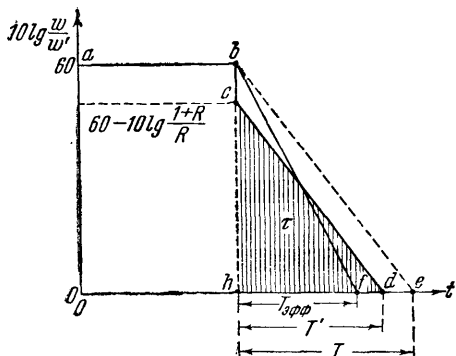


Рис. 239.

уровня с учётом прямой звуковой энергии.

Пусть мощность источника отрегулирована таким образом, что стационарный уровень энергии составляет 60 дБ над пороговым значением w' :

$$10 \lg \frac{w_{\text{п}} - w_{\text{д}}}{w'} = 60 \text{ дБ.}$$

После выключения источника уровень плотности звуковой энергии скачком уменьшается до значения

$$10 \lg \frac{w_{\text{д}}}{w'},$$

причём, как явствует из предыдущего уравнения,

$$10^6 = \frac{w_{\text{п}} + w_{\text{д}}}{w'} = \frac{w_{\text{д}}}{w'} \left(1 + \frac{w_{\text{п}}}{w_{\text{д}}} \right) = \frac{w_{\text{д}}}{w'} \left(1 + \frac{1}{R} \right),$$

откуда следует, что

$$\frac{w_{\text{д}}}{w'} = 10^6 \frac{R}{1 + R}.$$

Таким образом при выключении источника уровень энергии изменяется скачком с 60 дБ до значения

$$10 \lg \frac{w_{\text{д}}}{w'} = 60 - 10 \lg \frac{1 + R}{R},$$

после чего убывает, следуя наклонной прямой. Описанный процесс представлен на рис. 239 ломаной линией $abcd$. Отрезок времени T' , соответствующий наклонной прямой cd , есть *время отзвука* до порога слышимости. Как видно из графика, время отзвука T' меньше времени стандартной

реверберации T , которому соответствует наклонная прямая be , изображающая ход спадания уровня в совершенно диффузном поле ($R = \infty$). Из подобия треугольников hcd и hbe следует, что

$$\frac{T'}{T} = \frac{60 - 10 \lg \frac{1+R}{R}}{60} = 1 - \frac{1}{6} \lg \frac{1+R}{R}. \quad (12.41)$$

При описанных условиях слушатель, как показывает опыт, получает впечатление несколько уменьшенной реверберации. Некоторые факты, относящиеся к психофизиологии слухового восприятия, дают повод полагать, что субъективная оценка длительности реверберации опирается на восприятие так называемой *протяжности* (интеграла уровня по времени):

$$\tau = \int_0^{T'} 10 \lg \frac{w}{w'} dt, \quad (12.42)$$

где T' — время отзвука. Согласно этой гипотезе, эффективная реверберация, воспринимаемая при наличии скачкообразного уменьшения уровня в момент выключения источника, определяется временем $T_{эфф}$, в течение которого уровень должен был бы уменьшиться на 60 дБ, считая от начального уровня

$$10 \lg \frac{w_n + w_d}{w'}$$

при условии неизменной протяжности τ (процесс abf на рис. 239). При прямолинейном спадании уровня протяжность в процессе $abcd$ определяется площадью заштрихованного треугольника hcd ; условие неизменной протяжности сводится при этом к равенству треугольников hcd и hbf . Это условие даёт

$$60 T_{эфф} = \left(60 - 10 \lg \frac{1+R}{R}\right) T'$$

или, вводя вместо T' стандартную реверберацию T по формуле (12.41),

$$60 T_{эфф} = \left(60 - 10 \lg \frac{1+R}{R}\right)^2 \frac{T}{60}.$$

Отсюда находим выражение эффективной реверберации $T_{эфф}$ через стандартную реверберацию T и акустическое отношение R :

$$T_{эфф} = T \left(1 - \frac{1}{6} \lg \frac{1+R}{R} \right)^2. \quad (12.43)$$

Зависимость отношения $\frac{T_{эфф}}{T}$ от акустического отношения R представлена на рис. 240. Как видно из графика, воспринимаемая слушателями эффективная реверберация за-

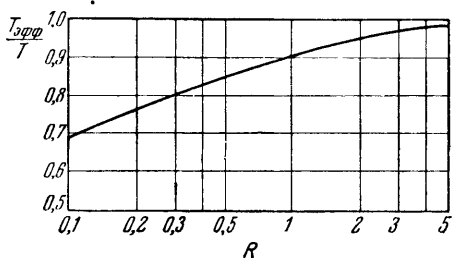


Рис. 240.

метно отличается от стандартной лишь при $R < 1$ (как показывает опыт, изменения реверберации на $\pm 10\%$ обычно не замечаются).

§ 95. Приём реверберирующего звука микрофонами направленного действия. На микрофон, принимающий звук в закрытом помещении, действует не только прямая волна, непосредственно исходящая от источника, но и приходящие по всевозможным направлениям отражённые волны. В условиях диффузного звукового поля развиваемое микрофоном напряжение определяется не только чувствительностью микрофона в направлении на источник звука, но зависит и от формы характеристики направленности:

$$\Phi(\theta) = \frac{E_\theta}{E_0}.$$

Здесь E_θ — чувствительность микрофона для волны, падающей под углом θ к оси, E_0 — осевая чувствительность (при $\theta = 0$), $\Phi(\theta)$ — характеристика направленности, предполагаемая симметричной относительно оси,

При определении чувствительности E_d микрофона в диффузном звуковом поле необходимо иметь в виду, что при статистически неупорядоченном распределении амплитуд и фаз отражённых волн суммируются не напряжения, а мощности, развиваемые микрофоном за счёт каждой из этих волн; при этом соответствующие доли общей мощности, приходящиеся на те или иные углы падения, должны быть пропорциональны вероятностям падения волн под соответствующими углами. Если микрофон со всех сторон открыт для воздействия на него отражённых волн, то вероятность того, что угол падения лежит между θ и $\theta + d\theta$, определяется отношением площади пояса $2\pi r^2 \sin \theta d\theta$ (см. рис. 235) к площади $4\pi r^2$ полной сферы:

$$\frac{2\pi r^2 \sin \theta d\theta}{4\pi r^2} = \frac{1}{2} \sin \theta d\theta.$$

Умножая квадраты чувствительности на вероятности соответствующих углов падения и суммируя по всевозможным углам, мы найдём для чувствительности в диффузном поле среднее взвешенное значение

$$E_d = \left[\int_0^\pi E_\theta^2 \cdot \frac{1}{2} \sin \theta d\theta \right]^{1/2} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \left[\int_0^\pi \Phi^2(\theta) \sin \theta d\theta \right]^{1/2}$$

или

$$E_d = \frac{E_0}{\sqrt{\Omega}}, \quad (12.44)$$

где

$$\Omega = \frac{2}{\int_0^\pi \Phi^2(\theta) \sin \theta d\theta} \quad (12.45)$$

есть коэффициент осевой концентрации излучателя, обладающего такой же характеристикой направленности $\Phi(\theta)$, как и рассматриваемый приёмник [ср. формулу (3.13 б)].

Отметим попутно, как это видно из формулы (12.44), что зависимость направленности микрофона от частоты является фактором, обуславливающим дополнительные частотные искажения при звукоприёме в закрытых помещениях. Действительно, если, как это часто имеет место, направлен-

ность микрофона обостряется с повышением частоты, то коэффициент Ω возрастает, а чувствительность E_d падает в сторону высоких частот. Для некоторых из современных микрофонов снижение чувствительности E_d в диффузном поле достигает 10 дб на верхней границе рабочего диапазона частот. В связи с этим становится очевидным, что в применении к радиовещательным микрофонам требование частотно-независимой направленности имеет очень серьёзное значение.

Чтобы оценить эффект, даваемый применением направленного микрофона для приёма реверберирующего звука, можно исходить из следующих соображений. В момент времени, непосредственно предшествующий выключению источника звука, развиваемая микрофоном электрическая мощность P обусловлена как прямой, так и диффузно-перемешанной энергией:

$$P = \text{const} \cdot (E_0^2 \omega_{\text{п}} + E_d^2 \omega_d) = \\ = \text{const} \cdot E_d^2 \omega_d \left[1 + \left(\frac{E_0}{E_d} \right)^2 \left(\frac{\omega_{\text{п}}}{\omega_d} \right) \right] = \text{const} \cdot E_d^2 \omega_d \cdot \frac{R + \Omega}{R}.$$

В момент же времени, непосредственно следующий за выключением источника, развиваемая микрофоном мощность P' определяется одним только диффузным звуком:

$$P' = \text{const} \cdot E_d^2 \omega_d.$$

Очевидно, что в момент выключения источника развиваемый микрофоном уровень уменьшается скачком на величину

$$10 \lg \frac{P}{P'} = 10 \lg \frac{\Omega + R}{R}.$$

Если считать, что восприятие эффективной реверберации при передаче звука через электроакустический тракт определяется тем же условием неизменной протяжности, как и при непосредственном слушании (ср. § 94), то для эффективной реверберации, воспринимаемой при использовании микрофонов направленного действия, получается вместо (12.43) формула

$$T_{\text{эфф}} = T \left(1 - \frac{1}{6} \lg \frac{\Omega + R}{R} \right)^2. \quad (12.46)$$

Легко видеть, что в случае ненаправленного микрофона $\Phi(\theta) = 1$ и

$$\Omega = \frac{2}{\int_0^\pi \sin \theta \, d\theta} = 1,$$

так что формула (12.46) переходит в (12.43); таким образом при использовании ненаправленного приёмника давления эффективная реверберация соответствует условиям непосредственного восприятия. В случае приёмника градиента давления $\Phi(\theta) = \cos \theta$ (см. § 76) и

$$\Omega = \frac{2}{\int_0^\pi \cos^2 \theta \sin \theta \, d\theta} = 3.$$

Тот же результат получается и для микрофона одностороннего приёма с характеристикой направленности в форме кардиоиды (10.6)

$$\Phi(\theta) = \frac{1}{2}(1 + \cos \theta);$$

при этом, как нетрудно проверить,

$$\Omega = \frac{2}{\frac{1}{4} \int_0^\pi (1 + \cos \theta)^2 \sin \theta \, d\theta} = 3.$$

Сравнение формул (12.43) и (12.46) показывает, что при использовании направленных микрофонов воспринимаемая слушателем эффективная реверберация уменьшается; это обстоятельство позволяет с успехом применять микрофоны с характеристиками направленности в форме восьмёрки и кардиоиды для приёма звука в помещениях с избыточной реверберацией.

§ 96. Работа направленного громкоговорителя в закрытом помещении. Если в закрытом помещении работает направленный источник звука, например, громкоговоритель с характеристикой направленности $\Phi(\theta)$, то энергия единицы объёма складывается из плотности прямой энергии

$$w_{\text{п}} = \frac{p^2}{\rho_0 c_0^2} = \frac{p_0^2}{\rho_0 c_0^2} \Phi^2(\theta)$$

(p — эффективное звуковое давление, p_0 — эффективное давление в равноудалённой осевой точке в условиях неограниченной среды) и плотности диффузно-перемешанной энергии

$$w_d = \frac{4P_\alpha}{c_0 S} \cdot \frac{1 - \alpha}{\alpha}$$

(см. § 94; очевидно, что плотность диффузной энергии зависит только от акустической мощности P_α громкоговорителя, но не от его направленности). Интегрируя силу прямого звука по замкнутой сфере, окружающей источник, имеем для его акустической мощности выражение

$$P_\alpha = \frac{p_0^2}{\rho_0 c_0} \cdot 2\pi r^2 \int_0^\pi \Phi^2(\theta) \sin \theta \, d\theta = \frac{4\pi r^2}{\Omega} \cdot \frac{p_0^2}{\rho_0 c_0}.$$

Сопоставляя с этим ранее написанное выражение для плотности прямой звуковой энергии, находим:

$$w_n = \frac{\Omega P_\alpha}{4\pi r^2 c_0} \Phi^2(\theta).$$

Акустическое отношение на расстоянии r от громкоговорителя в направлении, взятом под углом θ к оси излучателя, можно теперь представить формулой

$$R = \frac{w_d}{w_n} = \frac{16\pi r^2}{S\Omega\Phi^2(\theta)} \cdot \frac{1 - \alpha}{\alpha}. \quad (12.47)$$

Легко видеть, что при ненаправленном источнике звука [$\Phi(\theta) = 1$ и $\Omega = 1$] формула (12.47) переходит в (12.40). Если же громкоговоритель обладает заметной направленностью, то коэффициент осевой концентрации велик ($\Omega \gg 1$) и в осевом направлении акустическое отношение имеет значительно меньшую величину, чем при ненаправленном источнике звука. Уменьшение акустического отношения обусловлено при этом возрастанием энергии прямого звука за счёт осевой концентрации излучения; поэтому применение громкоговорителей направленного действия в помещениях с повышенной реверберацией может в известной мере компенсировать их акустические дефекты.

§ 97. Объёмный и частотный оптимумы реверберации.

В начале этой главы уже было сказано о значении длительности реверберации как одного из важнейших критериев акустического качества аудиторий. Из соображений, подробно изложенных в § 88, следует, что основная задача акустического проектирования аудиторий любого назначения — лекционных или концертных залов, оперных или драматических театров, радиостудий, студий для звукозаписи, зрительных залов звуковых кинотеатров и т. п. — заключается в обеспечении *оптимума реверберации*, т. е. такой её длительности, при которой речь звучит (при достаточном уровне гром-

кости) совершенно разборчиво, а звучание музыки или певческого голоса даёт наибольший эстетический эффект. Со времени первых работ Сэбина надлежащая длительность реверберации в её соответствии с оптимумом для данного случая справедливо считается *необходимым* условием акустической полноценности аудитории; однако в настоящее время можно считать установленным, что оптимум реверберации ещё не является *достаточным* критерием качества и что, наряду с ним, должны быть приняты во внимание ещё и акустическое отношение, а также некоторые другие факторы, о которых будет сказано в следующей главе (§ 102).

Вопрос об оптимуме реверберации, очевидно, может быть решён только экспериментальным путём; дело сводится к обработке большого числа субъективных оценок, выносимых слушателями, вос-

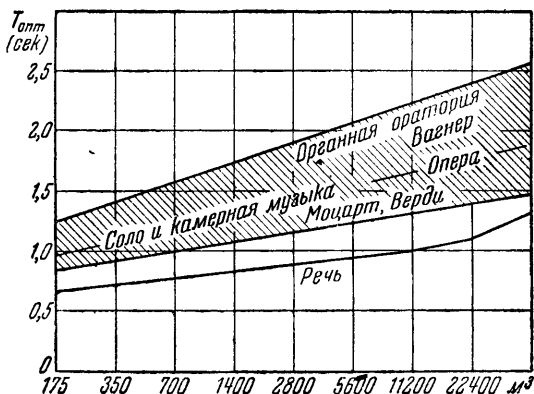


Рис. 241.

принимающими в помещениях с переменной реверберацией связную речь или музыку различного характера. Первые систематические опыты этого рода были проведены С. Я. Лифшицем. В настоящее время проектировщик имеет в своём распоряжении более или менее надёжные экспериментальные данные, позволяющие ему выбрать для каждого отдельного случая частотную характеристику оптимальной реверберации, наилучшим образом соответствующую объёму и назначению проектируемой аудитории. Сводку таких данных можно найти в справочных изданиях и в специальных монографиях; здесь мы должны ограничиться лишь общим рассмотрением вопроса.

На рис. 241 приводится график оптимальных значений времени стандартной реверберации на частоте 500 гц в зависимости от кубатуры аудитории; эти значения рекомендованы В. О. Кнудсеном — одним из современных специалистов в области архитектурной акустики. Наименьшие значения рекомендуются для речевых аудиторий (лекционные залы, залы заседаний и собраний).

Отметим, что более быстрый подъём кривой при больших кубатурах ($> 10\,000\text{ м}^3$) обусловлен тем, что излучаемая оратором акустическая мощность ограничена, причём для обеспечения достаточного уровня громкости неусиленной речи в больших аудиториях приходится использовать отражённую энергию эффективнее, чем в помещениях меньшего размера.

Оптимумы реверберации для музыкальных аудиторий (концертные залы, оперные театры) занимают, как видно из графика, довольно широкую полосу значений при заданной кубатуре помещения. Это связано с тем, что музыкальные произведения различного характера и стиля требуют различного времени реверберации, меняющегося в известных пределах: от минимальных значений для лёгкой и мелодичной музыки Моцарта или Верди, очевидно уже недостаточных для надлежащего впечатления от драматической музыки Вагнера, до максимальных длительностей, характерных для величественной и медленной органной музыки. Естественно, что разнообразие стилей вносит некоторую неопределённость в задачу, разрешаемую проектировщиком в тех случаях, когда проектируемая аудитория предназначается для слушания музыки различного характера. В таких случаях приходится выбирать компромиссное решение; в известной мере такие компромиссы оправдываются тем, что человеческое ухо не замечает отклонений от оптимума порядка $\pm 10\%$.

Отметим, далее, что помещения, предназначенные для электроакустической передачи звука (радиостудии, звуковые киноателье) требуют несколько пониженной реверберации по сравнению с помещениями, в которых звук слушается непосредственно. Это объясняется, во-первых, наложением процессов отзвука в помещениях, где происходит воспроизведение звука (ср. § 93), и, во-вторых, тем, что при непосредственном слушании бинауральное восприятие (т. е. слушание двумя ушами, позволяющее ориентироваться в направлении прихода звуковых волн) даёт слушателю возможность сосредоточить внимание на прямом звуке и до известной степени психологически изолироваться от диффузных отражений.

Уменьшение оптимумов реверберации в звуковых кинотеатрах объясняется, главным образом, повышенным (по сравнению с натурой) уровнем воспроизведения, что приводит к удлинению времени отзвука.

График рис. 241 определяет оптимум реверберации для одной только частоты (500 гц); оптимальное время реверберации на других частотах может быть определено по частотной характеристике оптимума, на которой значение при 500 гц принято за единицу. Следует отметить, что в вопросе об оптимальной форме частотной характеристики реверберации вплоть до настоящего времени существуют различные точки зрения, так что этот вопрос является до известной степени дискуссионным. Можно с некоторой уверенностью считать, что в помещениях небольшого размера (особенно в таких, которые предназначаются для слушания или передачи речи) желательна примерно одинаковая реверберация для всех частот в диапазоне от 100 до 4000 гц . В музыкальных ауди-

ториях большого объема оптимум реверберации повышается в сторону нижних частот с крутизной, зависящей от объема и назначения зала.

Рекомендуемые формы оптимальных частотных характеристик показаны на рис. 242 а (по Кнудсену); сплошная кривая даёт оптимум

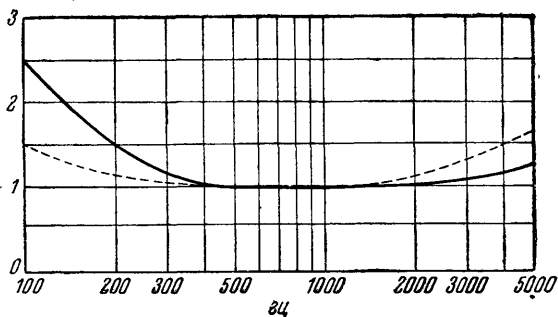


Рис. 242а.

для музыки, пунктирная — для речи. Ординаты соответствуют относительным значениям оптимума (оптимум при 500 гц принят за единицу).

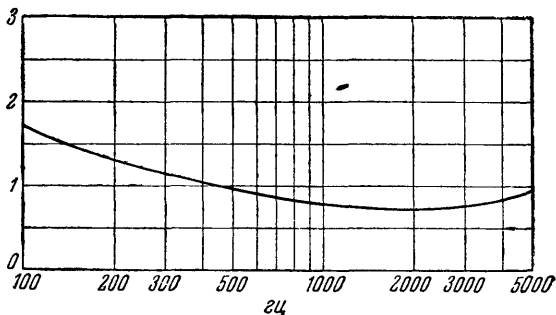


Рис. 242б.

Кривые частотного оптимума реверберации, рекомендуемые Кнудсеном (рис. 242), построены в соответствии с требованием, согласно которому время отзвука должно быть одинаковым для всех компонент сложного звука; другими словами, все компоненты должны затухать до порога слышимости к одному и тому же моменту времени. Если бы порог слышимости имел одинаковое значение для всех частот и отзвук всех компонент сложного зву-

чания начинался бы с одного и того же уровня, то оптимальная реверберация была бы одинаковой для всех частот. Однако распределение акустической мощности естественных источников по частотному спектру не является равномерным: на область средних частот приходится (в среднем) бóльшая мощность, нежели на область низких частот. Помимо того, кривая слухового порога (см. рис. 34) поднимается в сторону низких частот. Учёт этого обстоятельства, наряду с известным распределением уровней по частотному спектру (а это распределение различно для музыки и для речи), приводит к характеристикам, представленным на рис. 242 а.

Иные предпосылки лежат в основе рекомендаций С. Я. Лифшица, определяющего частотный оптимум в соответствии с требованием, согласно которому скорость уменьшения уровня громкости должна быть одинаковой для всех компонент сложного звука. Обращаясь к кривым равной громкости (рис. 35), мы видим, что эти кривые сближаются друг с другом в сторону низких частот; очевидно, что если уровень силы звука будет убывать в процессе отзвука с одинаковой скоростью ($\beta = \frac{60}{T}$, см. формулу 12.19), т. е. если время реверберации будет одним и тем же для всех частот, то уровень громкости будет спадать тем быстрее, чем ниже частота. Для того чтобы уровень громкости уменьшался одинаково быстро для всех частот, скорость спадения уровня силы звука должна убывать в сторону низких частот, а это означает, что время реверберации должно удлиняться по мере понижения частоты (одинаково для музыки и для речи), как это представлено на рис. 242 б.

Г Л А В А XIII
АКУСТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ
В ЗАКРЫТЫХ ПОМЕЩЕНИЯХ
(ВОЛНОВАЯ ТЕОРИЯ)

§ 98. **Собственные частоты замкнутого объёма.** В предыдущей главе явление отзвука было истолковано в духе статистической трактовки основной архитектурно-акустической проблемы как последовательный ряд отражений импульса, излучённого источником звука; при этом молчаливо подразумевалось, что форма импульса, заданного колебанием излучающего устройства, сохраняется неизменной при многократных отражениях. Такое истолкование сразу же вызывает сомнение принципиального характера: действительно, воздушный объём в помещении есть колебательная система с распределёнными параметрами, обладающая некоторым спектром собственных частот; после прекращения деятельности источника, поддерживающего вынужденные колебания воздуха в помещении, система может совершать только собственные колебания, затухающие более или менее быстро, в зависимости от скорости рассеяния энергии. Таким образом в явлении отзвука или реверберации, вообще говоря, не может быть речи об остаточном существовании колебательного процесса, навязанного ранее действием внешней силы; отзвук есть *собственное* затухающее колебание воздушного объёма с частотами, которые должны зависеть от размера и формы помещения. Упрощённой схемой процесса реверберации является, следовательно, не многократное эхо, но плавно замирающий тон резонатора, освобождённого от внешних влияний.

На первый взгляд кажется, что это вполне убедительное соображение не подтверждается повседневным опытом,

который свидетельствует о неизменном наличии остаточного звучания, сохраняющего специфические особенности стационарного режима. Для разъяснения этого обстоятельства нам придётся рассмотреть спектр собственных частот замкнутого объёма; в качестве простейшего примера мы возьмём помещение в форме прямоугольного параллелепипеда со сторонами

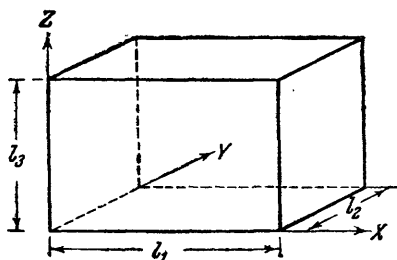


Рис. 243.

l_1, l_2, l_3 ; объём его равен

$$V = l_1 l_2 l_3,$$

а ограничивающая поверхность

$$S = 2(l_1 l_2 + l_1 l_3 + l_2 l_3).$$

Выберем начало координат в одном из углов параллелепипеда и направим оси X, Y, Z вдоль

рёбер l_1, l_2, l_3 (рис. 243). Акустический процесс в помещении должен удовлетворять волновому уравнению (2.11а)

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}, \quad (13.1)$$

где φ — потенциал скорости. Разыскивая частоты собственных незатухающих колебаний, будем предполагать, что стенки помещения являются идеально жёсткими (т. е. непоглощающими); тогда решение можно написать в форме

$$\varphi(x, y, z, t) = \Phi(x, y, z) \cdot \exp j\omega t, \quad (13.2)$$

причём в силу жёсткости стенок функция $\Phi(x, y, z)$ должна удовлетворять граничным условиям

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial x} &= 0 \text{ при } x=0 \text{ и } l_1, \\ \frac{\partial \Phi}{\partial y} &= 0 \text{ при } y=0 \text{ и } l_2, \\ \frac{\partial \Phi}{\partial z} &= 0 \text{ при } z=0 \text{ и } l_3. \end{aligned} \right\} \quad (13.3)$$

Эти условия означают, что на жёстких стенках нормальная

составляющая вектора колебательной скорости $v_n = -\frac{\partial \varphi}{\partial n}$ должна быть равна нулю. Подстановка (13.2) в (13.1) приводит к уравнению

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + k^2 \Phi = 0 \quad \left(k = \frac{\omega}{c_0} \right). \quad (13.4)$$

Разыскивая решение в виде

$$\Phi(x, y, z) = \Phi_1(x) \Phi_2(y) \Phi_3(z), \quad (13.5)$$

имеем после подстановки в (13.4) и деления на $\Phi_1 \Phi_2 \Phi_3$:

$$\frac{1}{\Phi_1} \frac{d^2 \Phi_1}{dx^2} + \frac{1}{\Phi_2} \frac{d^2 \Phi_2}{dy^2} + \frac{1}{\Phi_3} \frac{d^2 \Phi_3}{dz^2} = -k^2. \quad (13.6)$$

Заметим, что первый член левой части зависит только от x , второй—только от y , третий—только от z ; так как их сумма должна быть постоянной при любой комбинации значений x , y , z , то и каждый член левой части должен быть постоянным. Напишем поэтому

$$\frac{1}{\Phi_1} \frac{d^2 \Phi_1}{dx^2} = -k_1^2, \quad \frac{1}{\Phi_2} \frac{d^2 \Phi_2}{dy^2} = -k_2^2, \quad \frac{1}{\Phi_3} \frac{d^2 \Phi_3}{dz^2} = -k_3^2$$

или

$$\frac{d^2 \Phi_1}{dx^2} + k_1^2 \Phi_1 = 0; \quad \frac{d^2 \Phi_2}{dy^2} + k_2^2 \Phi_2 = 0; \quad \frac{d^2 \Phi_3}{dz^2} + k_3^2 \Phi_3 = 0.$$

Частные решения этих уравнений можно написать в виде

$$\Phi_1(x) = C_1 \cos k_1 x; \quad \Phi_2(y) = C_2 \cos k_2 y; \quad \Phi_3(z) = C_3 \cos k_3 z,$$

причём в силу уравнения (13.6) постоянные k_1 , k_2 , k_3 должны удовлетворять условию

$$k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 = k^2. \quad (13.7)$$

Частное решение уравнения (13.4) есть, согласно (13.5),

$$\Phi(x, y, z) = C \cos k_1 x \cos k_2 y \cos k_3 z;$$

граничные же условия (13.3) приводятся к виду

$$\sin k_1 l_1 = 0, \quad \sin k_2 l_2 = 0, \quad \sin k_3 l_3 = 0,$$

откуда следует, что

$$k_1 = \frac{n_1 \pi}{l_1}, \quad k_2 = \frac{n_2 \pi}{l_2}, \quad k_3 = \frac{n_3 \pi}{l_3}, \quad (13.8)$$

где n_1, n_2, n_3 — произвольные целые числа (в частном случае — нуль).

Потенциал скорости внутри помещения имеет, следовательно, вид

$$\varphi(x, y, z, t) = C \cos \frac{n_1 \pi x}{l_1} \cos \frac{n_2 \pi y}{l_2} \cos \frac{n_3 \pi z}{l_3} \exp j \omega t, \quad (13.9)$$

причём в силу условий (13.7) и (13.8) частоты ω собственных колебаний определяются формулой

$$\omega = kc_0 = c_0 \pi \sqrt{\left(\frac{n_1}{l_1}\right)^2 + \left(\frac{n_2}{l_2}\right)^2 + \left(\frac{n_3}{l_3}\right)^2} \quad (13.10a)$$

или

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{c_0}{2} \sqrt{\left(\frac{n_1}{l_1}\right)^2 + \left(\frac{n_2}{l_2}\right)^2 + \left(\frac{n_3}{l_3}\right)^2}. \quad (13.10b)$$

Каждой тройке значений целочисленных параметров n_1, n_2, n_3 (причём в частных случаях один или два из них могут иметь значение нуль) соответствует определённая собственная частота воздушного объёма.

Полезно иметь в виду следующую классификацию стоячих волн, соответствующих различным собственным частотам. Если два из параметров n (например, n_2 и n_3) равны нулю, то решение (13.9) даёт плоскую стоячую волну

$$\varphi(x, t) = C \cos \frac{n_1 \pi x}{l_1} \exp j \omega_{n_1} t$$

с вектором колебательной скорости

$$v = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} = C' \sin \frac{n_1 \pi x}{l_1} \exp j \omega_{n_1} t,$$

направленным параллельно оси X ; такой же вид имеют стоячие волны, параллельные осям Y и Z . Такие волны называются *осевыми*. Если один из параметров n (например, n_3) равен нулю, то в стоячей волне

$$\varphi(x, y, t) = C \cos \frac{n_1 \pi x}{l_1} \cos \frac{n_2 \pi y}{l_2} \exp j \omega_{n_1, n_2} t$$

вектор колебательной скорости имеет компоненты

$$v_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} = C' \sin \frac{n_1 \pi x}{l_1} \cos \frac{n_2 \pi y}{l_2} \exp j \omega_{n_1, n_2} t,$$

$$v_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y} = C'' \cos \frac{n_1 \pi x}{l_1} \sin \frac{n_2 \pi y}{l_2} \exp j \omega_{n_1, n_2} t$$

и направлен параллельно плоскости XU ; такую же форму имеют стоячие волны с вектором скорости, параллельным плоскости YZ или XZ . Такие волны называются *касательными*. Осевые волны претерпевают отражение только от *одной пары* противоположащих стенок, тогда как касательные отражаются от *двух пар* стенок. Стоячие же волны с частотами, для которых ни один из параметров n не равен нулю, имеют вектор скорости с тремя отличными от нуля компонентами; они называются *косыми* и претерпевают отражение от *всех* стенок помещения.

Для решения вопроса о том, в какой мере отзвук можно рассматривать как остаточное звучание вынужденных колебаний с частотами внешнего воздействия, формула (13.10) должна быть подвергнута дальнейшему исследованию с целью определения плотности спектра собственных частот помещения; другими словами, нужно выяснить, каковы интервалы, отделяющие друг от друга смежные собственные частоты.

§ 99. Распределение собственных колебаний по частотному спектру. Результат (13.10) показывает, что каждую из собственных частот прямоугольного помещения можно формально рассматривать как вектор с компонентами

$$f_1 = n_1 \frac{c_0}{2l_1}, \quad f_2 = n_2 \frac{c_0}{2l_2}, \quad f_3 = n_3 \frac{c_0}{2l_3}.$$

Если значения компонент f_1, f_2, f_3 откладывать по трём взаимно перпендикулярным осям, то каждой собственной частоте отвечает точка, лежащая в первом октанте «пространства частот»; совокупность всех этих точек образует прямоугольную решётку, рёбра которой имеют значения $\frac{c_0}{2l_1}, \frac{c_0}{2l_2}, \frac{c_0}{2l_3}$ (рис. 244). Мы можем отвести для каждой из собственных частот ячейку с «объёмом»

$$v = \frac{c_0}{2l_1} \cdot \frac{c_0}{2l_2} \cdot \frac{c_0}{2l_3} = \frac{c_0^3}{8V} \text{ сек}^{-3} \quad (13.11)$$

(V —объём помещения), расположенную таким образом, что изображающая точка оказывается лежащей в центре ячейки.

Изображающие точки заполняют весь октант «пространства частот»; однако общий «объём» всех ячеек больше «объёма» октанта, так как ячейки точек, лежащих на

ограничивающих октант плоскостях, выступают за пределы октанта на величины $\frac{c_0}{4l_1}$, $\frac{c_0}{4l_2}$, $\frac{c_0}{4l_3}$ (рис. 245).

Теперь мы можем поставить перед собой следующую задачу: определить, сколько собственных частот прямоугольного помещения имеют значения, лежащие в интервале от 0 до f , где f — некоторая заданная частота. Обозначим это

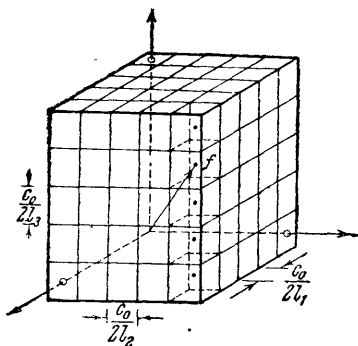


Рис. 244.

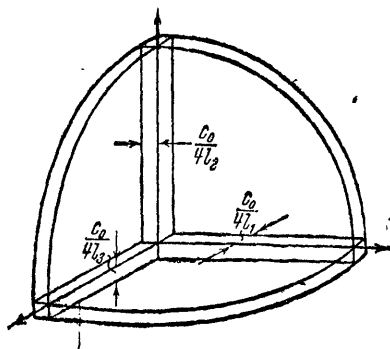


Рис. 245.

число через $q(f)$. Для решения поставленного важного вопроса выделим в первом октанте «пространства частот» восьмую часть сферы радиуса f (рис. 245); очевидно, что все частоты, удовлетворяющие условию $f_{n_1, n_2, n_3} \leq f$, изображаются точками, лежащими внутри этой части сферы. «Объём», занятый соответствующими ячейками, складывается из следующих частей:

- 1) «объём» восьмой части сферы радиуса f

$$v_1 = \frac{\pi}{6} f^3;$$

- 2) добавочные «объёмы», примыкающие к трём плоским граням октанта, имеющим форму прямоугольных секторов радиуса f ,

$$v_2 = \frac{\pi f^2}{4} \left(\frac{c_0}{4l_1} + \frac{c_0}{4l_2} + \frac{c_0}{4l_3} \right);$$

- 3) добавочные «объёмы» трубок прямоугольного сечения, примыкающие к трём рёбрам октанта длиной f ,

$$v_3 = f \left(\frac{c_0^2}{16l_1l_2} + \frac{c_0^2}{16l_2l_3} + \frac{c_0^2}{16l_1l_3} \right).$$

Число частот, меньших или равных f , определяется числом ячеек в «объёме» $\nu_1 + \nu_2 + \nu_3$; так как «объём» одной ячейки есть ν , то в соответствии с (13.11), имеем

$$\begin{aligned} q(f) &= \frac{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3}{\nu} = \\ &= \frac{8l_1 l_2 l_3}{c_0^3} \left[\frac{\pi f^3}{6} + \left(\frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2} + \frac{1}{l_3} \right) \frac{c_0 \pi f^2}{16} + \left(\frac{1}{l_1 l_2} + \frac{1}{l_2 l_3} + \frac{1}{l_1 l_3} \right) \frac{c_0^2 f}{16} \right] = \\ &= \frac{4\pi l_1 l_2 l_3}{3c_0^3} f^3 + \frac{\pi}{4c_0^2} 2(l_1 l_2 + l_1 l_3 + l_2 l_3) f^2 + \frac{1}{8c_0} 4(l_1 + l_2 + l_3) f = \\ &= \frac{4\pi V}{3c_0^3} f^3 + \frac{\pi S}{4c_0^2} f^2 + \frac{L}{8c_0} f, \quad (13.12a) \end{aligned}$$

где V —объём помещения, S —ограничивающая поверхность, а

$$L = 4(l_1 + l_2 + l_3)$$

—«периметр» (т. е. суммарная длина рёбер) помещения.

Необходимо иметь в виду, что функция $q(f)$ может принимать только *целочисленные* значения; поэтому выражение (13.12a) пишут в виде

$$q(f) = \frac{4\pi V}{3c_0^3} f^3 + \frac{\pi S}{4c_0^2} f^2 + \frac{L}{8c_0} f + O(f), \quad (13.12b)$$

где добавочный член $O(f)$ по величине—порядка единицы, обеспечивает целочисленность $q(f)$. Первый член в основном обусловлен собственными частотами косых волн, второй—частотами касательных волн, третий—частотами осевых волн, как это ясно из размещения изображающих точек в октанте.

Формула (13.12) показывает прежде всего, что спектр собственных частот помещения очень быстро уплотняется в сторону высоких частот; если в области низких частот

(f —порядка $\frac{c_0}{3\sqrt{V}}$) собственные частоты отделены друг от

друга различимыми интервалами, то в области средних частот (не говоря уже о высоких) на частотный интервал порядка нескольких герц приходится много собственных частот, очень близких друг другу. Это обстоятельство становится ещё более очевидным, если путём дифференцирования $q(f)$ оценить число собственных частот, приходящихся на интервал от f до $f + \delta f$:

$$\delta q \cong \frac{dq}{df} \delta f = \left[\frac{4\pi V}{3c_0^3} f^2 + \frac{\pi S}{2c_0^2} f + \frac{L}{8c_0} + O'(f) \right] \delta f. \quad (13.13)$$

Если, пользуясь этой ориентировочной формулой, оценить число собственных частот помещения с размерами $3 \times 4 \times 5 \text{ м}^3$ (что примерно соответствует жилой комнате) в интервале от 500 до 510 *гц*, то окажется, что в этом интервале имеется около 50 собственных частот (отметим, что из них более 40 приходится на долю косых стоячих волн). В области более высоких частот спектр получается ещё более плотным.

Таким образом можно утверждать, что каков бы ни был спектральный состав звука, излучаемого источником в аудиториях сколько-нибудь значительных размеров, в спектре собственных частот помещения обязательно найдутся те же (или очень близкие к ним) компоненты, которые и будут возбуждены источником. В процессе реверберации колебания этих частот будут затухать, давая остаточное звучание с таким же примерно спектральным составом, который был в стационарном режиме задан источником звука. Высокая плотность спектра собственных частот помещений не очень малых размеров ($\sqrt[3]{V} \gg \frac{c_0}{f}$) является необходимым (однако ещё не достаточным) условием законности статистической трактовки процесса реверберации.

Формула (13.12) была выведена для частного случая помещения, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда; детальное математическое исследование показывает, однако, что первый член формулы сохраняет свою величину для объёмов *любой* формы. Второй член имеет, повидимому, тоже универсальный характер, хотя это предположение и не является строго доказанным; что же касается третьего члена, в который входит величина L , не имеющая общего смысла, то его практическое значение очень невелико. Таким образом для технических целей достаточно сохранить в (13.12) только первые два члена:

$$q(f) \cong \frac{4\pi V}{3c_0^3} f^3 + \frac{\pi S}{4c_0^2} f^2, \quad (13.14)$$

причём

$$\delta q(f) \cong \left[\frac{4\pi V}{c_0^3} f^2 + \frac{\pi S}{2c_0^2} f \right] \delta f. \quad (13.15)$$

Приближённые формулы (13.14) и (13.15) имеют вполне общее значение, будучи справедливыми для помещений любых форм.

§ 100. Реверберация при малом поглощении. В § 98 мы искали решение волнового уравнения для помещения с жёсткими, непоглощающими стенками. Если же отражение сопровождается поглощением звуковой энергии, то это происходит в результате того, что звуковое давление возле стенок сообщает им колебательное движение (в частности, это может быть движение воздуха в каналах пористой поверхности). Очевидно, что при наличии поглощения нормальная к поверхности составляющая колебательной скорости уже не равна нулю, и граничные условия (13.3) перестают быть справедливыми. Решение волнового уравнения (13.1) должно быть теперь подчинено другому граничному условию, согласно которому на поверхности S , ограничивающей объём V ,

$$\frac{p}{v_n} = \zeta \quad \text{или} \quad -\frac{\partial \varphi}{\partial n} = \sigma \rho_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t}. \quad (13.16a)$$

Здесь $p = \rho_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t}$ — звуковое давление, $v_n = -\frac{\partial \varphi}{\partial n}$ — нормальная компонента скорости, ζ — удельное механическое сопротивление поверхности, $\sigma = \frac{1}{\zeta}$ — обратная этому сопротивлению величина, которую мы будем называть *податливостью* стенки. В результате рассеяния энергии собственные колебания воздушного объёма будут *затухающими*; поэтому зависимость потенциала скорости от времени может быть предопределена в форме $\exp(-\delta + j\omega)t$, где δ есть *множитель затухания*. С другой стороны, благодаря изменению граничных условий меняется и пространственное распределение потенциала скорости; пользуясь комплексной нотацией, представим пространственную часть решения волнового уравнения функцией $\Phi(x, y, z) + j\Psi(x, y, z)$. Таким образом решение уравнения (13.1), удовлетворяющее граничному условию (13.16a), мы разыскиваем в форме

$$\varphi = (\Phi + j\Psi) \exp(-\delta + j\omega)t. \quad (13.17)$$

Заметим, что если $\sigma = 0$, то граничное условие (13.16a) переходит в прежнее условие (13.3); так как при этом решение (13.17) должно перейти в (13.2), то величины Ψ и δ должны исчезать вместе с σ .

Упрощая стоящую перед нами задачу, мы ограничимся исследованием процесса реверберации при малом поглощении; это означает, что податливость σ есть малая величина, а величины Ψ и δ имеют тот же порядок малости, как и σ .

Подставляя (13.17) в волновое уравнение (13.1), имеем

$$\nabla^2 (\Phi + j\Psi) = \left(\frac{-\delta + j\omega}{c_0} \right)^2 (\Phi + j\Psi),$$

где ∇^2 — дифференциальный оператор Лапласа. Разделяя действительную и мнимую части, имеем два уравнения

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\delta^2 - \omega^2}{c_0^2} \Phi + \frac{2\delta\omega}{c_0^2} \Psi, \quad (13.18a)$$

$$\nabla^2 \Psi = \frac{\delta^2 - \omega^2}{c_0^2} \Psi - \frac{2\delta\omega}{c_0^2} \Phi. \quad (13.18b)$$

Граничное же условие (13.16a) для решения (13.17) принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial n} (\Phi + j\Psi) = -\sigma\rho_0 (-\delta + j\omega) (\Phi + j\Psi),$$

откуда, после разделения действительной и мнимой частей, имеем, предполагая податливость σ *чисто активной*, два условия

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = \rho_0 \sigma \delta \Phi + \rho_0 \sigma \omega \Psi, \quad (13.19a)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial n} = \rho_0 \sigma \delta \Psi - \rho_0 \sigma \omega \Phi \quad (13.19b)$$

на поверхности S , ограничивающей объём V . В соответствии с принятым ограничением мы будем исследовать случай малого затухания и поэтому сохраним в уравнениях (13.18) и (13.19) только члены первого порядка относительно σ , δ и Ψ . При этом, полагая $k = \frac{\omega}{c_0}$, имеем систему уравнений

$$\nabla^2 \Phi + k^2 \Phi = 0, \quad (13.20a)$$

$$\nabla^2 \Psi + k^2 \Psi = -\frac{2\delta k}{c_0} \Phi \quad (13.20b)$$

с граничными условиями на поверхности S

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0, \quad (13.21a)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial n} = -\rho_0 c_0 \sigma k \Phi, \quad (13.21b)$$

Для исследования интересующего нас вопроса о затухании собственных колебаний достаточно определить величину множителя затухания δ . Пусть Φ_i и Ψ_i — решения наших уравнений, соответствующие некоторой собственной частоте ω_i ; согласно известной теореме Грина, напишем:

$$\int_V (\Phi_i \nabla^2 \Psi_i - \Psi_i \nabla^2 \Phi_i) dV = \int_S \left(\Phi_i \frac{\partial \Psi_i}{\partial n} - \Psi_i \frac{\partial \Phi_i}{\partial n} \right) dS.$$

Подставляя сюда значения лапласианов и нормальных производных из уравнений (13.20) и (13.21), имеем после элементарных вычислений:

$$2\delta_i = \rho_0 c_0^2 \frac{\int_S \sigma \Phi_i^2 dS}{\int_V \Phi_i^2 dV}. \quad (13.22)$$

Это выражение может быть вычислено, если известны решения Φ_i уравнения (13.20а), удовлетворяющие условию (13.21а); напомним, что для помещения в форме прямоугольного параллелепипеда эти решения нам уже известны:

$$\Phi_i = C \cos \frac{n_1 \pi x}{l_1} \cos \frac{n_2 \pi y}{l_2} \cos \frac{n_3 \pi z}{l_3} \quad (13.23)$$

(см. § 98).

Поверхностный и объёмный интегралы будут вычислены ниже; сейчас заметим лишь, что если амплитуда потенциала скорости для собственного колебания с частотой ω_i уменьшается, как $\exp(-\delta_i t)$, то энергия соответствующего звукового поля убывает в процессе отзвука по закону

$$E_i = E_0 \exp(-2\delta_i t).$$

Сопоставляя этот результат со статистической формулой *)

$$E = E_0 \exp\left(-\frac{c_0 \alpha S}{4V} t\right)$$

*) Эта формула получается из (12.17), если в разложении

$$\ln(1 - \alpha) = -\left(\alpha + \frac{\alpha^2}{2} + \frac{\alpha^3}{3} + \dots\right)$$

сохранить в связи с малостью α один только первый член.

для случая малого поглощения, мы можем определить значение среднего коэффициента поглощения статистической теории:

$$\alpha = 2\delta_i \frac{4V}{c_0 S} = 4\rho_0 c_0 \frac{\frac{1}{S} \int_S \sigma \Phi_i^2 dS}{\frac{1}{V} \int_V \Phi_i^2 dV}. \quad (13.24)$$

Применяя этот важный результат к помещению прямоугольной формы, рассмотрим сначала собственные колебания, соответствующие косым стоячим волнам. Положим, что на каждой грани параллелепипеда поверхность однородна, но податливость σ меняется от одной грани к другой, имея значения σ_1, σ_2 на гранях, перпендикулярных к оси OX , σ_3, σ_4 — на гранях, перпендикулярных к оси OY , и σ_5, σ_6 — на гранях, перпендикулярных к оси OZ (рис. 246);

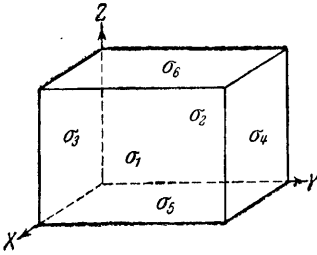


Рис. 246.

в более общих предположениях нет необходимости, так как это усложнило бы вычисления, не давая ничего принципиально нового. При сделанных предположениях

$$\begin{aligned} \int_S \sigma \Phi_i^2 \cdot dS &= C_i^2 \left[(\sigma_1 + \sigma_2) \int_0^{l_2} \int_0^{l_3} \cos^2 \frac{n_2 \pi y}{l_2} \cos^2 \frac{n_3 \pi z}{l_3} dy dz + \right. \\ &+ (\sigma_3 + \sigma_4) \int_0^{l_1} \int_0^{l_3} \cos^2 \frac{n_1 \pi x}{l_1} \cos^2 \frac{n_3 \pi z}{l_3} dx dz + \\ &+ (\sigma_5 + \sigma_6) \int_0^{l_1} \int_0^{l_2} \cos^2 \frac{n_1 \pi x}{l_1} \cos^2 \frac{n_2 \pi y}{l_2} dx dy \left. \right] = \\ &= C^2 \left[(\sigma_1 + \sigma_2) \frac{l_2 l_3}{4} + (\sigma_3 + \sigma_4) \frac{l_1 l_3}{4} + (\sigma_5 + \sigma_6) \frac{l_1 l_2}{4} \right] = \\ &= \frac{C^2}{4} (\sigma_1 S_1 + \sigma_2 S_2 + \dots + \sigma_6 S_6), \end{aligned}$$

где

$$S_1 = S_2 = l_2 l_3, \quad S_3 = S_4 = l_1 l_3, \quad S_5 = S_6 = l_1 l_2.$$

Далее

$$\begin{aligned} \int_V \Phi_i^2 dV &= C_i^2 \int_0^{l_1} \int_0^{l_2} \int_0^{l_3} \cos^2 \frac{n_1 \pi x}{l_1} \cos^2 \frac{n_2 \pi y}{l_2} \cos^2 \frac{n_3 \pi z}{l_3} dx dy dz = \\ &= C_i^2 \frac{l_1 l_2 l_3}{8} = C_i^2 \frac{V}{8}. \end{aligned}$$

Подставляя эти значения в (13.24), находим:

$$\alpha = 8\rho_0 c_0 \frac{\sum \sigma_k S_k}{S}. \quad (13.25)$$

Сопоставляя этот результат с формулой (12.14) статистической теории, мы обнаруживаем, что для *косых* стоячих волн коэффициент диффузного поглощения поверхности однозначно связан с её активной податливостью простым соотношением

$$\alpha_k = 8\rho_0 c_0 \sigma_k. \quad (13.26)$$

Иначе обстоит дело для *касательных* волн, когда решение уравнения (13.20а) имеет вид

$$\Phi_t = C_t \cos \frac{n_1 \pi x}{l_1} \cos \frac{n_2 \pi y}{l_2}$$

(мы взяли частный случай волны в плоскости XU ; однако последующие рассуждения легко отнести и к касательным волнам, лежащим в другой плоскости). При выбранном распределении σ имеем для этого случая:

$$\begin{aligned} \int_S \sigma \Phi^2 dS &= C_t^2 \left[(\sigma_1 + \sigma_2) \int_0^{l_2} \int_0^{l_3} \cos^2 \frac{n_2 \pi y}{l_2} dy dz + \right. \\ &+ (\sigma_3 + \sigma_4) \int_0^{l_1} \int_0^{l_3} \cos^2 \frac{n_1 \pi x}{l_1} dx dz + \\ &+ \left. (\sigma_5 + \sigma_6) \int_0^{l_1} \int_0^{l_2} \cos^2 \frac{n_1 \pi x}{l_1} \cos^2 \frac{n_2 \pi y}{l_2} dx dy \right] = \\ &= C_t^2 \left[(\sigma_1 + \sigma_2) \frac{l_2 l_3}{2} + (\sigma_3 + \sigma_4) \frac{l_1 l_3}{2} + (\sigma_5 + \sigma_6) \frac{l_1 l_2}{4} \right] = \\ &= \frac{C_t^2}{2} (\sigma_1 S_1 + \dots + \sigma_4 S_4 + \frac{1}{2} \sigma_5 S_5 + \frac{1}{2} \sigma_6 S_6). \end{aligned}$$

Далее

$$\int_V \Phi_i^2 dV = C_i^2 \int_0^{l_1} \int_0^{l_2} \int_0^{l_3} \cos^2 \frac{n_1 \pi x}{l_1} \cos^2 \frac{n_2 \pi y}{l_2} dx dy dz = \\ = C_i^2 \frac{l_1 l_2 l_3}{4} = C_i^2 \frac{V}{4}$$

и, следовательно,

$$\alpha = 8\rho_0 c_0 \frac{\sigma_1 S_1 \dots + \sigma_4 S_4 + \frac{1}{2} \sigma_5 S_5 + \frac{1}{2} \sigma_6 S_6}{S}. \quad (13.27)$$

Для осевых волн типа

$$\Phi_a = C_a \cos \frac{n_1 \pi x}{l_1}$$

аналогичные вычисления приводят к результату

$$\alpha = 8\rho_0 c_0 \frac{\sigma_1 S_1 + \sigma_2 S_2 + \frac{1}{2} \sigma_3 S_3 + \dots + \frac{1}{2} \sigma_6 S_6}{S}. \quad (13.28)$$

Найденные результаты показывают прежде всего, что в поле касательных и осевых волн *не существует определенной связи* между коэффициентом поглощения и активной податливостью поверхности. Говоря иначе, коэффициент диффузного поглощения поверхности, которым оперирует статистическая теория реверберации, есть величина, вообще говоря, не имеющая однозначного смысла; в зависимости от типа стоячих волн, возбуждаемых в измерительном помещении, и от местонахождения исследуемой поверхности можно получать в результате измерения самые различные значения α_k . Только в случае наличия одних лишь косых волн, когда звуковое поле в помещении удовлетворяет условию эргодичности, коэффициент диффузного поглощения может быть однозначно связан с физическими характеристиками поглощающей поверхности, именно — с компонентами её механического или акустического сопротивления.

Сравнение значений δ_i для различных типов стоячих волн показывает, далее, что при одних и тех же (или достаточно близких) значениях σ множитель затухания δ_i различен: он имеет максимальную величину для косых волн, меньшую — для касательных и минимальную — для осевых.

Таким образом если источник звука одновременно возбуждает колебания различных типов, то в процессе отзвука различные собственные колебания (хотя бы и с очень близкими частотами) будут затухать с неодинаковой скоростью. В результате этого кривая спада уровня не будет иметь прямолинейного хода с постоянной крутизной β , как это предполагается статистической теорией (см. рис. 236); при этом, очевидно, теряет смысл и понятие стандартной реверберации,

§ 101. Реверберация при большом поглощении. Наряду с тем что рассмотренным случаем очень малого поглощения, приближенному решению поддается и другой предельный случай, когда поглощение звука на границах очень велико. Мы будем предполагать, как и прежде, что удельное механическое сопротивление стенок является чисто активным; однако мы будем считать его близким к удельному акустическому сопротивлению воздуха β_0 . При этом коэффициент поглощения стенок α близок к единице, т. е. поглощение звука при отражении велико.

Ради упрощения выкладок мы выполним их для одномерного случая трубы длиной l , концы которой закрыты поглощающими пробками с активным сопротивлением β . Начало координат удобнее всего выбрать посередине трубы, так что координаты её концов будут $\mp \frac{l}{2}$. Решение одномерного волнового уравнения

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \quad (13.29)$$

будем разыскивать в виде

$$\varphi = \Phi(x) \exp(-\delta + j\omega)t, \quad (13.30a)$$

причём функция $\Phi(x)$ должна удовлетворять уравнению (13.29), которое после сокращения на фактор времени принимает вид

$$\frac{d^2 \Phi}{dx^2} - \frac{1}{c_0^2} (\delta - j\omega)^2 \Phi = 0.$$

Частное его решение напомним в виде

$$\Phi(x) = C \operatorname{ch} \left[(\delta - j\omega) \frac{x}{c_0} \right],$$

где C — произвольная постоянная. Решение (13.30а) приводится теперь к форме

$$\varphi = C \operatorname{ch} \left[(\delta - j\omega) \frac{x}{c_0} \right] \exp(-\delta + j\omega) t. \quad (13.30b)$$

Для давления и колебательной скорости в трубе имеем;

$$p = \rho_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\rho_0 (\delta - j\omega) C \operatorname{ch} \left[(\delta - j\omega) \frac{x}{c_0} \right] \exp(-\delta + j\omega) t,$$

$$v = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\frac{1}{c_0} (\delta - j\omega) C \operatorname{sh} \left[(\delta - j\omega) \frac{x}{c_0} \right] \exp(-\delta + j\omega) t.$$

Следовательно,

$$\frac{p}{v} = \rho_0 c_0 \operatorname{cth} \left[(\delta - j\omega) \frac{x}{c_0} \right]$$

и граничное условие

$$\left[\frac{p}{v} \right]_{x=\mp \frac{l}{2}} = \mathfrak{z}$$

может быть представлено в виде

$$\operatorname{cth} \left[(\delta - j\omega) \frac{l}{2c_0} \right] = \frac{\mathfrak{z}}{\mathfrak{z}_0} = \mathfrak{z}'. \quad (13.31a)$$

Так как в интересующем нас случае поглощение велико, то $\delta \gg \omega$ и приближённо граничное условие (13.31а) гласит:

$$\operatorname{cth} \frac{\delta l}{2c_0} = \mathfrak{z}'. \quad (13.31b)$$

С другой стороны, при нормальном падении плоской волны на среду с активным сопротивлением \mathfrak{z} коэффициент отражения, согласно (2.41с), равен

$$a = \left(\frac{\mathfrak{z} - \mathfrak{z}_0}{\mathfrak{z} + \mathfrak{z}_0} \right)^2 = \left(\frac{\mathfrak{z}' - 1}{\mathfrak{z}' + 1} \right)^2$$

($\mathfrak{z}_0 = \rho_0 c_0$), а коэффициент поглощения есть

$$\alpha = 1 - a = 1 - \left(\frac{\mathfrak{z}' - 1}{\mathfrak{z}' + 1} \right)^2. \quad (13.32)$$

Решая относительно \mathfrak{z}' , имеем:

$$\mathfrak{z}' = \frac{1 + \sqrt{1 - \alpha}}{1 - \sqrt{1 - \alpha}}. \quad (13.33)$$

Граничное условие (13.31b) принимает теперь вид

$$\operatorname{cth} \frac{\delta l}{2c_0} = \frac{1 + \sqrt{1 - \alpha}}{1 - \sqrt{1 - \alpha}}$$

или в силу связи между гиперболическими и экспоненциальными функциями

$$\frac{1 + \exp\left(-\frac{\delta l}{c_0}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{\delta l}{c_0}\right)} = \frac{1 + \sqrt{1 - \alpha}}{1 - \sqrt{1 - \alpha}}.$$

Отсюда следует, что

$$\exp\left(-\frac{\delta l}{c_0}\right) = \sqrt{1 - \alpha}.$$

Логарифмируя, находим:

$$-\delta = \frac{c_0}{2l} \ln(1 - \alpha). \quad (13.34)$$

Зная множитель затухания δ , можно написать уравнение спада энергии звука, реверберирующего в трубе:

$$E(t) = E_0 \exp(-2\delta t) = E_0 \exp\left[\frac{c_0}{l} \ln(1 - \alpha) t\right]. \quad (13.35)$$

Переходя к трёхмерному случаю, мы можем, если только движение воздуха удовлетворяет условию эргодичности, считать величину α средним коэффициентом поглощения границ и заменить (для «косых» процессов) длину трубы l средней длиной свободного пробега звуковой волны в объёме V с поверхностью S :

$$l = \frac{4V}{S}$$

[см. формулу (12.7)]. При этом уравнение спада энергии переходит в известное уравнение статистической теории (12.17a):

$$E(t) = E_0 \exp\left[\frac{c_0 S}{4V} \ln(1 - \alpha) t\right]. \quad (13.36)$$

Изложенные здесь соображения служат проверкой статистической теории и вместе с тем уточняют границы её

применимости. Совершенно ясно, что если, например, три пары противоположащих границ помещения в форме прямоугольного параллелепипеда обладают различным (хотя и всюду большим) поглощением, то при одновременном возбуждении нескольких систем осевых колебаний процесс спада будет складываться из нескольких частных процессов, затухающих с разной скоростью, и следовательно, не будет следовать экспоненциальному закону.

§ 102. Принципы акустического проектирования аудиторий. Соображения, изложенные в этой главе, являются элементарным введением в волновую акустику закрытых помещений. Мы рассмотрели более или менее подробно только случаи помещения прямоугольной формы, ограничиваясь притом лишь идеализированными условиями очень малого или очень большого звукопоглощения на границах. Рассмотрение нестационарных процессов в помещениях иррегулярной формы с более общими предположениями относительно механического сопротивления на границах приводит к значительным трудностям; изложение полученных в этом направлении результатов далеко выходит за рамки настоящей книги, тем более, что эти результаты в настоящее время могут считаться лишь предварительными. Весьма существенным является, однако, то обстоятельство, что современные принципы акустического проектирования аудиторий в значительной мере определены соображениями, которые становятся понятными в свете волновой трактовки основной архитектурно-акустической задачи. Можно с уверенностью утверждать, что такая трактовка обещает быть безусловно прогрессивной, открывая дальнейшие возможности практических успехов архитектурной акустики.

В предыдущей главе (§ 97) уже говорилось о том, что одним из основных условий акустической полноценности аудитории является оптимальная характеристика реверберации. Однако очень важными оказываются и некоторые детали процесса спадания уровня в помещении. Опыт показывает, что в хороших (в акустическом смысле слова) аудиториях процесс отзвука в среднем следует экспоненциальному закону с небольшими по величине флюктуациями, обусловленными, с одной стороны, интерференционными явлениями при суперпозиции нескольких одновременно зату-

хающих колебаний, а с другой — возмущающим влиянием «сигнала выключения» источника, определяющего начальные условия процесса реверберации. Имеются веские указания на то обстоятельство, что наличие таких *малых* флюктуаций играет благоприятную роль, улучшая субъективную оценку акустического качества аудитории. Однако близость процесса к экспоненциальному ходу указывает на то, что звуковое поле в реверberирующем помещении должно с достаточной точностью удовлетворять условию эргодичности, являющемуся основной предпосылкой законности статистической теории; именно поэтому практическое значение статистической теории акустических процессов в закрытых помещениях не только не упраздняется с развитием волновой теории, но, напротив, приобретает новые опорные точки.

Требование экспоненциальности отзвука определяет выбор формы аудитории и способ размещения в ней звукопоглощающих материалов, предназначенных для приближения к оптимуму.

Уже давно было известно, что некоторые архитектурные формы аудитории являются акустически дефектными. Таковы, например, формы с наличием больших вогнутых поверхностей, фокусирующих звуковую энергию и нарушающих статистическую равномерность её пространственного распределения; таковы, далее, формы, приводящие к запаздыванию первых отражений и, следовательно, к появлению дискретного эхо.

Позднее было установлено, что наличие акустической связи между двумя архитектурно обособленными частями помещения нарушает экспоненциальный закон спада (§ 93) и в некоторых случаях серьёзно ухудшает акустику аудитории. В свете современных исследований можно рассматривать проблему формы в несколько более широком аспекте. Детальное исследование некоторых частных случаев, поддающихся расчёту, приводит к выводу, что аудитории правильной геометрической формы при прочих равных условиях удовлетворяют условию диффузности поля в меньшей степени, нежели помещения неправильной формы с непараллельными поверхностями. Правда, замкнутые объёмы неправильной формы должны иметь в области низких частот

дискретный спектр собственных частот, отделённых друг от друга различными интервалами; однако опыт бесспорно свидетельствует о том, что аудитории с непараллельными стенами оказываются акустически более удовлетворительными. Именно поэтому современные радиовещательные студии, студии для звукозаписи, звуковые кинотеатры и т. п. проектируются с отчётливо выраженной тенденцией к нарушению параллельности противолежащих поверхностей, что достигается либо выбором трапециoidalной формы плана, либо расчленением больших плоских поверхностей на косо ориентированные части различных размеров, применением рассеивающих полуцилиндрических панелей, кессонированием или наклоном потолка и т. п.

Отметим кстати, что в помещениях с параллельными поверхностями наблюдается отнюдь не желательное явление, известное под названием «порхающее эхо». Явление состоит в том, что при возбуждении поля серией коротких звуковых импульсов (шаги, хлопанье в ладони, удары молотка и даже речь) слушатель воспринимает музыкальный тон, который при большом расстоянии между параллельными поверхностями разбивается на серию дискретных импульсов. Исследование показывает, что явление «порхающего эхо» обусловлено последовательными отражениями звука от противолежащих поверхностей. Если длительность возбуждающих импульсов сравнима со временем пробега звуковой волны между параллельными поверхностями, а расстояние между ними больше, чем средняя длина свободного пробега в помещении, то явление «порхающего эхо» связано с удлинением времени отзвука и с нарушением экспоненциальности спада энергии. Устранение параллельности поверхностей полностью исключает возможность описанного эффекта.

Существенное значение для акустики помещений имеет также распределение звукопоглощающих материалов. Эти материалы должны быть несимметрично рассредоточены по всей поверхности, ограничивающей объём помещения; сосредоточение поглощения на одной из поверхностей или в одном из концов помещения приводит к нарушению экспоненциальности отзвука и, в частности, к появлению изломов на прямой спада уровня. При несимметрично распределённом поглощении звуковые волны всевозможных интенсивностей

претерпевают в процессе отзвука отражение от эффективно поглощающих поверхностей; другими словами, при этом уменьшается вероятность того, что одно (или несколько) из первых отражений будет иметь место на мало поглощающей поверхности, тогда как отражения с большой потерей энергии останутся на долю «поздних» волн, энергия которых значительно меньше. Формулируя это соображение несколько иначе, можно сказать, что статистическое понятие среднего коэффициента поглощения (ср. § 90) приобретает практический смысл только при распределённом поглощении; в случае сосредоточенного поглощения относительные потери энергии на отдельных этапах процесса отзвука могут иметь величину, меняющуюся в слишком широких пределах.

Отметим также, что при дробно рассредоточенном поглощении повышается (главным образом, за счёт диффракционных явлений) эффективность поглощающих материалов и, следовательно, уменьшаются затраты на акустическую обработку аудитории.

Выше мы сопоставляли друг с другом (а иногда и противопоставляли друг другу) статистическую и волновую трактовки архитектурно-акустических проблем. Наряду с этим нельзя не указать на возможность рассмотрения некоторых из этих проблем с точки зрения геометрической (лучевой) акустики, которую иногда без достаточного основания отождествляют со статистической теорией реверберации. Однако вывод основных формул статистической теории, изложенный в главе XII, показывает, что полученные результаты не связаны с предположением о том или ином законе отражения звука; допущение о прямолинейном распространении звуковой энергии не имеет принципиального значения, поскольку и при некоторых других допущениях можно получить для среднего времени свободного пробега значения, мало отличающиеся от (12.5).

Таким образом важнейшее и принципиальное различие между двумя аспектами теории реверберации заключается в том, что в одном случае рассчитывается методами теории вероятностей ход явления «в среднем», а в другом — определяются флуктуации фактического хода относительно его «средней оси».

Однако из теории оптических явлений известно, что если длина волны безгранично уменьшается, то волновые законы приближаются, как к своему пределу, к законам геометрической оптики. Совершенно так же в помещениях, размеры которых очень велики по сравнению с длиной волны, в целом ряде случаев можно и должно пользоваться акустическими аналогиями геометрической оптики, строить траектории звуковых лучей, определять запаздывание первых и последующих отражений, находить фокальные точки и т. п. Те же методы применяются и в расчётах, относящихся к открытым областям, частично ограниченными большими отражающими поверхностями.

Г Л А В А XIV

ПОГЛОЩЕНИЕ ЗВУКА

§ 103. Поглощение звука в свободной атмосфере. При выводе основных уравнений звукового поля (глава II) мы предполагали, что какие бы то ни было необратимые процессы в среде отсутствуют; полученные нами результаты относятся поэтому к распространению звука в непоглощающей среде. Однако в действительности не существует идеально обратимых процессов; наличие необратимости любого характера имеет следствием рассеяние некоторой части звуковой энергии, т. е. поглощение звука.

Обращаясь к рассмотрению вопроса о поглощении звука, мы должны прежде всего вспомнить о том, что всякая среда (в частности, и воздух) обладает известной вязкостью. При распространении звуковой волны в газообразной среде хаотическое тепловое движение приводит к обмену молекулами между слоями газа, обладающими различным количеством упорядоченного (колебательного) движения; в результате этого быстрее движущиеся слои теряют некоторое количество движения, а медленнее движущиеся слои получают добавочный импульс. Обмен количествами движения между двумя слоями газа, расположенными рядом в направлении распространения волны, эквивалентен действию сил вязкого трения, работа которых необратимо переходит в тепло. Соответствующая энергия безвозвратно теряется волной, чем и обусловлено поглощение звука за счёт вязкости среды.

Не останавливаясь на расчёте сил вязкого трения, обусловленных явлением молекулярного переноса количеств движения, укажем, что дифференциальное уравнение плоской волны, распространяющейся в вязкой среде, приводится к виду

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\gamma P_0 \xi + \frac{4}{3} \mu \frac{\partial \xi}{\partial t} \right), \quad (14.1)$$

где ξ — смещение частицы, ρ_0 — плотность среды, γP_0 — адиабатный модуль объёмной упругости газа, μ — вязкость, т. е. величина, численно равная вязкому напряжению при единичном значении градиента скорости в направлении нормали к площадке. Второй член правой части уравнения (14,1) определяет силу вязкого трения, рассчитанную на единицу объёма.

Рассматривая случай распространения гармонической волны с частотой ω , заменим оператор $\frac{\partial}{\partial t}$ на $j\omega$; тогда уравнение (14,1) принимает вид

$$-\omega^2 \rho_0 \xi = \left(\gamma P_0 + j \frac{4}{3} \omega \mu \right) \frac{d^2 \xi}{dx^2}$$

или

$$\frac{d^2 \xi}{dx^2} + \frac{\omega^2}{c_0^2 \left(1 + j \frac{4}{3} \frac{\omega \mu}{\rho_0 c_0^2} \right)} \xi = 0, \quad (14.2a)$$

где

$$c_0 = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}}$$

есть скорость звука. Уравнение (14.2a) по своей форме соответствует одномерному волновому уравнению с тем, однако, различием, что волновая скорость

$$c = c_0 \sqrt{1 + j \frac{4}{3} \frac{\omega \mu}{\rho_0 c_0^2}} \cong c_0 \left(1 + j \frac{2}{3} \frac{\omega \mu}{\rho_0 c_0^2} \right) \quad (14.3)$$

является *комплексной* величиной. Нетрудно убедиться, что комплексная величина волновой скорости означает наличие пространственного затухания волны. Переписав уравнение (14.2a) в виде

$$\frac{d^2 \xi}{dx^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \xi = 0, \quad (14.2b)$$

имеем для волны, распространяющейся в положительном направлении оси x , решение

$$\begin{aligned} \xi &= \xi_m \exp \left(-j \frac{\omega}{c} x \right) = \xi_m \exp \left[-j \frac{\omega}{c_0} \left(1 - j \frac{2}{3} \frac{\omega \mu}{\rho_0 c_0^2} \right) x \right] = \\ &= \xi_m e^{-\delta_1 x} \exp(-jkx) \end{aligned}$$

или, восстанавливая фактор времени $\exp j\omega t$,

$$\xi = \xi_m e^{-\delta_1 x} \exp j(\omega t - kx), \quad (14.4)$$

где $k = \frac{\omega}{c_0}$ — волновое число, а

$$\delta_1 = \frac{2}{3} \frac{\omega^2 \mu}{\rho_0 c_0^3} \quad (14.5a)$$

— показатель затухания. Вводя так называемую кинематическую вязкость

$$\mu' = \frac{\mu}{\rho_0}, \quad (14.6)$$

и длину звуковой волны

$$\lambda = 2\pi \frac{c_0}{\omega},$$

перепишем (14.5a) в виде

$$\delta_1 = \frac{2}{3} \frac{4\pi^2 \mu'}{c_0 \lambda^2} = \frac{8\pi^2 \mu'}{3c_0 \lambda^2}. \quad (14.5b)$$

Из полученного результата видно, что показатель затухания вследствие вязкости пропорционален квадрату частоты. Заметим, что для воздуха $\mu' = 0,132 \text{ см}^2/\text{сек}$ (при 10° C).

Так как сила звука пропорциональна квадрату амплитуды колебаний, то уравнение, определяющее убывание силы звука с расстоянием в плоской волне при наличии сил вязкого трения, должно иметь вид

$$I = I_0 e^{-2\delta_1 x} = I_0 e^{-\Delta_1 x}, \quad (14.7a)$$

причём

$$\Delta_1 = 2\delta_1 = \frac{16\pi^2 \mu'}{3c_0 \lambda^2}. \quad (14.8)$$

Необходимо, однако, принять во внимание, что наличие вязкости среды существенно связано с наличием теплопроводности, поскольку молекулярный перенос количества движения сопровождается соответствующим переносом кинетической энергии молекул из одних слоёв газа в другие. Связь между вязкостью и теплопроводностью среды макрофизически выражается в соотношении между коэффициентами её вязкости μ и теплопроводности κ ; как показывает кинетическая теория газов,

$$\kappa = \alpha \mu c_v, \quad (14.9)$$

где c_v — удельная теплоёмкость при постоянном объёме, α — коэффициент, равный 1,9 (для двухатомных газов).

Расчёт затухания (в плоской волне); обусловленного теплопроводностью среды, приводит к результату

$$I = I_0 e^{-\Delta_2 x}, \quad (14.7b)$$

где

$$\Delta_2 = \frac{4\pi^2}{\rho_0 c_0 \lambda^2} \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{\kappa}{c_v} \quad (14.10a)$$

или, с учётом (14.9),

$$\Delta_2 = \frac{4\pi^2 \mu'}{c_0 \lambda^2} \alpha \frac{\gamma - 1}{\gamma}. \quad (14.10b)$$

При учёте потерь, связанных с совместным действием вязкости и теплопроводности, имеем для уменьшения силы звука в плоской волне

$$I = I_0 e^{-\Delta x}, \quad (14.11)$$

где

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 = \Delta_1 \left(1 + \frac{\Delta_2}{\Delta_1} \right) = \Delta_1 \left(1 + \frac{3}{4} \alpha \frac{\gamma - 1}{\gamma} \right). \quad (14.12)$$

В сферическом поле зависимость силы звука от пробега волны r может быть написана в виде

$$I = \frac{I_0}{r^2} e^{-\Delta r}. \quad (14.13)$$

Для воздуха подстановка числовых значений в (14.12) даёт:

$$\Delta = \frac{2,85 \cdot 10^{-4}}{\lambda^2} \text{ см}^{-1}. \quad (14.14)$$

Поглощение, обусловленное вязкостью и теплопроводностью (а при дальнейшем уточнении ещё и излучением тепла), было вычислено в прошлом столетии Кирхгофом и Стоксом; это поглощение принято называть *классическим*. Опыт, однако, показывает, что во многих случаях измеренное поглощение может значительно превосходить классическое. Дополнительное поглощение, не предусматриваемое классической теорией, связано с перераспределением энергии между различными степенями свободы газовых молекул. Мы должны принять во внимание, что, помимо энергии трёх степеней

свободы, относящихся к поступательному движению (условимся называть их *внешними* степенями свободы), молекула обладает ещё энергией колебательного и вращательного движения своих составных частей (соответствующие этим движениям степени свободы будем называть *внутренними*). При медленных процессах, т. е. при не слишком быстрых изменениях температуры, доставляемая извне энергия успевает поровну распределиться между всеми наличными степенями свободы. При быстрых же изменениях состояния внутренние степени свободы не успевают возбуждаться одновременно с внешними. С макрофизической точки зрения это соответствует уменьшению теплоёмкости газа, поскольку та часть теплоёмкости, которая соответствует увеличению внутренней энергии молекул, остаётся, образно выражаясь, «замороженной». Если, далее, внутренние степени свободы будут возбуждены с некоторым запозданием относительно внешних, то циклические изменения состояния газа будут сопровождаться необратимым переходом некоторой части энергии в тепло.

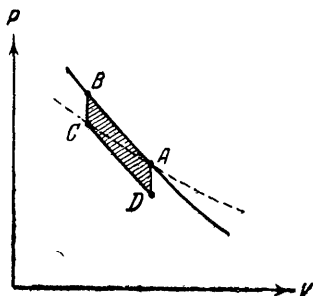


Рис. 247.

Для выяснения физической сущности дела мы рассмотрим сильно упрощённую схему явления, происходящего при наличии запаздывающего возбуждения внутренних степеней свободы. На рис. 247 рассматриваемый процесс представлен на PV -диаграмме (P — полное давление, V — объём). Пунктирная кривая есть обычная адиабата, построенная по уравнению

$$PV^\gamma = \text{const.},$$

где

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1 + \frac{R}{C_v} \quad (14.15)$$

(C_p и C_v — молярные теплоёмкости при постоянном давлении и постоянном объёме, R — газовая константа). Пусть исходное состояние газа изображается точкой A . При медленном сжатии

газа его состояние изменилось бы, следуя отрезку AC . Если же сжать газ настолько быстро, что часть теплоёмкости останется «замороженной», то изменение состояния последует по отрезку AB более крутой адиабаты (сплошная кривая); действительно, как это видно из (14.15), при уменьшении теплоёмкости показатель адиабаты увеличивается и изображающая кривая поднимается круче. Выждем в точке B некоторое время, достаточное для возбуждения внутренних степеней свободы; тогда давление уменьшится при постоянном объёме до «нормального» значения (отрезок BC). Если теперь произвести быстрое расширение газа до первоначального объёма, то при наличии «замороженной» части теплоёмкости изменение состояния произойдёт по отрезку CD , параллельному AB ; через некоторое время возврат избытка энергии внутренних степеней свободы вновь приведёт газ к исходному состоянию A и процесс замкнётся в форме заштрихованного на рис. 247 цикла $ABCD$. Площадь этого цикла определяет, очевидно, поглощённую, т. е. перешедшую в тепло, энергию.

Понятно, что при синусоидальном изменении процесс имеет более сложную форму: замкнутые циклы описываются по эллипсам. Однако принципиальная сторона дела остаётся без изменения: молекулярные процессы, связанные с запаздывающим возбуждением внутренних степеней свободы, приводят к поглощению энергии синусоидальной волны. Это поглощение, в отличие от классического, называется *молекулярным*; аналитический его расчёт затруднителен, поэтому для оценки показателя затухания следует обращаться к экспериментальным данным.

Отметим, что молекулярное поглощение отсутствует как при очень низких частотах, когда изменения состояния происходят по адиабате AC , так и при очень высоких частотах, когда внутренние степени свободы вовсе не возбуждаются и процесс происходит по кривой AB . В промежуточной области должна лежать частота максимального поглощения; некоторые косвенные соображения побуждают предполагать, что для воздуха частота максимального поглощения лежит далеко в области ультразвуков (около 800 *кГц*). Измерение поглощения звука в воздухе при ультразвуковых частотах было впервые выполнено русским физиком Н. Неклепаевым в 1911 г.

Следует иметь в виду, что в области звуковых частот поглощение (как классическое, так и молекулярное) невелико и дальность распространения акустических сигналов ограничена турбулентностью атмосферы и наличием рефракции, обусловленной температурным градиентом и градиентом скорости ветра. По экспериментальным данным Г. Зига, ослабление звука с расстоянием, наблюдаемое в реальных условиях, имеет, независимо от частоты, величину, варьирующую от 1 до 10 дб на 100 м пробега волны. Малые величины наблюдаются при штиле, большие — при сильном порывистом ветре.

§ 104. Влияние поглощения в воздухе на реверберацию.

Уравнение спада звуковой энергии в закрытом помещении после выключения источника звука может быть написано с учётом поглощения в воздухе (а не только на поглощающих границах). Для этого нужно добавить к выражению (12.17б) экспоненциальный множитель, учитывающий поглощение звука в процессе распространения; формула отзвука принимает вид

$$\omega(t) = \omega_0 \exp \left[\frac{c_0 S \ln(1 - \alpha)}{4V} t \right] \exp(-m c_0 t)$$

или

$$\omega(t) = \omega_0 \exp \left[\frac{S \ln(1 - \alpha)}{4V} - m \right] c_0 t, \quad (14.16)$$

где m — показатель затухания, обусловленного пробегом волны ($x = c_0 t$) при совместном действии классического и молекулярного поглощения.

Полагая $t = T$ (где T — время реверберации) и соответственно $\omega(T) = 10^{-6} \omega_0$, имеем, решая уравнение (14.16) относительно T :

$$T = \frac{-6 \ln 10 \cdot 4V}{[S \ln(1 - \alpha) - 4mV] c_0}.$$

Заменяя натуральный логарифм десятичным

$$\ln(1 - \alpha) = -2,3 \lg \frac{1}{1 - \alpha}$$

и, подставляя $c_0 = 340$ м/сек, имеем после простых вычислений:

$$T = \frac{0,07V}{S \lg \frac{1}{1 - \alpha} + 1,74mV}. \quad (14.17)$$

В отсутствии поглощения в воздухе, т. е. при $m = 0$, (14.17) переходит в обычную формулу Эйринга (12.20b).

Необходимо помнить, что при расчёте реверберации по формуле (14.17) величина m должна быть выражена в м^{-1} (m есть обратная величина пробега, при котором звуковая энергия убывает в 2,718 раза).

Величина m существенно зависит от влажности воздуха и частоты; на рис. 248 даны значения m , экспериментально найденные В. Кнудсенем. Поглощение в воздухе практически сказывается лишь в области сравнительно высоких частот

и имеет максимум при относительной влажности порядка 10—20%.

§ 105. Звукопоглощающие материалы и конструкции. Запросы архитектурно-акустической техники побудили к изысканию и промышленной разработке различных звукопоглощающих материалов, предназначенных для обеспечения оптимума реверберации в концертных и театральных залах, аудиториях, радиостудиях, студиях для звукозаписи, звуковых кинотеатрах и т. п. Звукопоглощающие материалы и конструкции требуются также для акустической обработки шумных помещений и вентиляционных каналов, по которым в помещение может проникать более или менее значительный шум.

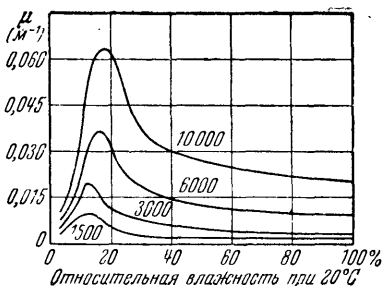


Рис. 248.

Поглощение звуковой энергии в материалах и конструкциях происходит за счёт её перехода в тепло благодаря наличию трения. В подавляющем большинстве случаев для звукопоглощения применяются пористые материалы, так как при колебательном движении воздуха в капиллярных порах активное сопротивление трения имеет достаточно большую величину. Действительно, согласно закону Пуазейля, объёмная скорость \dot{V} жидкости или газа в капиллярной трубке длиной l с радиусом a связана с разностью давлений Δp на концах капилляра формулой

$$\dot{V} = \frac{\pi}{8} \frac{\Delta p \cdot a^4}{l\mu},$$

где μ — вязкость; отсюда видно, что акустическое сопротивление капилляра

$$z_a = \frac{\Delta p}{V} = \frac{8l\mu}{\pi a^4} \quad (14.18)$$

обратно пропорционально четвёртой степени радиуса и в узких каналах может быть очень большим.

В зависимости от механизма звукопоглощения можно различать следующие типы звукопоглотителей:

1) Пористые материалы с твёрдым скелетом, в которых звуковая энергия поглощается благодаря вязкому трению при движении воздуха в порах с недеформируемыми стенками. К этому типу относятся такие материалы, как «пемзолит» (плиты из зёрен пемзы, связанных цементом), «акустон», «акустолит» (искусственный камень в форме черепицы) и другие керамические материалы.

2) Пористо-упругие материалы, в которых звук поглощается не только за счёт трения в порах, но и за счёт внутреннего трения при деформациях нежесткого скелета (вата, войлок, искусственные материалы типа «целотекса», «арборита», «асбестита» и т. п.).

3) Пористо-колебательные системы, в которых, помимо трения в порах, действует ещё и активное сопротивление системы, совершающей вынужденные колебания под действием падающей звуковой волны. Простейшим примером может служить свободно висящий занавес из пористой ткани. К конструкциям этого типа относятся также так называемые щиты Бекешы — мембраны из фанеры или непроницаемой ткани, натянутые на рамах и закрывающие слой пористого материала.

В зависимости от способа использования материала можно различать системы с равномерно распределённым поглощением (акустические штукатурки, плиты из пористых или пористо-упругих материалов) и системы с поглощающим материалом, сосредоточенным в областях наибольшего колебательного движения. Системы такого типа будут описаны ниже (§ 108); существенной их особенностью является весьма эффективное использование поглощающих свойств материала.

§ 106. Связь между величинами, характеризующими звукопоглощающий материал. Подробности, относящиеся к технологии звукопоглощающих материалов, и данные справочного характера можно найти в специальной литературе;

в этой главе мы должны ограничиться лишь освещением физической стороны дела и выяснением основных соотношений между величинами, характеризующими акустические свойства поглотителей.

Полезный эффект, даваемый поглощающей поверхностью, определяется величиной коэффициента поглощения, т. е. отношением поглощаемой звуковой энергии к падающей:

$$\alpha = \frac{E_{\text{погл}}}{E_{\text{пад}}}. \quad (14.19a)$$

Представим себе, что на однородную поглощающую поверхность бесконечного протяжения падает плоская волна с амплитудой давления p_{m1} , причём амплитуда давления в волне, отражённой от поверхности, равна p_{m2} : тогда коэффициент поглощения, в соответствии с (14.19a), может быть представлен в виде

$$\alpha_0 = 1 - \left(\frac{p_{m2}}{p_{m1}} \right)^2, \quad (14.19b)$$

так как величина $\left(\frac{p_{m2}}{p_{m1}} \right)^2$ определяет долю отражённой звуковой энергии. В общем случае эта величина зависит не только от свойств звукопоглощающего материала, но и от угла падения волны. Если, однако, ограничиться случаем нормального падения, то из рассуждений, совершенно аналогичных тем, которые были изложены в § 19, нетрудно получить формулу

$$\left(\frac{p_{m2}}{p_{m1}} \right)^2 = \left| \frac{\zeta - \zeta_0}{\zeta + \zeta_0} \right|^2$$

[ср. формулу (2.41с)], где ζ — удельное сопротивление материала, $\zeta_0 = \rho_0 c_0$ — удельное акустическое сопротивление воздуха. Подставляя найденное значение в формуле (14.19b), находим:

$$\alpha_0 = 1 - \left| \frac{\zeta - \zeta_0}{\zeta + \zeta_0} \right|^2.$$

Полагая $\zeta = r + jx$, получим отсюда:

$$\alpha_0 = 1 - \frac{(r - \zeta_0)^2 + x^2}{(r + \zeta_0)^2 + x^2} = \frac{4r\zeta_0}{(r + \zeta_0)^2 + x^2}. \quad (14.20a)$$

Вводя безразмерные коэффициенты активного и реактивного сопротивления поглотителя

$$r' = \frac{r}{\delta_0}, \quad x' = \frac{x}{\delta_0},$$

мы приходим к формуле

$$\alpha_0 = \frac{4r'}{(1+r')^2 + x'^2}, \quad (14.20b)$$

связывающей коэффициент поглощения при нормальном падении звука α_0 с компонентами механического сопротивления поглотителя.

Важная формула (14.20b) поддается изящному геометрическому изображению. Для выяснения этого обстоятельства представим (14.20b) в виде

$$1 + 2r' + r'^2 + x'^2 = \frac{4}{\alpha_0} r'$$

или

$$-2 \frac{2-\alpha_0}{\alpha_0} r' + r'^2 + x'^2 = -1.$$

Прибавляя к обеим частям по $\left(\frac{2-\alpha_0}{\alpha_0}\right)^2$, имеем:

$$\left(\frac{2-\alpha_0}{\alpha_0}\right)^2 - 2 \frac{2-\alpha_0}{\alpha_0} r' + r'^2 + x'^2 = \left(\frac{2-\alpha_0}{\alpha_0}\right)^2 - 1$$

или

$$\left(r' - \frac{2-\alpha_0}{\alpha_0}\right)^2 + x'^2 = \frac{4}{\alpha_0^2} (1-\alpha_0).$$

Легко видеть, что эта формула изображает на плоскости комплексного сопротивления (r', x') окружность радиуса $\frac{2}{\alpha_0} \sqrt{1-\alpha_0}$ с центром, сдвинутым вправо от начала координат на величину $\frac{2-\alpha_0}{\alpha_0}$. Семейство таких кругов равного поглощения изображено на рис. 249; значения коэффициента нормального поглощения написаны около соответствующих окружностей. Из диаграммы ясно видно, что область наибольшего поглощения лежит в окрестности точки $r' = 1$ ($\delta = \delta_0$) и может быть реализована только при небольшой величине реактивного сопротивления (инерциального или упругого).

Соотношение между компонентами сопротивления поглотителя и коэффициентом поглощения при косом падении

звука под углом θ может быть найдено для случая, когда движение в материале происходит лишь в направлении нормали к его поверхности: так будет обстоять дело, например, в жёстком материале с перпендикулярными порами.

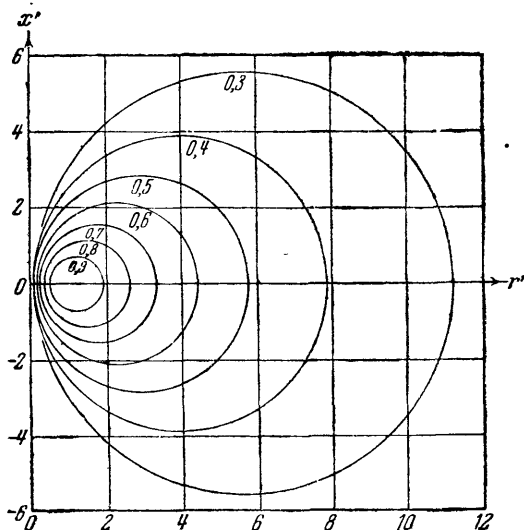


Рис. 249.

В этом частном случае имеет место следующая зависимость:

$$\alpha_{\theta} = 1 - \left| \frac{\frac{1}{2} \cos \theta - \beta_0}{\frac{1}{2} \cos \theta + \beta_0} \right|^2 = \frac{4r' \cos \theta}{(1 + r' \cos \theta)^2 + (x' \cos \theta)^2}. \quad (14.21)$$

Основной практический интерес представляет, как мы уже знаем (см. § 90), коэффициент поглощения материала при *диффузном* падении звука, поскольку именно этот коэффициент определяет время реверберации в помещениях. Связь между коэффициентом диффузного поглощения α и коэффициентами α_{θ} можно установить применительно к тем условиям, в которых величина α имеет однозначный смысл, т. е. в условиях эргодического поля (см. § 100).

Исходя из выражения вероятности падения звука под углом θ на площадку dS за время dt (см. § 89), можно,

умножая эту вероятность на общий запас энергии E в помещении, написать для энергии, падающей в единицу времени на единицу площади, выражение

$$\frac{1}{2} \frac{c_0 E}{V} \cos \theta \sin \theta d\theta.$$

Поглощённая часть этой энергии есть

$$\frac{\alpha_\theta}{2} \cdot \frac{c_0 E}{V} \cos \theta \sin \theta d\theta.$$

Интегрируя по углу θ , находим энергию, поглощённую в единицу времени на единице площади при всевозможных углах падения:

$$\delta E = \frac{c_0 E}{2V} \int_0^{\pi/2} \alpha_\theta \cos \theta \sin \theta d\theta.$$

С другой стороны, та же величина может быть выражена по формуле (12.9) через коэффициент диффузного поглощения:

$$\delta E = \alpha \frac{c_0 V}{4V}.$$

Приравнивая правые части* обеих формул, находим:

$$\alpha = 2 \int_0^{\pi/2} \alpha_\theta \cos \theta \sin \theta d\theta. \quad (14.22)$$

Это выражение известно под названием формулы Пэриса.

Следует, однако, отметить, что усреднение по Пэрису не является единственно возможным. Другой путь заключается в следующем. Умножая α_θ на вероятность движения волны под углом θ , которая, согласно (12.2), равна $\sin \theta d\theta$, имеем для α среднее взвешенное значение:

$$\alpha = \int_0^{\pi/2} \alpha_\theta \sin \theta d\theta. \quad (14.23)$$

Нужно, впрочем, иметь в виду, что вопрос о связи между коэффициентами α_θ и коэффициентом диффузного поглощения требует экспериментального исследования и вплоть до настоящего времени остаётся не вполне ясным.

§ 107. Теория пористого поглотителя. Расчёт механического сопротивления поглощающей поверхности, необходимый для определения коэффициента поглощения, можно выполнить (при некоторых упрощающих предположениях) для бесконечно простирающейся поверхности, ограничивающей слой пористого материала конечной толщины.

Для решения этой задачи нужно составить волновое уравнение, управляющее процессом распространения колебаний в пористом материале. При этом мы будем предполагать, что процесс может распространяться только в направлении нормали к поверхности поглотителя; совместим с этой нормалью ось x нашей координатной системы.

Составим сначала уравнение непрерывности. Заметим, что если в объёме V_M пористого материала содержится объём V_B воздуха ($V_B < V_M$), то масса воздуха, заключённого в единице объёма материала, есть

$$\rho \frac{V_B}{V_M} = \rho P,$$

где величина

$$P = \frac{V_B}{V_M}, \quad (14.24)$$

называется *пористостью*. Для малых колебаний воздуха внутри пористого материала уравнение непрерывности (2.1) должно быть написано в виде

$$P \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho_0 \frac{\partial v}{\partial x}, \quad (14.25)$$

где ρ_0 — средняя плотность воздуха, v — его колебательная скорость.

Уравнение состояния мы напишем в предположении, что благодаря значительной теплопроводности жёсткого скелета материала процесс происходит изотермически. Это предположение достаточно хорошо подтверждается опытом. По закону Бойля-Мариотта имеем

$$\frac{p}{P_0} = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0},$$

где p — звуковое, а P_0 — среднее давление. Вводя величину

$$c_1^2 = \frac{P_0}{\rho_0}, \quad (14.26)$$

перенишем формулу Бойля-Мариотта в виде

$$p = c_1^2 \rho - P_0. \quad (14.27)$$

Уравнение движения напишем, предполагая, что твёрдая структура материала неподвижна, в форме

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} + rv. \quad (14.28)$$

Отличие этого уравнения от (2.2) заключается в том, что к правой части добавлена рассчитанная на единицу воздушного объёма сила трения rv , пропорциональная скорости движения воздуха. Мы, следовательно, предполагаем, что трение подчинено закону Пуазейля (14.18); согласно определению

$$rv = \frac{\Delta p S_M}{S_B d},$$

где S_M — площадь образца материала, d — его толщина, S_B — площадь открытых пор на поверхности образца. Заметим, что

$$\frac{S_M}{S_B} = \frac{V_M}{V_B} \cdot \frac{l}{d} = \frac{1}{P} \cdot \frac{l}{d},$$

где l — средняя длина капиллярного канала; с другой стороны, по закону Пуазейля (14.18)

$$\Delta p = \frac{8l\mu}{\pi a^4} \dot{V} = \frac{8l\mu}{\pi a^4} \pi a^2 \bar{v} = \frac{8l\mu}{a^2} v.$$

Подставляя эти значения в выражение rv , имеем

$$rv = \frac{8\mu}{Pa^2} \left(\frac{l}{d}\right)^2 v,$$

откуда

$$r = \frac{8\mu}{Pa^2} \left(\frac{l}{d}\right)^2. \quad (14.29)$$

Величина $\frac{l}{d}$ в различных керамических материалах варьирует в пределах 1,3—2,4; пористость имеет величину порядка 0,5—0,9.

Введём в наши уравнения потенциал скорости, определяемый условием

$$v = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}.$$

Подстановка в уравнение (14.28) даёт

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t} + r\varphi \right),$$

откуда видно, что при наличии активного сопротивления связь звукового давления с потенциалом уже не выражается формулой (2.7), но в более общей форме:

$$p = \rho_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t} + r\varphi. \quad (14.30)$$

Вводя φ в уравнение (14.25), имеем

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = P \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

или, с учётом (14.27),

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{P}{c_1^2} \frac{\partial \rho}{\partial t}.$$

Используя ещё формулу (14.30), находим отсюда

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{P}{c_1^2} \left(\rho_0 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + r \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)$$

или

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{P}{c_1^2} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + \frac{r}{\rho_0} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right). \quad (14.31)$$

Это и даёт искомое волновое уравнение.

В случае простого гармонического колебания с частотой ω будем искать решение вида

$$\varphi(x, t) = \varphi(x) \exp j\omega t.$$

Подстановка в (14.31) даёт для функции $\varphi(x)$ уравнение

$$\frac{d^2 \varphi}{dx^2} + \frac{P}{c_1^2} \left(\omega^2 - j\omega \frac{r}{\rho_0} \right) \varphi = 0$$

или

$$\frac{d^2 \varphi}{dx^2} + b^2 \varphi = 0, \quad (14.32)$$

где для сокращения положено

$$b = \frac{\omega}{c_1} \sqrt{P} \left(1 + \frac{r}{j\omega\rho_0} \right)^{1/2}. \quad (14.33)$$

Решение уравнения (14.32) напишем в виде

$$\begin{aligned} \varphi(x) &= A \exp(-jbx) + B \exp(jbx) = \\ &= A \left[\exp(-jbx) + \frac{B}{A} \exp(jbx) \right]. \end{aligned}$$

Положим

$$\psi = \frac{1}{2} \ln \frac{B}{A} \quad \text{или} \quad \frac{B}{A} = \exp 2\psi;$$

тогда

$$\begin{aligned} \varphi(x) &= A [\exp(-jbx) + \exp 2\psi \cdot \exp(jbx)] = \\ &= A \exp \psi [\exp(-\psi) \exp(-jbx) + \exp \psi \exp(jbx)] = \\ &= 2A \exp \psi \operatorname{ch}(jbx + \psi). \end{aligned}$$

Восстанавливая фактор времени, имеем решение

$$\begin{aligned} \varphi(x, t) &= 2A \operatorname{ch}(jbx + \psi) \exp(j\omega t + \psi) = \\ &= 2A \operatorname{ch} \left[j \frac{\omega}{c_1} \sqrt{P} \left(1 + \frac{r}{j\omega\rho_0} \right)^{1/2} x + \psi \right] \exp(j\omega t + \psi). \end{aligned} \quad (14.34)$$

Теперь мы можем найти сопротивление поглощающей поверхности. Согласно (14.30)

$$\begin{aligned} p &= (j\omega\rho_0 + r) \varphi = j\omega\rho_0 \left(1 + \frac{r}{j\omega\rho_0} \right) \varphi = \\ &= j\omega\rho_0 \left(1 + \frac{r}{j\omega\rho_0} \right) 2A \operatorname{ch} \left[j \frac{\omega}{c_1} \sqrt{P} \left(1 + \frac{r}{j\omega\rho_0} \right)^{1/2} x + \right. \\ &\quad \left. + \psi \right] \exp(j\omega t + \psi); \end{aligned}$$

далее

$$\begin{aligned} v &= -\frac{\partial \varphi}{\partial x} = -j \frac{\omega}{c_1} \sqrt{P} \left(1 + \frac{r}{j\omega\rho_0} \right)^{1/2} \times \\ &\quad \times 2A \operatorname{sh} \left[j \frac{\omega}{c_1} \sqrt{P} \left(1 + \frac{r}{j\omega\rho_0} \right)^{1/2} x + \psi \right] \exp(j\omega t + \psi). \end{aligned}$$

Функция удельного сопротивления поглощающей поверхности в общем виде получается делением p на v :

$$\begin{aligned} \delta(x) &= \frac{p}{v} = \\ &= -\frac{j\omega\rho_0 \left(1 + \frac{r}{j\omega\rho_0} \right)}{j \frac{\omega}{c_1} \sqrt{P} \left(1 + \frac{r}{j\omega\rho_0} \right)^{1/2} \operatorname{cth} \left[j \frac{\omega}{c_1} \sqrt{P} \left(1 + \frac{r}{j\omega\rho_0} \right)^{1/2} x + \psi \right]} = \\ &= -\frac{\rho_0 c_1 \left(1 + \frac{r}{j\omega\rho_0} \right)^{1/2}}{\sqrt{P}} \operatorname{cth} \left[j \frac{\omega}{c_1} \sqrt{P} \left(1 + \frac{r}{j\omega\rho_0} \right)^{1/2} x + \psi \right]. \end{aligned} \quad (14.35)$$

Исследуем некоторые частные случаи. Сначала будем считать, что поглотитель лежит на жёсткой стене ($x=0$); поверхность поглотителя имеет координату $x=-d$.

Постоянная ψ определяется из условия

$$\mathfrak{z}(0) = -\frac{\rho_0 c_1}{\sqrt{P}} \left(1 + \frac{r}{j\omega\rho_0}\right)^{1/2} \operatorname{cth} \psi = \infty,$$

откуда следует, что $\psi = 0$. При этом, полагая в (14.35) $x = -d$, имеем, вспоминая, что sth есть нечётная функция:

$$\begin{aligned} \mathfrak{z} &= \mathfrak{z}(-d) = \\ &= \frac{\rho_0 c_1}{\sqrt{P}} \left(1 + \frac{r}{j\omega\rho_0}\right)^{1/2} \operatorname{cth} \left[j \frac{\omega}{c_1} \sqrt{P} \left(1 + \frac{r}{j\omega\rho_0}\right)^{1/2} d \right]. \end{aligned} \quad (14.36)$$

Тем самым задача о поглощении может считаться решённой: зная компоненты сопротивления \mathfrak{z} , можно вычислить, согласно (14.21), коэффициент поглощения α_0 . Правда, вычисления несколько громоздки, но во многих случаях небесполезны для истолкования экспериментальных данных и для выяснения роли таких факторов, как «сопротивление продувания» r и пористость P . На рис. 250 даны два примера экспериментально полученных частотных характеристик обеих компонент сопротивления \mathfrak{z} пористого материала («акустик») и коэффициента нормального поглощения α_0 ; эти результаты удовлетворительно согласуются с теорией. Важно отметить, что при небольшой толщине поглощающего слоя (а по техническим соображениям эта толщина всегда невелика) поглощение в области низких частот очень незначительно.

В области низких частот, где аргумент гиперболического котангенса невелик сравнительно с единицей, формула (14.36) может быть приведена к более простому виду. Разлагая sth в ряд, имеем, сохраняя два члена разложения:

$$\begin{aligned} \mathfrak{z} &= \frac{\rho_0 c_1}{\sqrt{P}} \left(1 + \frac{r}{j\omega\rho_0}\right)^{1/2} \left\{ \left[j \frac{\omega}{c_1} \sqrt{P} \left(1 + \frac{r}{j\omega\rho_0}\right)^{1/2} d \right]^{-1} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{3} \left[j \frac{\omega}{c_1} \sqrt{P} \left(1 + \frac{r}{j\omega\rho_0}\right)^{1/2} d \right] - \dots \right\} = \\ &= j \frac{\omega\rho_0 d}{3} \left(1 + \frac{r}{j\omega\rho_0}\right) + \frac{1}{P} \frac{\rho_0 c_1^2}{j\omega d} = \frac{rd}{3} + j\omega \frac{\rho_0 d}{3} + \frac{1}{j\omega} \frac{\rho_0 c_1^2}{Pd} = \\ &= R_1 + j\omega M_1 + \frac{1}{j\omega C_1}, \end{aligned} \quad (14.37)$$

где

$$R_1 = \frac{rd}{3}, \quad M_1 = \frac{\rho_0 d}{2}, \quad C_1 = \frac{Pd}{\rho_0 c_1^2}. \quad (14.38)$$

Так как максимальное поглощение имеет место при нечётных нулевых точках мнимой части δ , то для частоты первого максимума α_0 имеем $\left| \frac{z}{\text{см}^2 \text{сек}} \right|$ приближённо:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \frac{1}{\sqrt{M_1 C_1}} = \\ &= \frac{c_1}{d} \sqrt{\frac{3}{P}}. \end{aligned} \quad (14.39)$$

Мы видим, что с уменьшением толщины поглощающего слоя максимум поглощения смещается в сторону высоких частот. Укажем попутно, что сопоставление формулы (14.39) с результатами измерений даёт для c_1 величину, меньшую чем скорость распространения изотермических деформаций; это, повидимому, есть результат того, что распространение звука в материале происходит не только в направлении нормали к его поверхности.

В качестве второго частного случая рассмотрим пористый материал толщиной d , отделённый от жёсткой стены воздушным промежутком δ .

Будем считать, что передняя поверхность поглощающего слоя имеет координату $x = -d$, поверхность, обращённая к стене, — координату $x = 0$, а стена находится при $x = \delta$. Постоянная ψ в (14.35) определяется условием

$$\delta(0) = \rho_0 c_0 \operatorname{cth} \left(j \frac{\omega}{c_0} \delta \right),$$

где c_0 — скорость звука в воздухе; правая часть этой формулы определяет, согласно (4.28), сопротивление воздушного столба высотой δ . Полагая в (14.35) $x = 0$, перепи-

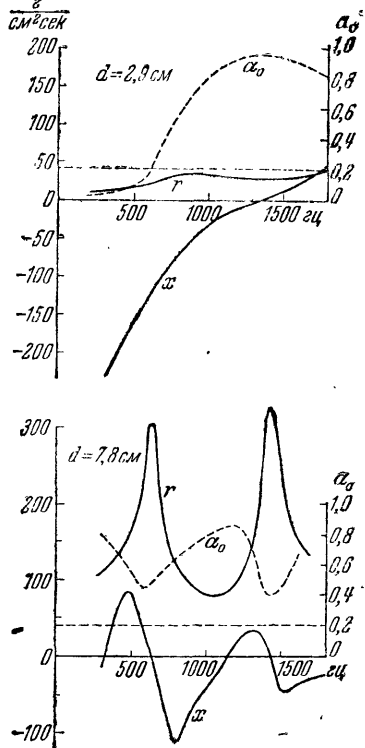


Рис. 250.

шем принятое условие в виде

$$-\frac{\rho_0 c_1}{\sqrt{P}} \left(1 + \frac{r}{j\omega\rho_0}\right)^{1/2} \operatorname{cth} \psi = \rho_0 c_0 \operatorname{cth} \left(j \frac{\omega}{c_0} \delta\right),$$

откуда

$$\operatorname{cth} \psi = -\sqrt{P} \frac{c_0}{c_1} \cdot \frac{\operatorname{cth} \left(j \frac{\omega}{c_0} \delta\right)}{\left(1 + \frac{r}{j\omega\rho_0}\right)^{1/2}}. \quad (14.40a)$$

При $\frac{\omega\delta}{c_0} \ll 1$ это даёт

$$\operatorname{cth} \psi \cong -\sqrt{P} \frac{c_0}{c_1} \left(1 + \frac{r}{j\omega\rho_0}\right)^{-1/2} \frac{c_0}{j\omega\delta} \cong \frac{1}{\psi},$$

откуда

$$\psi \cong -\frac{j\omega\delta}{\sqrt{P}} \cdot \frac{c_1}{c_0^2} \left(1 + \frac{r}{j\omega\rho_0}\right)^{1/2}. \quad (14.40b)$$

Подставляя (14.40b) в (14.35) и полагая $x = -d$, находим:

$$\begin{aligned} \delta = \delta(-d) &\cong \frac{\rho_0 c_1}{\sqrt{P}} \left(1 + \frac{r}{j\omega\rho_0}\right)^{1/2} \operatorname{cth} \left[j \frac{\omega}{c_1} \sqrt{P} \left(1 + \frac{r}{j\omega\rho_0}\right)^{1/2} d + \right. \\ &\quad \left. + \frac{j\omega\delta}{\sqrt{P}} \cdot \frac{c_1}{c_0^2} \left(1 + \frac{r}{j\omega\rho_0}\right)^{1/2} \right] = \\ &= \frac{\rho_0 c_1}{\sqrt{P}} \left(1 + \frac{r}{j\omega\rho_0}\right)^{1/2} \left[\frac{1}{j \frac{\omega}{c_1} \left(1 + \frac{r}{j\omega\rho_0}\right)^{1/2} \left(\sqrt{P} d + \frac{\delta}{\sqrt{P}} \cdot \frac{c_1^2}{c_0^2} \right)} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{3} j \frac{\omega}{c_1} \left(1 + \frac{r}{j\omega\rho_0}\right)^{1/2} \left(\sqrt{P} d + \frac{\delta}{\sqrt{P}} \cdot \frac{c_1^2}{c_0^2} \right) - \dots \right] = \\ &= \frac{1}{\frac{j\omega P d}{\rho_0 c_1^2} + \frac{j\omega\delta}{\rho_0 c_0^2}} + j\omega \frac{\rho_0 d}{3} \left(1 + \frac{r}{j\omega\rho_0}\right) + j\omega \frac{\rho_0 \delta}{3P} \cdot \frac{c_1^2}{c_0^2} \left(1 + \frac{r}{j\omega\rho_0}\right) = \\ &= \frac{rd}{3} + \frac{r\delta}{3P} \left(\frac{c_1}{c_0}\right)^2 + j\omega \left[\frac{\rho_0 d}{3} + \frac{\rho_0 \delta}{3P} \left(\frac{c_1}{c_0}\right)^2 \right] + \frac{1}{j\omega \left(\frac{Pd}{\rho_0 c_1^2} + \frac{\delta}{\rho_0 c_0^2} \right)} = \\ &= R_1 + R_2 + j\omega (M_1 + M_2) + \frac{1}{j\omega (C_1 + C_2)}, \quad (14.41) \end{aligned}$$

где R_1, M_1, C_1 имеют прежние значения (14.38), а

$$R_2 = \frac{r_0^2}{3P} \left(\frac{c_1}{c_0} \right)^2, \quad M_2 = \frac{\rho_0 \delta}{3P} \left(\frac{c_1}{c_0} \right)^2, \quad C_2 = \frac{\delta}{\rho_0 c_0^2}. \quad (14.42)$$

Частота первого максимума поглощения приближённо соответствует нулевому значению мнимой части (14.41); это условие даёт:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \frac{1}{\sqrt{(M_1 + M_2)(C_1 + C_2)}} = \\ &= \frac{c_1}{d} \sqrt{\frac{3}{P}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{1}{P} \cdot \frac{\delta}{d}\right) \left(1 + \frac{1}{P} \cdot \frac{\delta}{d} \cdot \frac{c_1^2}{c_0^2}\right)}}. \end{aligned} \quad (14.43)$$

Сравнение с формулой (14.39) показывает, что наличие воздушного промежутка понижает частоту максимального поглощения, иначе говоря, увеличивает поглощение в области низких частот. Другое преимущество крепления поглотителя на некотором расстоянии от стены связано с возможностью регулировать величину активного сопротивления поверхности.

Мы изложили здесь основы теории пористого поглотителя; дальнейшее её развитие позволяет уточнить значение пористости и сопротивления продувания, а в некоторых случаях и угловую зависимость коэффициента поглощения.

§ 108. Резонансные звукопоглощающие конструкции. В тех случаях, когда нужно получить высокий коэффициент поглощения и притом в области низких частот, где пористые материалы обладают, как мы видели, малой эффективностью, можно с успехом применять так называемые резонансные системы, действие которых основано на том, что система с надлежащим затуханием, будучи возбуждаема падающей на неё волной, отбирает от поля достаточно большую энергию в областях частот, примыкающих к собственным частотам системы. Резонансные звукопоглощающие системы привлекают к себе в последнее время внимание многих исследователей; у нас изучением и разработкой таких конструкций детально занимался С. Н. Ржевкин. Мы изложим здесь основные идеи, определяющие расчёт резонансных звукопоглотителей С. Н. Ржевкина.

Простейшая конструкция однослойного резонансного поглотителя изображена на рис. 251. На некотором расстоянии δ от жёсткой стены укрепляется покровный лист с отверстиями диаметра D , расположенными в виде квадратной решётки со стороной a ; со стороны стены к покровному листу подклеивается пористая ткань, показанная на чертеже пунктиром. При нормальном падении звуковой волны на покровный лист каждый элемент системы, содержащий одно отверстие в центре площади a^2 , ведёт себя как резонатор Гельмгольца (один из таких элементов выделен на рис. 251 пунктирными линиями); отсутствие перегородок между отдельными резонаторами меняет положение дела только при косом падении волны.

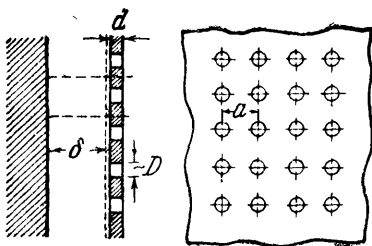


Рис. 251.

Для вычисления коэффициента нормального поглощения α_0 нужно определить механическое сопротивление системы на единицу площади покровного листа. Это сопротивление складывается из следующих

частей. Во-первых, система обладает активным сопротивлением трения, обусловленным пористой тканью в отверстии*); если через r обозначить активное сопротивление ткани, то безразмерный коэффициент активного сопротивления системы на единицу площади будет равен

$$r' = \frac{n^2 r}{S_{\delta_0}} = \frac{n r}{\sigma_{\delta_0}}, \quad (14.44)$$

где $\delta_0 = \rho_0 c_0$, а n есть коэффициент акустической трансформации, определяемый отношением площади ячейки ($S = a^2$) к площади отверстия ($\sigma = \frac{\pi D^2}{4}$):

$$n = \frac{S}{\sigma} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{a}{D}\right)^2 = 1,275 \left(\frac{a}{D}\right)^2. \quad (14.45)$$

* При малом диаметре отверстий достаточное трение будет иметь место даже и без ткани.

Во-вторых, воздух в отверстии обладает некоторой массой, к которой нужно добавить ещё присоединённую массу, обусловленную реакцией среды. Пусть m есть масса, рассчитанная на единицу площади ячейки; тогда удельное инерциальное сопротивление есть $j\omega m$. Если в первом приближении пренебречь массой воздуха в отверстии по сравнению с присоединённой массой M , то

$$m = \frac{n^2 M}{S},$$

где присоединённая масса M подсчитывается по приближённой формуле

$$M = \frac{\rho_0 \sigma^2}{D}.$$

Таким образом

$$m = \frac{n^2 \rho_0 \sigma^2}{S D} = \frac{\rho_0 S}{D}$$

и безразмерный коэффициент инерциального сопротивления будет

$$\frac{j\omega m}{\sigma_0} = j\omega \frac{S}{c_0 D} = j\omega \frac{a^2}{c_0 D}.$$

В-третьих, нужно учесть ещё сопротивление воздушного столба между покровным листом и стеной. По формуле (4.28) это сопротивление, отнесённое к единице площади, есть

$$-j\sigma_0 \operatorname{ctg} k\delta = -j\sigma_0 \operatorname{ctg} \frac{\omega\delta}{c_0},$$

а его безразмерный коэффициент есть $-j \operatorname{ctg} \frac{\omega\delta}{c_0}$. Таким образом безразмерное комплексное сопротивление системы есть

$$r' + jx' = \frac{nr}{\sigma_0} + j \left(\frac{\omega a^2}{c_0 D} - \operatorname{ctg} \frac{\omega\delta}{c_0} \right). \quad (14.46)$$

Согласно (14.20b), имеем для коэффициента нормального поглощения системы выражение

$$\alpha_0 = \frac{4 \frac{nr}{\sigma_0}}{\left(1 + \frac{nr}{\sigma_0}\right)^2 + \left(\frac{\omega a^2}{c_0 D} - \operatorname{ctg} \frac{\omega\delta}{c_0}\right)^2}. \quad (14.47)$$

Частотная характеристика поглощения может быть легко получена с помощью кругов равного поглощения (рис. 249). Посредством этих же кругов может быть решена задача о максимальном диапазоне частот (от f_1 до f_2), в котором коэффициент нормального поглощения имеет величину, не меньшую заданного значения $\alpha_{\text{мин}}$ и о максимальном коэффициенте $\alpha_{\text{макс}}$ в пределах этого диапазона. Пусть круг, соответствующий заданному $\alpha_{\text{мин}} = \alpha_1$, изображён на плоско-

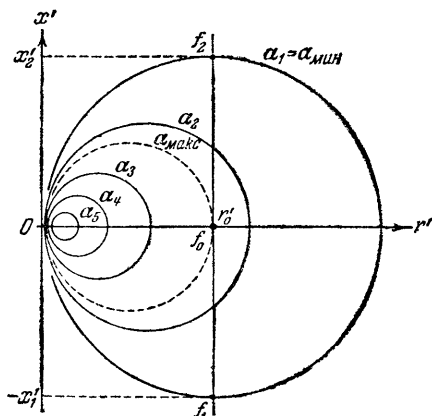


Рис. 252.

сти r' , x' (рис. 252). Очевидно, что, поскольку r' не зависит от частоты, значения реактивного сопротивления x' ложатся на прямую, параллельную оси x' ; поэтому наибольшая ширина полосы, в которой $\alpha \geq \alpha_1$, получится при условии, что эта прямая проходит через центр круга α_1 . Отсюда имеем, во-первых, условие, определяющее активное сопротивление системы

$$r' = r'_0 = \frac{2 - \alpha_{\text{мин}}}{\alpha_{\text{мин}}} \quad (14.48)$$

(так как правая часть есть координата центра круга $\alpha_{\text{мин}}$), и, во-вторых, условие, определяющее границы искомого диапазона,

$$\left| \frac{\omega \hat{a}^2}{c_0 D} - \text{ctg} \frac{\omega \hat{\delta}}{c_0} \right| = \frac{2}{\alpha_{\text{мин}}} \sqrt{1 - \alpha_{\text{мин}}} \quad (14.49)$$

(так как правая часть есть радиус круга $\alpha_{\text{мин}}$). Частоты f_1 и f_2 находятся графическим путём как первые два корня уравнения (14.49). Величина максимального коэффициента поглощения в этом диапазоне определяется условием

$$r'_0 = \frac{2 - \alpha_{\text{макс}}}{\alpha_{\text{макс}}} + \frac{2}{\alpha_{\text{макс}}} \sqrt{1 - \alpha_{\text{макс}}} \quad (14.50)$$

(так как круг $\alpha_{\text{макс}}$ должен проходить через центр круга $\alpha_{\text{мин}}$; на рис. 252 круг $\alpha_{\text{макс}}$ изображён пунктиром). Частоты максимального поглощения определяются корнями уравнения

$$\frac{\omega a^2}{c_0 D} - \text{ctg} \frac{\omega \delta}{c_0} = 0. \quad (14.51)$$

Первый корень этого уравнения можно приближённо определить, положив

$$\text{ctg} \frac{\omega \delta}{c_0} \approx \frac{c_0}{\omega \delta};$$

при этом уравнение

$$\frac{a^2 \omega}{c_0 D} - \frac{c_0}{\omega \delta} = 0$$

имеет решение

$$\omega_0 = \frac{c_0}{a} \sqrt{\frac{D}{\delta}}, \quad (14.52)$$

соответствующее собственной частоте резонатора Гельмгольца.

Связь между r'_0 , $\alpha_{\text{мин}}$ и $\alpha_{\text{макс}}$ может быть найдена из графика рис. 253, на котором пунктирная кривая построена по уравнению (14.48), а сплошная — по уравнению (14.50). Приведём пример пользования этим графиком. Взяв $\alpha_{\text{мин}} = 0,4$,

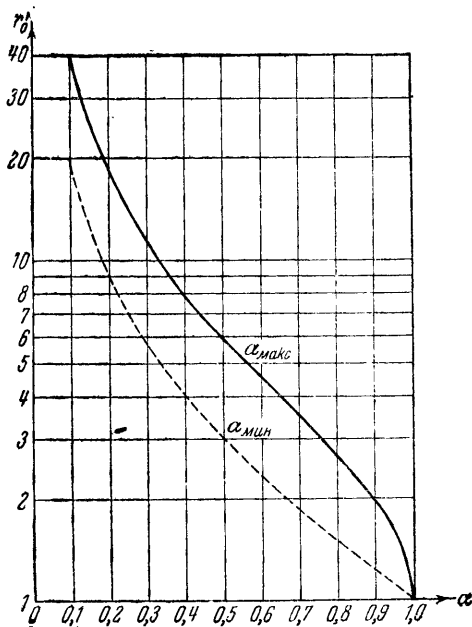


Рис. 253.

находим по пунктирной кривой $r'_0 = 4$; пользуясь сплошной кривой, находим, что этому значению r'_0 соответствует $\alpha_{\text{макс}} \cong 0,64$.

Из соображений, приведённых выше, ясно, что однослойный резонансный звукопоглотитель не может дать большого поглощения в широкой полосе частот. Этого, однако, можно добиться путём применения многослойных поглотителей, состоящих из нескольких последовательно расположенных листов с отверстиями; в качестве примера на рис. 254 изображён трёхслойный поглотитель, а на рис. 255 — частотная характеристика коэффициента нормального поглощения, полученная при следующих значениях параметров:

a	δ_1	δ_2	δ_3	D_1	D_2	D_3	$\frac{r_1}{\sigma_1}$	$\frac{r_2}{\sigma_2}$	$\frac{r_3}{\sigma_3}$
1	3,7	7,4	33,5	0,5	0,4	0,5	6	32	1,9

(Значения a , δ , D даны в сантиметрах, значения $\frac{r}{\sigma}$ —

в $г/см^2сек.$) Как видно из характеристики, конструкция даёт большое поглощение ($\alpha_0 > 0,6$) в широком диапазоне частот от 75 до 4800 $гц.$

Расчёт многослойных резонансных систем довольно сложен и поэтому здесь не излагается.

Отметим в заключение следующее очень существенное обстоятельство. В резонансных звукопоглотителях С. Н. Ржевкина поглощающий материал располагается в отверстиях резонаторов, где колебательные скорости воздуха имеют максимальную величину; поэтому материал используется с максимальной эффективностью. Обыкновенная ткань (марля, миткаль, редкая бязь) с сопротивлением трения порядка 0,5—3, $г/см^2сек.$ даёт в резонансных конструкциях очень высокие коэффи-

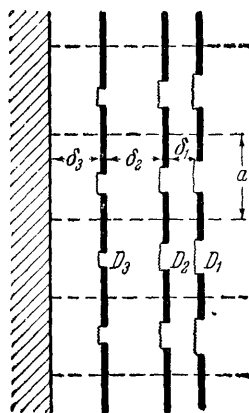


Рис. 254.

цененты поглощения, для реализации которых посредством свободно висящих слоёв той же ткани пришлось бы взять в 1000—2000 раз большее количество материала.

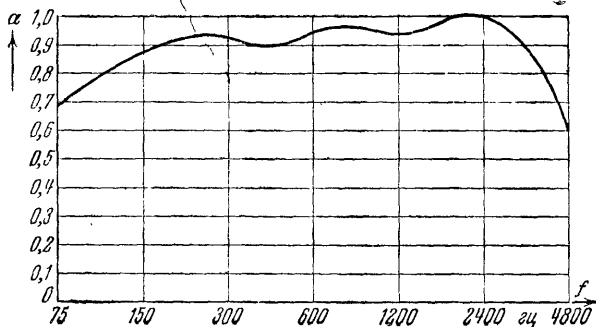


Рис. 255.

Резонансные поглотители С. Н. Ржевкина получили применение при оборудовании студий Дома звукозаписи в Москве и были использованы для заглушения шума в вентиляционных каналах.

ГЛАВА XV АКУСТИЧЕСКАЯ ИЗОЛЯЦИЯ

§ 109. Основные определения. Под термином «акустическая изоляция» принято понимать защиту помещений от проникновения внешнего шума, источники которого находятся вне здания, и внутреннего, возникающего в смежных помещениях. В обоих случаях следует различать, с одной стороны, шумы, распространяющиеся в воздухе и проникающие в помещение через твёрдые преграды (стены, кровля, перекрытия), и, с другой стороны, шумы, распространяющиеся в твёрдой среде (например, по коробке здания или по трубам отопления) и излучаемые в помещение в процессе распространения. Особым случаем является проникновение шума через вентиляционные каналы, соединяющие одно помещение с другим или с наружным воздухом.

Изолирующее действие какой-либо преграды может быть характеризовано её *звукопроницаемостью*; под этим термином подразумевается отношение

$$\tau = \frac{P_2}{P_1} \quad (15.1)$$

акустической мощности P_2 , проникающей через преграду, к акустической мощности P_1 , падающей на неё. Обратная величина

$$d = \frac{1}{\tau} = \frac{P_1}{P_2} \quad (15.2)$$

характеризует *ослабление* звука преградой. Выражая это последнее через разность уровней силы звука до преграды и после неё, мы получаем величину, называемую *собственной изоляцией* преграды:

$$D = 10 \lg \frac{P_1}{P_2} = 10 \lg d. \quad (15.3)$$

Следует иметь в виду, что все перечисленные величины (τ , d , D) зависят от типа звукового поля по обе стороны преграды; практически важнейшим случаем является случай диффузного поля, однако в теории акустической изоляции существенную роль играет также случай плоской волны.

Так как величины, определяющие изоляцию, всегда зависят от частоты, то для исчерпывающего суждения об изолирующих свойствах преграды нужно знать частотную характеристику изоляции. Обычно ограничиваются диапазоном от 100 до 3000 *гц*, так как в этой области заключена основная часть энергии шумов, представляющих практический интерес. В справочных изданиях нередко указывается среднее значение собственной изоляции различных конструкций

$$D_{\text{ср}} = \frac{1}{f_2 - f_1} \int_{f_1}^{f_2} D df, \quad (15.4)$$

причём f_1 и f_2 — границы указанного выше частотного диапазона. Если, как это имеет место в очень многих случаях, изоляция пропорциональна логарифму частоты, то среднее значение (15.4) мало отличается от изоляции, определённой для геометрически средней частоты

$$f_{\text{ср}} = \sqrt{f_1 f_2} = \sqrt{100 \cdot 3000} \cong \cong 550 \text{ гц.}$$

§ 110. Прохождение плоской волны через однородную преграду.

Для того чтобы выяснить, от каких факторов зависит собственная изоляция однородных преград (например, стен, дверей, оконных стёкол и т. п.), мы рассмотрим пред-

варительно несколько идеализированный случай нормального падения плоской волны на однородную бесконечно простирающуюся преграду толщиной d (рис. 256). Пусть ρ есть плотность материала преграды, c — скорость продольных волн в этом материале; таким образом удельное акустическое сопротивление преграды равно $\delta = \rho c$. Для

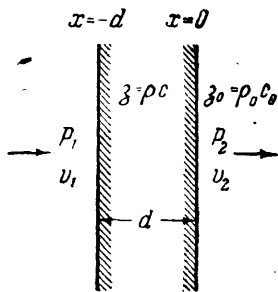


Рис. 256.

продольных волн в материале преграды можно написать уравнения, выведенные в §§ 11 и 12:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\text{grad } p,$$

$$\rho \operatorname{div} \mathbf{v} = -\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial p}{\partial t},$$

где p — избыточное (звуковое) давление, \mathbf{v} — вектор колебательной скорости. Для нормально падающей плоской гармонической волны, в которой давление и скорость меняются, как $\exp j\omega t$, эти уравнения приводятся к виду

$$\left. \begin{aligned} j\omega \rho \mathbf{v} &= -\frac{\partial p}{\partial x}, \\ \frac{j\omega}{\rho c^2} p &= -\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (15.5)$$

(ось x направлена нормально к поверхности преграды). Исключая из уравнений (15.5) \mathbf{v} или p , получим волновые уравнения

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + k^2 p &= 0, \\ \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial x^2} + k^2 \mathbf{v} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (15.6)$$

где $k = \frac{\omega}{c}$ есть волновое число для продольных волн в материале преграды. Решения уравнения (15.6) имеют вид

$$\left. \begin{aligned} p &= C_1 \sin kx + C_2 \cos kx, \\ \mathbf{v} &= C'_1 \sin kx + C'_2 \cos kx. \end{aligned} \right\} \quad (15.7a)$$

Постоянные интегрирования определяются из граничных условий: положим, что при $x=0$ (см. рис. 256) $p=p_2$ и $\mathbf{v}=\mathbf{v}_2$; здесь p_2 и \mathbf{v}_2 — давление и колебательная скорость в воздухе непосредственно за преградой. Отсюда следует, что

$$C'_2 = \mathbf{v}_2, \quad C_2 = p_2.$$

С другой стороны, подставляя (15.7a) в (15.5), имеем

$$j\omega \rho \mathbf{v} = -k [C_1 \cos kx - C_2 \sin kx],$$

$$\frac{j\omega}{\rho c^2} p = -k [C'_1 \cos kx - C'_2 \sin kx]$$

и из граничных условий получается:

$$C_1 = -\frac{j\omega\rho}{k} v_2 = -j\zeta v_2,$$

$$C'_1 = -\frac{j\omega}{k\rho c^2} p_2 = -\frac{j}{\zeta} p_2.$$

Следовательно, решение (15.7а) можно написать в виде

$$\left. \begin{aligned} p &= p_2 \cos kx - j\zeta v_2 \sin kx, \\ v &= v_2 \cos kx - j\frac{p_2}{\zeta} \sin kx. \end{aligned} \right\} \quad (15.7b)$$

Подставив $x = -d$, имеем давление и скорость перед преградой:

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= p_2 \cos kd + j\zeta v_2 \sin kd, \\ v_1 &= v_2 \cos kd + j\frac{p_2}{\zeta} \sin kd. \end{aligned} \right\} \quad (15.8)$$

Небезынтересно отметить, что уравнения (15.8) имеют стандартную форму уравнений симметричного четырёхполюсника; в частности, нетрудно проверить, что определитель системы (15.8) тождественно равен единице.

Для определения собственной изоляции преграды воспользуемся первым из уравнений системы (15.8). Так как на поверхности раздела ($x = 0$) величины p_2 и v_2 в силу непрерывности давлений и скоростей относятся к воздушной среде, то они должны быть подчинены условию

$$\frac{p_2}{v_2} = \zeta_0 = \rho_0 c_0,$$

где ζ_0 — удельное акустическое сопротивление воздуха. С учётом этого условия первое из уравнений (15.8) приводится к виду

$$p_1 = p_2 \left(\cos kd + j \frac{\zeta}{\zeta_0} \sin kd \right). \quad (15.9a)$$

Так как во всех практически интересных случаях

$$kd = 2\pi \frac{d}{\lambda} \ll 1$$

(действительно, при большой скорости звука в твёрдой среде толщина преграды всегда достаточно мала по сравнению

с длиной продольной волны), то можно приближённо положить:

$$\cos kd \cong 1, \quad \sin kd \cong kd = \frac{\omega d}{c}.$$

При этом вместо (15.9а) можно написать:

$$p_1 = p_2 \left(1 + j kd \frac{\lambda}{3_0} \right) = p_2 \left(1 + j \frac{\omega \rho d}{3_0} \right). \quad (15.9b)$$

Теперь для собственной изоляции преграды имеем:

$$D = 10 \lg \left| \frac{p_1}{p_2} \right|^2 = 10 \lg \left[1 + \left(\frac{\omega \rho d}{3_0} \right)^2 \right] \text{ дб.} \quad (15.10a)$$

Заметим, что акустическое сопротивление твёрдых сред гораздо больше, чем акустическое сопротивление воздуха; таким образом для не слишком низких частот удовлетворяются условия

$$\frac{\lambda}{3} < kd \quad \text{и} \quad \left(\frac{\omega \rho d}{3_0} \right)^2 \gg 1.$$

При этом с практически достаточной точностью можно считать, что

$$D = 20 \lg \frac{\omega \rho d}{3_0} \text{ дб.} \quad (15.10b)$$

§ 111. Преграда в диффузном звуковом поле. Результат, полученный в предыдущем параграфе, опирается на исследование преломления плоской звуковой волны на поверхностях раздела двух сред с различными акустическими сопротивлениями. Нужно, однако, заметить, что если толщина преграды мала по сравнению с длиной продольной волны в материале преграды, то колебания обеих поверхностей раздела следует считать практически синфазными; при этом проникновение звука можно рассматривать как результат излучения преграды, колеблющейся под вынуждающим воздействием падающей волны. Становясь на такую точку зрения, мы можем предположить, что форма падающей волны и угол её падения на преграду не имеют принципиального значения и что основную роль играет механическое сопротивление преграды, определяющее амплитуду её вынужденных колебаний при заданной величине звукового давле-

ния, которое действует на преграду со стороны источника звука.

Исходя из этих соображений, мы можем рассчитать собственную изоляцию преграды в условиях диффузного звукового поля. Представим себе преграду с поверхностью S , отделяющую друг от друга помещения I и II (рис. 257). Пусть звук возбуждается в помещении I и может проникать в помещение II только через преграду S . Согласно (12.10) звуковая энергия, диффузно падающая на преграду в единицу времени, равна

$$P_1 = \frac{c_0 S}{4V} E_1 = \frac{c_0 S}{4} \omega_1,$$

где $\omega_1 = \frac{E_1}{V_1}$ есть средняя

плотность звуковой энергии в помещении I . Согласно

(2.33с) выразим эту величину через среднее эффективное давление в объёме V_1

$$\omega_1 = \frac{p_1^2}{\rho_0 c_0^2};$$

при этом для падающей на преграду мощности получается:

$$P_1 = \frac{c_0 S}{4} \cdot \frac{p_1^2}{\rho_0 c_0^2} = \frac{\bar{S} p_1^2}{4 \rho_0}. \quad (15.11)$$

Отметим, что если бы на преграду падала плоская волна с таким же эффективным давлением p_1 , то падающая акустическая мощность

$$P_1' = \frac{S p_1^2}{\rho_0}$$

имела бы величину, вчетверо большую; уменьшение её в рассматриваемом нами случае есть результат диффузности звукового поля, в котором всевозможные ориентации вектора Умова (вектора потока энергии) равновероятны.

Акустическую мощность P_2 , излучаемую колеблющейся преградой в помещение II , мы вычислим сначала в предположении, что преграда колеблется как жёсткое целое; влияние закрепления её периметра мы учтём позднее. Считая,

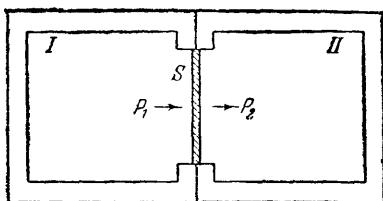


Рис. 257.

что размеры преграды достаточно велики по сравнению с длиной излучаемой волны, причём сопротивление излучения на единицу площади близко к δ_0 , напишем:

$$P_2 = v^2 S \delta_0, \quad (15.12a)$$

где v означает эффективную скорость поршневых колебаний преграды. Эту величину можно представить в виде

$$v = \frac{p_1}{|\delta_m|} = \frac{p_1}{\sqrt{\delta_0^2 + (\omega \rho')^2}}, \quad (15.13)$$

где

$$\delta_m = \delta_0 + j\omega \frac{M}{S} = \delta_0 + j\omega \rho'$$

есть удельное механическое сопротивление преграды с массой M (упругой реакцией преграды можно с достаточным основанием пренебречь в связи с очень низкими значениями её собственной частоты). Величина ρ' есть поверхностная плотность преграды (масса на единицу площади); в случае однородной преграды $\rho' = \rho d$.

Подставляя (15.13) в (15.12a), имеем:

$$P_2 = \frac{p_1^2}{\delta_0^2 + (\omega \rho')^2} S \delta_0. \quad (15.12b)$$

Сопоставляя (15.11) и (15.12b), можно найти собственную изоляцию преграды:

$$\begin{aligned} D &= 10 \lg \frac{P_1}{P_2} = 10 \lg \frac{\delta_0^2 + (\omega \rho')^2}{4\delta_0^2} = \\ &= 10 \lg \left[1 + \left(\frac{\omega \rho'}{\delta_0} \right)^2 \right] - 6 \text{ дб}. \end{aligned} \quad (15.14a)$$

Первый член правой части, в случае однородной преграды ($\rho' = \rho d$), совпадает с результатом, даваемым формулой (15.10a); это не должно показаться неожиданным, если вспомнить соображения, изложенные в начале этого параграфа. Однако в условиях диффузного поля собственная изоляция преграды оказывается на 6 дб ниже, чем в случае нормально падающей плоской волны. Это объясняется тем обстоятельством, что значение проникающей через преграду мощности обусловлено не величиной падающей мощности,

но значением действующего давления; выше было отмечено, что при одном и том же давлении мощность, падающая в форме плоской волны, вчетверо больше диффузно падающей мощности, что и даёт разницу в 6 дб.

Если удовлетворяется условие $\omega\rho' \gg \delta_0$, то предыдущий результат упрощается:

$$D = 20 \lg \frac{\omega\rho'}{2\delta_0} = 20 \lg \frac{\omega\rho'}{\delta_0} - 6 \text{ дб.} \quad (15.14b)$$

Учтём теперь влияние закрепления преграды по периметру. Это влияние сводится к уменьшению действующей массы и, следовательно, к снижению собственной изоляции преграды. Заменяя реальную преграду с распределённой массой $M = \rho'S$ эквивалентным поршнем с сосредоточенной массой m , напомним

$$m = \alpha M,$$

где $\alpha < 1$. Для заделанной по краю пластины (см. § 6) теория даёт значение $\alpha = 0,2$; для преград, применяемых в строительной практике, коэффициент α может изменяться в более или менее широких пределах; как показывает опыт, для стен с поверхностным весом от 2 до 450 кг/м^2 α меняется от 0,2 (для малого веса) до 0,13 (для большого веса), независимо от частоты. Для очень тонких преград α может принимать ещё большие значения. Заменяя в (15.14b) ρ' на $\alpha\rho'$, имеем для достаточно массивных преград:

$$D = 20 \lg \frac{\omega\alpha\rho'}{\delta_0} - 6 \text{ дб.} \quad (15.15a)$$

Здесь ρ' выражено в абсолютных единицах (г/см^2); если G есть поверхностный вес преграды в кг/м^2 , то округлённо

$$\rho' = 0,1G,$$

и формула (15.15a) приводится к виду

$$D = 20 \lg \frac{0,1\omega G}{\delta_0} - 6 - 20 \lg \frac{1}{\alpha} \text{ дб.} \quad (15.15b)$$

При $\alpha = 0,13 \div 0,2$ последний член составляет $17,7 \div 14$ дб; таким образом закрепление периметра снижает собственную изоляцию преграды на величину порядка 15 дб.

Следует заметить, что полученные здесь выводы не требуют предположения об однородности преграды; она может иметь и слоистую структуру, лишь бы между отдельными слоями не было воздушных промежутков, нарушающих контакт смежных поверхностей и препятствующих им изгибаться совместно. Отсюда следует, что применение мягких прослоек практически не повышает изоляции преграды, если оно сколько-нибудь значительно не увеличивает её веса.

Как показывает формула (15.15), собственная изоляция преград рассмотренного типа пропорциональна логарифму частоты и логарифму поверхностного веса; это подтверждается и экспериментальными данными, полученными путём измерения собственной изоляции конструкций различного материала и веса. Конечно, следует иметь в виду, что расчёт изоляции по выведенным здесь формулам даёт лишь

ориентировочные значения; в практической работе нужно проверять расчёт путём сопоставления с экспериментальными цифрами.

§ 112. Изоляция двойной преграды. Для обеспечения повышенной акустической изоляции радиовещательных студий и студий звукозаписи в строительной практике применяют двойные преграды с воздушным промежутком между ними. Не касаясь здесь конструктивных деталей, отметим лишь, что двойные преграды (стены, окна, двери) дают

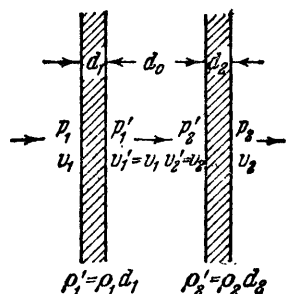


Рис. 258.

повышенную изоляцию лишь при условии, что обе преграды не имеют между собой твёрдой связи через поддерживающую их конструкцию; так, например, двойные стены не должны опираться на общий фундамент, двойные окна не должны иметь жёсткой связи через рамы и проём и т. д. Для выяснения факторов, определяющих величину и частотную характеристику собственной изоляции двойной преграды, мы рассмотрим прохождение плоской волны, нормально падающей на систему, схематически представленную на рис. 258.

При прохождении волны через первую преграду звуковые давления p_1 и p'_1 по обе её стороны можно подчинить первому из уравнений (15.8):

$$p_1 = p'_1 \cos k_1 d_1 + j \delta_1 v'_1 \sin k_1 d_1,$$

где $\delta_1 = \rho_1 c_1$ — акустическое сопротивление первой преграды, d_1 — её толщина, $k_1 = \frac{\omega}{c_1}$. Если $k_1 d_1 \ll 1$, как это всегда можно предположить с достаточной уверенностью, то $v'_1 \cong v_1$, $\sin k_1 d_1 \cong k_1 d_1$ и $\cos k_1 d_1 \cong 1$; при этом уравнение принимает вид

$$p_1 = p'_1 + j \omega \rho'_1 v_1 \quad (15.16)$$

($\rho'_1 = \rho_1 d_1$). Аналогичным образом при $k_2 d_2 \ll 1$ и $v'_2 \cong v_2$ имеем для второй преграды:

$$p'_2 = p_2 + j \omega \rho'_2 v_2 \quad (15.17)$$

($\rho'_2 = \rho_2 d_2$). Для воздушного промежутка d_0 основные уравнения (15.8) имеют вид

$$\left. \begin{aligned} p'_1 &= p'_2 \cos k_0 d_0 + j \delta_0 v_2 \sin k_0 d_0, \\ v_1 &= v_2 \cos k_0 d_0 + j \frac{\rho'_2}{\delta_0} \sin k_0 d_0. \end{aligned} \right\} \quad (15.18)$$

Так как на правой границе второй преграды должно удовлетворяться условие

$$\frac{p_2}{v_2} = \delta_0,$$

то уравнения (15.17) и (15.18) можно переписать в виде

$$p'_2 = p_2 \left(1 + j \frac{\omega \rho'_2}{\delta_0} \right), \quad (15.19)$$

$$\left. \begin{aligned} p'_1 &= p'_2 \cos k_0 d_0 + j p_2 \sin k_0 d_0, \\ v_1 &= \frac{1}{\delta_0} (p_2 \cos k_0 d_0 + j p'_2 \sin k_0 d_0). \end{aligned} \right\} \quad (15.20)$$

Последнее из уравнений (15.20) позволяет переписать уравнение (15.16) в виде

$$p_1 = p'_1 + j \frac{\omega \rho'_1}{\delta_0} (p_2 \cos k_0 d_0 + j p'_2 \sin k_0 d_0)$$

или

$$p'_1 = p_1 - j \frac{\omega \rho'_1}{\delta_0} (p_2 \cos k_0 d_0 + j p'_2 \sin k_0 d_0). \quad (15.21)$$

Пользуясь уравнениями (15.19) и (15.21), исключим из первого уравнения системы (15.20) величины ρ'_1 и ρ'_2 ; опуская элементарные вычисления, напишем результат:

$$\rho_1 = \rho_2 \left\{ \left[1 + j \frac{\omega(\rho'_1 + \rho'_2)}{\beta_0} \right] \cos k_0 d_0 + \right. \\ \left. + j \left[1 + j \omega \rho'_1 \frac{\beta_0 + j \omega \rho_2}{\beta_0^2} \right] \sin k_0 d_0 \right\}. \quad (15.22)$$

Отсюда видно, что собственная изоляция двойной преграды есть

$$D = 10 \lg \left| \frac{\rho_1}{\rho_2} \right|^2 = 10 \lg \left| \left[1 + j \frac{\omega(\rho'_1 + \rho'_2)}{\beta_0} \right] \cos k_0 d_0 + \right. \\ \left. + j \left[1 + j \omega \rho'_1 \frac{\beta_0 + j \omega \rho_2}{\beta_0^2} \right] \sin k_0 d_0 \right|^2. \quad (15.23)$$

Анализируя частотную характеристику собственной изоляции, мы рассмотрим поочерёдно отдельные частотные области, в пределах которых эта громоздкая формула допускает те или иные упрощения.

1) В области очень низких частот, где $k_0 d_0$ настолько мало, что можно совсем отбросить член, содержащий $\sin k_0 d_0$, и положить $\cos k_0 d_0 = 1$, имеем из (15.23):

$$D = 10 \lg \left[1 + \frac{\omega^2(\rho'_1 + \rho'_2)^2}{\beta_0^2} \right]. \quad (15.24a)$$

Сопоставляя этот результат с формулой (15.10a), мы убеждаемся, что в рассматриваемой области двойная преграда ведёт себя как одиночная преграда с массой, равной суммарной массе двойной преграды. Следовательно, в этой области частот воздушный промежуток не повышает изоляции.

2) При несколько более высоких частотах, однако всё же достаточно малых для того, чтобы считать $\cos k_0 d_0 \cong 1$ и $\sin k_0 d_0 \cong k_0 d_0$, имеем:

$$D = 10 \lg \left| \left[1 + j \frac{\omega(\rho'_1 + \rho'_2)}{\beta_0} \right] + j k_0 d_0 \left[1 + j \omega \rho'_1 \frac{\beta_0 + j \omega \rho_2}{\beta_0^2} \right] \right|^2.$$

Замечая, что

$$k_0 d_0 = \frac{\omega d_0}{c_0} = \frac{\omega \rho_0 d_0}{\beta_0} = \frac{\omega \rho'_0}{\beta_0},$$

получим после несложных преобразований:

$$D = 10 \lg \left| 1 - \frac{\omega^2 \rho'_0 \rho'_1}{\beta_0^2} + \right. \\ \left. + \frac{j}{\beta_0} \left[\omega(\rho'_1 + \rho'_2) + \omega \rho'_0 \left(1 - \frac{\omega^2 \rho'_1 \rho'_2}{\beta_0^2} \right) \right] \right|^2. \quad (15.24b)$$

Легко видеть, что в рассматриваемой области частот собственная изоляция имеет близкий к нулю минимум при частоте, на которой мнимая часть выражения под знаком логарифма обращается в нуль; это условие приводит к уравнению

$$\rho'_1 + \rho'_2 + \rho'_0 = \omega^2 \frac{\rho'_1 \rho'_2 \rho'_0}{3_0^2},$$

в левой части которого слагаемым ρ'_0 можно пренебречь по сравнению с $\rho'_1 + \rho'_2$. Корень этого уравнения есть

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{m'c'}}, \quad (15.25)$$

где

$$m' = \frac{\rho'_1 \rho'_2}{\rho'_1 + \rho'_2}, \quad (15.26)$$

а

$$c' = \frac{d_0}{\rho_0 c_0^2} = \frac{d_0}{\gamma P_0} \quad (15.27)$$

есть величина, обратная адиабатной упругости воздушного слоя, рассчитанной на единицу площади.

Снижение собственной изоляции двойной преграды на частоте $\omega = \omega_1$ есть результат резонанса в системе, состоящей из двух упруго связанных масс; роль упругой связи играет воздушный промежуток. Схема такой системы и её электрический аналог представлены на рис. 259; нетрудно убедиться, что условие (15.25) определяет максимум тока в ветви ρ'_2 .

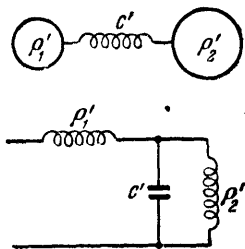


Рис. 259.

3) В области частот, лежащих выше ω_1 , собственная изоляция двойной преграды очень быстро возрастает. Как показывает расчёт, основную роль в этой области играет член

$$\frac{\omega^2 \rho'_1 \rho'_2}{3_0^2} \sin k_0 d_0 \cong \frac{\omega^2 \rho'_1 \rho'_2}{3_0^2} k_0 d_0 = \frac{\omega^3}{3_0^3} \rho'_1 \rho'_2 \rho'_0,$$

возрастающий пропорционально кубу частоты. Поэтому крутизна частотной характеристики изоляции здесь гораздо больше, чем в области низких частот, где частотно-зависимое слагаемое растёт с квадратом частоты, как это видно

из соотношения (15.24а). Мы видим, следовательно, что значение воздушного промежутка между преградами начинает сказываться только при $\omega > \omega_1$.

4) В области более высоких частот собственная изоляция, возрастая «в среднем», принимает минимальные значения на ряде частот, соответствующих пучностям колебательной скорости воздуха около второй преграды. Для определения этих резонансных частот перепишем (15.23) в виде

$$D = 10 \lg \left| \cos k_0 d_0 + j \left(1 + j \frac{\omega \rho_1'}{\beta_0} \right) \sin k_0 d_0 + \right. \\ \left. + j \frac{\omega}{\beta_0} \left[(\rho_1' + \rho_2') \cos k_0 d_0 - \frac{\omega \rho_1' \rho_2'}{\beta_0} \sin k_0 d_0 \right] \right|^2.$$

Выражение в квадратных скобках обращается в нуль на частотах ω_i , удовлетворяющих трансцендентному уравнению

$$\operatorname{tg} k_{0i} d_0 = \frac{\beta_0 (\rho_1' + \rho_2')}{\omega_i \rho_1' \rho_2'}$$

или

$$\frac{m'}{\beta_0} \operatorname{tg} \frac{\omega_i d_0}{c_0} = \frac{1}{\omega_i}. \quad (15.28)$$

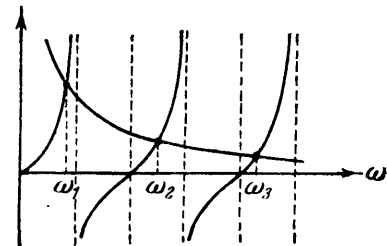


Рис. 260.

Корни этого уравнения удобнее всего определяют графическим путём как абсциссы точек пересечения гиперболы $\frac{1}{\omega}$ с тангенсоидами $\frac{m'}{\beta_0} \operatorname{tg} \frac{\omega d_0}{c_0}$ (рис. 260). Первому корню ($i=1$) приближённо соответствует значение (15.25).

Понятно, что величины D_i на частотах $\omega = \omega_i$ не могут быть рассчитаны по формуле (15.23), так как на этих частотах изоляция определяется не учитываемым в наших формулах затуханием системы, которое в области повышенных частот несомненно оказывается достаточно значительным.

Типичная форма частотной характеристики собственной изоляции двойной преграды изображена на рис. 261; следует обратить внимание на возрастание наклона касательной в области повышенных частот, иллюстрирующее влияние воздушного промежутка.

§ 113. Расчёт шумового уровня в помещении. Величины D , рассчитанные в §§ 110—112 для некоторых типичных случаев, определяют ослабление звука, обусловленное физическими свойствами самой преграды; поэтому эти величины и характеризуют её *собственную* изоляцию. Однако для расчёта уровня шума, проникающего в защищаемое помещение через ограничивающие его преграды, недостаточно знать собственные изоляции этих преград; существенное

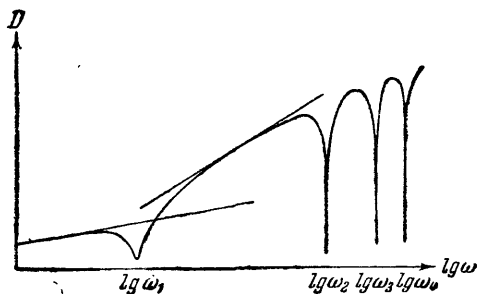


Рис. 261.

значение имеют также их площади и, кроме того, общее поглощение звука в защищаемом от шума помещении. Для разъяснения роли этих факторов ниже даётся порядок расчёта шумового уровня в помещениях по заданным значениям собственной изоляции отдельных поверхностей, ограждающих помещение (стены, двери, окна, перекрытия), при известных уровнях шумов за соответствующими границами.

Пусть за некоторой i -й преградой (например, в смежном помещении) имеется источник шума, создающий в месте своего нахождения уровень

$$N_i = 10 \lg \frac{\omega_i}{\omega'},$$

где ω_i — средняя плотность звуковой энергии, излучаемой источником, ω' — пороговое значение плотности энергии. Перепишем эту формулу в виде

$$\omega_i = \omega' \cdot 10^{0,1N_i}.$$

Звуковая мощность, диффузно падающая снаружи на пре-

граду с площадью S_i , отделяющую рассматриваемое помещение от источника шума, есть, согласно (12.10),

$$P_i = \frac{c_0 S_i}{4} \omega_i = \frac{c_0 \omega'}{4} S_i 10^{0,1 N_i}.$$

Акустическая же мощность, проникающая через преграду, может быть, согласно (15.2), представлена в виде

$$P'_i = \frac{P_i}{d_i} = \frac{c_0 \omega'}{4 d_i} S_i 10^{0,1 N_i},$$

где d_i есть ослабление звука при прохождении через преграду. Согласно (15.3) напишем:

$$d_i = 10^{0,1 D_i}$$

(D_i — собственная изоляция); при этом предыдущая формула принимает вид

$$P'_i = \frac{c_0 \omega'}{4} S_i 10^{0,1(N_i - D_i)}.$$

Акустическую мощность, проникающую в помещение через всю ограничивающую его поверхность, мы получим путём суммирования по всем преградам:

$$P = \frac{c_0 \omega'}{4} \sum_i S_i 10^{0,1(N_i - D_i)}. \quad (15.29)$$

Для плотности диффузной шумовой энергии в помещении имеем согласно (12.16b):

$$\omega = \frac{4P}{c_0 A} = \frac{\omega'}{A} \sum_i S_i 10^{0,1(N_i - D_i)}.$$

Соответствующий этой энергии уровень шума в помещении будет

$$N = 10 \lg \frac{\omega}{\omega'} = 10 \lg \sum_i S_i 10^{0,1(N_i - D_i)} - 10 \lg A, \quad (15.30)$$

где A — общее поглощение звука в защищаемом помещении. Заметим, что величины S_i и A должны быть выражены в одних и тех же единицах (м^2 , см^2).

Если источники шума имеются не только вне, но и внутри помещения (таким источником является, например, при-

точно-вытяжная вентиляционная система, через которую в помещение проникает определённая шумовая мощность), то к правой части уравнения (15.29) нужно прибавить акустическую мощность P_0 , излучаемую в форме шума внутри рассматриваемого помещения; при этом плотность энергии в помещении будет

$$\omega = \frac{\omega'}{A} \sum_i S_i 10^{0,1(N_i - D_i)} + \frac{4P_0}{c_0 A},$$

а шумовой уровень определится из формулы

$$N = 10 \lg \left[\sum_i S_i 10^{0,1(N_i - D_i)} + \frac{4P_0}{I'} \right] - 10 \lg A, \quad (15.31)$$

где

$$I' = c_0 \omega' = 10^{-9} \text{ эрг/см}^2 \text{сек} = 10^{-16} \text{ вт/см}^2$$

есть сила звука на стандартном пороге (см. § 18).

Формулы (15.30) и (15.31) показывают, что шумовой уровень при прочих равных условиях тем меньше, чем больше поглощение A в помещении*). Далее; мы видим, что участки с малой собственной изоляцией, даже и при небольшой площади, приводят к значительному повышению шума, в особенности, если за ними наблюдаются большие уровни; несколько схематизируя сущность дела, можно сказать, что уровень шума в помещении определяется в основном участком с наименьшей собственной изоляцией.

§ 114. Распространение колебаний в твёрдых телах.

Как уже указывалось в начале этой главы, акустическая изоляция помещений может быть в очень значительной степени нарушена за счёт распространения колебаний в твёрдых телах, поскольку в процессе распространения эти колебания излучаются в окружающий воздух в форме звуковых волн. В качестве примеров можно указать на шум машин (насосов, вентиляторов и т. п.), обусловленный переносом колебаний через коробку здания, связанную с фундаментом машины, на шум шагов в смежных этажах, на шумы, распространяющиеся по трубам центрального отопления, и т. д. Явления этого рода играют существенную роль вследствие того, что затухание волн, распространяющихся в твёрдом теле, очень невелико.

*) В связи с этим отметим, что в целях снижения шумового уровня нередко прибегают к звукопоглощающей отделке шумных рабочих помещений, например, машинописных бюро.

В твёрдых средах могут распространяться не только продольные, но и поперечные колебания. Их затухание в процессе распространения обусловлено, главным образом, внутренним трением и передачей энергии на границах, отделяющих различные среды друг от друга. Аналитический расчёт затухания очень затруднителен, поэтому необходимо ориентироваться на экспериментальные данные, определённые для тех или иных строительных материалов. В приводимой ниже таблице даются числа затухания (в $дб/м$), измеренные для брусьев; рядом указаны области частот, в пределах которых производились измерения.

Затухание волн в брусьях

Материал и размеры брусьев	Продольные волны		Поперечные волны	
	частоты	$дб/м$	частоты	$дб/м$
Железный брус $l=7,1 м$, диаметр 3 см	300—1000	0,0012—0,0022	150—500	0,01—0,04
Бетонный брус $l=3 м$, сечение $6,5 \times 12,5 см$	600—3000	0,034—0,13	70—2000	0,06—0,19
Сосновый брус $l=4 м$, сечение $5 \times 5 см$. . .	600—1800	0,05—0,11	30—1500	0,13—0,31
Цепочка цементированных кирпичей, $l=2,5 м$	450—2500	0,017—0,07	70—1000	0,04—0,12

Как видно из данных таблицы, поперечные волны (колебания изгиба) затухают всегда быстрее продольных, однако во всех случаях затухание мало и для ослабления на 1 $дб$ нужен пробег порядка десятков метров. Правда, в практических условиях, когда сечения материала многократно меняются, а связи между отдельными деталями конструкции вносят дополнительные сопротивления внешнего трения, продольные и поперечные колебания затухают быстрее. Опыты, произведённые в жилых домах, показывают, что от этажа к этажу уровень шума, переносимого стенами, уменьшается на величину порядка 10—20 $дб$.

В целях снижения шума, обусловленного распространением колебаний в твёрдых средах, необходимо применять отделение различных частей конструкции друг от друга посредством изолирующих прокладок с малым акустическим сопротивлением (резина, пробка, битуминизированный войлок и т. п.). Такие прокладки ставятся между стенами и несущими балками, между балками и полами лагами, между железным каркасом здания и стенами. Изоляция от сотрясений почвы, создаваемых транспортом, осуществляется путём применения прокладок между фундаментом и грунтом; применяется также засыпка заранее оставленных зазоров шлаком, строительным мусором и т. п. Подобным же образом осуществляется изоляция фундаментов под машинами. Передача шума через

трубопроводы (водопроводная и отопительная системы) устраняется применением изолирующих прокладок между фланцами.

Количественная оценка изоляции от колебаний, распространяющихся через твёрдые тела, понятно, не может основываться на сравнении полученной и отданной звуковой энергии, поскольку эти колебания возбуждаются непосредственным воздействием на элементы конструкций. Поэтому в измерениях применяются стандартные возбудители колебаний (колотушки), устанавливаемые в той или иной части здания; при действующем возбудителе измеряются шумовые уровни, наблюдаемые в удалённых от места возбуждения помещениях. Если P_a есть акустическая мощность, излучаемая в помещение с поглощением A , то плотность шумовой энергии равна

$$w = \frac{4P_a}{c_0 A};$$

обозначая через w' пороговое значение плотности звуковой энергии, имеем для уровня шума

$$N = 10 \lg \frac{w}{w'} = 10 \lg \frac{4P_a}{I'} - 10 \lg A,$$

где $I' = c_0 w'$. Величина

$$N_0 = N + 10 \lg A = 10 \lg \frac{4P_a}{I'} \quad (15.32)$$

рассматривается в качестве меры шумности, обусловленной распространением колебаний от стандартного возбудителя.

ГЛАВА XVI

СИСТЕМЫ ОЗВУЧЕНИЯ И ЗВУКОУСИЛЕНИЯ

§ 115. Требования, предъявляемые к системам озвучения и звукоусиления. Под термином «система озвучения» принято понимать совокупность средств и аппаратов, посредством которых обеспечивается надлежащее распределение звуковой энергии, излучаемой громкоговорящими устройствами, на более или менее значительной площади, занимаемой слушателями. В этом определении существенно, что речь идёт об акустической мощности, развиваемой громкоговорящими, и что площадь, по которой эта мощность распределяется, имеет значительную величину; тем самым задача озвучения отграничивается от акустического расчёта сравнительно небольших объёмов и площадей, предназначенных для слушания естественных источников звука.

Частным случаем систем озвучения являются системы звукоусиления, применяемые в тех случаях, когда акустическая мощность естественных источников (в частности, человеческого голоса) недостаточна для создания требуемого уровня в помещениях очень большого размера или на очень большой площади (на открытом воздухе). Звукоусиление состоит в том, что недостающая акустическая мощность излучается громкоговорящими, которые связываются через усилитель с микрофоном, принимающим звучание естественных источников. Существенная особенность систем звукоусиления состоит в том, что микрофоны находятся в звуковом поле связанных с ними громкоговорящих; поэтому системы звукоусиления являются системами с *обратной связью*.

Принято различать:

1) *Централизованные* системы озвучения; в них все громкоговорящие устройства сосредоточены в одном месте или недалеко друг от друга,

2) *Распределённые системы*; в них озвучиваемая площадь подразделяется на зоны, обслуживаемые отдельными громкоговорителями, которые при этом располагаются на более или менее значительных расстояниях друг от друга. Возможен и такой случай, при котором несколько удалённых друг от друга громкоговорителей совместно озвучивают одну и ту же площадь.

Технические требования, предъявляемые к системам озвучения и звукоусиления, разделяются на общие и специальные. Общие требования касаются качественных показателей электроакустической и усилительной аппаратуры, определяя допуски на частотные и амплитудные искажения; сюда же относятся требования к динамическому диапазону системы

$$n = 10 \lg \frac{P_{\text{макс}}}{P_{\text{мин}}}, \quad (16.1)$$

где $P_{\text{макс}}$ и $P_{\text{мин}}$ — максимальное и минимальное (во времени) значения акустической мощности громкоговорителей, соответствующие максимальному и минимальному уровням воспроизводимого звучания (речь, музыка). Специальные требования касаются распределения звуковой энергии по площади, занимаемой слушателями, и общей величины этой энергии; далее, эти требования определяют допуски на различного рода помехи. На этих вопросах следует остановиться более подробно.

Назовём *неравномерностью озвучения* ΔN максимальную разность уровней силы звука, наблюдаемых в один и тот же момент времени на озвучиваемой площади. Условимся, далее, называть *точкой максимума* ту точку (или те точки), где уровень больше, чем во всех остальных точках площади; *точкой минимума* — ту точку (или те точки), где уровень меньше, чем во всех остальных точках в тот же самый момент времени. Пусть максимальный во времени (пиковый) уровень в точке максимума есть N_1 ; минимальный во времени уровень в точке минимума обозначим через N_2 . Очевидно, что уровни N_1 , N_2 связаны с неравномерностью озвучения ΔN и динамическим диапазоном воспроизводимого звучания n соотношением

$$N_1 - N_2 = \Delta N + n, \quad (16.2)$$

Это соотношение позволяет определить допустимую в тех или иных случаях неравномерность озвучания ΔN . Действительно, уровень N_2 не должен быть ниже ожидаемого уровня шума на озвучиваемой площади (желательно даже некоторое превышение N_2 над шумовым уровнем). С другой стороны, уровень N_1 не должен превышать некоторого максимального значения, за которым возможно оглушение слушателей; как правило, этот уровень не может превышать 100—105 дБ. Если динамический диапазон известен или задан, то, согласно (16.2), легко определить допустимое значение ΔN .

Теперь можно сформулировать два основных требования, предъявляемых к системам озвучания:

1) Неравномерность озвучания не должна превышать заданного значения ΔN .

2) Мощность системы должна быть такова, чтобы уровень N_2 не опускался ниже некоторого заранее предписанного значения. Для удовлетворения этого требования система должна быть в состоянии обеспечить в точке минимума уровень

$$N = N_2 + n = N_1 - \Delta N. \quad (16.3)$$

При проектировании систем озвучания задание уровня N определяет неискажённую пиковую мощность системы; задание же допустимой неравномерности ΔN определяет размещение громкоговорящих устройств и выбор характеристик их направленности.

При работе системы озвучания или звукоусиления на открытом воздухе возможны помехи, обусловленные либо отражением звука (эхо) от тех или иных объектов (здания, стены и т. п.), либо же, при использовании распределённой системы, сдвигом во времени между сигналами, приходящими в данную точку от различных громкоговорителей. При сдвиге во времени $\delta t > 80—100$ миллисекунд (*мсек*) взаимные помехи имеют характер эхо. Порог восприятия этих помех зависит от двух факторов:

1) от разностей уровней δN между основным и повторным сигналами;

2) от разности δt времён их прихода к слушателю.

Понятно, что чем больше δt , т. е. чем больше запаздывание повторного сигнала (эхо или сигнал от более удалён-

ного громкоговорителя), тем больше должно быть ослабление помехи δN по отношению к основному сигналу.

Порог восприятия помех указанного типа был исследован экспериментально; результат опытов представлен на рис. 262. Сплошная кривая даёт ослабление повторного сигнала, минимально необходимое для того, чтобы этот сигнал не создавал помех слушанию речи при том или ином запаздывании δt повторного сигнала. При большем ослаблении помеха неощутима, при меньшем она будет более или менее отчётливо восприниматься. Область, лежащая вправо от пун-

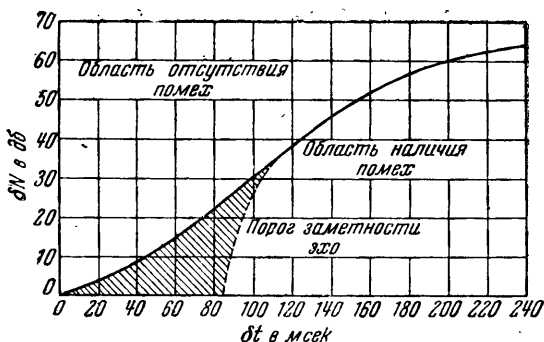


Рис. 262.

ктирной кривой, соответствует эффекту эхо; при δt , меньшем чем 80—100 мсек, эхо уже не воспринимается как таковое, однако наличие повторного сигнала в заштрихованной на графике области ощущается в форме некоторого искажения, зачастую нежелательного.

Требование отсутствия заметных помех (от эхо или от удалённых громкоговорителей) должно быть удовлетворено во всех случаях, когда такие помехи возможны; поэтому в таких случаях должен быть выполнен расчёт времени запаздывания и разности уровней для тех участков озвучиваемой площади, где можно ожидать помех. Рассчитанные значения δN и δt должны лежать над кривой рис. 262.

В применении к системам звукоусиления основным является требование устойчивости системы по отношению к акустической обратной связи: при тех усилениях, которые необ-

ходимы для обеспечения требуемого уровня на озвучиваемой площади, система не должна самовозбуждаться*). Вопросы, относящиеся к системам звукоусиления, будут подробно рассмотрены ниже (§§ 120—121).

§ 116. Условие равномерности озвучения. Нетрудно понять, что требование равномерности озвучения может быть удовлетворено только при использовании направленных громкоговорителей. Действительно, при ненаправленном источнике неравномерность озвучения есть

$$\Delta N = 20 \lg \frac{p_{\max}}{p_{\min}} = 20 \lg \frac{r_{\max}}{r_{\min}}, \quad (16.4)$$

где p_{\max} — эффективное давление в ближайшей к источнику точке, лежащей на расстоянии r_{\min} от него, p_{\min} — давление в наиболее удалённой точке, отстоящей от источника на расстоянии r_{\max} . При сколько-нибудь значительной величине

озвучиваемой площади отношение $\frac{r_{\max}}{r_{\min}}$ достаточно велико,

если только источник не находится на большой высоте над головами слушателей; соответственно велика и неравномерность озвучения. Нельзя не отметить также и того обстоятельства, что при ненаправленном источнике звука значительная часть излучаемой им мощности рассеивается бесполезно, не попадая на озвучиваемую площадь.

Наличие направленности меняет дело, если наиболее удалённая точка лежит на оси излучателя, а характеристика направленности громкоговорителя имеет надлежащую форму. Напомним предварительно, что в случае осевой симметрии поля характеристика направленности $\Phi(\theta)$ определяется соотношением (3.12b)

$$\Phi(\theta) = \frac{p_{\theta}}{p_0}, \quad (16.5)$$

где p_0 — эффективное давление на оси излучателя, а p_{θ} — давление в равноудалённой точке A (рис. 263), направление на которую образует с осью излучателя угол θ . Опре-

*) Переход системы в режим генерации автоколебаний приводит к свисту или вою громкоговорителя.

делим теперь давление p в точке B , ориентированной под тем же углом θ , но лежащей настолько ближе к излучателю, что расстояния r_A и r_B удовлетворяют условию

$$\frac{r_B}{r_A} = \Phi(\theta).$$

Это условие означает, что точка B лежит на контуре характеристики направленности, построенной в масштабе, при котором осевой вектор равен r_A (см. рис. 263). Так как звуковые давления обратно пропорциональны расстояниям, то

$$\frac{p_\theta}{p} = \frac{r_B}{r_A} = \Phi(\theta);$$

сравнивая этот результат с

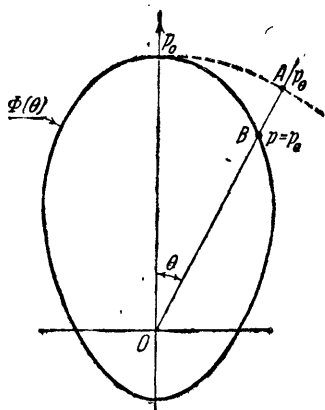


Рис. 263.

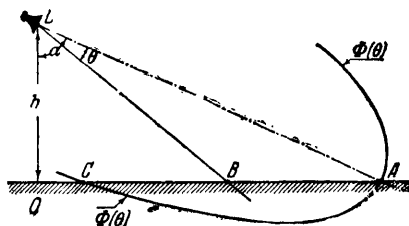


Рис. 264.

(16.5), мы убеждаемся, что $p = p_0$. Выбор точки B на контуре характеристики направленности совершенно произволен, как произволен и масштаб характеристики, поэтому можно сказать, что поверхность (или в плоском разрезе контур) характеристики направленности является поверхностью (или, соответственно, контуром) равного звукового давления.

Из рис. 264 ясно, каким образом применение направленного громкоговорителя улучшает равномерность озвучения. Наиболее удалённой от громкоговорителя L является осевая точка A (давление в этой точке обозначим через p_0); точка C лежит гораздо ближе к громкоговорителю, однако в направлении, по которому громкоговоритель излучает значи-

тельно меньшую энергию. Так как эта точка лежит, как и точка A , на контуре характеристики направленности $\Phi(\theta)$, то в точке C давление также равно p_0 . Различие расстояний LA и LC компенсируется соответствующим различием вектора направленности.

В точках, лежащих между A и C , давление всюду больше, чем p_0 ; это следует из того, что все эти точки лежат внутри контура с давлением p_0 . Действительно, давление p в произвольной точке B на отрезке AC есть

$$p = p_0 \Phi(\theta) \frac{r_A}{r_B};$$

но, как видно из построения (рис. 264), $\frac{r_B}{r_A} < \Phi(\theta)$ и, следовательно, $p > p_0$.

При заданном угле подвеса громкоговорителя α (угол между осью громкоговорителя и вертикалью) можно выразить отношение $\frac{r_A}{r_B}$ в функции от углов α и θ . Из рис. 264 видно непосредственно, что

$$r_A = \frac{h}{\cos \alpha}, \quad r_B = \frac{h}{\cos(\alpha - \theta)};$$

подставляя эти значения в предыдущую формулу, имеем:

$$p = p_0 \Phi(\theta) \frac{\cos(\alpha - \theta)}{\cos \alpha}.$$

Распределение звуковых давлений на отрезке AC даётся функцией

$$R(\theta) = \frac{p}{p_0} = \Phi(\theta) \frac{\cos(\alpha - \theta)}{\cos \alpha}. \quad (16.6)$$

Так как точки A и C являются точками минимума, то $p_0 = p_{\min}$ и неравномерность озвучания на отрезке AC определяется максимальным значением R :

$$\Delta N = 20 \lg R_{\max}. \quad (16.7)$$

Угол θ_0 , под которым лежит точка максимума, определяется корнем уравнения

$$\frac{dR}{d\theta} = 0. \quad (16.8)$$

Очевидно, что неравномерность озвучания может быть сделана малой, если характеристика направленности имеет достаточно заострённую форму и лишь незначительно «провисает» под отрезком CA .

§ 117. Расчёт неравномерности при озвучании рупорным громкоговорителем. Как показали систематические измерения Ю. М. Сухаревского, характеристики направленности экспоненциальных рупоров круглого сечения имеют форму, близкую к эллиптической. В области повышенных частот, превышающих трёх- или четырёхкратное значение критической частоты рупора, характеристика направленности удовлетворительно аппроксимируется эллипсом, вершина которого лежит в плоскости оконечного отверстия, а большая ось направлена по оси рупора (рис. 265). При такой аппроксимации предполагается, что боковое излучение рупора (перпендикулярно к его оси) и излучение назад содержат ничтожно малую часть общей излучаемой мощности.

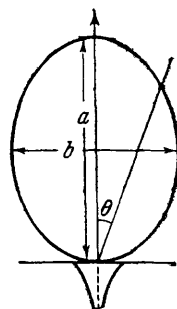


Рис. 265.

Принимая эту аппроксимацию, напомним в качестве характеристики направленности уравнение эллипса в полярных координатах (вершина эллипса в начале координат, большая ось направлена по полярной оси):

$$\Phi(\theta) = \frac{(1 - e^2) \cos \theta}{1 - e^2 \cos^2 \theta}; \quad (16.9)$$

здесь

$$e = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}$$

есть эксцентриситет аппроксимирующего эллипса (a и b — его большая и малая оси). Эксцентриситет e зависит от частоты и размеров оконечного отверстия. На рис. 266 показана зависимость отношения осей $\frac{b}{a}$ от частоты $\left(\frac{f}{f_{кр}}\right)$ при различных значениях безразмерного параметра

$$\Delta = \frac{\lambda_{кр}}{d} = \frac{4\pi}{\beta d},$$

где d —диаметр оконечного отверстия рупора, $\lambda_{кр}$ —длина звуковой волны при критической частоте, β —показатель расширения рупора. Изменения $\frac{b}{a}$ (а значит, и эксцентриситета e) с частотой, вообще говоря, довольно значительны, причём с повышением частоты направленность обостряется. Очень существенно, однако, то обстоятельство, что при $\Delta = 3$

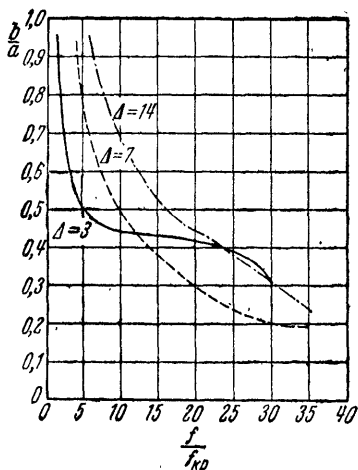


Рис. 266.

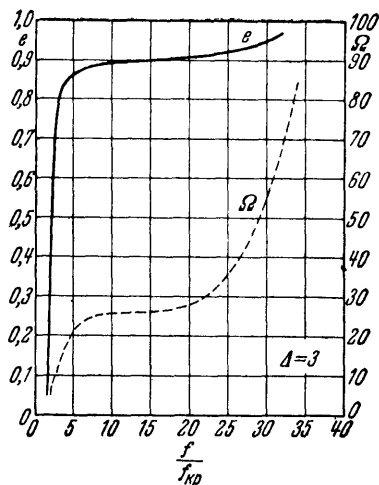


Рис. 267.

(и при значениях, близких к 3) существует довольно широкая область частот (примерно от $5f_{кр}$ до $20f_{кр}$), в пределах которой острота направленности изменяется лишь незначительно. Эти пределы характеризуют, как принято говорить, область *устойчивой направленности*. Наличие такой области очень важно для того, чтобы иметь возможность обеспечить заданную равномерность озвучения в некотором диапазоне частот, необходимых для удовлетворительного воспроизведения речи и музыки.

Частотная характеристика эксцентриситета e аппроксимирующего эллипса для экспоненциального рупора с параметром $\Delta = 3$ представлена на рис. 267 (сплошная кривая); пунктирная кривая на том же графике изображает характе-

ристику коэффициента осевой концентрации Ω . Обе кривые отчётливо обнаруживают наличие области устойчивой направленности.

Используя характеристику (16.9), имеем для распределения звукового давления на отрезке AC (рис. 264) функцию (16.6):

$$R(\theta) = \frac{(1 - e^2) \cos \theta}{1 - e^2 \cos^2 \theta} \cdot \frac{\cos(\alpha - \theta)}{\cos \alpha} = (1 - e^2) \frac{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \theta}{1 - e^2 + \operatorname{tg}^2 \theta}. \quad (16.10)$$

Уравнение (16.8), определяющее угол θ_0 направления на точку максимума,

$$\frac{d}{d\theta} \left(\frac{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \theta}{1 - e^2 + \operatorname{tg}^2 \theta} \right) = 0$$

приводится после вычисления производной и подстановки $\theta = \theta_0$ к виду

$$\operatorname{tg}^2 \theta_0 + \frac{2}{\operatorname{tg} \alpha} \operatorname{tg} \theta_0 - (1 - e^2) = 0.$$

Решение этого уравнения есть

$$\operatorname{tg} \theta_0 = -\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} [1 - \sqrt{1 + (1 - e^2) \operatorname{tg}^2 \alpha}] \quad (16.11)$$

(знак перед радикалом выбран так, чтобы получить $\operatorname{tg} \theta_0 > 0$). Подставляя это значение в (16.10), находим максимальное значение $R(\theta)$ на отрезке AC :

$$\begin{aligned} R_{\max} = R(\theta_0) &= \frac{(1 - e^2) \sqrt{1 + (1 - e^2) \operatorname{tg}^2 \alpha}}{1 - e^2 + \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha} [1 - \sqrt{1 + (1 - e^2) \operatorname{tg}^2 \alpha}]^2} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{(1 - e^2) \operatorname{tg}^2 \alpha \sqrt{1 + (1 - e^2) \operatorname{tg}^2 \alpha}}{1 + (1 - e^2) \operatorname{tg}^2 \alpha - \sqrt{1 + (1 - e^2) \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \\ &= \frac{1}{2} [1 + \sqrt{1 + (1 - e^2) \operatorname{tg}^2 \alpha}]. \end{aligned}$$

Теперь по формуле (16.7) можно определить неравномерность озвучания на отрезке AC :

$$\Delta N = 20 \lg \left\{ \frac{1}{2} [1 + \sqrt{1 + (1 - e^2) \operatorname{tg}^2 \alpha}] \right\}. \quad (16.12)$$

На рис. 268 дана зависимость неравномерности покрытия от угла подвеса α , вычисленная по формуле (16.12) для $e=0,9$ (область устойчивой направленности); на том же графике сплошная кривая изображает значения

$$\frac{h}{l} = \operatorname{ctg} \alpha,$$

где l есть отрезок OA (рис. 263), характеризующий протяжение озвучиваемой зоны. Отношение $\frac{h}{l}$ представляет очевидный практический интерес, поскольку высота h подвеса громкоговорителя ограничена строительными возмож-

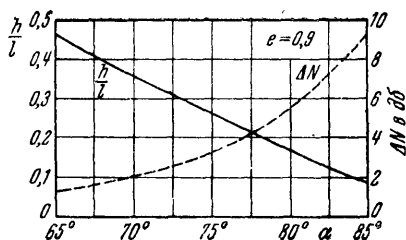


Рис. 268.

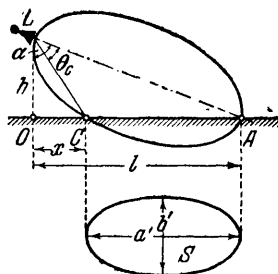


Рис. 269.

ностями. Приемлемым значениям этого отношения (порядка 0,1) отвечает неравномерность озвучивания 7—9 дБ, обычно удовлетворяющая проектировщика.

Обратимся теперь к вопросу о том, на какой площади озвучиваемой зоны гарантируется рассчитанная по формуле (16.12) неравномерность озвучивания ΔN . Если характеристика направленности $\Phi(\theta)$ на рис. 264 представляет собой продольный разрез эллипсоида вращения с осью LA , то сечение этого эллипсоида озвучиваемой плоскостью OA даёт «наземный» эллипс, на контуре которого $p = p_0 = p_{\text{мин}}$. Внутри этого эллипса звуковые давления всюду больше, чем p_0 , однако удовлетворяют условию

$$20 \lg \frac{p}{p_0} \leq \Delta N.$$

Для расчёта положения наземного эллипса и его размеров заметим предварительно, что так как точки A и C лежат на контуре равного давления p_0 , то угол θ_c , определяющий направление на точку C (рис. 269), должен удовлетворять условию

$$R(\theta_c) = R(0) = 1$$

или, используя (16.11),

$$(1 - e^2) \frac{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \theta_c}{1 - e^2 + \operatorname{tg}^2 \theta_c} = 1.$$

Отсюда следует, что

$$\operatorname{tg} \theta_c = (1 - e^2) \operatorname{tg} \alpha.$$

Координата точки C ($x = OC$, рис. 269) определяется из уравнения

$$\begin{aligned} \frac{l-x}{h} &= \frac{l}{h} - \frac{x}{h} = \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg}(\alpha - \theta_c) = \\ &= \operatorname{tg} \alpha - \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \theta_c}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \theta_c}; \end{aligned}$$

подставляя сюда найденное значение $\operatorname{tg} \theta_c$, имеем:

$$\frac{l-x}{h} = \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{(1 - e^2)(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)}{1 + (1 - e^2) \operatorname{tg}^2 \alpha} = \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{1 - e^2}{1 - e^2 \sin^2 \alpha}.$$

Отсюда определяется большая ось наземного эллипса

$$a' = l - x = h \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{1 - e^2}{1 - e^2 \sin^2 \alpha} = \frac{l(1 - e^2)}{1 - e^2 \sin^2 \alpha}. \quad (16.13)$$

Далее, так как эксцентриситет наземной проекции эллипсоида есть

$$e' = e \sin \alpha,$$

то по формуле

$$b' = a' \sqrt{1 - e'^2} = a' \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \alpha}$$

можно найти малую ось наземного эллипса:

$$b' = \frac{l(1 - e^2)}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \alpha}}. \quad (16.14)$$

Площадь наземного эллипса, на которой неравномерность звучания равна заданной величине (16,12), есть

$$S = \frac{\pi}{4} a'b' = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{l^2(1-e^2)^2}{[1-e^2 \sin^2 \alpha]^{3/2}}. \quad (16.15)$$

Эта площадь должна покрывать зону озвучения.

§ 118. Расчёт акустической мощности при озвучении рупорным громкоговорителем. Воспользуемся соотношением (3.14), выражающим акустическую мощность направленного источника звука:

$$P_a = \frac{4\pi r_A^2}{\Omega} \cdot \frac{p_0^2}{\beta_0},$$

где $\beta_0 = 41,5 \text{ г/см}^2 \cdot \text{сек}$ — акустическое сопротивление воздуха, p_0 — эффективное звуковое давление в точке минимума A (рис. 269), r_A — расстояние между точкой минимума и громкоговорителем, Ω — коэффициент осевой концентрации, определяемый формулой (3.13b). Написанная формула предполагает абсолютную систему единиц; если же выражать r_A в метрах, а P_a в ваттах, то формула принимает вид

$$P_a = 10^{-3} \frac{p_0^2}{\beta_0} \cdot \frac{4\pi r_A^2}{\Omega}. \quad (16.16a)$$

Сила звука в точке минимума

$$I_0 = \frac{p_0^2}{\beta_0},$$

должна удовлетворять условию

$$N = 10 \lg \frac{I_0}{10^{-9}},$$

где уровень силы звука N определяется формулой (16.3). Переписав предыдущую формулу в виде

$$I_0 = 10^{-9} \cdot 10^{0,1N} = 10^{0,1N-9},$$

имеем, подставляя это значение в (16.16a):

$$P_a = 10^{0,1N-12} \cdot \frac{4\pi r_A^2}{\Omega}. \quad (16.16b)$$

Из рис. 269 видно, что

$$r_A^2 = h^2 + l^2 = h^2 (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha).$$

Следовательно,

$$P_a = \frac{4\pi h^2}{\Omega} (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) 10^{0,1N-12}. \quad (16.16c)$$

Заметим, что, если характеристика направленности может быть аппроксимирована эллипсом (16.9), то для коэффициента концентрации имеем:

$$\begin{aligned} \Omega &= \frac{2}{(1-e^2)^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 \theta \sin \theta}{(1-e^2 \cos^2 \theta)^2} d\theta} = \\ &= \frac{4e^2}{(1-e^2)^2 \left[\frac{1}{1-e^2} - \frac{1}{2e} \ln \frac{1+e}{1-e} \right]}. \end{aligned} \quad (16.17)$$

Значения Ω , вычисленные по этой формуле, показаны на графике рис. 267; в области устойчивой направленности $e \cong 0,9$ и $\Omega \cong 25$.

Соображения, изложенные в этом и предыдущем параграфах, определяют порядок расчёта системы озвучания рупорным громкоговорителем. Первым этапом является определение угла подвеса по заданной неравномерности озвучания; расчёт производится по формуле, получаемой из (16.12):

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{4}{1-e^2} (10^{0,1\Delta N} - 10^{0,05\Delta N}).$$

Затем, зная протяжение l озвучиваемой площади, можно определить высоту подвеса громкоговорителя:

$$h = \frac{l}{\operatorname{tg} \alpha}.$$

Формулы (16.13), (16.14) и (16.15) определяют, далее, размеры и площадь наземного эллипса, ближайшая (к громкоговорителю) точка которого отстоит от наземной проекции излучателя на расстоянии

$$x = l \frac{e^2 (1 - \sin^2 \alpha)}{1 - e^2 \sin^2 \alpha},$$

что легко получается из (16.13). Наконец, формула (16.16с) позволяет определить необходимую акустическую мощность системы и, если известен КПД η громкоговорителя, её электрическую мощность

$$P_e = \frac{P_a}{\eta}.$$

§ 119. **Параллельная работа двух рупорных громкоговорителей.** При большой ширине озвучиваемой площади она не может быть обслужена одним громкоговорителем без нарушения условий равномерности озвучивания и достаточности минимального уровня. В таких случаях прибегают к установке нескольких (в простейшем

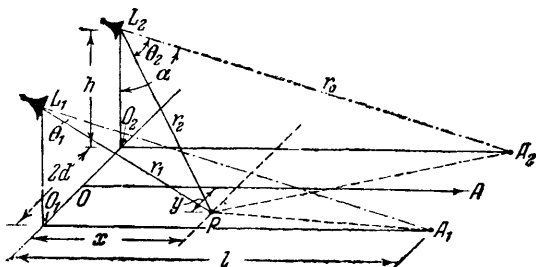


Рис. 270.

случае двух) параллельно работающих громкоговорителей. Расчёт неравномерности при совместной работе нескольких громкоговорителей усложняется; мы изложим относящиеся сюда соображения в применении к случаю двух рупорных громкоговорителей с параллельно ориентированными осями (рис. 270); рассмотрение других случаев осуществляется аналогичными приёмами.

Выберем на озвучиваемой площади произвольную точку P с координатами x, y (рис. 270); звуковые давления p_1 и p_2 , создаваемые в этой точке громкоговорителями L_1 и L_2 , можно представить в виде

$$p_1 = p_0 \Phi(\theta_1) \frac{r_0}{r_1}; \quad p_2 = p_0 \Phi(\theta_2) \frac{r_0}{r_2}$$

(p_0 — эффективное давление в точках A_1, A_2). Исследования Л. Д. Розенберга показали, что при воспроизведении речи и музыки громкоговорители, питаемые от общего источника, можно с достаточным основанием считать *некогерентными*; допускаемая при этом погрешность, вообще говоря, незначительна*); зато расчёт

*) Эта погрешность возрастает по мере того, как уменьшается разность ходов волны, приходящих в точку наблюдения от нескольких источников.

результатирующего поля очень упрощается, если не принимать во внимание интерференции, проявляющейся при малых разностях хода волн, и суммировать энергии, получаемые от каждого из громкоговорителей. Поступая таким образом, напомним для результирующего давления в точке P :

$$p^2 = p_1^2 + p_2^2.$$

При этом

$$R^2 = \left(\frac{p}{p_0}\right)^2 = \Phi^2(\theta_1) \left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2 + \Phi^2(\theta_2) \left(\frac{r_0}{r_2}\right)^2. \quad (16.18)$$

Вычисляя это выражение, заметим прежде всего, что в обозначениях, указанных на рис. 270,

$$\left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2 = \frac{r_0^2}{h^2 + x^2 + (d-y)^2}; \quad \left(\frac{r_0}{r_2}\right)^2 = \frac{r_0^2}{h^2 + x^2 + (d+y)^2}.$$

Полагая

$$\rho = \frac{r_0}{d}, \quad \frac{h}{d} = \frac{h}{r_0} \cdot \frac{r_0}{d} = \rho \cos \alpha \quad (16.19)$$

и

$$\xi = \frac{x}{d}, \quad \eta = \frac{y}{d}, \quad (16.20)$$

напишем:

$$\left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2 = \frac{\rho^2}{\rho^2 \cos^2 \alpha + \xi^2 + (1-\eta)^2}; \quad \left(\frac{r_0}{r_2}\right)^2 = \frac{\rho^2}{\rho^2 \cos^2 \alpha + \xi^2 + (1+\eta)^2}. \quad (16.21)$$

Далее, применяя обобщенную теорему Пифагора к треугольнику L_1PA_1 , имеем:

$$(l-x)^2 + (d-y)^2 = r_0^2 + r_1^2 - 2r_0r_1 \cos \theta_1.$$

Подставляя сюда ранее найденное значение r_1 , находим после элементарных вычислений:

$$\begin{aligned} \cos \theta_1 &= \frac{1}{2r_0} \frac{h^2 + r_0^2 - l^2 + 2lx}{\sqrt{h^2 + x^2 + (d-y)^2}} = \\ &= \frac{\rho}{2} \cdot \frac{1 - \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \frac{\xi}{\rho} \sin \alpha}{\sqrt{\rho^2 \cos^2 \alpha + \xi^2 + (1-\eta)^2}} = \\ &= \frac{\rho \cos^2 \alpha + \xi \sin \alpha}{\sqrt{\rho^2 \cos^2 \alpha + \xi^2 + (1-\eta)^2}}. \end{aligned} \quad (16.22a)$$

Аналогичным образом из треугольника L_2PA_2 имеем:

$$\cos \theta_2 = \frac{\rho \cos^2 \alpha + \xi \sin \alpha}{\sqrt{\rho^2 \cos^2 \alpha + \xi^2 + (1 + \eta)^2}}. \quad (16.22b)$$

Теперь, используя (16.9) и подставляя в (16.18) значения (16.21) и (16.22), находим:

$$\begin{aligned} \Phi^2(\theta_1) \left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2 &= (1 - e^2)^2 \frac{\cos^2 \theta_1}{(1 - e^2 \cos^2 \theta_1)^2} \left(\frac{r_0}{r_1}\right)^2 = \\ &= \frac{\rho^2 (1 - e^2)^2 (\rho \cos^2 \alpha + \xi \sin \alpha)^2}{[\rho^2 \cos^2 \alpha + \xi^2 + (1 - \eta)^2]^2 \left[1 - e^2 \frac{(\rho \cos^2 \alpha + \xi \sin \alpha)^2}{\rho^2 \cos^2 \alpha + \xi^2 + (1 - \eta)^2}\right]^2} = \\ &= \frac{\rho^2 (1 - e^2) (\rho \cos^2 \alpha + \xi \sin \alpha)^2}{[\rho^2 \cos^2 \alpha + \xi^2 + (1 - \eta)^2 - e^2 (\rho \cos^2 \alpha + \xi \sin \alpha)^2]^2}; \end{aligned} \quad (16.23a)$$

$$\begin{aligned} \Phi^2(\theta_2) \left(\frac{r_0}{r_2}\right)^2 &= \\ &= \frac{\rho^2 (1 - e^2) (\rho \cos^2 \alpha + \xi \sin \alpha)^2}{[\rho^2 \cos^2 \alpha + \xi^2 + (1 + \eta)^2 - e^2 (\rho \cos^2 \alpha + \xi \sin \alpha)^2]^2}; \end{aligned} \quad (16.23b)$$

$$R^2(\xi, \eta) = \rho^2 (1 - e^2)^2 f_1^2 \left\{ \frac{1}{[f_2^2 + (1 - \eta)^2]^2} + \frac{1}{[f_2^2 + (1 + \eta)^2]^2} \right\}, \quad (16.24)$$

где для сокращения письма положено:

$$\begin{aligned} f_1(\xi) &= \rho \cos^2 \alpha + \xi \sin \alpha, \\ f_2^2(\xi) &= \rho^2 \cos^2 \alpha + \xi^2 - e^2 (\rho \cos^2 \alpha + \xi \sin \alpha)^2. \end{aligned}$$

Для определения неравномерности озвучания следует найти максимальное значение R^2 на озвучиваемой площади; к сожалению, аналитическое решение этой задачи приводит к системе уравнений (16.25) высокого порядка и не может быть доведено до конца. Мы увидим, однако, что некоторые важные выводы могут быть получены и без общего решения системы уравнений

$$\frac{\partial}{\partial \xi} R^2 = 0; \quad \frac{\partial}{\partial \eta} R^2 = 0. \quad (16.25)$$

Заметим прежде всего, что основной интерес представляет распределение уровней в направлениях, параллельных линии расположения громкоговорителей O_1O_2 ; что же касается направления OA , то из чисто физических соображений ясно, что как ближайшая к громкоговорителям, так и наиболее удалённая области являются зонами минимума, а максимальные уровни должны наблюдаться на линии, соединяющей точки максимумов двух наземных

эллипсов. При работе каждого из двух громкоговорителей в отдельности эти точки находятся (считая от проекций O_1 и O_2) на расстояниях

$$x_m = h \operatorname{tg}(\alpha - \theta_0), \quad (16.26)$$

где θ_0 — угол между осью громкоговорителей и направлением на точку максимума; угол θ_0 определяется формулой (16.11).

Исследуя распределение звуковой энергии в направлении оси y , заметим, что

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left\{ \frac{1}{[f_2^2 + (1 \mp \eta)^2]^2} \right\} = \pm \frac{4(1 \mp \eta)}{[f_2^2 + (1 \mp \eta)^2]^3};$$

поэтому

$$\frac{\partial}{\partial \eta} R^2 = 4\rho^2 (1 - e^2)^2 f_1^2 \left\{ \frac{1 - \eta}{[f_2^2 + (1 - \eta)^2]^3} - \frac{1 + \eta}{[f_2^2 + (1 + \eta)^2]^3} \right\}.$$

Непосредственно очевидно, что уравнение

$$\frac{\partial}{\partial \eta} R^2 = 0$$

имеет среди прочих корней корни $\eta = \pm \infty$ и $\eta = 0$. Корни $\pm \infty$ соответствуют минимальным значениям R^2 ; что же касается корня $\eta = 0$, то для выяснения вида экстремума нужно определить знак производной

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial \eta^2} R^2 \right]_{\eta=0}.$$

Замечая, что

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left\{ \pm \frac{1 \mp \eta}{[f_2^2 + (1 \mp \eta)^2]^3} \right\} = \pm \frac{6(1 \mp \eta)^2}{[f_2^2 + (1 \mp \eta)^2]^4} \mp \frac{1}{[f_2^2 + (1 \mp \eta)^2]^3},$$

напишем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} R^2 = 4\rho^2 (1 - e^2)^2 f_1^2 & \left\{ \frac{6(1 - \eta)^2}{[f_2^2 + (1 - \eta)^2]^4} - \frac{1}{[f_2^2 + (1 - \eta)^2]^3} + \right. \\ & \left. + \frac{6(1 + \eta)^2}{[f_2^2 + (1 + \eta)^2]^4} - \frac{1}{[f_2^2 + (1 + \eta)^2]^3} \right\} \end{aligned}$$

и

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial \eta^2} R^2 \right]_{\eta=0} = 4\rho^2 (1 - e^2)^2 f_1^2 \left[\frac{12}{(1 + f_2^2)^4} - \frac{2}{(1 + f_2^2)^3} \right].$$

Эта величина проходит через нуль при $f_2^2 = 5$; так как при $f_2^2 \ll 1$ рассматриваемая величина, очевидно, положительна, то можно утверждать, что при $f_2^2 < 5$ корень $\eta = 0$ соответствует минимальным значениям R^2 , тогда как при $f_2^2 > 5$ на линии OA наблюдаются максимальные уровни.

Так как при углах подвеса $\alpha = 80 - 85^\circ$

$$\sin \alpha \cong 1, \quad \cos^2 \alpha \ll 1,$$

то условие $f_2^2 = 5$ приводится к приближённой форме

$$(1 - e^2) \xi^2 \cong 5,$$

откуда

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \sqrt{\frac{5}{1 - e^2}}, \\ x &= d \sqrt{\frac{5}{1 - e^2}}. \end{aligned} \right\} \quad (16.27)$$

Обратим ещё внимание на то обстоятельство, что при $f_2^2 = 5$

$$\left[\frac{\partial}{\partial \eta} R^2 \right]_{\eta=0} = \left[\frac{\partial^2}{\partial \eta^2} R^2 \right]_{\eta=0} = 0,$$

откуда следует, что при этом R^2 сохраняет на некотором отрезке прямой, параллельной оси y , постоянную величину, не имея экстре-

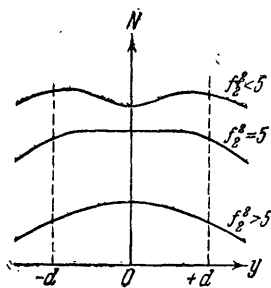


Рис. 271.

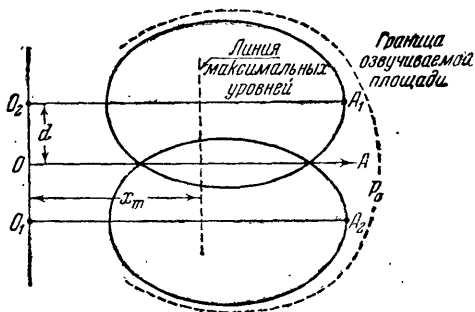


Рис. 272.

муму на линии OA . Наконец, существенно ещё и то, что на проекциях осей громкоговорителей (O_1A_1 и O_2A_2), где $\eta = \pm 1$,

$$\left[\frac{\partial}{\partial \eta} R^2 \right]_{\eta = \pm 1} < 0$$

и, значит, R^2 убывает с увеличением $|\eta|$ при любом значении ξ ; таким образом, если на линии OA имеет место минимум, то два симметричных максимума должны лежать в интервалах

$$0 < |\eta| < 1.$$

Изложенные соображения позволяют представить распределение уровня на различных расстояниях от линии O_1O_2 в том виде, как это показано на рис. 271. Если, как это почти всегда бывает

на практике, расстояние x_m до точек максимума лежит в области $f_3^2 < 5$, то для определения неравномерности озвучания достаточно найти, вычисляя по формуле (16.24), максимальное значение R^2 в интервале $0 < \eta \leq 1$ при $\xi = \frac{x_m}{d}$; при этом

$$\Delta N = 10 \lg \left[R_{\text{макс}}^2(\eta) \right]_{\xi = \frac{x_m}{d}} \quad (16.28)$$

Мы предполагаем здесь, что минимальное звуковое давление равно p_0 ; так как при совместной работе обоих громкоговорителей эффективное давление на контурах обоих наземных эллипсов больше чем p_0 , то формула (16.28) даёт оценку неравномерности озвучания на площади, несколько выходящей за пределы эллипсов, как это схематически показано на рис. 272.

Расчёт необходимой акустической мощности ведётся так же, как и в случае одного громкоговорителя; каждый из громкоговорителей в отдельности должен быть в состоянии обеспечить заданный уровень N в точке пересечения его оси с озвучиваемой площадью (A_1, A_2).

§ 120. Система звукоусиления на открытом воздухе.

Простейшим случаем акустической обратной связи является система звукоусиления в свободном пространстве, т. е. на открытом воздухе. Скелетная схема такой системы представлена на рис. 273. Здесь M — микрофон, L — громкоговоритель, связанный с микрофоном через усилитель A с регулируемым коэффициентом усиления; обратная связь осуществляется через воздушный промежуток r .

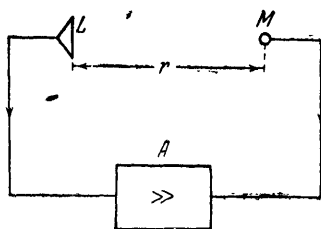


Рис. 273.

Пусть p_0 есть эффективное звуковое давление, создаваемое перед микрофоном первичным источником звука (например, оратором), p — давление перед микрофоном, создаваемое громкоговорителем*); коэффициент акустической обратной связи β в условиях стабильной работы линейной системы (без генерации автоколебаний) определяется уравнением

$$p = \beta (p_0 + p). \quad (16.29)$$

*) В целях упрощения мы пренебрегаем отражением звука от поверхности земли и от каких-либо иных поверхностей,

Смысл этого уравнения заключается в том, что давление p , создаваемое громкоговорителем, пропорционально результирующему давлению $p_0 + p$, действующему на микрофон.

В общем случае коэффициент обратной связи является комплексной величиной

$$\beta = \beta_0 (\cos \varphi + j \sin \varphi); \quad (16.30)$$

фаза обратной связи φ может быть представлена в виде

$$\varphi = \varphi'(\lambda) + 2\pi \frac{r}{\lambda}, \quad (16.31)$$

где $\varphi'(\lambda)$ — поворот фазы электроакустическим трактом (вообще говоря, зависящий от частоты), r — расстояние между громкоговорителем и микрофоном, λ — длина звуковой волны.

Очень существенную роль играет тот факт, что в более или менее широком диапазоне частот, необходимом для удовлетворительной звукопередачи, всегда найдётся целый ряд частот, при которых

$$\varphi'(\lambda) + 2\pi \frac{r}{\lambda} = 2n\pi$$

(n — произвольное целое число или нуль) и обратная связь имеет положительный знак; при этом основной и регенерированный сигналы совпадают по фазе, что должно привести к нарастанию амплитуды колебательного процесса, т. е. к переходу системы в режим генерации автоколебаний, если коэффициент обратной связи $|\beta| = \beta_0 \geq 1$. Поэтому условие устойчивости системы с акустической обратной связью можно написать в виде

$$\beta_0 = \left| \frac{p}{p_0 + p} \right| < 1. \quad (16.32)$$

Используя уравнение (16.29), можно представить связь между основным $|p_0|$ и регенерированным $|p|$ сигналами в форме

$$|p| = |p_0| \cdot \left| \frac{\beta}{1 - \beta} \right| = |p_0| \frac{\beta_0}{\sqrt{1 - 2\beta_0 \cos \varphi + \beta_0^2}}. \quad (16.33)$$

При частотах, для которых $\varphi = 2n\pi$,

$$|p| = |p_0| \frac{\beta_0}{1 - \beta_0} \quad (16.34a)$$

(максимально положительная обратная связь); при $\varphi = (2n + 1)\pi$

$$|p| = |p_0| \frac{\beta_0}{1 + \beta_0} \quad (16.34b)$$

(максимально отрицательная обратная связь). Из сказанного ясно, что частотная зависимость фазы обратной связи существенным образом влияет на частотную характеристику

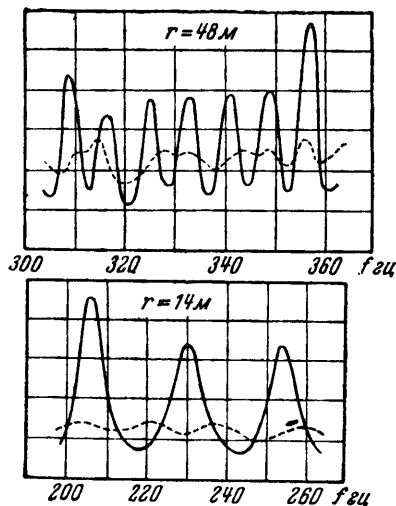


Рис. 274.

звукоусилительной системы, давая пики на частотах с максимально положительной связью и провалы на частотах с максимально отрицательной связью. В качестве иллюстрации на рис. 274 изображены измеренные частотные характеристики систем при различных расстояниях между громкоговорителем и микрофоном; пунктирные кривые представляют характеристики самих трактов (без обратной связи), сплошные кривые показывают, насколько возрастают частотные искажения за счёт акустической обратной связи (масштаб оси ординат — линейный, β_0 — порядка 0,5).

В практике эксплуатации систем звукоусиления существенное значение имеет ещё и ход нестационарных

процессов. Рассмотрим процесс, происходящий в системе при выключении первичного источника звука. В стационарном режиме (перед выключением основного сигнала) на микрофон действует давление $p_0 + p$; в момент времени $t=0$ основной сигнал (p_0) выключается и давление возле микрофона скачком уменьшается до значения p . В промежутке времени $0 < t < \tau$ (где $\tau = \frac{r}{c_0}$ есть время пробега волны от громкоговорителя до микрофона) на микрофон продолжает действовать давление p ; однако громкоговоритель посылает теперь сигнал уменьшенной амплитуды, так как при $t=0$ давление возле микрофона уменьшилось с $p_0 + p$

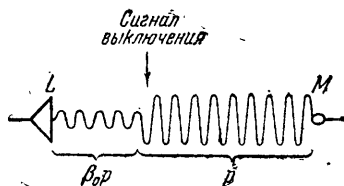


Рис. 275.

до p . На схеме рис. 275 это иллюстрируется (для случая плоской волны) уменьшением эффективного давления в волне, излучаемой после выключения первичного источника; на основании уравнения (16.29) уменьшенное давление равно $\beta_0 p$. В момент времени $t = \tau$ сигнал выключения дойдёт до микрофона и действующее на него давление скачком уменьшится до значения $\beta_0 p$. К моменту времени 2τ давление возле микрофона снизится до значения $\beta_0^2 p$, к моменту 3τ — до значения $\beta_0^3 p$ и т. д. Давление p_t возле микрофона в момент времени $t = n\tau$ (n — целое число) будет:

$$p_t = p \beta_0^n = p \beta_0^{\frac{t}{\tau}} = p \beta_0^{\frac{c_0 t}{r}}.$$

Заменяя показательную функцию на экспоненциальную, имеем:

$$p_t = p \exp\left(\frac{c_0}{r} t \ln \beta_0\right). \quad (16.35)$$

Процесс постепенного уменьшения давления возле микрофона, обусловленный наличием регенерированных сигналов,

аналогичен процессу реверберации; поэтому рассмотренное явление носит название *регенеративной реверберации*. Количественно оно может быть характеризовано временем уменьшения уровня давления на 60 дб. Так как изменению уровня на 60 дб соответствует уменьшение давления до 10^{-3} начального значения, то время регенеративной реверберации T_r может быть найдено из уравнения

$$10^{-3} = \exp\left(\frac{c_0}{r} T_r \ln \beta_0\right),$$

причём

$$T_r = -\frac{3 \cdot \ln 10 \cdot r}{c_0 \ln \beta_0} = -\frac{6,9r}{c_0 \ln \beta_0} \quad (16.36)$$

(конечно, T_r положительно, так как $\ln \beta_0 < 0$).

Практически регенеративная реверберация воспринимается совсем не так, как обычная реверберация в закрытых помещениях. Дело в том, что частотная характеристика β_0 всегда имеет более или менее острые пики, на которых регенеративная реверберация особенно заметна; поэтому она проявляется как тональное позванивание, мешающее нормальной работе звукоусилительной системы.

Наличие частотных искажений, обусловленных акустической обратной связью, и особенно помехи, связанные с явлением регенеративной реверберации, ограничивают предельно допустимую глубину обратной связи значениями β_0 , не слишком близкими к единице. Таким образом предельное усиление звука определяется практически не столько условием устойчивости, сколько более строгим требованием неискажённой и достаточно свободной от помех звукопередачи.

§ 121. Система звукоусиления в закрытом помещении. При работе системы звукоусиления в реверберирующем помещении существенную роль играет то обстоятельство, что регенерированный сигнал действует на микрофон не только непосредственно со стороны громкоговорителя, но и в результате отражений, излучаемых громкоговорителем волн от поверхностей, ограничивающих объём аудитории. Таким образом система звукоусиления является в этом случае системой с многократными, постепенно запаздывающими обратными связями. Это обстоятельство оказывается, оче-

видно, отягощающим: результирующая обратная связь получается более глубокой, вследствие чего возрастает опасность самовозбуждения системы, а вносимые ею помехи становятся более значительными.

Анализируя работу системы звукоусиления в реверберирующем помещении, мы будем считать, что звуковое поле в аудитории в достаточной степени удовлетворяет условию эргодичности; другими словами, мы будем предполагать, что отражённые волны приходят к микрофону со всевозможными фазами, причём энергии всех этих волн складываются аддитивно. При этом для эффективного давления p' , действующего на микрофон, можно написать

$$p' = \sqrt{p_0^2 + p^2},$$

где p_0 — эффективное давление, создаваемое возле микрофона первичным источником, p — эффективное давление, получающееся как от прямой волны, посылаемой громкоговорителем, так и от многократных отражений, претерпеваемых этой волной в помещении. В условиях эргодичного поля

$$\begin{aligned} p^2 &= [p_d^2 + p_d^2(1-\alpha) + p_d^2(1-\alpha)^2 + \dots] = \\ &= p_d^2 \sum_{i=1}^{\infty} (1-\alpha)^{i-1} = \frac{p_d^2}{\alpha}, \end{aligned} \quad (16.37)$$

где p_d — эффективное давление в прямой волне, α — средний коэффициент поглощения в аудитории. Уравнение обратной связи напишем в виде

$$p_d^2 = \beta_0^2 (p_0^2 + p^2) \quad (16.38a)$$

или, с учётом (16.37),

$$p^2 = \frac{\beta_0^2}{\alpha} (p_0^2 + p^2). \quad (16.38b)$$

Решая относительно p , находим связь между основным и регенерированным сигналами:

$$p = p_0 \frac{\beta_0}{\sqrt{\alpha - \beta_0^2}}. \quad (16.39)$$

Отметим попутно, что уравнение (16.38b) можно переписать в виде

$$p = \beta_1 \sqrt{p_0^2 + p^2},$$

где

$$\beta_1 = \frac{\beta_0}{\sqrt{\alpha}}. \quad (16.40)$$

Отсюда видно, что многократное отражение регенерированного сигнала эквивалентно увеличению коэффициента обратной связи в $\frac{1}{\sqrt{\alpha}}$ раз ($\alpha < 1$). Таким образом система, стабильно работающая на открытом воздухе, может потерять устойчивость в закрытом помещении и перейти в режим генерации. Условие устойчивости системы звукоусиления в закрытом помещении есть

$$\beta_1 < 1 \quad (16.41a)$$

или

$$\beta_0 < \sqrt{\alpha}. \quad (16.41b)$$

Следует, однако, помнить, что условие (16.41) было бы строго справедливым только в идеальном случае полной эргодичности поля; в реальных условиях звуковое поле только приближается в той или иной мере к этому идеальному случаю, так что фактически система может потерять устойчивость и при $\beta_0 < \sqrt{\alpha}$. Поэтому условие (16.41) должно быть удовлетворяемо с некоторым «запасом».

Обращаясь к исследованию процесса отзвука при работе системы звукоусиления в закрытом помещении, будем рассуждать следующим образом. В момент времени $t=0$ основной сигнал (p_0) выключается и на микрофон действует давление p . Через промежуток

$$\tau = \frac{4V}{c_0 S}, \quad (16.42)$$

равный среднему времени свободного пробега звуковой волны (V —объем аудитории, S —ограничивающая поверхность), часть наличной энергии поглощается. Если бы обратной связи не было, то остающаяся в помещении энергия была бы пропорциональна $p^2 - \alpha p^2$; но регенерация сигнала

громкоговорителем добавляет звуковую энергию, пропорциональную $\beta_0^2 p^2$. Поэтому к моменту времени $t = \tau$ действующее на микрофон звуковое давление p_τ определяется уравнением

$$p_\tau^2 = p^2 - \alpha p^2 + \beta_0^2 p^2 = p^2 (1 - \alpha + \beta_0^2).$$

К моменту $t = 2\tau$ действующее на микрофон давление будет определяться уравнением

$$p_{2\tau}^2 = p^2 (1 - \alpha + \beta_0^2) - \alpha p^2 (1 - \alpha + \beta_0^2) + \beta_0^2 p^2 (1 - \alpha + \beta_0^2) = p^2 (1 - \alpha + \beta_0^2)^2.$$

Продолжая таким же образом дальше, находим для момента времени $t = n\tau$ (n — произвольное целое число);

$$p_{t^2} = p^2 (1 - \alpha + \beta_0^2)^n = p^2 (1 - \alpha + \beta_0^2)^{\frac{t}{\tau}}.$$

Подставляя сюда значение τ из (16.42), имеем

$$p_t = p (1 - \alpha + \beta_0^2)^{\frac{c_0 S}{8V} t},$$

или, переходя к экспоненциальной функции,

$$p_t = p \exp \left[\frac{c_0 S}{8V} t \ln (1 - \alpha + \beta_0^2) \right]. \quad (16.43)$$

Этот результат позволяет определить время реверберации с учётом эффекта, обусловленного регенерацией сигнала. Так как уменьшению уровня на 60 дБ соответствует уменьшение давления до 10^{-3} начального значения, то из условия

$$10^{-3} = \exp \left[\frac{c_0 S}{8V} T_r \ln (1 - \alpha + \beta_0^2) \right]$$

получается время регенеративной реверберации:

$$T_r = - \frac{8V \cdot 3 \ln 10}{c_0 S \ln (1 - \alpha + \beta_0^2)}.$$

Подставляя $c_0 = 340$ м/сек и вычисля постоянную $\frac{1}{c_0} \cdot 24 \ln 10$, имеем:

$$T_r = - \frac{0,161V}{S \ln (1 - \alpha + \beta_0^2)} = - \frac{0,161V}{S \ln [1 - \alpha (1 - \beta_0^2)]}. \quad (16.44)$$

В отсутствии обратной связи ($\beta_0 = \beta_1 = 0$) это выражение переходит в обычную формулу Эйринга (§ 92):

$$T = - \frac{0,161 V}{S \ln(1 - \alpha)}. \quad (16.45)$$

Как показывает опыт, помехи, вносимые обратной связью (тональное позванивание), определяются величиной отношения

$$\frac{T_r}{T} = \frac{\ln(1 - \alpha)}{\ln[1 - \alpha(1 - \beta_1^2)]}, \quad (16.46)$$

зависимость которого от α при различных значениях β_1

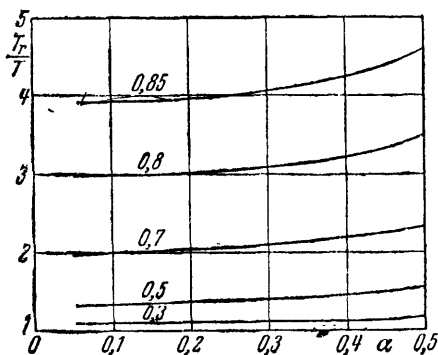


Рис. 276.

представлена графически на рис. 276. Критическая величина отношения $\frac{T_r}{T}$, при которой помехи становятся ощутимыми, зависит от частоты самовозбуждения и от характера звучания: по данным Ю. М. Сухаревского критическая величина варьирует от $\frac{T_r}{T} = 1,7$ до $\frac{T_r}{T} = 4,5$ (для женского голоса наблюдаются меньшие значения, чем для мужского).

§ 122. Использование направленных излучателей и приёмников в системах звукоусиления. Изложенные в §§ 120 и 121 соображения показывают, что для нормальной работы систем звукоусиления коэффициент обратной связи должен иметь небольшую величину (едва ли больше, чем 0,5—0,6). Само собой понятно, что уменьшать коэффи-

циент обратной связи за счёт снижения коэффициента усиления тракта нельзя, так как при этом звукоусиление может оказаться недостаточным. Практически наиболее распространённым приёмом снижения β является применение направленных громкоговорителей и микрофонов, ориентированных таким образом, чтобы обратное воздействие громкоговорителя на микрофон было минимальным.

Один из способов расположения направленной аппаратуры показан на рис. 277. Микрофон двухстороннего приёма с характеристикой направленности в форме восьмёрки ориентируется так, чтобы излучающее отверстие рупора громко-

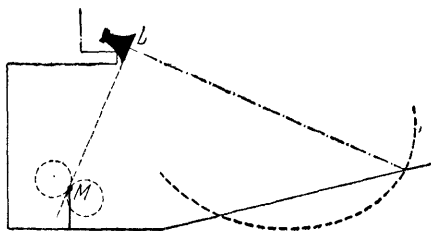


Рис. 277.

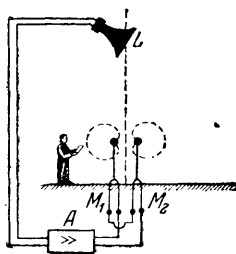


Рис. 278.

говорителя лежало в плоскости нулевой чувствительности. Наряду с этим правильно спроектированный рупор излучает в направлении на микрофон очень незначительную энергию. При этом обратная связь по кратчайшему расстоянию от громкоговорителя до микрофона (связь через прямую волну) ничтожно мала, и основную роль играют падающие на микрофон отражённые волны. Так как основная часть излучаемой громкоговорителем мощности направляется на слушателей, обладающих при плотном размещении высокой поглощающей способностью, тогда как на хорошо отражающие поверхности падают лишь волны меньшей амплитуды, то первые отражения имеют незначительную интенсивность, этим достигается дальнейшее уменьшение глубины обратной связи без снижения уровня звука на площади мест слушателей.

Другой способ уменьшения акустической обратной связи иллюстрируется схемой рис. 278. Два микрофона одно-

роннего приёма, ориентированные своими осями в противоположные стороны, располагаются под громкоговорителем симметрично по отношению к излучающему отверстию рупора. Таким образом громкоговоритель совершенно одинаково возбуждает оба микрофона. Микрофоны включаются на вход усилителя «навстречу» друг другу, так что развиваемые ими напряжения взаимно компенсируются, если только источник звука расположен в плоскости симметрии микрофонной системы. Именно в таком положении и оказывается громкоговоритель; поэтому регенерированный сигнал исключается за счёт компенсации. Основной же сигнал не может быть компенсирован, поскольку он действует только на один из микрофонов; второй обращён к первичному источнику направлением нулевой чувствительности.

Конечно, возможны и иные варианты использования направленной электроакустической аппаратуры; описанные выше способы являются только типичными примерами.

ЛИТЕРАТУРА

Для более углублённого изучения отдельных вопросов физической и технической акустики следует обращаться к специальным руководствам и монографиям. Не претендуя на полноту, приводим ниже перечень книг, дающих наиболее полное и систематическое изложение некоторых разделов теоретической и прикладной акустики.

А. А. Харкевич. Теория электроакустических аппаратов. Связьиздат, М. 1940. (Теория механических и акустических систем в применении к стационарным и нестационарным процессам.)

Д. И. Блохинцев. Акустика неоднородной движущейся среды. Гостехиздат, М.—Л. 1946. (Монография, содержащая сводку оригинальных исследований автора по целому ряду новых проблем физической акустики.)

Дж. В. Стрэтт (лорд Рэлей). Теория звука. Том 1, М.—Л. 1940; том 2, М.—Л. 1944. (Классическое сочинение, до сих пор сохраняющее свой интерес для специалистов, работающих в области акустики.)

Н. С. Кошляков, А. В. Светлов, В. Г. Строганов. Введение в теорию малых колебаний, имеющих приложение в акустике. ОНТИ, Л.—М. 1937.

А. А. Андронов и С. Э. Хайкин. Теория колебаний, часть 1, ОНТИ, М.—Л. 1937. (Единственное в мировой литературе руководство по теории нелинейных колебаний.)

А. А. Харкевич. Примеры технических расчётов в области акустики. Изд. ВЭТА, Л. 1938.

А. А. Харкевич. Теория преобразователей. Госэнергоиздат, М. 1948. (Монография, посвящённая общим методам теории преобразователей, главным образом электромеханических; книга содержит очень подробное изложение теории пьезоэлектрических аппаратов.)

И. Е. Горон. Радиовещание. Связьиздат, М. 1944.

С. Н. Р ж е в к и н. Слух и речь в свете современных физических исследований. ОНТИ, М.—Л. 1936. (Капитальная монография по вопросам физиологической акустики.)

В. О. К н у д с е н. Архитектурная акустика. Госиздат Украины, Харьков — Киев, 1936.

А. В. Р а б и н о в и ч и Ю. М. С у х а р е в с к и й. Радиовещательные студии и микрофоны. Связьиздат, М. 1938. (Руководство по проектированию студий.)

И. Г. Д р е й з е н. Курс электроакустики, часть 2, Связьиздат, М. 1940. (Теория систем озвучания и звукоусиления.)

Ф. М о р з и Р. Б о л т. Звуковые волны в закрытых помещениях. Журнал «Успехи физических наук», №№ 2—4, 1947. (Обзор работ, посвящённых волновой теории акустических процессов в закрытых помещениях.)

ОГИЗ
при Совете Министров СССР
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ТЕХНИКО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
«ГОСТЕХИЗДАТ»

Москва, Орликов пер., 3

ИМЕЮТСЯ В ПРОДАЖЕ

- Выгодский М. Я.** Краткий учебник высшей математики. Стр. 480. Цена 11 р. 50 к.
- Волькенштейн Ф. Ф.** Электропроводность полупроводников. Стр. 352. Цена 14 р. 25 к.
- Герлих П.** Фотоэлементы, их изготовление и свойства. Стр. 256. Цена 9 р.
- Карман Т. и Био М.** Математические методы в инженерном деле. Стр. 424. Цена 23 р.

ПЕЧАТАЮТСЯ

- Выгодский М. Я.** Справочник по элементарной математике.
- Свентицкий Н. С.** Стилоскоп и его применения.
- Хинчин А. Я.** Восемь лекций по математическому анализу.

Книги продаются в книжных магазинах КОГИЗа и других книготорговых организаций, а также высылаются наложенным платежом без задатка.

Заказы шлите по адресу:

Москва, Центр, Куйбышевский проезд, № 8, МОГИЗ.

«КНИГА — ПОЧТОЙ»