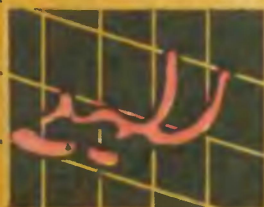


Б. Н. ГЕРШМАН

ДИНАМИКА
ИОНОСФЕРНОЙ
ПЛАЗМЫ



Б. Н. ГЕРШМАН

ДИНАМИКА ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЫ



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
Москва 1974

Динамика ионосферной плазмы, Гершман Б. Н., Монография. Изд-во «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, 1974.

Книга посвящена теории динамических процессов в слабоионизированной ионосферной плазме. Основное внимание уделено областям E и F , играющим большую роль при ионосферном распространении радиоволн.

Для различных высот рассмотрено влияние движения нейтральных частиц на перемещения или перераспределения ионизированной компоненты. Освещены вопросы магнитной гидродинамики ионосферного газа. Проанализированы механизмы возникновения неоднородностей электронной концентрации и спорадических слоев. Затронуты проблемы возбуждения в условиях ионосферы токов и электростатических полей. Большое внимание уделено теории диффузии ионосферных неоднородностей.

Рис. 21, библи. 292 назв.

Борис Николаевич Гершман

ДИНАМИКА ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЫ

М., 1974 г., 256 стр. с илл.

Редактор *Н. А. Райская*

Техн. редактор *Л. В. Лихачева*

Корректор *Е. Я. Строева*

Сдано в набор 20/V-1974 г. Подписано к печати 2/IX 1974 г.

Бумага $84 \times 108^{1/32}$ Физ. печ. л. 8.

Условн. печ. л. 13,44. Уч.-изд. л. 14,29. Тираж 3000 экз.

Т-14594. Цена книги 1 р. 22 к. Заказ № 711

Издательство «Наука»

Главная редакция физико-математической литературы

117071, Москва, В-71, Ленинский проспект, 15

2-я типография издательства «Наука». Москва, Шубинский пер., 10

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|---|------------|
| Предисловие | 5 |
| Г л а в а I. Методы описания процессов в слабоионизированной магнитоактивной плазме | 9 |
| § 1. Краткая характеристика параметров ионосферной плазмы | 9 |
| § 2. Метод кинетического уравнения | 12 |
| § 3. Переход к квазигидродинамическим уравнениям | 18 |
| § 4. Квазигидродинамические уравнения для слабоионизированной плазмы | 29 |
| § 5. Некоторые следствия квазигидродинамических уравнений | 47 |
| Г л а в а II. Движение плазменных неоднородностей и их диффузия | 56 |
| § 6. О движении плазмы и плазменных неоднородностей под действием внешних полей или вследствие увлечения заряженных частиц нейтральными | 56 |
| § 7. Диффузия слабых неоднородностей в амбиполярном приближении | 71 |
| § 8. О диффузии сильных неоднородностей | 82 |
| Г л а в а III. Вопросы магнитной гидродинамики ионосферного газа | 91 |
| § 9. Ионосферные ветры. Роль вязкого и индукционного торможения | 91 |
| § 10. Волны в верхней атмосфере | 102 |
| § 11. Замечания о приливных колебаниях атмосферы | 121 |
| § 12. Краткие сведения об ионосферной турбулентности | 130 |
| Г л а в а IV. Спорадический слой E | 139 |
| § 13. Характеристики спорадического слоя на умеренных широтах. Особенности полярных и экваториальных слоев | 139 |
| § 14. Теория ветрового сдвига | 141 |
| § 15. Некоторые вопросы динамики слоя E_s в рамках теории ветрового сдвига | 152 |
| § 16. О формировании слоя E_s при наличии турбулентности | 158 |

| | |
|--|-----|
| Г л а в а V. Токовые системы и электростатические поля в ионосфере | 163 |
| § 17. Токи в неоднородной ионосфере и динамо-теория | 163 |
| § 18. Электростатические поля в ионосфере и их возбуждение при наличии ветров | 176 |
| Г л а в а VI. Движения ионосферных неоднородностей и механизмы их образования | 195 |
| § 19. Основные характеристики движений ионосферных неоднородностей и их параметров | 195 |
| § 20. О природе мелкомасштабных неоднородностей в зоне экваториальной токовой струи и в авроральной зоне | 206 |
| § 21. О крупномасштабных неоднородностях электронной концентрации, возникающих при распространении внутренних волн | 218 |
| § 22. О возможных типах плазменной неустойчивости в области F , обуславливающей появление неоднородностей | 226 |
| Приложение | 245 |
| Литература | 248 |

ПРЕДИСЛОВИЕ

В последние годы сильно возрос объем исследований ионосферы. Наряду с изучением регулярной структуры большое внимание уделяется неравновесным процессам, приводящим к аномалиям в распределении ионизации, появлению движущихся неоднородностей электронной концентрации. Большую значимость приобрели вопросы электродинамики ионосферной плазмы.

По мере накопления экспериментального материала интенсифицировались и теоретические исследования. Особенно это заметно для периода, начинающегося примерно с 1960 г. В этот период выполнено большое число работ по теории нестационарных и нерегулярных ионосферных явлений, что в немалой степени связано с успехами в развитии физики плазмы.

В указанный период удалось в основных чертах выявить причины появления спорадического слоя E_s на умеренных широтах, установить механизм генераций мелкомасштабных неоднородностей электронной концентрации в приэкваториальной зоне. Были достигнуты определенные успехи в интерпретации явлений, сопровождающих появление некоторых типов крупномасштабных нерегулярностей в области F . Этот перечень достижений в развитии теории можно было бы продолжить.

В то же время следует подчеркнуть, что в ряде направлений достижения пока еще не очень значительны. Это, в частности, относится и к общей картине возникновения неоднородностей в области F (особенно мелко-

масштабных). Предстоит еще значительная работа по развитию теории возбуждения и просачивания электрических полей, которые в настоящее время рассматриваются в качестве одного из основных факторов, обеспечивающих существование дрейфов неоднородностей на высотах более 150 км. Однако и в указанных направлениях намечаются пути развития или уточнения теории.

Несмотря на заметные успехи в интерпретации ряда нерегулярных ионосферных явлений, с изложением теоретических результатов (особенно полученных в последние несколько лет) можно познакомиться только по статьям и обзорам. Что касается последних, то они имеются далеко не по всем существенным направлениям.

В соответствии со сказанным выше в предлагаемой книге будут освещены в основном вопросы теории динамических процессов в слабоионизированной плазме типа ионосферы. Необходимые сведения о структуре ионосферы и значениях ее характерных параметров представлены в весьма сжатой форме. Такого же рода замечание относится и к методам исследования ионосферы, где мы ограничимся лишь ссылками на литературу. Связанные с таким планом изложения пробелы можно восполнить, обратившись к монографиям Я. Л. Альперта [1], В. М. Полякова, Л. А. Щепкина, Э. С. Казимировского, В. Д. Кокоурова [2], А. И. Галкина, Н. М. Ерофеева, Э. С. Казимировского, В. Д. Кокоурова [3], а также к цитируемым в книге многочисленным обзорам.

В связи с тем, что основное место уделяется динамическим процессам в ионосфере, мы не будем подробно останавливаться на относительно малосущественных в данном случае проблемах химии ионосферы. Этим проблемам посвящено немало обзоров и книг. Из последних отметим недавно вышедшие монографии А. Д. Данилова [4], а также Г. С. Иванова-Холодного и Г. М. Никольского [5]. В предлагаемой вниманию читателя книге главный упор делается на анализ явлений, происходящих в областях *E* и *F* ионосферы. Процессы во внешней ионо-

сфере и тем более в магнитосфере почти не затрагиваются.

Кратко о содержании книги. После характеристики основных особенностей ионосферной плазмы в гл. I рассматриваются методы описания процессов в слабоионизированном газе. Большое внимание уделяется переходу от описания поведения плазмы на основе метода кинетического уравнения к квазигидродинамическим уравнениям для электронов, ионов и нейтральных частиц. Рассмотрены некоторые важные следствия из системы квазигидродинамических уравнений, связанные с движением всей среды в целом, с движением плазменной компоненты и с возбуждением ионосферных токов.

В гл. II содержатся некоторые общие вопросы, касающиеся движения плазменных неоднородностей и их диффузии в присутствии внешнего постоянного магнитного поля. Эти вопросы, вероятно, представляют определенный интерес и в областях, не связанных с физикой ионосферы. В гл. III разбираются некоторые задачи магнитной гидродинамики для сред типа ионосферы. Приведены сведения о турбулентности в верхней атмосфере, играющей существенную роль в динамике ионосферных областей D и E .

Краткая характеристика основных параметров спорадического слоя E (слоя E_s) на умеренных широтах дана в гл. IV. Отмечены также особенности полярного и экваториального спорадических слоев. Рассматриваются вопросы теории образования слоя E_s , основанной на идее о перераспределении плазмы под действием неоднородных по высоте квазигоризонтальных потоков нейтрального газа. Роли ионосферных токов и возбуждаемых в их присутствии электростатических полей посвящена гл. V. В этой главе, в частности, детально проанализирована задача о проникновении из области E в область F электрических полей с различными горизонтальными масштабами.

Последняя глава охватывает широкий круг вопросов, касающихся образования и движения неоднородностей

различных масштабов как в области E , так и в области F . Приведены сведения об основных параметрах этих неоднородностей на умеренных широтах, а также для авроральной и приэкваториальной зоны. Рассматриваются механизмы возбуждения мелкомасштабных неоднородностей в области E , связанные с наличием токов. Обсуждаются возможные типы плазменных неустойчивостей, которые могут приводить к возникновению неоднородностей в области F ионосферы.

В Приложении приведены типичные ионосферные модели и возможные значения параметров ионосферной плазмы. В этой части книги мы в большинстве случаев ограничимся только ссылками на справочную литературу и обзоры. При оценках во всех главах основной упор будет сделан на использование данных, содержащихся в указанном Приложении. В дальнейшем это обстоятельство мы специально оговаривать не будем.

Автор выражает искреннюю благодарность Г. Л. Гдаевичу и В. И. Карпману, прочитавшим рукопись и сделавшим ряд ценных замечаний, Г. И. Григорьеву и Г. Х. Каменецкой за полезное обсуждение вопросов, рассматриваемых в книге.

Б. Гершман

ГЛАВА I

МЕТОДЫ ОПИСАНИЯ ПРОЦЕССОВ В СЛАБОИОНИЗИРОВАННОЙ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ

§ 1. Краткая характеристика параметров ионосферной плазмы

При анализе динамики плазменной компоненты ионосферы, а также при учете воздействия плазмы на движение нейтральных частиц, полезно иметь в виду ряд характерных моментов.

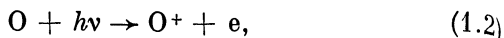
В подавляющем большинстве случаев мы ограничимся рассмотрением областей E и F , которым соответствуют высоты h примерно от 90 до 400 км. Есть все основания считать, что на этих высотах газ слабо ионизирован, т. е. степень ионизации N_e/N_n (N_e и N_n — концентрации электронов и молекул соответственно) достаточно мала:

$$N_e/N_n \ll 1. \quad (1.1)$$

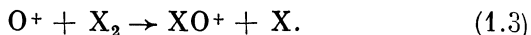
Действительно, в области E $N_e \sim 10^4 - 10^5 \text{ см}^{-3}$ и $N_n \sim 10^{13} \text{ см}^{-3}$, т. е. $N_e/N_n \sim 10^{-8} - 10^{-9}$. В области F $N_e \sim 10^6 \text{ см}^{-3}$ и $N_e/N_n \sim 10^{-4}$ даже в районе максимума N_e . Значения N_e/N_n порядка единицы достигаются во внешней ионосфере на высотах $h \sim 1000 \text{ км}$.

Уже сам факт выполнения неравенства (1.1) предопределяет отнесение ионосферной плазмы к категории низкотемпературной. Термическая ионизация в ионосфере не играет решающей роли. Во всяком случае, при $h < 400 \text{ км}$ в ионосфере преобладают фотохимические процессы. Например, в области F основным процессом, обеспечивающим возникновение плазменной компоненты, является реакция ионизации атомарного кислорода O под

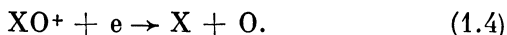
действием ультрафиолетового (и рентгеновского) излучения Солнца:



где e — электрон, образовавшийся под действием способного вызвать ионизацию кванта $h\nu$. Нейтрализация электронов и ионов O^+ происходит в области F по двухступенчатой схеме. Первый этап — реакция перезарядки с молекулами X_2 , сопровождающаяся образованием молекулярных ионов:



Вторым этапом нейтрализации можно считать рекомбинацию промежуточных ионов XO^+ с электронами, при которой диссоциирует образовавшаяся молекула XO (диссоциативная рекомбинация):



Мы не будем пока останавливаться на константах скорости реакций (1.2) — (1.4), так как соответствующие вопросы детально изложены в опубликованных монографиях и сборниках [2, 4—7]. По этой причине, а также в силу ряда приводимых ниже аргументов, вопросам химии ионосферы при последующем изложении будет уделено относительно мало внимания.

Что касается температуры ионосферной плазмы, то для нее характерны существенные изменения с высотой от примерно 250°K при $h \approx 100$ км до $3000\text{—}4000^\circ\text{K}$ при $h \approx 400$ км. Следует также иметь в виду различия между электронной T_e и ионной T_i температурами. Так, днем отношение T_e/T_i в области F примерно равно 2—3, тогда как ночью $T_e \approx T_i$. Электронная и ионная температуры существенно меняются в течение суток.

Важным параметром, характеризующим плазму, является дебаевский радиус r_D [8], определяемый как расстояние, на котором из-за поляризации плазмы экранируется заряд какой-то выбранной частицы (например, заряд определенного электрона). Масштабы r_D в ионосфере невелики и на высотах от 100 до 400 км изменяются от 1 мм до 5 см. Эти расстояния значительно меньше размеров наблюдаемых в ионосфере неоднородностей и таких параметров, как полуширина ионосферных слоев, длины волн ионосферных колебаний и др. В силу сказанного при анализе разнообразных процессов можно

широко и почти безоговорочно использовать условие квазинейтральности ионосферной плазмы.

Для любого разреженного газа весьма существенной характеристикой служит длина свободного пробега l . В ионосфере можно говорить о длинах свободного пробега молекул l_n , ионов l_i и электронов l_e . Длина l_n меняется от 10 см до 5 км при изменении высот от 100 до 400 км. Длины свободного пробега l_n , l_e и l_i до высоты около 200 км примерно одинаковы. Выше 200 км $l_i < l_n$, что связано с влиянием столкновений между заряженными частицами. Так, при $h \approx 400$ км $l_i \approx 200$ м. Несмотря на то, что длины свободного пробега относительно велики, размеры ионосферных неоднородностей обычно превышают их. Вместе с тем следует заметить, что в зонах экваториальной и авроральной токовых струй регистрируются нерегулярности в распределении электронной концентрации с поперечными масштабами, соизмеримыми с l .

Для динамики ионосферной плазмы, особенно при $h \gtrsim 120-130$ км, очень важен учет влияния магнитного поля Земли H_0 . На интересующих нас высотах при фиксированных геомагнитных широтах изменения этого поля как по величине, так и по направлению незначительны. Часто можно не принимать во внимание и широтные его изменения, считая для данного района поле H_0 постоянным и неискривленным. Разумеется, при анализе глобальных явлений (структура ионосферных токовых систем в масштабах земного шара, индукционное торможение приливных колебаний и др.) изменения геомагнитного поля по широте уже нужно учитывать.

Искажения поля H_0 внутриионосферного или магнитосферного характера по оценкам достаточно малы и их при расчете различных эффектов, связанных с наличием магнитного поля Земли, можно не принимать во внимание. Это относится даже к зонам, занимаемым токовыми струями или непосредственно прилегающим к ним.

Воздействие магнитного поля H_0 на процессы в плазме частично характеризуется величинами гирорадиусов электронов r_e и ионов r_i . Гирорадиусы r_e для рассматриваемых высот равны нескольким сантиметрам, а r_i значительно больше и при переходе от $h \approx 100$ км к $h \approx 400$ км изменяются примерно от 2 до 5 м. Как правило, масштабы ионосферных неоднородностей заметно больше r_e и r_i . Вместе с тем неоднородности в токовых струях могут иметь поперечные размеры того же порядка, что и r_i .

§ 2. Метод кинетического уравнения

Рассматривая изменения состояния слабоионизированной плазмы, необходимо в принципе считаться с наличием связи между различными компонентами, которая осуществляется прежде всего с помощью механизма соударений. Даже в самых простых случаях ионосферная среда должна рассматриваться как трехкомпонентная (электроны, ионы и нейтральные частицы). Фактически может оказаться существенным присутствие различных сортов ионов (как положительных, так и отрицательных). В принципе нужно считаться и с наличием разных нейтральных компонент.

В неравновесной смеси можно описывать поведение каждой из компонент α с помощью функции распределения f_α . Для частиц сорта α функция $f_\alpha(v_\alpha, r, t)$, зависящая от скорости v_α , координат r и времени t , характеризует число частиц в интервале скоростей $v_\alpha, v_\alpha + dv_\alpha$ и координат $r, r + dr$. Заметим, что в декартовых координатах $dv = dv_x dv_y dv_z$ и $dr = dx dy dz$.

Если взаимодействие частиц обусловлено короткодействующими центральными силами и применимо приближение парных соударений, то функция f_α удовлетворяет кинетическому уравнению Больцмана

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + v_\alpha \nabla_r f_\alpha + \frac{F_\alpha}{m_\alpha} \nabla_v f_\alpha = \sum_\beta (S_\beta^\alpha + S_\alpha^\beta), \quad (2.1)$$

где F_α — сила, действующая на частицу сорта α , m_α — масса частицы. В правой части (2.1) стоит интеграл столкновений. Суммирование проводится по всем имеющимся в смеси сортам частиц, включая и сорт α . В интеграле столкновений выделены части, соответствующие появлению частиц α в элементе $dv_\alpha dr$ (слагаемые с S_β^α) или выходу частиц из него (слагаемые с S_α^β).

Выводу уравнений типа (2.1) как для однокомпонентной среды, так и для смесей, а также анализу следствий из таких уравнений посвящена огромная литература (первая монография была написана Больцманом еще в конце XIX века [9]). Из недавно вышедших книг отметим монографию [10], где дано систематическое изложение кинетической теории в применении к динамике разреженных газов. Монография [11] специально посвящена применению этой теории к верхней атмосфере, а в книгах [12, 13] большое внимание уделено кинетике плазмы.

Необходимое для использования модели бинарных соударений требование разреженности газа в ионосфере выполняется настолько хорошо, что здесь явно нецелесообразно обсуждать вопросы применимости уравнения (2.1) с этой точки зрения. Второе элементарное требование связано с тем, что время, в течение которого изменяются внешние поля, велико по сравнению со временем взаимодействия частиц при ударе. При анализе вопросов динамики самой ионосферы приходится иметь дело с процессами, которые никак нельзя отнести к категории быстропеременных. Наконец, имеется определенная специфика применения уравнения типа (2.1) к ионизированному газу, которая подробно обсуждалась в обширной литературе по физике плазмы (см., например, [14, 15], а также [8]).

Несмотря на наличие определенных особенностей в характере столкновений заряженных частиц, нет серьезных препятствий для применения уравнений типа (2.1) к полностью ионизированному газу и тем более к слабоионизированной плазме, для которой справедливо условие (1.1).

Для слагаемых, входящих в интеграл столкновений, имеем

$$S_{\beta}^{\alpha} + S_{\alpha}^{\beta} = \iint q_{\alpha\beta} |(\mathbf{v}_{\alpha} - \mathbf{v}_{\beta}) \cdot \mathbf{s}| \{f_{\alpha}(\mathbf{v}'_{\alpha}, \mathbf{r}, t) f_{\beta}(\mathbf{v}'_{\beta}, \mathbf{r}, t) - f_{\alpha}(\mathbf{v}_{\alpha}, \mathbf{r}, t) f_{\beta}(\mathbf{v}_{\beta}, \mathbf{r}, t)\} d\mathbf{v}_{\beta} d\Omega, \quad (2.2)$$

где $q_{\alpha\beta}$ — дифференциальное эффективное сечение столкновений, \mathbf{v}_{α} и \mathbf{v}_{β} — скорости частиц сортов α и β до столкновения, \mathbf{v}'_{α} и \mathbf{v}'_{β} — после него. Единичный вектор \mathbf{s} направлен вдоль линии, соединяющей центры масс сталкивающихся частиц. Далее в (2.2) $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$ — элемент телесного угла; θ — угол между \mathbf{s} и направлением движения падающей частицы, φ — азимутальный угол.

Для установления связи между скоростями \mathbf{v}'_{α} и \mathbf{v}_{α} следует использовать законы сохранения импульса и энергии при столкновениях, которые для упругих соударений имеют вид

$$m_{\alpha} \mathbf{v}'_{\alpha} + m_{\beta} \mathbf{v}'_{\beta} = m_{\alpha} \mathbf{v}_{\alpha} + m_{\beta} \mathbf{v}_{\beta}, \quad m_{\alpha} (v'_{\alpha})^2 + m_{\beta} (v'_{\beta})^2 = m_{\alpha} v_{\alpha}^2 + m_{\beta} v_{\beta}^2.$$

Следует подчеркнуть, что даже при наличии частиц одного сорта кинетическое уравнение (2.1) является ин-

тегро-дифференциальным, поскольку интеграл столкновений содержит неизвестную функцию f_α . В случае частиц нескольких сортов мы получим систему таких уравнений. Части подынтегрального выражения в (2.2), пропорциональные $f_\alpha(v')$ $f_\beta(v')$ или $f_\alpha(v)$ $f_\beta(v)$, отражают соответственно наличие процессов накопления или уменьшения частиц в элементе $dv dr$ из-за столкновений.

В уравнении (2.1) учтены не все возможные причины, приводящие к изменению функции распределения f_α . Дело в том, что в плазме могут происходить разнообразные реакции, в результате которых меняется число частиц сорта α . Например, в ионосфере осуществляется сложная цепь фотохимических процессов, что отчасти связано с возможностью образования в верхней атмосфере отрицательных ионов [4—7].

При учете такого рода процессов уравнение (2.1) следует дополнить и переписать в виде

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + v_\alpha \nabla_r f_\alpha + \frac{F_\alpha}{m_\alpha} \nabla_v f_\alpha = \sum_\beta (S_\beta^\alpha + S_\alpha^\beta) + \sum_\gamma (\Gamma_\gamma^\alpha + \Gamma_\alpha^\gamma), \quad (2.3)$$

где $\sum_\gamma \Gamma_\gamma^\alpha$ и $\sum_\gamma \Gamma_\alpha^\gamma$ — операторы химических процессов, приводящих к возникновению или исчезновению частиц (сорта α) в элементе $dv dr$. Возможные записи интегралов Γ приводятся в книге [11] *).

В случае реакций, при которых две взаимодействующие частицы образуют новую систему из частиц одного или нескольких сортов, вид слагаемых второй суммы в правой части (2.3) аналогичен их виду для первой суммы (при наличии соударений). Следуя [11], запишем одну из таких реакций в схематическом виде:



Эта запись означает, что в результате взаимодействия частиц сортов μ и δ образуются новые частицы. Среди них имеются и частицы интересующего нас сорта α . В качестве примера приведем интегральное выражение для слагаемого, определяющего число частиц, которые в результате процесса (2.4) попадают в элемент $dv_\alpha dr$.

*) Заметим, что в [11] функции распределения считаются нормированными на плотность. Здесь же используется нормировка на число частиц.

По аналогии с (2.2) можно написать

$$\Gamma_{\mu\delta}^{\alpha} = \iint \tilde{q}_{\mu\delta}^{\alpha} |(\mathbf{v}'_{\delta} - \mathbf{v}'_{\mu}) \cdot \mathbf{s}| f_{\delta}(\mathbf{v}'_{\delta}, \mathbf{r}, t) f_{\mu}(\mathbf{v}'_{\mu}, \mathbf{r}, t) d\mathbf{v}'_{\delta} d\Omega. \quad (2.5)$$

В данном случае $\tilde{q}_{\mu\delta}^{\alpha}$ уже обозначает дифференциальное эффективное сечение реакции (2.4). Штрихи при \mathbf{v} в (2.5) имеют тот же смысл, что и в (2.2) *).

На практике описание химических реакций на основе соотношения (2.5) встречает трудности из-за отсутствия исчерпывающих сведений о дифференциальных сечениях типа $\tilde{q}_{\mu\delta}^{\alpha}$. Поэтому мы ограничимся только одним примером реакции (2.4). Для других случаев выражения для «интегралов реакций» приводятся в монографии [11].

Решение уравнения типа (2.1) с правыми частями в форме (2.2) или (2.5) представляет сложную задачу. Вследствие возникающих при этом трудностей используются различные упрощения для интегралов столкновений или выполняется приближенный переход к системе уравнений переноса. На этом круге вопросов мы и остановимся ниже более детально.

Заметим, что для интегралов столкновений $S_{\alpha}^{\beta} + S_{\beta}^{\alpha}$ часто применяют те или иные упрощенные формы записи. К числу простейших и довольно грубых приближений нужно отнести часто используемую при исследовании возмущений в линейном случае замену

$$S_{\alpha}^{\beta} + S_{\beta}^{\alpha} \approx \frac{f_{\alpha 0} - f_{\alpha}}{\tau_{\alpha\beta}} \equiv \nu_{\alpha\beta} (f_{\alpha 0} - f_{\alpha}), \quad (2.6)$$

где $f_{\alpha 0}$ — равновесная часть функции распределения f_{α} , $\tau_{\alpha\beta}$ — характерное время между столкновениями и $\nu_{\alpha\beta} = \tau_{\alpha\beta}^{-1}$ — эффективная частота столкновений частиц сорта α с частицами сорта β . Здесь трудно дать однозначный рецепт для вычисления времени $\tau_{\alpha\beta}$ или частоты $\nu_{\alpha\beta}$. Однако можно оценить порядок их величины. Приближение (2.6) обладает тем достоинством, что простейшим способом отражает непреложный факт связи столкновений со стремлением функции распределения в изолированной системе к равновесной. Но вместе с тем такое приближение страдает серьезным недостатком, а именно приводит

*) Связи между «штрихованными» и «нештрихованными» скоростями в случаях, когда происходят реакции типа (2.4), проанализированы в [11].

к нарушению закона сохранения числа частиц. Этот недостаток слабо проявляется при рассмотрении высокочастотных процессов (например, при определении коэффициента поглощения радиоволн в плазме в ионосферных или астрофизических условиях), но для анализа низкочастотных процессов, в частности, определяющих поведение самой плазмы, запись $S_\alpha^\beta + S_\beta^\alpha$ в форме (2.6) может оказаться непригодной.

Если по-прежнему применять упрощенные формы записи интегралов $S_\alpha^\beta + S_\beta^\alpha$, то, несомненно, более предпочтительной представляется аппроксимация, предложенная Батнагаром, Гроссом и Круксом [16, 17], а именно

$$S_\alpha^\beta + S_\beta^\alpha = -v_{\alpha\beta} \left(f_\alpha - \frac{f_{\alpha 0}}{N_{\alpha 0}} \int f_\alpha dV_\alpha \right), \quad (2.7)$$

где $N_{\alpha 0}$ — равновесная концентрация частиц сорта α . Здесь уже не возникает упомянутой выше трудности с сохранением числа частиц. Соотношение (2.7) относится к случаю столкновений различных частиц, и частота столкновений $v_{\alpha\beta}$ не зависит от концентрации частиц сорта α . Положение несколько изменяется при столкновениях одинаковых частиц. Так, для электрон-электронных столкновений вместо (2.7) следует писать

$$S_e^e = -v_{e0} N_{e0}^{-1} \left\{ f_e \int f_e dV - \frac{f_{e0}}{N_{e0}} \left(\int f_e dV \right)^2 \right\}. \quad (2.8)$$

Введенная здесь частота v_{e0} пропорциональна эффективной частоте межэлектронных столкновений v_{ee} ($v_{e0} = v_{ee} N_{e0} / N_e$). При таком определении частота v_{e0} в первом приближении оказывается не зависящей от полной электронной концентрации N_e , так как $v_{ee} \propto N_e$. При малых отклонениях N_e от N_{e0} частоты v_{e0} и v_{ee} близки друг к другу.

Несмотря на достаточно простую форму записи интегралов столкновений (2.7) и (2.8), следует заметить, что переход к ним от (2.6) обычно сильно затрудняет рассмотрение. Как и в случае (2.6), трудно дать обоснованный рецепт для надежного определения частот столкновений $v_{\alpha\beta}$ и v_{e0} . Их значения можно определить лишь приближенно.

Имеется обширная литература, касающаяся возможных упрощений интеграла столкновений (2.2) с учетом специфики кулоновского взаимодействия частиц. Можно,

например, рекомендовать обзоры Трубникова в сборнике [14] и Сивухина в сборнике [15]. Соответствующие теоретические исследования относились, как правило, к высокотемпературной, полностью ионизированной плазме. Основная форма интеграла столкновений при взаимодействии заряженных частиц была найдена Ландау еще в 1936 г. [18, 19]. Затем, используя другие подходы, удалось прийти к тем же или близким результатам. Согласно [18, 19] интеграл столкновений можно представить в виде

$$S_{\alpha}^{\beta} + S_{\beta}^{\alpha} = - \frac{\partial j_{\alpha k}^{\beta}}{\partial v_k},$$

где по индексу k проводится суммирование, а компоненты потока $j_{\alpha k}^{\beta}$ в пространстве скоростей задаются соотношениями

$$j_{\alpha k}^{\beta} = 2\pi\lambda_K \frac{e^4}{m_{\alpha}} \int U_{kl} \left[\frac{f_{\alpha}(v)}{m_{\beta}} \frac{\partial f_{\beta}(v')}{\partial v_l'} - \frac{f_{\beta}(v')}{m_{\alpha}} \frac{\partial f_{\alpha}(v)}{\partial v_l} \right] dv', \quad (2.9)$$

которые записаны для плазмы из электронов и однозарядных ионов. Здесь λ_K — кулоновский логарифм, определяемый формулой

$$\lambda_K = \ln(\rho_{\max}/\rho_{\perp}), \quad (2.10)$$

где ρ_{\perp} — прицельное расстояние, на котором угол рассеяния равен $1/2\pi$, ρ_{\max} — расстояние, на котором поле данного заряда заэкранировано. Обычно считают, что в (2.10) ρ_{\max} равно дебаевскому радиусу r_D . Если $\rho_{\perp} \ll r_D$, то экранировка называется слабой. Именно с такой экранировкой приходится иметь дело в ионосферной плазме,

где $r_D \gg \rho_{\perp}$ и $\lambda_K \sim 10$ [8]. В (2.9) $U_{kl} = \frac{\partial |v - v'|}{\partial v_k \partial v_l}$. Как

и ранее, штрихами снабжены величины, соответствующие состояниям после столкновения.

На основе соотношений (2.8) и (2.9) был решен широкий круг вопросов физики высокотемпературной плазмы. Нас здесь, как правило, будет интересовать низкотемпературная плазма. Вследствие слабой ионизации в ионосфере кулоновскими столкновениями электронов и ионов можно пренебречь до высот 200—250 км, а соударениями между ионами — во всем интересующем нас интервале высот (до 400 км). Правда, существуют частные вопросы (теплообмен между электронами и ионами, взаимная диф-

фузия ионов и другие процессы), где удельный вес кулоновских взаимодействий больше указанного выше. Далее учет кулоновских столкновений будет проводиться в рамках квазигидродинамического описания.

§ 3. Переход к квазигидродинамическим уравнениям

Анализ динамических процессов на основе прямого применения кинетического уравнения к смеси типа ионосферы довольно сложен. Вместе с тем имеется широкий круг задач, где можно ограничиться более простым квазигидродинамическим подходом, фактически основанным на использовании вытекающей из уравнения (2.1) совокупности уравнений переноса.

Для перехода к уравнениям типа гидродинамических следует применить операцию усреднения по скоростям v . На этом переходе, который рассматривался во многих книгах (в том числе в [8, 10—13]), мы и остановимся в данном параграфе.

В отличие от прямого кинетического рассмотрения, связанного с непосредственным отысканием функции распределения f , при квазигидродинамическом подходе мы обращаемся к уравнениям, содержащим в качестве искоемых совокупностей интегральные величины — моменты, определяемые с помощью этой функции. Моментом n -го порядка называется величина

$$M_{jkl\dots}^{(n)}(r, t) = \int (v_j v_k v_l \dots) f dv. \quad (3.1)$$

Здесь в левой части стоит n индексов (j, k, l и т. д.) *). В подынтегральное выражение в (3.1) входит такое же число сомножителей.

Моменты зависят от меньшего числа переменных, чем функции распределения f . Вместе с тем, как будет ясно из дальнейшего, система уравнений для моментов, вообще говоря, не замкнута. Если первые несколько моментов имеют ясный физический смысл, то по мере увеличения n такой смысл утрачивается. По этой причине, а также для обеспечения наглядности системы уравнений для моментов приходится ограничивать значения n . Подобная операция в конечном счете основывается на

*) До тех пор, пока не выписываются соотношения для смесей газов, мы не будем снабжать величины индексами, обозначающими сорт частиц.

физических предпосылках. Естественно, что нужно также принимать во внимание и требование разрешимости получающейся укороченной системы уравнений.

Нулевой момент

$$M^{(0)} = \int f \, d\mathbf{v} = N \quad (3.2)$$

и первые моменты

$$M_j^{(1)} = \int v_j f \, d\mathbf{v} = Nu_j \quad (3.3)$$

выбираются равными соответственно концентрации частиц N и компонентам потока частиц $N\mathbf{u}$. Вектор \mathbf{u} — упорядоченная, или регулярная, скорость, которая получается в результате операции усреднения, т. е.

$$\mathbf{u} = \frac{1}{N} \int \mathbf{v} f \, d\mathbf{v}. \quad (3.4)$$

При определении моментов более высоких порядков полезно ввести хаотическую (пекулярную) скорость \mathbf{w} , определяемую как

$$\mathbf{w} = \mathbf{v} - \mathbf{u}. \quad (3.5)$$

Записывая выражение для вторых моментов

$$M_{jk}^{(2)} = \int v_j v_k f \, d\mathbf{v}$$

и учитывая (3.2) и (3.5), получим

$$M_{jk}^{(2)} = Nu_j u_k + \int w_j w_k f \, d\mathbf{v}. \quad (3.6)$$

Полагая массу частиц рассматриваемого сорта равной m , введем тензор

$$P_{jk} = m \int w_j w_k f \, d\mathbf{w}. \quad (3.7)$$

Иногда вводится и скалярное давление

$$p = \frac{1}{3} m \int w^2 f \, d\mathbf{w}. \quad (3.8)$$

Как выяснится далее, тензору $p_{jk} = P_{jk} - p\delta_{jk}$, где δ_{jk} — символ Кронекера, можно придать смысл тензора вязких напряжений.

Для моментов третьего порядка $M_{jkl}^{(3)}$, учитывая (3.2), (3.5) и (3.6), получаем

$$M_{jkl}^{(3)} = \int v_j v_k v_l f \, d\mathbf{v} = Nu_j u_k u_l + u_j P_{kl} + u_k P_{jl} + u_l P_{jk} + Q_{jkl}, \quad (3.9)$$

где тензор $Q_{jkl} = \int w_j w_k w_l f dw$ характеризует перенос тепла (тензор потока тепла). При выводе (3.9) учтено равенство нулю интегралов типа $\int w_j f dw$, что ясно из смысла пекулярных скоростей и, кроме того, вытекает из (3.4).

Далее можно построить систему уравнений, имеющих смысл законов сохранения для N , Nu , P_{jk} и Q_{jkl} . Они получаются из кинетического уравнения (2.3) после его умножения на величины 1 , mv_j , $m \left(v_j v_k - \frac{\kappa T}{m} \delta_{jk} \right)$ (κ — постоянная Больцмана) и т. д. и усреднения по хаотическим скоростям. Будем обозначать эти сомножители через $A^{(n)}$ (n указывает на ранг тензора, компонентой которого служит величина $A^{(n)}$).

Умножим каждое из слагаемых, входящих в уравнение Больцмана (2.3) для частиц сорта α , на $A^{(n)}$ (индекс α сохраняем только при I) и проинтегрируем сумму получающихся произведений по бесконечному объему в пространстве скоростей. В итоге приходим к следующему результату:

$$\frac{\partial}{\partial t} (N \overline{A^{(n)}}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (N \overline{v_j A^{(n)}}) - N \frac{\partial (F_j A^{(n)})}{\partial v_j} = I_\alpha (A^{(n)}), \quad (3.10)$$

где

$$I_\alpha (A^{(n)}) = \int \left[\sum_\beta (S_\beta^\alpha + S_\alpha^\beta) + \sum_\gamma (\Gamma_\gamma^\alpha + \Gamma_\alpha^\gamma) \right] A^{(n)} dv_\alpha; \quad (3.11)$$

черта означает усреднение по скоростям *).

В соответствии с оговоренным ранее способом определения средних имеем

$$\overline{A^{(n)}} = \frac{1}{N} \int A^{(n)} f(v) dv.$$

В процессе элементарных преобразований, которые привели к (3.10), было использовано известное соотношение (см., например, [8])

$$\frac{\partial}{\partial v_j} (N \overline{F_j A^{(n)}}) = -N \left(\frac{\partial F_j A^{(n)}}{\partial v_j} \right).$$

*) Здесь и ниже проводится суммирование по дважды встречающимся индексам. Сказанное не относится к случаям, когда в уравнениях фигурируют индексы, характеризующие сорт частиц (они обозначены греческими буквами). В этих случаях на операцию суммирования мы указываем явным образом — символом Σ .

В выборе множителей $A^{(n)}$ при $n = 2, 3, \dots$ имеется некоторый произвол. Мы будем придерживаться здесь трактовки, данной в [11, 20, 21], и примем, что

$$\left. \begin{aligned} A^{(0)} = 1, \quad A_j^{(1)} = mv_j, \quad A_{jk}^{(2)} = m \left(v_j v_k - \frac{\kappa T}{m} \delta_{jk} \right), \\ A_{jkl}^{(3)} = v_j v_k v_l - \frac{\kappa T}{m} (v_j \delta_{kl} + v_k \delta_{jl} + v_l \delta_{jk}). \end{aligned} \right\} (3.12)$$

Здесь предполагается, что равновесной, максвелловской, части функции распределения можно привести в соответствие скалярное давление, равное

$$p = N\kappa T. \quad (3.13)$$

При $A^{(0)} = 1$ (см. (3.12)) необходимо просто проинтегрировать кинетическое уравнение по скоростям. Тогда из (3.10) получаем уравнение непрерывности

$$\frac{\partial N_\alpha}{\partial t} + \text{div } N_\alpha \mathbf{u}_\alpha = I_\alpha(A^{(0)}). \quad (3.14)$$

Из самого механизма процесса столкновений ясно, что он не может привести к изменениям концентрации частиц. Поэтому интеграл в правой части последнего соотношения будет иметь вид

$$I_\alpha(A^{(0)}) = \int \sum_\gamma (\Gamma_\gamma^\alpha + \Gamma_\alpha^\gamma) d\nu_\alpha. \quad (3.15)$$

Согласно (3.15) в условиях ионосферы для заряженных частиц $I_\alpha(A^{(0)})$ не равно нулю из-за наличия процессов ионизации, рекомбинации, прилипания и отлипания электронов, а также реакций перезарядки. Нейтральные частицы могут ионизироваться и, кроме того, также участвовать в реакциях прилипания и перезарядки. Для нейтральных частиц важную роль играет процесс диссоциации молекул (в первую очередь молекулярного кислорода O_2 и затем азота N_2).

При $n = 1$, согласно (3.12), $A_j^{(1)} = mv_j$, и после подстановки этого сомножителя в (3.10) имеем

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_\alpha u_{\alpha j}) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho_\alpha u_{\alpha i} u_{\alpha j} + p_\alpha \delta_{ij} + p_{\alpha ij}) - \frac{F_{\alpha j}}{m_\alpha} \rho_\alpha = I_\alpha(A_j^{(1)}), \quad (3.16)$$

где $\rho_\alpha = m_\alpha N_\alpha$ — плотность частиц сорта α . При переходе от (3.10) к (3.16) использовались определения (3.7) и (3.8), а также связь обобщенного тензора P_{ij} с тензором вязких напряжений p_{ij} ($P_{ij} = p\delta_{ij} + p_{ij}$). Уравнение (3.16) после стандартных преобразований [8, 10, 11] можно, используя (3.14), привести к виду

$$\begin{aligned} \rho_\alpha \frac{\partial u_{\alpha j}}{\partial t} + \rho_\alpha \left(u_{\alpha i} \frac{\partial u_{\alpha j}}{\partial x_i} \right) = \\ = - \frac{\partial p_\alpha}{\partial x_j} - \frac{\partial p_{\alpha ij}}{\partial x_i} + \frac{\rho_\alpha F_{\alpha j}}{m_\alpha} + I_\alpha(A_j^{(1)}) - u_{\alpha j} I_\alpha(A^{(0)}). \end{aligned} \quad (3.17)$$

При $n = 2$ получение компактных по форме уравнений сопряжено со значительно более громоздкими выкладками, чем при выводе (3.14) или (3.16). В результате получается следующее уравнение [11]:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t} + u_{\alpha l} \frac{\partial}{\partial x_l} \right) (p_\alpha \delta_{jk} + p_{\alpha jk}) + \\ + p_\alpha \left(\frac{\partial u_{\alpha k}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_{\alpha j}}{\partial x_k} + \delta_{jk} \frac{\partial u_{\alpha l}}{\partial x_l} \right) + p_{\alpha jk} \frac{\partial u_{\alpha l}}{\partial x_l} + p_{\alpha lj} \frac{\partial u_{\alpha k}}{\partial x_l} + \\ + p_{\alpha lk} \frac{\partial u_{\alpha j}}{\partial x_l} + \frac{\partial Q_{\alpha ljk}}{\partial x_l} = I_\alpha(A_{jk}^{(2)}) - u_{\alpha j} I_\alpha(A_k^{(1)}) - \\ - u_{\alpha k} I_\alpha(A_j^{(1)}) + \left(\frac{\kappa \Gamma}{m_\alpha} \delta_{jk} - u_j u_k \right) I_\alpha(A^{(0)}). \end{aligned} \quad (3.18)$$

Полагая $j = k = l$, после несложных преобразований получаем уравнение

$$\begin{aligned} 3 \left(\frac{\partial}{\partial t} + u_{\alpha l} \frac{\partial}{\partial x_l} \right) p_\alpha + 5 p_\alpha \frac{\partial u_{\alpha l}}{\partial x_l} + 2 p_{\alpha jk} \frac{\partial u_{\alpha j}}{\partial x_k} + \frac{\partial Q_{\alpha jll}}{\partial x_j} = \\ = I_\alpha(A_{ll}^{(2)}) - 2 u_{\alpha l} I_\alpha(A_l^{(1)}) + \left(\frac{3\kappa \Gamma}{m_\alpha} - u_\alpha^2 \right) I_\alpha(A^{(0)}). \end{aligned} \quad (3.19)$$

Умножив обе его части на $-1/3 \delta_{jk}$ и сложив с (3.18), имеем

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t} + u_{\alpha l} \frac{\partial}{\partial x_l} \right) p_{\alpha jk} + p_\alpha \left(\frac{\partial u_{\alpha k}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_{\alpha j}}{\partial x_k} - 2/3 \delta_{jk} \frac{\partial u_{\alpha l}}{\partial x_l} \right) + \\ + p_{\alpha lk} \frac{\partial u_{\alpha j}}{\partial x_l} + p_{\alpha lj} \frac{\partial u_{\alpha k}}{\partial x_l} + p_{\alpha jk} \frac{\partial u_{\alpha l}}{\partial x_l} - 2/3 \delta_{jk} p_{\alpha l m} \frac{\partial u_{\alpha m}}{\partial x_l} + \\ + \frac{\partial}{\partial x_l} (Q_{\alpha ljk} - 1/3 \delta_{jk} Q_{\alpha l m m}) = I_\alpha(A_{jk}^{(2)}) - 1/3 \delta_{jk} I_\alpha(A_{ll}^{(2)}) - \\ - [u_{\alpha j} I_\alpha(A_k^{(1)}) + u_{\alpha k} I_\alpha(A_j^{(1)}) - 2/3 \delta_{jk} u_{\alpha l} I_\alpha(A_l^{(1)})] - \\ - (u_{\alpha j} u_{\alpha k} - 1/3 \delta_{jk} u_\alpha^2) I_\alpha(A^{(0)}). \end{aligned} \quad (3.20)$$

«Удельный вес» следующего уравнения, полученного с помощью последнего из сомножителей (3.12), меньше, чем предшествующих. Поэтому мы в полном (очень громоздком) виде выписывать его здесь не будем.

Перейдем к 13-моментному приближению Грэда [11, 20, 21]. В этом приближении тензор потока тепла Q_{jkl} считается диагональным и заменяется вектором Q_j с компонентами Q_{jl} ($j = 1, 2, 3$). Тогда число независимых переменных для газа с частицами одного вида уменьшается до 13 (плотность ρ , давление p , три компоненты скорости, пять компонент тензора вязких напряжений *) и три составляющие Q_j). Кроме предположения о допустимости 13-моментного приближения [11, 20, 21], будем считать, как это часто делается в рамках гидродинамического описания, что u_j , p_{jk} и Q_j — величины первого порядка малости.

Сформулируем основные уравнения в 13-моментном приближении. Уравнения (3.14) и (3.17) мы оставляем без изменений. При принятых упрощениях и пренебрежении величинами второго порядка малости уравнение (3.20) приобретает более компактный вид, а именно:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} p_{\alpha jk} + p_{\alpha} \left(\frac{\partial u_{\alpha k}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_{\alpha j}}{\partial x_k} - {}^2/3 \delta_{jk} \frac{\partial u_{\alpha l}}{\partial x_l} \right) + \\ & + 1/5 \left(\frac{\partial Q_{\alpha j}}{\partial x_k} + \frac{\partial Q_{\alpha k}}{\partial x_j} - {}^2/3 \delta_{jk} \frac{\partial Q_{\alpha i}}{\partial x_i} \right) = I_{\alpha}(A_{jk}^{(2)}) - 1/3 \delta_{jk} I_{\alpha}(A_{ll}^{(2)}) - \\ & - [u_{\alpha j} I_{\alpha}(A_k^{(1)}) + u_{\alpha k} I_{\alpha}(A_j^{(1)}) - {}^2/3 \delta_{jk} u_{\alpha l} I_{\alpha}(A_l^{(1)})]. \quad (3.21) \end{aligned}$$

При ограничениях, использованных при переходе от (3.20) к (3.21), уравнение, которое получается с помощью сомножителя $A_{jkl}^{(3)}$ (см. § (3.12)), существенно упрощается и приобретает вид

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} [5p_{\alpha} u_{\alpha k} + Q_{\alpha k}] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[5p_{\alpha} \frac{\kappa T_{\alpha}}{m_{\alpha}} \delta_{jk} + 7 \frac{\kappa T_{\alpha}}{m_{\alpha}} p_{\alpha jk} \right] - \\ & - \frac{5F_{\alpha k}}{m_{\alpha}} p_{\alpha} - \frac{2F_{\alpha l} p_{\alpha kl}}{m_{\alpha}} = I_{\alpha}(A_k^{(3)}) + \frac{5\kappa T_{\alpha}}{m_{\alpha}} I_{\alpha}(A_k^{(1)}). \quad (3.22) \end{aligned}$$

Заметим, что здесь $A_k^{(3)} \equiv A_{kl}^{(3)}$. При выводе последнего соотношения, как и ранее, было принято, что $p_{ll} = 0$.

*) В соответствии с определением $p_{ij} = P_{ij} - p\delta_{ij}$ и формулами (3.7) и (3.8) след тензора равен нулю ($p_{ii} = 0$). Это обстоятельство использовалось при переходе от (3.10) к (3.18) — (3.20).

Проведенная выше частичная линеаризация основана на том, что в правых частях (3.21) и (3.22) содержатся большие слагаемые с $I_\alpha(A_{jk}^{(2)})$ и $I_\alpha(A_k^{(3)})$, которые не исчезают и при переходе к однокомпонентной системе. Для уравнений (3.14) и (3.17) такая линеаризация не обоснована. В самом деле, в первом из них, что уже отмечалось выше, интегралы столкновений фактически не входят, а в (3.17), как будет ясно из дальнейшего, фигурируют только интегралы $I_\alpha(A_j^{(1)})$, отвечающие лишь столкновениям частиц данного сорта α с частицами других сортов. Это обстоятельство и заставляет сохранить нелинейные слагаемые в (3.14) и (3.17).

Таким образом, если ограничиться 13-моментным приближением, то для частиц определенного сорта α получается система уравнений, состоящая из соотношения непрерывности (3.14), закона сохранения импульса (3.16) (или (3.17)) и уравнений (3.19), (3.21), (3.22), из которых в принципе можно найти компоненты тензора вязких напряжений и потока тепла.

Подчеркнем, что далее мы в большинстве случаев будем обращаться к уравнениям (3.14) и (3.17). Поэтому ниже обстоятельствам, связанным с пренебрежениями и упрощениями при переходе к менее употребительным уравнениям (3.21), (3.22), мы не будем уделять большого внимания. При условиях, требуемых для применимости гидродинамического приближения, эти пренебрежения и упрощения обоснованы.

Дальнейшая конкретизация уравнений (3.14), (3.17), (3.19), (3.21) и (3.22) связана с приближенным представлением входящих в них интегралов $I_\alpha(A^{(0)})$, $I_\alpha(A_j^{(1)})$, $I_\alpha(A_{jk}^{(2)})$, ... Для сильно ионизированной плазмы эти интегралы часто вообще можно опустить. Однако если ограничиться высотами до $h \approx 400$ км, то для ионосферы более важен и типичен обратный случай, когда учет членов с I_α имеет первостепенное значение, т. е. применимо гидродинамическое описание *).

*) В этом параграфе употребляется термин «квазигидродинамические уравнения». При этом мы имели в виду, что уравнения переноса в принципе можно использовать и за пределами применимости гидродинамики. Далее учтено то обстоятельство, что для смеси газов из-за трения между различными ее компонентами вид уравнений для каждой компоненты отличается от уравнений механики сплошных сред.

При аппроксимации этих интегралов возможны различные подходы. Один из них заключается в следующем. Поскольку конечной целью является получение замкнутой системы уравнений для моментов, функцию распределения $f(v, r, t)$ можно искать в виде функции от моментов

$$f(v, r, t) = F(v, M^{(0)}, M^{(1)}, \dots). \quad (3.23)$$

Для получения приближенного решения следует аппроксимировать функцию F с помощью конечного числа моментов. С этой целью проводится разложение функции f по полиномам Эрмита (в пространстве скоростей), начинающееся с локально равновесной, максвелловской функции. Обычно в таком разложении фигурируют моменты не выше 3-го ранга [10, 11, 20].

В 13-моментном приближении, когда тензор 3-го ранга Q_{jkl} заменяется вектором с компонентами $Q_j = Q_{jl}$, функция распределения представляется следующим образом:

$$f_\alpha = f_{\alpha 0} \left[1 + \frac{P_{alm} m_\alpha}{2N_\alpha \kappa^2 T_\alpha^2} \left(w_{\alpha l} w_{\alpha m} - \frac{\kappa T_\alpha}{m_\alpha} \delta_{lm} \right) + \frac{Q_{\alpha j} w_{\alpha j} m_\alpha}{2N_\alpha \kappa^2 T_\alpha^2} \left(1 - \frac{m_\alpha w_\alpha^2}{5\kappa T_\alpha} \right) \right], \quad (3.24)$$

где

$$f_{\alpha 0} = N_\alpha \left(\frac{m_\alpha}{2\pi\kappa T_\alpha} \right)^{3/2} \exp \left(- \frac{m_\alpha w_\alpha^2}{2\kappa T_\alpha} \right).$$

Вычисление интегралов I_α представляет определенные трудности из-за неточного знания сечений $q_{\alpha\beta}$ (см. (2.2)) и $\tilde{q}_{\mu\nu}^\alpha$ (см. (2.5)), квантовомеханические расчеты которых применительно к ионосферным условиям весьма сложны. Что же касается экспериментальных данных, то они служат источником информации об интегральных характеристиках (коэффициенте рекомбинации, скоростях реакций и др.). В силу этого неизбежно рассмотрение каких-то упрощенных схем или идеализированных случаев. Например, расчеты упрощаются для так называемых максвелловских молекул — частиц, взаимодействующих по центральному закону с потенциалом, пропорциональным

r^{-4} (r — расстояние между частицами) [10] *). Особое место занимают кулоновские столкновения (для полностью ионизированного газа), когда зависимость сечения от угла рассеяния и скорости имеет универсальный характер и определяется известной формулой Резерфорда.

В этой ситуации для некулоновских столкновений вполне естественным представляется путь, выбранный в монографии [11], где истинные дифференциальные сечения заменяются средними эффективными. При такой замене для моментов разных порядков игнорируются различия зависимостей истинных сечений от углов рассеяния и скорости частиц. На самом же деле для разных процессов переноса эти зависимости, вообще говоря, не совпадают и могут возникать ошибки, но по порядку величины результаты должны быть правильными. В качестве обстоятельства, оправдывающего принятое упрощение, можно также сослаться на то, что вклад интегралов I_α , содержащих множители $A^{(n)}$ с $n = 2, 3$, менее существен, чем с $n = 0, 1$.

В книге [11] приведены результаты вычислений интересующих нас величин I_α для реакции (2.4). Однако получившиеся формулы очень громоздки. Мы здесь ограничимся рассмотрением столкновений, которые можно по аналогии с (2.4) записать в виде реакции $\alpha + \beta \rightarrow \alpha + \beta$. Разобьем интегралы I_α на части, отвечающие столкновениям частиц данного сорта α с частицами какого-то другого сорта β . Будем снабжать выделенные таким образом части интеграла I_α двумя индексами ($I_\alpha \equiv I_\alpha^\beta$). Из элементарных физических соображений ясно, что $I_\alpha^\beta(A^{(0)}) = 0$. Естественно, что это подтверждается и расчетами.

Для других интегралов I_α имеем [11]

$$I_\alpha^\beta(A_j^{(1)}) = aN_\alpha N_\beta (u_{\beta j} - u_{\alpha j}) - bN_\beta Q_{\alpha j} + dN_\alpha Q_{\beta j}, \quad (3.25)$$

где

$$a = {}^{8/3} \sqrt{2\pi} q_{\alpha\beta} \sqrt{\frac{\kappa (m_\alpha T_\beta + m_\beta T_\alpha) m_\alpha m_\beta}{(m_\alpha + m_\beta)^2}},$$

*) Максвелловские молекулы являются удобной идеализацией при исследовании общих вопросов динамики разреженных газов [10], поскольку для них возможны существенные упрощения. Вместе с тем использование этой идеализации для всех интересующих нас процессов необоснованно.

$$b = {}^4/_{15} \sqrt{2\pi} q_{\alpha\beta} \frac{m_\alpha^{1/2} m_\beta^{3/2} \kappa^{-1/2}}{(m_\alpha + m_\beta)(m_\alpha T_\beta + m_\beta T_\alpha)},$$

$$d = b m_\alpha / m_\beta,$$

$$I_\alpha^\beta(A_{jk}^{(2)}) = {}^{16}/_3 \sqrt{2\pi} \frac{q_{\alpha\beta} \kappa \rho_\alpha \rho_\beta}{(m_\alpha + m_\beta)^2} \sqrt{\frac{\kappa(m_\alpha T_\beta + m_\beta T_\alpha)}{m_\alpha m_\beta}} \times$$

$$\times \left\{ \delta_{jk}(T_\beta - T_\alpha) - \frac{T_\alpha}{5} \frac{[m_\alpha T_\beta(5m_\alpha + 2m_\beta) + 3m_\beta T_\alpha(2m_\alpha + m_\beta)]}{m_\alpha(m_\alpha T_\beta + m_\beta T_\alpha)} \times \right.$$

$$\left. \times \frac{p_{\alpha jk}}{p_\alpha} + \frac{T_\beta}{5} \frac{[T_\alpha(2m_\beta - m_\alpha) + 3m_\alpha T_\beta]}{m_\alpha T_\beta + m_\beta T_\alpha} \frac{p_{\beta jk}}{p_\beta} \right\}. \quad (3.26)$$

Формула для интеграла $I_\alpha^\beta(A_k^{(3)})$, входящего в (3.22), довольно громоздка даже в 13-моментном приближении. Для простоты мы выпишем ее в изотермическом случае ($T_\alpha = T_\beta = T$):

$$I_\alpha^\beta(A_k^{(3)}) = {}^8/3 \sqrt{2\pi} \frac{\kappa T q_{\alpha\beta} m_\beta^2}{(m_\alpha + m_\beta)^2} \sqrt{\frac{\kappa T(m_\alpha + m_\beta)}{m_\alpha m_\beta}} N_\alpha N_\beta (u_{\beta k} -$$

$$- u_{\alpha k}) - {}^4/_{15} \sqrt{2\pi} q_{\alpha\beta} m_\beta \frac{(30m_\alpha^2 + 16m_\alpha m_\beta + 13m_\beta^2)}{(m_\alpha + m_\beta)^3} \times$$

$$\times \sqrt{\frac{\kappa T(m_\alpha + m_\beta)}{m_\alpha m_\beta}} N_\beta Q_{\alpha k} +$$

$$+ {}^{36}/_5 \sqrt{2\pi} q_{\alpha\beta} \frac{m_\alpha m_\beta^2}{(m_\alpha + m_\beta)^3} \sqrt{\frac{\kappa T(m_\alpha + m_\beta)}{m_\alpha m_\beta}} N_\alpha Q_{\beta k}. \quad (3.27)$$

Выражения для интегралов I_α^α получаются из приведенных выше путем перестановки индексов α и β .

Наконец, рассмотрим самую простую для данной схемы «реакцию», когда происходят столкновения между одинаковыми частицами, т. е. $\alpha + \alpha \rightarrow \alpha + \alpha$ [11, 20]. В этом случае естественно, что $I_\alpha^\alpha(A^{(0)}) = 0$ и, кроме того,

$$I_\alpha^\alpha(A_j^{(1)}) = 0. \quad (3.28)$$

Выражения для $I_\alpha^\alpha(A_{jk}^{(2)})$ и $I_\alpha^\alpha(A_k^{(3)})$ имеют относительно простой вид, а именно

$$I_\alpha^\alpha(A_{jk}^{(2)}) = - {}^{16}/_5 \sqrt{\pi} q_{\alpha\alpha} \sqrt{\frac{\kappa T_\alpha}{m_\alpha}} N_\alpha p_{\alpha jk}, \quad (3.29)$$

$$I_\alpha^\alpha(A_k^{(3)}) = - {}^{32}/_{15} \sqrt{\pi} q_{\alpha\alpha} \sqrt{\frac{\kappa T_\alpha}{m_\alpha}} N_\alpha Q_{\alpha k}. \quad (3.30)$$

Аналогичные результаты для кулоновских столкновений приведены в [14]. В этом случае выводы становятся более четкими, так как закон взаимодействия известен. Обычно используется упрощенная запись интеграла столкновений в форме Ландау (2.9), причем основное внимание уделяется обоснованию уравнений типа (3.14), (3.17) и (3.18). По существу, как и в методе Грэда [11, 20, 21], функция распределения считается слабо отличающейся от максвелловской.

Уравнения переноса для полностью ионизированной плазмы выводились разными методами, но в большинстве работ использовалась методика, примененная в известной монографии Чепмена и Каулинга [22]. Фактически между этой методикой и 13-моментным приближением нет глубокой разницы.

Оба подхода имеют аналогичные границы применимости, о которых речь пойдет ниже.

Таким образом, несмотря на некоторые особенности кулоновских столкновений, последние можно, если не стремиться к очень точному описанию, рассматривать наравне с другими взаимодействиями. Тогда под $q_{\alpha\beta}$ следует понимать усредненное сечение по Резерфорду, умноженное на фактор экранировки (кулоновский логарифм, определяемый (2.10)). В условиях ионосферы под максимальным прицельным расстоянием нужно понимать дебаевский радиус r_D [8].

Остановимся на основных критериях применимости квазигидродинамических уравнений в случае, когда интегралам столкновений придана форма (3.25) — (3.30). Эти уравнения можно представить в замкнутой форме, если считать несильным нарушение локального максвелловского распределения, что отражено в выборе приближения для функции распределения (3.24), где слагаемые с $p_{\alpha lm}$ и $Q_{\alpha j}$ имеют характер малых добавок к $f_{\alpha 0}$. Максвелловское распределение удовлетворяет кинетическому уравнению, если градиенты и производные по времени равны нулю. Слабые отклонения от максвелловского распределения возникнут тогда, когда эти градиенты и производные достаточно малы.

Для обеспечения малости таких отклонений время релаксации к распределению $f_{\alpha 0}$, определяемое интервалом между столкновениями τ , должно быть достаточно малым по сравнению со временем t_0 , в течение которого происходят характерные изменения основных величин.

Иными словами, должно выполняться неравенство

$$t_0 \gg \tau. \quad (3.31)$$

В условиях ионосферы (в областях E и F) времена τ невелики и справедливо ограничение $\tau < 10^{-3}$ сек. Длительность процессов, определяющих изменения основных параметров ионосферной плазмы, по современным данным неизмеримо больше (во всяком случае, $t_0 > 1$ сек).

Кроме требования (3.31), нужно ввести аналогичное ограничение на характерные пространственные масштабы L . При релаксации к максвелловскому распределению их следует сравнивать с длинами свободного пробега l . Критерий применимости гидродинамического описания приобретает вид

$$l/L \equiv Kn \ll 1 \quad (3.32)$$

и сводится к требованию малости этого отношения, называемого числом Кнудсена Kn . Критерий (3.32) является главным условием, определяющим область справедливости гидродинамического описания при дозвуковых движениях газа (скорости течений меньше локальных значений скорости звука). Возможность перехода к гидродинамическому приближению при выполнении условия (3.32) подтверждается не только физическими соображениями. Разработаны методы перехода к гидродинамическим уравнениям переноса, основанные на прямых разложениях по малому параметру \sqrt{Kn} [10].

Вопрос о справедливости критерия (3.32) для ионосферы уже обсуждался в § 1. Далее мы будем, как правило, рассматривать только ионосферные образования с масштабами $l \lesssim L$. В тех сравнительно редких случаях, когда $l \approx L$, результаты будут корректироваться с помощью метода кинетического уравнения. Довольно трудно ответить на вопрос, до каких значений числа Kn еще можно пользоваться уравнениями гидродинамического типа. По данным [11, 20], по-видимому, гидродинамическое описание справедливо, если $Kn < 0,2$.

§ 4. Квазигидродинамические уравнения для слабоионизированной плазмы

Используем полученные в § 3 выражения для первых моментов для формулировки системы квазигидродинамических уравнений применительно к слабоионизированной плазме типа ионосферы.

Примем для простоты, что среда состоит из электронов, ионов одного сорта и нейтральных частиц. Обобщения на случай нескольких компонент довольно очевидны. Сложный ионный и молекулярный состав нужно учитывать при рассмотрении вопросов химии ионосферы, тогда как для задач динамики плазмы (особенно в случае сравнительно быстрых процессов) используемые упрощения не должны привести к неправильным выводам.

Поскольку рассматривается простая модель *) (что необходимо для того, чтобы избежать крайне громоздких выкладок), целесообразно не учитывать процессы с участием отрицательных ионов, так как относительное их число в областях E и F невелико [2, 4, 5]. Что касается плазмы в области D , то там в характере динамических процессов можно разобраться относительно простыми средствами. О других упрощениях будет сказано дополнительно.

Снабжая величины, характеризующие нейтральные частицы, индексом n , получаем для молекул с концентрацией N_n и скоростью u_n уравнение непрерывности вида

$$\frac{\partial N_n}{\partial t} + \operatorname{div} N_n u_n = \alpha_r N_e N_i - J. \quad (4.1)$$

Слагаемые в правой части появились вместо члена $I_\alpha (A^{(0)})$ в (3.14), который при наличии химических реакций не исчезает. Здесь J — фактор ионообразования, характеризующий число ионов (электронов), образуемых в 1 см^3 за 1 сек . Ионизация в ионосфере в основном связана с ультрафиолетовым и рентгеновским излучением Солнца. Методика расчета фактора ионообразования J детально разработана (см. монографии [2, 4, 5], где имеются ссылки на соответствующие обзоры и статьи). Заметим, что J пропорционально N_n и слабо зависит от концентраций заряженных частиц. Поэтому учет фотоионизации в случае динамических процессов можно произвести элементарным образом, и мы не будем детально рассматривать совокупность всех факторов, определяющих величину J .

Далее, в (4.1) в правой части имеется слагаемое, которое отражает возможность образования какого-то числа молекул вследствие процесса рекомбинации (α_r — коэф-

*) Соответствующие ее осложнения можно ввести при необходимости позднее, используя результаты многочисленных работ, содержание которых проанализировано в [2, 4—7].

фициент рекомбинации). Этот процесс здесь рассматривается упрощенно без явного учета его специфики (фото-рекомбинация, диссоциативная рекомбинация). Кроме того, в (4.1) не принимаются во внимание процессы перезарядки. Используя упрощенную методику вычисления интегралов $I_\alpha(A^{(0)})$ для части, связанной с процессом рекомбинации, имеем [11]

$$I_\Gamma(A^{(0)}) = -4\sqrt{2\pi}q_\Gamma\sqrt{\kappa T_e/m_e}N_eN_i, \quad (4.2)$$

где q_Γ — эффективное дифференциальное сечение рекомбинации, N_e и N_i — концентрации электронов и ионов, m_e — масса электрона. Учитывая (3.14), (4.1) и (4.2), имеем

$$\alpha_\Gamma = 2\pi q_\Gamma \bar{w}_e = \tilde{q}_\Gamma \bar{w}_e, \quad (4.3)$$

где $\bar{w}_e = \sqrt{8\kappa T_e/\pi m_e}$ — среднее арифметическое значение скорости теплового движения электронов, а \tilde{q}_Γ — полное сечение рекомбинации (ранее для столкновений фигурировали только дифференциальные сечения $q_{\alpha\beta}$). Переход к полному сечению связан с интегрированием по телесному углу Ω . Методика усреднения сечений q , используемая в [11], в данном случае приводит к результату $\tilde{q}_\Gamma = 2\pi q_\Gamma$.

Если плазма слабо ионизирована (см. (1.1)), то процессы фотоионизации и рекомбинации нейтральных частиц в (4.1) обычно не играют определяющей роли и относительные изменения N_n и плотности $\rho_n = M_n N_n$ (M_n — масса нейтральной частицы) оказываются небольшими.

Для заряженных частиц уравнения непрерывности записываются следующим образом:

$$\frac{\partial N_e}{\partial t} + \text{div } N_e \mathbf{u}_e = J - \alpha_\Gamma N_e N_i, \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial t} + \text{div } N_i \mathbf{u}_i = J - \alpha_\Gamma N_e N_i. \quad (4.5)$$

Как указывалось выше, описание, основанное на использовании величин J и α_Γ , имеет упрощенный характер. В § 1 мы обращали внимание на то обстоятельство, что при рекомбинации важную роль играет наличие молекулярных ионов. Таким образом, при более строгом подходе в (4.4) и (4.5) должна входить не полная концентрация атомарных и молекулярных ионов N_i , а только концентрация молекулярных ионов. В случае необходимости можно ввести соответствующие коррективы, но для этого

необходимо знать те высоты, для которых проводится анализ.

Переходя к уравнениям с более высокими моментами, следует сделать одно предварительное замечание, связанное с учетом химических реакций. Эти реакции учтены в (4.1), (4.4), (4.5) и могут оказаться здесь довольно существенными, так как в уравнениях непрерывности отсутствуют столкновительные члены. В аналогичных уравнениях с более высокими моментами они не исчезают и играют большую роль (особенно для электронной и ионной компонент). При наличии столкновений (если исключить особые случаи) процессы рекомбинации и ионизации конкурировать с ними не могут. Это становится ясным при сравнении характерных времен процессов. Время рекомбинации, например, значительно больше интервала между столкновениями $\tau \sim 10^{-2} - 10^{-3}$ сек. Поэтому ниже в уравнениях движения для молекул, электронов и ионов при расшифровке интегралов $I_\alpha(A_j^{(1)})$ и $I_\alpha(A^{(0)})$ будут учитываться только столкновения.

Для нейтральных частиц соотношение (3.17) принимает вид

$$\begin{aligned} \rho_n \frac{\partial \mathbf{u}_n}{\partial t} + \rho_n (\mathbf{u}_n \nabla) \mathbf{u}_n = & - \nabla p_n - \mathbf{\Gamma}_n + \\ & + \frac{\rho_n \mathbf{F}_n}{M_n} - M_n v_{ne} N_n (\mathbf{u}_n - \mathbf{u}_e) - M_n v_{ni} N_n (\mathbf{u}_n - \mathbf{u}_i) + \\ & + \delta_{en} N_n \mathbf{Q}_e + \delta_{in} N_n \mathbf{Q}_i - (\delta_{ne} N_e + \delta_{ni} N_i) \mathbf{Q}_n, \end{aligned} \quad (4.6)$$

где вектор $\mathbf{\Gamma}_n$ имеет компоненты $\Gamma_{nj} = \frac{\partial p_{njk}}{\partial x_k}$, v_{ne} и v_{ni} — эффективные частоты столкновений нейтральных частиц с электронами и ионами, которые можно найти из сравнения (3.17), (3.25) и (4.6). То же относится и к коэффициентам δ_{en} , δ_{in} , δ_{ne} и δ_{ni} , определяющим величину вклада тепловых потоков. Мы пока, однако, соответствующих формул выписывать не будем. Далее будет установлена связь только что указанных величин с аналогичными коэффициентами, которые входят в уравнения движения для электронов и ионов.

При записи уравнений для заряженных частиц целесообразно выделить электромагнитные силы. Поэтому далее под векторами \mathbf{F}_e и \mathbf{F}_i мы будем понимать только силы, в которые не входит величина заряда частиц. Из сказанного ясен и смысл силы \mathbf{F}_n в (4.6).

Для электронной компоненты уравнение (3.17) запишется в виде

$$\begin{aligned} \rho_e \frac{\partial \mathbf{u}_e}{\partial t} + \rho_e (\mathbf{u}_e \nabla) \mathbf{u}_e = & - \nabla p_e - \Gamma_e + \\ & + \frac{\rho_e \mathbf{F}_e}{m_e} - e N_e \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{u}_e \mathbf{H}_0] \right) - \\ & - m_e \nu_{ei} N_e (\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_i) - m_e \nu_{en} N_e (\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_n) + \\ & + \delta_{ne} N_e \mathbf{Q}_n + \delta_{ie} N_e \mathbf{Q}_i - (\delta_{en} N_n + \delta_{ei} N_i) \mathbf{Q}_e, \end{aligned} \quad (4.7)$$

где \mathbf{E} — напряженность электрического поля и \mathbf{H}_0 — напряженность внешнего магнитного поля (в условиях ионосферы — геомагнитного поля). Влиянием других магнитных полей, наводимых в ионосфере, можно, в силу их относительной малости, пренебречь. Смысл частот столкновений ν_{ei} и ν_{en} ясен из их обозначений. То же относится и к коэффициентам δ . Вектор Γ_e определяется так же, как и Γ_n .

Аналогично (4.7) можно написать квазигидродинамическое уравнение и для ионной компоненты

$$\begin{aligned} \rho_i \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial t} + \rho_i (\mathbf{u}_i \nabla) \mathbf{u}_i = \\ = - \nabla p_i - \Gamma_i + \frac{\rho_i \mathbf{F}_i}{M_i} + e N_i \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{u}_i \mathbf{H}_0] \right) - \\ - M_i \nu_{ie} N_i (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e) - M_i \nu_{in} N_i (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_n) + \\ + \delta_{ni} N_i \mathbf{Q}_n + \delta_{ei} N_i \mathbf{Q}_e - (\delta_{in} N_n + \delta_{ie} N_e) \mathbf{Q}_i. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Некоторые коэффициенты в слагаемых, содержащих разности скоростей, связаны между собой. Их связь устанавливается из закона сохранения импульса при столкновениях, что эквивалентно следующему требованию: слагаемые, описывающие взаимное трение двух выбранных сортов частиц в любой из пар уравнений (4.6) — (4.8), должны быть равны по абсолютной величине и противоположны по знаку. Тогда после суммирования всех уравнений (4.6) — (4.8) внутренние силы, которыми и являются силы трения, взаимно уничтожаются. Это совершенно понятно, поскольку полный импульс системы за счет внутренних сил измениться не может.

В качестве основных частот столкновений, через которые мы будем выражать все остальные, выберем ν_{en} , ν_{ei} и ν_{in} . Аналогично из коэффициентов δ оставим только δ_{en} , δ_{ei} и δ_{in} . Остальные будем выражать через них с помощью простых соотношений типа $m_e \delta_{ne} = M_n \delta_{en}$ [11].

Учитывая сделанные замечания, из (4.6) — (4.8) находим

$$\begin{aligned} \rho_n \frac{\partial \mathbf{u}_n}{\partial t} + \rho_n (\mathbf{u}_n \nabla) \mathbf{u}_n = & -\nabla p_n - \Gamma_n + \frac{\rho_n \mathbf{F}_n}{M_n} - \\ & - m_e v_{en} N_e (\mathbf{u}_n - \mathbf{u}_e) - M_i v_{in} N_i (\mathbf{u}_n - \mathbf{u}_i) + \delta_{en} N_n \mathbf{Q}_e + \\ & + \delta_{in} N_n \mathbf{Q}_i - \left(\frac{m_e}{M_n} \delta_{en} N_e + \frac{M_i}{M_n} \delta_{in} N_i \right) \mathbf{Q}_n, \quad (4.9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho_e \frac{\partial \mathbf{u}_e}{\partial t} + \rho_e (\mathbf{u}_e \nabla) \mathbf{u}_e = & -\nabla p_e - \Gamma_e + \frac{\rho_e \mathbf{F}_e}{m_e} - \\ & - e N_e \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{u}_e \mathbf{H}_0] \right) - m_e v_{ei} N_e (\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_i) - \\ & - m_e v_{en} N_e (\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_n) - (\delta_{en} N_n + \delta_{ei} N_i) \mathbf{Q}_e + \\ & + \frac{m_e}{M_n} \delta_{en} N_e \mathbf{Q}_n + \frac{m_e}{M_i} \delta_{ei} N_e \mathbf{Q}_i, \quad (4.10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho_i \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial t} + \rho_i (\mathbf{u}_i \nabla) \mathbf{u}_i = & -\nabla p_i - \Gamma_i + \frac{\rho_i \mathbf{F}_i}{M_i} + \\ & + e N_i \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{u}_i \mathbf{H}_0] \right) - m_e v_{ei} N_e (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e) - \\ & - M_i v_{in} N_i (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_n) - \left(\delta_{in} N_n + \frac{m_e}{M_i} \delta_{ei} N_e \right) \mathbf{Q}_i + \\ & + \delta_{ei} N_i \mathbf{Q}_e + \frac{M_i}{M_n} \delta_{in} N_i \mathbf{Q}_n. \quad (4.11) \end{aligned}$$

В соответствии с (3.25) для частот столкновений можно написать

$$v_{en} = \frac{2}{3} \tilde{\gamma}_{en} \bar{w}_e N_n, \quad (4.12)$$

$$v_{ei} = \frac{2}{3} \tilde{\gamma}_{ei} \bar{w}_e N_i, \quad (4.13)$$

$$v_{in} = \frac{2}{3} \tilde{\gamma}_{in} \bar{w}_i N_n, \quad (4.14)$$

где в последнем соотношении $\bar{w}_i = \sqrt{\frac{8\kappa\Gamma_i}{\pi M_i} \frac{M_n}{M_i + M_n}}$. При получении (4.12), (4.13) учтены неравенства $m_e \ll M_i$ и $m_e \ll M_n$. Формула (4.14) написана для случая, когда температуры ионов и нейтральных частиц мало отличаются друг от друга. Как и ранее, используются связи между дифференциальным и полным сечениями типа $\tilde{\gamma}_{en} = 2\pi q_{en}$.

Вследствие некоторых особенностей кулоновского взаимодействия следует уточнить вопрос о частоте v_{ei} (см. (4.13)) или сечении $\tilde{\gamma}_{ei}$. Здесь целесообразно воспользоваться результатами, полученными специально для сильно-

ионизированной плазмы [14], а именно соотношением

$$v_{ei} = {}^{4/3} \sqrt{2\pi} \frac{e^4 N_i}{m_e^{1/2} (\kappa T_e)^{3/2}} \lambda_K, \quad (4.15)$$

справедливым для столкновений с однозарядными ионами. Многозарядные ионы в ионосфере практически отсутствуют. Сравнивая (4.13) и (4.15), имеем

$$\tilde{q}_{ei} = \pi \left(\frac{e^2}{\kappa T_e} \right)^2 \lambda_K. \quad (4.16)$$

Величина $e^2/\kappa T_e$ определяет неэкранированный радиус кулоновского взаимодействия. Как уже указывалось, фактор λ_K учитывает эффект экранировки (см. (2.10)).

Далее в соответствии с [11] приведем приближенные значения коэффициентов δ_{en} , δ_{ei} и δ_{in} . Для простоты будем считать, что температуры ионов T_1 и молекул T_n одинаковы. Тогда с учетом неравенств $m_e \ll M_1$ и $m_e \ll M_n$ и (3.25) имеем

$$\delta_{en} = ({}^{2/15}) \sqrt{2/\pi} \tilde{q}_{en} \left(\frac{\kappa T_e}{m_e} \right)^{-1/2}, \quad (4.17)$$

$$\delta_{ei} = ({}^{2/15}) \sqrt{2/\pi} \tilde{q}_{ei} \left(\frac{\kappa T_e}{m_e} \right)^{-1/2}, \quad (4.18)$$

$$\delta_{in} = ({}^{2/15}) \sqrt{2/\pi} \tilde{q}_{in} \left[\frac{\kappa T_1 (M_1 + M_n)}{M_1 M_n} \right]^{-1/2}. \quad (4.19)$$

Выражения для векторов Γ_n , Γ_e и Γ_1 , входящих в (4.9) — (4.11), можно получить из соотношений, вытекающих из (3.21). Обозначив

$$U_{jk} = \frac{\partial u_k}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_k} - {}^{2/3} \delta_{jk} \frac{\partial u_l}{\partial x_l}, \quad (4.20)$$

вновь выпишем уравнение (3.21) без учета химических реакций *) и слагаемого, содержащего тензор

*) В уравнение (3.21) входят слагаемые порядка p_{jk}/τ (τ — промежуток времени между столкновениями). В этом можно убедиться, используя формулы (3.26) и (3.29) для интегралов I_α^β . Характерные длительности химических процессов много больше τ , что позволяет не учитывать эти процессы и в данном случае.

$\frac{\partial Q_k}{\partial x_j} + \frac{\partial Q_j}{\partial x_k} - {}^2/3\delta_{kj} \frac{\partial Q_l}{\partial x_l}$ (в силу аргументов, изложенных в [11]). Тогда

$$\frac{\partial p_{\alpha jk}}{\partial t} + p_{\alpha} U_{\alpha jk} = I_{\alpha} (A_{jk}^{(2)}) - {}^1/3\delta_{jk} I_{\alpha} (A_{ll}^{(2)}) - [u_{\alpha j} I_{\alpha} (A_k^{(1)}) + u_{\alpha k} I_{\alpha} (A_j^{(1)}) - {}^2/3\delta_{jk} u_{\alpha l} I_{\alpha} (A_l^{(1)})]. \quad (4.21)$$

Учитывая (3.26), (3.29), легко показать, что правая часть здесь содержит члены порядка $p_{\alpha jk}/\tau$. Если воспользоваться ограничением $t_0 \gg \tau$ (см. (3.31)), то в дальнейшем в (4.21) можно не принимать во внимание слагаемое $\partial p_{\alpha jk}/\partial t \sim p_{\alpha jk}/t_0$.

Для нейтральной компоненты основным в правой части (4.21), где $I_{\alpha} = I_{\alpha}^n + I_{\alpha}^i + I_{\alpha}^e$, будет слагаемое $I_{\alpha}^n (A_{jk}^{(2)})$. В силу ограничения $N_e \ll N_n$ (см. (1.1)) взаимодействие молекул с заряженными частицами можно в первом приближении не учитывать, опуская слагаемые типа $I_{\alpha}^e (A_{jk}^{(2)})$ и $I_{\alpha}^i (A_{jk}^{(2)})$, а также члены с интегралами $I_{\alpha}^{e, i} (A_k^{(1)})$. Напомним, что, согласно (3.28), $I_{\alpha}^{(n)} (A_k^{(1)}) = 0$. Это обстоятельство и предопределяет возможность простой записи правой части уравнения (4.21) применительно к нейтральным частицам. Используя (3.29), приходим к следующему приближенному уравнению:

$$p_n U_{njk} = - {}^{16/5} \sqrt{\pi} q_{nn} N_n p_{njk} \sqrt{\frac{\kappa T_n}{M_n}} = - \frac{2 \sqrt{2}}{5} \tilde{q}_{nn} N_n \bar{w}_n p_{njk}, \quad (4.22)$$

где полное сечение \tilde{q}_{nn} определяется так же, как и ранее ($\tilde{q}_{nn} = 2\pi q_{nn}$). Введем эффективную частоту столкновений между частицами одного сорта аналогично тому, как это было сделано выше, но с несколько отличным численным коэффициентом

$$v_{nn} = \frac{2 \sqrt{2}}{5} \tilde{q}_{nn} \bar{w}_n N_n; \quad (4.23)$$

тогда окончательно приходим к приближенной формуле вида

$$p_n U_{njk} = - v_{nn} p_{njk}. \quad (4.24)$$

Несколько сложнее обстоит дело в случае заряженных частиц, где необходим более детальный анализ слагае-

мых, входящих в уравнения типа (4.21). Рассмотрим сначала уравнение для электронов. Используя соотношения (3.25), (3.26), сразу же учтем, что $m_e \ll M_n$ и $m_e \ll M_1$; кроме того, примем во внимание, что в ионосфере температуры T_e , T_1 и T_n имеют одинаковый порядок. Однако связь между тензорами U_{ejk} (см. (4.20)) и p_{ejk} все же остается довольно сложной. Поэтому ограничимся случаем, когда не учитываются кулоновские столкновения. В ионосфере это возможно до высот 200—250 км. Приблизительно столкновения между заряженными частицами можно учесть, заменяя частоту ν_{en} частотой $\nu_e = \nu_{en} + \nu_{e1} + \nu_{ee}$. Запишем (4.2) для электронов и опустим слагаемые с интегралами $I_e^n(A_j^{(1)})$ и т. п., что возможно при выполнении неравенства $|p_e U_{ejk}| \ll |u_{ej} I_e^n(A_k^{(1)})|$. При оценках значений $I_e^n(A_k^{(1)})$ с помощью соотношения (3.25) можно в нем пренебречь членами с тепловыми потоками Q_e и Q_n , поскольку по абсолютной величине они не больше первого члена. Тогда из последнего ограничения вытекает следующее условие:

$$\bar{w}_e \gg |\Delta u| L/l = |\Delta u| (Kn)^{-1}. \quad (4.25)$$

Здесь $|\Delta u|$ порядка абсолютной величины разности скоростей $|u_e - u_n|$. Скорости частиц различных сортов (особенно заряженных и нейтральных) в ионосфере могут различаться вследствие влияния геомагнитного поля H_0 . Их различие сильнее всего проявляется в области E . В других областях можно считать, что $|\Delta u| \ll u_e$ или $|\Delta u| \ll u_n$. Но даже если принять, что $|\Delta u| \approx u_e$ и $|\Delta u| \approx u_n$, то ограничение (4.25) все же, как правило, выполняется ($\bar{w}_e \sim 10^7$ см/сек, u_e или $u_n \sim 10^4$ см/сек, а $Kn \lesssim 10^{-1}$).

При сделанных оговорках из (4.21) приближенно вытекает соотношение такого же типа, как и (4.24), а именно

$$p_e U_{ejk} = -\frac{4}{5} \nu_{en} p_{ejk}. \quad (4.26)$$

При переходе к этому соотношению необходимо ввести еще некоторые добавления, не связанные с ограничением (4.25) и другими сделанными выше оговорками. В (4.26) отсутствует член, содержащий разность температур $T_e - T_n$ и фигурирующий в формуле (3.26) для $I_e^n(A_{jk}^{(2)})$. Этот член в процессе вычислений выпадает, поскольку интегралы такого типа входят в соотношение (4.21) в виде разности $I_e^n(A_{jk}^{(2)}) - \frac{1}{3} \delta_{jk} I_e^n(A_{il}^{(2)})$. Далее мы учли, что

$I_e^n(p_{ll}) = 0$ (так как $p_{ll} = 0$), и пренебрегли слагаемыми p_{njk}/p_n в силу выполнимости неравенства $\left| \frac{p_{njk}}{p_n} \right| \ll \ll \frac{M_n}{m_e} \left| \frac{p_{ejk}}{p_e} \right|$, подтвержденного дальнейшими результатами.

Наконец, следует получить аналогичное (4.24) и (4.26) соотношение для ионной компоненты. Как и для электронов, будем считать превалирующими столкновения ионов с нейтральными частицами. По сходным с предыдущими причинам в окончательных выражениях отсутствуют слагаемые с разностью $T_n - T_1$ и интегралы $I_i^n(p_{ll})$, а также члены, пропорциональные компонентам потоков тепла. Вместе с тем уже не представляется возможным, вообще говоря, использовать ограничение типа (4.25). Поэтому получается более сложное по сравнению с (4.24) или (4.26) соотношение для определения компонент тензора U_{ijk} . Чтобы несколько упростить формулы, будем считать здесь, что одинаковы массы нейтральных частиц и ионов и температуры всех компонент ($T_e = T_1 = T_n = T$). Тогда можно прийти к следующему приближенному равенству, где из-за ряда пренебрежений допускается некоторое завышение вклада вязких сил:

$$\begin{aligned} v_{in} p_i U_{ijk} = & \\ = -\frac{2\sqrt{2}}{5} p_{ijk} - \rho_1 \{ & u_{ij} u_{nk} + u_{ik} u_{nj} - \frac{2}{3} \delta_{jk} u_{il} u_{nl} - \\ & - 2u_{ij} u_{ik} + \frac{2}{3} \delta_{jk} u_{il} u_{il} \}. \end{aligned} \quad (4.27)$$

При переходе к последнему соотношению была учтена связь (4.24), что позволило пренебречь некоторыми слагаемыми, не играющими определяющей роли. Осуществляя эти пренебрежения, мы в известной мере опирались на предположение о том, что влияние вязких напряжений малосущественно для движений плазменной компоненты. Обоснования такого предположения будут приведены ниже. Естественно, что в (4.27) суммирование по индексу i , означаящему принадлежность частиц к ионам, не проводится.

В очень важных для дальнейшего уравнениях (4.6) — (4.8) имеются слагаемые, содержащие потоки тепла Q_n , Q_e и Q_1 . Для оценки их вклада обратимся к уравнению (3.22) и используем уравнения движения в форме (3.17). Далее пренебрежем слагаемыми с $\partial/\partial t$ по обычным соображениям, которые несколько раз уже приводились. Опу-

стим также слагаемые, содержащие компоненты тензора вязких напряжений, поскольку учет вязких сил не изменит результата (особенно для плазменной компоненты). Ограничимся случаем равенства всех температур ($T_e = T_1 = T_n = T$). Обобщения на случай неодинаковых температур можно выполнить, используя более общие соотношения, которые содержатся в монографии [11].

В итоге из (3.22) и (3.17) при учете (3.25) и (3.26) получим громоздкую систему уравнений. С целью упрощений ограничимся только случаем столкновений электронов и ионов с нейтральными частицами. Выпишем сначала уравнение для молекул. В нем сразу же пренебрежем явно малосущественными слагаемыми. Так, опустим члены порядка m_e/M_1 и m_e/M_n . Из коэффициентов, определяющих величину основного потока тепла, мы оставим только наибольший. В результате получим следующее приближенное уравнение (выражения для его коэффициентов найдены в [11]):

$$\frac{5\kappa p_n}{M_n} \nabla T_n = a_{ni} N_n N_i (u_i - u_n) - b_{nn} N_n Q_n + c_{ni} N_n Q_i, \quad (4.28)$$

где

$$\left. \begin{aligned} a_{ni} &= \frac{\kappa T M_i^2 v_{in}}{M_n^{1/2} (M_n + M_i)^{3/2} N_n}, \\ b_{nn} &= 2/3 v_{nn} N_n^{-1}, \\ c_{ni} &= {}^{27/10} \frac{M_n^{1/2} M_i^2 v_{in}}{(M_n + M_i)^{5/2} N_n}. \end{aligned} \right\} \quad (4.29)$$

При записи этих коэффициентов учтены формулы (4.14) и (4.23). Здесь и ниже в данном параграфе, чтобы подчеркнуть соответствие уравнений типа (4.28) определенному сорту частиц, мы будем снабжать символы температур соответствующими индексами. Вместе с тем при оценках коэффициентов типа (4.29) все температуры по-прежнему считаются примерно равными. Заметим также, что в (4.28) мы пренебрегали не очень большими слагаемыми, пропорциональными $(T_n - T_1)$ и др.

Аналогично можно написать уравнение, определяющее изменение температуры электронов. В этом случае имеем

$$\frac{5\kappa p_e}{m_e} \nabla T_e = a_{en} N_e N_n (u_n - u_e) - b_{en} N_n Q_e + c_{en} N_e Q_n, \quad (4.30)$$

где

$$\left. \begin{aligned} a_{en} &= \kappa T v_{en} N_n^{-1}, \\ b_{en} &= 13/10 v_{en} N_n^{-1}, \\ c_{en} &= 27/10 v_{en} \frac{m_e}{M_n} N_n^{-1}. \end{aligned} \right\} \quad (4.31)$$

И, наконец, напишем уравнение типа (4.28) и (4.30) для ионной компоненты

$$5 \frac{\kappa p_i}{M_1} \nabla T_i = a_{in} N_i N_n (\mathbf{u}_n - \mathbf{u}_i) - b_{in} N_n \mathbf{Q}_i + c_{in} N_i \mathbf{Q}_n, \quad (4.32)$$

где коэффициенты a_{in} и c_{in} получаются из соответствующих формул (4.29) посредством взаимной замены M_1 и M_n . Для коэффициента b_{in} имеем соотношение, которое для простоты выпишем при $M_1 \approx M_n$:

$$b_{in} = \frac{59 \sqrt{2}}{80} v_{in} N_n^{-1}. \quad (4.33)$$

Для высот 200—250 км отсутствие учета кулоновских столкновений не должно существенно изменить выводы, тем более, что ниже анализ сводится только к оценкам вклада тепловых потоков, причем роль последних оказывается не особенно значительной. Подставим выражения для векторов \mathbf{Q}_n , \mathbf{Q}_i и \mathbf{Q}_e , определяемых (4.28), (4.30) и (4.32) при учете соотношений (4.29), (4.31) и (4.33), в уравнения (4.7) — (4.9). С этой целью прежде всего раз решим уравнения (4.28) и (4.32) относительно \mathbf{Q}_i и \mathbf{Q}_n . Здесь полезно иметь в виду, что коэффициенты b_{ni} , c_{ni} , b_{in} и c_{in} одного порядка. Тогда приближенно получаем

$$\mathbf{Q}_n = \frac{N_i}{b_{nn}} (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_n) \left(a_{ni} - a_{in} \frac{c_{in}}{b_{in}} \right) - \frac{5 \kappa p_n \nabla T_n}{N_n M_n b_{nn}}, \quad (4.34)$$

$$\mathbf{Q}_i = \frac{N_i}{b_{in}} a_{in} (\mathbf{u}_n - \mathbf{u}_i) - \frac{5 \kappa}{b_{in} N_n} \left(\frac{p_i}{M_1} \nabla T_i + \frac{p_n \nabla T_n}{M_n} \frac{N_i c_{in}}{N_n b_{nn}} \right). \quad (4.35)$$

При определении потока \mathbf{Q}_e можно воспользоваться формулами (4.30) и (4.34). Если скорости ионов не превышают электронные на несколько порядков, что, несомненно, соответствует действительности, и абсолютные величины градиентов $|\nabla T_n|$, $|\nabla T_e|$ и $|\nabla T_i|$ соизмеримы,

то последним слагаемым в (4.30) можно пренебречь. В связи с этим очень существенно наличие малого коэффициента m_e/M_n в выражении (4.31) для c_{en} . Таким образом, мы вправе приближенно считать, что

$$Q_e = \frac{a_{en}N_e}{b_{en}}(u_n - u_e) - \frac{5\kappa p_e}{m_e b_{en} N_n} \nabla T_e. \quad (4.36)$$

Вернемся к вопросу о роли членов с потоками тепла в уравнениях (4.9) — (4.11), считая, что значения Q_n , Q_e и Q_1 определяются соотношениями (4.34) — (4.36). Обсудим сначала предполагаемый вклад в них слагаемых, содержащих разности $u_n - u_e$ и др. Обозначим эти слагаемые через $\Delta_1 Q_n$, $\Delta_1 Q_1$ и $\Delta_1 Q_e$. Рассматривая уравнение (4.9), легко установить, что изменения за счет $\Delta_1 Q_e$ и $\Delta_1 Q_n$ малосущественны, тогда как слагаемое с $\Delta_1 Q_1$ дает в (4.9) вклад такого же порядка и той же структуры, что и член с силой трения, равный $M_1 N_1 v_{1n}(u_1 - u_n)$. Таким образом, этот вклад можно учесть посредством введения модифицированной частоты столкновений \tilde{v}_{1n} , зависящей не только от v_{1n} , но и от величины коэффициентов a_{1n} и b_{1n} (см. (4.29) и (4.33)). Вместе с тем по порядку величины \tilde{v}_{1n} и v_{1n} одинаковы, а специфический характер проявления силы трения будет сохраняться. Такие же изменения следует произвести и в уравнениях (4.10), (4.11). Как и в указанном выше случае, значения модифицированных частот \tilde{v}_{en} и \tilde{v}_{e1} будут того же порядка, что и v_{en} и v_{e1} . Таким образом, учет слагаемых $\Delta_1 Q_n$, $\Delta_1 Q_e$ и $\Delta_1 Q_1$ ни к каким новым эффектам не приводит. Поэтому для простоты не будем делать различия между $\tilde{v}_{\alpha\beta}$ и $v_{\alpha\beta}$ и знак тильды будем опускать.

Продолжая анализ вопроса о роли членов с потоками тепла в уравнениях (4.9) — (4.11), проведем оценку вкладов в эти уравнения от слагаемых в (4.34) — (4.36), пропорциональных температурным градиентам ∇T_e , ∇T_1 и ∇T_n . Обозначим эти слагаемые $\Delta_2 Q_e$, $\Delta_2 Q_1$ и $\Delta_2 Q_n$ ($Q_e = \Delta_1 Q_e + \Delta_2 Q_e$ и т. д.). Элементарная подстановка значений $\Delta_2 Q$ в (4.9), (4.10) приводит к четкому выводу о малосущественности тепловых потоков. Необходимо лишь, чтобы значения $|\nabla T_e|$, $|\nabla T_1|$ и $|\nabla T_n|$ не слишком сильно отличались друг от друга. Связанные с этим условием требования хорошо выполняются в ионосфере. Таким образом, в уравнениях (4.9), (4.10) для нейтральных частиц и электронов можно приближенно считать $Q_e = Q_1 = Q_n = 0$.

Сложнее обстоит дело с уравнением (4.11) для ионной компоненты. Вклады от слагаемых $\nabla_2 Q_1$ и $\nabla_2 Q_n$ в соотношении (4.11) сравнимы по величине с входящим в него членом с ∇p_1 (точнее, с $N_1 \kappa \nabla T_1$). Хотя на последнее обстоятельство обращалось внимание в [11], подробный анализ вопроса не проведен, что, вероятно, не случайно, поскольку здесь решение задачи опять упирается в отсутствие надежных сведений о сечениях.

Не претендуя на строгое описание, мы не будем пытаться вводить соответствующие уточнения, которые применительно к задачам диффузии эквивалентны учету термодиффузии. Таким образом, и в уравнениях движения для ионов пренебрежем слагаемыми с тепловыми потоками, так же, как это делалось для электронной и нейтральной компонент. В качестве дополнительного оправдания укажем, что ряд существенных процессов в ионосферной плазме (например, амбиполярную диффузию плазменных неоднородностей) можно, вероятно, рассматривать в изотермическом приближении.

Считая тепловые потоки малыми и пренебрегая ими, мы должны лишь подставить в (4.9)—(4.11) выражения для компонент тензора вязких напряжений из (4.24), (4.26) и (4.27). В основном учет вязких сил имеет значение для нейтральной компоненты. Для полноты записи вязкие силы будут сначала фигурировать во всех уравнениях.

Учитывая сделанные замечания, приходим к окончательным упрощенным уравнениям для электронов, ионов и нейтральных частиц:

$$\begin{aligned} \rho_e \frac{\partial \mathbf{u}_e}{\partial t} + \rho_e (\mathbf{u}_e \nabla) \mathbf{u}_e = & \\ = - \nabla p_e + \frac{\rho_e \mathbf{F}_e}{m_e} + \eta_e \Delta \mathbf{u}_e + \frac{1}{3} \eta_e \text{grad div } \mathbf{u}_e - & \\ - e N_e \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{u}_e \mathbf{H}_0] \right) - m_e \mathbf{v}_{ei} (\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_i) N_e - & \\ - m_e \mathbf{v}_{en} (\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_n) N_e, & \quad (4.37) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho_i \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial t} + \rho_i (\mathbf{u}_i \nabla) \mathbf{u}_i = & \\ = - \nabla p_i + \frac{\rho_i \mathbf{F}_i}{M_i} + \eta_i \Delta \mathbf{u}_i + \frac{1}{3} \eta_i \text{grad div } \mathbf{u}_i + & \\ + e N_i \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{u}_i \mathbf{H}_0] \right) - m_e \mathbf{v}_{ei} (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e) N_e - & \\ - M_i \mathbf{v}_{in} (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_n) N_i, & \quad (4.38) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho_n \frac{\partial \mathbf{u}_n}{\partial t} + \rho_n (\mathbf{u}_n \nabla) \mathbf{u}_n = \\ = - \nabla p_n + \frac{\rho_n \mathbf{F}_n}{M_n} + \eta_n \Delta \mathbf{u}_n + 1/3 \eta_n \text{grad div } \mathbf{u}_n - \\ - m_e v_{en} (\mathbf{u}_n - \mathbf{u}_e) N_e - M_i v_{in} (\mathbf{u}_n - \mathbf{u}_i) N_i. \end{aligned} \quad (4.39)$$

Здесь введены динамические вязкости η_e , η_i и η_n , определяемые соотношениями

$$\left. \begin{aligned} \eta_n &= \frac{p_n}{v_{nn}} = \rho_n \frac{\kappa T_n}{M_n v_{nn}}, \\ \eta_e &= \frac{5}{4} \frac{p_e}{v_{en}} = \frac{5}{4} \rho_e \frac{\kappa T_e}{m_e v_{en}}, \\ \eta_i &= \frac{5}{2 \sqrt{2}} \frac{p_i}{v_{in}} = \frac{5}{2 \sqrt{2}} \rho_i \frac{\kappa T_i}{M_i v_{in}}. \end{aligned} \right\} \quad (4.40)$$

Учет влияния вязкости в уравнениях (4.38), (4.39) не полон ввиду отсутствия в них слагаемых со вторыми коэффициентами вязкости [10, 23]. Для дальнейшего их отсутствие малосущественно. В связи с этим следует иметь в виду, что эти коэффициенты исчезают для газа из одноатомных частиц. Кроме того, с влиянием указанных слагаемых можно не считаться для движений несжимаемого газа.

Наличие в формулах для η_e и η_i коэффициентов порядка единицы не особенно существенно. Их появление связано с невозможностью введения для различных процессов единой усредненной частоты столкновений. При написании (4.40) мы воспользовались уравнениями состояния для молекул, электронов и ионов (см. (3.13))

$$p_n = N_n \kappa T_n, \quad p_i = N_i \kappa T_i, \quad p_e = N_e \kappa T_e. \quad (4.41)$$

Каждый из коэффициентов η_n , η_i и η_e можно оценить по порядку величины, следуя одному и тому же способу.

Например, для η_e имеем $\eta_e \sim \rho_e \frac{\bar{w}_e^2}{v_{en}} \sim \rho_e \bar{w}_e l_e$. Аналогично $\eta_i \sim \rho_i \frac{\bar{w}_i^2}{v_{in}} \sim \rho_i \bar{w}_i l_i$ и т. д. Наряду с динамическими часто вводят кинематические вязкости [23]

$$\mu_{c,n} = \eta_n / \rho_n, \quad \mu_{c,e} = \eta_e / \rho_e, \quad \mu_{c,i} = \eta_i / \rho_i, \quad (4.42)$$

каждая из которых определяется характерным для процессов переноса (вязкость, диффузия, теплопроводность) произведением $\bar{w}l$.

В связи с введением тензора вязких напряжений следует сделать замечание, касающееся уравнения (4.38) для ионов. Для них связь (4.27) между компонентами тензоров p_{ijk} и U_{ijk} несколько сложнее, чем для других сортов частиц (см. (4.24), (4.26)). После подстановки p_{ijk} из (4.27) в (4.38) должно было бы появиться дополнительное слагаемое. Оно при написании (4.38) было опущено, так как вносит малый вклад при ограничении

$$\bar{w}_1/u_1 \gg \text{Kn}. \quad (4.43)$$

Последнее условие, если считать справедливым основной критерий применимости гидродинамического приближения (3.32), хорошо выполняется в ионосфере, поскольку в естественных условиях в этой среде движения не являются сверхзвуковыми ($u_1 < \bar{w}_1$). Конечно, если действовать последовательно, то, учитывая (4.43) или (3.32), нужно одновременно опустить ряд слагаемых в (4.37)—(4.39), что мы и сделаем в систематической форме несколько позднее.

Как уже указывалось, в качестве замкнутой системы уравнений можно использовать полную систему 13-моментных уравнений (3.14), (3.17), (3.19), (3.21) и (3.22). Однако не только решение, но и качественный анализ на базе этой системы сопряжен с большими трудностями. Проведенные упрощения позволили прийти при некоторых ограничениях, обычно выполняющихся в ионосфере, к более простым уравнениям (4.1), (4.4), (4.5), (4.37)—(4.39). Используя (4.41), можно иногда ограничиться этой совокупностью уравнений, делая те или иные предположения о характере процессов (изотермичность, адиабатичность и др.). Очень часто так и поступают для упрощения исследования вопросов динамики многокомпонентных сред типа ионосферы.

Не останавливаясь на дальнейших упрощениях всей совокупности 13-моментных уравнений для электронов, ионов и молекул, рассмотрим более детально соотношения, определяющие изменения температур T_n , T_i и T_e .

Дело в том, что определение этих температур представляет самостоятельный интерес в связи с проблемой нагрева и термической ионизации ионосферы, а также

в связи с возможностью осуществления прямых измерений температуры.

В процессе получения уравнений для T_e , T_1 и T_n можно при выполнении ограничения (3.31) пренебречь вязкими силами по сравнению с силами парциальных давлений. В 13-моментном приближении, если не принимать во внимание химические реакции, из (3.19) получим

$$3 \left[\frac{\partial p_\alpha}{\partial t} + (\mathbf{u}_\alpha \nabla) p_\alpha \right] + 5p_\alpha \operatorname{div} \mathbf{u}_\alpha + \operatorname{div} \mathbf{Q}_\alpha = \\ = I_\alpha (A_{ii}^{(2)}) - 2u_{\alpha i} I_\alpha (A_i^{(1)}). \quad (4.44)$$

При переходе к (4.44) было учтено, что $I_\alpha (A^{(0)}) = 0$. Используя уравнение непрерывности для частиц сорта α , находим

$$3/2 N_\alpha \kappa \left(\frac{\partial T_\alpha}{\partial t} + \mathbf{u}_\alpha \nabla T_\alpha \right) + p_\alpha \operatorname{div} \mathbf{u}_\alpha + 1/2 \operatorname{div} \mathbf{Q}_\alpha = \\ = 1/2 I_\alpha (A_{ii}^{(2)}) - u_{\alpha i} I_\alpha (A_i^{(1)}). \quad (4.45)$$

Используя значения интегралов $I_\alpha (A_{ii}^{(2)})$ и $I_\alpha (A_i^{(1)})$, определенные (3.25), (3.26), получаем уравнение теплопроводности. Как и во многих случаях ранее, для простоты не будем принимать во внимание столкновений между заряженными частицами. Более общие соотношения можно вывести на основе формул, приведенных в [11]. Далее воспользуемся очевидными неравенствами $m_e \ll \ll M_1$ и $m_e \ll M_n$. Учтем также, что $I_\alpha^\alpha (A_j^{(1)}) = 0$ (см. (3.28)) и $I_\alpha^\alpha (A_{ii}^{(2)}) = 0$ при $p_{ii} = 0$ (см. (3.29)). Следовательно, столкновения одинаковых частиц никакого вклада в уравнение (4.45) не вносят.

Нужно также иметь в виду, что в интегралы типа $I_\alpha^\beta (A_{ii}^{(2)})$ входят исчезающие суммы $p_{\alpha ii} = 0$ и $p_{\beta ii} = 0$ ($\alpha \neq \beta$). Обращаясь к соотношению (3.26), мы видим, что отличия интегралов $I_\alpha^\beta (A_{ii}^{(2)})$ от нуля связаны с членами, содержащими разность температур частиц различных сортов. В интегралах типа $I_\alpha^\beta (A_j^{(1)})$ имеются члены, пропорциональные тепловым потокам Q_e , Q_1 и Q_n , а также слагаемые с разностями скоростей. По аналогии с рассуждениями, проведенными при упрощении уравнений (4.9) — (4.11), слагаемые с потоками можно учесть, переобозначив частоты столкновений. В первой части (4.45) мы опустим члены с тепловыми потоками, а для частот

столкновений новых обозначений вводить не будем. Строго говоря, конечно, имеется разница между частотами соударений в уравнениях (4.6) — (4.8) и теми, которые фигурируют в последующих формулах настоящего параграфа. К сожалению, установить эту разницу не представляется возможным. Можно, однако, гарантировать их совпадение по порядку величины.

Оставляя только наиболее существенные слагаемые и считая для простоты массы и температуры ионов и молекул близкими друг к другу ($M_1 \approx M_n$, $T_1 \approx T_n$), получим после указанных упрощений уравнение для нейтральной компоненты вида

$$\begin{aligned} \frac{3}{2}N_n\kappa \left(\frac{\partial T_n}{\partial t} + \mathbf{u}_n \nabla T_n \right) + p_n \operatorname{div} \mathbf{u}_n + \frac{1}{2} \operatorname{div} \mathbf{Q}_n = \\ = M_1 v_{in} N_i \mathbf{u}_n (\mathbf{u}_n - \mathbf{u}_i) + \frac{1}{2} N_i v_{in} \kappa (T_i - T_n). \end{aligned} \quad (4.46)$$

Аналогично для электронов и ионов имеем соответственно

$$\begin{aligned} \frac{3}{2}N_e\kappa \left(\frac{\partial T_e}{\partial t} + \mathbf{u}_e \nabla T_e \right) + p_e \operatorname{div} \mathbf{u}_e + \frac{1}{2} \operatorname{div} \mathbf{Q}_e = \\ = m_e v_{en} N_e (\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_n) \mathbf{u}_e + \frac{1}{2} N_e v_{en} \kappa \frac{m_e}{M_n} (T_n - T_e), \end{aligned} \quad (4.47)$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{2}N_i\kappa \left(\frac{\partial T_i}{\partial t} + \mathbf{u}_i \nabla T_i \right) + p_i \operatorname{div} \mathbf{u}_i + \frac{1}{2} \operatorname{div} \mathbf{Q}_i = \\ = M_1 v_{in} N_i \mathbf{u}_i (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_n) + \frac{1}{2} N_i v_{in} \kappa (T_n - T_i). \end{aligned} \quad (4.48)$$

Чтобы придать этим соотношениям вид уравнений теплопроводности, нужно воспользоваться формулами (4.34) — (4.36). Если традиционным образом опустить в них слагаемые с a_{en} , a_{in} и a_{ni} и считать ∇T_e , ∇T_i и ∇T_n величинами одного порядка, то для каждой из компонент получаются сходные уравнения. Для нейтральной компоненты из (4.46) получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_n}{\partial t} + \mathbf{u}_n \nabla T_n + \frac{2}{3} T_n \operatorname{div} \mathbf{u}_n = \\ = \frac{2}{3} \frac{M_i}{\kappa} \frac{N_i}{N_n} v_{in} (\mathbf{u}_n - \mathbf{u}_i) \mathbf{u}_n + \\ + \frac{2}{3} \frac{N_i}{N_n} v_{in} (T_i - T_n) + \operatorname{div} (\chi_{T_n} \nabla T_n), \end{aligned} \quad (4.49)$$

где $\chi_{T_n} = \frac{5}{2} \kappa T_n / M_n v_{in}$ — коэффициент температуропроводности.

Переходя к заряженным частицам, напишем в качестве примера уравнение теплопроводности для электронов. Для этого нужно воспользоваться уравнением (4.47) и учесть (4.36). Аналогичный результат для ионной компоненты можно получить из соотношений (4.48) и (4.35). При пренебрежениях, сходных с используемыми при переходе к (4.49), находим

$$\frac{\partial T_e}{\partial t} + \mathbf{u}_e \nabla T_e + \frac{2}{3} T_e \operatorname{div} \mathbf{u}_e = \frac{2}{3} \frac{m_e}{\kappa} v_{en} (\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_n) \mathbf{u}_e + \frac{2}{3} v_{en} \frac{m_e}{M_n} (T_n - T_e) + \operatorname{div} (\chi_{T_e} \nabla T_e), \quad (4.50)$$

где $\chi_{T_e} = \frac{50}{39} \kappa T_e / m_e v_{en}$. Различие численных коэффициентов в выражениях для χ_{T_e} и χ_{T_n} связано с различием в отношениях масс сталкивающихся частиц (принято, что $m_e \ll M_1$, тогда как ранее предполагалось, что $M_1 \approx M_n$).

Обращаясь к последнему слагаемому в (4.50), мы видим, что процесс теплопроводности обладает свойством изотропности. Вместе с тем ясно, что при достаточно большой гирочастоте электронов *) по сравнению с частотой v_{en} эта теплопроводность должна быть анизотропна. Отсутствие анизотропии в (4.50) связано с тем, что при выводе равенства (4.36) не учитывалось влияние внешнего магнитного поля. Мы не будем здесь выписывать сейчас более сложное уравнение для T_e с учетом анизотропии. При сильной анизотропии слагаемое $\operatorname{div} (\chi_{T_e} \nabla T_e)$ в (4.50) следует приближенно заменить на аналогичный член с производной в направлении магнитного поля \mathbf{H}_0 .

§ 5. Некоторые следствия квазигидродинамических уравнений

Очень часто при исследовании различных вопросов динамики слабоионизированного газа обращаются не к самим квазигидродинамическим уравнениям для молекул, электронов и ионов, а к некоторым их следствиям. Эти следствия представляют и самостоятельный физический интерес.

Как и ранее, рассмотрим слабоионизированный газ. Будем различать здесь плотность всей среды ρ и плот-

*) С этой частотой, равной $eH_0/m_e c$, свободный электрон вращается вокруг силовых линий поля \mathbf{H}_0 .

ность плазменной компоненты ρ_p , а также соответствующие скорости \mathbf{u} и \mathbf{u}_p и давления p и p_p . Для указанных величин по определению имеем

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \rho_e + \rho_i + \rho_n, & p &= p_e + p_i + p_n, \\ \rho_p &= \rho_i + \rho_e, & p_p &= p_i + p_e, \\ \mathbf{u} &= \frac{\rho_e \mathbf{u}_e + \rho_i \mathbf{u}_i + \rho_n \mathbf{u}_n}{\rho_e + \rho_i + \rho_n}, \\ \mathbf{u}_p &= \frac{\rho_e \mathbf{u}_e + \rho_i \mathbf{u}_i}{\rho_e + \rho_i}, \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

где индекс p означает принадлежность данной величины к плазменной составляющей.

Путем суммирования ряда соотношений для отдельных компонент получим уравнения, характеризующие всю среду в целом. Так, умножая (4.1) на M_n , (4.4) на m_e и (4.5) на M_i и складывая, получаем

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \mathbf{u} = 0. \quad (5.2)$$

Слагаемые, связанные с ионообразованием и рекомбинацией, сюда не входят, так как полная плотность среды из-за этих процессов не изменяется. Формально при сложении они выпадают, если учесть равенство $m_e + M_i = M_n$.

Аналогичным образом, складывая соотношения (4.37)–(4.39), получим уравнение, определяющее изменение плотности импульса для всей среды. Запишем его сначала в виде

$$\begin{aligned} \rho_e \frac{d\mathbf{u}_e}{dt} + \rho_i \frac{d\mathbf{u}_i}{dt} + \rho_n \frac{d\mathbf{u}_n}{dt} &= -\nabla p + \rho' \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{j}' \mathbf{H}_0] + \\ &+ \rho_e \frac{\mathbf{F}_e}{m_e} + \rho_i \frac{\mathbf{F}_i}{M_i} + \rho_n \frac{\mathbf{F}_n}{M_n} + \eta_e (\nabla^2 + \frac{1}{3} \operatorname{grad} \operatorname{div}) \mathbf{u}_e + \\ &+ \eta_i (\nabla^2 + \frac{1}{3} \operatorname{grad} \operatorname{div}) \mathbf{u}_i + \eta_n (\nabla^2 + \frac{1}{3} \operatorname{grad} \operatorname{div}) \mathbf{u}_n, \end{aligned} \quad (5.3)$$

где $\rho' = e(N_i - N_e)$ — плотность заряда, $\mathbf{j}' = e(N_i \mathbf{u}_i - N_e \mathbf{u}_e)$ — полная плотность усредненного микроскопического тока; кроме того, введено обозначение $\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u}$. Если скорости частиц близки друг к другу, то уравнение (5.3) переходит в известное уравнение

магнитной гидродинамики

$$\rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} \equiv \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u}\nabla)\mathbf{u} \right) = -\nabla p + \rho' \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{j}\mathbf{H}_0] + \mathbf{f} + \eta \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{1}{3} \eta \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{u}, \quad (5.4)$$

где $\mathbf{f} = N_n \mathbf{F}_n + N_e \mathbf{F}_e + N_i \mathbf{F}_i$ — плотность сил неэлектромагнитного происхождения, $\eta = \eta_e + \eta_i + \eta_n$. Обычно с большой степенью точности в уравнениях последнего типа можно положить $\rho' = 0$, так как отклонения от квазинейтральности в плазме невелики. В этом мы убедимся применительно к ионосфере в конце данного параграфа. Далее, при переходе от (5.3) к (5.4) вместо плотности полного усредненного тока \mathbf{j}' в соответствии с магнитогидродинамическим описанием оставлена только плотность тока проводимости \mathbf{j} . Если исключить некоторые специфические случаи (см. [8], § 14), то на низких частотах такая замена, связанная с пренебрежением током смещения, вполне допустима.

Обратимся теперь к ограничению $\rho_n \gg \rho_i$, которое для ионосферной плазмы, где $N_e \approx N_i$ и $M_n \approx M_i$, эквивалентно (1.1). Если скорости заряженных частиц не превышают скорости нейтральных на несколько порядков, то из (5.1) следует, что $\rho_n |d\mathbf{u}_n/dt| \gg \rho_i |d\mathbf{u}_i/dt|$. Тогда автоматически (без оговорок о равенстве скоростей \mathbf{u}_e , \mathbf{u}_i и \mathbf{u}_n) получаем, что $\rho d\mathbf{u}/dt \approx \rho_n d\mathbf{u}_n/dt$. Таким образом, при слабой ионизации форма записи левой части (5.4) оправдана. Последующие расчеты, а также экспериментальные данные подтверждают, что при наличии интенсивных движений нейтральной компоненты скорость ионов не может сильно превышать значения \mathbf{u}_n . Если же скорость \mathbf{u}_n мала, то анализ движения газа на основе (5.4) большого интереса не представляет.

Мы не обращали пока внимание в (5.4) на слагаемое, в которое входит вязкость η . При $N_n \gg N_i$ и $\mathbf{u}_n \approx \mathbf{u}_i$ она практически полностью определяется нейтральной компонентой. Действительно, сравнивая по абсолютной величине силы $\eta_n \nabla^2 \mathbf{u}_n$ и $\eta_i \nabla^2 \mathbf{u}_i$ (см. (4.38), (4.39)), мы находим приближенно для их отношения $\frac{\eta_n |\nabla^2 \mathbf{u}_n|}{\eta_i |\nabla^2 \mathbf{u}_i|} \approx \frac{N_n}{N_i} \gg 1$.

Требование $\mathbf{u}_n \approx \mathbf{u}_i$ в данном случае малосущественно, так как, например, в области E имеем $N_n/N_i \gtrsim 10^8$. Роль вязкости нейтральной компоненты остается основной в (5.4) и в области F , где большие значения приобретают кулоновские столкновения,

Сложив соотношения для заряженных частиц (4.37), (4.38), получим следующее уравнение для плазменной компоненты, которое анализировалось в ряде работ [8, 24—27]:

$$\begin{aligned} \rho_e \frac{du_e}{dt} + \rho_i \frac{du_i}{dt} = & \\ = \rho' \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{j}' \mathbf{H}_0] - \nabla p_p + \frac{\rho_e \mathbf{F}_e}{m_e} + \frac{\rho_i \mathbf{F}_i}{M_i} + & \\ + \eta_e (\nabla^2 + \frac{1}{3} \text{grad div}) \mathbf{u}_e + \eta_i (\nabla^2 + \frac{1}{3} \text{grad div}) \mathbf{u}_i + & \\ + \rho_i v_{in} (\mathbf{u}_n - \mathbf{u}_i) - \frac{m_e v_{en}}{e} \mathbf{j}'. & \quad (5.5) \end{aligned}$$

При его выводе учитывались неравенства

$$v_{en}/v_{in} \sim \sqrt{M_n/m_e} \gg 1; \quad M_i v_{in}/m_e v_{en} \sim \sqrt{M_i/m_e} \gg 1, \quad (5.6)$$

вытекающие из ограничений $m_e \ll M_i$, $m_e \ll M_n$ и формул (4.12) и (4.14). При этом предполагается, что $M_i \sim M_n$ и $\tilde{q}_{en} \sim \tilde{q}_{in}$.

Далее, если регулярная (упорядоченная) скорость \mathbf{u} по абсолютной величине не слишком сильно превосходит скорость ионов, можно с учетом (5.1) приближенно заменить в (5.5) $\rho_e \frac{du_e}{dt} + \rho_i \frac{du_i}{dt}$ на $\rho_p \frac{du_p}{dt}$, ρ_i на ρ_p и \mathbf{u}_n на \mathbf{u} .

При этом необходимо лишь, чтобы $|\mathbf{u}_e|$ было меньше $(M_i/m_e) |\mathbf{u}_i|$. В условиях ионосферы это неравенство выполняется с большим запасом, так как обычно $u_e \lesssim u_i$. Далее в (5.5) можно пренебречь электронной вязкостью, а также малым пространственным зарядом ρ' .

При ограничении (3.32) возможны дальнейшие упрощения. Сопоставляя по абсолютной величине члены $\eta_i \nabla^2 \mathbf{u}_i$ и $\rho_i v_{in} \mathbf{u}_i$, приходим к выводу, что их отношение мало по сравнению с единицей (порядка l^2/L^2). Поскольку $u_i \sim u_p$, то в силу (3.31) можно пренебречь слагаемым $\rho_p \frac{\partial u_p}{\partial t}$ по сравнению с $\rho_i v_{in} \mathbf{u}_i$. При том же условии (3.31) для дозвуковых или околосзвуковых движений мы вправе пренебречь и инерционным слагаемым $\rho_p (\mathbf{u}_p \nabla) \mathbf{u}_p$. Таким образом, уравнение (5.5) заметно упрощается и принимает следующий вид:

$$\rho' \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{j}' \mathbf{H}_0] + \mathbf{f}_p - \nabla p_p = \rho_p v_{in} (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}) + \frac{m_e v_{en}}{e} \mathbf{j}'. \quad (5.7)$$

Умножим уравнение (4.37) на e/m_e , (4.38) на $-e/M_1$ и сложим полученные соотношения. Пренебрегая нелинейными членами с $(\mathbf{u}_e \nabla) \mathbf{u}_e$ и $(\mathbf{u}_1 \nabla) \mathbf{u}_1$, учитывая (5.6) и условие квазинейтральности

$$|N_e - N_1| \ll N_e = N, \quad (5.8)$$

принимая, как и ранее, $\mathbf{j}' \approx \mathbf{j}$, приходим к соотношению для плотности тока проводимости \mathbf{j} (обобщенный закон Ома)

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} + \nu_e \mathbf{j} + \frac{e}{m_e c} [\mathbf{j} \mathbf{H}_0] = \\ = \frac{e^2 N}{m_e} \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{u}_p \mathbf{H}_0] \right) - e N \nu_{en} (\mathbf{u}_n - \mathbf{u}_i) + \\ + \frac{e}{m_e} \left\{ \nabla p_e - \eta_e \nabla^2 \mathbf{u}_e - \frac{m_e}{M_1} (\nabla p_i - \eta_i \nabla^2 \mathbf{u}_i) \right\}, \quad (5.9) \end{aligned}$$

где $\nu_e = \nu_{e1} + \nu_{en}$. В правой части слагаемые с коэффициентами электронной и ионной вязкости η_e и η_i выписаны в укороченном виде, так как их величины малы по сравнению с членом $e N \nu_{en} \mathbf{u}_i$. При выполнении условия (3.32) влиянием вязкости можно пренебречь.

Далее предполагается, что неизотермичность плазмы не очень сильна, так что температуры T_e и T_1 не различаются на несколько порядков. Тогда при $N_1 \approx N_e \approx N$ (см. (5.8)) $|\nabla p_e| \gg (m_e/M_1) |\nabla p_i|$ и ионным давлением в (5.9) можно пренебречь. Как и при переходе от (5.5) к (5.7), в силу ограничения (3.31) пренебрегаем членом с $\partial/\partial t$. В итоге получим более простую, чем (5.9), формулировку закона Ома. Заменяем \mathbf{u}_n на \mathbf{u} , \mathbf{u}_i на \mathbf{u}_p и воспользуемся уравнением (5.7). Осуществляя указанные выше пренебрежения, находим вместо (5.9) соотношение

$$\begin{aligned} \nu_e \mathbf{j} + \frac{e}{m_e c} [\mathbf{j} \mathbf{H}_0] + \frac{e^2}{m_e M_1 c^2 \nu_{in}} [\mathbf{H}_0 [\mathbf{j} \mathbf{H}_0]] = \\ = \left(\nu_e + \frac{\Omega_H \omega_H}{\nu_{in}} \right) \mathbf{j} + \frac{e}{m_e c} [\mathbf{j} \mathbf{H}_0] - \frac{\Omega_H \omega_H}{\nu_{in} H_0^2} \mathbf{H}_0 (\mathbf{j} \mathbf{H}_0) = \\ = \frac{e^2 N}{m_e} \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{u} \mathbf{H}_0] \right) + \frac{e}{m_e} \nabla p_e + \\ + \frac{e^2}{m_e M_1 c^2 \nu_{in}} [(-\nabla p_p + \mathbf{f}_p) \mathbf{H}_0] + \frac{e^2 \rho'}{m_e M_1 c \nu_{in}} [\mathbf{E} \mathbf{H}_0], \quad (5.10) \end{aligned}$$

где $\omega_H = eH_0/m_e c$ и $\Omega_H = eH_0/M_1 c$ — гирочастоты электронов и ионов. Отклонения от квазинейтральности

обычно очень малы, что будет подтверждено последующими оценками. Проводя сравнение слагаемых $\frac{e^2 N}{m_e} \mathbf{E} \cdot \mathbf{r}$

$\frac{e^2 \rho'}{m_e M_1 c^2 v_{in}} [\mathbf{E} \mathbf{H}_0]$, находим, что второе меньше, если $\Omega_H \ll v_{in} N / |N_e - N_1|$. Последнее ограничение справедливо даже в области F , где $\Omega_H \gg v_{in}$, так как условие (5.8) выполняется очень строго. Таким образом, член с ρ' в (5.10) можно опустить. В условиях ионосферы силы неэлектромагнитной природы \mathbf{f} привести к появлению достаточно больших токов не могут. Для крупномасштабных токовых систем с медленными изменениями характерных параметров в пространстве мы вправе опустить и силы давления считая, что $\nabla p_p = \nabla p_e = 0$. Вместе с тем последние могут оказаться существенными при исследовании поведения мелкомасштабных токов и связанных с ними электростатических полей (см. ниже гл. V).

С учетом сделанных замечаний обобщенный закон Ома для слабоионизированной плазмы типа ионосферы записывается следующим образом:

$$\left(v_e + \frac{\omega_H \Omega_H}{v_{in}} \right) \mathbf{j} + \frac{e}{m_e c} [\mathbf{j} \mathbf{H}_0] - \frac{\omega_H \Omega_H}{v_{in} H_0^2} \mathbf{H}_0 (\mathbf{j} \mathbf{H}_0) = \frac{e^2 N}{m_e} \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{u} \mathbf{H}_0] \right\}. \quad (5.11)$$

Иногда последнее соотношение удобно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{j} &= \sigma_{\parallel} \mathbf{E}_{\parallel} + \sigma_{\perp} \mathbf{E}'_{\perp} + \frac{\sigma_H}{H_0} [\mathbf{H}_0 \mathbf{E}'], \\ \text{где} \\ \mathbf{E}' &= \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{u} \mathbf{H}_0] = \mathbf{E} + \mathbf{E}_d, \\ \sigma_{\parallel} &= \frac{e^2 N}{m_e v_e}, \quad \sigma_{\perp} = \frac{e^2 N (v_e v_{in} + \Omega_H \omega_H) v_{in}}{m_e (v_e^2 v_{in}^2 + \Omega_H^2 \omega_H^2 + \omega_H^2 v_{in}^2)}, \\ \sigma_H &= \frac{e^2 N v_{in}^2 \omega_H}{m_e (v_e^2 v_{in}^2 + \Omega_H^2 \omega_H^2 + \omega_H^2 v_{in}^2)}; \end{aligned} \right\} \quad (5.12)$$

здесь \mathbf{E}_{\parallel} и \mathbf{E}'_{\perp} — составляющие поля \mathbf{E}' в направлении \mathbf{H}_0 и в перпендикулярном направлении. Вектор $\mathbf{E}_d = \frac{1}{c} [\mathbf{u} \mathbf{H}_0]$ иногда называют динамо-полем. Проводимости σ_{\parallel} , σ_{\perp} и σ_H носят наименование продольной, поперечной и холловской. Еще раз напомним, что выражения для

$$v_e \mathbf{j}_{\parallel} = \frac{e^2 N}{m_e} \mathbf{E}_{\parallel}$$

них получены для низкочастотных процессов и при пренебрежении силами давления. Кроме того, неявным образом использовано условие $2m_e v_{e1}/M_i v_{in} \ll 1 + \Omega_H^2/v_{in}^2$, которое в ионосфере на интересующих нас высотах хорошо выполняется (см. [8], § 13).

При выводе формул (5.11), (5.12) учитывались неравенства (5.6). Если не пренебрегать некоторыми малыми членами порядка $\sqrt{m_e/M_1}$ и $\sqrt{m_e/M_n}$, то вместо приведенных выше выражений для проводимостей (см. (5.12)) получаются следующие более распространенные соотношения:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\parallel} &= e^2 N \left(\frac{1}{m_e v_e} + \frac{1}{M_i v_{in}} \right), \\ \sigma_{\perp} &= e^2 N \left[\frac{v_e}{m_e (\omega_H^2 + v_e^2)} + \frac{v_{in}}{M_i (\Omega_H^2 + v_{in}^2)} \right], \\ \sigma_H &= e^2 N \left[\frac{\omega_H}{m_e (\omega_H^2 + v_e^2)} - \frac{\Omega_H}{M_i (\Omega_H^2 + v_{in}^2)} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (5.13)$$

Заметим, что появление поля E_d можно объяснить независимо от проведенных расчетов, рассматривая связь между электрическими полями в движущейся и покоящейся системах координат (см., например, [28], § 49), если при преобразовании полей не принимаются во внимание малые релятивистские поправки порядка u^2/c^2 .

При выводе закона Ома, а также в ряде других случаев использовалось предположение о квазинейтральности плазмы (5.8). Остановимся на этом вопросе более подробно, следуя [26]. Степень нарушения нейтральности можно оценить, воспользовавшись уравнением

$$\operatorname{div} E = 4\pi e (N_i - N_e). \quad (5.14)$$

Здесь мы выписали усредненное уравнение микроскопической электродинамики, не выделяя отдельно слагаемые, связанные со свободными зарядами и с поляризацией среды. По существу, рассматриваются упорядоченные электростатические поля, обусловленные разделением зарядов. Пренебрежем в (4.38) сравнительно малыми членами с ионной вязкостью и инерционными слагаемыми. Будем считать, конкретизируя характер неэлектромагнитных сил, что основной такой силой является сила тяжести ($F_i = M_i g$, где g — ускорение силы тяжести). Упростив с учетом сделанных замечаний уравнение (4.38)

и разделив полученное соотношение на eN_1 , найдем выражение для вектора \mathbf{E} . После его подстановки (5.14) имеем

$$4\pi e^2 (N_1 - N_e) = \operatorname{div} (N^{-1} \nabla p_i) - M_1 \operatorname{div} \mathbf{g} - \\ - \frac{e}{c} \operatorname{div} [\mathbf{u}_i \mathbf{H}_0] + m_e \operatorname{div} \{v_{ei} (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e)\} + \\ + M_1 \operatorname{div} \{v_{in} (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_n)\}. \quad (5.15)$$

Для упрощения последующего анализа сразу же предполагается, что условие (5.8) хорошо выполняется. Это предположение надежно подтверждается последующими результатами.

Оценим возможные отклонения от нейтральности $|\Delta N| = |N_e - N_1|$ за счет влияния поля тяжести. В соответствии с (5.15) в однородном гравитационном поле, когда $\operatorname{div} \mathbf{g} = 0$, эти отклонения вообще отсутствуют. При учете неоднородности поля тяжести, полагая $\operatorname{div} \mathbf{g} \sim g/L_g$ (L_g — характерный масштаб, на котором существенно меняется величина ускорения \mathbf{g}) и оценивая вклад второго слагаемого в правой части (5.15), имеем $|\Delta N|/N \sim g\omega_{0i}^{-2} L_g^{-1}$, где

$$\omega_{0i} = \sqrt{4\pi e^2 N / M_1} \quad (5.16)$$

— ленгмюровская (плазменная) частота для ионов. Полагая грубо $\omega_{0i} \sim 10^5 \text{ сек}^{-1}$, $g \approx 10^3 \text{ см} \cdot \text{сек}^{-2}$, даже при заниженных расстояниях $L_g \sim 1000 \text{ км}$ имеем $|\Delta N|/N \sim \sim 10^{-15}$. Такое отклонение от нейтральности следует признать ничтожным.

Используя уравнение состояния $p_1 = N_1 \kappa T_1$, нетрудно убедиться, что за счет первого члена в правой части (5.15) можно получить относительные отклонения от нейтральности $|\Delta N|/N$ порядка r_D^2/L_N^2 , где L_N — наименьший из масштабов, определяющих изменения либо концентрации N , либо T_1 , а $r_D = (\kappa T_1 / 4\pi e^2 N)^{1/2}$ — дебаевский радиус. В § 1 уже проводились примерные оценки r_D ($r_D \approx 10^{-1} - 5 \text{ см}$); величина L_N составляет 10—100 км. В итоге $|\Delta N|/N \sim 10^{-10} - 10^{-14}$. Таким образом, и в данном случае ограничение $|\Delta N| \ll N$ выполнено очень строго.

Оценивая вклад в (5.15) слагаемого $c \operatorname{div} [\mathbf{u}_i \mathbf{H}_0]$, мы находим, что $|\Delta N|/N \sim (\Omega_H^2 / \omega_{0i}^2) (\mathbf{h}_0 \operatorname{rot} \mathbf{u}_i)$, где \mathbf{h}_0 — единичный вектор в направлении геомагнитного поля \mathbf{H}_0 . Выбирая в качестве характерных наибольшие масштабы $L_u \sim$

$\sim 10^6$ см при $u_1 < 10^4$ см·сек⁻¹ и $\omega_{01} \sim 10^5$ сек⁻¹, получаем ориентировочно $|\Delta N|/N \sim 10^{-7}$.

Остается оценить влияние слагаемых, отражающих вклад столкновений. Рассмотрим последний член в правой части (5.15). Вводя масштаб L_u , характеризующий изменения скорости u_1 (или u_n), имеем $|\Delta N|/N \sim \sim r_D u_1 / \omega_{01} l_1 L_u$. В условиях ионосферы $r_D \ll l_1$. Для области F , например, $r_D/l_1 \sim 10^{-4} - 10^{-5}$. Так как $u_1 \sim \sim 10^4$ см·сек⁻¹ и $L_u \sim 10^6 - 10^7$ см, то $u_1/L_u \sim 10^{-2} - 10^{-3}$ сек⁻¹. В итоге мы при $\omega_{01} \sim 10^5$ сек⁻¹ приходим к очень малым значениям, а именно $|\Delta N|/N \lesssim 10^{-11}$. К аналогичным выводам можно прийти, рассматривая в (5.15) слагаемые, учитывающие кулоновские столкновения.

Таким образом, проведенные на основе (5.15) оценки, несомненно, свидетельствуют о том, что в ионосфере для рассматриваемого круга явлений отклонения от нейтральности невелики. Это, однако, не означает, что появляющиеся в силу таких отклонений электростатические поля малосущественны. Наоборот, далее будут приведены примеры, из которых вытекает, что эти поля играют важную роль при решении ряда вопросов динамики ионосферной плазмы.

ДВИЖЕНИЕ ПЛАЗМЕННЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ И ИХ ДИФФУЗИЯ

§ 6. О движении плазмы и плазменных неоднородностей под действием внешних полей или вследствие увлечения заряженных частиц нейтральными

Здесь будут изложены результаты общего характера, касающиеся в основном движения плазменных неоднородностей и их расплывания из-за диффузии.

Остановимся сначала на некоторых возможных упрощениях исходных квазигидродинамических уравнений для электронов и ионов (4.37) и (4.38). Прежде всего укажем условия, при выполнении которых в (4.37) и (4.38) можно опустить слагаемые с $\partial/\partial t$ и нелинейные члены с $(\mathbf{u}_e \nabla) \mathbf{u}_e$ или $(\mathbf{u}_i \nabla) \mathbf{u}_i$. Сопоставление со столкновительными слагаемыми показывает, что члены с $\partial/\partial t$ играют в этих уравнениях второстепенную роль, если выполнено одно из основных условий гидродинамического описания (см. (3.31)). Фактически нужно потребовать выполнения неравенства $t_0 \gg \nu_{in}^{-1}$, после чего условие типа $t_0 \gg \nu_{en}^{-1}$ выполняется автоматически. Для того чтобы в (4.37) можно было пренебречь членом, пропорциональным $(\mathbf{u}_e \nabla) \mathbf{u}_e$, по сравнению со слагаемым $\nu_e \mathbf{u}_e$, должно быть справедливым неравенство

$$\frac{\overline{w_e}}{u_e} \frac{L}{t_e} \gg 1. \quad (6.1)$$

Оно превосходно выполняется по двум причинам. Во-

первых, в силу (3.32) $L \gg l_e$ и, во-вторых, скорости упорядоченных движений в ионосфере значительно меньше среднего арифметического значения тепловой скорости электронов \bar{w}_e . В применении к уравнению (4.38) приходим к ограничению, аналогичному (6.1),

$$\frac{\bar{w}_i}{u_1} \frac{L}{l_i} \gg 1. \quad (6.2)$$

Если принять критерий (3.32) и учесть, что $u_1 \lesssim \bar{w}_1$, то, как мы видим, неравенство (6.2) выполняется.

Кроме инерционных слагаемых, в (4.37), (4.38) можно опустить члены, связанные с электронной и ионной вязкостями. Такая возможность, по существу, уже обосновывалась ранее при ограничении (3.32), что требует выполнения неравенств $L^2 \gg l_e^2$ и $L^2 \gg l_i^2$. Далее, силы неэлектромагнитного происхождения при воздействии на заряженные частицы оказываются обычно малосущественными. В итоге можно вместо (4.37), (4.38) воспользоваться более простой совокупностью уравнений

$$\begin{aligned} -\nabla p_e - eN_e \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{u}_e \mathbf{H}_0] \right) = \\ = m_e v_{ei} N_e (\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_i) + m_e v_{en} N_e (\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_n), \end{aligned} \quad (6.3)$$

$$\begin{aligned} -\nabla p_i + eN_i \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{u}_i \mathbf{H}_0] \right) = \\ = m_e v_{ei} N_e (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_e) + M_i v_{in} N_i (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_n). \end{aligned} \quad (6.4)$$

Не учитывая столкновений между заряженными частицами и полагая $N_e = N_i = N$, из последних двух соотношений находим

$$\begin{aligned} N \mathbf{u}_e = \frac{v_{en}^2 N}{v_{en}^2 + \omega_H^2} \left\{ \mathbf{u}_n - \frac{\omega_H}{v_{en}} [\mathbf{u}_n \mathbf{h}_0] + \frac{\omega_H^2}{v_{en}^2} \mathbf{h}_0 (\mathbf{h}_0 \mathbf{u}_n) - \right. \\ \left. - \frac{\kappa T_e}{m_e v_{en}} \left(\nabla N - \frac{\omega_H}{v_{en}} [\nabla N \mathbf{h}_0] + \frac{\omega_H^2}{v_{en}^2} \mathbf{h}_0 (\mathbf{h}_0 \nabla N) \right) - \right. \\ \left. - \frac{eN}{m_e v_{en}} \left(\mathbf{E} - \frac{\omega_H}{v_{en}} [\mathbf{E} \mathbf{h}_0] + \frac{\omega_H^2}{v_{en}^2} \mathbf{h}_0 (\mathbf{h}_0 \mathbf{E}) \right) \right\}, \end{aligned} \quad (6.5)$$

$$\begin{aligned}
N\mathbf{u}_i = & \frac{v_{in}^2 N}{v_{in}^2 + \Omega_H^2} \left\{ \mathbf{u}_n + \frac{\Omega_H}{v_{in}} [\mathbf{u}_n \mathbf{h}_0] + \frac{\Omega_H^2}{v_{in}^2} \mathbf{h}_0 (\mathbf{h}_0 \mathbf{u}_n) - \right. \\
& - \frac{\kappa T_i}{M_i v_{in}} \left(\nabla N + \frac{\Omega_H}{v_{in}} [\nabla N \mathbf{h}_0] + \frac{\Omega_H^2}{v_{in}^2} \mathbf{h}_0 (\mathbf{h}_0 \nabla N) \right) + \\
& \left. + \frac{eN}{M_i v_{in}} \left(\mathbf{E} + \frac{\Omega_H}{v_{in}} [\mathbf{E} \mathbf{h}_0] + \frac{\Omega_H^2}{v_{in}^2} \mathbf{h}_0 (\mathbf{E} \mathbf{h}_0) \right) \right\}. \quad (6.6)
\end{aligned}$$

Напомним, что \mathbf{h}_0 — единичный вектор в направлении \mathbf{H}_0 . Кроме того, здесь использовались уравнения состояния вида (3.13) для электронов и ионов, и, с целью упрощений, изменения давлений p_e и p_i считались изотермическими. Предположение об изотермичности является весьма распространенным при исследовании движения неоднородностей и диффузии. К этому вопросу мы еще вернемся ниже.

Если среда однородна, то при движении заряженных частиц с постоянной скоростью некомпенсированный заряд и связанное с ним электростатическое поле возникать не будут. Поэтому в подобных случаях нужно считать, что если поле \mathbf{E} отлично от нуля, то оно создается какими-то внешними источниками. Для внешних электрических полей далее будет использоваться обозначение \mathbf{E}_0 .

Движение молекул при определенных ограничениях, о которых пойдет речь в гл. IV, можно считать заданным и рассматривать в качестве одного из внешних факторов, приводящих к перемещению нейтральных частиц. Займемся сначала идеализированным случаем, когда в силу однородности в распределении заряженных частиц можно не учитывать их диффузию. При $\nabla N = 0$ из (6.5) и (6.6) получаем для движений вдоль магнитного поля

$$\mathbf{u}_{e\parallel} = \mathbf{u}_{n\parallel} + e \mathbf{E}_{0\parallel} / m_e v_{en}, \quad \mathbf{u}_{i\parallel} = \mathbf{u}_{n\parallel} - e \mathbf{E}_{0\parallel} / M_i v_{in}. \quad (6.7)$$

Отсюда следует, что в отсутствие поля \mathbf{E}_0 имеет место полное увлечение электронов и ионов нейтральными частицами при перемещениях вдоль поля \mathbf{H}_0 . Согласно (6.7), со слагаемыми, пропорциональными $\mathbf{E}_{0\parallel}$, можно связать появление тока, поскольку они сильно различаются по своей величине. Однако следует иметь в виду, что в реальных условиях ионосфера поляризуется. Это обстоятельство может существенно изменить выводы, полученные для однородной среды.

Для поперечных скоростей электронов и ионов в однородной среде имеем

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{u}_{e\perp} &= \frac{\omega_H v_{en}}{\omega_H^2 + v_{en}^2} \left(\frac{c}{m_e v_{en}} [\mathbf{E}_0 \mathbf{h}_0] - [\mathbf{u}_n \mathbf{h}_0] \right) + \\ &\quad + \frac{v_{en}^2}{\omega_H^2 + v_{en}^2} \left(- \frac{e}{m_e v_{en}} \mathbf{E}_{0\perp} + \mathbf{u}_{n\perp} \right), \\ \mathbf{u}_{i\perp} &= \frac{\Omega_H v_{in}}{\Omega_H^2 + v_{in}^2} \left(\frac{e}{M_i v_{in}} [\mathbf{E}_0 \mathbf{h}_0] + [\mathbf{u}_n \mathbf{h}_0] \right) + \\ &\quad + \frac{v_{in}^2}{\Omega_H^2 + v_{in}^2} \left(\frac{e}{M_i v_{in}} \mathbf{E}_{0\perp} + \mathbf{u}_{n\perp} \right). \end{aligned} \right\} (6.8)$$

При выполнении условия

$$\omega_H^2 \ll v_{en}^2, \quad (6.9)$$

из которого при использовании неравенств (5.6) вытекает ограничение $\Omega_H^2 \ll v_{in}^2$, приходим к формулам вида (6.7). Если же выполнено только условие $\Omega_H^2 \ll v_{in}^2$, то аналогичные (6.7) соотношения справедливы только для ионной компоненты. При наличии сильной анизотропии, когда

$$\Omega_H^2 \gg v_{in}^2 \quad (6.10)$$

и, как следствие, $\omega_H^2 \gg v_{en}^2$, коэффициент увлечения в поперечных к \mathbf{H}_0 направлениях (при $\mathbf{E}_0 = 0$) существенно уменьшается. Вдоль $\mathbf{u}_{n\perp}$ ослабление определяется множителем v_{in}^2/Ω_H^2 для ионов и v_{en}^2/ω_H^2 для электронов. Из (6.8) следует, что заряженные частицы перемещаются в направлении, перпендикулярном одновременно к \mathbf{H}_0 и $\mathbf{u}_{n\perp}$. Здесь мы имеем дело с явлением, аналогичным эффекту Холла (последний появляется, если приложено внешнее поперечное электрическое поле $\mathbf{E}_{0\perp}$). При выполнении условия (6.10) получаем значения скоростей порядка $(v_{in}/\Omega_H) u_{n\perp}$ для ионов или $(v_{en}/\omega_H) u_{n\perp}$ для электронов.

В случае применимости условия (6.10) наиболее важный результат касается влияния перпендикулярного к \mathbf{H}_0 электрического поля. Тогда из (6.8) приближенно имеем в отсутствие увлечения (или при пренебрежении им)

$$\mathbf{u}_{e\perp} = \mathbf{u}_{i\perp} = \frac{c [\mathbf{E}_0 \mathbf{h}_0]}{H_0}. \quad (6.11)$$

Последнее соотношение определяет в простейших условиях величину и направление скорости дрейфа плазмы. Основным условием, обеспечивающим возможность описания в ионосфере движения плазмы в дрейфовом приближении, служит ограничение (6.10). Заметим, что, согласно грубой оценке, $\Omega_H \approx v_{in}$ на границе между областями E и F . Поэтому ограничение (6.10) как бы характеризует переход к области F . Для области E можно использовать неравенство, обратное (6.10). С этим в значительной мере связаны различия в динамике ионосферной плазмы для областей E и F .

Перейдем теперь к задаче о движении неоднородностей. Эта задача представляет большой интерес, так как измерения скоростей движения ионосферной плазмы базируются на наблюдениях за неоднородностями. Вместе с тем очень трудно дать рецепт измерения с Земли других скоростей (скажем, введенной в § 5 скорости u_p).

Рассмотрим сначала случай пренебрежения диффузией. Скорость молекул u_n считается не зависящей от координат. Внешнее электрическое поле предполагается однородным. Сначала не будем принимать во внимание столкновений между заряженными частицами.

Разбивая поле \mathbf{E} на внешнее \mathbf{E}_0 и внутреннее $-\nabla\varphi$ и учитывая сделанные оговорки, получим из (6.5), (6.6)

$$\begin{aligned} u_e = & \frac{v_{en}^2}{\omega_H^2 + v_{en}^2} \left\{ u_n - \frac{\omega_H}{v_{en}} [u_n h_0] + \frac{\omega_H^2}{v_{en}^2} h_0 (h_0 u_n) - \right. \\ & \left. - \frac{e}{m_e v_{en}} \left(\mathbf{E}_0 - \frac{\omega_H}{v_{en}} [\mathbf{E}_0 h_0] + \frac{\omega_H^2}{v_{en}^2} h_0 (\mathbf{E}_0 h_0) \right) + \right. \\ & \left. + \frac{e}{m_e v_{en}} \left(\nabla\varphi - \frac{\omega_H}{v_{en}} [\nabla\varphi h_0] + \frac{\omega_H^2}{v_{en}^2} h_0 (h_0 \nabla\varphi) \right) \right\}, \quad (6.12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_i = & \frac{v_{in}^2}{\Omega_H^2 + v_{in}^2} \left\{ u_n + \frac{\Omega_H}{v_{in}} [u_n h_0] + \frac{\Omega_H^2}{v_{in}^2} h_0 (h_0 u_n) + \right. \\ & \left. + \frac{e}{M_i v_{in}} \left(\mathbf{E}_0 + \frac{\Omega_H}{v_{in}} [\mathbf{E}_0 h_0] + \frac{\Omega_H^2}{v_{in}^2} h_0 (h_0 \mathbf{E}_0) \right) - \right. \\ & \left. - \frac{e}{M_i v_{in}} \left(\nabla\varphi + \frac{\Omega_H}{v_{in}} [\nabla\varphi h_0] + \frac{\Omega_H^2}{v_{in}^2} h_0 (h_0 \nabla\varphi) \right) \right\}. \quad (6.13) \end{aligned}$$

Как ясно из принятого обозначения, внутреннее поле $-\nabla\varphi$ считается потенциальным. Предположение о

безвихревом его характере правдоподобно из физических соображений (поле связано с электростатическим эффектом разделения зарядов). Для некоторых частных случаев, например в задаче о диффузии слабых неоднородностей, применимость электростатического приближения обеспечивается неравенством [29, 30]

$$\frac{\omega_{0i}^2}{v_{in}v_{en}} \frac{\kappa(T_e + T_i)}{m_e c^2} \ll 1 + \frac{\omega_H \Omega_H}{v_{in}v_{en}}. \quad (6.14)$$

Оно хорошо выполняется в ионосфере. Например, для области F , где $\Omega_H \omega_H \gg v_{en}v_{in}$, получаем простое ограничение $p_p = 2\kappa NT \ll H_0^2/8\pi$ (газовое давление много меньше магнитного, связанного с полем H_0). Легко установить, что $8\pi p_p/H_0^2 \lesssim 10^{-4}$.

Будем считать, что числа столкновений не зависят от координат и что скорость u_n и внешнее поле E_0 постоянны и однородны. При этих ограничениях удастся сохранить определенную универсальность в представлении получаемых результатов. Более общие случаи неоднородных полей и скоростей будут затронуты в последующих главах при рассмотрении конкретных задач. После подстановки выражений для скоростей u_e и u_i (6.12) и (6.13) в уравнения непрерывности для электронов и ионов (4.4) и (4.5), где не приняты во внимание фотохимические процессы, для квазинейтральной плазмы ($N_i \approx N_e = N$) получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial t} + \tilde{u}_e \nabla N + \frac{ev_{en}}{m_e(\omega_H^2 + v_{en}^2)} \times \\ \times \operatorname{div} \left\{ N \left(\nabla \varphi - \frac{\omega_H}{v_{en}} [\nabla \varphi \mathbf{h}_0] + \frac{\omega_H^2}{v_{en}^2} \mathbf{h}_0 (\mathbf{h}_0 \nabla \varphi) \right) \right\} = 0, \quad (6.15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial t} + \tilde{u}_i \nabla N - \frac{ev_{in}}{M_i(\Omega_H^2 + v_{in}^2)} \times \\ \times \operatorname{div} \left\{ N \left(\nabla \varphi + \frac{\Omega_H}{v_{in}} [\nabla \varphi \mathbf{h}_0] + \frac{\Omega_H^2}{v_{in}^2} \mathbf{h}_0 (\mathbf{h}_0 \nabla \varphi) \right) \right\} = 0. \quad (6.16) \end{aligned}$$

Здесь через \tilde{u}_e и \tilde{u}_i обозначены скорости, удовлетворяющие соотношениям (6.12) и (6.13), если в последних положить $\nabla \varphi = 0$ *).

*) Для продольной и поперечной компонент соотношения для \tilde{u}_e и \tilde{u}_i уже были приведены в явном виде (см. (6.7) и (6.8)). Значок \sim там не фигурировал, так как в отсутствие внутренних полей в его введении не было необходимости.

Наиболее простым и вместе с тем достаточно важным является случай слабых неоднородностей, когда отклонение концентрации N' от равновесного значения N_0 удовлетворяет условию

$$|N'| \ll N_0. \quad (6.17)$$

При его выполнении можно линеаризовать уравнения (6.15), (6.16). Предполагая, что концентрация N_0 не зависит от координат, имеем

$$\frac{\partial N'}{\partial t} + \tilde{\mathbf{u}}_e \nabla N' + \frac{ev_{en}N_0}{m_e(\omega_H^2 + v_{en}^2)} \times \\ \times \operatorname{div} \left\{ \nabla \varphi - \frac{\omega_H}{v_{en}} [\nabla \varphi \mathbf{h}_0] + \frac{\omega_H^2}{v_{en}^2} \mathbf{h}_0 (\mathbf{h}_0 \nabla \varphi) \right\} = 0, \quad (6.18)$$

$$\frac{\partial N'}{\partial t} + \tilde{\mathbf{u}}_i \nabla N' - \frac{ev_{in}N_0}{M_i(\Omega_H^2 + v_{in}^2)} \times \\ \times \operatorname{div} \left\{ \nabla \varphi + \frac{\Omega_H}{v_{in}} [\nabla \varphi \mathbf{h}_0] + \frac{\Omega_H^2}{v_{in}^2} \mathbf{h}_0 (\nabla \varphi \mathbf{h}_0) \right\} = 0. \quad (6.19)$$

В безграничной среде решение последних двух уравнений ищут, используя разложение переменных N' и α в интегралы Фурье. Например, для $N'(\mathbf{r}, t)$ имеем

$$N'(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int N_{\mathbf{k}} \exp[i\mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{V}_d t)] d\mathbf{k}, \quad (6.20)$$

где \mathbf{V}_d имеет смысл скорости дрейфа синусоидальной неоднородности $N_{\mathbf{k}} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})$. Для фурье-составляющих $N_{\mathbf{k}} \exp[i\mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{V}_d t)]$ и $\varphi_{\mathbf{k}} \exp[i\mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{V}_d t)]$ после подстановки в (6.18), (6.19) получим систему двух линейных однородных уравнений. Приравнявая нулю ее нант

$$\left| \begin{array}{l} \mathbf{k}(\tilde{\mathbf{u}}_e - \mathbf{V}_d) \frac{v_{en}}{m_e(\omega_H^2 + v_{en}^2)} \left(k^2 + \frac{\omega_H^2}{v_{en}^2} k^2 \cos^2 \alpha \right) \\ \mathbf{k}(\tilde{\mathbf{u}}_i - \mathbf{V}_d) - \frac{v_{in}}{M_i(\Omega_H^2 + v_{in}^2)} \left(k^2 + \frac{\Omega_H^2}{v_{in}^2} k^2 \cos^2 \alpha \right) \end{array} \right| = 0$$

находим скорость перемещения неоднородности, характеризуемую волновым вектором \mathbf{k} [29, 31, 32]:

$$\mathbf{V}_d = \left[\frac{v_{in}(1 + (\Omega_H^2/v_{in}^2) \cos^2 \alpha) \tilde{\mathbf{u}}_e}{M_i(\Omega_H^2 + v_{in}^2)} + \frac{v_{en}(1 + (\omega_H^2/v_{en}^2) \cos^2 \alpha) \tilde{\mathbf{u}}_i}{m_e(\omega_H^2 + v_{en}^2)} \right] \rangle$$

$$\times \left[\frac{v_{en} (1 + (\omega_H^2/v_{en}^2) \cos^2 \alpha)}{m_e (\omega_H^2 + v_{en}^2)} + \frac{v_{in} (1 + (\Omega_H^2/v_{in}^2) \cos^2 \alpha)}{M_i (\Omega_H^2 + v_{in}^2)} \right]^{-1}, \quad (6.21)$$

где α — угол между \mathbf{k} и внешним магнитным полем \mathbf{H}_0 .

Таким образом, в рассматриваемом приближении скорость \mathbf{V}_d не зависит от величины волнового вектора неоднородности \mathbf{k} , а зависит только от его ориентации относительно \mathbf{H}_0 .

Из-за зависимости \mathbf{V}_d от угла α для неоднородностей сложной формы можно говорить только о некоторой эффективной скорости их движения. При слабых искажениях формы роль этой эффективной скорости может играть групповая скорость $\mathbf{V}_g = \partial\omega/\partial\mathbf{k}$, которая, вообще говоря, отличается от \mathbf{V}_d . Однако в некоторых наиболее важных случаях можно показать, что они приблизительно одинаковы. К этому вопросу мы еще вернемся в конце § 8.

Подставив в (6.21) значения $\tilde{\mathbf{u}}_e$ и $\tilde{\mathbf{u}}_i$ (напомним, что $\tilde{\mathbf{u}}_i = \mathbf{u}_i$ и $\tilde{\mathbf{u}}_e = \mathbf{u}_e$ при $\nabla\varphi = 0$), получаем

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_d = & \left[\frac{v_{en} (1 + (\omega_H^2/v_{en}^2) \cos^2 \alpha)}{m_e (\omega_H^2 + v_{en}^2)} + \frac{v_{in} (1 + (\Omega_H^2/v_{in}^2) \cos^2 \alpha)}{M_i (\Omega_H^2 + v_{in}^2)} \right]^{-1} \times \\ & \times \left\{ \frac{v_{en} v_{in} (1 + (\Omega_H^2/v_{in}^2) \cos^2 \alpha)}{(\omega_H^2 + v_{en}^2) (\Omega_H^2 + v_{in}^2) M_i} \times \right. \\ & \times \left(\mathbf{u}_n - \frac{\omega_H}{v_{en}} [\mathbf{u}_n \mathbf{h}_0] + \frac{\omega_H^2}{v_{en}^2} \mathbf{h}_0 (\mathbf{h}_0 \mathbf{u}_n) \right) + \\ & + \frac{v_{in}^2 v_{en} (1 + (\omega_H^2/v_{en}^2) \cos^2 \alpha)}{(\omega_H^2 + v_{en}^2) (\Omega_H^2 + v_{in}^2) m_e} \times \\ & \times \left(\mathbf{u}_n + \frac{\Omega_H}{v_{in}} [\mathbf{u}_n \mathbf{h}_0] + \frac{\Omega_H^2}{v_{in}^2} \mathbf{h}_0 (\mathbf{h}_0 \mathbf{u}_n) \right) + \\ & + \frac{ev_{en} v_{in}}{m_e M_i (\omega_H^2 + v_{en}^2) (\Omega_H^2 + v_{in}^2)} \left[\left(\frac{\omega_H^2}{v_{en}^2} - \frac{\Omega_H^2}{v_{in}^2} \right) \times \right. \\ & \times (\cos^2 \alpha \mathbf{E}_0 - \mathbf{h}_0 (\mathbf{h}_0 \mathbf{E}_0)) + \left. \left(\frac{\omega_H}{v_{en}} \left(1 + \frac{\Omega_H^2}{v_{in}^2} \cos^2 \alpha \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\Omega_H}{v_{in}} \left(1 + \frac{\omega_H^2}{v_{en}^2} \cos^2 \alpha \right) \right) [\mathbf{E}_0 \mathbf{h}_0] \right] \}. \quad (6.22) \end{aligned}$$

Здесь сразу же возможны упрощения, основанные на использовании неравенств (5.6). Однако и после этого соотношение для V_d остается громоздким. Поэтому целесообразно выделить относительно простой случай, когда в первом сомножителе (6.22) можно опустить второе слагаемое. Используя (5.6) и очевидные равенства типа $\omega_H = (M_1/m_e) \Omega_H$, приходим к ограничению

$$v_{en}^2/\omega_H^2 + \cos^2 \alpha (1 + \Omega_H^2/v_{in}^2) \gg m_e v_{en}/M_1 v_{in}. \quad (6.23)$$

На небольших высотах это ограничение выполняется автоматически, поскольку отношение $m_e v_{en}/M_1 v_{in} \sim \sim \sqrt{m_e/M_1} \ll 1$, тогда как в области D $v_{en} \sim \omega_H$. Но по мере увеличения высоты (в области E и выше), когда $\omega_H \gg \gg v_{en}$, первое слагаемое слева в (6.23) оказывается малым и можно применять более простое неравенство

$$\left(1 + \frac{\Omega_H^2}{v_{in}^2}\right) \frac{L_{\perp}^2}{L_{\parallel}^2} \gg \sqrt{\frac{m_e}{M_1}}, \quad (6.24)$$

где введены характерные масштабы $L_{\parallel} = 2\pi/k_{\parallel}$, $L_{\perp} = = 2\pi/k_{\perp}$ и учтено, что $\cos^2 \alpha = k_{\parallel}^2/k^2 = L_{\perp}^2/L^2$ ($L^2 = L_{\parallel}^2 + + L_{\perp}^2$). Как и ранее, индексы \perp и \parallel указывают на перпендикулярность и параллельность направлению магнитного поля \mathbf{H}_0 . Замена L на L_{\parallel} была произведена на следующих основаниях. При $L_{\perp} \gg L_{\parallel}$, когда $\cos^2 \alpha \approx 1$, условие (6.24) или аналогичное ему (6.23) выполняется автоматически. Таким образом, вопрос об их выполнимости возникает только при $L_{\perp} \ll L_{\parallel}$, когда действительно $L \approx L_{\parallel}$.

Неравенство (6.24), как уже ясно из сказанного, для не сильно вытянутых неоднородностей всегда справедливо. Нарушения возникают при $L_{\parallel}/L_{\perp} \gtrsim (m_e/M_1)^{1/4} (1 + \Omega_H^2/v_{in}^2)^{1/2}$. В области E подобная ситуация возникает, когда $L_{\parallel}/L_{\perp} > 10$, а в области F степень анизотропии неоднородностей должна быть еще более значительной (у основания F -слоя $\Omega_H \gtrsim v_{in}$, а в его максимуме $\Omega_H^2 \gg v_{in}^2$).

Далее, рассматривая не очень сильно вытянутые неоднородности, будем опираться сразу на условие (6.24). Для малых высот, где корректнее применять ограничение (6.23), результаты окажутся практически такими же, как и при $\mathbf{H}_0 = 0$. Формулы для этого случая можно получить из (6.22), принимая $\omega_H = \Omega_H = 0$. При выполнении

(6.24) и с учетом (5.6) после некоторых пренебрежений имеем

$$V_d = \frac{v_{in}^2}{v_{in}^2 + \Omega_H^2} \left\{ \mathbf{u}_n + \frac{\Omega_H}{v_{in}} [\mathbf{u}_n \mathbf{h}_0] + \frac{\Omega_H^2}{v_{in}^2} \mathbf{h}_0 (\mathbf{h}_0 \mathbf{u}_n) \right\} + \\ + e \left\{ \cos^2 \alpha \mathbf{E}_0 - \mathbf{h}_0 (\mathbf{E}_0 \mathbf{h}_0) + \frac{v_{en}}{\omega_H} \left(1 + \frac{\omega_H \Omega_H}{v_{en} v_{in}} \cos^2 \alpha \right) [\mathbf{E}_0 \mathbf{h}_0] \right\} \times \\ \times [M_1 v_{in} (1 + \Omega_H^2 / v_{in}^2) (\cos^2 \alpha + v_{en}^2 / \omega_H^2)]^{-1}. \quad (6.25)$$

Согласно последнему соотношению величина и направление скорости V_d как бы складываются из двух частей. Первая связана с увлечением заряженных частиц нейтральными, а вторая — с внешним электрическим полем *) \mathbf{E}_0 . Структура первой части несложна. В (6.25) фактически фигурирует связанная с эффектом увлечения скорость ионной компоненты плазмы. Что касается второй части, то здесь картина оказывается более сложной. Это в значительной мере связано с тем, что при $\mathbf{H}_0 = 0$ и $\mathbf{u}_n = 0$ поле \mathbf{E}_0 не вызывает перемещения неоднородностей, а приводит только к их поляризации. Естественно, что к такому выводу легко прийти и непосредственно из (6.22).

Как и ранее, можно рассматривать отдельно движение вдоль \mathbf{H}_0 и в поперечном направлении. Для продольной компоненты $V_{d\parallel}$ имеем

$$V_{d\parallel} = u_{n\parallel} - \frac{e}{M_1 v_{in}} \frac{\sin^2 \alpha (\cos^2 \alpha + v_{en}^2 / \omega_H^2)^{-1}}{(1 + \Omega_H^2 / v_{in}^2)} \mathbf{E}_{0\parallel}. \quad (6.26)$$

В отличие от первого слагаемого, величина второго зависит от ориентации неоднородности (угла α). При $\mathbf{k} \parallel \mathbf{H}_0$ $V_{d\parallel} = u_{n\parallel}$. Переход к случаю $\mathbf{k} \perp \mathbf{H}_0$ здесь незаконен, так как при получении (6.26) использовалось ограничение (6.23) или его следствие (6.24). Если $\cos^2 \alpha \gg \gg v_{en}^2 / \omega_H^2$, то из (6.26) имеем

$$V_{d\parallel} = u_{n\parallel} - \frac{e v_{in} \operatorname{tg}^2 \alpha}{M_1 (\Omega_H^2 + v_{in}^2)} \mathbf{E}_{0\parallel}. \quad (6.27)$$

*) Из других причин приводящих к движению неоднородностей, вероятно, представляет определенный интерес и сила тяжести. Обобщение формул при учете воздействия этой силы можно найти в [29].

Для поперечной скорости из (6.25) находим

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{d\perp} = & \frac{v_{in}^2}{\Omega_H^2 + v_{in}^2} \mathbf{u}_{n\perp} + \frac{\Omega_H v_{in}}{\Omega_H^2 + v_{in}^2} [\mathbf{u}_n \mathbf{h}_0] + \\ & + \frac{e v_{in}}{M_i} \frac{(\cos^2 \alpha + v_{en}^2 / \omega_H^2)^{-1}}{(\Omega_H^2 + v_{in}^2)} \times \\ & \times \left\{ \cos^2 \alpha \mathbf{E}_{0\perp} + \frac{v_{en}}{\omega_H} \left(1 + \frac{\omega_H \Omega_H \cos^2 \alpha}{v_{en} v_{in}} \right) [\mathbf{E}_0 \mathbf{h}_0] \right\}. \end{aligned} \quad (6.28)$$

Здесь два слагаемых определяют частичное увлечение. Первое характеризует движение неоднородности вдоль $\mathbf{u}_{n\perp}$ и имеет типичный для поперечных процессов переноса (по отношению к \mathbf{H}_0) множитель $v_{in}^2 / (\Omega_H^2 + v_{in}^2)$. Второе слагаемое, содержащее $[\mathbf{u}_n \mathbf{h}_0]$, можно назвать холловским (по аналогии с движением заряженных частиц в скрещенных полях \mathbf{E}_0 и \mathbf{H}_0). При $\cos^2 \alpha \gg v_{en}^2 / \omega_H^2$ (6.28) принимает вид

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{d\perp} = & \frac{v_{in}^2}{\Omega_H^2 + v_{in}^2} \mathbf{u}_{n\perp} + \frac{\Omega_H v_{in}}{\Omega_H^2 + v_{in}^2} [\mathbf{u}_n \mathbf{h}_0] + \\ & + \frac{e v_{in}}{M_i (\Omega_H^2 + v_{in}^2)} \left\{ \mathbf{E}_{0\perp} + \frac{v_{en}}{\omega_H \cos^2 \alpha} [\mathbf{E}_0 \mathbf{h}_0] + \frac{\Omega_H}{v_{in}} [\mathbf{E}_0 \mathbf{h}_0] \right\}. \end{aligned} \quad (6.29)$$

Выполнение неравенства $\omega_H^2 \cos^2 \alpha \gg v_{en}^2$ означает, что область D , где вопрос о движении неоднородностей фактически ясен (полное увлечение; влияние полей \mathbf{E}_0 не существенно), не рассматривается. В нижней части области E выполняется, хотя и не с очень большим запасом, ограничение

$$v_{in}^2 \gg \Omega_H^2. \quad (6.30)$$

Тогда из (6.27), (6.29) имеем

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{V}_{d\parallel} = & \mathbf{u}_{n\parallel} - \frac{e}{M_i v_{in}} \operatorname{tg}^2 \alpha \mathbf{E}_{0\parallel}, \\ \mathbf{V}_{d\perp} = & \mathbf{u}_{n\perp} + \frac{e}{M_i v_{in}} \left(\mathbf{E}_{0\perp} + \frac{v_{en}}{\omega_H \cos^2 \alpha} [\mathbf{E}_0 \mathbf{h}_0] \right). \end{aligned} \right\} \quad (6.31)$$

Согласно последним соотношениям в указанной области ионосферы увлечение не очень сильно вытянутых неод-

нородностей будет практически полным. Влияние электрических полей более существенно при прочих равных условиях для вытянутых неоднородностей. Вытянутые неоднородности с большой степенью анизотропии в области F в умеренных широтах встречаются, вероятно, чрезвычайно редко. Такие неоднородности наблюдаются в зонах экваториальной и полярной токовых струй, где создаются особые условия для их формирования (см. ниже гл. VI).

Если вытянутость не очень велика, так что $\cos^2 \alpha \approx 1$, то последнее слагаемое в скобках в выражении для $V_{d\perp}$ (6.31) можно опустить. Тогда вклад в V_d , обусловленный внешними полями E_0 , будет порядка $eE_0/M_i v_{in}$. При ограничении (6.30) он не должен быть особенно значительным. Из данных наблюдений или из оценок полей, возбуждаемых за счет движений газа в области E (см. гл. V), следует, что E_0 равно по порядку величины $u_n H_0/c$. Тогда можно считать, что $eE_0/M_i v_{in} \sim u_n \Omega_H/v_{in} \ll u_n$. Таким образом, в области, где справедливо ограничение (6.30), преобладающую роль должен играть эффект увлечения заряженных частиц нейтральными.

При ограничении (6.10), которое, как уже указывалось, относится к области F , из (6.27) и (6.29) имеем

$$\left. \begin{aligned} V_{d\parallel} &= u_{\parallel} - \frac{ev_{in}}{M_i \Omega_H^2} \operatorname{tg}^2 \alpha E_{0\parallel}, \\ V_{d\perp} &= \frac{v_{in}^2}{\Omega_H^2} \mathbf{u}_{n\perp} + \frac{v_{in}}{\Omega_H} [\mathbf{u}_n \mathbf{h}_0] + \\ &\quad + \frac{ev_{in}}{M_i \Omega_H^2} \mathbf{E}_{0\perp} + \frac{e}{M_i \Omega_H} [\mathbf{E}_0 \mathbf{h}_0]. \end{aligned} \right\} (6.32)$$

При $\operatorname{tg}^2 \alpha \lesssim 1$ роль продольной компоненты $E_{0\parallel}$ не должна быть значительной. Если, например, $E_{0\parallel} \lesssim u_n H_0/c$, то второе слагаемое в формуле для $V_{d\parallel}$ по абсолютной величине примерно равно $(v_{in}/\Omega_H) u_n$. Таким образом, при учете (6.10) оно менее существенно, чем первое. При рассмотрении выражения для $V_{d\perp}$ (см. (6.32)) следует обратить внимание, что увлечение частиц в поперечных к \mathbf{H}_0 направлениях меньше, чем в продольном в Ω_H/v_{in} или даже Ω_H^2/v_{in}^2 раз. Грубо говоря, это означает, что в области F увлечение происходит только вдоль поля \mathbf{H}_0 . Что касается электрического поля E_0 , то член, propor-

циональный $\mathbf{E}_{0\perp}$, при условии (6.10) играет малую роль. Основное значение приобретает дрейф в скрещенных полях \mathbf{E}_0 и \mathbf{H}_0 . Итак, в первом приближении в соответствии с (6.32) можно принять, что $\mathbf{V}_{d\parallel} = \mathbf{u}_{n\parallel}$ и $\mathbf{V}_{d\perp} = \frac{e}{M_1 \Omega_H} [\mathbf{E}_0 \mathbf{h}_0] = \frac{c [\mathbf{E}_0 \mathbf{h}_0]}{H_0}$. Таким образом, здесь мы приходим к тем же выводам, что и для движений однородной плазмы (см., например, (6.11)).

Полученные простые результаты относятся к не очень сильно вытянутым неоднородностям. Степень вытянутости ограничена условиями (6.23), (6.24), а также неравенством $\cos^2 \alpha \gg v_{en}^2 / \omega_H^2$ (при $\omega_H^2 \gg v_{en}^2$). Фактически степень вытянутости $L_{\parallel} / L_{\perp}$ в областях E и F в подавляющем большинстве случаев не превышает, скажем, 10 (исключения могут быть связаны с нерегулярностями небольших масштабов в авроральной и приэкваториальной зонах). Это значит, что в большинстве случаев приведенные выводы вполне применимы.

В методическом плане, а также в связи с возможностью особых случаев представляет интерес выяснить особенности перемещения неоднородностей, ориентированных в направлениях, очень близких к направлению поля \mathbf{H}_0 . Рассмотрим предельный случай, когда такая ориентация идеальна ($\cos \alpha = 0$). Естественно, что ограничения (6.23), (6.24), вообще говоря, уже не выполняются. Поэтому следует обратиться к первоначальной формуле (6.22), из которой при $\cos \alpha = 0$ имеем

$$\mathbf{V}_d = \left[\frac{v_{en}}{m_e (\omega_H^2 + v_{en}^2)} + \frac{v_{in}}{M_1 (\Omega_H^2 + v_{in}^2)} \right]^{-1} \times \quad (6.33)$$

$$\times \left\{ \frac{v_{in}}{m_e (\omega_H^2 + v_{en}^2) (\Omega_H^2 + v_{in}^2)} [v_{in} v_{en} \mathbf{u}_n + \omega_H^2 \mathbf{h}_0 (\mathbf{h}_0 \mathbf{u}_n)] + \frac{e v_{in} \omega_H}{m_e M_1 (\omega_H^2 + v_{en}^2) (\Omega_H^2 + v_{in}^2)} \left([\mathbf{E}_0 \mathbf{h}_0] - \frac{\omega_H}{v_{en}} \mathbf{h}_0 (\mathbf{E}_0 \mathbf{h}_0) \right) \right\}.$$

При слабо выраженной анизотропии, когда

$$v_{in} v_{en} \gg \Omega_H \omega_H, \quad (6.34)$$

в первом из сомножителей в (6.33) основную роль играет слагаемое, связанное с наличием электронной компоненты. Учитывая, что при условии (6.34) автоматически вы-

полнено неравенство $\Omega_H^2 \ll v_{in}^2$, получаем

$$\mathbf{V}_d = \mathbf{u}_n + \frac{e}{M_i \Omega_H} \frac{\Omega_H \omega_H}{v_{en} v_{in}} [\mathbf{E}_0 \mathbf{h}_0] - \frac{e}{m_e v_{en}} \frac{\Omega_H \omega_H}{v_{en} v_{in}} \mathbf{h}_0 (\mathbf{h}_0 \mathbf{E}_0). \quad (6.35)$$

Отсюда следует, что увлечение плазмы молекулами оказывается полным. Скорости поперечного движения при условии (6.34) меньше скоростей дрейфа $c [\mathbf{E}_0 \mathbf{h}_0] / H_0$ и их отношение $\Omega_H \omega_H / v_{in} v_{en} \ll 1$. Скорости перемещения неоднородностей вдоль \mathbf{H}_0 могут быть на границе применимости (6.34) довольно значительными. Однако следует иметь в виду, что регистрация движений вдоль \mathbf{H}_0 при $\mathbf{k} \perp \mathbf{H}_0$ невозможна (в силу однородности среды вдоль \mathbf{h}_0 никаких изменений при перемещениях в этом направлении не происходит).

При выполнении неравенства, обратного (6.34), а именно

$$\Omega_H \omega_H \gg v_{in} v_{en}, \quad (6.36)$$

в первом из сомножителей в (6.33) доминирующим оказывается член, обусловленный наличием ионной компоненты. Тогда из (6.33), принимая во внимание неравенство $\omega_H^2 \gg \gg v_{en}^2$, которое следует из (6.36), получаем

$$\mathbf{V}_d = \mathbf{u}_{n\parallel} + \frac{v_{en} v_{in}}{\omega_H \Omega_H} \mathbf{u}_{n\perp} + \frac{e}{M_i \Omega_H} [\mathbf{E}_0 \mathbf{h}_0] - \frac{e}{m_e v_{en}} \mathbf{E}_{0\parallel}. \quad (6.37)$$

Здесь, как и для случая $\cos \alpha \neq 0$, увлечение частиц происходит только вдоль магнитного поля \mathbf{H}_0 . Правда, в данном случае опять возникает трудность фиксации движений. С наличием электрического поля связано движение неоднородностей со скоростью $\mathbf{V}_{d\perp} = c [\mathbf{E}_0 \mathbf{h}_0] / H_0$ (см. (6.11)). Имеется также компонента скорости, антипараллельная вектору $\mathbf{E}_{0\parallel}$. Но здесь мы вновь сталкиваемся с перемещениями по направлению поля \mathbf{H}_0 , когда трудно дать рецепт для обнаружения движения рассматриваемых неоднородностей.

Поскольку скорость \mathbf{V}_d для фурье-составляющей с определенным вектором \mathbf{k} , согласно (6.21), зависит от ориентации этого вектора (угла α), можно говорить о дисперсионном расплывании неоднородности при ее перемещении. В силу расплывания правомерно ставить вопрос только о некоторой средней скорости движения не-

однородности как целого. В [29, 30] были проведены расчеты асимптотической формы неоднородностей с определенной начальной конфигурацией. Найденные результаты свидетельствуют о том, что такое распыление может в принципе заметно уменьшать время жизни неоднородностей. Вместе с тем следует обратить внимание на то, что ряд приближенных формул для V_d типа (6.28), (6.29), (6.32) либо не содержит угла α , либо он входит в слагаемые, которые не играют в реальных условиях определяющей роли. Это позволяет надеяться на возможность в ряде случаев (например, для не очень сильно вытянутых неоднородностей) пренебречь дисперсионным распылением (см. ниже § 8).

К сказанному выше необходимо добавить, что в условиях ионосферы не менее важен и учет распыления, связанного с диффузией. Случай диффузии слабых неоднородностей мы рассмотрим в следующем параграфе.

Остановимся кратко на обобщениях, возникающих в связи с учетом столкновений электронов с ионами. Вклад столкновений электронов с ионами, характеризуемый частотой ν_{e1} , может оказаться существенным только на достаточно больших высотах, где допустимо считать выполненным ограничение $\Omega_H^2 \gg \nu_{in}^2$, не говоря уже о более слабых неравенствах типа $\omega_H^2 \gg \nu_{en}^2$. Поэтому вряд ли необходимо приводить здесь общие формулы для V_d при любых Ω_H/ν_{in} . Далее, можно также принять условие (6.23), которое в области F выполняется для всех известных типов неоднородностей (см. ниже гл. VI). Из общих формул, которые были получены в [29, 32], при условии (6.10) и ограничении

$$\frac{\Omega_H^2}{\nu_{in}^2} \cos^2 \alpha \gg \frac{m_e (\nu_{en} + \nu_{e1})^2}{M_i \nu_{in} \nu_{en}} \quad (6.38)$$

мы приходим к соотношениям вида (6.32), куда в первом приближении частота столкновений ν_{e1} вообще не входит. Условие (6.38) является аналогом неравенства (6.24) при $\Omega_H^2 \gg \nu_{in}^2$. При $\nu_{en} \gtrsim \nu_{e1}$ ситуация в отношении выполнения ограничения (6.38) такая же, как и ранее. Если $\nu_{e1} \gg \nu_{en}$, то (6.38) при учете (5.6) принимает вид $\sqrt{M_i/m_e} (\Omega_{H0}/\nu_{e1}^2) \cos^2 \alpha \gg 1$. Максимальное значение частоты ν_{e1} в ионосфере порядка 10^4 сек^{-1} , и последнее неравенство выполняется до тех пор, пока вытянутость

неоднородностей не дойдет до $L_{\parallel}/L_{\perp} \sim 10^2$. Таким образом, при не очень сильной анизотропии неоднородностей никаких корректив в предшествующие формулы из-за столкновений электронов с ионами вводить не нужно.

Сказанное основывается, как уже было упомянуто, на том, что в пользу существования в области F неоднородностей с $L_{\parallel}/L_{\perp} > 10$ пока нет никаких данных. Далее, при $L_{\parallel}^2/L_{\perp}^2 > \sqrt{M_1/m_e} (\omega_H \Omega_H / v_{ei}^2)$ размеры неоднородностей L_{\parallel} могли оказаться настолько большими, что не выполнялся бы ряд сделанных нами предположений (независимость частот столкновений от координат, приближенное постоянство равновесной концентрации N_0 в пределах неоднородности и др.).

§ 7. Диффузия слабых неоднородностей в амбиполярном приближении

В предыдущем параграфе было рассмотрено влияние увлечения заряженных частиц нейтральными на движение неоднородностей и перемещение последних под действием внешних электрических полей. В этом параграфе мы рассмотрим диффузию слабых неоднородностей. Без учета столкновений между заряженными частицами, внешнего электрического поля и увлечения ($\mathbf{u}_n = 0$) уравнения (6.3), (6.4) принимают вид

$$m_e v_{en} N_e \mathbf{u}_e = -\nabla p_e + e N_e \nabla \varphi - \frac{e N_e}{c} [\mathbf{u}_e \mathbf{H}_0], \quad (7.1)$$

$$M_1 v_{in} N_i \mathbf{u}_i = -\nabla p_i - e N_i \nabla \varphi + \frac{e N_i}{c} [\mathbf{u}_i \mathbf{H}_0]. \quad (7.2)$$

Если неоднородности являются слабыми ($|N'| \ll N_0$), то эти уравнения можно линеаризовать.

Как и в предыдущем параграфе, исходим из требования квазинейтральности плазмы, т. е. полагаем $N_e = N_i = N$. Это, однако, не означает игнорирование эффекта разделения зарядов. Последний учтен косвенным образом — посредством введения внутренних электростатических полей $\mathbf{E} = -\nabla \varphi$. В применении к диффузионным процессам такое приближение иногда называют *амбиполярным*.

При использовании уравнений состояния $p_e = N \kappa T_e$ и $p_i = N \kappa T_i$ будем с целью упрощений рассматривать случай $T_e = T_i = T$. Далее основное внимание будет

сосредоточено на изотермической диффузии (температура T не меняется *)). Тогда из (7.1), (7.2) и уравнений непрерывности после линеаризации имеем

$$m_e v_{en} N_0 \mathbf{u}_e = -\kappa T \nabla N' + e N_0 \nabla \varphi - \frac{e}{c} N_0 [\mathbf{u}_e \mathbf{H}_0], \quad (7.3)$$

$$M_1 v_{in} N_0 \mathbf{u}_i = -\kappa T \nabla N' - e N_0 \nabla \varphi + \frac{e}{c} N_0 [\mathbf{u}_i \mathbf{H}_0], \quad (7.4)$$

$$\frac{\partial N'}{\partial t} + N_0 \operatorname{div} \mathbf{u}_e = 0, \quad (7.5)$$

$$\frac{\partial N'}{\partial t} + N_0 \operatorname{div} \mathbf{u}_i = 0. \quad (7.6)$$

Будем считать, что равновесная концентрация N_0 , числа столкновений и температура T не зависят от координат. Тогда можно разложить переменные N' , φ и компоненты скоростей \mathbf{u}_e и \mathbf{u}_i в интегралы Фурье. После подстановки фурье-составляющих, содержащих множители вида $\exp(-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{r})$, в совокупность уравнений (7.3) — (7.6) приходим к системе линейных алгебраических уравнений. Приравнявая нулю детерминант системы, получим дисперсионное уравнение, которое можно представить в компактном виде [29, 33]

$$\omega = -iD(\alpha)k^2. \quad (7.7)$$

Значит, § изменения амплитуды неоднородности синусоидального типа происходят по закону $\exp(-D(\alpha)k^2 t)$. Из него ясно, что величина $D(\alpha)$ имеет смысл коэффициента диффузии, для которого имеем

$$D(\alpha) = 2\kappa T \left\{ \frac{M_1 v_{in} (1 + \Omega_H^2/v_{in}^2)}{1 + (\Omega_H^2/v_{in}^2) \cos^2 \alpha} + \frac{m_e v_{en} (1 + \omega_H^2/v_{en}^2)}{1 + (\omega_H^2/v_{en}^2) \cos^2 \alpha} \right\}^{-1}. \quad (7.8)$$

Как и скорость V_d (см. § 6), коэффициент диффузии, вообще говоря, зависит от угла α . Рассмотрим два крайних случая, а именно, $\alpha \rightarrow 0$ и $\alpha \rightarrow 1/2\pi$. При поперечной ориентации неоднородностей ($\alpha = 0$) из (7.8) с учетом (5.6) имеем

$$D_{\parallel} = \frac{2\kappa T}{M_1 v_{in} + m_e v_{en}} \approx \frac{2\kappa T}{M_1 v_{in}}. \quad (7.9)$$

*) Не без оснований предполагается (см. ниже), что температурные возмущения выравниваются быстрее, чем неоднородности N' .

Этот коэффициент такой же, как и при диффузии в изотропной плазме, в чем можно убедиться, полагая в (7.8) $\omega_H = \Omega_H = 0$. Таким образом, на чисто продольную диффузию магнитное поле \mathbf{H}_0 не влияет.

При продольной ориентации неоднородностей ($\alpha = = 1/2\pi$) из (7.8) следует, что

$$D_{\perp} = \frac{2\kappa T}{M_1 v_{in} + m_e \omega_H^2 / v_{en}}. \quad (7.10)$$

При $\Omega_H \omega_H \ll v_{en} v_{in}$ отсюда получается формула, совпадающая с (7.9). Если же $\Omega_H \omega_H \gg v_{en} v_{in}$ (см. (6.36)), то $D_{\perp} \approx 2\kappa T v_{en} / m_e \omega_H^2$. Вводя поперечный коэффициент диффузии для электронов $D_{e\perp} = \kappa T v_{en} / m_e (\omega_H^2 + v_{en}^2)$, находим, что при ограничении (6.36), когда неравенство $\omega_H^2 \gg v_{en}^2$ выполняется автоматически, $D_{\perp} = 2D_{e\perp}$.

Обобщение на случай учета столкновений электронов с ионами, которое можно выполнить на основе уравнений (7.3) — (7.7) (первые два нужно дополнить слагаемыми вида $m_e v_{ei} N_0 (\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_i)$), приводит к следующему аналогичному (7.8) соотношению [29, 34]:

$$\begin{aligned} D(\alpha) = & 2\kappa T \left\{ (1 + (\omega_H^2 / v_{en}^2) \cos^2 \alpha) (1 + (\Omega_H^2 / v_{in}^2) \cos^2 \alpha) + \frac{v_{ei}}{v_{en}} \times \right. \\ & \times \left[\frac{v_{ei}}{v_{en}} + 2 + (2\omega_H \Omega_H / v_{en} v_{in}) \cos^2 \alpha \right] \left\{ m_e v_{en} (1 + \omega_H^2 / v_{en}^2) \times \right. \\ & \times (1 + (\Omega_H^2 / v_{in}^2) \cos^2 \alpha) + M_1 v_{in} (1 + \Omega_H^2 / v_{in}^2) \times \\ & \times (1 + (\omega_H^2 / v_{en}^2) \cos^2 \alpha) + \\ & \left. \left. + M_1 v_{in} \frac{v_{ei}}{v_{en}} [v_{ei} / v_{en} + 2 + (\omega_H \Omega_H / v_{en} v_{in}) (1 + \cos^2 \alpha)] \right\}^{-1} \right\}. \quad (7.11) \end{aligned}$$

При $v_{ei} = 0$ эта формула переходит в (7.8). Если к тому же $\omega_H = \Omega_H = 0$ или $\cos \alpha = 1$, то (7.11) принимает вид (7.9). Для диффузии в поперечных к \mathbf{H}_0 направлениях ($\alpha = 1/2\pi$) при условии (6.36) и при $v_{ei} \gg v_{en}$ получается соотношение (7.10), но с заменой v_{en} на v_{ei} .

Как и в предыдущем параграфе, существенные упрощения возникают при выполнении условия (6.23) или эквивалентного ему в областях E и F ограничения (6.24).

Тогда коэффициент диффузии можно записать в виде [29, 33]

$$D = 2D_{i\parallel} \cos^2 \alpha + 2D_{i\perp} \sin^2 \alpha, \quad (7.12)$$

где $D_{i\parallel} = 1/2 D_{\parallel}$ (см. (7.9) *) и $D_{i\perp} = \frac{\kappa T v_{in}}{M_i (\Omega_H^2 + v_{in}^2)}$.

Ранее уже отмечалось, что ограничение (6.23) эквивалентно пренебрежению в (7.8) вторым слагаемым в фигурной скобке (см. замечание после формулы (6.22)). Пренебрегая им, получаем приближенную формулу

$$D(\alpha) \approx \frac{2\kappa T}{M_i v_{in}} \left(\frac{v_{in}^2 + \Omega_H^2 \cos^2 \alpha}{v_{in}^2 + \Omega_H^2} \right),$$

откуда сразу приходим к результату (7.12).

В случае сильно вытянутых неоднородностей можно пренебречь первым слагаемым в фигурной скобке (7.8), что соответствует обратному (6.24) неравенству $(1 + \Omega_H^2/v_{in}^2) L_{\perp}^2/L_{\parallel}^2 \ll \sqrt{m_e/M_i}$. Таким образом, в силу очевидного неравенства $\sqrt{m_e/M_i} \ll 1$ степень начальной вытянутости неоднородностей должна быть значительной (особенно при $\Omega_H^2 \gg v_{in}^2$). В рассматриваемом случае, который, вероятно, не очень важен для ионосферных применений, коэффициент диффузии равен

$$D(\alpha) \approx \frac{2\kappa T}{m_e v_{en}} \left(\frac{v_{en}^2 + \omega_H^2 \cos^2 \alpha}{v_{en}^2 + \omega_H^2} \right).$$

Его можно записать в виде

$$D = 2D_{e\parallel} \cos^2 \alpha + 2D_{e\perp} \sin^2 \alpha, \quad (7.13)$$

где $D_{e\parallel} = \kappa T/m_e v_{en}$. Переход к (7.13) возможен только при $|\cos^2 \alpha| \ll 1$. Интересно отметить здесь, что продольная диффузия определяется движением электронов. Правда, для сильно вытянутых неоднородностей продольная диффузия происходит с относительно невысокими скоростями.

Далее можно провести упрощения, аналогичные сделанным выше, и в формуле (7.11). Полезно, независимо от других ограничений, иметь в виду, что, как нетрудно

*) Тот факт, что $D_{\parallel} = 2D_{i\parallel}$, понятен. Он означает, что вдоль поля H_0 происходит совместное движение электронов и ионов и значение $D_{i\parallel}$ как бы удваивается.

установить из (7.11), столкновения электронов с ионами малосущественны, если $m_e v_{ei} / M_i v_{in} \ll 1$. В обратном случае

$$\frac{m_e v_{ei}}{M_i v_{in}} \gg 1 \quad (7.14)$$

коэффициент диффузии можно записать в форме, аналогичной (7.12) [29]:

$$D = 2D_{i\parallel} \cos^2 \alpha + \frac{2\kappa T v_{ei} \sin^2 \alpha}{M_i (\Omega_H \omega_H + v_{in} v_{ei})}. \quad (7.15)$$

В области, относящейся к внешней ионосфере, где выполнено условие (7.14), можно считать $\Omega_H \omega_H \gg v_{ei} v_{in}$. Тогда (7.15) принимает вид

$$D \approx 2D_{i\parallel} \cos^2 \alpha + \frac{2\kappa T v_{ei}}{m_e \omega_H^2} \sin^2 \alpha.$$

В этом случае диффузия вдоль магнитного поля \mathbf{H}_0 определяется движением более тяжелых частиц — ионов, а поперек — движением электронов. Заметим, что поперечный коэффициент диффузии $D_{\perp} \approx 2\kappa T v_{ei} / m_e \omega_H^2$ на высотах, задаваемых ограничением (7.14), ничтожно мал, и поэтому расплывание неоднородностей должно обуславливаться продольной диффузией или какими-то другими причинами.

Значение коэффициента диффузии $D(\alpha)$, определяемое (7.8), позволяет в принципе найти изменение формы слабых неоднородностей. Если в начальный момент времени $t = 0$ задана избыточная концентрация N' , т. е. известна функция $N'(\mathbf{r}, 0)$, то для нахождения вида распределения $N'(\mathbf{r}, t)$ при $t \geq 0$ следует использовать формулу

$$\left. \begin{aligned} N'(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint N'_k \exp[i\mathbf{k}\mathbf{r} - D(\alpha)k^2 t] d\mathbf{k}, \\ \text{где} \quad N'_k &= \iiint N'(\boldsymbol{\rho}, 0) \exp(-i\mathbf{k}\boldsymbol{\rho}) d\boldsymbol{\rho}. \end{aligned} \right\} (7.16)$$

Вернемся к случаю, когда коэффициенты диффузии $D(\alpha)$ можно представить в форме (7.12) или (7.13). Они интересны в том отношении, что, исходя из уравнений (7.3) — (7.6), можно прийти к уравнениям диффузии стандартного типа. На самой процедуре получения таких

уравнений мы остановимся ниже в данном параграфе и в § 8. При ограничениях (6.23), (6.24) в системе координат x', y', z' , где ось z' направлена вдоль магнитного поля H_0 , уравнение диффузии принимает вид [29, 33]

$$\frac{\partial N'}{\partial t} = 2D_{i\parallel} \frac{\partial^2 N'}{\partial z'^2} + 2D_{i\perp} \left(\frac{\partial^2 N'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 N'}{\partial y'^2} \right). \quad (7.17)$$

Как указывалось выше, оно соответствует представлению коэффициента диффузии D (α) в форме (7.12). В этом легко убедиться, разлагая N' в интеграл Фурье (7.16) и требуя, чтобы каждая из компонент удовлетворяла (7.17).

В обратном (6.24) случае, когда $L_{\parallel}^2/L_{\perp}^2 \gg \gg (M_i v_{in}/m_e v_{en})(1 + \Omega_H^2/v_{in}^2)$, получаем также уравнение типа (7.17), но с другими коэффициентами, а именно:

$$\frac{\partial N'}{\partial t} = 2D_{e\parallel} \frac{\partial^2 N'}{\partial z'^2} + 2D_{e\perp} \left(\frac{\partial^2 N'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 N'}{\partial y'^2} \right). \quad (7.18)$$

Естественно, что последнее уравнение соответствует приближенному представлению D (α) в форме (7.13).

Остановимся теперь на одном вопросе, играющем при выполнении (1.1) второстепенное значение. Напомним, что при исследовании диффузии мы пренебрегали движением нейтральных частиц. На самом же деле, диффузионное расплывание плазменных неоднородностей сопровождается перемещениями нейтральных частиц. Можно предполагать, что при $N \ll N_n$ такое движение на скорости диффузионного расплывания неоднородностей плазмы сильно сказываться не будет. Убедимся в этом на простом примере диффузии в отсутствие внешнего магнитного поля. Для изотермических процессов исходные уравнения, которые при $H_0 = 0$ нет необходимости сразу же линеаризовать, принимают вид

$$m_e v_{en} N (\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_n) = -\kappa T \nabla N - eN \mathbf{E}, \quad (7.19)$$

$$M_i v_{in} N (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_n) = -\kappa T \nabla N + eN \mathbf{E}, \quad (7.20)$$

$$m_e v_{en} N (\mathbf{u}_n - \mathbf{u}_e) + M_i v_{in} N (\mathbf{u}_n - \mathbf{u}_i) = -\kappa T \nabla N_n, \quad (7.21)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \operatorname{div} N \mathbf{u}_e = 0, \quad (7.22)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \operatorname{div} N \mathbf{u}_i = 0, \quad (7.23)$$

$$\frac{\partial N_n}{\partial t} + \operatorname{div} N_n \mathbf{u}_n = 0. \quad (7.24)$$

Скорости \mathbf{u}_e , \mathbf{u}_i и \mathbf{u}_n мы связываем сейчас только с диффузионными процессами. Из (7.22) и (7.23) вытекает, что в изотропном случае движение электронов и ионов должно происходить практически с одинаковыми скоростями. Не останавливаясь на обосновании этого утверждения, мы примем, что скорости \mathbf{u}_e и \mathbf{u}_i близки друг к другу. Тогда при ограничении $M_i v_{in} \gg m_e v_{en}$ сложение (7.19) и (7.20) дает

$$N(\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_n) = -\frac{2\kappa T}{M_i v_{in}} \nabla N. \quad (7.25)$$

Вместе с тем из (7.21) приближенно получаем

$$N(\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_n) = \frac{\kappa T}{M_i v_{in}} \nabla N_n. \quad (7.26)$$

Из последних двух соотношений следует, что $-2\nabla N = \nabla N_n$. В линейном приближении вместо (7.23) и (7.24) можно воспользоваться уравнениями

$$\frac{\partial N'}{\partial t} + N_0 \operatorname{div} \mathbf{u}_i = 0, \quad (7.27)$$

$$\frac{\partial N'_n}{\partial t} + N_{n0} \operatorname{div} \mathbf{u}_n = 0. \quad (7.28)$$

Применяя к (7.25) после линеаризации операцию div и считая коэффициенты диффузии и равновесные концентрации не зависящими от координат, получаем с учетом (7.27) и (7.28)

$$\frac{\partial N'}{\partial t} - \frac{N_0}{N_{n0}} \frac{\partial N'_n}{\partial t} = \frac{2\kappa T}{M_i v_{in}} \nabla^2 N'. \quad (7.29)$$

Из равенства $-2\nabla N = \nabla N_n$ следует, что $N' = -1/2 N'_n$. Используя последнее соотношение, окончательно имеем

$$\frac{\partial N'}{\partial t} + \frac{2\kappa T}{M_i v_{in}} (1 + 2N_0/N_{n0})^{-1} \nabla^2 N' = 0. \quad (7.30)$$

Как мы видим, для слабо ионизированной плазмы, когда $N_0 \ll N_{n0}$, учет влияния движения молекул на диффузию приводит к небольшим поправкам. Этот вывод, полученный для изотропной плазмы, сохраняется и при наличии внешнего магнитного поля [29].

Выше при исследовании диффузии в слабо ионизированной плазме мы использовали распространенное для данного круга вопросов предположение об изотермичности. В его пользу говорит то обстоятельство, что при анализе процесса теплопередачи (в отличие от диффузии) не нужно требовать приближенного сохранения нейтральности плазмы, и поэтому выравнивание температурных градиентов должно происходить быстрее, чем рассасывание плазменных неоднородностей.

Для более подробного обоснования предположения об изотермичности нужно дополнить квазигидродинамические уравнения (7.3) — (7.6) уравнениями теплопроводности. В общем случае такой путь, однако, требует довольно громоздких вычислений. Поэтому мы сразу же сделаем некоторые предположения и проведем ряд упрощений. Равновесные значения температур T_{e0} , T_{i0} и T_{n0} будем считать одинаковыми и равными T_0 . Температуру ионов T_i можно считать постоянной, поскольку установление равновесия между ионами и нейтральными частицами происходит за времена, значительно меньшие диффузионных [29]. Так как в областях E и F хорошо выполняется неравенство $\omega_{\text{H}}^2 \gg v_{e1}^2$, мы вправе допустить, что поток тепла направлен по оси z' , ориентированной вдоль поля \mathbf{H}_0 . В линейном приближении для возмущенных значений электронной температуры имеем согласующееся с (4.50) уравнение

$$\frac{\partial T'_e}{\partial t} + \frac{2}{3} T \operatorname{div} \mathbf{u}_e = A \frac{\kappa T_0}{m_e v_{e1}} \frac{\partial^2 T'_e}{\partial z'^2} - \frac{4}{3} v_{en} (T'_e - T_n) \frac{m_e}{M_n}, \quad (7.31)$$

где A — коэффициент порядка единицы. При учете изменений температуры электронов в соответствии с (7.31) естественно дополнить правую часть (7.3) членом $\kappa N_0 \nabla T'_e$.

Как и ранее, при анализе диффузии с отклонениями от изотермичности целесообразно представить переменные в виде интегралов Фурье. Тогда можно установить критерий применимости изотермического приближения при амбиполярной диффузии синусоидальных неоднородностей произвольной ориентации, характеризуемых волновым вектором \mathbf{k} [35]. Если $\cos \alpha \sim 1$, то этот критерий запишется следующим образом:

$$\omega_{e3}^2 \gg \frac{v_{en} \kappa T_0}{v_{in} M_n} k^2, \quad (7.32)$$

где $\omega_{e0} = \sqrt{4\pi e^2 N/m_e}$ — ленгмюровская (плазменная) частота для электронов. Последнее ограничение можно записать также в виде $L^2/r_D^2 \gg \sqrt{M_n/m_e}$, где L — характерный масштаб неоднородности. Несмотря на то, что $\sqrt{M_n/m_e} \sim \sim 10^2$, ограничение (7.32) хорошо выполняется в ионосфере, так как значения дебаевских радиусов в ней по сравнению с масштабами L очень малы.

Если $|\cos \alpha| \ll 1$ ($L_{\parallel} \gg L_{\perp}$) и $v_{en}v_e \ll (M_n/m_e) \times \overline{w_e^2} k^2$, то, согласно [35], отклонения от изотермичности более существенно сказываются на процессе диффузии. Дело в том, что передача тепла за счет электронной компоненты поперек поля \mathbf{H}_0 затруднена, а обмен энергией между электронами и молекулами невелик в силу малости множителя m_e/M_n . Вместе с тем для не очень сильно вытянутых неоднородностей скорость диффузии поперек поля \mathbf{H}_0 определяется ионными потоками, на которые это поле воздействует слабее, чем на электроны. Последнее обстоятельство может привести к соизмеримости времен теплопередачи и диффузии.

Сформулированные результаты относятся к случаям, когда коэффициенты диффузии не зависят от координат. В условиях ионосферы такого рода приближение не всегда оправдано, особенно для крупномасштабных неоднородностей. В первую очередь, конечно, нужно считаться с изменениями коэффициентов диффузии с высотой z . Для трехмерных слабых неоднородностей заметные упрощения можно сделать для сильно анизотропной плазмы. Далее мы рассмотрим подробно этот случай, выбирая для простоты направление магнитного поля вертикальным *), что соответствует ситуации в ионосфере на высоких широтах. Несмотря на то, что сделанные оговорки существенно уменьшают общность задачи, она сохраняет самостоятельный интерес и, кроме того, характеризует те трудности, которые возникают в теории диффузии для неоднородной плазмы. Эти трудности в основном связаны с исключением внутреннего электростатического поля — $\nabla\phi$, что заставляет сильно ограничить сферу применимости проведенного анализа.

Найдем из (7.3), (7.4) скорости u_e и u_i и подставим полученные выражения в (7.5) и (7.6). Вводя наряду с коэффициентами $D_{e\parallel}$ и $D_{i\parallel}$ подвижности электронов и ионов

*) Приводимые ниже результаты для этого случая были получены Г. И. Григорьевым.

$\mu_e = e/m_e v_{en}$ и $\mu_i = e/M_i v_{in}$, которые, как и D_e и D_i , могут зависеть от координат, получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial N'}{\partial t} + \operatorname{div} \frac{v_{en}^2}{\omega_H^2 + v_{en}^2} \left\{ -D_{e\parallel} \nabla N' + \frac{\omega_H}{v_{en}} D_{e\parallel} [\nabla N' \mathbf{h}_0] - \right. \\ \left. - \frac{\omega_H^2}{v_{en}^2} D_{e\parallel} (\mathbf{h}_0 \nabla N') \mathbf{h}_0 \right\} + \operatorname{div} \frac{v_{en}^2}{\omega_H^2 + v_{en}^2} \left\{ \mu_e N_0 \nabla \varphi - \right. \\ \left. - \mu_e N_0 \frac{\omega_H}{v_{en}} [\nabla \varphi \mathbf{h}_0] + \frac{\omega_H^2}{v_{en}^2} \mu_e N_0 (\mathbf{h}_0 \nabla \varphi) \mathbf{h}_0 \right\} = 0, \quad (7.33) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial N'}{\partial t} + \operatorname{div} \frac{v_{in}^2}{\Omega_H^2 + v_{in}^2} \left\{ -D_{i\parallel} \nabla N' - \frac{\Omega_H}{v_{in}} D_{i\parallel} [\nabla N' \mathbf{h}_0] - \right. \\ \left. - \frac{\Omega_H^2}{v_{in}^2} D_{i\parallel} (\nabla N' \mathbf{h}_0) \mathbf{h}_0 \right\} - \operatorname{div} \frac{v_{in}^2}{\Omega_H^2 + v_{in}^2} \left\{ \mu_i N_0 \nabla \varphi - \right. \\ \left. - \frac{\Omega_H}{v_{in}} \mu_i N_0 [\nabla \varphi \mathbf{h}_0] + \frac{\Omega_H^2}{v_{in}^2} \mu_i N_0 (\nabla \varphi \mathbf{h}_0) \mathbf{h}_0 \right\} = 0. \quad (7.34) \end{aligned}$$

Перейдем теперь к случаю сильной анизотропии, когда $\Omega_H^2 \gg v_{in}^2$, что характерно для области F ионосферы. При ограничении (6.10) уравнения (7.33) и (7.34) упрощаются и мы получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial N'}{\partial t} + \operatorname{div} \left\{ -\frac{D_{e\parallel} v_{en}^2}{\omega_H^2} \nabla_{\perp} N' - \mathbf{h}_0 D_{e\parallel} \frac{\partial N'}{\partial z'} \right\} + \\ + \operatorname{div} \left\{ \frac{\mu_e N_0 v_{en}^2}{\omega_H^2} \nabla_{\perp} \varphi + \mu_e N_0 \mathbf{h}_0 \frac{\partial \varphi}{\partial z'} \right\} = 0, \quad (7.35) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial N'}{\partial t} + \operatorname{div} \left\{ -\frac{D_{i\parallel} v_{in}^2}{\Omega_H^2} \nabla_{\perp} N' - \mathbf{h}_0 D_{i\parallel} \frac{\partial N'}{\partial z'} \right\} - \\ - \operatorname{div} \left\{ \frac{\mu_i N_0 v_{in}^2}{\Omega_H^2} \nabla_{\perp} \varphi + \mu_i N_0 \mathbf{h}_0 \frac{\partial \varphi}{\partial z'} \right\} = 0, \quad (7.36) \end{aligned}$$

где $\nabla_{\perp} = i\partial/\partial x' + j\partial/\partial y'$. Слагаемые, пропорциональные $[\nabla N' \mathbf{h}_0]$, которые фигурировали в (7.33), (7.34), оказываются при $\Omega_H^2 \gg v_{in}^2$ не зависящими от чисел соударений и после применения операции div выпадают. Далее с целью упрощений будем, как было оговорено выше, считать, что оси z и z' совпадают.

Имея в виду ионосферные применения, допустим, что концентрация нейтральных частиц убывает с высотой z

по экспоненциальному закону, т. е.

$$N_n = N_n^0 \exp(-z/H), \quad (7.37)$$

где $H = \kappa T/M_n g$ — высота однородной атмосферы. При упрощенном подходе можно принять, что зависимости параметров $D_{e\parallel}$, $D_{i\parallel}$, μ_e , μ_i , ω_H/v_{en} и Ω_H/v_{in} от координаты z определяются одним и тем же фактором $q = \exp(z/H)$, а масштаб H — постоянная величина.

Вводя $q(z)$ в (7.35), (7.36) и совмещая оси z и z' , приходим к системе, в которой операторы, действующие на потенциал ϕ , оказываются коммутирующими. После исключения переменной ϕ эта система сводится к одному уравнению

$$\begin{aligned} & \left[q^{-1} \nabla_{\perp}^2 + \left(\frac{\omega_H \Omega_H}{v_{en} v_{in}} \right)_{z=0} \frac{\partial}{\partial z} \left(q \frac{\partial}{\partial z} \right) \right] \frac{\partial N'}{\partial t} = \\ & = 2D_{i\parallel}(z=0) \left\{ q^{-2} \left(\frac{\omega_H \Omega_H}{v_{en} v_{in}} \right)_{z=0}^2 \nabla_{\perp}^2 N' + \right. \\ & \left. + \frac{M_i v_{in}}{m_e v_{en}} \left(q \frac{\partial N'}{\partial z} \right) + \left(\frac{\omega_H \Omega_H}{v_{en} v_{in}} \right)_{z=0} \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(q \frac{\partial N'}{\partial z} \right) \right]^2 \right\}. \quad (7.38) \end{aligned}$$

Индекс $z=0$ у круглых скобок указывает, что значения частот столкновений v_{en} и v_{in} взяты при $z=0$. Выбор положения точки $z=0$ имеет условный характер. Если принять распределение (7.37), то высота, где $z=0$, определяется условием $N_n = N_n^0$. Если размеры неоднородностей по вертикали значительно меньше H , то уравнение (7.38) совпадает с соотношением, полученным в [29, 33] для однородной атмосферы, причем нужно учесть, что здесь рассматривается случай $\Omega_H^2 \gg v_{in}^2$. Уравнение для однородной среды пока в явном виде не выписывалось. Это будет сделано в следующем параграфе.

Мы видели, что для трехмерных неоднородностей сведение системы для N' и ϕ к одному уравнению представляет определенные трудности и его легко проделать только при существенных ограничениях, налагаемых на анизотропию, изменение частот столкновений с высотой и т. п. Решение уравнения (7.38) также является сложной задачей. Но, как и в случае однородной атмосферы, можно наложить некоторые ограничения на форму неоднородностей, аналогичные (6.24). Так, примем, что

$$\left(\frac{\omega_H \Omega_H}{v_{en} v_{in}} \right)_{z=0} \frac{\partial}{\partial z} \left(q \frac{\partial N'}{\partial z} \right) \gg q^{-1} \nabla_{\perp}^2 N',$$

или в иной формулировке

$$\frac{L_{\parallel}^2}{L_{\perp}^2} \left(1 + \frac{L_{\parallel}}{H} \right) \ll \frac{\omega_H \Omega_H}{v_{en} v_{in}}. \quad (7.39)$$

Тогда после упрощений (7.38) принимает вид

$$\frac{\partial N'}{\partial t} = 2D_{i\parallel} (z = 0) \left(\frac{\partial^2 N'}{\partial z^2} + \frac{1}{H} \frac{\partial N'}{\partial z} \right) \exp(z/H). \quad (7.40)$$

Отсюда видно, что при условии (7.39) и $\Omega_H^2 \gg v_{in}^2$ мы вправе не считаться с поперечной диффузией. При необходимости можно сделать соответствующие поправки. Что касается неравенства (7.39), то его выполнимость фактически уже обсуждалась. Для наблюдаемых в ионосфере неоднородностей ограничение $L_{\parallel}^2/L_{\perp}^2 \ll \Omega_H \omega_H / v_{en} v_{in} \sim \sim \sqrt{M_1/m_e} \Omega_H^2 / v_{in}^2$ хорошо выполняется (следует помнить, что в рассматриваемом приближении $\Omega_H^2 \gg v_{in}^2$). Наличие в скобке в (7.39) слагаемого L_{\parallel}/H несколько ухудшает ситуацию, но не в такой степени, чтобы изменить вывод о выполнимости ограничения (7.39). В связи с этим следует иметь в виду, что расстояние L_{\parallel} не может превышать H , скажем, более чем на порядок.

При выполнении (7.39) задача о диффузии неоднородностей сводится к одномерному случаю, который очень часто используется в применении к ионосфере. Подобные задачи, например, ставятся и решаются в связи с разработкой теории невозмущенной области F [2]. В них, однако, необходим отказ от процедуры линеаризации, и мы отложим краткое обсуждение теории одномерной диффузии до следующего параграфа.

§ 8. О диффузии сильных неоднородностей

В предыдущем параграфе диффузия неоднородностей рассматривалась на основе линеаризованных уравнений. Поэтому область их применимости ограничивалась условием, налагаемым на абсолютные значения электронной концентрации N' (см. (6.17)). В реальных условиях иногда приходится иметь дело со сравнительно сильными неоднородностями, которые характеризуются отклонениями ΔN от некоторой средней концентрации порядка самой концентрации, так что $|\Delta N| \sim N$. Далее будет показано, что для широкого класса неоднородностей приближенно применимы те же уравнения, что и при $|N'| \ll N_0$.

Этот вывод справедлив, если коэффициенты диффузии \bar{D} и подвижности μ не зависят от координат, а также для некоторых простых (одномерных) задач.

Необходимо сразу подчеркнуть, что отказ от ограничения $|N'| \ll N_0$ не означает учета всей совокупности нелинейных эффектов. Мы по-прежнему пренебрегаем в квазигидродинамических уравнениях некоторыми нелинейными слагаемыми, а также рядом линейных членов. Правомерность таких пренебрежений уже обсуждалась выше. Непосредственной связи с требованием $|N'| \ll \ll N_0$ они не имеют.

Итак, обратимся к уравнениям (7.33), (7.34), считая коэффициенты μ_e , μ_i , D_e и D_i не зависящими от координат. Тогда эти коэффициенты можно вынести за знак дифференцирования. Для слабых неоднородностей после линеаризации потенциал φ легко исключается. Если же отказаться от требования (6.17), то такого рода процедура в общем виде становится невыполнимой.

При $|\nabla N| \sim N$ можно поступить следующим образом [36]. Будем считать, что

$$N\nabla\varphi = \nabla\psi, \quad (8.1)$$

и найдем ограничения, при которых это равенство приближенно справедливо. Оно означает, что поле $-\nabla\varphi$ направлено вдоль ∇N . В этом можно убедиться, применив к обеим частям (8.1) операцию rot . Тогда мы и приходим к условию параллельности указанных векторов $[\nabla N \nabla\varphi] = 0$. Заметим, что (8.1) всегда соблюдается при $\mathbf{H}_0 = 0$, а также в одномерном случае.

Используя прямоугольную систему координат с осью z' , ориентированной вдоль магнитного поля \mathbf{H}_0 , и учитывая (8.1), получаем из уравнений непрерывности для электронов и ионов, а также из (7.1), (7.2) следующую систему уравнений:

$$m_e v_{en} \frac{\partial N}{\partial t} - \kappa T \nabla_1^2 N + e \nabla_1^2 \psi = 0, \quad (8.2)$$

$$M_i v_{in} \frac{\partial N}{\partial t} - \kappa T \nabla_2^2 N - e \nabla_2^2 \psi = 0, \quad (8.3)$$

где

$$\nabla_1^2 = \frac{\partial^2}{\partial z'^2} + \frac{v_{en}^2}{\omega_H^2 + v_{en}^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y'^2} \right),$$

$$\nabla_2^2 = \frac{\partial^2}{\partial z'^2} + \frac{v_{in}^2}{\Omega_H^2 + v_{in}^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y'^2} \right).$$

Из (8.2) и (8.3) можно исключить ψ . Тогда мы приходим к такому же уравнению диффузии, как и для слабых неоднородностей *):

$$(M_i v_{in} \nabla_1^2 + m_e v_{en} \nabla_2^2) \frac{\partial N}{\partial t} = 2\kappa T \nabla_1^2 \nabla_2^2 N. \quad (8.4)$$

С другой стороны, исключая из (8.2) и (8.3) $\partial N / \partial t$, находим

$$e \left[\frac{\nabla_1^2}{m_e v_{en}} + \frac{\nabla_2^2}{M_i v_{in}} \right] \psi = \kappa T \left[\frac{\nabla_1^2}{m_e v_{en}} - \frac{\nabla_2^2}{M_i v_{in}} \right] N. \quad (8.5)$$

Из последнего соотношения легко получить условия, при выполнении которых оправдано сделанное выше предположение о параллельности (или антипараллельности) $\nabla\varphi$ и ∇N . Для этого достаточно потребовать, чтобы

$$|\nabla_1^2| \gg \frac{m_e v_{en}}{M_i v_{in}} |\nabla_2^2|. \quad (8.6)$$

Тогда из (8.5) следует, что $\psi = (\kappa T/e)N$ и $\nabla\varphi = \nabla\psi/N = (\kappa T/e)\nabla N/N$. Используя введенные ранее обозначения для характерных размеров L_{\parallel} и L_{\perp} , получим вместо (8.6) неравенство (6.23), найденное в рамках линейной теории. Напомним, что это неравенство фигурировало как в теории диффузии, так и при анализе движения неоднородностей. При выполнении условия (8.6) приходим к уравнению диффузии в известной форме (см. (7.17)), но с заменой N' на N

$$\frac{\partial N}{\partial t} = 2D_{i\parallel} \frac{\partial^2 N}{\partial z'^2} + 2D_{i\perp} \left(\frac{\partial^2 N}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 N}{\partial y'^2} \right). \quad (8.7)$$

Предположение о параллельности (антипараллельности) $\nabla\varphi$ и ∇N приближенно справедливо не только при условии (8.6), но и при обратном условии, т. е. при

$$|\nabla_2^2| \gg \frac{M_i v_{in}}{m_e v_{en}} |\nabla_1^2|, \quad (8.8)$$

которое реализуется для очень сильно вытянутых в направлении \mathbf{H}_0 неоднородностей. При выполнении ограничения (8.8) приходим к уравнению диффузии

*) При интегральном представлении концентрации $N(\mathbf{r}, t)$ в виде (7.16) этому уравнению соответствовал бы коэффициент $D(\alpha)$, определяемый (7.8).

типа (7.18)

$$\frac{\partial N}{\partial t} = 2D_{e\parallel} \frac{\partial^2 N}{\partial z'^2} + 2D_{e\perp} \left(\frac{\partial^2 N}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 N}{\partial y'^2} \right); \quad (8.9)$$

Здесь как продольная, так и поперечная диффузии определяются движением электронной компоненты. Возможность описания реальных ионосферных процессов на основе уравнения (8.9) представляется сомнительной.

Если рассматривать все значения отношения L_{\parallel}/L_{\perp} , то остается неясным вопрос об уравнении диффузии для сильных неоднородностей в промежуточной области, когда $L_{\parallel}^2 \approx (M_1 v_{in}/m_e v_{en})(1 + \Omega_H^2/v_{in}^2) L_{\perp}^2$ (см. (6.23), (6.24)). Следует, однако, учитывать, что в этой области параметров (8.4) не сводится к стандартным уравнениям вида (8.7) или (8.9). Существенно, что последнее утверждение относится и к линейной теории.

Обратим теперь внимание на одно обстоятельство, проясняющее смысл используемых здесь неравенств (8.6) и (8.8). При условии (8.6) мы из (8.5) приближенно имеем $\nabla\varphi = \nabla\psi/N = (\kappa T/e)(\nabla N/N)$, тогда как при ограничении (8.8) получаем соотношение $\nabla\varphi = (-\kappa T/e)(\nabla N/N)$. Таким образом, переходу от одного случая к другому отвечает изменение знака коэффициента пропорциональности между внутренним электрическим полем и ∇N . Если выполнено условие (8.6), то величина скорости диффузии в соответствии с (8.7) определяется движением ионов. В обратном случае, возможном только при специфических (вытянутых вдоль \mathbf{H}_0) начальных конфигурациях, из-за влияния магнитного поля более жестко фиксируется движение электронной компоненты, что и отражается на коэффициентах уравнения (8.9). Из сказанного ясны причины изменения знака у коэффициента пропорциональности между $\nabla\varphi$ и ∇N .

Сделанные замечания в какой-то мере проясняют различие между используемыми приближениями, приводящими к уравнениям (8.7) или (8.9). Как для слабых, так и для сильных неоднородностей наиболее сложна ситуация в промежуточной области, где $L_{\parallel}^2 \approx L_{\perp}^2 (Mv_{in}/m_e v_{en}) \times (1 + \Omega_H^2/v_{in}^2)$, в которой поле $-\nabla\varphi$ меняет направление, обращаясь в нуль при $\nabla N \neq 0$. Таким образом, существуют избранные направления, вдоль которых внутреннее электрическое поле вообще не возникает.

Приведенная в § 7 и в настоящем параграфе теория в принципе позволяет решать задачи о расплывании

различных типов ионосферных неоднородностей. Следует, однако, сказать, что роль диффузии в применении к ионосфере этим не ограничивается. Несомненно, диффузия не только играет важную роль в рассасывании всякого рода неоднородностей, но и является одним из основных факторов формирования невозмущенной области F (что особенно справедливо в применении к максимуму области F и к внешней ионосфере). При выводе уравнения диффузии в задачах такого типа обычно учитывается зависимость всех параметров, а также концентрации N от высоты z .

Остановимся на теории диффузии ионосферных слоев в одномерном случае. Здесь возможен подход, опирающийся на равенство (8.1), но решение задачи можно получить и непосредственно — вне связи с этим соотношением.

Уравнения (8.2), (8.3) остаются справедливыми при небольших видоизменениях (температуру T нужно внести под знак операторов ∇_1^2 и ∇_2^2). Считая, что геомагнитное поле лежит в плоскости xz и составляет с вертикалью угол χ , из (8.2) и (8.3) имеем

$$\frac{\partial N}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \left[(D_{e\parallel} \cos^2 \chi + D_{e\perp} \sin^2 \chi) \frac{\partial N}{\partial z} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\left(\mu_e \cos^2 \chi + \frac{\mu_e v_{en}^2}{\omega_H^2 + v_{en}^2} \sin^2 \chi \right) \frac{\partial \psi}{\partial z} \right] = 0, \quad (8.10)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \left[(D_{i\parallel} \cos^2 \chi + D_{i\perp} \sin^2 \chi) \frac{\partial N}{\partial z} \right] - \frac{\partial}{\partial z} \left[\left(\mu_i \cos^2 \chi + \frac{\mu_i v_{in}^2}{\Omega_H^2 + v_{in}^2} \sin^2 \chi \right) \frac{\partial \psi}{\partial z} \right] = 0. \quad (8.11)$$

Дальнейшие преобразования связаны с исключением слагаемых, содержащих производные $\partial\psi/\partial z$. Здесь, чтобы не загромождать исследование, следует сразу же учесть, что в области F хорошо выполняется ограничение $\Omega_H^2 \gg \gg v_{in}^2$, не говоря уже о неравенстве $\omega_H^2 \gg v_{en}^2$. Это тем более справедливо, что диффузия начинает играть определяющую роль на относительно больших высотах [2]. При учете обоих неравенств и при исключении из анализа узкой приэкваториальной зоны ($\cos^2 \chi \rightarrow 0$), что возможно при ограничении

$$(1 + \Omega_H^2/v_{in}^2) \operatorname{tg}^{-2} \chi \gg 1, \quad (8.12)$$

из (8.10) и (8.11) получаем более простые уравнения

$$\frac{\partial N}{\partial t} - \cos^2 \chi \frac{\partial}{\partial z} \left(D_{e\parallel} \frac{\partial N}{\partial z} \right) + \cos^2 \chi \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_e \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) = 0, \quad (8.13)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} - \cos^2 \chi \frac{\partial}{\partial z} \left(D_{i\parallel} \frac{\partial N}{\partial z} \right) - \cos^2 \chi \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu_i \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) = 0. \quad (8.14)$$

Исключение отсюда слагаемых с ψ элементарно при условии, что $\frac{1}{\mu_e} \frac{d\mu_e}{dz} = \frac{1}{\mu_i} \frac{d\mu_i}{dz}$. Изменение подвижностей с высотой связано прежде всего с зависимостью частот соударений ν_{en} и ν_{in} от концентраций молекул ($\nu_{en} \propto N_n$ и $\nu_{in} \propto N_n$). Таким образом, относительные изменения μ_e и μ_i по z примерно одинаковы. Небольшие поправки, которые нужно ввести в равенство $\frac{1}{\mu_e} \frac{d\mu_e}{dz} = \frac{1}{\mu_i} \frac{d\mu_i}{dz}$, не имеют существенного значения. Сводя (8.13) и (8.14) к одному уравнению непрерывности, получаем

$$\frac{\partial N}{\partial t} = 2 \cos^2 \chi \frac{\partial}{\partial z} \left(D_{i\parallel} \frac{\partial N}{\partial z} \right). \quad (8.15)$$

Если принять, что N_n изменяется по закону (7.37) и считать одинаковыми температуры различных компонент, то при $D_{i\parallel} = D_{i\parallel 0} \exp(z/H)$ имеем из (8.15) соотношение

$$\frac{\partial N}{\partial t} = 2 D_{i\parallel} \cos^2 \chi \left(\frac{\partial^2 N}{\partial z^2} + \frac{1}{H} \frac{\partial N}{\partial z} \right). \quad (8.16)$$

Оно отличается от (7.40) только наличием множителя $\cos^2 \chi$ и, естественно, заменой N' на N . При $H = \text{const}$ уравнение (8.16) решается методом разделения переменных. Решением, как легко убедиться подстановкой, является следующее выражение:

$$N(z, t) = \exp(-z/2H) \int_0^{\infty} C(\lambda) \exp(-\lambda^2 D_0 t) \times \\ \times \mathcal{Y}_1(2\lambda H \exp(-z/2H)) d\lambda, \quad (8.17)$$

где \mathcal{Y}_1 — функция Бесселя первого порядка и $D_0 = 2 D_{i\parallel 0} \cos^2 \chi$. При записи решения в виде (8.17) отброшены слагаемые, неограниченно возрастающие при $t \rightarrow \infty$. Постоянную разделения $C(\lambda)$ можно определить для заданного начального распределения $N_0(z)$; она оказывается

равной

$$C(\lambda) = 2\lambda H \int_0^{\infty} N_0(z) \exp(-z/2H) \mathcal{Y}_1(2\lambda H \exp(-z/2H)) dz.$$

Используя эту формулу, из (8.17) находим

$$N(z, t) = 2H \exp(-z/2H) \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \lambda N_0(z') \exp(-z'/2H - \lambda^2 D_0 t) \times \\ \times \mathcal{Y}_1(2\lambda H \exp(-z'/2H)) \mathcal{Y}_1(2\lambda H \exp(-z/2H)) dz' d\lambda, \quad (8.18)$$

откуда, интегрируя по λ , получаем

$$N(z, t) = \frac{H}{D_0 t} \exp\left(-z/2H - \frac{H^2}{D_0 t} \exp(-z/2H)\right) \times \\ \times \int_0^{\infty} N_0(z') \exp\left(-\frac{H^2}{D_0 t} \exp(-z'/H)\right) I_1\left[\frac{2H^2 \exp(-(z+z')/H)}{D_0 t}\right] \times \\ \times dz', \quad (8.19)$$

где I_1 — модифицированная функция Бесселя первого рода. Соотношение (8.17) представляет собой решение задачи об одномерной диффузии в случае неоднородной атмосферы.

Если учесть в уравнениях движения (7.1), (7.2) воздействие на электроны и ионы силы тяжести, то вместо (8.16) находим

$$\frac{\partial N}{\partial t} = 2D_{i\parallel} \cos^2 \chi \left[\frac{\partial^2 N}{\partial z^2} + \left(\frac{1}{H} + \frac{1}{H_i} \right) \frac{\partial N}{\partial z} + \frac{N}{HH_i} \right] - \\ - \alpha_r N^2 + J, \quad (8.20)$$

где $H_i = 2\kappa T/M_i g$.

В последнее уравнение введены члены, учитывающие влияние процессов рекомбинации и ионизации. Оно неоднократно использовалось для анализа высотного распределения электронов в ионосфере (см., например, [2]).

В заключение настоящего параграфа остановимся на двух специальных вопросах. Во-первых, заметим, что результаты анализа диффузии обобщались на случай учета в уравнениях движения инерционных слагаемых $\rho_e du_e/dt$ и $\rho_i du_i/dt$. Ранее подчеркивалось, что в приме-

нении к ионосфере их учет не представляет интереса (во всяком случае для неоднородностей естественного происхождения). Несмотря на это, укажем на основные результаты работы [37], в которой, в частности, было рассмотрено диффузионное расплывание П-образного распределения N с полушириной ΔL .

Характер изменения величины $N(x, t)$ существенно зависит от параметра $\sqrt{\kappa(T_e + T_i)/M_1 \Delta L/D_{i\parallel}}$. При $D_{i\parallel} \gg \gg \Delta L \sqrt{\kappa(T_e + T_i)/M_1}$ эти изменения имеют диффузионный характер, тогда как при $D_{i\parallel} \ll \Delta L \sqrt{\kappa(T_e + T_i)/M_1}$ можно говорить о распространении волн. Последнее неравенство при $T_e \sim T_i$ сводится, однако, к условию $l \gg \Delta L$, обратному основному критерию применимости гидродинамического описания. В этом случае использование квазигидродинамических уравнений возможно с определенными оговорками. Поэтому вопрос о диффузионных волнах [37] еще нуждается в дальнейшем анализе на основе метода кинетического уравнения.

Во-вторых, кратко остановимся на сравнении эффективности дисперсионного и диффузионного расплывания. В § 6 указывалось на возможность своеобразного искажения формы неоднородностей, обусловленного зависимостью скорости V_d (см. (6.22)) от угла α . В работах [29, 30] изменение формы определялось путем анализа асимптотического поведения изолированной движущейся неоднородности. При не очень сильных искажениях возможен, однако, и более простой подход [38], заимствованный из теории распространения квазимонохроматических сигналов в диспергирующих средах [8].

Хорошо известно, что в изотропных средах изменения формы импульса определяются величиной $(d^2\omega/dk^2)^{-1}$. В нашем случае дисперсионное уравнение имеет вид $\omega = kV_d$. Из его рассмотрения следует, что частотная дисперсия отсутствует. Однако вследствие зависимости скорости V_d от угла α расплывание остается, что обусловлено анизотропией среды. При наличии анизотропии для оценок времени расплывания τ_s нужно использовать соотношение $\tau_s = \left[\pi \left(\mathbf{r} \frac{\partial^2 \mathbf{k}}{\partial \omega^2} \right) \right]^{1/2}$, где \mathbf{r} — радиус-вектор, возрастающий вдоль направления групповой скорости $\mathbf{V}_g = \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{k}}$ ($\mathbf{r} = \mathbf{V}_g t$). Формула для τ_s , естественно, справедлива, когда основная плазма, в которую вкраплены неоднородности, однородна.

Расчет времени τ_s при увлечении неоднородностей нейтральным газом в условиях (6.10) и (6.24) *) и при соизмеримых значениях компонент скоростей молекул газа в направлении магнитного поля u_{\parallel} и в перпендикулярном направлении u_{\perp} приводит к результату

$$\tau_s^2 \approx \frac{m_e v_{en} \Omega_H}{M_i v_{in}^2} t L u_{\perp}^{-1}. \quad (8.21)$$

Сравнение времени τ_s со временем диффузионного расплывания $\tau_d \approx L^2/D$ (L — характерный масштаб неоднородности) показывает, что условие $\tau_s \gg \tau_d$ при скоростях u_{\parallel} порядка 10^4 см/сек и размерах L порядка 10^5 см в области F хорошо выполняется. Таким образом, диффузионное расплывание не очень протяженных ($L \lesssim 1$ км) и не очень сильно вытянутых вдоль \mathbf{H}_0 неоднородностей в области F оказывается преобладающим. Дисперсионное расплывание может быть более существенным для крупномасштабных неоднородностей, поскольку для них относительная роль диффузии заметно снижается.

*) При выполнении этих условий в дисперсионное уравнение $\omega = kV_d$ нужно подставить значение скорости V_d из (6.25) при $E_0 = 0$ и при $\Omega_H^2 \gg v_{in}^2$ (см. также (6.32)).

ГЛАВА III

ВОПРОСЫ МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ ИОНОСФЕРНОГО ГАЗА

§ 9. Ионосферные ветры.

Роль вязкого и индукционного торможения

В настоящей главе будут рассмотрены вопросы динамики ионосферного газа в целом. При условии (1.1) его масса определяется в основном массой нейтральной компоненты. В силу этого во многих случаях ее движение предопределяет динамику всей среды (изменения полного импульса, энергии и т. п.). Наличие заряженных частиц, делающих среду проводящей, будет также приниматься во внимание.

Исходным здесь будет уравнение (5.4), которое выпишем вновь, конкретизируя при $N_n \gg N$ вид слагаемого \mathbf{f} , учитывающего силы неэлектромагнитной природы, и пренебрегая малой силой $\rho' \mathbf{E}$:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} = - \nabla p + \rho \mathbf{g} + \frac{1}{c} [\mathbf{j} \mathbf{H}_0] - \\ - 2\rho [\mathbf{\Omega}_0 \mathbf{u}] + \eta \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{1}{3} \eta \text{grad div } \mathbf{u}, \quad (9.1)$$

где $\mathbf{\Omega}_0$ — угловая скорость вращения Земли. Здесь помимо кориолисовой силы фигурирует член, содержащий силу тяжести $\rho \mathbf{g}$. Остальные силы уже выписывались ранее.

При пренебрежении слагаемым $\frac{1}{c} [\mathbf{j} \mathbf{H}_0]$ (9.1) переходит в известное уравнение движения воздушных масс в динамической метеорологии [39]. Одной из главных задач последующего изложения будет учет пондермоторной силы $\frac{1}{c} [\mathbf{j} \mathbf{H}_0]$, поскольку она в значительной степени определяет специфику ионосферных движений (особенно

на значительных высотах). Наиболее важное проявление воздействия этой силы состоит в индукционном торможении проводящей среды.

При анализе движений газовых масс результаты оказываются существенно различными в зависимости от характера течения, т. е. от того, имеем ли мы дело с ламинарным или с турбулентным течением. Вопрос о турбулентности в ионосфере будет специально рассматриваться в § 11. Пока же мы отвлечемся от возможности турбулизации, имея в виду, что ее влияние на усредненное движение можно приближенно отразить, заменив в (9.1) обычный коэффициент вязкости η на турбулентный η_t . В области F , весьма вероятно, приходится иметь дело только с ламинарными течениями, так как на этих высотах невозможно удовлетворить условиям возникновения турбулентности (см. ниже).

Рассмотрим течения газа, исходя из уравнения (9.1), дополненного законом Ома для анизотропной плазмы (5.12). Выберем систему координат с осью y , направленной на восток, и осью x — на юг *). Осью z , как обычно, направим вертикально вверх. Как свидетельствуют экспериментальные данные, движения в ионосфере таковы, что вертикальные скорости оказываются заметно меньше горизонтальных.

Обратим основное внимание на компоненты скорости газа u_x и u_y . В силу дозвукового характера движений можно, считая $\text{div } \mathbf{u} = 0$, пренебречь в (9.1) вторым слагаемым с вязкостью. Записывая уравнение (9.1) в проекциях на оси x и y и используя выражение для плотности тока \mathbf{j} (5.12), получаем [27, 40]

$$\frac{du_x}{dt} - \left(2\Omega_{0z} + \frac{\sigma_H H_0 H_{0z}}{\rho c^2} \right) u_y + \frac{\sigma_{\perp} H_0^2}{\rho c^2} u_x - \mu_c \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (9.2)$$

$$\frac{du_y}{dt} + \left(2\Omega_{0z} + \frac{\sigma_H H_0 H_{0z}}{\rho c^2} \right) u_x + \frac{\sigma_{\perp} H_0^2}{\rho c^2} u_y - \mu_c \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}, \quad (9.3)$$

где введены субстанциальные производные $\frac{du_x}{dt}$ и $\frac{du_y}{dt}$,

*) Далее в данной главе и в последующих для простоты географические и геомагнитные координаты совмещаются, что для дальнейшего оказывается достаточно удовлетворительным приближением.

так что, например, $\frac{du_x}{dt} = \frac{\partial u_x}{\partial t} + (\mathbf{u}\nabla)u_x$. Заметим, что $\Omega_{0z} = |\Omega_0| \sin \vartheta$, где ϑ — широта ($|\Omega_0| = 7 \cdot 10^{-5} \text{ сек}^{-1}$).

Последние два уравнения получены при использовании закона Ома (5.12), выведенного без учета внутренних электрических полей ($\nabla\varphi = 0$). Для неоднородных сред последние нужно учитывать, одновременно требуя выполнения условия квазинейтральности (5.8), которое справедливо только при $\text{div } \mathbf{j} = 0$. В простейшем случае, если учесть, что основные изменения всех параметров происходят по вертикали, отсюда вытекает условие исчезновения вертикальной компоненты тока, а именно, $j_z = 0$. Более подробно с такого рода задачами мы будем иметь дело в гл. V.

При $j_z = 0$ можно, определив поле $-\nabla\varphi$, написать модифицированный закон Ома, который часто используется в теории ионосферных токов (см. ниже гл. V). Для умеренных широт и полярных областей мы по-прежнему придем к уравнениям (9.2) и (9.3). Отклонения от них возникают только в области, непосредственно примыкающей к геомагнитному экватору. Вопрос об изменениях, которые нужно внести в (9.2), (9.3) при $|\sin \vartheta| \ll 1$, остается пока открытым.

При $\sigma_{\perp} = \sigma_H = 0$ из (9.2), (9.3) получаем известные уравнения динамической метеорологии [39]. Слагаемые с σ_H , связанные с холловскими токами, обуславливают эффекты, аналогичные возникающим под влиянием силы Кориолиса, а члены с σ_{\perp} соответствуют как бы дополнительному трению (торможению). Вывод о появлении подобного индукционного торможения является одним из следствий основных уравнений магнитной гидродинамики [28, 41—43]. В применении к вопросам динамики ионосферы это торможение впервые было рассмотрено В. П. Докучаевым [40].

Вводя коэффициенты

$$\left. \begin{aligned} \Lambda_{\perp} &= \frac{\sigma_{\perp} H_0^2 \cos^2 \chi}{\rho c^2}, & \Lambda_{\perp 0} &= \frac{\sigma_{\perp} H_0^2}{\rho c^2}, \\ \tilde{\Omega} &= 2\Omega_0 \sin \vartheta + \frac{\sigma_H H_0^2 \cos \chi}{\rho c^2} = 2\Omega_0 \sin \vartheta + \Lambda_H, \end{aligned} \right\} \quad (9.4)$$

где χ — угол между \mathbf{H}_0 и вертикалью, получим в отсутствие вязкого трения *) следующие стационарные решения

*) Слагаемые типа $(\mathbf{u}\nabla) \mathbf{u}$ для квазиоднородных горизонтальных движений выпадают.

уравнений (9.2), (9.3), справедливые при заданном поле давлений:

$$\left. \begin{aligned} u_x &= \left(-\Lambda_{\perp 0} \frac{\partial p}{\partial x} - \tilde{\Omega} \frac{\partial p}{\partial y} \right) [\rho (\tilde{\Omega}^2 + \Lambda_{\perp} \Lambda_{\perp 0})]^{-1}; \\ u_y &= \left(-\Lambda_{\perp} \frac{\partial p}{\partial y} + \tilde{\Omega} \frac{\partial p}{\partial x} \right) [\rho (\tilde{\Omega}^2 + \Lambda_{\perp} \Lambda_{\perp 0})]^{-1}. \end{aligned} \right\} \quad (9.5)$$

Сравним слагаемое $2\Omega_0 \sin \vartheta$, которое входит в $\tilde{\Omega}$ (см. (9.4)), с величинами Λ_{\perp} и Λ_H на умеренных широтах, где $|\sin \vartheta| \approx 1$, считая справедливым ограничение (6.36) и используя формулы для проводимостей σ_H и σ_{\perp} (см. (5.12)). Тогда имеем

$$\Lambda_{\perp}/2\Omega_0 \approx \frac{v_{in} N}{2\Omega_0 N_n} \frac{\Omega_H^2}{\Omega_H^2 + v_{in}^2}, \quad \Lambda_H/2\Omega_0 \approx \frac{v_{in}^2 N}{2\Omega_0 N_n} \frac{\Omega_H}{\Omega_H^2 + v_{in}^2}. \quad (9.6)$$

В нижней части области E при $v_{in}^2 \gg \Omega_H^2$ справедливо неравенство

$$\Lambda_{\perp}/2\Omega_0 \approx \frac{\Omega_H^2}{2v_{in}^2 \Omega_n} \frac{N}{N_n} \ll 1.$$

То же справедливо и для отношения

$$\Lambda_H/2\Omega_0 \approx \frac{\Omega_H}{2\Omega_n} \frac{N}{N_n} \ll 1,$$

но только с несколько меньшим запасом. При $\Omega_H^2 \gg v_{in}^2$ (в области F), наоборот, $\Lambda_{\perp}/2\Omega_0 \approx v_{in} N/2\Omega_0 N_n \gg 1$. Влияние слагаемых с холловской проводимостью здесь представляется малосущественным.

При учете оценок (9.6) для нижней части области E (то же относится и к области D , несмотря на неприменимость на этих высотах ограничения (6.36)) из (9.5) получим известные в динамической метеорологии формулы

$$u_x = -\frac{1}{2\rho\Omega_n \sin \vartheta} \frac{\partial p}{\partial y}, \quad u_y = \frac{1}{2\rho\Omega_n \sin \vartheta} \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (9.7)$$

Ветер, горизонтальные компоненты скорости которого подчиняются соотношениям (9.7), носит название *геострофического* [39, 40, 44]. Такого типа ветер направлен не по градиенту давления, а вдоль изобарических поверхностей.

Вблизи максимума области E закономерности типа (9.7) приближенно еще остаются в силе. Однако в знаме-

нателях (9.7) нужно заменить $2\Omega_0 \sin \vartheta$ на $\tilde{\Omega}$, т. е.

$$u_x = -\frac{1}{\rho\tilde{\Omega}} \frac{\partial p}{\partial y}, \quad u_y = \frac{1}{\rho\tilde{\Omega}} \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (9.8)$$

Геострофический характер ветра сохраняется, но в отличие от (9.7) компоненты горизонтальной скорости u_x и u_y зависят и от параметра $\sigma_H H_0^2 \cos^2 \chi / \rho c^2$. Наконец, на высотах более 150 км, когда $\Omega_H^2 \gg v_{in}^2$, геострофичность ветров окончательно утрачивается и можно считать справедливыми приближенные соотношения

$$u_x = -\frac{1}{\rho\Lambda_{\perp}} \frac{\partial p}{\partial x}; \quad u_y = -\frac{1}{\rho\Lambda_{\perp 0}} \frac{\partial p}{\partial y}. \quad (9.9)$$

Здесь компоненты скорости пропорциональны компонентам градиента давления. Характер движения остается таким же, как и в вязкой среде, но вместо вязкости фигурирует индукционное торможение. В приэкваториальной зоне, где $\Lambda_{\perp} \rightarrow 0$, формулы (9.9) неприменимы.

Соотношения (9.5) и вытекающие из них формулы получены без учета силы вязкого трения. В условиях ионосферы вязкость в принципе может быть существенна даже для крупномасштабных движений, что связано с нарастанием кинематического коэффициента вязкости по мере увеличения высоты. Одновременный учет как индукционного, так и вязкого торможения был проведен в работе [44]. В стационарном случае для высоких широт ($\Lambda_{\perp} \approx \Lambda_{\perp 0}$) исходную систему (9.2), (9.3), имея в виду (9.4), можно представить в виде

$$\Lambda_{\perp} u_x - \tilde{\Omega} u_y - \mu_c \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (9.10)$$

$$\tilde{\Omega} u_x + \Lambda_{\perp} u_y - \mu_c \frac{\partial^2 u_y}{\partial z^2} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}. \quad (9.11)$$

Примем, что отлична от нуля только меридиональная компонента градиента давления ($\partial p / \partial y = 0$). Пусть далее $-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = az$, где a — положительная постоянная величина. О выборе положения точки $z = 0$ речь пойдет ниже при формулировке одного из граничных условий. Пока лишь заметим, что уровень $z = 0$ будет располагаться ниже области F .

Обозначим через u_{1x} и u_{1y} компоненты скорости \mathbf{u} , которые удовлетворяют соотношениям (9.5) при $\Lambda_{\perp} = \Lambda_{\perp 0}$

и $\partial p/\partial y = 0$. Считая слабой зависимостью параметра Λ_{\perp} от z , можно принять, что $d^2 u_{1x}/dz^2 = d^2 u_{1y}/dz^2 = 0$. Вводя новые переменные $\hat{u}_x = u_x - u_{1x}$ и $\hat{u}_y = u_y - u_{1y}$, из (9.10), (9.11) имеем

$$\mu_c \frac{\partial^2 \hat{u}_x}{dz^2} - \Lambda_{\perp} \hat{u}_x + \tilde{\Omega} \hat{u}_y = 0, \quad \mu_c \frac{d^2 \hat{u}_y}{dz^2} - \Lambda_{\perp} \hat{u}_y - \tilde{\Omega} \hat{u}_x = 0.$$

Эту систему заменой $Z = \hat{u}_x + i\hat{u}_y$ можно свести к одному уравнению

$$\mu_c \frac{d^2 Z}{dz^2} - (\Lambda_{\perp} + i\tilde{\Omega})Z = 0. \quad (9.12)$$

Грубо мы вправе считать, что плотность ρ убывает с высотой по закону $\exp(-z/H)$, что фактически эквивалентно выбору распределения N_n в виде (7.37). Вводя новую переменную $\xi = \exp(-z/2H)$, получим из (9.12) следующее уравнение:

$$\frac{d^2 Z}{d\xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{dZ}{d\xi} + \tilde{\kappa}^2 Z = 0, \quad (9.13)$$

где $\tilde{\kappa} = \left[\frac{4H^2}{\rho\mu_c} \rho(z=0) (\Lambda_{\perp}^2 + \tilde{\Omega}^2) \right]^{1/2} \exp(-i\tilde{\delta})$ и $\tilde{\delta} = \arctg 2\tilde{\Omega}/\Lambda_{\perp}$.

Общее решение (9.13) можно выразить через цилиндрические функции нулевого порядка

$$Z = A \mathcal{Y}_0(\tilde{\kappa}\xi) + B Y_0(\tilde{\kappa}\xi), \quad (9.14)$$

где \mathcal{Y}_0 — функция Бесселя и Y_0 — функция Неймана.

Для нахождения постоянных A и B в [44, 45] использовались граничные условия при $z \rightarrow \infty$ и при $z \rightarrow 0$. Первое условие записывается в виде $du_x/dz \rightarrow 0$ и $du_y/dz \rightarrow 0$ при $z \rightarrow \infty$, откуда следует, что $dZ/dz \rightarrow 0$. В самом деле, при экспоненциальном нарастании коэффициента кинематической вязкости μ_c с высотой $d^2 u_x/dz^2$ и $d^2 u_y/dz^2$ должны стремиться к нулю при больших z и, значит, $du_x/dz = \text{const}$ при $z \rightarrow \infty$. Эта постоянная должна быть нулем, чтобы предотвратить стремление u_x к бесконечности. То же относится и к компоненте скорости u_y . Согласно определению переменной ξ , переходу $z \rightarrow \infty$ соответствует стремление ξ к нулю. Имея в виду, что $\frac{dZ}{dz} = -\frac{\xi}{H} \frac{dZ}{d\xi}$, получаем при $\xi \rightarrow 0$ одно из граничных

условий

$$\left(\frac{-\xi}{2H}\right) \frac{dZ}{d\xi} \rightarrow \frac{a}{\Lambda_{\perp}^2 + \tilde{\Omega}^2} (\Lambda_{\perp} - i\tilde{\Omega}). \quad (9.15)$$

При переходе к последнему соотношению учтены уравнения (9.10), (9.11) и сделанные после их записи замечания.

Вместе с тем, можно принять, что на уровне $z = 0$ скорости u_x и u_y равны нулю. Так как u_{1x} и u_{1y} при $z = 0$ равны нулю автоматически ($\partial p/\partial x \propto az$ и $\partial p/\partial y = 0$), то горизонтальные движения могут существовать только за счет вязкости и должны сильно тормозиться [45]. Согласно существующим расчетам $\partial p/\partial x$ близко к нулю на высотах около 120 км [44, 45]. Таким образом, имея в виду пропорциональность $\partial p/\partial x$ и z , можно считать, что уровень $z = 0$ располагается на высоте в 120 км. Используя требование $Z \rightarrow 0$ при $z \rightarrow 0$ ($\xi = 1$), можно сразу же написать

$$Z = B \left[Y_0(\tilde{\kappa}\tilde{\xi}) - \frac{Y_0(\tilde{\kappa})}{\mathcal{Y}_0(\tilde{\kappa})} \mathcal{Y}_0(\tilde{\kappa}\tilde{\xi}) \right].$$

Налагая на это соотношение условие (9.15), следует учесть, что при малых ξ функция $Y_0(\tilde{\kappa}\tilde{\xi})$ имеет особенность ($Y_0(\tilde{\kappa}\tilde{\xi}) \approx -\frac{2}{\pi} \ln(1/\xi)$), тогда как $\mathcal{Y}_0(\tilde{\kappa}\tilde{\xi})$ при $\xi \rightarrow 0$ особенностей не имеет. Определяя постоянную B , окончательно получаем

$$Z = \frac{a\pi H}{\Lambda_{\perp}^2 + \tilde{\Omega}^2} (\Lambda_{\perp} - i\tilde{\Omega}) \left[Y_0(\tilde{\kappa}\tilde{\xi}) - \frac{Y_0(\tilde{\kappa})}{\mathcal{Y}_0(\tilde{\kappa})} \mathcal{Y}_0(\tilde{\kappa}\tilde{\xi}) \right]. \quad (9.16)$$

Рассмотрим ситуацию в области F , где $\Lambda_{\perp} \gg \tilde{\Omega}$. Для меньших высот учет вязких сил сравнительно мало интересен и не меняет сделанных ранее выводов. При указанном неравенстве из (9.16) получаем соотношение

$$Z = \frac{a\pi H}{\Lambda_{\perp}} \left[Y_0(\sqrt{M} \exp(-z/2H)) - \frac{Y_0(\sqrt{M})}{\mathcal{Y}_0(\sqrt{M})} \mathcal{Y}_0(\sqrt{M} \exp(-z/2H)) \right], \quad (9.17)$$

где

$$M = \frac{4H^2\sigma_{\perp}H_0^2}{\rho c^2\mu_{c0}}. \quad (9.18)$$

Здесь μ_{c0} — кинематический коэффициент вязкости, отнесенный к высоте $z = 0$, M — хорошо известное в маг-

нитной гидродинамике число Гартмана. Обычно для этого числа используется более общая запись $M = \frac{\sigma H_0^2 L^2}{\rho \mu_c c^2} [41-43]$.

Для рассматриваемой конкретной задачи основной является поперечная проводимость ($\sigma = \sigma_{\perp}$); роль характерного масштаба L играет расстояние $2H$. Появление в данной задаче характерной длины $2H$ вполне естественно.

Если безразмерная величина M (см. (9.18)) введена применительно к уровню $z = 0$, то аргументы функций \mathcal{Y}_0 и Y_0 в виде комбинации $\sqrt{M} \exp(-z/2H)$ можно рассматривать как корень квадратный из числа Гартмана при любых z . Это следует из того факта, что $\mu_c = \mu_{c0} \exp(z/H)$. Число Гартмана по порядку величины характеризует отношение силы индукционного торможения и силы вязкого трения. При $M \exp(-z/2H) \gg 1$ для комплексной скорости Z получаются относительно малые по модулю значения из-за сильного эффекта индукционного торможения.

Анализ (9.17), проведенный в [44], показывает, что учет вязкости может быть существен для высот 350—400 км. Этот результат фактически предопределен тем, что число Гартмана M при $L \sim 2H$ достаточно велико и влияние вязкости уходит на второй план. Расчеты чисел Гартмана в применении к ионосферным течениям были выполнены в ряде работ (см., например, [46, 47]).

Криволинейные стационарные решения системы (9.2), (9.3) рассматривались в работе [48]. Установлено, что в условиях ионосферы возможны движения, аналогичные циклонам и антициклонам в тропосфере. В ряде исследований [48, 49] получены и проанализированы решения этой системы при наличии временных колебаний давления. Показано, что при таких колебаниях может происходить резонансное увеличение горизонтальных скоростей ветра. Выше 110 км величина этого эффекта зависит от коэффициента Λ_{\perp} .

Если пренебречь вязкостью ($\mu_c = 0$), то простейшие нестационарные решения системы (9.2), (9.3) получаются элементарно. Действительно, вводя комплексную скорость $Z = u_x + iu_y$ и обозначения $\tilde{\Lambda} = \Lambda_{\perp} - i\tilde{\Omega}$ и $G = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial x} + i \frac{\partial p}{\partial y} \right)$, получаем при $\Lambda_{\perp} \approx \Lambda_{\perp 0}$

$$\frac{\partial (Z \exp(\tilde{\Lambda}(t)))}{\partial t} = G \exp(\tilde{\Lambda}t). \quad (9.19)$$

Последнее уравнение легко проинтегрировать, в результате чего имеем

$$Z = \exp(-\tilde{\Lambda}t) + \exp(-\tilde{\Lambda}t) \int_0^t G \exp(\tilde{\Lambda}t') dt'.$$

Если градиент давления не зависит от времени t , то

$$Z = (Z_0 - G/\tilde{\Lambda}) \exp(-\tilde{\Lambda}t) + G/\tilde{\Lambda}. \quad (9.20)$$

Отсюда следует, что время установления скоростей определяется действительной частью $\tilde{\Lambda}$. Так как $\text{Re } \tilde{\Lambda} = \Lambda_{\perp}$, то для этого времени τ_w имеем

$$\tau_w \approx 1/\Lambda_{\perp}. \quad (9.21)$$

В области E время τ_w порядка суток, тогда как в области F оно порядка часа [27, 48]. Таким образом, в области F картина ветров должна быть более стабильной. Не менее важно, что наряду с затуханием возможны циклические изменения скорости ветра, характеризующиеся частотой $\text{Im } \tilde{\Lambda} = \tilde{\Omega} = 2\Omega_0 \sin \vartheta + \sigma_H H_0^2 \cos \chi / \rho c^2$. С этими изменениями можно связать непостоянство направлений ветровых движений в области E , где проводимость Холла σ_H достигает максимальных значений.

Сделаем несколько замечаний о распределениях давления, которые предопределяют характер ветровых движений. В настоящее время разработаны модели, описывающие глобальные зависимости давления от широты ϑ и долготы ψ . В качестве примера укажем на распределение $p(\vartheta, \psi)$, предложенное в работах [50, 51].

Поле давлений можно определить и исходя из распределения температуры. Для этого продифференцируем давление вдоль изобарической поверхности. Получим

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial z} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_p = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial z} \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)_p = 0. \quad (9.22)$$

Если ввести h_p — высоту точки на изобарической поверхности, отсчитываемую от уровня $z = 0$, то $\left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_p = \frac{\partial h_p}{\partial x} = \frac{\partial h_p}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial x}$. Тогда с учетом (9.22) имеем

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = g \frac{\partial h_p}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial x}, \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = g \frac{\partial h_p}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial y}. \quad (9.23)$$

При переходе к последним соотношениям использовалось условие гидростатического равновесия по высоте z ($dp = -\rho g dz$). Распределение температуры можно получить из данных измерений или на базе существующих моделей [50, 51]. На основании моделей можно также определить изменения h_p в зависимости от T [44] (например, исходя из модели Яккиа [50, 51]).

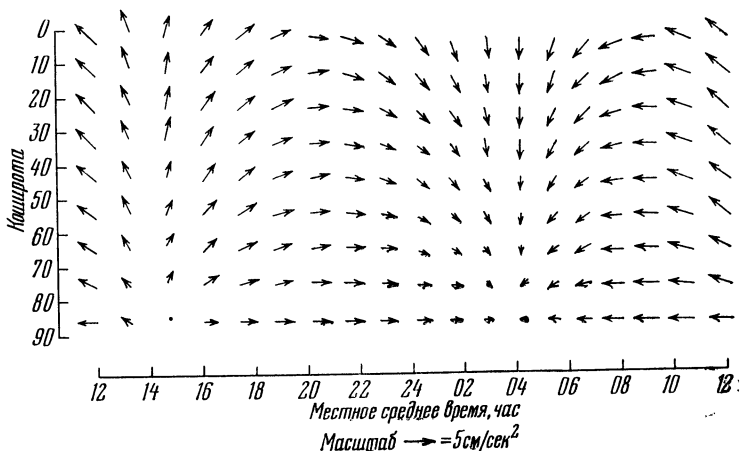


Рис. 1. Одна из возможных моделей распределения силы, связанной с градиентом давления и отнесенной к единице массы.

Обсуждаемые в настоящем параграфе соотношения можно положить в основу общей теории циркуляции атмосферы на ионосферных высотах. Если в первоначальных работах (их содержание изложено в гл. 9 [2]) не всегда принимались во внимание все факторы, существенные для движений в областях выше 100 км, то в более поздних исследованиях [52—54] с этой точки зрения анализ уже достаточно корректен.

Не имея возможности дать полный обзор состояния теории атмосферной циркуляции на больших высотах, мы поставим перед собой цель лишь привести исходные уравнения (при упрощенном подходе), а также несколько иллюстраций для области F . В свое оправдание отметим, что построение теории еще не завершено. В имеющихся исследованиях высотные разрезы ветровых систем обычно отсутствуют. В лучшем случае приводятся ветровые системы для нескольких горизонтальных поверхностей.

Исходным при построении системы ветров нейтральных частиц (для всей среды) служит уравнение (9.1), дополненное законом Ома для анизотропной плазмы. Считая расстояние от центра Земли до рассматриваемой точки в ионосфере равным r , для южной и восточной компонент силы, связанной с градиентом давления и отнесенной к единице массы, имеем

$$P_{\vartheta} = -\frac{\partial p}{\partial \vartheta} (r\rho)^{-1}, \quad P_{\psi} = -\frac{\partial p}{\partial \psi} (r\rho \cos \vartheta)^{-1}.$$

Направление и величина этих сил (на высоте 250 км) в зависимости от широты для различного времени суток изображены на рис. 1. При расчетах [53] использовалась модель глобальных распределений давления из [50].

Принимая во внимание последние соотношения и записывая в сферических координатах уравнения типа (9.1) для проекций на направления меридиана и параллели, имеем условия равновесия сил (без учета силы вязкого трения)


$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{r\rho} \frac{\partial p}{\partial \vartheta} &= 2\Omega_0 \sin \vartheta u_{\psi} - \frac{\sigma_{\perp} H_0^2}{\rho c^2} (u_{\vartheta} \cos^2 \chi - u_{i\vartheta}) = 0, \\ \frac{1}{r\rho \cos \vartheta} \frac{\partial p}{\partial \psi} &= -2\Omega_0 \sin \vartheta u_{\vartheta} - \frac{\sigma_{\perp} H_0^2}{\rho c^2} (u_{\psi} - u_{i\psi}) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (9.24)$$

В этих уравнениях силы инерционного торможения выписаны применительно к условиям области F ионосферы. Следуя [53], мы ввели слагаемое, учитывающее влияние внешних электрических полей (поэтому скорость ионов здесь *) должна равняться $u_1 = c [E_0 h_0] / H_0$.

На рис. 2 изображена картина ветровых движений, найденная на основе (9.24) с использованием того же распределения давлений, что и на рис. 1. Естественно, что, как и рис. 1, рис. 2 отнесен к высоте в 250 км. Дрейфовые движения плазмы при типичных для области F значениях u_1 не должны сильно сказываться на представленной картине ветров (по крайней мере для высоких и умеренных широт).

Роль движения ионов исследовалась в работе [54] на основе решения самосогласованной задачи, когда урав-

*) Заметим, что в работе [53] в уравнениях типа (9.24) фигурируют дополнительные слагаемые. Их появление связано с принятым в [53] отсчетом угла ψ (от направления Солнце — Земля).

нения движения для всей среды типа (9.1) или (9.24) дополнены уравнением движения ионов. Естественно, что такой подход сильно усложняет задачу, в силу чего результаты получаются только при расчетах на ЭВМ. 

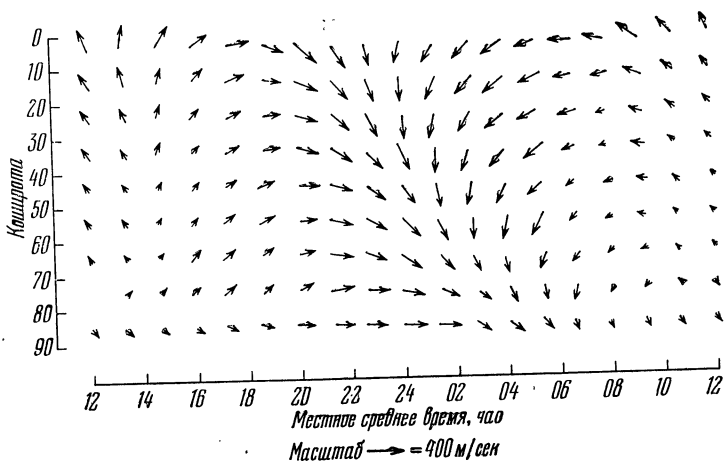


Рис. 2. Картина ветров для высоты 250 км, построенная на основе распределения, изображенного на рис. 1.

Из рассмотренных в [54] примеров можно сделать вывод, что учет движения ионов в области F к каким-либо изменениям принципиального характера не приводит.

§ 10. Волны в верхней атмосфере

В силу условия слабой ионизации ($N_n \gg N$, см. (1.1)) можно, хотя и не вполне строго, выделить при теоретическом анализе два типа волновых движений. Первый из них связан главным образом с изменениями состояния нейтрального газа. Наличие плазменной компоненты сравнительно слабо сказывается на движении всей среды в целом. Второй тип возмущений связан с плазменной компонентой. Нейтральная часть ионосферы возмущается слабо, и ее роль сводится главным образом к подавлению плазменных колебаний. Демпфирование этих колебаний, обусловленное в первую очередь диффузией в областях E и F , довольно велико. Большой вклад диффузии приводит к трудностям при объяснении существования в ионосфере неоднородностей не очень больших масштабов.

Для истолкования их появления нужно выдвинуть предположение о наличии неустойчивостей, обеспечивающих возможность нарастания малых возмущений. Круг вопросов, связанных с образованием ионосферных неоднородностей, будет проанализирован в гл. VI.

Здесь мы пока ограничимся лишь рассмотрением слабозатухающих волн «неплазменной» природы, опираясь, как и в § 9, на уравнения гидродинамики.

При анализе распространения и поглощения волн малой амплитуды можно исходить из линеаризованного уравнения (9.1) и соотношения непрерывности для всей среды. Тогда имеем

$$\rho_0 \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u}_0 \nabla) \mathbf{u} + (\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u}_0 \right] = -\nabla p + \rho g + \frac{1}{c} [\mathbf{j} \mathbf{H}_0] - \\ - 2\rho_0 [\boldsymbol{\Omega}_0 \mathbf{u}] + \eta \nabla^2 \mathbf{u} + (\eta/3 + \zeta) \text{grad div } \mathbf{u}, \quad (10.1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{u}_0 \nabla \rho + \text{div} (\rho_0 \mathbf{u}) + \rho \text{div } \mathbf{u}_0 = 0, \quad (10.2)$$

где в отличие от того, что делалось ранее (см., например, уравнение (9.1)), учтено и слагаемое со вторым коэффициентом вязкости ζ . Далее будут рассматриваться процессы с учетом сжимаемости, в силу чего вклад слагаемого $(\eta/3 + \zeta) \text{grad div } \mathbf{u}$ возрастает. Все квазиравновесные параметры снабжены индексом нуль. Возмущенные их значения здесь снабжаться какими-либо индексами не будут.

Систему (10.1), (10.2) следует дополнить уравнением, определяющим изменение температуры (типа (4.47)), а также соотношением, соответствующим закону Ома для анизотропной плазмы в форме (5.11) или (5.12). Вместо уравнения теплопроводности можно использовать уравнение для энтропии среды S вида

$$T\rho_0 \left(\frac{\partial S}{\partial t} + \mathbf{u}_0 \nabla S \right) = \text{div} (\delta \nabla T), \quad (10.3)$$

где δ — коэффициент теплопроводности.

При исследовании распространения волн в ионосфере наиболее интересен случай, когда они слабо затухают. Тогда в первом приближении можно пренебречь диссипативными процессами и вместо уравнения (10.3) мы вправе написать следующее эквивалентное ему соотношение [55, 56]:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{u}_0 \nabla p + \mathbf{u} \nabla p_0 = c_0^2 \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{u} \nabla \rho_0 + \mathbf{u}_0 \nabla \rho \right], \quad (10.4)$$

где $c_0 = \sqrt{\gamma p_0 / \rho_0}$ — адиабатическая скорость звука (γ — отношение теплоемкостей при постоянном давлении и при постоянном объеме). Это уравнение можно записать в более компактном виде $\frac{dp}{dt} = c_0^2 \frac{d\rho}{dt}$. Отсюда ясно, что оно представляет собой условие адиабатичности (изменения p и ρ происходят в соответствии с уравнением адиабаты $p\rho^{-\gamma} = \text{const}$) и полностью эквивалентно (10.3) при $\delta = 0$.

Итак, рассмотрим сначала распространение волн без учета диссипации. Чтобы не загромождать анализ на первых шагах, не будем учитывать влияние газовых потоков ($\mathbf{u}_0 = 0$). Для волн с циклическими частотами ω , значительно большими частоты вращения Земли Ω_0 , можно не принимать во внимание кориолисовых сил. Условие $\omega \gg \Omega_0$ выполнено для широкого класса возмущений — так называемых внутренних атмосферных волн. Однако возможны случаи, когда $\omega \gtrsim \Omega_0$. К ним, например, относятся крупномасштабные колебания атмосферы типа приливных (см. ниже). Здесь же мы будем рассматривать волны с периодами колебаний, значительно меньшими суток, когда $\omega \gg \Omega_0$.

При указанных выше пренебрежениях из (10.1), (10.2) и (10.4) находим

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\nabla p + \rho_0 \mathbf{f}, \quad (10.5)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho_0 \operatorname{div} \mathbf{u} - \mathbf{u} \nabla \rho_0, \quad (10.6)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\mathbf{u} \nabla p_0 - c_0^2 \rho_0 \operatorname{div} \mathbf{u}. \quad (10.7)$$

Эти уравнения позволяют получить простые результаты, если высоту однородной атмосферы $H = \kappa T / M_n g$ можно считать не зависящей от координат. Такой случай мы и проанализируем в первую очередь, используя при дальнейших преобразованиях тождество $c_0^2 = \gamma g H$ и законы распределения $p_0 \propto \exp(-z/H)$ и $\rho_0 \propto \exp(-z/H)$. Дифференцируя (10.5) по времени и подставляя значения $\partial \rho / \partial t$ из (10.6) и $\partial p / \partial t$ из (10.7), после преобразований имеем

$$\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = c_0^2 \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{u} - g \nabla u_z - (1 - \gamma) g \operatorname{div} \mathbf{u}. \quad (10.8)$$

Напомним, что ось z системы декартовых координат направлена вертикально вверх. В отличие от условий,

принятых в § 9, мы здесь не считаем, что ось x направлена на юг, а связываем с ней направление распространения возмущений. Будем теперь искать решение (10.8) в виде плоской волны $\exp(-i\omega t + iK_x x + iK_z z)$. Получаем систему линейных однородных алгебраических уравнений

$$\left. \begin{aligned} (\omega^2 - c_0^2 K_x^2) u_x + (-igK_x - c_0^2 K_x K_z) u_z &= 0, \\ (iK_x(1 - \gamma)g - c_0^2 K_x K_z) u_x + (\omega^2 - c_0^2 K_z^2 - i\gamma g K_z) u_z &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (10.9)$$

Поляризация волн определяется соотношением

$$\frac{u_x}{u_z} = \frac{c_0^2 K_x K_z + iK_x g}{\omega^2 - c_0^2 K_x^2}. \quad (10.10)$$

Как мы видим, волны будут, вообще говоря, эллиптически поляризованными.

Приравнявая нулю детерминант системы (10.9), получаем следующее дисперсионное уравнение [55—60]:

$$\omega^4 - c_0^2 \omega^2 (K_x^2 + K_z^2) - i\gamma g K_z \omega^2 + (\gamma - 1)g^2 K_x^2 = 0. \quad (10.11)$$

Считая ω и K_x вещественными и полагая

$$K_z = k_z - i/2H, \quad (10.12)$$

находим из (10.11) уравнение, которое удовлетворяется только при действительных k_z^2

$$\omega^4 - \omega^2 c_0^2 (k_x^2 + k_z^2 + 1/4H^2) + (\gamma - 1)g^2 k_x^2 = 0. \quad (10.13)$$

Вследствие вещественности K_x при переходе от (10.11) к (10.13) мы приняли $K_x = k_x$. Кстати, выбор вещественных значений для K_x можно оправдать и следующим образом. Так как свойства среды по горизонтали считаются неизменными, то величины K_x также не будут меняться. Вместе с тем любое начальное возмущение можно разложить в интеграл Фурье с вещественными K_x по функциям типа $\exp(iK_x x)$. В силу сохранения компоненты волнового вектора K_x ее можно считать вещественной не только на какой-то начальной плоскости, но и во всем пространстве.

В соответствии с (10.12) амплитуды компонент скорости u_x и u_z меняются с высотой по закону $\exp(z/2H)$. Обращаясь к уравнениям (10.5)—(10.7), для входящих в них

переменных находим

$$u_x, u_z \propto \exp(z/2H), \quad \rho \propto \exp(-z/2H);$$

$$p \propto \exp(-z/2H). \quad (10.14)$$

Из (10.13) при учете (10.12) следует, что рассматриваемые волны будут плоскими, но неоднородными, т. е. амплитуды u_x , u_z , p и ρ меняются с координатой z , а при изменении по x остаются постоянными. При заданной частоте ω и фиксированном направлении распространения, определяемом отношением k_x/k_z , уравнение (10.13) имеет единственное решение. Однако можно говорить о двух частотных ветвях. Действительно, разрешая (10.13) относительно ω^2 , получаем

$$\omega^2 = \frac{1}{2}c_0^2(k^2 + 1/4H^2) \pm$$

$$\pm \frac{1}{2}c_0^2 \sqrt{(k^2 + 1/4H^2)^2 - 4(\gamma - 1)g^2k_x^2/c_0^4}, \quad (10.15)$$

где $k^2 = k_x^2 + k_z^2$.

Согласно сложившейся терминологии здесь знак $+$ соответствует акустическим волнам, а знак $-$ относится к ветви гравитационных волн. В отсутствие силы тяжести ($g = 0$) из (10.13) или (10.15) получаем уравнение для чисто звуковых волн в однородной среде ($\omega^2 = c_0^2k^2$). Условие, позволяющее пренебречь силой тяжести, имеет вид $k^2 \gg 1/4H^2$.

Таким образом, длина волны здесь должна быть значительно меньше высоты однородной атмосферы H .

Рассмотрим, опираясь на (10.13), (10.15), частные случаи распространения волн в вертикальном и горизонтальном направлениях. В первом из них, когда $k_x = 0$, приходим к следующему известному результату:

$$\omega^2 = c_0^2k^2(1 + 1/4k^2H^2). \quad (10.16)$$

Его можно переписать в виде $\omega^2 = \omega_a^2 + c_0^2k^2$, где

$$\omega_a^2 = \gamma g/4H = \gamma^2 g^2/4c_0^2. \quad (10.17)$$

Волны при $k = k_z$ будут всегда сверхзвуковыми. Величина их фазовой скорости $V_{ph} = \omega/k$ превосходит c_0 .

В другом предельном случае $k_z = 0$ (горизонтальное распространение) получаем

$$k_x^2 = \frac{\omega^2}{c_0^2} \frac{\omega^2 - \omega_a^2}{\omega^2 - \omega_g^2}, \quad (10.18)$$

где

$$\omega_g^2 = \frac{(\gamma - 1) g^2}{c_0^2} = \frac{(\gamma - 1) g}{\gamma H}. \quad (10.19)$$

Для дальнейшего полезно сравнить частоты ω_a (см. (10.17)) и ω_g (см. (10.19)). Для их отношения имеем $\omega_a/\omega_g = [\gamma^2/4 (\gamma - 1)]^{1/2}$. Легко видеть, что $\omega_a > \omega_g$. Действительно, $\omega_a/\omega_g \leq 1$, если $\gamma \geq 2$. Последнее возможно только для газа с одной или двумя степенями свободы (на одну частицу). В интересующих же нас случаях $\gamma < 5/3$ (для одноатомного газа $\gamma = 5/3$, для двухатомного $\gamma = 7/5$ и т. д.).

Кривые, ограничивающие на рис. 3 заштрихованные области, характеризуют зависимость $\omega(k_x)$ для горизонтальных направлений распространения, когда $k_z = 0$ (см. (10.18)). Ветвь при $\omega > \omega_a$ отвечает волнам акустического типа, а ветвь при $\omega < \omega_g$ гравитационным. При $\omega_g < \omega < \omega_a$ распространение бегущих волн становится невозможным. Естественно, что при проведенном разбиении на две ветви учтено неравенство $\omega_a > \omega_g$.

Заштрихованные на рис. 3 области I и II определяют зоны, где соответственно возможно распространение гравитационных и акустических атмосферных волн, для которых выполнено условие $k_z^2 > 0$ (при принятом ранее ограничении $k_x^2 > 0$).

Уравнению (10.13) можно придать форму, аналогичную (10.18). С учетом определений (10.17), (10.19) имеем

$$k_x^2 = \frac{\omega^2}{c_0^2} \frac{\omega^2 - \omega_a^2 - c_0^2 k_z^2}{\omega^2 - \omega_g^2}. \quad (10.20)$$

Если $\omega_g < \omega < \sqrt{\omega_a^2 + c_0^2 k_z^2}$, то требованию $k_x^2 > 0$ можно удовлетворить только при $k_z^2 < 0$.

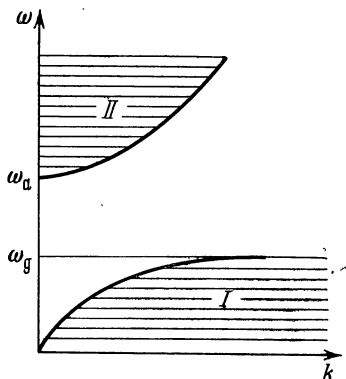


Рис. 3. Зоны возможного распространения гравитационных (I) и акустических (II) волн для изотермической атмосферы.

В соответствии с законом сохранения энергии, как легко установить, величина $\rho_0 |u|^2$ не должна зависеть от координаты z . При $k_z^2 > 0$ это требование выполняется, так как $\rho_0 \propto \exp(-z/H)$ и $|u|^2 \propto \exp(z/H)$ (см. (10.14)). Если же $k_z^2 < 0$, то амплитуда скорости меняется с высотой иначе и не будет выполняться условие $\frac{d}{dz}(\rho_0 |u|^2) = 0$. Противоречия, связанного с кажущимся нарушением закона сохранения энергии, тут нет, так как усредненная по времени вертикальная компонента потока энергии здесь вообще исчезает, и с волнами при $k_z^2 < 0$ нельзя связывать перенос энергии.

Таким образом, мы приходим к выводу о наличии запрещенной для распространения зоны. При $k_z \rightarrow 0$ эта зона занимает частотный интервал от ω_g до ω_a . При $k_z^2 > 0$ нижняя граница остается такой же, как и при $k_z^2 = 0$. Верхняя граница определяется частотой ω_a^* , большей ω_a ; она равна

$$\omega_a^* = V \sqrt{\omega_a^2 + c_0^2 k_z^2}.$$

Распространение сверхзвуковых (акустических) волн возможно, если $\omega > \omega_a^*$. Такие волны будут обладать достаточно короткими периодами (см. далее оценки ω_g и ω_a). Если интересоваться дозвуковыми (гравитационными) волнами, то в соответствии с условием $\omega < \omega_g$ можно сформулировать ограничение, налагаемое на период гравитационных волн

$$\tau > \tau_g = V \sqrt{\frac{4\pi^2 \gamma H}{(\gamma - 1) g}}, \quad (10.21)$$

где $\tau = 2\pi/\omega$.

В области F при $H = 30$ км и $\gamma = 1,4$ для периода гравитационных волн имеем $\tau_g \gtrsim 10$ мин.

Соотношения (10.13) и (10.20) можно заметно упростить, если $k_z^2 \gg k_\lambda^2$. Это неравенство, вероятно, реализуется в условиях ионосферы, правда, не с очень большим запасом. Для волн гравитационного типа оно эквивалентно ограничению

$$\omega^2 \ll \omega_g^2. \quad (10.22)$$

При выполнении последнего условия получим дисперсионное уравнение

$$\omega^2 = \omega_g^2 \frac{k_x^2}{k_z^2 + 1/4H^2}. \quad (10.23)$$

Если $k_z \gg 1/2H$, то последнее соотношение принимает более простой вид $\omega^2 = \omega_g^2 k_x^2/k_z^2$. Из (10.10) при выполнении неравенства (10.22) имеем $u_x/u_z = -(k_z + i/2H)/k_x$. При $k_z \gg 1/2H$ отсюда следует, что $k_x u_x + k_z u_z \approx 0$. В этом случае эллиптическая поляризация вырождается в линейную.

Используя формулу (10.13), можно получить соотношения для фазовой $V_{ph} = \omega \mathbf{k}/k^2$ и групповой $V_g = \partial\omega/\partial\mathbf{k}$ скоростей. Определенный интерес представляют и формулы для скорости $\hat{V}_{ph} = \omega/k_x$, характеризующей движение фазового фронта в горизонтальном направлении [55]. Формулы для V_{ph} и V_g в общем случае приведены в [60]. Окончательные выражения довольно громоздки, и мы ограничимся только случаем низких частот (см. (10.22)). Дифференцируя (10.23), находим для горизонтальной и вертикальной компонент групповой скорости

$$\left. \begin{aligned} V_{gx} &= \frac{\partial\omega}{\partial k_x} = \frac{\omega_g}{\sqrt{k_z^2 + 1/4H^2}} = \frac{\omega}{k_x}, \\ V_{gz} &= \frac{\partial\omega}{\partial k_z} = -\frac{\omega_g k_x}{(k_z^2 + 1/4H^2)^{3/2}}. \end{aligned} \right\} \quad (10.24)$$

Имея в виду, что в области применимости последних соотношений $k_x^2 \ll k_z^2 + 1/4H^2$ (см. (10.22), (10.23)), получаем, что $|V_{gx}| \gg |V_{gz}|$. Для фазовых скоростей

$$V_{phx} = \frac{\omega_g k_x^2}{k_z^2 \sqrt{k_z^2 + 1/4H^2}}, \quad V_{phz} = \frac{\omega_g k_x}{k_z \sqrt{k_z^2 + 1/4H^2}}. \quad (10.25)$$

При $k_x^2 \ll k_z^2 + 1/4H^2$ находим, что $|V_{phx}| \ll |V_{phz}|$.

В случае применимости (10.23) скорость движения вдоль земной поверхности фазового фронта $\hat{V}_{ph} = \omega/k_x$ совпадает с проекцией на ось x групповой скорости.

Приведенные в настоящем параграфе результаты легко обобщить на случай не меняющегося во времени ветра, скорость которого не зависит и от координат. Необходимо лишь заменить в (10.11) частоту ω на $\omega - \mathbf{k}u_0$ (для горизонтальных ветров ω нужно заменить на $\omega - k_x u_{0x}$) [55].

Рассмотрение простейшего случая $H = \text{const}$ дополним сводкой результатов, касающихся возможного вклада диссипативных процессов, что позволит, в частности, установить пределы применимости используемого выше адиабатического приближения.

Заметим прежде всего, что при наличии сильного теплообмена процесс распространения волн протекает изотермически. Тогда формально можно принять $\gamma = 1$ и, значит, гравитационная ветвь вообще вырождается. Вопрос об адиабатичности гравитационных атмосферных волн в условиях ионосферы приближенным образом рассматривался в работе [61]. В ней было показано, что если не учитывать затухания из-за теплопроводности, то в дисперсионном уравнении (10.11) нужно заменить γ на $\gamma_{\text{эфф}}$, определяемую следующим образом:

$$\gamma_{\text{эфф}} = 1 + (\gamma - 1) \frac{\omega^2 \tau_a^2}{1 + \omega^2 \tau_a^2}, \quad (10.26)$$

где $\tau_a = \rho_0 c_V / \delta k^2$ (c_V — удельная теплоемкость при постоянном объеме). Отсюда получаем условие адиабатичности вида

$$V_{\text{ph}} / k \mu_c \gg 1. \quad (10.27)$$

При переходе от (10.26) к (10.27) учтено, что $\mu_c \rho_0 c_V / \delta$ порядка единицы. Этот критерий, как и все рассмотрение, имеет качественный характер, поскольку не учитываются изменения величин μ_c , S_0 и $\delta / \rho_0 c_V$ с высотой z . Согласно [61] неравенство (10.27) при $k \sim 1/H$ справедливо до высот 200—250 км и нарушается при $h > 300$ км.

Теплопроводность приводит не только к нарушению адиабатичности, но и к затуханию внутренних волн. Примерно такой же вклад в затухание дает и вязкая диссипация. Расчет затухания на основе уравнений (10.1)—(10.3) проведен при $u_0 = 0$ в работе [60]. К сожалению, в ней было принято, что ни кинематическая вязкость μ_c , ни температуропроводность $\chi_T = \delta / c_p \rho_0$ (c_p — теплоемкость при постоянном давлении) не зависят от координаты z . При изменении энергии волн по закону $\exp(-\Gamma t)$ для декремента затухания Γ справедливо соотношение

$$\Gamma = \frac{1}{4} K^2 \left(\frac{7}{3} \mu_c + \mu_{c2} + \chi_T \right) \pm \frac{\pm c_0^2 K^4 [\mu_c / 6 + \mu_{c2} / 2 - (2 - \gamma) \chi_T / 2\gamma] + (g k_x^2 / H) [(\gamma - 5/3) \mu_c + \mu_{c2}]}{2 [c_0^2 K^4 - 4 (\gamma - 1) g^2 k_x^2]^{1/2}}, \quad (10.28)$$

где $K^2 = k_x^2 + k_z^2 + 1/4H^2$, $\mu_{c2} = \zeta/\rho_0$, $\mu_c = \eta/\rho_0$; знак плюс соответствует акустическим волнам, а знак минус — гравитационным.

При определении Γ считается, что $\Gamma \ll \omega$. Пространственное ослабление энергии вдоль луча при слабом поглощении определяется коэффициентом [23]

$$q = Q/V_g \mathcal{E}, \quad (10.29)$$

где Q — энергия, диссипируемая в единице объема в 1 сек, \mathcal{E} — плотность энергии, переносимой пакетом волн. Выражения для Q и \mathcal{E} приведены в [60] и воспроизводятся ниже:

$$Q = \eta \frac{|p^2|}{\rho_0^2} \left\{ \frac{k_x^2}{\omega^2} (4/3 k_x^2 + k_z^2 + 1/4 H^2) + \right. \\ \left. + \omega^2 \left[k_z^2 + \frac{(2-\gamma)^2}{4\gamma^2 H^2} \right] \frac{[k_x^2 + 4/3(k_z^2 + 1/4 H^2)]}{(\omega^2 - \omega_g^2)^2} + \right. \\ \left. + \frac{2k_x^2(k_z^2 + (2-\gamma)/2\gamma H^2)}{3(\omega^2 - \omega_g^2)} \right\} + \frac{\delta |p^2| T_0 (\gamma - 1) K^2}{\rho_0^2 c_0^4 (\omega^2 - \omega_g^2)^2} \times \\ \times [g^2 k_z^2 + (g/2H - \omega^2)^2], \quad (10.30)$$

$$\mathcal{E} = \frac{|p^2|}{2c_0^2 \rho_0} \left\{ 1 + \frac{c_0^2 k_x^2}{\omega^2} + \frac{c_0^2 (\omega^2 + \omega_g^2) [k_z^2 + (2-\gamma)^2/4\gamma^2 H^2]}{(\omega^2 - \omega_g^2)^2} \right\}. \quad (10.31)$$

Соотношение (10.30) выписано здесь для простоты без учета члена со вторым коэффициентом вязкости ($\zeta = 0$, $\mu_{c2} = 0$). С помощью формул (10.29)—(10.31) можно определить величину энергетического коэффициента поглощения q . В [60] проведен разбор некоторых частных случаев. Так, при условиях, отвечающих простой записи дисперсионного уравнения в форме $\omega^2 = \omega_g^2 k_x^2/k_z^2$, имеем

$$q \approx \frac{\mu_c \gamma}{8H^2 c_0 \sqrt{\gamma - 1}} \left[1 + \frac{(\gamma - 1)^2 c_v \eta}{\kappa} \right]. \quad (10.32)$$

Уравнение $\omega^2 = \omega_g^2 k_x^2/k_z^2$ соответствует приближению (10.23)—(10.25) при дополнительном требовании $k^2 \ll 1/4H^2$. Численные оценки q (см. (10.32)) показывают, что при $\lambda \gg 4\pi H$ на высотах областей E и F затухание незначительно. Однако с уменьшением длины волны поглощение увеличивается.

Несомненный интерес представило бы обобщение приведенных результатов для декремента Γ (см. (10.28)) или

коэффициента поглощения q (см. (10.32)) на случай учета зависимости кинематической вязкости и температуропроводности от высоты. Это позволило бы сделать более обоснованные оценки величины поглощения. Такое обобщение важно, кроме того, как в связи с указанной ранее тенденцией к нарастанию амплитуд скоростей u_x и u_z , так и потому, что на больших высотах длина свободного пробега становится сравнимой с длиной волны λ . В настоящее время детальные расчеты поглощения при учете зависимостей $\mu_c = \mu_c(z)$ и $\chi_T = \chi_T(z)$ отсутствуют.

Задача, естественно, уже не будет иметь решение в виде плоских неоднородных волн. Некоторые предварительные численные результаты содержатся в [62]. В работе [63] приведены расчеты величины вязкой диссипации для чисто вертикального распространения, когда возможно существование только волн акустического типа (см. соотношение (10.16) при пренебрежении диссипативными процессами).

Для крупномасштабных внутренних волн может оказаться существенным поглощение, связанное с омическими потерями. В § 9 мы уже сталкивались с явлением индукционного торможения потоков газа. Здесь имеет место эффект сходной природы, приводящий к затуханию волн. В применении к внутренним волнам в условиях ионосферы это поглощение рассматривалось в работах [64—66]. В них исходной являлась система уравнений (10.1), (10.2), (10.4) при $\eta = \xi = \delta = 0$ и $u_0 = 0$. Наиболее интересен вопрос о поглощении в области F , где закон Ома приобретает простой вид *)

$$\mathbf{j}_\perp = \frac{\sigma_\perp [\mathbf{uH}_0]}{c}. \quad (10.33)$$

Перечисленные выше уравнения (10.1), (10.2), (10.4) можно представить в форме, аналогичной (10.8), т. е.

$$\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = c_0^2 \text{grad div } \mathbf{u} - g \nabla u_z - (1 - \gamma) g \text{div } \mathbf{u} + \\ + \frac{\sigma_\perp}{\rho_0 c^2} \frac{\partial}{\partial t} [[\mathbf{uH}_0] \mathbf{H}_0]. \quad (10.34)$$

*) При более глубоком подходе дело обстоит несколько сложнее, чем при непосредственном применении закона (10.33). При учете внутренних электростатических полей появляется требование об исчезновении вертикальной компоненты тока j_z (см. далее гл. V). Можно, однако, полагать, что учет требования $j_z = 0$ скажется только в узкой зоне вблизи геомагнитного экватора.

Здесь существенно, что при применениях теории к области F коэффициент $\sigma_{\perp}/\rho_0 c^2$ в последнем из слагаемых можно приближенно считать не зависящим от высоты. Строго говоря, он изменяется, но на расстояниях, превышающих масштаб H . Действительно, в области F можно с хорошей точностью допустить, что $\sigma_{\perp} \approx e^2 N v_{in} / M_i \Omega_{i1}^2$. Имея в виду, что $\rho_0 \approx N_n M_n$ и $v_{in} = q_{in} \bar{w}_i N_n$, мы получаем

$$\frac{\sigma_{\perp}}{\rho_0 c^2} = \frac{M_i}{M_n} \frac{N q_{in} \bar{w}_i}{H_0^2}.$$

Отсюда ясно, что существенные изменения $\sigma_{\perp}/\rho_0 c^2$ с высотой z должны происходить на расстоянии либо порядка характерного масштаба для распределения концентрации N , либо порядка масштаба для распределения температуры T ($\bar{w}_i \propto \sqrt{T}$). Как тот, так и другой масштабы в области F заметно превосходят расстояние H .

Из выражения (10.34) и соотношений для компонент групповой скорости (10.24) при $k_z^2 \gg 1/4H^2$ можно с помощью общего соотношения (10.29) найти выражение для коэффициента поглощения q , причем для диссипации энергии в соответствии с (10.33) получаем $Q = j_{\perp}^2 / \sigma_{\perp} = \sigma_{\perp} ([\mathbf{uH}_0])^2 / c^2$, а для плотности энергии имеем $\mathcal{E} = \rho_0 u^2$ [60]. После подстановки этих выражений в (10.29) приходим к формуле [64, 65]

$$q = \frac{N M_i}{N_n M_n} k_x \left[1 + \frac{k_x^2}{k_z^2} - \left(\cos \beta - \frac{k_x}{k_z} \cos \chi \right)^2 \right], \quad (10.35)$$

где β и χ — углы между вектором \mathbf{H} , и осями x и z . Оценки величины q , проведенные при использовании значений параметров, характерных для распространения перемещающихся возмущений (см. гл. VI) на средних широтах, приводят к результату $q \approx 5 \cdot 10^{-9} \text{ см}^{-1}$. Тогда расстояние $L \approx 1/q$, проходимое волнами без существенного затухания, будет примерно равным 2000 км.

Рассматриваемые в настоящем параграфе соотношения относятся к несколько идеализированному случаю изотермической атмосферы (температура молекул T_n и средний молекулярный вес считаются не зависящими от высоты z). Реальная атмосфера лишь до известной степени удовлетворяет указанным требованиям, и поэтому здесь необходим более общий анализ. Кроме того, имея в виду

возможность анализа распространения атмосферных волн на большие расстояния, предпочтительно перейти к сферическим координатам θ , ϕ и z . Используя уравнение состояния идеального газа *) $p + p_0 = (\rho + \rho_0)R(T + T_0)$, можно в адиабатическом приближении из (10.1), (10.2) и (10.4) получить следующее уравнение для так называемого модифицированного давления Π [67, 68]:

$$\sin^2 \theta \left(\operatorname{ctg} \theta + \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \frac{\partial \Pi}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 \Pi}{\partial \phi^2} + a^2 \omega^2 c_0^{-2} \sin^2 \theta \Pi - \\ - \hat{T}_0 a^2 \sin^2 \theta \left(g/c_0^2 - \frac{\partial}{\partial z} \right) \omega^2 (\omega^2 \hat{T}_0 + g \hat{T}'_0)^{-1} \frac{\partial \Pi}{\partial z} = 0, \quad (10.36)$$

где a — радиус Земли. При переходе к последнему соотношению принята гармоническая зависимость типа $\exp(-i\omega t)$ для Π и для других переменных. Величина Π в (10.36) представляет собой неравновесную часть модифицированного давления и определяется следующим образом:

$$\Pi + \Pi_0 = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \left(\frac{p + p_0}{p_{01}} \right)^{(\gamma-1)/\gamma}, \quad (10.37)$$

где Π_0 — равновесная часть модифицированного давления, p_{01} — постоянное значение равновесного давления на определенном фиксированном уровне. В (10.36) фигурируют также равновесная часть \hat{T}_0 модифицированной температуры $\hat{T} + \hat{T}_0$, которая определяется соотношением₁

$$\hat{T} + \hat{T}_0 = \frac{1}{T + T_0} \left(\frac{p_0 + p}{p_{01}} \right)^{(\gamma-1)/\gamma}, \quad (10.38)$$

и производная $\hat{T}'_0 = d\hat{T}_0/dz$. В линейном приближении, которое фактически уже было принято для интересующих нас величин Π и \hat{T}_0 , из (10.37) и (10.38) соответственно имеем

$$\Pi = (Rp/p_0)(p_0/p_{01})^{(\gamma-1)/\gamma} \quad \text{и} \quad \hat{T}_0 = (1/T_0)(p_0/p_{01})^{(\gamma-1)/\gamma}.$$

В уравнении (10.36) все равновесные величины, снабженные индексом нуль, считаются зависящими только от высоты z . Если это так, то в нем возможно разделение переменных. Полагая

$$\Pi = \Pi_1(z) \Pi_2(\theta) \Pi_3(\phi) \exp(-i\omega t), \quad (10.39)$$

*) Газовая постоянная здесь и ниже в данном параграфе отнесена к 1 г. При таком выборе R уравнение состояния принимает вид $p = \rho RT$.

приходим к системе трех обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{d^2\Pi_1}{dz^2} - \left[\frac{g\hat{T}_0'' + \omega^2\hat{T}_0'}{g\hat{T}_0' + \omega^2\hat{T}_0} + \frac{g}{c_0^2} \right] \frac{d\Pi_1}{dz} + (g\hat{T}_0^{-1}\hat{T}_0' + \omega^2) \left(c_0^{-2} - \frac{\tilde{k}^2}{\omega^2} \right) \Pi_1 = 0, \quad (10.40)$$

$$\left(\text{ctg } \theta + \frac{d}{d\theta} \right) \frac{d\Pi_2}{d\theta} + (a^2\tilde{k}^2 + \tilde{m}^2 \text{cosec}^2 \theta) \Pi_2 = 0, \quad (10.41)$$

$$\frac{d^2\Pi_3}{d\phi^2} - \tilde{m}^2\Pi_3 = 0, \quad (10.42)$$

где \tilde{k} и \tilde{m} — постоянные разделения. Из последних двух соотношений следует, что на изменения Π_2 и Π_3 по углам θ и ϕ не влияет характер вертикальной структуры атмосферы (производные $d\hat{T}_0/dz$ и $d^2\hat{T}_0/dz^2$ в (10.41), (10.42) не входят).

Если, как часто делается, считать движения симметричными относительно угла ϕ (при $\tilde{m} = 0$), то уравнение (10.41) упрощается. В этом случае, имея в виду, что $u_\phi = 0$, можно из уравнений гидродинамики получить следующие соотношения для компонент скоростей u_z и u_θ [67, 68]:

$$\left. \begin{aligned} u_\theta &= -\frac{i}{\omega\hat{T}_0 a} \Pi_1(z) \frac{d\Pi_2(\theta)}{d\theta} \exp(-i\omega t), \\ u_z &= -\frac{i\omega}{\omega^2\hat{T}_0 + g\hat{T}_0'} \Pi_2(\theta) \frac{d\Pi_1(z)}{dz} \exp(-i\omega t). \end{aligned} \right\} \quad (10.43)$$

Решение уравнения (10.41) при $\tilde{m} = 0$ имеет вид $\Pi_2 = A_1 P_s(\cos \theta) + A_2 Q_s(\cos \theta)$, где P_s и Q_s — полиномы Лежандра, а $s(s+1) = \tilde{k}^2 a^2$. При $\tilde{k}a \gg 1$ приближенно получаем $\tilde{k}a \approx s + 1/2$ или более грубо $\tilde{k}a \approx s$. Если $s \gg 1$, то для P_s и Q_s справедливы асимптотические представления

$$P_s(\cos \theta) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi s \sin \theta}} \sin(s\theta); \quad Q_s(\cos \theta) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi s \sin \theta}} \cos(s\theta). \quad (10.44)$$

При $\tilde{k}a \gg 1$ возможен переход к рассмотренному выше приближению плоских неоднородных волн. Необходимо также, как ясно из последних соотношений, считать,

что $\tilde{k}a \gg (\sin \theta)^{-1}$. Таким образом, исключаются области в окрестности $\theta = 0$ и $\theta = \pi$. При решении задач о возбуждении гравитационных волн точка $\theta = 0$ отождествляется с местоположением источника, а точка $\theta = \pi$ является по отношению к ней антиподной. Подбирая постоянные интегрирования в решениях уравнения (10.41) при использовании асимптотических представлений (10.44), мы можем искать решения в форме, содержащей зависимости от угла θ вида $\exp(\pm ik_x a \theta)$. Так как $a\theta = x$ (для расстояний, существенно меньших радиуса Земли), то в этом случае можно отождествить \tilde{k} и k_x .

Прделаем теперь при $\tilde{k} = k_x$ переход к случаю изотермической атмосферы, для которого было получено дисперсионное уравнение (10.11) или эквивалентные соотношения (10.13), (10.15). Необходимо иметь в виду, что сейчас рассматриваются изменения модифицированного давления Π . В линейном приближении, как уже указывалось в связи с определением Π (см. (10.37)), имеем $\Pi \propto p_0^{(\gamma-1)/\gamma} p/p_0$. При $H = \text{const}$ можно считать, что $\Pi_1 \propto \exp(qz)$, и тогда (10.40) принимает вид квадратного уравнения для q . Его корни будут равны

$$q_{1,2} = \frac{2-\gamma}{2\gamma H} \pm \left\{ \frac{(2-\gamma)^2}{4\gamma^2 H^2} - \left[\frac{(\gamma-1)g}{\gamma H} - \omega^2 \right] \left(\frac{k_x^2}{\omega^2} - \frac{1}{\gamma g H} \right) \right\}^{1/2}. \quad (10.45)$$

Согласно (10.14) легко установить, что $p \propto \exp(-z/H) u_x$. Учитывая, что $p_0 \propto \exp(-z/H)$ и $\Pi \propto p_0^{(\gamma-1)/\gamma} p/p_0 \propto \exp(qz)$, с помощью равенства (10.45) находим, что зависимость компоненты скорости u_x от высоты z имеет вид

$$u_x \propto \exp(z/2H) \exp \left(\pm i \left\{ - \frac{(2-\gamma)^2}{4\gamma^2 H^2} - \left[\frac{(\gamma-1)g}{\gamma H} - \omega^2 \right] \left(\frac{1}{\gamma g H} - \frac{k_x^2}{\omega^2} \right) \right\}^{1/2} z \right). \quad (10.46)$$

Такая же зависимость справедлива и для компоненты u_z .

Мы пришли к известному для изотермической атмосферы результату, касающемуся изменения с высотой амплитудных значений компоненты скорости u_x (см. (10.14)). Запишем (10.45) в виде $q_{1,2} = (2-\gamma)/2\gamma H \pm ik_z$. Приравнивая выражение в фигурной скобке в (10.46) величине k_z^2 , убеждаемся в полной эквивалентности (10.46) и

установленной ранее (см. (10.14)) зависимости $u_x \propto \exp(z/2H) \exp(\pm ik_z z)$.

Если высота однородной атмосферы H (или \hat{T}_0) зависит от z , то получение точных решений для адекватных действительности моделей атмосферы весьма затруднительно. В общем случае прибегают к численному интегрированию [68—73], результаты которого будут приведены ниже. Рассмотрим случай линейного изменения равновесной температуры с высотой [67, 68], когда

$$T_0 = -\mu \frac{(\gamma - 1)gz}{\gamma R} = \beta_T z, \quad (10.47)$$

где μ — численный коэффициент ($0 < \mu < 1$). Определяя производные T_0' и \hat{T}_0'' и используя преобразование

$$\Pi_1(z) = z^{-\varepsilon} \sqrt{z + b} \tilde{R}(z), \quad (10.48)$$

получим из (10.40) уравнение,

$$\frac{d^2 \tilde{R}}{dz^2} = S(z) \tilde{R}(z), \quad (10.49)$$

удобное для численного интегрирования. В (10.48) введены обозначения $\varepsilon = \frac{1}{\mu} \left[2\mu - 1 + \frac{1}{\gamma - 1} \right]$ и $b = \frac{(1 - \mu)g}{\mu \omega^2}$. Громоздкое выражение для $S(z)$ приведено в [67], где указано на возможность представления решений (10.49) в гипергеометрических функциях.

Немонотонный характер изменения с высотой параметров среды (температуры T_0 , скорости звука c_0 и высоты однородной атмосферы H) приводит к возможности волнового распространения внутренних волн [74]. При произвольной зависимости этих параметров приближенное решение (10.40) можно получить либо методом геометрической оптики [74], либо численными методами на ЭВМ [68—73]. В последнем случае для составления программы интервал высот от поверхности Земли ($z = 0$) до некоторой условно выбираемой границы $z = z_L$ разбивается на тонкие слои, в каждом из которых температура считается либо постоянной, либо линейно зависящей от z . При $T_0 = \text{const}$ во всех слоях решение имеет вид

$$u_x = A \exp \{z/2H - i(\omega t - \mathbf{kr})\} + \\ + B \exp \{z/2H - i(\omega t + \mathbf{kr})\}.$$

При $T_0 = \beta_T z$ оно выражается в функциях, удовлетворяющих (10.49). В результате задача сводится к определению

с помощью граничных условий постоянных интегрирования. В качестве таких условий используется непрерывность давления и вертикальной компоненты скорости u_z на границах между слоями. Поверхность Земли считается жесткой, так что $u_z = 0$ при $z = 0$. В изотермическом полупространстве, ограничивающем волновод сверху (при $z \geq z_L$), возрастающие решения отбрасываются.

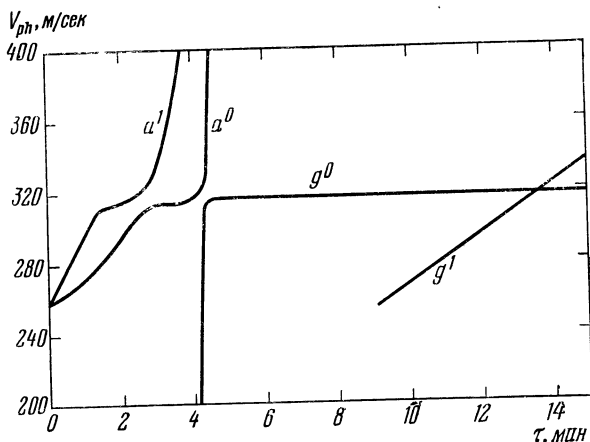


Рис. 4. Пример зависимости фазовой скорости атмосферных волн V_{ph} от периода для разных мод при волноводном распространении.

Не останавливаясь на деталях, приведем окончательные результаты численных расчетов дисперсионных характеристик атмосферного волновода. На рис. 4 и 5 представлены зависимости фазовой V_{ph} и групповой V_g скоростей от периода τ , найденные в [72]. При выполнении расчетов использовалась модель распределения температуры, изображенная на рис. 6 сплошной линией. На рис. 4, 5 символы a^0, a^1, \dots соответствуют быстрым акустическим волнам, а символы g^0, g^1, \dots медленным гравитационным волнам; верхние индексы указывают число узлов давления $p(z)$ в интервале $0 - z_L$ (моды высокого порядка не представлены). Для другой модели (см. распределение $T_0(z)$ на рис. 6, изображенное пунктиром) дисперсионные характеристики волновода не сильно отличаются от приведенных выше [73].

Для распределений на рис. 6 характерен переход к постоянным значениям температуры на достаточно больших

высотах. Наличие квазиизотермической части пространства приводит к обрезанию дисперсионных кривых при $\tau \geq 15-20$ мин. Это обрезание снимается, если применить модели с верхней границей (жесткой или свободной [72—73]). Кроме того, запрет на распространение мод с большими периодами может быть снят при использовании моделей, допускающих возможность оттока энергии из волновода в верхнюю атмосферу [75].

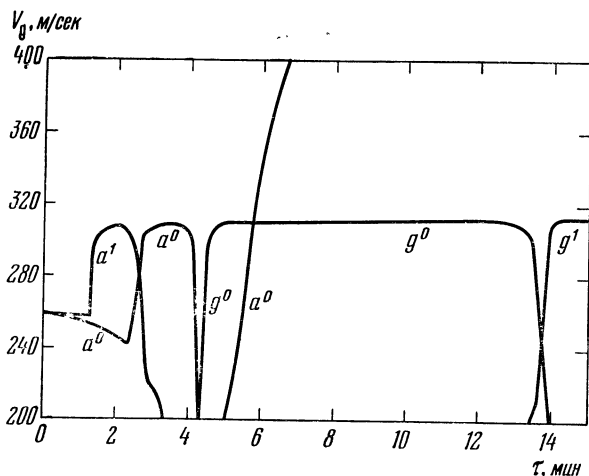


Рис. 5. Пример зависимости групповой скорости атмосферных волн V_g от периода для разных мод при волноводном распространении.

Для кривых, изображенных на рис. 4, 5, характерно, что волны гравитационного типа группируются «справа», а волны акустического типа — «слева» на оси τ . Такая их группировка означает, что акустическим волнам отвечают более высокие частоты, тогда как для гравитационных волн по-прежнему существует ограничение со стороны больших частот ω . Это находится в соответствии с результатами, полученными в отсутствие волноводных эффектов (для изотермической атмосферы). Здесь имеются в виду ограничения на возможные частоты распространяющихся акустических волн снизу ($\omega > \omega_a$) и гравитационных волн сверху ($\omega < \omega_g$).

Представленную в настоящем параграфе классификацию волн малой амплитуды нельзя считать достаточно полной и правильной, если их длины превышают 1000 км.

Говоря об этих длинах волн, мы имели в виду только горизонтальные масштабы. Если последние порядка планетарных, то может оказаться существенным воздействие кориолисовых сил. Для крупномасштабных движений магнитные числа Рейнольдса возрастают [41—43]. Тогда, в принципе, для описания интересующих нас закономерностей можно перейти к магнитной гидродинамике хорошо проводящих сред, когда возникает возможность

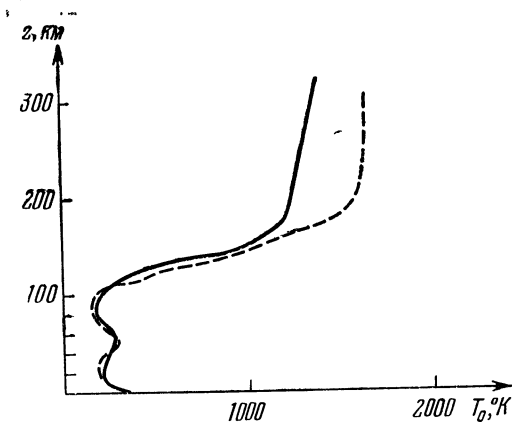


Рис. 6. Модели распределения температуры T_0 с высотой.

распространения магнитогидродинамических волн [8, 41—43]. Однако реализация перехода к ней в условиях верхней ионосферы сильно затруднена, так как вертикальные размеры областей E и F оказываются недостаточно большими. Поэтому до высот ниже 400 км вряд ли можно ставить вопрос об использовании выводов, специфичных для магнитной гидродинамики идеально проводящих сред (вмороженность магнитных полей, распространение волн Альвена и др.). Постановка такого вопроса плодотворна в масштабах всей плазменной оболочки Земли — магнитосферы.

В последнее время была выдвинута идея о крупномасштабных волнах в ионосфере, которые были названы *градиентными* [76, 77]. Такое наименование связано с тем, что скорость их распространения определяется изменениями ионосферных проводимостей σ_{\perp} и σ_{\parallel} в пространстве. Эта скорость оказывается небольшой — она меньше или того же порядка, что и скорость ветра. В по-

добных условиях остается неясным, возможно ли прохождение градиентных волн на большие расстояния. Необходимо также решить вопрос об омическом поглощении соответствующих возмущений.

§ 11. Замечания о приливных колебаниях атмосферы

Регистрация колебаний давления на не очень больших высотах с последующей обработкой данных показала, что имеются небольшие его изменения суточного характера (до 2 мм рт. ст.). Эти колебания прежде всего связаны с тепловым воздействием Солнца и приливными силами солнечного происхождения. Они играют заметную роль в формировании ионосферных ветровых систем. С подобными ветрами в области E ионосферы связана генерация токовых систем, о наличии которых свидетельствуют так называемые спокойные солнечно-суточные вариации геомагнитного поля (S_q -вариации).

Приливные колебания можно представить несколькими членами ряда

$$\Delta p_l = \sum c_l \sin (lt + \alpha_l), \quad (11.1)$$

где t — местное время (1 час соответствует 15°). При $l = 1$ слагаемое (11.1) описывает суточное колебание, при $l = 2$ — полусуточное колебание и т. д. Наиболее отчетливо выражены — как по амплитуде, так и по фазе — полусуточные колебания. Согласно [78—80] полное полусуточное колебание солнечного происхождения можно представить в форме

$$\Delta p_2 = 0,937 \cos^3 \vartheta \sin (2t + 154^\circ) + \\ + 0,137 (\sin^3 \vartheta - 1/3) \sin (2t - 2\psi + 105^\circ), \quad (11.2)$$

где ϑ и ψ — ширина и долгота (значения Δp_2 даны в мм. рт. ст.). Соотношение (11.2) или аналогичные формулы для других вариаций Δp_l являются аппроксимирующими. Ориентировочно погрешность Δp_l составляет несколько процентов по амплитуде и несколько градусов по фазе. Кстати, такие же расхождения наблюдаются между (11.2) и соотношением, рекомендованным позднее в монографии [81]. Первое и главное слагаемое в (11.2) имеет вид бегущей волны, распространяющейся вокруг Земли за 12 час, второе слагаемое — вид стоячей волны.

Суточное колебание Δp_1 имеет вид возмущения, распространяющегося вслед за Солнцем [79—81]. Наибольшие значения амплитуды этого колебания регистрируются

в приэкваториальной зоне, где оно имеет более регулярный характер. На высоких широтах амплитуда и фаза колебания испытывают значительные изменения. Амплитуды колебаний Δp_1 соизмеримы с амплитудами Δp_2 , но вместе с тем вероятно, что последние превышают первые в 1,5—2 раза. Абсолютные величины вкладов 8- и 6-часовых компонент в (11.1), а также лунной составляющей относительно малы (во всяком случае меньше вкладов 24- и 12-часовых компонент).

Мы уже говорили о том, что распределение давлений, связанное с приливами, порождает определенные ветровые системы. Такие ветры в среднем должны быть слабее движений нерегулярного характера, но все же наличие заметного вклада приливных ветров в динамику ионосферы несомненно (по крайней мере до высот области F).

Анализ приливных колебаний можно провести аналогично анализу волновых процессов в § 10. Сначала полностью исключим диссипативные процессы. Используя систему координат z, ϑ, ψ , полагая $r = a + z$ (a — радиус Земли) и считая в нулевом приближении выполненными условия гидростатического равновесия, при совмещении оси выбранной сферической системы координат с осью Земли в первом приближении получаем [79—82]

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} - 2\Omega_0 u_y \sin \vartheta = -\frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \vartheta} (p / \rho_0 + \hat{\Omega}), \quad (11.3)$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial t} + 2\Omega_0 u_x \sin \vartheta = -\frac{1}{a \cos \vartheta} \frac{\partial}{\partial \psi} (p / \rho_0 + \hat{\Omega}), \quad (11.4)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g - \rho_0 \frac{\partial \hat{\Omega}}{\partial z}, \quad (11.5)$$

где $\hat{\Omega}$ — гравитационный потенциал (величины u_x, u_y и u_z были определены выше). При получении (11.4) пренебрегают вертикальными ускорениями. Не принимаются также во внимание изменения g и $\partial \hat{\Omega} / \partial z$ с высотой z .

Для периодических во времени процессов ($u_x \propto \exp(-i\omega t)$ и т. п.) из (11.3), (11.4) имеем

$$\left. \begin{aligned} u_x &= -\frac{\omega}{a(\omega^2 - 4\Omega_0^2 \sin^2 \vartheta)} \left[i \frac{\partial}{\partial \vartheta} + \frac{2 \operatorname{tg} \vartheta \Omega_0}{\omega} \frac{\partial}{\partial \psi} \right] \left(\frac{p}{\rho_0} + \hat{\Omega} \right), \\ u_y &= - \\ &= -\frac{i\omega}{a(\omega^2 - 4\Omega_0^2 \sin^2 \vartheta)} \left[\frac{2i\Omega_0 \sin \vartheta}{\omega} \frac{\partial}{\partial \vartheta} + \frac{1}{\cos \vartheta} \frac{\partial}{\partial \psi} \right] \left(\frac{p}{\rho_0} + \hat{\Omega} \right). \end{aligned} \right\} \quad (11.6)$$

Дальнейшие преобразования связаны с использованием уравнения непрерывности (10.2) и соотношения адиабатичности (10.4). Имея в виду возможность термического возбуждения приливных колебаний, представим уравнение (10.4) в более общем виде, выходя за пределы адиабатического приближения [80, 81]

$$\frac{dp}{dt} = c_0^2 \frac{d\rho}{dt} + \rho\gamma I_h, \quad (11.7)$$

где функция I_h характеризует количество тепла, поглощаемое единицей массы воздуха в единицу времени. Последнее соотношение, так же как и (10.2), можно представить в линеаризованном виде.

Опуская детали несложных, но громоздких расчетов, которые проведены в [79] (для случая $I_h = 0$) или в [80—82], заметим, что переменные p и ρ можно исключить и свести систему (11.3)—(11.6) совместно с (11.2) и (11.7) к одному уравнению, содержащему в качестве переменной $\bar{\chi} = \text{div } \mathbf{u} = \frac{1}{a \cos \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} (\cos \vartheta u_x) + \frac{1}{a \cos \vartheta} \frac{\partial u_y}{\partial \psi} + \frac{\partial u_z}{\partial z}$. Тогда имеем при $I_h = 0$ [79] *)

$$c_0^2 \frac{\partial^2 \bar{\chi}}{\partial z^2} + \left(\frac{dc_0^2}{dz} - \gamma g \right) \frac{\partial \bar{\chi}}{\partial z} + \\ + \frac{1}{4a^2 \Omega_0^2} F \left\{ \bar{\chi} \left[g(1 - \gamma) - g \frac{dc_0^2}{dz} \right] \right\} = 0, \quad (11.8)$$

где F — дифференциальный оператор вида

$$\frac{1}{\cos \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left[\frac{\cos \vartheta}{\omega^2/4\Omega_0^2 - \sin^2 \vartheta} \left(\frac{\partial}{\partial \vartheta} - \frac{2i \operatorname{tg} \vartheta \Omega_0}{\omega} \frac{\partial}{\partial \psi} \right) \right] + \\ + \frac{1}{\omega^2/4\Omega_0^2 - \sin^2 \vartheta} \left[\frac{2i \operatorname{tg} \vartheta}{\omega} \frac{\partial^2}{\partial \vartheta \partial \psi} + \frac{1}{\cos^2 \vartheta} \frac{\partial^2}{\partial \psi^2} \right].$$

В уравнении (11.8) можно разделить переменные, полагая

$$\bar{\chi}(z, \vartheta, \psi) = \Sigma(z) \zeta(\vartheta, \psi). \quad (11.9)$$

*) Учет процессов термического возбуждения сильно усложняет уравнения. Однако они очень важны, и дальнейшее изложение при $I_h = 0$ приобретает в значительной степени иллюстративный характер. Мы ставим здесь своей целью лишь дать характеристику общей структуры теории приливных колебаний и далее в качественной форме указать на ряд связанных с ней вопросов.

При учете (11.8) и (11.9) получаем систему

$$F[\zeta(\vartheta, \psi)] + \frac{4a^2\Omega_0^2}{\hat{\delta}} \zeta(\vartheta, \psi) = 0, \quad (11.10)$$

$$c_0^2 \frac{d^2 \Sigma}{dz^2} + \left(\frac{dc_0^2}{dz} - \gamma g \right) \frac{d\Sigma}{dz} + \frac{g}{\hat{\delta}} \left[\frac{dc_0^2}{dz} + g(\gamma - 1) \right] \Sigma = 0, \quad (11.11)$$

где $\hat{\delta}$ — постоянная разделения. Дальнейшие упрощения уравнения (11.10) возможны, если предположить, что $\zeta(\vartheta, \psi)$ меняется с долготой по закону $\exp(is\psi)$, где s — постоянная величина. Тогда, полагая $\zeta(\vartheta, \psi) = \Theta(\vartheta) \exp(is\psi)$, находим из (11.10)

$$\frac{1}{\cos \vartheta} \frac{d}{d\vartheta} \left[\frac{4\Omega_0^2 \cos \vartheta}{\omega^2 - 4\Omega_0^2 \sin^2 \vartheta} \frac{d\Theta}{d\vartheta} + \frac{2s \operatorname{tg} \vartheta \Omega_0}{\omega} \Theta \right] - \frac{4\Omega_0^2}{\omega^2 - 4\Omega_0^2 \sin^2 \vartheta} \left[\frac{2s \operatorname{tg} \vartheta \Omega_0}{\omega} \frac{d\Theta}{d\vartheta} + \frac{s^2 \Theta}{\cos^2 \vartheta} \right] + \frac{4a^2\Omega_0^2}{\hat{\delta}} \Theta = 0. \quad (11.12)$$

Из непрерывности функции $\bar{\chi}$ следует, что s должно принимать целочисленные значения. Кроме того, оказывается, что величина $\hat{\delta}$ не может выбираться постоянной, и, вообще говоря, мы должны иметь набор дискретных ее значений. Характеризуя эти значения индексом r , обозначим соответствующие функции $\Theta(\vartheta)$ с фиксированными s и r через Θ_r^s . Предполагая, что потенциал на поверхности Земли $\hat{\Omega}$ меняется так же, как и $\bar{\chi}$, получим для данного типа колебаний

$$\hat{\Omega}(z, \vartheta, \psi) = \hat{\Omega}(z) \Theta_r^s(\vartheta) \exp(-i\omega t + is\psi). \quad (11.13)$$

Такое же соотношение можно написать и для функции I_h . Уравнение (11.11) после замены переменных

$$\Sigma(z) = \exp(\xi/2) Y(\xi), \quad \text{где } \xi = \int dz/H \quad (11.14)$$

сводится к

$$\frac{d^2 Y}{d\xi^2} + \left[-1/4 + \frac{g}{\hat{\delta}} \left(\frac{dH}{d\xi} + \frac{\gamma - 1}{\gamma} H \right) \right] Y = 0. \quad (11.15)$$

Располагая решением (11.12) и (11.15), можно выразить через функции Θ_r^s и $Y(\xi)$ основные переменные u_x , u_y

и u_z , а также найти возмущенные значения давления p и температуры T .

Первым граничным условием служит требование об исчезновении вертикальной составляющей скорости на поверхности Земли ($u_z = 0$). Для установления второго граничного условия необходимо рассмотреть поток энергии в вертикальном столбе постоянного сечения на достаточно больших высотах. При пренебрежении влиянием потенциала $\hat{\Omega}$, что справедливо на достаточно больших высотах, достаточно проанализировать выражение для вертикальной компоненты средней плотности потока энергии W_z .

Это мы сделаем, не учитывая для простоты нагрев, т. е. при $I_h = 0$ (обобщения можно найти в обзоре [80]). Для W_z имеем соотношение $W_z = 1/2 \operatorname{Re}(pu_z^*)$ [79] и в соответствии с [70, 80] можно получить, что $W_z \propto \operatorname{Im}(Y^* dY/d\xi)$. Для выяснения сути дела будем считать высоту однородной атмосферы постоянной ($dH/d\xi = 0$). Тогда уравнение (11.15) с учетом этого упрощения принимает вид

$$\frac{d^2 Y}{d\xi^2} + \left[\frac{gH(\gamma-1)}{\hat{\delta}\gamma} - 1/4 \right] Y = 0. \quad (11.16)$$

Здесь следует рассмотреть два случая: первый, когда выполняется неравенство $\frac{Hg}{\hat{\delta}} \frac{\gamma-1}{\gamma} - 1/4 = -a^2 < 0$, и второй — противоположное неравенство $\frac{Hg}{\hat{\delta}} \frac{\gamma-1}{\gamma} - 1/4 = b^2 > 0$. В первом случае решение (11.16) имеет вид $Y = A_1 \exp(\pm a\xi)$, во втором — вид $Y = A_2 \exp(\pm ib\xi)$. Энергия приливных колебаний аккумулируется на небольших высотах, где плотность ρ достаточно велика.

Поскольку возбуждение происходит в приземных областях атмосферы, то на больших высотах поток должен быть направлен вверх. Учитывая, что $W_z \propto \operatorname{Im}(Y^* dY/d\xi)$ и считая для определенности $a > 0$ и $b > 0$, находим, что во втором случае нужно оставить решение типа $Y \propto \exp(ib\xi)$. В первом случае ситуация еще проще. Нужно принять, что $Y \propto \exp(-a\xi)$, так как другое решение неограниченно нарастает при $z \rightarrow \infty$. Отбор решений следует производить и в более общих случаях, когда $dH/d\xi \neq 0$.

Таким образом, задача сводится к нахождению решений уравнения (11.12) и установлению значений постоянной $\hat{\delta}$ с последующим интегрированием (11.15). Рассмотрим для простоты аксиально симметричные колебания ($s = 0$) с полусуточным периодом ($\omega = 2\Omega_0$). Тогда уравнение (11.12) упрощается и принимает вид

$$\frac{d^2\Theta_r^0}{d\mu^2} + \frac{4a^2\Omega_0^2}{\hat{\delta}} \Theta_r^0 = 0, \quad (11.17)$$

где $\mu = \sin \vartheta$, и его решение записывается следующим образом:

$$\Theta_r^0 = A \sin \left(\frac{2a\Omega_0}{\sqrt{\hat{\delta}}} \mu \right) + B \cos \left(\frac{2a\Omega_0}{\sqrt{\hat{\delta}}} \mu \right).$$

Из условия непрерывности функции Θ_r^0 и ее производной на полюсах ($\mu = \pm 1$) получаем для постоянной $\hat{\delta}$ набор значений

$$\hat{\delta} = \frac{4a^2\Omega_0^2}{\pi n^2} = gh_n, \quad (11.18)$$

где n — целое число. Аналогичным, но только более сложным образом можно найти выражения для $\hat{\delta}$ при $I_h \neq 0$. Важно, что в (11.18) и аналогичных соотношениях величина h_n , имеющая размерность длины, изменяется для первых мод от нескольких километров до 10—20 км.

Из сказанного ясно, что приливные гравитационные силы или тепловые источники возбуждают несколько типов колебаний в атмосфере. При их рассмотрении можно использовать аналогию между колебаниями гидродинамических величин и распространением волн в слоистой неоднородных средах [8]. Роль эффективного показателя преломления при гравитационном возбуждении колебаний играет величина

$$n_{\text{эфф}}^2 = -1/4 + \frac{1}{h_n} \left(\frac{dH}{d\xi} + \frac{\gamma-1}{\gamma} H \right), \quad (11.19)$$

в чем легко убедиться, обратившись к уравнению (11.15) при $\hat{\delta} = gh_n$. Пусть начиная с некоторой высоты, $n_{\text{эфф}}^2 < 0$. Волны, достигая этой области, отражаются, и образуется как бы потенциальный барьер. Поскольку через

него нет утечки энергии, возникает возможность резонансного возбуждения колебаний. Если же $n_{эфф}^2 > 0$, то происходит утечка энергии возмущений в верхнюю атмосферу с последующей диссипацией из-за вязкости и теплопроводности. В зависимости от конкретных условий меняется степень утечки энергии. От количества просочившейся через барьер энергии зависит добротность системы и отчетливость, с которой проявляются резонансные эффекты.

В идеализированном виде (при наличии резкой температурной границы) образование барьера, препятствующего переносу энергии вверх, иллюстрируется рис. 7. Считается, что при $z < h$ ($T_0 = T_{02}$) величина $n_{эфф}^2$, определяемая (11.19), положительна. При $z > h$ ($T_0 = T_{01}$), наоборот, $n_{эфф}^2 < 0$. В этом случае колебания, которым соответствуют значения $h_n < h$, оказываются захваченными в области с температурой T_{02} и будет отсутствовать утечка энергии из этой области вверх (область гравитационного возбуждения приливных колебаний указана на рис. 7 штриховкой).

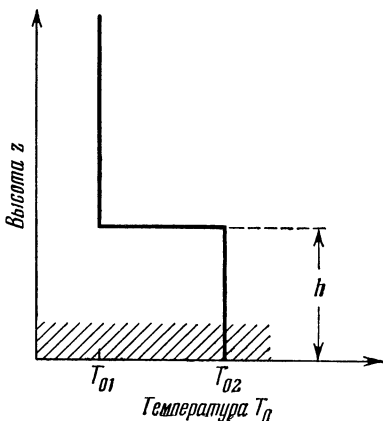


Рис. 7. Иллюстрация возможности образования барьера, препятствующего утечке вверх энергии приливных колебаний, для простейшей модели атмосферы.

В таком модельном представлении область с $n_{эфф}^2 < 0$ не ограничена в сторону больших z . Если же она имеет конечную толщину (в области F , бесспорно, $n_{эфф}^2 > 0$), то барьер оказывается полупрозрачным. При большой толщине барьера резонанс проявляется отчетливо, а при малой резонансные эффекты можно вообще не заметить. В условиях ионосферы возникновение резонансного барьера при гравитационном возбуждении колебаний связывалось с наблюдаемым в области E температурным спадом (см. рис. 6 и Приложение). При этом по старым оценкам получалось, что $n_{эфф}^2 < 0$ для колебания с периодом, примерно равным 12 час. Этим объяснялся регулярный

характер полусуточных колебаний, а также тот факт, что их амплитуда обычно превышает амплитуды суточных колебаний.

Первоначальные оценки хода температуры, казалось бы, отвечали требованиям резонансной теории [78, 79]. Однако примерно к 1960 г. выяснилось, что, несмотря на широкое распространение, резонансная теория в самих своих основах сталкивается с непреодолимыми трудностями, которые становились все более явными при уточнении моделей распределения температуры на высотах области E ионосферы. Таким образом, схема рассуждений основанная на (11.19) (она иллюстрируется на рис. 7), вряд ли отражает действительное положение. Тем не менее, как нам кажется, она заслуживает внимания не только в историческом плане. Такая схема ценна тем, что она указывает на принципиальную возможность появления существенно различных откликов верхней атмосферы для разных мод (даже если эти моды близки друг к другу).

В настоящее время можно считать установленным, что механизм возбуждения полусуточных колебаний Δp_2 имеет не гравитационную, а термическую природу [80, 81]. Далее, при рассмотрении влияния нагрева для двух наиболее существенных компонент атмосферы — озона и водяного пара — предпочтение отдается механизму с участием озона. Теория, в рамках которой первостепенное значение приобретают численные расчеты на ЭВМ, хорошо объясняет стабильность 12-часовых колебаний, но для 24-часовых колебаний (не говоря уже о более слабых колебаниях) она явно недостаточна.

Остановимся теперь на учете электродинамических сил, которые, в частности, могут привести к эффекту индукционного торможения. Влияние этих сил рассматривалось в работах [83—86]. При учете слагаемого $\frac{1}{c} [\mathbf{j} \mathbf{H}_0]$ в (10.1) с последующим привлечением закона Ома для анизотропной плазмы анализ сильно усложняется из-за громоздкости получаемых уравнений. Отметим два замечания, содержащиеся в цитированных работах. Первое связано с возможным вкладом в общий нагрев атмосферы омических потерь, появляющихся за счет ионосферных токов приливного происхождения. Согласно второму заслуживает внимания утверждение о необходимости уточнения (или даже пересмотра) граничных

условий на больших высотах. Эти условия обсуждались выше при получении решений уравнения (11.15). Дело в том, что при переходе к высотам области F существенно возрастает влияние индукционного торможения на крупномасштабные движения. Это было проиллюстрировано на примере ветровых движений в § 9, а также при определении омического поглощения внутренних гравитационных волн (см. § 10).

Более четкие выводы об электродинамических эффектах получены в работе [85]. Однако это достигнуто ценой пренебрежения кориолисовым ускорением. При неучете вращения Земли анализ сильно упрощается. Основной результат, полученный в [85] и имеющий по крайней мере методическое значение, заключается в возможности использования вместо (11.19) следующего выражения для модифицированного показателя преломления:

$$n_{\text{эфф}}^2 = -1/4 + \frac{A_c}{h_n} \left(\frac{dH}{d\xi} + \frac{\gamma-1}{\gamma} H \right), \quad (11.20)$$

где

$$A_c = \frac{1 + i\Lambda_{\perp 0}/\omega}{(1 + i\Lambda_{\perp 0}/\omega)^2 - \Lambda_H^2/\omega^2 \cos^2 \chi}.$$

В отсутствие токов $\Lambda_{\perp 0}$ и Λ_H исчезают, а для $n_{\text{эфф}}^2$ получается выражение (11.19). Исследование показывает, что вследствие влияния холловского тока действительная и мнимая части $n_{\text{эфф}}^2$, определяемого (11.20), претерпевают существенные изменения на высотах $h \approx 120$ км. Из-за проводимости σ_{\perp} в ионосфере должно происходить заметное поглощение приливных колебаний (за исключением первой моды для полусуточной компоненты).

Помимо неучета электродинамических сил, недостаток уравнений (11.3), (11.4) заключается в пренебрежении вертикальными движениями. Хотя в среднем вертикальные скорости по абсолютной величине уступают горизонтальным, система уравнений гидродинамики без последовательного учета вертикальных движений в известной степени противоречива [87]. Для некоторых простых задач справедливость пренебрежения подобными движениями может быть проконтролирована. Но при изучении глобальных явлений типа приливных колебаний вопрос о вкладе вертикальных скоростей остается открытым.

§ 12. Краткие сведения об ионосферной турбулентности

В настоящем параграфе мы кратко изложим некоторые экспериментальные данные о турбулентности в ионосфере. Несколько подробнее, хотя также далеко не полно, будут изложены теоретические соображения.

Экспериментальные данные о расплывании ионизированных метеорных следов [88, 89], о рассеянии ионосферой радиоволн в диапазоне УКВ [90, 91] и о других процессах убедительно свидетельствуют о том, что атмосфера до высот 110—120 км в той или иной степени турбулентна. Сразу же подчеркнем, что речь здесь идет об обычной гидродинамической турбулентности, обусловленной неустойчивостью газовых течений при больших числах Рейнольдса [39, 92—95] *).

Не вызывает сомнений, что в указанной области высот возникновение ионосферных неоднородностей связано (по крайней мере частично) прежде всего с движением воздушных масс. Хаотические движения газа сопровождаются турбулентным перемешиванием плазменной компоненты. Хорошо известно, что при турбулизации газовых потоков большое значение имеет величина числа Рейнольдса Re . Это число вводится при сопоставлении вкладов инерционного $\rho (\mathbf{u}\nabla)\mathbf{u}$ и вязкого $\eta\nabla^2\mathbf{u}$ членов в (9.1).

Турбулентное движение несжимаемой среды можно рассматривать как совокупность неупорядоченных вихрей. Для этих вихрей вводятся понятия масштабов L_j и пульсационных скоростей u'_j . Будем называть числом Рейнольдса для вихря с размером L_j величину

$$Re_j = L_j u'_j / \mu_c. \quad (12.1)$$

Если при оценках Re_j выбрать значения $L_j = L_1$ и $u'_j = u'_1$ для самых больших вихрей, то имеем

$$Re_1 = L_1 u'_1 / \mu_c. \quad (12.2)$$

В тех же случаях, когда о выбранных масштабах вихрей специальных оговорок не делают, то обычно числом Рейнольдса считают Re_0 , определяемое как

$$Re_0 = L_0 u_0 / \mu_c, \quad (12.3)$$

где L_0 — основной поперечный масштаб течения, а u_0 — максимальное значение скорости (например, для течения

*) О другом распространенном в физике плазмы употреблении понятия турбулентности речь пойдет в последней главе.

в цилиндрической трубе роль масштаба L_0 играет ее радиус, а роль u_0 — значение упорядоченной скорости на оси трубы). Введенное таким образом число Рейнольдса Re_0 будет максимально возможным и, естественно, оно больше, чем Re_1 (см. (12.2)). Правда, отношение Re_0/Re_1 обычно не превышает один порядок.

Влияние силы тяжести на возникновение турбулентности определяется числом Ричардсона

$$Ri = \frac{g [\partial T/\partial z - (\partial T/\partial z)_a]}{T (\partial u/\partial z)^2}, \quad (12.4)$$

где $(\partial T/\partial z)_a = -g/c_p$ — адиабатический градиент температуры (им определяется изменение температуры элемента среды при его смещении по высоте z в условиях тепловой изоляции). Если архимедовы силы доминируют над инерциальными «силами», то может наступить демпфирование турбулентности. Стабилизирующее воздействие за счет архимедовых сил возникает при $Ri > 0$, т. е. тогда, когда $\partial T/\partial z > (\partial T/\partial z)_a$. При $Ri \gtrsim 1$ подавление турбулентности вследствие воздействия силы тяжести может играть определяющую роль. Такого рода эффект существен в условиях области E ионосферы *).

В неоднородной среде типа ионосферы невозможно существование квазизотропных вихрей с размерами, большими высоты однородной атмосферы H . Поэтому можно считать расстояние H внешним масштабом турбулентности, полагая в (12.2) $L_1 = H$ [27, 96]. Для возникновения турбулентности необходимо выполнение условия

$$Re_1 > Re_c. \quad (12.5)$$

Это условие практически эквивалентно неравенству $Re_0 \gg Re_c$. Исследование струйных течений приводит к относительно небольшим значениям критических чисел, а именно, $Re_c \approx 30$ [93]. Оценки Re_1 (12.2) при $u'_1 \approx 25$ м/сек дают значения, существенно превышающие Re_c для области D и E ионосферы ($Re_1 \sim 10^3 - 10^4$). В области F , однако, $Re_0 \lesssim Re_c$, и говорить о возникновении турбулентности фактически не имеет смысла. Далее будет приведена дополнительная, связанная с влиянием геомагнитного поля H_0 аргументация в пользу такого утверждения. Итак, проблема ионосферной турбулентно-

*) При $Ri < 0$ стратифицированная среда оказывается неустойчивой и может возникнуть конвекция.

сти может ставиться только в применении к областям D и E .

Пусть в верхней атмосфере, как и в приземном слое, или тропосфере, справедлива модель изотропной турбулентности. При наличии последней в среде возникает целый спектр неоднородностей. В стационарном режиме происходит систематическая перекачка энергии из крупномасштабных вихрей в мелкомасштабные с последующей ее диссипацией, причем для различных масштабов L_j остается инвариантной величина рассчитанной на единицу массы турбулентной мощности [39, 92, 93], т. е.

$$\varepsilon_t = (u_j')^3/L_j = \text{const.} \quad (12.6)$$

В противном случае возникала бы неравномерность в перекачке энергии от крупных ячеек к более мелким, что привело бы к нестационарности процесса. Следовательно, величины ε_t должны быть одинаковыми для движений с внешними масштабами L_1 и внутренними масштабами L_2 , которые определяют размеры наименьших вихрей, т. е. $(u_1')^3/L_1 = (u_2')^3/L_2$. С другой стороны, для неоднородностей с масштабами L_2 , когда становится преобладающей вязкая диссипация энергии вихрей, турбулентная мощность равна

$$\varepsilon_t = \mu_c (u_2')^2/L_2. \quad (12.7)$$

Из (12.6) и (12.7) с учетом сделанных ранее замечаний находим для внутреннего и внешнего масштабов

$$L_2 = (\mu_c^3/\varepsilon_t)^{1/4}, L_1 = H, u_2' = (\varepsilon_t \mu_c)^{1/4}, u_1' = (\varepsilon_t H)^{1/3}. \quad (12.8)$$

Подробные сведения об ионосферной турбулентности можно получить из наблюдений за вихревой диффузией в метеорных ионизированных следах [88, 89, 97, 98]. Анализ, проведенный в [91], привел к выводу о том, что $L_1 \approx 6$ км. Значения L_1 и высоты однородной атмосферы H у основания области E близки друг к другу ($H \approx 7$ км). Оценки чисел Ричардсона Ri , основанные на результатах метеорных наблюдений [88], дают величины около 5. При таких Ri значения пульсационных скоростей должны быть меньше, чем при пренебрежении влиянием силы тяжести. Данные по расплыванию метеорных следов, суммированные в [88], приводят к значениям ε_t порядка 10^3 см²/сек³. В литературе, однако, в применении к области E фигурировали и меньшие значения [89]. Особня-

ком стоят результаты Букера [99]. В этой работе установлено, что $\varepsilon_t \approx 2,5 \cdot 10^5 \text{ см}^2/\text{сек}^3$. Такие значения представляются явно завышенными. При $\varepsilon_t \approx 3000 \text{ см}^2/\text{сек}^3$ получаем $L_2 \approx 6 \text{ м}$ и $u'_2 \approx 2 \text{ м/сек}$ (на высоте 90 км).

Нет веских оснований ожидать существенных изменений с высотой величины ε_t (во всяком случае при изменении высоты на несколько километров). Если принять, что ε_t слабо зависит от z , то отношение L_2/l пропорционально $N_n^{1/4}$ (последнее становится ясным, если учесть, что как μ_c , так и l пропорционально N_n^{-1}). С ростом z концентрация молекул N_n уменьшается; возникает ситуация, характерная для верхней атмосферы: внутренний масштаб турбулентности L_2 приближается к длине свободного пробега l . Далее с ростом высоты (скажем, при $z \gtrsim 130\text{--}150 \text{ км}$) масштаб L_2 становится сравнимым с расстоянием H . Если на высоте 100 км отношение H/L_2 порядка 10^2 , то при $z \approx 150 \text{ км}$ оно становится порядка 10. В последнем случае различие между внешним масштабом L_1 и внутренним масштабом L_2 недостаточно велико, чтобы говорить о возникновении сильной турбулентности. Для такой турбулентности должна существовать так называемая инерционная подобласть масштабов вихрей L_j , когда $L_2 \ll L_j \ll L_1$. При $H/L_2 \lesssim 10$ для этой подобласти как бы не остается места. Если к тому же учесть демпфирующее влияние архимедовой силы, то представляется неизбежным заключение о том, что в области F турбулентность не может быть сильной или даже вообще отсутствует. Поэтому бесперспективно связывать появление ионосферных неоднородностей на высотах, больших 130—150 км, с турбулентностью потоков газа.

Можно привести дополнительную аргументацию в пользу сделанных выше утверждений. Она связана с учетом влияния магнитного поля Земли H_0 . Вопрос о роли этого поля в развитии неустойчивостей в ионосфере изучался в [46, 47, 96]. Его влияние можно отразить путем некоторого увеличения Re_c . На высотах 80—150 км это увеличение незначительно, что связано с небольшими значениями чисел Гартмана в области E [46, 47] для правдоподобных моделей ветровых профилей. Для области F анализ не представляет существенного интереса вследствие нереальности гипотезы о появлении турбулентности на больших высотах. Еще раз подчеркнем, что утверждение о стабилизирующем действии магнитного поля полностью

отвечает выводам, содержащимся в §§ 9, 10. Рассматривая влияние поля \mathbf{H}_0 , можно не только исследовать условия возникновения турбулентности, но, предположив ее существование, оценивать интересующие нас величины [96]. В цитируемой работе расчеты проводились на основе уравнений магнитной гидродинамики типа (9.1) (без учета силы тяжести и силы Кориолиса). Проводимость среды для простоты принималась изотропной. Из уравнений электродинамики

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}$$

и закона Ома в форме

$$\mathbf{j} = \sigma \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{u}\mathbf{H}] \right)$$

для переменной (пульсационной) части магнитного поля \mathbf{H}' ($\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}'$) получаем уравнение

$$\frac{\partial \mathbf{H}'}{\partial t} - \operatorname{rot} [\mathbf{u}'\mathbf{H}_0] = \mu_m \nabla^2 \mathbf{H}',$$

где $\mu_m = c^2/4\pi\sigma$ — магнитная вязкость. При обоснованном пренебрежении производной по времени имеем

$$(\mathbf{H}_0 \nabla) \mathbf{u}' + \mu_m \nabla^2 \mathbf{H}' = 0. \quad (12.9)$$

Используя связь \mathbf{H}' с пульсационной компонентой плотности тока, можно получить соотношение для структурной функции последней величины *). Не воспроизводя подробностей, изложенных в [96], проведем некоторые оценки. Чтобы определить роль пондермоторной силы $\frac{1}{c} [\mathbf{j}\mathbf{H}_0]$, нужно сравнить ее абсолютную величину с инерционным слагаемым $(\mathbf{u}'\nabla)\mathbf{u}'$. Их отношение для движений с характерным масштабом L_j оказывается порядка

$$K_m = \frac{v_A^2 L_j}{\mu_m u_j'}, \quad (12.10)$$

где $v_A = H_0/\sqrt{4\pi\rho}$ — альвеновская скорость. Для локально-изотропной турбулентности $u_j' \approx (\epsilon_t L_j)^{1/3}$, что отвечает известному закону двух третей для структурной функции скоростей [39, 92—95]. Тогда для отношения

*) Такие функции являются одними из основных при рассмотрении флуктуационных процессов типа турбулентности [95].

K_m имеем

$$K_m \approx \frac{v_A^2}{\mu_m} L_j^{2/3} \varepsilon_t^{-1/3}. \quad (12.11)$$

При $K_m \ll 1$ влиянием индукционного торможения за счет поля \mathbf{H}_0 можно пренебречь. Оценки [96] показывают, что до высот $z \approx 150$ км при $L_j \lesssim H$ $K_m < 1$ и индукционное торможение не играет определяющей роли. По мере перехода к высотам области F эта роль увеличивается, что усиливает приведенную ранее аргументацию в пользу невозможности турбулизации потоков газа на больших высотах. Хотя в качественном отношении вывод о наличии заметного индукционного торможения при $z > 150$ км, вытекающий из (12.10), (12.11), правилен, для более тщательных оценок необходимо введение чисел типа K_m с учетом анизотропного характера проводимости.

Поскольку радиофизические методы исследования ионосферы имеют первостепенное значение, большой интерес представляет вопрос о флуктуациях электронной концентрации. Представим последнюю в виде суммы среднего и пульсационного N' значений

$$N = \bar{N} + N', \quad (12.12)$$

где черта означает усреднение ($\bar{N}' = 0$). Аналогично *) введем пульсационную скорость \mathbf{u}' :

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + \mathbf{u}' = \mathbf{u}_0 + \mathbf{u}', \quad (12.13)$$

для которой по определению $\bar{\mathbf{u}}' = 0$.

В случае однородного распределения $\bar{N} = N_0$ появление флуктуаций N' можно связать со сжимаемостью среды. Согласно [91, 100] величина флуктуаций оценивается из соотношения

$$\frac{\overline{(N')^2}}{N_0^2} \approx \left[\frac{\overline{(u')^2}}{c_0^2} \right]^2. \quad (12.14)$$

Поскольку скорости турбулентных движений $V \sqrt{\overline{(u')^2}} \approx 2-5$ м/сек [1, 100] явно относятся к дозвуковым, среднеквадратичные относительные изменения концентрации $\overline{(N')^2}/N_0^2$ весьма малы и по порядку величины равны

*) Здесь и ниже мы не будем снабжать символы пульсационных элементов движения индексами, характеризующими принадлежность данных элементов к вихрям определенного масштаба. Надеемся, что это не приведет к недоразумениям.

10^{-7} — 10^{-8} . Опираясь на эти данные, нельзя объяснить появление мелкомасштабных неоднородностей в областях D и E ионосферы. Наиболее вероятным механизмом возникновения таких хаотических нерегулярностей служит, по-видимому, механизм турбулентного перемешивания [91, 100—102]. Последний осуществляется при наличии градиентов равновесной электронной концентрации N_0 или температурных градиентов.

Остановимся подробно на этом механизме, считая, что поведение электронов и ионов определяется увлечением заряженных частиц нейтральными, а также диффузией. Тогда, как уже отмечалось выше, достаточно ограничиться высотами, меньшими 120—130 км, на которых превосходно выполняется условие (1.1). Увлечение при этих оговорках мы будем считать полным, а диффузию — изотропной *). (Некоторые важные эффекты, связанные с особенностями перераспределения заряженных частиц при не очень малых значениях отношения Ω_H/v_{in} , будут рассмотрены в следующей главе, посвященной теории спорадического E_s -слоя ионосферы.)

Из уравнений (6.5), (6.6) при $\Omega_H = \omega_H = 0$ и условий непрерывности (4.4), (4.5) при $J \neq 0$, $\alpha_r \neq 0$ получаем

$$\frac{\partial N}{\partial t} - D\nabla^2 N + \text{div } Nu = J - \alpha_r N^2. \quad (12.15)$$

Напомним, что коэффициент диффузии в изотропном случае равен $D = 2\kappa T/M_i v_{in}$. Для анализа процесса турбулентного перемешивания обратимся к усредненным скорости и концентрации. Дальнейшие преобразования будут проведены без учета некоторых деталей, поскольку они имеют стандартный характер [95, 101].

После подстановки (12.12) и (12.13) в (12.15) и усреднения получаем

$$\frac{\partial N_0}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x_k} \left(D \frac{\partial N_0}{\partial x_k} - u_{0k} N_0 - \overline{u'_k N'} \right) + \alpha_r N_0^2 - J = 0. \quad (12.16)$$

Здесь мы используем для ряда слагаемых запись в координатной форме (как и в гл. I по дважды встречающимся индексам проводится суммирование). Далее, вычитая

*) В пренебрежении влиянием геомагнитного поля наличие внутренних электрических полей к каким-либо специфическим особенностям не приводит.

из (12.16) соотношение (12.15), находим

$$\frac{\partial N'}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(-D \frac{\partial N'}{\partial x_k} + u'_k N_0 + u_{0k} N' + u'_k N' - \overline{u'_k N'} \right) = 0. \quad (12.17)$$

При анализе флуктуационных явлений влияние рекомбинации на величину N оказывается малосущественным. Поэтому в (12.17) слагаемое с α_r не фигурирует.

Умножая уравнение (12.17) на N' и усредняя, находим

$$1/2 \frac{\partial \overline{(N')^2}}{\partial t} + \overline{N' \frac{\partial}{\partial x_j} \left(-D \frac{\partial N'}{\partial x_j} + u'_j N_0 + u_{j0} N' \right)} = 0, \quad (12.18)$$

откуда после элементарного преобразования имеем

$$1/2 \frac{\partial \overline{(N')^2}}{\partial t} + \operatorname{div} (1/2 \mathbf{u}_0 \overline{(N')^2} - \overline{D N' \nabla N'}) + \overline{D (\nabla N')^2} + \overline{N' \mathbf{u}' \nabla N_0} = 0. \quad (12.19)$$

При интегрировании по объему член с div сводится к поверхностному интегралу. Поэтому его в дальнейшем можно опустить.

Введем коэффициент турбулентной диффузии D_t , определяемый хорошо известным соотношением [92—95]

$$\overline{N' \mathbf{u}'} = -D_t \nabla N_0. \quad (12.20)$$

Используя его, из (12.16) получаем без учета влияния скорости \mathbf{u}_0

$$\frac{\partial N_0}{\partial t} - (D + D_t) \nabla^2 N_0 + \alpha_r N^2 - J = 0. \quad (12.21)$$

Таким образом, в уравнении для равновесной концентрации учет турбулентных пульсаций приводит только к изменению скорости процесса диффузии, которая характеризуется суммарным коэффициентом

$$D_{\text{эфф}} = D + D_t. \quad (12.22)$$

Для флуктуационных изменений электронной концентрации, учитывая (12.20), из (12.19) имеем

$$1/2 \frac{\partial \overline{(N')^2}}{\partial t} + \overline{D (\nabla N')^2} - D_t (\nabla N_0)^2 = 0,$$

откуда в стационарном состоянии

$$D \overline{(\nabla N')^2} = D_t (\nabla N_0)^2. \quad (12.23)$$

Последнее равенство определяет динамическое равновесие между процессами возникновения неоднородностей вследствие турбулентного перемешивания и их исчезновение вследствие молекулярной диффузии. Вводя характерный средний масштаб L_N , называемый *путем перемешивания*, можно написать [91, 101, 102]

$$\overline{(N')^2} \approx L_N^2 (dN_0/dz)^2. \quad (12.24)$$

Говоря о пути перемешивания L_N , вряд ли допустимо отождествлять его с внешним масштабом турбулентности L_1 . При таком отождествлении значения L_N окажутся завышенными. Вместе с тем расстояние L_N заведомо должно превосходить величину внутреннего масштаба L_2 .

Как и турбулентное перемешивание, температурные эффекты [91, 102] также могут приводить к таким отклонениям электронной концентрации, при которых величина $\overline{(N')^2}$ становится соизмеримой с определяемой из (12.24); в самом деле,

$$\overline{(N')^2} \approx \frac{L_N^2}{T_0^2} \left[\frac{dT_0}{dz} - \left(\frac{dT}{dz} \right)_a \right]^2 = \frac{L_N^2}{T_0^2} \left(\frac{dT_0}{dz} + \frac{g}{c_p} \right)^2, \quad (12.25)$$

где T_0 — равновесная (усредненная) температура. Оценки отношений $\overline{(N')^2}/N_0^2$ на основе (12.24) и (12.25) приводят при $L_N \approx 100$ м к значениям порядка 10^{-4} . Это явно больше того, что получалось на основе представлений о сжимаемости (см. (12.14)).

В экспериментальных исследованиях ионосферной турбулентности, наряду с наблюдением распада ионизированных метеорных следов, широко применяются методы, основанные на рассеянии ионосферой радиоволн УКВ-диапазона. Здесь возникает большой комплекс задач как теоретического, так и экспериментального характера, обзор которых выходит за рамки книги. Отметим лишь, что проблеме рассеяния радиоволн турбулентной ионосферой посвящались сборники статей [101, 103], а также тематические выпуски журналов (например, выпуск, содержащий цитированные выше статьи [90, 91]).

С наличием турбулентности в нижней ионосфере приходится считаться и при использовании метода некогерентного рассеяния на тепловых флуктуациях плазмы, который в настоящее время является одним из основных наземных методов изучения ионосферы [104].

ГЛАВА IV

СПОРАДИЧЕСКИЙ СЛОЙ E

§ 13. Характеристики спорадического слоя на умеренных широтах. Особенности полярных и экваториальных слоев

При зондировании ионосферы на высотах области E в умеренных широтах часто обнаруживаются отражения от спорадического слоя E (слой E_s). Появление этого тонкого плазменного слоя с повышенной электронной концентрацией не относится к регулярным и строго предсказуемым событиям. Можно говорить лишь о вероятности его появления, которая зависит от времени суток, сезона, года и от места наблюдения [105—110]. Заметим, что в обзоре [110] затронуты и другие аспекты, связанные с образованием слоя E_s , и приведена подробная библиография.

Основной эффект, установленный при изучении слоя E_s , состоит в том, что последний экранирует лежащие выше области ионосферы. Рассмотрим показанное на рис. 8 схематическое изображение типичной ионограммы для слоя E_s (об ионограммах см., например, [1, 2]). Горизонтальный след соответствует отражениям радиоимпуль-

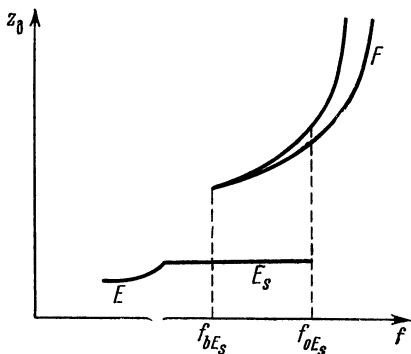


Рис. 8. Схематическое представление ионограммы при наличии слоя E_s .

сов от слоя E_s . До некоторой частоты экранирования f_{bE_s} верхняя часть области E и область F полностью заэкранированы. При $f > f_{bE_s}$ слой до частоты $f = f_{0E_s}$ ведет себя как полупрозрачный (на ионограмме представлены следы, соответствующие отражениям сигнала как от слоя E_s , так и от области F). Частоту f_{0E_s} называют предельной. Величины частот f_{0E_s} и f_{bE_s} непостоянны и изменяются от одного сеанса вертикального зондирования к другому. Это в большей степени относится к f_{0E_s} , чем к f_{bE_s} [111] *). Сильные изменения обеих частот свидетельствуют о выраженной неоднородности структуры слоя E_s в горизонтальных направлениях. Горизонтальные размеры отдельных крупных облаков с повышенной ионизацией составляют несколько сотен километров. Из сказанного ясно, что концентрация N распределена неоднородным образом внутри каждого такого облака.

Отражения сигналов от слоя E_s не сопровождаются заметными дополнительными групповыми запаздываниями, что свидетельствует о его небольшой протяженности по вертикали. О том же говорят и прямые ракетные измерения электронной концентрации в слое E_s [112—114].

Слой E_s обеспечивает дальний прием в УКВ-диапазоне. Рассеяние радиоволн лежит в основе одного из весьма эффективных косвенных методов исследования этого слоя [115—117]. Ряд данных, полученных разными методами, свидетельствует о его систематических горизонтальных движениях со скоростями до 100 м/сек.

Итак, в первую очередь необходимо объяснить причины появления тонких слоев с повышенными значениями N на высотах порядка 100—120 км. Далее возникают другие вопросы, связанные с устойчивостью спорадического слоя, влиянием на него турбулентных движений и регулярных ветров и т. п. Этот круг вопросов и составит содержание §§ 14—16 данной главы.

В экваториальной и авроральных зонах ионосферы на ионограммах часто обнаруживаются особенности, связанные с дополнительным рассеянием радиоволн. Хотя с большой вероятностью можно утверждать, что механизм возникновения таких неоднородностей кардинально от-

*) Значения частоты f_{0E_s} на разных станциях могут отличаться из-за неидентичности условий эксперимента (различные мощности передатчиков, чувствительности приемников и др.).

личается от механизма формирования E_s на умеренных широтах, о слоях с нерегулярностями часто говорят, как об одной из разновидностей слоя E_s [110].

Есть основания связывать диффузные спорадические образования с ионосферными токовыми системами, возникающими как на высоких широтах, так и в непосредственной близости к геомагнитному экватору (см. гл. V и VI *). Плотности токов в таких специфических областях могут оказаться в несколько раз больше, чем в умеренных широтах, что и может повести к образованию мелко-масштабной неоднородной структуры с минимальными размерами порядка 1—10 м (см. ниже § 20). Подобные структуры могут маскировать возникновение тонких устойчивых слоев с повышенными значениями N или, во всяком случае, усложнять картину.

Вопрос о появлении обычных типов слоев E_s в узкой приэкваториальной области остается не вполне ясным. Несмотря на сложность и многообразие возникающих спорадических явлений в полярной ионосфере, образование тонких спорадических слоев установлено надежно [119, 120]. Имеются исследования, касающиеся суточных и сезонных вариаций вероятности появления E_s на высоких широтах [121]. Вместе с тем здесь картина значительно богаче и сложнее, чем на умеренных широтах. Наряду с указанным типом слоя E_s возникают диффузные слои, слои с запаздыванием отраженных от них сигналов, а также наклонные слои. Кроме того, могут наблюдаться смены слоя одного типа слоем другого типа [118—120].

§ 14. Теория ветрового сдвига

Наблюдаемые свойства спорадического слоя трудно связать с каким-то непосредственным воздействием внешних агентов ионизации. Например, отсутствует прямая связь между появлением слоя E_s и метеорными явлениями или корпускулярной ионизацией. Далее, если бы даже такая связь и существовала, не видно реальных путей для интерпретации основного факта — возникновения тонкого слоя с заметно повышенной для данных высот степенью ионизации.

*) В экваториальной зоне такая связь прослеживается более уверенно.

В подобной ситуации вполне естественно искать причины его возникновения в процессах перераспределения электронов (ионов) внутри самой области E . По такому пути и идет основное развитие теории формирования слоя E_s . Главная идея заключается в установлении связи между появлением E_s и ветровыми системами со сдвигами скоростей по высоте. Теория ветрового сдвига, выдвинутая Уайтхедом [122, 123], получила развитие в большом цикле работ [124—132].

Для простейших моделей характерно задание горизонтальных скоростей ветра, зависящих от z , причем предполагается, что на определенной высоте в области E эта скорость меняет свое направление. На перераспределение заряженных частиц существенно влияет геомагнитное поле. В отличие от большинства примеров, рассмотренных в гл. II, здесь приходится иметь дело с сильными неоднородностями. В силу последнего обстоятельства нельзя использовать без должного обоснования ряд полученных в ней результатов. Кроме того, существенно, что распределение скорости ветра уже нельзя считать однородным, как это часто предполагалось в гл. II. Зависимость этой скорости от высоты z очень важна при определении места формирования слоя E_s и его ширины.

Упрощающим допущением, соответствующим опытным данным, приведенным в § 13, служит предположение о малой толщине спорадических образований. Во всяком случае, протяженность слоев E_s по горизонтали обычно существенно больше их толщины. Это позволяет в качестве первого приближения использовать одномерные модели, в которых не только скорость u , но и другие параметры зависят от одной координаты z .

При выводе выражения для распределения электронной концентрации $N(z)$ мы будем, как принято во всех работах по теории слоев E_s , опираться на квазигидродинамические уравнения. При получении зависимостей $N(z)$ мы сначала не будем использовать ограничения типа (6.9), (6.10), что позволит установить пределы применимости теории ветрового сдвига [126].

Будем исходить из квазигидродинамических уравнений (6.5), (6.6), считая, что внешнее электрическое поле E_0 отсутствует. Далее подставим значения проекций величин Nu_e и Nu_1 в уравнения непрерывности (4.4) и (4.5) и сначала опустим в них слагаемые, обусловленные рекомбинацией и ионизацией. Для областей с повышенной

электронной концентрацией учет этих процессов (особенно рекомбинации) очень важен; в частности, он необходим при определении значений N в максимуме слоя E_s . В то же время область формирования слоя и его толщина контролируются в основном распределением скорости ветра и диффузией. Одновременный учет этих факторов и рекомбинации требует проведения численных расчетов. Об этом кратко речь еще пойдет ниже.

Пренебрегая в (4.4) и (4.5) производными с $\partial/\partial t$ и считая все величины зависящими только от z , приходим к уравнениям

$$\begin{aligned} \sin \chi \frac{d}{dz} \left(\frac{\omega_H v_{en}}{\omega_H^2 + v_{en}^2} N u_y \right) + \sin \chi \cos \chi \frac{d}{dz} \left(\frac{\omega_H^2}{\omega_H^2 + v_{en}^2} N u_x \right) - \\ - \frac{\kappa T}{m_e \omega_H} \frac{d}{dz} \left\{ \frac{\omega_H v_{en}}{\omega_H^2 + v_{en}^2} \left(1 + \frac{\omega_H^2}{v_{en}^2} \cos^2 \chi \right) \frac{dN}{dz} \right\} = \\ = \frac{e}{m_e \omega_H} \frac{d}{dz} \left\{ \frac{\omega_H v_{en}}{\omega_H^2 + v_{en}^2} \left(1 + \frac{\omega_H^2}{v_{en}^2} \cos^2 \chi \right) N E_z \right\}, \quad (14.1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin \chi \frac{d}{dz} \left(\frac{\Omega_H v_{in}}{\Omega_H^2 + v_{in}^2} N u_y \right) - \sin \chi \cos \chi \frac{d}{dz} \left(\frac{\Omega_H^2}{\Omega_H^2 + v_{in}^2} N u_x \right) + \\ + \frac{\kappa T}{M_i \Omega_H} \frac{d}{dz} \left\{ \frac{\Omega_H v_{in}}{\Omega_H^2 + v_{in}^2} \left(1 + \frac{\Omega_H^2}{v_{in}^2} \cos^2 \chi \right) \frac{dN}{dz} \right\} = \\ = \frac{e}{M_i \Omega_H} \frac{d}{dz} \left\{ \frac{\Omega_H v_{in}}{\Omega_H^2 + v_{in}^2} \left(1 + \frac{\Omega_H^2}{v_{in}^2} \cos^2 \chi \right) N E_z \right\}. \quad (14.2) \end{aligned}$$

При выводе последних двух соотношений выбрана та же система координат, что и в гл. III. Напомним, что χ — угол между полем \mathbf{H}_0 и вертикалью. Теперь проинтегрируем каждое уравнение по z . Константы интегрирования следует приравнять нулю, что можно сделать, поскольку в отсутствие ветра ($u_x = u_y = 0$) неоднородные образования в стационарном случае сформироваться не могут *).

Естественно, что при $u_x = u_y = 0$ в рассматриваемом приближении поле \mathbf{E} также можно считать отсутствующим.

*) Мы можем пренебречь регулярными изменениями концентрации электронов N с высотой вследствие малости вертикальных масштабов слоя E_s по сравнению с характерной толщиной возмущенной области E .

щим, поскольку в однородной среде нет причин для его появления.

Учитывая это замечание, после интегрирования (14.1) и (14.2) и исключения из полученных соотношений компоненты поля E_z имеем

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\Omega_H^2}{v_{in}^2} - \frac{\omega_H^2}{v_{en}^2} \right) \sin^2 \chi \cos^2 \chi u_y N + \left[\frac{\omega_H}{v_{en}} \left(1 + \frac{\Omega_H^2}{v_{in}^2} \cos^2 \chi \right) + \right. \\ & \left. + \frac{\Omega_H}{v_{in}} \left(1 + \frac{\omega_H^2}{v_{en}^2} \cos^2 \chi \right) \right] \sin \chi \cos \chi u_x N - \frac{2\kappa T}{M_1 \Omega_H} \times \\ & \times \left(1 + \frac{\omega_H^2}{v_{en}^2} \cos^2 \chi \right) \left(1 + \frac{\Omega_H^2}{v_{in}^2} \cos^2 \chi \right) \frac{dN}{dz} = 0. \quad (14.3) \end{aligned}$$

Интегрируя это уравнение, мы получаем распределение N в ионосфере при наличии ветров в следующем виде:

$$\begin{aligned} N = R \exp \left\{ \frac{\sin \chi \Omega_H}{D v_{in}} \int \frac{(\Omega_H^2 v_{en}^2 - \omega_H^2 v_{in}^2) \cos^2 \chi}{(v_{en}^2 + \omega_H^2 \cos^2 \chi)(v_{in}^2 + \Omega_H^2 \cos^2 \chi)} u_y + \right. \\ \left. + \cos \chi \frac{(\Omega_H v_{en} + \omega_H v_{in})(v_{en} v_{in} + \omega_H \Omega_H \cos^2 \chi)}{(\omega_H^2 \cos^2 \chi + v_{en}^2)(v_{in}^2 + \Omega_H^2 \cos^2 \chi)} u_x \right\} dz. \quad (14.4) \end{aligned}$$

Произведение $D v_{in}$, где $D = 2\kappa T / M_1 v_{in}$ — коэффициент амбиполярной диффузии, от высоты z зависит слабо. Поэтому множитель $(D v_{in})^{-1}$ вынесен за знак интеграла.

Для нахождения коэффициента R следует воспользоваться условием

$$\int_{h_1}^{h_2} N_0 dz = \int_{h_1}^{h_2} N(z) dz, \quad (14.5)$$

где $N_0(z)$ — равновесная концентрация в отсутствие движения нейтральных частиц, а интервал высот $\Delta h = h_2 - h_1$ охватывает область, в которой происходит заметное перераспределение плазмы. Следует, однако, заметить, что соотношение (14.4) получено без учета рекомбинации и ионизации. Если бы эти процессы принимались во внимание, то условие (14.5) нужно было бы изменить или даже заменить другим. При определении высот образования слоев типа E_s и характера профилей электронной концентрации учет фотохимических реакций, как указывалось, не имеет определяющего значения.

Остановимся на некоторых частных случаях. Принимая для определенности, что $\cos \chi > 0$, будем считать справедливыми неравенства

$$\omega_H \cos \chi \gg v_{en}; \quad \Omega_H \cos \chi \ll v_{in}; \quad (14.6)$$

тогда при учете выполняющегося автоматически неравенства $\Omega_H v_{en} \ll \omega_H v_{in}$ (14.4) принимает вид

$$N = R \exp \left\{ \frac{\Omega_H \sin \chi}{v_{in} D} \int \left[-u_y + \left(\frac{\Omega_H}{v_{in}} \cos \chi + \frac{v_{en}}{\omega_H \cos \chi} \right) u_x \right] dz \right\}. \quad (14.7)$$

В силу условий (14.6) влияние восточно-западной компоненты ветра u_y на перераспределение ионизации выражено сильнее влияния u_x . Пренебрегая северо-южной составляющей, выберем, следуя ряду работ по теории слоя E_s , синусоидальное распределение скорости ветра по высоте

$$u_y = u_{0y} \sin \left(\frac{2\pi}{\tilde{\lambda}} z \right). \quad (14.8)$$

Ясно, что такая аппроксимация имеет ограниченную применимость, и с реальными ветровыми профилями можно сопоставлять часть этой синусоиды.

При использовании последнего соотношения из (14.7) с учетом (14.6) находим выражение

$$N = R \exp \left(\frac{\Omega_H}{v_{in} D} \sin \chi \frac{u_{0y} \tilde{\lambda}}{2\pi} \cos \frac{2\pi z}{\tilde{\lambda}} \right), \quad (14.9)$$

которое было впервые получено в [124]. Примем, что компонента скорости u_y обращается в нуль в точке $z = 0$, расположенной в области E ионосферы, и будем в первую очередь интересоваться распределением электронов на высотах, примыкающих к уровню $z = 0$. При ограничениях (14.6) создается наиболее благоприятная ситуация для формирования в окрестности $z = 0$ тонкого слоя с повышенной электронной концентрацией (см. ниже). Максимум должен быть достаточно резким, так как в условиях ионосферы содержащийся в (14.9) множитель

$$\Delta = \frac{\Omega_H}{v_{in}} \sin \chi \frac{u_{0y} \tilde{\lambda}}{2\pi D} \quad (14.10)$$

может быть значительным ($\Delta \approx 10-50$ при $\sin \chi \approx 1$). Правда, вблизи максимума расчет N без учета рекомби-

нации недостаточно корректен, но оценки толщины спорадического слоя можно проводить и на основе (14.9) и (14.10). Эффективную толщину Δz слоя E_s можно определить из условия убывания N в e раз; тогда

$$\Delta z \approx \tilde{\lambda}/2\pi\sqrt{\Delta}. \quad (14.11)$$

Эта толщина меньше «длины волны» $\tilde{\lambda}$, представляющей собой характерный масштаб для ветровых сдвигов ($\tilde{\lambda} \approx 5$ км), что свидетельствует о возможности формирования тонких слоев посредством рассматриваемого механизма.

Из (14.9) формально следует, что, помимо точки $z = 0$, максимумы электронной концентрации приходятся также и на другие высоты $z = \tilde{\lambda}, 2\tilde{\lambda}$, где становится равной нулю компонента скорости u_y (см. (14.8)), а минимумы — на высоты $z = 1/2\tilde{\lambda}, 3/2\tilde{\lambda}, \dots$. Для реального существования этих экстремумов необходимо, чтобы в пределах области E восточно-западный ветер многократно менял свое направление. На самом деле, вероятно, следует говорить только об одном — трех экстремумах. Хотя в рассматриваемом приближении теория указывает на потенциальную возможность формирования областей с пониженной по сравнению с равновесной N_0 концентрацией, существование таких провалов (слоев с $N < N_0$) на опыте надежно не установлено. Здесь следует иметь в виду, что предсказание минимумов сделано на основе упрощенного рассмотрения (без учета рекомбинации). Как будет указано ниже, усложнение теории при решении вопроса о глубине провалов весьма существенно.

Оставаясь в рамках приближения, в котором не учитываются химические процессы, можно при определении константы R в (14.9) воспользоваться условием (14.5); вследствие периодичности оно приводит к требованию

$$\int_{-\tilde{\lambda}/2}^{\tilde{\lambda}/2} N(z) dz = N_0 \tilde{\lambda}. \text{ Интегрируя, получим}$$

$$R = \frac{N_0}{I_0(\Delta)} \approx \frac{N_0 \sqrt{2\pi\Delta}}{\exp(\Delta)}, \quad (14.12)$$

где I_0 — модифицированная функция Бесселя. Здесь приближенное равенство относится к случаю, когда параметр Δ значительно больше единицы. Тогда при учете

(14.12) распределение (14.9) принимает вид

$$N = N_0 \sqrt{2\pi\Delta} \exp \left\{ \Delta \left(\cos \frac{2\pi}{\lambda} z - 1 \right) \right\}. \quad (14.13)$$

Таким образом, в максимуме слоя $N_{\text{макс}} = N_0 \sqrt{2\pi\Delta}$. При $\Delta \approx 10-50$ разность $N_{\text{макс}} - N_0$ не очень сильно отличается от экспериментальных значений. Отсюда следует, что учет рекомбинации при таких величинах Δ не должен привести к качественному пересмотру теории, так как вне максимума влияние рекомбинации менее существенно.

Несмотря на сильно идеализированный характер профиля ветра (см. (14.7)), все приведенные выше результаты обладают определенной общностью. Это можно проиллюстрировать на примерах разных ветровых профилей [133]. Так, например, рассмотрим высотное распределение ветра

$$u_y = u_{0y} \frac{sz}{b^2 + z^2}, \quad (14.14)$$

где коэффициент s положителен. Для концентрации N , согласно (14.7), при $u_x = 0$ имеем

$$N = R \exp \left\{ -\frac{\Omega_{\text{H}}}{v_{\text{in}} D} \sin \chi \frac{u_{0y} s}{2} \ln \left(\frac{b^2 + z^2}{s^2} \right) \right\}. \quad (14.15)$$

Ширина пика вблизи точки $z = 0$, где формируется слой повышенной ионизации, дается формулой, сходной с (14.11),

$$\Delta z = d/\sqrt{\Delta}, \quad (14.16)$$

где $d = b^2/s$, а под корнем стоит параметр, равный $\Delta = (\Omega_{\text{H}}/v_{\text{in}}) \sin \chi u_{0y} d/D$. В данном примере расстояние d фигурирует вместо «длины волны» (точнее, вместо $\tilde{\lambda}/2\pi$). Заметим, что масштаб d (как и $\tilde{\lambda}/2\pi$) характеризует величину ветрового сдвига в центре области формирования E_s

$\left(1/d = s/b^2 = \left| \frac{du_{0y}}{dz} \right|_{z=0} \right)$. Таким образом, здесь получаются те же выводы о месте формирования слоя E_s и его толщине, что и для синусоидального распределения скорости ветра по высоте (см. (14.8)).

В [133] анализировалось, в частности, и формирование слоев E_s при распределении скорости ветра по высоте

вида

$$u_y = u_{0y} (z/a)^3 \exp(-z^2/a^2), \quad (14.17)$$

для которого характерно обращение в нуль производной du_y/dz в точке, где $u_y = 0$ (при $z = 0$). Из (14.7) с учетом последнего соотношения имеем для профиля электронной концентрации

$$N = R \exp \left\{ \frac{1}{2} \frac{\Omega_H}{v_{in}} \sin \chi \frac{u_{0y}}{D} a [1 + z^2/a^2] \exp(-z^2/a^2) \right\}.$$

Анализ этой формулы показывает, что и в данном случае вблизи точки $z = 0$ можно говорить о формировании тонкого ионизированного слоя. Таким образом, обращение в нуль производной du_y/dz не является препятствием для формирования тонкого слоя типа E_s . Толщина слоя Δz определяется стандартным соотношением типа (14.16), в котором роль характерного ветрового масштаба играет входящее в (14.17) расстояние a .

Выше были проанализированы следствия из общего соотношения (14.4) при ограничениях (14.6). Следует отметить, что зависимость от угла χ далеко не всегда принималась во внимание. Между тем она имеет определенное значение. Если критерий $\Omega_H \ll v_{in}$ выполняется только в областях D и E , то условие $\Omega_H \cos \chi \ll v_{in}$ при достаточно малых значениях $|\cos \chi|$ может оказаться справедливым и на границе между областями E и F или даже в области F . Таким образом, при приближении к экватору область применимости теории ветрового сдвига как бы расширяется в сторону больших высот. При этом, естественно, необходимо наличие на таких высотах ветров с подходящими профилями.

При предельно малых значениях $\cos \chi$, когда $(\omega_H/v_{en}) \cos \chi \lesssim 1$, выводы теории ветрового сдвига вообще должны быть пересмотрены, так как невозможно совместное выполнение обоих ограничений (14.6). При условии

$$\frac{\omega_H}{v_{en}} \cos \chi \ll 1, \quad (14.18)$$

из которого автоматически следует, что $\Omega_H \cos \chi \ll v_{in}$, после упрощения (14.4) приближенно имеем

$$N = R \exp \left\{ \frac{\Omega_H}{v_{in}} \frac{\sin \chi}{D} \int \left(\frac{\omega_H}{v_{en}} \cos \chi u_x - \frac{\omega_H^2}{v_{en}^2} \cos^2 \chi u_y \right) dz \right\}. \quad (14.19)$$

В силу (14.18) при $|u_x|$ порядка $|u_y|$ здесь в первую очередь нужно учитывать меридиональную компоненту ветра. Из соотношения (14.19), так же как и в случае (14.6), (14.7), следует вывод о возможности перераспределения плазмы. Однако, в отличие от этого случая, здесь появляется малый в силу (14.18) множитель $(\omega_H/v_{en}) \cos \chi$. Поэтому параметр, аналогичный Δ , оказывается меньше, чем ранее (см. 14.10)), а эффективная толщина слоя существенно больше толщины, определяемой (14.11).

Таким образом, при ограничении (14.18) влияние ветров проявляется менее заметно, чем при условиях (14.6). Для высот области E неравенство (14.18) может выполняться только в приэкваториальной зоне. Для оценки ее ширины следует использовать условие

$$\cos \chi \lesssim v_{en}/\omega_H. \quad (14.20)$$

На высотах 100—110 км над Землей эта зона имеет вид полосы, вытянутой вдоль экватора. Магнитное наклонение на ее границах достигает $10'$.

В области F вне приэкваториальной зоны справедливо неравенство

$$\Omega_H \cos \chi \gg v_{in}, \quad (14.21)$$

причем отсюда вытекает ограничение $\omega_H \cos \chi \gg v_{en}$. Тогда из (14.4) можно получить распределение $N(z)$, на которое, как и в случае (14.9), основное влияние оказывают меридиональные течения. Эффективность перераспределения становится меньше, чем при выполнении основных неравенств (14.6). Ее уменьшение определяется множителем $v_{in}/\Omega_H \cos \chi$, малым по сравнению с единицей в силу (14.21.) Таким образом, из теории следует, как и должно быть, что оптимальные условия для перераспределения на умеренных широтах создаются на высотах области E .

Проведенное рассмотрение позволило установить ряд характеристик для слоев повышенной ионизации и предсказать возможность формирования областей с пониженными значениями N . Однако из-за использования с самого начала одномерной модели некоторые обстоятельства остались невыявленными. Предшествующий анализ показал, что влияние внутренних электрических полей при формировании слоя E_s (если исключить узкую зону у экватора) можно достаточно правильно описать следующей

простой схемой, которую мы сразу же применим при $|\cos \chi| \sim 1$ в рамках, определяемых неравенствами (14.6). Будем рассматривать только движение ионов при $\mathbf{E} = 0$. Фактически же $\mathbf{E} \neq 0$, вследствие чего в неоднородной плазме имеется связь между перемещениями ионной и электронной компонент. Из проведенных в настоящем параграфе расчетов легко установить, что при выполнении условий (14.6) движение электронов при $T_e = T_i$ в конечном счете проявляется в том, что коэффициент диффузии D становится в два раза больше, чем $D_{i=}$. В силу условия $v_{in} \gg \Omega_H$ из (6.6) при $\mathbf{E} = 0$ приближенно имеем

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{u} + \frac{\Omega_H}{v_{in}} [\mathbf{u} \mathbf{h}_0] - D \frac{\nabla N}{N}. \quad (14.22)$$

Как и ранее, анизотропия диффузии ионной компоненты не учитывается. Этот эффект может сказаться лишь в квадратичном приближении по Ω_H/v_{in} и не приведет к новым качественным результатам. Подставляя скорость \mathbf{u}_i , определяемую последним соотношением, в уравнение непрерывности (4.5), без учета фотохимических процессов получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial t} + \operatorname{div} N \mathbf{u}_i &= \frac{\partial N}{\partial t} + N \operatorname{div} \mathbf{u} + \mathbf{u} \nabla N + \\ &+ \operatorname{div} \frac{\Omega_H}{v_{in}} N [\mathbf{u} \mathbf{h}_0] - \operatorname{div} (D \nabla N) = 0. \end{aligned} \quad (14.23)$$

Движения газа в областях E и F являются существенно дозвуковыми. Поэтому можно принять, что $\operatorname{div} \mathbf{u} = 0$. Сумма $\frac{\partial N}{\partial t} + \mathbf{u} \nabla N$ отвечает простому переносу неоднородной структуры как целого со скоростью \mathbf{u} . Для стационарных слоев и горизонтальных ветров учет этих двух слагаемых не позволяет объяснить факт образования тонкого слоя с повышенными значениями электронной концентрации. Пренебрегая эффектами переноса слоя как целого, из (14.23) имеем

$$h_0 \operatorname{rot} \left(\frac{\Omega_H}{v_{in}} N \mathbf{u} \right) - \operatorname{div} (D \nabla N) = 0. \quad (14.24)$$

В одномерном случае приходим к простому уравнению

$$\frac{d}{dz} \frac{\Omega_H}{v_{in}} \sin \chi N u_y + \frac{d}{dz} D \frac{dN}{dz} = 0, \quad (14.25)$$

которое получается при ограничениях (14.6) из (14.4). Уравнение (14.25) приводит к соотношению (14.7), если в последнем считать $u_x = 0$.

Первое слагаемое в (14.25) отвечает перераспределению заряженных частиц под влиянием ветров, которое характеризуется эффективной скоростью

$$u_{\text{эфф}} = \frac{\Omega_H}{v_{\text{in}}} \sin \chi u_y. \quad (14.26)$$

Вид первого слагаемого в (14.24) $h_0 \text{rot} \left(N \frac{\Omega_H}{v_{\text{in}}} \mathbf{u} \right)$ наводит на мысль, что при образовании слоев типа E_s существенную роль должны играть вихревые движения газа. Благоприятные для этого условия возникают, если велика

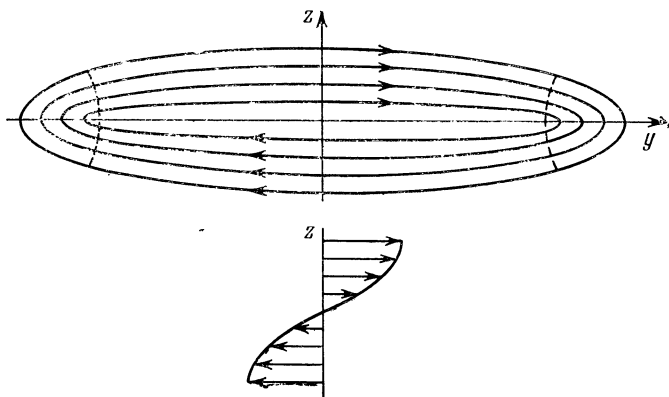


Рис. 9. Линии тока вихревого движения нейтрального газа, приводящего к образованию зон с ветровыми сдвигами.

проекция вихря $\text{rot } \mathbf{u}$ на направление геомагнитного поля \mathbf{H}_0 . В одномерном случае требование о неисчезновении этой проекции $h_0 \text{rot } \mathbf{u}$ фактически эквивалентно существенному изменению компоненты u_y с высотой z [131, 132].

Далее следует иметь в виду, что привлечение вихревой модели придает наглядность представлению о ветровых сдвигах. На рис. 9 изображены линии тока вихревого течения газа. Для вытянутого в направлении оси y вихря скорости \mathbf{u} в значительной части занимаемого течением пространства квазигоризонтальны. Исключение

составляют периферийные участки слева и справа, которые на рисунке условно отделены пунктиром. Для центральной части вихря вполне допустимо в качестве возможных профилей $u(z)$ выбрать такие, которые удовлетворяют условиям, налагаемым на характер ветра в теории ветрового сдвига. Один из такого рода профилей при $y = 0$ изображен в нижней части рис. 9.

Заметим, что представление о вихрях выдвигалось не только в связи с интерпретацией возникновения слоя E_s на базе теории ветрового сдвига, но и из метеорологических соображений [111]. Возможность существования ячейковой циркуляции (совокупности вихрей) рассматривалась в ряде работ (см., например, [134].).

Более детальное представление о влиянии вихрей на образование слоев типа E_s можно получить при использовании двумерных моделей. Их применение позволяет рассчитать распределение плазмы не только в центральной части вихря, но и на его периферии. Одна из подобных задач решена в [135]. Установлено, что перераспределение заряженных частиц, вообще говоря, происходит не только в вертикальном направлении, но и по горизонтали.

§ 15. Некоторые вопросы динамики слоя E_s в рамках теории ветрового сдвига

Выше были сформулированы основные утверждения теории ветрового сдвига. Здесь же мы остановимся на некоторых дополнительных ее применениях, имея в виду в основном динамические процессы в слое E_s (его возникновение и рассасывание, вопросы устойчивости и др.).

Прежде чем перейти к таким задачам, кратко остановимся на выяснении в рамках стационарных моделей возможного влияния рекомбинации. Обобщение уравнения (14.25) на случай учета фотохимических процессов довольно очевидно. Если использовать элементарную схему учета этих процессов (см. § 4), то нужно лишь не приравнивать нулю правые части уравнений (4.4) и (4.5). Тогда вместо (14.25) имеем

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{\Omega_H}{v_{in}} \sin \chi N u_y \right) + \frac{d}{dz} \left(D \frac{dN}{dz} \right) + J - \alpha_r N^2 = 0. \quad (15.1)$$

Пренебрегая диффузией, получаем отсюда уравнение, которое рассматривалось в самых первых работах по

теории спорадического слоя [122, 123]

$$\frac{d}{dz} \frac{\Omega_H}{v_{in}} \sin \chi N u_y = \alpha_r N^2 - J. \quad (15.2)$$

Используя профиль ветра, описываемый (14.8), и учитывая, что в максимуме слоя $u_y = 0$, находим отсюда для значений $N = N_{\text{макс}}$ выражение

$$N_{\text{макс}} = \frac{2\pi}{\tilde{\lambda}} \frac{\Omega_H}{v_{in}} \sin \chi \frac{u_{0y}}{\alpha_r}. \quad (15.3)$$

Слагаемое с J здесь опущено, так как в максимуме слоя $E_s N \gg N_0$. Вместе с тем при равновесии $\alpha_r N_0^2 = J$, откуда следует, что $\alpha_r N^2 \gg J$, и указанное пренебрежение фотоионизацией оправдано. Для отношения $N_{\text{макс}}/N_0$ имеем

$$\frac{N_{\text{макс}}}{N_0} = \frac{\tau_r}{\tau_w}. \quad (15.4)$$

Здесь в правой части стоит отношение характерных интервалов времени: времени рекомбинации $\tau_r = (\alpha_r N_0)^{-1}$ и времени перераспределения заряженных частиц $\tau_w = \tilde{\lambda}/2\pi u_{\text{эфф}}$. В τ_w в качестве скорости фигурирует $u_{\text{эфф}}$ (см. (14.26)), а в качестве характерного расстояния — масштаб $\tilde{\lambda}/2\pi$. Считая, например, $u_{\text{эфф}} \sim 10$ м/сек и $\tilde{\lambda}/2\pi \sim 10^5$ см, что отвечает достаточно сильно развитым ветрам с выраженными ветровыми сдвигами, получаем $\tau_w \sim 10^2$ сек. Время рекомбинации зависит от выбора значений α_r . Ранее обычно считалось, что $\alpha_r \sim 10^{-8} - 10^{-9}$ см³/сек. Однако в настоящее время сложилось мнение в пользу того, что $\alpha_r = (2-4) \cdot 10^{-7}$ см³/сек [5-7]. Если в первом случае при $N_0 \sim 10^5$ см⁻³ (днем) $\tau_r \sim 10^3$ сек и $N/N_0 \sim 10$, что вполне приемлемо, то при использовании значительно больших α_r становится справедливым ограничение $\tau_r^2 < \tau_w$. В этом случае рекомбинация существенным образом препятствует перераспределению заряженных частиц, а возникновение резко выраженных тонких слоев с $N \gg N_0$ (см. (15.4)) становится невозможным. В ночное время при $N_0 \sim 10^4$ см⁻³ $\tau_r \geq \tau_w$, но все равно при $\alpha_r \sim 10^{-7}$ см³/сек влияние рекомбинации, противодействующей формированию слоя E_s , будет чрезмерно большим.

Выход из создавшейся ситуации можно искать в следующем. В соответствии с некоторыми измерениями ионного

состава [136—137] спорадические слои содержат главным образом металлических ионы предположительно метеорного происхождения. Для этих ионов диссоциативная рекомбинация отсутствует и коэффициент α_r ничтожно мал (порядка 10^{-12} см³/сек). Вовлечение металлических ионов во вторичные реакции перезарядки с молекулами может привести к увеличению эффективного значения α_r , но, вероятно, не более чем на 1—2 порядка.

При $\alpha_r \approx 10^{-10} - 10^{-12}$ см³/сек, как это может иметь место при рекомбинации электронов с металлическими ионами, максимальные значения $N_{\text{макс}}$ уже не будут задаваться (15.4). Тогда отношение $N_{\text{макс}}/N_0$ будет определяться диффузией (молекулярной и турбулентной) и, кроме того, будет зависеть от равновесных концентраций металлических ионов. Грубые оценки показывают, что формирование слоя E_s за счет металлических ионов можно объяснить, если принять их концентрации в области E равными по порядку величины 10^4 см⁻³. Теория формирования слоя E_s при наличии нескольких сортов ионов разработана еще не полностью (не учтены ионно-обменные реакции и др.) [129—130, 138—140]. Согласно [140] для электронной концентрации в области формирования слоев E_s можно по-прежнему пользоваться формулой (14.13), но заменить в ней N_0 равновесным значением концентрации металлических ионов. Вместе с тем имеется существенно новое обстоятельство, касающееся областей с электронной концентрацией, меньшей N_0 (см. § 14). Так как под действием ветра перераспределяются преимущественно металлические ионы, составляющие небольшую часть общего числа ионов, то резко выраженные провалы концентрации электронов возникать не должны. Этот вывод, вероятно, ближе к действительности, чем результаты, касающиеся появления областей с $N < N_0$, к которым мы пришли в § 14. Таким образом, привлечение металлических ионов хотя и усложнило теорию, но одновременно позволило избавиться от одного ее затруднения, связанного с предсказанием провалов.

При рассмотрении динамических процессов, как и в стационарном случае, использовались упрощенные модели. Тем не менее полезно в сжатой форме остановиться на состоянии теории таких процессов.

Вопросы распада слоев очень интересны прежде всего в связи с чисто экспериментальными фактами. Первым из них является отсутствие однозначной зависимости

(по крайней мере в отдельных опытах) между ветровыми сдвигами и возникновением слоев E_s . Вместе с тем при усреднении по большому набору данных удается установить связь между ними. Кроме того, часто наблюдается перемещение слоя E_s как целого, тогда как по теории ветрового сдвига его формирование должно происходить при малых значениях компоненты u_y . На пути объяснения этих фактов возникает мысль о том, что образование слоя E_s не всегда фиксируется в стадии «приготовления». Не исключено, что в некоторых случаях слои формировались не в районе наблюдения, а были перенесены в него горизонтальными ветрами. Возникает вопрос о времени жизни этих слоев в условиях, когда ветры не имеют вихревой структуры, обеспечивающей повышенную ионизацию. Далее важно также установить величину вертикальных смещений максимума слоя E_s при наличии горизонтальных движений. Такие смещения должны наблюдаться даже в тех случаях, когда компонента скорости u_y не зависит от высоты z . Величина смещений варьирует в разумных пределах, если слой перемещается от места формирования на расстояния $10-10^2$ км. Диффузионное время жизни по оценкам [140] составляет десятки минут или часы. Если в слое E_s при $\alpha_T \gtrsim 10^{-7}$ см³/сек в основном содержатся молекулярные ионы, то из-за сильной рекомбинации говорить о переносе ионизированных облаков на значительные расстояния не приходится. Но при таких условиях большие затруднения возникают и в теории стационарных слоев E_s . Выход, как уже указывалось, можно искать в обращении к моделям слоев, состоящим из металлических ионов.

Что касается вопроса о формировании слоя E_s' , то без учета рекомбинации он решался в работе [141]. Для одномерного случая получена примерная зависимость $N(t)$ в предположении, что скорость ветра уже достигла требуемой величины. Основной результат легко понять из общих соображений. Он заключается в том, что длительность формирования слоя E_s определяется промежутком времени, который уже фигурировал ранее, а именно

$$\bar{\tau}_w = 2\tilde{\lambda}/\pi u_{эф}. \quad (15.5)$$

Он отличается от τ_w (см. (15.4)) коэффициентом 4. Как и при введении τ_w , здесь можно повторить рассуждения о характере перераспределения заряженных частиц (это перераспределение происходит в интервале высот

порядка $\tilde{\lambda}$ со скоростью $u_{\text{эфф}}$ (14.26)). Оценки $\tilde{\tau}_w$ при указанных выше значениях $u_{\text{эфф}}$ и $\tilde{\lambda}$ приводят к промежуткам времени порядка нескольких минут. Фактически слои E_s формируются, вероятно, дольше. Поэтому более правдоподобно связывать эти промежутки не с $\tilde{\tau}_w$ (см. (15.5)), а с характерными временами установления неоднородных ветровых систем, обладающих сдвигами по скорости.

Остановимся теперь очень кратко на устойчивости слоя E_s . Рассмотрим стабильность характерных для него стационарных состояний. После линеаризации квазигидродинамических уравнений (6.3) и (6.4) и использования уравнений непрерывности (4.4) и (4.5) для малых возмущений имеем [142]

$$v_{\text{ен}} \mathbf{u}'_e = \frac{\kappa T}{m_e v_{\text{ен}}} \left(\nabla N' - \frac{\nabla \tilde{N}_0}{\tilde{N}_0} N' \right) + \frac{e \nabla \varphi'}{m_e} - \omega_H [\mathbf{u}'_e \mathbf{h}_0], \quad (15.6)$$

$$v_{\text{ин}} \mathbf{u}'_i = \frac{\kappa T}{M_i v_{\text{ин}}} \left(\nabla N' - \frac{\nabla \tilde{N}_0}{\tilde{N}_0} N' \right) - \frac{e \nabla \varphi'}{M_i} + \Omega_H [\mathbf{u}'_i \mathbf{h}_0], \quad (15.7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial N'}{\partial t} + \tilde{N}_0 \operatorname{div} \mathbf{u}'_e + \mathbf{u}'_e \nabla \tilde{N}_0 + N' \operatorname{div} \tilde{\mathbf{u}}_{e0} + \tilde{\mathbf{u}}_{e0} \nabla N' + \\ + 2\alpha_r \tilde{N}_0 N' = 0, \end{aligned} \quad (15.8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial N'}{\partial t} + \tilde{N}_0 \operatorname{div} \mathbf{u}'_i + \mathbf{u}'_i \nabla \tilde{N}_0 + N' \operatorname{div} \tilde{\mathbf{u}}_{i0} + \\ + \tilde{\mathbf{u}}_{i0} \nabla N' + 2\alpha_r \tilde{N}_0 N' = 0. \end{aligned} \quad (15.9)$$

Здесь значения всех величин, связанных с малыми возмущениями, снабжены штрихами, а квазиравновесным значениям приписан, помимо индекса нуль, еще и знак \sim . Появление этого знака связано с необходимостью различать значения величин при наличии спорадического слоя E_s и в его отсутствие. Используя ограничения (14.6) и пренебрегая вертикальными движениями молекул ($|u_y| \gg |u_z|$), можно последовательно исключить из (15.6) — (15.9) скорости \mathbf{u}'_e , \mathbf{u}'_i и затем потенциал φ' . В результате приходим к уравнению

$$\begin{aligned} \frac{\partial N'}{\partial t} - D \left\{ \nabla^2 N' - \frac{d \ln \tilde{N}_0}{dz} \frac{\partial N'}{\partial z} + \left[\left(\frac{d \ln \tilde{N}_0}{dz} \right)^2 - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{\tilde{N}_0} \frac{d^2 \tilde{N}_0}{dz^2} \right] N' \right\} + \left(\frac{d \tilde{u}_{i0z}}{dz} + 2\alpha_r \tilde{N}_0 \right) N' = 0. \end{aligned} \quad (15.10)$$

Определяя компоненту скорости \tilde{u}_{10z} из (14.22) и подставляя ее в последнее соотношение, приходим к следующему результату:

$$\frac{\partial N'}{\partial t} - D\nabla^2 N' - \frac{\Omega_H}{v_{in}} \sin \chi u_y \frac{\partial N'}{\partial z} - \frac{\Omega_H}{v_{in}} \sin \chi \frac{du_y}{dz} N' + 2\alpha_r \tilde{N}'_0 N = 0. \quad (15.11)$$

Рассмотрим возмущение вида $N' \propto \exp[-\Gamma t - i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})]$, где ω — частота, Γ — декремент. Если малые возмущения со временем нарастают ($\Gamma < 0$), то возникает неустойчивость. Выбор решения (15.11) в такой простейшей форме возможен при $\alpha_r = 0$ по следующим причинам. Как уже указывалось, слой E_s формируется при $u_y = 0$, и поэтому слагаемое с $\partial N'/\partial z$ малосущественно. Далее, толщина $|\Delta z|$ меньше масштаба $\tilde{\lambda}$ для характерных изменений скорости u_y с высотой z . Поэтому приближенно можно считать производную du_y/dz величиной, не зависящей от z .

После подстановки решения в виде плоской волны без учета рекомбинации получаем

$$\Gamma = Dk^2 - \frac{\Omega_H}{v_{in}} \sin \chi \frac{du_y}{dz}. \quad (15.12)$$

Критерием неустойчивости будет ограничение

$$\frac{\Omega_H}{v_{in}} \sin \chi \frac{du_y}{dz} > Dk^2. \quad (15.13)$$

Ранее уже говорилось о том, что теория ветрового сдвига предсказывает появление слоев не только с повышенной, но и с пониженной концентрацией (при условии, что в слое E содержатся молекулярные ионы). Гипотетические слои с малыми N при $\sin \chi > 0$ всегда остаются стабильными ($\Gamma > 0$). Таким образом, отсутствие данных об их появлении нельзя объяснять неустойчивостью. Выше мы указывали, что вопрос об этих слоях снимается при учете металлических ионов с концентрациями, не меньшими 10^4 см^{-3} . Нестабильность может возникать в обычных слоях с повышенной ионизацией, когда возмущения имеют характерные масштабы, соизмеримые с толщиной слоя E_s .

Критерий (15.13) получен без учета рекомбинации. Последняя весьма существенна, если $\alpha_r \gtrsim 10^{-7}$ см³/сек. Однако тогда сама возможность появления слоя E_s при неучете вклада металлических ионов должна быть поставлена под сомнение. Условие (15.13) можно получить при исследовании стабильности как сформировавшегося слоя E_s , так и области E ионосферы в начальный период образования слоя с повышенной ионизацией [132].

§ 16. О формировании слоя E_s при наличии турбулентности

В предшествующих параграфах настоящей главы не учитывалось наличие в зоне формирования слоя E_s турбулентных движений ионосферного газа. Здесь мы остановимся на ряде особенностей турбулентного перемешивания в условиях слоя E при наличии ветровых сдвигов. Речь, по существу, пойдет об обобщении расчетов, содержащихся в § 10. Здесь будет принято во внимание наличие специфической силы Уайтхеда, обеспечивающей перераспределение заряженных частиц.

Будем исходить из уравнения типа (12.15)

$$\frac{\partial N}{\partial t} - D\nabla^2 N + \operatorname{div} Nu - \frac{\Omega_H}{v_{in}} (\mathbf{h}_0 \operatorname{rot} Nu) + \alpha_r N^2 - J = 0. \quad (16.1)$$

Оно отличается от (12.15) только слагаемым *) $\frac{\Omega_H}{v_{in}} (\mathbf{h}_0 \operatorname{rot} Nu)$.

Необходимость его введения была показана в § 14. Мы уже неоднократно указывали, что переход к уравнениям вида (16.1) сопряжен с известными трудностями, связанными с необходимостью учета внутреннего электрического поля \mathbf{E} . В сложной ситуации (при наличии нерегулярных скоростей \mathbf{u}) провести анализ с учетом этого поля затруднительно. Однако, опираясь на исследование простых частных случаев (см. § 14), можно надеяться на возможность использования уравнения (16.1) всюду вне узкой приэкваториальной зоны.

Дальнейшие преобразования этого уравнения будут проведены по той же схеме, что и в § 12. Новый

*) При записи (16.1) принято, что изменениями частоты соударений v_{in} на расстояниях порядка толщины слоя E_s можно пренебречь.

момент, как уже указывалось, состоит в учете слагаемого $(\Omega_{\text{H}}/v_{\text{in}}) (\mathbf{h}_0 \text{ rot } N\mathbf{u})$. Заметим, что подобное слагаемое фигурировало в одной из довольно старых работ по теории поносферной турбулентности [143], но вне всякой связи со слоем E_s . После подстановки в (16.1) выражений для N и \mathbf{u} в виде сумм усредненных и пульсационных значений (см. (12.12), (12.13)) и после усреднения получаем

$$\frac{\partial \tilde{N}_0}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(-D \frac{\partial \tilde{N}_0}{\partial x_j} + u_{c_j} \tilde{N}_0 + \overline{u'_j N'} \right) + \alpha_r \tilde{N}_0^2 - J - \frac{\Omega_{\text{H}}}{v_{\text{in}}} \mathbf{h}_0 \text{ rot} (\tilde{N}_0 \mathbf{u}_0 + \overline{N' \mathbf{u}'}) = 0, \quad (16.2)$$

где, как и выше в § 15, знак \sim показывает, что значения квазиравновесной концентрации \tilde{N}_0 относятся к случаю, когда существует слой E_s . Далее, вычитая уравнение (16.2) из (16.1), находим

$$\frac{\partial N'}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(-D \frac{\partial N'}{\partial x_j} + u'_j \tilde{N}_0 + u_{oj} N' + u'_j N' - \overline{u'_j N'} \right) - \frac{\Omega_{\text{H}}}{v_{\text{in}}} \mathbf{h}_0 \text{ rot} (N' \mathbf{u}' - \overline{N' \mathbf{u}'} + \tilde{N}_0 \mathbf{u}' + N' \mathbf{u}_0) = 0. \quad (16.3)$$

При анализе флуктуаций электронной плотности влияющие рекомбинации не будут играть определяющей роли, и поэтому здесь слагаемое с α_r опущено. Умножая последнее соотношение на N' и усредняя, имеем

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \overline{(N')^2}}{\partial t} + \overline{N' \frac{\partial}{\partial x_j} \left(-D \frac{\partial N'}{\partial x_j} + u'_j \tilde{N}_0 + u_{oj} N' \right)} - \frac{\Omega_{\text{H}}}{v_{\text{in}}} \overline{N' \{ \text{rot} (\tilde{N}_0 \mathbf{u}' + N' \mathbf{u}_0) \mathbf{h}_0 \}} = 0. \quad (16.4)$$

После преобразования второго слагаемого (см. § 10) и некоторых видоизменений в записи последнего члена получаем

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \overline{(N')^2}}{\partial t} + \text{div} \{ \frac{1}{2} \overline{(N')^2 \mathbf{u}_0} - D \overline{N' \nabla N'} \} + D \overline{(\nabla N')^2} + \overline{N' \mathbf{u}' \nabla \tilde{N}_0} - \frac{\Omega_{\text{H}}}{v_{\text{in}}} (\mathbf{h}_0 \{ \overline{(N')^2 \text{ rot } \mathbf{u}_0} + \tilde{N}_0 \overline{N' \text{ rot } \mathbf{u}'} - \overline{[N' \mathbf{u}' \nabla N_0]} + \overline{[\nabla (N')^2 \mathbf{u}_0]} \}) = 0. \quad (16.5)$$

При интегрировании по объему, занимаемому неоднородностями, член с div сводится к поверхностному

интегралу, и поэтому его можно опустить. По той же причине мы вправе пренебречь вкладом слагаемого с $[\nabla(N')^2 \mathbf{u}_0]$, стоящего во второй фигурной скобке. Вводя коэффициент турбулентной диффузии (см. (12.20)), находим

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{N}_0}{\partial t} - (D + D_t) \nabla^2 \tilde{N}_0 - J + \alpha_T \tilde{N}_0^2 - \\ - \frac{\Omega_H}{v_{in}} (\mathbf{h}_0 \text{rot} (N_0 \mathbf{u}_0)) + \frac{\Omega_H}{v_{in}} (\mathbf{h}_0 \text{rot} D_t \tilde{N}_0) = 0. \end{aligned} \quad (16.6)$$

Если считать коэффициент турбулентной диффузии слабо зависящим от координат, то последним слагаемым здесь можно пренебречь. В одномерном случае, когда изменения \tilde{N}_0 происходят только по вертикали, такого рода упрощение возможно и тогда, когда D_t зависит от z . Таким образом, для усредненных квазиравновесных концентраций \tilde{N}_0 мы приходим к уравнению вида (16.1), но с заменой коэффициента диффузии на сумму $D + D_t$ (член $\text{div} N \mathbf{u}$ в (16.1) малосуществен).

Из (16.5) после некоторых пренебрежений (см. ниже) для флуктуационных изменений электронной концентрации получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\overline{(N')^2}}{2} + D \overline{(\nabla N')^2} - D_t \overline{(\nabla \tilde{N}_0)^2} - \\ - \frac{\Omega_H}{v_{in}} \overline{(N')^2 (\mathbf{h}_0 \text{rot} \mathbf{u}_0)} + \frac{\Omega_H}{v_{in}} \tilde{N}_0 \overline{(\mathbf{h}_0 N' \text{rot} \mathbf{u}')^2} = 0. \end{aligned} \quad (16.7)$$

При изотропной турбулентности и изотропном распределении N' здесь последнее слагаемое можно опустить. Действительно, рассмотрим корреляционную функцию $B_j(r_1, r_2) = \overline{N'(r_1) u'_j(r_2)}$, где $u'_j(r_2)$ — одна из компонент скорости \mathbf{u}' в точке $r = r_2$. В изотропном случае $B(r_1, r_2) = B(r_1 - r_2) = B(\xi)$. Далее имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_k(2)} \overline{N'(r_1) u'_j(r_2)} = \overline{N'(r_1) \frac{\partial u'_j(r_2)}{\partial x_k(2)}} = \\ = \frac{\partial B_j(\xi)}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x_k(2)} = - \frac{\partial B_j}{\partial \xi} \frac{x_k(2)}{r_2}. \end{aligned}$$

В пределе $x_k(2)/r_2$ при $\xi \rightarrow 0$ не может обратиться в бесконечность. Вместе с тем $\partial B_j / \partial \xi = 0$ в силу основанного на физических соображениях утверждения о гладкости

функции корреляции B_j при $\xi = 0$. Итак, в случае полной изотропии последним слагаемым в (16.7) можно пренебречь. Тогда для стационарных состояний получаем [144]

$$D \overline{(\nabla N')^2} = D_t (\nabla \tilde{N}_0)^2 + \frac{\Omega_H}{v_{in}} (\mathbf{h}_0 \text{ rot } \mathbf{u}) \overline{(N')^2}. \quad (16.8)$$

Если в обычных условиях существует равновесие между процессом молекулярной и турбулентной диффузии, то здесь появляется еще одно слагаемое, обязанное своим присутствием ветровым сдвигам и воздействию со стороны геомагнитного поля. Для возникновения областей с повышенной ионизацией, согласно § 14, необходимо, чтобы $\mathbf{h}_0 \text{ rot } \mathbf{u} > 0$. Из (16.8) следует, что при выполнении этого неравенства влияние турбулентности на появление неоднородностей должно возрастать (последние должны быть более резкими, чем при $\mathbf{h}_0 \text{ rot } \mathbf{u} = 0$). Для предполагаемых слоев с пониженными значениями N , когда $\mathbf{h}_0 \text{ rot } \mathbf{u} < 0$, такого рода эффект места не имеет.

Изучение тонкой структуры слоя E_s методом пространственно разнесенного приема с малой базой показывает, что этот слой часто содержит неоднородности различного масштаба. В соответствии с [144] они анизотропны (со средним значением степени изотропии, равным примерно 2,5). Среднеквадратичные скорости хаотического движения варьируют от нескольких метров в секунду до 20—25 м/сек. Анизотропный характер неоднородностей выражен сильнее, чем в обычной области E .

Укажем на возможные пути объяснения приведенных выше фактов. С этой целью обратимся к уравнениям (16.7) и (16.8). В них роль «источника» появления неоднородностей играет слагаемое $D_t (\nabla \tilde{N}_0)^2$. Из-за тонкости спорадических слоев и больших абсолютных изменений $\tilde{N}_0(z)$ вклад этого слагаемого должен быть больше, чем в отсутствие слоя E_s , что может, при прочих равных условиях, привести к появлению более резко выраженных неоднородностей. Помимо того, условия их генерации становятся более благоприятными из-за дополнительного механизма поддержания неоднородностей ветровыми сдвигами, вклад которого отражает слагаемое $(\Omega_H/v_{in}) (\mathbf{h}_0 \text{ rot } \mathbf{u}) \overline{(N')^2}$ в (16.8).

Наличие анизотропии у неоднородностей довольно естественно. В § 14 отмечалось, что перераспределение

заряженных частиц на высотах области E при вихревых движениях газа происходит в направлениях, перпендикулярных его магнитному полю \mathbf{H}_0 . При наличии турбулентности картина усложняется, но вместе с тем, несомненно, что под действием вихрей внутри потока изменения поперек \mathbf{H}_0 будут более резкими, чем в направлении \mathbf{H}_0 . Это может привести к преимущественной ориентации неоднородностей вдоль линий геомагнитного поля. В уравнении (16.7) указанная тенденция заключена в структуре анизотропного слагаемого $(\Omega_H/v_{in}) \tilde{N}_0 (\mathbf{h}_0 \overline{N' \text{rot } \mathbf{u}'})$. Не очень значительная, как правило, степень анизотропии неоднородностей позволяет предположить, что это слагаемое не определяет в первом приближении величину флуктуаций электронной концентрации (при изотропной турбулентности и изотропном распределении N' слагаемое с $\overline{N' \text{rot } \mathbf{u}'}$, как было показано выше, исчезает).

ГЛАВА V

ТОКОВЫЕ СИСТЕМЫ И ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИЕ ПОЛЯ В ИОНОСФЕРЕ

§ 17. Токи в неоднородной ионосфере и динамо-теория

Исследования ионосферных токов составляют содержание весьма обширной области физики верхних слоев атмосферы. Вероятно, наибольшее внимание этим токам уделялось в связи со спокойными солнечно-суточными вариациями геомагнитного поля (S_q -вариации). Этим вариациям (величиной порядка 10 гамм) прямо или косвенно посвящена огромная литература. Наряду с монографиями [78, 145] и одним из последних обзоров [146], укажем на ряд статей, характеризующих различные этапы в изучении S_q -вариаций и связанных с ними ионосферных токовых систем [147—152].

Объяснение совокупности данных об S_q -вариациях является одной из основных задач теории ионосферных токов, получившей название динамо-теории. Эта известная теория основывается на хорошо проверенных представлениях, согласно которым токи в ионосфере сосредоточиваются в сравнительно тонком слое (динамо-области), находящемся на высотах области E (ориентировочно на высотах, примерно равных 120 км). Причиной появления токов на умеренных широтах служит движение нейтрального газа — ветер, в частности, ветер приливного происхождения. Существование горизонтальных токов на указанных высотах подтверждено прямыми ракетными измерениями [153, 154]. Вместе с тем доказано отсутствие значительных по интенсивности токов как в области D , так и на больших высотах (в области F).

Переходя непосредственно к динамо-теории, необходимо отметить, что разработке ее различных сторон посвящено очень много исследований и среди них можно выделить основополагающую работу [155]. Укажем также на статьи [156—160], причем в [159, 160] не только дополняются прежние расчеты, но и приводятся замечания о трудностях, которые возникают при упрощениях, используемых в [155—158]. В связи с этим целесообразно исходить здесь из сравнительно общего подхода, изложенного в [159].

Воспользуемся сферическими координатами r , ϑ и ψ . Считая магнитное поле Земли дипольным (с осью диполя, ориентированной в направлении, для которого $\vartheta = \pi$), можно представить обобщенный закон Ома (см. (5.11), (5.12)) в виде

$$\left. \begin{aligned} j_r &= \sigma_{rr} E'_r + \sigma_{r\vartheta} E'_\vartheta + \sigma_{r\psi} E'_\psi, \\ j_\vartheta &= \sigma_{\vartheta r} E'_r + \sigma_{\vartheta\vartheta} E'_\vartheta + \sigma_{\vartheta\psi} E'_\psi, \\ j_\psi &= \sigma_{\psi r} E'_r + \sigma_{\psi\vartheta} E'_\vartheta + \sigma_{\psi\psi} E'_\psi. \end{aligned} \right\} \quad (17.1)$$

где компоненты тензора проводимости выражаются через продольную σ_{\parallel} , поперечную σ_{\perp} и холловскую σ_H проводимости следующим образом:

$$\hat{\sigma} = \left[\begin{array}{ccc} \frac{4(\sigma_{\parallel} - \sigma_{\perp}) \sin^2 \vartheta}{1 + 3 \sin^2 \vartheta} + \sigma_{\perp} & \frac{(\sigma_{\parallel} - \sigma_{\perp}) \sin 2\vartheta}{1 + 3 \sin^2 \vartheta} & \frac{-\sigma_H \cos \vartheta}{\sqrt{1 + 3 \sin^2 \vartheta}} \\ \frac{(\sigma_{\parallel} - \sigma_{\perp}) \sin 2\vartheta}{1 + 3 \sin^2 \vartheta} & \frac{(\sigma_{\parallel} - \sigma_{\perp}) \cos^2 \vartheta}{1 + 3 \sin^2 \vartheta} + \sigma_{\perp} & \frac{2\sigma_H \sin \vartheta}{\sqrt{1 + 3 \sin^2 \vartheta}} \\ \frac{\sigma_H \cos \vartheta}{\sqrt{1 + 3 \sin^2 \vartheta}} & -\frac{2\sigma_H \sin \vartheta}{\sqrt{1 + 3 \sin^2 \vartheta}} & \sigma_{\perp} \end{array} \right]. \quad (17.2)$$

В неоднородной проводящей атмосфере, как уже неоднократно отмечалось, необходимо выполнение условия, предотвращающего возникновение большого некомпенсированного заряда. В стационарном случае можно потребовать, чтобы

$$\operatorname{div} \mathbf{j} = 0. \quad (17.3)$$

Как будет ясно из дальнейшего (см. ниже § 18), последнее условие при одновременном использовании (17.1), (17.2) имеет ограниченную область применимости вследствие пренебрежения диффузионными процессами. Однако для крупномасштабных движений с масштабами по-

рядка планетарных используемый в настоящем параграфе подход оказывается законным.

Запишем требование (17.3) в развернутом виде:

$$\cos^2 \vartheta \frac{\partial}{\partial r} (r^2 j_r) + r \frac{\partial}{\partial \vartheta} (\cos \vartheta j_\vartheta) + r \frac{\partial j_\psi}{\partial \psi} = 0. \quad (17.4)$$

Далее напомним, что в (17.1) фигурируют компоненты вектора $\mathbf{E}' = \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{u}\mathbf{H}_0]$, причем поле \mathbf{E} приближенно можно считать потенциальным ($\mathbf{E} = -\nabla\varphi$ *). Для крупномасштабных движений глобального характера традиционным образом принимается, что наибольшими будут горизонтальные компоненты скорости \mathbf{u} . Учитывая это, а также то обстоятельство, что магнитное поле \mathbf{H}_0 имеет составляющие $H_{0r} = -2H_{00} \sin \vartheta$, $H_{0\vartheta} = -H_{00} \cos \vartheta$ и $H_{0\psi} = 0$ ($H_{00} \approx 0,3$ гс), получаем для компонент динамо-поля соотношения $E_{dr} = H_{00} \cos \vartheta u_\psi$, $E_{d\vartheta} = -2H_{00} \sin \vartheta u_\psi$ и $E_{d\psi} = 2H_{00} \sin \vartheta u_\vartheta$. Вводя величину $u = |\mathbf{u}|$, приходим к формулам

$$\left. \begin{aligned} E'_r &= -\frac{\partial \varphi}{\partial r} + H_{00} u \cos \vartheta \cos \psi, \\ E'_\vartheta &= -\frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \vartheta} - 2H_{00} u \sin \vartheta \cos \psi, \\ E'_\psi &= -\frac{1}{r \cos \vartheta} \frac{\partial \varphi}{\partial \psi} + 2H_{00} u \sin^2 \vartheta \sin \psi. \end{aligned} \right\} \quad (17.5)$$

После подстановки значений составляющих тока j_r , j_ϑ и j_ψ из (17.1) в (17.4) при учете (17.5) получим линейное дифференциальное уравнение в частных производных для потенциала φ . Вследствие сложного вида зависимостей коэффициентов этого уравнения от координат, мы его в явной форме здесь выписывать не будем. Его решение должно удовлетворять следующим граничным условиям: потенциал $\varphi \rightarrow 0$ при $r \rightarrow \infty$ и вертикальная компонента тока j_r исчезает у основания ионосферы [159]. Разумеется, здесь имеется в виду решение задачи о возбуждении токов и электростатических полей внутри ионосферы. Выполнение программы, связанное с нахождением j_r и построением токовых систем, сопряжено с большими вычислительными трудностями, которые в полной мере еще не преодолены.

*) Отклонения от потенциальности поля \mathbf{E} в рамках динамотеории анализировались в работе [158].

В цитированной ранее работе [159] решается упрощенная трехмерная задача с использованием модели квазиплоской атмосферы. Чтобы сохранить трехмерный характер задачи, принимается, что в горизонтальных направлениях (вдоль осей x и y) потенциал обладает пространственной периодичностью $2\pi a$ (a — радиус Земли). Если ограничиться первым квадрантом, то можно установить связь между сферическими и декартовыми координатами, а именно, $\vartheta = \pi/2 + x/a$, $\psi = y/a$, $r = z + a$. Ветры считаются горизонтальными, причем их скорость убывает с высотой по закону $\exp(-\beta z)$. При таких предположениях можно найти компоненты динамополей E_d и составить и решить уравнение для потенциала ϕ , удовлетворяющее требованиям $\phi \rightarrow 0$, при $z \rightarrow \infty$ и $j_z = 0$ у основания ионосферы. Предварительные (вследствие упрощенного и в известной степени искусственного характера модели) результаты подтверждают правильность широко используемого приближения, допускающего, что вертикальные токи заметно слабее горизонтальных. Это, однако, не эквивалентно пренебрежению слагаемыми с $\partial j_r / \partial r$ в (17.4), поскольку изменения j_r с высотой могут быть значительными. Если при грубом подходе не обращать на указанное выше обстоятельство никакого внимания, то мы перейдем к весьма распространенной двумерной схеме. Тогда из первого уравнения системы (17.1) получим закон Ома в известной форме [155, 156]. Для этого из первого уравнения (17.1) найдем поле E'_r и, подставляя полученное значение во второе и третье уравнения, имеем

$$j_\vartheta = \tilde{\sigma}_{\vartheta\vartheta} E'_\vartheta + \tilde{\sigma}_{\vartheta\psi} E'_\psi, \quad j_\psi = -\tilde{\sigma}_{\vartheta\psi} E'_\vartheta + \tilde{\sigma}_{\psi\psi} E'_\psi, \quad (17.6)$$

где обобщенные проводимости $\tilde{\sigma}$ определяются из соотношений

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\sigma}_{\vartheta\vartheta} &= \frac{\sigma_{\vartheta\vartheta}\sigma_{rr} - \sigma_{\vartheta r}^2}{\sigma_{rr}} = \frac{\sigma_{\perp}\sigma_{\parallel}(1 + 3\sin^2\vartheta)}{4\sigma_{\parallel}\sin^2\vartheta + \sigma_{\perp}\cos^2\vartheta}, \\ \tilde{\sigma}_{\psi\psi} &= \frac{\sigma_{\psi\psi}\sigma_{rr} + \sigma_{r\psi}^2}{\sigma_{rr}} = \frac{\sigma_{\perp}(4\sigma_{\parallel}\sin^2\vartheta + \sigma_{\vartheta\psi}\cos^2\vartheta)}{4\sigma_{\parallel}\sin^2\vartheta + \sigma_{\perp}\cos^2\vartheta}, \\ \tilde{\sigma}_{\vartheta\psi} &= -\tilde{\sigma}_{\psi\vartheta} = \frac{\sigma_{\vartheta\psi}\sigma_{rr} - \sigma_{r\psi}\sigma_{\vartheta r}}{\sigma_{rr}} = \frac{2\sigma_H\sigma_{\parallel}\sin\vartheta\sqrt{1 + 3\sin^2\vartheta}}{4\sigma_{\parallel}\sin^2\vartheta + \sigma_{\perp}\cos^2\vartheta}. \end{aligned} \right\} \quad (17.7)$$

В одном из них фигурирует эффективная проводимость $\sigma_{\theta\phi} = \sigma_{\perp} + \sigma_{\text{H}}^2/\sigma_{\perp}$, иногда называемая именем Каулинга. Соотношение (17.7) для обобщенных проводимостей часто записывают в иной форме. Используя угол χ между вертикалью и магнитным полем \mathbf{H}_0 и учитывая, что $\cos \chi = -\sin \vartheta (1 + 3 \sin^2 \vartheta)^{-1/2}$ и $\sin \chi = -2 \cos \vartheta (1 + 3 \sin^2 \vartheta)^{-1/2}$, находим из (17.7) для проводимостей следующие известные формулы [155—157]:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\sigma}_{\theta\theta} &= \frac{\sigma_{\perp} \sigma_{\parallel}}{\sigma_{\parallel} \cos^2 \chi + \sigma_{\perp} \sin^2 \chi}, \\ \tilde{\sigma}_{\psi\psi} &= \frac{\sigma_{\perp} (\sigma_{\perp} \cos^2 \chi + \sigma_{\theta\phi} \sin^2 \chi)}{\sigma_{\parallel} \cos^2 \chi + \sigma_{\perp} \sin^2 \chi}, \\ \tilde{\sigma}_{\theta\psi} &= -\tilde{\sigma}_{\psi\theta} = -\frac{\sigma_{\text{H}} \sigma_{\parallel} \cos \chi}{\sigma_{\parallel} \cos^2 \chi + \sigma_{\perp} \sin^2 \chi}. \end{aligned} \right\} \quad (17.8)$$

При построении токовых систем нужно знать, согласно (17.6), не только величину проводимости $\hat{\sigma}$ (17.2), но и распределение электростатического поля \mathbf{E} ($E_{\theta} = -\frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta}$ и $E_{\psi} = -\frac{1}{r \cos \vartheta} \frac{\partial \phi}{\partial \psi}$, см. (17.5)). Как уже было упомянуто при переходе к (17.6), в работах, где рассматриваются вопросы динамо-теории в двумерном случае, компонента тока j_z считается равной нулю. Тогда при определении потенциала ϕ при $j_z = 0$ вместо (17.4) можно использовать укороченное уравнение

$$\frac{\partial}{\partial \theta} (j_{\theta} \cos \vartheta) + \frac{\partial j_{\psi}}{\partial \psi} = 0. \quad (17.9)$$

Как показывает решение упрощенной трехмерной задачи нахождения токов в ионосфере [159], о которой уже шла речь выше, применение уравнения (17.9) вместо более общего (17.4) нельзя считать надежно обоснованным. Несмотря на малость компоненты j_z ($|j_z| \ll |j_{\theta}|$ и $|j_z| \ll |j_{\psi}|$), ее вклад в (17.4) из-за быстрых изменений j_z с высотой может оказаться не меньше вклада остальных слагаемых. Поэтому построенные по данным об S_q -вариациях и на основе решения (17.9) планетарные распределения горизонтальных токов нельзя в настоящее время считать окончательными. Более того, эти токовые системы нужно рассматривать как до некоторой степени модельные и вспомогательные. В целом вопрос остается в

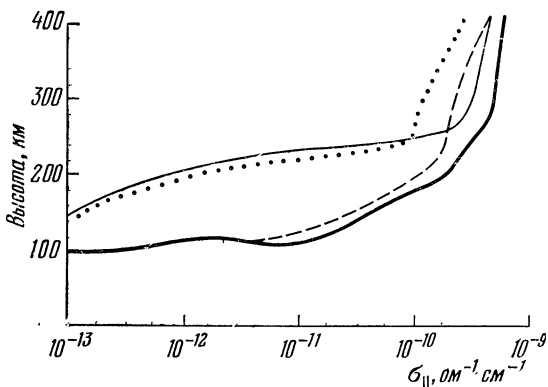


Рис. 10. Изменения продольной проводимости σ_{\parallel} с высотой.

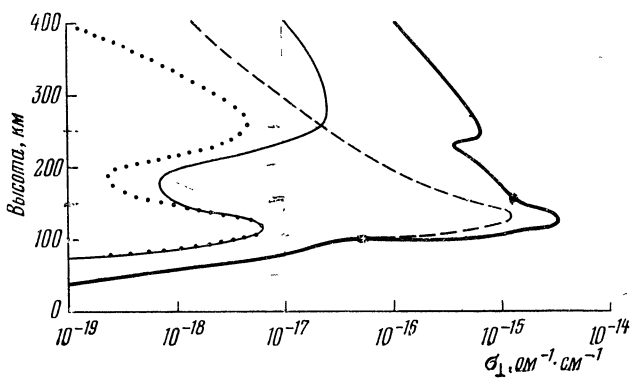


Рис. 11. Изменения поперечной проводимости σ_{\perp} с высотой.

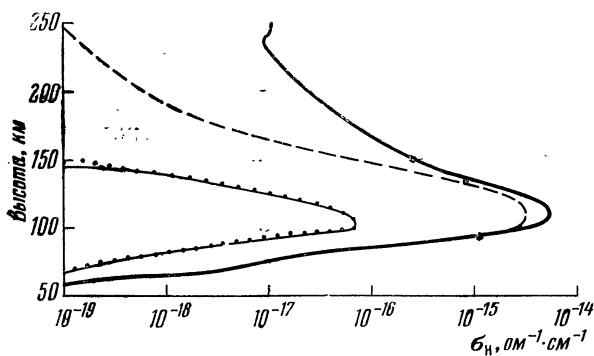


Рис. 12. Изменения проводимости Холла σ_H с высотой.

значительной мере открытым, поскольку достаточно общие решения уравнения (17.4) еще не получены.

Несмотря на затруднения, возникающие в связи с обоснованием двумерной динамо-теории, вряд ли правильно отказываться от рассмотрения ряда интересных ее следствий, которые можно установить из (17.6). Вновь обратимся к ним, используя соотношения для проводимостей в слабоионизированной плазме. Обобщенные проводимости (17.8) зависят как от широты (через угол χ),

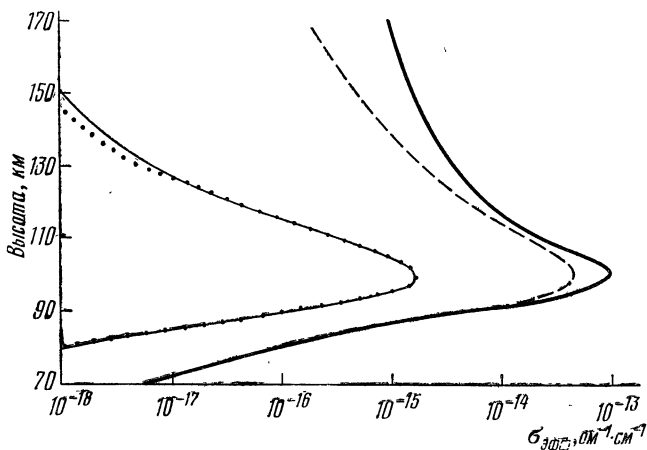


Рис. 13. Изменения эффективной проводимости Каулинга $\sigma_{эфф}$ с высотой.

так и от «основных» проводимостей $\sigma_{\parallel}(z)$, $\sigma_{\perp}(z)$ и $\sigma_H(z)$. Величины последних можно найти, используя формулы (5.13). Необходимо иметь в виду, что эти величины заметно зависят от состояния ионосферы. Поэтому распределения $\sigma_{\parallel}(z)$, $\sigma_{\perp}(z)$ и $\sigma_H(z)$ не могут иметь универсального характера. Типичные зависимости σ_{\parallel} , σ_{\perp} и σ_H от высоты приведены на рис. 10, 11, 12, а изменение каулинговской проводимости $\sigma_{эфф}$ с высотой — на рис. 13. Представленные модели заимствованы из обзора, опубликованного в [161]. На рис. 10—13 сплошные жирные и тонкие линии — проводимости при максимуме солнечной активности днем и ночью соответственно. Пунктиром и точечным пунктиром изображены проводимости при минимуме солнечной активности днем и ночью соответственно. Нас будут прежде всего интересовать интервалы

высот, где значения σ_{\perp} , σ_H и $\sigma_{\text{эфф}}$ имеют максимумы. В области F поперечная и холловская проводимости, а в области D все проводимости заметно уменьшаются, в силу чего трудно ожидать значительных поперечных токов в районе нижней кромки ионосферы и в области F . Сказанное и позволяет говорить о динамо-области как области, где приходится сталкиваться с внутриионосферными токами наибольшей плотности.

Остановимся кратко на проводимостях $\tilde{\sigma}$ (см. (17.8)), отметив некоторые особенности их широтного распределения. Из рис. 10, 11 и 12 следует, что в области E и выше с большим запасом выполняются неравенства $\sigma_{\parallel} \gg \sigma_{\perp}$ и $\sigma_{\parallel} \gg \sigma_H$. Это связано с тем, что продольная проводимость определяется, прежде всего, движением электронов, а поперечная и холловская проводимости в области E обусловлены движением ионной компоненты. Если не рассматривать узкую область, примыкающую к геомагнитному экватору, то можно считать выполненным неравенство

$$\sigma_{\parallel}/\sigma_{\perp} \gg \text{tg}^2 \chi. \quad (17.10)$$

Тогда из (17.8) приближенно имеем

$$\tilde{\sigma}_{\theta\theta} = \sigma_{\perp}/\cos^2 \chi, \quad \tilde{\sigma}_{\psi\psi} = \sigma_{\perp} + \frac{\sigma_H^2}{\sigma_{\parallel}} \text{tg}^2 \chi, \quad \tilde{\sigma}_{\theta\psi} = -\sigma_H/\cos \chi. \quad (17.11)$$

В области геомагнитного экватора при условии, обратном (17.10), т. е. при

$$\sigma_{\parallel}/\sigma_{\perp} \ll \text{tg}^2 \chi, \quad (17.12)$$

из (17.8) приближенно находим

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\sigma}_{\theta\theta} &= \sigma_{\parallel}/\sin^2 \chi \approx \sigma_{\parallel}, \\ \tilde{\sigma}_{\psi\psi} &= \sigma_{\text{эфф}} = \sigma_{\perp} + \frac{\sigma_H^2}{\sigma_{\perp}}, \\ \tilde{\sigma}_{\theta\psi} &= -\frac{\sigma_H \sigma_{\parallel}}{\sigma_{\perp}} \frac{\cos \chi}{\sin^2 \chi} \approx -\frac{\sigma_H \sigma_{\parallel}}{\sigma_{\perp}} \cos \chi. \end{aligned} \right\} \quad (17.13)$$

Здесь приближенные равенства справедливы в силу того, что при $\sigma_{\parallel} \gg \sigma_{\perp}$ условие (17.12) выполняется, только когда $\text{tg}^2 \chi \gg 1$ ($\chi \approx 1/2\pi$). Сравнивая между собой проводимости, определяемые (17.11), можно установить, что при переходе в приэкваториальную зону меридиональная и зональная проводимости увеличиваются. Например, получающиеся из (17.11) и (17.13) величины зональной проводимости $\tilde{\sigma}_{\psi\psi}$ оказываются равными при

$\text{tg}^2 \chi = \sigma_{\parallel} / \sigma_{\perp}$. Так как формула (17.11) для $\tilde{\sigma}_{\phi\psi}$ справедлива при $\text{tg}^2 \chi \ll \sigma_{\parallel} / \sigma_{\perp}$, то значения этой проводимости в приэкваториальной зоне будут больше, чем на умеренных широтах. То же можно сказать и о проводимости $\tilde{\sigma}_{\theta\theta}$. Исключение составляет проводимость $\tilde{\sigma}_{\theta\phi}$, которая при $\cos \chi \rightarrow 0$ стремится к нулю. Однако последнее обстоятельство несущественно для основного вывода о том, что относительное возрастание горизонтальных проводимостей (прежде всего $\tilde{\sigma}_{\phi\psi}$) может привести к заметному (в несколько раз) увеличению плотности тока в зоне геомагнитного экватора.

Подобное увеличение часто действительно реализуется, проявляясь в виде экваториальной токовой струи [162—170]. По причинам метеорологического характера и в силу специфики местоположения экватора действие динамо-сил вблизи него в какой-то степени затруднено [169, 170]. Поэтому образование токовой струи, как будет подробнее разъяснено ниже, связывают с электростатическими полями, проникающими из умеренных широт.

Одна из основных особенностей ионосферной плазмы в области струи состоит в том, что увеличение интенсивностей токов сопровождается возникновением мелкомасштабных неоднородностей электронной концентрации [171—174]. Наличие таких неоднородностей с размерами 3—10 м приводит к рассеянию радиоволн и даже к появлению диффузных слоев на ионограммах. В связи с этим иногда и используется термин — экваториальный спорадический слой E_s . Такого рода слой имеет очень мало общего по своей природе со слоями E_s в умеренных широтах, о которых подробно шла речь в гл. IV. На вопросах, связанных с теорией происхождения неоднородностей в зоне экваториальной струи, мы специально остановимся в следующей главе.

Относительно сильно выраженные токовые системы на высотах области E возбуждаются в авроральной зоне. В частности, токи с большой плотностью регистрируются в периоды магнитных возмущений. Плотности токов обычно максимальны вдоль зон наибольшей частоты появления полярных сияний. Эти токи получили название полярных электроструй [164, 175—181]. В периоды магнитных бурь возникновение токовых струй сопровождается бухтообразными изменениями на магнитограммах. Появление бухт — одно из существенных проявлений

процесса полярной суббури [180]. Морфологические особенности полярных токов сложнее, чем экваториальной токовой струи. К полярным струям, как и к экваториальной, полностью относится замечание о возникновении мелкомасштабных неоднородностей электронной концентрации [182—189].

Ниже мы в сжатой форме остановимся на особенностях теории ионосферных токов в экваториальных и полярных областях. Сначала рассмотрим круг вопросов, связанных с экваториальной струей.

Простейшая ее теоретическая модель основана на формулировке закона Ома в виде (17.6), причем вклад динамо-полей, обусловленных ветрами глобального происхождения, считается пренебрежимо малым ($E' = E$). В самом грубом приближении принимается [190], что наряду с условием $j_z = 0$ можно считать $E_\phi = 0$. Тогда остается единственная зональная компонента тока вдоль магнитного экватора, для которой

$$j_\phi(\vartheta, z) = \tilde{\sigma}_{\phi\phi}(\vartheta, z) E_\phi. \quad (17.14)$$

Используя такую же декартову систему координат x, y, z , как и в гл. IV (напомним, что оси y и z направлены соответственно по магнитному экватору и по вертикали), можно записать закон Ома в виде

$$j_y = \tilde{\sigma}_{yy}(x, z) E_y.$$

Такая простейшая модель, где $\tilde{\sigma}_{yy} = \sigma_{\phi\phi}$ (вблизи экватора) получила название σ_{yy} -модели [190, 191].

В работе [191] приведен ряд аргументов в пользу целесообразности расширения σ_{yy} -модели путем учета вертикальных токов. Некоторые аргументы уже приводились ранее. Как указывалось выше, возможность пренебрежения вертикальными токами j_z (или j_r) при решении уравнения (17.3) не доказана и их вклад по оценкам [159] может быть довольно существенным. При учете j_z будем исходить из общего вида закона Ома (см. (17.1)). Так как вблизи экватора влиянием динамо-полей можно пренебречь, приходим к следующим уравнениям, записанным в декартовых координатах:

$$\left. \begin{aligned} j_x &= (\sigma_{\parallel} \sin^2 \chi + \sigma_{\perp} \cos^2 \chi) E_x - \sigma_H \cos \chi E_y + \\ &\quad + (\sigma_{\parallel} - \sigma_{\perp}) \sin \chi \cos \chi E_z, \\ j_y &= \sigma_H \cos \chi E_x + \sigma_{\perp} E_y - \sigma_H \sin \chi E_z, \\ j_z &= (\sigma_{\parallel} - \sigma_{\perp}) \cos \chi \sin \chi E_x + \sigma_H \cos \chi E_y + \\ &\quad + (\sigma_{\parallel} \cos^2 \chi + \sigma_{\perp} \sin^2 \chi) E_z. \end{aligned} \right\} (17.15)$$

Принимается, что все величины зависят только от координат x и z . Введем такую токовую функцию Ψ , что

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} = j_x; \quad -\frac{\partial \Psi}{\partial x} = j_z. \quad (17.16)$$

Тогда условие $\operatorname{div} \mathbf{j} = 0$ (см. (17.3)) удовлетворяется. Считая электрические поля потенциальными ($\mathbf{E} = -\nabla\varphi$) и используя требование *) $\operatorname{rot} \mathbf{E} = 0$, из первого и третьего уравнений (17.15) получаем [182]

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\sin^2 \chi}{\sigma_{\perp}} + \frac{\cos^2 \chi}{\sigma_{\parallel}} \right) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} - 2 \left(\frac{1}{\sigma_{\perp}} - \frac{1}{\sigma_{\parallel}} \right) \cos \chi \sin \chi \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial z} + \\ & + \left(\frac{\cos^2 \chi}{\sigma_{\perp}} + \frac{\sin^2 \chi}{\sigma_{\parallel}} \right) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\sin^2 \chi}{\sigma_{\perp}} + \frac{\cos^2 \chi}{\sigma_{\parallel}} \right) - \right. \\ & \quad \left. - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\sigma_{\perp}} - \frac{1}{\sigma_{\parallel}} \right) \sin \chi \cos \chi \right\} \frac{\partial \Psi}{\partial x} + \\ & + \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\cos^2 \chi}{\sigma_{\perp}} + \frac{\sin^2 \chi}{\sigma_{\parallel}} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\sigma_{\perp}} - \frac{1}{\sigma_{\parallel}} \right) \sin \chi \cos \chi \right\} \frac{\partial \Psi}{\partial z} - \\ & - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\sigma_{\text{H}}}{\sigma_{\perp}} \sin \chi E_y \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\sigma_{\text{H}}}{\sigma_{\perp}} \cos \chi E_y \right) = 0. \quad (17.17) \end{aligned}$$

При определенных граничных условиях отсюда можно найти Ψ , а компоненту j_y — из второго уравнения (17.15). Учитывая первое и третье уравнения (17.15) и определения (17.16), получаем

$$j_y = \sigma_{\text{эфф}} E_y + \frac{\sigma_{\text{H}}}{\sigma_{\perp}} \left(\cos \chi \frac{\partial \Psi}{\partial z} - \sin \chi \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right). \quad (17.18)$$

В работе [191] отыскиваются решения уравнения (17.17) при ряде дополнительных упрощающих предположений. Так, поле E_y считается постоянным и направленным на восток. При конкретных расчетах выбрана его величина $E_y \approx 10^{-3}$ в/м. Основные проводимости σ_{\parallel} , σ_{\perp} и σ_{H} считаются зависящими только от высоты z . При их определении использовались профили электронной концентрации, снятые в зоне экваториальной струи [153].

В качестве границ, на которых величина Ψ равна нулю, условно взяты высоты 70 км и 300 км. Введение таких границ вместо требования о постепенном стремлении к нулю Ψ при переходе соответственно в область D или в

*) Точнее, используется равенство $\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = 0$.

область F облегчает проведение расчетов. Такой подход не должен приводить к существенным погрешностям, так как на уровнях $z = 70$ км и $z = 300$ км плотности токов действительно должны быть очень малы по сравнению с плотностями в области E . В силу (17.16) можно считать малыми и значения токовой функции Ψ . Далее используется и определенное краевое условие при $x = 0$, а именно, считается, что при $x = 0$ токовая функция $\Psi = 0$, поскольку она антисимметрична по отношению к магнитному экватору. Кроме того, условные границы вводятся не только в вертикальном, но и в меридиональном направлении: принимается, что $\Psi = 0$ при $|x| = x_1$. Такое условие связано с предположением, что вдали от струи $j_z = 0$ и что в основном правильна упрощенная модель токового слоя. В работе [191] было принято, что $x_1 = 500$ км, т. е. выбраны значения $|x| = x_1$ в области, находящейся явно за пределами экваториальной струи. В работе [191] после численного интегрирования при указанных граничных условиях получены значения H_y -компоненты магнитного поля, что полезно для сопоставления с результатами наземных магнитных наблюдений. Далее найдены распределения экваториального тока. Примеры высотных распределений H_y при $E_y = 10^{-3}$ в/м для разных значений x приведены на рис. 14. Не входя в детали сопоставления рассматриваемой теории с данными эксперимента, можно сразу же сказать, что выводы существенно зависят от величины электростатического поля E_y . По ряду причин, на которых мы здесь не будем останавливаться, весьма вероятно, что возбуждение этого поля происходит за пределами струи. Поэтому приобретает интерес задача о проникновении в зону струи полей \mathbf{E} из умеренных широт. Такая задача, правда в очень грубом приближении, была решена в работе [192]. В следующем параграфе вопросам генерации и просачивания электрических полей будет уделено достаточно много места. Однако анализ будет проведен в ином плане и для других целей.

Заметим, что расчет параметров экваториальной струи с учетом их изменения в зональном направлении был выполнен с применением ЭВМ в [193].

Выше уже указывалось на возбуждение сильных токовых струй в полярных областях, что происходит особенно часто в периоды сильной магнитной активности. В отличие от картины, наблюдаемой на умеренных широтах.

в полярных областях важной (а возможно, и основной) причиной, вызывающей появление токов, служат проникающие из магнитосферы электростатические поля. Механизмы их возникновения обсуждались прежде всего в связи с проблемами самой физики магнитосферы [169, 195].

На основе изложенных выше представлений была разработана теория полярных струй с учетом связи между

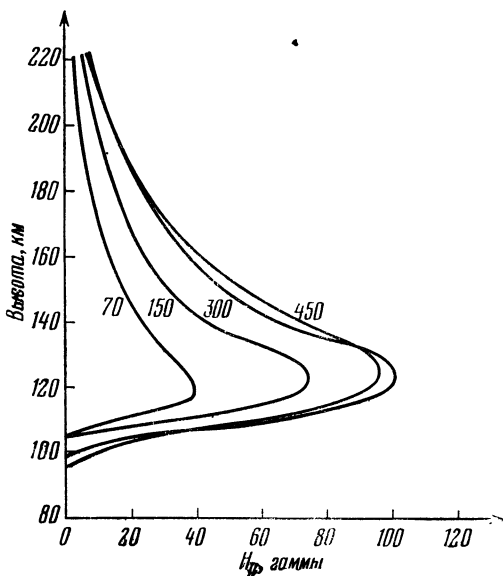


Рис. 14. Высотные профили компоненты магнитного поля H_y (в единицах гамма) на различных расстояниях от магнитного экватора.

Числа у кривых указывают расстояние x в километрах.

ионосферой и магнитосферой, осуществляющейся с помощью вертикальных токов [178]. Была выбрана модель, согласно которой на высотах около 120 км имеется слой повышенной ионизации с концентрацией электронов в максимуме, достигающей в ночное время $N = 10^6 \text{ см}^{-3}$. Такие высокие значения N обусловлены специфическими условиями в авроральной зоне.

Как и ранее, используется закон Ома (5.12). Для высот, больших примерно 100 км, значения поперечной и холловской проводимостей определяются ионами. Продольная проводимость, как обычно, связана с движением электронов. В работе [178] под полем E понимается лишь

внешнее электрическое поле E_0 . Считается, что в этом поле, которое проникает из магнитосферы, $|E_{0\parallel}| \ll |E_{0\perp}|$. Последнее неравенство тесно связано с особенностями проникновения полей (см. ниже § 18). Пренебрежение внутренними (поляризационными) полями возможно из-за больших напряженностей внешних полей. При учете полей поляризации допустимо, как делалось ранее, представить поле E в виде суммы $E_0 - \nabla\phi$. При использовании уравнения (17.1) для расчета величины S_q -вариаций магнитного поля на умеренных широтах обычно принимается, что $E_0 = 0$. В теории полярных струй, как мы уже видели, иногда пренебрегают полем $-\nabla\phi$. Решение задачи в последнем случае относительно просто. Не останавливаясь на деталях [178], укажем, что при рассмотрении значительных (но вполне допустимых) величин напряженности поля E_0 можно прийти к выводу о реальности возбуждения токовых струй, в которых абсолютные значения разности скоростей электронов и ионов превышают значения скорости звука в плазме. Такой вывод очень важен для объяснения поведения авроральных струй. Вместе с тем возникновение столь значительных токов невозможно объяснить характерным для умеренных широт воздействием динамо-полей $E_d = \frac{1}{c} [uH_0]$.

В последнем случае нужно было бы допустить существование в области E сверхзвуковых систематических движений нейтральных частиц, что находится в противоречии с данными наблюдений.

Очень существенна для теории авроральных токов проблема генерации магнитосферных полей E . В этом направлении проведен ряд исследований (см., например, [179, 194, 196, 197]). Заметим, что в работах [179, 194] видна тенденция объединения в единое целое теорий ионосферной проводимости и генерации электростатических полей в магнитосфере.

§ 18. Электростатические поля в ионосфере и их возбуждение при наличии ветров

Из предшествующего изложения ясно, что с электростатическими полями в ионосфере приходится сталкиваться при анализе различных геофизических явлений. В частности, содержание предыдущего параграфа указывает на большую роль этих полей при формировании

ионосферных токовых систем. Далее следует указать широкий круг явлений, связанных с ионосферными дрейфами плазмы в области F . О них более подробно речь пойдет ниже в гл. VI.

Хотя факт существования электростатических полей косвенными способами установлен вполне надежно, большой интерес представляют прямые методы их измерения при помощи приборов, установленных на ракетах и спутниках. Такие измерения сопряжены со значительными трудностями, связанными главным образом с возмущениями, создаваемыми в плазме при движении в ней зондирующего тела. Существенно, что подобные тела в плазме могут иметь собственный заряд. Нужно считаться и с возможностью появления фототоков, обусловленных ультрафиолетовым излучением Солнца, что приводит к дополнительным погрешностям [146, 198]. Вследствие искажений картины, характерной для свободной ионосферы, при ракетных измерениях регистрируются очень большие значения полей E , достигающие 1 в/см. Пересчет к первоначальным полям приводит к уменьшению напряженности поля на несколько порядков.

Результаты ракетных измерений позволяют сделать вывод о возможности существования в ионосфере на средних широтах полей E_{\perp} порядка 10^{-3} в/см и E_{\parallel} порядка 10^{-5} в/см. Источниками этих полей могут служить процессы, происходящие не только в области E (см. ниже), но и во внешней ионосфере или магнитосфере. Следует отметить, что приводимые значения E_{\perp} в несколько раз больше тех, которые получаются по данным о скоростях дрейфа или плотностях токов (при средних скоростях движений)*). Возможно, что непосредственная регистрация полей E осуществлялась в условиях, когда их напряженности были довольно большими (близкими к максимальным). В противном случае нужно искать причины несоответствия результатов в недооценке каких-то факторов при учете искажений, вносимых зондирующими телами.

Как кратко упоминалось выше, можно говорить о двух возможностях возникновения электростатических полей

*) В последние годы наряду с изучением дрейфа неоднородностей естественного происхождения получил широкое распространение метод определения электрических полей по наблюдениям за движением искусственных ионизированных образований (бариевые облака) [199, 200].

в области F . В ряде работ получило обоснование представление о просачивании электростатических полей в эту область из области E [201—204]. Вместе с тем, например, для понимания причин появления авроральных токов нужно привлекать идею о проникновении полей из магнитосферы. В применении к ионосферным дрейфам представления такого типа развивались в исследованиях [205, 206].

Последующее изложение в настоящем параграфе будет в значительной степени посвящено проблеме возбуждения полей в области E и их последующего проникновения в области F , причем будет предполагаться, что эти поля характеризуются определенной (фиксированной) горизонтальной структурой. Данный круг вопросов изучался в обширном цикле исследований [202—204, 206—209]. Мы будем следовать здесь работе [208]. Это объясняется тем, что в [202—204, 206, 207] не рассматривались процессы возбуждения, и поэтому, основываясь на них, нельзя определить или даже оценить напряженности полей. Исключением служит статья [209]. Однако в ней используется сильно упрощенная модель кусочно-однородной ионосферы, что делает невозможным применение полученных результатов к конкретным вопросам динамики области F . Другой момент, отличающий анализ в [208] от других работ — учет слагаемых, ответственных за амбиполярную диффузию плазмы. Последнее обстоятельство существенным образом меняет трактовку вопроса о просачивании полей с мелкомасштабной структурой.

Будем исходить из уравнений (6.5) и (6.6), которые были получены в пренебрежении нелинейными и инерциальными членами. Считая электрическое поле \mathbf{E} потенциальным и равным $-\nabla\varphi$, получим для проекции потоков Nu_e и Nu_i на координатные оси x, y, z

$$\left. \begin{aligned} Nu_{ex} &= \frac{v_{en}^2}{v_{en}^2 + \omega_H^2} \left[\left(1 + \frac{\omega_H^2}{v_{en}^2} \sin^2 \chi \right) A_{ex} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\omega_H}{v_{en}} \cos \chi A_{ey} + \frac{\omega_H^2}{v_{en}^2} \cos \chi \sin \chi A_{ez} \right], \\ Nu_{ey} &= \frac{v_{en}^2}{v_{en}^2 + \omega_H^2} \left[A_{ey} + \frac{\omega_H}{v_{en}} \cos \chi A_{ex} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\omega_H}{v_{en}} \sin \chi A_{ez} \right], \end{aligned} \right\} \quad (18.1)$$

$$Nu_{ez} = \frac{v_{en}^2}{v_{en}^2 + \omega_H^2} \left[\frac{\omega_H^2}{v_{en}^2} \sin \chi \cos \chi A_{ex} + \right. \\ \left. + \frac{\omega_H}{v_{en}} \sin \chi A_{ey} + \left(1 + \frac{\omega_H^2}{v_{en}^2} \cos^2 \chi \right) A_{ez} \right], \quad (18.1)$$

$$Nu_{ix} = \frac{v_{in}^2}{v_{in}^2 + \Omega_H^2} \left[\left(1 + \frac{\Omega_H^2}{v_{in}^2} \sin^2 \chi \right) A_{ix} + \right. \\ \left. + \frac{\Omega_H}{v_{in}} \cos \chi A_{iy} + \frac{\Omega_H^2}{v_{in}^2} \cos \chi \sin \chi A_{iz} \right], \\ Nu_{iy} = \frac{v_{in}^2}{v_{in}^2 + \Omega_H^2} \left[A_{iy} - \frac{\Omega_H}{v_{in}} \cos \chi A_{ix} + \right. \\ \left. + \frac{\Omega_H}{v_{in}} \sin \chi A_{iz} \right], \quad (18.2) \\ Nu_{iz} = \frac{v_{in}^2}{v_{in}^2 + \Omega_H^2} \left[\frac{\Omega_H^2}{v_{in}^2} \sin \chi \cos \chi A_{ix} - \right. \\ \left. - \frac{\Omega_H}{v_{in}} \sin \chi A_{iy} + \left(1 + \frac{\Omega_H^2}{v_{in}^2} \cos^2 \chi \right) A_{iz} \right],$$

где

$$\mathbf{A}_e = N\mathbf{u} - \frac{\kappa T}{m_e v_{en}} \nabla N + \frac{eN}{m_e v_{en}} \nabla \varphi$$

и

$$\mathbf{A}_i = N\mathbf{u} - \frac{\kappa T}{M_i v_{in}} \nabla N - \frac{eN}{M_i v_{in}} \nabla \varphi.$$

Подставляя последние два соотношения в уравнения непрерывности для электронов и ионов (4.4), (4.5) при $N_e = N_i$, считая, что частоты соударений v_{en} и v_{in} зависят только от высоты z , и пренебрегая изменениями температур электронов и ионов, находим следующую систему нелинейных уравнений для переменных φ и N :

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{e}{m_e v_{en}} \frac{v_{en}^2}{v_{en}^2 + \omega_H^2} \left\{ \left(1 + \frac{\omega_H^2}{v_{en}^2} \sin^2 \chi \right) \frac{\partial}{\partial x} \left(N \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial y} \left(N \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) + \left(1 + \frac{\omega_H^2}{v_{en}^2} \cos^2 \chi \right) \frac{\partial}{\partial z} \left(N \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) - \right.$$

$$\begin{aligned}
& - \mathbf{h}_0 [\nabla N \nabla \varphi] + \frac{\omega_H^2}{v_{\text{en}}^2} \sin \chi \cos \chi \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(N \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(N \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) \right] + \\
& + \frac{N v_{\text{en}}^2}{v_{\text{en}}^2 + \omega_H^2} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\omega_H}{v_{\text{en}}} \right) \left[\frac{\omega_H}{v_{\text{en}}} \left(3 + \frac{\omega_H^2}{v_{\text{en}}^2} \right) \sin \chi \cos \chi \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \right. \\
& + 2 \sin \chi \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{v_{\text{en}}}{\omega_H} \left(1 + 3 \cos^2 \chi \frac{\omega_H^2}{v_{\text{en}}^2} - \frac{\omega_H^2}{v_{\text{en}}^2} + \right. \\
& \left. \left. + \frac{\omega_H^4}{v_{\text{en}}^4} \cos^4 \chi \right) \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right] \left. \right\} - \frac{\chi T v_{\text{en}}}{m_e (v_{\text{en}}^2 + \omega_H^2)} \times \\
& \times \left\{ \left(1 + \frac{\omega_H^2}{v_{\text{en}}^2} \sin^2 \chi \right) \frac{\partial^2 N}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N}{\partial y^2} + \left(1 + \frac{\omega_H^2}{v_{\text{en}}^2} \cos^2 \chi \right) \frac{\partial^2 N}{\partial z^2} + \right. \\
& + 2 \frac{\omega_H^2}{v_{\text{en}}^2} \sin \chi \cos \chi \frac{\partial^2 N}{\partial x \partial z} + \frac{v_{\text{en}}^2}{v_{\text{en}}^2 + \omega_H^2} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\omega_H}{v_{\text{en}}} \right) \times \\
& \times \left[\frac{\omega_H}{v_{\text{en}}} \left(3 + \frac{\omega_H^2}{v_{\text{en}}^2} \right) \cos \chi \sin \chi \frac{\partial N}{\partial x} + 2 \sin \chi \frac{\partial N}{\partial y} + \right. \\
& \left. + \frac{v_{\text{en}}}{\omega_H} \left(1 + 3 \cos^2 \chi \frac{\omega_H^2}{v_{\text{en}}^2} - \frac{\omega_H^2}{v_{\text{en}}^2} + \frac{\omega_H^4}{v_{\text{en}}^4} \cos^4 \chi \right) \frac{\partial N}{\partial z} \right] \left. \right\} + \\
& + \frac{v_{\text{en}}^2}{v_{\text{en}}^2 + \omega_H^2} \left\{ \left(1 + \frac{\omega_H^2}{v_{\text{en}}^2} \sin^2 \chi \right) \frac{\partial (Nu_x)}{\partial x} + \frac{\partial (Nu_y)}{\partial y} + \right. \\
& + \left(1 + \frac{\omega_H^2}{v_{\text{en}}^2} \cos^2 \chi \right) \frac{\partial (Nu_z)}{\partial z} + \frac{\omega_H^2}{v_{\text{en}}^2} \cos \chi \sin \chi \left(\frac{\partial (Nu_z)}{\partial x} + \right. \\
& \left. \left. + \frac{\partial (Nu_x)}{\partial z} \right) - \frac{\omega_H}{v_{\text{en}}} (\mathbf{h}_0 \text{rot } N\mathbf{u}) + N \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\omega_H}{v_{\text{en}}} \right) \times \right. \\
& \times \frac{v_{\text{en}}^2}{v_{\text{en}}^2 + \omega_H^2} \left[2 \frac{\omega_H}{v_{\text{en}}} \cos \chi \sin \chi u_x + \left(1 - \frac{\omega_H^2}{v_{\text{en}}^2} \right) \sin \chi u_y - \right. \\
& \left. \left. - 2 \frac{\omega_H^2}{v_{\text{en}}^2} \sin^2 \chi u_z \right] - J + \alpha_r N^2 = 0, \quad (18.3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial N}{\partial t} - \frac{e}{M_1 v_{\text{in}}} \frac{v_{\text{in}}^2}{v_{\text{in}}^2 + \Omega_H^2} \left\{ \left(1 + \frac{\Omega_H^2}{v_{\text{in}}^2} \sin^2 \chi \right) \frac{\partial}{\partial x} \left(N \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \right. \\
& + \frac{\partial}{\partial y} \left(N \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) + \left(1 + \frac{\Omega_H^2}{v_{\text{in}}^2} \cos^2 \chi \right) \frac{\partial}{\partial z} \left(N \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) - \\
& - \mathbf{h}_0 [\nabla N \nabla \varphi] + \frac{\Omega_H^2}{v_{\text{in}}^2} \sin \chi \cos \chi \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(N \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(N \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) \right] +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{Nv_{\text{in}}^2}{v_{\text{in}}^2 + \Omega_{\text{H}}^2} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\Omega_{\text{H}}}{v_{\text{in}}} \right) \left[\frac{\Omega_{\text{H}}}{v_{\text{in}}} \left(3 + \frac{\Omega_{\text{H}}^2}{v_{\text{in}}^2} \right) \sin \chi \cos \chi \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \right. \\
& \quad \left. - 2 \sin \chi \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \frac{v_{\text{in}}}{\Omega_{\text{H}}} \left(1 + 3 \cos^2 \chi \frac{\Omega_{\text{H}}^2}{v_{\text{in}}^2} - \frac{\Omega_{\text{H}}^2}{v_{\text{in}}^2} + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{\Omega_{\text{H}}^4}{v_{\text{in}}^4} \cos^4 \chi \right) \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right] - \frac{\kappa T v_{\text{in}}}{M_{\text{i}} (\Omega_{\text{H}}^2 + v_{\text{in}}^2)} \left\{ \left(1 + \frac{\Omega_{\text{H}}^2}{v_{\text{in}}^2} \sin^2 \chi \right) \times \right. \\
& \times \frac{\partial^2 N}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N}{\partial y^2} + \left(1 + \frac{\Omega_{\text{H}}^2}{v_{\text{in}}^2} \cos^2 \chi \right) \frac{\partial^2 N}{\partial z^2} + \frac{2\Omega_{\text{H}}^2}{v_{\text{in}}^2} \sin \chi \cos \chi \times \\
& \times \frac{\partial^2 N}{\partial x \partial z} + \frac{v_{\text{in}}}{v_{\text{in}}^2 + \Omega_{\text{H}}^2} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\Omega_{\text{H}}}{v_{\text{in}}} \right) \left[\frac{\Omega_{\text{H}}}{v_{\text{in}}} \left(3 + \frac{\Omega_{\text{H}}^2}{v_{\text{in}}^2} \right) \cos \chi \sin \chi \times \right. \\
& \quad \times \frac{\partial N}{\partial x} - 2 \sin \chi \frac{\partial N}{\partial y} + \frac{v_{\text{in}}}{\Omega_{\text{H}}} \left(1 + 3 \frac{\Omega_{\text{H}}^2}{v_{\text{in}}^2} \cos^2 \chi - \frac{\Omega_{\text{H}}^2}{v_{\text{in}}^2} + \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{\Omega_{\text{H}}^4}{v_{\text{in}}^4} \cos^2 \chi \right) \frac{\partial N}{\partial z} \right] + \frac{v_{\text{in}}^2}{v_{\text{in}}^2 + \Omega_{\text{H}}^2} \left\{ \left(1 + \frac{\Omega_{\text{H}}^2}{v_{\text{in}}^2} \sin^2 \chi \right) \times \right. \\
& \quad \times \frac{\partial (Nu_x)}{\partial x} + \frac{\partial (Nu_y)}{\partial y} + \left(1 + \frac{\Omega_{\text{H}}^2}{v_{\text{in}}^2} \cos^2 \chi \right) \frac{\partial (Nu_z)}{\partial z} + \\
& \quad \left. + \frac{\Omega_{\text{H}}^2}{v_{\text{in}}^2} \cos \chi \sin \chi \left(\frac{\partial (Nu_z)}{\partial x} + \frac{\partial (Nu_x)}{\partial z} \right) + \frac{\Omega_{\text{H}}}{v_{\text{in}}} (\mathbf{h}_0 \text{rot } \mathbf{Nu}) + \right. \\
& \quad \left. + N \frac{v_{\text{in}}^2}{v_{\text{in}}^2 + \Omega_{\text{H}}^2} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\Omega_{\text{H}}}{v_{\text{in}}} \right) \left[2 \frac{\Omega_{\text{H}}}{v_{\text{in}}} \cos \chi \sin \chi u_x + \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \left(\frac{\Omega_{\text{H}}^2}{v_{\text{in}}^2} - 1 \right) \sin \chi u_y + 2 \frac{\Omega_{\text{H}}^2}{v_{\text{in}}^2} \sin^2 \chi u_z \right] \right\} - J + \alpha_{\text{r}} N^2 = 0.
\end{aligned}
\tag{18.4}$$

Таким образом, при заданной скорости \mathbf{u} мы пришли к системе уравнений (18.3), (18.4) с двумя неизвестными величинами φ и N . Электронную концентрацию нельзя, вообще говоря, считать фиксированной, так как движения газа и электрические поля \mathbf{E} могут вызывать перераспределение частиц. В качестве примера укажем на рассмотренные в гл. IV процессы, приводящие к формированию слоя E_s . Вместе с тем пример со слоем E_s в известной степени исключителен, поскольку для него характерны сильные изменения электронной концентрации. В большинстве случаев возмущения этой концентрации N'

при $\mathbf{u} \neq 0$ и $\nabla\varphi \neq 0$ по абсолютной величине малы, так что

$$|N'| \ll N_0. \quad (18.5)$$

При выполнении последнего условия уравнения (18.3) и (18.4) можно линеаризовать. После этого, учитывая лишь вертикальные изменения регулярных ионосферных параметров (в первую очередь частот столкновений $\nu_{e\parallel}$ и $\nu_{i\parallel}$), будем искать решение, используя разложение переменных N' , φ и компонент скорости газа \mathbf{u} в интегралы Фурье по горизонтальным координатам

$$\varphi = \bar{\varphi} \exp(ik_1x + ik_2y), \quad N' = \bar{N}' \exp(ik_1x + ik_2y), \quad (18.6)$$

$$u_x = \bar{u}_x \exp(ik_1x + ik_2y) \text{ и т. д.}$$

Тогда из (18.3), (18.4) с учетом (18.5) получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} & (\sigma_{e\parallel} \cos^2 \chi + \sigma_{e\perp} \sin^2 \chi) \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial z^2} + \\ & + \left\{ 2ik_1 \sin \chi \cos \chi (\sigma_{e\parallel} - \sigma_{e\perp}) + \cos^2 \chi \frac{d\sigma_{e\parallel}}{dz} + \sin^2 \chi \frac{d\sigma_{e\perp}}{dz} \right\} \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial z} + \\ & + \left\{ -k_1^2 (\sigma_{e\parallel} \sin^2 \chi + \sigma_{e\perp} \cos^2 \chi) - k_2^2 \sigma_{e\perp} + ik_2 \sin \chi \frac{d\sigma_{eH}}{dz} + \right. \\ & \quad \left. + ik_1 \sin \chi \cos \chi \frac{d}{dz} (\sigma_{e\parallel} - \sigma_{e\perp}) \right\} \bar{\varphi} - \\ & - e (D_{e\parallel} \cos^2 \chi + D_{e\perp} \sin^2 \chi) \frac{\partial^2 \bar{N}'}{\partial z^2} - e \left\{ 2ik_1 \sin \chi \cos \chi \times \right. \\ & \quad \left. \times (D_{e\parallel} - D_{e\perp}) + \cos^2 \chi \frac{dD_{e\parallel}}{dz} + \sin^2 \chi \frac{dD_{e\perp}}{dz} \right\} \frac{\partial \bar{N}'}{\partial z} + \\ & + e \left\{ k_1^2 (D_{e\parallel} \sin^2 \chi + D_{e\perp} \cos^2 \chi) + k_2^2 D_{e\perp} - ik_2 \sin \chi \frac{dD_{eH}}{dz} - \right. \\ & \quad \left. - ik_1 \sin \chi \cos \chi \frac{d}{dz} (D_{e\parallel} - D_{e\perp}) + \frac{\partial}{\partial t} + 2\alpha_r N_0 \right\} \bar{N}' = \\ & = -e \bar{u}_z \frac{dN_0}{dz} - \frac{H_0}{c} \bar{u}_y \sin \chi \frac{d\sigma_{e\perp}}{dz} + \\ & + \frac{H_0}{c} \sin \chi (\sin \chi \bar{u}_z - \cos \chi \bar{u}_x) \frac{d\sigma_{eH}}{dz} + \left\{ \frac{H_0}{c} \sigma_{e\perp} (\mathbf{h}_0 \text{ rot } \mathbf{u}) + \right. \\ & \quad \left. + \frac{H_0}{c} \sigma_{eH} (\mathbf{h}_0 \text{ rot } [\mathbf{h}_0 \mathbf{u}]) \right\} \exp(-ik_1x - ik_2y), \quad (18.7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (\sigma_{i\parallel} \cos^2 \chi + \sigma_{i\perp} \sin^2 \chi) \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial z^2} + \left\{ 2ik_1 \sin \chi \cos \chi (\sigma_{i\parallel} - \sigma_{i\perp}) + \right. \\ & \quad \left. + \cos^2 \chi \frac{d\sigma_{i\parallel}}{dz} + \sin^2 \chi \frac{d\sigma_{i\perp}}{dz} \right\} \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial z} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left\{ -k_1^2 (\sigma_{i\parallel} \sin^2 \chi + \sigma_{i\perp} \cos^2 \chi) - \sigma_{i\perp} k_2^2 - ik_2 \sin \chi \frac{d\sigma_{iH}}{dz} + \right. \\
& \quad \left. + ik_1 \sin \chi \cos \chi \frac{d}{dz} (\sigma_{i\parallel} - \sigma_{i\perp}) \right\} \bar{\varphi} + \\
& \quad + e (D_{i\parallel} \cos^2 \chi + D_{i\perp} \sin^2 \chi) \frac{\partial^2 \bar{N}'}{\partial z^2} + \\
& \quad + e \left\{ 2ik_1 \sin \chi \cos \chi (D_{i\parallel} - D_{i\perp}) + \cos^2 \chi \frac{dD_{i\parallel}}{dz} + \right. \\
& + \sin^2 \chi \frac{dD_{i\perp}}{dz} \left. \right\} \frac{\partial N'}{\partial z} - e \left\{ k_1^2 (D_{i\parallel} \sin^2 \chi + D_{i\perp} \cos^2 \chi) + k_2^2 D_{i\perp} + \right. \\
& \quad + ik_2 \sin \chi \frac{dD_{i\parallel}}{dz} - ik_1 \cos \chi \sin \chi \frac{d}{dz} (D_{i\parallel} - D_{i\perp}) + \\
& \quad \left. + \frac{\partial}{\partial t} + 2\alpha_r N_0 \right\} N' = e \bar{u}_z \frac{dN_0}{dz} - \frac{H_0}{c} \bar{u}_y \sin \chi \frac{d\sigma_{i\perp}}{dz} - \\
& - \frac{H_0}{c} \sin \chi (\bar{u}_z \sin \chi - \bar{u}_x \cos \chi) \frac{d\sigma_{iH}}{dz} + \left\{ \frac{H_0}{c} \sigma_{i\perp} (\mathbf{h}_0 \text{ rot } \mathbf{u}) - \right. \\
& \quad \left. - \frac{H_0}{c} \sigma_{iH} (\mathbf{h}_0 \text{ rot } [\mathbf{h}_0 \mathbf{u}]) \right\} \exp(-ik_1 x - ik_2 y). \quad (18.8)
\end{aligned}$$

В первое из них входят величины $\sigma_{e\parallel} = e^2 N_0 / m_e v_{e\parallel}$, $\sigma_{e\perp} = e^2 N_0 v_{e\parallel} / m_e (\omega_H^2 + v_{e\parallel}^2)$, $\sigma_{eH} = e^2 N_0 \omega_H / m_e (\omega_H^2 + v_{e\parallel}^2)$, характеризующие вклад электронов соответственно в продольную, поперечную и холловскую проводимости плазмы. Кроме того, в этом уравнении содержатся определяемые сходным образом коэффициенты $D_{e\parallel} = \kappa T / m_e v_{e\parallel}$, $D_{e\perp} = \kappa T v_{e\parallel} / m_e (\omega_H^2 + v_{e\parallel}^2)$ и $D_{eH} = \kappa T \omega_H / m_e (\omega_H^2 + v_{e\parallel}^2)$, характеризующие величины диффузионных потоков по соответствующим направлениям. Значения $\sigma_{i\parallel}$, $\sigma_{i\perp}$ и σ_{iH} , а также $D_{i\parallel}$, $D_{i\perp}$ и D_{iH} в (18.8) получаются из приведенных выше путем замен m_e на M_i , ω_H на Ω_H и $v_{e\parallel}$ на $v_{i\parallel}$.

Далее мы ставим своей целью из довольно сложной системы (18.7), (18.8) исключить переменную \bar{N}' . Заметим, что в подавляющем большинстве работ по динамике ионосферной плазмы (и в гл. II настоящей книги) поступают иначе и исключают переменные, связанные с электрическими полями. Естественно, что когда нас интересуют величины самих полей, идти по такому пути не следует.

В общем случае сведение системы (18.7), (18.8) к одному уравнению для $\bar{\varphi}$ при использовании неоднородных моделей ионосферы довольно затруднительно. Ниже такое сведение будет осуществлено при введении ограничений на горизонтальные масштабы неоднородностей поля.

В частности, будут рассмотрены случаи предельно больших и предельно малых масштабов.

Наряду с характерными горизонтальными масштабами $l_x \sim k_1^{-1}$ и $l_y \sim k_2^{-1}$ введем вертикальный масштаб l_z . К ним нужно добавить высоту однородной атмосферы H , являющуюся характерным масштабом изменений в зависимости от координаты z значений частот столкновений ν_{en} , ν_{in} и коэффициентов диффузии.

Обозначив через L_{e1} , L_{i1} , L_{e2} , L_{i2} , L_{e3} и L_{i3} операторы, действующие в (18.7), (18.8) на переменные $\bar{\Phi}$, \bar{N}' и вектор скорости \mathbf{u} соответственно, запишем эту систему в схематической форме

$$L_{e1}(\bar{\Phi}) + L_{e2}(\bar{N}') = L_{e3}(\mathbf{u}), \quad (18.9)$$

$$L_{i1}(\bar{\Phi}) + L_{i2}(\bar{N}') = L_{i3}(\mathbf{u}). \quad (18.10)$$

Далее рассмотрим процессы на умеренных широтах ($\sin \chi \sim 1$, $\cos \chi \sim 1$). Для полярной и экваториальной зон ионосферы могут возникнуть особенности, требующие специального исследования. Выделим случай, когда выполняется неравенство

$$2\alpha_r N_0 l_{\min}^2 \gg D_{e\parallel}, \quad (18.11)$$

где l_{\min} — минимальное из расстояний l_x , l_y , l_z или H . Оценим выполнимость (18.11) при $l_{\min} = H$. На высотах области E , полагая $H = 2 \cdot 10^6$ см, $D_{e\parallel} \sim 10^9$ см²/сек и $\alpha_r \sim 10^{-3}$ см³/сек, из (18.11) имеем ограничение $N_0 \gg \gg 10^3$ см⁻³, которое хорошо выполняется (особенно в дневные часы). В области F условие (18.11) при $l_{\min} = H$ фактически не выполняется, и в лучшем случае можно говорить о справедливости ограничения $2\alpha_r N_0 H^2 \gtrsim D_{e\parallel}$. В силу трудностей с применением ограничения (18.11) ясно, что этот критерий нельзя использовать при анализе просачивания мелкомасштабных неоднородностей, когда $l_x < < H$ и $l_y < H$.

При условии (18.11) с большим запасом выполняется другое ограничение, а именно $2\alpha_r N_0 l_{\min}^2 \gg D_{i\parallel}$. При записи системы (18.7), (18.8) в форме (18.9), (18.10) приближенно имеем $L_{e2} \approx e \left(\frac{\partial}{\partial t} + 2\alpha_r N_0 \right) \bar{N}'$ и $L_{i2} \approx -e \left(\frac{\partial}{\partial t} + 2\alpha_r N_0 \right) \bar{N}'$. Исключение слагаемых с \bar{N}' здесь проводится элементарно. Его можно осуществить даже в нестационарном приближении, помня, естественно, об ограничениях, при выполнении которых справедливы основные урав-

нения (18.1), (18.2). Складывая (18.9) и (18.10), получаем уравнение $L_{e1}(\bar{\varphi}) + L_{i1}(\bar{\varphi}) = L_{e3}(\mathbf{u}) + L_{i3}(\mathbf{u})$. Записывая последнее в развернутом виде, имеем

$$\begin{aligned} & (\sigma_{\parallel} \cos^2 \chi + \sigma_{\perp} \sin^2 \chi) \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial z^2} + \left\{ 2ik_1 \sin \chi \cos \chi (\sigma_{\parallel} - \sigma_{\perp}) + \right. \\ & \quad \left. + \cos^2 \chi \frac{d\sigma_{\parallel}}{dz} + \sin^2 \chi \frac{d\sigma_{\perp}}{dz} \right\} \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial z} + \\ & + \left\{ -k_1^2 (\sigma_{\parallel} \sin^2 \chi + \sigma_{\perp} \cos^2 \chi) - k_2^2 \sigma_{\perp} + ik_2 \sin \chi \frac{d\sigma_H}{dz} + \right. \\ & \quad \left. + ik_1 \sin \chi \cos \chi \frac{d}{dz} (\sigma_{\parallel} - \sigma_{\perp}) \right\} \bar{\varphi} = \frac{H_0}{c} \bar{u}_y \sin \chi \frac{d\sigma_{\perp}}{dz} - \\ & - \frac{H_0}{c} \sin \chi (\cos \chi \bar{u}_x - \sin \chi \bar{u}_z) \frac{d\sigma_H}{dz} + \left\{ \frac{H_0}{c} \sigma_{\perp} (\mathbf{h}_0 \text{rot } \mathbf{u}) + \right. \\ & \quad \left. + \frac{H_0}{c} \sigma_H (\mathbf{h}_0 \text{rot } [\mathbf{h}_0 \mathbf{u}]) \right\} \exp(-ik_1 x - ik_2 y), \quad (18.12) \end{aligned}$$

где

$$\sigma_{\parallel} = \sigma_{e\parallel} + \sigma_{i\parallel}, \quad \sigma_{\perp} = \sigma_{e\perp} + \sigma_{i\perp} \quad \text{и} \quad \sigma_H = \sigma_{eH} - \sigma_{iH},$$

т. е. введены обычные полные проводимости плазмы (продольная, поперечная и холловская). Именно на основе (18.12) без правой части и проводится обычно анализ просачивания полей в условиях ионосферы [202—204, 206]. В указанных работах диффузия не учитывалась, и поэтому все выводы, относящиеся к полям с мелкомасштабной неоднородной структурой, нельзя считать правильными.

Далее, ограничиваясь стационарным случаем, получим уравнение типа (18.12) для полей с малыми горизонтальными масштабами. Условия мелкомасштабности запишутся в виде

$$l_{x,y} \ll H, \quad (18.13)$$

$$2\alpha_{\Gamma} N_0 l_{x,y}^2 \ll D_{i\parallel}. \quad (18.14)$$

При выполнении последних ограничений операторы L_{e2} и L_{i2} приближенно сводятся к простым множителям $L_{e2} \approx ek_1^2 D_{e\parallel} \sin^2 \chi$ и $L_{i2} \approx -ek_1^2 D_{i\parallel} \sin^2 \chi$. Тогда, используя упрощенную запись основных уравнений (18.9), (18.10), после исключения слагаемых с N' приходим к уравнению

$$D_{e\parallel} L_{i1}(\bar{\varphi}) + D_{i\parallel} L_{e1}(\bar{\varphi}) = D_{e\parallel} L_{i3}(\mathbf{u}) + D_{i\parallel} L_{e3}(\mathbf{u}),$$

которое в развернутом виде записывается следующим образом:

$$\begin{aligned}
 & \left(2\sigma_{i\parallel} \cos^2 \chi + \frac{m_e v_{en}}{M_1 v_{in}} \sigma_{e\perp} \sin^2 \chi + \sigma_{i\perp} \sin^2 \chi \right) \frac{d^2 \bar{\varphi}}{dz^2} + \\
 & + \left\{ 2ik_1 \sin \chi \cos \chi \left(2\sigma_{i\parallel} - \sigma_{i\perp} - \frac{m_e v_{en}}{M_1 v_{in}} \sigma_{e\perp} \right) + \right. \\
 & + 2 \cos^2 \chi \frac{d\sigma_{i\parallel}}{dz} + \sin^2 \chi \frac{d\sigma_{i\perp}}{dz} + \frac{m_e v_{en}}{M_1 v_{in}} \sin^2 \chi \frac{d\sigma_{e\perp}}{dz} \left. \right\} \frac{d\bar{\varphi}}{dz} + \\
 & + \left\{ -k_1^2 \left(2\sigma_{i\parallel} \sin^2 \chi + \sigma_{i\perp} \cos^2 \chi + \frac{m_e v_{en}}{M_1 v_{in}} \sigma_{e\perp} \cos^2 \chi \right) - \right. \\
 & - k_2^2 \left(\sigma_{i\perp} + \frac{m_e v_{en}}{M_1 v_{in}} \sigma_{e\perp} \right) - ik_2 \sin \chi \left(\frac{d\sigma_{iH}}{dz} - \frac{m_e v_{eH}}{M_1 v_{iH}} \frac{d\sigma_{eH}}{dz} \right) + \\
 & + ik_1 \sin \chi \cos \chi \frac{d}{dz} \left(2\sigma_{i\parallel} - \sigma_{i\perp} - \frac{m_e v_{en}}{M_1 v_{in}} \sigma_{e\perp} \right) \left. \right\} \bar{\varphi} = \\
 & = e\bar{u}_z \frac{dN_0}{dz} - \frac{H_0}{c} \bar{u}_y \sin \chi \left(\frac{d\sigma_{i\perp}}{dz} + \frac{m_e v_{en}}{M_1 v_{in}} \frac{d\sigma_{e\perp}}{dz} \right) - \\
 & - \frac{H_0}{c} \sin \chi (\sin \chi \bar{u}_z - \cos \chi \bar{u}_x) \left(\frac{d\sigma_{iH}}{dz} - \frac{m_e v_{en}}{M_1 v_{in}} \frac{d\sigma_{eH}}{dz} \right) + \\
 & + \left\{ \frac{H_0}{c} \left(\sigma_{i\perp} + \frac{m_e v_{en}}{M_1 v_{in}} \sigma_{e\perp} \right) (\mathbf{h}_0 \text{ rot } \mathbf{u}) - \right. \\
 & - \frac{H_0}{c} \left(\sigma_{iH} - \frac{m_e v_{en}}{M_1 v_{in}} \sigma_{eH} \right) (\mathbf{h}_0 \text{ rot } [\mathbf{h}_0 \mathbf{u}]) \left. \right\} \exp(-ik_1 x - ik_2 y).
 \end{aligned}
 \tag{18.15}$$

Следует подчеркнуть, что здесь для достаточно больших высот (на уровне области E и выше) все слагаемые, содержащие малый множитель $m_e v_{en}/M_1 v_{in} \sim \sqrt{m_e/M_1}$, можно опустить. Они оставлены только для того, чтобы сохранить возможность предельного перехода к исчезающе малой анизотропии (этот случай может представлять интерес только применительно к области D). Если исключить слагаемые с $m_e v_{en}/M_1 v_{in} \ll 1$, то (18.12) будет отличаться от (18.15) коэффициентами, отражающими вклад продольной проводимости σ_{\parallel} . Так, в первое соотношение входит величина $\sigma_{\parallel} \approx \sigma_{e\parallel}$, тогда как во втором фигурирует $2\sigma_{i\parallel}$. Заметим, что $\sigma_{\parallel} \approx \sigma_{e\parallel} \gg \sigma_{i\parallel}$. Это обстоятельство существенно при определении степени проникно-

вения неоднородностей с малыми масштабами из области E в область F (см. ниже).

Можно указать еще один промежуточный случай, когда $l_{x,y} < H$ и выполнены неравенства $2\alpha_{\Gamma} N_0 l_{x,y}^2 \ll \ll D_{e\parallel}$, $2\alpha_{\Gamma} N_0 l_{x,y}^2 \gg D_{1\parallel}$. Здесь рассматриваются неоднородности больших масштабов, чем в случае выполнения ограничений (18.13), (18.14). В то же время горизонтальные размеры неоднородностей меньше, чем при выполнении условия (18.11). В стационарном случае слагаемые с \bar{N}' также исключаются. Уравнение для потенциала $\bar{\varphi}$ приведено в [208].

Нахождение решений уравнений типа (18.12) и (18.15) сопряжено с весьма громоздкими расчетами. Исследование с помощью (18.12) полей с крупномасштабной структурой проводилось в [202—206]. В некоторых работах дело ограничивалось только изучением полярной и экваториальной зон ионосферы. Существенно также, что не рассматривались процессы возбуждения полей. Применительно к уравнениям для $\bar{\varphi}$ это означает, что вместо полных решений рассматривались лишь собственные, причем использовались граничные условия, налагаемые на $\bar{\varphi}$ при $z \rightarrow \infty$ и на некоторой фиксированной границе в области генерации электростатических полей. Выбор положения границы без учета механизмов генерации в значительной степени произволен. Еще сильнее произвол при задании величины потенциала $\bar{\varphi}$ на указанной границе. Все сказанное затрудняет получение надежных оценок напряженности генерируемых в области E полей $\mathbf{E} = -\nabla\bar{\varphi}$.

В дальнейшем мы ограничимся сравнительно узким кругом вопросов. Это объясняется как сложностью необходимых выкладок, так и тем, что количественно теория электростатических полей в ионосфере еще недостаточно разработана.

Сначала рассмотрим вопросы возбуждения и просачивания полей с малыми горизонтальными масштабами $l_{x,y}$ [210], а затем обсудим ситуацию для другого крайнего случая полей больших масштабов.

Переходя к решению уравнения (18.15), в котором опускаем малые слагаемые, содержащие множитель $m_e v_{en}/M_i v_{in}$, обратимся прежде всего к его правой части и обозначим ее через F_g . Если принять, что в ионосферных ветрах явно преобладают дозвуковые движения, то можно использовать условие несжимаемости среды $\text{div } \mathbf{u} = 0$. Тогда для «возбуждающей силы» F_g

имеем

$$\begin{aligned}
 F_g = e\bar{u}_z \frac{dN_0}{dz} - \frac{H_0}{c} \bar{u}_y \sin \chi \frac{d\sigma_{i\perp}}{dz} + \\
 + \frac{H_0}{c} \sin \chi (\cos \chi \bar{u}_x - \sin \chi \bar{u}_z) + \\
 + \left\{ \frac{H_0}{c} \sigma_{i\perp} (\text{rot } \mathbf{u})_{z'} - \frac{H_0}{c} \sigma_{iH} \frac{\partial u_{z'}}{\partial z'} \right\} \exp(-ik_1x - ik_2y), \quad (18.16)
 \end{aligned}$$

где ось z' ориентирована по направлению поля \mathbf{H}_0 . Здесь следует прежде всего отметить, что проводимости $\sigma_{i\perp}$ и σ_{iH} имеют максимумы в области E (см. рис. 11 и 12)*). То же относится и к абсолютным величинам $|d\sigma_{i\perp}/dz|$ или $|d\sigma_{iH}/dz|$, хотя их максимумы несколько смещены относительно максимумов $\sigma_{i\perp}$ и σ_{iH} . Таким образом, при прочих равных условиях высоты области E наиболее благоприятны для генерации электростатических полей за счет движений нейтрального газа. Слагаемое с σ_{iH} в (18.16) содержит производную $\partial u_{z'}/\partial z'$, характеризующую изменение проекции скорости на направление \mathbf{H}_0 .

Обращает на себя внимание то, что слагаемое с $\sigma_{i\perp}$ не равно нулю, если $\text{rot } \mathbf{u} \neq 0$. Последнее условие аналогично требованиям теории формирования спорадического слоя E_s за счет ветровых сдвигов (см. замечания в § 14 о вкладе слагаемых, содержащих множитель $(\mathbf{h}_0 \text{ rot } \mathbf{u})$). Однако в данном случае, как и в случае крупномасштабных возмущений, вряд ли можно делать вывод о наличии четкой связи между образованием слоя E_s и возбуждением сильных электростатических полей, поскольку вклад в (18.16) других слагаемых должен быть, вообще говоря, не менее весомым.

Переходя к анализу просачивания мелкомасштабных полей, заметим, что в области E справедливо неравенство $2\sigma_{i\parallel} \gg \sigma_{i\perp}$, которое, однако, выполняется здесь с не очень большим запасом. В области F оно выполняется значительно лучше. Далее, для умеренных или высоких широт мы примем, что

$$2\sigma_{i\parallel} \text{ctg}^2 \chi \gg \sigma_{i\perp}. \quad (18.17)$$

Используя для проводимости $\sigma_{i\parallel}$ высотное распределение $\sigma_{i\parallel} \propto \exp\left(\int \frac{dz}{H}\right)$, приходим с учетом (18.17) к более

*) В динамо-области $\sigma_{i\perp} \approx \sigma_{\perp}$ и $\sigma_{iH} \approx \sigma_H$.

просто по сравнению с (18.15) уравнению

$$\begin{aligned} \frac{d^2\bar{\varphi}}{dz^2} + \left\{ 2ik_1 \operatorname{tg} \chi + \frac{1}{H} + \frac{\operatorname{tg}^2 \chi}{2\sigma_{1\parallel}} \frac{d\sigma_{1\parallel}}{dz} - \right. \\ \left. - (2ik_1 \operatorname{tg} \chi \sec^2 \chi + \operatorname{tg}^2 \chi / H) \frac{\sigma_{1\perp}}{2\sigma_{1\parallel}} \right\} \frac{d\bar{\varphi}}{dz} + \\ + \left\{ ik_1 \frac{\operatorname{tg} \chi}{H} - k_1^2 \operatorname{tg}^2 \chi - \left(k_1^2 + k_2^2 \cos^{-2} \chi - k_1^2 \operatorname{tg}^4 \chi + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{ik_1}{H} \operatorname{tg}^3 \chi \right) \frac{\sigma_{1\perp}}{2\sigma_{1\parallel}} + ik_2 \frac{\operatorname{tg} \chi}{2 \cos \chi \sigma_{1\parallel}} \frac{d\sigma_{1H}}{dz} - \right. \\ \left. - ik_1 \frac{\operatorname{tg} \chi}{2\sigma_{1\parallel}} \frac{d\sigma_{1\perp}}{dz} \right\} \bar{\varphi} = f_g, \quad (18.18) \end{aligned}$$

где $f_g = (2\sigma_{1\parallel} \cos^2 \chi)^{-1} F_g$.

Известным преобразованием члены с производной $d\bar{\varphi}/dz$ здесь можно ликвидировать, после чего несложно написать решение в приближении геометрической оптики, которое хорошо выполняется для случая малых масштабов. Запишем его, сразу же учитывая граничные условия.

Одно из этих условий можно получить из следующих соображений. Ниже области E проводимости резко уменьшаются, и среда начинает вести себя как изолятор. Толщина переходной области между проводником и изолятором невелика и можно приближенно говорить о резкой границе между ними. В непроводящей части токи отсутствуют. Вместе с тем должно выполняться условие непрерывности для нормальной компоненты тока j_z . Таким образом, на границе $z = z_D$, которую можно расположить в области D , следует считать, что $j_z = 0$. Вывод условия, налагаемого на искомую функцию $\bar{\varphi}$, довольно громоздок. Нужно исходить из общих соотношений (18.1), (18.2) и использовать определение $j_z = eN(u_{1z} - u_{ez})$. Для мелкомасштабных полей граничное условие при $z = z_D$ можно приближенно сформулировать в виде

$$\frac{d\bar{\varphi}}{dz} + ik_1 \operatorname{tg} \chi \bar{\varphi} = 0. \quad (18.19)$$

Оно относится к случаю, когда на уровне $z = z_D$ ветры отсутствуют.

Второе условие сводится к требованию об исключении нарастающих с высотой z решений (18.18). В данном случае оно эквивалентно условию $\bar{\varphi} \rightarrow 0$ при $z \rightarrow \infty$, которое уже использовалось при решении подобного рода

задач в [202, 206, 211]. Учитывая оба граничных условия, из (18.18) имеем

$$\begin{aligned} \bar{\varphi} = & -\frac{1}{2k_1 \sqrt[4]{A(z)}} \left\{ \exp \left(k_1 \int_{z_D}^z \sqrt{A(z')} dz' - ik_1 \operatorname{tg} \chi z \right) \times \right. \\ & \times \int_z^\infty \frac{1}{\sqrt[4]{A(z')}} \exp \left(-k_1 \int_{z_D}^{z'} \sqrt{A(z'')} dz'' + ik_1 \operatorname{tg} \chi z' \right) f_g(z') dz' + \\ & + \exp \left(-k_1 \int_{z_D}^z \sqrt{A(z')} dz' - ik_1 \operatorname{tg} \chi z \right) \times \\ & \times \left[\int_{z_D}^\infty \frac{1}{\sqrt[4]{A(z')}} \exp \left(-k_1 \int_{z_D}^{z'} \sqrt{A(z'')} dz'' + ik_1 \operatorname{tg} \chi z' \right) f_g(z') dz' + \right. \\ & \left. \left. + \int_{z_D}^z \frac{1}{\sqrt[4]{A(z')}} \exp \left(k_1 \int_{z_D}^{z'} \sqrt{A(z'')} dz'' + ik_1 \operatorname{tg} \chi z' \right) f_g(z') dz' \right] \right\}, \end{aligned} \quad (18.20)$$

где $A(z) = \sec^2 \chi (1 + \sec^2 \chi) \sigma_{1\perp} / 2\sigma_{1\parallel}$.

Если ветер сосредоточен в слое не очень большой толщины (скажем, в пределах области E), то вне этого слоя изменения $\bar{\varphi}$ по абсолютной величине определяются в первую очередь множителем $\exp \left(-k_1 \int_{z_D}^z \sqrt{A(z')} dz' \right)$. При оценках возможности проникновения полей из области E в область F можно грубо считать, что убывание амплитуды $\bar{\varphi}$ на расстоянии Δz ($\Delta z \lesssim H$) происходит по закону $\exp \left(-\beta k_1 \sqrt{\sigma_{1\perp} / 2\sigma_{1\parallel}} \Delta z \right)$, где β — постоянная порядка единицы. Глубину проникновения можно оценить из следующего соотношения:

$$\Delta z_t \approx \beta^{-1} k_1^{-1} \sqrt{\frac{2\sigma_{1\perp}}{\sigma_{1\parallel}}}. \quad (18.21)$$

Вследствие не очень строгого выполнения неравенства $\sigma_{1\parallel} \gg \sigma_{1\perp}$ затухание должно происходить на расстояниях, лишь в несколько раз превышающих масштаб $L_1 \sim k_1^{-1}$. Таким образом, при малых горизонтальных неоднородностях полей, когда выполнены ограничения (18.13), (18.14), из решения (18.20) получается результат для глубины проникновения (18.21), означающий практическую не-

возможность просачивания таких полей из области E в область F .

В связи с этим укажем, что нередко используемая гипотеза об эквипотенциальности силовых линий геомагнитного поля оказывается в данном случае явно необоснованной. Поэтому, хотя эту гипотезу часто принимают, в каждом конкретном случае необходимо контролировать ее правильность.

Остановимся теперь на схеме расчета возбуждения и просачивания крупномасштабных полей. При общем подходе и при учете особенностей современных моделей строения ионосферы можно надеяться на успех только при применении численных методов. Поскольку мы хотим здесь выявить лишь определенные закономерности возбуждения и просачивания полей, ограничимся приближенным анализом, который в настоящее время нельзя считать завершенным. Прежде всего, обращаясь к правой части (18.12), следует отметить те же моменты, что и при рассмотрении «возбуждающей силы» (18.16) в случае мелко-масштабных возмущений. Как и ранее, правую часть (18.12) обозначим через F_g . По-прежнему используем старое обозначение f_g , но с очевидным видоизменением ($f_g = (\sigma_{\parallel} \cos^2 \chi)^{-1} \left(1 + \frac{\sigma_{\perp}}{\sigma_{\parallel}} \operatorname{tg}^2 \chi\right) F_g$). При учете зависимости $\sigma_{\parallel} \sim \exp\left(\int \frac{dz}{H}\right)$ получаем

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \bar{\varphi}}{dz^2} + \left(1 + \frac{\sigma_{\perp}}{\sigma_{\parallel}} \operatorname{tg}^2 \chi\right)^{-1} & \left\{ 2ik_1 \operatorname{tg} \chi \left(1 - \frac{\sigma_{\perp}}{\sigma_{\parallel}}\right) + 1/H + \right. \\ & \left. + \operatorname{tg}^2 \chi \sigma_{\parallel}^{-1} \frac{d\sigma_{\perp}}{dz} \right\} \frac{d\bar{\varphi}}{dz} + \left(1 + \frac{\sigma_{\perp}}{\sigma_{\parallel}} \operatorname{tg}^2 \chi\right)^{-1} \times \\ & \times \left\{ ik_1 \operatorname{tg} \chi \left(\frac{1}{H} - \sigma_{\parallel}^{-1} \frac{d\sigma_{\perp}}{dz}\right) + ik_2 \operatorname{tg} \chi \sec \chi \sigma_{\parallel}^{-1} \frac{d\sigma_H}{dz} - \right. \\ & \left. - k_1^2 \left(\frac{\sigma_{\perp}}{\sigma_{\parallel}} + \operatorname{tg}^2 \chi\right) - k_2^2 \sec^2 \chi \frac{\sigma_{\perp}}{\sigma_{\parallel}} \right\} \bar{\varphi} = f_g. \quad (18.22) \end{aligned}$$

Применяя преобразование

$$\begin{aligned} \bar{\varphi} &= \\ &= Y \exp \left[-\frac{1}{2} \int \frac{\{2ik_1 \operatorname{tg} \chi (1 - \sigma_{\perp}/\sigma_{\parallel}) + 1/H + \operatorname{tg}^2 \chi \sigma_{\parallel}^{-1} d\sigma_{\perp}/dz\} dz}{1 + (\sigma_{\perp}/\sigma_{\parallel}) \operatorname{tg}^2 \chi} \right], \quad (18.23) \end{aligned}$$

легко прийти к не содержащему первой производной уравнению для функции $Y(z)$ вида

$$\frac{d^2 Y}{dz^2} - \frac{\hat{\varepsilon}(z)}{4H^2} Y = \exp\left[1/2 \int B(z) f_g(z) dz\right],$$

где

$$\begin{aligned} \hat{\varepsilon}(z) = & \left(1 + \frac{\sigma_{\perp}}{\sigma_{\parallel}} \operatorname{tg}^2 \chi\right)^{-2} \left\{ 1 + 4 \frac{\sigma_{\perp}}{\sigma_{\parallel}} \left[k_1^2 H^2 \cos^{-4} \chi + \right. \right. \\ & \left. \left. + k_2^2 H^2 \sec^2 \chi \left(1 + \frac{\sigma_{\perp}}{\sigma_{\parallel}} \operatorname{tg}^2 \chi\right) + \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \chi \right] - \right. \\ & \left. - 4ik_2 H^2 \left(1 + \frac{\sigma_{\perp}}{\sigma_{\parallel}} \operatorname{tg}^2 \chi\right) \operatorname{tg} \chi \sec \chi \sigma_{\parallel}^{-1} \frac{d\sigma_{\perp}}{dz} - \right. \\ & \left. - \frac{2 \operatorname{tg}^2 \chi}{\sigma_{\parallel}} H \frac{d\sigma_{\perp}}{dz} - \frac{\operatorname{tg}^4 \chi H^2}{\sigma_{\parallel}^2} \left(\frac{d\sigma_{\perp}}{dz}\right)^2 + \right. \\ & \left. + \frac{2 \operatorname{ctg}^2 \chi H^2}{\sigma_{\parallel}} \frac{d^2 \sigma_{\perp}}{dz^2} \left(1 + \frac{\sigma_{\perp}}{\sigma_{\parallel}} \operatorname{tg}^2 \chi\right) - 2 \left(1 + \frac{\sigma_{\perp}}{\sigma_{\parallel}} \operatorname{tg}^2 \chi\right) \frac{dH}{dz} \right\}, \end{aligned} \quad (18.24)$$

$$B(z) = \frac{2ik_1 \operatorname{ctg} \chi (1 - \sigma_{\perp}/\sigma_{\parallel}) + 1/H + \operatorname{tg}^2 \chi \sigma_{\parallel}^{-1} d\sigma_{\perp}/dz}{1 + (\sigma_{\perp}/\sigma_{\parallel}) \operatorname{tg}^2 \chi}.$$

В областях E и F ионосферы при решении этого уравнения из-за относительной малости изменений высоты однородной атмосферы H можно использовать приближение геометрической оптики. В этом приближении по методу вариации произвольных постоянных легко найти общее решение уравнения (18.24). С учетом этого решения и преобразования (18.23) получаем

$$\begin{aligned} \bar{\varphi} = & C_1 \hat{\varepsilon}^{-1/4} \exp \left\{ -1/2 \int_{z_D}^z \left(B(z') + \frac{\sqrt{\hat{\varepsilon}(z')}}{H} \right) dz' \right\} + \\ & + C_2 \hat{\varepsilon}^{-1/4} \exp \left\{ -1/2 \int_{z_D}^z \left(B(z') - \frac{\sqrt{\hat{\varepsilon}(z')}}{H} \right) dz' \right\} - \\ & - \hat{\varepsilon}^{-1/4} \exp \left\{ -1/2 \int_{z_D}^z \left(B(z') + \frac{\sqrt{\hat{\varepsilon}(z')}}{H} \right) dz' \right\} \times \\ & \times \int_{z_D}^z \exp \left\{ 1/2 \int_{z_D}^{z'} \left(B(z'') + \frac{\sqrt{\hat{\varepsilon}(z'')}}{H} \right) dz'' \right\} \hat{\varepsilon}^{-1/4} H f_g dz' + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \hat{\varepsilon}^{-1/4} \exp \left\{ -1/2 \int_{z_D}^z \left(B(z') - \frac{V \widehat{\varepsilon}(z')}{H} \right) dz' \right\} \times \\
& \times \int_{z_D}^z \exp \left\{ +1/2 \int_{z_D}^{z'} \left(B(z'') - \frac{V \widehat{\varepsilon}(z'')}{H} \right) dz'' \right\} \hat{\varepsilon}^{-1/4} H f_g dz'. \quad (18.25)
\end{aligned}$$

Постоянные интегрирования C_1 и C_2 могут быть найдены из граничных условий.

В качестве одного из них берется ограничение типа (18.19), которое использовалось ранее при решении задач о просачивании мелкомасштабных полей. Для крупномасштабных полей можно воспользоваться аналогичным ограничением на уровне $z = z_D$ в упрощенном виде, а именно, накладывая требование $d\bar{\varphi}/dz = 0$.

Вопрос о граничном условии при больших z (формально при $z \rightarrow \infty$) довольно сложен, что, в частности, связано с необходимостью учета на больших высотах кулоновских столкновений. Однако при приближенном анализе, по-видимому, вполне достаточно использовать совершенно естественное для больших высот требование об эквипотенциальности силовых линий геомагнитного поля.

Используя указанные граничные условия при $z = z_D$ и при $z \rightarrow \infty$, можно из (18.25) получить следующее асимптотическое соотношение, справедливое для $\bar{\varphi}$ выше области генерации (в области F и во внешней ионосфере):

$$\bar{\varphi} = \frac{2\mathcal{A}_0 \exp \left\{ -1/2 \int_{z_D}^z \left(B(z') - \frac{V \widehat{\varepsilon}(z')}{H} \right) dz' \right\}}{[k^2 H^2 - dH/dz]_{z=z_D}}, \quad (18.26)$$

где $\mathcal{A}_0 = \int_{z_D}^{\infty} \exp \left\{ 1/2 \int_{z_D}^{z'} \left(B(z'') + \frac{V \widehat{\varepsilon}(z'')}{H} \right) dz'' \right\} \hat{\varepsilon}^{-1/4} H f_g(z') dz'$

и $k^2 = k_1^2 + k_2^2$.

При переходе к последнему соотношению для $\bar{\varphi}$ предполагалось, что уровень $z = z_D$ расположен на высотах, где проводимость можно считать изотропной ($\sigma_{\parallel} \approx \sigma_{\perp}$).

Остановимся подробнее на вкладе входящего в (18.26) множителя

$$\exp \left\{ -1/2 \int_{z_D}^z \left(B(z') - \frac{V \widehat{\varepsilon}(z')}{H} \right) dz' \right\}.$$

Оценки показывают, что вклад в стоящий под знаком экспоненты интеграл за счет участка, на котором $\sigma_{\parallel} \approx \approx \sigma_{\perp}$, незначителен. Поэтому имеются основания при упрощениях этого интеграла воспользоваться ограничением (17.10). При учете соотношений для $\hat{\epsilon}(z)$ и $B(z)$ (см. (18.24)) можно показать, что

$$\bar{\Phi} = \frac{2\mathcal{Q}_0 \exp(-ik_1 z \operatorname{tg} \chi)}{[k^2 H^2 - dH/dz]_{z=z_D}}. \quad (18.27)$$

Из приведенного выражения следует вывод об отсутствии для крупномасштабных полей сильного ослабления при их проникновении из области E в область F . Множитель $\exp(-ik_1 z \operatorname{tg} \chi)$ обеспечивает выполнимость известного условия эквипотенциальности силовых линий геомагнитного поля. Чтобы убедиться в этом, нужно учесть пропорциональность рассматриваемой компоненты Фурье множителю $\exp(ik_1 x + ik_2 y)$.

Мы не будем здесь приводить оценки напряженности электрического поля в области F ионосферы на основе формулы (18.27). Для решения этой задачи необходимо вычисление интеграла, определяющего значение множителя \mathcal{Q}_0 . В свою очередь величина указанного интеграла, выписанного после соотношения (18.26), существенным образом зависит от выбираемых моделей ионосферных ветров. Однако грубые прикидки свидетельствуют о том, что вполне возможно объяснить факт возникновения полей с напряженностями $E \sim \frac{u}{c} H_0$. Учитывая, что затухание крупномасштабных полей не должно играть важную роль, можно сделать вывод о правдоподобности механизма возбуждения электростатических полей за счет ветровых движений в области E ионосферы и последующего их проникновения в область F .

ГЛАВА VI

ДВИЖЕНИЯ ИОНОСФЕРНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ И МЕХАНИЗМЫ ИХ ОБРАЗОВАНИЯ

§ 19. Основные характеристики движений ионосферных неоднородностей и их параметров

Исследование неоднородностей электронной концентрации в последние годы было одним из основных вопросов физики ионосферы. В настоящее время собран большой экспериментальный материал, касающийся движения и структуры нерегулярностей на различных высотах. Этот материал в существенной мере отражен в ряде монографий и обзоров (см., например, [1, 2, 52, 59, 212—214]).

В процессе теоретического истолкования наблюдаемых закономерностей становится ясной невозможность объяснить природу ионосферных неоднородностей каким-то единственным механизмом. Из ряда примеров, которые мы приведем ниже, будет видно, что в различных условиях преобладающими будут факторы, существенно отличающиеся друг от друга. Сейчас, вероятно, становится целесообразным классифицировать неоднородности по механизмам их генерации (во всяком случае, тогда, когда эти механизмы достаточно определены и представляются соответствующими действительности). В настоящей главе мы будем стараться придерживаться такого принципа классификации.

В нижней ионосфере (область D и нижняя часть области E) движения неоднородностей в основном должны совпадать с перемещениями нейтральной компоненты. В этом легко убедиться из соотношений, полученных в гл. II. Как уже указывалось в § 12, возникновение неоднородностей здесь связано с турбулентностью потоков

воздушных масс. Механизмы появления нерегулярностей электронной концентрации в слабо ионизированной плазме при наличии турбулизации уже анализировались в § 12. Напомним, что в нижней ионосфере основную роль в появлении таких неоднородностей играет турбулентное перемешивание при отличии от нуля градиента равновесной электронной концентрации ($dN_0/dz \neq 0$). Возможно также, что вклад в этот процесс вносит температурная стратификация ($dT/dz \neq 0$). Из спорадических факторов для указанных и несколько бóльших высот следует отметить вклад метеорной ионизации.

В области, примыкающей к максимуму слоя E , при наличии ветровых сдвигов картина осложняется. Особенности турбулентного перемешивания при наличии такого рода ветровых систем обсуждались в § 16. По существу там шла речь о мелкомасштабной структуре спорадического слоя E_s . Помимо мелкомасштабных неоднородностей в области E_s обнаруживаются и крупномасштабные. Вероятно, часть их связана с перемещающимися возмущениями. Об этих возмущениях, которые наиболее отчетливо проявляются в области F , еще пойдет речь ниже.

Говоря о высотах, соответствующих области E , нужно упомянуть еще об одном типе мелкомасштабных неоднородностей, связанных с токовыми струями или потоками геоактивных частиц. В гл. V уже упоминалось, что в узкой приэкваториальной зоне существует ток с максимальными плотностями, в несколько раз превышающими аналогичные величины на умеренных широтах. В области токовой струи обнаружены мелкомасштабные неоднородности электронной концентрации. Основные сведения о них получены методами, основанными на рассеянии радиоволн (преимущественно в диапазоне метровых волн [171—174, 215, 216]). В свете последних исследований [216] мелкомасштабные неоднородности в зоне струи можно разбить на две группы. Одна из них связана с наличием токовой неустойчивости. Эти неоднородности существуют только при достаточно больших плотностях экваториального тока. Неоднородности второй группы возникают и при умеренных плотностях и, вероятно, связаны с нестабильностью плазмы, развивающейся на верхней и нижней краях токовой струи [216].

Остановимся более подробно на первой группе неоднородностей и отметим ряд их характеристик, которые можно считать надежно установленными [171—174]. Их

поперечные размеры меняются в пределах 1—10 м. Такие размеры по сравнению с масштабами других классов ионосферных неоднородностей следует считать небольшими и сопоставимыми с длиной свободного пробега в области E . Неоднородности возникают, если скорости ионов относительно электронов (т. е. плотность тока) превышают некоторую минимальную величину. Точнее, для их появления необходимо, чтобы абсолютная величина разности этих скоростей превышала скорость теплового движения ионов. Скоростной порог растет с уменьшением характерных масштабов.

Неоднородности сильно вытянуты в направлении магнитного поля H_0 . Они перемещаются со скоростями, примерно равными скорости звука в плазме, под углами к H_0 , близкими к 90° . Таким образом, эти неоднородности представляют собой бегущие структуры волнового характера. Отклонения от перпендикулярности относительно направления H_0 более чем на 1° для сильных неоднородностей в токовых струях встречаются редко.

Согласно [174, 216] токовая неустойчивость сопровождается, наряду с указанными первичными возмущениями, появлением вторичных волн примерно той же длины, но существенно меньшей интенсивности. Тем не менее их интенсивность больше, чем при тепловых флуктуациях. Появление вторичных волн связывают с взаимодействием между первичными волнами (обычно с взаимодействием между двумя волнами).

В цитированной выше работе [216] проведен подробный анализ спектров рассеяния радиоволн. Часть этих спектров трудно объяснить в рамках представлений о токовой неустойчивости. Дело в том, что рассеяние наблюдается и в условиях, когда плотность экваториального тока по своей величине далека от максимальных значений. Тогда, как будет показано ниже, возникновение токовой неустойчивости либо затрудняется, либо становится невозможным. Поэтому приходится говорить о втором типе мелкомасштабных неоднородностей в зоне экваториальной струи (со средними размерами около 3 м). Эти неоднородности обычно занимают отдельные участки протяженностью порядка 1 км. Их движения горизонтальны и совпадают с упорядоченными перемещениями электронной компоненты. При скоростях дрейфа электронов V_d , меньших 50 м/сек, неоднородности второго типа практически отсутствуют. Однако по мере роста скорости дрейфа

наблюдается их возникновение. При $V_d > 360$ м/сек возможно появление неоднородностей первого типа. Так как они являются более сильными, то выделение неоднородностей второго типа существенно затрудняется. Из сказанного ясно, что увеличение скорости способствует повышению интенсивности рассеяния.

При теоретической интерпретации неоднородностей второго типа существенно, что они возникают преимущественно либо в верхней части струи, либо у ее основания. Их появление коррелирует с заметными изменениями скорости дрейфа с высотой [216]. Ситуация здесь сходна с картиной возникновения турбулентности в газовых потоках со сдвигами скорости.

В области авроральных токовых систем поведение мелкомасштабных неоднородностей сложнее, чем в приэкваториальной зоне [182—189, 217—219]. Существование мелких нерегулярностей подтверждается наличием радиотражений в диапазоне частот от 30 до 1000 Мгц. Как и на экваторе, неоднородности вытянуты вдоль силовых линий геомагнитного поля. Их поперечные размеры относительно невелики (1—5 м). Вероятно, в области авроральных токовых систем правильнее говорить о наличии ряда квазипериодических структур, перемещающихся в перпендикулярных к H_0 направлениях. Несомненно, что в природе полярных и экваториальных неоднородностей есть много общего. Однако, как подчеркивается в [217], имеются и различия, связанные в первую очередь с проникновением на ионосферные высоты заряженных частиц (или полярными сияниями). Чем мощнее сияние, тем ниже лежит, при прочих равных условиях, область отражения. По данным, обобщенным в [217], рассеивающие неоднородности скорее всего возникают у нижней кромки сияния.

Вероятно, следует разделить неоднородности на группу токового происхождения и на группу, связанную с геоактивными частицами. Правда, в настоящее время неясно, можно ли говорить о нестабильности ионосферы на уровне области E в отсутствие токов и только при наличии одних лишь потоков частиц.

Перейдем теперь к неоднородностям, которые наиболее отчетливо выявляются в области F ионосферы. Здесь, как ясно из содержания гл. V, ионосферные токи не могут быть большими. В связи с этим отпадают механизмы, которые привлекались для объяснения нерегулярностей

в зонах токовых струй *). В рамках обычного гидродинамического подхода из-за большой вязкости среды и омических потерь (см. § 12) возникновение развитой турбулентности крайне затруднено и процесс связанного с ней перемешивания не может протекать достаточно интенсивно.

Таким образом, для области F необходима классификация неоднородностей, отличная от классификации, пригодной для области E . Так, довольно интересной, занимающей, правда, специфическое положение, является категория крупномасштабных неоднородностей, получившая название перемещающихся возмущений (*travelling disturbances*) [55, 59, 64—66, 220]. Эти возмущения электронной концентрации были обнаружены еще в 40-х годах [221—223]. Если вначале обращали внимание на перемещения в горизонтальных направлениях (регистрировалось распространение возмущений на значительные расстояния в виде волновых цугов), то позднее при более частом зондировании области F были обнаружены на ионограммах и вертикальные смещения [224, 225]. Представляется естественным принять, что в разных случаях мы сталкиваемся с различными проявлениями одного и того же процесса. Поэтому ниже будем пользоваться для перемещающихся возмущений единым сокращением ПВ, не вводя специального термина для вертикально перемещающихся возмущений. Методы наблюдения ПВ довольно многочисленны (см. обзор [59] и статьи [226—236]). Но все же наиболее распространен способ снятия ионограмм (зависимостей действующей высоты z_d от частоты f отраженного импульса) через небольшие интервалы времени. Типичные ионограммы, заимствованные из [226], приведены на рис. 15. При возникновении возмущения появляются заметные искажения в виде побочной ветви в области критической частоты f_{0F} (см. ионограмму от 12 час 29 мин). Чаще всего искажения на ветвях, соответствующих отражению от ионосферы обыкновенных и необыкновенных волн, появляются одновременно. Так, согласно рис. 15, искажение ветви обыкновенных волн произошло в 12 час 29 мин, а ветви необыкновенных волн — в 12 час 33 мин. Обозначившиеся на ионограммах в областях критических частот искажения затем постепенно смещаются в низкочастотную часть. О существенных

*) Вероятно, некоторые исключения возможны при проникновении из магнитосферы сильных электрических полей.

изменениях в этой области частот свидетельствует ионограмма от 12 час 53 мин.

Иногда приход возмущения в область E сопровождается появлением слоя E_s или увеличением отражательной способности последнего [227, 237, 238].

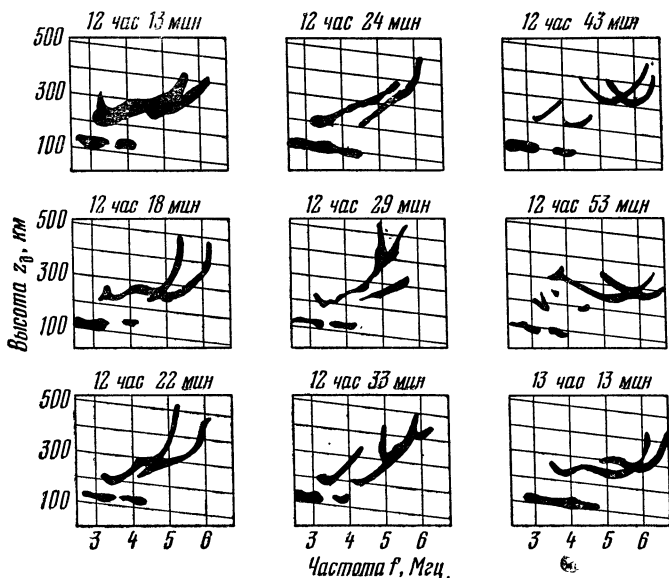


Рис. 15. Высотно-частотные характеристики $z_D(f)$ при наличии перемещающихся возмущений.

Хотя приведенная на рис. 15 картина встречается довольно часто, следует иметь в виду, что возможны многочисленные исключения. Так, например, иногда аномалии появляются в области E , наблюдается очень сильное искажение ионограмм и другие эффекты.

Анализируя данные, полученные при учащенном зондировании на отдельных станциях, можно судить главным образом о вертикальных перемещениях. Распространение возмущений в горизонтальных направлениях изучается при пространственном разнесении станций [229, 230]. Так, для исследований ПВ применяется метод зондирования на фиксированных частотах [230].

В результате многочисленных измерений, итоги которых частично суммированы в обзоре [59], установлено,

что периоды ПВ T_{td} варьируют от 10 мин до нескольких часов. Чаще всего наблюдаются периоды T_{td} , примерно равные 20—30 мин. Длительность τ_{td} возмущений на ПВ при небольших T_{td} составляет несколько периодов, а при T_{td} порядка 1 час и более T_{td} и τ_{td} одинаковы по порядку величины. Масштабы, определяющие периодичность в горизонтальных направлениях, меняются от нескольких сот до тысячи километров. Сложнее выявить основной волновой параметр, характеризующий вертикальную структуру ПВ. Считая, что изменения как по горизонтали, так и по вертикали характеризуют единый волновой процесс, можно для «вертикальной» длины волны λ_v написать

$$\lambda_v = V_v T_{td}, \quad (19.1)$$

где V_v — вертикальная компонента скорости распространения ПВ. Из анализа ионограмм следует, что скорость V_v варьирует от 20 до 100 м/сек (иногда приводятся и большие значения). Если иметь в виду, что на ионограммах представлены зависимости от частоты действующих высот, которые больше истинных, то истинная скорость вертикального перемещения \check{V}_v меньше V_v (ориентировочно в 1,5—2 раза). Используя значения T_{td} , найденные из данных о горизонтальной структуре ПВ, и полагая $T_{td} \approx 20$ —30 мин при $\check{V}_v = 20$ —50 м/сек, находим, что $\lambda_v \approx 50$ —100 км. Весьма вероятно, что

$$\lambda_v < \lambda_h, \quad (19.2)$$

а иногда $\lambda_v \ll \lambda_h$ (λ_h — «горизонтальная» длина волны). Если не считать анализа ионограмм, то можно сказать, что исследования вертикальной структуры ионосферы при наличии ПВ отсутствуют. Все же следует обратить внимание на работы [239, 240], где уже достигнуты определенные успехи.

Во многих работах отмечался анизотропный характер неоднородностей, связанных с ПВ. В области F эти неоднородности заметно вытянуты в направлении магнитного поля \mathbf{H}_0 . В таком выводе, естественно, нет ничего неожиданного.

Движение ПВ направлено преимущественно в ту область ионосферы, которая освещена Солнцем (на юг в северном полушарии и в противоположную сторону — в южном). В некоторых случаях обнаруживается

(а иногда, вероятно, даже преобладает) перемещение ПВ в восточно-западном направлении. Скорости распространения ПВ имеют значительный разброс по величине (от 50 до 300—400 м/сек). Наиболее часто регистрируются неоднородности со скоростями $V_h \approx 150$ м/сек.

Возмущения типа ПВ чаще всего встречаются зимой и в светлое время. Ночью ПВ почти не наблюдаются. Из записей, полученных на сильно удаленных друг от друга станциях, следует, что обычно возмущение без сильного затухания перемещается на расстояние в несколько тысяч километров. ПВ не обнаруживаются на высоких широтах, что можно связать с диффузностью полярной ионосферы. При наличии диффузности распознавание ПВ оказывается затрудненным.

Анализ данных систематических наблюдений ПВ свидетельствует об отсутствии значительной связи ПВ с проявлениями магнитной активности. Но, по-видимому, существует связь с солнечной активностью. Не затрагивая большой экспериментальный материал, отметим, что по характеру искажений ионограмм перемещающимся возмущениям аналогичны такие воздействия, как выбросы в ионосферу химически активных веществ, взрывы и т. п. [241—244].

Наконец, к проблемам, возникающим в связи с ПВ, примыкает вопрос об интерпретации так называемого ионосферного эффекта, возникающего после внезапного начала магнитной бури [245—249]. Этот эффект, сущность которого заключается в возбуждении и последующем распространении вдоль области F волнообразных возмущений, был обнаружен еще в 1950 г. [245]. Ионосферный эффект приводит к уменьшению критических частот при одновременном увеличении действующих высот области F [245—247]. В отличие от скоростей ПВ, чаще всего встречаются скорости распространения этих возмущений, составляющие 300—350 м/сек, т. е. заметно большие. Проявления ионосферного эффекта днем и ночью различны. Ночью наблюдаются относительно резкие перемещения области F в целом вверх, тогда как днем изменяются только ее основные параметры [248, 249].

Ионосферный эффект в момент внезапного начала магнитной бури обнаруживается при индексе активности $K_p \geq 3$ и его интенсивность растет при увеличении K_p . Область генерации возмущений расположена на высоких широтах ($\vartheta = 60—80^\circ$). Период эффекта возрастает с уда-

лением от области генерации. Ряд особенностей ионосферного эффекта, так же как и ПВ, можно объяснить на основе представлений о внутренних гравитационных волнах в ионосфере (см. § 21).

Остановимся теперь на основном и очень обширном классе неоднородностей в области F ионосферы. Эти неоднородности имеют масштабы, варьирующие в широких пределах (от 100 м до 10—100 км), и отличаются от ПВ не только бóльшим интервалом возможных масштабов, но и более выраженным статистическим характером свойств. Способы исследования этих неоднородностей весьма разнообразны. Хотя для их изучения используется ряд методов (радиоастрономические методы, методы с применением искусственных спутников Земли, а также сети ионосферных станций), конечным этапом их исследования является анализ дифракционной картины на Земле, которая формируется после прохождения радиоволн через неоднородную атмосферу. Из-за статистического характера свойств неоднородностей дело сводится к измерению флуктуаций интенсивности или фазы на определенной частоте (или на нескольких частотах). Эти измерения можно производить в одном пункте или в пространственно разнесенных точках. Данные наблюдений за неоднородностями в области F , суммированные в ряде монографий и обзоров (см., например, [1, 52, 212—214, 250, 251]), свидетельствуют о дрейфе этих неоднородностей, а само их наличие в свою очередь позволяет изучать дрейфовые движения плазмы. Поэтому целесообразно совместно исследовать вопросы о неоднородностях электронной концентрации в области F и об их движении.

Характерно, что для рассматриваемого класса возмущений трудно выявить определенный механизм, которому они обязаны своим появлением. Обсуждению состояния теории посвящен § 22.

Мы уже упоминали о ряде обзоров, в которых рассматриваются неоднородности в области F , обладающие статистическими свойствами. В некоторых из них акцент делается на морфологические закономерности, в других — на особенности методики наблюдений. Укажем здесь на два более старых обзора [250, 251], а из более поздних работ такого характера отметим [213, 214].

Подробный анализ экспериментального материала и описание методики наблюдений приведены в монографиях

[2, 212] *). Наличие обширной литературы делает нецелесообразным детальное изложение вопросов морфологического характера. Поэтому мы приведем здесь только сведения о самых важных закономерностях и не будем сопровождать их описание систематическими ссылками на отдельные экспериментальные работы, ориентируясь на обзоры [213, 214] и на монографию [2].

Скорости дрейфа неоднородностей неодинаковы в разные дни, но средние их значения сосредоточены в интервале 100—200 м/сек. Существенной, ясно выраженной зависимости от времени суток и времени года не наблюдается. Преобладающим направлением дрейфа является восточно-западное, т. е. движение неоднородностей обычно происходит в почти перпендикулярных к полю H_0 направлениях. Между 00 и 01 час местного времени направления скоростей дрейфа неоднородностей изменяются. До указанного времени преобладают западные направления, а позднее — восточные. Несмотря на доминирующую роль зональной составляющей наблюдаются и меридиональные движения. В дневные часы движения в большей степени хаотичны.

Скорость дрейфа возрастает при переходе к высоким широтам (особенно при приближении к зоне полярных сияний). На этих широтах скорости дрейфа могут достигать 400 м/сек. Установлена связь между величиной скорости дрейфа и вариациями числа K_p .

Кратко остановимся на характеристиках ионосферных неоднородностей. Высоты, на которых располагаются неоднородности, формирующие на поверхности Земли определенную дифракционную картину, трудно фиксировать жестко, и получаемые сведения зависят от способов наблюдения. Можно полагать, что неоднородности располагаются на высотах от 150 до 600 км. Более узким слоем, который вносит основной вклад в дифракционную картину, можно считать область, лежащую между 200 и 300 км (в других случаях — между 300 и 400 км). Пространственная структура неоднородностей характеризуется вытянутостью вдоль геомагнитного поля H_0 , причем в этом направлении их размеры в несколько раз (а иногда почти на порядок) больше, чем в поперечном.

*) Работа [212], опубликованная в виде отдельного выпуска серии «Ионосферные исследования», имеет монографический характер.

Одним из важнейших параметров неоднородностей является относительная дисперсия электронной концентрации

$$\Delta_N = \sqrt{(\overline{\Delta N})^2 / N^2}. \quad (19.3)$$

Для крупномасштабных неоднородностей, которые вносят существенный вклад во флуктуации радиоизлучения дискретных источников, величина Δ_N варьирует от $7 \cdot 10^{-4}$ до $7 \cdot 10^{-3}$ (с понижением в дневные часы) [213]. Примерно такие же результаты получаются из данных импульсного зондирования.

При увеличении магнитной активности (с ростом числа K_p) значения Δ_N обычно возрастают. Эта связь выражена сильнее в ночное время, но она не относится к приэкваториальной зоне.

Несколько особое положение в области F занимают неоднородности, приводящие к появлению рассеянных отражений.

При образовании сильных неоднородностей наблюдается хорошо выраженное диффузное размывание следов на ионограммах, что затрудняет определение не только действующих высот отражения, но и критических частот. Рассеяние может быть настолько сильным, что необыкновенная и обыкновенная ветви на ионограммах сливаются.

В классификации рассеянных отражений нет полного единообразия, что свидетельствует о сложности рассматриваемых процессов. Одна из типичных ионограмм приведена на рис. 16. Разумеется, ионограммы, свидетельствующие о наличии в области F сильной диффузности в распределении N , могут иметь и другой вид.

Интересными представляются зависимости! относительной появляемости рассеянных отражений от геомагнитной широты [2]. Для приэкваториальной зоны она доходит до 90%, затем падает и при $\vartheta = \pm 20^\circ$ диффузность в магнитоспокойные дни наблюдается только в ночные часы. При $|\vartheta| \approx 50^\circ$ рассеянные отражения реги-

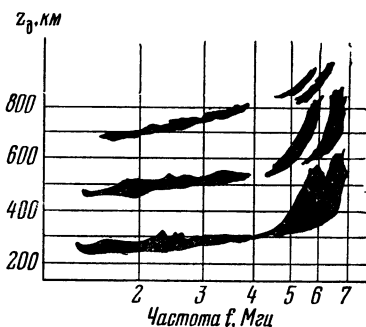


Рис. 16. Типичная ионограмма при наличии рассеянных отражений (схематическое изображение).

стрируются на ионограммах очень редко. При переходе к высоким широтам появляемость отражений как бы восстанавливается, причем на таких широтах она не зависит от времени суток. Совершенно очевидно, что возникновение диффузности нельзя считать прямым следствием магнитной активности.

Существует довольно ясно выраженная корреляция между степенью диффузности и действующими высотами области F . В монографии [2] высказано предположение о существовании некоторого максимального значения концентрации электронов в области F , после достижения которого диффузность уже не проявляется. Изучение неоднородностей, приводящих к рассеянным отражениям, позволяет прийти к выводу о том, что $\Delta_N \leq 10^{-2}$. Точное определение этого параметра для диффузной ионосферы, вероятно, не проводилось. Следует заметить, что неоднородности, обуславливающие рассеянные отражения, выделены из других типов нерегулярностей в области F прежде всего из-за возможности их непосредственного обнаружения и исследования по ионограммам. Вопрос о различии в происхождении неоднородностей разных типов в области F остается еще в значительной мере открытым.

§ 20. О природе мелкомасштабных неоднородностей в зоне экваториальной токовой струи и в авроральной зоне

В предыдущем параграфе мы рассматривали ряд особенностей мелкомасштабных неоднородностей в зоне экваториальной токовой струи и в авроральной зоне. Естественно связать появление основной разновидности этих неоднородностей с неустойчивостью в плазме, пронизываемой потоками заряженных частиц. На основе таких представлений можно объяснить ряд характерных особенностей неоднородной структуры токовых струй. Это было сделано впервые для экваториальной струи в работе Фали [252].

Рассматривались и другие механизмы появления неоднородностей, на которых мы кратко остановимся ниже. Все же здесь основное внимание мы уделим токовой (или, как часто ее называют, двухпотоковой) неустойчивости.

Соответствующая условиям ионосферы схема исследования неустойчивости экваториальной струи была развита на основе метода кинетического уравнения [252].

Для интеграла столкновений, характеризующего взаимодействие заряженных частиц с нейтральными, была использована аппроксимация (2.7). В цитируемой выше работе приведены в основном результаты численного решения, и поэтому трудно выявить некоторые зависимости, представляющие прикладной интерес. Применение аппроксимации (2.7) делает в какой-то степени приближенным и само кинетическое исследование. Поэтому мы здесь воспользуемся анализом на основе квазигидродинамического подхода [253—256], не игнорируя возможности сравнения результатов с кинетическим описанием. Последнее позволит уточнить некоторые из результатов гидродинамического приближения [252, 253, 256, 257].

Остановимся сначала на выводе дисперсионного уравнения. На основе его анализа можно решить вопрос о критериях возникновения неустойчивости. При распространении возмущений в плазме под углом к внешнему магнитному полю H_0 становится, вообще говоря, незаконным разделение волн на чисто поперечные и чисто продольные. Существует много случаев, когда эта оговорка крайне существенна, что неоднократно подчеркивалось в литературе по физике плазмы [8, 258, 259]. Однако для сред с заданными компонентами тензора диэлектрической проницаемости [259] при выполнении условий

$$|n^2| \gg 1, \quad |n^2| \gg |\epsilon_{jk}|, \quad (20.1)$$

где n — показатель преломления, можно (правда, в известном приближении) выделить электростатическую ветвь (продольные колебания)*).

Если в системе отсчета x', y', z' волновой вектор направлен по оси x' , то в соответствии с доказательством, приведенным в [259] при получении условий (20.1), дисперсионное уравнение для таких волн можно записать в форме

$$\epsilon_{x'x'} = 0. \quad (20.2)$$

Первое из ограничений (20.1) означает, что фазовая скорость распространения возмущений $V_{ph} = c/n$ много меньше скорости света c . Второе условие (20.1) представляет совокупность неравенств, справедливых при доста-

*) Предполагается, что второе неравенство выполняется при любых значениях индексов j и k .

точно больших n^2 . Как правило, выполнение обоих условий (20.1) облегчается в низкочастотном диапазоне. В интересующих нас случаях в силу ряда причин (низкие частоты волн ω , большие значения частот столкновений в области E) неравенства (20.1) выполняются и задача сводится к решению уравнения (20.2), т. е. требуется найти лишь одну компоненту тензора ϵ_{jk} .

В настоящее время методика вычисления компонент тензора ϵ_{jk} хорошо разработана [258, 259]. Эта методика сводится к определению вектора полного тока в плазме. В процессе вычислений, как правило, возникают трудности, связанные с необходимостью проведения сложных и трудоемких выкладок (особенно, когда используется метод кинетического уравнения). При квазигидродинамическом рассмотрении определение отдельных компонент ϵ_{jk} не наталкивается на серьезные препятствия, хотя также сопряжено с громоздкими выкладками. Мы здесь останавливаться на деталях вычисления компоненты тензора $\epsilon_{x'x'}$ не будем *). Ее расчет на основе метода кинетического уравнения был выполнен в [252]; некоторые дополнительные результаты содержатся в [253, 257]. Мы сразу же выпишем исходное уравнение вида (20.2) и используем квазигидродинамический подход. При этом будем исходить из уравнений движения (4.37), (4.38). Пренебрежем в них вязкостью и столкновениями между заряженными частицами. Однако для сохранения определенной общности результатов и возможности их сопоставления с выводами теории распространения электромагнитных волн в плазме мы сначала не будем пренебрегать инерционными слагаемыми.

Отличительная особенность интересующей нас сейчас задачи состоит в предположении о наличии постоянного во времени тока с плотностью $\mathbf{j}_0 = eN_0(\mathbf{u}_{10} - \mathbf{u}_{e0})$. Ее определение является задачей динамо-теории (см. § 17). Изменение величины геомагнитного поля \mathbf{H}_0 за счет этого тока очень мало. Ниже мы для удобства будем считать ионы неподвижными ($\mathbf{u}_{10} = 0$). При выборе такой системы отсчета ток в равновесном случае обеспечивается движением электронов. При символе относительной скорости $\mathbf{v}_0 = \mathbf{u}_{e0} - \mathbf{u}_{10}$ мы индексов e и i писать не будем.

*) См. далее замечание о возможности вывода уравнения (20.2) способом, примененным выше в гл. II и III.

Тогда в случае однородного распределения тока можно исходить из следующей системы линеаризованных квазигидродинамических уравнений:

$$m_e \frac{\partial \mathbf{u}_e}{\partial t} + m_e (\mathbf{u}_{e0} \nabla) \mathbf{u}_e = -e \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{u}_e \mathbf{H}_0] \right) - m_e v_{en} \mathbf{u}_e - \nabla p_e / N_0, \quad (20.3)$$

$$M_i \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial t} = e \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{u}_i \mathbf{H}_0] \right) - M_i v_{in} \mathbf{u}_i - \nabla p_i / N_0. \quad (20.4)$$

Давления p_e и p_i предполагаются изотропными. Таким образом, несмотря на наличие магнитного поля, мы будем считать изотропными не только равновесные давления p_{e0} и p_{i0} , но и отклонения от них. Последнее предположение играет важную роль при использовании простейших вариантов квазигидродинамических уравнений.

Изотропность давлений p_e и p_i приводит к упрощению расчетов. В случае анализа токовой неустойчивости результаты можно прокорректировать в соответствии с выводами кинетического рассмотрения. Имея это в виду и учитывая уравнение состояния идеального газа, полагаем

$$\nabla p_{e,i} = \gamma \kappa T_{e,i} \nabla N_{e,i}. \quad (20.5)$$

Здесь множитель γ порядка единицы. Как и в § 10, он отражает характер процесса (например, при изотермических процессах $\gamma = 1$). Значения коэффициента γ мы выберем позднее.

При записи (20.5) предполагалось, что $\nabla p_{e0} = \nabla p_{i0} = 0$ и $\nabla N_{e0} = \nabla N_{i0} = 0$. Для неоднородностей плазмы связь вида (20.5) можно использовать для неравновесных величин.

Предполагая, что все возмущения изменяются по закону $\exp(-i\tilde{\omega}t + i\mathbf{k}\mathbf{r})$, и используя уравнения непрерывности для электронов и ионов (без учета малосущественных для данного круга вопросов фотохимических процессов), можно найти выражение для плотности тока и компоненты тензора $\epsilon_{x'x'}$. Считая, что магнитное поле \mathbf{H}_0 составляет с \mathbf{k} угол α , запишем дисперсионное уравнение $\epsilon_{x'x'} = 0$ в развернутом виде [242]:

$$\epsilon_{x'x'} = 1 - \omega_{0i}^2 [(\tilde{\omega} + iv_{in})^2 - \Omega_H^2 \cos^2 \alpha] \{ \tilde{\omega} (\tilde{\omega} + iv_{in}) [(\tilde{\omega} + iv_{in})^2 - \Omega_H^2] - k^2 \bar{v}_i^2 [(\tilde{\omega} + iv_{in})^2 - \Omega_H^2 \cos^2 \alpha] \}^{-1} - \omega_{0e}^2 [(\tilde{\omega} - \mathbf{k}\mathbf{v}_0 + iv_{en})^2 -$$

$$-\omega_{\text{H}}^2 \cos^2 \alpha] \{(\tilde{\omega} - \mathbf{k}\mathbf{v}_0) (\omega - \mathbf{k}\mathbf{v}_0 + i\nu_{\text{en}}) [(\tilde{\omega} - \mathbf{k}\mathbf{v}_0 + i\nu_{\text{en}})^2 - \omega_{\text{H}}^2] - k^2 \bar{v}_e^2 [(\tilde{\omega} - \mathbf{k}\mathbf{v}_0 + i\nu_{\text{en}})^2 - \omega_{\text{H}}^2 \cos^2 \alpha]\}^{-1} = 0, \quad (20.6)$$

где $\bar{v}_i^2 = \gamma k T_i / M_i$, $\bar{v}_e^2 = \gamma k T_e / m_e$, ω_{0e} и ω_{0i} — ленгмюровские (плазменные) частоты для электронов и ионов.

Дисперсионное уравнение (20.6) довольно громоздко и в дальнейшем в нем будут произведены значительные упрощения. Прежде чем делать это, заметим, что к соотношению типа (20.6) можно прийти иначе, действуя обычным способом, который применялся в предыдущих главах. Используя сразу же условие квазинейтральности как для равновесных величин, так и для возмущенных можно подставить решения типа $\exp(-i\tilde{\omega}t + i\mathbf{k}\mathbf{r})$ в уравнения (20.3), (20.4) и в уравнения непрерывности. Приравнявая нулю детерминант полученной системы уравнений, приходим к (20.6), но без «вакуумной» части, равной единице. Заметим, что первое слагаемое в его правой части играет заметную роль при анализе высокочастотных процессов. Здесь же оно малосущественно.

При упрощениях будем для определенности ориентироваться на приэкваториальную зону. Нас будут интересовать волны с частотами $\omega \sim \mathbf{k}\mathbf{v}_0 \ll \omega_{\text{H}}$, распространяющиеся почти перпендикулярно к полю \mathbf{H}_0 . При нарушении квазиперпендикулярности в ориентации вектора \mathbf{k} относительно \mathbf{H}_0 исследование может представлять интерес для физики ионосферы лишь в методическом плане, так как в этом случае нестабильность плазмы оказывается невозможной.

Допустим, что выполняется следующее ограничение, которое хорошо подтверждается последующими результатами *):

$$|\tilde{\omega} - \mathbf{k}\mathbf{v}_0| \ll \nu_{\text{en}}; \quad (20.7)$$

основанием для его введения служит значительное превышение частоты соударений ν_{en} над частотами волновых возмущений $\tilde{\omega}$. Кроме того, напомним, что на высотах области E выполняется (правда, не с очень большим запасом) ограничение $\nu_{\text{in}}^2 \gg \Omega_{\text{H}}^2$ (см. (6.30)). Учитывая

*) В последующих выкладках принимается, что направления \mathbf{k} и \mathbf{v}_0 близки. Наличие больших расхождений в их ориентации приводит к существенным затруднениям в вопросе о выполнимости критерия нестабильности.

два последних ограничения, а также хорошую выполнимость неравенства $\omega_H^2 \gg v_{en}^2$ на рассматриваемых высотах, можно существенно упростить дисперсионное уравнение (20.6) и записать его в следующем виде:

$$\frac{\omega_{0e}^2 (\cos^2 \alpha + v_{en}^2/\omega_H^2)}{k^2 \bar{v}_e^2 (\cos^2 \alpha + v_{en}^2/\omega_H^2) - i v_{en} (\bar{\omega} - k v_0)} = \frac{\omega_{0i}^2}{\bar{\omega} (\bar{\omega} + i v_{in}) - k^2 \bar{v}_i^2}. \quad (20.8)$$

Это равенство удовлетворяется при комплексных значениях частоты $\bar{\omega}$. Полагая $\bar{\omega} = \omega - i\Gamma$ (Γ — декремент) и считая значения волнового числа действительными, получим из (20.8) для слабонарастающих возмущений ($\omega \gg |\Gamma|$) соотношение

$$\begin{aligned} \frac{m_e}{M_i} [(-i\omega + i k v_0 - \Gamma) v_{en} + k^2 \bar{v}_e^2 (\cos^2 \alpha + v_{en}^2/\omega_H^2)] = \\ = (\omega^2 + i\omega v_{in} - k^2 \bar{v}_i^2) (\cos^2 \alpha + v_{en}^2/\omega_H^2); \end{aligned}$$

отсюда для частоты ω и декремента Γ находим

$$\omega = \frac{k v_0}{1 + (M_i v_{in}/m_e v_{en}) (\cos^2 \alpha + v_{en}^2/\omega_H^2)}, \quad (20.9)$$

$$\Gamma = \frac{M_i k^2}{m_e v_{en}} (\cos^2 \alpha + v_{en}^2/\omega_H^2) \left\{ \left(\frac{m_e}{M_i} \bar{v}_e^2 + \bar{v}_i^2 \right) - \frac{v_0^2}{[1 + (M_i v_{in}/m_e v_{en}) (\cos^2 \alpha + v_{en}^2/\omega_H^2)]^2} \right\}. \quad (20.10)$$

При переходе к соотношению (20.9) использовалось условие $|\Gamma| \ll v_{in}$, которое при принятом ограничении $|\Gamma| \ll \omega$ хорошо выполняется.

Остановимся на критерии возникновения неустойчивости. Последний можно получить, опираясь на формулу (20.10), из требования $\Gamma < 0$. Тогда имеем неравенство

$$v_0^2 > \left(\bar{v}_i^2 + \frac{m_e}{M_i} \bar{v}_e^2 \right) \left[1 + \frac{M_i v_{in}}{m_e v_{en}} (\cos^2 \alpha + v_{en}^2/\omega_H^2) \right]^2. \quad (20.11)$$

Легко показать, что в дальнейшем, имея в виду ионосферные применения, можно ориентироваться на случай, когда

$$\cos^2 \alpha \ll 1. \quad (20.12)$$

Действительно, если $\cos^2 \alpha \sim 1$, то можно считать выполненными условия $\cos^2 \alpha \gg v_{en}^2/\omega_H^2$ и $\cos^2 \alpha M_1 v_{in}/m_e v_{en} \gg 1$. Тогда ограничение (20.11) принимает вид

$$v_0^2 > \left(\bar{v}_i^2 + \frac{m_e}{M_1} \bar{v}_e^2 \right) \frac{M_1^2 v_{in}^2}{m_e^2 v_{en}^2} \cos^4 \alpha. \quad (20.13)$$

Если учесть, что $v_{in}/v_{en} \sim \sqrt{m_e/M_1}$, то из последнего неравенства получается, что появление неустойчивости в принципе возможно, если относительная скорость v_0 того же порядка или превосходит среднюю тепловую скорость электронов \bar{v}_e . Такие скорости в естественных условиях в ионосфере явно недостижимы. Следовательно, неустойчивость может реализоваться только при выполнении условия (20.12) и притом с достаточным запасом. Если наложить на значения величины $\cos^2 \alpha$ более существенное, чем (20.12), ограничение, а именно:

$$\cos^2 \alpha \ll m_e v_{en}/M_1 v_{in}, \quad (20.14)$$

а также учесть, что по оценкам в области токовой струи $M_1 v_{in} v_{en}/m_e \omega_H^2 \ll 1$, то в качестве первого приближения из (20.11) получаем простое условие

$$v_0^2 > \bar{v}_i^2 + \frac{m_e}{M} \bar{v}_e^2. \quad (20.15)$$

Отсюда следует, что при $T_e \approx T_1 \approx T$ скорость v_0 должна превосходить некоторую эффективную величину $\sqrt{2} \bar{v}_1$, равную по порядку величины скорости теплового движения ионов. Скорости $v_0 \approx \sqrt{2} \bar{v}_1$ в условиях ионосферы достижимы, хотя критерий (20.15) реализуется не без труда. Благоприятные ситуации возникают в основном в специфических условиях (приэкваториальная и авроральная зоны).

Смысл дисперсионного уравнения (20.9) ясен. При ограничении (20.14) дело практически сводится к переносу неоднородностей в направлении тока со скоростью v .

Представляет интерес обобщение полученных результатов на случай более строгого учета теплового движения что можно выполнить, используя метод кинетического уравнения. Такого рода расчеты приведены в [257]. Основной результат связан с уточнением коэффициента γ , который нужно приравнять единице, так что при равен-

стве температур; различных компонент $\bar{v}_i^2 = \kappa T/M_i$. Этот вывод, несомненно, предопределен наличием столкновений, поскольку для бесстолкновительной плазмы более естественным было бы утверждение, что $\gamma = 3$ (см., например, [8]).

Кроме сказанного о коэффициенте γ , кинетический подход позволяет уточнить соотношения типа (20.9) и (20.10) путем более детального учета тепловых поправок. Последние более существенны при рассмотрении декремента Γ , чем при определении частоты ω . Обращаясь к случаю, когда нарастание возмущений из-за токовой неустойчивости представляет реальный интерес (при выполнении неравенства (20.14)) и, как и ранее, имея в виду, что $M_i v_{in} v_{en}/m_e \omega_H^2 \ll 1$, мы вместо (20.10) получаем [256, 257]

$$\Gamma = \frac{(\cos^2 \alpha + v_{en}^2/\omega_H^2) k^2 M_i}{m_e v_{en}} \left(1 - \frac{3\kappa T k^2}{M_i v_{in}^2} \right) \times \\ \times \left[\frac{2\kappa T}{M_i} \left(1 - \frac{3\kappa T k^2}{2M_i v_{in}^2} \right) - \left(1 - \frac{6\kappa T k^2}{M_i v_{in}^2} \right) v_0^2 \right]. \quad (20.16)$$

Для простоты последнее соотношение также выписано для случая $T_e \approx T_i \approx T$. Помимо того, при его выводе [257] использовано ограничение

$$k^2 \kappa T/M_i v_{in}^2 \gg 1. \quad (20.17)$$

При хорошем выполнении последнего неравенства находим с учетом сделанных выше замечаний результат, который при таких же ограничениях вытекает из (20.10). Неравенство (20.17) означает, что длина свободного пробега $l_1 \approx \bar{v}_i/v_{in}$ много меньше длины волны $\lambda = 2\pi/k$, поделенной на 2π . В спектре неоднородностей, несомненно, представлены масштабы, для которых это ограничение выполняется с хорошим запасом. Однако нельзя утверждать, что оно справедливо для всех масштабов неоднородностей, встречающихся в экваториальных токовых струях.

Практически сильное превышение v_0^2 над $2\kappa T/M_i$ вряд ли осуществляется достаточно часто. Для типичного случая, когда $|v_0^2 - 2\kappa T/M_i| \ll v_0^2$ (малая надкритичность), из (20.16) можно найти минимальный масштаб, начиная с которого возможно нарастание малых возму-

щений в плазме. Для этого масштаба $L_{\text{мин}}$, которому соответствуют максимальные значения волнового числа $k = 2\pi/L_{\text{мин}}$, имеем

$$L_{\text{мин}} = \frac{3\pi v_0^2}{\sqrt{v_0^2 - 2\kappa T/M_1 v_{\text{in}}}}. \quad (20.18)$$

Как уже указывалось, это соотношение выписано при равенстве температур всех компонент ионосферы. Более общие формулы с учетом различия в температурах компонент можно найти в [256, 257].

Если в рамках линейной теории различие между температурами относительно малосущественно, то при построении квазилинейной теории токовой неустойчивости с ним следует считаться [256]. Кратко остановимся на этой теории, одной из задач которой является оценка изменений электронной концентрации, связанных с неоднородной структурой ионосферной плазмы в зоне токовой струи.

Развитая в [256] нелинейная теория основана на использовании кинетических уравнений для электронов и ионов с модельными интегралами столкновений в форме Батнагара — Гросса — Крука (см. § 2). В цитируемой работе исследуются стационарные состояния, возникающие при наличии развитой неустойчивости. Осуществлен переход к уравнениям для моментов, причем учитывается влияние электростатических полей, появляющихся по мере развития неустойчивости. Тогда возникают различия между электронной температурой T_e и температурой нейтральных частиц T_n . Как показано в [256],

$$T_e = T_n + M_1 Q_0 / \kappa, \quad (20.19)$$

где $Q_0 = \frac{\omega_{0e}^2}{3\omega_H^2 m_e N} \int \frac{E_k^2 dk}{4\pi}$ (E_k — компонента Фурье электростатического поля E). Отсюда следует, что величина Q_0 пропорциональна плотности энергии электростатических полей (интегрирование проводится по проекциям волновых векторов, которые содержатся в спектре возбуждаемых возмущений). В рамках применимости простейших соотношений (20.9), (20.10) для Q_0 получается сложная формула [256]

$$Q_0 = v_0^2 - 2\kappa T_n / M_1. \quad (20.20)$$

Отметим, что при более детальном рассмотрении соотношение (20.20) можно дополнить столкновительными

слагаемыми (типа отношений $M_1 v_{in}^2 / m_e \omega_H$ или $v_{in} v_{en} / \omega_H \Omega_H$), присутствие которых не имеет, однако, решающего значения. Как показывает соотношение (20.20), при увеличении надкритичности величина Q_0 возрастает, что в свою очередь приводит к увеличению T_e (см. (20.19)). Увеличение температуры T_e затрудняет появление неустойчивости вследствие нарастания скорости акустических волн в плазме.

Таким образом, если принять во внимание, что при неустойчивости $T_e > T_n$, то должен устанавливаться некоторый стационарный уровень низкочастотных шумов. Оценки фурье-составляющих E_k позволяют определить по порядку величины флуктуации электронной концентрации $\Delta N \sim N_k \Delta k$, для которых в условиях, характерных для экваториальной струи, получено приближенное равенство $\Delta N \approx 3 \cdot 10^{-3} N$. Приведенный здесь результат находится в соответствии с экспериментальными данными. Выводы работы [256] получены при малой надкритичности и в пренебрежении процессами нелинейного взаимодействия волн. Эти ограничения не представляются существенными, по крайней мере в применении к экваториальному току.

Другой вариант нелинейной теории токовой неустойчивости развит в работе [260], в которой установление стационарной интенсивности мелкомасштабных возмущений плотности плазмы связывается с появлением вертикального турбулентного потока плазмы.

В большинстве работ двухпотоковую неустойчивость анализировали, как отмечалось выше, с целью объяснения мелкомасштабной неоднородной структуры плазмы. Аналогичные вопросы для авроральных струй обсуждались детально только в трех-четыре работах, из которых отметим [217—219]. В работе [218] на основе исследований по рассеянию радиоволн предложена модель полярной атмосферы, о которой уже шла речь в гл. V. Расчеты в [218] основаны на применении критерия неустойчивости типа (20.15) $v_0 > \sqrt{2} \bar{v}_1 \cdot 1,17$. Множитель 1,17 заимствован из работы [252], где в конечном счете используются численные расчеты, учитывающие возможность соизмеримости гирорадиуса ионов и длины волны возмущений. Наличие такого множителя не представляется особенно существенным.

Рис. 17 характеризует, согласно [218], возможность появления неустойчивости в авроральной зоне. Наличие

тока с плотностью \mathbf{j}_0 , пропорциональной скорости электронов относительно ионов v_0 , в этой зоне естественно связать с проникновением электростатического поля E_0 в область E ионосферы из магнитосферы (см. гл. V). На рис. 17 изображен случай, когда для напряженности поля E_0 выбрано значение $3 \cdot 10^{-5}$ в/см. Учтено различие между ионной акустической скоростью $\sqrt{2}\bar{v}_i$ и критической для возникновения неустойчивости скоростью $v_c = 1,17\sqrt{2}\bar{v}_i$. Генерация неоднородностей в области E возможна при $v_0 \gtrsim 400$ м/сек. Для области D теория уже становится неприменимой.

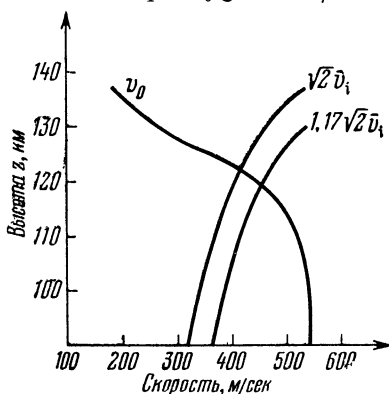


Рис. 17. Возможные распределения по высоте величин относительной скорости v_0 , ионной акустической скорости $\sqrt{2}\bar{v}_i$, а также $1,17\sqrt{2}\bar{v}_i$ для авроральной ионосферы.

При выбранных значениях скоростей токовая неустойчивость возникает ниже 120 км, где $v_0 > 1,17\sqrt{2}\bar{v}_i$.

дать интерпретацию всей совокупности данных по неоднородностям. Поскольку имеется корреляция между вторжениями потоков геоактивных частиц и возникновением неоднородностей в области E , эти потоки также являются важной причиной появления неоднородностей в авроральной зоне.

Таким образом, могут существовать различные типы мелкомасштабных неоднородностей и разные причины их

становится неприменимой. Поэтому высоты менее 100 км не нужно рассматривать. Выше 110—120 км возможность появления неоднородностей становится проблематичной, так как здесь необходимы очень большие поля, заметно превышающие указанные выше.

Скорости $v_0 \gtrsim 400$ м/сек на высотах области E вполне реальны для авроральной зоны. Это делает обоснованным вывод о возможности возникновения в полярных токовых струях двухпотоковой неустойчивости, вызывающей образование мелкомасштабных неоднородностей. Вместе с тем, опираясь только на механизм двухпотоковой неустойчивости, нельзя

возникновения как в экваториальной, так и авроральной зонах ионосферы. В связи с этим следует указать на ряд теоретических исследований, основанных на других предпосылках, отличных от только что рассмотренных.

В серии работ [261—263] развита теория неустойчивости, появление которой связывается с наличием градиента электронной концентрации ∇N_0 . В частности, в них анализировалась неустойчивость для профиля вида $N_0 \sim (1 - \delta_N \cos z/L)$, где $0 < \delta_N < 1$ *). Рассматривалась неустойчивость возмущений, распространяющихся в направлениях, строго перпендикулярных к внешнему магнитному полю \mathbf{H}_0 . При решении нелинейных уравнений применялись численные методы. Был математически прослежен переход к турбулентному состоянию плазмы. Неустойчивость может в принципе возникать не только на экваторе, но и в умеренных широтах. Из анализа результатов работ [261—263] следует, что оптимальные масштабы неоднородностей порядка 100 м. Создается впечатление, что этот механизм сам по себе не может объяснить возникновение мелкомасштабных неоднородностей. Заметим также, что связь между появлением этих неоднородностей и величиной $|\nabla N_0|$ на опыте обычно не прослеживается. В частности, неоднородности могут появляться и в максимуме области E , где $\nabla N_0 = 0$. С подобными вопросами мы еще столкнемся в связи с неоднородностями в области F .

В применении к полярным областям один из механизмов неустойчивости плазмы относительно возмущений, распространяющихся перпендикулярно к \mathbf{H}_0 , рассматривался в [217]. Исходные предпосылки здесь близки к рассмотренным в теории двухпотоковой неустойчивости [252]. Если принять, что скорости относительного движения электронов и ионов v_0 порядка cE_0/H_0 (происходит дрейф электронов со скоростью v_0), то получается критерий неустойчивости, сходный с предложенным в [252, 253]. Остается, однако, неясным, о каком токе идет речь: о токе авроральных частиц или токе, связанном с наличием динамо-поля. Непонятно также отсутствие в этих работах строгого перехода к критерию неустойчивости типа (20.15), справедливость которого при указанных выше ограничениях установлена различными способами.

*) Для более конкретных моделей подобная градиентная неустойчивость анализировалась позднее в [264, 265].

**§ 21. О крупномасштабных неоднородностях
электронной концентрации,
возникающих при распространении внутренних волн**

В настоящем параграфе мы остановимся на определении параметров неоднородностей электронной концентрации, связанных с прохождением через ионосферу внутренних гравитационных волн. Полученные результаты можно использовать для объяснения тех изменений структуры ионосферы, которые возникают при наличии перемещающихся возмущений (см. § 19).

При решении задачи о неоднородностях будем исходить из упрощенных квазигидродинамических уравнений движения для электронов и ионов (6.3), (6.4), где для простоты пренебрежем слагаемыми с v_{e1} . Вместе с тем, имея в виду крупномасштабный характер возмущений, примем во внимание влияние силы тяжести. Тогда исходные уравнения, в которых сразу же учтено условие квазинейтральности, запишутся следующим образом:

$$-\nabla p_e + m_e N g - eN \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{u}_e \mathbf{H}_0] \right) = m_e v_{en} (\mathbf{u}_e - \mathbf{u}_n) N, \quad (21.1)$$

$$-\nabla p_i + M_i N g + eN \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{u}_i \mathbf{H}_0] \right) = M_i v_{in} (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_n) N, \quad (21.2)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \operatorname{div} N \mathbf{u}_e = 0, \quad \frac{\partial N}{\partial t} + \operatorname{div} N \mathbf{u}_i = 0. \quad (21.3)$$

В уравнениях непрерывности можно, по крайней мере на первом этапе, не принимать во внимание фотохимические процессы, которые здесь, как и для ряда других нестационарных явлений, не играют решающей роли. Находя из (21.1) и (21.2) величины $N \mathbf{u}_e$ и $N \mathbf{u}_i$ и подставляя их в (21.3), получаем следующие уравнения, которые будут использоваться не только здесь, но и в следующем параграфе:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial m_e N}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z'} \left(\frac{1}{v_{en}} \frac{\partial p_e}{\partial z'} \right) - \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{v_{en}}{v_{en}^2 + \omega_H^2} \frac{\partial p_e}{\partial x'} \right) - \\ & - \frac{\partial}{\partial y'} \left(\frac{v_{en}}{v_{en}^2 + \omega_H^2} \frac{\partial p_e}{\partial y'} \right) + \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{\omega_H}{v_{en}^2 + \omega_H^2} \frac{\partial p_e}{\partial y'} \right) - \\ & - \frac{\partial}{\partial y'} \left(\frac{\omega_H}{v_{en}^2 + \omega_H^2} \frac{\partial p_e}{\partial x'} \right) + g_{z'} \frac{\partial}{\partial z'} \left(\frac{m_e N}{v_{en}} \right) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + g_{x'} \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{v_{\text{en}} m_e N}{v_{\text{en}}^2 + \omega_{\text{H}}^2} \right) + g_{x'} \frac{\partial}{\partial y'} \left(\frac{\omega_{\text{H}} m_e N}{v_{\text{en}}^2 + \omega_{\text{H}}^2} \right) - \\
& - g_{y'} \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{\omega_{\text{H}} m_e N}{v_{\text{en}}^2 + \omega_{\text{H}}^2} \right) - e \frac{\partial}{\partial z'} \left(\frac{N E_{z'}}{v_{\text{en}}} \right) - \\
& - e \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{v_{\text{en}} E_{x'} N}{v_{\text{en}}^2 + \omega_{\text{H}}^2} \right) - e \frac{\partial}{\partial y'} \left(\frac{v_{\text{en}} E_{y'} N}{v_{\text{en}}^2 + \omega_{\text{H}}^2} \right) + \\
& + e \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{\omega_{\text{H}} E_{y'} N}{\omega_{\text{en}}^2 + \omega_{\text{H}}^2} \right) - e \frac{\partial}{\partial y'} \left(\frac{v_{\text{en}} N E_{x'}}{v_{\text{en}}^2 + \omega_{\text{H}}^2} \right) + \\
& + \frac{\partial}{\partial z'} (m_e N u_{nz'}) + \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{m_e v_{\text{en}}^2 N u_{nx'}}{v_{\text{en}}^2 + \omega_{\text{H}}^2} \right) + \frac{\partial}{\partial y'} \left(\frac{m_e v_{\text{en}}^2 N u_{ny'}}{v_{\text{en}}^2 + \omega_{\text{H}}^2} \right) + \\
& + \frac{\partial}{\partial y'} \left(\frac{m_e v_{\text{en}} \omega_{\text{H}} N u_{nx'}}{v_{\text{en}}^2 + \omega_{\text{H}}^2} \right) - \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{m_e v_{\text{en}} \omega_{\text{H}} N u_{ny'}}{v_{\text{en}}^2 + \omega_{\text{H}}^2} \right) = 0, \quad (21.4)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial M_i N}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z'} \left(\frac{1}{v_{\text{in}}} \frac{\partial p_i}{\partial z'} \right) - \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{v_{\text{in}}}{v_{\text{in}}^2 + \Omega_{\text{H}}^2} \frac{\partial p_i}{\partial x'} \right) - \\
& - \frac{\partial}{\partial y'} \left(\frac{v_{\text{in}}}{v_{\text{in}}^2 + \Omega_{\text{H}}^2} \frac{\partial p_i}{\partial y'} \right) - \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{\Omega_{\text{H}}}{v_{\text{in}}^2 + \Omega_{\text{H}}^2} \frac{\partial p_i}{\partial y'} \right) + \\
& + \frac{\partial}{\partial y'} \left(\frac{\Omega_{\text{H}}}{v_{\text{in}}^2 + \Omega_{\text{H}}^2} \frac{\partial p_i}{\partial x'} \right) + g_{z'} \frac{\partial}{\partial z'} \left(\frac{M_i N}{v_{\text{in}}} \right) + \\
& + g_{x'} \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{v_{\text{in}} M_i N}{v_{\text{in}}^2 + \Omega_{\text{H}}^2} \right) + g_{y'} \frac{\partial}{\partial y'} \left(\frac{v_{\text{in}} M_i N}{v_{\text{in}}^2 + \Omega_{\text{H}}^2} \right) + \\
& + g_{y'} \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{\Omega_{\text{H}} M_i N}{v_{\text{in}}^2 + \Omega_{\text{H}}^2} \right) - g_{x'} \frac{\partial}{\partial y'} \left(\frac{\Omega_{\text{H}} M_i N}{v_{\text{in}}^2 + \Omega_{\text{H}}^2} \right) + \\
& + e \frac{\partial}{\partial z'} \left(\frac{N E_{z'}}{v_{\text{in}}} \right) + e \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{v_{\text{in}} N E_{x'}}{v_{\text{in}}^2 + \Omega_{\text{H}}^2} \right) + \\
& + e \frac{\partial}{\partial y'} \left(\frac{v_{\text{in}} N E_{y'}}{v_{\text{in}}^2 + \Omega_{\text{H}}^2} \right) - e \frac{\partial}{\partial y'} \left(\frac{\Omega_{\text{H}} N E_{x'}}{v_{\text{in}}^2 + \Omega_{\text{H}}^2} \right) + \\
& + e \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{\Omega_{\text{H}} N E_{y'}}{v_{\text{in}}^2 + \Omega_{\text{H}}^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z'} (M_i N u_{nz'}) + \\
& + \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{v_{\text{in}}^2 M_i N u_{nx'}}{v_{\text{in}}^2 + \Omega_{\text{H}}^2} \right) + \frac{\partial}{\partial y'} \left(\frac{v_{\text{in}}^2 M_i N u_{ny'}}{v_{\text{in}}^2 + \Omega_{\text{H}}^2} \right) - \\
& - \frac{\partial}{\partial y'} \left(\frac{v_{\text{in}} \Omega_{\text{H}} M_i N u_{nx'}}{v_{\text{in}}^2 + \Omega_{\text{H}}^2} \right) + \frac{\partial}{\partial x'} \left(\frac{v_{\text{in}} \Omega_{\text{H}} M_i N u_{nx'}}{v_{\text{in}}^2 + \Omega_{\text{H}}^2} \right) = 0. \quad (21.5)
\end{aligned}$$

Эти уравнения сходны с (18.3) и (18.4). Однако имеются и отличия, связанные с учетом в (21.4), (21.5) силы тяжести и с пренебрежением рекомбинацией. Кроме того, нам здесь удобно воспользоваться системой координат, одна из осей которой z' направлена вдоль \mathbf{H}_0 .

Далее, учитывая соотношения для давлений электронов и ионов $p_e = NkT_e$ и $p_i = NkT_i$, используем полученные уравнения для анализа возбуждения атмосферными внутренними волнами неоднородностей электронной концентрации N .

Будем рассматривать задачу применительно к области F , где хорошо выполняется условие (6.10), из которого следует неравенство $\omega_H \gg v_{en}$. В этом случае в (21.4) можно пренебречь влиянием силы тяжести. Далее, в соответствии с приводимой ранее аргументацией (см. подробнее [266]), можно пренебречь поперечной диффузией и увлечением заряженных частиц в направлениях, перпендикулярных к магнитному полю \mathbf{H}_0 (ввиду малости соответствующих коэффициентов диффузии и увлечения). В гл. III рассматривался случай очень сильно вытянутых неоднородностей, когда поперечная диффузия начинает преобладать. Однако при распространении возмущений типа ПВ такая ситуация возникнуть не может, и расплывание неоднородностей практически полностью связано с продольной диффузией.

Неоднородности, обусловленные внутренними атмосферными волнами, в подавляющем большинстве случаев можно считать слабыми и мы вправе использовать ограничение $|N'| \ll N_0$ (см. (6.17)). Тогда мы придем к системе линеаризованных уравнений, которая написана в предположении, что внешние электрические поля отсутствуют и $\mathbf{u}_n \approx \mathbf{u}$:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial N'}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z'} \left(D_{e\parallel} \frac{\partial N'}{\partial z'} \right) - \frac{eN_0}{m_e} \frac{\partial}{\partial z'} \left(\frac{E_{z'}}{v_{en}} \right) + N_0 \frac{\partial u_{z'}}{\partial z'} &= 0, \\ \frac{\partial N'}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z'} \left(D_{i\parallel} \frac{\partial N'}{\partial z'} \right) + g_{z'} \frac{\partial}{\partial z'} \left(\frac{N}{v_{in}} \right) + \\ &+ \frac{eN_0}{M_i} \frac{\partial}{\partial z'} \left(\frac{E_{z'}}{v_{in}} \right) + N_0 \frac{\partial u_{z'}}{\partial z'} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (21.6)$$

Исключая внутреннее электрическое поле \mathbf{E} в предположении, что частоты столкновений v_{en} и v_{in} изменяются

с высотой z по закону $v_{en} \propto \exp(-z/H)$; $v_{in} \propto \exp(-z/H)$ (как и ранее, H — высота однородной атмосферы), получим из (21.6)

$$\frac{\partial N'}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z'} \left(D \frac{\partial N'}{\partial z'} \right) + g_{z'} \frac{\partial}{\partial z'} \left(\frac{N'}{v_{in}} \right) + N_0 \frac{\partial u_{z'}}{\partial z'} = 0, \quad (21.7)$$

где $D = \kappa (T_e + T_1) / M_1 v_{in}$ — коэффициент амбиполярной диффузии. Из последнего соотношения следует, что появление неоднородностей на высотах области F связано с изменениями продольной (по отношению к \mathbf{H}_0) компоненты скорости молекул.

Обратим внимание на слагаемое $N_0 \frac{\partial u_{z'}}{\partial z'}$, эквивалентное наличию некоторого источника неоднородностей. Переходя к системе координат с осью z , направленной вертикально вверх, и осью x — горизонтально (в направлении распространения), мы можем в соответствии с (10.12) и (10.14) написать для компонент u_x и u_z скоростей среды во внутренних волнах соотношения

$$\left. \begin{aligned} u_x &= u_{x0} \exp(-i\omega t + ik_z z + z/2H + ik_x x), \\ u_z &= u_{z0} \exp(-i\omega t + ik_z z + z/2H + ik_x x). \end{aligned} \right\} \quad (21.8)$$

Если пренебречь поглощением, то k_x и k_z здесь можно считать действительными. Рассмотрим для простоты случай меридионального распространения возмущений. Это допустимо, так как в соответствии с § 19 такое направление для ПВ является преобладающим.

При сделанных оговорках можно совместить оси y и y' . Обозначив, как и ранее, угол между полем \mathbf{H}_0 и вертикалью через χ , для компоненты скорости $u_{z'}$ имеем $u_{z'} = u_x \sin \chi + u_z \cos \chi$. Тогда для слагаемого $N_0 \frac{\partial u_{z'}}{\partial z'}$ получаем

$$\begin{aligned} N_0 \frac{\partial u_{z'}}{\partial z'} &= iN_0 \{ (k_z - i/2H) (u_{x0} \sin \chi \cos \chi + u_{z0} \cos^2 \chi) + \\ &+ k_x (u_{x0} \sin^2 \chi + u_{z0} \cos \chi \sin \chi) \} \exp(-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{r} + z/2H), \end{aligned} \quad (21.9)$$

где $r = \sqrt{(x')^2 + (z')^2}$.

В условиях ионосферы при ограничении (10.22) можно считать, что $u_z (k_z - i/2H) \approx -k_x u_x$. Этот простой, но

представляющий значительный интерес случай уже рассматривался в § 10. Тогда из (21.9) имеем

$$N_0 \frac{\partial u_{z'}}{\partial z'} = ik_x N_0 u_z \left(\sin \chi + \frac{K_z}{k_x} \cos \chi \right) \left(\cos \chi - \frac{K_z}{k_x} \sin \chi \right), \quad (21.10)$$

где $K_z = k_z - i/2H$. Для тех ПВ, для которых четко зарегистрированы горизонтальные перемещения, как правило, $|K_z| \gg k_x$. Дело в том, что горизонтальные масштабы составляют сотни километров, тогда как масштабы по вертикали, несомненно, меньше. Используя последнее неравенство, из (21.10) приближенно получаем

$$N_0 \frac{\partial u_{z'}}{\partial z'} = -iN_0 K_z u_{z0} \left(\frac{K_z}{k_x} \sin \chi \cos \chi - \cos 2\chi \right) \times \\ \times \exp \left(-i\omega t + ik_z z + ik_x x + z/2H \right). \quad (21.11)$$

Здесь зависимость от χ определяется множителем $(K_z/k_x) \sin \chi \cos \chi - \cos 2\chi$. Учитывая неравенство $|K_z| \gg k_x$, в первом приближении можно принять, что он определяется первым слагаемым, пропорциональным $\sin \chi \cos \chi$. Таким образом, наиболее эффективно при прочих равных условиях генерация должна происходить на умеренных широтах. На низких или, наоборот, высоких широтах эффективность генерации снижается по грубой оценке в отношении $k_x/|K_z|$.

Получение общих решений уравнения (21.7) сопряжено с определенными трудностями. Для простоты ограничимся случаем, когда направление поля \mathbf{H}_0 совпадает с вертикалью, т. е. рассматриваются волны на высоких широтах. Тогда можно совместить оси x, y с x', y' . Принимая для распределения частоты столкновений ν_{in} простейшую модель $\nu_{in} = \nu_{in0} \exp(-z/H)$, где высота однородной атмосферы H считается не зависящей от z , получим из (21.11) уравнение [65, 266]

$$\exp(-z/H) \frac{\partial N'}{\partial t} - D_0 \frac{\partial^2 N'}{\partial z^2} - \frac{3g}{\nu_{in}} \frac{\partial N'}{\partial z} - \frac{g}{\nu_{in0}} \frac{N'}{H} = \\ = -iK_z N_0 u_{z0} \exp(-i\omega t + ik_x x + ik_z z - z/2H), \quad (21.12)$$

где D_0 и ν_{in0} — коэффициент диффузии и частота столкновений на фиксированном уровне $z = 0$. Поскольку ра-

нее было установлено, что рассматриваемые возмущения существуют только в области $z \geq 0$, примем, что точка $z = 0$ расположена у основания области F .

Сосредоточим сначала свое внимание на вынужденной части решения уравнения (21.12). Наиболее просто обстоит дело в гипотетическом случае *), когда можно опустить слагаемое $\exp(-z/H) \frac{\partial N'}{\partial t}$. Его сопоставление с диффузионным слагаемым $D_0 \frac{\partial^2 N'}{\partial z^2}$ показывает, что это возможно при выполнении неравенства

$$\omega^2 \ll k_z^2 D. \quad (21.13)$$

При этом нужно дополнительно использовать ограничение $k_z H > 1$, которое также обычно выполняется (хотя и с небольшим запасом) при прохождении внутренних волн через ионосферу. Для волн с периодами в 30 мин $\omega \approx 3 \cdot 10^{-3}$ сек⁻¹. При $D \sim 10^9$ см²/сек $\omega \ll D k_z^2$, если $k_z \gtrsim 2 \cdot 10^{-6}$ см⁻¹. Так как значения H в области F , во всяком случае, не меньше 10 км, то тогда действительно $k_z H > 1$ **). После интегрирования упрощенного с учетом (21.13) уравнения (21.12) для вынужденной части решения приближенно имеем

$$N' \approx - \frac{i N_0 u_{z0}}{D_0 k_z} \exp \{ -i \omega t + i k_x x + i k_z z - z/2H \}. \quad (21.14)$$

Здесь знаменатель написан в пренебрежении вкладом членов, пропорциональных $1/H$ и g , что возможно в силу условия $k_z H > 1$. Из (21.14) имеем

$$\left| \frac{N'}{N_0} \right| \sim \frac{u_{z0}}{D_0 k_z}. \quad (21.15)$$

При $D_0 \sim 10^9$ см²/сек, $k_z \sim 4 \cdot 10^{-6}$ см⁻¹ и $\frac{|N'|}{N_0} \sim 0,1$ имеем $u_{z0} \sim 4$ м/сек. Это значение скорости представляется вполне разумным. Во всяком случае такие скорости не только возможны, но и типичны для ионосферных движений.

В соответствии с (21.14) величина N' должна с ростом высоты убывать. Аналогичная зависимость для ПВ была

*) Ряд результатов этого параграфа имеет качественный характер и пригоден только для оценок степени влияния наиболее важных факторов.

**) При выполнении этого неравенства можно ниже заменить K_z на k_z .

зафиксирована в эксперименте [267]. Приведенные оценки (21.14), (21.15) могут, вероятно, использоваться только на достаточно больших высотах. Дело в том, что в изотермическом случае, как справедливо отмечалось в [268], условие (21.13) означает фактически отказ от гидродинамического описания. При более слабом требовании $\omega \lesssim k_z^2 D$ должно быть очень велико вязкое затухание порождающих неоднородности внутренних волн. Более благоприятная ситуация в отношении применимости приближенного соотношения (21.15) возникает, если температуры электронов и ионов превосходят температуру нейтральной компоненты, что, вообще говоря, наблюдается в области F . Тогда несовместимость ограничения (21.13) с условием применимости гидродинамического описания в известной степени устраняется.

При условии, обратном (21.13), и при $k_z H \geq 1$ можно в левой части (21.12) пренебречь всеми слагаемыми, кроме первого. Тогда, решая приближенное уравнение

$$\frac{\partial N'}{\partial t} \approx -ik_z N_0 u_{z0} \exp(-i\omega t + ik_x x + ik_z z + z/2H),$$

имеем

$$N' = \frac{k_z N_0 u_{z0}}{\omega} \exp(-i\omega t + ik_x x + ik_z z + z/2H). \quad (21.16)$$

Отсюда получаем оценку

$$\left| \frac{N'}{N_0} \right| \sim \frac{u_{z0} k_z}{\omega}. \quad (21.17)$$

Реально вполне возможны случаи, когда $\omega \sim Dk_z^2$. Тогда результаты оценок по формулам (21.15) или (21.17) будут мало отличаться друг от друга. Первый способ оценки $|N'/N_0|$ (на основе (21.15)) имеет, вероятно, право на существование на больших высотах (скажем, в области максимума области F и выше). В нижней части области F для оценок отношения $|N'/N_0|$, несомненно, правильнее использовать (21.17).

Следует подчеркнуть основной результат, полученный в этом параграфе: движения газа со сравнительно небольшими скоростями ($u \approx 3-10$ м/сек) могут привести к возникновению довольно интенсивных неоднородностей с $|N'/N_0|$ порядка 10%. Несомненно, что при обычном гидродинамическом перемешивании такого рода эффек-

ты были бы практически невозможны. Здесь сказываются некоторые особенности поведения слабоионизированного газа в достаточно сильном магнитном поле при увлечении заряженных частиц нейтральными. Наиболее явно на эти особенности впервые указал Данжи [170]. При $\Omega_H \gg v_{in}$ увлечение плазмы в направлении, перпендикулярном магнитному полю H_0 , происходит с трудом, тогда как вдоль H_0 оно осуществляется беспрепятственно. Это эквивалентно появлению некоторой сжимаемости плазмы, в результате чего возникают заметные неоднородности. Впрочем, с аналогичным примером перераспределения заряженных частиц при наличии магнитного поля мы уже сталкивались (спорадический слой E_s). Как ясно из сравнения с теорией ветрового сдвига, изложенной в гл. IV, характер увлечения заряженных частиц нейтральными имеет свою специфику, различную для области E и области F (даже помимо различия ветров на разных высотах).

Остановимся теперь кратко на оценках времени установления вынужденных распределений электронов (ионов). Этот вопрос рассматривался в работе [65]. Анализ сопряжен с довольно громоздкими расчетами и требует применения определенных упрощенных моделей. В частности, в цитируемой работе рассматривалась генерация неоднородностей в некотором вспомогательном слое толщины L , причем считалось, что на его границах неоднородности возникать не могут ($N' = 0$). Решение отыскивалось для уравнения (21.12), предназначенного для описания процессов на высоких широтах. Для достаточно толстого слоя ($L \gg H$) для времени установления τ было получено соотношение

$$\tau \approx 4H^2/\pi^2 D. \quad (21.18)$$

Установление вынужденных распределений электронов обуславливается диффузией, что нетрудно понять и из последнего выражения, поскольку оно имеет вид, характерный для соотношений, определяющих длительность диффузионного расплывания (размер неоднородности здесь порядка расстояния H). На высоте 250 км время τ , определяемое (21.18), оказывается примерно равным 10 мин и меньшим характерных периодов возмущений для ПВ, что также можно причислить к одному из аргументов в пользу связи ПВ с внутренними гравитационными волнами.

Хотя времена рекомбинации и ионизации в области F' больше характерных времен, связанных с ПВ, в работах [268, 269] все же был проведен анализ воздействия внутренних волн на изменение электронной и ионной концентрации ионосферной плазмы с учетом фотохимических процессов. В области F' , как можно было предположить, эти процессы оказались малосущественными. Ситуация меняется на высотах ниже максимума области E . В частности, может представить интерес эффект изменения ионообразования за счет волнообразного изменения плотности среды ρ . Если в цитированной выше работе [268] имеется тенденция к усложнению рассматриваемой в настоящем параграфе схемы, то в статье [270] расчет перераспределения электронов проведен весьма упрощенно (без учета диффузии и неоднородного характера внутренних волн). Фактически в [270] рассмотрен простой пример, иллюстрирующий простыми средствами возможность появления неоднородностей в анизотропной плазме при волновых движениях нейтральных частиц.

В отличие от работ, рассмотренных выше, для статей [271—273] характерно стремление расширить анализ, чтобы сделать возможным изучение реакции ионизированной компоненты на внутренние волны не только в области F' , но и в области E . В работе [271] отмечается наличие на высотах области E эффекта перераспределения электронов, который легко понять на основе теории ветрового сдвига (см. гл. IV). В статье [272] приведен значительный материал, иллюстрирующий образование плазменных неоднородностей при разных направлениях распространения внутренних волн относительно геомагнитного поля H_0 . В [273] отмечено, что на определенных высотах в ионосфере, зависящих от периода волны и ориентации волнового вектора, атмосферные гравитационные волны не должны существенно изменять концентрацию электронов.

§ 22. О возможных типах плазменной неустойчивости в области F' , обуславливающей появление неоднородностей

Хотя проведенный в предыдущем параграфе анализ показывает возможность установить связь между некоторыми типами крупномасштабных неоднородностей и внутренними гравитационными волнами, за счет этих волн невозможно объяснить все многообразие нерегулярных

явлений в области F . Существует еще широкий класс неоднородностей, участвующих в дрейфовых движениях плазмы. Для неоднородностей такого типа характерно наличие широкого спектра их распределения по масштабам, а также заметная степень статистичности их параметров.

В настоящее время состояние теории таково, что весьма затруднительно провести классификацию этих неоднородностей по признаку причин, вызывающих их появление. Дело осложняется тем, что некоторые выводы теории трудно проверить обычными методами, а специальные эксперименты еще не ставились.

При сопоставлении различных типов нестабильности мы воспользуемся квазигидродинамическим рассмотрением. Такое описание применяется в большинстве работ, касающихся нестабильности плазмы на высотах области F [274—279]. Дополнением к этой серии работ могут служить исследования, проведенные на основе метода кинетического уравнения [280—281], результаты которых также будут приведены ниже.

Мы преднамеренно не будем останавливаться на обсуждении вопроса о нестабильности плазменных образований с резкими границами [282—285]. Дело в том, что в естественных условиях в верхней атмосфере Земли рассчитывать на появление таких образований очень трудно (особенно на высотах области F и выше)*), так как здесь очень интенсивна продольная диффузия. При ее преобладающей роли предположение о наличии неоднородностей с резкими границами представляется неправомерным. При введении моделей с резкими границами возникает необходимость решения сложной проблемы о степени точности, с которой такие модели отражают свойства реальных неоднородностей. Вероятно, проще сразу же исходить из более правдоподобных идеализаций. По этому пути в последнее время и идет большинство авторов [275—279, 286].

Прежде чем переходить к расчетам, кратко обсудим причины, которые могут привести к нестабильности плазмы в области F [287]. Сначала вновь вернемся к двухпоточковой нестабильности, подробно рассмотренной в

*) Не исключено, что модели с резкими границами могут представлять интерес при анализе движения и расплывания искусственных образований (бариевые облака и др.).

применении к области E в § 20. Появление неустойчивости в плазме, пронизываемой пучком заряженных частиц, часто интерпретируют, обращаясь к форме функции распределения заряженных частиц по скоростям, которая становится двугорбой. При наличии тока имеются в принципе два потока: электронный и ионный. Полуширины, характеризующие распределения электронов и ионов f_e и f_i , определяются средними тепловыми скоростями \bar{v}_e и \bar{v}_i . Поскольку $\bar{v}_e \gg \bar{v}_i$, для появления двугорбости в отсутствие внешнего магнитного поля необходимо, чтобы $v_0 > \bar{v}_e$ (v_0 — величина скорости электронов относительно ионов). Этот вывод следует из (20.13) при нарушении ограничения (20.12). В ионосфере, как уже указывалось, требование $v_0 > \bar{v}_e$ не выполняется. Неустойчивость возникает только под влиянием магнитного поля \mathbf{H}_0 . В области E условия таковы, что для электронов влияние магнитного поля велико ($\omega_H \gg v_{en}$), а для ионов — незначительно ($\Omega_H < v_{in}$). В случае выполнения неравенства $\omega_H \gg v_{en}$ для взаимодействия волны с плазмой существенна только проекция скорости теплового движения вдоль \mathbf{H}_0 на направление распространения. При углах α между волновым вектором и полем \mathbf{H}_0 , модуль которых не очень близок к $1/2\pi$, качественный критерий неустойчивости имеет вид $\bar{v}_e |\cos \alpha| < v_0$. Если же $\cos \alpha = 0$, то возникновение неустойчивости связано с размытием функции распределения ионов f_i , и мы приходим к условию неустойчивости $\bar{v}_i < v_0$. В области F , где $\Omega_H \gg v_{in}$, при малом $|\cos \alpha|$ критерий неустойчивости качественно должен иметь вид $v_0 > b\bar{v}_i$, причем $b \ll 1$. Ориентировочно можно полагать, что b порядка v_{in}/Ω_H . В целом вопрос о неустойчивости в области F при $v_0 \neq 0$ еще не проанализирован, но ясно, что здесь для появления неустойчивости необходимы меньшие плотности токов, чем в области E . Это не позволяет полностью игнорировать двухпоточковую неустойчивость в области F . Наибольшие перспективы имеются в установлении связи между неустойчивостью такого рода и появлением некоторых типов рассеянных отражений (см. § 19), когда можно ожидать интенсификации процесса возбуждения электростатических полей в магнитосфере и их просачивания в область F .

Вместе с тем, несомненно, весьма часто встречаются ситуации, когда для объяснения появления неоднородностей нет оснований привлекать указанный механизм. Оставляя в стороне токовую неустойчивость, можно ис-

как другие причины неустойчивости плазмы в области F , а именно, можно связывать возникновение неоднородностей либо с высотными изменениями регулярных параметров ионосферы (концентрации электронов N_0 , частоты столкновений ν_{in} или температуры), либо с неоднородностью движений плазмы.

Неустойчивости, связанные с неоднородностью плазмы, играют большую роль в поведении высокотемпературной плазмы (дрейфовые неустойчивости) [14, 15], причем не только инкремент возмущения, но и вид дисперсионного уравнения определяются ее неоднородной структурой. В ионосферных условиях градиенты не могут быть столь же велики, как в лабораторной плазме, и в лучшем случае речь может идти о влиянии градиентов на скорость нарастания возмущений.

С одним из примеров неустойчивости при наличии неоднородного поля скоростей u_1 мы уже имели дело в § 15. По-видимому, удельный вес таких неустойчивостей в динамике ионосферы окажется больше, чем в других областях физики плазмы.

Будем исходить из обычной системы квазигидродинамических уравнений для электронов и ионов (4.37), (4.38), и сразу же запишем их в линеаризованной форме. Неравновесные величины будем снабжать штрихами, а равновесные оставим без изменений (для краткости в этом параграфе знак нуль для последних величин применяться не будет). При учете квазинейтральности имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial u'_e}{\partial t} + (u'_e \nabla) u_e + (u_e \nabla) u'_e + \nu_{en} u'_e + \nu_{ei} (u'_e - u'_i) = \\ = - \frac{\kappa T_e}{m_e N} \nabla N' + \frac{\kappa \nabla (N T_e)}{m_e N^2} N' + \\ + \frac{\eta_e}{m_e} \nabla^2 u'_e - \frac{e}{m_e c} [u'_e H_0] + \frac{e}{m_e} \nabla \varphi', \end{aligned} \quad (22.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u'_i}{\partial t} + (u'_i \nabla) u_i + (u_i \nabla) u'_i + \nu_{ei} \frac{m_e}{M_i} (u'_i - u'_e) + \nu_{in} u'_i = \\ = - \frac{\kappa T_i}{M_i N} \nabla N' + \frac{\kappa \nabla (N T_i)}{M_i N^2} N' + \\ + \frac{\eta_i}{M_i} \nabla^2 u'_i + \frac{e}{M_i c} [u'_i H_0] - \frac{e}{M_i} \nabla \varphi'. \end{aligned} \quad (22.2)$$

Отметим, что слагаемые, связанные с силой тяжести, при используемом способе линеаризации выпадают и в

последние два соотношения в явном виде не входят. В правых же частях не учитываются температурные изменения, что эквивалентно рассмотрению процесса амбиполярной диффузии в изотермическом приближении. Для использования такого приближения есть определенные основания (см. § 7). Во всяком случае учет отклонений от изотермичности должен лишь дать поправки к скорости процесса диффузии и не должен привести к кардинальным изменениям выводов о возможностях возникновения неустойчивости.

В (22.1), (22.2) выписан целый ряд слагаемых, которые для дальнейшего малосущественны, если использовать условия, обеспечивающие гидродинамическое описание. Это сделано с целью возможно более полного начального учета всех факторов, что позволяет лучше представить себе те ограничения, в рамках которых может быть развита и применена теория.

Рассматривая неоднородности с масштабами $L > l$, сделаем некоторые бесспорные упрощения. Сопоставляя слагаемые с $v_{en} u'_e$ и $v_{in} u'_i$ в (22.1) и (22.2) с вязкими членами, мы видим, что последними можно пренебречь. Традиционными являются также неравенства $|(u'_i \nabla) u_i| \ll \ll |v_{in} u'_i|$ и $|(u'_e \nabla) u_e| \ll |v_{en} u_e|$, которые многократно использовались ранее. Далее мы ограничимся низкочастотными возмущениями. Полагая, что переменные величины изменяются по закону $\exp(-i\tilde{\omega}t)$, будем, в соответствии с реальными условиями, считать, что

$$v_{in} \gg |\tilde{\omega}| \text{ и } v_{en} \gg |\tilde{\omega}|. \quad (22.3)$$

Скорости движения неоднородностей, которые можно связать со скоростями распространения возмущений, не очень велики (во всяком случае, меньше звуковых). Тогда, учитывая сказанное, а также неравенства (22.3), можно опустить первый и второй члены в левой части как в (22.1), так и в (22.2).

Ограничимся высотами области F , не превосходящими существенно высоту ее максимума. Тогда можно считать выполненным ограничение

$$v_{in} \gg \frac{m_e}{M_i} v_{ei}. \quad (22.4)$$

Действительно, при сделанных ограничениях $v_{e1} \sim \sim 10^3 \text{ сек}^{-1}$, тогда как $v_{in} \sim 1 \text{ сек}^{-1}$ и $(m_e/M_i) v_{e1} \sim \sim 10^{-2} \text{ сек}^{-1}$. Таким образом, последнее неравенство спра-

ведливо, что дает возможность далее опустить в уравнении (22.2) слагаемое с v_{e1} . В итоге мы приходим к следующим упрощенным уравнениям:

$$v_e \mathbf{u}'_e + \omega_H [\mathbf{u}'_e \mathbf{h}_0] - v_{ei} \mathbf{u}'_i = \left[-\frac{\kappa T_e}{m_e N} \nabla + \kappa \frac{\nabla (NT_e)}{m_e N^2} \right] N' + \frac{e}{m_e} \nabla \varphi', \quad (22.5)$$

$$v_{in} \mathbf{u}'_i - \Omega_H [\mathbf{u}'_i \mathbf{h}_0] = \left[-\frac{\kappa T_i}{N_i N} \nabla + \frac{\kappa \nabla (NT_i)}{M_i N^2} \right] N' - \frac{e}{M_i} \nabla \varphi'. \quad (22.6)$$

Далее, можно написать последние уравнения для проекций скоростей на координатные оси. Здесь нам целесообразно воспользоваться системой координат x', y', z' , где ось z' направлена вдоль геомагнитного поля \mathbf{H}_0 . Сразу же будем считать справедливым характерное для области F неравенство $\Omega_H \gg v_{in}$, откуда с большим запасом следует выполнение ограничения $\omega_H \gg v_{en}$.

Как в области F (не говоря уже об области E), так и во внешней ионосфере $\omega_H \gg v_{e1}$. В силу ничтожно малых величин в области F слагаемых с v_{e1}/ω_H и с v_{en}/ω_H они не будут учитываться. В итоге можно опираться на следующие приближенные соотношения:

$$\left. \begin{aligned} u_{ex'} &= \frac{v_e}{\omega_H^2} B_{ex'} - \frac{1}{\omega_H} B_{ey'}, \\ u_{ey'} &= -\frac{1}{\omega_H} B_{ex'} + \frac{v_e}{\omega_H^2} B_{ey'}, \\ u_{ez'} &= B_{ez'}/v_e; \end{aligned} \right\} \quad (22.7)$$

$$\left. \begin{aligned} u_{ix'} &= \frac{v_{in}}{v_{in}^2 + \Omega_H^2} B_{ix'} + \frac{\Omega_H}{v_{in}^2 + \Omega_H^2} B_{iy'}, \\ u_{iy'} &= -\frac{\Omega_H}{v_{in}^2 + \Omega_H^2} B_{ix'} + \frac{v_{in}}{v_{in}^2 + \Omega_H^2} B_{iy'}, \\ u_{iz'} &= \frac{B_{iz'} + (m_e/M_i) (v_{ei}/v_e) B_{ez'}}{v_{in}}. \end{aligned} \right\} \quad (22.8)$$

Здесь введены векторы \mathbf{V}_e и \mathbf{V}_i . Для первого из них имеем

$$\mathbf{V}_e = \left\{ -\frac{\kappa T_e}{m_e N} \nabla + \kappa \frac{\nabla (NT_e)}{m_e N^2} \right\} N' + \frac{e}{m_e} \nabla \varphi'. \quad (22.9)$$

Для вектора \mathbf{V}_1 можно написать аналогичное соотношение, если заменить здесь m_e на M_1 , T_e на T_1 и e на $-e$.

Используя уравнения непрерывности (4.4), (4.5) при $N_e = N_1 = N$, после линеаризации имеем

$$[-i\tilde{\omega} + (\mathbf{u}_e \nabla) + \operatorname{div} \mathbf{u}_e + 2\alpha_r N] N' + [N \operatorname{div} + \nabla N] \mathbf{u}'_e = 0, \quad (22.10)$$

$$[-i\tilde{\omega} + (\mathbf{u}_1 \nabla) + \operatorname{div} \mathbf{u}_1 + 2\alpha_r N] N' + [N \operatorname{div} + \nabla N] \mathbf{u}'_1 = 0. \quad (22.11)$$

В области F в соответствии с существующими представлениями о фотохимических процессах коэффициент α_r оказывается зависящим от концентрации N ($\alpha_r \sim \sim 1/N$). Тогда в последних двух соотношениях перед α_r должен отсутствовать коэффициент 2, что для дальнейших рассуждений малосущественно, и поэтому ниже по этому поводу никаких оговорок делаться не будет.

Возникает вопрос о возможности использования результатов выкладок из первой части § 18, где рассматриваются сходные вопросы, но в иной постановке. На этом пути, однако, имеются трудности. В отличие от § 18, здесь мы, хотя и неявно, учитываем влияние силы тяжести. Это отражается на записи, например, второго члена в фигурной скобке в (22.9). Далее, для нас здесь существенно не конкретизировать в нулевом приближении факторы, определяющие значения скоростей \mathbf{u}_e и \mathbf{u}_1 . Эти отличия затрудняют применение результатов из § 18, в силу чего мы приведем здесь основные уравнения и формулы на разных этапах вычислений.

Определяя из (22.10) и (22.11) значения слагаемых $\nabla N \mathbf{u}'_e$ и $\nabla N \mathbf{u}'_1$, мы учтем то обстоятельство, что основные изменения регулярных величин N происходят по высоте z . Если считать, кроме того, что магнитное поле \mathbf{H}_0 лежит в плоскости x, z и составляет с осью z угол χ , то можно направить ось x' таким образом, чтобы плоскости x', z' и x, z совпадали.

Теперь выполним некоторые упрощения. Например, слагаемое $\nabla N \mathbf{u}'_e$ (см. (22.10)) можно представить в виде

$$\nabla N \mathbf{u}'_e = u_{ez} \frac{dN}{dz} = \frac{dN}{dz} (u_{ez'} \cos \chi + u_{ex'} \sin \chi).$$

Аналогично имеем

$$\nabla N \mathbf{u}'_1 = u_{iz} \frac{dN}{dz} = \frac{dN}{dz} (u_{iz'} \cos \chi + u_{ix'} \sin \chi).$$

Тогда

$$\begin{aligned} \nabla N \mathbf{u}'_e = & \frac{dN}{dz} v_{en}^{-1} \left\{ \cos \chi \frac{\kappa T_e}{m_e N} \left[-\frac{\partial}{\partial z'} + \frac{d}{dz} \ln (NT_e) \cos \chi \right] N' + \right. \\ & + \sin \chi \frac{\kappa T_e}{m_e N} \frac{v_{en}^2}{\omega_H^2} \left[-\frac{\partial}{\partial x'} + \frac{d}{dz} \ln (NT_e) \sin \chi \right] N' + \\ & \left. + \frac{e}{m_e} \left[\cos \chi \frac{\partial \Phi'}{\partial z'} + \sin \chi \frac{v_{en}^2}{\omega_H^2} \frac{\partial \Phi'}{\partial x'} \right] \right\}, \quad (22.12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nabla N \mathbf{u}'_i = & \frac{dN}{dz} v_{in}^{-1} \left\{ \cos \chi \frac{\kappa T_i}{M_i N} \left[-\frac{\partial}{\partial z'} + \frac{d}{dz} \ln (NT_i) \cos \chi \right] N' + \right. \\ & + \sin \chi \frac{\kappa T_i}{M_i N} \frac{v_{in}^2}{\Omega_H^2} \left[-\frac{\partial}{\partial x'} + \frac{d}{dz} \ln (NT_i) \sin \chi \right] N' - \\ & \left. - \frac{e}{M_i} \left[\cos \chi \frac{\partial \Phi'}{\partial z'} + \sin \chi \frac{v_{in}^2}{\Omega_H^2} \frac{\partial \Phi'}{\partial x'} \right] \right\}. \quad (22.13) \end{aligned}$$

Здесь и ниже мы пренебрегаем по сравнению с единицей слагаемыми с $v_{e1} T_e / v_e T_1$ и v_{e1} / v_e , хотя на уровне максимума области F они немалы. Дело в том, что с этими слагаемыми не связаны какие-то новые эффекты. Вместе с тем указанное пренебрежение приводит к существенным упрощениям, так как удается сохранить одинаковый вид соотношений, отражающих вклад движения электронов и ионов.

При этих упрощениях получаем следующие выражения для $\text{div } \mathbf{u}'_e$ и $\text{div } \mathbf{u}'_i$:

$$\begin{aligned} \text{div } \mathbf{u}'_e = & \frac{1}{v_{en}} \left\{ \frac{\kappa T_e}{m_e N} \left[-\frac{\partial^2}{\partial z'^2} + \cos \chi \frac{d \ln (NT_e)}{dz} \frac{\partial}{\partial z'} + \right. \right. \\ & + \cos^2 \chi \frac{d^2 \ln (NT_e)}{dz^2} \left. \right] + \frac{\kappa}{m_e} \cos \chi \frac{d}{dz} \left(\frac{T_e}{N} \right) \left[-\frac{\partial}{\partial z'} + \right. \\ & + \cos \chi \frac{d \ln (NT_e)}{dz} \left. \right] + \frac{v_{en}^2}{\omega_H^2} \frac{\kappa T_e}{m_e N} \left[-\frac{\partial^2}{\partial x'^2} - \frac{\partial^2}{\partial y'^2} + \right. \\ & + \sin \chi \frac{d \ln (NT_e)}{dz} \frac{\partial}{\partial z'} + \sin^2 \chi \frac{d^2 \ln (NT_e)}{dz^2} \left. \right] + \\ & + \frac{\kappa}{m_e} \sin \chi \frac{v_{en}^2}{\omega_H^2} \frac{d}{dz} \left(\frac{T_e}{N} \right) \left[-\frac{\partial}{\partial x'} + \sin \chi \frac{d \ln (NT_e)}{dz} \right] + \\ & + \frac{v_{en}}{\omega_H} \frac{\kappa}{m_e} \sin \chi \frac{d}{dz} \left(\frac{T_e}{N} \right) \frac{\partial}{\partial y'} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - v_{\text{en}}^{-2} \cos \chi \frac{dv_{\text{en}}}{dz} \frac{\kappa T_e}{m_e N} \left[- \frac{\partial}{\partial z'} + \cos \chi \frac{d \ln (NT_e)}{dz} \right] - \\
& - \omega_{\text{H}}^{-2} \sin \chi \frac{dv_{\text{en}}}{dz} \frac{\kappa T_e}{m_e N} \left[- \frac{\partial}{\partial z'} + \sin \chi \frac{d \ln (NT_e)}{dz} \right] \Big\} N' + \\
& + \frac{e}{m_e v_{\text{en}}} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial z'^2} + \frac{v_{\text{en}}^2}{\omega_{\text{H}}^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y'^2} \right) - \right. \\
& \left. - \frac{1}{v_{\text{en}}} \frac{dv_{\text{en}}}{dz} \left(\cos \chi \frac{\partial}{\partial z'} - \sin \chi \frac{v_{\text{en}}^2}{\omega_{\text{H}}^2} \frac{\partial}{\partial x'} \right) \right\} \Phi' = 0, \quad (22.14)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{div } \mathbf{u}'_i &= \frac{1}{v_{\text{in}}} \left\{ \frac{\kappa T_i}{M_i N} \left[- \frac{\partial^2}{\partial z'^2} + \cos \chi \frac{d \ln (NT_i)}{dz} \frac{\partial}{\partial z'} + \right. \right. \\
& + \cos^2 \chi \frac{d^2 \ln (NT_i)}{dz^2} \Big] + \frac{\kappa}{M_i} \cos \chi \frac{d}{dz} \left(\frac{T_i}{N} \right) \left[- \frac{\partial}{\partial z'} + \right. \\
& + \cos \chi \frac{d \ln (NT_i)}{dz} \Big] + \frac{v_{\text{in}}^2}{\Omega_{\text{H}}^2} \frac{\kappa T_i}{M_i N} \left[- \frac{\partial^2}{\partial x'^2} - \frac{\partial^2}{\partial y'^2} + \right. \\
& + \sin \chi \frac{d \ln (NT_i)}{dz} \frac{\partial}{\partial z'} + \sin^2 \chi \frac{d^2 \ln (NT_i)}{dz^2} \Big] + \\
& + \frac{v_{\text{in}}^2}{\Omega_{\text{H}}^2} \frac{\kappa}{M_i} \sin \chi \frac{d}{dz} \left(\frac{T_i}{N} \right) \left[- \frac{\partial}{\partial z'} + \sin \chi \frac{d \ln (NT_i)}{dz} \right] - \\
& - \frac{v_{\text{in}}}{\Omega_{\text{H}}} \sin \chi \frac{\kappa}{M_i} \frac{d}{dz} \left(\frac{T_i}{N} \right) \frac{\partial}{\partial y'} - \\
& - v_{\text{in}}^{-2} \cos \chi \frac{dv_{\text{in}}}{dz} \frac{\kappa T_i}{M_i N} \left[- \frac{\partial}{\partial z'} + \cos \chi \frac{d \ln (NT_i)}{dz} \right] - \\
& - \sin \chi \omega_{\text{H}}^{-2} \frac{dv_{\text{in}}}{dz} \frac{\kappa T_i}{M_i N} \left[- \frac{\partial}{\partial z'} + \sin \chi \frac{d \ln (NT_i)}{dz} \right] \Big\} N' - \\
& - \frac{e}{M_i v_{\text{in}}} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial z'^2} + \frac{v_{\text{in}}^2}{\Omega_{\text{H}}^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2}{\partial x'^2} \right) - \right. \\
& \left. - \frac{1}{v_{\text{in}}} \frac{dv_{\text{in}}}{dz} \left(\cos \chi \frac{\partial}{\partial z'} - \sin \chi \frac{v_{\text{in}}^2}{\Omega_{\text{H}}^2} \frac{\partial}{\partial x'} \right) \right\} \Phi' = 0. \quad (22.15)
\end{aligned}$$

Подставляя слагаемые, определяемые (22.12) — (22.15), в уравнения (22.10), (22.11) и группируя идентичные члены, получаем

$$\begin{aligned}
& \left\{ - i\tilde{\omega} + \mathbf{u}_e \nabla + \text{div } \mathbf{u}_e + [2\alpha_r N + D_{e\parallel} \left[- \frac{\partial^2}{\partial z'^2} + \right. \right. \\
& + \cos \chi \frac{d \ln N}{dz} \frac{\partial}{\partial z'} + \cos^2 \chi \left(\frac{d^2 \ln (NT_e)}{dz^2} + \frac{d \ln (NT_e)}{dz} \frac{d \ln T_e}{dz} \right) \Big] + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + D_{e\parallel} \frac{v_{en}^2}{\omega_H^2} \left[-\frac{\partial^2}{\partial x'^2} - \frac{\partial^2}{\partial y'^2} + \sin \chi \frac{d \ln N}{dz} + \right. \\
& + \left. \sin^2 \chi \left(\frac{d^2 \ln (NT_e)}{dz^2} + \frac{d \ln (NT_e)}{dz} \right) \right] + D_{e\parallel} \frac{v_{en}}{\omega_H} \times \\
& \times \sin \chi \frac{d}{dz} \ln \left(\frac{T_e}{N} \right) \frac{\partial}{\partial y'} + D_{e\parallel} \frac{d \ln v_{en}}{dz} \left[\cos \chi \left(\frac{\partial}{\partial z'} - \right. \right. \\
& - \left. \left. \cos \chi \frac{d \ln (NT_e)}{dz} \right) - \frac{v_{en}^2}{\omega_H^2} \left(\frac{\partial}{\partial x'} - \sin \chi \frac{d \ln (NT_e)}{dz} \right) \right] \} N' + \\
& + \frac{eN}{m_e v_{en}} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial z'^2} + \frac{v_{en}^2}{\omega_H^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y'^2} \right) + \right. \\
& + \left(\cos \chi \frac{\partial}{\partial z'} + \frac{v_{en}^2}{\omega_H^2} \sin \chi \frac{\partial}{\partial x'} \right) \frac{d \ln N}{dz} - \\
& - \left. \frac{d \ln v_{en}}{dz} \left(\cos \chi \frac{\partial}{\partial z'} - \sin \chi \frac{v_{en}^2}{\omega_H^2} \frac{\partial}{\partial x'} \right) \right\} \Phi' = 0, \quad (22.16)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left\{ -i\tilde{\omega} + \mathbf{u}_i \nabla + \operatorname{div} \mathbf{u}_i + 2\alpha_r N + D_{i\parallel} \left[-\frac{\partial^2}{\partial z'^2} + \right. \right. \\
& + \left. \left. \cos \chi \frac{d \ln N}{dz} \frac{\partial}{\partial z'} + \cos^2 \chi \left(\frac{d^2 \ln (NT_i)}{dz^2} + \frac{d \ln (NT_i)}{dz} \frac{d \ln T_i}{dz} \right) \right] + \right. \\
& + D_{i\parallel} \frac{v_{in}^2}{\Omega_H^2} \left[-\frac{\partial^2}{\partial x'^2} - \frac{\partial^2}{\partial y'^2} + \sin \chi \frac{d \ln N}{dz} + \right. \\
& + \left. \sin^2 \chi \left(\frac{d^2 \ln (NT_i)}{dz^2} + \frac{d \ln (NT_i)}{dz} \right) \right] - \\
& - D_{i\parallel} \frac{v_{in}}{\Omega_H} \sin \chi \frac{d}{dz} \ln \left(\frac{T_i}{N} \right) \frac{\partial}{\partial y'} + \\
& + D_{i\parallel} \frac{d \ln v_{in}}{dz} \left[\cos \chi \left(\frac{\partial}{\partial z'} - \cos \chi \frac{d \ln (NT_i)}{dz} \right) - \right. \\
& - \left. \frac{v_{in}^2}{\Omega_H^2} \left(\frac{\partial}{\partial x'} - \sin \chi \frac{d \ln (NT_i)}{dz} \right) \right] \} N' - \\
& - \frac{eN}{M_i v_{in}} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial z'^2} + \frac{v_{in}^2}{\Omega_H^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y'^2} \right) + \right. \\
& + \left(\cos \chi \frac{\partial}{\partial z'} + \frac{v_{in}^2}{\Omega_H^2} \sin \chi \frac{\partial}{\partial x'} \right) \frac{d \ln N}{dz} - \\
& - \left. \frac{d \ln v_{in}}{dz} \left(\cos \chi \frac{\partial}{\partial z'} - \sin \chi \frac{v_{in}^2}{\Omega_H^2} \frac{\partial}{\partial x'} \right) \right\} \Phi' = 0. \quad (22.17)
\end{aligned}$$

Имея в виду, что нас в дальнейшем будут интересовать вопросы неустойчивости, рассмотрим изменения всех переменных величин во времени, происходящие по закону $\exp(-i\omega t - \Gamma t)$, где Γ — декремент ($\Gamma > 0$) или инкремент ($\Gamma < 0$). Ряд слагаемых в (22.16), (22.17) в силу их малости в первом приближении можно опустить. Так, например, сразу же учтем, что регулярные изменения температуры с высотой относительно незначительны. Температуры T_e и T_i меняются на порядок на расстояниях, сравнимых с размерами ионосферных слоев. Эти расстояния велики по сравнению с масштабами рассматриваемых сейчас неоднородностей, а также с высотой однородной атмосферы H . Поэтому мы вправе не учитывать регулярные изменения T_e и T_i .

При не очень больших масштабах неоднородностей и при наличии дрейфа с обычными скоростями можно пренебречь поправками к значениям частоты ω , которые определяются слагаемыми с $\partial/\partial z'$. Учет этих слагаемых лишь слабо изменяет дисперсионное уравнение.

Хотя многие работы [275, 278, 280] полностью или частично посвящены идеализированному случаю предельно вытянутых в направлении поля \mathbf{H}_0 неоднородностей, представляется, что такого рода приближение вряд ли соответствует действительности. Дело в том, что при экспериментальном исследовании неоднородностей не очень больших масштабов в области F установлено, что отношение размеров L_{\parallel}/L_{\perp} равно нескольким единицам, так что заведомо $L_{\parallel}/L_{\perp} \leq 10$. Далее, независимо от данных эксперимента, приведенных в литературе, следует иметь в виду, что вертикальные масштабы неоднородностей нельзя выбирать неограниченными, так как всегда имеются пределы, определяемые размерами ионосферных слоев и масштабами областей, в которых может происходить усиление возмущений.

Поэтому рассмотрим прежде всего вопрос о неустойчивости при выполнении ограничений, налагаемых на размер L_{\parallel} (точнее, на отношение L_{\parallel}/L_{\perp}) и уже фигурировавших ранее в § 6. Речь идет об условиях (6.23) или (6.24), которые применительно к области F сводятся к неравенству

$$L_{\perp}^2/L_{\parallel}^2 \gg v_{en}v_{in}/\omega_H\Omega_H. \quad (22.18)$$

Имея в виду, что в области F $v_{en}/\omega_H \lesssim 10^{-4}$ и $v_{in}/\Omega_H \lesssim 10^{-1}$, мы из (22.18) получаем, что $L_{\parallel} \ll 300 L_{\perp}$.

Нетрудно убедиться, что выход за пределы последнего неравенства практически невозможен. Так, при $L_{\perp} \sim \sim 1$ км для его нарушения необходимо, чтобы масштаб L_{\parallel} был соизмерим с размерами области F . Этот пример (а их число легко увеличить) указывает на широкую возможность применения ограничения типа (22.18). Обратная ситуация будет соответствовать реальности, если при проведении более тщательных измерений вопрос о степени анизотропии будет пересмотрен и решен в пользу резкого увеличения наблюдаемых значений L_{\parallel}/L_{\perp} , и, например, это отношение окажется больше (или порядка) 100.

Как и ранее в § 6, можно показать, что условие (22.18) дает возможность опустить в (22.16) слагаемое, содержащее малое отношение v_{en}/ω_H . Пренебрегая, как было оговорено выше, высотными градиентами температуры и используя условия (22.18), из (22.16) и (22.17) получаем систему упрощенных уравнений

$$\left\{ -i\tilde{\omega} + \mathbf{u}_e \nabla + \operatorname{div} \mathbf{u}_e + 2\alpha_r N - D_{e\parallel} \left[\frac{d^2}{dz'^2} + \cos^2 \chi \frac{d^2 \ln N}{dz^2} - \frac{d \ln v_{en}}{dz} \frac{d \ln N}{dz} \cos^2 \chi - \frac{v_{en}}{\omega_H} \sin \chi \frac{d \ln N}{dz} \frac{\partial}{\partial y'} \right] \right\} N' + \\ + \frac{eN}{m_e v_{en}} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial z'^2} - \frac{d \ln v_{en}}{dz} \cos \chi \frac{\partial}{\partial z'} \right\} \Phi' = 0, \quad (22.19)$$

$$\left\{ i\tilde{\omega} + \mathbf{u}_i \nabla + \operatorname{div} \mathbf{u}_i + 2\alpha_r N - D_{i\parallel} \left[\frac{\partial^2}{\partial z'^2} + \cos^2 \chi \frac{d^2 \ln N}{dz^2} + \frac{v_{in}^2}{\Omega_H^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y'^2} \right) \right] + D_{i\parallel} \left[\frac{v_{in}}{\Omega_H} \sin \chi \frac{d \ln N}{dz} \frac{\partial}{\partial y'} - \frac{d \ln v_{in}}{dz} \frac{d \ln N}{dz} \cos^2 \chi \right] \right\} N' - \\ - \frac{eN}{M_1 v_{in}} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial z'^2} + \frac{v_{in}^2}{\Omega_H^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y'^2} \right) - \frac{d \ln v_{in}}{dz} \left(\cos \chi \frac{\partial}{\partial z'} - \sin \chi \frac{v_{in}^2}{\Omega_H^2} \frac{\partial}{\partial x'} \right) \right\} \Phi' = 0. \quad (22.20)$$

При исключении возмущенных значений потенциала Φ' очень простое уравнение получается, если во второй фигурной скобке в (22.20) не учитывать слагаемого с v_{in}^2/Ω_H^2 и считать, что зависимость частот столкновений v_{en} и v_{in} от высоты определяется только их пропорциональностью концентрации молекул N_n . Тогда нужно только умножить (22.19) на $m_e v_{en}$ и (22.20) на $M_1 v_{in}$

и затем сложить получающиеся уравнения. При учете членов с v_{in}^2/Ω_H^2 положение несколько усложняется, но ограничение (22.18) оставляет возможность некоторых упрощений. В результате можно написать уравнение, довольно близкое к тому, которое получилось бы при пренебрежении слагаемыми с v_{in}^2/Ω_H^2 ; оно имеет вид

$$\left\{ -i\tilde{\omega} + \mathbf{u}_i \nabla + \operatorname{div} \mathbf{u}_i + 2\alpha_r N - D_{i\parallel} \left[2 \frac{\partial^2}{\partial z'^2} + \right. \right. \\ \left. \left. + 2 \cos^2 \chi \frac{d^2 \ln N}{dz^2} + \frac{2v_{in}^2}{\Omega_H^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y'^2} \right) - \frac{d \ln v_{in}}{dz} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \frac{d \ln N}{dz} \cos^2 \chi + \frac{v_{in}}{\Omega_H} \sin \chi \frac{d \ln N}{dz} \frac{\partial}{\partial y'} \right] \right\} N' = 0. \quad (22.21)$$

Здесь можно, действуя методом последовательных приближений, сначала не рассматривать слагаемых, связанных с нарастанием или затуханием возмущений ($\Gamma = 0$). Считая, что скорость \mathbf{u}_i слабо изменяется на расстоянии, равном длине волны, будем искать решение в виде плоских волн, полагая, что концентрация N' изменяется по закону $\exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})$ *). Тогда из (22.21) получим дисперсионное уравнение вида

$$\omega = \mathbf{k}\mathbf{u}_i + \frac{v_{in}}{\Omega_H} \sin \chi \frac{d \ln N}{dz} k_y D_{i\parallel}. \quad (22.22)$$

Второй член справа не может объяснить наблюдаемых скоростей перемещения неоднородностей. Если записать его абсолютную величину в виде произведения $k_y \Delta u$ (по аналогии с первым членом в (22.22)), то на высотах области F при $v_{in}/\Omega_H \sim 10^{-1}$, $D_{i\parallel} \sim 10^9$ см²/сек и $\frac{d \ln N}{dz} = \frac{1}{N} \frac{dN}{dz} = 10^{-7}$ см⁻¹ получаем для Δu значения, меньшие 1 м/сек. Принимая во внимание, что скорости переноса

*) Используя такие упрощения, весьма желательно знать условия, в которых они справедливы. В применении к неустойчивости в экваториальной струе, обусловленной высотными изменениями N_0 и v_{in} , в работе [265] для оправдания аналогичных упрощений используется приближение геометрической оптики, накладывающее ограничения на максимальные масштабы возмущений. Для сходных неустойчивостей в области F обобщенный анализ, не содержащий столь явных ограничений на длины волн возмущений, выполнен в [288]. Однако тогда рассмотрение становится весьма громоздким, а некоторые результаты — трудно обозримыми.

неоднородностей в области F обычно не меньше 100 м/сек , можно вместо (22.22) использовать более простое дисперсионное уравнение

$$\omega \approx \mathbf{k} \mathbf{u}_1. \quad (22.23)$$

В следующем приближении, предполагая, что $|\Gamma| \ll \ll \omega$, находим из (22.21) при учете (22.22) (или (22.23)) соотношение

$$\Gamma = \operatorname{div} \mathbf{u}_i + \alpha_r N + 2D_{i\parallel} k_z^2 + 2D_{i\parallel} \frac{v_{in}^2}{\Omega_H^2} (k_x^2 + k_y^2) - \\ - D_{i\parallel} \frac{d \ln v_{in}}{dz} \frac{d \ln N}{dz} \cos^2 \chi. \quad (22.24)$$

Слагаемое с $d^2 \ln N / dz^2$ в (22.21) было опущено, так как нас интересуют неоднородности с размерами, меньшими полутолщины области F . Если в процессе вывода учесть различия между производными $d \ln v_{en} / dz$ и $d \ln v_{in} / dz$, что не было сделано при переходе к (22.21), то в соотношении (22.24) появится еще одно слагаемое; тогда в правую часть (22.24) необходимо добавить член $\Delta \Gamma$ [274]:

$$\Delta \Gamma \approx \left(\frac{d \ln v_{in}}{dz} - \frac{d \ln v_{en}}{dz} \right) \frac{m_e v_{en}}{M_i v_{in}} \frac{\mathbf{k} \mathbf{j}_0}{e N k_z}.$$

В области F плотность тока \mathbf{j}_0 невелика, и это слагаемое должно быть малосущественным.

Воспользуемся (22.24) для обсуждения вопроса о возможных причинах нестабильностей, приводящих к появлению неоднородностей электронной концентрации. Естественно считать, что для их возникновения необходимо выполнение условий нарастания малых возмущений (по крайней мере в рамках линейной теории). Движение неоднородностей следует сопоставить с распространением возмущений, фазовая скорость которых $V_{ph} = (\omega/k^2) \mathbf{k}$ определяется из (22.23), а нарастание (затухание) — из (22.24). Абсолютную величину фазовой скорости $|V_{ph}| = V_{ph}$, согласно (22.23), находим из соотношения

$$V_{ph} = u_i \cos \Theta, \quad (22.25)$$

где Θ — угол между направлениями перемещения ионов и волновым вектором \mathbf{k} . При отборе интересующих нас возмущений приходится ограничиваться волнами с малой проекцией вектора \mathbf{k} на направление \mathbf{H}_0 . Если же она не мала, то роль продольной диффузии в (22.24) столь значительна, что о реальном нарастании волн не может быть

и речи. Таким образом, мы примем, что $k_{x'} \gg k_{z'}$ и $k_{y'} \gg \gg k_{z'}$. Напомним, что в реальных неоднородностях мы всегда имели дело с наборами волн (волновыми пакетами) и поэтому «правильнее» связывать скорость перемещения неоднородностей не с фазовой, а с групповой скоростью $V_g = \partial\omega/\partial\mathbf{k}$. Тогда из (22.23) имеем *)

$$V_g \approx \mathbf{u}_i. \quad (22.26)$$

Иными словами, в рассматриваемом случае групповая скорость совпадает со скоростью движения ионной компоненты. В области F при квазипоперечных по отношению к \mathbf{H}_0 движениях основную роль должны играть дрейфовые перемещения в скрещенных электрическом и магнитном полях, тогда как при движениях в направлении \mathbf{H}_0 большее значение приобретает эффект увлечения заряженных частиц нейтральными. Чаще приходится встречаться со случаем, когда увлечение выражено слабее и $V_g \approx \mathbf{u}_{i\perp}$. Этот вывод согласуется с тем, что движение неоднородностей происходит преимущественно в направлениях, перпендикулярных к полю \mathbf{H}_0 (см. § 19). Наличие вертикальных движений, означающих отличие от нуля компоненты скорости ионов $\mathbf{u}_{i\parallel}$ всюду (кроме приэкваториальной зоны), можно связать с влиянием движения молекул.

Перейдем непосредственно к определению условий нарастания (затухания) волн. Согласно (22.24) можно написать

$$\Gamma = \Gamma_D + \Gamma_r + \Gamma_1 + \Gamma_2, \quad (22.27)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_D &= 2D_{i\parallel} k_{z'}^2 + 2 \frac{v_{in}^2}{\Omega_H^2} D_{i\parallel} (k_{x'}^2 + k_{y'}^2), & \Gamma_r &= \alpha_r N, \\ \Gamma_1 &= \text{div } \mathbf{u}_i, & \Gamma_2 &= -D_{i\parallel} \frac{d \ln v_{in}}{dz} \frac{d \ln N}{dz} \cos^2 \chi. \end{aligned} \right\} \quad (22.28)$$

Первое слагаемое в (22.27) определяет затухание возмущений (всегда $\Gamma_D > 0$) из-за амбиполярной диффузии. Наибольшую роль в подавлении возмущений играет продольная диффузия. Рассмотрим ее влияние. Величина $\Gamma_{D\parallel} = 2D_{i\parallel} k^2 (k_{z'}/k)^2$ существенно зависит от выбора значения отношения $k_{z'}/k$. Несомненно, нужно считать

*) При получении этого результата считалось, что скорость \mathbf{u}_i не зависит от ориентации волнового вектора. Как ясно из содержания § 6, такое утверждение, хотя и является приближенным, но часто оправдывается с удовлетворительной точностью.

выполненным (хотя и не с очень большим запасом) условие $k_z' \ll k$. Например, если $k_z'/k \sim 1$, то при $D_{1\parallel} \approx \approx 10^8 \text{ см}^2/\text{сек}$ и $\lambda = 2\pi/k \sim 1 \text{ км}$ время жизни $t_D \sim 1/\Gamma_D$ составляло бы всего $10^{-1} - 10^{-2} \text{ сек}$, т. е. было бы настолько малым, что появление нерегулярностей стало бы невозможным. Наоборот, при $k_z'/k \sim 10^{-2}$ значения $t_D \sim \sim 10^3 \text{ сек}$ вполне достаточно для возникновения неоднородностей. По-видимому, определенные надежды на возможность появления неустойчивости остаются и при $k_z'/k \sim 10^{-1}$, когда $\Gamma_D \sim 10^{-2} - 10^{-3} \text{ сек}$. Поперечная диффузия при указанных значениях вытянутости неоднородностей не играет определяющей роли. Переходить к случаю очень вытянутых неоднородностей нам мешает неравенство (22.18).

Слагаемое Γ_2 в (22.27) явно меньше диффузионного. При $D_{1\parallel} \sim 10^8 \text{ см}^2/\text{сек}$, учитывая, что $d \ln v_{1n}/dz \sim 1/H \sim \sim 3 \cdot 10^{-7} \text{ см}^{-1}$, находим $\Gamma_2 < 10^{-6} \text{ сек}^{-1}$, что неизмеримо меньше Γ_D . Характерные значения Γ_1 тоже невелики и, во всяком случае, в области F уступают Γ_D .

Таким образом, для не очень сильно вытянутых неоднородностей речь фактически может идти о сравнении величин Γ_D и Γ_1 . Возможная неустойчивость должна обуславливаться слагаемым Γ_1 , отличным от нуля при регулярных изменениях скоростей \mathbf{u}_i в пространстве. Используя соотношение (6.11) для дрейфов, связанных только с электрическими полями ($\mathbf{u}_{i\perp} = c [\mathbf{E}_0 \mathbf{H}_0]/H_0^2$), мы имеем $\text{div } \mathbf{u}_i = c (\mathbf{H}_0 \text{ rot } \mathbf{E}_0)/H_0^2$. Таким образом, $\Gamma_1 \neq 0$ только для вихревых полей; однако более правдоподобными кажутся представления о связи дрейфов прежде всего с электростатическими полями. Более вероятной причиной отличия от нуля Γ_1 может служить перемещение нейтрального газа с большой компонентой скорости в направлении поля \mathbf{H}_0 . В таком случае возникает увлечение электронов и ионов, так что $u_{i\parallel} = u_{nz}$. Если, например, принять, что возможны вертикальные перемещения со скоростями до 10 м/сек и характерные изменения последних происходят на расстояниях порядка H , то имеем оценку

$$|\text{div } \mathbf{u}_i| \approx \left| \frac{\partial u_{nz'}}{\partial z'} \right| \sim u_z/H \sim 10^{-3} \text{ сек}^{-1}.$$

Полученные значения $|\Gamma_1|$ сравнимы с величинами, приведенными для Γ_D . В результате при $|\Gamma_1| > \Gamma_D$ (когда $\text{div } \mathbf{u}_i < 0$) возможно усиление возмущений.

Принятые значения k_z/k порядка 10^{-1} все же с трудом обеспечивают выполнение условия $|\Gamma_1| > \Gamma_d$ для неоднородностей с поперечными размерами менее 1 км, несмотря на то, что скорости $u_{1\parallel} \sim 10$ м/сек нельзя считать очень малыми. В связи с этим можно представить себе следующий способ возникновения указанных неоднородностей. Рассматриваемый механизм в первую очередь обеспечивает появление возмущений относительно больших масштабов с $L_{\parallel} \sim 10$ км, так как на них диффузия сказывается слабо. При достаточно сильном нарастании таких возмущений может возникнуть неравномерность скорости u_1 . Эта неравномерность, если $\text{div } \mathbf{u}_1 < 0$, явится причиной усиления волн меньшего масштаба. Подобным способом легко объяснить существование в области F набора неоднородностей разных масштабов, что часто фиксируется при наблюдениях. Подробное изучение возможностей реализации указанной схемы не проводилось.

Как уже отмечалось, ряд исследований [275—281] *) частично или полностью посвящен случаю предельно вытянутых вдоль направления поля \mathbf{H}_0 неоднородностей ($L_{\parallel}/L_{\perp} \rightarrow \infty$). При такой, правда, очень сильной идеализации, условия возникновения неустойчивости становятся менее жесткими, и можно более уверенно говорить об их выполнении. Вместе с тем образование этих неоднородностей остается под вопросом, поскольку оно требует наличия очень большой анизотропии, которая еще не была обнаружена в процессе наблюдений.

Пренебрегая, как и ранее, регулярными температурными изменениями и полагая, что выполнено ограничение, обратное (22.18), мы можем принять, что $\partial/\partial z' = 0$; тогда из (22.16) и (22.17) после некоторых пренебрежений получаем систему уравнений

$$\left\{ -i\tilde{\omega} + \mathbf{u}_e \nabla + \text{div } \mathbf{u}_e + 2\alpha_r N - D_{e\parallel} \left[\frac{v_{en}^2}{\omega_H^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y'^2} \right) - \frac{v_{en}}{\omega_H} \sin \chi \frac{d \ln N}{dz} \frac{\partial}{\partial y'} + \frac{d \ln v_{en}}{dz} \frac{d \ln N}{dz} \cos^2 \chi \right] \right\} N' +$$

*) В [276, 279, 281] анализ не ограничен только поперечными возмущениями, но из-за стремления охватить высоты не только области F , но и области E , многие формулы в первых двух работах слишком громоздки.

$$+ \frac{eN}{m_e v_{en}} \left[\frac{v_{en}^2}{\omega_H^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y'^2} \right) + \frac{v_{en}^2}{\omega_H^2} \sin \chi \frac{\partial}{\partial x'} \frac{d \ln N}{dz} - \frac{v_{en}^2}{\omega_H^2} \frac{d \ln v_{en}}{dz} \sin \chi \frac{\partial}{\partial x'} \right] \varphi' = 0, \quad (22.29)$$

$$\left\{ -i\tilde{\omega} + \mathbf{u}_i \nabla + \operatorname{div} \mathbf{u}_i + 2\alpha_r N - D_{i\parallel} \left[\frac{v_{in}^2}{\Omega_H^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y'^2} \right) + \frac{v_{in}}{\Omega_H} \sin \chi \frac{d \ln N}{dz} \frac{\partial}{\partial y'} + \frac{d \ln v_{in}}{dz} \frac{d \ln N}{dz} \cos^2 \chi \right] N' - \frac{eN}{M_i v_{in}} \left[\frac{v_{in}^2}{\Omega_H^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y'^2} \right) + \frac{v_{in}^2}{\Omega_H^2} \sin \chi \frac{\partial}{\partial x'} \frac{d \ln N}{dz} - \frac{d \ln v_{in}}{dz} \sin \chi \frac{v_{in}^2}{\Omega_H^2} \frac{\partial}{\partial x'} \right] \varphi' = 0, \quad (22.30)$$

Исключение потенциала φ' здесь проводится элементарно (умножением уравнения (22.29) на $m_e \omega_H^2 / v_{en}$ и (22.30) на $M_i \Omega_H^2 / v_{in}$ с последующим сложением), причем мы считаем, что $d \ln v_{en} / dz$ мало отличается от $d \ln v_{in} / dz$, как предполагалось и ранее.

В итоге для возмущенных значений электронной концентрации имеем уравнение

$$\left\{ -i\tilde{\omega} + \mathbf{u}_e \nabla + \operatorname{div} \mathbf{u}_e + 2\alpha_r N - 2D_{e\parallel} \left[\frac{v_{en}^2}{\omega_H^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y'^2} \right) + \frac{v_{en}}{\omega_H} \sin \chi \frac{d \ln N}{dz} \frac{\partial}{\partial y'} - \frac{d \ln v_{en}}{dz} \frac{d \ln N}{dz} \cos^2 \chi \right] \right\} N' = 0. \quad (22.31)$$

Отсюда получаем дисперсионное уравнение $\omega \approx \mathbf{k} \mathbf{u}_e$, которое отличается от (22.23) заменой упорядоченной скорости ионов на упорядоченную скорость электронов \mathbf{u}_e . Эта замена в области F представляется малосущественной, так как в дрейфовом приближении при наличии внешнего электрического поля заряженные частицы различных сортов движутся с примерно одинаковой скоростью.

Для Γ_r получаем сходную с (22.28) формулу, а значения Γ_1 и Γ_2 остаются практически прежними. Существенно, что демпфирующее действие диффузии заметно ослабляется; так, для Γ_D вместо (22.28) имеем

$$\Gamma_D = 2D_{i\parallel} \frac{v_{en} v_{in}}{\omega_H \Omega_H} (k_x^2 + k_y^2). \quad (22.32)$$

При оценках Γ_d нужно иметь в виду, что множитель $v_{en}v_{in}/\omega_H\Omega_H$ очень мал (порядка 10^{-4} и 10^{-5}) и, следовательно, снимается основная трудность, связанная с влиянием диффузии.

Далее, для Γ_2 получается отличное от (22.28) соотношение

$$\Gamma_2 = - \frac{d \ln v_{en}}{dz} \frac{d \ln N}{dz} \cos^2 \chi D_{e\parallel}. \quad (22.33)$$

Вследствие замены $D_{i\parallel}$ на $D_{e\parallel}$ величина Γ_2 увеличивается, и неустойчивость, обусловленная высотными изменениями N и v_{en} , приобретает определенный интерес [276, 278, 280, 281].

К сожалению, как уже отмечалось выше, переход к уравнению (22.31) и результатам (22.32), (22.33) требует наличия очень сильной анизотропии возникающих неоднородностей. Отношение L_{\parallel}/L_{\perp} , при котором нарушается ограничение (22.18) и становится возможным указанный переход, должно быть не меньше 100. Нам кажется, что, располагая существующими данными о свойствах неоднородностей и их вытянутости, мы должны обращаться в основном к случаям, когда выполняется ограничение (22.18), но при их рассмотрении приходится сталкиваться с трудностями, обусловленными влиянием сильно выраженной амбиполярной диффузии.

Итак, мы приходим к выводу, что, помимо токовой неустойчивости, о которой речь шла в начале настоящего параграфа, другой сколько-нибудь вероятной причиной, способной объяснить появление мелкомасштабных неоднородностей, должна быть пространственная неравномерность движений плазмы, причем эффективность последнего механизма возникновения неоднородностей определяется «сходимостью» — $\operatorname{div} \mathbf{u}_1$. Кстати с этой величиной фактически было связано формирование слоя E_s (в рамках теории ветрового сдвига), и ее появление при анализе вопросов устойчивости в области F естественно. Вероятно, наибольшие по абсолютной величине значения $\operatorname{div} \mathbf{u}_1$ обуславливаются движением нейтрального газа.

ПРИЛОЖЕНИЕ

В настоящее время имеется обширная литература, касающаяся основных характеристик верхней атмосферы. Опубликованы монографии, а также многочисленные статьи и обзоры, преследующие цель проанализировать распределение в ионосфере ряда параметров (температуры, эффективной частоты столкновений, электронной концентрации и т. п.). Наконец, появились книги, издание которых предназначено, в частности, и для справочных целей [161, 289]. Во всей книге, естественно, использовались данные, касающиеся верхней атмосферы на ионосферных уровнях. Однако, как уже отмечалось выше, мы не во всех случаях ссылались на соответствующие источники информации, особенно когда речь шла об обзорной или справочной литературе. Этот пробел мы хотим восполнить здесь. Одновременно будет приведен небольшой иллюстративный материал, который, как и ссылки, не может ни в какой степени претендовать на полноту.

Для определения примерных значений параметров, относящихся к нейтральной компоненте, можно использовать модель для высот от 120 км и выше CIRA 1965 г. [290]. Она представляет результат деятельности рабочей группы COSPAR по созданию модели международной стандартной атмосферы. В рамках указанной модели можно составить не только обо всей атмосфере в целом, но и об отдельных ее компонентах, причем предусмотрена возможность изменений структуры и основных характеристик атмосферы в зависимости от времени суток и солнечной активности. Материалы модели получили широкое отражение в последних книгах и обзорах (см., например, [289, 291]).

В [289] ряд высотных зависимостей для температуры, среднегодовых плотности и давления, а также для среднего молекуляр-

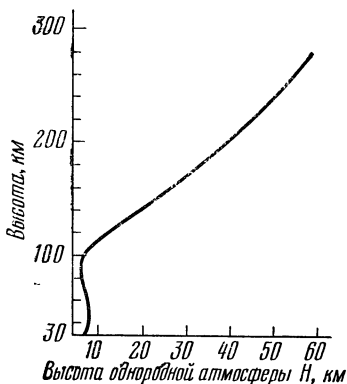


Рис. 18. Изменения высоты однородной атмосферы H с расстоянием от поверхности Земли.

ного веса приведен в графической форме. Здесь мы ограничимся лишь важной для нас зависимостью высоты однородной атмосферы H (см. (7.37)) от высоты над Землей в интервале 30—300 км (рис. 18).

Вопросы, касающиеся фотохимических процессов в ионосфере, весьма подробно освещены в монографиях [1, 2, 4, 5]. В [5] приведен очень полный обзор литературы и указаны относительно новые данные о скоростях важнейших процессов. К таким данным относятся сведения о коэффициенте диссоциативной рекомбинации и фотоионизации, на которые мы частично опирались выше.

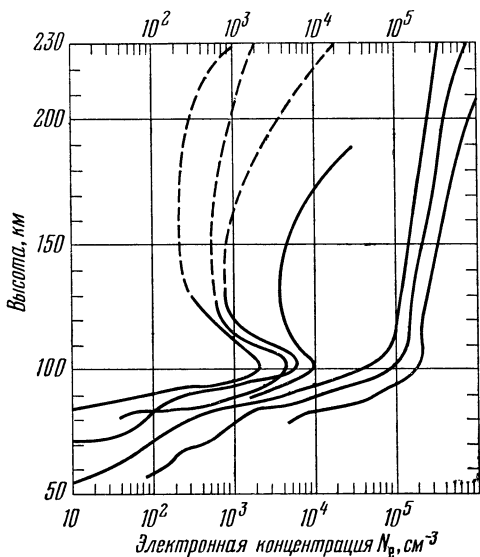


Рис. 19. Профили электронной концентрации. Пунктирные участки кривых нуждаются в уточнении.

Монография [5] содержит анализ экспериментальных данных, касающихся высотных профилей электронной концентрации $N_e(z)$. Из-за существенной изменчивости ионосферы построение унифицированных моделей здесь затруднительно. Поэтому часто приводятся усредненные профили N_e при различных зенитных углах Солнца и разной солнечной активности. В качестве иллюстрации мы воспользуемся результатами работы [292]. Профили N_e в ней построены на основании данных многих ракетных измерений (рис. 19). Три кривые справа отвечают дневным значениям N_e , остальные — ночным. Положение кривых определяется также зенитными углами и солнечной активностью (подробнее см. [292]).

Как уже указывалось, электронная температура может отличаться от ионной. Состояние вопроса о температурах заряженных частиц отражено в [291]. Примерные профили T_e и T_i приведены

на рис. 20. Значения T_e и T_i относятся к периодам высокой солнечной активности, когда температуры относительно велики. На том же рисунке приведен для сравнения и профиль температуры нейтральных частиц.

Высотный ход проводимостей (продольной, поперечной, холловской, и проводимости Каулинга) в различных условиях достаточно детально отражен на рис. 10, 11, 12, 13. Можно также указать

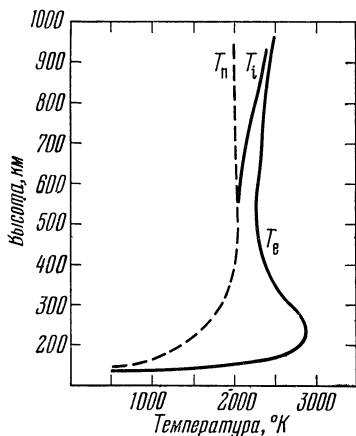


Рис. 20. Профили электронной T_e и ионной T_i температур и температуры нейтральных частиц T_n .

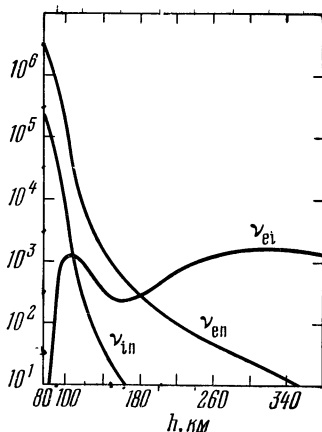


Рис. 21. Изменения частот столкновений с высотой. По оси ординат отложены ν_{ei} , ν_{in} и ν_{en} в сек⁻¹.

на уточненные модели проводимостей в обзоре [146]. Содержащиеся в этом обзоре данные о высотных распределениях для частот столкновений приведены на рис. 21. Значение температур заряженных частиц и частот столкновений позволяет провести расчет коэффициентов диффузии.

Что касается нерегулярных и динамических ионосферных явлений, то посвященная им обзорная литература достаточно подробно цитировалась в тексте книги. Поэтому на этих явлениях в данном приложении мы специально останавливаться не будем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Л. Альперт, Распространение электромагнитных волн и ионосфера, «Наука», 1972.
2. В. М. Поляков, Л. А. Щепкин, Э. С. Казимировский, В. Д. Кокорцов, Ионосферные процессы, «Наука», 1968.
3. А. И. Галкин, Н. М. Ерофеев, Э. С. Казимировский, В. Д. Кокорцов, Ионосферные измерения, «Наука», 1971.
4. А. Д. Данилов, Химия ионосферы, Гидрометеиздат, 1967.
5. Г. С. Иванов-Холодный, Г. М. Никольский, Солнце и ионосфера, «Наука», 1969.
6. Лабораторные исследования аэродинамических реакций (сб. переводов статей, ред. А. Д. Данилов), Гидрометеиздат, 1970.
7. Аэродинамические реакции в верхней атмосфере (сб. переводов статей, ред. А. Д. Данилов), «Мир», 1968.
8. В. Л. Гинзбург, Распространение электромагнитных волн в плазме, «Наука», 1967.
9. Л. Больцман, Лекции по теории газов, Гостехиздат, 1956.
10. М. Н. Коган, Динамика разреженных газов (кинетическая теория), «Наука», 1967.
11. А. И. Ивановский, А. И. Репнев, Е. Г. Швидковский, Кинетическая теория верхней атмосферы, Гидрометеиздат, 1967.
12. В. П. Силин, Введение в кинетическую теорию газов, «Наука», 1967.
13. И. Шкаровский, Т. Джонстон, М. Бачинский, Кинетика частиц плазмы, Атомиздат, 1969.
14. Б. А. Трубников, в сб. «Вопросы теории плазмы», вып. 1., ред. М. А. Леонтович, Атомиздат, 1963, стр. 98.
15. Д. В. Сивухин, в сб. «Вопросы теории плазмы», вып. 4., ред. М. А. Леонтович, Атомиздат, 1964, стр. 81.
16. P. L. V hatn a g a r, E. P. G r o s s, M. K r o o k, Phys. Rev. 94, 511 (1954).
17. E. P. G r o s s, M. K r o o k, Phys. Rev. 102, 593 (1956).
18. L. D. L a n d a u, Phys. Z. USSR 10, 154 (1936).
19. Л. Д. Ландау, ЖЭТФ 7 103 (1937).
20. H. G r a d, Pure Appl. Math. 2, 231 (1949) (перевод в сб. «Механика», ИЛ, № 4, 1952).

21. А. З о м м е р ф е л ь д, Термодинамика и статистическая физика, ИЛ, 1960.
22. С. Ч е п м е н, Т. К а у л и н г, Математическая теория неоднородных газов, ИЛ, 1960.
23. Л. Д. Л а н д а у, Е. М. Л и ф ш и ц, Механика сплошных сред, Гостехиздат, 1953.
24. Б. Н. Г е р ш м а н, В. Л. Г и н з б у р г, Ученые записки ГГУ, сер. физ. 30, 3 (1956); Астрон. ж. 32, 201 (1955).
25. L. L u c a s, A. S c h l ü t e r, Ark. Elektr. Ubertrag. 8, 27 (1964).
26. В. L e h n e r t Nuovo Cimento, Suppl. 13, 59 (1959) (перевод в сб. «Физика плазмы и магнитная гидродинамика», ИЛ, 1951).
27. В. П. Д о к у ч а е в, Изв. вузов, Радиофизика 4, 5 (1961).
28. Л. Д. Л а н д а у, Е. М. Л и ф ш и ц, Электродинамика сплошных сред, Гостехиздат, 1957.
29. А. В. Г у р е в и ч, Е. Е. Ц е д и л и н а, УФН 91, 609 (1967).
30. А. В. Г у р е в и ч, Е. Е. Ц е д и л и н а, Геомагнетизм и аэронаука 6, 255 (1966).
31. А. В. Г у р е в и ч, Е. Е. Ц е д и л и н а, Геомагнетизм и аэронаука 5, 251 (1965).
32. Е. Е. Ц е д и л и н а, Геомагнетизм и аэронаука 5, 679 (1965).
33. А. В. Г у р е в и ч, ЖЭТФ 44, 1302 (1963).
34. Г. И. Г р и г о р ь е в, Геомагнетизм и аэронаука 4, 183 (1964).
35. С. Б. Б и р а г о в, Ученые записки ГГУ, сер. радиофиз., 124, 6 (1970).
36. Б. Н. Г е р ш м а н, Г. И. Г р и г о р ь е в, Изв. вузов, Радиофизика 12, 20 (1969).
37. Z. S h i m o n u, J. H. S a h n, Phys. Fluids 8, 1704 (1965).
38. Г. И. Г р и г о р ь е в, в сб. «Ветры, дрейфы и неоднородности в ионосфере», Труды симпозиума в Новосибирске 27 июля — 2 августа 1970 г., 1971, стр. 60.
39. А. С. Г и н д и н, Д. Л. Л а й х м а н, Л. Т. М а т в е е в, М. И. Ю д и н, Основы динамической метеорологии, Гидрометеоздат, 1955.
40. В. П. Д о к у ч а е в, Изв. АН СССР, сер. геофиз. 5, 783 (1959).
41. Т. К а у л и н г, Магнитная гидродинамика, ИЛ, 1959.
42. А. Г. К у л и к о в с к и й, Г. А. Л ю б и м о в, Магнитная гидродинамика, Физматгиз, 1962.
43. С. Б. П и к е л ь н е р, Основы космической электродинамики «Наука», 1966.
44. J. E. G e i s l e r, J. Atm. Terr. Phys. 28, 703 (1966) (перевод в сб. «Ветер в ионосфере», Гидрометеоздат, 1970, стр. 29).
45. H. K o h l, J. W. K i n g, J. Atm. Terr. Phys. 29, 1045 (1967) (перевод в сб. «Ветер в ионосфере», Гидрометеоздат, 1970, стр. 51).
46. Б. Н. Г е р ш м а н, Труды Сибирского физ.-техн. ин-та 37 99 (1959).
47. Б. Н. Г е р ш м а н, Научные доклады высшей школы, сер. физ.-техн. науки, 1, 114 (1958).
48. А. Г. Х а н т а д з е, Геомагнетизм и аэронаука 8, 420 (1968).
49. А. Г. Х а н т а д з е, Геомагнетизм и аэронаука 11, 238 (1971).
50. L. G. J a s c h i a, J. S l o w e y, Space Research VII, North-Holland Publ. Co., Amsterdam, 1967, p. 1077.

51. L. G. J a s c h i a, J. S l o w e y, Planet. Space Sci. 16, 509 (1968).
52. Ветер в ионосфере (сб. переводов статей, ред. Э. С. Казимировский), Гидрометеиздат, 1970.
53. R. A. C h a l l i n o r, Planet. Space Sci. 17, 1097 (1969).
54. G. J. B a i l e y, R. A. M o f f e t, H. R i s b e t, J. Atm. Terr. Phys. 31, 253 (1969).
55. C. O. H i n e s, Canad. J. Phys. 38, 1141 (1960).
56. К. Э к к а р т, Гидродинамика атмосферы и океана, ИЛ, 1963.
57. Внутренние волны (сб. переводов статей серии «Проблемы астрофизики и геофизики»), «Мир», 1964.
58. I. T o l s t o y, Rev. Mod. Phys. 44, 1047 (1966).
59. Б. Н. Г е р ш м а н, Г. И. Г р и г о р ь е в, Изв. вузов, Радиофизика, 11, 5 (1968).
60. Г. С. Г о л и ц ы н, Изв. АН СССР, сер. физ. атм. и океана 1, 136 (1965).
61. Г. И. Г р и г о р ь е в, Геомагнетизм и аэрномия 7, 182 (1967).
62. L. M. H o s k i n g, Canad. J. Phys. 40, 1688 (1962).
63. Г. С. Г о л и ц ы н, Н. Н. Р о м а н о в а, Изв. АН СССР, сер. физ. атм. и океана 4, 148 (1968).
64. Б. Н. Г е р ш м а н, Г. И. Г р и г о р ь е в, Геомагнетизм и аэрномия 5, 845 (1965).
65. Б. Н. Г е р ш м а н, Г. И. Г р и г о р ь е в, в сб. «Ионосферные исследования» № 16 «Наука», 1969, стр. 34.
66. C. O. H i n e s, J. Atm. Terr. Phys. 30, 845 (1968).
67. R. C. S c o r e r, Proc. Roy. Soc. A201, 137 (1950).
68. I. N. H u n t, R. P a l m e r, W. P e n n e y, Phil. Trans. Roy. Soc. A252, 275 (1960).
69. R. L. P f e f f e r, J. Atm. Sci. 19, 251 (1962).
70. R. L. P f e f f e r, J. Z a r i c h n y, J. Atm. Sci. 19, 256 (1962).
71. W. L. D o n n, M. E w i n g, J. Atm. Sci. 19, 264 (1962).
72. F. P r e s s, D. H a r k r i d e r, J. Geophys. Res. 67, 3889 (1962).
73. R. L. P f e f f e r, J. Z a r i c h n y, Geophys. Pure Appl. 55, 175 (1963).
74. M. L. V. P i t t e w a y, C. O. H i n e s, Canad. J. Phys. 43, 2222 (1965).
75. J. F. F r i e d m a n, J. Geophys. Res. 71, 1033 (1966).
76. I. T o l s t o y, J. Geophys. Res. 72, 1435 (1967).
77. А. Г. Х а н т а д з е, Некоторые вопросы динамики проводящей атмосферы, изд-во «Мениереба», 1973.
78. С. К. М и т р а, Верхняя атмосфера, ИЛ, 1955.
79. M. V. W i l k e s, Oscillations of the Earth's Atmosphere, Cambr. Univ. Press, 1949.
80. M. S i e b e r t, Adv. Geophys. 7, 105 (1961).
81. S. C h a r m a n, R. S. L i n d z e n, Atmospheric tides, D. Reidel Publ. Co., 1970.
82. Л. А. Д и к и й, Теория колебаний земной атмосферы, Гидрометеиздат, 1969.
83. M. L. W h i t e, J. Geophys. Res. 65, 153 (1960).
84. M. L. W h i t e, J. Atm. Terr. Phys. 17, 220 (1960).
85. S. K a t o, S. M a t s u s h i t a, J. Geomagn. Geoelectr. 21, 471 (1969).
86. W. J. T a f f e, J. Geophys. Res. 74, 5775 (1969).

87. Г. Макдональд, в сб. «Геофизика. Околосземное космическое пространство», «Мир», 1964, стр. 465.
88. Б. Л. Кошечев, В. Н. Лебединец, М. Ф. Лагутин, Метеорные явления в атмосфере Земли, «Наука», 1967.
89. В. И. Татарский, Изв. вузов, Радиофизика, **3**, 551 (1960).
90. D. K. Bailey, R. W. V. Atherton, R. C. Kirby, Proc. IRE **43**, 1161 (1955).
91. R. M. Gallet, Proc. IRE **43**, 1240 (1955).
92. Дж. Бетчелор, Теория однородной турбулентности, ИЛ, 1955.
93. А. С. Монин, А. М. Яглом, Статистическая гидродинамика, «Наука», 1965, т. I.
94. А. С. Монин, А. М. Яглом, Статистическая гидродинамика, «Наука», 1967, т. II.
95. В. И. Татарский, Распространение волн в турбулентной атмосфере, «Наука», 1967.
96. Г. С. Голицын, Изв. вузов, Радиофизика, **3**, 758 (1960).
97. J. S. Greenhow, F. L. Neufeld, J. Geophys. Res. **64**, 2129 (1959).
98. J. S. Greenhow, J. Geophys. Res. **64**, 2208 (1959).
99. H. G. Booker, J. Geophys. Res. **61**, 673 (1956).
100. F. Villars, V. W. Weisskopf, Proc. IRE **43**, 1232 (1955).
101. Б. Н. Гершман, в сб. «Вопросы дальнего распространения радиоволн УКВ», Связьиздат, 1959, стр. 38.
102. R. A. Silverman, J. Appl. Phys. **27**, 699 (1956).
103. Вопросы дальней связи на ультракоротких волнах (сб. переводов статей, ред. В. И. Сифоров) «Советское радио», 1957.
104. Электронная концентрация в ионосфере и экзосфере, (сб. переводов статей, ред. К. И. Грингауз), «Мир», 1966.
105. Т. С. Керблай, в сб. «Ионосферные исследования», № 10, «Наука», 1962, стр. 48.
106. О. Овезгельдыев, Геомагнетизм и аэрономия **7**, 839 (1967).
107. E. K. Smith, в сб. «Ionospheric Sporadic E», Pergamon Press, 1962, p. 3.
108. С. С. Чавдаров, С. П. Чернышова, Х. З. Шахтин, Геомагнетизм и аэрономия **6**, 143 (1966).
109. В. В. Писарева, Геомагнетизм и аэрономия, **11**, 275 (1971).
110. J. D. Whitehead, Rev. Geophys. Space Phys. **8**, 65 (1970).
111. О. Овезгельдыев, Изв. АН Туркм. ССР, сер. физ.-техн. № 3, 109 (1965).
112. R. L. Smith, Radio Sci. **1**, 178 (1966).
113. S. A. Whill, Radio Sci. **1**, 182 (1966).
114. C. A. Reddy, M. M. Rao, J. Geophys. Res. **73**, 215 (1968).
115. Л. Тржишкова, Д. Т. Самарджиев, Геомагнетизм и аэрономия **7**, 110 (1967).
116. K. Miya, Radio Sci. **1**, 145 (1966).
117. П. М. Трифонов, В. Н. Будко, В. С. Зотов, Геомагнетизм и аэрономия **5**, 937 (1965).
118. Г. А. Жеребцов, В. А. Курилов, Геомагнетизм и аэрономия, **9**, 1099 (1969).
119. Г. А. Жеребцов, В. А. Курилов, Геомагнетизм и аэрономия, **11**, 718 (1971).

120. В. А. Курилов, в сб. «Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца», вып. 7, «Наука», 1970, стр. 109.
121. Д. Х. Самарджиев, Геомагнетизм и аэрономия 6, 357 (1966).
122. J. D. Whitehead, Nature 188, 567 (1960).
123. J. D. Whitehead, J. Atm. Terr. Phys. 20, 49 (1961).
124. W. I. Axford, J. Geophys. Res. 68, 769 (1963).
125. W. I. Axford, D. M. Cunnold, Radio Sci. 1, 191 (1966).
126. Б. Н. Гершман, Ю. А. Игнатъев, Геомагнетизм и аэрономия 9, 630 (1969).
127. S. Kato, Radio Sci. 1, 226 (1966).
128. J. D. Whitehead, J. Geophys. Res. 69, 5091 (1964).
129. J. D. Whitehead, Radio Sci. 1, 198 (1966).
130. W. I. Axford, D. M. Cunnold, L. J. Glesson, Planet. Space. Sci. 14, 909 (1966).
131. M. A. McLeod, J. Atm. Terr. Phys. 23, 96 (1966).
132. Б. Н. Гершман, Г. И. Григорьев, Ю. А. Игнатъев, Геомагнетизм и аэрономия 8, 71 (1968).
133. Б. Н. Гершман, Ю. А. Игнатъев, в сб. «Солнечно-земная физика», вып. 1, изд-во ВИНТИ, 1969, стр. 211.
134. О. Овезгельдыев, Изв. АН Туркм. ССР, сер. физ.-техн., № 2, 40 (1966).
135. Ю. А. Игнатъев, Геомагнетизм и аэрономия 9, 1096 (1969).
136. R. S. Narcisi, A. A. Bailey, L. D. Lucca, Space Res. 7/1, 123 (1967).
137. R. S. Narcisi, Ann. Geophys. 22, 224 (1966).
138. L. Cuchet, Ann. Geophys. 21, 477 (1965).
139. L. Cuchet, Radio Sci. 1, 1101 (1966).
140. Ю. А. Игнатъев, Изв. вузов, Радиофизика 14, 554 (1971).
141. Ю. А. Игнатъев, Изв. вузов, Радиофизика 11, 1332 (1968).
142. Б. Н. Гершман, Ю. А. Игнатъев, Геомагнетизм и аэрономия, 7, 1107 (1967).
143. Е. А. Новиков, ДАН СССР 139, 587 (1961).
144. О. Овезгельдыев, Структура и механизм образования спорадического слоя E_s в средних широтах, Докторская диссертация, Иркутск, 1970.
145. S. Chapman, J. Bartels, Geomagnetism, Oxford, 1950.
146. Н. П. Бенькова, М. Н. Фаткуллин, в сб. «Ионосферные исследования», № 19, «Наука», 1970, стр. 136.
147. Н. П. Бенькова, Труды НИИ Гл. упр. гидромет службы, сер. 6, вып. 1 (1941).
148. М. Н. Фаткуллин, в сб. «Геомагнитные исследования», № 12, «Наука», 1970, стр. 5.
149. М. Н. Фаткуллин, Я. И. Фельдштейн, Геомагнетизм и аэрономия 5, 312 (1965).
150. М. Н. Фаткуллин, Я. И. Фельдштейн, Геомагнетизм и аэрономия 5, 735 (1965).
151. В. М. Мишин, А. Д. Базарждапов, Э. Л. Немцова, М. Е. Шолпо, в сб. «Земной магнетизм, полярные сияния и ультранизкочастотное радиоизлучение», Изв. СИБИЗМИР СО АН СССР, 1966, вып. 1, стр. 49.
152. В. М. Мишин, Э. Л. Немцова, В. Л. Урбанович, в сб. «Земной магнетизм, полярные сияния и ультранизкоча-

- стотное радиоизлучение», Изв. СИБИЗМИР СО АН СССР, 1966, вып. 1, стр. 90.
153. N. C. M a u n a r d, L. J. C a h i l l, J. Geophys. Res. **70**, 1241, 5923 (1965).
 154. K. V a r r o u s, S. H. H a l l, J. Geophys. Res. **70**, 2149 (1965).
 155. W. J. V a k e r, D. F. M a r t y n, Phil. Trans. Roy. Soc. **A246**, 281 (1953).
 156. J. A. F e j e r, J. Atm. Terr. Phys. **4**, 184 (1953).
 157. К. Г. И в а н о в, Геомagnetизм и аэрономия **6**, 678 (1966).
 158. А. В. А к о п я н, в сб. «Земной магнетизм, полярные сияния и ультранизкочастотное радиоизлучение», Изв. СИБИЗМИР СО АН СССР, 1966, вып. 1, стр. 84.
 159. A. T. P r i c e, Geophys. J. Roy. Soc. **15**, 93 (1968).
 160. A. C. S o c k s, A. T. P r i c e, Planet. Space Sci. **17**, 471 (1969).
 161. Околоземное космическое пространство (справочные данные), «Мир», 1966.
 162. R. G o d i v i e r, Y. G r e n n, Ann. Geophys. **21**, 143 (1966).
 163. P. O. O g b u e h i, A. O n w u m e s h i l l i, J. Geophys. Res. **68**, 2421 (1963).
 164. N. J. S k i n n e r, Contemp. Phys. **9**, 587 (1968).
 165. P. V a n d u o r a d h u a y, H. M o n t e s, J. Geophys. Res. **68**, 2453 (1963).
 166. T. N. D a v i s, K. B u r r o w s, J. D. S t o l a r i k, J. Geophys. Res. **72**, 1845 (1967).
 167. N. C. M a u n a r d, J. Geophys. Res. **72**, 1863 (1967).
 168. С. Ч е п м е н, в сб. «Геофизика. Околоземное космическое пространство» «Мир», 1964, стр. 440.
 169. Солнечно-земная физика (сб. статей), «Мир», 1968.
 170. Дж. Данжи, Космическая электродинамика, Атомиздат, 1961.
 171. K. L. B o w l e s, B. V. B a l s e y, R. C o h e n, J. Geophys. Res. **68**, 2485 (1963).
 172. B. V. B a l s e y, J. Geophys. Res. **70**, 3175 (1965).
 173. R. C o h e n, K. L. B o w l e s, J. Geophys. Res. **68**, 2503 (1963).
 174. R. C o h e n, K. L. B o w l e s, J. Geophys. Res. **72**, 885 (1967).
 175. T. N. D a v i s, J. Geophys. Res. **67**, 59 (1962).
 176. T. N a g a t a, S. K o k u b u n, Nature **195**, 555 (1962).
 177. J. A. F e j e r, J. Geophys. Res. **68**, 2147 (1963).
 178. R. B ö s t r o m, J. Geophys. Res. **69**, 4983 (1964).
 179. B. G ö t t l i e b, J. A. F e j e r, J. Geophys. Res. **72**, 239 (1967).
 180. С. А к а с о ф у, Полярные и магнитосферные суббури, «Мир», 1971.
 181. H. H e i n r i c h, D. R e i m e r, H. S i e m a n n, Z. Geophys. **36**, 399 (1970).
 182. R. S. U n w i n, F. B. K n o x, J. Atm. Terr. Phys. **30**, 25 (1968).
 183. R. L. L e a d a b r a n d, A. G. L a r s o n, J. C. H o d g e s, J. Geophys. Res. **72**, 3877 (1967).
 184. F. V i l l a r s, H. F e s h b a c h, J. Geophys. Res. **68**, 1926 (1963).
 185. Г. В. К о з е л о в а, А. Х. П я т с и, Ю. Л. С в е р д л о в, в сб. «Исследования по geomagnetизму, аэрономии и физике Солнца», вып. 10, «Наука», 1970, стр. 18.
 186. Е. А. П о н о м а р е в, Ю. И. В а к у л и н, А. М. М а к р ы г и н, в сб. «Исследования по geomagnetизму, аэрономии и физике Солнца», вып. 10, «Наука», 1970, стр. 26.

187. D. R. McDiarmid, *Canad. J. Phys.* **48**, 1863 (1970).
188. Б. В. Фомин, в сб. «Морфология и физика полярной ионосферы», «Наука», 1971, стр. 211.
189. А. Х. Пятси, Ю. Л. Свердлов, Р. И. Потапов, М. В. Успенский, в сб. «Морфология и физика полярной ионосферы», «Наука», 1971, стр. 206.
190. M. Sigiura, J. C. Cain, *J. Geophys. Res.* **71**, 1869 (1966).
191. J. Untied, *J. Geophys. Res.* **72**, 5799 (1967).
192. В. Н. Погребной, Г. И. Гордиенко, *Геомagnetизм и аэрoномия* **10**, 1102 (1970).
193. R. J. Stehning, *Planet. Space Sci.* **17**, 1375 (1969).
194. J. A. Fejer, *J. Geophys. Res.* **69**, 123 (1964).
195. Т. Обаяши, А. Нishida, *Space Sci. Rev.* **8**, 3 (1968).
196. А. В. Гуревич, В. П. Щербаков, *Краткие сообщения по физике*, № 6, 52 (1970).
197. Т. Н. Соболева, Е. Е. Цедиллина, *Геомagnetизм и аэрoномия* **11**, 469 (1971).
198. Г. Л. Гдалевич, в сб. «Ионосферные исследования», № 19, «Наука», 1970, стр. 90.
199. G. Haerendal, R. Lüst, E. Rieger, *Planet. Space Sci.* **15**, 1 (1967).
200. G. Haerendal, R. Lüst, *Scient. Amer.* **219**, 80 (1968).
201. M. Dag, *J. Atm. Terr. Phys.* **11**, 139 (1957).
202. D. T. Farley, *J. Geophys. Res.* **65**, 869 (1960).
203. J. R. Spreiter, В. Н. Briggs, *J. Geophys. Res.* **66**, 1731 (1961).
204. D. T. Farley, *J. Geophys. Res.* **66**, 3956 (1961).
205. В. П. Докучаев, *Изв. вузов, Радиофизика* **3**, 901 (1960).
206. G. C. Reid, *Radio Sci.* **69D**, 827 (1965).
207. Б. Н. Гершман, В. П. Докучаев, *Изв. вузов, Радиофизика* **2**, 843 (1959).
208. Б. Н. Гершман, А. В. Самсонов, *Изв. вузов, Радиофизика* **13**, 1312 (1970).
209. Л. М. Алексеева, Ю. С. Варданын, Б. А. Тверской, *Геомagnetизм и аэрoномия* **9**, 437 (1969).
210. Б. Н. Гершман, А. В. Самсонов, *ДАН СССР*, **199**, 73 (1971).
211. А. Л. Крылов, В. П. Щербаков, *Геомagnetизм и аэрoномия* **12**, 218 (1972).
212. С. Ф. Миркотан, Ю. В. Кушнеревский, в сб. «Ионосферные исследования», № 12, «Наука», 1964.
213. Л. М. Ерухимов, *Изв. вузов, Радиофизика* **5**, 839 (1962).
214. G. G. Getmantsev, L. M. Erohimov, *Annals IQSY (Solar-Terr. Phys., Terr. Aspects)* **5**, 13 (1969).
215. J. D. Dougherty, D. T. Farley, *J. Geophys. Res.* **72**, 895 (1967).
216. В. В. Walsey, *J. Geophys. Res.* **74**, 2333 (1969).
217. Е. А. Пономарев, Е. Ф. Вершинин, в сб. «Полярные сияния», № 15, «Наука», 1967.
218. D. R. McDiarmid, A. G. McNamara, *Canad. J. Phys.* **47**, 1271 (1969).
219. D. R. McDiarmid, *Canad. J. Phys.* **48**, 1863 (1970).
220. Н. А. Чернобровкина, в сб. «Исследования по geomagnetизму, аэрoномии и физике Солнца», вып. 7, «Наука», 1970, стр. 89.

221. G. H. Munro, *Nature* **163**, 812 (1949).
222. J. A. Pierce, H. R. Mimmno, *Phys. Rev.* **57**, 95 (1940).
223. W. J. Veunon, *Nature* **162**, 887 (1948).
224. L. H. Heisler, *Austr. J. Phys.* **11**, 79 (1958).
225. K. Rawer, *J. Atm. Terr. Phys.* **15**, 38 (1959).
226. L. H. Heisler, *J. Atm. Terr. Phys.* **25**, 71 (1963).
227. L. H. Heisler, J. D. Whitehead, *J. Geophys. Res.* **65**, 2767 (1960).
228. К. Н. Васильев, *Геомагнетизм и аэрономия* **6**, 773 (1966).
229. Д. Т. Самарджиев, Ю. В. Кушнеревский, в сб. «Ионосферные исследования», № 4, «Наука», 1960, стр. 38.
230. J. H. Munro, *Proc. Roy. Soc.* **A219**, 447 (1953).
231. В. Д. Гусев, Л. А. Драчев, *Радиотехника и электроника* **1**, 747 (1956).
232. K. L. Chan, O. G. Villard, *J. Geophys. Res.* **67**, 973 (1962).
233. J. B. Jones, I. C. Wand, *J. Atm. Terr. Phys.* **27**, 1111 (1965).
234. A. Hewish, *Proc. Roy. Soc.* **A214**, 494 (1952).
235. A. Maxwell, C. G. Little, *Nature* **169**, 746 (1952).
236. F. Du Castel, J. M. Faupot, *Nature* **204**, 984 (1964).
237. З. С. Шарадзе, *Изв. вузов, Радиофизика* **13**, 1001 (1970).
238. С. П. Чернышева, В. М. Шефтель, А. М. Можаяев, *Геомагнетизм и аэрономия* **10**, 1087 (1970).
239. T. M. Georges, J. J. Stephenson, *Radio Sci.* **4**, 679 (1969).
240. Э. Л. Афраймович, *Геомагнетизм и аэрономия* **11**, 993 (1971).
241. E. Splinder, *Planet. Space Sci.* **14**, 53 (1966).
242. *Tech. News Bull NBS* **49**, 130 (1965).
243. A. K. Paul, J. W. Wright, *J. Geophys. Res.* **68**, 5413 (1963).
244. Дж. У. Райт, в сб. «Электронная концентрация в ионосфере и экзосфере», ред. К. М. Грингауз, «Мир», 1966, стр. 134.
245. E. W. Appleton, W. R. Piggot, *Nature* **165**, 4187 (1950).
246. J. O. Thomas, A. R. Robbins, *J. Atm. Terr. Phys.* **13**, 131 (1958).
247. Н. И. Потапова, Б. С. Шапиро, *Геомагнетизм и аэрономия* **3**, 63 (1963).
248. В. М. Шашунькина, *Геомагнетизм и аэрономия* **6**, 146 (1966).
249. В. М. Шашунькина, *Геомагнетизм и аэрономия* **8**, 352 (1968).
250. В. H. Briggs, G. J. Philips, *Proc. Roy. Soc.* **B63**, 907 (1950).
251. Я. А. Альперт, *УФН* **49**, 49 (1953).
252. D. T. Farley, *J. Geophys. Res.* **68**, 6085 (1963).
253. Г. Х. Каменецкая, *Геомагнетизм и аэрономия* **7**, 833 (1967).
254. P. Waldteufel, *Ann. Geophys.* **21**, 579 (1965).
255. S. Kato, M. Hirata, *Rep. Ionosph. Space Res. (Japan)* **21**, 85 (1967).
256. Г. Х. Каменецкая, *Геомагнетизм и аэрономия* **11**, 92 (1971).

257. Г. Х. Каменецкая, Геомagnetизм и аэрономия 9, 351 (1969).
 258. В. П. Силин, А. А. Рухадзе, Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред, Атомиздат, 1961.
 259. Т. Стикс, Теория плазменных волн, Атомиздат, 1961.
 260. A. Rogister, J. Geophys. Res. 76, 7754 (1971).
 261. T. Sato, T. Tsuda, K. I. Maeda, Radio Sci. 3, 529 (1968).
 262. T. Tsuda, T. Sato, Phys. Fluids 11, 676 (1968).
 263. T. Sato, T. Tsuda, Phys. Fluids 10, 1262 (1967).
 264. A. Rogister, N. D'Angelo, J. Geophys. Res. 75, 3879 (1970).
 265. J. D. Whitehead, J. Geophys. Res. 76, 3116 (1971).
 266. Б. Н. Гершман, Г. И. Григорьев, Геомagnetизм и аэрономия, 6, 246 (1966).
 267. J. D. Thome, J. Geophys. Res. 69, 4047 (1964).
 268. W. H. Hooge, J. Atm. Terr. Phys. 30, 795 (1968).
 269. R. M. Clark, K. C. Yeh, C. H. Liu, J. Atm. Terr. Phys. 33, 1567 (1971).
 270. R. A. Nelson, J. Atm. Terr. Phys. 30, 825 (1968).
 271. S. Kato, C. A. Reddy, S. Matsushita, J. Geophys. Res. 75, 2540 (1970).
 272. W. H. Hooge, J. Geophys. Res. 75, 28 (1970).
 273. W. H. Hooge, J. Geophys. Res. 76, 248 (1971).
 274. Б. Н. Гершман, Геомagnetизм и аэрономия 3, 878 (1963).
 275. J. D. Whitehead, J. Atm. Terr. Phys. 29, 1285 (1967).
 276. J. D. Whitehead, J. Atm. Terr. Phys. 30, 1563 (1968).
 277. C. H. Liu, K. C. Yeh, Phys. Fluids 9, 1407 (1966).
 278. C. H. Liu, K. C. Yeh, Radio Sci. 1, 1283 (1966).
 279. G. C. Reid, J. Geophys. Res. 73, 1627 (1968).
 280. В. С. Коваленко, Б. В. Троицкий, Геомagnetизм и аэрономия 6, 925 (1966).
 281. Б. В. Троицкий, Изв. вузов, Радиопизика 12, 15 (1969).
 282. D. F. Martyn, Phil. Trans. Roy. Soc. A246, 306 (1953).
 283. P. C. Clemmow, M. A. Johnson, J. Atm. Terr. Phys. 16, 21 (1959).
 284. В. В. Рыбин, в сб. «Ионосферные исследования», № 15, «Наука», 1968, стр. 10.
 285. В. В. Рыбин, в сб. «Ионосферные исследования», № 15, «Наука», 1968, стр. 32.
 286. D. N. Cunnold, J. Geophys. Res. 74, 5704 (1969).
 287. Б. Н. Гершман, в сб. «Ветры, дрейфы и неоднородности в ионосфере, Труды симпозиума в Новосибирске 27 июля — 2 августа 1970 г., 1971, стр. 3.
 288. J. D. Whitehead, J. Atm. Terr. Phys. 32, 1283 (1970).
 289. М. Г. Крошкин, Физико-технические основы космических исследований, «Машиностроение», 1969.
 290. CIRA 1965, North Holland Publ. Co. Amsterdam, 1965.
 291. P. M. Banks, Proc. IEE 57, 258 (1969).
 292. K. Maeda, J. Geomagn. Geoelectr. 21, 557 (1969).
-