

Н. М. ГОДЖАЕВ

ОПТИКА

Допущено Министерством
высшего и среднего
специального образования СССР
в качестве учебного пособия
для физических специальностей
вузов



МОСКВА «ВЫСШАЯ ШКОЛА» 1977

535
Г59
УДК 535(075)

Рецензент: кафедра спектрального анализа БГУ.

Годжаев Шифтали Мехарли оглы

ОПТИКА

Научный редактор Л. В. Тарасов

Редактор Л. Г. Кузнецова
Художник Л. Г. Шубенцов
Художественный редактор В. И. Пономаренко
Технический редактор А. К. Нестерова
Корректор Г. И. Кострикова

ИБ № 620

Т-13579 Слано в набор 16/III-77 г. Подп. к печати 15/VIII 77 г. Формат 60×90^{1/8}.
Бум. тип № 3 Объем 27 печ. л. Усл. п. л. 27 Уч.-изд. л. 26,88 Изд. № ФМ-509.
Экз. 1164 Тираж 40 000 экз. Цена 1 р. 10 к.
План выпуска литературы для вузов и техникумов издательства «Высшая школа» на 1977 г. Позиция 38

Издательство «Высшая школа», Москва, К-51, Неглинная ул., д. 29/14
Ордена Трудового Красного Знамени Ленинградское производственно-техническое объединение «Печатный Двор» имени А. М. Горького Союзполиграфпрома при Государственном комитете Совета Министров СССР по делам издательства, полиграфии и книжной торговли 19/13а, Ленинград, П-13а, Гатчинская ул., 26.

Годжаев Н. М.

Г59 Оптика. Учеб. пособие для вузов. М., «Высш. школа», 1977.

432 с. с ил.

Пособие «Оптика» написано в соответствии с программой курса общей физики (раздел «Оптика») для физических факультетов вузов. Кроме традиционных разделов в нем отражены крупные достижения в оптике (оптические квантовые генераторы, элементы нелинейной оптики, голография), происшедшие за последние двадцать лет. В отличие от существующих пособий более подробно описаны явления рассеяния света люминесценция, тепловое излучение и т. д.
Предназначается для студентов вузов.

Г $\frac{20405-438}{001(01)-77}$ 38-77

535

© Издательство «Высшая школа» 1977.

Краткая история развития представлений о природе света.

Оптика — это раздел физики, занимающийся изучением природы света *, законов его распространения и взаимодействия с веществом.

Как известно, четыре основных закона геометрической оптики (законы прямолинейного распространения света, независимости световых пучков, отражения света от зеркальных поверхностей и преломления света на границе раздела двух прозрачных сред) были установлены на основе опытных данных еще задолго до выяснения истинной природы света. В связи с этим уместно привести некоторые исторические сведения.

Еще 430 лет до нашей эры школа Платона установила законы прямолинейного распространения и отражения света от зеркальных поверхностей. Закон прямолинейного распространения нашел свое отражение также в трудах Эвклида (300 лет до н. э.), тогда как закон преломления света, можно полагать, был установлен Аристотелем (350 лет до н. э.).

Птоломеем (120 лет до н. э.) были измерены углы падения и преломления света, на основе чего им же была составлена таблица рефракции. Ввиду того что измерения проводились для малых углов, Птоломей пришел к неверному выводу о пропорциональности угла преломления углу падения. Закон преломления окончательно был установлен Снеллиусом в конце XVI в. Им было найдено, что отношение синусов углов падения и преломления остается постоянным для двух данных сред. В середине XVII в. Декарт дал математическую формулировку закона преломления света. По сей день не выяснено, были ли известны Декарту неопубликованные труды Снеллиуса по преломлению света.

Первые высказывания о природе света были сделаны древними греками и египтянами. Согласно одной из этих теорий, свет, подобно течению воды из трубы, выходит из глаз человека, благодаря чему мы видим окружающий нас мир.

Согласно Пифагору (450 лет до н. э.), тела становятся видимыми благодаря попаданию в глаз человека частиц, вылетающих из тел. Эти частицы Демокрит (460—370 лет до н. э.) назвал атомами. Подобные догадки относительно природы света были опровергнуты Аристотелем. Согласно Аристотелю, свет, передаваясь через посредство прозрачной среды, расположенной между объектами и

*Под светом будем иметь в виду электромагнитное излучение в интервале длин волн от 0,1 Å (1 Å = 10⁻⁸ см) до порядка 10⁶ Å. Электромагнитное излучение с длинами волн в области от 4000 Å до 7600 Å воспринимается непосредственно глазом и называется видимым светом.

глазом, вызывает зрительное действие. Эта идея Аристотеля как бы положила начало учению о светоносной среде — эфире.

В XVII в. Кеплер высказал предположение относительно природы света. Согласно Кеплеру, свет представляет собой частицы, излучаемые веществом — источником. Он считал распространение света мгновенным процессом.

Последовательная теория о природе света была выдвинута Ньютоном на основе наблюдений и проделанных экспериментов. Ньютон разобрал два противоречивых друг другу случая. Согласно одной из гипотез, свет есть волновая энергия. Ньютону были известны явления огибания препятствий звуковыми волнами и волнами воды. Он полагал, что предметы за препятствиями не видны из-за отсутствия огибания последних световыми волнами. Этот факт послужил основанием для отказа от волновой теории. Согласно другой гипотезе, свет представляет собой корпускулы, движущиеся равномерно прямолинейно в однородной среде. Явление дисперсии света, наблюдаемое впервые Ньютоном в опыте с призмой, было объяснено с помощью корпускулярной теории. По Ньютону, цвета определяются размерами носителей-корпускул: красному цвету соответствуют корпускулы наибольшего размера, фиолетовому — наименьшего размера. Корпускулярная теория могла объяснить законы отражения и преломления света. Согласно этой теории, отражение света происходит подобно упругому удару шарика о неподвижную стенку, т. е. углы падения и отражения должны быть равны.

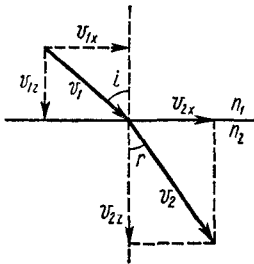


Рис. 1

Далее, корпускула, падающая на границу раздела двух прозрачных сред, при дальнейшем прохождении в более плотной среде приближается (из-за увеличения притяжения) к нормали, опущенной к границе раздела.

Выведем закон преломления, исходя из теории Ньютона. Пусть свет падает на границу раздела двух сред с показателями преломления n_1 и n_2 соответственно, причем $n_1 < n_2$ (отношение скорости света в вакууме к скорости света в данной среде будет называться показателем преломления данной среды). Разложим скорость света в 1-й среде на горизонтальную и вертикальную составляющие v_{1x} и v_{1z} . Согласно Ньютону, горизонтальные составляющие скоростей остаются неизменными, т. е. $v_{1x} = v_{2x}$, в то время как $v_{2z} > v_{1z}$ (при условии $n_1 < n_2$). Как следует из рис. 1,

$$\sin i = v_{1x}/v_1; \quad \sin r = v_{2x}/v_2.$$

Отсюда

$$\sin i/\sin r = v_2/v_1 = n_2/n_1.$$

Это и есть закон преломления света.

Спустя несколько лет после создания Ньютоном корпускулярной теории известный ученый Х. Гюйгенс, опираясь на аналогию оптических и акустических явлений, выдвинул волновую теорию света.

Согласно Гюйгенсу, свет есть упругие импульсы, распространяющиеся в особой среде — эфире. Он полагал, что не только сами тела, но также пространство между ними заполнены эфиром. Согласно Гюйгенсу, большая скорость распространения света обусловлена особыми свойствами эфира.

В основу волновой теории Гюйгенса положен принцип, носящий его имя. Согласно этому принципу, каждая точка, до которой доходит световая волна, становится в свою очередь центром вторичных волн; поверхность, огибающая в произвольный момент времени эти вторичные волны, определяет фронт распространяющейся волны в этот момент времени.

Принцип Гюйгенса позволяет определить фронт волны в любой момент времени, если он известен в какой-то предыдущий момент (рис. 2). Зная положение фронта волны, можно определить направление распространения (направление, перпендикулярное волновому фронту) света.

Опираясь на свой принцип, Гюйгенс успешно объяснил явление двойного лучепреломления (удвоение луча при прохождении через кристалл), обнаруженное в 1670 г. Бартолини в исландском шпате. Принцип Гюйгенса позволяет также объяснить законы отражения и преломления света.

Выведем закон преломления света, исходя из принципа Гюйгенса. Положим, что на границу раздела двух прозрачных сред с показателями преломления соответственно n_1 и n_2 падает плоский фронт волны (рис. 3). Обозначим угол падения через i и будем отсчитывать время с момента соприкосновения точки A фронта волны с поверхностью раздела. В момент времени $t = 0$ фронт падающей волны имеет положение OB' . Через время t_0 точка B' фронта волны переместится к B_1 ; $B'B_1 = v_1 t_0$, где v_1 — скорость распространения света в первой среде. За это время точка O фронта волны переместится на расстояние $OE = v_2 t_0$ во второй среде, где v_2 — скорость распространения света в среде с показателем преломления n_2 . Промежуточные точки фронта волны примут соответственно положения E_1, E_2 и др. Согласно принципу Гюйгенса, огибающая вторичных волн во второй среде к моменту времени t_0 будет EB_1 . Лучи света представляют собой прямые линии, перпендикулярные фронту волны EB_1 . Как следует из рис. 3,

$$\begin{aligned}\sin i &= B'B_1/OB_1 = v_1 t_0/OB_1, \\ \sin r &= OE/OB_1 = v_2 t_0/OB_1.\end{aligned}$$

Отсюда

$$\sin i / \sin r = v_1 / v_2 = n_2 / n_1,$$

где r есть угол между лучом OE и нормалью к границе раздела (угол преломления).

Полученный закон преломления приводит к выводу, отличному от вывода Ньютона, согласно которому $v_1/v_2 = n_1/n_2$. Очевидно,

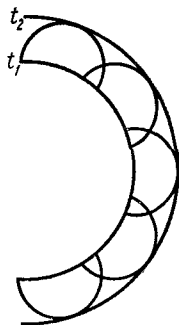


Рис. 2

что если исходить из рассуждений Ньютона, то при $n_2 > n_1$ получим $v_2 > v_1$, т. е. скорость распространения света в оптически более плотной среде должна быть больше, чем в оптически менее плотной среде. Забегая вперед, отметим, что в 1862 г. Фуко, измерив скорость света в воде, показал, что скорость распространения света в воздухе в 1,33 раза больше, чем в воде. Этот факт противоречил результату, полученному Ньютоном, и находился в согласии с выводом Гюйгенса о том, что скорость света в более плотной среде меньше, чем в менее плотной.

Таким образом, к началу XVIII в. существовали два подхода к объяснению природы света: корпускулярная теория Ньютона и волновая теория Гюйгенса. XVIII век стал веком борьбы этих двух теорий.

Ньютон был противником волновой теории. Его величайшие открытия в области механики принесли ему славу, и этот факт сыграл существенную роль в признании корпускулярной теории света. Несмотря на то что против корпускулярной теории с разными, серьезными в те времена, возражениями выступали такие ученые, как Ломоносов и Эйлер, эта теория господствовала почти в течение всего XVIII в. Образно говоря, XVIII век был «веком Ньютона».

В конце XVIII в. результаты многих теоретических и экспериментальных исследований расшатали основы корпускулярной теории и она стала сдавать свои позиции. К началу XIX в. правиль-

ность волновой теории уже не вызывала никакого сомнения и корпускулярная теория была полностью отвергнута. Это стало возможным после того, как Т. Юнг исследовал явления дифракции и интерференции света, а О. Френель, опираясь на волновую теорию и дополнив принцип Гюйгенса принципом интерференции, блестяще объяснил эти два явления. В дальнейшем Френель и Араго изучали такие явления, как поляризация света и интерференция поляризованных лучей. Полученные ими результаты позволили сделать заключения и о природе света. Френель и Араго пришли к выводу, что дифракция и интерференция света могут быть объяснены, если принять световые волны поперечными. В связи с этим заключением возникли своеобразные трудности перед гипотезой эфира*, смысл которых заключается в следующем. Известно, что поперечные упругие волны распространяются только в твердых телах (за исключением случая на границе раздела несмешивающихся жидкостей и жидкость — воздух). Следовательно, поскольку свет является поперечной волной, то носитель световых волн — эфир — должен

* Эфир есть гипотетическая среда, введенная с целью описания оптических явлений в рамках механики.

обладать свойствами твердых тел. Но как известно, скорость распространения поперечных упругих волн в твердом теле определяется как

$$v = \sqrt{G/\rho},$$

где G — модуль сдвига, а ρ — плотность твердого тела. Из опытных данных известно, что v — довольно большая величина, поэтому величина G должна быть также большой, а ρ — малой, что, очевидно, несовместимо. Получается, что эфир, с одной стороны, должен иметь очень малую плотность, а с другой стороны, должен обладать очень большим модулем сдвига.

Это была не единственная трудность, стоящая перед гипотетическим эфиром. Как показали измерения Фуко и Физо, скорость распространения света в разных средах различна. Это могло иметь место в случае, если бы эфир обладал разными свойствами в разных средах. Неприятности, связанные с эфиром, этим не исчерпываются. Если эфир обладает свойствами твердого тела, то в нем могут распространяться как поперечные, так и продольные волны, в то время как у световой волны продольной составляющей нет. Следовательно, эфир должен был обладать такими свойствами, которые допускают распространение в нем только поперечной волны.

Значительным шагом в развитии теории света явилась теория, разработанная Максвеллом во второй половине XIX в. на основе работ Кулона, Ампера, Фарадея, Вебера, Кольрауша и др. Обобщая известные факты, Максвелл выдвинул электромагнитную теорию света, согласно которой световые волны представляют собой не что иное, как электромагнитные волны высокой частоты. Им была предложена система дифференциальных уравнений, описывающая электромагнитные волны.

Согласно электромагнитной теории Максвелла,

$$c/v = \sqrt{\epsilon\mu} = n,$$

где c и v — соответственно скорости света в вакууме и в среде с диэлектрической проницаемостью ϵ и магнитной проницаемостью μ .

Теория Максвелла установила связь между электрическим, магнитным и оптическим параметрами среды. Однако поскольку, по Максвеллу, ϵ и μ — величины, не зависящие от длины волны света, то явление дисперсии (зависимость показателя преломления от длины волны) оставалось необъясненным в рамках электромагнитной теории. Этот пробел был заполнен после того, как Лорентц предложил электронную теорию, согласно которой диэлектрическая проницаемость среды зависит от длины волны падающего света.

Как Максвелл, так и Лорентц считали, что носителями световой волны в пространстве является эфир. Существование эфира долгое время не вызывало сомнений, а представления о свойствах эфира развивались параллельно с представлениями о природе света. Согласно Максвеллу, эфир является ответственным за все электромагнитные явления. По Лорентцу, эфир представляет собой бесконечную среду, характеризующуюся только одним параметром —

скоростью распространения света в данной среде. Опыты Морли — Майкельсона опровергли представления о покоящейся среде — эфире, в результате этого электродинамика Лорентца была заменена электродинамикой теории относительности.

Теория Лорентца, несмотря на определенные успехи, встретила серьезные трудности. В частности, она не могла объяснить распределения энергии по частотам при тепловом излучении абсолютно черного тела. Эти недостатки теории не были устранены и попытками других ученых (Вин, Рэлей, Джинс). Смелая гипотеза, выдвинутая в 1900 г. Планком, решила проблему спектрального распределения энергии теплового излучения.

Согласно гипотезе Планка, излучение электромагнитного поля происходит не непрерывно, а дискретно, т. е. определенными порциями (квантами), энергия ω которых определяется частотой ν :

$$\omega = h\nu,$$

где h — постоянная Планка. Позже Эйнштейном была выдвинута идея о том, что не только излучение, но и поглощение, а также распространение света происходит порциями — частицами. Частицы света были названы фотонами.

Теория Планка, хотя и противоречила духу классической физики, подтверждалась опытными фактами и смогла решить задачу теплового излучения абсолютно черных тел. Следует отметить, что квантовая теория Планка совершенно не нуждается в понятии «эфирной среды». Таким образом, к началу XX в. наряду с электромагнитной теорией возродилась «корпускулярная» теория света, но, безусловно, отличная от корпускулярной теории Ньютона.

Подводя итоги, приходим к естественному выводу о том, что свет имеет двойственную природу — волновую и корпускулярную, т. е. свет представляет собой единство дискретности и непрерывности, что находится в полном согласии с законами материалистической диалектики.

Слабые и сильные световые поля. Интенсивность света определяется формулой $I = \frac{cn}{4\pi} E^2$, где n — показатель преломления среды, E — напряженность светового поля, c — скорость света в вакууме. Все известные нам до появления лазеров источники способны создавать интенсивности не выше чем примерно 10 Вт/см^2 . Достижимые значения напряженности поля для таких источников света составляют порядок $0,1 \div 10 \text{ В/см}$. Это на несколько порядков меньше внутриатомного электрического поля E_a , под действием которого движется валентный электрон. Действительно, поскольку $E_a = \frac{e}{r_0^2}$ ($e = 4,8 \cdot 10^{-10} \text{ СГСЕ}$, $r_0 \sim 1 \text{ \AA}$), то имеем $E_a \approx 10^9 \text{ В/см}$.

Лазерные источники с энергией 10^3 Дж позволяют получить световой пучок с интенсивностью 10^{10} Вт/см^2 и больше. При такой интенсивности напряженность светового поля достигает значения 10^9 В/см . С помощью лазеров на стекле с неодимом ($\lambda = 10\,600 \text{ \AA}$) получают напряженности поля до 10^{11} В/см .

Внутриатомное поле удерживает оптический * электрон вокруг ядра. Поэтому естественно при изучении взаимодействия света с веществом принять это поле за характерное и всякие сравнения проводить относительно этого поля. Если условиться так, то поле обычных нелазерных световых источников (~ 10 В/см) можно называть слабым, а лазерных с напряженностью поля порядка внутриатомного и больше — сильным.

Опыты, проводимые со слабыми световыми полями, показали, что характер оптических явлений не зависит от интенсивности излучения. Такие явления принято называть линейными оптическими явлениями. Область оптики, изучающую такие явления, принято называть **линейной оптикой**. В основе линейной оптики лежит тот факт, что существует линейная связь $\vec{P} = \kappa \vec{E}$ между \vec{P} и \vec{E} (\vec{P} — дипольный момент, приобретенный 1 см³ среды, κ — макроскопическая восприимчивость среды, \vec{E} — напряженность действующего на среду светового поля). При таких предположениях показатель преломления и другие характеристики среды не будут зависеть от интенсивности излучения. Там, где это не будет особо оговорено, будем иметь в виду случай именно линейной оптики.

Многочисленные эксперименты, проведенные со световыми пучками мощностью порядка 10^8 Вт/см² и больше, убедительно показали, что характер оптических явлений существенно зависит от интенсивности излучения. Область оптики, изучающую оптические явления, характер которых зависит от интенсивности излучения, принято называть **нелинейной оптикой**. Это новое направление оптики стало бурно развиваться начиная с 1962 г., когда впервые была обнаружена генерация второй гармоники (эффект удвоения частоты).

* В оптических явлениях участвуют валентные электроны, наиболее слабо связанные с ядром, и поэтому их принято называть оптическими электронами.

Глава I

ФОТОМЕТРИЯ

§ 1. ФОТОМЕТРИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

Световой поток. Понятие светового потока вводится аналогично потоку энергии. Под потоком энергии через некоторую поверхность понимается количество энергии, прошедшей через данную поверхность в единицу времени. В случае света вместо понятия потока энергии вводится аналогичное понятие — световой поток. Таким образом, под световым потоком понимается количество световой энергии, прошедшей через данную поверхность в единицу времени. Как и поток энергии, световой поток можно измерять в ваттах. Однако, как увидим позднее в этой же главе, световой поток принято измерять в специальных единицах, называемых люменами.

Рассмотрим идеализированный случай — излучение точечного источника * в однородной изотропной среде. Точечным называется источник, размерами которого можно пренебречь по сравнению с расстоянием до точки наблюдения. Световая энергия в рассматриваемом случае будет распространяться по прямым линиям, исходящим из точечного источника: поверхность волны, распространяющейся от точечного источника в однородной изотропной среде, будет сферической.

Количество световой энергии, проходящей через некоторую поверхность площадью $d\sigma$ за время t , обозначим через dW . Для экспериментального определения dW поверхность $d\sigma$ можно сделать абсолютно черной и определить количество выделенной на этой поверхности теплоты. По определению, отношение dW/t даст поток световой энергии через поверхность $d\sigma$. Прошедшая через поверхность $d\sigma$ энергия распространяется в пределах телесного угла $d\Omega$, величина которого равна

$$d\Omega = \frac{d\sigma}{r^2} \cos \varphi, \quad (1.1)$$

где φ есть угол между осью конуса и внешней нормалью \vec{n} к поверхности $d\sigma$, r — расстояние от точечного источника до поверхности $d\sigma$ (рис. 1.1).

* Конечное количество энергии излучается с конечного элемента поверхности протяженного источника в конечный телесный угол.

Зная поток световой энергии $d\Phi$, распространяющийся в телесном угле $d\Omega$, можно определить суммарный поток Φ , излучаемый данным точечным источником по всем направлениям:

$$\Phi = \int d\Phi, \quad (1.2)$$

где интегрирование производится по произвольной замкнутой поверхности, окружающей точечный источник.

В основе принципа действия многих приборов (глаз, фотоаппарат, фотоэлементы и т. д.) лежит регистрация светового потока.

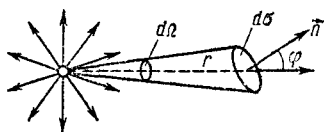


Рис. 1.1

Сила света. Часто возникает необходимость определить величину светового потока, излучаемого в единичный телесный угол. С этой целью для точечного источника вводится фотометрическое понятие силы света. Под силой света понимается величина светового потока, излучаемого точечным источником в единичном телесном угле. Если в телесном угле $d\Omega$ излучается световой поток $d\Phi$, то сила света в данном направлении будет

$$I = d\Phi/d\Omega. \quad (1.3)$$

В общем случае сила света есть величина, зависящая от направления. Источники в этом случае называются анизотропными. В случае, если сила света не зависит от направления, источники называются изотропными. Очевидно, что для изотропных источников сила света определяется так:

$$I = \Phi/4\pi. \quad (1.4)$$

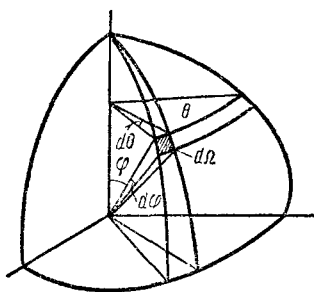


Рис. 1.2

Рассмотрим общий случай. Пусть сила света зависит от направления излучения. Будем пользоваться полярной системой координат. Точечный источник света расположим в начале координат. Направление будет характеризоваться широтой φ , которая изменяется от нуля до π , и долготой θ , которая изменяется от нуля до 2π . Тогда сила света определяется как $I = I(\theta, \varphi)$. Как следует из рис. 1.2 (на рисунке принят $r = 1$),

$$d\Omega = \sin \varphi \, d\varphi \, d\theta. \quad (1.5)$$

Так как

$$d\Phi = I(\theta, \varphi) \, d\Omega, \quad (1.6)$$

то

$$\Phi = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\pi} I(\theta, \varphi) \sin \varphi \, d\varphi. \quad (1.7)$$

Зная зависимость силы света от направляющих углов θ и φ , можно вычислить Φ . В частности, если источник изотропный [$I(\theta, \varphi) = I = \text{const}$], имеем

$$\Phi = 4\pi I_0. \quad (1.8)$$

Оставляя постоянной мощность излучения, можно увеличить силу света в одном направлении. В качестве примера можно привести прожектор, где с помощью сферических зеркал из-за перераспределения светового потока резко увеличивается сила света в направлении вдоль оси прожектора и сводится к нулю ее величина в остальных направлениях.

Яркость. Как отмечалось выше, излучение точечного источника в данном направлении характеризуется силой света. С целью аналогичной характеристики протяженного источника вводится понятие силы света единицы видимой поверхности — яркость.

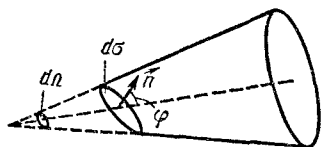


Рис. 1.3

Рассмотрим излучение некоторой поверхности площадью $d\sigma$. Выделим излучение этой поверхности в телесном угле $d\Omega$ (рис. 1.3). Угол между осью выделенного светового пучка и внешней нормалью к поверхности $d\sigma$ обозначим через φ . Определим световой поток $d\Phi$, излучаемый данной поверхностью $d\sigma$ под телесным углом $d\Omega$. Искомый световой поток будет пропорционален величине телесного угла, под которым излучается свет, и видимой площади светящейся поверхности ($d\sigma \cdot \cos \varphi$), т. е.

$$d^2\Phi = B_\varphi d\Omega d\sigma \cdot \cos \varphi, \quad (1.9)$$

где B_φ — коэффициент пропорциональности, характеризующий светящуюся поверхность и зависящий от угла φ . Этот коэффициент называется яркостью поверхности в направлении φ и определяется согласно формуле (1.9):

$$B_\varphi = \frac{d^2\Phi}{d\Omega d\sigma \cdot \cos \varphi}. \quad (1.10)$$

Следовательно, яркость в данном направлении определяется величиной светового потока, излучаемого с единицы видимой в данном направлении поверхности в единицу телесного угла. Другими словами, она численно равна силе света в данном направлении, создаваемой единицей площади видимой поверхности источника. Под видимой площадью светящейся поверхности понимается проекция площади светящейся поверхности $d\sigma$ в направлении, перпендикулярном оси пучка.

Яркость источника может быть различной в разных направлениях. Однако встречаются источники света (Солнце, абсолютно черные тела, освещаемая посторонним источником матовая поверхность и т. д.), для которых величина B_φ не зависит от направления наблюдения, т. е. $B_\varphi = B = \text{const}$. В этом случае, как следует

из (1.10), мощность излучения, а следовательно, и сила света источника пропорциональны косинусу угла с нормалью. Подобная зависимость мощности излучения от φ носит название закона Ламберта. Источники, подчиняющиеся этому закону, называются ламбертовыми.

Следует указать на соответствие понятия яркости светящейся поверхности понятию интенсивности светового потока. Интенсивность светового потока измеряется величиной светового потока, проходящего через единицу видимого сечения по направлению, определяемому углом φ (углом между направлением потока и внешней нормалью к этому сечению), внутрь единичного телесного угла:

$$R = \frac{d^2\Phi}{d\Omega d\sigma \cdot \cos \varphi}. \quad (1.11)$$

Как видно, формула (1.10) совпадает с формулой (1.11). По этой причине величину (1.11) называют также яркостью светового потока.

Светимость. В предыдущем пункте введением понятия яркости мы сумели охарактеризовать источники, размерами которых нельзя пренебречь в конкретных случаях. Часто приходится иметь дело с суммарным излучением источника, а не с излучением в данном направлении. В таких случаях источники характеризуются еще одной световой величиной, называемой светимостью.

Светимость измеряется величиной полного светового потока, излучаемого с единицы площади по всевозможным направлениям, т. е.

$$S = d\Phi/d\sigma, \quad (1.12)$$

где $d\Phi$ есть световой поток, излучаемый с площади $d\sigma$ внутри телесного угла 2π .

Светимость и яркость являются взаимно связанными фотометрическими величинами. Не представляет труда установить связь между ними. С этой целью, исходя из формулы (1.9), найдем световой поток, излучаемый с площади $d\sigma$ по всевозможным направлениям. Для этого необходимо проинтегрировать (1.9) по φ от нуля до $\pi/2$ и по θ от нуля до 2π :

$$\begin{aligned} d\Phi &= \int d^2\Phi = d\sigma \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\pi/2} B_\varphi \sin \varphi \cos \varphi d\varphi = \\ &= 2\pi d\sigma \int_0^{\pi/2} B_\varphi \sin \varphi \cos \varphi d\varphi. \end{aligned} \quad (1.13)$$

С другой стороны, этот же световой поток с площади $d\sigma$ можно определить и через светимость:

$$d\Phi = S d\sigma. \quad (1.14)$$

Сравнение (1.13) и (1.14) дает

$$S = 2\pi \int_0^{\pi/2} B_\varphi \cos \varphi \sin \varphi d\varphi. \quad (1.15)$$

Для ламбертовых источников $B_q = B$, следовательно,

$$S = 2\pi B \int_0^{\pi/2} \cos \varphi \sin \varphi d\varphi = \pi B. \quad (1.16)$$

Следует отметить, что освещенные поверхности, не являющиеся самостоятельными световыми источниками, можно формально характеризовать с помощью выше введенных величин яркости и светимости.

Освещенность. Освещенность E измеряется отношением светового потока $d\Phi$, падающего на данную поверхность, к величине площади $d\sigma$ рассматриваемой поверхности, т. е.

$$E = d\Phi/d\sigma. \quad (1.17)$$

Исходя из формулы (1.17) определим освещенность, создаваемую точечным источником. Будем полагать поток, исходящий от точечного источника, равномерным по всем направлениям. Так как $d\Phi = I d\Omega$ и $d\Omega = \frac{d\sigma \cos \varphi}{r^2}$, то

$$E = d\Phi/d\sigma = I \cos \varphi / r^2, \quad (1.18)$$

где φ — угол между внешней нормалью к поверхности и направлением светового потока (осью конуса, в пределах которого распространяется световая энергия).

Как следует из формулы (1.18), освещенность поверхности обратно пропорциональна квадрату расстояния от точечного источника, прямо пропорциональна силе света и косинусу угла падения φ . Освещенность является фотометрической величиной, относящейся только к освещаемой поверхности.

§ 2. ЕДИНИЦЫ ИЗМЕРЕНИЯ СВЕТОВЫХ ВЕЛИЧИН

Единицы измерения. В качестве основной фотометрической величины принята сила света, которая измеряется в свечах (св).

Свеча — $1/60$ силы света одного квадратного сантиметра полного излучателя (абсолютно черного тела, полностью поглощающего всю падающую на него энергию излучения) при температуре затвердевания платины ($2046,6^\circ \text{K}$) по направлению нормали к излучающей поверхности.

Государственный световой эталон, с помощью которого поддерживается единство световых мер, хранится во Всесоюзном научно-исследовательском институте им. Д. И. Менделеева в Ленинграде. Несколько ламп накаливания, изготовленных по государственному эталону единицы силы света, также хранятся в том же институте.

Все остальные фотометрические величины являются производными. Исходя из единицы силы света, можно определить единицы измерения остальных величин. В формуле $d\Phi = I d\Omega$, подставляя $I = 1 \text{ св}$, $d\Omega = 1 \text{ стерадиан (ср)}$, получим единицу измерения светового потока, называемую люменом (лм):

$$1 \text{ лм} = 1 \text{ св} \times 1 \text{ ср}.$$

Люмен — световой поток, излучаемый точечным изотропным источником силой света в 1 св внутри телесного угла в 1 ср.

Единицы светового потока можно определить также согласно формуле $\Phi = W/t$. В этом случае единицей светового потока является единица мощности — ватт (Вт).

В качестве единицы освещенности принимается освещенность, создаваемая световым потоком в 1 лм при равномерном распределении его на площади в 1 м² и называемая люксом (лк), т. е.

$$1 \text{ лк} = 1 \text{ лм/м}^2.$$

Как следует из определения, светимость тоже измеряется в люксах.

Яркость измеряется в нитах (нт):

$$1 \text{ нт} = 1 \text{ св/м}^2.$$

Часто возникает необходимость измерять фотометрические величины в энергетических единицах. Для этого достаточно перейти от светового потока к энергетическому. Пользуясь известными соотношениями между фотометрическими величинами, легко установить энергетическую единицу измерения для каждой из них. В этом случае (в системе СГС) световой поток, сила света, освещенность (а также светимость) и яркость будут измеряться соответственно в

$$\frac{\text{эрг}}{\text{с}} = \text{Вт}; \quad \frac{\text{эрг}}{\text{с} \cdot \text{ср}} = \frac{\text{Вт}}{\text{ср}}; \quad \frac{\text{эрг}}{\text{с} \cdot \text{см}^2} = \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2} \text{ и } \frac{\text{эрг}}{\text{с} \cdot \text{ср} \cdot \text{см}^2} = \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2 \cdot \text{ср}}.$$

Связь между люменом и ваттом. Чувствительность человеческого глаза. На практике часто приходится выражать световой поток через единицы мощности. По этой причине возникает необходимость установить связь между люменом и ваттом. Следует отметить, что такая связь из-за специфичности физиологического воздействия света не является универсальной. Дело в том, что свет разных длин волн при одинаковом потоке энергии вызывает различное зрительное ощущение. Поэтому в зависимости от длины волны одному люмену соответствуют разные мощности. Чувствительность человеческого глаза заметно меняется в зависимости от длины волны падающего излучения. Наибольшая чувствительность для нормальных (не страдающих дефектами зрения) глаз наблюдается при длине волны $\lambda = 5550 \text{ \AA}$. Одинаковое количество лучистой энергии других (как больших, так и малых) длин волн вызывает сравнительно меньшее ощущение. Свет с длинами волн, меньшими 4000 \AA и большими 7600 \AA , совершенно не вызывает зрительного ощущения вне зависимости от интенсивности. По этой причине часть шкалы электромагнитных волн в интервале от 4000 \AA до 7600 \AA называется видимой областью.

Поскольку свет разных длин волн при одинаковом световом потоке вызывает различное зрительное ощущение, то так называемые относительные чувствительности глаза будут обратно пропор-

циональны монохроматическим мощностям, дающим одинаковое зрительное ощущение, т. е.

$$v_\lambda = \frac{b}{\Phi(\lambda)},$$

где v_λ — относительные чувствительности глаза (функция видности), $\Phi(\lambda)$ — величина монохроматического светового потока, b — коэффициент пропорциональности, который можно определить исходя из максимального значения относительной чувствительности глаза (условно равного 1). Если длину волны, при которой $v_\lambda = 1$,

обозначить через λ_0 (как выше отмечено, $\lambda_0 = 5550 \text{ \AA}$), то $\frac{b}{\Phi(\lambda_0)} = 1$, отсюда $b = \Phi(\lambda_0)$. Следовательно,

$$v_\lambda = \frac{\Phi(\lambda_0)}{\Phi(\lambda)}. \quad (1.19)$$

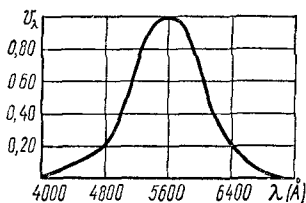


Рис. 1.4

Поскольку λ_0 есть длина волны, соответствующей максимальной чувствительности глаза, то величина светового потока $\Phi(\lambda_0)$ будет минимальной среди монохроматических мощностей, дающих одинаковое зрительное ощущение, т. е. $\Phi(\lambda_0) < \Phi(\lambda)$ при всех длинах волн, отличных от $\lambda_0 = 5550 \text{ \AA}$:

$$v_\lambda = \begin{cases} 0 & \text{при } 4000 \text{ \AA} > \lambda > 8000 \text{ \AA}, \\ < 1 & \text{при } \lambda \neq \lambda_0 \text{ (в видимой области)}, \\ 1 & \text{при } \lambda = \lambda_0 = 5550 \text{ \AA}. \end{cases}$$

Как показали соответствующие измерения, кривая чувствительности глаза (функция видности) изображается колоколообразной кривой (рис. 1.4) с резко выраженным максимумом при длине волны 5550 \AA , спадающей до нуля в сторону красного и фиолетового света. Максимум функции видности, как уже отмечено, условно принятый равным единице, соответствует длине волны $\lambda_0 = 5550 \text{ \AA}$. Поэтому целесообразно найти связь между люменом и ваттом при этой длине волны. При длине волны $\lambda_0 = 5550 \text{ \AA}$ световому потоку в 1 лм соответствует мощность $0,0016 \text{ Вт}$, т. е.

$$1 \text{ лм } (\lambda = 5550 \text{ \AA}) = 0,0016 \text{ Вт}$$

или

$$1 \text{ Вт } (\lambda = 5550 \text{ \AA}) = 650 \text{ лм}.$$

Для установления аналогичной связи при произвольной длине волны в видимой области нужно пользоваться функцией видности

$$1 \text{ Вт } (\lambda) = 650 v_\lambda \text{ лм}.$$

Величина $M = 0,0016 \text{ Вт/лм}$ называется минимальным механическим эквивалентом света по той причине, что при всех длинах волн, отличных от $\lambda_0 = 5550 \text{ \AA}$, мощность, соответствующая световому потоку величиной в 1 лм, больше, чем $0,0016$.

Численные значения функции видности при различных длинах волн в видимой области даны в виде табл. 1.

Таблица 1

λ (Å)	v_λ	λ (Å)	v_λ	λ (Å)	v_λ
4000	0,0004	5200	0,710	6400	0,175
4100	0,0012	5300	0,862	6500	0,107
4200	0,0040	5400	0,954	6600	0,061
4300	0,0116	5500	0,995	6700	0,032
4400	0,023	5600	0,995	6800	0,017
4500	0,038	5700	0,952	6900	0,0082
4600	0,060	5800	0,870	7000	0,0041
4700	0,091	5900	0,757	7100	0,0021
4800	0,139	6000	0,631	7200	0,00105
4900	0,208	6100	0,503	7300	0,00052
5000	0,323	6200	0,381	7400	0,00025
5100	0,503	6300	0,265	7500	0,00006

Как видно из табл. 1, одинаковое зрительное ощущение, вызываемое излучениями разных длин волн, соответствует значениям мощности, довольно сильно отличающимся друг от друга. Так, например, чтобы вызвать одинаковое зрительное ощущение светом с длинами волн $\lambda_1 = 7600 \text{ Å}$ и $\lambda_2 = 5500 \text{ Å}$, в первом случае требуется мощность примерно в 2000 раз больше, чем во втором.

§ 3. МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ СВЕТОВЫХ ВЕЛИЧИН

Раздел оптики, занимающийся измерениями световых величин, называется фотометрией. Приборы, приспособленные для измерения силы света или световых потоков разных источников, называются фотометрами. По принципу регистрации фотометры бывают двух типов: субъективные (визуальные) и объективные.

Субъективные фотометры. В основе субъективных фотометров лежит зрительное наблюдение. Оно основано на том, что ощущение яркости является монотонной функцией энергии падающего света. Следовательно, если два различных источника света, одинаковых по спектральному составу, вызывают в глазу одинаковые ощущения яркости, то они посылают в глаз одинаковые энергии. Этот факт лежит в основе так называемых визуальных фотометров равной яркости. В фотометрах равной яркости две граничащие площадки освещаются каждая отдельным источником. Изменяя расстояние до одного из источников, добиваются одинаковой освещенности прилегающих друг к другу полей. В этом случае каждый из источников посылает на единицу поверхности освещаемого им поля одинаковый поток энергии. Исходя из этого, с помощью визуальных фотометров можно определить силу света некоторого источника в данном направлении, если известна сила света, принятого в качестве эталона другого источника. Аналогичным образом можно

определить световой поток, посланный источником в разных направлениях, а следовательно, и полный световой поток источника.

Во избежание дополнительных искажений полученных результатов площадки фотометра освещаются под одними и теми же углами. То же самое относится и к углам наблюдения этих сравниваемых площадей.

С целью определения полного светового потока применяется так называемый сферический фотометр. Для достижения одинаковой освещенности сравниваемых площадок с помощью двух разных источников пользуются разными приборами и применяются разные методы. Выбор того или иного метода обуславливается конкретной постановкой задачи.

Использование закона обратных квадратов. Коротко остановимся на некоторых методах определения фотометрических величин.

В основе самого простого метода определения силы света лежит закон обратной пропорциональности освещенности квадрату расстояния между точечным источником и освещаемой им поверхностью. Источники света с силами I_1 и I_2 расположены от освещаемых поверхностей AB и BC соответственно на расстояниях r_1 и r_2 (рис. 1.5). Освещенности соответствующих поверхностей при освещении под одними и теми же углами будут

$$E_1 = \frac{I_1}{r_1^2} \cos \varphi \text{ и } E_2 = \frac{I_2}{r_2^2} \cos \varphi.$$

Варируя r_1 и r_2 , можно добиться $E_1 = E_2$. Тогда имеем

$$\frac{I_1}{r_1^2} = \frac{I_2}{r_2^2}, \text{ отсюда } I_1 = I_2 \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2.$$

Определив r_1 и r_2 при известном I_2 , можно вычислить I_1 .

При использовании этого метода следует принять во внимание, что закон обратных квадратов применим для точечных источников. Кроме того, этот метод практически менее выгоден при сравнении источников, мощности которых резко отличаются, так как в этом случае r_1 и r_2 будут также сильно отличаться друг от друга.

Использование ослабителей освещения. Как мы видели, сущность метода определения силы света сводится к выравниванию освещенности поверхностей, освещаемыми источниками разной силы света. Следовательно, разные методы будут отличаться друг от друга способами ослабления освещенности, создаваемой более сильными источниками. В одном из методов измерения применяются ослабители переменной толщины (рис. 1.6).

Клинообразные ослабители способны скользить по соприкасающимся поверхностям друг относительно друга. При этом меняется толщина области, через которую проходит излучение от более сильного источника. Достигнув нужной толщины, где происходит поглощение, можно добиться необходимой освещенности рассматри-

ваемой поверхности. Очевидно, что применяемые ослабители должны быть нейтральны к белому свету, т. е. они должны в одинаковой степени поглощать свет различной длины волны.

К ослаблению освещенности приводит также использование на пути светового пучка вращающегося диска с секториальным вырезом (при вращении диска

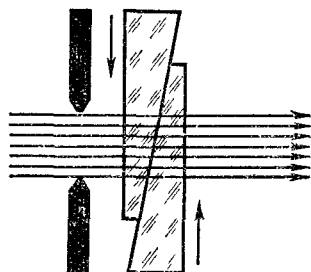


Рис. 1.6

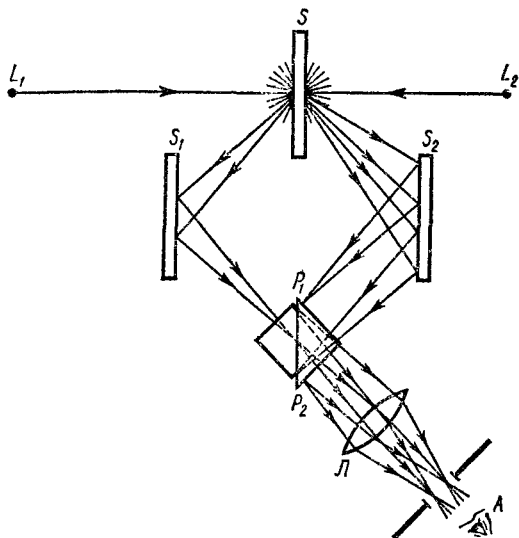


Рис. 1.7

непрозрачная часть, периодически закрывая путь свету, ослабляет его интенсивность).

Схематическое изображение самого простого визуального фотометра представлено на рис. 1.5.

Фотометр Люмера — Бродхуна. Более совершенным визуальным фотометром является фотометр Люмера — Бродхуна (рис. 1.7). Он состоит из кубика Люмера (P_1P_2), зеркал S_1 и S_2 экрана S , диффузно рассеивающего свет, и линзы L . Кубик Люмера — Бродхуна (рис. 1.8) состоит из двух прямоугольных призм. Соприкасающаяся поверхность одной из призм выполнена так, чтобы средняя часть ее находилась в полном оптическом контакте со второй призмой, другими словами, соприкасающиеся части призм ведут себя как однородное тело. По этой причине лучи, исходящие от источника L_1 , пройдя через центральную контактную часть призм, попадают в приемник. Лучи, исходящие из источника L_2 , направляются так, чтобы они падали на внутреннюю поверхность первой призмы P_1P_2 под углами, большими 45° (пределный угол на границе воздух — стекло составляет 45°). При удовлетворении этого условия лучи, падающие на неконтактирующую часть поверх-

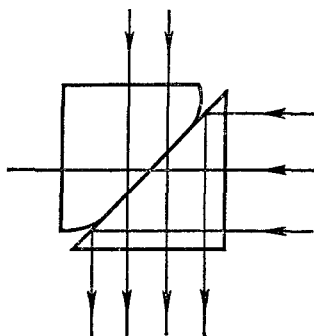


Рис. 1.8

ности первой призмы, претерпев полное внутреннее отражение, попадут в приемник. Таким образом, наблюдатель увидит площадку, центральная часть которой освещена источником L_1 , а края — источником L_2 .

Освещенности центральной части и края наблюдаемой картины будут одинаковыми (исчезает граница раздела между ними), если обе поверхности экрана S будут освещены одинаково. По достижении такой одинаковой освещенности можно вычислить отношение силы света источников L_1 и L_2 , измерив расстояния L_1S и L_2S .

Объективные фотометры. В объективных фотометрах в основе определения фотометрических величин лежат электрические и фотографические методы.

В фотографическом методе исходят из того, что степень почернения фотопластинки пропорциональна количеству падающей на нее световой энергии.

Принцип работы электрофотометра основан на электрическом действии света (фотоэлементы, фотоусилители, фотосопротивления и т. д.). Самый простой фотоэлектрический фотометр состоит из фотоэлемента и соединенного с ним высокочувствительного гальванометра. Если измерить электроток, создаваемый действием света, то можно вычислить освещенность поверхности фотометра. Проградуировав гальванометр непосредственно в люксах, можно получить величину освещенности. В качестве фотоусилителей могут быть использованы так называемые фотоэлектронные усилители (ФЭУ). Выбор того или иного ФЭУ обусловлен спектральным составом измеряемого светового потока. Так, например, для красной и близкой инфракрасной областей спектра применяются фотоусилители ФЭУ-62, ФЭУ-22. Для сине-зеленой области применимы ФЭУ-17, ФЭУ-18, ФЭУ-19 и т. д. ФЭУ-18, ФЭУ-39 рассчитаны на работу в ультрафиолетовой и сине-зеленой областях спектра. ФЭУ-106 применяется как в видимой, так и в ультрафиолетовой и инфракрасной областях спектра.

Объективные фотометры свободны от многих недостатков, присущих визуальным фотометрам. Преимуществом объективного фотометра является возможность его использования также в невидимой части спектра (в ультрафиолетовой и инфракрасной), что приводит к более широкому их применению по сравнению с субъективными фотометрами.

Глава II

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ТЕОРИЯ СВЕТА

§ 1. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ПРИРОДА СВЕТА

Уравнения Максвелла. Во второй половине XIX в. Максвелл на основе проведенного им глубокого анализа известных тогда законов электричества и магнетизма разработал электромагнитную теорию поля и предложил уравнения, носящие с тех пор его имя. Для однородной (диэлектрическая и магнитная проницаемости: $\epsilon = \text{const}$, $\mu = \text{const}$) непроводящей (поверхностная и объемная плотности свободных зарядов: $\sigma = 0$, $\rho = 0$) изотропной среды уравнения Максвелла * имеют следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \text{rot } \vec{E} &= -\frac{\mu}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \\ \text{rot } \vec{H} &= \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \\ \text{div } \vec{E} &= 0, \\ \text{div } \vec{H} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

где \vec{E} и \vec{H} — векторы напряженности электрического и магнитного полей. Величины ϵ и μ , характеризующие материальные свойства среды, не зависят от времени и координат, а также от величины векторов поля \vec{E} и \vec{H} .

Исходя из системы уравнений (2.1), можно сделать следующие выводы:

1. Электромагнитное поле распространяется в виде электромагнитной волны со скоростью $v = c/\sqrt{\epsilon\mu}$, где c — скорость света в вакууме ($c = 3 \cdot 10^{10}$ см/с).

2. Электромагнитные волны поперечны, т. е. векторы напряженности электрического и магнитного полей перпендикулярны направлению распространения самой волны: $\vec{v} \perp \vec{H}$ и $\vec{v} \perp \vec{E}$, где \vec{v} — скорость распространения волны в данной среде.

3. В плоской электромагнитной волне \vec{E} и \vec{H} взаимно перпендикулярны и тройка векторов \vec{v} , \vec{E} , \vec{H} составляет правовинтовую систему. Другими словами, если смотреть вдоль v , то направление

* При записи уравнения Максвелла нами использовалась гауссова система единиц.

поворота вектора \vec{E} к вектору \vec{H} по направлению малого угла соответствует повороту часовой стрелки (рис. 2.1).

4. Векторы \vec{E} и \vec{H} в бегущей плоской монохроматической волне колеблются синфазно *, т. е. они одновременно и в одних и тех же точках пространства достигают максимального и минимального значения.

Тот факт, что отношение электромагнитной единицы силы тока к его электростатической единице равно скорости света в пустоте, навел Максвелла на мысль, что свет представляет собой электромагнитную волну короткой длины.

Как следует из электромагнитной теории света, показатель преломления, определенный как отношение скорости света в пустоте к фазовой скорости света в данной среде, равняется квадратному

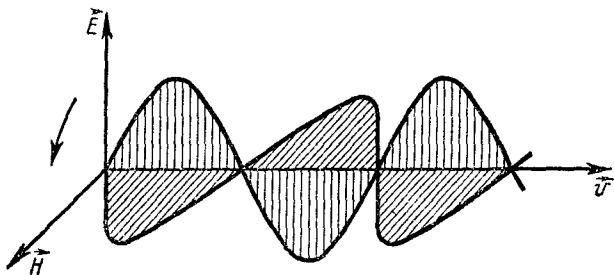


Рис. 2.1

корню из произведения диэлектрической постоянной на магнитную проницаемость, т. е.

$$n = c/v = \sqrt{\epsilon\mu}.$$

В дальнейшем предвидение Максвелла оправдалось как теоретически, так и экспериментально. Оказалось, что световая волна обладает всеми перечисленными свойствами электромагнитной волны. Поскольку в дальнейшем изложение будет основываться на этих свойствах, будет не лишним привести ниже их доказательство.

Скорость электромагнитной волны в среде. Дифференцируя по времени второе уравнение системы (2.1), получим

$$\text{rot} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}.$$

Так как $\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{c}{\mu} \text{rot} \vec{E}$, имеем

$$-\frac{c}{\mu} \text{rot rot} \vec{E} = \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}.$$

* Как увидим в будущем, в стоячих волнах E и H по фазе сдвинуты по отношению друг к другу на величину $\pi/2$.

Учитывая, что $\text{rot rot } \vec{E} = \text{grad div } \vec{E} - \Delta \vec{E}$ и $\text{div } \vec{E} = 0$, получим *

$$\Delta \vec{E} - \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0. \quad (2.2)$$

Дифференцируя по времени первое уравнение системы (2.1), аналогичным способом получим

$$\Delta \vec{H} - \frac{\varepsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0. \quad (2.3)$$

Как известно, (2.2) и (2.3) есть волновые уравнения. Скорость волны, описываемой этими уравнениями, равна

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}}. \quad (2.4)$$

Поперечность электромагнитной волны. Решением соответственно (2.2) и (2.3) являются

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \vec{r})}, \quad (2.5a)$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \vec{r})}, \quad (2.5b)$$

где $|\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$ — волновое число, означающее число волн, укладываемых на расстоянии 2π единицы длины, ω — круговая частота. Направление \vec{k} — волнового вектора — совпадает с направлением распространения волны. (2.5a) и (2.5b) описывают так называемую бегущую монохроматическую волну и называются уравнениями волны. Электромагнитная волна называется монохроматической, если векторы \vec{E} и \vec{H} изменяются по гармоническому закону.

Монохроматическая волна, описываемая уравнениями (2.5a) и (2.5b), является плоской. Волна называется плоской, если геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковых фазах (волновая поверхность), представляет собой плоскость. В случае, когда волновая поверхность является сферой, волна называется сферической. Волны, исходящие из точечных источников, сферические. На достаточно больших расстояниях от точечного источника ограниченные участки сферической волны можно принять за плоские волны.

* Здесь $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ есть оператор Лапласа:

$$\text{rot } \vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \vec{i} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) + \vec{j} \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) + \vec{k} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right),$$

оператор $\vec{\nabla} = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}$. Тогда $\vec{\nabla} \varphi = \text{grad } \varphi = \vec{i} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial \varphi}{\partial z}$, где $\varphi(x, y, z)$ — скалярная функция; $(\vec{\nabla} \vec{E}) = \text{div } \vec{E}$.

Подставив (2.5а) и (2.5б) в последние два уравнения системы (2.1), получим:

$$\begin{aligned}\operatorname{div} \vec{E} &= (\nabla \vec{E}) = -i(\vec{k}\vec{E}) = 0, \\ \operatorname{div} \vec{H} &= (\nabla \vec{H}) = -i(\vec{k}\vec{H}) = 0.\end{aligned}$$

Следовательно, $\vec{k} \perp \vec{H}$ и $\vec{k} \perp \vec{E}$, т. е. \vec{E} и \vec{H} колеблются перпендикулярно направлению распространения волны.

Взаимная перпендикулярность векторов \vec{E} и \vec{H} . Учтем (2.5) в первых двух уравнениях системы (2.1):

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} \vec{E} &= [\nabla \vec{E}] = -i[\vec{k}\vec{E}] = -i \frac{\mu}{c} \omega \vec{H}, \\ \operatorname{rot} \vec{H} &= [\nabla \vec{H}] = -i[\vec{k}\vec{H}] = i \frac{\varepsilon}{c} \omega \vec{E},\end{aligned}$$

или

$$\left. \begin{aligned}[\vec{k}\vec{H}] &= -\frac{\varepsilon}{c} \omega \vec{E}, \\ [\vec{k}\vec{E}] &= \frac{\mu}{c} \omega \vec{H}.\end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

Как следует из (2.6), для плоской монохроматической волны векторы \vec{E} и \vec{H} ортогональны и тройка векторов \vec{k} (или \vec{v}), \vec{E} , \vec{H} составляет, как отмечено выше, правовинтовую систему.

Синфазность колебаний векторов \vec{E} и \vec{H} . Для доказательства синфазности векторов \vec{E} и \vec{H} в бегущей волне* рассмотрим одномерную задачу, т. е. положим, что плоская волна распространяется вдоль оси y . Тогда согласно вышеизложенным свойствам электромагнитной волны векторы \vec{E} и \vec{H} будут направлены, как показано на рис. 2.2, соответственно по осям z и x , т. е.

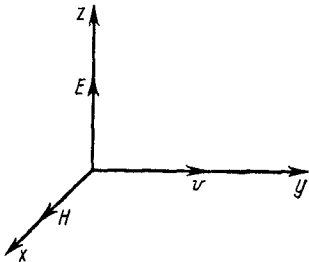


Рис. 2.2

$$\begin{aligned}E_y = E_x = 0, & \quad E_z = E(y, t), \\ H_y = H_z = 0, & \quad H_x = H(y, t).\end{aligned}$$

Подобная волна, т. е. волна, для которой направления колебаний векторов \vec{E} и \vec{H} остаются неизменными, называется плоскополяризованной. При сделанных предположениях из первых двух уравнений системы (2.1) имеем:

$$\left. \begin{aligned}\frac{\partial E_z}{\partial y} &= -\frac{\mu}{c} \frac{\partial H_x}{\partial t}, \\ \frac{\partial H_x}{\partial y} &= -\frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t}.\end{aligned} \right\} \quad (2.7)$$

* Синфазность векторов \vec{E} и \vec{H} вытекает также из системы (2.6), если ε и μ вещественны.

Дифференцируя первое уравнение по y , а второе — по t , получим

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} = \frac{c^2}{\varepsilon\mu} \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2}. \quad (2.8)$$

Уравнение (2.8) имеет такое решение:

$$E_z(y, t) = E_{0z} \exp i(\omega t - ky) + E_{0z} \exp i(\omega t + ky). \quad (2.9)$$

Первый член в уравнении (2.9) описывает волну, распространяющуюся в положительном, а второй член — в отрицательном направлении оси y .

Рассмотрим волну, распространяющуюся в положительном направлении оси y , т. е. положим, что

$$E_z(y, t) = E_{0z} \exp i(\omega t - ky). \quad (2.10)$$

Подставив (2.10) в (2.7), получим:

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = -\frac{k}{\omega} \frac{\partial E_z}{\partial t} = -\frac{1}{v} \frac{\partial E_z}{\partial t} = -\frac{\sqrt{\varepsilon\mu}}{c} \frac{\partial E_z}{\partial t}$$

и

$$\sqrt{\mu} \frac{\partial H_x}{\partial t} = \sqrt{\varepsilon} \frac{\partial E_z}{\partial t}.$$

Интегрирование этого выражения по времени дает

$$\sqrt{\mu} H_x(y, t) = \sqrt{\varepsilon} E_z(y, t) + \text{const}. \quad (2.11)$$

Так как в электродинамических явлениях постоянное поле не играет роли, то в уравнении (2.11) можно считать $\text{const} = 0$. Тогда

$$\sqrt{\mu} H_x(y, t) = \sqrt{\varepsilon} E_z(y, t). \quad (2.12)$$

Следовательно, $H_x(y, t)$ и $E_z(y, t)$ одновременно и в одних и тех же точках пространства достигают максимального (или же минимального) значения, т. е. они не только в пространстве, но и во времени колеблются синфазно.

Энергия электромагнитной волны. Вектор Умова — Пойнтинга. Распространение электромагнитной волны связано с переносом энергии. Чтобы определить энергию, переносимую электромагнитной волной, приходится иметь дело с объемной плотностью энергии. Объемная плотность энергии электромагнитного поля (количество энергии, приходящееся на единицу объема) определяется как

$$\omega = \frac{\varepsilon}{8\pi} E^2 + \frac{\mu}{8\pi} H^2. \quad (2.13)$$

Если учесть (2.12), то для объемной плотности энергии, переносимой плоской волной, имеем

$$\omega = \frac{\varepsilon}{4\pi} E^2 = \frac{\mu}{4\pi} H^2. \quad (2.14)$$

Перенос энергии электромагнитными волнами удобно характеризовать плотностью потока энергии, численно равной количеству энергии, переносимой в единицу времени через единицу поверхности,

перпендикулярной направлению потока. Вектор плотности потока энергии впервые (в 1874 г.) был введен русским ученым Н. А. Умовым для упругих волн. В дальнейшем, в 1884 г., аналогичный вектор для электромагнитных волн (\vec{S}) был введен Пойнтингом. По этой причине вектор плотности потока энергии обычно называется вектором Умова — Пойнтинга.

Как известно из электромагнитной теории,

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} [E\dot{H}]. \quad (2.15)$$

Вектор \vec{S} перпендикулярен плоскости расположения векторов \vec{E} , \vec{H} и в изотропной среде он определяет направление переноса волновой энергии, т. е. направление светового луча. Совокупность опытов (опыт Винера * со стоячими световыми волнами и др.) позволяет сделать вывод о том, что всевозможные действия света обусловлены именно его электрическим полем. Поэтому в оптике вектор \vec{E} называют световым вектором.

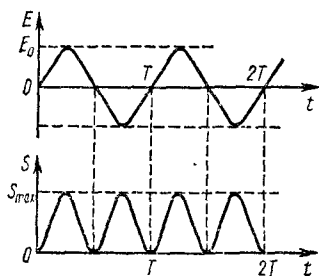


Рис. 2.3

Как мы отметили выше, свободная электромагнитная волна обладает свойством ортогональности ($\vec{E} \perp \vec{H}$). Учитывая это и введя единичный вектор по направлению вектора Умова — Пойнтинга \vec{S}^0 , имеем **

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} EH\vec{S}^0 = \frac{c}{4\pi} \sqrt{\epsilon} E^2 \vec{S}^0, \quad (2.16)$$

или

$$S = |\vec{S}| = \frac{c}{4\pi} \sqrt{\epsilon} E^2. \quad (2.17)$$

Из (2.14) и (2.17) легко видеть, что

$$S = v \frac{\epsilon E^2}{4\pi} = v\omega, \quad (2.18)$$

где v — скорость переноса энергии.

Таким образом, величина плотности потока энергии определяется произведением скорости распространения волны в данной среде на объемную плотность энергии.

Так как E и H изменяются синфазно, то очевидно, что значение плотности потока энергии колеблется с удвоенной частотой по сравнению с E (или H) и изменяется от значения $S_{\min} = 0$ до $S_{\max} = \frac{c}{4\pi} \sqrt{\epsilon} E_0^2$ (рис. 2.3), где E_0 — амплитуда электрического поля

* Опыт Винера описан в § 2 гл. V.

** Для прозрачных сред принимается $\mu = 1$.

Поскольку величина плотности потока световой энергии меняется в зависимости от времени, то представляет интерес знать его среднюю по времени величину, называемую интенсивностью:

$$I = \bar{S} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{c}{4\pi} \sqrt{\epsilon} E^2 dt = \frac{c}{8\pi} \sqrt{\epsilon} E_0^2, \quad (2.19)$$

где T — период светового колебания, I — интенсивность световой волны.

§ 2. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ. ФАЗОВАЯ И ГРУППОВАЯ СКОРОСТИ

Фазовая скорость. Выше мы ознакомились с некоторыми свойствами электромагнитной волны. Теперь более подробно рассмотрим распространение световой волны и ознакомимся с понятиями фазовой и групповой скоростей.

Рассмотрим плоскую монохроматическую световую волну, распространяющуюся в положительном направлении оси x в однородной среде:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - kx)} = \vec{E}_0 e^{i\omega \left(t - \frac{kx}{\omega}\right)} = \vec{E}_0 e^{i\omega \left(t - \frac{Tx}{\lambda}\right)} = \vec{E}_0 e^{i\omega \left(t - \frac{x}{v}\right)}, \quad (2.20)$$

где, как мы уже отметили, $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}}$. Можно легко доказать, что v является скоростью перемещения поверхности равных фаз (волновой поверхности). В самом деле, уравнение поверхности равных фаз имеет вид

$$\omega \left(t - \frac{x}{v}\right) = \text{const}. \quad (2.21)$$

Дифференцируя это выражение по t , найдем скорость перемещения волновой поверхности вдоль оси x , которую принято называть фазовой скоростью:

$$v_{\text{ф}} = v = \frac{dx}{dt}.$$

Используя выражение фазы через волновое число k , можно получить формулу для определения фазовой скорости: $\omega t - kx = \text{const}$. Дифференцируя по t , получим

$$v_{\text{ф}} = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T}. \quad (2.22)$$

Следовательно, монохроматическую волну можно характеризовать одной лишь фазовой скоростью.

Групповая скорость. Можно было бы ограничиться только понятием фазовой скорости, если бы монохроматические волны реально существовали. Однако отдельные атомы излучают в действительности не бесконечные во времени монохроматические волны, а своего рода световые импульсы. Подобный «световой импульс»

может быть смоделирован в виде «кусочка» монохроматической волны длительности Δt , как это показано на рис. 2.4. Немонохроматичность световых волн и обусловлена в основном обрывом монохроматической волны.

Как увидим в дальнейшем (см. § 4 и 5 этой главы), конечные импульсы можно представить в виде совокупности гармонических колебаний с разными амплитудами, частотами и фазами. Пусть $\Delta\omega$ — интервал, в пределах которого лежат упомянутые частоты. Ширина интервала $\Delta\omega$ зависит от длительности импульса. Можно показать, что интервал частот обратно пропорционален длительности импульса, т. е. $\Delta\omega\Delta t = 2\pi$.

Форма импульса определяется частотами, амплитудами и фазами его гармонических составляющих. Если скорости всех этих составляющих одинаковы, то их фазовые соотношения не меняются при распространении и, следовательно, форма импульса также остается неизменной. В этом случае скорость перемещения импульса совпадает со скоростью его гармонических составляющих. Среда, в которой фазовая скорость гармонической волны не зависит от частоты, называется недиспергирующей.

В случае, если скорости гармонических волн зависят от частоты, фазовые соотношения между ними меняются по мере их распространения, что приводит к изменению формы импульса. Отсюда следует, что скорость перемещения импульса и фазовая скорость его гармонических составляющих не совпадают. В этом случае распространение импульса характеризуют с помощью так называемой групповой скорости. Среда, в которой фазовая скорость зависит от частоты, называется диспергирующей.

Введем групповую скорость для случая простейшей группы, состоящей из двух гармонических составляющих одинаковой амплитуды, мало отличающихся по частоте и распространяющихся вдоль оси x :

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= E_0 \cos(\omega_1 t - k_1 x), \\ E_2 &= E_0 \cos(\omega_2 t - k_2 x). \end{aligned} \right\} \quad (2.23)$$

Результирующая волна будет иметь вид

$$\begin{aligned} E &= E_1 + E_2 = 2E_0 \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t - \frac{k_1 - k_2}{2} x\right) \times \\ &\times \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t - \frac{k_1 + k_2}{2} x\right). \end{aligned}$$

По условию, $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2 \ll \omega_1, \omega_2$. Учитывая это, получим

$$E = 2E_0 \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2} t - \frac{\Delta k}{2} x\right) \cos(\omega_1 t - k_1 x), \quad (2.24)$$

где $\omega_1 \simeq \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ и $k_1 \simeq \frac{k_1 + k_2}{2}$.

Полученное выражение (2.24) для сложной волны можно приближенно считать уравнением монохроматической волны с частотой ω_1 , волновым числом k_1 и медленно меняющейся (модулированной) амплитудой $2E_0 \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}x\right)$. Если такой модулированный по амплитуде импульс принимается спектральным прибором, то он будет регистрировать две частоты: ω_1 и ω_2 .

Модулированная амплитуда характеризует группу волн. Поэтому распространение импульса можно характеризовать скоростью переноса определенного значения модулированной амплитуды. Эту скорость называют групповой скоростью волн. Так как на опыте удобно регистрировать максимальную амплитуду, то под групповой скоростью понимают скорость перемещения максимума амплитуды волны. Следовательно, групповая скорость определяется из условия

$$\frac{\Delta\omega}{2}t - \frac{\Delta k}{2}x = m \cdot 2\pi, \quad (2.25)$$

где m — любое целое число.

После дифференцирования (2.25) по t получим

$$v_g = \frac{dx}{dt} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k}.$$

В пределе можно перейти к дифференциалу:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}. \quad (2.26)$$

Связь между фазовой и групповой скоростями. Исходя из (2.26) и (2.22) можно найти связь между фазовой и групповой скоростями:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d}{dk}(v_\phi k) = v_\phi + k \frac{dv_\phi}{dk}. \quad (2.27)$$

Так как $k = 2\pi/\lambda$ и отсюда $dk = -\frac{2\pi}{\lambda^2}d\lambda$, то из (2.27) имеем

$$v_g = v_\phi - \lambda \frac{dv_\phi}{d\lambda}. \quad (2.28)$$

Полученное выражение (2.28) носит название формулы Рэлея. Им же было впервые введено понятие групповой скорости.

§ 3. КЛАССИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Излучение линейного гармонического осциллятора. Рассмотрим излучение атома на основе модели линейного гармонического осциллятора. Нейтральный атом можно рассматривать как совокупность гармонических осцилляторов (колеблющихся диполей). Такое уподобление связано с тем, что излучение изолированного атома эквивалентно излучению совокупности гармонических осцилляторов.

Рассмотрим самый простой случай, когда атом в вакууме ($\epsilon = \mu = 1$, $v = c$) состоит из одного электрона и одного положитель-

ного заряда. Считая положительный заряд покоящимся, совместим с ним начало координат. Обозначим радиус-вектор электрона, совершающего гармоническое колебательное движение, через $\vec{r}(t)$. Принимая во внимание вышеизложенное, уравнение движения электрона запишем в виде

$$m\ddot{\vec{r}} = -\alpha\vec{r}, \quad (2.29)$$

где m — масса электрона, α — коэффициент квазиупругости.

Решая уравнение (2.29), получим

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 e^{i\omega_0 t}, \quad \text{где } \omega_0^2 = \alpha/m. \quad (2.30)$$

Такое смещение электрона с зарядом q относительно положения равновесия создает дипольный момент:

$$\vec{p}(t) = q\vec{r}(t). \quad (2.31)$$

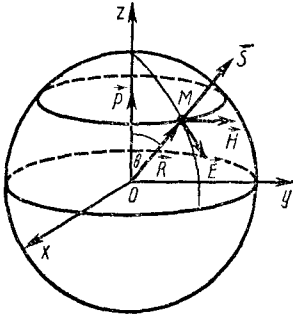


Рис. 2.5

Как известно из курса электричества, колеблющийся диполь является источником сферической электромагнитной волны, векторы напряженности которой на больших расстояниях от источника *, в так называемый волновой зоне, равны по величине и взаимно перпендикулярны. В этом легко можно убедиться **, если воспользоваться сферической системой координат. Положим, что ра-

диус-вектор \vec{R} , проведенный из точки O в точку наблюдения M , составляет угол θ с направлением дипольного момента \vec{p} (рис. 2.5). Решая волновое уравнение для волновой зоны, можно получить следующие выражения для $\vec{E}(t)$ и $\vec{H}(t)$:

$$\begin{aligned} \vec{H}(t) &= \frac{1}{c^2 R} \left[\vec{p} \left(t - \frac{R}{c} \right) \times \vec{R}_0 \right], \\ \vec{E}(t) &= [\vec{H}(t) \times \vec{R}_0], \end{aligned} \quad (2.32)$$

где $\vec{R}_0 = \vec{R}/|\vec{R}|$ — единичный вектор по направлению \vec{R} . Аргумент $t - \frac{R}{c}$ при \vec{p} , обусловленный конечностью скорости распространения электромагнитной волны, показывает, что электромагнитное поле в точке M в момент времени t определяется значением в более ранний момент времени, отличающимся от t на R/c , т. е. на время, необходимое для распространения излучения от точки O до точки наблюдения M . Чтобы установить взаимную ориентацию

* При $R \gg r$, где R — расстояние от центра диполя до точки наблюдения, и при $r \gg \lambda$.

** См.: Г а м м И. Е. Основы теории электричества ГИТТЛ, 1954, гл. VII, § 99.

векторов $\vec{E}(t)$ и $\vec{H}(t)$, мы должны определить направление вектора $\ddot{\vec{p}}$. Легко убедиться, что $\ddot{\vec{p}}$ направлен противоположно вектору \vec{p} . На самом деле, так как

$$\vec{p}\left(t - \frac{R}{c}\right) = q\vec{r}_0 e^{i\omega_0\left(t - \frac{R}{c}\right)} = q\vec{r}_0 e^{i(\omega_0 t - kR)},$$

то

$$\ddot{\vec{p}} = -q\omega_0^2 \vec{r}_0 e^{i(\omega_0 t - kR)} = -\omega_0^2 \vec{p}\left(t - \frac{R}{c}\right),$$

что и следовало доказать.

Зная антипараллельность \vec{p} и $\ddot{\vec{p}}$, из формулы (2.32) видим, что для произвольной точки M радиуса R (рис. 2.6) вектор \vec{E} направлен по касательной к меридиану в данной точке, а вектор \vec{H} перпендикулярен плоскости расположения \vec{E} и \vec{R}_0 , т. е. направлен перпендикулярно плоскости чертежа. Так как в данном случае

$$|\vec{E}| = |\vec{H}| = \frac{\left|\ddot{\vec{p}}\left(t - \frac{R}{c}\right)\right|}{c^2 R} \sin \theta, \quad (2.33)$$

то

$$S = \omega c = \frac{c}{4\pi} E^2. \quad (2.34)$$

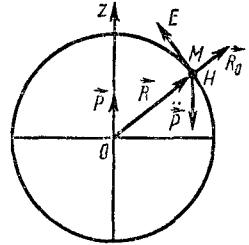


Рис. 2.6

Выводы. На основании формул (2.33) и (2.34) можно сделать некоторые весьма важные выводы:

1. При $\theta = 0$, т. е. вдоль диполя, $H = E = 0$, следовательно, $S = 0$, т. е. диполь не излучает электромагнитной энергии в направлении своей оси.

2. При $\theta = \pi/2$ $E = E_{\text{макс}}$, следовательно, $S = S_{\text{макс}}$, т. е. максимальное излучение происходит по направлению, перпендикулярному оси диполя.

3. При $\theta = \text{const}$ получим $E = H \sim 1/R$. Следовательно, излучаемая осциллятором волна является сферической. На основании третьего вывода можно обосновать выбор волновой зоны. Как известно, поле статического диполя уменьшается при удалении от его центра согласно закону $1/R^3$, т. е. $E_{\text{стат}} \sim 1/R^3$ в отличие от $E \sim 1/R$. Следовательно, именно в области волновой зоны можно избавиться от влияния $E_{\text{стат}}$, т. е. можно его не учитывать.

Интенсивность излучения. Воспользовавшись (2.33) и (2.34), получим

$$S = \frac{\dot{p}^2}{4\pi c^3 R^2} \sin^2 \theta = \frac{q^2 \dot{p}^2}{4\pi c^3 R^2} \sin^2 \theta. \quad (2.35)$$

Еще раз отметим, что излучение исходит из центра диполя, т. е. вектор \vec{S} направлен по единичному вектору \vec{R}_0 . Формула (2.35) определяет мгновенное значение потока электромагнитной энергии, излучаемой по направлению θ . Диаграмма зависимости S от по-

лярного угла θ , подтверждаемая опытными данными, дана на рис. 2.7.

На практике представляет интерес определить не только мгновенное значение потока излучения, но также величину потока энергии, излучаемого осциллятором за единицу времени по всевозможным направлениям. С этой целью мы должны проинтегрировать выражение (2.35) по замкнутой поверхности, окружающей осциллятор:

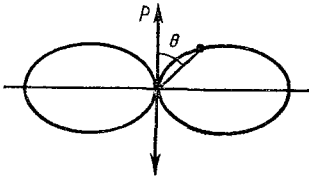


Рис. 2.7

$$I = \int S d\sigma. \quad (2.36)$$

Так как элемент поверхности в сферических координатах равен

$$d\sigma = R^2 \sin \theta d\theta d\varphi,$$

то для полного количества энергии, излучаемой осциллятором за единицу времени (для интенсивности излучения), получим

$$I = \frac{\ddot{p}^2}{4\pi c^3} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta = \frac{\ddot{p}^2}{2c^3} \int_0^\pi (1 - \cos^2 \theta) \sin \theta d\theta = \frac{2\ddot{p}^2}{3c^3}. \quad (2.37)$$

Учитывая (2.31) в (2.37), находим

$$I = \frac{2q^2 r^2}{3c^3}. \quad (2.38)$$

Следовательно, световые волны излучаются при ускоренном движении электрических зарядов.

Следует отметить, что этот вывод верен при условии $v < c$. Однако в материальной среде тела могут двигаться со скоростью, большей скорости света в данной среде*. Можно доказать, что если заряженная частица движется со скоростью, большей скорости света в данной среде, то она излучает электромагнитную энергию даже при равномерном прямолинейном движении (эффект Вавилова — Черенкова).

Как мы уже замечали, из-за большой частоты световой волны (10^{14} — 10^{15} s^{-1}) все приборы, в том числе и глаз, регистрируют не мгновенное, а усредненное по некоторому времени T значение энергии. Поэтому целесообразно вычислить среднюю энергию за время T :

$$\bar{I} = \frac{2}{3c^3} \bar{\ddot{p}^2} = \frac{1}{T} \int_0^T I dt. \quad (2.39)$$

Поскольку

$$p = p_0 \cos \omega_0 t,$$

то имеем

$$\bar{I} = \frac{2\omega_0^4 p_0^2}{3c^3} \overline{\cos^2 \omega_0 t}.$$

* Этот факт находится в полном согласии с теорией относительности, согласно которой недостижима лишь скорость света в вакууме — c .

Так как $\overline{\cos^2 \omega_0 t} = 1/2$, то

$$\bar{I} = \frac{\omega_0^4}{3c^3} p_0^2. \quad (2.40)$$

Формула (2.40) определяет среднюю интенсивность излучения (это выражение называют полной мощностью излучения) осциллятора.

Следовательно, приходим к выводу, что при гармоническом колебании электрона излучается монохроматический свет с той же частотой ω_0 , причем интенсивность пропорциональна ω_0^4 (или же $1/\lambda_0^4$).

Добротность осциллятора. Правильность полученного результата вызывает некоторое сомнение. Дело в том, что в основе нашей модели излучения лежит тот факт, что колебание осциллятора является незатухающим, происходящим по закону косинуса с постоянной амплитудой. Так как при этом осциллятор непрерывно излучал бы энергию согласно формуле (2.40), то принятая модель гармонического осциллятора не может быть верной, если потеря энергии за счет излучения при большом числе колебаний не составляет ничтожную часть средней энергии осциллятора. С целью выяснения, имеет ли это место в данном случае, определим полную энергию осциллятора:

$$\bar{W}_{\text{полн}} = \bar{W}^{\text{п}} + \bar{W}^{\text{к}} = \frac{\overline{\alpha r^2}}{2} + \frac{\overline{m \dot{r}^2}}{2},$$

где \dot{r} — скорость движения колеблющегося электрона.

Так как средняя кинетическая энергия гармонического осциллятора равна средней потенциальной, т. е.

$$\frac{\overline{\alpha r^2}}{2} = \frac{\overline{m \dot{r}^2}}{2},$$

то, проведя усреднение за период, получим

$$\bar{W}_{\text{полн}} = \overline{\alpha r^2} = \overline{m \dot{r}^2} = \frac{m \omega_0^2}{2} r_{\text{макс}}^2 = \frac{m \omega_0^2}{2 q^2} p_0^2, \quad (2.41)$$

где $p_0 = q r_{\text{макс}}$.

Энергия, излучаемая за период, равна

$$W_{\text{изл}} = \bar{I} T = \frac{\omega_0^4 p_0^2}{3c^3} \cdot \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi \omega_0^3 p_0^2}{3c^3}. \quad (2.42)$$

Произведение 2π на отношение полной энергии к энергии, расходуемой за период, называется добротностью осциллятора (Q):

$$Q = 2\pi \frac{\bar{W}_{\text{полн}}}{W_{\text{изл}}} = 2\pi \frac{m \omega_0^2 p_0^2}{2q^2 \cdot 2\pi \omega_0 p_0^2} \cdot 3c^3 = \frac{3mc^3}{2q^2 \omega_0}. \quad (2.43)$$

Для оптических частот ($\nu_0 = 10^{15} \text{ с}^{-1}$) $Q \sim 10^7$. Следовательно, потеря энергии осциллятора вследствие излучения настолько мала, что можно было бы взять среднюю энергию для большого числа колебаний и это среднее считать медленно меняющейся во времени функцией.

Продолжительность излучения осциллятора. Найдем закон убывания энергии осциллирующей системы во времени. Очевидно, изменение энергии осциллятора в единицу времени определится выражением (2.40), т. е.

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{\omega_0^4}{3c^3} p_0^2. \quad (2.44)$$

Учитывая (2.41) в (2.44), получим

$$\frac{dW}{dt} = -\frac{2\omega_0^2 q^2}{3mc^3} W, \quad (2.45)$$

где W — полная энергия гармонического осциллятора. Обозначив $\frac{2\omega_0^2 q^2}{3mc^3} = \gamma$, имеем из (2.45)

$$\frac{dW}{W} = -\gamma dt,$$

или после интегрирования

$$W = W_0 e^{-\gamma t}, \quad (2.46)$$

где W_0 — энергия осциллятора при $t = 0$.

Следовательно, энергия гармонического осциллятора уменьшается со временем по экспоненциальному закону. Как видно из

(2.46), при $t = \frac{1}{\gamma} = \tau$ энергия осциллятора уменьшается в e раз (рис. 2.8).

Поэтому $\tau = \frac{1}{\gamma}$ называют временем жизни осциллятора при свободном излучении. Следует отметить, что в общем случае энергия осциллятора может уменьшаться и по другим причинам — вследствие ударов, эффекта Доплера, вызванного тепловым движением, вследствие электрического и других типов взаимодействий осцилляторов. Поскольку нас интересует свободное излучение атома, то причины эти нами рассматриваться не будут. Поэтому не случайно, что величину τ мы связали с процессом свободного излучения. Так как время жизни осциллятора (атома) при излучении имеет важное значение в классической теории света, целесообразно оценить порядок этой величины. Как известно,

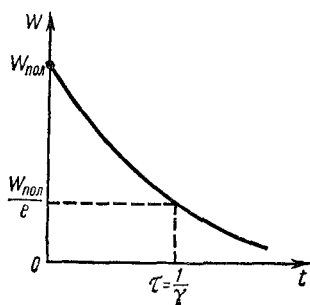


Рис. 2.8

то причины эти нами рассматриваться не будут. Поэтому не случайно, что величину τ мы связали с процессом свободного излучения. Так как время жизни осциллятора (атома) при излучении имеет важное значение в классической теории света, целесообразно оценить порядок этой величины. Как известно,

$$\tau = \frac{3mc^3}{2\omega_0^3 e^2}.$$

Если вместо ω_0 взять среднюю частоту в видимой области ($\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ см), т. е. $\omega_0 = 4 \cdot 10^{15}$ с⁻¹, то, подставляя $m = 9 \cdot 10^{-28}$ г,

$\frac{e}{mc} = 1,76 \cdot 10^7$, найдем

$$\tau \approx 10^{-8} \text{ с.}$$

Следовательно, продолжительность излучения весьма мала, т. е. каждый осциллятор излучает энергию за весьма короткий промежуток времени. Однако если обратить внимание на то, что период колебания осциллятора, излучающего видимый свет, составляет величину порядка 10^{-14} с, то легко увидеть, что за время излучения, т. е. за время, в течение которого энергия уменьшается в e раз, осциллятор совершает число колебаний порядка миллиона.

Лучистое трение. Как мы видели, при свободном колебании осциллятора благодаря излучению электромагнитная волна уносит с собой энергию, в результате чего колебания осциллятора становятся затухающими и его энергия убывает со временем согласно закону (2.46). Аналогичная картина встречается в механике, при рассмотрении распространения упругих волн в различных средах в процессах, связанных с электрическими колебаниями. При механических колебаниях в вязкой среде из-за противодействия силы вязкого трения наблюдается затухание колебаний, так как часть колебательной энергии превращается в тепло.

В нашем случае затухание колебаний электрона при излучении можно связать с появлением диссипативной силы, которую называют силой лучистого трения. Сила лучистого трения обусловлена обратным тормозящим действием излучаемого колеблющимся зарядом поля на собственное движение заряда. По этой причине силу лучистого трения называют также силой реакции излучения. В свете таких соображений уравнение колебания электрона в отличие от (2.29) имеет вид

$$m\ddot{r} = -\alpha\dot{r} + \vec{F}_R, \quad (2.47)$$

где \vec{F}_R — упомянутая выше сила трения. Чтобы решить уравнение (2.47), мы должны найти величину F_R , с которой создаваемое электроном поле действует на этот же электрон.

Величину силы лучистого трения можно вычислить, воспользовавшись законом сохранения энергии, согласно которому работа силы трения за определенный промежуток времени должна равняться энергии, излученной осциллятором за этот же промежуток времени.

Работа силы \vec{F}_R за промежуток времени dt равна $(\vec{F}_R d\vec{r}) = (\vec{F}_R \dot{r}) dt$. С другой стороны, согласно (2.38), количество излучаемой энергии за этот же промежуток времени равно

$$\frac{2q^2}{3c^3} \ddot{r}^2 dt.$$

Рассмотрим поведение системы за конечный промежуток времени $t_2 - t_1$ и допустим, что в момент времени t_2 система возвращается в исходное состояние, в котором она находилась в момент времени t_1 . Тогда согласно закону сохранения энергии

$$\int_{t_1}^{t_2} (\vec{F}_R \dot{r}) dt = -\frac{2}{3} \frac{q^2}{c^3} \int_{t_1}^{t_2} \ddot{r}^2 dt. \quad (2.48)$$

Интегрируя правую часть (2.48) по частям, получим

$$\int_{t_1}^{t_2} (\vec{F}_R \dot{\vec{r}}) dt = -\frac{2}{3} \frac{q^2}{c^3} \dot{\vec{r}} \dot{\vec{r}} \Big|_{t_1}^{t_2} + \frac{2q^2}{3c^3} \int_{t_1}^{t_2} (\dot{\vec{r}} \ddot{\vec{r}}) dt.$$

Поскольку в момент времени t_1 и t_2 состояния системы совпадают, то $\dot{\vec{r}}(t_1) = \dot{\vec{r}}(t_2)$, $\ddot{\vec{r}}(t_1) = \ddot{\vec{r}}(t_2)$ и, следовательно,

$$\int_{t_1}^{t_2} (\vec{F}_R \dot{\vec{r}}) dt = \frac{2}{3} \cdot \frac{q^2}{c^3} \int_{t_1}^{t_2} (\dot{\vec{r}} \ddot{\vec{r}}) dt. \quad (2.49)$$

Приравнивая подынтегральные выражения, найдем

$$\vec{F}_R = \frac{2}{3} \frac{q^2}{c^3} \ddot{\vec{r}}. \quad (2.50)$$

Следовательно, сила лучистого трения пропорциональна третьей производной смещения по времени.

Как отмечалось выше, потеря энергии вследствие излучения составляет ничтожную часть средней энергии осциллятора. Этот факт позволяет считать, что сила лучистого трения заметно мала по сравнению с квазиупругой силой. Зная теперь ее выражение, запишем (2.47) в виде

$$m\ddot{\vec{r}} = -\alpha\vec{r} + \frac{2}{3c^3} q^2 \ddot{\vec{r}} \quad (2.51)$$

или

$$\ddot{\vec{r}} - \frac{2}{3} \frac{q^2}{mc^3} \ddot{\vec{r}} + \frac{\alpha}{m} \vec{r} = 0. \quad (2.52)$$

Уравнение (2.52) есть линейное дифференциальное уравнение третьего порядка, которое можно решать методом последовательных приближений. В нулевом приближении в уравнении (2.52) можно не учитывать второй член из-за его малости. Тогда получим уравнение (2.29), имеющее решение в виде (2.30). Подставляя его в (2.52), получим

$$\ddot{\vec{r}} + \gamma \dot{\vec{r}} + \omega_0^2 \vec{r} = 0, \quad (2.53)$$

где γ и ω_0 определены, как прежде: $\gamma = \frac{2q^2\omega_0^2}{3mc^3}$ и $\omega_0 = \sqrt{\frac{\alpha}{m}}$ — частота незатухающих колебаний.

При не слишком большом затухании, т. е. при $\gamma \ll \omega_0$, решение уравнения (2.53) имеет вид

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 e^{-\frac{\gamma t}{2}} \cos(\omega t + \varphi), \quad (2.54)$$

где $\omega^2 = \omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{4}$, \vec{r}_0 — вектор амплитуды, φ — начальная фаза, которые определяются из начальных условий. Согласно (2.54), амплитуда затухающего колебания уменьшается экспоненциально со временем. К такому же выводу мы пришли (рис. 2.8) при феноменологическом подходе к решению задачи излучения.

Как следует из (2.31), (2.32), (2.54), колебание электрического вектора в данном случае будет происходить по следующему закону:

$$E(t) = E_0 e^{-\frac{\gamma}{2} t} \cos(\omega t + \varphi), \quad (2.55)$$

т. е. затухание колебания осциллятора приводит к уменьшению амплитуды колебаний напряженности электрического поля излучаемой световой волны (рис. 2.9).

В общем виде уравнение колебания можно представить как

$$E = E_0(t) \cos[\omega t - \varphi(t)]. \quad (2.56)$$

Если амплитуда $E_0(t)$ и фаза $\varphi(t)$ меняются во времени относительно медленно по сравнению с основными колебаниями с частотой ω , то волны, вызванные колебанием типа (2.56), называются квазимонохроматическими.

Сделаем еще одно замечание. Как мы видели, формулы (2.54) и (2.55) имеют место, пока сила трения излучения значительно мала по сравнению с квазиупругой силой, т. е.

$$m\omega_0^2 \gg \frac{q^2\omega^3}{c^3}.$$

Если перейти к длине волны $\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} = \frac{2\pi c}{\omega_0}$, то получим

$$\lambda_0 \gg \frac{q^2}{mc^2}. \quad (2.57)$$

Величина $r_0 = \frac{q^2}{mc^2}$ называется классическим радиусом электрона. Подставляя значения c , m , q , для r_0 получаем

$$r_0 = 2,81 \cdot 10^{-5} \text{ \AA}.$$

Следовательно, при выполнении условия $\lambda_0 \gg r_0$ колебание осциллятора можно считать медленно затухающим и тогда все вышеприведенные рассуждения остаются в силе. Это условие выполняется в широком интервале длин волн оптического диапазона, включая мягкие γ -кванты, длины волн которых порядка 10^{-2} \AA. Оно не имеет места только для космических гамма-лучей.

§ 4. ШИРИНА СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЙ

Частотный спектр. Прежде чем перейти к изложению основного содержания данного параграфа, ознакомимся с понятием спектра.

Под спектром в оптике понимают совокупность частот (дискретную или сплошную) монохроматических колебаний, которыми можно представить свет какого-либо источника. Графически спектр изображают как распределение интенсивности излучения по частотам

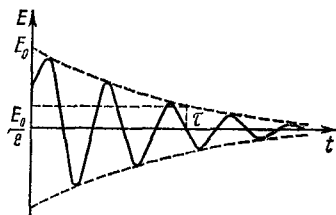


Рис. 2.9

(или по длинам волн). Различают два вида спектра — сплошной (рис. 2.10, а, б) и дискретный (рис. 2.11).

Если волну, возбуждаемую источником типа (2.55), направить в спектрограф (прибор, разлагающий сложный световой импульс

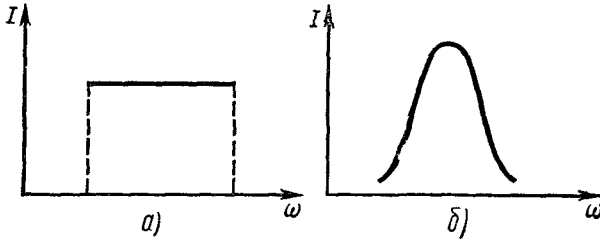


Рис 2 10

на монохроматические составляющие), то в нем будет регистрироваться спектральная линия конечной ширины, так как данная волна не является монохроматической и ей соответствует определенное

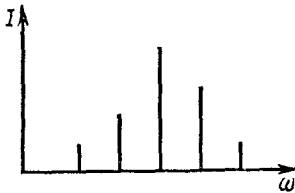


Рис. 2.11

спектральное распределение $I(\omega)$. Это связано с тем, что колебание, описываемое формулой (2.55), не представляет собой периодический процесс, так как амплитуда осциллятора зависит от времени. Действительно, можно прийти к выводу о том, что затухающий осциллятор излучает сплошной спектр, с помощью разложения неперiodической функции (2.55) в интеграл Фурье, где

интегрирование будет производиться по всевозможным частотам. Разложим $E(t)$ в интервал Фурье:

$$E(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(\omega) e^{-i\omega t} d\omega, \quad (2.58)$$

где монохроматическая составляющая $E(\omega)$ определяется формулой

$$E(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} E(t) e^{i\omega t} dt. \quad (2.59)$$

Поскольку $E(t) = 0$ при $t < 0$, то, как следует из (2.59),

$$E(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} E(t) e^{i\omega t} dt. \quad (2.60)$$

Подставляя в (2.60) $E(t) = E_0 e^{-\frac{\gamma t}{2}} e^{-i\omega_0 t}$, имеем

$$E(\omega) = \frac{E_0}{2\pi} \int_0^{\infty} e^{-i(\omega_0 - \omega)t} e^{-\frac{\gamma}{2}t} dt = \frac{E_0}{2\pi} \cdot \frac{1}{i(\omega_0 - \omega) + \frac{\gamma}{2}}. \quad (2.61)$$

Зная монохроматическую составляющую $E(\omega)$, можно определить интенсивность каждой гармонической составляющей спектральной линии — спектральное распределение $I(\omega)$, пропорциональное квадрату соответствующего компонента интеграла Фурье:

$$I(\omega) = a |E(\omega)|^2 = a \frac{E_0^2}{4\pi^2} \cdot \frac{1}{(\omega_0 - \omega)^2 + \frac{\gamma^2}{4}}. \quad (2.62)$$

Коэффициент пропорциональности a находится из условия

$$\int_0^{\infty} I(\omega) d\omega = I_0, \quad (2.63)$$

где I_0 — полная интенсивность излучения.

Подставляя выражение для $I(\omega)$, имеем

$$\begin{aligned} I_0 &= a \int_0^{\infty} |E(\omega)|^2 d\omega = \frac{aE_0^2}{4\pi^2} \int_0^{\infty} \frac{d\omega}{(\omega_0 - \omega)^2 + \frac{\gamma^2}{4}} = \\ &= \frac{aE_0^2}{4\pi^2} \cdot \frac{2\pi}{\gamma} = \frac{aE_0^2}{2\pi\gamma}. \end{aligned}$$

Отсюда

$$a = \frac{2\pi\gamma}{E_0^2} I_0$$

и

$$I(\omega) = \frac{I_0}{2\pi} \cdot \frac{\gamma}{(\omega_0 - \omega)^2 + \frac{\gamma^2}{4}}. \quad (2.64)$$

Естественная ширина спектральных линий. График зависимости I от ω , изображенный на рис. 2.12, называется контуром спектральной линии. Как следует из (2.64), при $\omega = 0$

$$I(0) = I_0 \frac{\gamma}{2\pi} \cdot \frac{1}{\omega_0^2 + \frac{\gamma^2}{4}}.$$

При увеличении ω интенсивность соответствующей гармонической составляющей спектральной линии увеличивается. При $\omega = \omega_0$ интенсивность достигает максимального значения, равного

$$I_{\text{макс}} = \frac{2}{\pi\gamma} I_0. \quad (2.65)$$

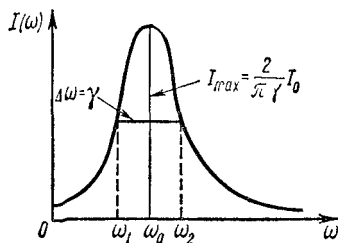


Рис. 2.12

При дальнейшем увеличении частоты интенсивность уменьшается до нуля при $\omega \rightarrow \infty$. Таким образом, мы получили контур спектральной линии, симметричный относительно ω_0 .

Контур спектральной линии называется естественным, если он обусловлен только затуханием вследствие излучения. Соответственно ширина спектральной линии в этом случае называется естественной шириной.

Ширину спектральной линии принято характеризовать шириной контура при значении ординаты, равной половине от максимальной интенсивности, т. е. при $I(\omega) = \frac{1}{2} I_{\text{макс}}$. Подставляя $\frac{1}{2} I_{\text{макс}}$ в (2.64) вместо $I(\omega)$, находим

$$I_0/\pi\gamma = \frac{I_0\gamma}{2\pi} \cdot \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2/4},$$

отсюда $\omega_{1,2} = \omega_0 \pm \gamma/2$.

Следовательно, ширина спектральной линии по шкале частот равна

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \gamma = \frac{2q^2\omega^2}{3mc^3}. \quad (2.66)$$

Мы видим, что естественная ширина спектральной линии гармонического осциллятора равна константе затухания (или обратному значению времени жизни осциллятора). Для видимого света ($\lambda = 5000 \text{ \AA}$) $\Delta\omega \approx 10^8 \text{ с}^{-1}$. По шкале длин волн естественная ширина спектральной линии равна

$$\Delta\lambda = \frac{2\pi c}{\omega^2} \Delta\omega = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{q^2}{mc^2} \right) = \frac{4\pi}{3} r_0 = 1,17 \cdot 10^{-4} \text{ \AA}. \quad (2.67)$$

Из (2.66) и (2.67) вытекают важные выводы, относящиеся к естественной ширине спектральных линий. Как следует из (2.64) и (2.65), ширина линии по шкале частот изменяется пропорционально ω^2 , в то время как $\Delta\lambda$ не зависит от λ . Как $\Delta\omega$, так и $\Delta\lambda$ обратно пропорциональны массам колеблющихся частиц. По этой причине при колебаниях иона, масса которого в тысячи раз больше массы электрона, ширина спектральной линии будет на три порядка меньше, чем ширина, соответствующая колебанию электрона.

В реальных условиях нельзя полностью исключить различные причины, приводящие к затуханию колебаний и, следовательно, к уширению линии*. Простые расчеты показывают, что ширина, обусловленная столкновением осцилляторов, равна

$$\Delta\lambda_{\text{столк}} = 8 \cdot 10^{10} \frac{p}{V T}$$

при $p = 1 \text{ ат}$, $T = 292 \text{ }^\circ\text{К}$, $\Delta\lambda_{\text{столк}} = 1,19 \cdot 10^{-2} \text{ \AA}$.

Уменьшая давление газа, можно добиться $\Delta\lambda_{\text{столк}}$, значительно меньшего $\Delta\lambda_{\text{ест}}$. При $T = 292 \text{ }^\circ\text{К}$ и $\lambda = 5 \cdot 10^{-5} \text{ см} = 5000 \text{ \AA}$ для кислорода ($M = 16$) ширина линии, обусловленная эффектом Доплера, имеет значение, равное

$$\Delta\lambda_{\text{Доп}} = 1,56 \cdot 10^{-10} \text{ см} = 1,56 \cdot 10^{-2} \text{ \AA}.$$

Эта ширина в сотни раз больше естественной ширины линии.

Ширину спектральных линий можно определить, исследуя распределение интенсивности излучения по частотам с помощью при-

* См.: Фриш С. Э. Оптические спектры атомов, 1963, Степанов Б. И., Грибковский В. П. Введение в теорию люминесценции. Минск, 1963.

боров высокой разрешающей силы, таких, как интерферометры Майкельсона или Фабри — Перо.

Наличие естественной ширины спектральной линии вытекает также из квантовой теории. Согласно квантовой теории, атомы (и молекулы) принимают не всевозможные значения энергии, а лишь дискретные, т. е. каждому атому соответствует совокупность значений энергии. Их и принято называть энергетическими уровнями. Отдельные уровни энергии графически изображаются с помощью горизонтальных линий. Расстояния между линиями в вертикальном направлении в выбранных масштабах выражают разность энергий между соответствующими их уровнями. При переходе атомов (или электронов) с верхних уровней на нижние происходит излучение, а при обратном переходе — поглощение.

Если бы уровни энергии в действительности являлись геометрическими линиями, то атомы излучали бы строго монохроматическую волну и спектр был бы строго линейчатым (дискретным). Однако, как показывают опыты, атомы излучают спектр частот определенной ширины. Уширение спектральной линии, согласно квантовой теории, объясняется тем, что сами энергетические уровни обладают некоторой шириной $\Delta\omega$, величина которой определяется так называемым соотношением неопределенностей Гейзенберга $\Delta\omega\tau \sim h$, где τ — время жизни атома на энергетическом уровне шириной $\Delta\omega$, h — постоянная Планка. Из этого соотношения вытекает, что $\Delta\omega \sim h/\tau$, т. е. естественная ширина линий, согласно квантовой теории, обратно пропорциональна времени жизни атома в начальном состоянии.

§ 5. СПЕКТРАЛЬНОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ СЛОЖНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Введение. Излучение атомов часто моделируют в виде набора «обрывков» гармонических волн, называемых цугами (см. рис. 2.4). Длительность цуга обратно пропорциональна ширине спектра частот излучаемых атомом. К такому выводу мы также пришли, разлагая затухающее колебание осциллятора (непериодическое колебание) в интеграл Фурье. Представляет интерес проанализировать разложение Фурье некоторых сложных колебаний конкретного вида, которые могут встречаться в различных оптических явлениях.

Как известно из математики, любую функцию, удовлетворяющую определенным условиям*, можно разложить в зависимости от характера изменения либо в интеграл (если функция непериодическая), либо в ряд Фурье (если функция периодическая). Выбор вида членов разложения имеет важное значение для оптики. Дело в том, что, как известно, в недиспергирующей среде все монохроматические волны независимо от частоты распространяются с одинаковой фазовой скоростью и поэтому, как мы уже отметили,

* Математические условия, предъявляемые к функции для их разложения по методу Фурье, удовлетворяются для всех функций, описывающих реальные физические явления.

группа, состоящая из монохроматических волн, при распространении в недиспергирующей среде (в вакууме) не изменяет формы и ее фазовая скорость является в то же время групповой. Но, как нам известно, если в диспергирующей среде распространяется группа, состоящая из совокупности монохроматических волн, то отдельные волны в какой-нибудь определенный момент времени к данной точке приходят с различными изменениями в фазах и их сумма дает импульс, отличающийся по форме от прежнего, т. е. происходит деформация импульса. Следовательно, в реальных диспергирующих средах только монохроматические волны распространяются без деформации. По этой причине сложный импульс следует разложить на монохроматические волны с соответственно подобранными периодами, амплитудами и начальными фазами.

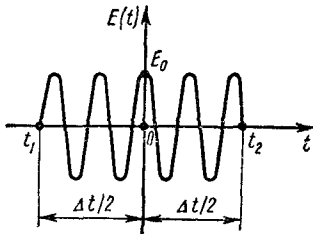


Рис. 2.13

Рассмотрим один конкретный случай. Пусть световое возмущение описывается уравнением (2.56), где амплитуда E_0 и начальная фаза φ являются постоянными величинами, не зависящими от времени в некотором определенном интервале $\Delta t = t_2 - t_1$ (рис. 2.13):

$$E(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } -\infty \leq t \leq -\frac{\Delta t}{2} \text{ и при } \frac{\Delta t}{2} \leq t \leq +\infty, \\ E_0 e^{i\omega_0 t} & \text{при } -\frac{\Delta t}{2} < t < +\frac{\Delta t}{2}. \end{cases} \quad (2.68)$$

Колебание, изображенное на рис. 2.13, длится конечный промежуток времени. Поэтому оно не является периодическим процессом и может быть разложено в интеграл Фурье:

$$E(t) = \int_{-\infty}^{\infty} E(\omega) e^{i\omega t} d\omega,$$

где монохроматическая составляющая $E(\omega)$ определяется формулой

$$E(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E(t) e^{-i\omega t} dt. \quad (2.69)$$

Учитывая (2.68) в (2.69), получим

$$\begin{aligned} E(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\Delta t}{2}}^{\frac{\Delta t}{2}} E(t) e^{-i\omega t} dt = \frac{E_0}{2\pi} \int_{-\frac{\Delta t}{2}}^{\frac{\Delta t}{2}} e^{i(\omega_0 - \omega)t} dt = \\ &= E_0 \frac{\sin \frac{1}{2}(\omega_0 - \omega)\Delta t}{\frac{1}{2}(\omega_0 - \omega)}. \end{aligned} \quad (2.70)$$

Формулу (2.70) можно переписать в виде

$$E(\omega) = E_0 \Delta t \frac{\sin \frac{1}{2} (\omega_0 - \omega) \Delta t}{\frac{1}{2} (\omega_0 - \omega) \Delta t} = A \frac{\sin \eta}{\eta}, \quad (2.71)$$

где

$$A = E_0 \Delta t, \quad \eta = \frac{1}{2} (\omega_0 - \omega) \Delta t.$$

Тогда

$$I(\omega) \sim |E(\omega)|^2 = A^2 \frac{\sin^2 \eta}{\eta^2} = (E_0 \Delta t)^2 \left[\frac{\sin \frac{1}{2} (\omega_0 - \omega) \Delta t}{\frac{1}{2} (\omega_0 - \omega) \Delta t} \right]^2. \quad (2.72)$$

Функция $F(\eta) = \frac{\sin \eta}{\eta}$ встретится нам при рассмотрении френгоферовой дифракции от одной щели. Поэтому более подробно остановимся на свойствах этой функции. Очевидно, $F(\eta)$ обращается в нуль при $\eta = \pm m\pi$, где $m = 1, 2, 3, 4, \dots$. Условия максимума имеют вид $dF(\eta)/d\eta = 0$, откуда следует $\text{tg } \eta = \eta$. Решая это трансцендентное уравнение графически (рис. 2.14), получим

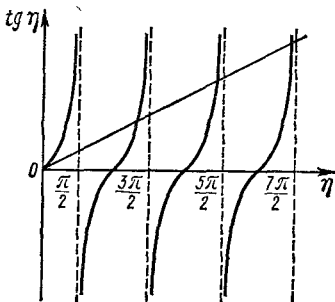


Рис. 2.14

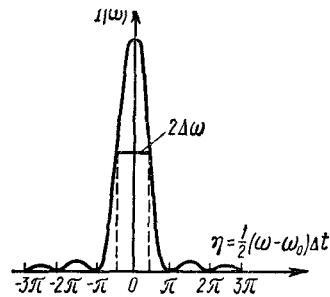


Рис. 2.15

значения η , при которых $F(\eta)$ имеет максимумы: $\eta_1 = 0$; $\eta_2 = 1,43\pi$; $\eta_3 = 2,46\pi$; $\eta_4 = 3,47\pi$; $\eta_5 = 4,47\pi$ и т. д.

Подставляя эти значения в (2.72), легко убедиться, что с увеличением η второстепенные максимумы резко уменьшаются (табл. 2).

Таблица 2

η	0	1,43π	2,46π	3,47π
$(\sin \eta'/\eta')^2$	1	0,047	0,016	0,008

На основе таких сведений можно построить график зависимости $I(\omega)$, который показан на рис. 2.15. Как видно, $I(\omega)$ имеет главный максимум при $\omega = \omega_0$, т. е. при частоте квазимонохрома-

тических колебаний. Так как второстепенные максимумы составляют весьма незначительную часть главного [их отношения выражаются как $1: \left(\frac{2}{3\pi}\right)^2 : \left(\frac{2}{5\pi}\right)^2 : \dots$], то с погрешностью, меньшей 5%, можно считать, что вся интенсивность сосредоточена в интервале $\eta = \pm \pi$, т. е. спектр является сплошным в интервале частот $\Delta\omega = \omega_0 - \omega$. В этом предположении интенсивность становится равной нулю при $|(\omega_0 - \omega) \Delta t| = 2\pi$. Отсюда получим

$$\Delta\omega\Delta t = 2\pi. \quad (2.73)$$

Если учесть наличие второстепенных максимумов, то имеем

$$\Delta\omega\Delta t \geq 2\pi. \quad (2.74)$$

Следовательно, ширина спектрального интервала обратно пропорциональна длительности квазимонохроматических колебаний. В предельном случае, когда излучение длится от $t = -\infty$ до $t = +\infty$, мы имеем дело с идеальной монохроматической волной с одной строго определенной частотой.

Глава III

ПРЕЛОМЛЕНИЕ И ОТРАЖЕНИЕ СВЕТА НА ГРАНИЦЕ МЕЖДУ ДВУМЯ ДИЭЛЕКТРИКАМИ

Во введении данного учебного пособия мы ознакомились с экспериментально установленными законами преломления и отражения света на границе раздела двух прозрачных сред (эти два закона выводятся также из принципов Гюйгенса и Ферма).

Законы преломления и отражения, определяя направления отраженного и преломленного лучей, не дают никаких сведений об интенсивностях и фазах. Задачу определения интенсивностей и фаз отраженного и преломленного лучей можно решить, исходя из взаимодействия электромагнитной волны со средой. Согласно электронной теории, под действием электрического поля падающей волны электроны среды приводятся в колебания в такт с возбуждающим полем — световой волной. Колеблющийся электрон при этом излучает электромагнитные волны с частотой, равной частоте возбуждающего поля. Излученные таким образом волны называются вторичными. Вторичные волны оказываются когерентными как с первичной волной, так и между собой. В результате взаимной интерференции происходит гашение световых волн во всех направлениях, кроме двух — в направлениях преломленного и отраженного лучей. В принципе можно, решая задачу интерференции, определить направления распространения, интенсивности и фазы обоих лучей. Однако решение ее, хотя и привело бы к результатам, согласующимся с опытными данными, представляется довольно сложным. Эту же задачу можно решить более простым путем, используя систему уравнений Максвелла.

§ 1. ОТРАЖЕНИЕ И ПРЕЛОМЛЕНИЕ СВЕТА НА ГРАНИЦЕ ДВУХ ОДНОРОДНЫХ ПРОЗРАЧНЫХ ДИЭЛЕКТРИКОВ

Граничные условия. Поставим перед собой задачу определения интенсивности отраженных и преломленных световых волн, а также их фаз и частот, опираясь на теорию поля Максвелла. Пусть плоская монохроматическая световая волна падает на плоскую, бесконечно простирающуюся границу раздела двух однородных изотропных прозрачных диэлектриков:

$$\left. \begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}, \\ \vec{H} &= \vec{H}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}. \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

По Максвеллу, свойства среды, в которой распространяются электромагнитные волны, определяются ее макроскопическими характеристиками ϵ и μ . Так как для всех прозрачных в видимой области тел $\mu \approx 1$, то имеем $n = \sqrt{\epsilon\mu} = \sqrt{\epsilon}$.

Направим ось OZ перпендикулярно плоскости раздела по направлению ко второй среде. Ось OY проведем перпендикулярно падающему лучу и в направлении к наблюдателю (рис. 3.1) вдоль границы раздела двух сред с диэлектрическими проницаемостями ϵ_1 и ϵ_2 . Согласно граничным условиям, тангенциальные компоненты электрического и магнитного векторов остаются постоянными во всех точках границы раздела для любого момента времени, т. е.

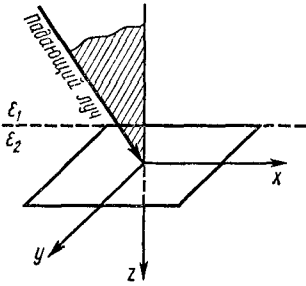


Рис 3.1

$$\left. \begin{aligned} E_{1t} &= E_{2t}, \\ H_{1t} &= H_{2t}. \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

Из условия (3.2) вытекает наличие поля во второй среде, если на плоскость раздела из первой среды падает электромагнитная волна. Удовлетворить двум условиям, предполагая наличие только одной плоской волны, невозможно, так как равенства

$$\left. \begin{aligned} H_{1t} &= \sqrt{\epsilon_1} E_{1t}, \\ H_{2t} &= \sqrt{\epsilon_2} E_{2t} \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

одновременно можно удовлетворить только при $\epsilon_1 = \epsilon_2$, что тривиально. Поэтому для решения задачи нужно предположить существование кроме падающей плоской волны еще, по крайней мере, двух плоских волн — отраженной и преломленной. Учитывая это, для электрических векторов соответствующих волн имеем:

$$\left. \begin{aligned} \text{падающая волна } \vec{E}^n &= E_0^n e^{i(\omega^n t - \vec{k}^n \vec{r})}, \\ \text{отраженная волна } \vec{E}^{\text{отр}} &= \vec{E}_0^{\text{отр}} e^{i(\omega^{\text{отр}} t - \vec{k}^{\text{отр}} \vec{r})}, \\ \text{преломленная волна } \vec{E}^{\text{пр}} &= \vec{E}_0^{\text{пр}} e^{i(\omega^{\text{пр}} t - \vec{k}^{\text{пр}} \vec{r})}. \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

Учитывая (3.4) в (3.2), получим

$$E_0^n e^{i(\omega^n t - \vec{k}^n \vec{r})} + \vec{E}_0^{\text{отр}} e^{i(\omega^{\text{отр}} t - \vec{k}^{\text{отр}} \vec{r})} = \vec{E}_0^{\text{пр}} e^{i(\omega^{\text{пр}} t - \vec{k}^{\text{пр}} \vec{r})}. \quad (3.5)$$

Легко доказать, что условие (3.5) удовлетворяется при любом t и в любых точках плоскости раздела, если

$$\left. \begin{aligned} \omega^n &= \omega^{\text{отр}} = \omega^{\text{пр}}, \\ k_x^n &= k_x^{\text{отр}} = k_x^{\text{пр}}, \\ k_y^n &= k_y^{\text{отр}} = k_y^{\text{пр}}. \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

Для доказательства (3.6) граничное условие (3.5) перепишем в следующем виде:

$$Ae^{i\omega^n t} + Be^{i\omega^{\text{отр}} t} = Ce^{i\omega^{\text{пр}} t}, \quad (3.5a)$$

где A , B и C — величины, не зависящие от t .

Продифференцируем (3.5a) по времени:

$$i\omega^n Ae^{i\omega^n t} + i\omega^{\text{отр}} Be^{i\omega^{\text{отр}} t} = i\omega^{\text{пр}} Ce^{i\omega^{\text{пр}} t}. \quad (3.5б)$$

Отсюда

$$\frac{1}{\omega^{\text{пр}}} (\omega^n Ae^{i\omega^n t} + \omega^{\text{отр}} Be^{i\omega^{\text{отр}} t}) = Ce^{i\omega^{\text{пр}} t}. \quad (3.5в)$$

Сравнивая (3.5a) и (3.5б), получим

$$A(\omega^{\text{пр}} - \omega^n) e^{i\omega^n t} = (\omega^{\text{отр}} - \omega^{\text{пр}}) B e^{i\omega^{\text{отр}} t}.$$

Это равенство удовлетворится при любом t , если $\omega^n = \omega^{\text{отр}}$. Аналогичным образом, определяя из уравнений (3.5a) и (3.5в) выражения для $Be^{i\omega^{\text{отр}} t}$ и приравнявая их, получим $\omega^n = \omega^{\text{пр}}$, что и требовалось доказать. Доказательство равенства компонентов волновых чисел принципиально ничем не отличается от вышеприведенного (вместо дифференцирования по времени проведем дифференцирование по координатам x и y).

Вывод законов отражения и преломления. Если волновой вектор падающей волны лежит в плоскости xz , то $k_y^n = 0$ и, следовательно, $k_y^{\text{отр}} = k_y^{\text{пр}}$, т. е. волновые векторы всех трех волн лежат в одной плоскости, которая, как принято, называется плоскостью падения (на рис. 3.1 эта плоскость заштрихована).

Если ввести углы падения φ , отражения φ' и преломления ψ , то, как следует из рис. 3.2,

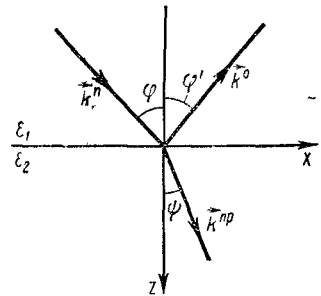


Рис. 3.2

$$\left. \begin{aligned} k_x^n &= k^n \sin \varphi, \\ k_x^{\text{отр}} &= k^{\text{отр}} \sin \varphi', \\ k_x^{\text{пр}} &= k^{\text{пр}} \sin \psi. \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{aligned} k_x^n &= \frac{\omega}{v_1} \sin \varphi \\ k_x^{\text{отр}} &= \frac{\omega}{v_1} \sin \varphi' \\ k_x^{\text{пр}} &= \frac{\omega}{v_2} \sin \psi \end{aligned} \quad (3.7)$$

Если принять во внимание, что $|\vec{k}| = \frac{\omega}{v}$, то имеем:

$$\left. \begin{aligned} k^n &= \omega/v_1, \\ k^{\text{отр}} &= \omega/v_1, \\ k^{\text{пр}} &= \omega/v_2, \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

где v_1 и v_2 — скорости распространения света соответственно в первой и во второй средах.

Из (3.6) — (3.8) имеем

$$\frac{\sin \varphi}{v_1} = \frac{\sin \varphi'}{v_1} = \frac{\sin \psi}{v_2}. \quad (3.9)$$

$$\varphi = \varphi'$$

Отсюда $\varphi = \varphi'$ и

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \varphi} = \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}. \quad (3.10)$$

Как известно, (3.9) и (3.10) есть законы отражения и преломления света. Следовательно, предположение трех плоских монохроматических волн, а также учет граничного условия дают возможность вывести известные из опытных данных законы отражения и преломления, прийти к выводу о равенстве фаз и частот всех трех волн на границе раздела *.

Формулы Френеля. Определим теперь распределение интенсивности света между отраженными и преломленными световыми волнами. С этой целью удобно разложить вектор напряженности электрического поля (световой вектор) у всех трех волн на два взаимно перпендикулярных вектора — один в плоскости падения, другой — перпендикулярно этой плоскости:

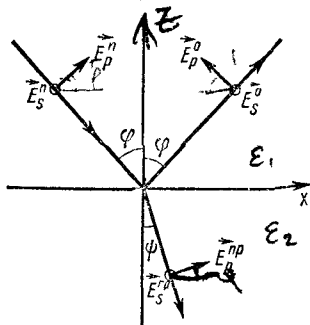


Рис. 3.3

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}^n &= \vec{E}_p^n + \vec{E}_s^n, \\ \vec{E}^{o1p} &= \vec{E}_p^{o1p} + \vec{E}_s^{o1p}, \\ \vec{E}^{np} &= \vec{E}_p^{np} + \vec{E}_s^{np}, \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

где индексы p и s относятся соответственно к компонентам, лежащим в плоскости падения и перпендикулярным ей. Это равносильно тому, что задачу (случай, когда падающий свет естественный) сводим к двум задачам: 1) электрический вектор лежит в плоскости падения;

2) электрический вектор перпендикулярен плоскости падения. Подобное разложение электрического вектора на две компоненты позволяет определить интенсивности отраженного и преломленного лучей, исходя из законов изменения каждой из этих компонент.

Как следует из рис. 3.3,

$$\left. \begin{aligned} E_x^n &= E_p^n \cos \varphi, & E_x^{o1p} &= -E_p^{o1p} \cos \varphi, \\ E_y^n &= E_s^n, & E_y^{o1p} &= E_s^{o1p}, \\ E_z^n &= -E_p^n \sin \varphi, & E_z^{o1p} &= -E_p^{o1p} \sin \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

Кружочками на рисунке обозначены компоненты, перпендикулярные плоскости чертежа. За положительные направления условно

* Такое заключение верно, если падающее световое поле слабое. Соответствующие исследования показали, что при больших интенсивностях излучения, падающего на границу раздела двух сред, возникают новые явления, в результате чего в составе отраженного света встречаются лучи, направленные под углом, отличным от угла падения. Это объясняется возникновением в составе отраженного света излучения удвоенной частоты (так называемая вторая гармоника), направление отражения которого не совпадает с направлением, определяемым законом отражения.

выбраны соответственно направление стрелки на рисунке для p и направление от наблюдателя за чертеж для s компонент. Это означает, что компоненты E_s^n , $E_s^{\text{отр}}$ и $E_s^{\text{пр}}$ совпадают по фазе, если они имеют одинаковые знаки, и противоположны по фазе, если знаки различны. То же самое относится и к компонентам E_p^n и $E_p^{\text{пр}}$. Однако для E_p^n и $E_p^{\text{отр}}$ имеет место обратное, т. е. они совпадают по фазе в том случае, если их знаки различны, и противоположны по фазе, если знаки их одинаковы.

Чтобы определить отношение амплитуд падающей и отраженной волн, напишем граничные условия (3.2) и (3.3): $E_x^n + E_x^{\text{отр}} = E_x^{\text{пр}}$;

$$E_y^n + E_y^{\text{отр}} = E_y^{\text{пр}}; \quad H_x^n + H_x^{\text{отр}} = H_x^{\text{пр}}; \quad H_y^n + H_y^{\text{отр}} = H_y^{\text{пр}}.$$

Следовательно,

$$\left. \begin{aligned} (E_p^n - E_p^{\text{отр}}) \cos \varphi &= E_p^{\text{пр}} \cos \psi, \\ E_s^n + E_s^{\text{отр}} &= E_s^{\text{пр}}, \\ \sqrt{\varepsilon_1} (E_s^n - E_s^{\text{отр}}) \cos \varphi &= \sqrt{\varepsilon_2} E_s^{\text{пр}} \cos \psi, \\ \sqrt{\varepsilon_1} (E_p^n + E_p^{\text{отр}}) &= \sqrt{\varepsilon_2} E_p^{\text{пр}}. \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

Амплитуды падающей волны E_p^n и E_s^n считаются заданными. Решая систему уравнений (3.13) относительно четырех неизвестных $E_p^{\text{отр}}$, $E_s^{\text{отр}}$, $E_p^{\text{пр}}$, $E_s^{\text{пр}}$, имеем:

$$\left. \begin{aligned} E_p^{\text{отр}} &= E_p^n \frac{\operatorname{tg}(\varphi - \psi)}{\operatorname{tg}(\varphi + \psi)}; \quad E_p^{\text{пр}} = E_p^n \frac{2 \sin \psi \cos \varphi}{\sin(\varphi + \psi) \cos(\varphi - \psi)}; \\ E_s^{\text{отр}} &= -E_s^n \frac{\sin(\varphi - \psi)}{\sin(\varphi + \psi)}; \quad E_s^{\text{пр}} = E_s^n \frac{2 \sin \psi \cos \varphi}{\sin(\varphi + \psi)}. \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

Эти формулы называются формулами Френеля. Впервые они были выведены Френелем в 1823 г. на основе его теории, согласно которой свет представляет собой колебание упругой среды — эфира. Свободный от противоречий вывод формулы Френеля, как мы видели выше, основан на электромагнитной теории света, где световые колебания отождествляются с колебаниями электрического вектора. Если обратить внимание на тот факт, что действия света в основном обусловлены электрическим (световым) вектором, то подобное отождествление можно считать законным.

Как следует из (3.14), при $\varphi + \psi = \pi/2$, т. е. при $\operatorname{tg}(\varphi + \psi) = \infty$, $E_p^{\text{отр}} = 0$, $E_s^{\text{отр}} \neq 0$. Это означает, что если лучи, отраженный и преломленный, взаимно перпендикулярны, то в отраженной волне колебание электрического вектора происходит только в одном направлении — в направлении, перпендикулярном плоскости падения. Такой луч, как мы уже знаем, называется линейно- или плоскополяризованным. Угол падения естественного света, при котором отраженный луч плоскополяризован, называется углом Брюстера (более подробно об этом речь пойдет в гл. IX).

Соотношение фаз световых волн. Исходя из формулы Френеля (3.14), можно установить соотношение фаз падающей, преломленной и отраженной волн. Как следует из (3.14), знаки E_p^n и E_p^{np} и знаки E_s^n и E_s^{np} совпадают между собой при любом значении углов φ и ψ , что свидетельствует об отсутствии скачка фаз при преломлении. Подобное нельзя сказать об отраженной волне. Как следует из формулы (3.14), соотношение в фазах падающей и отраженной волн зависит как от угла падения, так и от значения показателя преломления граничащих сред. Если результаты соответствующего анализа представить в виде графиков зависимости скачка фазы отраженной волны от угла падения, то, как видно из рис. 3.4, для колебаний, перпендикулярных плоскости падения, при $n_2 > n_1$ всегда наблюдается изменение фазы на π , в то время как для колебаний, параллельных плоскости падения, такое изменение фазы наблюдается

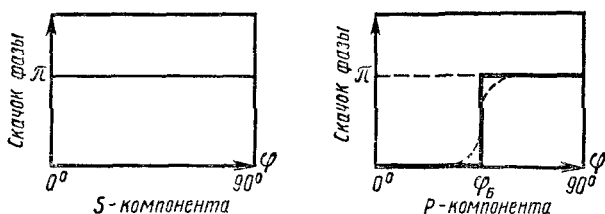


Рис. 3 4

при углах падения (с условием $n_2 > n_1$), больших угла Брюстера. Строгое скачкообразное изменение фазы p -компоненты от нуля до 180° при угле Брюстера, которое вытекает из теории, на опыте не наблюдается (см. пунктирную кривую). В случае $n_2 < n_1$ фаза электрического вектора в отраженном свете не меняется.

Таким образом, при падении на оптически более плотную среду ($n_2 > n_1$) фаза вектора электрической напряженности меняется на π , в то время как при $n_2 < n_1$ фазы векторов электрической напряженности падающей и отраженной волн одинаковы.

Нормальное падение. В случае нормального падения ($\varphi = \psi = 0$) формулы Френеля приводят к неопределенности, так как для амплитуд получаются решения вида $\frac{0}{0}$. Проще всего в этом случае возвратиться к исходным уравнениям (3.13). Принимая в них $\varphi = \psi = 0$ ($\cos \varphi = \cos \psi = 1$), имеем:

$$\left. \begin{aligned} E_p^n - E_p^{отр} &= E_p^{np}, \\ E_s^n + E_s^{отр} &= E_s^{np}, \\ \sqrt{\epsilon_1} (E_s^n - E_s^{отр}) &= \sqrt{\epsilon_2} E_s^{np}, \\ \sqrt{\epsilon_1} (E_p^n + E_p^{отр}) &= \sqrt{\epsilon_2} E_p^{np}. \end{aligned} \right\} \quad (3.15)$$

Решая систему уравнений (3.15) относительно неизвестных, получим:

$$\left. \begin{aligned} E_{\rho}^{\text{нр}} &= \frac{2}{n_{21} + 1} E_{\rho}^{\text{н}}, \\ E_{\text{s}}^{\text{нр}} &= \frac{2}{n_{21} + 1} E_{\text{s}}^{\text{н}}, \\ E_{\rho}^{\text{отр}} &= \frac{n_{21} - 1}{n_{21} + 1} E_{\rho}^{\text{н}}, \\ E_{\text{s}}^{\text{отр}} &= -\frac{n_{21} - 1}{n_{21} + 1} E_{\text{s}}^{\text{н}}, \end{aligned} \right\} \quad (3.16)$$

где $n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$ (n_1 и n_2 — соответственно показатели преломления первой и второй сред).

В (3.16) различие в знаках $E_{\text{s}}^{\text{отр}}$ и $E_{\text{s}}^{\text{н}}$ носит чисто формальный характер. Причиной возникновения знака минус перед $E_{\text{s}}^{\text{н}}$ является то, что в соответствии с нашим определением в случае нормального падения положительное направление $E_{\text{s}}^{\text{н}}$ совпадает с отрицательным направлением $E_{\text{s}}^{\text{отр}}$. С учетом этого замечания, как следует из (3.16), в случае нормального падения понятие плоскости падения теряет смысл.

Интенсивности отраженного и преломленного света. Исходя из выражения интенсивности

$$I = |\vec{S}| = \frac{c}{4\pi} \sqrt{\varepsilon} \overline{E^2} = \frac{cn}{4\pi} \overline{E^2},$$

можно определить интенсивности отраженного и преломленного света:

$$\left. \begin{aligned} I_{\text{отр}} &= \frac{cn_1}{4\pi} \frac{\overline{(E_{\text{s}}^{\text{н}})^2}}{\sin^2(\varphi + \psi)} \frac{\sin^2(\varphi - \psi)}{\sin^2(\varphi + \psi)}, \\ I_{\text{нр}} &= \frac{cn_2}{4\pi} \frac{\overline{(E_{\text{s}}^{\text{н}})^2}}{\sin^2(\varphi + \psi)} \frac{4 \sin^2 \psi \cos^2 \varphi}{\sin^2(\varphi + \psi)}. \end{aligned} \right\} \quad (3.17)$$

Пусть падающая световая волна плоско поляризована так, что ее электрический вектор колеблется в плоскости падения, т. е. $E_{\rho}^{\text{н}} \neq 0$, $E_{\text{s}}^{\text{н}} = 0$. Тогда

$$\left. \begin{aligned} I_{\text{отр}} &= \frac{cn_1}{4\pi} \frac{\overline{(E_{\rho}^{\text{н}})^2}}{\text{tg}^2(\varphi + \psi)} \frac{\text{tg}^2(\varphi - \psi)}{\text{tg}^2(\varphi + \psi)}, \\ I_{\text{нр}} &= \frac{cn_2}{4\pi} \frac{\overline{(E_{\rho}^{\text{н}})^2}}{\sin^2(\varphi + \psi) \cos^2(\varphi - \psi)} \frac{4 \sin^2 \psi \cos^2 \varphi}{\sin^2(\varphi + \psi) \cos^2(\varphi - \psi)}. \end{aligned} \right\} \quad (3.18)$$

Пусть падающий свет естественный. В этом случае, как следует из соображений симметрии, средние значения обоих слагающих s и p будут равны, т. е. $\overline{(E_{\text{s}}^{\text{н}})^2} = \overline{(E_{\rho}^{\text{н}})^2}$.

Так как

$$I_{\text{н}} = \frac{cn_1}{4\pi} [\overline{(E_{\text{s}}^{\text{н}})^2} + \overline{(E_{\rho}^{\text{н}})^2}] = \frac{cn_1}{2\pi} \overline{(E_{\rho}^{\text{н}})^2},$$

то имеем:

$$\left. \begin{aligned} I_{\text{пр}} &= \frac{1}{2} I_{\text{н}} \frac{\sin^2 \psi \cos^2 \psi [1 + \cos^2 (\varphi - \psi)]}{\sin^2 (\varphi + \psi) \cos^2 (\varphi - \psi)} \cdot \frac{n_2}{n_1}, \\ I_{\text{отр}} &= \frac{1}{2} I_{\text{н}} \left[\frac{\sin^2 (\varphi - \psi)}{\sin^2 (\varphi + \psi)} + \frac{\text{tg}^2 (\varphi - \psi)}{\text{tg}^2 (\varphi + \psi)} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (3.19)$$

Чтобы построить график зависимости относительной интенсивности ($I_{\text{отр}}/I_{\text{н}}$) отраженного света от угла падения (или же преломления) во всех трех случаях, рассмотрим конкретную ситуацию.

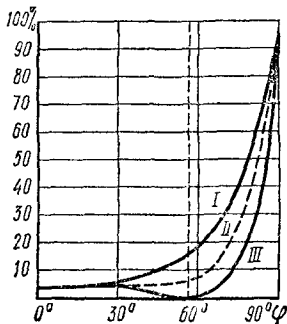


Рис. 3.5

Пусть отражение происходит на границе раздела воздух—стекло с относительным показателем преломления $n_{21} = 1,52$. Соответствующие графики зависимости представлены на рис. 3.5 (кривая *I* — *s*-компонента, кривая *II* — естественный свет, кривая *III* — *p*-компонента). Как следует из рис. 3.5, наименьшее отражение происходит при $\varphi = 0^\circ$, т. е. при нормальном падении света на границу раздела. С увеличением угла падения увеличивается интенсивность отраженного света. При $\varphi = 90^\circ$, т. е. при скользящем падении света по границе раздела, $I_{\text{отр}} = I_{\text{н}}$ — свет целиком отражается. В отличие от кривых *I* и *II* кривая *III* при $\varphi = 56^\circ 40'$ касается оси абсцисс, т. е. $I_{\text{отр}}^p = 0$, что соответствует полной поляризации отраженного луча (закон Брюстера).

Поскольку в оптических приборах свету всегда приходится проходить через систему линз и призм, то нужно считаться с ослаблением интенсивности прошедшего света за счет отражения от поверхностей. В случае нормального падения света, как следует из формулы (3.16), коэффициент отражения (отношение интенсивности отраженного света к интенсивности падающего) определяется следующим образом:

$$R = \frac{I_{\text{отр}}}{I_{\text{н}}} = \frac{(E_p^{\text{отр}})^2 + (E_s^{\text{отр}})^2}{(E_p^{\text{н}})^2 + (E_s^{\text{н}})^2} = \frac{(n_{21} - 1)^2}{(n_{21} + 1)^2}. \quad (3.20)$$

На границе воздух—стекло ($n = 1,54$) $R \approx 4\%$. Следовательно, даже при нормальном падении света заметная часть падающей энергии теряется за счет отражения.

Как следует из (3.20), чтобы свести к нулю R , надо приблизить n_{21} к единице, т. е. создать оптический контакт. Этим объясняется необходимость склеивания отдельных частей оптической системы прозрачными для данного излучения веществами с показателями преломления, близкими к показателю преломления стекол, из которых изготавливаются части оптической системы. В качестве клея для стекла часто применяется канадский бальзам, показатель преломления которого $n_g = 1,54$.

На границе раздела канадской бальзам — стекло имеем

$$R = \frac{(n_6/n_c - 1)^2}{(n_6/n_c + 1)^2} = \frac{(1,013 - 1)^2}{(1,013 + 1)^2} = 0,00004,$$

т. е. в этом случае потерей на отражения практически можно пренебречь. Кроме того, разработан эффективный метод просветления (уменьшения R) оптической системы путем нанесения тонкого слоя специального вещества с подобранным коэффициентом (см. § 4 гл. V).

§ 2. ПОЛНОЕ ВНУТРЕННЕЕ ОТРАЖЕНИЕ

Полное внутреннее отражение. В предыдущем параграфе мы получили закон преломления света, согласно которому отношение синуса угла падения к синусу угла преломления равно показателю преломления второй среды относительно первой. Из этого закона следует, что при прохождении световой волны из оптически менее плотной среды в более плотную преломленный луч приближается к нормали. И наоборот, когда свет распространяется из оптически более плотной среды в менее плотную, преломленный луч удаляется

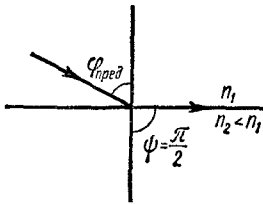


Рис. 3.6

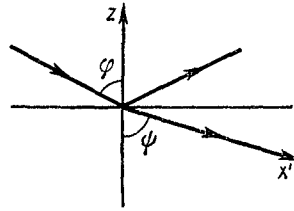


Рис. 3.7

от нормали. В этом случае угол преломления становится больше угла падения. С увеличением угла падения соответственно увеличивается и угол преломления. Так как в рассматриваемом случае угол преломления всегда больше угла падения, то очевидно, что при некотором строго определенном для данных сред угле падения угол преломления станет равным 90° , т. е. преломленный луч будет скользить по поверхности раздела. Такое значение угла падения (рис. 3.6) называется предельным углом ($\varphi_{\text{пред}}$). Если луч падает под углами, большими предельного, то преломленного луча не будет, т. е. произойдет полное внутреннее отражение света от границы раздела.

Значение предельного угла определяется из формулы (3.10) при подстановке в нее $\psi = 90^\circ$. Тогда имеем

$$\sin \varphi_{\text{пред}} = n_{21}. \quad (3.21)$$

К аналогичному выводу можно прийти, исходя из соотношений интенсивностей. С этой целью исследуем поведение вектора электрической напряженности преломленной и отраженной волн.

Преломленную волну, распространяющуюся вдоль x' (рис. 3.7), можно описать уравнением

$$\begin{aligned} E^{\text{пр}} &= E_0^{\text{пр}} e^{i\omega(t-x'/v_2)} = E_0^{\text{пр}} e^{i\omega[t-(x \sin \psi + z \cos \psi)/v_2]} = \\ &= E_0^{\text{пр}} e^{-i\omega \frac{z \cos \psi}{v_2}} e^{i\omega \left(t - \frac{x}{v_2 \sin \psi} \right)}. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Этим же уравнением можно описывать некую волну, распространяющуюся вдоль оси x со скоростью $v_2/\sin \psi$ и амплитудой $E_0^{\text{пр}} \exp\left(-i\omega \frac{z \cos \psi}{v_2}\right)$, которая характеризует глубину проникновения падающей волны во вторую среду. Исходя из закона преломления, определим $\cos \psi$:

$$\cos \psi = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2} \sin \varphi\right)^2} = \pm i \sqrt{\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \varphi\right)^2 - 1}. \quad (3.23)$$

Подставляя это выражение $\cos \psi$ в амплитудную часть уравнения (3.22), имеем

$$E_0^{\text{пр}} e^{-i\omega \frac{z \cos \psi}{v_2}} = E_0^{\text{пр}} e^{\pm \frac{\omega}{v_2} z \sqrt{\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \varphi\right)^2 - 1}} = E_0^{\text{пр}} e^{\pm \frac{2\pi}{\lambda} z \sqrt{\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \varphi\right)^2 - 1}}. \quad (3.24)$$

Выражение (3.24) позволяет нам прийти к выводу, что в формуле (3.23) знак плюс лишен физического смысла. Действительно, как видно из формулы (3.24), знак плюс соответствует бесконечному увеличению амплитуды во второй среде, что является абсурдом. Следовательно, для амплитуды соответствующей волны имеем

$$A = E_0^{\text{пр}} e^{-\frac{2\pi}{\lambda} z \sqrt{\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \varphi\right)^2 - 1}}. \quad (3.25)$$

При $\varphi > \varphi_{\text{пред}}$ имеем $\sin \varphi > \sin \varphi_{\text{пред}} = \frac{n_2}{n_1}$ и, следовательно, выражение под корнем в (3.25) является вещественной величиной. В этом случае наличие волны

$$E^{\text{пр}} = E_0^{\text{пр}} e^{-\frac{2\pi}{\lambda} z \sqrt{\left(\frac{n_1}{n_2} \sin \varphi\right)^2 - 1}} e^{i\omega \left(t - \frac{x}{v_2 \sin \psi} \right)}$$

во второй среде, амплитуда которой резко уменьшается по мере углубления, показывает, что при полном внутреннем отражении (при $\varphi > \varphi_{\text{пред}}$) во второй среде присутствует электромагнитная волна.

Исследуя отраженные волны, докажем, что при $\varphi \geq \varphi_{\text{пред}}$ весь поток падающей энергии возвращается в первую среду. Действительно, как следует из двух первых уравнений системы (3.14),

$$\left. \begin{aligned} E_{\rho}^{\text{отр}} &= E_{\rho}^{\text{п}} \frac{\operatorname{tg}(\varphi - \psi)}{\operatorname{tg}(\varphi + \psi)} = \frac{\sin \varphi \cos \varphi - \sin \psi \cos \psi}{\sin \varphi \cos \varphi + \sin \psi \cos \psi} E_{\rho}^{\text{п}}, \\ E_{\text{s}}^{\text{отр}} &= -E_{\text{s}}^{\text{п}} \frac{\sin(\varphi - \psi)}{\sin(\varphi + \psi)} = -\frac{\sin \varphi \cos \psi - \sin \psi \cos \varphi}{\sin \varphi \cos \psi + \sin \psi \cos \varphi} E_{\text{s}}^{\text{п}}. \end{aligned} \right\} \quad (3.26)$$

Учитывая (3.24) со знаком минус, а также закон преломления в (3.26), получим:

$$\left. \begin{aligned} E_p^{\text{отр}} &= \frac{n_{21}^2 \cos \varphi + i \sqrt{\sin^2 \varphi - n_{21}^2}}{n_{21}^2 \cos \varphi - i \sqrt{\sin^2 \varphi - n_{21}^2}} E_p^{\text{п}}, \\ E_s^{\text{отр}} &= \frac{\cos \varphi + i \sqrt{\sin^2 \varphi - n_{21}^2}}{\cos \varphi - i \sqrt{\sin^2 \varphi - n_{21}^2}} E_s^{\text{п}}, \end{aligned} \right\} \quad (3.27)$$

где $n_{21} = \frac{n_2}{n_1} < 1$.

Как следует из (3.27), при $\varphi \geq \varphi_{\text{пред}}$

$$\frac{E_p^{\text{отр}}}{E_p^{\text{п}}} = \frac{E_s^{\text{отр}}}{E_s^{\text{п}}} = 1. \quad (3.28)$$

Доказательство соотношения (3.28) может быть проведено читателем самостоятельно.

Проникновение электромагнитной энергии во вторую среду при полном внутреннем отражении. Уравнения (3.25) и (3.28) на первый взгляд противоречат друг другу: во второй среде присутствует электромагнитная энергия, в то время как весь поток падающей энергии возвращается в первую среду. В действительности же в данном случае никакого парадокса не существует. Фактически при полном внутреннем отражении часть потока энергии, проникая во вторую среду на очень маленькую глубину (порядка длины волны,

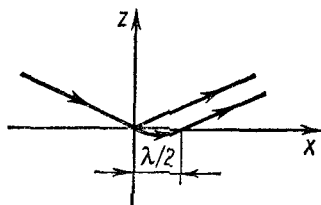


Рис. 3.8

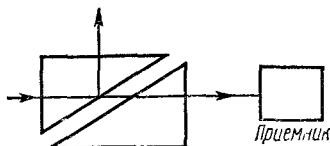


Рис. 3.9

зависящей от угла падения и показателя преломления), возвращается в первую среду (рис. 3.8). Доказано*, что места входа и выхода потока энергии при этом явлении смещены друг относительно друга на расстояние порядка полудлины волны. Таким образом, при полном внутреннем отражении имеет место движение энергии вдоль границы раздела с выходом в первую среду.

Явление проникновения электромагнитной (световой) энергии во вторую, оптически менее плотную среду наблюдалось экспериментально. Схема одного из опытов дана на рис. 3.9. Две призмы полного внутреннего отражения поставлены так, что между ними образуется зазор очень малой (порядка длины падающей волны) толщины. При большой толщине зазора приемник не регистрирует энергии. Однако если толщина зазора меньше глубины проникно-

* См.: Эйнхенвальд А. А. Теоретическая физика, ч. VI. М., ГНТИ, 1931.

вения при полном внутреннем отражении, то проникающая энергия, пройдя через вторую призму, попадает в приемник. Меняя толщину зазора, можно варьировать количество прошедшей энергии. Толщина зазора выбирается в зависимости от длины падающей волны. Так, например, толщина зазора в УКВ-диапазоне в 10^5 раз больше, чем в оптическом диапазоне.

Другой метод исследования проникающей волны был предложен Мандельштамом и Зелени, а также независимо от них Вудом. Схема опыта Мандельштама—Зелени дана на рис. 3.10. Пучок параллельного света направляется сквозь стеклянную призму к границе раздела призма—жидкость под углом, большим предельного угла полного внутреннего отражения. В жидкости растворено определенное количество флуоресцирующего вещества. Если не имело бы места проникновение световой энергии во вторую среду (в жидкость), то свет распространялся бы после полного внутреннего отражения на границе раздела стекло—жидкость только по

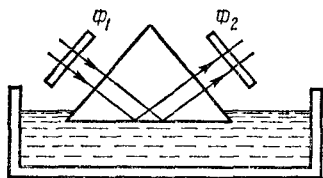


Рис. 3.10

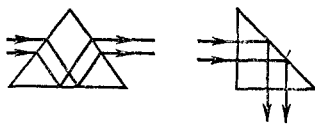


Рис. 3.11

направлению отражения (на рисунке это направление указано стрелками). Однако, как показывает опыт, имеет место распространение желтоватого света по направлениям, отличным от указанного на рисунке направления отражения. Наблюдение такого явления обусловлено тем, что проникающий во вторую среду свет вызывает флуоресценцию в тонком слое жидкости, в результате чего происходит излучение измененного по спектральному составу света по иным направлениям. Более четко явление наблюдается, если пользоваться так называемыми «скрещенными» светофильтрами. Два фильтра Φ_1 и Φ_2 подбираются так, что свет, прошедший через один из них, поглощается вторым, в результате чего свет, падающий от источника, не может пройти через их последовательность. Следовательно, при отсутствии проникновения энергии во вторую среду, а следовательно, и флуоресценции жидкости отраженный свет не проходит через фильтр Φ_2 . Однако свет, прошедший через фильтр Φ_1 , проникая в жидкость, вызывает флуоресценцию, которая обладает иным спектральным составом по сравнению с прошедшим через фильтр Φ_1 светом. Измененный по спектральному составу свет, естественно, не может уже полностью поглощаться фильтром Φ_2 . Поскольку через последовательность фильтров Φ_1 и Φ_2 свет от источника не проходит, то через фильтр Φ_2 пройдет только свет флуоресценции, вызванный проникновением световой энергии во вторую среду при полном внутреннем отражении.

Применения явления полного внутреннего отражения. Явление полного внутреннего отражения лежит в основе принципа действия так называемых призм полного внутреннего отражения (рис. 3.11 и 3.12).

В основе устройства так называемых «световодов» (рис. 3.13) также лежит явление полного внутреннего отражения. Световоды представляют собой тонкую изогнутую трубку (волокна). Лучи

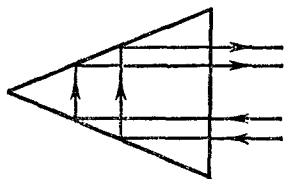


Рис. 3.12

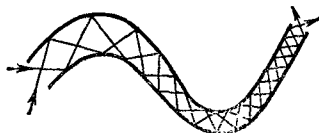


Рис. 3.13

света в световодах падают на стенки трубки под углом, ббльшим предельного. В результате такого падения света происходит полное внутреннее отражение от внутренней поверхности стенки трубки и свет, направленный в один торец изогнутой трубки, выходит через ее другой торец. Поэтому торец трубки световода можно использовать для освещения труднодоступных участков. Вопросами переноса световой энергии по узким трубкам занимается специальный раздел оптики — так называемая «волоконная оптика».

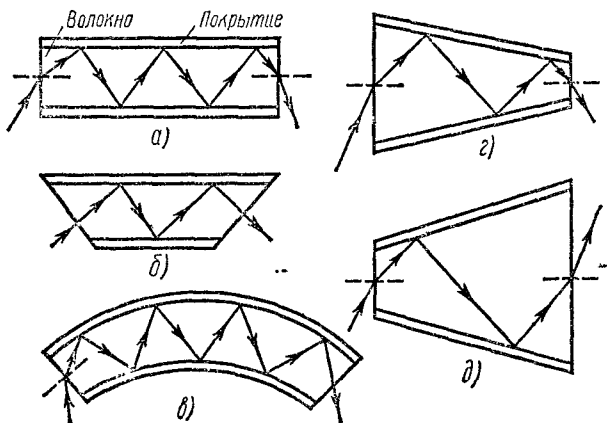


Рис. 3.14

Коротко ознакомимся с некоторыми световодами.

Волокна в зависимости от формы бывают различными:

- 1) прямое волокно с прямыми торцами (рис. 3.14, а);
- 2) прямое волокно с косыми торцами (рис. 3.14, б);
- 3) изогнутое волокно (рис. 3.14, в);

4) волокно переменного диаметра; а) волокно, диаметр которого уменьшается в направлении распространения света; такое волокно

называется фоконом (рис. 3.14, а); фоконы уменьшают размеры передаваемого изображения; б) волокно, диаметр которого увеличивается в направлении распространения света; такое волокно называется афоконом (рис. 3.14, б). Афоконы увеличивают размеры передаваемого изображения. Фоконы и афоконы являются обратными системами. При изменении направления распространения света на противоположное фоконом превращается в афоком, и наоборот.

В зависимости от предназначения применяются разные формы волокон. Материал волокна подбирается в соответствии с длиной используемой световой волны. Так, например, для работы в видимой и ближней инфракрасной области (3500—9000 Å) употребляется оптическое стекло с большим показателем преломления. Волокна из плавленого кварца применяются в ближней ультрафиолетовой

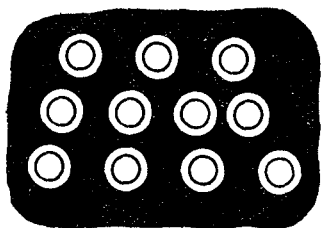


Рис. 3.15

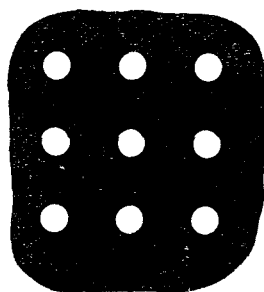


Рис. 3.16

области. Для работы в инфракрасном диапазоне (до $\lambda = 1200$ Å и более) можно использовать стекла с присадкой трехсульфидного мышьяка.

Светоотводы выполняют две функции: 1) передают световую энергию, 2) передают изображение. Для передачи световой энергии не имеет значения взаиморасположение отдельных волокон в пучке. Последнее играет существенную роль при передаче изображения. В этом случае необходимо, чтобы сохранялось соответствие во взаиморасположении отдельных волокон в пучке — светоотводе — на входном и выходном торцах. С целью увеличения количества передаваемой световой энергии нужно увеличить сечение волокна. Однако при этом теряется его гибкость и тем самым ограничивается его применение. Чтобы, не изменяя гибкости волокна, увеличить передаваемую световую энергию, отдельные волокна соединяют вместе в один пучок, который не искажает изображения при изгибах и скручивании. Пучки можно образовать двумя способами:

1. Отдельные упругие волокна с защитными покрытиями склеиваются в виде жгута (рис. 3.15).

2. Отдельные упругие волокна располагаются в среде с меньшим показателем преломления (рис. 3.16).

Светоотводы находят широкое применение в разных областях. Они используются в электронно-лучевых трубках, электронно-оптических преобразователях, в высокоскоростной фотографии, в качестве расширителей лазерных пучков, для кодирования информации, а также в электронно-счетных машинах.

Волокна обладают следующими недостатками:

1. Происходят потери на поглощение внутри волокна.
2. Происходят потери при отражении от торцов волокна.
3. Из-за волновой природы света всегда имеют место потери световой энергии при полновнутреннем отражении.
4. Наличие дефектов (царапин) на поверхности, а также присутствие загрязнений (пыли) приводят к дополнительному рассеянию света от неоднородностей на границе раздела стекло—воздух. С целью исключения двух последних недостатков волокно охватывается стеклянной оболочкой. Естественно, показатель преломления волокна должен быть больше показателя преломления стеклянного покрытия.

Рефрактометрия. Рефрактометр. Рефрактометрией называется метод физико-химического исследования, основанный на измерении показателя преломления. Прибор, с помощью которого измеряется показатель преломления, называется рефрактометром. Существуют разные методы измерения показателя преломления. В основе одного из этих методов лежит явление полного внутреннего отражения. На этом принципе построен так называемый рефрактометр Пульфриха. С помощью этого прибора можно определить показатель преломления прозрачных (жидких и твердых) тел в пределах от $n = 1,3$ до $n = 1,9$ с точностью до 10^{-4} .

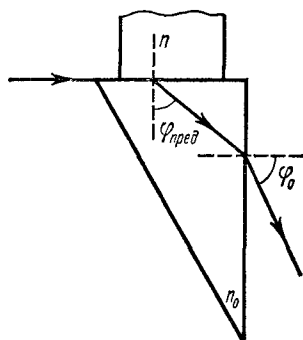


Рис. 3.17

Принцип действия рефрактометра Пульфриха заключается в следующем. Параллельный скользкий пучок монохроматического света направляется на верхнюю грань (рис. 3.17) прямоугольной призмы с известным показателем преломления n_0 (призма обычно изготавливается из тяжелого стекла—флинта, имеющего показатель преломления порядка 1,9), на которой расположен образец (твердый или жидкий) с неизвестным показателем преломления.

Если $n < n_0$, то согласно закону преломления для скользкого пучка

$$n = n_0 \sin \varphi_{\text{пред}}, \quad (3.29)$$

где n — показатель преломления исследуемого вещества. Если угол выхода светового пучка из прямоугольной призмы обозначить через φ_0 , то имеем

$$n_0 \cos \varphi_{\text{пред}} = \sin \varphi_0. \quad (3.30)$$

Складывая (3.29) и (3.30), после возведения в квадрат получим

$$n = \sqrt{n_0^2 - \sin^2 \varphi_0}.$$

Следовательно, при известном показателе преломления призмы, определяя угол выхода луча φ_0 , можно найти показатель преломления прозрачных (жидких или твердых) тел.

Показатель преломления прозрачных тел можно определить также другими, более точными, например интерферометрическими и т. д., методами.

§ 3. ОТРАЖЕНИЕ СВЕТА ОТ ПОВЕРХНОСТИ МЕТАЛЛА

Связь между оптическими и электрическими характеристиками металла. Металлы отличаются от диэлектриков наличием в них электронов проводимости (свободных электронов), плотность которых весьма велика (порядка 10^{22} в 1 см^3). Поэтому при рассмотрении прохождения света через металлы и отражения от них должна быть учтена проводимость металла. Такой учет приводит к введению в уравнение Максвелла членов, зависящих от электропроводности металла σ . Тогда имеем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\epsilon}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j} &= \text{rot} \vec{H}, \\ -\frac{\mu}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} &= \text{rot} \vec{E}, \end{aligned} \right\} \quad (3.31)$$

где плотность тока проводимости \vec{j} определяется материальным уравнением $\vec{j} = \sigma \vec{E}$.

Аналогично формулам (2.2) и (2.3) гл. II, для векторов \vec{E} и \vec{H} в этом случае имеем:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\epsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \frac{4\pi\sigma\mu}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} &= \Delta \vec{E}, \\ \frac{\epsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} + \frac{4\pi\sigma\mu}{c^2} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} &= \Delta \vec{H}. \end{aligned} \right\} \quad (3.32)$$

Принимая $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\omega t}$, $\vec{H} = \vec{H}_0 e^{i\omega t}$ и $\mu = 1$, получим волновые уравнения:

$$\frac{\epsilon'}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \Delta \vec{E} \quad \text{и} \quad \frac{\epsilon'}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = \Delta \vec{H},$$

совпадающие соответственно с волновыми уравнениями (2.2) и (2.3) с той лишь разницей, что вместо действительной диэлектрической постоянной ϵ пользуемся комплексной диэлектрической постоянной $\epsilon' = \epsilon - i \frac{4\pi\sigma}{\omega}$. Это означает, что металлооптика формально совпадает с оптикой диэлектриков при замене величины $\epsilon = n^2$ комплексной величиной $\epsilon' = (n')^2$, где n' — комплексный показатель преломления. Вводя комплексный показатель пре-

ломления $n' = n(1 - ik)$ так, чтобы действительная часть совпала с обычным показателем преломления, легко установить связь между оптическими параметрами металла n и k (как будет видно позднее, k является показателем поглощения) и его электрическими характеристиками ϵ и σ . Действительно, поскольку $\epsilon' = \epsilon - i \frac{4\pi\sigma}{\omega}$, а $n' = n(1 - ik)$, то $\epsilon' = (n')^2 = \epsilon - i \frac{4\pi\sigma}{\omega} = n^2 - i2n^2k - n^2k^2$. Отсюда

$$\left. \begin{aligned} n^2(1 - k^2) &= \epsilon, \\ 2n^2k &= \frac{4\pi\sigma}{\omega}, \end{aligned} \right\} \quad (3.33)$$

где ω — частота падающего света.

Распространение света на границе раздела диэлектрик—металл. Так же как и в случае диэлектриков, необходимо исследовать отражение и проникновение (в металл) световых волн, падающих на границу раздела диэлектрик—металл. Аналогичное рассмотрение приводит к результатам (угол падения равен углу отражения, отношение синуса угла падения к синусу угла преломления равно отношению показателя преломления второй среды и т. д.), формально идентичным выводам * рассмотрения распространения световой волны на границе раздела двух диэлектриков. Остановимся на некоторых характерных вопросах распространения света на границе раздела воздух—металл.

Взаимодействие света с металлом приводит к возникновению вынужденных колебаний свободных электронов, находящихся внутри металлов. Такие колебания вызывают вторичные волны, приводящие к сильному отражению света от металлической поверхности и сравнительно слабой волне, идущей внутрь металла. Чем больше электропроводность металлов, тем сильнее происходит отражение света от их поверхности. В идеальном проводнике, для которого $\sigma \rightarrow \infty$, поглощение полностью отсутствует и весь падающий на его поверхность свет отражается. Поэтому заметный слой металла является непрозрачным для видимого света. Сильное поглощение проникающей внутрь металла световой волны обусловлено превращением энергии волны в джоулево тепло благодаря взаимодействию почти свободных электронов, испытывающих вынужденные колебания под действием световой волны.

Металлы благодаря своей способности интенсивно отражать свет играют большую роль в оптике. Например, с целью получения сильного (более 99%) отражения света на поверхности пластин так называемого интерферометра Фабри—Перо наносятся тонкие слои серебра. Поскольку отражательная (и поглощательная) способность металлов связана с его электропроводностью, то при выборе металлов для вышеуказанной цели надо обратить внимание на его электропроводность. Например, железо, которое является

* См: Ш е ф е р К. Теоретическая физика, т. 3, ч. 2. М.—Л., ОНТИ, 1937, гл. VIII.

относительно плохим проводником, заметно поглощает падающий свет — пленка железа толщиной порядка микрона поглощает почти 60% падающей на нее световой энергии.

Распространение света внутрь металла. Часть света, проходящая внутрь металла, как отмечено выше, сильно поглощается в нем. По этой причине в процессе взаимодействия света с металлами существенную роль играют их очень тонкие слои. При таком рассмотрении амплитуда световой волны будет резко уменьшаться по мере проникновения внутрь металла. Пусть монохроматическая световая волна длиной λ_0 нормально падает на поверхность металла. Ось z направим по нормали. Слой металла толщиной dz поглощает часть падающей энергии, пропорциональную толщине поглощающего слоя, т. е. $dI = -\alpha I dz$. Если проинтегрировать это выражение от нуля до z , то получим известный закон Бугера, о котором более подробно речь пойдет позднее (см. гл. X):

$$I = I_0 e^{-\alpha z}, \quad (3.34)$$

где I_0 и I — соответственно интенсивности света, падающего на поверхность металла и вышедшего из его слоя толщиной z ; α — коэффициент поглощения, который считается не зависящим от интенсивности падающего света.

Т а б л и ц а 3

Металл	n	$n\kappa$	R
Натрий твердый	0,044	2,42	0,97
Серебро массивное	0,20	3,44	0,94
Кадмий массивный	1,13	5,01	0,84
Алюминий массивный	1,14	5,23	0,83
Золото электролитическое	0,47	2,83	0,82
Ртуть жидкая	1,60	4,80	0,77
Медь массивная	0,62	2,57	0,71
Вольфрам массивный	3,46	3,25	0,54
Железо испаренное	1,51	1,63	0,33

Формулы более удобно описывают поглощение света металлами, если вместо α ввести новую величину κ , связанную с α следующим образом: $\kappa = \alpha \frac{\lambda}{4\pi}$, где λ — длина волны света в веществе. Такая замена α еще мотивируется тем, что для металлов значение α достигает десятков и сотен тысяч см^{-1} . Поскольку показатель преломления рассматриваемого вещества есть n , то $\lambda_0 = \lambda n$, следовательно, $\alpha = \frac{4\pi}{\lambda} n\kappa$. Тогда закон Бугера примет вид

$$I = I_0 e^{-\frac{4\pi}{\lambda_0} n\kappa z}, \quad (3.35)$$

где λ_0 — длина волны света в вакууме. При $n\kappa = 1$ в слое толщиной в одну длину волны в вакууме ($z = \lambda_0$) интенсивность света уменьшается $e^{4\pi} \approx 10^5$ раз. По предложению Планка поглощение

считается «металлическим», если $n\kappa > 1$. В табл. 3* даны оптические постоянные некоторых металлов для волны $\lambda = 5893 \text{ \AA}$.

Как видно из вышеприведенной таблицы, действительно, для металлов $n\kappa$ изменяется в пределах от 1 до 5. При переходе в длинноволновую область $n\kappa$ еще больше возрастает. Так, например, при $\lambda = 6 \cdot 10^4 \text{ \AA}$ для серебра $n\kappa = 40$. При дальнейшем увеличении длины волны значение $n\kappa$ увеличивается еще больше.

Формула (3.35) позволяет нам более детально разобрать взаимодействие световой волны с металлом. Так как интенсивность света пропорциональна квадрату напряженности электрического поля \vec{E} световой волны, то исходя из (3.35) для амплитуды напряженности электрического поля имеем

$$A = E_0 e^{-\frac{2\pi}{\lambda_0} n\kappa z}.$$

Тогда световая волна в металле будет описываться уравнением

$$E = E_0 -\frac{2\pi}{\lambda_0} n\kappa z e^{i2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{zn}{\lambda_0}\right)}. \quad (3.36)$$

Пользуясь $n' = n(1 - i\kappa)$, волну (3.36) в металле можно изобразить в привычном нам виде:

$$E = E_0 \exp\left[i \cdot 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{n'z}{\lambda_0}\right)\right]. \quad (3.37)$$

При $E_0 = \text{const}$, как известно, (3.37) является уравнением плоской волны, распространяющейся вдоль оси z . Как следует из формулы (3.36), действительная часть n' по-прежнему определяет преломление световой волны в металле, в то время как коэффициент мнимой части $n\kappa$ описывает ее поглощение. Таким образом, оптические свойства металлов характеризуются двумя параметрами: n и κ .

Поляризация света при отражении и преломлении на границе раздела диэлектрик — металл. Так как для металлов n' является комплексной величиной, то, согласно формулам Френеля, амплитуды как преломленной, так и отраженной волны окажутся комплексными. Это означает, что между компонентами отраженной (а также и преломленной) волны и падающей возникает разность фаз. Эта разность фаз для s - и p -компонент не является одинаковой, поэтому между s - и p -компонентами отраженной (а также преломленной) волны возникает определенная разность фаз, приводящая к эллиптической поляризации отраженной от поверхности металла волны. Как известно из раздела механики курса общей физики**, сложение двух взаимно перпендикулярных колебаний с отличной от нуля разностью фаз между ними в общем случае приводит к так называемой эллиптической поляризации***. В эллиптически поляризован-

* См.: Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М., «Наука», 1970, с. 681.

** См.: Фриш С. Э., Тиморева А. В. Курс общей физики, т. I. М., Физматгиз, 1962, гл. XI, § 101.

*** Более подробно речь об эллиптической поляризации будет идти в § 7 гл. IX.

ном свете конец электрического (а также магнитного) вектора описывает эллиптическую винтовую линию, накручивающуюся на эллиптический цилиндр с неподвижной в пространстве осью, совпадающей с направлением распространения света. Длина вектора периодически меняется вдоль винта так, чтобы один шаг винта соответствовал одной длине волны. Очевидно, что в этом случае в каждой двух точках, отстоящих друг от друга на длину волны, векторы эллиптически поляризованной световой волны имеют одинаковую длину и одинаковое направление.

Таким образом, эллиптически поляризованная волна есть такая плоская волна, у которой проекция конца электрического (а также магнитного) вектора на плоскость, перпендикулярную направлению распространения волны, является эллипсом.

Если амплитуды равны и одновременно разность фаз между компонентами составляет $\pm \frac{\pi}{2}$, то колебание представляет винтовую линию с неподвижной в пространстве оси, накручивающуюся на круговой цилиндр. Поляризация в этом случае называется круговой.

Эллипсометрия *. Поскольку разность фаз между *s*- и *p*-компонентами отраженной (а также преломленной) волны определяется оптическими параметрами металла *n* и *k*, то очевидно, что характер поляризации отраженной (а также преломленной) волны будет определяться именно этими параметрами. Следовательно, изучая состояния поляризации света при его отражении или преломлении на границе раздела, можно высокочувствительным поляризационно-оптическим методом исследовать поверхность металлов, в частности границ раздела различных сред (твердых, жидких, газообразных). Этот метод исследования поверхностей и границ раздела различных сред, нашедший широкое применение за последнее десятилетие, называется эллипсометрией.

Изучение состояния поляризации можно провести как в отраженном, так и в проходящем свете. В случае металлов преломленная волна практически поглощается в очень тонком поверхностном слое. Поэтому в данном случае целесообразно использовать измерения в отраженном свете. Наоборот, при слабом отражении от диэлектриков основным методом исследования является эллипсометрия в проходящем свете. В тех случаях, когда возможны соответствующие измерения в отраженном и проходящем свете, эллипсометрия в отраженном свете удачно дополняет эллипсометрию в преломленном свете, и наоборот. Следует отметить, что эллипсометрия позволяет не только определять оптические константы чистых поверхностей материалов, она позволяет также, исходя из непосредственно измеряемых параметров эллипса поляризации, определить характеристики тонких поверхностных пленок, возникающих вследствие адсорбции и т. д., например толщину (вплоть до долей ангстрема) и показатель преломления (с точностью до 10^{-5}) поверхностного слоя.

* Более подробно см.: Горшков М. М. Эллипсометрия. М., «Советское радио», 1974.

Определение оптических параметров металлов. При отражении от поверхности металла под углом, близким к нулю *, для коэффициента отражения R получится выражение

$$R = \frac{(n-1)^2 + (nk)^2}{(n+1)^2 + (nk)^2}. \quad (3.38)$$

На первый взгляд кажется, что простыми измерениями ϵ и σ для металлов легко определить, исходя из системы (3.33), оптические параметры n и k , а следовательно, и R . Фактически это не так просто, как нам кажется. Дело в том, что электрические параметры металлов зависят от частоты падающего света. Это приводит к трудностям экспериментальной проверки теоретических результатов, которые заключаются в том, что, во-первых, для металлов величину σ можно измерить для постоянного поля и в лучшем случае для полей не очень большой частоты; во-вторых, непосредственное измерение величины ϵ для металлов не представляется возможным. Эти факты делают ненадежным вычисление n и k в видимой и ультрафиолетовой областях согласно формулам $n^2(1 - k^2) = \epsilon$ и $n^2k = \frac{2\pi\sigma}{\omega}$.

Несмотря на эти неудобства, оказывается, можно, предложить методы экспериментального определения оптических параметров металла. Первый метод был предложен Кундтом в 1888 г. Им были приготовлены тонкие призмочки из металлов с малым преломляющим углом, которые позволили провести прямое измерение вещественной и мнимой частей комплексного показателя преломления.

Годом позже Друде предложил более совершенный метод определения оптических параметров металла. Согласно методу Друде, для определения n и k достаточно измерить сдвиг фаз $\Delta\varphi = \varphi_{\parallel} - \varphi_{\perp}$ между параллельными и перпендикулярными компонентами отраженного поля и коэффициент отражения R при некотором значении угла падения. Далее n и k можно связать с параметрами среды ϵ и σ в уравнениях Максвелла. Как показывают расчеты, результаты подобного вычисления не дают удовлетворительного согласия с экспериментально вычисленными значениями n и k в видимой области. Расхождение усиливается с увеличением частоты падающего света. Такое расхождение между теорией и экспериментом можно объяснить влиянием связанных электронов на n и k . Действительно, при развитии вышеупомянутой теории мы исходили из представления о металле как о системе, состоящей из полностью свободных электронов. При увеличении частоты света (для видимой и ультрафиолетовой областей) в оптических явлениях участвуют также связанные электроны, отсюда и вытекает расхождение теории с экспериментом. В инфракрасной области, где оптические свойства металлов в основном обусловлены наличием свободных электронов, согласие можно считать удовлетворительным. Вообще мы не вправе

* В случае, когда плоская световая волна падает строго нормально к поверхности металла, эллиптическая поляризация отраженной волны не имеет места.

требовать хорошего согласия вышеупомянутой классической теории с экспериментом, так как, по современным представлениям, электроны в металле подчиняются квантовым закономерностям и следует определять n и κ , исходя из квантовой теории. Как показывают соответствующие расчеты квантовой теории, выходящие за рамки данной книги, достигается довольно хорошее согласие с экспериментальными данными.

В заключение отметим, что создание мощных источников света лазеров — привело к принципиально новым выводам также и при исследовании отражения света от металлической поверхности. В 1965 г. * группа ученых сообщила о генерации электронами проводимости второй гармоники падающего света при отражении света мощного импульсного лазера от серебряного зеркала. Было установлено, что образование второй гармоники происходит именно на поверхности серебра при отражении света от нее. Таким образом, при распространении мощного потока света на границе раздела диэлектрик—металл может происходить изменение (удвоение) частоты отраженного от металла света.

* См.: Ф и н к е л ь б е р г В. М. Нелинейное отражение света от границы металла. — «Успехи физических наук», т. 87, вып. 4, 1965, с. 731.

Глава IV

КОГЕРЕНТНОСТЬ СВЕТА КАК ЕГО СПОСОБНОСТЬ К ИНТЕРФЕРЕНЦИИ

§ 1. ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦИИ ЛИНЕЙНОЙ ОПТИКИ

Интерференция света относится к явлениям, сыгравшим существенную роль при выяснении природы света. Именно это явление позволило Араго и Френелю не только подтвердить волновую природу света, но также установить поперечность световых волн.

Еще Гюйгенс обратил внимание на то, что прохождение одного пучка через отверстие не оказывает никакого действия на прохождение через то же отверстие другого пучка. Гюйгенс писал: «Одно из чудеснейших свойств света состоит в том, что, когда он приходит из разных и даже противоположных сторон, лучи его производят свое действие, проходя один сквозь другой без всякой помехи. Этим объясняется то, что несколько зрителей могут одновременно видеть через одно и то же отверстие различные предметы...». Математически это означает, что напряженность поля \vec{E} , создаваемого в данной точке пространства двумя источниками света, равна векторной сумме напряженностей \vec{E}_1 и \vec{E}_2 , которые они создавали бы в отдельности, т. е. $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$. Это и есть содержание так называемого **принципа суперпозиции**.

Принцип суперпозиции является результатом того, что световые волны описываются однородными линейными уравнениями Максвелла и линейными материальными уравнениями. Другими словами, свойства среды, в которой распространяется свет, не зависят от интенсивности распространяющейся световой волны. Это, как нам сейчас известно, имеет место только при слабых полях*. Следовательно, принцип суперпозиции будет верным только для слабых полей, т. е. принцип суперпозиции является принципом линейной оптики.

Распространение мощного пучка лазерного излучения сопровождается различными явлениями в среде: происходит электрострикция, вызванная действием сильного светового поля, возникает нелинейная электронная поляризация, происходит нагрев среды за счет

* В слабых полях материальные уравнения имеют вид: $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$, $\vec{B} = \mu \vec{H}$. В сильных же полях эти уравнения становятся нелинейными, т. е. векторы \vec{D} и \vec{B} уже не являются линейными функциями, соответственно, напряженностей E и H (подробнее см. гл. XVI).

диссипации энергии световой волны, происходит «выстраивание» молекул (в жидких средах) по полю и т. д. Все эти явления, естественно, изменяют свойства среды. В частности, электрострикция в сильном световом поле приводит к появлению давления, пропорционального квадрату напряженности светового поля, а это, в свою очередь, изменяет плотность среды и приводит к соответствующим изменениям показателя преломления. В результате «выстраивания» молекул по полю среда становится анизотропной, а ее средний показатель преломления для ориентирующего поля возрастает. Все подобные изменения свойства среды приводят к зависимости показателя преломления и коэффициента поглощения от интенсивности света. Следовательно, мощный пучок света, распространяясь в среде, изменяет ее свойства, создавая тем самым отличные от прежнего условия для своего распространения. Такое действие света самого на себя через посредство среды принято называть явлением самовоздействия. Процесс самовоздействия приводит к изменению интенсивности света, его поляризации и т. д. Очевидно, что в этих условиях две мощные волны, распространяющиеся в нелинейной среде, никак не могут не воздействовать также и друг на друга. Таким образом, принцип суперпозиции в сильных световых полях, распространяющихся в среде, уже не будет иметь места.

Так же как и во всех других главах при отсутствии особого упоминания, будем иметь дело только с линейной оптикой, в основе которой, как уже нами неоднократно отмечено, лежит принцип суперпозиции. Вопросы, связанные с нарушением принципа суперпозиции при взаимодействии волн, будут изложены в основном в гл. XVI.

§ 2. СЛОЖЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ. КОГЕРЕНТНОСТЬ И ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ

Сложение колебаний. Пусть в некоторой точке встречаются два колебания одинаковой частоты, разных начальных фаз и разных амплитуд. Для простоты положим, что оба колебания происходят вдоль одной линии. Следовательно, имеем:

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}_1 &= \vec{E}_{01} \cos(\omega t + \alpha_1), \\ \vec{E}_2 &= \vec{E}_{02} \cos(\omega t + \alpha_2). \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

Начало отсчета времени можно было бы выбрать так, чтобы начальная фаза одного из этих колебаний равнялась нулю. При этом начальная фаза другого колебания равнялась бы разности начальных фаз слагаемых колебаний. Но, чтобы не нарушить общности рассуждений, примем отличными от нуля как α_1 , так и α_2 . Для определенности положим, что $\vec{E}_{02} > \vec{E}_{01}$ и $\alpha_2 > \alpha_1$ (выбор этих величин не имеет принципиального значения). В результате сложения получим

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{E}_{01} \cos(\omega t + \alpha_1) + \vec{E}_{02} \cos(\omega t + \alpha_2) = \vec{E}_0 \cos(\omega t + \alpha). \quad (4.2)$$

Следовательно, при сложении двух гармонических колебаний одинакового периода, происходящих вдоль одной прямой, возникает результирующее гармоническое колебание той же частоты вдоль той же прямой, амплитуда и начальная фаза которого определяются из векторной диаграммы (рис. 4.1):

$$\left. \begin{aligned} E_0^2 &= E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos(\alpha_2 - \alpha_1), \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{E_{01} \sin \alpha_1 + E_{02} \sin \alpha_2}{E_{01} \cos \alpha_1 + E_{02} \cos \alpha_2}. \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

Интенсивность результирующего колебания. Так как интенсивность прямо пропорциональна квадрату амплитуды, то, умножая обе стороны первого уравнения системы (4.3) на постоянную для данной среды величину $\left[\frac{c}{8\pi} \sqrt{\varepsilon} \right]$ для интенсивности получим

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\alpha_2 - \alpha_1), \quad (4.4)$$

где I_1 и I_2 — интенсивности слагаемых колебаний, а I — результирующая интенсивность.

Усреднение интенсивности. Как было сказано ранее, излучение электромагнитных волн связано с колебаниями атомов, которые не являются гармоническими, — каждый акт колебания происходит в течение промежутка времени порядка 10^{-8} с. Разные акты колебания одного и того же атома, так же как и одновременные колебания разных атомов, происходят независимо друг от друга, т. е. соответствующие колебания не связаны по фазе и обладают разными начальными фазами. Следовательно, в данном случае результат сложения (4.4) будет зависеть от времени. Из-за большой частоты изменения интенсивности ни визуально, ни с помощью оптических приборов невозможно проследить за такими быстрыми изменениями. Поэтому необходимо усреднить (4.4) по времени наблюдения, т. е.

$$\bar{I} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \overline{\cos(\alpha_2 - \alpha_1)}. \quad (4.5)$$

Линии сверху означают усреднение по времени соответствующих величин.

Полагая E_{01} и E_{02} не зависящими от времени, имеем $\overline{E_{01}^2} = E_{01}^2$ и $\overline{E_{02}^2} = E_{02}^2$. Следовательно,

$$\bar{I} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \overline{\cos(\alpha_2 - \alpha_1)}. \quad (4.6)$$

Чтобы определить среднее значение интенсивности, достаточно в данном случае найти среднее значение косинуса разности фаз:

$$\overline{\cos(\alpha_2 - \alpha_1)} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \cos(\alpha_2 - \alpha_1) dt, \quad (4.7)$$

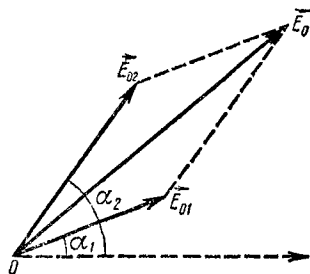


Рис. 4.1

где τ — время наблюдения. Как следует из (4.6) и (4.7), изменение среднего значения интенсивности зависит от разности фаз слагаемых колебаний.

Когерентность и некогерентность. Рассмотрим два частных случая.

Случай 1. Пусть $\alpha_2 - \alpha_1 = \text{const}$. Тогда согласно (4.7) имеем

$$\overline{\cos(\alpha_2 - \alpha_1)} = \frac{1}{\tau} \cos(\alpha_2 - \alpha_1) \int_0^{\tau} dt = \cos(\alpha_2 - \alpha_1) = \text{const},$$

следовательно,

$$\bar{I} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\alpha_2 - \alpha_1), \quad (4.8)$$

т. е.

$$\bar{I} \neq I_1 + I_2. \quad (4.8a)$$

Выражение (4.8) означает, что при постоянстве разности фаз слагаемых колебаний результирующая интенсивность будет отличной (больше или меньшей в зависимости от конкретного значения разности фаз) от суммы интенсивности отдельных колебаний, т. е. возникает явление интерференции. Колебания, удовлетворяющие условиям, при которых разность фаз остается постоянной величиной, называются когерентными. Ясно, что колебания, происходящие с разными частотами, не могут быть когерентными. Однако не все колебания, частоты которых одинаковы, являются когерентными.

Интерференция обусловлена наличием третьего члена в (4.8) $2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\alpha_2 - \alpha_1)$, который называется интерференционным членом. Интерференционный член характеризует корреляцию (взаимосвязь) слагаемых колебаний

Случай 2. Разность начальных фаз слагаемых колебаний меняется произвольным образом. Тогда хаотически меняющаяся разность фаз с равными вероятностями примет одинаковые положительные и отрицательные значения и его среднее значение за время наблюдения будет равным нулю, т. е. $\cos(\alpha_2 - \alpha_1) = 0$. Следовательно

$$\bar{I} = I_1 + I_2. \quad (4.9)$$

Как видно из (4.9), при хаотическом изменении разности фаз происходит простое сложение интенсивностей, т. е. явление интерференции наблюдаться не будет. Подобные колебания называются некогерентными.

Как уже отмечалось, реальные источники света не излучают строго монохроматические волны. Это связано с тем, что излучения атомов должны затухать из-за потери энергии на излучение. Кроме того, если даже отдельные атомы источника излучали бы идеально монохроматические волны в покое (относительно наблюдателя) состоянии, то наличие непрерывного хаотического движения атомов приводит к хаотической модуляции колебаний вследствие эффекта Доплера — атомы, приближающиеся к точке наблюдения и удаляющиеся от нее, посылают к точке наблюдения разные ча-

стоты, причем разброс частоты тем больше, чем больше разброс скоростей отдельных атомов. Немонохроматичность излучения атомов обусловлена также соударениями атомов, приводящих к резкому обрыву существовавшего ранее излучения данного атома. Все это приводит к тому, что излучения реальных источников представляются хаотически модулированными по амплитуде и по фазе колебаниями типа

$$E = E_0(t) \cos [\omega t - \varphi(t)].$$

Два колебания, описываемые подобным образом:

$$\begin{aligned} E_1 &= E_{01}(t) \cos [\omega t - \varphi_1(t)], \\ E_2 &= E_{02}(t) \cos [\omega t - \varphi_2(t)], \end{aligned}$$

называются когерентными, если их амплитуды изменяются пропорционально друг другу:

$$\begin{aligned} E_{01}(t) &= c_1 E_0(t), \\ E_{02}(t) &= c_2 E_0(t), \end{aligned}$$

где c_1 и c_2 — постоянные, и между фазами сохраняется постоянной разность, т. е. $\varphi_1(t) - \varphi_2(t) = \text{const}$.

Интерференция волн (случай, когда колебания в слагаемых волнах происходят вдоль одной линии). Волны называются когерентными, если в произвольной точке их встречи разность фаз колебаний остается постоянной. Монохроматические волны одинакового периода и частоты всегда являются когерентными.

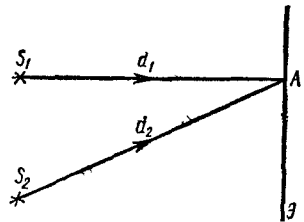


Рис. 4.2

Величина интенсивности, как следует из выражения (4.8), определяется значением разности фаз. Следовательно, исследование интерференции волн сводится к определению разности фаз в точках их встречи.

Пусть имеем два когерентных источника S_1 и S_2 (рис. 4.2), колеблющихся с одинаковой частотой. Когерентные волны, исходящие из этих источников, встретятся в некоторой точке экрана A , отстоящей от соответствующих источников на расстояниях d_1 и d_2 . Рассматриваемые в точке A колебания описываются уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= E_{01} \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} d_1 + \alpha_1 \right), \\ E_2 &= E_{02} \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} d_2 + \alpha_2 \right), \end{aligned} \right\} \quad (4.10)$$

где E_{01} и E_{02} — амплитуды колебаний в точке A . Положим, что оба колебания происходят перпендикулярно плоскости чертежа.

Для простоты примем $E_{01} = E_{02}$. После сложения колебаний в точке A имеем

$$E = E_1 + E_2 = 2E_{01} \cos \left[\frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) - \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \right] \cos \left[\omega t - \frac{\pi}{\lambda} (d_1 + d_2) + \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \right] = E_0 \cos \left[\omega t - \frac{\pi}{\lambda} (d_1 + d_2) + \frac{\alpha}{2} \right], \quad (4.11)$$

где

$$\left. \begin{aligned} E_0 &= 2 E_{01} \cos \left[\frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) - \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \right], \\ \alpha &= \alpha_1 + \alpha_2. \end{aligned} \right\} \quad (4.12)$$

Выражение (4.11) есть уравнение колебания с амплитудой E_0 , которая определяется формулой (4.12). По известной амплитуде можно определить результирующую интенсивность:

$$I = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\varepsilon} E_{01}^2 \cos^2 \left[\frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) - \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} \right], \quad (4.13)$$

где c — скорость света в вакууме, ε — диэлектрическая проницаемость среды в месте расположения экрана.

Вследствие когерентности волн $\alpha_2 - \alpha_1 = \text{const}$. Следовательно распределение интенсивности в разных точках экрана будет зависеть от разности хода волн.

Для простоты разность начальных фаз можно принять равной нулю. Такое допущение, не изменяя общей картины распределения интенсивности, приводит лишь к некоторому смещению интерференционной картины относительно источников S_1 и S_2 . При $\alpha_2 - \alpha_1 = 0$ имеем

$$I = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\varepsilon} E_{01}^2 \cos^2 \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1). \quad (4.14)$$

Формула (4.14) выражает зависимость результирующей интенсивности в каждой точке экрана от разности хода слагаемых волн. Как следует из (4.14), при $d_2 - d_1 = m\lambda$ (где $m = 0, 1, 2, 3, \dots$), т. е. при разности хода, равной целому числу длин волн, результирующая интенсивность достигает максимального значения

$$I_{\text{макс}} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\varepsilon} E_{01}^2. \quad (4.15)$$

Разность фаз, вызванная разностью хода волн, будет $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (d_2 - d_1)$. При $d_2 - d_1 = m\lambda$ имеем $\Delta\varphi = m \cdot 2\pi$, т. е. в точках встречи волн, где разность хода равна целому числу длин волн, возникающие колебания происходят в одинаковых фазах и наблюдаются максимумы результирующей интенсивности. При $d_2 - d_1 = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$, т. е. при $\Delta\varphi = (2m + 1)\pi$, как следует из (4.14), $I = 0$, т. е. в точках, где разность хода слагаемых волн равна нечетному числу половин длин волн, возникающие колебания происходят в противофазе и результирующая интенсивность равна нулю.

Разным точкам экрана соответствуют разные значения разности хода слагаемых волн. Поэтому на экране регулярно чередуются точки максимальной и минимальной (равной в данном случае нулю) интенсивности. Такая устойчивая во времени картина чередования максимумов и минимумов освещенности названа картиной интерференции.

В общем случае, т. е. при $E_{01} \neq E_{02}$, получается следующее выражение для интенсивности:

$$I = \frac{c}{8\pi} \sqrt{\varepsilon} E_0^2 = \\ = \frac{c}{8\pi} \sqrt{\varepsilon} \left[(E_{01} + E_{02})^2 - 4E_{01}E_{02} \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} (d_2 - d_1) \right]. \quad (4.16)$$

Как видно из (4.16), в точках максимумов и минимумов интенсивности соответственно принимают значения $\frac{c}{8\pi} \sqrt{\varepsilon} (E_{01} + E_{02})^2$ и $\frac{c}{8\pi} \sqrt{\varepsilon} (E_{01} - E_{02})^2$, т. е. в точках минимумов не наблюдается полной темноты, как это было при $E_{01} = E_{02}$.

Нетрудно определить геометрическое место точек максимальной (минимальной) интенсивности. Как для точек максимальной ($d_2 - d_1 = m\lambda$), так и для точек минимальной интенсивности [$d_2 - d_1 = (2m + 1)\lambda/2$] имеет место $d_2 - d_1 = \text{const}$, что представляет собой уравнение семейства гипербол с фокусами S_1 и S_2 . Следовательно, каждому определенному значению интенсивности соответствует определенная поверхность гиперболоида вращения. Сечения таких поверхностей даны на рис. 4.3.

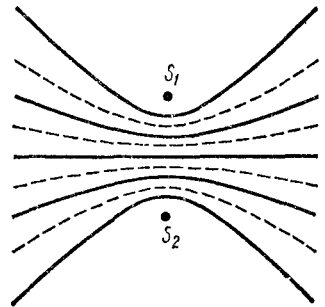


Рис. 4.3

Интерференция волн (общий случай).

Ранее мы полагали, что в точке встречи когерентных волн колебания \vec{E}_1 и \vec{E}_2 направлены вдоль одной линии. Подобное предположение не должно создавать ложного представления у читателя о том, что якобы интерференция когерентных волн возможна только при одинаковой (вдоль одной линии) направленности колебаний. В случае суперпозиции двух когерентных волн с напряженностями \vec{E}_1 и \vec{E}_2 , направленными друг относительно друга произвольно, для средней интенсивности имеем

$$\overline{E^2} = \overline{E_1^2} + \overline{E_2^2} + (\overline{\vec{E}_1 \vec{E}_2}).$$

Отсюда видно, что суперпозиция интенсивностей ($\overline{E^2} = \overline{E_1^2} + \overline{E_2^2}$) имеет место, если $(\overline{\vec{E}_1 \vec{E}_2}) = 0$, т. е. среднее значение скалярного произведения векторов \vec{E}_1 и \vec{E}_2 равно нулю, другими словами, интерференция когерентных волн отсутствует, если во всей рассматриваемой части пространства и в каждый момент времени векторы

\vec{E}_1 и \vec{E}_2 перпендикулярны друг другу. Следовательно, интерференция в рассматриваемой части пространства имеет место, если $(\vec{E}_1 \vec{E}_2) \neq 0$. Это является необходимым и достаточным условием интерференции когерентных волн. В случае линейно-поляризованных волн это условие имеет вид $(\vec{E}_1 \vec{E}_2) \neq 0$, т. е. две когерентные линейно-поляризованные волны интерферируют при встрече, если поляризации их таковы, что \vec{E}_1 и \vec{E}_2 взаимно не перпендикулярны.

Замечание. При рассмотрении явления интерференции следует обратить внимание на важную деталь, имеющую отношение к закону сохранения энергии. Из формулы (4.15) следует, что $I_{\text{макс}} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\epsilon} E_{01}^2 = 4 \frac{c}{8\pi} \sqrt{\epsilon} E_{01}^2 = 4I_1$, т. е. в точках сложения колебаний результирующая интенсивность оказалась в два раза больше значения $2I_1$, которое должно было бы следовать из закона сохранения энергии. Это кажущееся противоречие легко объясняется, если обратить внимание на то, что в точке экрана, соответствующей минимуму, результирующая интенсивность также равна не $2I_1$, а нулю. Следовательно, происходит перераспределение энергии по экрану и явление интерференции находится в полном согласии с законом сохранения энергии.

§ 3. ШИРИНА ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ ПОЛОС

Пусть имеем два когерентных точечных источника S_1 и S_2 , расположенных друг от друга на расстоянии l . Рассмотрим интерференцию волн, исходящих от этих источников, на экране \mathcal{E} , расположенном параллельно линии S_1S_2 и отстоящем от нее на расстоянии L , сильно превышающем l (т. е. $L \gg l$). Световые пучки, исходящие от S_1 и S_2 , дают интерференционную картину в области их перекрывания.

Рассмотрим произвольную точку A на экране \mathcal{E} (рис. 4.4), расположенную от центра экрана (точки пересечения с экраном перпендикуляра, опущенного из середины линии $S_1S_2 = l$) на расстоянии $O_2A = y$. Интенсивность в точке A определяется разностью хода лучей $\Delta d = d_2 - d_1$. Найдём Δd . Из треугольников S_2A_2A и S_1A_1A соответственно имеем:

$$d_2^2 = L^2 + (y + l/2)^2,$$

$$d_1^2 = L^2 + (y - l/2)^2.$$

Предположение $L \gg l$ оправдано, как увидим ниже, тем, что вследствие малого значения длины световой волны (порядка 10^{-5} см) интерференция будет наблюдаться именно при $l \ll L$. При выполнении

нии этого условия $d_1 + d_2 = 2L$ и $d_2^2 - d_1^2 = 2yl$. Так как $d_2^2 - d_1^2 = (d_2 + d_1)(d_2 - d_1) \simeq 2L(d_2 - d_1)$, то $2L(d_2 - d_1) = 2yl$.

Отсюда

$$d_2 - d_1 = yl/L. \quad (4.17)$$

В точке A будет наблюдаться максимум, если

$$y_m l/L = m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (4.18)$$

минимум, если

$$y_m l/L = (2m + 1)\lambda/2. \quad (4.19)$$

Число m , определяемое соотношением

$$m = \Delta d/\lambda, \quad (4.20)$$

называется порядком интерференции. Как следует из (4.17) и (4.19), интерференционная картина на экране состоит из светлых и темных полос, называемых интерференционными полосами. Светлым полосам соответствуют целые порядки $0, 1, 2, 3, \dots$, а темным полосам — дробные $1/2, 3/2, 5/2, \dots$ и т. д.; m -й порядок максимума и $\frac{1}{2}(2m + 1)$ -й порядок минимума отстоят от центра экрана соответственно на расстояниях:

$$\left. \begin{aligned} y_m &= m \frac{L}{l} \lambda, \\ y'_m &= \frac{1}{2} (2m + 1) \frac{L}{l} \lambda. \end{aligned} \right\} \quad (4.21)$$

Из соображений симметрии следует, что интерференционная картина представляет собой совокупность параллельных полос, отстоящих на соответствующих расстояниях от центра экрана, определяемых выражением (4.21). В центре экрана находится главный (нулевой) максимум. Вверх и вниз от него на равных расстояниях друг от друга располагаются максимумы (и минимумы) первого, второго порядков и т. д. Интерференционные полосы расположены под прямым углом к линии $S_1 S_2$.

Расстояние между соседними максимумами (или минимумами) называется шириной интерференционной полосы и определяется как

$$\Delta y_m = \Delta y'_m = \frac{L}{l} \lambda. \quad (4.22)$$

Как следует из (4.22), ширина интерференционной полосы не зависит от порядка интерференции и является постоянной при данных L , l и λ . При постоянных L и λ уменьшение расстояния между источниками l приводит к уширению интерференционной полосы, т. е. картина становится более отчетливой. Так как для видимого света $\lambda \sim 10^{-5}$ см, то четкая интерференционная картина, доступная визуальному наблюдению, будет иметь место при $l \ll L$. Поэтому во всех методах получения когерентных источников необходимо брать l как можно меньше.

Обозначив через $I_{\text{макс}}$ и $I_{\text{мин}}$ интенсивности светлых и темных полос, введем параметр, определяющий видимость (или контрастность) интерференционной картины:

$$V = \frac{I_{\text{макс}} - I_{\text{мин}}}{I_{\text{макс}} + I_{\text{мин}}}. \quad (4.23)$$

Если интенсивность темной полосы равна нулю, то $V = \frac{I_{\text{макс}}}{I_{\text{мин}}} = 1$, т. е. контрастность наибольшая. При равномерной освещенности $I_{\text{макс}} = I_{\text{мин}}$, следовательно, $V = 0$, т. е. контрастность наименьшая. Таким образом, возможные значения контрастности полос находятся в пределах $0 \leq V \leq 1$.

§ 4. ВЛИЯНИЕ НЕМОНОХРОМАТИЧНОСТИ СВЕТА НА ИНТЕРФЕРЕНЦИЮ. ВРЕМЕННАЯ КОГЕРЕНТНОСТЬ

Влияние немонохроматичности света на интерференцию. В реальных случаях приходится иметь дело с немонохроматическим излучением. Поэтому представляет интерес разобрать влияние немонохроматичности на интерференционную картину.

Как мы уже знаем, в интерференционной картине положения максимумов и минимумов относительно центра экрана определяются формулой (4.21). Распределение интенсивности для данной длины

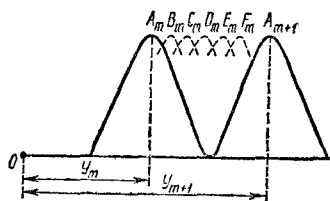


Рис. 4.5

волны λ изображено на рис. 4.5 (сплошная кривая). При наблюдении в немонохроматическом свете происходит уменьшение контрастности интерференционной картины. Это обусловлено тем, что каждая длина волны, входящая в состав немонохроматического излучения, дает свою интерференционную картину. Положение максимумов и минимумов определяется длиной волны, поэтому максимумы и

минимумы (пунктирная кривая на рис. 4.5) разных длин волн, перекрываясь, ухудшают видимость интерференционной картины. Следовательно, различимость полос зависит от степени монохроматичности излучения данного источника.

Выясним условия различимости интерференционной картины, наблюдаемой в немонохроматическом свете. Пусть длины волн падающего света заключены в некотором спектральном интервале между λ и $\lambda + \Delta\lambda$. Очевидно, что увеличение ширины спектра на $\Delta\lambda$ приведет к ухудшению видимости интерференционной картины. Наша задача заключается в нахождении той максимально возможной спектральной ширины $\Delta\lambda$, при которой еще можно различить интерференционную картину.

Так как каждая длина волны дает свою интерференционную картину и расстояние соответствующего максимума от центра экрана (точки O) прямо пропорционально длине волны, то максимумы больших длин волн (B_m, C_m, \dots, F_m) будут расположены справа

от точки A_m , соответствующей m -му максимуму длины волны λ . Максимум m -го порядка длины волны $\lambda + \Delta\lambda$ обозначим через F_m . Интерференционная картина будет различимой, если провал между соседними, например m -м и $(m + 1)$ -м, максимумами (провал между A_m и A_{m+1}) не будет заполнен максимумами длин волн заданного интервала $\Delta\lambda$, т. е. точка F_m будет расположена левее точки A_{m+1} . Как только весь провал между соседними максимумами будет заполнен максимумами остальных длин волн интервала $\Delta\lambda$, т. е. точка F_m совместится с точкой A_{m+1} , интерференционная картина станет неразличимой. При этом положим, что все длины волн заданного нами интервала имеют одинаковую интенсивность и приемник одинаково чувствителен ко всем длинам волн.

Таким образом, критерием неразличимости интерференционной картины будет совмещение $(m + 1)$ -го порядка максимума длины волны λ с m -м максимумом длины волны $\lambda + \Delta\lambda$, т. е.

$$y_{m+1}(\lambda) = y_m(\lambda + \Delta\lambda),$$

или

$$(m + 1)\lambda = m(\lambda + \Delta\lambda). \quad (4.24)$$

Отсюда

$$(\Delta\lambda)_{\text{пред}} = \lambda/m,$$

где m — целое число.

Следовательно, для возможности наблюдения интерференционной картины необходимо, чтобы ширина интервала длин волн не превышала $(\Delta\lambda)_{\text{пред}}$, определяемого формулой (4.24), т. е.

$$\Delta\lambda < (\Delta\lambda)_{\text{пред}} = \frac{\lambda}{m}. \quad (4.25)$$

Из формулы (4.24) следует, что с увеличением порядка интерференции (m) уменьшается ширина спектрального интервала, при котором еще возможно наблюдение интерференционной картины. Верно и обратное: более низкий порядок интерференции позволяет наблюдать различимую интерференционную картину в менее монохроматичном свете.

Частичная когерентность. Немонохроматичность света связана с механизмом излучения. Как мы уже знаем, излучение происходит в виде цугов конечной длины. Вследствие конечности длины цугов атом излучает (см. гл. II) не монохроматический свет, а целый спектр частот, ширина интервала которого обратно пропорциональна длине цуга. Поскольку цуги волн, излучаемые одним и тем же атомом в разные моменты времени, взаимно не коррелированы, то очевидно, что интерференция произойдет только при встрече волн (полном или частичном их перекрывании), образуемых из одного и того же цуга. С целью более подробного анализа когерентности в этом случае обратимся к следующему опыту.

Точечный источник S расположен в фокусе (рис. 4.6) двояковыпуклой линзы L . Исходящие из линзы лучи света (на рис. 4.6 изображен один луч) попадают в интерферометр Майкельсона, состоящий из двух зеркал и полупрозрачной пластины. Луч, исхо-

дящий от источника S , падая на полупрозрачную пластинку Π , частично проходит, а частично отражается. Падая на зеркала Z_1 и Z_2 , световые лучи отражаются обратно. Луч, отраженный от зеркала Z_1 и прошедший затем через пластинку Π , и луч, отраженный от зеркала Z_2 и отраженный затем от той же пластинки, распространяются в конечном счете в одном направлении. Очевидно, что если эти лучи когерентны, то при встрече они могут интерферировать*. Интерференционная картина, как мы знаем, будет определяться разностью хода интерферирующих лучей. Легко убедиться, что интерференция возникает не при любой разности хода, а лишь при определенном (и меньшем) ее значении, обусловленном природой источника излучения.

Предположим, что источник излучает цуги равной длины. Рассмотрим некоторый цуг A . Падающий на интерферометр цуг A , имеющий конечную длину, разделяется на два: A_1 и A_2 . Если плечи интерферометра равны, т. е. оба зеркала расположены на равных расстояниях от полупрозрачной пластинки Π , то цуги A_1 и A_2 проходят к приемнику одновременно. С увеличением разности хода (за счет удаления зеркала Z_2) цуг A_2 отстает от цуга A_1 и происходит лишь их частичное перекрывание. Следовательно, уменьшение четкости интерференционной картины связано с конечной длиной волновых цугов, испускаемых атомами данного источника.

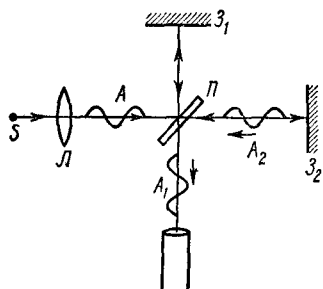


Рис. 4.6

Если зеркало Z_2 удалить так, что в момент попадания на приемник цуга A_1 , цуг A_2 будет находиться между полупрозрачной пластинкой и зеркалом Z_2 , то интерференция не будет иметь места. Конечно, в момент, попадания на приемник происходит наложение цугов, но интерференция при этом не наблюдается, так как эти цуги испущены в разные моменты времени t и $t + t_0$. Время t_0 зависит от разности расстояний между плечами интерферометра. Оно равно нулю, если длины плеч равны. С увеличением разности расстояний между плечами t_0 увеличивается. Продолжительность цуга A (также A_1 и A_2) обозначим через τ . При $t_0 < \tau$ цуги A_1 и A_2 частично перекрываются. В результате наблюдается более или менее четкая интерференционная картина, т. е. имеет место так называемая частичная когерентность. Четкость (видимость) картины будет зависеть от степени частичной когерентности двух цугов, полученных из одного начального.

Время когерентности. Для характеристики частичной когерентности (в данном случае так называемой временной когерентности) удобно ввести понятие времени когерентности $\tau_{\text{ког}}$ или же длины

* Подробный анализ интерференции обсужден в гл. V.

когерентности

$$l_{\text{ког}} = c\tau_{\text{ког}}. \quad (4.26)$$

Время когерентности есть длительность цуга, а длина когерентности — пространственная длина цуга. Время когерентности весьма просто связано с шириной спектрального интервала $\Delta\nu$:

$$\tau_{\text{ког}} = \Delta t = \frac{1}{\Delta\nu}. \quad (4.27)$$

Исходя из (4.27), можно определить длину когерентности $l_{\text{ког}}$, равную расстоянию, на которое распространяется волна за время когерентности:

$$l_{\text{ког}} = c\tau_{\text{ког}} = \frac{c}{\Delta\nu}, \quad (4.28)$$

где c — скорость распространения света. Так как $\lambda = c/\nu$, то

$$|\Delta\lambda| = \frac{c\Delta\nu}{\nu^2} = \Delta\nu \frac{\lambda^2}{c}.$$

Если среднюю длину данного спектрального интервала обозначить через λ_0 , то имеем

$$l_{\text{ког}} = \frac{c}{\Delta\nu} = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda} \quad \text{и} \quad \tau_{\text{ког}} = \frac{\lambda_0^2}{c\Delta\lambda}. \quad (4.29)$$

Длина когерентности для нелазерных источников представляет величину порядка десятка сантиметров и меньше. В случае же лазерных источников длина когерентности достигает 1000 м и больше. ?!

Ограничение, налагаемое на интерференцию разностью хода, связано с длиной когерентности. Если оптическая разность хода между способными интерферировать лучами такого же порядка или больше длины когерентности, т. е. $\Delta d \geq l_{\text{ког}}$, то интерференционная картина не наблюдается. Для получения различимой интерференционной картины необходимо, чтобы разность хода Δd была мала по сравнению с длиной когерентности, т. е. $\Delta d < l_{\text{ког}}$. Значительная контрастность полос будет при $\Delta d \ll l_{\text{ког}}$.

Зависимость видимости интерференционной картины от разности хода, а последней от длины когерентности позволяет экспериментально определить длину и время когерентности. Сущность этого метода заключается в определении предельной разности хода $\Delta d \leq c\tau_{\text{ког}} = l_{\text{ког}}$, при которой интерференция еще наблюдается. Найденная предельная разность хода даст нам длину когерентности, откуда можно также определить время когерентности.

Проведя соответствующие опыты (при разных длинах плеч интерферометра Майкельсона) для красной линии кадмия ($\lambda = 6539 \text{ \AA}$), Майкельсон пришел к выводу, что интерференционная картина сохраняет видимость вплоть до разности хода $\Delta d \approx 30 \text{ см}$ (рис 4 7). Это означает, что в данном случае длина когерентности составляет немногим больше 30 см. Если провести подобные опыты с одночастотными газовыми лазерными источниками, четкая интер-

ференционная картина наблюдается при разности хода порядка километров и больше. Это означает, что длина когерентности в данном случае намного больше 30 см, а время когерентности значительно превышает $\frac{\Delta d}{c} = 10^{-7}$ с.

Проблема получения когерентных пучков в оптике. Лазерное излучение обладает высокой когерентностью. Убедиться в этом можно, если проделать так называемый опыт Юнга с лазерным излучением. Для этого пропустим излучение лазера через два отверстия на выходном торце лазера и направим его на экран, расположенный на определенном расстоянии от источника. Как показывает опыт, на экране наблюдается четкая устойчивая во времени интерференционная картина (рис. 4.8), что свидетельствует о высокой когерентности излучений, исходящих от пространственно разделенных точек лазерного источника. С помощью лазерных лучей удастся наблюдать интерференционную картину, содержащую более чем 10^8 полос. Это связано с тем, что два луча, полученные от

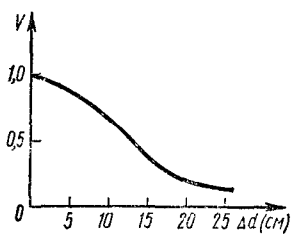


Рис. 4.7

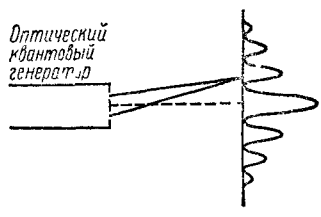


Рис. 4.8

одного лазера, остаются когерентными и интерферируют при разности хода, измеряемой километрами. Когерентные источники света такого типа, как известно, начали создаваться начиная с 1960 г.

Ниже (в § 5 и 6) мы ознакомимся с различными методами получения когерентных излучений при помощи нелазерных источников света.

Выработанные представления о механизме излучения позволяют подойти к способу, с помощью которого можно получить когерентные волны. Для осуществления когерентности необходимо разделить один и тот же световой пучок на два и заставить их встретиться снова так, чтобы разность хода между интерферирующими лучами была меньше длины когерентности. В зависимости от способа разбиения пучка существует два разных метода получения когерентных «источников»: метод деления волнового фронта и метод деления амплитуды

В методе деления волнового фронта, который пригоден только для достаточно малых источников, исходящий от источника пучок делится на два: либо проходя через два близко расположенных отверстия, либо отражаясь от зеркальных поверхностей и т. д.

Во втором методе, который пригоден как для малого, так и для протяженного источника, пучок делится путем прохождения и отражения от полупрозрачной поверхности. Основным преимуществом второго метода является получение пучка большей интенсивности.

С помощью указанных методов можно осуществить интерференцию как двух, так и многих пучков. Возникающая при этом интерференция называется соответственно двухлучевой и многолучевой.

§ 5. СПОСОБЫ ПОЛУЧЕНИЯ КОГЕРЕНТНЫХ ПУЧКОВ В ОПТИКЕ ДЕЛЕНИЕМ ВОЛНОВОГО ФРОНТА

Метод Юнга. Свет, исходящий от протяженного источника S , направлен на экран \mathcal{E}_1 с двумя симметрично расположенными относительно S отверстиями (рис. 4.9). На экране \mathcal{E}_2 наблюдаются полосы. Юнг доказал, что интерференционные полосы наблюдаются только при достаточно малых размерах источника S . Усовершенствовав схему опыта, он получил весьма четкую интерференционную картину. По этой причине первое наблюдение явления интерференции приписывается именно Юнгу. Сущность его метода заключается

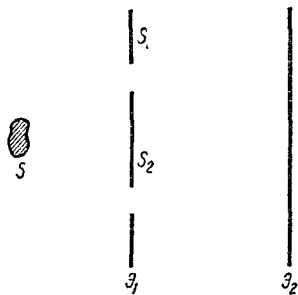


Рис. 4.9

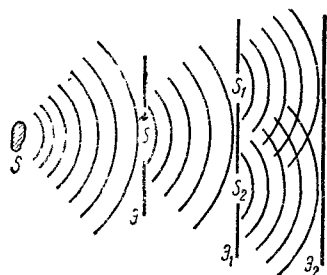


Рис. 4.10

в следующем. Перед экраном \mathcal{E}_1 располагается дополнительный экран \mathcal{E} с одной щелью S' (рис. 4.10). Щели на экранах, согласно принципу Гюйгенса, играют роль вторичных источников. Так как волны, исходящие от S_1 и S_2 , получены разбием одного и того же волнового фронта, исходящего из S' , то они являются когерентными и в области перекрывания дают интерференционную картину. Щели S_1 и S_2 , играющие роль когерентных источников, называются виртуальными когерентными источниками.

Бизеркала Френеля. Два плоских зеркала (рис. 4.11) составляют друг с другом угол, близкий к 180° (угол φ мал). Волновой фронт света, идущего от источника S , с помощью этих зеркал разбивается на два. Встречаясь друг с другом, они дают в области взаимного перекрывания интерференционную картину. Мнимые изображения источника S в зеркалах S_1 и S_2 играют роль когерентных источников — являются виртуальными когерентными источ-

никами. Малое значение угла φ обеспечивает небольшое расстояние между виртуальными источниками, что приводит к увеличению ширины интерференционных полос. Заслонка E не позволяет свету попадать прямо на экран, не отражаясь от зеркал. Расстояние источника S от точки соприкосновения зеркал обозначим через r . И сам источник, и его мнимые изображения S_1 и S_2 (угловое расстояние между которыми равно 2φ) лежат на одной и той же окружности радиуса r . Тогда ширину интерференционной полосы можно определить, исходя из формулы (4.22), следующим образом:

$$\Delta y = \frac{L}{l} \lambda = \frac{L_0+r}{l} \lambda \simeq \frac{L_0+r}{2\varphi r} \lambda, \quad (4.30)$$

где L_0 — расстояние экрана от точки соприкосновения зеркал.

В опыте с бизеркалами Френеля можно определить длину волны данного излучения:

$$\lambda = \frac{2\varphi r \Delta y}{L_0+r}, \quad (4.31)$$

так как все величины в правой части уравнения доступны измерению.

В методе бизеркал Френеля источник S берется в виде узкой щели, параллельной ребру O , образованному зеркалами.

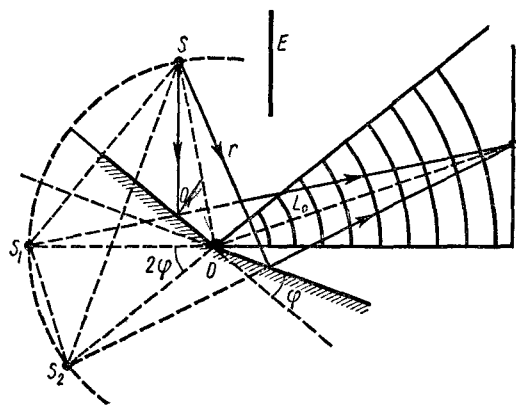


Рис. 4.11

Интерференционные максимумы и минимумы при этом представляют собой параллельные прямые полосы. Для лучшей освещенности интерференционной картины необходимы большая апертура перекрывающихся пучков (максимальный угол расхождения перекрывающихся пучков) и малая апертура интерференции (угол схождения на экране крайних лучей, участвующих в интерференции).

Как легко убедиться, апертурный угол перекрывающихся пучков не может быть больше 2φ . То же относится и к углу между парой интерферирующих лучей, сходящихся после отражения от зеркал. Так как средняя освещенность зависит от величины угла $\angle O_1S_1O = \angle O_2S_2O = 2\varphi$, то ясно, что вследствие налагаемого на значения φ ограничения с помощью бизеркала Френеля нельзя получить достаточной освещенности интерференционной картины. Поэтому возможность использования установки Френеля для демонстрационных целей затрунена.

Бипризма Френеля. Две призмы (рис. 4.12) с малыми преломляющими углами склеены друг с другом. Источник S расположен на расстоянии r от этих призм. Волновой фронт света, исходящего от источника S , с помощью призм разбивается на две части, и обе волны встречаются за призмами. Так как оба фронта вызваны

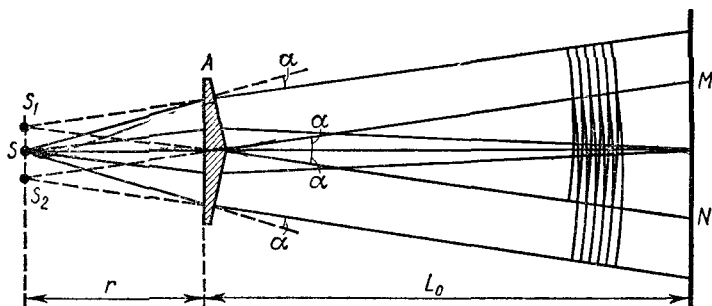


Рис. 4.12

одним и тем же источником, то в области перекрывания возникнет интерференционная картина. Наблюдателю, находящемуся в месте расположения экрана, кажется, что световые лучи идут из двух источников: S_1 и S_2 . Следовательно, роль виртуальных когерентных источников в данном случае выполняют источники S_1 и S_2 , являющиеся мнимыми изображениями источника S .

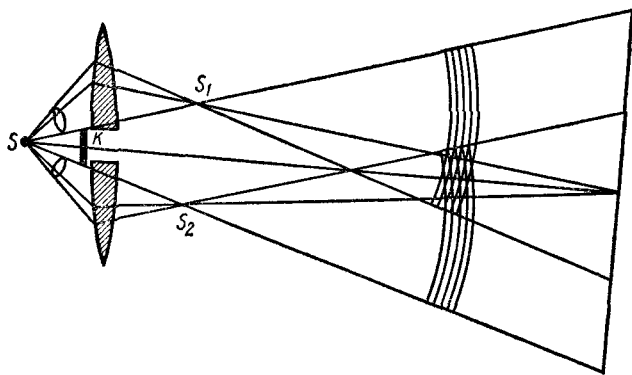


Рис. 4.13

В опыте с бипризмой Френеля вследствие малости преломляющих углов апертура интерференции практически не отличается от апертуры перекрывающихся пучков, что приводит к уменьшению общей освещенности интерференционной картины.

Билинза Бийе. Выпуклая линза (рис. 4.13) разрезана по диаметру и половины ее находятся на определенном расстоянии друг от друга. Промежуток между половинками линзы закрывается за-

слонкой K . Роль когерентных источников выполняют действительные изображения точечного источника S в полулинзах S_1 и S_2 . Билинза Бийе, так же как и предыдущие, не обеспечивает достаточной освещенности на экране.

Зеркало Ллойда. Пучок света от точечного источника (рис. 4.14) падает на плоское зеркало под углом, близким к 90° . Отраженный

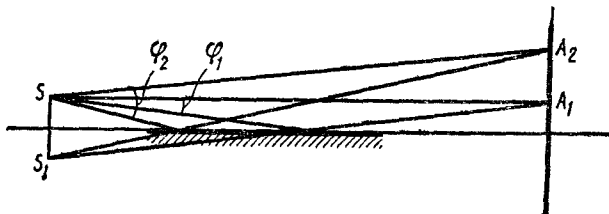


Рис. 4.14

свет, встречаясь с падающим пучком, дает на экране интерференционную картину. Здесь роль когерентных источников играют первичный источник S и его мнимое изображение S_1 . Перпендикуляр, опущенный к середине отрезка S_1S лежит в плоскости зеркала.

Если в предыдущих случаях вследствие равенства разности хода интерферирующих лучей нулю в центре экрана наблюдается

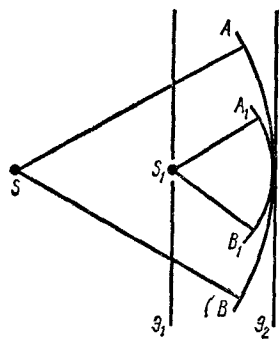


Рис. 4.15

центральный максимум, то в последнем случае вследствие потери полудлины волны при отражении от поверхности зеркала оптическая разность хода в центре экрана становится равной $\lambda/2$, что приводит к возникновению минимума в центре экрана. Угол падения берется очень близким к 90° , чтобы расстояние между когерентными источниками было небольшим. Как видно из рис. 4.14, апертура интерференции растет с удалением от центра экрана. Например, $\varphi_2 > \varphi_1$, (φ_1 и φ_2 — соответственно апертурные углы интерференции для точек экрана A_1 и A_2). Это позволяет при получении интерференционной картины в точках, близких к центру экрана, использовать протяженный источник, что приведет к заметному увеличению освещенности картины.

Метод Линника. Перед точечным источником S (рис. 4.15) расположен полупрозрачный экран \mathcal{E}_1 с небольшим отверстием в центре экрана. Полупрозрачная пластинка пропускает фронт падающей на нее волны, несколько ослабляя ее, без искажения. Отверстие S_1 , согласно принципу Гюйгенса, играет роль вторичного излучения с центром в нем. Оба фронта волны от источников S и S_1 , встречаясь, дают картину интерференции. В отличие от всех предыдущих случаев в последней схеме, предложенной в 1935 г. советским ученым В. П. Линником, когерентные источники не лежат на пря-

мой, параллельной экрану, а перпендикулярны ему. Интерференционные полосы в этом случае получаются в виде концентрических колец. Если вместо точечного источника S взять источник в виде узкой полосы, то интерференционная картина будет представлять собой совокупность прямых линий. Во всех вышеописанных опытах условием возникновения интерференционной картины является перекрывание фронтов волн, исходящих от источников. Так как перекрывание происходит во всей области между источниками и экраном, то, перемещая экран параллельно самому себе, можно постоянно наблюдать картину интерференции. Из-за отсутствия определенной области локализации подобная интерференционная картина называется нелокализованной.

§ 6. СПОСОБЫ ПОЛУЧЕНИЯ КОГЕРЕНТНЫХ ПУЧКОВ В ОПТИКЕ ДЕЛЕНИЕМ АМПЛИТУДЫ

Кривые равного наклона (интерференция от плоскопараллельной пластинки). Поверхность плоскопараллельной пластинки из прозрачного материала освещается точечным источником монохроматического света (рис. 4.16). В произвольную точку A , расположенную по ту же сторону пластинки, что и источник S , приходят два луча: один, отраженный от верхней, другой — от нижней поверхностей. Оба луча исходят из одного и того же источника и, являясь

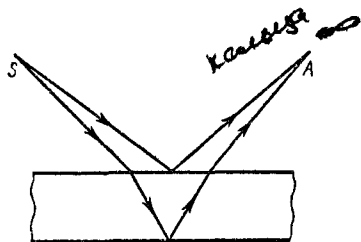


Рис. 4.16

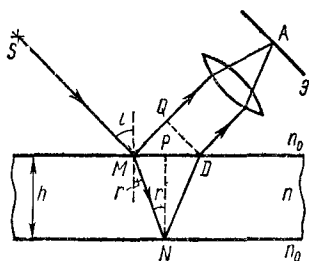


Рис. 4.17

когерентными, дают нелокализованную интерференционную картину.

Интересно рассмотреть случай, когда источник находится в бесконечности, т. е. отраженные от поверхности лучи идут параллельно и наблюдение производится глазом, адаптированным на бесконечность или же в фокальной плоскости объектива телескопа. В этом случае оба интерферирующих луча, идущих от S к A , происходят от одного падающего луча SM (рис. 4.17). В зависимости от разности хода лучей в точке A будут наблюдаться максимум и минимум. Так как интерференционная картина определяется оптической разностью хода между интерферирующими лучами, то необходимо найти эту разность. Вследствие того что оптические длины (произведение геометрической длины пути луча на показатель преломления среды, в которой распространяется луч) всех прошедших

через линзу лучей в пределах линзы равны, то любая разность хода между интерферирующими лучами возникает от точки M до плоскости DQ :

$$\Delta d = (MN + ND)n - MQ \cdot n_0 \pm \frac{\lambda}{2},$$

где n и n_0 — соответственно показатели преломления пластинки и окружающей среды. Присутствие последнего члена $\pm \frac{\lambda}{2}$ обусловлено потерей полудлины волны при отражении света от границы раздела оптически более плотной среды. Если $n > n_0$, то потеря полудлины волны произойдет в точке M и выше упомянутый член будет иметь знак минус. Если же $n < n_0$, то потеря полудлины произойдет в точке N и последний член будет иметь знак плюс. В обоих случаях произойдет смещение интерференционной картины на полполосы в ту или иную сторону относительно предполагаемой интерференционной картины, полученной без учета потери полуволны. Толщину пластинки, углы падения и преломления соответственно обозначим через h , i , r . Согласно рис. 4.17 имеем:

$$MN = ND = \frac{h}{\cos r}, \quad MQ = MD \sin i = 2h \operatorname{tg} r \sin i.$$

Если мы примем во внимание закон преломления света, согласно которому $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n}{n_0}$, то получим

$$\begin{aligned} \Delta d &= 2hn \cos r = 2hn \sqrt{1 - \sin^2 r} = 2hn \sqrt{1 - \frac{n_0^2}{n^2} \sin^2 i} = \\ &= 2h \sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 i}. \end{aligned}$$

Следовательно, с учетом потери полуволны для оптической разности хода получим

$$\Delta d = 2h \sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 i} \pm \frac{\lambda}{2}. \quad (4.32)$$

В точке A будет максимум, если

$$2h \sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 i} \pm \frac{\lambda}{2} = m\lambda, \quad (4.33)$$

минимум, если

$$2h \sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 i} \pm \frac{\lambda}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (4.34)$$

где $m = 0, 1, 2, \dots$ — порядок интерференции. Таким образом, в результате встречи когерентных лучей возникает система интерференционных полос. Как следует из (4.33) и (4.34), при данных λ , h , n и n_0 каждому наклону (i) лучей соответствует своя интерференционная полоса. Поэтому такие полосы интерференции называются полосами равного наклона.

Локализация интерференционной картины в бесконечности. Как видно из рис. 4.17, при данной определенной плоскости наблюдения угол падения определяется только положением точки A в фокальной плоскости объектива. Это означает, что разность хода Δd

не зависит от положения источника S . Следовательно, интерференционная картина, полученная от протяженного источника, будет четкой, т. е. плоскопараллельная пластинка позволяет наблюдать интерференцию с использованием протяженного источника. Все это, как нами отмечено, справедливо только для одной определенной плоскости наблюдения. Поэтому наблюдаемая интерференционная картина называется локализованной.

Для наблюдения интерференционной картины от плоскопараллельной пластинки следует сфокусировать глаз на бесконечность. По этой причине подобную интерференционную картину называют локализованной в бесконечности. Если вести наблюдение перпендикулярно пластинке ($i = r = 0$), интерференционная картина будет представлять собой совокупность концентрических колец с центром в фокусе объектива.

Замечание. В случае интерференции от плоскопараллельной пластинки мы рассмотрим только два луча 1 и 2 (рис. 4.18), интенсивности которых мало отличаются друг от друга. Так как луч 3 испытывает трехкратное отражение, что приводит к значительному ослаблению его интенсивности, то его вкладом в общую интенсивность можно пренебречь.

Для наблюдения четкой интерференционной картины в отраженном свете поверхности пластинки должны обладать низким коэффициентом отражения. Можно наблюдать интерференцию также в прошедшем свете (лучи $1'$, $2'$ и т. д.). При малом коэффициенте отражения вследствие большой разницы между интенсивностями лучей $1'$ и $2'$ контрастность интерференционной картины в прошедшем свете очень мала. Интерференционная картина в этом случае становится четкой, если поверхности пленки обладают большим коэффициентом отражения. Следовательно, при низком значении коэффициента отражения отчетливая интерференционная картина наблюдается в отраженном, а при его высоком значении, наоборот, — в прошедшем свете. Из-за наличия дополнительной разности хода, вызванной отражением и равной половине длины волны, интерференционные картины в отраженном и прошедшем свете как бы взаимно дополняют друг друга, т. е. светлым полосам одной картины соответствуют темные полосы другой.

Влияние немонохроматичности света и толщины пластинки на интерференционную картину. Мы рассмотрели случай, когда падающий свет монохроматический. Если падающий свет не монохроматичен, т. е. присутствуют одновременно разные длины волн, то каждая монохроматическая составляющая образует свою систему интерференционных полос, смещенных одна относительно другой. Разноцветная картина в мыльных пузырях, в тонких слоях масла или керосина (бензина) на поверхности воды, так называемые цвета побежалости, наблюдаемые при закалке полированных стальных

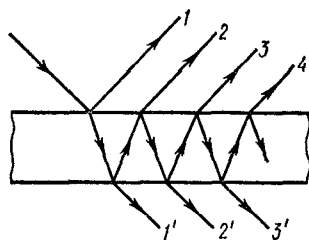


Рис. 4.18

изделий, и т. д., — все они обусловлены явлением интерференции в тонких пленках при падении на них белого (немонохроматического) света. Важно, чтобы при этом не происходило взаимного перекрывания интерференционных картин, которое может привести к их исчезновению.

При возникновении интерференционной картины существенную роль играет толщина пластинки. Интерференцию от пластинки можно наблюдать до определенной толщины. Рассмотрим зависимость положения интерференционных полос от толщины пластинки.

Как известно, соседние максимумы m -го и $(m + 1)$ -го порядков определяются из условий:

$$2hn \cos r_m \pm \frac{1}{2} \lambda = m\lambda, \quad 2hn \cos r_{m+1} \pm \frac{1}{2} \lambda = (m + 1)\lambda.$$

Вычитая почленно, получим

$$2hn (\cos r_{m+1} - \cos r_m) = \lambda.$$

Разлагая $\cos r_m$ и $\cos r_{m+1}$ в ряд по r , имеем

$$hn (r_m^2 - r_{m+1}^2) = \lambda,$$

откуда

$$r_m^2 - r_{m+1}^2 = \frac{\lambda}{hn}. \quad (4.35)$$

Следовательно, так называемое угловое расстояние $r_m^2 - r_{m+1}^2$ между соседними максимумами при данной длине волны обратно пропорционально толщине пластинки, т. е. с увеличением толщины пластинки максимумы и минимумы сближаются друг с другом и при определенной толщине происходит исчезновение интерференционной картины.

Кривые равной толщины (интерференция от пластинки переменной толщины). Мы разобрали интерференцию от плоскопараллельной прозрачной пластинки. Теперь рассмотрим случай, когда

поверхность прозрачной пластинки переменной толщины освещается протяженным источником, расположенным на достаточно большом расстоянии от поверхности пластинки (рис. 4.19). Рассмотрим луч, идущий от некоторой точки S протяженного источника. Произвольный луч SM , исходящий из источника монохроматического света S , частично отразится от верхней поверхности, частично пройдет внутрь пленки и после отражения от нижней поверхности выйдет из точки P (луч I'). В световом потоке, исходящем из источника S , всегда найдется луч, который, попадая в точку P , частично отражается от верхней поверхности пластинки (луч $2'$).

При определенном взаимном положении пластинки и линзы лучи I' и $2'$, пройдя через линзы, пересекутся в некоторой точке A , являющейся изображением точки P . Так как лучи I' и $2'$ когерентны,

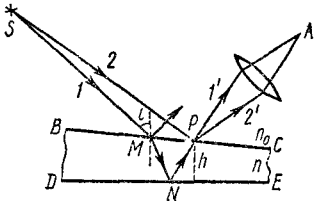


Рис. 4.19

они будут интерферировать и в зависимости от конкретного значения разности хода между ними в точке A возникает максимум (если разность хода равна четному числу полуволи) или минимум (если разность хода равна нечетному числу полуволи).

Если источник расположен довольно далеко от поверхности пластинки и угол между поверхностями BC и DE достаточно мал, то разность хода между интерферирующими лучами $1'$ и $2'$ приблизительно будет равна

$$\Delta d = 2h \sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 i} \pm \frac{\lambda}{2}. \quad (4.36)$$

При достаточном удалении источника от поверхности пластинки углы падения лучей на пластинку можно считать равными. В этом случае разность хода между интерферирующими лучами будет определяться толщиной пластинки h в точке P . Отсюда следует, что всем точкам поверхности пластинки одинаковой толщины соответствует одна и та же интерференционная картина. Следовательно, максимумы (или минимумы) одинаковой интенсивности соответствуют точкам поверхности, в которых толщина пластинки имеет одно и то же значение, откуда и происходит название «полосы или же линии равной толщины».

В зависимости от формы пластинки меняется и форма интерференционных полос. Если пластинка имеет вид клина, то интерференционные полосы равной толщины имеют вид прямых, параллельных ребру клина.

Локализация интерференционной картины на поверхности пластинки. Интерференционная картина от пластинки переменной толщины наблюдается в том случае, если на экран с помощью линзы проектируется изображение верхней поверхности самой пластинки. Картина исчезла бы, если бы на экран проектировали изображение источника.

Так как полосы равной толщины наблюдаются на поверхности пластинки (при фокусировке на поверхность), то эти полосы представляются нам как бы изображенными на поверхности пластинки. По этой причине подобную интерференционную картину называют локализованной на поверхности пластинки.

Интерференцию полос равной толщины можно наблюдать на вертикально расположенной мыльной пленке. В таком положении вследствие стекания жидкости пленка книзу утолщается, в результате чего она имеет переменную толщину.

Если наблюдение ведется в монохроматическом свете, то интерференционная картина представляет собой чередование светлых и темных полос. При наблюдении в белом свете пленка оказывается окрашенной в разные цвета. Подобная окрашенность пленок, обусловленная интерференцией отраженных от поверхностей лучей, носит название цветов тонких пленок. Следует заметить, что при наблюдении в белом свете отклонение от параллельности поверхности пластинки должно быть незначительным. Заметное отклонение от параллельности приводит к значительному сближению полос

равной толщины и, таким образом, способствует слиянию полос интерференционной картины, отвечающих разным длинам волн.

В заключение еще раз отметим, что при пользовании точечными источниками (метод деления фронта) интерференционная картина не локализована, она наблюдается всюду в местах перекрывания интерферирующих лучей. В отличие от этого при пользовании протяженными источниками (метод деления амплитуды), как это мы делали при интерференции в тонких пластинках, интерференционная картина является локализованной. Место локализации интерференционной картины будет там, где разность хода между интерферирующими лучами минимально будет зависеть от угла падения на пластинку. С помощью несложных вычислений можно показать, что это условие для пластинки переменной толщины удовлетворяется на ее поверхности, а для плоскопараллельной пластинки — в бесконечности, что находится в полном согласии с соответствующими экспериментами.

§ 7. ВЛИЯНИЕ РАЗМЕРОВ ИСТОЧНИКА НА ИНТЕРФЕРЕНЦИЮ. ПРОСТРАНСТВЕННАЯ КОГЕРЕНТНОСТЬ

Чтобы выяснить влияние размеров источника на интерференционную картину, обратимся к опыту с интерферометром Майкельсона, где зеркала составляют друг с другом угол, отличный от 90° . Рассмотрим два случая: 1) источник света точечный и излучает монохроматический свет; 2) источник света протяженный.

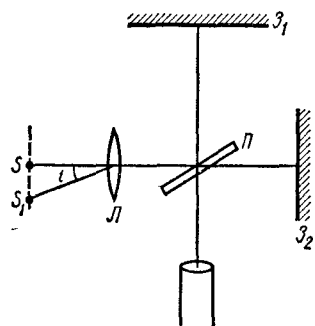


Рис. 4.20

Смотрим два случая: 1) источник света точечный и излучает монохроматический свет; 2) источник света протяженный.

Случай 1. Положим, что в интерферометре Майкельсона направляется свет от точечного источника (из точки S на рис. 4.20), излучающего монохроматический свет длиной волны λ . При незначительном наклоне зеркала Z_2 относительно Z_1 наблюдаются полосы равной толщины от слоя воздуха переменной толщины, заключенного между зеркалом Z_1 и изображением зеркала Z_2 в пластинке P . Очевидно, что интенсивность, обусловленная интерференцией лучей, исходящих от некоторой толщины l воздушного слоя, равна

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\varphi = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \frac{2\pi}{\lambda} \Delta d,$$

где I_1 и I_2 — соответственно интенсивности интерферирующих лучей; $\Delta\varphi$ — разность фаз, соответствующая разности хода между интерферирующими лучами.

Разность хода, соответствующая толщине l , равна $2l$. Тогда

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \frac{4\pi l}{\lambda}.$$

Если принять $I_1 = I_2$, то

$$I = 2I_1 \left(1 + \cos \frac{4\pi l}{\lambda} \right) = 4I_1 \cos^2 \frac{2\pi l}{\lambda}.$$

Поскольку толщина слоя переменная, то получится совокупность интерференционных полос, параллельных ребру двугранного угла между зеркалом Z_1 и изображением зеркала Z_2 в пластинке P . Легко убедиться, что в рассмотренном нами случае идеального точечного источника, излучающего монохроматический свет, интерференционная картина независимо от толщины воздушного клина будет четкой. В действительности, если исходить из выражения интенсивности, видно, что она равна нулю каждый раз, когда толщина воздушного клина l равна $(2m + 1) \frac{\lambda}{4}$, где $m = 0, 1, 2, \dots$ — целые числа. Следовательно, в этом случае видность интерференционной картины

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{4I_1 - 0}{4I_1 + 0} = 1.$$

Случай 2. Источник является протяженным (рис. 4.20). Рассмотрим луч, исходящий от некоторой точки S_1 протяженного источника. Если за центр протяженного источника принять точку S , то для разности хода между лучами, исходящими из точки S_1 , имеем $\Delta d = 2l \cos i$, где i — угол, под которым виден отрезок SS_1 от центра линзы. Тогда результирующая интенсивность при сложении лучей, исходящих от зеркал Z_1 и Z_2 (луч, исходящий из точки S_1 , разбивается на два в зеркалах Z_1 и Z_2), будет

$$I = 4I_1 \cos^2 \frac{2\pi l}{\lambda} \cos i.$$

Следовательно, результирующая интенсивность, создаваемая лучами, соответствующими определенной толщине l , является функцией i . В результате этого, если при данной для некоторой точки протяженного источника наблюдается минимум, для других точек источника это будет не так, другими словами, различия в разности хода, а следовательно, и в разности фаз для разных точек протяженного источника приведут к ухудшению видимости интерференционной картины. Значительные изменения разностей хода (и разностей фаз) для разных точек источника могут привести к существенным изменениям интенсивности света. В этом случае контрастность полос практически становится равной нулю. Если же изменения разностей хода (разностей фаз) так малы, что это приведет к незначительным изменениям интенсивностей, то будет наблюдаться четкая интерференционная картина, следовательно, в данном случае лучи, исходящие от разных точек источника, будут когерентны. Такая когерентность (когерентность лучей, исходящих от пространственно разделенных участков протяженного источника) называется пространственной.

Можно оценить максимальные размеры источника, при котором интерференция еще наблюдается, т. е. пространственная когерент-

ность сохраняется. Пусть имеем протяженный источник света с шириной, равной $2b$. Апертуру интерференции обозначим через 2φ . Очевидно, что каждая точка протяженного источника будет излучать независимо от остальных. Излучение каждой точки протяженного источника влияет на фазу результирующей волновой группы. При излучении в направлении 1 (рис. 4.21) положение каждой точки источника в пределах $2b$ не играет роли. Однако это не имеет места для излучения, распространяющегося под углом. В этих случаях положение каждого точечного источника в указанных

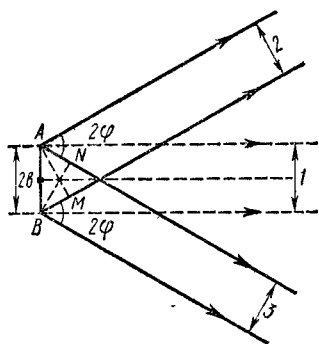


Рис. 4.21

пределах обуславливает дополнительную разность фаз, связанную с разностью хода и зависящую от выбранного направления. Максимальное значение этой разности хода достигается в направлениях 1 и 2 или 1 и 3 , для которых

$$AN = BM = \Delta d = 2b \sin \varphi.$$

При $2b \sin \varphi = \lambda/2$ происходит произвольное изменение фазы, в результате чего интерференционная картина исчезает. Если $2b \sin \varphi$ немного меньше $\lambda/2$, то наблюдаются размытые интерференционные полосы, т. е. имеет место частичная когерентность. При

$2b \sin \varphi \ll \lambda/2$ можно пренебречь разностью хода, обусловленной протяженностью источника. В этом случае протяженный источник размером $2b$ сводится к точечному, если сравнить его с излучением, заключенным в пределах апертуры интерференции. Здесь наблюдается четкая интерференционная картина, т. е. имеет место пространственная когерентность. Равенство разности хода $2b \sin \varphi$ четверти длины волны соответствует смещению интерференционных картин, полученных от крайних точек A и B протяженного источника, на полполосы. Интерференционная картина остается достаточно четкой, если такое смещение не превышает полполосы, т. е.

$$2b \sin \varphi \leq \lambda/4. \quad (4.37)$$

Соотношение (4.37), связывающее апертуру интерференции и размеры протяженного источника, называется условием пространственной когерентности.

В заключение еще раз отметим высокую степень временной и пространственной когерентности лазерных излучений. Это подтверждается в опытах с лазерными источниками, когда четкая интерференционная картина наблюдается при наложении лучей, исходящих из пространственно разделенных точек источника, создающих разность хода в несколько десятков метров.

§ 1. КОЛЬЦА НЬЮТОНА

Наблюдение колец Ньютона. Интерференционную картину полос равной толщины можно наблюдать от воздушной прослойки, образованной плоскопараллельной пластинкой и соприкасающейся с ней плосковыпуклой (рис. 5.1) или двояковыпуклой линзой. В этом случае геометрическим местом точек одинаковой толщины является окружность и поэтому соответствующие полосы равной толщины будут иметь вид концентрических окружностей с центром в точке соприкосновения линзы с плоскопараллельной пластинкой. В отраженном свете в центре интерференционной картины будет наблюдаться минимум. Это обусловлено тем, что в месте соприкосновения линзы с пластинкой в точке A образуется крайне тонкий воздушный зазор (толщина его намного меньше длины волны), приводящий к потере полуволны.

Подобные полосы впервые наблюдались Гуком. Однако вследствие того, что они были подробно исследованы Ньютоном, их называют кольцами Ньютона. Схема, с помощью которой наблюдаются кольца Ньютона, представлена на рис. 5.1. Роль пластинки переменной толщины играет воздушная прослойка между линзой и плоскопараллельной пластинкой. Границы этой «пластинки» определяются снизу верхней поверхностью плоскопараллельной пластинки, сверху — нижней поверхностью линзы. Параллельный пучок света, выделенный из точечного источника, расположенного в фокусе линзы (линза и источник на рисунке не изображены), направляется на систему линза — плоскопараллельная пластинка. Некоторый луч 1 этого пучка после отражения от нижней поверхности воздушной прослойки выходит из точки D . В эту же точку падает другой луч 2 , который частично отражается. Лучи $1'$ и $2'$ являются когерентными и при наложении интерферируют между собой. Так как подобная интерференционная картина наблюдается с помощью отраженных лучей, то ее называют интерференционной картиной в отраженном свете. Аналогичную картину можно наблюдать в прошедшем свете.

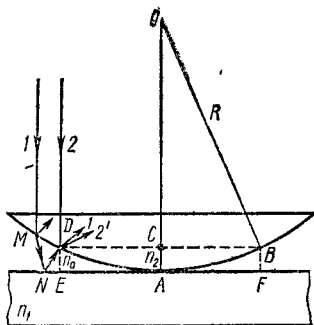


Рис. 5.1

Вычисление разности хода для интерферирующих лучей. Высоту в точке D (рис. 5.1), откуда выходят лучи I' и $2'$, обозначим через h , т. е. $DE = h$. Пусть коэффициенты преломления пластинки, линзы и прослойки между ними соответственно будут n_1 , n_2 и n_0 . Разность хода для лучей I' и $2'$ будет

$$\Delta d = 2hn_0 \cos r \pm \lambda/2.$$

Знак перед $\lambda/2$ определяется взаимными соотношениями n_0 , n_1 , n_2 , т. е. зависит от того, где (в точке N или в точке D) происходит потеря полуволны. В частности, если линза и пластинка изготовлены из стекла, а прослойка между ними воздушная, т. е. $n_1 = n_2 > n_0$, то $\lambda/2$ входит в уравнение со знаком плюс (так как потеря полуволны происходит на нижней границе воздушной прослойки). При нормальном падении луча $\cos r \cong 1$. Считая $n_0 = 1$, получим $\Delta d = 2h + \lambda/2$.

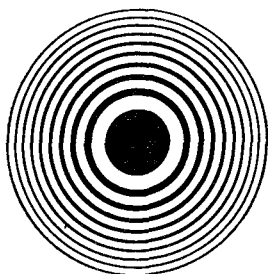


Рис. 5.2

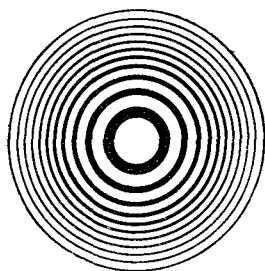


Рис. 5.3

Вычисление радиусов для максимумов и минимумов. Пусть высота $DE = h$ соответствует максимуму m -го порядка, т. е.

$$2h_m \pm \lambda/2 = m\lambda, \quad (5.1)$$

где $m = 1, 2, 3, \dots$ и $DE = BF = h_m$. Тогда радиус для максимума m -го порядка будет $AE = AF = \rho_m$. Исходя из формулы (5.1) и треугольника OCB , можно определить ρ_m :

$$(OB)^2 = (OC)^2 + (BC)^2, \quad R^2 = (R - h_m)^2 + \rho_m^2,$$

где R — радиус кривизны линзы. Считая, что $h_m \ll R$, имеем

$$\rho_m^2 = 2Rh_m. \quad (5.2)$$

Подставляя выражение h_m из (5.1) в (5.2), получим

$$\rho_m = \sqrt{R\lambda \left(m - \frac{1}{2}\right)}. \quad (5.3)$$

Минимумы наблюдаются, если $2h + \frac{\lambda}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$.

Следовательно, радиусы для минимумов определяются как

$$\rho'_m = \sqrt{R\lambda m}. \quad (5.4)$$

При наблюдении интерференции в прошедшем свете потери длины волны не происходит и разность хода между интерферирующими лучами будет равна

$$\Delta d = 2h.$$

Аналогичные вышеприведенные расчеты показывают, что и в этом случае радиусы для минимумов и максимумов определяются соответственно формулами (5.3) и (5.4). Следовательно, интерференционные картины в отраженном и прошедшем свете взаимно дополняют друг друга (рис. 5.2 и 5.3).

Наблюдение в белом свете. При наблюдении в монохроматическом свете возникает чередование темных и светлых колец (полос). В белом же свете вследствие зависимости радиуса кольца от длины волны возникают цветные полосы, так называемые цвета Ньютона. Каждая полоса начинается от центра фиолетовым и заканчивается красным цветом.

Кольца Ньютона хорошо видны через лупу или микроскоп с малым увеличением, если радиус кривизны линзы порядка 1 м или больше.

Легко показать, что, в то время как радиус кольца пропорционален квадратному корню из соответствующего порядка или номера кольца, расстояние между соседними кольцами уменьшается с увеличением m . Как следует из (5.4),

$$\begin{aligned} \rho_m^2 - \rho_{m-1}^2 &= R\lambda, \\ (\rho_m + \rho_{m-1})(\rho_m - \rho_{m-1}) &= R\lambda. \end{aligned} \quad (5.5)$$

Отсюда

$$\Delta\rho_m = \rho_m - \rho_{m-1} \simeq \frac{R\lambda}{2\rho_m} = \frac{\sqrt{R\lambda}}{2\sqrt{m}}. \quad (5.6)$$

Из этих формул вытекает, что при наблюдении в белом свете на некотором расстоянии от центра произойдет наложение различных порядков интерференции. Поэтому по мере удаления от центра экран становится все более равномерно освещенным.

Для наблюдения максимумов высоких порядков нужно пользоваться светофильтрами. При этом не имеет существенного значения, где располагается фильтр — между источником света и установкой Ньютона или же между глазом и областью наблюдения. В первом случае фильтр пропускает нужную длину волны из числа многих, во втором из всевозможного числа картин позволяет наблюдать только ту интерференционную картину, которая соответствует данной длине волны. Результат в обоих случаях будет одинаковым.

Не представляет большого труда доказать, что при удалении линзы от пластинки, т. е. при увеличении толщины воздушной прослойки, кольца Ньютона сжимаются и каждый раз при увеличении расстояния на полуволну одно из них пропадает.

Установка Ньютона позволяет простым способом определить приблизительное значение длины волны света. Для этого, как следует из формулы (5.3), достаточно определить радиус для максимума данного порядка при известном радиусе кривизны линзы.

§ 2. СТОЯЧИЕ СВЕТОВЫЕ ВОЛНЫ. ОПЫТ ВИНЕРА

Сложение двух распространяющихся навстречу друг другу световых волн. Ранее мы ознакомились с разными методами получения когерентных волн. Во всех случаях две интерферирующие волны направлялись к точке наблюдения почти в одном направлении. Теперь рассмотрим частный случай, когда две когерентные волны с одинаковыми амплитудами распространяются в противоположных направлениях.

Рассмотрим случай нормального падения плоской монохроматической и линейно-поляризованной волны на хорошо отражающую поверхность с относительным показателем преломления $n > 1$. Поглощением света при распространении пренебрежем. Отраженная световая волна, когерентная с падающей, будет распространяться в противоположном направлении. В результате произойдет интерференция двух когерентных волн — падающей и отраженной. Считая, что в световых явлениях основную роль играет электрический вектор, запишем уравнение падающей световой волны, распространяющейся в положительном направлении оси x , в виде

$$E_{\text{пад}} = E_0 \cos(\omega t - kx). \quad (5.7)$$

Тогда для отраженной волны имеем

$$E_{\text{отр}} = E_0 \cos(\omega t + kx + \pi). \quad (5.8)$$

Появление π в (5.8) обусловлено изменением фазы при отражении от поверхности с показателем преломления $n > 1$ (см. § 1 гл. III); изменение знака x на противоположный отвечает изменению направления распространения отраженной волны. Результирующую волну найдем, складывая (5.7) и (5.8):

$$E = E_{\text{пад}} + E_{\text{отр}} = 2E_0 \cos(kx + \pi/2) \cos(\omega t + \pi/2) = E'_0 \cos(\omega t + \pi/2), \quad (5.9)$$

где

$$E'_0 = 2E_0 \cos(kx + \pi/2). \quad (5.10)$$

Стоячая световая волна. Выражение (5.9) представляет собой уравнение волны, все точки которой имеют одинаковую фазу, амплитуда же, согласно выражению (5.10), периодически изменяется в зависимости от расстояния. Волну подобного типа принято называть стоячей. Так как амплитуда всегда величина положительная, то изменение ее знака на противоположный, согласно (5.10), при изменении x на $\lambda/2$ можно отнести к изменению фазы на π при переходе от одной полуволны к другой. Следовательно, в стоячей волне фаза колебания остается постоянной в пределах полуволны. Термин «стоячая» обусловлен тем, что в рассматриваемом случае не происходит пространственного переноса энергии.

Как следует из выражения (5.10), амплитуда стоячей волны меняется от точки к точке по гармоническому закону, меняясь от нуля до $2E_0$. Точки, где амплитуда равна нулю, определяются

из условия $\cos(kx + \pi/2) = 0$, т. е. $kx + \pi/2 = (2m + 1)\pi/2$, где $m = 0, 1, 2, \dots$ — целые натуральные числа. Такие точки называются узлами стоячей волны. Следовательно, координаты узловых точек определяются как $x_{уз} = m\lambda/2$. Как видно из этого выражения, соседние узловые точки расположены друг от друга на расстоянии полуволны.

Точки, где амплитуда равна $2E_0$, удовлетворяют условию $\cos(kx + \pi/2) = 1$, т. е. $kx + \pi/2 = m\pi$, где $m = 1, 2, 3, \dots$ — целые числа. Эти точки называются пучностями. Их координаты будут $x_{пуч} = \lambda/2 (m - 1/2)$. Легко видеть, что первая пучность ($m = 1$) электрического (светового) поля удалена на $\lambda/4$ от отражающей поверхности металлического зеркала, а последующие располагаются через каждые полволны. Следовательно, расстояние между соседними узлами и пучностями будет равно четверти длины волны.

Изменение фазы электрического вектора на π приводит к тому, что его узлы совпадают в стоячей волне с пучностями магнитного вектора и наоборот, т. е. узлы и пучности электрического вектора сдвинуты на четверть длины волны по отношению к узлам и пучностям магнитного вектора.

Вышеизложенное позволяет нам определить экспериментальным путем, какой из двух векторов — электрический или магнитный — производит световое действие на приемник (глаз, фотопластинку, фотоэлементы и т. д.). Это обусловлено тем, что в определенных условиях опыта представляется возможным предвидеть положение узлов и пучностей электрического и магнитного векторов.

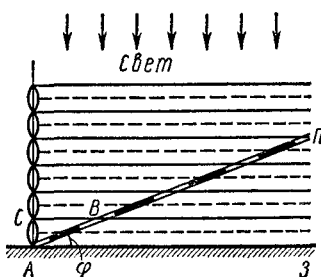


Рис. 5.4

Опыт Винера со стоячими световыми волнами. Первый опыт со стоячими световыми волнами был выполнен в 1890 г. Винером. Схема установки Винера представлена на рис. 5.4. Плоское металлическое (покрытое серебряным слоем) зеркало освещалось нормально падающим параллельным пучком монохроматического света. Плоская тонкая стеклянная пластинка Π , поверхность которой покрыта тонким слоем (толщиной, меньшей $1/20$ полуволны падающего света) прозрачной фотографической эмульсии, расположена на металлическом зеркале под небольшим углом φ к его поверхности. Отраженный от зеркала З пучок интерферирует с падающим; в результате получается система стоячих световых волн. Согласно теории отражения света от металлической поверхности, первый ближайший к зеркалу узел электрического вектора расположится на поверхности зеркала, так как при таком отражении именно электрический вектор меняет свою фазу на противоположную. Следовательно, первый узел магнитного вектора расположится на расстоянии в четверть длины световой волны от зеркала. Таким образом, перед зеркалом будет наблюдаться система узлов (и пуч-

ностей) электрического и магнитного векторов, смещенных относительно друг друга на четверть длины волны.

Под действием света происходит разложение бромистого серебра, входящего в состав фотоэмульсии на пластинке *П*. Если действие света связано с влиянием электрического вектора, то вблизи поверхности зеркала (где располагается узел электрического вектора) почернения быть не должно и первый черный слой должен образоваться на пластинке на расстоянии в четверть длины световой волны от поверхности зеркала (в пучности электрического вектора). В дальнейшем черные (а также светлые) слои будут расположены друг от друга на расстоянии $\lambda/2$.

Если световое действие было бы обусловлено магнитным вектором, то наблюдалась бы противоположная картина, т. е. первый черный слой лежал бы у самой поверхности зеркала. Как показал опыт Винера (на рис. 5.4 пунктиром обозначены пучности электрического вектора), первый черный слой расположен не у поверхности зеркала, а на расстоянии $\lambda/4$ от него. Это является экспериментальным доказательством того, что световое действие обусловлено именно электрическим, а не магнитным вектором.

Описанный опыт связан с трудностью определения весьма малого, близкого к $\lambda/4$, расстояния между пучностями и узлами. Чтобы обойти эту трудность, Винер предложил использовать малый наклон пластинки с эмульсией к зеркалу, что позволяет увеличить расстояние между местами почернения. Действительно, как следует из рис. 5.4

$$AB = AC/\sin \varphi = \lambda/2 \sin \varphi,$$

где *AB* — расстояние между местами почернения.

Винер в своих опытах брал $\varphi \sim 1'$; при этом $AB \simeq 1 \div 2$ мм, что на четыре порядка больше длины волны видимого света.

Липпмановский метод цветного фотографирования. Липпман в 1891 г. разработал метод цветного фотографирования, используя явление образования стоячих световых волн. И хотя современное техническое развитие цветной фотографии пошло по иному пути, представляет интерес кратко остановиться на липпмановском методе цветного фотографирования. Уместно добавить, что метод Липпмана лежит в основе объемной цветной голографии, предложенной впервые советским ученым Денисюком (см. гл. VIII).

На стеклянную пластинку наносится толстый слой прозрачной фотоэмульсии. К эмульсии прилегает слой ртути, а поверхность стекла обращена к нормально падающему параллельному пучку света (рис. 5.5).

Положим, что на поверхность стекла падает монохроматический свет длиной λ_1 , скажем красный. Отраженный от поверхности ртутного зеркала свет образует с падающим стоячие световые волны. В пучностях электрического вектора происходит максимальное разложение бромистого серебра (почернение) так, что в толще эмульсии образуются эквидистантные полупрозрачные слои серебра, расположенные друг от друга на расстоянии $\lambda_1/2$. Если на обрабо-

танную таким образом пластинку направить нормально белый свет, произойдет частичное отражение от поверхностей всех эквидистантных слоев, причем разность хода между пучками, отраженными от соседних слоев, будет равна удвоенному $\lambda_1/2$, т. е. $\Delta d = \lambda_1$. Другими словами, отраженный свет состоит из ряда световых пучков с оптической разностью хода, равной целому числу λ_1 . Вследствие интерференции большого числа лучей возникает острый максимум для длины волны λ_1 . Это означает, что обработанная пластинка действует в качестве селективного отражателя света

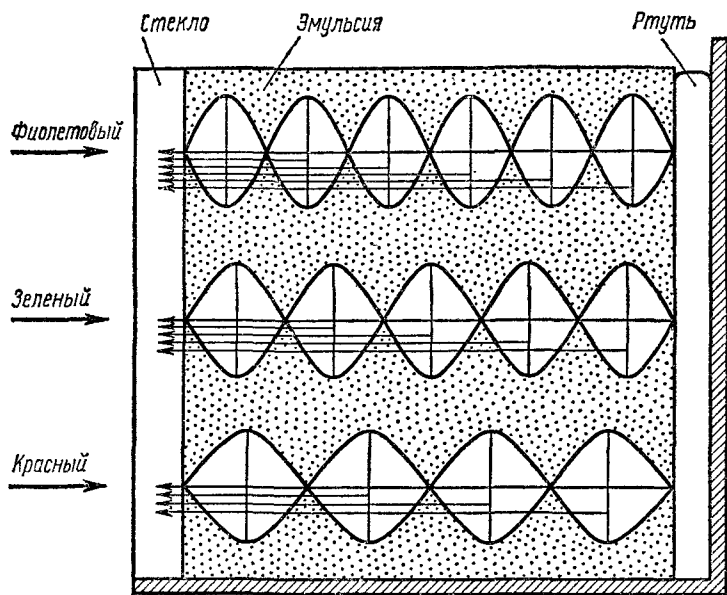


Рис. 5.5

той длины волны, какой она была освещена при фотографировании. Если светочувствительный слой эмульсии осветить не монохроматическим, а белым светом, то при проявлении получим ряд зачерненных поверхностей, соответствующих отдельным монохроматическим составляющим, причем расстояние между соседними полупрозрачными плоскостями для красного света будет больше, чем для фиолетового. Посылая на такую пластинку белый свет, мы заметим, что каждая волна отразится от совокупности «своих» полупрозрачных плоскостей.

Следовательно, обработанная пластинка Липпмана в отраженном свете дает то распределение цветов, которое было применено при ее изготовлении, т. е. она дает возможность видеть в отраженном свете изображение в натуральных цветах. Липпману удалось получить таким способом снимки цветных предметов, что подтверждает справедливость приведенного выше объяснения.

§ 3. МНОГОЛУЧЕВАЯ ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ

При отражении света от поверхностей прозрачных пластин вследствие малого коэффициента отражения мы не принимали во внимание лучи, отраженные два или большее число раз. Однако в случаях, когда интенсивности многократно отраженных лучей близки друг к другу, учет их вклада в общую интенсивность является обязательным. Реализация упомянутого случая — случая многолучевой интерференции — определяется значениями коэффициентов отражения и пропускания.

Вычисление интенсивностей лучей, прошедших через пластинку и отраженных от нее. Формулы Эйри. Пусть плоская монохроматическая световая волна падает под углом i на поверхность плоскопараллельной прозрачной пластинки (рис. 5.6). Показатели преломления пластинки и окружающей среды соответственно будут n и n_0 . Коэффициенты отражения и пропускания по интенсивности обозначим соответственно через R и T .

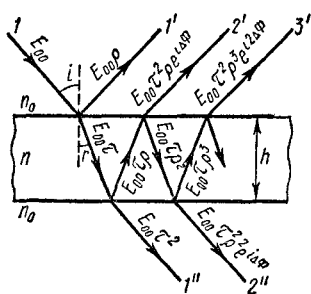


Рис. 5.6

Если поглощением внутри пластинки можно пренебречь, то $R + T = 1$. Ввиду того что потеря полуволны при отражении приводит всего лишь к смещению всей интерференционной картины на полпелосы, ее в наших расчетах можно не принимать во внимание. Вследствие много-

кратного отражения на границе раздела возникнет совокупность отраженных и прошедших через пластинку параллельных лучей. Представляет интерес рассмотреть многолучевую интерференцию как отраженных, так и прошедших лучей, т. е. найти распределение соответствующих интенсивностей. Для этого надо сложить амплитуды взаимно параллельных лучей с учетом разности хода (фаз) между ними. Очевидно, что разность хода между двумя соседними вышедшими (отраженными или же прошедшими) из пластинки лучами равна

$$\Delta d = 2hn \cos r,$$

где h — толщина пластинки, r — угол преломления. Этой разности хода соответствует разность фаз:

$$\Delta\Phi = (2\pi/\lambda) 2hn \cos r,$$

где λ — длина падающей волны в вакууме.

Обозначим амплитудные коэффициенты отражения (отношение амплитуд отраженной и падающей волн) и пропускания (отношение амплитуд прошедшей и падающей волн) через ρ и τ . Пусть амплитуда падающей линейно-поляризованной световой волны будет E_{00} (рис. 5.6). При каждом прохождении через границу раздела пластинка — воздух амплитуда волны уменьшается в τ раз, а при каждом отражении от такой границы она уменьшается в ρ раз.

Вследствие этого амплитуды прошедших через пластинку и отраженных от нее лучей соответственно равны $E_{00}\tau^2$, $E_{00}\tau^2\rho^2$, $E_{00}\tau^2\rho^4$, $E_{00}\tau^2\rho^6$ и $E_{00}\rho$, $E_{00}\tau^2\rho$, $E_{00}\tau^2\rho^3$, $E_{00}\tau^2\rho^5$, ... и т. д. В выражении для амплитуды разность фаз между соседними лучами можно учесть введением соответствующего множителя. Учитывая это, суммарные амплитуды для прошедших и отраженных волн в случае достаточно длинной пластинки будут

$$E_{\text{пр}} = \sum_{N=0}^{\infty} E_{00}\tau^2\rho^{2N}e^{iN\Delta\Phi}, \quad (5.11)$$

$$E_{\text{отр}} = E_{00}\left(\rho + \sum_{N=1}^{\infty} \tau^2\rho^{2N-1}e^{iN\Delta\Phi}\right), \quad (5.12)$$

где N — число интерферирующих лучей.

Суммирование, выполненное для случая, когда падение интенсивности складываемых пучков идет достаточно быстро, приводит к такому результату:

$$I_{\text{прох}} = \frac{T^2}{(1-R)^2} \frac{I_{\text{пад}}}{1+4R/(1-R)^2 \cdot \sin^2 \Delta\Phi/2} = \frac{T^2 I_{\text{пад}}}{(1-R)^2 + 4R \sin^2 \Delta\Phi/2}, \quad (5.13)$$

$$I_{\text{отр}} = \frac{4R \sin^2 \Delta\Phi/2}{(1-R)^2 + 4R \sin^2 \Delta\Phi/2} I_{\text{пад}}, \quad (5.14)$$

где $T = \tau^2$, $R = \rho^2$.

Выражения (5.13) и (5.14) называются формулами Эйри.

Зависимость интенсивности отраженных и проходящих пучков от разности фаз. Если плоские световые волны одинаковой интенсивности направить на пластинку под мало различающимися углами, то в фокальной плоскости линзы (рис. 5.7), поставленной перед отраженными (или же прошедшими) пучками, появляются интерференционные полосы равного наклона. Положения максимумов и минимумов будет определяться значениями разности фаз. Так как $\sin^2 \Delta\Phi/2$ меняется от нуля (при $\Delta\Phi/2 = m\pi$) до единицы [при $\Delta\Phi/2 = \pi(2m+1)/2$], то, согласно (5.13) и (5.14), интенсивности меняются непрерывно, достигая минимума и максимума при данных R и T . Максимальные и минимальные значения интенсивностей в зависимости от R и T выражаются следующими формулами:

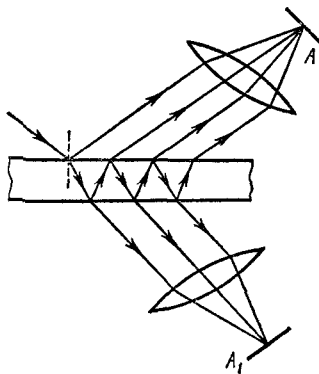


Рис. 5.7

$$\left. \begin{aligned} (I_{\text{отр}})_{\text{макс}} &= \frac{4R}{(1+R)^2} I_{\text{пад}}, \\ (I_{\text{отр}})_{\text{мин}} &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (5.15)$$

$$\left. \begin{aligned} (I_{\text{прох}})_{\text{макс}} &= \frac{T^2}{(1-R)^2} I_{\text{пад}} = I_{\text{пад}}, \\ (I_{\text{прох}})_{\text{мин}} &= \frac{T^2}{(1+R)^2} I_{\text{пад}} = \left(\frac{1-R}{1+R}\right)^2 I_{\text{пад}}. \end{aligned} \right\} \quad (5.16)$$

Следовательно, в прошедшем свете максимумы наблюдаются при $\Delta\Phi = m \cdot 2\pi$, а минимумы — при $\Delta\Phi = (2m + 1)\pi$, т. е. порядок интерференции m , определяемый как

$$m = \Delta\Phi/2\pi = 2hn \cos r/\lambda,$$

равен целым числам 0, 1, 2, 3, ... для максимумов и полуцелым числам $1/2, 3/2, 5/2$ для минимумов. В отраженном свете максимумы интенсивностей соответствуют полуцелым значениям порядка интерференции $m = 1/2, 3/2, 5/2, \dots$, а минимумы — целым числам $m = 0, 1, 2, \dots$ и т. д. Таким образом, положение полос в отраженном и прошедшем свете аналогично соответствующим картинам интерференции при учете только двух первых пучков (двухлучевая интерференция).

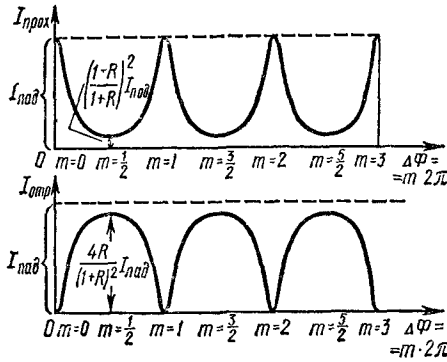


Рис. 5.8

Графики зависимости интенсивностей от разности фаз $\Delta\Phi$ при данном значении R представлены на рис. 5.8. Как следует из графиков, сумма $I_{отр} + I_{прох}$ остается постоянной и равной интенсивности падающего пучка. Интенсивность проходящего света отличается от нуля при

всех значениях $\Delta\Phi$, в то время как интенсивность отраженного света при $\Delta\Phi = 0, 2\pi, 4\pi$ и т. д. становится равной нулю.

Зависимости интенсивности отраженных и прошедших пучков от коэффициента отражения. Так как интенсивности отраженных и прошедших пучков зависят от коэффициента отражения (в данном случае $R + T = 1$), то интересно проанализировать эти зависимости. Достаточно проделать это для одного случая, например для прошедшего света.

Как следует из рис. 5.9, с увеличением R (при приближении его к единице) интенсивность минимумов интерференционной картины в прошедшем свете падает, максимумы же становятся более резкими. Следовательно, интерференционная картина при $R \rightarrow 1$ представляет собой совокупность узких светлых полос на практически темном фоне.

Резкость полос. Интерференционную картину можно характеризовать величиной так называемой резкости полос. Этот параметр принято измерять полушириной полосы. В данном случае она равна расстоянию между точками, отвечающими половине максимального значения интенсивности. В качестве параметра резкости F интерференционной картины можно взять отношение расстояния между соседними полосами к полуширине δ . Согласно определению полуширины полосы,

$$I_{прох}/I_{пад} = 1/2. \quad (5.17)$$

Это имеет место при $\Delta\Phi = m \cdot 2\pi \pm \delta/2$. Так как δ — малая величина, то можно принять $\sin \delta/4 \approx \delta/4$. Подставляя значение $I_{\text{прох}}$ в формулу (5.17), имеем

$$[2\sqrt{R}/(1-R)]\delta/4 = 1.$$

Отсюда

$$\delta = 2(1-R)/\sqrt{R}.$$

Так как расстояние между соседними полосами соответствует изменению $\Delta\Phi$ на 2π , то для плотности полос F имеем

$$F = 2\pi/\delta = \sqrt{R} \cdot 2\pi / (2(1-R)) = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \quad (5.18)$$

При $R = 0,9$ F имеет значение, чуть меньшее 30, т. е. расстояние

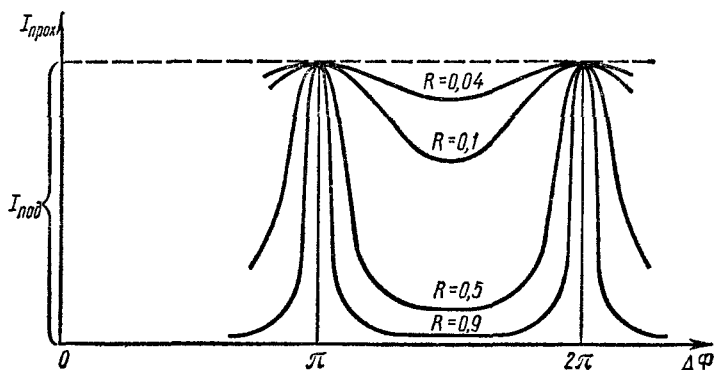


Рис. 5.9

между двумя соседними максимумами примерно в 30 раз больше ширины каждого из них.

При наблюдении многолучевой интерференции в белом свете полосы окрашиваются в различные цвета. Полосы, принадлежащие различным длинам волн, в проходящем свете разделяются более четко. Большое практическое значение многолучевой интерференции обусловлено именно этим фактом.

Как нам уже известно, в оптическом диапазоне коэффициент отражения при нормальном падении луча для границы воздух — стекло равен примерно 0,04. Увеличение R при наклонном падении луча не является достаточным для получения резкой многолучевой интерференционной картины в проходящем свете. Коэффициент отражения, близкий к единице, можно получить и при почти нормальном падении света — путем нанесения соответствующих многослойных диэлектрических покрытий или частично прозрачного слоя металла.

§ 4. ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ

Форма интерференционной картины, положения максимумов и минимумов зависят от толщины и формы пластин, от угла между их поверхностями, от состояния поверхности и т. д. Следовательно, можно, изучая форму и положение интерференционных полос, судить о свойствах исследуемой пластинки. Иначе говоря, интерференционные явления могут быть применены для измерения физических параметров прозрачных тел. Ценность интерференционного метода заключается, в частности, в том, что он чувствителен

к малому изменению параметров, поскольку длина световых волн, для которых наблюдается интерференция, имеет порядок 10^{-5} см.

Остановимся подробнее на некоторых применениях интерференции.

Изучение состояния поверхности. В оптической промышленности к поверхностям оптических приборов при их изготовлении предъявляются очень высокие требования — зеркальные поверхности и поверхности линз должны быть в высшей степени (с точностью до четверти длины волны) гладкими. Тот факт, что интерференция позволяет определять с достаточно большой точностью (порядка длины волны и меньше) наличие шероховатостей поверхности, делает возможным ее применение для исследования качества полировки поверхностей.

Схема установки, с помощью которой исследуется гладкость поверхности, дана на рис. 5.10. Эталонная пластинка $A'B'$, поверхность которой является достаточно гладкой (размеры углублений и выступов не превышают $\frac{1}{20}$ длины волны), положена на исследуемую пластинку AB . Между эталонной и исследуемой пластинками существует воздушный зазор, профиль и размеры которого определяют степень и характер отклонения исследуемой поверхности от эталонной.

Если направить на этот воздушный зазор пучок света, то лучи, отраженные от нижней и верхней поверхностей, дадут соответствующую интерференционную картину.

Конкретно: свет от источника S , расположенного в фокусе линзы L , направляется на поверхность полупрозрачной пластинки CC . Отраженный от этой пластинки световой пучок через линзу L направляется на поверхность воздушного зазора. Отраженные лучи, налагаясь, дают на экране F , расположенном в фокальной плоскости линзы, интерференционную картину. Если исследуемая поверхность такая же гладкая, как и поверхность эталона, то в зависимости от относительного положения этих пластин будет наблюдаться интерференция полос равного наклона

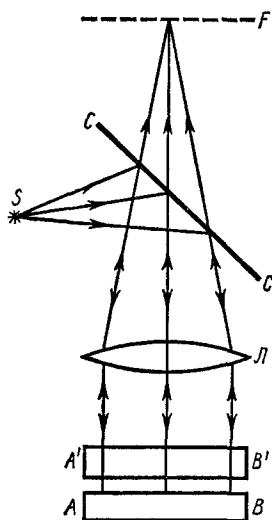


Рис. 5.10

или равной толщины. Если же поверхность шероховатая, то интерференционные полосы в соответствующих местах будут искривлены (рис. 5.11). По величине искривлений можно судить о размерах выступов и углублений на поверхности исследуемой пластинки. Точность контроля качества поверхностей можно повысить, используя многолучевую интерференцию от воздушной прослойки. Для этого необходимо посеребрить поверхность испытываемой пластинки

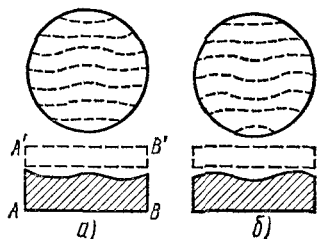


Рис. 5.11

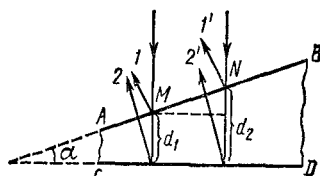


Рис. 5.12

и эталонного стекла. Благодаря многократному отражению возникнут более узкие и резкие интерференционные полосы, которые могут повысить точность на порядок, т. е. до тысячной доли микрона.

Определение малых углов между поверхностями прозрачных тел. Пусть имеем прозрачное тело $ABDC$, поверхности AB и CD которого (рис. 5.12) образуют малый угол α . Для определения этого угла используем схему, изображенную на приводившемся ранее рис. 5.10, где вместо пластин $A'B'$ и AB помещена теперь клинообразная пластинка $ABDC$. При освещении этой пластинки будем наблюдать интерференцию полос равной толщины. Пусть соседние максимумы, расположенные на расстоянии l друг от друга, наблюдаются при толщинах d_1 и d_2 , т. е.

$$\left. \begin{aligned} 2d_1n - \frac{1}{2}\lambda &= m\lambda, \\ 2d_2n - \frac{1}{2}\lambda &= (m+1)\lambda, \end{aligned} \right\} \quad (5.19)$$

где n — коэффициент преломления пластинки. Вычитая почленно из второго уравнения первое, получим

$$2n(d_2 - d_1) = \lambda.$$

Отсюда

$$d_2 - d_1 = \lambda/2n. \quad (5.20)$$

Как видно из рис. 5.12,

$$\alpha = (d_2 - d_1)/MN = (d_2 - d_1)/l.$$

При малом угле $\operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$ и

$$\alpha = \lambda/2nl. \quad (5.21)$$

При $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ см, $n = 1,5$ и $l = 2,5$ мм.

$$\alpha = (5 \cdot 10^{-5}) / (5 \cdot 1,5 \cdot 10^{-1}) \approx 0,7 \cdot 10^{-4} \approx 14''.$$

Интерференционным методом можно определять очень малые углы между поверхностями.

Определение малых удлинений тел при их нагревании. С этой целью используют так называемый интерференционный dilatометр (рис. 5.13), состоящий из кольца KK' , изготовленного из кристалла кварца с известными термическими свойствами. Внутри кольца помещается исследуемое вещество B . Кольцо закрывается эталонной стеклянной пластинкой $ПП'$. Клинообразный воздушный зазор между эталонной пластинкой и испытуемым веществом освещается монохроматическим светом. При нагревании вследствие большого различия коэффициентов теплового расширения кварца и исследуемого вещества толщина клинообразного воздушного

зазора уменьшается. Это должно приводить к смещению соответствующих интерференционных полос. Так как смещение на одну полосу соответствует изменению разности хода на λ , то, зная величину смещения, можно определить изменение толщины зазора, а следовательно, и величину удлинения исследуемого вещества. Зная изменение температуры, можно вычислить также коэффициент линейного расширения.

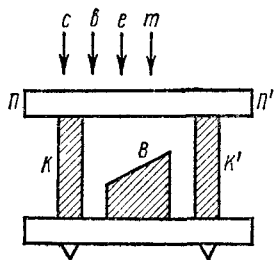


Рис. 5.13

Остановимся более подробно на таких применениях интерференции, как просветление оптики, получение высокоотражающих интерференционных

слоев.

Просветление оптики*. Во всех современных оптических системах применяются многочисленные отражающие поверхности. При каждом отражении от поверхности интенсивность прошедшего света ослабляется и светосила прибора уменьшается. Как было показано ранее, при нормальном падении света на границе воздух—стекло имеем $R \approx 0,04$. Следовательно, если оптическая система обладает, например, четырьмя отражающими поверхностями, то, как минимум, 20% интенсивности будет теряться на отражение.

Явление интерференции позволяет свести к минимуму коэффициент отражения поверхностей различных элементов (линз, призм и т. п.) оптической системы — осуществить так называемое «просветление» оптики. С этой целью на поверхность элемента, например линзы, методом напыления в вакууме наносят тонкие пленки с коэффициентом преломления, меньшим, чем у материала линзы. Падающий на поверхность пленки пучок света I (рис. 5.14) частично отражается от внешней границы просветляющего слоя

* Подробнее см.: Гребенщиков И. В. и др. Просветление оптики. М—Л., Гостехиздат, 1946.

(пучок I'), а частично проходит внутрь слоя (пучок 2). На границе раздела просветляющий слой — стекло происходит то же самое, в результате часть света возвращается (пучок $2'$), а часть проходит внутрь стекла (пучок $2''$). Вследствие когерентности возникает интерференция между пучками I' и $2'$. Результат интерференции будет зависеть от разности хода между этими пучками, которая определяется толщиной пленки и значением коэффициентов преломления стекла (n_0) и пленки (n). Если d , n_0 и n подобрать так, чтобы отраженные волны I' и $2'$ находились в противофазе, то произойдет взаимное ослабление, в результате чего уменьшится коэффициент отражения. Полное гашение будет в том случае, если амплитуды отраженных волн одинаковы. Следовательно, для полного гашения пучков необходимо выполнение двух условий:

1) амплитуды пучков должны быть равными;

2) разность фаз между ними должна равняться π .

Так как n_0 , n и коэффициент преломления воздуха $n_{\text{в}}$ удовлетворяют условиям $n_0 > n > n_{\text{в}}$, то потеря длины волны происходит на обеих поверхностях (воздух — пленка и пленка — стекло). В этом случае разность фаз между лучами I' и $2'$ будет равна π , если оптическая толщина пленки будет равной $\lambda/4$, т. е. $nd = \lambda/4$. В самом деле, оптическая разность хода между лучами равна $\lambda/4 + \lambda/4 = \lambda/2$, что соответствует изменению фазы на π .

Если пренебречь поглощением в пленке и не учитывать многократные отражения, то условие равенства амплитуд отраженных волн будет иметь вид $(n/n_{\text{в}} - 1) / (n/n_{\text{в}} + 1) = (n_0/n - 1) / (n_0/n + 1)$. Если принять $n_{\text{в}} = 1$, то получим

$$(n - 1)/(n + 1) = (n_0 - n)/(n_0 + n),$$

откуда

$$n = \sqrt{n_0}. \quad (5.22)$$

Очевидно, что вещество просветляющего слоя (пленки) должно быть твердым, плотно прилегать к поверхности стекла и не должно бояться влаги. В противном случае нарушится условие просветления, если даже будет иметь место равенство (5.22).

Так как наибольшей чувствительности человеческого глаза соответствует центральная часть видимой области спектра длиной волны $\lambda = 5500 \text{ \AA}$, толщину пленки обычно подбирают равной $1/4$ указанной длины волны. Тогда для краев видимого спектра условие минимума не будет иметь места, следовательно, коэффициент отражения для коротких и длинных волн заметно будет отличаться от нуля и будет очень малым для длины волны $\lambda = 5500 \text{ \AA}$. Пур-

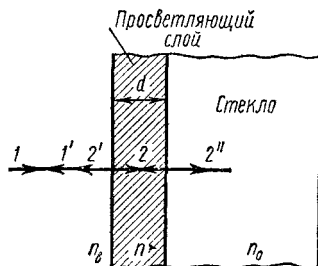


Рис. 5.14

пурный цвет (смесь красного с фиолетовым) просветленного объектива объясняется именно этим фактом.

Высокоотражающие интерференционные покрытия (интерференционные зеркала). Наряду с необходимостью уменьшать коэффициент отражения на практике часто приходится решать противоположную задачу — получать высокоотражающие поверхности. При решении также и этой задачи на помощь приходит явление интерференции. Легко убедиться, что если в системе, изображенной на рис. 5.14, показатель преломления диэлектрического слоя взять больше показателя преломления стекла ($n > n_0$), то произойдет увеличение коэффициента отражения. Вследствие того, что потеря полуволны будет происходить теперь только на внешней поверхности пленки, оптическая разность хода между отраженными когерентными волнами $1'$ и $2'$ будет равна $\lambda/4 + \lambda/4 + \lambda/2 = \lambda$, что соответствует разности фаз, равной 2π . Таким образом, вследствие взаимного усиления отраженных волн коэффициент отражения увеличится.

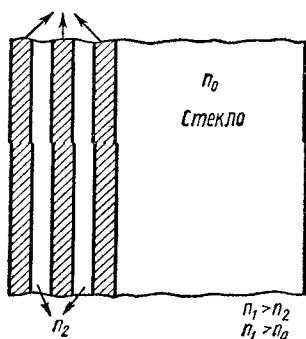


Рис. 5.15

К сожалению, данным методом практически не возможно получить $R > 0,3$. Этот недостаток в какой-то мере компенсируется переходом к многолучевой интерференции, приводящей к сужению интерференционных максимумов и резкому увеличению их интенсивности. Для перехода к многолучевой интерференции пользуются системой многих слоев, нанесенной на отражающую поверхность. В результате удается получить коэффициент отражения $R \approx 0,99$, что осо-

бенно важно в лазерной технике. Для получения такого высокого коэффициента отражения на поверхность стекла наносят 11—13 слоев.

Слои наносятся следующим образом. На стекло (рис. 5.15) наносят определенное число диэлектрических пленок с разными показателями преломления, но с одинаковой оптической толщиной, равной $\lambda/4$, причем их наносят так, чтобы между двумя слоями с большим показателем преломления n_1 (например, сульфид цинка, для которого $n_1 \approx 2,3$) находилась диэлектрическая пленка с малым показателем преломления n_2 (например, фторид лития с $n_2 \approx 1,3$). Легко убедиться, что в этом случае все отраженные волны будут синфазными и потому будут взаимно усиливаться. Характерным свойством такой высокоотражающей системы является тот факт, что она действует в довольно узкой спектральной области, причем чем больше коэффициент отражения, тем уже соответствующая область. Например, значения коэффициента отражения $R \approx 0,9$, полученного с использованием семи слоев, добиваются в области шириной $\Delta\lambda = 5000 \text{ \AA}$.

§ 5. ДВУХЛУЧЕВЫЕ ИНТЕРФЕРОМЕТРЫ

Явление интерференции лежит в основе устройства приборов, называемых интерферометрами*. С помощью интерферометров решают с высокой точностью такие технические и физические задачи, как измерение длин и углов, определение показателя преломления и его зависимости от разных внешних факторов и т. д.

Интерферометры, где используются два пространственно разделенных луча, между которыми создается определенная разность хода, называются двухлучевыми. Существует много разновидностей двухлучевых интерферометров. Рассмотрим два: интерферометры Жамена и Майкельсона.

Интерферометр Майкельсона сыграл важную роль в обосновании теории относительности. Он нашел широкое применение при решении фундаментальных физических и технических задач. Интерферометр Жамена послужил прототипом многих важных оптических устройств.

Интерферометр Жамена. Основную часть интерферометра Жамена (рис. 5.16) составляют две однородные идентичные плоскопараллельные прозрачные пластинки ABB_1A_1 и FCC_1F_1 . Коэффициент преломления и толщину каждой пластинки обозначим соответственно через n и h . Поверхности AB и C_1F_1 — зеркальные. Из точечного источника S направим луч света под углом i_1 к поверхности A_1B_1 пластинки ABB_1A_1 . Падающий луч частично отразится (луч 1), а частично пройдет внутрь пластинки и выйдет из нее после отражения от зеркальной поверхности AB (луч 2). Таким образом, на поверхность второй пластинки падают два параллельных луча (лучи 1 и 2). В общем случае, если считать пластинки не совсем параллельными, угол падения лучей 1 и 2 на поверхность FC (обозначим его через i_2) будет отличным от i_1 . Каждый из этих лучей после отражения от поверхностей FC и F_1C_1 удвоится, и в результате из второй пластинки FCC_1F_1 выйдут четыре параллельных луча. Когерентные лучи 2' и 3, интерферируя, дают определенную устойчивую картину (лучи 1' и 4 загораживаются).

Вычисление разности хода между интерферирующими лучами. Если углы преломления в первой и второй пластинах соответственно обозначить через r_1 и r_2 , разность хода между интерферирующими лучами 2' и 3 будет

$$\Delta d = 2hn (\cos r_1 - \cos r_2). \quad (5.23)$$

* Об интерферометрах подробнее см.: Захарьевский А. Н. Интерферометры. М., Оборонгиз, 1952.

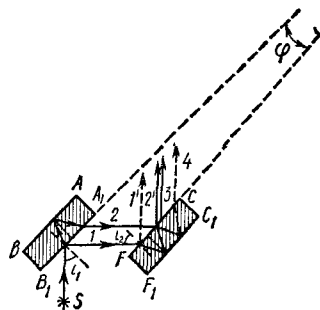


Рис. 5.16

При достаточно малом угле φ между пластинками можно принять $r_1 \approx r_2$. Тогда из (5.23) имеем

$$\Delta d = 2hn \sin r \delta r, \quad (5.24)$$

где $\delta r = r_2 - r_1$.

Исходя из закона преломления, согласно которому

$$n \sin r = \sin i, \quad (5.25)$$

можно δr выразить через δi .

Действительно, как следует из (5.25),

$$\delta r = \cos i / n \cos r, \quad (5.26)$$

где $\delta i = i_2 - i_1 = \varphi$.

Так как обычно $i = 45^\circ$, $n = 1,5$, то

$$\delta r \approx \frac{1}{2} \delta i = \frac{1}{2} \varphi. \quad (5.27)$$

Учитывая (5.27) и (5.25), из (5.24) получим

$$\Delta d = 2hn \sin \delta r \approx h\varphi \sin i. \quad (5.28)$$

Как следует из (5.28), разность хода между интерферирующими лучами зависит от толщины пластин, угла между ними и угла падения луча на пластинку.

Интерференционная картина в интерферометре Жамена. Условие возникновения максимума интенсивности имеет вид

$$h\varphi \sin i = m\lambda. \quad (5.29)$$

Ширина интерференционной полосы зависит от угла φ . Действительно, при переходе к соседнему максимуму разность хода лучей меняется на λ , поэтому, обозначив соответствующее изменение угла падения через Δi , получим

$$h\varphi \cos i \Delta i = \lambda.$$

Отсюда угловая ширина интерференционной полосы будет

$$\Delta i = \lambda / h\varphi \cos i.$$

Как следует из этой формулы, чем меньше φ , тем шире интерференционная полоса. Следовательно, для получения четкой интерференционной картины угол между пластинками должен быть минимальным. При параллельном расположении пластин, т. е. при $\varphi = 0$, разность хода $\Delta d = 0$. В этом случае, вследствие того что ширина интерференционной полосы больше угла, под которым ведется наблюдение интерференционной картины, все поле зрения будет окрашено в один цвет (если свет монохроматический) и равномерно освещено (если свет белый). Чтобы в этом случае наблюдать интерференционную картину, необходимо направить на поверхность A_1B_1 расходящийся пучок света. При таком освещении пластинки будет наблюдаться интерференция полос равного наклона. Положение интерференционных полос чувствительно к незначительному изменению внешних условий, приводящих

к соответствующему изменению разности хода. С этим связана точность интерференционного метода измерений.

Интерференционный рефрактометр. С помощью интерферометра типа Жамена можно определять незначительные изменения показателя преломления прозрачных тел (газов, жидкостей и твердых тел) в зависимости от изменения внешних факторов (температуры, давления, посторонних примесей и т. д.). Для этого на пути интерферирующих лучей (рис. 5.17) располагаются кюветы длиной l . Одна кювета заполнена газом с известным (n_0), а другая — с неизвестным (n_x) показателями преломления. Вследствие идентичности кювет возникающая между интерферирующими лучами * дополнительная разность хода будет равна

$$\Delta d = l(n_x - n_0).$$

Изменение разности хода приведет к соответствующему сдвигу интерференционных полос. Сдвиг полос можно характеризовать отношением возникшей дополнительной разности хода к длине волны:

$$m_0 = \Delta d / \lambda = l(n_x - n_0) / \lambda, \quad (5.30)$$

где m_0 показывает, на какую часть ширины интерференционной полосы сместилась интерференционная картина. Очевидно, что значения m_0 могут быть как дробными, так и целыми числами. Измеряя величину m_0 при известных l , n_0 , λ , можно вычислить

$$n_x = n_0 + m_0 \lambda / l.$$

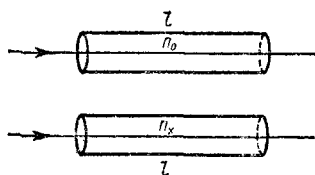


Рис. 5.17

Подобные интерферометры, служащие для измерения показателей преломления и их измерений, называются интерференционными рефрактометрами (ИТР).

Можно оценить степень точности измерений, выполненных интерферометрами типа Жамена. Как видно из (5.30), изменение показателя преломления равно $\Delta n = m_0 \lambda / l$. При $l = 10$ см, $m_0 = 0,1$, $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ см получим $\Delta n \approx 5 \cdot 10^{-7}$. Таким образом, подобные интерферометры позволяют измерять изменение показателя преломления с точностью до одной миллионной, что свидетельствует о высокой чувствительности интерферометрических измерений.

Интерферометр Рождественского. Наряду с вышеперечисленными преимуществами интерферометр Жамена обладает серьезными недостатками. С одной стороны, трудно изготовить достаточно однородную толстую пластинку, а с другой стороны, уменьшение толщины пластинки приводит к размытию интерференционной картины. Далее, медленное прогревание стеклянной пластины до температуры окружающей среды нарушает однородность стекла,

* В отечественных интерферометрах расстояние между этими лучами равно 25 мм.

что приводит к изменению интерференционной картины. Наконец, вследствие поглощения стеклом ультрафиолетовых лучей возникает необходимость изготавливать пластины из кварца. Изготовление таких пластин является трудоемким и дорогостоящим процессом.

Выход из положения был предложен Д. С. Рождественским. Каждую пластинку он заменил зеркалом и тонкой полупрозрачной пластинкой: P_1 , Z_1 и P_2 , Z_2 (рис. 5.18). Коэффициенты отражения пластинок P_1 и P_2 подбираются так, чтобы интенсивности световых пучков 1 и 2 были очень близкими. Пластины изготавливаются из кварца, чтобы можно было работать также в ультрафиолетовой части спектра.

Направленный на пластинку P_1 луч разбивается на два, которые направляются на зеркала Z_1 и Z_2 . Отраженные от этих зеркал лучи 1 и 2 частично проходят, а частично отражаются от пластинок P_2 , в результате лучи $1'$ и $2'$ направляются на щель спектрографа (если необходимо определить изменения показателя для разных длин волн) или же интерференционная картина наблюдается непосредственно. Меняя расстояние между P_1 и Z_1 , можно получать нужное расхождение лучей $1'$ и $2'$. Используя интерферометр Рождественского со спектрографом, имеющим источник непрерывного спектра, можно исследовать спектр поглощения.

Интерферометр Майкельсона. Интерферометр Майкельсона (рис. 5.19) состоит из двух плоских зеркал Z_1 , Z_2 и прозрачной пластины P_1 . На одну из поверхностей пластины нанесен отражающий слой с коэффициентом отражения $R \approx 0,5$. Падающий на эту пластинку луч разбивается на два (лучи 1 и 2) с приблизительно равными интенсивностями. Лучи 1 и 2 после отражения от зеркал Z_1 и Z_2 выходят из пластины P_1 и направляются в зрительную трубу T . Как видно из рис. 5.19, луч $1'$ проходит через пластинку P_1 один раз, в то время как луч $2'$ проходит через нее три раза. С целью создания идентичных условий для обоих лучей на пути луча $1'$ помещают пластинку P_2 , имеющую такую же толщину, как и пластинка P_1 . От воздушной прослойки, образованной зеркалом Z_1 и изображением Z_2' зеркала Z_2 , в пластинке P_1 наблюдается интерференционная картина. В зависимости от относительного положения Z_1 и Z_2' будет наблюдаться интерференция полос равного наклона или равной толщины. Если Z_2 строго перпендикулярно Z_1 , то Z_1 и Z_2' будут строго параллельны. В этом случае будут наблюдаться

рис. 5.18

Рис. 5.18

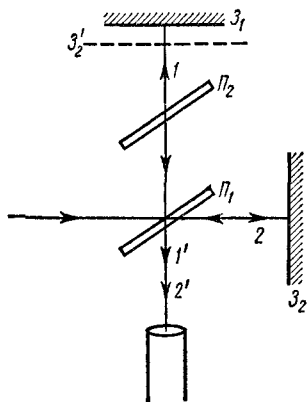


Рис. 5.19

интерференционные полосы равного наклона. Если Z_1 и Z_2 составляют угол, отличный от 90° , то воздушная прослойка между Z_1 и Z_2 является клинообразной и наблюдаемые интерференционные полосы равной толщины будут параллельны ребру воздушного клина. Перемещая одно из зеркал (обычно с помощью специального микрометра) параллельно самому себе, добиваются разности хода, равной удвоенному расстоянию между прежним и новым положениями зеркала. При значительной разности между плечами интерферометра разность хода между интерферирующими лучами достигает больших значений, в результате чего при использовании монохроматического источника можно наблюдать полосы высокого порядка. Необходимость использования монохроматического источника обусловлена тем, что при освещении немонохроматическим светом встречаются цуги волн, относящиеся к разным актам излучения и поэтому не являющиеся когерентными. В зависимости от направления перемещения зеркал интерференционные минимумы и максимумы (в виде колец или полос) будут расходиться от центра (если толщина воздушной прослойки уменьшается) или сходятся к центру (если толщина воздушной прослойки увеличивается). Например, перемещение одного зеркала на расстояние, равное четверти длины волны, соответствует смещению на полполосы (или на полкольца), т. е. переходу от максимума к соседнему минимуму. Смещение интерференционной картины можно оценить визуально с точностью до величины порядка $1/20$ полосы. В некоторых случаях удается обнаружить смещения до $1/1000$ полосы. Таким образом, по незначительному смещению интерференционной картины можно судить о небольших перемещениях одного из зеркал, т. е. интерферометр Майкельсона можно использовать для достаточно точных (порядка 10^{-7} см) измерений длин. С его помощью был проведен важнейший эксперимент — опыт Майкельсона — Морли, доказавший отсутствие «эфирного ветра». При помощи этого интерферометра было также осуществлено систематическое изучение тонкой структуры спектральных линий.

§ 6. МНОГОЛУЧЕВЫЕ ИНТЕРФЕРОМЕТРЫ

Интерферометр Фабри-Перо. Интерферометр Фабри — Перо состоит из двух стеклянных или кварцевых пластин (P_1 и P_2). Внутренние поверхности их (рис. 5.20) плоские (с точностью до $1/100$ длины волны), строго параллельны друг другу и частично покрыты прозрачной пленкой с высокой отражательной способностью ($R \approx 0,9—0,99$). С целью устранения вредного влияния света, отраженного внешними поверхностями пластин, делают обычно так, чтобы последние составляли небольшой угол с внутренними поверхностями. Пластинки могут передвигаться в перпендикулярном направлении друг относительно друга. Первоначально в интерферометрах одна пластинка оставалась неподвижной, а другая перемещалась (удалялась или приближалась) с помощью специального винта относительно первой. В более поздних интерферометрах

пластины стали разделять неподвижным кольцом из инвара (специальная сталь с ничтожно малым коэффициентом расширения) или кварца. На торцах кольца имеются три выступа, к которым пластины прижимаются с помощью пружин, служащих для тонкой регулировки положения пластин.

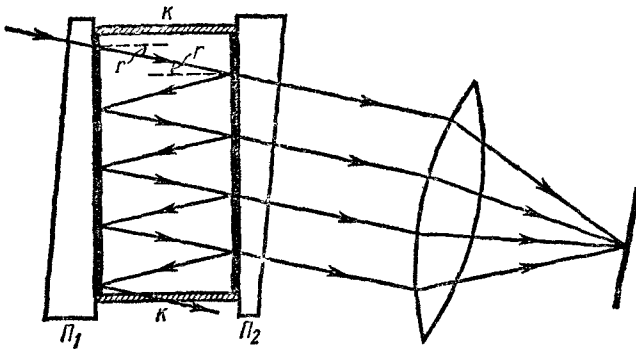


Рис. 5.20

Если расстояние между пластинками строго фиксировано, т. е. пластины неподвижны, такой интерферометр называется эталоном Фабри — Перо. Преимуществом эталона Фабри — Перо является его высокая точность, которую не удастся получить в подвижном интерферометре. Расходящийся пучок света от протяженного источника (на рис. 5.20 показан ход одного из этих лучей) падает на интерферометр. При этом, очевидно, возникает интерференционная картина, представляющая собой семейство кривых

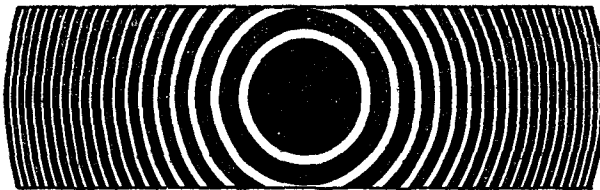


Рис. 5.21

равного наклона — концентрические кольца (рис. 5.21). Чтобы наблюдать эту локализованную картину на экране, можно воспользоваться собирающей линзой, расположенной так, чтобы плоскость экрана совпала с ее фокальной плоскостью.

Существуют также сферические интерферометры, прототипом которых явился интерферометр Фабри — Перо. Сферические интерферометры состоят из двух вогнутых зеркал одинакового или разного радиуса кривизны. Зеркала располагаются так, чтобы фокусы их были совмещены. Модифицированные сферические интерферометры нашли широкое применение в качестве резонато-

ров газовых лазеров. Применение сферических зеркал в качестве резонаторов оправдано, тем, что в этом случае требуемая точность юстировки и обработки зеркал значительно ниже и стабильность системы выше.

Резкость интерференционной картины. Резкость интерференционной картины будет зависеть от коэффициента отражения нанесенной на пластины пленки. На рис. 5.22 показана зависимость резкости полос интерференции для разных значений R от углового расстояния относительно центра интерференционной картины. Значение $R = 0,04$ соответствует поверхности чистого стекла, в то время как $R = 0,99$ соответствует поверхности с многослойным покрытием. Следует обратить внимание на то, что при рассмотрении интерференции многих лучей мы полагали $R + T = 1$, т. е. пренебрегали поглощением внутри пластинки. Однако при нанесении на поверхность пластины полупрозрачного металлического слоя происходит поглощение, в результате чего интенсивность изменится. Поэтому пользуются выражением $R + T + A = 1$, где A — коэффициент суммарного поглощения света отражающими слоями. В проходящем через интерферометр свете значение $I_{\text{макс}}$ окажется меньше, чем при отсутствии поглощения, и резкость интерференционной картины уменьшается. В зависимости от толщины поглощающего металлического слоя максимумы и минимумы смещаются на определенное расстояние. Такое смещение приводит к нарушению взаимной дополнителности интерференционных картин в отраженном и проходящем свете.

Порядок интерференции. Так как разность хода между двумя соседними интерферирующими лучами составляет $\Delta d = 2l \cos r$, то взаимное усиление произойдет при

$$2l \cos r = m\lambda, \quad (5.31)$$

где l — расстояние между пластинками, $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ — порядок интерференции. Порядок интерференции можно определить из (5.31):

$$m = 2l \cos r / \lambda. \quad (5.32)$$

Следовательно, при неизменном расстоянии между пластинками порядок интерференции увеличивается с уменьшением угла преломления r . Наибольшее возможное значение m получается при $\cos r = 1$ (при $r = 0$), т. е. наибольший порядок интерференции будет наблюдаться в центре картины. Тогда для m имеем

$$m = 2l / \lambda. \quad (5.33)$$

Как следует из (5.33), чем больше расстояние (обычно оно меняется от 1 до 100 мм, в специальных эталонах — до 1 м) между отра-

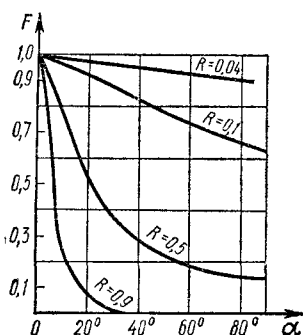


Рис. 5.22

жающими слоями для данной длины волны, тем выше порядок интерференции, наблюдаемой в центре картины. Высокие значения порядков интерференции объясняются именно этим фактом. Например, при $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ см и $l = 5$ см порядок интерференции $m \approx 2\,000\,000$.

Ширина интерференционной полосы. Исходя из (5.32), можно также определить ширину интерференционной полосы:

$$-2l \sin r \delta r = \lambda \delta m.$$

Если δr рассматривать как угол между соседними максимумами, то, полагая $\delta m = 1$, имеем

$$\delta r = -\lambda/2l \sin r, \quad (5.34)$$

т. е. чем больше l , тем уже интерференционные полосы. Однако это не означает, что нужно пользоваться интерферометрами с небольшим значением l . Как мы увидим дальше, разрешающая сила прямо пропорциональна порядку интерференции, и, в свою очередь [согласно (5.33)], увеличивается с увеличением l . Следовательно, удобнее пользоваться интерферометрами с большим расстоянием между пластинками. Однако верхний предел расстояния между пластинками ограничивается так называемой областью свободной дисперсии интерферометра. Чтобы убедиться в этом, определим величину допустимого расстояния между пластинами интерферометра Фабри—Перо. Чтобы не происходило наложения двух соседних порядков интерференции, ширина исследуемой интерферометром структуры не должна превышать расстояния между двумя соседними максимумами, т. е. должно иметь место условие $\Delta\lambda = \lambda/m$. Так как наиболее возможное значение порядка интерференции $m = 2l/\lambda$ (где l — расстояние между пластинками интерферометра), то $\Delta\lambda = \lambda^2/2l$. Отсюда для величины допустимого расстояния между пластинками получим

$$l = \lambda^2/2\Delta\lambda.$$

Область свободной дисперсии интерферометра Фабри—Перо. Интервал длин волн $\Delta\lambda$, определяемый формулой $\Delta\lambda = \lambda^2/2l$, называется областью свободной дисперсии интерферометра Фабри—Перо. При $l = 0,5$ см, $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ см допустимая ширина $\Delta\lambda = 0,25$ Å. При дальнейшем увеличении l область свободной дисперсии становится еще меньше. Именно поэтому интерферометр Фабри—Перо чаще всего используется для исследования контура спектральных линий.

Интерферометр Фабри—Перо применяется при исследовании тонкой структуры спектральных линий, выделенных более грубыми спектральными приборами. Широко применяемые в последнее время так называемые интерференционные фильтры, способные пропускать свет в определенной области длин волн, устроены по принципу действия интерферометра Фабри—Перо с очень малым расстоянием l между пластинками.

Интерферометр (пластинка) Льюммера—Герке. Интерферометр Льюммера — Герке состоит из плоскопараллельной стеклянной или кварцевой однородной пластинки (толщиной примерно 3—10 мм, длиной 10—30 см). Чтобы добиться нормального падения света и уменьшить таким образом потери энергии при отражении, один конец пластинки либо срезается, либо снабжается добавочной треугольной призмочкой (рис. 5.23). Лучи света от источника направляются на срезанный конец пластинки (или на основание треугольной призмы) так, чтобы на границу раздела луч падал под углом, чуть меньшим предельного. Такое падение луча обеспечивает примерно одинаковую интенсивность 10—15 лучей, вышедших из пластинки. Это объясняется тем, что при каждом отражении

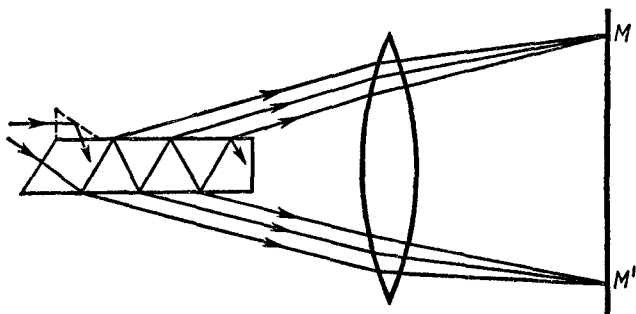


Рис. 5.23

от внутренней поверхности пластинки из системы выходит очень малая часть падающей световой энергии (так как $R \approx 1$). При падении света из протяженного источника на пластинку Льюммера — Герке луч, падающий под определенным углом (один из лучей изображен на рис. 5.23), дает ряд параллельных лучей с постоянной разностью хода между соседними лучами $\Delta d = 2hn \cos r$, где h — толщина пластинки, n — коэффициент преломления пластинки относительно окружающей среды, r — угол преломления. В фокальной плоскости собирающей линзы образуются интерференционные полосы равного наклона, соответствующие лучам, выходящим из нижней и верхней поверхностей пластинки. Число эффективных (участвующих в интерференции) пучков лимитируется длиной пластинки Льюммера — Герке.

На пластинке Льюммера — Герке наблюдаются интерференционные полосы очень высокого (десятка тысяч) порядка. Это позволяет использовать ее в сочетании с другим спектральным прибором в основном для исследования тонкой структуры спектральных линий.

Глава VI

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Хотя дифракционные явления были известны еще Леонардо да Винчи (1452—1519), первое детальное их описание было дано Гримальди. Его работы по дифракции были изложены в труде, вышедшем в 1665 г. Объяснение явления дифракции с точки зрения волновой теории впервые было выполнено в 1818 г. Френелем. Учитывая возможность взаимной интерференции вторичных волн, Френель дополнил принцип Гюйгенса, и усовершенствованный им принцип получил название принципа Гюйгенса — Френеля. Позднее, в 1882 г., Кирхгоф развил математические основы теории дифракции.

Дифракция света будет нами рассмотрена в рамках линейной оптики. Отдельные отступления от установленных закономерностей при распространении мощных световых потоков будут оговорены.

§ 1. ПРИНЦИП ГЮЙГЕНСА—ФРЕНЕЛЯ

Согласно волновому принципу Гюйгенса, положение волнового фронта в некоторый момент времени позволяет определить волновой фронт, а следовательно, и направление лучей* в любые последующие моменты времени. Исходя из такого построения, можно прийти к выводу о том, что свет при прохождении через отверстия на непрозрачном экране распространяется также и в области геометрической тени непрозрачного экрана, т. е. имеет место отклонение света от направления прямолинейного распространения. Такое явление огибания светом препятствия носит название дифракции света. Задачу дифракции можно считать решенной, если определить распространение интенсивности в зависимости от углов между прежним направлением (направлением прямолинейного распространения) и направлениями дифрагированных лучей (угол между прежним направлением луча и дифрагированным лучом будем называть углом дифракции). Принцип Гюйгенса не в состоя-

* Под лучом в данном случае понимается нормаль к фронту волны. В изотропных средах (среда, скорость распространения света в которой не зависит от направления) направление нормали к фронту волны совпадает с направлением переноса энергии — направлением луча. В анизотропных средах, где скорость распространения света зависит от направления, эти два направления — нормаль к фронту волны и направление переноса энергии (луч) — в общем случае не совпадают (см. § 4 гл IX).

нии решить такую задачу. Вопрос этот решается с помощью так называемого принципа Гюйгенса — Френеля. Последний позволяет также объяснить в рамках волновой теории прямолинейное распространение света в однородной среде.

Принцип Гюйгенса—Френеля. Согласно Френелю, вторичные полусферические элементарные волны являются когерентными и при поиске в некоторой точке экрана результирующей интенсивности необходимо учесть интерференцию всех этих вторичных волн. По Френелю, данный источник света заменяется окружающей его замкнутой светящейся поверхностью произвольной формы. Поскольку элементарные участки замкнутой поверхности взаимно когерентны, то при нахождении в произвольной точке экрана результирующей интенсивности учитывается вклад всех элементарных участков с соответствующими амплитудами и фазами колебаний.

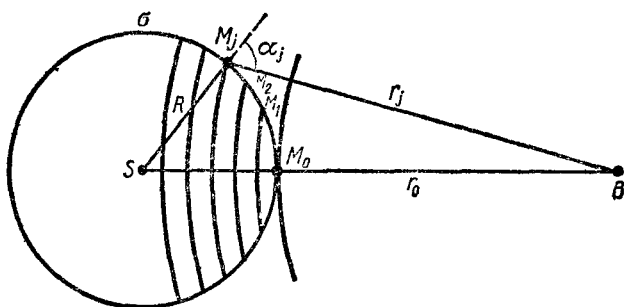


Рис. 6.1

Рассмотрим монохроматическую световую волну длиной λ , распространяющуюся в однородной среде из источника S в некоторую точку наблюдения B . В общем случае можно окружить источник замкнутой поверхностью произвольной формы. Для простоты пусть это будет сферическая поверхность радиуса R (рис. 6.1).

Согласно принципу Гюйгенса — Френеля, каждый участок светящейся поверхности (волнового фронта) рассматривается как центр вторичного источника. Возмущение, исходящее от некоторого участка $\Delta\sigma_j$ вблизи точки M_j , описывается в точке наблюдения B выражением

$$E_j = f(\alpha_j) \frac{E_0}{r_j} \Delta\sigma_j \cos(\omega t - kr - \varphi_0) = E_{0j} \cos(\omega t - kr - \varphi_0), \quad (6.1)$$

где $E_{0j} = f(\alpha_j) \frac{E_0}{r_j} \Delta\sigma_j$ — амплитуда возмущения в точке B , исходящего от участка $\Delta\sigma_j$, E_0 — амплитуда на расстоянии единицы длины от «источника» $\Delta\sigma_j$, величина φ_0 — начальная фаза, r_j — расстояние от участка $\Delta\sigma_j$ до точки B , α_j — угол между нормалью к $\Delta\sigma_j$ и направлением в точку наблюдения (угол дифракции), $f(\alpha_j)$ — коэффициент наклона, характеризующий изменение ампли-

туды вторичных волн в зависимости от направления. Участок $\Delta\sigma$ выбирается таким малым, чтобы в его пределах α_j и r_j оставались для всех точек практически постоянными. Согласно Френелю, $f(\alpha_j)$ меняется от своего максимального значения (при $\alpha = 0$) до нуля (при $\alpha \geq \pi/2$).

Если между источником S и точкой наблюдения B находится непрозрачный экран, то во всех точках экрана амплитуда вторичных волн равна нулю. Если же между S и точкой B находится непрозрачный экран с отверстием, то вспомогательная поверхность выбирается такой, чтобы непрозрачная часть экрана совпадала с соответствующей частью поверхности σ . Часть поверхности σ , соответствующая отверстию на экране, выбирается той или иной формы в зависимости от конкретного случая. Амплитуды колебания в этой части сохраняются такими же, как и при отсутствии экрана.

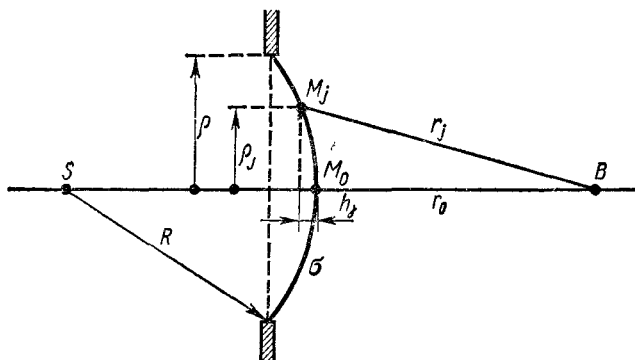


Рис 6.2

Следовательно, взаимодействие света с материалом экрана не принимается во внимание, т. е. роль непрозрачного экрана сводится только к тому, что он закрывает соответствующую часть поверхности σ . При точном решении задачи следует учитывать граничные условия, зависящие от конкретных физических свойств вещества, из которого изготовлен экран.

Вычисление результирующей амплитуды. Рассмотрим распространение света от S к B , когда между ними расположен непрозрачный экран с отверстием радиуса ρ (рис. 6.2). Результирующее возмущение в точке B находится сложением всех возмущений типа (6.1) по поверхности σ . В общем случае эта задача связана с определенными трудностями. Решение задачи упрощается, если воспользоваться так называемым методом зон Френеля.

Согласно этому методу, фронт волны (светящаяся поверхность) делится на кольцевые зоны с центром в M_0 (точка пересечения прямой линии SB со вспомогательной поверхностью σ) так, чтобы прямые, соединяющие края кольцевых зон с точкой наблюдения B , отличались на $\lambda/2$ (рис. 6.1), т. е.

$$M_1B - M_0B = M_2B - M_1B = M_3B - M_2B = \dots = \lambda/2. \quad (6.2)$$

Подобное разбиение фронта волны на зоны можно выполнить, проведя с центром в точке B сферы с радиусами

$$r_0, r_0 + \lambda/2, r_0 + 2\lambda/2, \dots, r_0 + j\lambda/2, \dots$$

Как следует из выражения (6.1), амплитуда возмущения, вызванного j -й зоной Френеля, в точке B будет

$$E_{0j} = f(\alpha_j) \frac{E_0}{r_j} \Delta\sigma_j, \quad (6.3)$$

т. е. она зависит от площади j -й зоны, угла дифракции α_j и от расстояния между j -й зоной и точкой B . Так как колебания от соседних зон проходят до точки B пути, отличающиеся на $\lambda/2$, то в точку B они приходят с противоположными фазами. Тогда результирующая амплитуда в точке B будет равна

$$E_0 = E_{01} - E_{02} + E_{03} - E_{04} + \dots \mp E_{0j}. \quad (6.4)$$

Знак «+» перед E_{0j} соответствует нечетному, а «—» — четному номеру зон.

Для вычисления результирующей интенсивности найдем зависимость амплитуды от номера зоны. Как мы уже отметили, с увеличением α_j от нуля до $\pi/2$ коэффициент наклона уменьшается от максимального значения до нуля. Следовательно, с увеличением номера зоны происходит уменьшение амплитуд вследствие изменения коэффициента наклона. Амплитуда, как следует из (6.3), уменьшается также при увеличении расстояния r_j , т. е. с увеличением номера зон. Остается выяснить, как зависит площадь зоны от ее номера.

Докажем, что при некоторых допущениях площади зон независимо от номера можно считать равными, т. е.

$$\Delta\sigma_1 = \Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_3 = \dots \equiv \Delta\sigma.$$

Радиус j -й (j — в общем случае произвольное целое число; оно при наличии экрана с отверстием между S и B равно числу зон Френеля, укладывающихся в отверстии данного непрозрачного экрана) зоны Френеля обозначим через ρ_j (рис. 6.2). Очевидно, что площадь j -й зоны равна разности площадей сферических сегментов, в которых соответственно располагаются j -я и $(j-1)$ -я зоны Френеля. Высоту сферического сегмента, в котором располагается j -я зона Френеля, обозначим через h_j .

Как известно, площадь сферического сегмента равна $\sigma_j = 2\pi R h_j$. Тогда

$$\Delta\sigma_j = \sigma_j - \sigma_{j-1} = 2\pi R (h_j - h_{j-1}). \quad (6.5)$$

Для определения h_j рассмотрим треугольники SM_jC и M_jCB . Как видно из рис. 6.2, $R^2 - (R - h_j)^2 = r_j^2 - (r_0 + h_j)^2$. Отсюда

$$h_j = \frac{r_j^2 - r_0^2}{2(R + r_0)}.$$

Так как $r_j = r_0 + \lambda/2$, то

$$r_j^2 = \left(r_0 + j \frac{\lambda}{2}\right)^2 = r_0^2 + jr_0\lambda + j^2 \frac{\lambda^2}{4}.$$

Полагая, что $\lambda \ll r_0$ и $\lambda \ll R$, и пренебрегая третьим членом, получим $r_j^2 = r_0^2 + jr_0\lambda$.

Подставляя это в выражение для h_j , находим

$$h_j = \frac{j r_0 \lambda}{2(R + r_0)}. \quad (6.6)$$

Учитывая (6.6), получаем выражение для площади j -й зоны:

$$\Delta\sigma_j = \pi R \frac{r_0}{R + r_0} \lambda. \quad (6.7)$$

Как следует из (6.7), площадь зоны Френеля в данном приближении не зависит от номера, что и требовалось доказать.

Таким образом, приходим к выводу, что с увеличением номера зоны соответствующие им амплитуды в точке B монотонно убывают, т. е. $E_{01} > E_{02} > E_{03} > E_{04} > \dots$. Монотонное убывание E_{0j} позволяет приближенно выразить амплитуду средней зоны через амплитуды соседних зон следующим образом:

$$E_{0j} = \frac{1}{2} (E_{0(j-1)} + E_{0(j+1)}). \quad (6.8)$$

Выражение (6.8) позволяет упростить (6.4). В самом деле, выражая в (6.4) каждую нечетную амплитуду через их полусумму $\left(E_{0j} = \frac{E_{0j} + E_{0j}}{2}\right)$, получаем:

$$E_0 = \frac{1}{2} E_{01} + \left(\frac{E_{01} - E_{02} + E_{03}}{2}\right) + \left(\frac{E_{03} - E_{04} + E_{05}}{2}\right) + \dots \\ \dots + \left(\frac{E_{0(j-2)} - E_{0(j-1)} + E_{0j}}{2}\right) + \frac{E_{0j}}{2}, \quad (6.9)$$

$$E_0 = \frac{E_{01}}{2} + \left(\frac{E_{01} - E_{02} + E_{03}}{2}\right) + \left(\frac{E_{03} - E_{04} + E_{05}}{2}\right) + \dots \\ \dots + \left(\frac{E_{0(j-3)} - E_{0(j-2)} + \frac{E_{0(j-1)}}{2}}{2}\right) + \frac{E_{0(j-1)}}{2} - E_{0j}. \quad (6.9a)$$

Формулы (6.9) и (6.9a) относятся соответственно к нечетному и четному j .

Если учесть (6.8) в (6.9) и (6.9a), то легко видеть, что выражения в скобках в (6.9) и (6.9a) равны нулю. Тогда соответственно имеем:

$$E_0 = \frac{E_{01}}{2} + \frac{E_{0j}}{2}, \quad (6.10)$$

$$E_0 = \frac{E_{01}}{2} + \frac{E_{0(j-1)}}{2} - E_{0j}. \quad (6.10a)$$

При достаточно больших j ($j \gg 1$) можно считать, учитывая монотонное убывание амплитуд, что $E_{0(j-1)} = E_{0j}$. Тогда (6.10а) принимает вид

$$E_0 = \frac{E_{01}}{2} - \frac{E_{0j}}{2}. \quad (6.10б)$$

Объединяя (6.10) и (6.10б), получим

$$E_0 = \frac{E_{01}}{2} \pm \frac{E_{0j}}{2}, \quad (6.11)$$

где знак «+» относится к нечетному, а знак «—» — к четному числу зон Френеля (j — число зон Френеля, укладывающихся в отверстие экрана).

Зависимость числа зон Френеля от радиуса отверстия и от взаимного расположения источника, экрана с отверстием и точки наблюдения. Займемся анализом формулы (6.11). Пусть в отверстии непрозрачного экрана укладывается только одна зона Френеля. Если радиус отверстия постепенно увеличивать, то число действующих зон Френеля в точке B будет непрерывно увеличиваться, принимая последовательно четные и нечетные значения. В результате такого изменения радиуса отверстия результирующая интенсивность (она прямо пропорциональна квадрату результирующей амплитуды E_0) в точке B будет периодически [согласно формуле (6.11)] уменьшаться и увеличиваться. Так как при изменении размеров отверстия прямая линия SB , соединяющая источник света с точкой наблюдения, не проходит через непрозрачную часть экрана, то периодическое изменение интенсивности в точке B означает отклонения света от прямолинейного (от линии SB) направления распространения, т. е. имеет место дифракция. К такому же результату можно прийти, как увидим позднее в этом же параграфе, при перемещении вдоль прямой линии BS направо и налево.

При свободном распространении света (между источником S и точкой B нет никакого препятствия), когда не происходит ограничения фронта волны, $j \rightarrow \infty$ и $E_{0j} \rightarrow 0$. Тогда $E_0 = E_{01}/2$, т. е. при полностью открытом фронте амплитуда суммарного колебания в точке наблюдения B равна половине амплитуды колебания, создаваемого только первой зоной площадью $\Delta\sigma = \pi R \frac{r_0}{R+r_0} \lambda$. При $R = r_0 = 1\text{ м}$, $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ см (зеленый свет) $\Delta\sigma = 1$ мм². Следовательно, в результате интерференции действие всех зон, кроме первой, сводится к нулю и распространение света от S к B происходит так, будто световой поток идет внутри узкого канала вдоль SB , т. е. прямолинейно. Следовательно, волновой принцип Гюйгенса — Френеля позволяет объяснить прямолинейное распространение света в однородной среде.

Для более подробного исследования формулы (6.11) свяжем j с размерами отверстия, длиной волны и расстоянием до экрана.

Для этого вернемся к рис. 6.2:

$$\rho_j^2 = r_j^2 - (r_0 + h_j)^2 = r_j^2 - r_0^2 - 2r_0 h_j - h_j^2.$$

Обычно $h_j \ll r_0$, поэтому членом h_j^2 по сравнению с другими можно пренебречь. Тогда, учитывая выражение для h_j и $r_j^2 - r_0^2$, получим:

$$\rho_j = \sqrt{j \frac{r_0 R}{R + r_0} \lambda}, \quad (6.12)$$

$$j = \frac{\rho_j}{\lambda} \cdot \frac{\rho_j (R + r_0)}{R r_0}, \quad (6.13)$$

где ρ_j — радиус j -й зоны (иначе — радиус отверстия на непрозрачном экране), а j — число зон Френеля, укладываемых (при определенных положениях источника и экранов) в отверстии радиуса R_j .

Так как выражение (6.13), определяющее j , является симметричным относительно R и r_0 , то очевидно, что точечный источник, находящийся в точке B , производил бы в точке S такое же действие, какое в точке B производит аналогичный точечный источник, расположенный в точке S . Это заключение иногда называют теоремой обратимости (взаимности) Гельмгольца. Рассмотрим случай плоской волны, т. е. когда $R \rightarrow \infty$. Тогда

$$\rho_j = \sqrt{j r_0 \lambda} \quad (6.12a)$$

и

$$j = \rho_j / \lambda \cdot \rho_j / r_0. \quad (6.13a)$$

Как следует из (6.11), результирующая амплитуда в точке наблюдения определяется не только амплитудой колебания первой действующей зоны, но также амплитудой последней зоны. В зависимости от общего числа зон влияние последней зоны может быть либо заметным, либо таким малым, что им можно пренебречь. Так как при $j \gg 1$ амплитудой последней зоны можно пренебречь, то представляет интерес выяснить, при каких условиях это будет иметь место.

На первый взгляд может казаться, что будто бы число зон Френеля, укладываемых в данном отверстии, определяется только длиной волны света и размерами отверстия. Однако выражения (6.12) и (6.13), а также аналогичные им выражения (6.12a) и (6.13a) показывают, что число зон Френеля зависит также от взаимного расположения источника, отверстия и экрана наблюдения. Таким образом, число действующих зон Френеля определяется тремя параметрами: r_0 , λ и ρ (где ρ — радиус отверстия).

Переход от волновой оптики к геометрической. Если $\rho \gg \sqrt{r_0 \lambda}$, то, как следует из (6.13a), $j \gg 1$. При небольшом перемещении точки наблюдения вдоль линии SB , вследствие того что $E_{0B} = E_{01}/2$, изменения интенсивности не происходит. Это может иметь место в том случае, если свет распространяется прямолинейно от S к B . Следовательно, при $\rho \gg \sqrt{r_0 \lambda}$ соблюдаются законы так называемые

мой геометрической оптики*, где, пользуясь понятием луча — линии (прямой или кривой), вдоль которой переносится энергия волны, можно сформулировать законы распространения волны на языке геометрии. При $\lambda \rightarrow 0$ для произвольного, отличного от нуля r_0 всегда $j \rightarrow \infty$, т. е. условие $\lambda \rightarrow 0$ является основным для перехода от волновой оптики к геометрической.

Однако отсюда не следует, что при больших λ законы геометрической оптики не имеют места. Действительно, при больших значениях λ расстояние r_0 можно выбрать таким малым, что $\rho \gg \sqrt{\lambda r_0}$, т. е. $j \gg 1$. Поэтому можно сделать вывод, что для больших длин волн условие геометрической оптики выполняется только при достаточно малых расстояниях. Если же ρ есть величина порядка $\sqrt{r_0 \lambda}$, т. е. $\rho \sim \sqrt{r_0 \lambda}$, то $j > 1$. В этом случае вторым членом в (6.11) пренебречь нельзя и при перемещении точки B вдоль линии SB число j непрерывно меняется, принимая последовательно четные и нечетные значения. При таком перемещении наблюдается чередование точек с минимальной и максимальной интенсивностями. Это не может иметь места при прямолинейном распространении света. Следовательно, при $\rho \sim \sqrt{r_0 \lambda}$ имеет место дифракция света.

Условие подобия дифракции. Исходя из выражения (6.13а), можно сделать вывод, что при изменении (увеличении или уменьшении) r_0 в m раз, а размеров отверстия ρ — в \sqrt{m} раз для данной длины волны не произойдет изменения числа действующих зон Френеля, т. е. условия наблюдения дифракции останутся прежними (как говорят, имеет место «подобие дифракции»). Это экспериментально доказано русским ученым Аркадьевым. Он показал, что при уменьшении размеров препятствия величиной с обычную тарелку, для которого четкая дифракционная картина наблюдается на расстоянии 7 км, примерно в 13 раз можно наблюдать ясную дифракционную картину в лабораторных условиях при r_0 порядка 40 м (так как $\sqrt{\frac{7000}{45}} \approx 13$).

В заключение изложения общих положений принципа Гюйгенса — Френеля обратим внимание на некоторые его недостатки:

1. Согласно Френелю, влияние обратной волны, исходящей от источника S , исключается. Математически это находит выражение в равенстве амплитуд нулю при $\alpha \geq \pi/2$, т. е. в учете только обращенной к точке B половины светящейся поверхности σ .

2. Если провести вычисление результирующей фазы по принципу Гюйгенса — Френеля, то она оказывается на $\pi/2$ больше наблюдаемой.

Математически развивая теорию дифракции, Кирхгоф в 1882 г. доказал, что принцип Гюйгенса — Френеля вытекает из волновых уравнений оптики, причем вышеупомянутые замечания учитываются автоматически. Кирхгоф в своей теории также не принял во внимание влияние вещества экрана на световое поле вблизи него.

* См. гл. VII.

Согласно теории Кирхгофа $f(\alpha) = (1 + \cos \alpha) / \lambda$, т. е. коэффициент наклона обращается в нуль не при $\alpha = \pi/2$, как предполагал Френель, а лишь при $\alpha = \pi$. Следовательно, приходим к парадоксальному выводу, что Френель получил правильный, подтвержденный опытами результат при неверном допущении. Это противоречие объясняется неточностью метода Френеля.

§ 2. ЗОННАЯ ПЛАСТИНКА *

Метод зон Френеля для вычисления результирующей амплитуды приводит к следующим выводам:

1. При полностью открытом фронте волны результирующая интенсивность равна $1/4$ части интенсивности, создаваемой в той же точке только первой зоной Френеля.

2. Если площадь круглого отверстия на непрозрачном экране выбрана такой, что при определенных условиях в нем укладывается только первая зона Френеля, то в точке наблюдения интенсивность будет в четыре раза больше, чем соответствующая интенсивность при полностью открытом фронте.

3. Если закрыть все четные (или же все нечетные) зоны Френеля, то результирующая амплитуда будет $E_{0B} = E_{01} + E_{03} + E_{05} + \dots$ (или же $E_{0B} = E_{02} + E_{04} + E_{06} + \dots$), т. е. интенсивность значительно увеличится по сравнению с той, какой она была при отсутствии этого перекрытия.

4. Если изменить фазы всех четных (или нечетных) зон на противоположные, то $E_{0B} = E_{01} + E_{02} + E_{03} + E_{04} + \dots$, т. е. получим еще большее увеличение интенсивности.

Изготовим пластинку, состоящую из последовательно чередующихся прозрачных и непрозрачных колец с радиусами ρ_j , определяемыми из выражения (6.12) ($j = 0, 2, 4, 6, \dots$ для прозрачных и $j = 1, 3, 5, 7 \dots$ для непрозрачных колец). Поместим эту пластинку перпендикулярно линии SB на расстоянии R от источника S и на расстоянии r_0 от точки B с центром в точке M_0 . На основании сделанных выше замечаний мы должны получить интенсивность в точке B (при освещении той же длиной волны) значительно больше, чем в отсутствие пластинки. Опыт блестяще подтвердил этот ожидаемый результат. Пластинку изготовили с помощью картины колец Ньютона. Так как последовательность радиусов колец Ньютона подчиняется тому же закону (6.12), то приготовление такой пластинки стало возможным путем фотографирования колец Ньютона в соответствующем масштабе. Приготовленная таким образом пластинка носит название зонной пластинки Френеля (рис. 6.3: a — открыты четные зоны; b — открыты нечетные зоны).

Зонную пластинку Френеля можно изготовить и другим более простым способом — вычерчивая на белой бумаге концентрические окружности, радиусы которых пропорциональны квадратным

* Подробнее см.: Р а й с к и й С. М. Зонная пластинка. УФН, 47, 515, 1952.

корням из последовательных натуральных чисел 1, 2, 3, ... Зачернив образуемые этими окружностями кольцевые зоны через одну, получим картину, идентичную зонной пластинке. Фотографируя эту картину, можно изготовить уменьшенный диапозитив, представляющий собой зонную пластинку.

При перемещении вдоль линии SB условие максимума последовательно удовлетворяется для бесконечного количества точек. Это означает, что зонная пластинка Френеля ведет себя подобно линзе, но с бесконечным числом фокусов. Вычисление фокусных расстояний зонной пластинки поручается самим студентам.

Для получения большего светового эффекта Вуд изготовил пластинку, оптическая толщина четных и нечетных зон которой отличалась на $\lambda/2$. С этой целью стекло было покрыто тонким слоем лака и на нем соответствующим образом была выгравирована

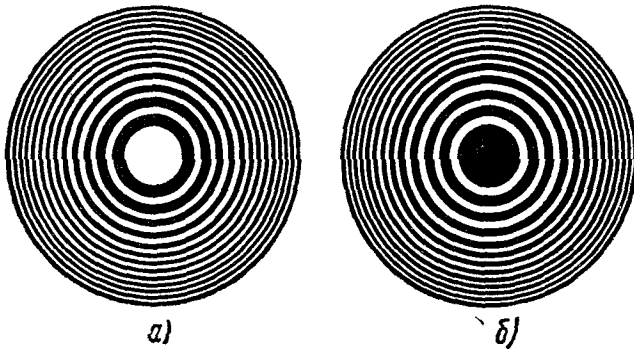


Рис. 6.3

зонная пластинка. Если такую пластинку расположить в точке M_0 перпендикулярно SB , то все колебания, идущие от разных зон, будут приходить в точку B с одной и той же фазой и поэтому результирующая амплитуда явится суммой амплитуд всех четных и нечетных зон.

Аналогичный эффект можно получить, если изготовить из прозрачного материала (например, стекла) ступенчатую зонную пластинку (рис. 6.4). При этом толщина ступеньки выбирается такой, чтобы фаза колебаний каждой четной (или нечетной) зоны изменилась бы на π по отношению к соседней зоне. Это имсет место, если толщина ступеньки h удовлетворяет условию

$$\frac{2\pi h}{\lambda} (n_{ст} - n_{воз}) = \pi \quad \text{или} \quad h = \frac{\lambda}{2(n_{ст} - n_{воз})}.$$

Принцип действия фокусирующей линзы тот же, что и у ступенчатой зонной пластинки. Различие заключается в том, что линза за счет непрерывного изменения фазы между соседними элементами дает еще более сильное увеличение (в $\pi^2/4$ раза больше) интенсивности на своем фокусе. В этом легко убедиться, если обра-

тить внимание на рис. 6.5 (а — случай зонной пластинки Вуда, б — случай линзы), где для простоты изображены всего три зоны Френеля. Действительно, если световые сигналы от соседних зон приходят в точку наблюдения с одинаковыми фазами, то пластинка Вуда направляет амплитуды всех зон Френеля вдоль одной линии. В отличие от этого случая линзы из-за непрерывного изме-

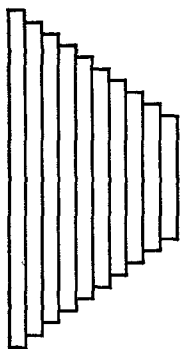


Рис. 6.4

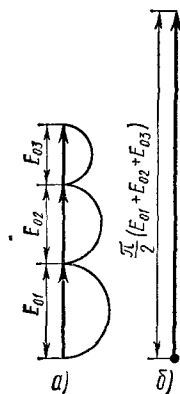


Рис. 6.5

нения фазы между соседними элементарными зонами в пределах каждой зоны Френеля световые сигналы, приходящие в точку наблюдения от всех элементарных зон, находятся в одинаковой фазе и поэтому линза выпрямляет полуокружности, соответствующие зонам Френеля. В результате этого результирующая амплитуда станет в случае пластинки Вуда $E = E_{01} + E_{02} + E_{03}$, а в случае линзы $E = \frac{\pi}{2} (E_{01} + E_{02} + E_{03})$, так как длина полуокружности, соответствующей одной, скажем первой, зоне Френеля, равна $\frac{\pi E_{01}}{2}$. Следовательно, результирующая амплитуда в случае линзы становится в $\pi/2$ раза больше, чем при пластинке Вуда.

§ 3. МЕТОД ГРАФИЧЕСКОГО СЛОЖЕНИЯ АМПЛИТУД

К подобному выводу о величине результирующей амплитуды можно прийти не только с помощью метода зон Френеля, но и с помощью метода графического сложения амплитуд.

Как известно из курса механики, каждое гармоническое колебание можно представить в виде вектора амплитуды, составляющего с направлением колебания некоторый угол, равный фазе колебания. Предполагается, что вектор амплитуды вращается вокруг точки, совпадающей с его началом, против часовой стрелки с угловой скоростью, равной круговой частоте колебания. Согласно выбранному масштабу, длина вектора равна величине амплитуды колебания. Этот метод очень удобен при сложении колебаний. Он успешно применяется с целью вычисления результирующей

амплитуды. Для этого открытую часть фронта волны необходимо разделить на такие элементарные участки, чтобы фаза и амплитуда колебаний в точке B , вызываемых всеми точками данного участка, практически могла считаться постоянной. Влияние всей действующей части фронта волны изображается некоторым результирующим вектором. Разобьем каждую зону Френеля, начиная от центра, на определенное число (например, шесть) элементарных зон. Длина векторов, соответствующих отдельным равным по площади элементарным зонам, постепенно уменьшается вследствие изменения наклона фронта волны к линии, соединяющей точечный источник и точку наблюдения. Однако для соседних участков такое изменение очень мало. Каждый вектор повернут относительно предыдущего на некоторый угол, равный разности фаз между этими колебаниями. Так как ширина каждой зоны Френеля соответствует

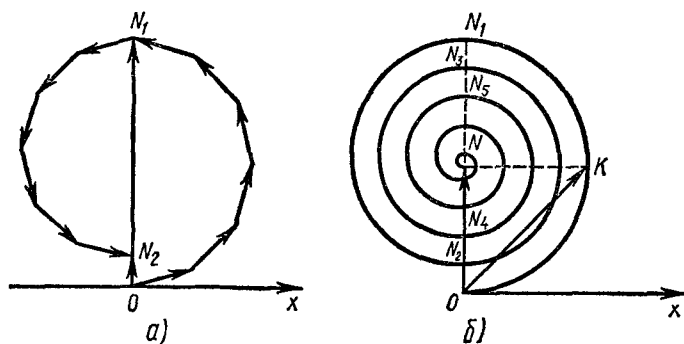


Рис. 6.6

изменению фазы на π , то в данном случае (когда одна зона Френеля делится на шесть элементарных зон) каждый последующий вектор образует с предыдущим угол $\pi/6 = 30^\circ$ (рис. 6.6). Замыкающий вектор ON_1 соответствует действию первой зоны Френеля. Следовательно, воздействие каждой зоны Френеля изобразится в данном случае шестью ломаными линиями (рис. 6.6, а). Аналогично, вектор ON_2 будет соответствовать действию двух первых зон Френеля и т. д.

Если каждую зону Френеля разбить на бесконечное большое число элементарных зон, то ломаные линии превратятся в дугу и каждой зоне Френеля будет соответствовать одна полуокружность. В результате при учете влияния всех зон получится спираль с фокусом в точке N (рис. 6.6, б). Угол, который составляет результирующий вектор с данным направлением, соответствует фазе результирующего колебания в точке наблюдения. Построенная таким образом векторная диаграмма позволяет определить амплитуду и фазу результирующего колебания для произвольного числа действующих зон Френеля. Например, если открыта половина первой зоны, то результирующая амплитуда будет изображаться вектором OK . Аналогично, $ON_1, ON_2, ON_3, ON_4, ON_5, \dots, ON$ будут соответствовать

результатирующим амплитудам соответственно от одной, двух, трех, четырех, пяти и, наконец, бесчисленного множества зон Френеля. Легко видеть, что действие половины первой зоны (OK) больше половины действия целой первой зоны Френеля ($ON = \frac{1}{2} E_{01}$). Фаза результирующего колебания отличается от действительно наблюдаемой фазы на $\pi/6$. Действительно, направление кривой в начальной точке O , принятой за первоначальное, дает в точке наблюдения значение фазы колебания, соответствующее центральной части первой зоны. Оно равно нулю и как раз есть действительно наблюдаемое значение фазы. Но как следует из рис. 6.6, *б*, результирующий вектор ON направлен не вдоль x , а составляет с ним угол, равный $\pi/2$, т. е. для фазы результирующего колебания получается значение на $\pi/2$ больше действительного. Так как в большинстве случаев нас интересует не фаза, а результирующая интенсивность, пропорциональная квадрату амплитуды, то этому недоразумению можно не придавать особого значения.

§ 4. ДИФРАКЦИЯ НА КРУГЛОМ ОТВЕРСТИИ, КРУГЛОМ ПРЕПЯТСТВИИ И НА ПРЯМОЛИНЕЙНОМ КРАЕ НЕПРОЗРАЧНОГО ЭКРАНА

Метод зон Френеля успешно применяется при решении многих практических задач дифракции. Среди всего многообразия явлений дифракции сферических волн представляет интерес рассмотреть следующие случаи.

Дифракция света на круглом отверстии. Свет от точечного источника S , проходя через круглое отверстие на непрозрачном экране \mathcal{E}_1 , распространяется в направлении SB (рис. 6.7). Рассмотрим результирующую картину на экране \mathcal{E}_2 . Вспомогательную поверхность выберем так, чтобы она совпала с поверхностью экрана \mathcal{E}_1 , а в области отверстия — с фронтом волны. Для определения результирующей интенсивности в точке B разобьем фронт волны на зоны Френеля.

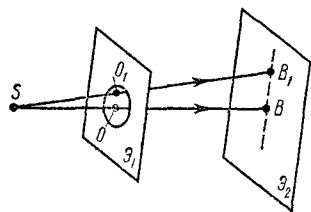


Рис. 6.7

В зависимости от размера отверстия и длины волны при данном взаимном расположении источника, отверстия и экрана \mathcal{E}_2 число действующих в точке B зон Френеля будет определенным — четным и нечетным. Если число действующих зон нечетное, то в точке B будет наблюдаться максимум, если четное — то минимум. Максимальная интенсивность наблюдается в случае, когда в отверстии укладывается одна зона, а минимальная — когда две зоны Френеля. Чтобы найти результирующую интенсивность в другой точке экрана \mathcal{E}_2 , например в точке B_1 , необходимо разбить фронт волны на зоны Френеля с центром в точке O_1 , находящейся на прямой SB_1 . В этом случае часть зон Френеля будет закрыта непрозрачным экраном \mathcal{E}_1 и интенсивность в точке B_1 будет определяться не только числом зон Френеля,

укладывающихся в отверстия, но степень частичного перекрытия зон Френеля. Поэтому по мере удаления от центра экрана Э₂ интенсивность максимумов будет падать. Исходя из соображений симметрии, можно предположить, что дифракционная картина в данном случае будет иметь вид чередующихся concentрических максимумов с центром в точке В. Соответствующие картины дифракции представлены на рис. 6.8 (a — отверстие открывает нечетное число зон, b — отверстие открывает четное число зон).

Влияние немонохроматичности света на дифракционную картину. Если бы в вышеуказанном случае падающий свет был строго монохроматичным, то число максимумов и минимумов было бы гораздо большим, чем на рис. 6.8. Практически, однако, мы имеем дело не с монохроматической волной, а с распространением цугов волн. Длина цуга, как мы знаем, определяет ширину спектра. Чем меньше длина цуга, тем больше ширина спектра, т. е. тем больше отклонение от монохроматичности. Для учета влияния немонохроматичности рассмотрим рис. 6.9.



Рис. 6.8

Пусть фронт сферической волны в данный момент времени будет σ . Цуги волн, исходящие из соответствующих точек фронта волны σ , приходят в точку В вследствие их симметричного расположения относительно линии SB с одинаковой фазой. По мере удаления по поверхности экрана от точки В должно происходить уменьшение когерентности световых колебаний от разных точек поверхности σ . В конечном счете дифракционная картина исчезнет. Этот вывод можно пояснить следующими рассуждениями.

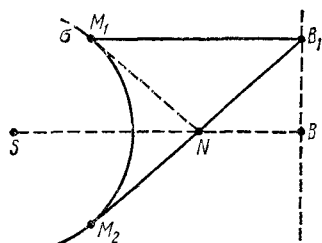


Рис. 6.9

Цуги волн, исходящие одновременно из двух точек фронта волны (среда считается однородной, и поэтому фронт волны совпадает с волновой поверхностью) M_1 и M_2 , проходя разные пути M_1B_1 и M_2B_2 , придут в точку B_1 в разное время. Если разность оптических длин путей $M_2B_1^{opt} - M_1B_1^{opt}$ значительно превосходит длину цугов, то пришедшие в точку B_1 световые колебания будут некогерентными и интерференция вторичных волн не будет иметь места. Чем дальше от точки В ведется наблюдение, тем сильнее отклонение от когерентности.

Дифракция света на круглом препятствии. Пусть между точечным источником света S и экраном наблюдения Э находится круглое непрозрачное препятствие П (рис. 6.10). Решение задачи дифракции в этом случае заключается в определении как числа зон Френеля, перекрытых препятствием (в зависимости от размера препятствия и его месторасположения), так и числа открытых

зон. Выражение (6.11) в этом случае сохраняет силу при том условии, что вместо амплитуды первой зоны E_{01} в нее входит амплитуда первой действующей зоны $E_{0(m+1)}$, где m — число зон Френеля, закрываемых препятствием Π . Тогда, вследствие того что $j \rightarrow \infty$, имеем

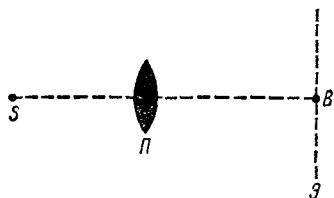


Рис. 6.10

$$E_{0B} = E_{0(m+1)}/2.$$

Как следует из этого выражения, при дифракции от круглого непрозрачного препятствия интенсивность в центре экрана (в точке B) отлична от нуля. Далее, вокруг точки B

располагаются чередующиеся концентрические окружности минимумов и максимумов.

Пятно Пуассона. В 1818 г. Френель представил свою теорию дифракции на соискание премии Французской Академии. В том же году член комитета по премиям Пуассон, исходя из теории Френеля, доказал, что в центре тени маленького диска должно наблюдаться светлое пятно, носящее по сей день название пятна Пуассона. Однако поставленный соответствующий опыт вначале не подтвердил предсказание Пуассона. На основании этого Пуассон пришел к выводу, что теория Френеля неверна. Будет уместным отметить, что такое несоответствие результатов эксперимента с выводом из теории Френеля о наличии светлого пятна в центре может иметь место в том случае, когда края непрозрачного экрана не совмещаются точно с краями зон Френеля. Другой член комитета Араго, выполнив соответствующий эксперимент, доказал, что действительно при дифракции света от круглого непрозрачного экрана в центре тени возникает светлое пятно, предсказываемое теорией Френеля.

Теорема Бабине. Опираясь на рассмотренные случаи дифракции света, можно прийти к формулировке так называемой теоремы Бабине, гласящей *: «Если на пути широкого пучка ставить поочередно препятствия и отверстия с одним и тем же сечением и если ограничиться наблюдением той области, которая в случае свободного пучка представлялась бы совершенно темной (и, кроме того, свободной от дифракции на краях), то в этой области будет наблюдаться дифракционная картина, одинаковая как для препятствия, так и для отверстия».

Дифракция света на прямолинейном крае непрозрачного экрана. Свет, исходящий из точечного источника S , падает на непрозрачный экран \mathcal{E}_1 , имеющий прямолинейный край и простирающийся влево до бесконечности. Наблюдение ведется на экране \mathcal{E}_2 (рис. 6.11). Так как волновой фронт ограничивается прямолинейным краем полуплоскости, то наблюдается дифракция. Для оценки дифракционной картины на экране \mathcal{E}_2 необходимо, как и в предыдущих

* Поль Р. Оптика и атомная физика. М., 1966, § 60.

случаях, разбить фронт волны на зоны Френеля. Однако, как видно из рис. 6.12, в этом случае полуплоскость срежет половину каждой зоны, в результате чего половина каждой зоны будет бездействовать и учет действия частично открытых зон затрудняет решение задачи дифракции. Поэтому предлагается другой способ деления фронта волны на зоны, который сильно упрощает решение задачи. Сферический фронт волны σ разделим плоскостями, проходящими через S и точки M_1, M'_1, M_2, M'_2 и т. д. параллельно

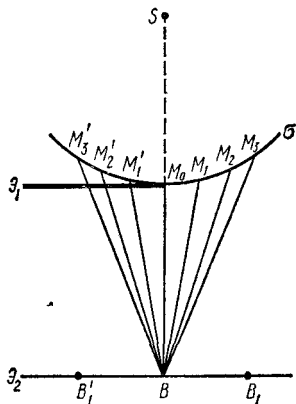


Рис. 6.11

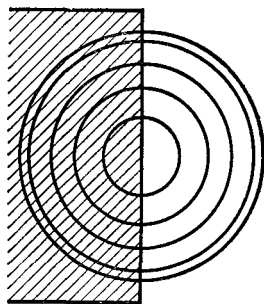


Рис. 6.12

ребру экрана (край экрана полагается перпендикулярным плоскости чертежа) \mathcal{E}_1 , так, чтобы удовлетворялось условие

$$M_1B - M_0B = M_2B - M_1B = \dots = M'_1B - M_0B = \\ = M'_2B - M'_1B = \dots = \lambda/2.$$

Линии M_0B, M_1B, M'_1B и т. д. расположены в плоскости чертежа. Такое деление волнового фронта в какой-то степени подобно делению поверхности Земли меридианами на пояса. Очевидно, в отличие от деления меридианами в нашем случае $M_0M_1 > M_1M_2 > M_2M_3 \dots$ и т. д. и поэтому площади зон будут убывать по мере удаления от центра. Такое убывание происходит сначала быстро, затем медленнее. Легко показать, что отношение площадей последующих зон к площади первой зоны (M_0M_1) выражается как $1 : 0,41 : 0,32 : 0,27 : 0,23 : 0,22$ и т. д. Следовательно, амплитуда, обусловленная влиянием соответствующей зоны в точке B , с увеличением номера зоны будет уменьшаться.

Спираль Корню. Найдем теперь распределение интенсивности на экране \mathcal{E}_2 . Используем графический метод сложения амплитуд. Как мы видели при рассмотрении дифракции света от круглого отверстия (когда площади зон Френеля были равными), сложение амплитуд дает кривую в виде спирали. Так как в рассматриваемом случае площади зон не равны, то аналогичное построение дает более сложную кривую — вначале она пологая, затем переходит в спираль (на рис. 6.13 правая ветвь). Обусловлено это тем, что

вначале площади соседних зон резко отличаются, а затем становятся почти одинаковыми. Аналогичным образом получается левая ветвь, полностью симметричная правой. Точки F_+ и F_- , к которым спираль приближается асимптотически, называются полюсами. Полученная таким образом кротоида называется спиралью Корню (рис. 6.13). Аналитически она выражается интегралами Френеля *. Симметричность правой и левой ветвей кривой обусловлена симметричным расположением правой и левой частей фронта волны относительно точки B . Точка O является точкой перегиба.

В некоторой точке B_1 , расположенной правее точки B (см. рис. 6.11), результирующая амплитуда определяется как

$$\vec{E}_{0B_1} = \sum_{i=1}^n \Delta \vec{E}_{0i} + \sum_{j=1}^{\infty} \Delta \vec{E}_{0j}, \quad (6.14)$$

где n — число действующих влево от точки B_1 зон. Второй член определяет влияние бесконечного количества зон, расположенных вправо от точки наблюдения. Правая половина ветви спирали на рис. 6.13 обусловлена вторым членом в (6.14). При $n \rightarrow \infty$ (бесконечное удаление точки наблюдения от края экрана) первый член в (6.14) обуславливает левую ветвь спирали.

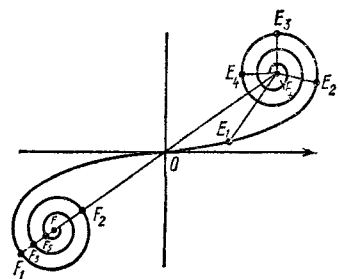


Рис. 6.13

Первый член в (6.14) равен нулю для точки B , расположенной непосредственно под краем экрана \mathcal{E}_1 . Результирующая амплитуда для этой точки выражается линией OF_+ . При перемещении точки B по экрану

вправо (в сторону B_1 и дальше) число действующих зон с правой стороны остается бесконечным, а слева появляются новые действующие зоны [вклад первого члена в (6.14) увеличивается]. Это соответствует перемещению по спирали влево от точки O . Например, если перемещению точки B в положение B_1 соответствует точка F_1 на спирали, то амплитуда в точке B_1 выражается через F_1F_+ . Аналогично, перемещению точки наблюдения влево в область геометрической тени полуплоскости (в сторону B'_1 и дальше) соответствует перемещение точки по спирали вправо от точки O . Если перемещению точки наблюдения в B'_1 соответствует точка E_2 на спирали, то амплитуда в точке B'_1 выразится через E_2F_+ . Бесконечно удаленной вправо на экране точке наблюдения соответствует амплитуда F_+F_- . Условно эту амплитуду, а также соответствующую интенсивность примем равной единице ($F_+F_- = 1$).

Распределение интенсивности. Распределение интенсивности на экране в соответствии со спиралью Корню представлено на рис. 6.14. Как следует из рисунка, интенсивность непосредственно под краем экрана (в точке O , соответствующей на рис. 6.11 точке B)

* См.: Борн М., Вольф Э. Основы оптики, § 87. М., 1970.

равна $1/4$. При переходе в область геометрической тени экрана \mathcal{E}_1 (в отрицательном направлении оси x) интенсивность непрерывно уменьшается. Это объясняется тем, что переход в область геометрической тени экрана \mathcal{E}_2 соответствует перемещению по спирали вправо от точки O . Амплитуды при таком перемещении будут равны E_1F_+ , E_2F_+ , E_3F_+ и т. д. т. е. они непрерывно уменьшаются до нуля.

При перемещении вправо от точки B (рис. 6.11) происходит чередование максимумов и минимумов (в виде полос на рис. 6.15),

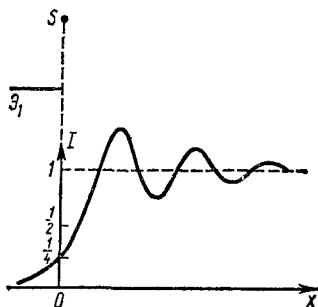


Рис. 6.14

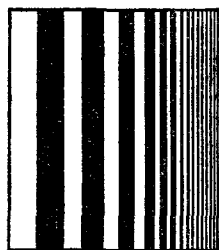


Рис. 6.15

причем интенсивности последующих максимумов постепенно уменьшаются, приближаясь к единице. Обусловлено это тем, что при таком перемещении, амплитуды последовательно достигают значений F_+F_1 , F_+F_2 , F_+F_3 и т. д., где $F_+F_1 > F_+F_3 > F_+F_5 > \dots$ и $F_+F_2 < F_+F_4$ и т. д.

Максимальные и минимальные значения освещенности можно вычислить с помощью спирали Корню. К аналогичным результатам можно прийти также путем аналитического вычисления. Теоретические результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными (при использовании точечных источников света). Необходимость точечного источника света вызвана тем, что все вышеприведенные теоретические выводы получены для сферической волны, которая, как известно, порождается точечным источником.

§ 5. ДИФРАКЦИЯ В ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ЛУЧАХ (ДИФРАКЦИЯ ФРАУНГОФЕРА)

Опыт Фраунгофера. До сих пор мы имели дело с дифракцией сферической волны. Подобная дифракция подробно была исследована Френелем и поэтому называется дифракцией Френеля.

Представляется также интересным (с практической и теоретической точек зрения) рассмотреть случай дифракции параллельных лучей. Вопрос этот в 1821—1822 гг. был рассмотрен Фраунгофером, поэтому дифракция параллельных лучей получила название дифракции Фраунгофера.

Схематически опыт Фраунгофера представлен на рис. 6.16. Точечный источник S расположен в фокусе линзы L_1 . Между линзами L_1 и L_2 расположен непрозрачный экран с отверстием

(в виде щели, прямоугольника, круга и т. д.). Дифрагирующие под разными углами лучи света собираются линзой L_2 в соответствующие точки экрана \mathcal{E}_2 , расположенного в фокальной плоскости линзы L_2 .

На практике обычно приходится иметь дело не с точечным, а с протяженным источником света. Это приводит к ухудшению видимости дифракционной картины. Например, если источник света взять в виде светящейся нити, то различные ее точки будут излучать некогерентные лучи и результирующая дифракционная картина будет представлять собой наложение дифракционных картин от точечных источников.

Задача дифракции, как и в других случаях, заключается в нахождении распределения интенсивности света в зависимости от угла

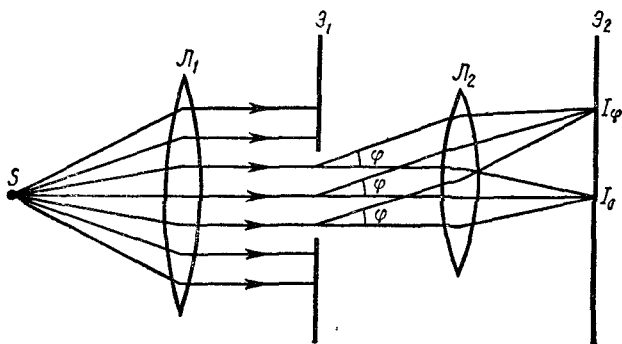


Рис. 6.16

дифракции φ . Распределение интенсивности по экрану зависит также от формы и размера отверстия. Практически интересно рассмотреть дифракцию плоской световой волны от круглого отверстия и от отверстия, имеющего форму прямоугольника. Наибольший интерес представляет случай дифракции от щели. Щель будем называть прямоугольное отверстие, имеющее незначительную ширину и практически бесконечную длину. Прямолинейное отверстие длиной в несколько миллиметров и шириной в 0,01—0,02 мм практически играет роль щели. При падении плоского фронта световой волны на такую щель происходит дифракция в обе стороны (вправо и влево) от щели. В результате изображение точки растянется в полосу (с максимумами и минимумами), перпендикулярно щели.

Фраунгоферова дифракция от одной щели. Рассмотрим дифракцию плоской монохроматической световой волны от щели шириной b (рис. 6.17). Для простоты будем считать, что световая волна длиной λ падает нормально к плоскости щели. Параллельный пучок света, пройдя через щель на непрозрачном экране \mathcal{E}_1 , дифрагирует под разными углами в правую и левую сторону от первоначального направления падения лучей. Линза L собирает параллельные пучки дифрагированных лучей в соответствующих точках экрана \mathcal{E}_2 ,

расположенного в ее фокальной плоскости Недифрагирующие лучи соберутся в точке B_0 , а лучи, дифрагирующие влево под углом φ , соберутся в точке B_φ . Задачу дифракции в данном случае можно решить двумя методами — графическим и аналитическим.

Так как параллельный пучок света падает нормально к плоскости щели, то фронт волны будет совмещен с плоскостью щели, т. е. все точки фронта волны в плоскости щели будут колебаться с одинаковой фазой. Разобьем фронт волны в плоскости щели от точки M до точки N на параллельные края щели полоски равной ширины. Каждая полоска будет играть роль вторичного источника. Вследствие идентичности полосок амплитуды волн в плоскости щели будут одинаковыми. Равенство фаз во всех точках щели, следовательно и для всех полос, было отмечено выше. Все это упрощает

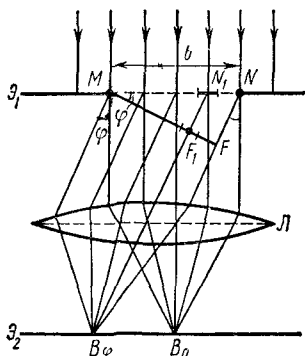


Рис. 6.17

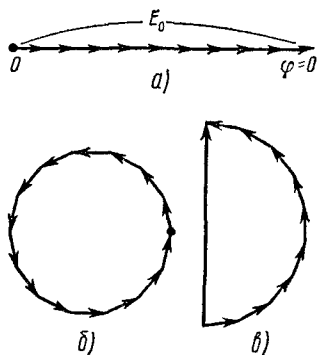


Рис. 6.18

решение задачи дифракции в обоих случаях. Такие условия выполняются и для лазерного излучения.

Графический метод. Выражая амплитуды каждой полоски векторами равной длины, найдем результирующую амплитуду, пользуясь графическим методом сложения амплитуд. Результаты при разных углах дифракции φ представлены на рис. 6.18. Как видно из рис. 6.18, а, при $\varphi = 0$, т. е. в точке B_0 , амплитуда (E_0) будет максимальной. В направлении, при котором крайние полоски отличаются по фазе на π (т. е. разность хода NF между крайними лучами равна $\lambda/2$), результирующая амплитуда равна $E_\varphi = 2E_0/\pi$.

Действительно, как видно из диаграммы (рис. 6.18, б, в), в этом случае результирующая амплитуда равна диаметру полуокружности E_0 , т. е. $E_0 = \pi E_\varphi/2$. Как видно из рис. 6.17, это направление определяется из условия $\varphi = \arcsin \lambda/2b$.

В случае, когда разность хода между крайними лучами (FN) равна λ , т. е. фазы крайних полос вследствие замыкания окружности отличаются на 2π , результирующая амплитуда обращается в нуль. Это направление определяется как $\varphi = \arcsin \lambda/b$. Амплитуда равна нулю во всех случаях, когда разность хода между крайними лучами равна $\lambda, 2\lambda, 3\lambda, 4\lambda$ и т. д.

Аналогично, при $NF = 0, \lambda/2, 3\lambda/2, 5\lambda/2$ и т. д. наблюдаются максимумы, причем интенсивности их падают с увеличением угла дифракции.

Аналитический метод. Ширину элементарной полоски обозначим через dx . Возмущение, вызванное каждой полоской в плоскости щели, описывается уравнением $dE_0 = c dx \cos \omega t$, где c — постоянная величина. Если амплитуду падающей волны, соответствующей всей ширине щели, обозначить через E_0 , то очевидно, что

$$E_0 = \int_0^b c dx = cb, \text{ откуда } c = E_0/b. \text{ Следовательно,}$$

$$dE_0 = E_0/b dx \cos \omega t. \quad (6.15)$$

Для нахождения результирующей амплитуды в любой точке экрана наблюдения, определяемой углом дифракции φ , необходимо знать распределение фаз всех колебаний, приходящих в эту точку. Поскольку линза не вносит добавочной разности хода, то распределение фазы в точке B_φ будет таким же, как в плоскости MF , образующей с плоскостью щели угол φ . Поэтому требуется найти распределение фаз для элементарных полос в плоскости MF .

Рассмотрим элементарную полоску, расположенную на расстоянии x от точки M , т. е. от левого края щели MN . Для лучей, дифрагированных под углом φ , средняя точка этой полоски перемещается в точку F_1 плоскости MF . Возмущение, обусловленное произвольной полоской шириной dx , расположенной на расстоянии x от точки M в плоскости MF , выразится уравнением

$$dE = \frac{E_0}{b} dx \cos (\omega t - kN_1F_1). \quad (6.16)$$

Как следует из выражения (6.16), вследствие добавочной сравнительно с точкой M разности хода лучей возникает разность фаз между полоской точки M и полоской, находящейся на расстоянии x (в плоскости MF) от неё, равная $\frac{2\pi}{\lambda} N_1F_1 = kN_1F_1$. Согласно рис. 6.17, имеем $N_1F_1 = x \sin \varphi$, следовательно,

$$dE = \frac{E_0}{b} dx \cos (\omega t - kx \sin \varphi). \quad (6.16a)$$

Вследствие когерентности возмущений от всех полосок нахождение результирующей амплитуды в произвольной точке B_φ сводится к решению задачи интерференции, т. е. сложению влияний всех полосок с учетом амплитуды и фазы. Поэтому проинтегрируем выражение (6.16a) по всей ширине щели, т. е. от нуля до b :

$$\begin{aligned} E &= \int_0^b dE = \int_0^b \frac{E_0}{b} \cos (\omega t - kx \sin \varphi) dx = \\ &= E_0 \frac{\sin \left(\frac{kb}{2} \sin \varphi \right)}{\frac{kb}{2} \sin \varphi} \cos \left(\omega t - \frac{kb}{2} \sin \varphi \right). \end{aligned} \quad (6.17)$$

(6.17) есть выражение результирующего возмущения в точке B_φ с амплитудой

$$E_\varphi = E_0 \frac{\sin\left(\frac{kb}{2} \sin \varphi\right)}{kb \sin \varphi} = E_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\lambda \sin \varphi}. \quad (6.17a)$$

Так как интенсивность есть величина прямо пропорциональная квадрату амплитуды, то распределение интенсивности на экране наблюдения в зависимости от угла дифракции имеет вид

$$I_\varphi = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)^2}, \quad (6.17б)$$

т. е. освещенность на экране меняется, принимая максимальные и минимальные значения. Здесь I_0 — интенсивность света, идущего от всей щели в направлении $\varphi = 0$, т. е. в направлении первичного пучка.

Условия минимумов и максимумов. При значении угла дифракции φ , удовлетворяющих условию $\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi = n\pi$, т. е.

$$\sin \varphi = n\lambda/b, \quad (6.18)$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$, освещенность равна нулю. Этот результат совпадает с результатом, полученным графическим методом.

Далее найдем условие максимума, т. е. определим углы дифракции, при которых наблюдается максимальная освещенность в соответствующих точках экрана. С функцией, имеющей вид (6.17б), мы познакомились в § 5 гл. II. Как мы видели, она достигает максимальных значений при $\eta = 0; 1,43\pi; 2,46\pi; 3,47\pi; 4,47\pi$ и т. д., где

$$\eta = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi.$$

Распределение амплитуды (сплошная кривая) и интенсивности (пунктирная кривая) на экране в зависимости от угла дифракции согласно формулам (6.17а) и (6.17б) представлено на рис. 6.19. Условно принято, что $E_0 = 1$. Как видно из рисунка, интенсивность вторичных максимумов быстро убывает. Расчеты показывают, что интенсивности главного и следующих максимумов относятся как $1 : 0,047 : 0,008 : 0,005$ и т. д., т. е. основная часть световой энергии сосредоточена в центральном максимуме (в области между первым левым и правым минимумами, определяемыми условиями: $\sin \varphi = -\lambda/b$ и $\sin \varphi = +\lambda/b$). Примерно 5% энергии приходится на первые, 2% на вторые максимумы.

Влияние монохроматичности света. Падающий на щель свет мы предполагали монохроматическим. Следовательно, рис. 6.19 описывает распределение амплитуды и интенсивности при условии монохроматического освещения. Однако, как уже неоднократно

отмечалось, на практике приходится иметь дело не со строго монохроматической волной. Поэтому интересно рассмотреть влияние немонохроматичности света на дифракционную картину. Как следует из (6.17б), а следовательно, и из рис. 6.19, при падении немонохроматического света максимумы и минимумы (за исключением центрального максимума) соответствующих длин волн будут смещены друг относительно друга. При этом чем больше длина волны,

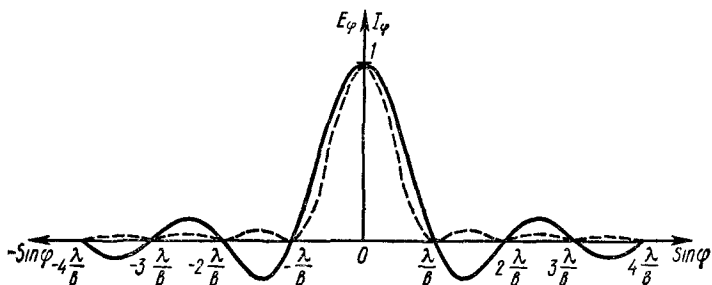


Рис. 6.19

тем больше смещение соответствующих максимумов и минимумов относительно центра. Нулевые максимумы для всех длин волн совпадают. Если падающий свет белый, то в центре дифракционной картины наблюдается белая полоса, переходящая в цветную. Далее, должны идти окрашенные в разные цвета (фиолетовым краем ближе к центру, а красным краем дальше от центра) максимумы. Однако эти максимумы слишком расплывчаты, т. е. при дифракции от одной щели практически не удастся увидеть отчетливое разделение для различных длин волн.

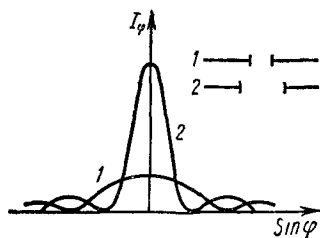


Рис. 6.20

Влияние ширины щели. Рассмотрим теперь влияние ширины щели на дифракционную картину. Как следует из рис. 6.20, с увеличением ширины щели происходит сближение максимумов и минимумов относительно центра. Поскольку с увеличением ширины щели увеличивается общий световой поток, то интенсивность при сравнительно больших

отверстиях должна быть больше. На рис. 6.20 представлен график распределения интенсивности для щелей разной ширины. Как видно из рисунка, с уменьшением ширины щели центральный максимум расплывается. При $b = \lambda$ (что соответствует $\sin \varphi = 1$, т. е. $\varphi = \pi/2$) центральный максимум расплывается в бесконечность, что приводит к равномерному освещению экрана. Дальнейшее уменьшение ширины щели ($b < \lambda$) приводит к отклонению от теории Френеля — Кирхгофа. Этот случай не имеет смысла с практической точки зрения, так как при этом наблюдается монотонное уменьшение интенсивности прошедшего света.

Увеличение ширины щели ($b > \lambda$) приводит к сужению центрального максимума и увеличению яркости. При $b \gg \lambda$ мы получаем в центре резкое изображение источника света, т. е. имеет место прямолинейное распространение света.

Влияние размеров источника. Представляет интерес рассмотреть также влияние размеров источника на дифракционную картину.

Допустим, что удаленный источник света линейный и имеет размер AB . Каждая точка протяженного источника одинаковой яркости даст дифракционную картину. Эти идентичные картины будут смещены друг относительно друга в пределах угловых размеров источника. В качестве углового размера принимается угол, под которым виден источник при наблюдении из центра щели, который обозначим через 2α . На рис. 6.21 показано положение максимумов для центральной точки C и крайних точек A и B источника. Как видно, максимумы крайних точек A и B источника лежат под углами соответственно $+\alpha$ и $-\alpha$. Результирующая интенсивность дифракционной картины зависит от соотношения между углом дифракции φ и углом α . Как известно, уменьшение ширины щели приводит к увеличению φ . Если щель настолько широкая, что φ существенно меньше α , то изображение источника геометрически подобно источнику (слабые дифракционные полосы, окаймленные по краям, никакого влияния на изображения не оказывают). При дальнейшем уменьшении ширины щели φ увеличивается и изображение становится расплывчатым. Если ширину щели уменьшить так, чтобы φ стало значительно больше α , то наблюдаемая дифракционная картина мало чем отличается от картины, получаемой от точечного источника.

Следовательно, чем уже щель, тем меньше размеры источника влияют на результирующую дифракционную картину.

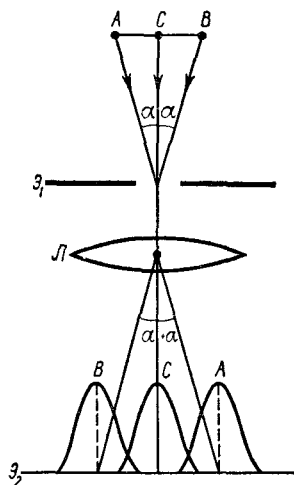


Рис. 6.21

§ 6. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА ОТ ПРЯМОУГОЛЬНОГО И КРУГЛОГО ОТВЕРСТИЙ

После предварительного ознакомления с дифракцией плоской световой волны от щели перейдем к рассмотрению дифракции от прямоугольного отверстия.

Дифракция света от прямоугольного отверстия. Пусть имеем прямоугольное отверстие шириной b и длиной l . Направим на это отверстие плоский фронт волны. В отличие от дифракции от одной щели в этом случае свет дифрагирует не только в направлении ширины (соответствующий угол дифракции обозначим через φ), но

и в направлении длины щели (угол дифракции в этом направлении обозначим через ψ). Для решения задачи дифракции в данном случае действующий фронт волны можно разделить на элементарные прямоугольники линиями, параллельными сторонам отверстия.

Производя соответствующие вычисления для интенсивности, в зависимости от углов дифракции φ и ψ имеем

$$I_{\varphi, \psi} = I_0 \frac{\sin^2 \left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi \right)}{\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi \right)^2} \cdot \frac{\sin^2 \left(\frac{\pi l}{\lambda} \sin \psi \right)}{\left(\frac{\pi l}{\lambda} \sin \psi \right)^2}. \quad (6.19)$$

Картина дифракции от прямоугольного отверстия представлена на рис. 6.22. В правом нижнем углу рисунка изображено соответствующее прямоугольное отверстие. Характерные особенности дифракционной картины от щели сохраняются и в этом случае. В частности основная световая энергия приходится на центральный максимум, а интенсивности максимумов вдоль обоих взаимно перпендикулярных направлений относятся как $1 : 0,047 : 0,017$ и т. д. Очевидно,

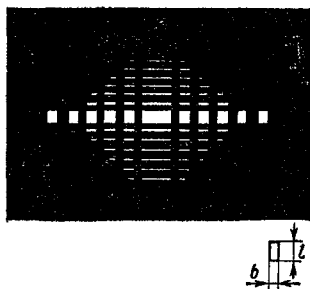


Рис. 6.22

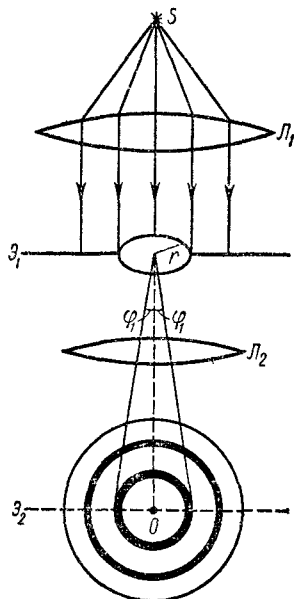


Рис. 6.23

что при $b = l$, т. е. когда отверстие имеет вид квадрата, дифракционная картина в обоих направлениях будет полностью симметричной.

Дифракция света от круглого отверстия. Этот случай имеет большое практическое значение (использование линз в оптических приборах). Роль круглого отверстия играют оправы объективов, являющиеся неотделимой частью оптических приборов.

Дифракция плоских световых волн от круглого отверстия качественно не отличается от соответствующей френелевской дифракции — центральное яркое пятно охватывается концентрическими светлыми и темными дифракционными кольцами с центром в геометрическом изображении точечного источника. Интенсивности светлых колец с удалением от центра уменьшаются так быстро, что практически

невооруженным глазом можно заметить одно или два первых кольца. Расчеты показывают, что угловые радиусы (рис. 6.23) темных колец определяются приближенной формулой

$$\sin \varphi_m = m \frac{0,61}{r} \lambda, \quad (6.20)$$

где φ_m — угол с вершиной в центре круглого отверстия на непрозрачном экране радиусом r , под которым видно m -е темное кольцо (так называемый угловой радиус m -го темного кольца), λ — длина падающей световой волны.

Более точные значения угловых радиусов максимумов и минимумов и их относительные интенсивности даны в табл. 4. *

Т а б л и ц а 4

Угловые радиусы минимумов	Угловые радиусы максимумов	Относительная интенсивность
$\sin \varphi_1 = \frac{0,61}{r} \lambda$	$\sin \varphi'_1 = 0$	1
$\sin \varphi_2 = \frac{1,12}{r} \lambda$	$\sin \varphi'_2 = \frac{0,81}{r} \lambda$	0,0175
$\sin \varphi_3 = \frac{1,62}{r} \lambda$	$\sin \varphi'_3 = \frac{1,33}{r} \lambda$	0,0042
$\sin \varphi_4 = \frac{2,12}{r} \lambda$	$\sin \varphi'_4 = \frac{1,85}{r} \lambda$	0,0016

§ 7. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА ОТ ДВУХ И МНОГИХ ЩЕЛЕЙ. ДИФРАКЦИОННАЯ РЕШЕТКА

Дифракция света от двух щелей. При рассмотрении дифракции плоской световой волны от щели мы видели, что распределение интенсивности на экране определяется направлением дифрагированных лучей. Это означает, что перемещение щели параллельно самой себе влево и вправо по экрану \mathcal{E}_1 (см. рис. 6.17) не приводит к какому-либо изменению дифракционной картины. Следовательно, если на экране \mathcal{E}_1 сделать еще одну щель, параллельную первой, такой же ширины b , то картины, создаваемые на экране \mathcal{E}_2 каждой щелью в отдельности, будут совершенно одинаковыми. Результирующую картину можно определить путем сложения этих двух картин с учетом взаимной интерференции волн, идущих от обеих щелей. Направим параллельный пучок когерентного света на непрозрачный экран с двумя идентичными щелями шириной b , отстоящими друг от друга на расстоянии a (рис. 6.24). Очевидно, в тех направлениях, в которых ни одна из щелей не распространяет

* См.: Л а н д с б е р г Г. С. Оптика. М., 1957, с. 154.

свет, будут наблюдаться минимумы с нулевыми значениями интенсивности. Однако что касается максимумов, то они уже будут наблюдаться не во всех тех направлениях, в которых мы наблюдали их в случае одной щели. Вследствие взаимной интерференции световых лучей, посылаемых двумя щелями, в некоторых направлениях они будут взаимно уничтожаться. Следовательно, в отличие от дифракции от одной щели в случае двух щелей возникают добавочные минимумы.

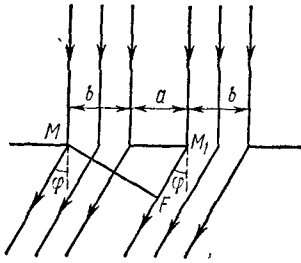


Рис. 6.24

Очевидно, что добавочные минимумы с нулевыми значениями интенсивности будут наблюдаться в тех направлениях, которым соответствует разность хода $\lambda/2, 3\lambda/2, 5\lambda/2, \dots$ лучей, посылаемых от соответственных точек (например, крайних левых M и M_1 обеих щелей), т. е.

$$M_1F = MM_1 \sin \varphi = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \text{ где } m = 0, 1, 2, \dots$$

Действие одной щели будет усиливаться другой, если

$$M_1F = MM_1 \sin \varphi = m\lambda.$$

Такие максимумы будем называть главными.

Обозначив сумму $a + b$ через d , перепишем условия добавочных минимумов и главных максимумов в виде:

$$d \sin \varphi = (2m + 1) \cdot \lambda/2 \text{ (добавочные минимумы)}, \quad (6.21)$$

$$d \sin \varphi = m\lambda \text{ (главные максимумы)}. \quad (6.22)$$

Как мы знаем, прежние минимумы наблюдались в направлениях, определяемых условием

$$b \sin \varphi = (m + 1) \lambda \text{ (прежние минимумы)}. \quad (6.23)$$

Дифракция света от многих щелей. Дифракционная решетка. Из (6.21) и (6.23) видно, что в случае двух щелей между соседними главными максимумами наблюдается один добавочный минимум. Проведя аналогичные рассуждения, легко убедиться, что для трех щелей между соседними максимумами наблюдаются два добавочных минимума и т. д. Очевидно, что в случае N щелей число добавочных минимумов, наблюдаемых между соседними главными максимумами, будет $N - 1$.

Система параллельных щелей равной ширины, разделенных одинаковыми непрозрачными промежутками, называется дифракционной решеткой. Сумму ширины прозрачной (b) и непрозрачной (a) полос принято называть постоянной решетки (d):

$$d = a + b.$$

В такой решетке прозрачность (амплитудный коэффициент пропускания) τ вдоль решетки будет меняться скачками от $\tau = 0$ до $\tau = 1$ (рис. 6.25).

Как и в случае фраунгоферовой дифракции от одной щели, распределение интенсивности для дифракционной решетки в зависимости от угла дифракции можно также изобразить графически и аналитически. Все колебания, идущие от разных щелей в направлении $\varphi = 0$, имеют одинаковые амплитуды и фазы колебания. Следовательно, все векторы амплитуд будут направлены вдоль одной линии и результирующая амплитуда будет

$$E_0 = NE_{01},$$

где E_{01} — амплитуда колебания, соответствующего одной щели. Интенсивность в направлении $\varphi = 0$ будет

$$I_0 = cN^2E_{01}^2,$$

где c — коэффициент пропорциональности.

Как видно, в случае дифракции от N щелей интенсивность в направлении $\varphi = 0$ растет прямо пропорционально квадрату числа интерферирующих лучей N .

Минимум будет наблюдаться в том случае, если колебания, идущие от первой и последней щелей, будут по фазе отличаться на 2π , т. е. $N\delta = 2\pi$ (δ — разность фаз колебаний от соответствующих участков соседних щелей). Отсюда $\delta = 2\pi/N$. Так как $\delta = 2\pi/\lambda \cdot \Delta l$ (где Δl — разность хода двух лучей от соответствующих участков соседних щелей), то $\Delta l = \lambda/N$. Это позволяет определить условия добавочных минимумов, расположенных между главными максимумами:

$$d \sin \varphi = m\lambda + p\lambda/N, \quad (6.24)$$

где $p = 1, 2, \dots, N - 1$.

Так как при переходе от главного максимума к соседнему минимуму разность хода меняется на λ/N , то имеет место $\Delta(d \sin \varphi) = \lambda/N$. Отсюда $d \cos \varphi \Delta \varphi = \lambda/N$ и угловая ширина главного максимума $\Delta \varphi = \lambda/Nd \cos \varphi$. При малых углах дифракции $\cos \varphi \approx 1$ и $\Delta \varphi = \lambda/Nd$. Следовательно, при $d = \text{const}$ с увеличением числа щелей помимо роста интенсивности происходит резкое сужение главных максимумов, в результате чего расплывчатые максимумы превращаются в узкие, разделенные темными промежутками.

Распределение интенсивности. Несложные вычисления, аналогичные вычислениям интенсивности для дифракции от одной щели, дают для дифракционной решетки с N щелями *

$$I_\varphi = I_0 \left(\frac{\sin u}{u} \right)^2 \left(\frac{\sin N\alpha}{\sin \alpha} \right)^2, \quad (6.25)$$

* См. Калитеевский Н. И. Волновая оптика. М., 1971.

где $u = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi$, $\alpha = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \varphi$ и I_0 — интенсивность света, излучаемого одной щелью в направлении $\varphi = 0$. Множители $\left(\frac{\sin u}{u}\right)^2$ и $\left(\frac{\sin N\alpha}{\sin \alpha}\right)^2$ в (6.25) выражают соответственно распределение интенсивности для дифракции каждой щели и интерференцию между N пучками, исходящими от всех щелей. Зависимость члена $\left(\frac{\sin u}{u}\right)^2$ от угла дифракции изучена подробно. Рассмотрим теперь зависимость от φ члена $\left(\frac{\sin N\alpha}{\sin \alpha}\right)^2$. При разности хода лучей, исходящих из двух эквивалентных точек соседних щелей, равной целому числу длин волн, происходит взаимное усиление световых волн. Полученные таким образом главные максимумы наблюдаются при $d \sin \varphi = m\lambda$ ($m = 0, 1, 2, \dots$). Легко видеть, что при этих значениях разности хода $\alpha = \pi m$, т. е. $\sin N\alpha = 0$ и $\sin \alpha = 0$. Это значит, что главные максимумы возникают при удовлетворении двух условий: $\sin N\alpha = 0$ и $\sin \alpha = 0$. Как мы уже знаем, между двумя главными максимумами возникает $N - 1$ минимумов, для которых должны выполняться следующие условия: $\sin N\alpha = 0$, но $\sin \alpha \neq 0$. Известно, что $\lim_{\sin \alpha \rightarrow 0} \left(\frac{\sin N\alpha}{\sin \alpha}\right) = N$. Учитывая это и подставляя в (6.25) $\sin \varphi = m\lambda/d$ для m -го главного максимума, имеем

$$I_m = I_0 N^2 \left(\frac{\sin u}{u}\right)^2 = \frac{I_0 N^2 d^2}{\pi^2 m^2 b^2} \sin^2 \left(\pi m \frac{b}{d}\right). \quad (6.25a)$$

Следовательно, при дифракции света на решетке из N правильно расположенных щелей интенсивность растет не прямо пропорционально числу щелей, а прямо пропорционально квадрату этого числа. Это есть следствие перераспределения полной, прошедшей через все щели световой энергии вследствие интерференции дифрагировавших пучков. Такой результат не имел бы места, если бы щели на решетке располагались не на равных друг от друга расстояниях, а хаотически. В этом случае интерференционный член обратился бы в нуль и интенсивность была бы прямо пропорциональна числу щелей.

Для иллюстрации влияния членов $\left(\frac{\sin u}{u}\right)^2$ и $\left(\frac{\sin N\alpha}{\sin \alpha}\right)^2$ на дифракционную картину приведены графики зависимости интенсивности от φ (рис. 6.26). Число щелей на решетке принято $N = 4$. На рисунке изображены: *a* — максимумы, вызванные интерференцией четырех пучков; *b* — распределение интенсивности для дифракции от одной щели; *в* — распределение интенсивности в максимумах, обусловленное произведением обоих членов.

Вторичные максимумы, расположенные между минимумами, имеют весьма незначительные (практически нулевые) интенсивности. Так, например, самый интенсивный вторичный максимум равен примерно $1/20$ интенсивности главного максимума.

Дифракционная картина от многих ($N \gg 1$) щелей представлена на рис. 6.27. Как видно, четкие главные максимумы разделены темными пространствами.

Отметим еще одну особенность распределения энергии в главных максимумах. Как видно из (6.25, а), при разных значениях

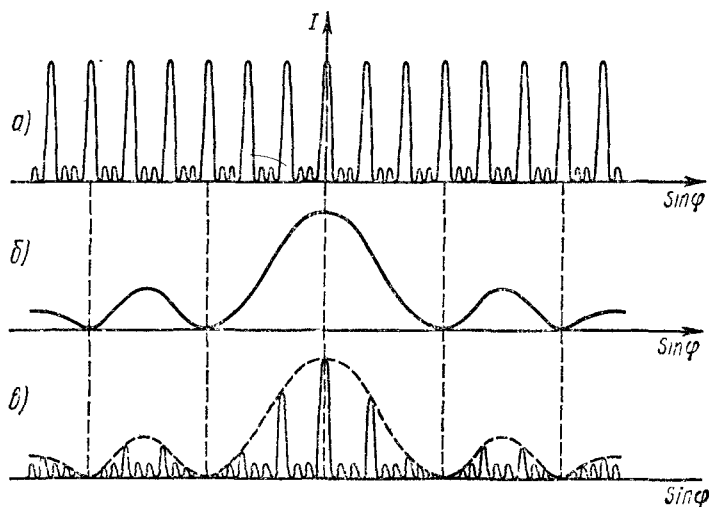


Рис. 6.26

b и d (всегда $b < d$) некоторые максимумы пропадают (или, напротив, возникают). Действительно, как следует из (6.25а), при mb/d , равном целым числам, $\sin(\pi mb/d) = 0$ и интенсивности соответствующих главных максимумов обратятся в нуль. В качестве примера рассмотрим случай, когда $b/d = 1/4$. Выражение mb/d здесь

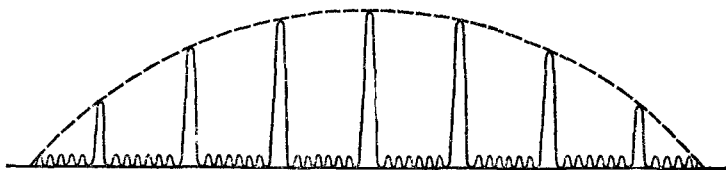


Рис. 6.27

равняется целым числам 1, 2, 3, ... при $m = 4, 8, 12, \dots$ Следовательно, при значении $d = 4b$ в дифракционной картине выпадает каждый четвертый максимум (рис. 6.28). Для более ясного представления вышеизложенного на рис. 6.28 даны: а — распределение интенсивности, обусловленное интерференцией пучков от разных щелей; б — распределение интенсивности, обусловленное дифрак-

цией на каждой щели, и θ — результирующее распределение интенсивности, где происходит выпадение каждого четвертого максимума. Очевидно, что при данных b и d интенсивность главных

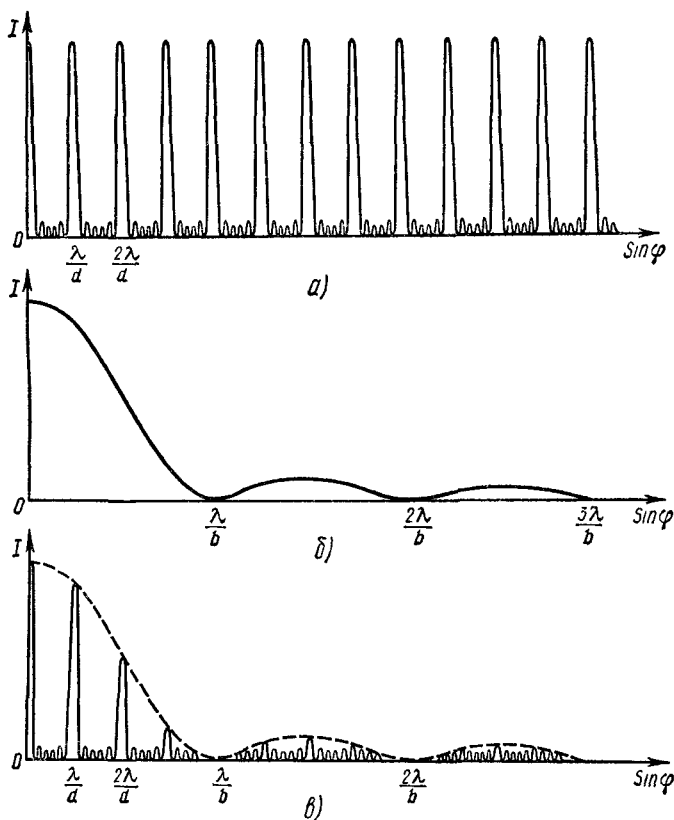


Рис. 6.28

максимумов обратно пропорциональна квадрату порядка дифракции, т. е. с увеличением порядка дифракции интенсивность соответствующего главного максимума резко уменьшается.

§ 8. НАКЛОННОЕ ПАДЕНИЕ ЛУЧЕЙ НА ДИФРАКЦИОННУЮ РЕШЕТКУ

Выше мы рассмотрели случай нормального падения параллельного пучка света на дифракционную решетку. Аналогичным образом можно рассмотреть случай падения лучей под некоторым отличным от нуля углом.

Пусть параллельный пучок света падает на дифракционную решетку под углом θ . Как известно, при разности хода лучей, иду-

ших от эквивалентных точек соседних щелей, равной целому числу длин волн, наблюдаются максимумы. Согласно рис. 6.29, имеем

$$\Delta = MB - AF = d \sin \theta - d \sin \varphi_m = d (\sin \theta - \sin \varphi_m) = m\lambda,$$

где d — постоянная решетки, φ_m — угол дифракции, определяющий положение m -го максимума; $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ При $d \gg \lambda$ углы дифракции малы, т. е. $\varphi_m \approx \theta$, и условие максимума имеет вид

$$d(\theta - \varphi_m) \cos \theta = m\lambda. \quad (6.26)$$

Как мы знаем, условие максимума при нормальном падении света есть

$$d \sin \varphi_m = m\lambda. \quad (6.27)$$

При малых углах дифракции φ_m условие (6.27) можно переписать в таком виде:

$$d\varphi_m = m\lambda. \quad (6.27a)$$

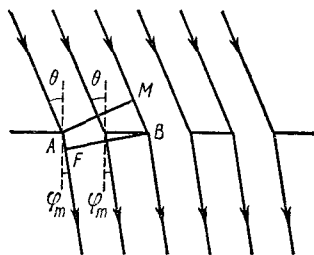


Рис. 6.29

Сравнение (6.26) с (6.27a) показывает, что угол дифракции $(\theta - \varphi_m)$ при наклонном падении вычисляется так же, как при нормальном падении света, но с уменьшенным значением ($d' = d \cos \theta$) периода решетки. Следовательно, при довольно большом наклоне ($\theta \approx 90^\circ$) луча кажущаяся постоянная решетки ($d \cos \theta$) становится весьма малой и на решетке ($d \gg \lambda$) при таком освещении можно будет наблюдать четкую дифракционную картину.

§ 9. ДИФРАКЦИОННЫЕ РЕШЕТКИ

Дифракционные решетки бывают пропускающими и отражающими. Первые (самые простые) пропускающие дифракционные решетки были изготовлены Фраунгофером в 1821 г. На два параллельно расположенных винта были намотаны тонкие проволоки, просветы между которыми составляли систему щелей (до 136 щелей на 1 см). Более совершенные, но довольно грубые пропускающие решетки были созданы Фраунгофером нанесением при помощи простой делительной машины штрихов на тонкий золотой слой, покрывавший стекло. Позднее им были изготовлены решетки нанесением штрихов непосредственно на стекло. Роль щелей на таких решетках играли прозрачные участки стекла между штрихами.

Фраунгоферу не удалось сделать решетку с достаточно большим числом штрихов на единицу длины. Самая лучшая его решетка имела 320 штрихов на 1 мм. Важнейший шаг в этом направлении был сделан в 80-х годах прошлого века Роулендом. Им были созданы специальные делительные машины для изготовления более совершенных (порядка 800 штрихов на 1 мм) решеток большого протяжения (до 10 см). Делительные машины Роуленда в дальнейшем были усовершенствованы рядом ученых, главным образом Андерсоном и Ву-

дом. До 50-х годов нашего века эта лаборатория выпускала лучшие в мире дифракционные решетки с числом штрихов до 1200 на 1 мм.

В Советском Союзе в настоящее время выпускаются высококачественные дифракционные решетки с большим числом штрихов — до 2400 штрихов на 1 мм. В этом большая заслуга Ф. М. Герасимова и его сотрудников.

Решетки, в которых плоскость каждой щели совпадает с плоскостью решетки и, следовательно, не возникает никакой разности фаз при прохождении плоской волны через решетку, называются амплитудными (стеклянная пластинка с нанесенными на ее поверхность параллельными штрихами). Само название говорит о том, что в амплитудных решетках чередование плоских прозрачных и непрозрачных участков вдоль решетки приводит к изменению амплитуды вдоль направления, перпендикулярного штрихам решетки.

Ввиду того что при дифракции от решетки основная часть световой энергии сосредоточивается в спектре нулевого порядка и по мере перехода к спектрам высших порядков энергия резко убывает, дифракционные спектральные приборы являются слабосветосильными. Для устранения этого недостатка возникла необходимость в изменении распределения энергии в спектрах различного порядка. Это достигается введением дополнительной разности хода

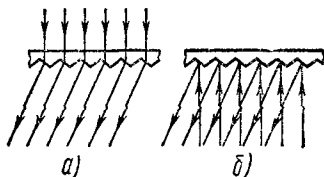


Рис. 6.30

в пределах каждого штриха решетки путем нанесения бороздок определенной формы (профилированные штрихи). При прохождении (рис. 6.30, а) или отражении (рис. 6.30, б) света возникает разность фаз от одного края бороздки до другого. Такие решетки, принцип действия которых основан на изменении фазы, называются фазовыми решетками. Соответствующий подбор профиля борозды приводит к концентрации энергии (до $\frac{1}{3}$ части всей энергии) в спектре требуемого порядка, ослабляя остальные порядки (в том числе и яркий спектр нулевого порядка). Это позволяет резко увеличить светосилу дифракционных спектрографов.

Фазовые решетки могут быть отражающими и пропускающими. Идеально отражающие решетки вызывают периодическое изменение фазы и не приводят к изменению амплитуды. Можно создать решетки, способные одновременно менять как амплитуду, так и фазу. Подобные решетки называются амплитудно-фазовыми. На практике решетки, изготовленные нанесением штрихов на стекло или металл, являются фактически амплитудно-фазовыми. Отражательные решетки были изготовлены еще в 80-х годах XIX в. Роулендом путем нанесения штрихов на плоскую и вогнутую металлические поверхности. Преимуществом вогнутой сферической дифракционной решетки является то, что она одновременно выполняет роль фокусирующего зеркала и поэтому не нуждается в наличии дополнительных объективов для получения изображения щели. Это делает ее удобной для использования во всем оптическом диапазоне. Отра-

жательная решетка с профилированными штрихами изображена на рис. 6.29, б. Ошибки при нарезке (они не должны превышать $1/8\lambda$) приводят к появлению в спектре ложных линий — «духов».

§ 10. ОДНОМЕРНАЯ СИНУСОИДАЛЬНАЯ ДИФРАКЦИОННАЯ РЕШЕТКА

Рассмотрим дифракцию света на одномерной (чередование неоднородностей происходит вдоль направления x) дифракционной решетке, прозрачность которой меняется по синусоидальному закону (рис. 6.31) $\tau = \sin \frac{2\pi}{d} x$, где d — период решетки. Очевидно, что в такой решетке прозрачность (амплитудный коэффициент пропускания) τ вдоль решетки не будет меняться скачками от $\tau = 0$ до $\tau = 1$ (см. рис. 6.25), как это было в § 8, а, меняясь по синусоидальному закону, периодически будет принимать положительные и отрицательные значения*.

Направим на синусоидальную решетку плоский фронт волны длиной λ . Для простоты будем полагать, что свет падает на решетку нормально. Очевидно, что все прозрачные элементы рассмотренной решетки одновременно станут вторичными источниками, а если за решеткой поставить собирающую линзу, то лучи, дифрагированные под одинаковыми углами, соберутся в одну точку на фокальной плоскости линзы. Если рассмотреть лучи, дифрагированные под некоторым углом φ , то в точку встречи каждое возмущение приходит со систематическим по сравнению с предыдущим запаздыванием на величину $d \sin \varphi / v$, где v — скорость распространения света в среде, где расположена решетка. Следовательно, в некоторую точку на фокальной плоскости, положение которой определяется величиной угла дифракции φ , приходит возмущение, меняющееся по времени согласно закону $\sin \frac{2\pi}{T} t$, где T — период воздействия (промежуток времени между моментами прибытия возмущений от соседних прозрачных элементов). Если учесть, что за время T значение x меняется на постоянную решетку d , т. е. $td = xT$, то закон изменения возмущения в точке наблюдения (на фокальной плоскости) будет определяться по формуле

$$\sin \frac{2\pi}{d} x = \sin \frac{2\pi}{T} t.$$

Для достаточно протяженной** решетки возбуждение в точке

* Отрицательное значение коэффициента прозрачности ($-1 \leq \tau \leq +1$), следовательно, и амплитуды проходящего света означает, что фазы волны с положительными ($\tau > 0$) и отрицательными ($\tau < 0$) амплитудами противоположны.

** При достаточно больших размерах решетки синусоидальное возбуждение вида $\sin \frac{2\pi}{d} x = \sin \frac{2\pi}{T} t$ практически можно считать не ограниченным во времени, т. е. монохроматическим.

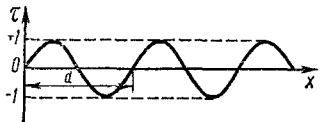


Рис. 6.31

наблюдения можно считать монохроматическим с длиной волны

$$\lambda = vT = d \sin \varphi. \quad (6.28)$$

Это и есть условие максимума для синусоидальной решетки.

Сравнение (6.28) с (6.22) показывает, что если при дифракции в обычной дифракционной решетке образуются, начиная с нулевого, максимумы различных порядков ($m = 0; \pm 1; \pm 2; \dots$), то в случае синусоидальной решетки образуются, кроме нулевого, только дифракционные максимумы первого порядка ($m = \pm 1$), т. е. лучи во втором случае будут дифрагировать только под углами

$$\varphi_{\pm} = \pm \arcsin(\lambda/d). \quad (6.29)$$

Этот вывод нам понадобится в гл. VIII.

§ 11. СТУПЕНЧАТЫЕ РЕШЕТКИ (ЭШЕЛОН МАЙКЕЛЬСОНА И МАЙКЕЛЬСОНА—ВИЛЬЯМСА)

Эшелон Майкельсона. Одна из разновидностей прозрачной фазовой решетки была предложена Майкельсоном в 1898 г. Эта решетка в честь ее изобретателя названа эшелонем Майкельсона.

Эшелон Майкельсона состоит из ряда (до 30—40) строго плоскопараллельных стеклянных пластинок в виде лестницы с выступами одинаковой ширины (рис. 6.32). Пластины являются в высокой степени однородными и имеют строго одинаковую толщину (от 1 до 2 см). Сжатые между собой однородные плоскопараллельные пластинки образуют лестницу как бы из сплошного однородного стекла.

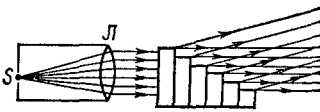


Рис. 6.32

Свет, исходящий из точечного источника S , проходя через линзу L , попадает на эшелон Майкельсона в виде параллельного пучка. Проходящий через эшелон световой пучок дифрагирует на краях ступеней лестницы. Дифрагированные под определенными углами лучи, интерферируя между собой, дают соответствующие максимумы или минимумы. Разность хода между отдельными лучами зависит не только от коэффициента преломления стекла n , но также от ширины h и высоты l ступенек и угла дифракции φ . Не представляет трудности определить разность хода между соседними лучами, дифрагирующими под углом φ :

$$\Delta = l \sin \varphi + h (n - \cos \varphi).$$

Вследствие малого угла дифракции $\sin \varphi \approx \varphi$ и $\cos \varphi \approx 1$. Тогда условие главных максимумов имеет вид

$$l\varphi + h(n - 1) = m\lambda. \quad (6.30)$$

Ввиду малости φ первым членом в левой части равенства (6.30) можно пренебречь:

$$h(n - 1) = m\lambda.$$

Отсюда для порядка интерференции имеем

$$m = h(n - 1)/\lambda. \quad (6.31)$$

Подставляя $h = 1$ см, $n = 1,5$ и $\lambda = 5000 \text{ \AA}$, получим $m = 10^4$. Забегая вперед, отметим достоинства эшелона Майкельсона. При ознакомлении со спектральными характеристиками оптических приборов в гл. VII мы увидим, что разрешающая сила дифракционной решетки равна

$$A = mN, \quad (6.32)$$

где N — число интерферирующих лучей (число щелей, а в нашем случае число ступеней, которое равно 30—40).

Учитывая (6.31) в (6.32), получим

$$A = Nh(n - 1)/\lambda. \quad (6.33)$$

Подставляя $n = 1,5$, $h = 1$ см, $N = 30$, $\lambda = 5000 \text{ \AA}$, получим для разрешающей силы эшелона Майкельсона с общей толщиной 30 см ($A = 3 \cdot 10^5$) то же, что и для отражающей фазовой решетки с профилированным штрихом общей длиной 15 см. Исходя из этого и учитывая большие затруднения, связанные с изготовлением большого числа пластин одинаковой толщины (с точностью до $0,1\lambda$), можно сделать заключение о непрактичности использования эшелона Майкельсона.

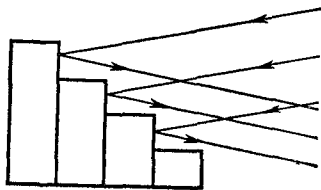


Рис. 6.33

Эшелон Майкельсона — Вильямса.

На практике обычно пользуются отражательными эшелонами, предложенными в 1933 г. Вильямсом (рис. 6.33) и называемыми обычно эшелонами Майкельсона — Вильямса. Эшелон Майкельсона — Вильямса состоит из ряда пластин из плавленного кварца. Специальная обработка пластин позволяет добиться оптического контакта. В результате все устройство как бы вырезано из одного куска плавленного кварца. Спектральные характеристики, в том числе и разрешающая способность эшелона Майкельсона — Вильямса, выше разрешающей способности эшелона Майкельсона. Отражательный эшелон ввиду большой трудности его изготовления почти не применяется в видимой области спектра. Он обычно используется в миллиметровой, микроволновой и инфракрасных областях спектра. В этих областях не требуется столь высокой точности изготовления пластин. В принципе эшелон Майкельсона — Вильямса можно было бы использовать также в ультрафиолетовой области. Однако это связано с очень высокой, практически неосуществимой точностью изготовления. В ультрафиолетовой и длинноволновой рентгеновской областях применяются вогнутые дифракционные решетки. Связано это еще и с тем, что вогнутые решетки, как известно, одновременно выполняют роль

линз, поглощающих излучение в ультрафиолетовой (а также в инфракрасной) области спектра.

В заключение, укажем, что эшелоны используются только при строго монохроматическом излучении.

§ 12. ДИФРАКЦИОННАЯ РЕШЕТКА КАК ПРИБОР ДЛЯ СПЕКТРАЛЬНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ СВЕТА

Зависимость положения максимумов и минимумов от длины волны падающего света позволяет использовать дифракционную решетку для разложения сложного импульса в спектр. При разложении сложного импульса на составляющие (в частности, белого

света на монохроматические волны) дифракционная решетка решает ту же задачу, которая может быть выполнена математически путем разложения в ряд (линейный спектр) или интеграл Фурье (сплошной спектр). Спектральный прибор, служащий для разложения сложного импульса на монохроматические компоненты, составной частью которого является дифракционная решетка, называется дифракционным спектрографом. Кроме дифракционной решетки эти приборы имеют фокусирующую оптику, обеспечивающую четкое изображение входной щели. В спектрографах полученный спектр фотографируется на фотопластинку. Схематическое изображение дифракционного спектрографа дано на рис. 6.34. Лучи света, исходящие из щели * шириной b , расположенной в фокальной плоскости линзы L_1 ,

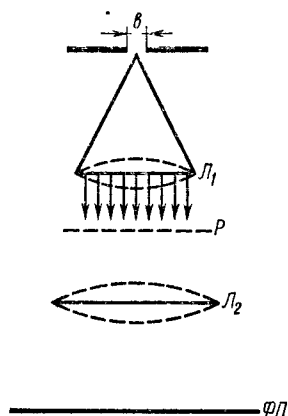


Рис 6 34

падают на дифракционную решетку P . Дифрагированные лучи, падая на линзу L_2 , дают соответствующую дифракционную картину в ее фокальной плоскости, где расположена фотопластинка $\Phi П$. Если падающий луч монохроматический, то данной длине волны будет соответствовать целый ряд максимумов дифракционной картины, так называемые спектральные линии разных порядков. Если же падает сложный свет, то каждой длине будет соответствовать

* Щель является одной из существенных частей спектральных (призменный, дифракционный) приборов. Она служит для получения так называемых спектральных линий — максимумов дифракционной картины, соответствующей данной длине волны. Принцип действия щели основан на явлении фразнгоферовой дифракции от одной щели, где дальнейшее ее сужение начиная с определенной ширины приводит к размытию изображения щели — к появлению дифракционной картины. Каждый максимум дифракционной картины называется спектральной линией, соответствующей данной длине волны λ . В зависимости от конкретной поставленной задачи ширину щели, состоящей из двух подвижных ножей, меняют от нескольких тысячных до нескольких десятых (иногда и больше) миллиметра.

своя совокупность спектральных линий, причем спектральные линии, соответствующие разным длинам волн, будут сдвинуты друг относительно друга. Рабочая область спектра дифракционного спектрографа достаточно широкая. от области вакуумного ультрафиолета (спектрограф с вогнутыми дифракционными решетками) до области с миллиметровыми и субмиллиметровыми (спектрограф с эшелеттами — отражательными дифракционными решетками, имеющими пилообразное поперечное сечение) значениями длин волн. Простота изготовления эшелетта и возможность сосредоточения почти всей падающей энергии в одном из спектров высшего порядка делает дифракционные приборы более выгодными.

Результат разложения сложного импульса будет определяться его свойствами — формой и продолжительностью. Однако, как показывают опытные данные, результат разложения не определяется однозначно параметрами падающего излучения — он зависит также от свойств спектрального аппарата. Монохроматическое излучение, подаваемое в спектральный прибор, регистрируется не в виде узкой линии (рис. 6.35, а) определенной интенсивности, соответствующей частоте ω_1 , а в виде кривой (рис. 6.35, б), представляющей распределение энергии по частотам. Такое распределение, вид которого определяется свойствами данного спектрального аппарата, называется аппаратной функцией. Таким образом, искажение поступающего в прибор сигнала, вносимое самим прибором, характеризуется определенной аппаратной функцией. Следовательно, чтобы с точностью оценить разложение сложного импульса на монохроматические составляющие, необходимо знать спектральные характеристики приборов. В зависимости от конкретной задачи подбирается тот или иной спектральный прибор с определенными характеристиками.

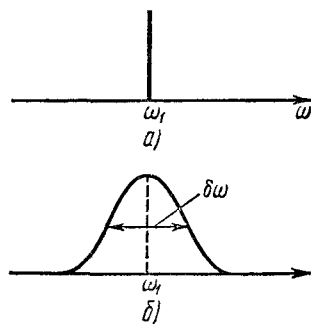


Рис. 6.35

§ 13. ДИФРАКЦИЯ НА ДВУХМЕРНОЙ РЕШЕТКЕ

До сих пор мы рассматривали дифракцию от плоской одномерной решетки (штрихи нанесены перпендикулярно некоторой прямой линии). Представляет интерес рассмотреть также дифракцию от двухмерной решетки (штрихи нанесены во взаимно перпендикулярных направлениях в одной и той же плоскости)

Положим, что штрихи нанесены в плоскости xu перпендикулярно осям x и y . Постоянные решетки в соответствующих направлениях обозначим через d_1 и d_2 . Направим на такую решетку параллельный пучок монохроматического света длиной λ . Ось z направим перпендикулярно плоскости двухмерной решетки. Углы между падающими и дифрагированными лучами и осями x , y , z обозначим соответственно

через α_0 , β_0 , γ_0 и α , β , γ . Очевидно, что α , β и γ — углы, дополняющие углы дифракции до 90° .

Рассмотрим простой случай — направим пучок света перпендикулярно плоскости решетки, т. е. вдоль оси z . В этом случае $\alpha_0 = \beta_0 = 90^\circ$ и $\gamma_0 = 0$. Условия максимумов вдоль осей x и y будут:

$$\left. \begin{aligned} d_1 \sin(90^\circ - \alpha) &= d_1 \cos \alpha = m_1 \lambda, \\ d_2 \sin(90^\circ - \beta) &= d_2 \cos \beta = m_2 \lambda, \end{aligned} \right\} \quad (6.34)$$

где m_1 и m_2 принимают значения 0, 1, 2, 3, ... Угол γ связан с углами α и β следующим образом:

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1. \quad (6.35)$$

Выражения (6.34) и (6.35) позволяют при известных d_1 , d_2 и λ определить α , β и γ (направления дифрагированных лучей) для максимумов того или иного порядка.

При достаточно большом числе щелей максимумы для каждого из этих двух направлений будут довольно острыми, причем на них будет приходиться и существенная часть падающей световой энергии. В результате на экране получится дифракционная картина в виде четких симметрично расположенных световых пятен. При освещении белым светом произойдет разложение в непрерывный спектр по направлениям x и y .

Не представляет принципиальной трудности рассмотреть случаи, когда штрихи в двух направлениях составляют угол, отличный от 90° , и луч падает наклонно к плоскости решетки. Учет этих факторов не изменит общего характера дифракционной картины. Однако нарушение строгой периодичности щелей (хаотическое распределение их) приводит к существенному изменению общей картины — наблюдаются симметричные размытые интерференционные кольца, обусловленные дифракцией света на отдельных частицах. Интенсивность наблюдаемых колец будет пропорциональна не квадрату числа щелей, приходящихся на единицу поверхности (как это было при дифракции на правильной структуре), а числу щелей. Эти две принципиально разные картины позволяют по результату наблюдения сделать вывод о характере расположения щелей (или частиц) на плоскости.

Дифракция от двухмерной решетки позволяет определить не только взаимное расположение частиц (постоянных решетки d_1 и d_2), составляющих решетку на плоской поверхности, но также вести суждения о размерах самих частиц и о взаимном расположении решеток с постоянными d_1 и d_2 .

§ 14. РЕНТГЕНОВСКИЕ ЛУЧИ СПЛОШНОГО И ДИСКРЕТНОГО СПЕКТРА

Тормозное излучение. Ускоренное движение заряженных частиц приводит к излучению электромагнитной волны (см. § 3 гл. II). В этой связи представляет интерес рассмотреть случай движения заряженных частиц в электростатическом поле. Очевидно, что при

торможении этих частиц в электростатическом поле возникает электромагнитное излучение. Подобное излучение — излучение электромагнитной волны заряженной частицей, возникшее при ее торможении в электростатическом поле, — принято называть тормозным излучением. Наглядным примером тормозного излучения является излучение рентгеновских лучей, возникающее в рентгеновских трубках.

Обсудим тормозное излучение с позиций классической теории. Положим, что заряженная частица массой m , зарядом q пролетает мимо ядра элемента с порядковым номером Z (т. е. с зарядом Ze). Со стороны электростатического поля, создаваемого ядром, на заряженную частицу действует сила $\vec{F} = q\vec{E}$, которая сообщает ей ускорение, равное

$$\vec{w} = \frac{q\vec{E}}{m},$$

где $\vec{E} = \frac{Ze}{r^3} \vec{r}$ — напряженность электростатического поля, создаваемого ядром на расстоянии r от него. Следовательно,

$$\vec{w} = \frac{Zqe}{mr^3} \vec{r}.$$

Зная величину ускорения, можно определить количество энергии dI , излученной заряженной частицей за время dt :

$$dI = \frac{2Z^2q^6}{3c^3m^2r^4} dt.$$

Как следует из этого выражения, количество излучаемой энергии прямо пропорционально времени торможения dt , квадрату количества заряда ядра и обратно пропорционально квадрату массы частицы. Следовательно, сильное тормозное излучение происходит в случае резкого торможения легчайших заряженных частиц — электронов — в поле ядра тяжелых элементов. Тогда так как $q = e$, то имеет место

$$dI = \frac{2Z^2e^6}{3c^3m^2r^4} dt,$$

где e и m — соответственно заряд и масса электрона.

Рентгеновские лучи. Условие резкого торможения осуществляется при бомбардировке быстрыми электронами твердого антикатада, при котором, как увидим ниже, излучаются короткие электромагнитные волны — рентгеновские лучи разных длин волн.

В 1895 г. немецкий ученый К. Рентген, изучая электрический разряд в разреженных газах, обнаружил новый, никому не известный до тех пор вид излучения. Это излучение самим Рентгеном было названо «X-лучами». В дальнейшем оно стало называться в честь первооткрывателя рентгеновскими лучами.

Последующие исследования показали, что рентгеновские лучи дифрагируют (Лауэ, 1912 г.) и интерферируют (Линник, 1930 г.), т. е. обладают свойствами волн. Были обнаружены два типа рентге-

новских лучей — рентгеновские лучи сплошного и дискретного спектров*.

Рентгеновская трубка. Рентгеновские лучи сплошного спектра. Рентгеновские лучи можно получить с помощью специальной так называемой рентгеновской трубки. Она представляет собой стеклянную (или металлическую) трубку, из которой откачивается воздух до давления порядка 10^{-6} мм рт. ст. Внутри трубки расположены катод (K) и антикатод (AK) (рис. 6.36). К катоду подсоединена батарея накала ($БН$), которая приводит к эмиссии термоэлектронов из катода. Создаваемое высокое напряжение между катодом

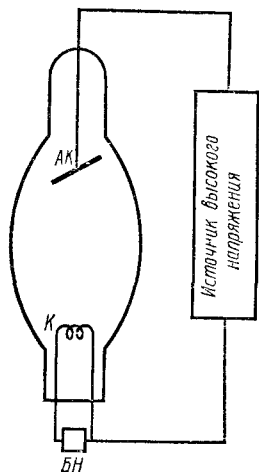


Рис. 6.36

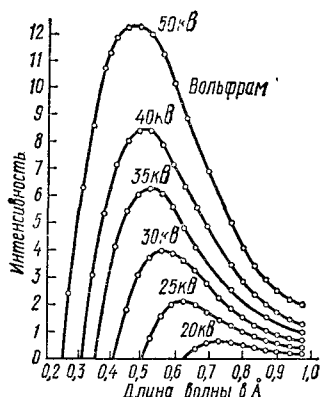


Рис. 6.37

и антикатодом сообщает большую скорость термоэлектронам. Быстрые электроны, попадая на антикатод, испытывают на нем резкое торможение, в результате чего и возникает тормозное излучение — электромагнитное излучение короткой длины волны. Полученные таким образом рентгеновские лучи обладают, подобно белому свету, сплошным спектром и поэтому называются белым рентгеновским излучением. Белое излучение по известным причинам называется также тормозным.

Как показывают опытные данные, рентгеновские лучи сплошного спектра возникают при энергиях электронов, не превышающих некоторой критической величины (обычно при напряжениях на трубке до 20—30 кВ), характерной для данного материала антикатада. Рентгеновские лучи сплошного спектра имеют резкую границу со стороны коротких длин волн, называемую коротковолновой границей сплошного спектра.

На рис. 6.37 представлены спектры излучения для вольфрамового антикатада при разных постоянных значениях разности потенциа-

* Под рентгеновским излучением будем понимать электромагнитное излучение, длина волны которого лежит в интервале 0,01—800 Å.

лов между катодом и антикатодом. На рисунке четко выражены коротковолновые границы сплошного спектра рентгеновских лучей.

Возникновение сплошного спектра, как мы видели выше, хорошо объясняется классической теорией излучения (тормозное излучение). Однако из классической теории не вытекает существование коротковолновой границы спектра. Эмпирически найдено, что произведение граничной длины волны $\lambda_{\text{мин}}$ на величину разности потенциалов остается постоянным, т. е.

$$\lambda_{\text{мин}} V = \text{const.} \quad (6.36)$$

Квантовая теория объясняет существование коротковолновой границы спектра. На самом деле, очевидно, максимальная энергия рентгеновского излучения, возникающая за счет торможения электрона, не может превышать энергию, сообщенную электрону ускоряющим электрическим полем, т. е.

$$h\nu_{\text{макс}} = eV. \quad (6.37)$$

Отсюда

$$\nu_{\text{макс}} = \frac{eV}{h}. \quad (6.38)$$

Если из эксперимента найти $\nu_{\text{макс}}$, то при известном V с помощью формулы (6.38) можно определить постоянную Планка (h).

Определенное таким способом значение h является наиболее точным. Из формулы (6.38), как легко видеть, вытекает (6.36). На самом деле, так как $\lambda_{\text{мин}} = c/\nu_{\text{макс}}$, то $h\nu_{\text{макс}} = hc/\lambda_{\text{мин}} = eV$. Отсюда

$$\lambda_{\text{мин}} V = e/hc = \text{const.}$$

Рентгеновские лучи дискретного спектра. В случае, когда энергия электрона достигает некоторого критического значения, характерного для материала антикатада, или превышает его, на фоне сплошного спектра возникают интенсивные максимумы с дискретными значениями энергии. Поскольку рентгеновские лучи такого рода зависят от материала антикатада, то они обычно называются характеристическими рентгеновскими лучами. Характеристические рентгеновские лучи обладают отличительными свойствами.

Известно, что оптический спектр изолированного атома состоит из отдельных линий. При образовании молекулы оптический спектр усложняется — возникает полосатый спектр. При переходе вещества в твердое состояние изменяется характер спектра: он может стать сплошным. В отличие от этого линейчатый рентгеновский спектр атома не изменяется; он не зависит от того, к какому веществу относится. По-видимому, характеристические рентгеновские лучи порождаются не слабо связанными с ядром валентными (оптическими) электронами, а электронами, расположенными близко к ядру.

Прежде чем объяснить возникновение характеристических рентгеновских лучей, определим, исходя из постулата Бора, полную энергию водородоподобного атома (иона, имеющего единственный

электрон вокруг ядра) с порядковым номером Z . Полная энергия электрона E состоит из кинетической энергии и потенциальной энергии взаимодействия электрона с ядром, т. е.

$$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{Ze^2}{r}, \quad (6.39)$$

где m и v — соответственно масса и скорость электрона, а r — расстояние электрона от ядра. Согласно постулату Бора, стационарными являются орбиты, для которых момент количества движения электрона mvr принимает дискретный ряд значений:

$$mvr = nh/2\pi, \quad (6.40)$$

где n — целые натуральные числа ($n = 1, 2, 3, \dots$). Для стационарных круговых орбит центробежная сила равна силе притяжения электрона к ядру:

$$Ze^2/r^2 = mv^2/r. \quad (6.41)$$

Исключая скорость из выражений (6.40) и (6.41), получим выражение для радиусов стационарных орбит:

$$r_n = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m Z e^2}. \quad (6.42)$$

Учитывая (6.41) и (6.42) в (6.39), получим

$$E_n = -\frac{2\pi^2 m Z^2 e^4}{n^2 h^2}, \quad (6.43)$$

где E_n — полная энергия электрона в n -м стационарном состоянии. Знак минус в (6.43) перед полной энергией электрона указывает на связанное состояние его с ядром.

Как следует из выражения (6.43), с увеличением номера орбит (n) абсолютное значение энергии уменьшается. Так как перед выражением энергии стоит минус, то с увеличением n энергия электрона увеличивается. Если схематически энергии отдельных орбит изобразить горизонтальными линиями (как мы это делали до сих пор), то, как следует из (6.43), при малых значениях n так называемые энергетические уровни далеко отстоят друг от друга. С увеличением n энергетические уровни (и соответствующие орбиты) сближаются друг с другом. Состояние с $n = 1$ называется основным, а состояния с $n > 1$ — возбужденными. За орбитой (оболочкой) с $n = 1$ укрепилось название K -оболочки. При $n = 2, 3, 4$, и т. д. оболочки называются соответственно L , M , N и т. д. Пользуясь условием частот Бора, можно определить частоту перехода из n -й на k -ю оболочку:

$$\nu_{nk} = \frac{2\pi^2 m z^2 e^4}{h^3} \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (6.44)$$

где $n > k$.

Выражение (6.44) позволяет проследить возникновение как оптического, так и характеристического рентгеновского излучений.

При переходе валентных электронов из одного состояния в другое поглощается (или излучается) довольно небольшая энергия по сравнению с энергией, необходимой для переходов электронов с внешних оболочек на оболочки, расположенные близко к ядру, или наоборот. Поэтому при переходе валентного электрона излучаются (или поглощаются) видимые или ультрафиолетовые лучи, в то время как при переходе электронов с более удаленных орбит на близкие к ядру орбиты излучаются весьма короткие волны — рентгеновские лучи.

В тяжелых атомах (с большим порядковым номером Z) внутренние электронные оболочки бывают полностью заполненными. Если ускоренные электрическим полем электроны обладают по меньшей мере энергией, равной работе вырывания из K (L , M и т. д.)-оболочки, то происходит отрыв электрона от соответствующей оболочки. Так, например, для ртути отрыв K -электрона требует затраты энергии порядка 82 кэВ.

Отрыв электрона может произойти и другими способами (при захвате K -электрона ядром, при отрыве электрона под действием ядерного излучения того же элемента и поглощения соответствующего кванта рентгеновского излучения). На освободившееся место может перейти электрон одной из оболочек L , M , N и т. д. Все эти переходы создают K -серии рентгеновского спектра, состоящие из линий K_α , K_β , K_γ . Очевидно, что в K -серии самой длинной является K_α -линия, т. е. $\nu_{K_\alpha} < \nu_{K_\beta} < \nu_{K_\gamma}$. Аналогичным образом при переходе электронов на освободившееся место в L -оболочке из M -, N -оболочек возникают L_α -, L_β -линии и т. д. M - и N -серии рентгеновского спектра наблюдаются только у тяжелых элементов. Таким образом, спектры характеристического рентгеновского излучения состоят из линий, составляющих несколько серий.

По сравнению с оптическим спектром рентгеновские спектры элементов обладают довольно простой структурой. Рентгеновские спектры характеризуются однообразием и наличием малого числа линий. При переходе от одного (легкого) элемента к другому (тяжелому) элементу единственное изменение в рентгеновском спектре заключается в смещении линий в сторону коротких волн. Об этом свидетельствует схема рентгеновских спектров различных элементов (от кислорода до урана), представленная на рис. 6.38, где по оси ординат отложены атомные номера элементов, а по оси — абсцисс — длина волны.

Мозели, исследуя рентгеновские спектры различных элементов (в 1913—1914 гг.), установил связь между частотой излучения и номером элемента, который выражается законом Мозели. Для K_α -линий закон Мозели выражается в виде

$$\nu_{K_\alpha} = R(Z - 1)^2 (1/1^2 - 1/2^2), \quad (6.45)$$

где $R = 109\,737,42 \text{ см}^{-1}$ — постоянная Ридберга.

Аналогичную формулу можно записать также для других спектральных линий и серий. Так, например, для L -серии рентгеновских

спектров закон Мозели можно представить как

$$\nu_L = R (Z - \sigma)^2 (1/2^2 - 1/3^2), \quad (6.46)$$

где σ — постоянная величина.

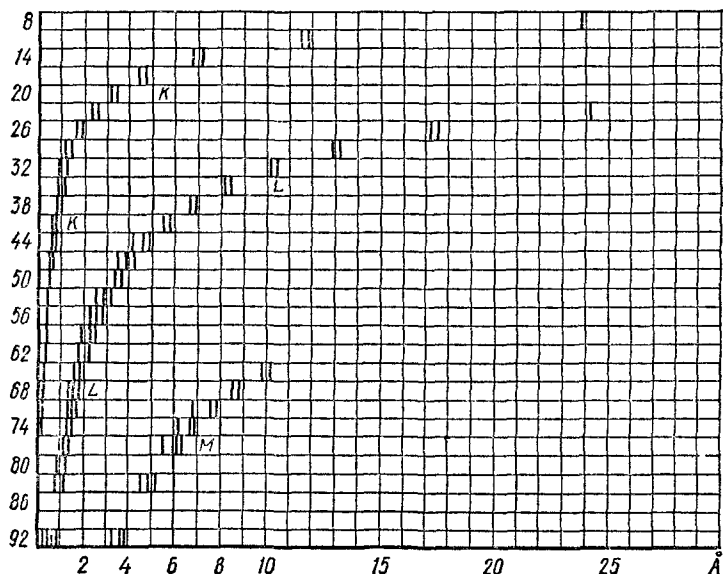


Рис. 6.38

Из (6.45) и (6.46), а также из соответствующих соотношений Мозели для других линий следует, что квадратный корень из обратной

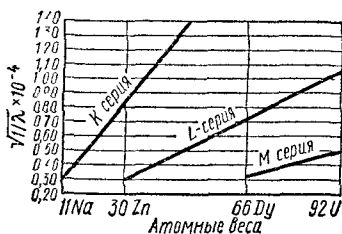


Рис. 6.39

длины волны линейно возрастает с увеличением атомных номеров (порядковых чисел) элементов (рис. 6.39). Этот закон имеет фундаментальное значение при определении расположения элементов в таблице Менделеева, так как он позволяет точно определить атомный номер элемента по измеренной длине волны в линейном спектре соответствующих рентгеновских лучей. Благодаря этому закону

было доказано, что именно порядковый номер (т. е. заряд ядра), а не атомный вес определяет химическую индивидуальность атома.

§ 15. ДИФРАКЦИЯ НА ТРЕХМЕРНОЙ РЕШЕТКЕ.

ДИФРАКЦИЯ РЕНТГЕНОВСКИХ ЛУЧЕЙ (ФОРМУЛА ВУЛЬФА—БРЭГГА)

Дифракция на трехмерной решетке. Положим, что двухмерные решетки с периодами d_1 и d_2 расположены перпендикулярно оси z с периодом, равным d_3 . Направим монохроматический параллельный

пучок света длиной λ вдоль оси z ($\alpha_0 = \beta_0 = \pi/2$, $\gamma_0 = 0$). Очевидно, что условия возникновения главных максимумов (6.34) вдоль осей x и y , а также (6.35) в этом случае сохраняют силу. Однако вследствие дифракции света на плоскостях, перпендикулярных оси z и прошедших через O_1 , O_2 , O_3 и т. д. (рис. 6.40), возникают когерентные лучи *I*, *II*, *III*, *IV* и т. д., образующие угол γ с осью z . Разность хода между соседними лучами, как следует из рис. 6.40, равна

$$d_3 - O_1A_1 = d_3 - O_2A_2 = d_3 - O_3A_3 = d_3 - d_3 \cos \gamma = d_3 (1 - \cos \gamma).$$

Усиление дифрагированных волн произойдет при условии, что разность хода между соседними лучами будет равной целому числу длины волны. Тогда условие максимума будет иметь вид

$$d_3 (1 - \cos \gamma) = m_3 \lambda, \quad (6.47)$$

где $m_3 = 0, 1, 2, 3, \dots$

Следовательно, условия возникновения максимумов для трехмерной решетки выразятся так:

$$\left. \begin{aligned} d_1 \cos \alpha &= m_1 \lambda, \\ d_2 \cos \beta &= m_2 \lambda, \\ d_3 (1 - \cos \gamma) &= m_3 \lambda, \\ \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma &= 1. \end{aligned} \right\} (6.48)$$

Исключая из этой системы углы α , β и γ , получим

$$\left(\frac{m_1 \lambda}{d_1} \right)^2 + \left(\frac{m_2 \lambda}{d_2} \right)^2 + \left(\frac{d_3 - m_3 \lambda}{d_3} \right)^2 = 1. \quad (6.49)$$

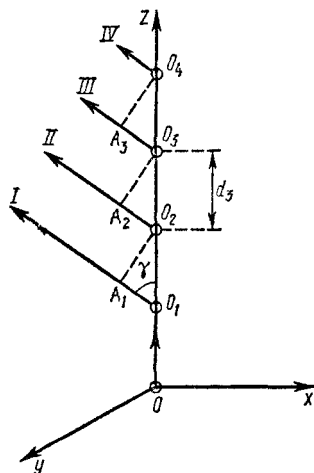


Рис. 6.40

Как следует из выражения (6.49), в отличие от одномерной и двухмерной решеток, где максимумы наблюдались для любых волн, при освещении белым светом в трехмерной решетке максимумы наблюдаются только для длин волн, удовлетворяющих условию (6.49).

Дифракция рентгеновских лучей. Известно, что для наилучших условий наблюдения дифракционной картины постоянная решетки должна быть того же порядка, что и длина падающей волны. С другой стороны, известно, что кристалл является трехмерной дифракционной решеткой, в которой неоднородности (т. е. атомы, молекулы, ионы) регулярно повторяются в трех измерениях. Роль щели в данном случае играет элементарная ячейка кристалла. Этот факт помог Лауэ (1912 г.) прийти к выводу, что существующие естественные кристаллы с постоянной порядка 10^{-8} см являются очень удобными трехмерными решетками для наблюдения дифракции рентгеновских лучей, имеющих длины волн того же порядка. Подобные эксперименты позволили, изучая дифракцию рентгеновских лучей известной длины на пространственной решетке (совокуп-

ность атомов или ионов, расположенных в кристаллических решетках на расстоянии порядка 10^{-8} см), определить межатомные расстояния (постоянные решетки) в кристаллических решетках.

Сущность идеи Лауэ при постановке соответствующего эксперимента заключается в следующем: кристалл K , расположенный на подставке, освещается рентгеновским излучением непрерывного спектра, исходящего из рентгеновской трубки (рис. 6.41). Излучение с длиной волны, удовлетворяющей условию (6.49), дифрагируя на кристаллической решетке, дает соответствующую дифракционную картину (так называемую лауэграмму). Анализ лауэграммы позволяет получить сведения о кристаллической структуре.

На практике формулой (6.49), как правило, не пользуются. Можно вывести более простую практическую формулу, дающую ус-

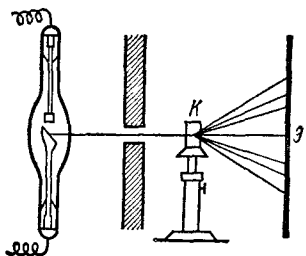


Рис. 6.41

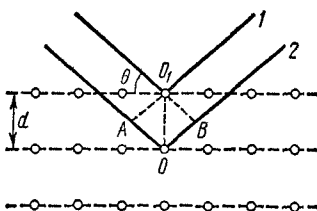


Рис. 6.42

ловие максимума при дифракции от пространственной решетки. Остановимся на выводе этой формулы.

Формула Вульфа — Брэгга. Монохроматическое рентгеновское излучение, попадая на кристаллическую решетку и дифрагируя на ней, рассеивается. Лучи, рассеянные от взаимно параллельных плоскостей, отстоящих друг от друга на расстояниях, кратных межплоскостному расстоянию, являются взаимно когерентными и, следовательно, могут интерферировать. Для определения направлений, по которым будут наблюдаться максимумы, надо найти условие максимального усиления волн, дифрагировавших от одной вышеупомянутой плоскости, и волн, идущих от совокупности взаимно параллельных плоскостей. Из принципа Гюйгенса следует, что взаимное усиление волн, рассеянных отдельными центрами в пределах одной плоскости, произойдет в случае, если угол падения равен углу отражения. Только в этом случае они будут распространяться в одной фазе и, следовательно, складываясь, будут взаимно усиливать друг друга. Чтобы произошло усиление также волн, идущих от взаимно параллельных плоскостей, разность хода между лучами 1 и 2, отраженными от соседних плоскостей (рис. 6.42), должна равняться целому числу длины волны. Если угол, дополняющий угол падения до 90° , обозначить через θ (угол скольжения), то искомая разность хода будет $\Delta = AO + OB = 2d \sin \theta$. Следо-

вательно, взаимное усиление произойдет, если

$$2d \sin \theta = m\lambda, \quad (6.50)$$

где $m = 1, 2, 3, \dots$, d — межплоскостное расстояние.

При произвольном направлении падения монохроматического луча дифракция не возникает. В этом случае для наблюдения дифракции необходимо, поворачивая кристалл, найти данный угол скольжения θ . Например, если на кристалл кальцита, межплоскостное расстояние в котором равно $3,029 \text{ \AA}$, направить излучение с длиной волны $1,54 \text{ \AA}$, то дифракционный максимум первого порядка будет наблюдаться под углом $\theta = \arcsin \frac{\lambda}{2d} \approx 14^\circ 40'$.

Формула (6.50) была выведена независимо друг от друга русским кристаллографом Ю. В. Вульфом и английскими физиками отцом и сыном Брэггами и поэтому носит название формулы Вульфа — Брэгга.

С помощью формулы Вульфа — Брэгга решают две задачи:

1) По известной длине волны рентгеновского излучения, определяя θ и m , можно вычислить d , т. е. найти межплоскостное расстояние. Решением этой задачи занимается рентгеноструктурный анализ.

2) По известной кристаллической структуре (d), определяя θ и m , можно вычислить неизвестную длину волны падающего рентгеновского излучения. Занимающееся этим направлением физики называется рентгеноспектроскопией.

Глава VII

ОСНОВЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

В § 1 г. VI мы видели, что при условии пренебрежения конечностью длин волн можно считать распространение света в однородной среде прямолинейным и пользоваться понятием светового луча. Такое приближение, соответствующее предельному переходу $\lambda \rightarrow 0$, лежит в основе геометрической (лучевой) оптики. Под лучами в геометрической оптике понимаются линии, вдоль которых переносятся световая энергия. Луч можно представить себе как бесконечно тонкий пучок света, исходящий из отверстия исчезающе малых размеров*. В однородной изотропной среде световые лучи представляют собой прямые линии, перпендикулярные волновым поверхностям.

Можно получить все основные законы геометрической оптики, переходя в уравнениях Максвелла к пределу $\lambda \rightarrow 0$. Эта идея, высказанная впервые Дебаем, была осуществлена Зоммерфельдом (1911 г.) на основе скалярного волнового уравнения. Советские ученые В. Игнатовский (1919 г.), В. А. Фок (1924 г.) и С. М. Рытов (1938 г.) наряду с зарубежными учеными, проведя важные исследования в этой области, обобщили вывод Зоммерфельда с учетом векторного характера электромагнитного поля. С изложением геометрической оптики при переходе в уравнениях Максвелла к пределу $\lambda \rightarrow 0$ можно ознакомиться в монографии М. Борна и Э. Вольфа «Основы оптики». Отметим только то, что согласно этому подходу в изотропной среде направление усредненного по времени вектора Пойнтинга совпадает с нормалью к геометрическому волновому фронту, а абсолютная его величина равна произведению средней плотности энергии на скорость $v = c/n$ (c — скорость света в вакууме, n — показатель преломления среды). Следовательно, в приближении геометрической оптики средняя плотность потока энергии распространяется со скоростью $v = c/n$.

С некоторыми, установленными еще с древних времен законами геометрической оптики (прямолинейного распространения, отражения и преломления света, суперпозиции) мы уже познакомились во введении. Законы отражения и преломления света были подробно проанализированы с точки зрения волновой теории (формулы Френеля). Рассмотрим теперь некоторые другие важнейшие законы геометрической оптики и их применения.

* Ввиду предположения пренебрежимой малости длин волн появление дифракции исключается.

§ 1. ПРИНЦИП ФЕРМА

Еще с древних времен известны некоторые основные законы геометрической оптики — прямолинейное распространение света в однородной среде, распространение через границу двух прозрачных сред с отличающимися показателями преломления (закон преломления света) и отражение от плоской зеркальной поверхности (закон отражения света). А как быть, если распространение света происходит в среде с непрерывно меняющимся показателем преломления? Существует ли какая-нибудь общая закономерность, описывающая распространение света во всех вышеперечисленных случаях? Ответ на подобный вопрос был дан французским математиком Ферма в середине XVII в.

Формулировка принципа. Ферма предположил, что распространение света из одной точки в другую происходит по такому пути, прохождение которого требует меньше времени, чем любые другие пути между теми же точками. В этом заключается существо принципа Ферма, называемого также принципом наименьшего времени. Согласно Ферма*, этот принцип справедлив для лучей, отражающихся или преломляющихся на плоских поверхностях. В дальнейшем принцип Ферма был усовершенствован так, чтобы им можно было пользоваться независимо от формы отражающих и преломляющих поверхностей.

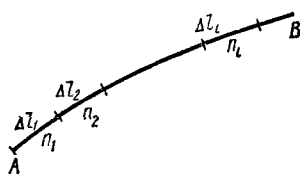


Рис. 7.1

Приводим две модифицированные эквивалентные формулировки принципа Ферма из цитированной книги Р. Дитчберна:

1. Время, которое требуется свету для прохождения вдоль луча (т. е. по действительному пути), отличается только на величины второго порядка малости от времени, которое потребовалось бы свету для прохождения вдоль любого соседнего пути.

2. Для действительного пути первая вариация длины пути равна нулю.

Чтобы дать математическое выражение принципа Ферма, воспользуемся понятием оптической длины пути.

Оптическая длина пути и математическое выражение принципа Ферма. Под оптической длиной пути понимается произведение геометрической длины пути луча l в однородной среде на показатель преломления среды n , в которой распространяется свет: $(l) = nl$, где (l) — оптическая длина пути. Если среда, в которой распространяется свет, является неоднородной, то путь луча нужно разделить на такие маленькие участки, в пределах каждого из которых показатель преломления можно считать постоянным. В этом случае

* См.: Д и т ч б е р н Р. Физическая оптика. М., «Наука», 1965, гл. VI, с. 172.

оптическая длина пути (AB) может быть представлена в виде (рис. 7.1)

$$\begin{aligned}(AB) &= (l) = (\Delta l_1) + (\Delta l_2) + \dots + (\Delta l_k) = \\ &= n_1 \Delta l_1 + n_2 \Delta l_2 + \dots + n_k \Delta l_k = \sum_0^k n_i \Delta l_i.\end{aligned}$$

В пределе сумма перейдет в интеграл:

$$(AB) = (l) = \int_A^B n \, dl.$$

Обозначим время, необходимое для распространения света на расстояние dl , через dt . Запишем:

$$dt = \frac{dl}{v},$$

где v — скорость распространения света в среде с показателем преломления n . Время, необходимое для распространения света из точки A в точку B , равно

$$t = \int_A^B \frac{dl}{v} = \int_A^B \frac{n \, dl}{c} = \int_A^B \frac{(dl)}{c}.$$

Согласно принципу наименьшего времени Ферма, вариация интеграла, которым определяется время распространения света, должна обращаться в нуль:

$$\delta t = \delta \int_A^B \frac{dl}{v} = \delta \int_A^B \frac{(dl)}{c} = 0. \quad (7.1)$$

Это и есть математическое выражение принципа Ферма.

Выражение (7.1) в действительности является более общим, чем принцип Ферма, сформулированный в своем первоначальном виде. Дело в том, что условие $\delta t = 0$ не является условием только минимума; это есть условие экстремума — минимума, максимума или стационарности. Следовательно, свет при распространении между двумя точками может «выбирать» не только путь, требующий минимального времени прохождения, но также путь, требующий максимального времени, либо пути, требующие одинакового времени. Все эти три случая станут более ясными на следующих конкретных примерах.

Закон прямолинейного распространения света в однородной среде как следствие принципа Ферма. Ввиду того что минимальное расстояние между двумя точками есть прямая линия, соединяющая эти точки, прямолинейное распространение света в однородной среде является прямым следствием принципа Ферма.

Вывод закона отражения. Из точки A направим луч света на зеркальную поверхность (рис. 7.2). Отраженный от зеркала луч дос-

тигает точки B . Исходя из принципа Ферма, определим путь, требующий минимального времени распространения из точки A в точку B . Опустим нормали из точек A и B к зеркальной поверхности. Введем обозначения: $A_1O = x$, $A_1B_1 = a = \text{const}$, $AA_1 = h_1$, $BB_1 = h_2$. Время, требуемое для распространения света из точки A в точку B с условием отражения от зеркальной поверхности, равно

$$t = \frac{AO}{v} + \frac{OB}{v} = \frac{\sqrt{h_1^2 + x^2}}{v} + \frac{\sqrt{h_2^2 + (a-x)^2}}{v},$$

где v — скорость распространения света. Как видим, время распространения света зависит от положения точки O , т. е. от переменной x . Тогда согласно принципу Ферма имеем

$$dt = \frac{1}{v} \frac{x}{AO} + \frac{1}{v} \frac{a-x}{OB} = \frac{1}{v} (\sin i + \sin i_1) = 0.$$

Отсюда $\sin i + \sin i_1 = 0$ и $i = -i_1$. Знак минус показывает, что углы i и i_1 расположены по разным сторонам нормали к поверхности.

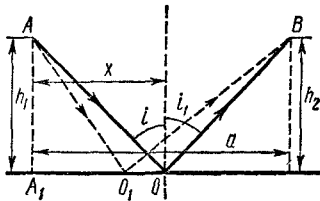


Рис. 7.2

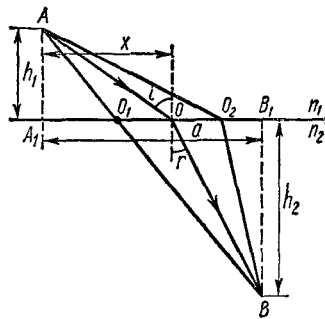


Рис. 7.3

сти. Следовательно, как вытекает из принципа Ферма, минимальным является путь, при котором имеет место известный нам закон отражения.

Вывод закона преломления. Пусть имеем две граничащие прозрачные среды с показателями преломления n_1 и n_2 (рис. 7.3). Луч, вышедший из точки A первой среды, после преломления на границе раздела будет следовать по некоторой прямой OB . Докажем, исходя из принципа Ферма, что луч света из точки A в точку B распространится в соответствии с законом преломления $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}$.

Как и в предыдущем случае, обозначим: $A_1O = x$, $A_1B_1 = a = \text{const}$, $AA_1 = h_1$, $BB_1 = h_2$. Тогда время, требуемое для распространения света из точки A в точку B , равно

$$t = \frac{\sqrt{h_1^2 + x^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{h_2^2 + (a-x)^2}}{v_2},$$

где v_1 и v_2 — скорости распространения света соответственно в первой и во второй средах. Время распространения света зависит от положения точки O . Согласно принципу Ферма, луч света из все-

возможных путей (AOB , AO_1B , AO_2B и т. д.) «выберет» тот, который требует минимального времени распространения, т. е. будет реальным тот путь, для которого имеет место $dt = 0$. Следовательно,

$$dt = \frac{1}{v_1} \frac{x}{AO} - \frac{1}{v_2} \frac{a-x}{OB} = \frac{\sin i}{v_1} + \frac{\sin r}{v_2} = 0.$$

Отсюда

$$\sin i / \sin r = v_1 / v_2 = n_2 / n_1.$$

Поскольку любой путь от точки A до точки B , лежащий вне плоскости, проведенной через точки A и B нормально к границе раздела *, проходит светом за большее время, чем путь AOB , лежащий в плоскости падения, то из принципа Ферма следует: путь, требующий минимального времени, лежит в плоскости падения, т. е. падающий и преломленные лучи лежат на одной плоскости — плоскости падения. Аналогичное положение имеет место и при отражении света от границы раздела двух сред.

«Увеличение» длительности дня. «Удлинение» дня на 7—8 мин также объясняется принципом Ферма. Как известно, с удалением от земной поверхности происходит уменьшение атмосферного давления согласно барометрическому закону **.

$$p = p_0 e^{-\frac{mgz}{kT}},$$

где p_0 — давление на земной поверхности, p — давление на высоте z , k — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура, g — ускорение свободного падения, m — средняя масса молекул воздуха. Подобным же образом происходит уменьшение показателя преломления воздуха по мере удаления от земной поверхности. Поэтому солнечные лучи на заре и при закате распространяются не по прямой линии, а по пути с более крутым наклоном в плотных слоях атмосферы, сокращая тем самым свой путь в этих слоях. Поскольку предмет всегда виден в направлении прямолинейного продолжения луча, исходящего от него, то при восходе мы наблюдаем Солнце на несколько минут раньше, а при закате Солнце остается видимым в течение нескольких минут после его захода. «Удлинение» дня за счет этих явлений составляет 7—8 мин.

Мираж. Летом температура воздуха над поверхностью моря ниже, чем в более удаленных от его поверхности точках; другими словами, температура воздуха по мере удаления от поверхности моря увеличивается. Нагревание воздуха приводит к его расширению, а расширение, в свою очередь, — к уменьшению показателя преломления. Так как свет в теплых слоях проходит быстрее, чем в холодных, то в результате этого он распространяется по кривой траектории с наименьшим временем. Вот почему путь светового луча от некоторого плавающего летом в море предмета, например, лодки, искривляется и поэтому лодку мы видим как бы висящей

* Плоскость, проведенная через точки A и B перпендикулярно границе раздела, называется плоскостью падения.

** Здесь принято, что g и T являются постоянными.

в воздухе (рис. 7.4, а). По этой же причине летом, когда температура воздуха по мере удаления от поверхности земли уменьшается, на шоссеной дороге мы видим «воду» (в действительности — голубое небо), которое исчезает при приближении к данному месту (рис. 7.4, б).

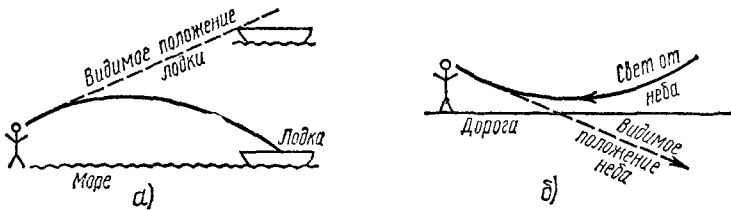


Рис. 7.4

Стационарное значение времени. Расположим точечный источник света в одном из фокусов эллиптического зеркала, например в точке O (рис. 7.5). Свет, исходящий из этого фокуса, после отражения от эллиптического зеркала независимо от положения точки M на поверхности эллипса всегда попадает в другой фокус O_1 . Это связано с тем, что для эллипса сумма расстояний любой точки на его поверхности от двух фокусов является постоянной величиной, т. е. $r_1 + r_2 = \text{const}$. Равенство полных длин путей приводит к равенству времен, что является условием стационарности.

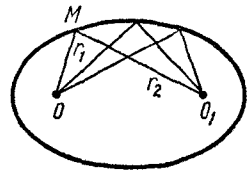


Рис. 7.5

Аналогичное явление имеет место и при отражении параллельного пучка света от параболического зеркала (рис. 7.6). Падающие на поверхность параболического зеркала параллельные лучи света после отражения собираются в одну точку O , называемую фокусом. Легко доказать, что при этом все лучи проходят одинаковые пути.

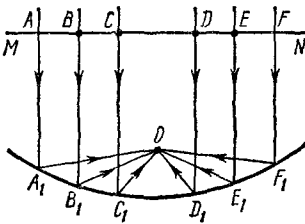


Рис. 7.6

Проведем плоскость MN , перпендикулярную направлению параллельных лучей. До этой плоскости все лучи проходят одинаковые пути. Согласно свойству параболической поверхности должно иметь место условие

$$AA_1 + A_1O = BB_1 + B_1O = CC_1 + C_1O = DD_1 + D_1O = EE_1 + E_1O = FF_1 + F_1O.$$

Так как все лучи распространяются в одной и той же среде, то все пути (AA_1O , BB_1O , CC_1O и др.) проходятся светом за одинаковое время.

Фокусирующее свойство параболического зеркала позволяет использовать его при наблюдении звезд. Вот почему в телескопах широко пользуются этими зеркалами,

Выводы. Исходя из вышесказанного, приходим к выводу, что принцип Ферма позволяет получить следующие законы и положения геометрической оптики:

1. Закон прямолинейного распространения света в однородной среде.

2. Законы отражения и преломления на границе раздела двух сред.

3. Определение пути света в неоднородной среде.

Легко убедиться, что из принципа Ферма также вытекает закон обратимости светового пути. В действительности перемена пределов интегрирования в выражении (7.1) не нарушает его справедливость, так как если вариация интеграла равна нулю при интегрировании от A до B , то она равна нулю и при интегрировании от B до A .

§ 2. ПРЕЛОМЛЕНИЕ СВЕТА НА СФЕРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Нулевой инвариант Аббе. Рассмотрим сферическую поверхность EF с радиусом кривизны R , разделяющую среды с показателем преломления n_1 слева, n_2 справа (рис. 7.7). Проведем прямую линию MN , проходящую через центр O и некоторую точку A (так называемую вершину рассматриваемой поверхности). Расположим точечный источник света S_1 на этой прямой на расстоянии a_1 от вершины поверхности A . Положим, что некоторый луч S_1B , исходящий из

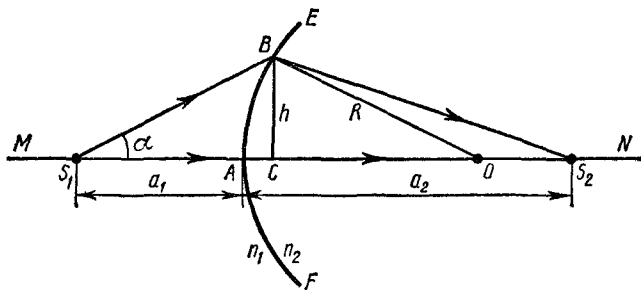


Рис. 7.7

источника S_1 , после преломления на поверхности EF пересекает прямую MN в точке S_2 , отстоящей от точки A на расстоянии a_2 . Чтобы точка S_2 стала изображением источника S_1 , лучи, исходящие от точечного источника S_1 после преломления на поверхности EF , должны пересекать прямую MN в одной и той же точке S_2 . Это, согласно принципу равного оптического пути *, означает, что оптические длины реального пути всех лучей, исходящих от S_1 и доходящих до точки S_2 после преломления на сферической поверхности, должны быть равны.

Рассмотрим пучок лучей, проходящих вблизи от оси MN и удовлетворяющих условию $S_1B \simeq S_1A$. Такие лучи называют паракси-

* См.: Борн М., Вольф Э. Основы оптики, с. 160.

альными. Согласно нашему условию, для всех лучей параксиального пучка света, исходящего из точечного источника S_1 под углом 2α , имеем

$$S_1 B n_1 + S_2 B n_2 = S_1 A n_1 + A S_2 n_2,$$

или

$$\begin{aligned} S_1 B n_1 + S_2 B n_2 &= S_1 C n_1 - A C n_1 + C S_2 n_2 + A C n_2, \\ S_1 B n_1 + S_2 B n_2 &= S_1 C n_1 + C S_2 n_2 + (n_2 - n_1) A C. \end{aligned} \quad (7.2)$$

Легко доказать, что при условии параксиальности пучка имеет место система

$$\left. \begin{aligned} S_1 B &\approx S_1 C + (BC)^2/2S_1 B, \\ S_2 B &\approx S_2 C + (BC)^2/2S_2 B, \\ OB &\approx OC + (BC)^2/2OB. \end{aligned} \right\} \quad (7.2a)$$

В самом деле, из треугольника $S_1 B C$ имеем

$$(S_1 B)^2 = (BC)^2 + (S_1 C)^2.$$

Отсюда

$$(S_1 B)^2 - (S_1 C)^2 = (S_1 B + S_1 C) (S_1 B - S_1 C) = (BC)^2.$$

Согласно условию параксиальности,

$$S_1 B + S_1 C \approx 2S_1 B.$$

Тогда

$$S_1 B - S_1 C = (BC)^2/2S_1 B.$$

Аналогичным образом получим два других равенства.

Все отрезки вдоль прямой MN будем отсчитывать от вершины A поверхности EF , считая положительными отрезками откладываемые от A в направлении распространения света, а отрицательными— в обратном направлении: $S_1 A = -a_1$, $A S_2 = a_2$, $AO = R$. Введем обозначения: $S_1 B = -b$, $BC = h$, $AC = d$, $B S_2 = b_2$. С учетом введенных обозначений и системы (7.2a) условие (7.2) переписется в виде

$$\begin{aligned} (-a_1 + d) n_1 - (h^2/2b_1) n_1 + (a_2 - d) n_2 + (h^2/2b_2) n_2 &= \\ = (-a_1 + d) n_1 + (a_2 - d) n_2 + (n_2 - n_1) d. \end{aligned}$$

Так как $d = OB - OC = h^2/2R$, имеем

$$n_2/b_2 - n_1/b_1 = (n_2 - n_1)/R.$$

Поскольку, по условию, $S_1 B$ есть параксиальный луч, то $b \approx a_1$ и $b_2 \approx a_2$. Следовательно, для всех лучей параксиального пучка, распространяющихся под углом 2α , имеем

$$n_2/a_2 - n_1/a_1 = (n_2 - n_1)/R. \quad (7.3)$$

Формулы (7.2) можно переписать в виде

$$n_1 (1/a_1 - 1/R) = n_2 (1/a_2 - 1/R) Q. \quad (7.4)$$

Q называется нулевым инвариантом Аббе. Как следует из (7.4), нулевой инвариант Аббе $Q = n(1/a - 1/R)$ при переходе луча из одной среды в другую сохраняет свою величину.

Формулу (7.3) можно также вывести, пользуясь законом преломления света на границе раздела двух сред. Согласно условию параксиальности, соответствующие углы при этом будут настолько малы, что их синусы можно заменить самими углами. Подобный вывод формулы (7.3) предлагается читателю.

Стигматическое изображение. Проанализируем полученное выражение (7.3). Согласно этой формуле, при данных значениях n_1 ,

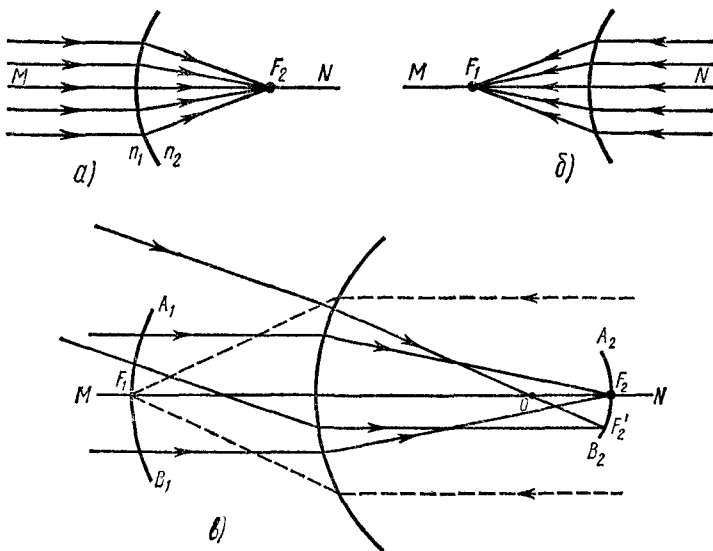


Рис. 7.8

n_2 и R каждому значению a_1 соответствует единственное значение a_2 , т. е. все лучи параксиального пучка, исходящего из точки S_1 , пересекают прямую MN в одной и той же точке S_2 . Другими словами, изображение точки на сферической поверхности, построенное с помощью гомоцентрического параксиального пучка, является точкой. Изображение, удовлетворяющее этим условиям, называется стигматическим. Понятно, что из-за обратимости лучей, если источник находился в точке S_2 , его изображение получилось бы в точке S_1 .

Фокусы сферической поверхности. Рассмотрим два крайних случая.

Первый случай: $a_1 = -\infty$, т. е. источник S_1 расположен на бесконечно большом расстоянии слева от сферической поверхности.

Как следует из формулы (7.3), расстояние от изображения точки до сферической поверхности в этом случае равно

$$a_2 = n_2 R / (n_2 - n_1) = f_2, \quad (7.5)$$

т. е. параллельные лучи, исходящие из бесконечности после преломления на сферической поверхности, пересекают прямую MN на расстоянии f_2 , которое называется фокусным расстоянием данной поверхности.

Второй случай: $a_2 = \infty$, т. е. источник расположен на бесконечно большом расстоянии справа от сферической поверхности. В этом случае изображение будет находиться на расстоянии a_1 слева от сферической поверхности, равно

$$a_1 = -n_1 R / (n_2 - n_1) = f_1. \quad (7.6)$$

Знак минус указывает на то, что точка F_1 расположена слева от сферической поверхности. Точки F_1 и F_2 называются соответственно задним и передним фокусами (рис. 7.8, а, б) сферической поверхности.

Если параллельный пучок света, исходящий из бесконечности, составляет с прямой MN угол, отличный от нуля, то они пересекутся в другой точке, отстоящей на том же расстоянии f_1 от преломляющей сферической поверхности. Геометрическое место таких точек является сферической поверхностью с центром в той же точке O (центре сферической поверхности) с радиусами $R + f_1$ (поверхность A_1B_1 на рис. 7.8, б) и $f_2 - R$ (поверхность A_2B_2). Эти поверхности называются соответственно передней и задней фокальными поверхностями.

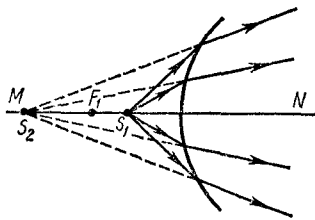


Рис. 7.9

Из (7.5) и (7.6) следует важный вывод:

$$f_2/n_2 = -f_1/n_1 = R/(n_2 - n_1), \quad (7.7)$$

т. е. отношение каждого фокусного расстояния к соответствующему показателю преломления является постоянной величиной.

После введения фокусного расстояния сферической поверхности можно переписать формулу (7.3) в виде

$$n_2/a_2 - n_1/a_1 = -n_1/f_1 \quad (7.3a)$$

или

$$n_2/a_2 - n_1/a_1 = -n_2/f_2. \quad (7.3b)$$

Как следует из (7.3a), при a_1 , меньшем фокусного расстояния $a_2 > 0$ (источник расположен на расстоянии, меньшем фокусного от сферической поверхности), изображение получается на той же стороне сферической поверхности, на которой находится источник. Изображение в этом случае получается в точке пересечения не самих лучей, а их продолжений (рис. 7.9). Подобное изображение называется мнимым. В отличие от этого изображение, получаемое при пересечении самих лучей, называется действительным.

Формальной заменой величины n_1 на $-n_2$ из формулы сферической преломляющей поверхности получается формула сферического зеркала:

$$1/a_1 + 1/a_2 = 2/R. \quad (7.8)$$

При $a_1 = \infty$ получим $a_2 = R/2 = F$. Следовательно, фокусное расстояние сферического зеркала равно половине радиуса его кривизны. При $R = \infty$ получим $a_1 = -a_2$, т. е. изображение в плоском зеркале получается за ним, на том же расстоянии от зеркала, на котором находится сам предмет.

§ 3. ТЕОРЕМА ЛАГРАНЖА—ГЕЛЬМГОЛЬЦА

Теорема Лагранжа — Гельмгольца. В предыдущем параграфе мы построили изображение светящейся точки S_1 на оси с помощью одной сферической преломляющей поверхности. Построим теперь изображение не точки, а светящегося малого отрезка A_1B_1 , перпендикулярного продолжению оси OS (рис. 7.10). Построение изображения будем производить параксиальным пучком света. В случае параксиальных лучей тангенсы углов u_1 и u_2 , определяющие максимальное раскрытие (апертуру) соответственно падающих на преломляющую поверхность и сопряженных им изображающих пучков, можно заменить значениями самих углов.

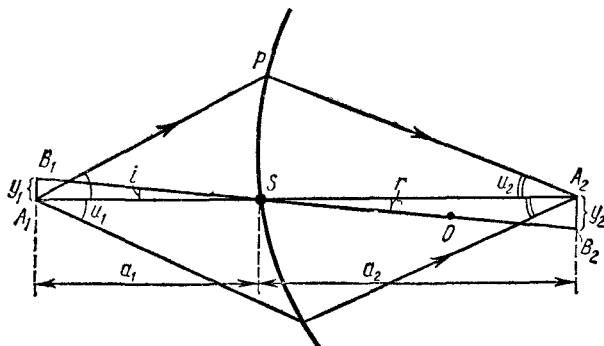


Рис. 7.10

Выясним, в каких соотношениях находятся предмет и его изображение, если построение производится параксиальным пучком.

Обозначим показатели преломления сред соответственно слева и справа от преломляющей поверхности через n_1 и n_2 , длину отрезка — через y_1 , длину изображения — через y_2 , расстояния от A_1B_1 и A_2B_2 до преломляющей поверхности — соответственно через a_1 и a_2 , углы падения и преломления — через i и r .

Из ΔA_1B_1S и ΔA_2B_2S соответственно имеем:

$$\operatorname{tg} i = y_1/a_1, \quad \operatorname{tg} r = y_2/a_2.$$

Ввиду малости длин y_1 и y_2 тангенсы углов падения и преломления можно заменить синусами соответствующих углов. Принимая во внимание также закон преломления света, получим

$$\operatorname{tg} i / \operatorname{tg} r = \sin i / \sin r = (y_1/a_1) (a_2/y_2) = n_2/n_1. \quad (7.9)$$

С другой стороны, исходя из треугольников A_1PS и A_2PS , а также из условия параксиальности имеем

$$\operatorname{tg} u_1 = \frac{PS}{A_1S} = \frac{PS}{a_1} \simeq u_1, \quad \operatorname{tg} u_2 = \frac{PS}{A_2S} = \frac{PS}{a_2} \simeq u_2.$$

Отсюда

$$a_1/a_2 = u_2/u_1. \quad (7.10)$$

Учитывая (7.10) в (7.9), получим

$$y_1 n_1 u_1 = y_2 n_2 u_2. \quad (7.11)$$

Это соотношение носит название теоремы Лагранжа — Гельмгольца.

Если апертура пучка так велика, что параксиальность нарушается, тогда вместо теоремы Лагранжа — Гельмгольца пользуются условием синусов Аббе:

$$y_1 n_1 \sin u_1 = y_2 n_2 \sin u_2.$$

Выводы из теоремы Лагранжа — Гельмгольца. Проанализировав теорему Лагранжа — Гельмгольца, можно получить из нее следующие выводы:

1. Поскольку отношение a_2/a_1 в пределах апертуры параксиальных лучей остается постоянным при всех значениях углов u_1 и u_2 , то, как следует из теоремы Лагранжа — Гельмгольца, т. е.

$$y_2/y_1 = (n_1/n_2) (u_1/u_2) = (n_1 a_2) (n_2 a_1) = \text{const},$$

т. е. увеличение (отношение величины изображения к величине предмета) малого предмета, расположенного около оси, сохраняется неизменным для всех лучей параксиального пучка. Это говорит о том, что изображение рассмотренного предмета передается параксиальным пучком без изменения.

2. Заданный световой пучок с помощью оптических систем* можно преобразовать в другой пучок только в рамках условия Лагранжа — Гельмгольца. Отсюда следует, что никакая оптическая система не может увеличить яркость светового пучка. Исходя из этого, теорему Лагранжа — Гельмгольца часто называют одним из видоизменений принципа сохранения энергии.

В цитированной книге Г. Г. Слюсарева в этой связи говорится: «Закон Лагранжа — Гельмгольца, как и закон Клаузиуса, может быть назван также законом постоянного потока, и в таком виде он является не чем иным, как законом сохранения энергии, выраженным с помощью характеристики оптических систем». Это заключение Г. Г. Слюсарева справедливо, если не имеет места обмен энергией между световыми пучками и оптической системой. В действительности до появления лазерных источников света не существовали оптические системы, способные увеличить яркость пучка света. Советский ученый И. И. Собельман** в одной из статей показывает,

* См.: Слюсарев Г. Г. О возможном и невозможном в оптике. М., 1957, § 7, с. 51—53, его же Геометрическая оптика, 1946, § 4 гл. VI.

** УФН, т. 113, вып. 4, 1974.

что если имеется обмен энергией между световыми пучками и оптической системой, то возможно увеличение яркости световых пучков. Так, например, в лазере на рубине осуществляется преобразование потока излучения ксеноновой лампы в лазерный пучок огромной яркости. При этом уменьшение энтропии светового потока компенсируется возрастанием энтропии «оптической системы».

Линейное и угловое увеличения. Отношение линейного размера изображения (y_2) к линейному размеру предмета (y_1) называется линейным (или поперечным) увеличением (β):

$$\beta = y_2/y_1.$$

Как следует из теоремы Лагранжа — Гельмгольца,

$$\beta = (n_1/n_2) (a_2/a_1).$$

Ввиду того, что n_1 и n_2 для преломляющей системы являются положительными величинами, то очевидно, что знак увеличения определяется знаком отношения a_2/a_1 . Если начало отсчета совместить с точкой S и считать, так же как и раньше, отрезки, откладываемые от S справа, положительными, а слева — отрицательными, то в случае действительного изображения $a_1 > 0$, $a_2 < 0$, и следовательно, $\beta < 0$. Если изображение мнимое, то a_1 и a_2 имеют одинаковый знак и $\beta > 0$.

Плоскость предмета (в нашем случае A_1B_1) и плоскость его изображения (A_2B_2) называются сопряженными плоскостями по отношению к сферической поверхности. Сопряженные плоскости называются главными, если для них увеличение равно единице, т. е. изображение является прямым и в натуральную величину предмета. Для сферической поверхности главные плоскости сливаются, совпадая друг с другом в ее вершине, и представлены в виде одной плоскости, касательной к преломляющей поверхности. В этом легко убедиться, если исходить из формулы сферической поверхности и из выражения $\beta = (n_1/n_2)(a_2/a_1)$, откуда следует, что $a_1 = a_2 = 0$. Точка пересечения главной плоскости с главной оптической осью сферической поверхности называется главной точкой сферической поверхности. Из сказанного ясно, что главная точка сферической поверхности одновременно является ее вершиной. Фокусное расстояние отсчитывается от главной точки поверхности.

Сферическая поверхность характеризуется также угловым увеличением. Под угловым увеличением понимается отношение тангенса угла в пространстве изображений, под которым луч выходит (u_2), к тангенсу сопряженного угла (u_1) в пространстве предметов (рис. 7.10):

$$\gamma = \text{tg } u_2/\text{tg } u_1.$$

Поскольку в нашем приближении углы u_1 и u_2 малы, то исходя из теоремы Лагранжа — Гельмгольца имеем

$$\gamma = \text{tg } u_2/\text{tg } u_1 \simeq u_2/u_1 = (n_1/n_2) (1/\beta).$$

Следовательно, угловое увеличение, даваемое одной преломляющей поверхностью, обратно пропорционально линейному увеличению

и прямо пропорционально отношению показателей преломления первой среды ко второй.

Соответственные точки предмета и изображения, в которых $\gamma = 1$, называются узловыми. Плоскости, проходящие через узлы перпендикулярно оптической оси, называются узловыми плоскостями. Как следует из выражения углового увеличения при $n_1 = n_2$, если поверхность с обеих сторон окружена одной и той же средой, оно равно $1/\beta$. Следовательно, если сферическая поверхность расположена в однородной среде, то главная плоскость совпадает с узловой плоскостью, а главная точка — с узловой.

§ 4. ТОНКАЯ ЛИНЗА

Центрированная оптическая система. Оптические системы обычно состоят из двух и более преломляющих поверхностей. Представляет интерес случай, когда центры всех поверхностей, входящих в состав оптической системы, лежат на одной прямой (рис. 7.11). Оптическая система, обладающая этим свойством, называется центрированной.

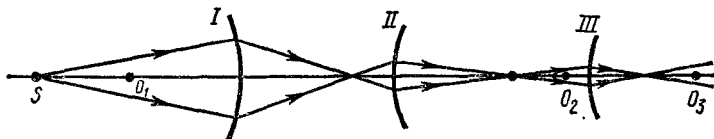


Рис. 7.11

Прямая линия, на которой расположены центры всех поверхностей системы, называется главной оптической осью. Центрированная оптическая система обладает свойством сохранять гомоцентричность параксиального пучка, т. е. в центрированной оптической системе гомоцентрический параксиальный пучок остается гомоцентрическим независимо от числа преломляющих (или отражающих) поверхностей. В этом легко убедиться, если произвести построение параксиальными пучками, причем изображение от каждой предыдущей поверхности считать предметом для последующей.

Линза. Самой простой центрированной оптической системой является линза. Она состоит из двух поверхностей, ограничивающих прозрачный (обычно стекло) материал, одна из которых обязательно является сферической, а другая может быть сферической или плоской. В зависимости от вида ограничивающих поверхностей линзы бывают двояковыпуклыми, плосковыпуклыми, двояковогнутыми, плосковогнутыми и вогнутовыпуклыми (рис. 7.12). Легко убедиться, что линзы *I*, *II*, *III* являются собирающими, а линзы *IV*, *V*, *VI* — рассеивающими, если их материал оптически

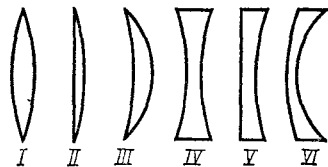


Рис. 7.12

плотнее, чем окружающая среда. В противоположном случае линзы *I*, *II*, *III* являются рассеивающими, а линзы *IV*, *V*, *VI* — собирательными.

Тонкая двояковыпуклая линза. Рассмотрим двояковыпуклую линзу (рис. 7.13). Линза называется тонкой, если толщина ее достаточно мала по сравнению с радиусами кривизны R_1 и R_2 ограничивающих поверхностей, чтобы обе ее вершины *A* и *B* можно было считать практически совпадающими. Точка слияния *A* и *B* называется центром линзы (обозначим ее через *C*). Любая прямая линия, проведенная через центр линзы, называется оптической осью линзы. Оптическая ось, проведенная через центры O_1 и O_2 , называется главной.

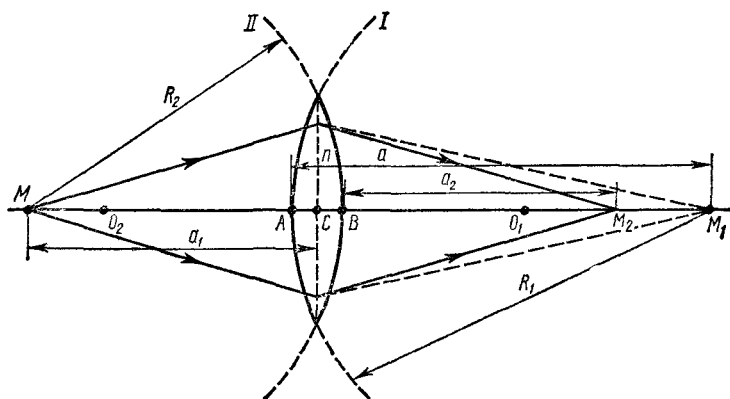


Рис. 7.13

Центральную часть тонкой линзы можно принять за плоскопараллельную пластинку. Следовательно, лучи, проходящие через центр линзы, практически не преломляются.

Вывод формулы тонкой линзы. Выведем формулу тонкой линзы, исходя из формулы сферической поверхности. Показатель преломления материала линзы обозначим через n . Показатели преломления сред справа и слева от линзы обозначим соответственно через n_1 и n_2 . Построим изображение точки *M*, лежащей на главной оптической оси на расстоянии a_1 от линзы. Построение изображения точки *M* на тонкой линзе произведем следующим образом: построим сперва изображение точки на одной поверхности, затем, рассматривая это изображение как источник, построим его изображение на второй поверхности. Будем пользоваться правилом, согласно которому лучи, идущие параллельно данной оптической оси, после преломления в линзе пересекутся в одной точке, лежащей на фокальной плоскости. Соответствующее построение показывает, что изображение точки *M* на первой сферической поверхности, разграничивающей среды с показателями преломления слева (n_1) и справа (n_2), находится на расстоянии $M_1A = a$ от этой поверхности. Тогда, согласно

формуле сферической (для первой поверхности в нашем случае) поверхности, имеем

$$n_1/a_1 - n/a = (n_1 - n)/R_1. \quad (7.12)$$

Как мы условились, построим теперь изображение точки M_1 на второй преломляющей поверхности, разграничивающей среды с показателями преломления слева — n , справа — n_2 . Этим изображением является точка M_2 , расположенная на расстоянии a_2 от этой поверхности. В этом случае имеем

$$n/a - n_2/a_2 = (n - n_2)/R_2. \quad (7.13)$$

Так как обычно линза с обеих сторон охватывается одинаковой средой, то $n_1 = n_2$. Тогда, складывая (7.12) и (7.13), получим

$$1/a_2 - 1/a_1 = (N - 1) (1/R_1 - 1/R_2), \quad (7.14)$$

где $N = n/n_1$ — показатель преломления материала линзы относительно окружающей среды (относительный показатель преломления). Формула (7.14) является формулой тонкой линзы и верна как для выпуклых, так и для вогнутых линз при произвольном расположении точки M . При $a_1 = -\infty$ получим

$$a_2 = f_1 = 1/(N - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (7.15)$$

При $a_2 = \infty$ имеем

$$a_1 = f_2 = -1/(N - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (7.16)$$

Как видно, $f_1 = -f_2$, т. е. фокусные расстояния линзы, окруженной с обеих сторон одинаковой средой, равны. Знак минус показывает, что фокусы расположены по разные стороны от линзы.

Исходя из выражений (7.14) и (7.16), формулу линзы можно написать в более простом виде:

$$1/a_2 - 1/a_1 = 1/f_1. \quad (7.17)$$

Применяя эту формулу для разных случаев, можно получить из нее конкретные результаты. При работе с формулами (7.14) и (7.17) не следует забывать, что величины справа от линзы положительные, слева — отрицательные.

Плоскости, проходящие через фокусы линзы, перпендикулярные главной оптической оси, называются фокальными плоскостями.

Построение изображения в тонкой линзе. Все вышензложенное позволяет легко определить ход лучей, необходимых для построения изображения в тонкой линзе:

1) луч, падающий параллельно оптической оси линзы, после преломления пересекает данную ось по другую сторону линзы в точке, расположенной на расстоянии f от нее;

2) луч, падающий на линзу и проходящий через ее фокус, выходит из линзы параллельно ее оптической оси;

3) луч, проходящий через оптический центр линзы, не изменяет своего направления.

Выше мы построили изображение точки в тонкой линзе, расположенной на ее главной оптической оси. Построим теперь изображение отрезка A_1B_1 длиной y_1 (рис. 7.14) в тонкой линзе. Для этого достаточно построить изображение точки B_1 . При построении будем пользоваться лучами, направления которых после преломления в линзе известны. Изображением отрезка A_1B_1 в линзе будет отрезок длиной A_2B_2 . Расстояния предмета и его изображения от фокусов F_1 и F_2 соответственно обозначим через x_1 и x_2 . Отношение $\beta = y_2/y_1$ называется линейным увеличением линзы. Отрицательным значениям β соответствует действительное, а положительным — мнимое изображение.

Вывод формулы линзы без ограничения на ее толщину. Пользуясь рис. 7.14, можно вывести более общую формулу линзы, полностью эквивалентную формуле (7.17), без каких-либо ограничений

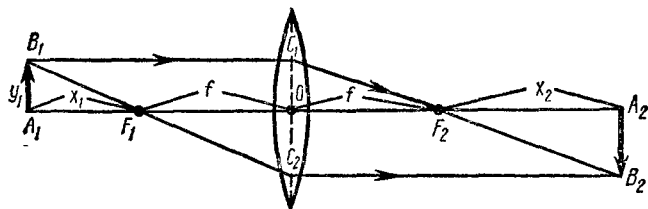


Рис. 7.14

на ее толщину. Из треугольников $A_1B_1F_1$ и F_1OC_2 , а также C_1OF_2 и $A_2F_2B_2$ имеем:

$$y_1/x_1 = y_2/f \text{ и } y_2/x_2 = y_1/f.$$

Определяя увеличение y_2/y_1 в обоих выражениях, получим

$$\beta = y_2/y_1 = f/x_1 = x_2/f. \quad (7.18)$$

Выражение (7.18) определяет увеличение линзы через фокусное расстояние. Из выражения (7.18) имеем

$$x_1x_2 = f^2. \quad (7.19)$$

Выражение (7.19) является формулой линзы произвольной толщины. Так как $a_1 = x_1 + f$, $a_2 = f + x_2$ (во всех этих вычислениях мы пользовались абсолютными значениями величин a_1 , a_2 , x_1 , x_2 и f), то легко убедиться, что формулы (7.19) и (7.17) полностью совпадают (доказательство поручается читателю).

Плоскость предмета A_1B_1 и плоскость его изображения A_2B_2 называются плоскостями, сопряженными по отношению к тонкой линзе. Сопряженные плоскости называются главными, если им соответствует $\beta = 1$, т. е. изображение получается прямым и в натуральную величину предмета. Точки пересечения главных плоскостей с главной оптической осью называются главными точками линзы. Для тонкой линзы главные плоскости сливаются в одну, проходящую через оптический центр и перпендикулярную главной оптической

кой оси. Следовательно, для тонкой линзы обе главные точки совмещены с ее оптическим центром.

Суммируя вышеизложенное, приходим к выводу, что тонкая линза характеризуется двумя фокусами (так называемыми передним и задним), двумя фокальными плоскостями, одной главной точкой, совмещенной с оптическим центром линзы, и одной главной плоскостью. В следующем параграфе увидим, что линза характеризуется также узловыми точками и узловыми плоскостями. Для тонкой линзы узловая точка совпадает с главной, а узловая плоскость — с главной плоскостью.

§ 5. ЦЕНТРИРОВАННАЯ ОПТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА И ЕЕ КАРДИНАЛЬНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ

Теория Гаусса. Из-за наличия разных искажений простейшая центрированная оптическая система — линза — дает весьма несовершенное изображение. Для сведения к минимуму разного рода искажений обычно пользуются сложной центрированной оптической системой, состоящей из совокупности преломляющих (и отражающих) поверхностей. Поэтому представляет интерес рассмотреть центрированную сложную оптическую систему.

С построением изображения в тонкой линзе мы уже знакомы. А как быть, если требуется построить изображение в сложной системе, состоящей из линз, на толщины которых не накладывается ограничение? Неужели требуется каждый раз, опираясь на законы отражения и преломления, находить направления хода лучей в отдельных элементах сложной системы? Оказывается, нет.

Теория идеальной оптической системы (система называется идеальной, если в ней сохраняется гомоцентричность пучков и изображение геометрически подобно предмету) еще в 1841 г. была разработана Гауссом. Согласно Гауссу, никакое ограничение на расстояния между поверхностями не накладывается, а построение производится параксиальными лучами. Эта теория в дальнейшем была усовершенствована трудами многих ученых.

Теория Гаусса определяет ряд кардинальных элементов (точек и плоскостей), с помощью которых можно полностью описать свойства оптической системы и, не обращая внимания на ход лучей внутри системы, построить изображение. Не вдаваясь в подробности, приведем некоторые важные результаты теории идеальной оптической системы. Как показывает теория, для сложной оптической системы имеются две такие плоскости, называемые главными плоскостями, которым соответствует линейное увеличение, равное $+1$, и которые обладают следующими свойствами*.

а) параллельный пучок света, входящий** в систему (рис. 7.15) с одной стороны (допустим, слева луч I), после прохождения ее

* См.: Ландсберг Г. С. Оптика, М., 1957. § 69, Фриш С. Э., Тиморева А. В. Курс физики, § 319. Т.3, 1962.

** Пунктирные линии внутри системы не показывают реальные пути лучей. Они изображают лишь продолжения лучей, идущих вне системы.

собирается в точке, отстоящей от второй главной плоскости на расстоянии, называемом передним фокусом системы (F_1);

б) параллельный пучок света, входящий в систему с другой стороны (допустим, справа луч 2), после прохождения ее собирается в точке, отстоящей от первой главной плоскости на расстоянии, называемом задним фокусом системы (F_2).

Как следует из вышеизложенного, в первом случае система себя ведет так, будто в месте расположения второй главной плоскости имеется тонкая линза. Второй случай аналогичен случаю, когда в месте первой главной плоскости расположена тонкая линза.

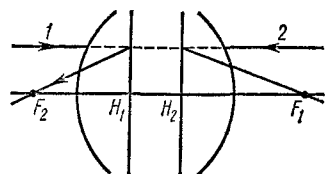


Рис. 7.15

Точки пересечения главных плоскостей с главной оптической осью называются главными точками системы (рис. 7.15, точки H_1 и H_2).

Положения главных плоскостей. Положения главных плоскостей центрированной системы определяются радиусами кривизны преломляющих поверхностей, расстояниями между ними и показателями преломления всех сред, разграничиваемых этими поверхностями. Поэтому очевидно, что они могут в зависимости от выбора вышеперечисленных параметров лежать как внутри, так и вне системы (как по разные стороны от ограничивающих систему поверхностей, так и по одну сторону от одной из них). В частности, для тонкой линзы, как нам уже известно, главные плоскости сливаются в одну,

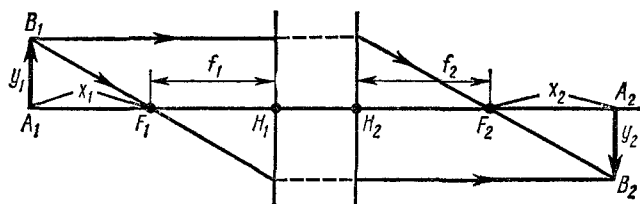


Рис. 7.16

в то время как для толстой линзы (например, стеклянной, находящейся в воздухе) они расположены внутри нее, недалеко от ограничивающих сферических поверхностей.

Теорема Лагранжа — Гельмгольца, а также формулы (7.17) и (7.19) остаются справедливыми также для любой центрированной оптической системы, состоящей из произвольного числа преломляющих и отражающих поверхностей*. Исходя из этого, нетрудно получить соответствующие формулы, устанавливающие связь (рис. 7.16) расстояний сопряженных точек от соответствующих

* См.: Фриш С. Э., Тиморева А. В. Курс физики, т. 3, 1962, стр. 321, Ландсберг Г. С. Оптика, с. 221 и 723. М., 1957.

главных плоскостей ($a_1 = A_1H_1$, $a_2 = A_2H_2$) с фокусными расстояниями (f_1 , f_2):

$$f_1/a_1 + f_2/a_2 = 1,$$

связь фокусных расстояний (f_1 , f_2) с расстояниями предмета и изображения от фокусов ($x_1 = A_1F_1$, $x_2 = A_2F_2$):

$$x_1x_2 = f_1f_2,$$

связь фокусных расстояний с показателями преломления сред (n_1 , n_2), в которых расположены предмет и его изображение:

$$f_1/f_2 = -n_1/n_2$$

и выражение для линейного увеличения: $\beta = x_2/f_2 = f_1/x_1$.

Продольное и угловое увеличения. До сих пор при построении изображения мы считали, что предметы расположены перпендикулярно оптической оси системы и на конечном от нее расстоянии. Исходя из этого, для характеристики оптической системы нам было достаточно пользоваться понятием поперечного увеличения (β). Однако в действительности предметы обладают определенными объемами, в результате чего отдельные их точки лежат на разных расстояниях от главной плоскости. Поэтому наряду с поперечным увеличением возникает необходимость ввести также продольное увеличение (α), измеряемое обратным значением отношения длины расположенного вдоль главной оптической оси системы малого отрезка * (Δx_1) предмета к длине изображения (Δx_2) этого участка, т. е.

$$\alpha = \Delta x_2/\Delta x_1.$$

Так как $x_1x_2 = f_1f_2$, то имеем

$$x_2 \Delta x_1 + x_1 \Delta x_2 = 0.$$

Отсюда

$$\alpha = -\frac{x_2}{x_1} = -\beta^2 \frac{f_2}{f_1} = \beta^2 \frac{n_2}{n_1}.$$

Если предмет и изображение расположены в одной и той же среде ($n_1 = n_2$), то $\alpha = \beta^2$.

Сильная удаленность объектов от оптической системы создает необходимость увеличить угловые размеры объектива. Такие оптические системы характеризуются угловым увеличением (γ). Угловое увеличение системы, так же как и у одной преломляющей поверхности, определяется отношением тангенса угла в пространстве изображений (u_2), под которым луч выходит из оптической системы относительно оптической оси, к тангенсу сопряженного угла (u_1) в пространстве предметов (рис. 7.10): $\gamma = \text{tg } u_2/\text{tg } u_1$.

Подобно тому, как сопряженные плоскости, для которых $\beta = +1$ имели особое значение, имеют особое значение и сопряженные

* Ввиду того что продольное увеличение резко меняется при перемещении вдоль оптической оси, оно было введено для отрезка малой длины.

плоскости, для которых угловое увеличение равно $+1$. Такие плоскости называют узловыми, а точки их пересечения с главной оптической осью — узловыми точками. Так как при $\gamma = +1$ $u_2 = u_1$, сопряженные лучи, проходящие через узлы, параллельны между собой (рис. 7.17: $B_1N_1 \parallel B_2N_2$).

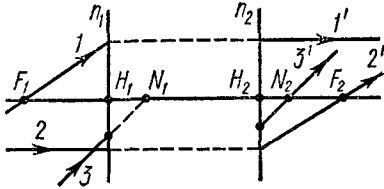


Рис. 7.17

Некоторые выводы. Таким образом, для построения изображения в центрированной оптической системе можно использовать следующие три правила *:

1) луч (луч 1 на рис. 7.17), падающий на систему через ее фокус (F_1), выходит из системы параллельно ее главной оптической оси (луч $1'$);

2) луч (луч 2 на рис. 7.17), падающий на систему параллельно главной оптической оси, выходит из системы через ее передний фокус (F_2);

3) луч (луч 3 на рис. 7.17), падающий на систему через узловую точку (N_1), выходит через вторую точку N_2 (луч $3'$) параллельно первоначальному направлению падения.

Обычно в оптических системах объект и его изображение находятся в одной и той же среде (в воздухе), т. е. $n_1 = n_2$. Тогда передний и задний фокусы системы становятся равными друг другу, главные плоскости сливаются с узловыми плоскостями, а главные точки — с узловыми точками. В этом случае $\gamma = 1/\beta$.

§ 6. НЕДОСТАТКИ (АБЕРРАЦИИ) ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

При построении изображения малого предмета в тонкой линзе мы пользовались параксиальным пучком света. Кроме того, лучи параксиального пучка составляли небольшие углы с главной оптической осью. Далее, падающий свет считали монохроматическим, а показатель преломления материала линзы — не зависящим от длины волны падающего света. На практике все эти условия не соблюдаются и возникают соответствующие недостатки оптических систем. Коротко остановимся на некоторых из них.

Сферическая абберация. В случае тонкой линзы параксиальный пучок, исходящий из точки S , после преломления в линзе пересекает оптическую ось в одной точке. Если же пучок света, исходящий из источника S , составляет большой угол с главной оптической осью, то лучи, составляющие разные углы, пересекают оптическую ось не в одной точке, а в разных точках, например точки s_1, s_2, s_3 на рис. 7.18. Лучи, более удаленные от центра линзы, сильнее преломляются и пересекают главную оптическую ось на сравни-

* Не говоря о том, что луч, падающий вдоль главной оптической оси, ввиду его нормальности к любой преломляющей поверхности системы проходит через систему без преломления.

тельно близких расстояниях от центра линзы. Если экран \mathcal{E} , расположенный перпендикулярно главной оптической оси, передвигать влево от s_1 к s_2 , то вместо стигматического точечного изображения получается расплывчатое пятно. Такая погрешность, связанная со сферичностью преломляющих поверхностей, называется сферической aberrацией. Для количественной характеристики сферической aberrации вводится понятие продольной aberrации,

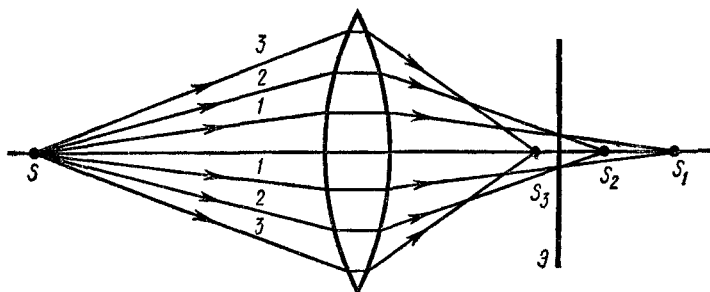


Рис. 7.18

равной линейному расстоянию точки пересечения крайних (лучи 3 на рис. 7.18) и центральных (лучи 1) лучей пучка с главной оптической осью (S_3S_1). Линейная aberrация зависит от материала линзы, от кривизны поверхностей. Продольные aberrации собирающей и рассеивающей линз противоположны по знаку. Это позволяет, комбинируя такие линзы, уменьшить сферическую aberrацию.

Хроматическая aberrация. Из-за явления дисперсии (зависимость показателя преломления от длины волны) для данной линзы

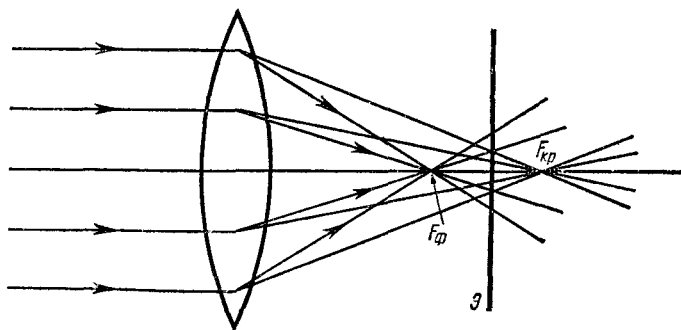


Рис. 7.19

фокусы для разных цветов будут смещены друг относительно друга (на рис. 7.19 показаны фокус F_ϕ для фиолетовых и фокус $F_{кр}$ для красных лучей). В результате этого изображение белого пятна получается цветным. Чередование цветов зависит от положения экрана наблюдения, а соответствующее искажение носит название хроматической aberrации. Хроматическая aberrация, подобно сферической, количественно характеризуется продольной хромати-

ческой аберрацией ($F_{\phi}F_{кр}$). Для сведения по возможности к минимуму хроматической аберрации пользуются комбинацией линз, изготовленных из специально подобранных материалов. Такая система называется ахроматической. Ахроматические системы, безусловно, не могут полностью устранить хроматическую аберрацию. Самая простая ахроматическая система состоит из выпуклой линзы, изготовленной из кронгласа (легкого сорта стекла) и приклеенной к двояковыпуклой линзе из флинтгласа (тяжелого сорта стекла). Прибавление рассеивающей линзы к системе приводит к увеличению ее фокусного расстояния. Однако такое увеличение фокусного расстояния зависит от длины волны, причем фокусное расстояние для фиолетового света увеличивается больше, чем фокусное расстояние для красного света. Обычно при изготовлении ахроматической системы расчет производится так, чтобы фокусы для двух и более длин волн совпали. В случае визуального наблюдения добиваются совпадения фокусов для длин волн $\lambda = 6563 \text{ \AA}$ (красный) и $\lambda = 4861 \text{ \AA}$ (голубой). При фотографировании ахроматическая система подбирается так, чтобы совпали фокусы для длин волн $\lambda = 4341 \text{ \AA}$ и $\lambda = 5893 \text{ \AA}$. Такой выбор длин волн обусловлен тем, что самое сильное воздействие на фотопластинки оказывают именно эти цвета.

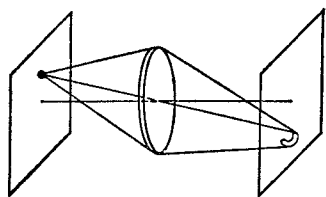


Рис. 7.20

Дисторсия изображения. В случае, когда лучи, участвующие в построении изображения, образуют достаточно большие углы с главной оптической осью, увеличение системы зависит от угла между пучком и главной оптической осью. В этом случае изображение не является подобным предмету. Это обусловлено тем, что отношение тангенсов углов поля зрения и поля изображения не является постоянной величиной для точек по всему полю изображения. Поэтому например, предмет в виде правильного квадрата изображается в искаженном виде — в виде подушки, бочки или еще более сложной фигуры. Недостатки такого рода называются дисторсией. Соответствующий подбор составленных частей оптической системы позволяет сделать исправление на дисторсию. Оптическая система, свободная от дисторсии, называется ортоскопической.

Кома. Кривизна поверхности оптических систем кроме сферической аберрации вызывает также и другую погрешность — кому (рис. 7.20). Лучи, идущие от точечного объекта, лежащего вне оптической оси системы, образуют в плоскости изображения в двух взаимно перпендикулярных направлениях сложное несимметричное пятно рассеяния, напоминающее по виду комету с хвостом. Поэтому подобная аберрация во внеосевых пучках была названа комой. На рис. 7.20 представлено несимметричное пятно рассеяния в так называемой сагиттальной * (перпендикулярной к оптической

* Аналогичным образом вводится понятие меридиональных плоскостей: плоскости, проходящие через ось системы, называются меридиональными.

оси) плоскости. Кома обусловлена, как выше отметили, как сферичностью поверхности, так и удаленностью точки от оси, в результате чего построение изображения производится внеосевыми (наклонными) пучками. Действительно, при той же сферической поверхности в осевом пучке, вверх и вниз от оптической оси, существует полная симметрия в отношении преломления. В случае же наклонного пучка ввиду полного отсутствия подобной симметрии верхние и нижние части преломляются по-разному и в итоге получают различные погрешности.

Кома является одной из наиболее существенных aberrаций. Поэтому, подбирая соответствующие совокупности частей оптической системы, нужно свести ее к минимуму. У системы с исправленной сферической aberrацией кома отсутствует, если для нее удовлетворено условие синусов Аббе. Если в оптической системе полностью

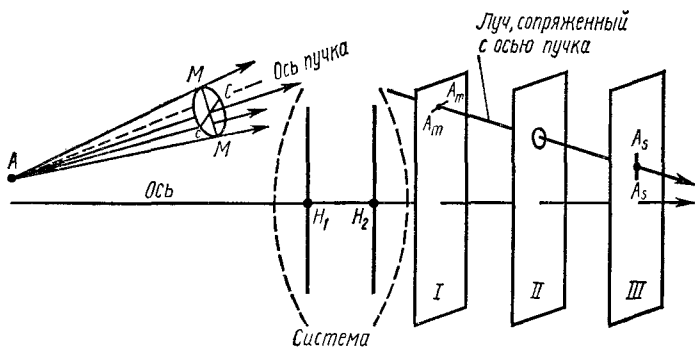


Рис. 7.21

устранены кома и сферическая aberrация для всего отверстия и всех наклонов лучей, то монохроматический свет в данной системе образует идеальное изображение, лишённое всех недостатков.

Астигматизм наклонных пучков. Астигматизм наклонных пучков (рис. 7.21) заключается в том, что лучи одного и того же пучка, исходящие из точки и идущие в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, после преломления в оптической системе, теряя гомоцентричность, не собираются в одну точку, а образуют две точки схода. Представим себе пучок лучей, исходящий из точки A и падающий на оптическую систему под углом к ее оси. Рассмотрим лучи, как бы выделенные крестообразной узкой диафрагмой, кресты которой направлены по меридиональной и сагиттальной плоскостям. Из такой диафрагмы выйдет плоская ленточка лучей, расположенных (при соответствующей ориентации крестов диафрагмы) в меридиональной и сагиттальной плоскостях. Эти ленточки лучей из-за различия кривизны по двум взаимно перпендикулярным направлениям преломляются по-разному, и в результате изображением точки A являются две линии на двух взаимно перпендикулярных фокальных плоскостях. Линия $A_s A_s$ образуется в результате преломления сагиттальных лучей и ориентирована в меридиональной

плоскости, а линия $A_m A_m$ образуется при преломлении меридиональных лучей и ориентирована в перпендикулярной плоскости (рис. 7.21). Эти две фокальные плоскости расположены на разных расстояниях от главной плоскости системы. Если изображением точки A в плоскости I служит линия $A_m A_m$, а в плоскости III — линия $A_s A_s$, перпендикулярная линии $A_m A_m$, то это изображение при перемещении от плоскости I к плоскости III превращается в фигуры рассеяния в виде эллипсов различного эксцентриситета. Фигура рассеяния только в одной плоскости, расположенной посередине между плоскостями I и III , имеет вид круга (II). Следовательно, и в случае астигматизма наклонных пучков изображение точки имеет вид пятна рассеяния, форма которого, как следует из вышеизложенного, зависит от положения экрана наблюдения.

Астигматизм оптической системы может быть исправлен путем подходящего подбора радиусов кривизны преломляющих поверхностей и их фокусных расстояний. Оптическая система, свободная от астигматизма*, называется анастигматом.

Исправление всех недостатков оптической системы одновременно практически невозможно. В каждом конкретном приборе устраняется тот или иной недостаток в зависимости от предназначения данного прибора.

§ 7. ХАРАКТЕРИСТИКИ СПЕКТРАЛЬНЫХ ПРИБОРОВ

В основе так называемых спектральных приборов, предназначенных для разложения сложного света на составляющие и их пространственного разделения по длинам волн, лежат такие явления, как интерференция, дифракция и дисперсия света. С двумя первыми явлениями и соответствующими спектральными приборами (интерференционными и дифракционными) мы уже знакомы.

Спектральный прибор, диспергирующим элементом которого является призма, называется призмным спектроскопом (если картина наблюдается визуально) или спектрографом (если спектр фотографируется или записывается при помощи специального устройства). Схема призмного спектрографа такая же, как изображенная на рис. 6.34, с той лишь

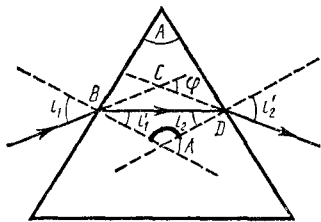


Рис. 7.22

разницей, что вместо дифракционной решетки используется трехгранная призма. Прежде чем перейти к характеристикам спектральных приборов, остановимся более подробно на ходе лучей в призме.

Ход лучей в призме. На одну из поверхностей призмы, показателем преломления которой относительно окружающей среды есть n , падает луч под углом i_1 . Исходя из закона преломления, построим

* Кроме описанного вида астигматизма существует также астигматизм, обусловленный нарушением симметрии самой системы (например, цилиндрическая линза, иногда человеческий глаз) по отношению к пучку света.

ход луча в призме (рис. 7.22). Угол между преломляющими поверхностями обозначим через A (преломляющий угол призмы). Линия пересечения преломляющих поверхностей называется преломляющим ребром. Плоскость, перпендикулярную этому ребру, принято называть главным сечением призмы. Угол между продолжениями падающего и вышедшего (под углом i_2') лучей обозначим через φ (угол отклонения луча в призме). Так как φ есть внешний угол треугольника BCD , то $\varphi = \angle CBD + \angle CDB = i_1 - i_1' + i_2' - i_2$. Как видно из рис. 7.22, $A = i_1' + i_2$. Тогда для угла отклонения имеем $\varphi = i_1 + i_2' - A$. Согласно закону преломления,

$$\sin i_1 / \sin i_1' = n \text{ и } \sin i_2 / \sin i_2' = \frac{1}{n}.$$

Отсюда

$$i_1 = \arcsin(n \sin i_1'), \\ i_2' = \arcsin(n \sin i_2) = \arcsin[n \sin(A - i_1')].$$

Подставляя значения i_1 и i_2' в выражение для φ , имеем

$$\varphi = \arcsin(n \sin i_1') + \arcsin[n \sin(A - i_1')] - A.$$

Найдем минимальное значение угла отклонения. Легко доказать, что $\delta^2 \varphi / \delta (i_1')^2 < 0$. Следовательно, $\delta \varphi / \delta i_1' = 0$ есть условие минимума. Тогда

$$\frac{\delta \varphi}{\delta i_1'} = \frac{n \cos i_1'}{\sqrt{1 - (n \sin i_1')^2}} - \frac{\cos n(A - i_1')}{\sqrt{1 - [n \sin(A - i_1')]^2}} = 0.$$

Это равенство имеет место при $A - i_1' = i_1'$ и $A - i_1' = -i_1'$. Поскольку $A \neq 0$, то физический смысл имеет только условие $A - i_1' = i_1'$, откуда следует, что $i_1' = A/2$. Так как $A = i_1' + i_2$, то $i_1' = i_2$, — т. е. угол отклонения минимален при симметричном расположении падающего на призму и вышедшего из нее лучей (когда луч внутри призмы параллелен ее основанию). Следовательно, для φ_{\min} получаем

$$\varphi_{\min} = 2 \arcsin(n \sin A/2) - A.$$

Отсюда

$$n = \frac{\sin(A + \varphi_{\min})/2}{\sin A/2}. \quad (7.20)$$

Дисперсия спектральных приборов. Спектральные приборы, как известно, служат для обнаружения излучения и анализа распределения его по длинам волн. Отдельным длинам волн соответствует определенный максимум. Контур максимума зависит от характеристик данного спектрального прибора. В зависимости от контура соседние близлежащие максимумы, перекрываясь друг с другом, могут образовать один результирующий максимум. Очевидно, что для данной формы кривой интенсивности рассогласие между максимумами соседних длин волн следует принять за параметр, характеризующий спектральный прибор. В зависимости от величины этого параметра, который называют дисперсией прибора, соседние линии можно наблюдать либо как самостоятельные, либо как одну линию.

Поскольку положение спектральных линий в приборе определяется направлением лучей, а на экране (или на фотопластинке) — расстоянием между соответствующими спектральными линиями, вводятся соответственно такие характеристики прибора, как угловая (D) и линейная (D^*) дисперсии.

Угловая дисперсия D определяется отношением углового расстояния линии, отличающихся по длине на $\delta\lambda$, к величине этого интервала:

$$D = \delta\varphi / \delta\lambda. \quad (7.21)$$

Если расстояние между линиями, отличающимися по длине на $\delta\lambda$, обозначить через δS , то согласно определению линейной дисперсии имеем

$$D^* = \delta S / \delta\lambda. \quad (7.22)$$

При известном фокусном расстоянии (f) линзы, проектирующей спектр на экран, исходя из соотношения $\delta S = f\delta\varphi$, можно найти связь между D и D^* :

$$D^* = fD. \quad (7.23)$$

В качестве примера найдем дисперсию дифракционной решетки, призмы и интерферометра Фабри — Перо.

Дисперсия дифракционной решетки. Положим, что угловое расстояние между линиями λ_1 и λ_2 , отличающимся друг от друга на $\delta\lambda$, равно $\delta\varphi$. Так как максимумы наблюдаются при $d \sin \varphi = m\lambda$, то, дифференцируя это выражение, имеем: $d \cos \varphi \delta\varphi = m\delta\lambda$ и

$$D = \delta\varphi / \delta\lambda = m / d \cos \varphi. \quad (7.24)$$

Как следует из (7.24), угловая (а следовательно, и линейная) дисперсия прямо пропорциональна порядку дифракции и обратно пропорциональна расстоянию между соседними штрихами. Следовательно, для увеличения дисперсии необходимо увеличить число штрихов на единицу длины. Этим объясняется необходимость изготавливать дифракционные решетки с возможно большим числом штрихов на 1 мм.

Дисперсия призмы. В спектрографах призма располагается так, чтобы угол отклонения луча был минимальным. Поэтому, согласно формуле (7.20), волны различной длины отклоняются под разными углами $\varphi_{\text{мин}}$ (из-за зависимости n от λ). Принимая во внимание зависимость φ от n , а также зависимость n от λ и подставляя $\varphi = \varphi_{\text{мин}}$ имеем

$$D = \frac{\delta\varphi_{\text{мин}}}{\delta n} \cdot \frac{\delta n}{\delta\lambda}.$$

Так как

$$\frac{\delta n}{\delta\varphi_{\text{мин}}} = \frac{1}{2} \cos \left(\frac{A + \varphi_{\text{мин}}}{2} \right) / \sin \frac{A}{2},$$

то

$$D = \left[2 \sin \frac{A}{2} / \left(\cos \frac{A + \varphi_{\text{мин}}}{2} \right) \right] (\delta n / \delta\lambda).$$

Так как $\cos \frac{A + \varphi_{\min}}{2} = \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \frac{A}{2}}$, то для дисперсии призмы имеем

$$D = \frac{2 \sin \frac{A}{2}}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \frac{A}{2}}} \cdot (\delta n / \delta \lambda). \quad (7.25)$$

Отношение $\delta n / \delta \lambda$ называется дисперсией призмы и зависит от материала призмы. Как следует из (7.25), при данном преломляющем угле призмы дисперсия растет с увеличением n и $\delta n / \delta \lambda$. Так как в области так называемой нормальной дисперсии n растет с уменьшением длины волны, то в качестве диспергирующего элемента в коротковолновой области спектра используется призма. Не всегда выгодно использовать призму из магнезиала с большим n и $\delta n / \delta \lambda$. Так, например, тяжелые сорта стекла (флинт), обладающие большим n , сильно поглощают фиолетовые лучи, в связи с чем приходится использовать легкое стекло (крон) со значительно меньшим n и $\delta n / \delta \lambda$. В ультрафиолетовой области ($\lambda \leq 2000 \text{ \AA}$) вследствие полного поглощения лучей стеклянной призмой вся оптика спектрального прибора изготавливается из кварца, дисперсия которого достаточно велика. При длине волны 2500 \AA она сравнима с дисперсией средней дифракционной решетки.

Дисперсия интерферометра Фабри — Перо. Воспользуемся условием максимума в проходящем свете $2l \cos \varphi = m\lambda$. Дифференцируя это выражение, получаем $-2l \sin \varphi d\varphi = m\delta\lambda$. Отсюда можно получить максимальную величину дисперсии, взятую по модулю, соответствующему центру картины ($\varphi \approx 0$):

$$D = |\delta\varphi / \delta\lambda| = m / (2l \sin \varphi). \quad (7.26)$$

На практике часто пользуются величиной, обратной линейной дисперсии. Эта величина определяется интервалом длин волн, приходящихся на 1 мм ширины спектра, и измеряется в А/мм .

В зависимости от величины линейной дисперсии спектральные приборы делятся на приборы малой, средней и высокой дисперсии. Интерференционные спектральные приборы обладают высокой ($0,1 - 0,01 \text{ А/мм}$), дифракционные — большой ($10 - 1 \text{ А/мм}$), а призмные — малой и средней ($100 - 10 \text{ А/м}$) дисперсией.

Разрешающая сила. Большая дисперсия оптических приборов является необходимым, но не достаточным условием для отдельного наблюдения двух близлежащих линий. Нами уже было отмечено, что контур максимума данной линии зависит от характеристик прибора. В зависимости от крутизны кривой интенсивности соседние максимумы длин волн λ_1 и λ_2 могут наблюдаться как два самостоятельных (рис. 7.23, а) или как один максимум (рис. 7.23, б). Как мы видим, величина дисперсии для двух близлежащих линий λ_1 и λ_2 , имеющих контур, изображенный на рис. 7.23, б, не позволит различить их в противоположность тем же максимумам λ_1 и λ_2 другого контура, изображенного на рис. 7.24. Важным фактором

для различия этих линий является достаточная резкость спада к нулю кривых интенсивностей для λ_1 и λ_2 (рис. 7.24). Чтобы характеризовать способность прибора при данной дисперсии различать две близлежащие линии, вводится понятие разрешающей силы. Для количественной характеристики этого понятия нужно ввести критерий разрешения.

Согласно Рэлею, две близлежащие спектральные линии с равными интенсивностями и одинаковыми симметричными контурами разрешимы, если максимум одной длины волны λ_1 совпадает с минимумом другой λ_2 , и наоборот (см. рис. 7.23, а). При удовлетворении этого условия интенсивность «провала» между максимумами составляет 80% интенсивности каждой линии, что является достаточным

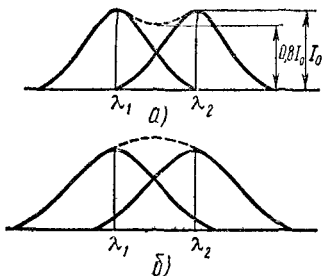


Рис. 7.23

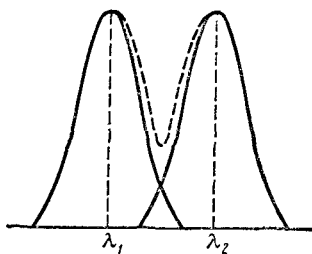


Рис. 7.24

для отдельного наблюдения линий λ_1 и λ_2 . Нарушение критерия Рэлея (см. рис. 7.23, б) приводит к наблюдению одной линии вместо двух.

Если разность длин волн $|\lambda_2 - \lambda_1|$ между двумя соседними максимумами, для которых выполняется критерий Рэлея, обозначить через $\delta\lambda$, а среднюю длину волны, соответствующую центру провала между максимумами, — через λ , то в качестве количественной характеристики разрешающей силы (A) можно взять отношение $\lambda/\delta\lambda$, т. е.

$$A = \lambda/\delta\lambda = -(\alpha - \delta) \frac{dn}{d\lambda} \quad (7.27)$$

Целесообразность введения такой количественной характеристики для разрешающей силы подтверждается тем, что она определяет уширение линии падающего излучения, связанного самим спектральным прибором.

Несмотря на условность критерия Рэлея, он позволяет сравнивать разрешающие силы разных приборов. Определим разрешающую силу разных спектральных приборов.

Разрешающая сила дифракционной решетки. Положим, что максимумы m -го порядка длин волн λ_1 и λ_2 наблюдаются соответственно под углами φ'_m и φ''_m , т. е.

$$\left. \begin{aligned} d \sin \varphi'_m &= m\lambda_1, \\ d \sin \varphi''_m &= m\lambda_2. \end{aligned} \right\} \quad (7.28)$$

Известно что при переходе от максимума к соседнему минимуму разность хода меняется на λ/N , где N — общее число штрихов. Тогда m -й минимум, наблюдаемый под углом φ_m , для данной λ_1 удовлетворяет следующему условию:

$$d \sin \varphi_m = m\lambda_1 + \lambda_1/N. \quad (7.29)$$

Согласно условию Рэлея, разрешение линий имеет место при $\varphi_m = \varphi'_m$, т. е. $m\lambda_1 + \lambda_1/N = m\lambda_2$, отсюда

$$A = \lambda_1/(\lambda_2 - \lambda_1) = mN. \quad (7.30)$$

Формула (7.30) сохраняет силу также для интерференционных спектральных приборов с той лишь разницей, что N будет обозначать число интерферирующих лучей.

Остановимся более подробно на выражении (7.30). В отличие от дисперсии, зависящей от числа штрихов на единицу длины решетки, разрешающая сила пропорциональна общему числу штрихов. Можно определить максимальную разрешающую силу дифракционной решетки. Для этого нужно найти максимально возможное значение порядка спектра. Так как $d \sin \varphi = m\lambda$ и отсюда $m = d \sin \varphi/\lambda$, то $m_{\text{макс}} = d/\lambda$. Следовательно,

$$\underline{A_{\text{м.кк}}} = Nd/\lambda = l/\lambda, \quad (7.31)$$

где $Nd = l$ — рабочая длина дифракционной решетки. Как следует из (7.31), дифракционные решетки с разными постоянными, имеющими одинаковую рабочую длину ($N_1d_1 = N_2d_2 = \dots = N_nd_n$), обладают одинаковой разрешающей силой. При одинаковой разрешающей силе лучшей является решетка, у которой большее число штрихов на единице длины. Следовательно, при данной величине постоянной решетки d лучшей является та, у которой длина рабочей области больше. Отсюда становится ясным стремление к изготовлению дифракционных решеток довольно больших размеров с рабочей длиной $l = 8 - 15$ см, в отдельных случаях до 20 см.

Современные дифракционные решетки обладают довольно большой (до $10^5 - 2 \cdot 10^5$) разрешающей силой. Ту же разрешающую силу (порядка 10^6) могут иметь интерферометры. Так, например, в интерферометре Фабри — Перо (число интерферирующих пучков равно 30) толщиной $h = 5$ см и $m = 2 \cdot 10^5$ значение разрешающей силы превышает $5 \cdot 10^6$.

Хотя в призмённых приборах разрешающая сила значительно меньше, чем в интерферометрах, призмённые спектрографы не утратили своего значения.

Получение большой разрешающей силы в оптическом приборе связано с определенными трудностями. Даже идеальные объективы * — неотъемлемая часть спектрографов — вследствие дифракции на их оправе ограничивают разрешающую силу спектральных приборов. Для устранения этого недостатка пользуются высококачественными длиннофокусными объективами большого диаметра.

* Объективы, в которых кроме дефектов изготовления отсутствуют также все виды аберрации.

Разрешающая сила объектива. Положим, что параллельный пучок света падает на объектив диаметром D . Вследствие ограничения фронта волны оправой объектива возникает дифракционная картина в виде концентрических колец. Угловой (вершина угла совпадает с центром объектива) радиус первого темного кольца равен, как известно,

$$\sin \varphi = 1,22\lambda/D.$$

Если фокусное расстояние линзы обозначить через f , то радиус первого темного кольца будет $r = f \operatorname{tg} \varphi$. При малых значениях угла $\operatorname{tg} \varphi \approx \sin \varphi$ и

$$r = 1,22 \frac{f}{D} \lambda. \quad (7.32)$$

Следовательно, каждая точка, лежащая на бесконечно большом расстоянии от объектива, даст в фокальной плоскости свою дифракционную картину, радиусы первых темных колец которой определяются по формуле (7.32). Рассмотрим в объектив две близлежащие бесконечно удаленные точки. В зависимости от расстояния между ними происходит в той или иной степени взаимное перекрывание дифракционных картин. Вследствие некогерентности лучей, идущих от каждой точки, происходит простое сложение максимумов и минимумов. В зависимости от степени перекрывания дифракционных картин эти точки либо сливаются в одну, либо наблюдаются самостоятельно. Для раздельного наблюдения должен выполняться критерий Рэлея. Если угловое расстояние двух точек обозначить через ψ , то, по условию Рэлея, $\varphi = \psi$, т. е.

$$\sin \varphi = \sin \psi = 1,22\lambda/D.$$

Поскольку точки расположены близко, то $\sin \psi \approx \psi$ и $\psi = 1,22 \lambda/D$. В качестве разрешающей силы объектива принимается обратное значение ψ :

$$A = 1/\psi = D/1,22\lambda. \quad (7.33)$$

Выражение (7.33) показывает, что разрешающая сила объектива прямо пропорциональна его диаметру и зависит от длины световой волны.

Дисперсионная область. При изучении влияния монохроматичности на интерференционную картину мы видели, что увеличение ширины спектрального интервала ($\Delta\lambda$) затрудняет наблюдение интерференции. Причиной является взаимное перекрывание максимумов, соответствующих началу и концу данного интервала длин волн. Это ограничивает рабочую область спектральных приборов. Каждый спектральный прибор характеризуется максимальной шириной спектрального интервала, при которой еще не происходит перекрывания максимумов соседних порядков, соответствующих началу и концу интервала. Эта ширина спектрального интервала называется дисперсионной областью (G) спектрального прибора:

$$G = \Delta\lambda. \quad (7.34)$$

Как следует из определения, спектральный прибор дает различные максимумы и минимумы при ширине интервала $\Delta\lambda \leq G$. В качестве примера определим дисперсионную область дифракционной решетки.

Дисперсионная область дифракционной решетки. Пусть на дифракционную решетку падает световой импульс со спектральной шириной $\Delta\lambda$ (рис. 7.25). Как известно, каждая длина волны в сложном импульсе создает соответствующие максимумы и минимумы. Спектральный прибор сможет различить отдельные длины волн, если m -й максимум правого края сложного импульса расположен левее $(m + 1)$ -го максимума левого края импульса (см. рис. 4.5, гл. IV). Условием разрешимости сложного импульса будет совпадение $(m + 1)$ -го максимума длины волны λ с m -м максимумом длины волны $\lambda + \Delta\lambda$. Так как

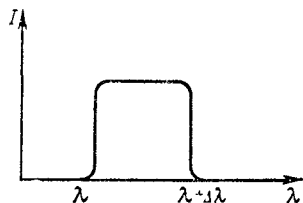


Рис. 7.25

$$d \sin \varphi'_m = m(\lambda + \Delta\lambda), \quad d \sin \varphi_{m+1} = (m + 1)\lambda,$$

то, согласно введенному условию,

$$\varphi'_m = \varphi_{m+1}, \quad m(\lambda + \Delta\lambda) = (m + 1)\lambda.$$

Отсюда

$$G = \Delta\lambda = \lambda/m. \quad (7.35)$$

Обратная пропорциональность дисперсионной области наблюдаемому порядку приводит к необходимости использования дифракционной решетки в качестве прибора с очень большой дисперсионной областью. Действительно, вследствие того что для дифракционной решетки $m = 2, 3$, имеем $G_{\text{диф}} = \lambda/2, \lambda/3$. Для интерференционных спектрометров $m = 10^5$ и $G_{\text{инт}} = \lambda/10^5$. При длине волны $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ см, $G_{\text{диф}} = 2000 \text{ \AA}$, $G = 0,05 \text{ \AA}$ для эталона Фабри — Перо с интерферирующими лучами $N = 20$; $G = 0,05 \text{ \AA}$ для интерферометра Майкельсона с $m = 10^6$, $N = 2$. Благодаря большой дисперсионной области дифракционной решетки становится возможным проведение с помощью этого прибора анализа белого света.

С помощью интерференционных приборов можно исследовать свет, близкий по своему составу к монохроматическому. Интерференционные приборы используются также при изучении тонкой структуры спектральных линий и при исследовании расщепления спектральных линий под действием внешнего магнитного (эффект Зеемана) и сильного электрического (эффект Штарка) полей.

Сопоставление свойств различных спектральных приборов приводится в табл. 5*, составленной для зеленых лучей ($\lambda = 5000 \text{ \AA}$).

* См.: Ландсберг Г. С. Оптика, с. 180.

Приборы	m (порядок)	N (число интерфери- рующих лучей)	G (область дисперсии в \AA)	A (разре- шающая сила)	$\delta\lambda$ (при- ближенно в \AA)
Эталон Фабри — Перо ($\rho = 0,9$)	10^5	20	0,05	$2 \cdot 10^6$	0,002
Интерферометр Майкель- сона	10^6	2	0,005	$2 \cdot 10^6$	0,002
Пластика Люмме — Герке	$5 \cdot 10^4$	10	0,10	$5 \cdot 10^5$	0,01
Эталон Майкельсона . . .	$1 \cdot 10^4$	30	0,50	$3 \cdot 10^5$	0,02
Решетка дифракционная	3	10^5	~ 2000	$3 \cdot 10^5$	$\sim 0,02$

§ 8. РАЗРЕШАЮЩАЯ СИЛА ТЕЛЕСКОПА И МИКРОСКОПА

Принимая во внимание, что читатель достаточно хорошо знаком с устройством и принципом действия микроскопа и телескопа из курса физики средней школы, остановимся лишь на рассмотрении их разрешающей силы.

Нами была проанализирована разрешающая сила спектральных приборов, предназначенных для отдельного наблюдения двух близких по длине спектральных линий. Для количественной характеристики в данном случае было введено понятие разрешающей силы, вернее «хроматической» разрешающей силы, равной $\lambda/\delta\lambda$.

В геометрической оптике мы встречаемся с задачами другого рода: нас интересует возможность отдельного наблюдения двух близких частей рассматриваемого объекта. В этом случае вводится аналогичная по названию, но имеющая иной физический смысл характеристика — разрешающая сила оптического прибора.

На первый взгляд кажется, что с помощью больших увеличений можно добиться четкого разделения двух близких частей объекта. Добиться большого увеличения, например, в 10^4 раз не составляет сложной задачи. Устранив различные аберрации, с помощью системы линз можно добиться большого увеличения, большого но при этом не наблюдать близлежащие точки отдельными. Причиной в данном случае является не наличие предела увеличения, а специфические явления, связанные с волновой природой (дифракция) наблюдаемого света.

Разрешающая сила телескопа. Поскольку телескоп служит для наблюдения удаленных небесных тел, можно считать, что на объектив телескопа падает плоская волна. Это позволяет пользоваться полученной нами ранее формулой $\sin \varphi_1 = 0,61 \lambda/r$ при рассмотрении дифракции плоской волны на круглом отверстии (φ_1 — угловой радиус первого дифракционного кольцевого минимума, r — радиус объектива телескопа, λ — длина падающей световой волны).

Положим, что с помощью телескопа ведется наблюдение двух близких звезд Z_1 и Z_2 (рис. 7.26). При дифракции плоских волн

на круглом отверстии каждая звезда на экране наблюдения, расположенного в фокальной плоскости объектива, создаст свою дифракционную картину в виде светлого пятна в центре, окруженного чередующимися кольцевыми минимумами и максимумами. Следовательно, на экране мы будем иметь дело с наложением дифракционных изображений двух некогерентных источников \mathcal{Z}_1 и \mathcal{Z}_2 . Согласно условию Рэля, звезды будут различимыми, если центральный дифракционный максимум, в котором сконцентрирована основная часть прошедшей через объектив световой энергии для одной звезды, совпадает с первым дифракционным минимумом для другой, т. е. $\varphi_1 = \psi$, где ψ — угловое расстояние между наблюдаемыми звездами. Поскольку угол φ_1 мал, так что $\sin \varphi_1 \approx \varphi_1$, то для разрешающей силы телескопа, обратно пропорциональной угловому расстоянию, имеем

$$A = 1/\psi = r/0,6\lambda. \quad (7.36)$$

Как видно из выражения (7.36), чем больше действующий диаметр объектива, тем больше разрешающая сила телескопа. Вот почему телескопы изготавливаются с возможно большим диаметром объектива. Уменьшение длины волны также приводит к увеличению разрешающей силы телескопа. Пользуясь методами теории информации, при данных r и λ можно получить разрешающую силу, значительно превышающую разрешающую силу, вычисленную по (7.36).

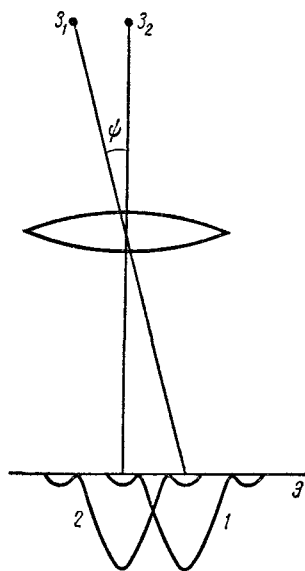


Рис. 7.26

Разрешающая сила микроскопа. Явление дифракции на апертуре объектива ограничивает возможности микроскопа. Как и в других оптических приборах, для количественной характеристики способности микроскопа вводится понятие его разрешающей силы.

Под разрешающей силой микроскопа понимается то минимальное расстояние (линейное или угловое) между близлежащими точками, при котором их еще можно наблюдать отдельно. Вследствие того что объект располагается на небольшом расстоянии от объектива (обычно чуть дальше фокуса объектива), в данном случае не будет наблюдаться точная картина фраунгоферовой дифракции. Однако, так как плоскость изображения $ПП$ объектива находится на расстоянии, существенно превышающем диаметр объектива, проходящие лучи можно считать почти параллельными. Далее, при рассмотрении дифракции этих лучей на апертурной диафрагме * $ММ$

* В оптических системах с целью увеличения глубины фокусировки, применяют непрозрачные экраны, имеющие отверстия для пропускания световых лучей, называемые диафрагмами. Роль диафрагмы может выполнять также оправка оптических деталей системы. Среди многих диафрагм, существующих в оптиче-

объектива (рис. 7.27) можно будет использовать выводы фраунгоферовой дифракции на круглом отверстии.

Необходимо уточнить еще одну деталь, связанную с лучами, идущими от наблюдаемого объекта. Здесь возможны два случая: а) объект является самосветящимся, б) объект освещается. В первом случае очевидно, что лучи, идущие от разных точек объекта, не будут когерентными и возникает простое наложение дифракционных картин от разных точек источника. Во втором случае, если освещение объекта производится точечным источником, лучи, рассеянные отдельными точками объекта, являются когерентными (так как они исходят из одного и того же точечного источника). Рассмотрим эти случаи:

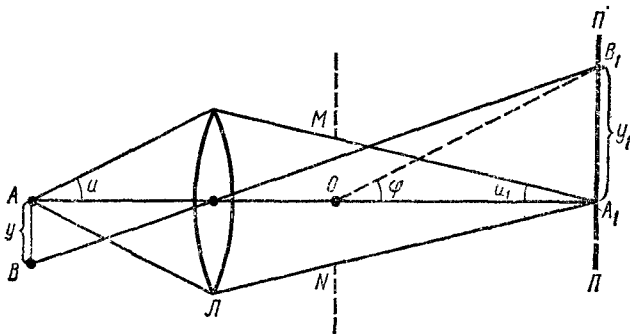


Рис. 7.27

Объект является самосветящимся (некогерентное излучение). Рассмотрим две близлежащие точки объекта A и B , расположенные друг от друга на расстоянии y (рис. 7.27). Точки A_1 и B_1 , расположенные друг от друга на расстоянии y_1 , являются изображениями точек A и B . Вследствие фраунгоферовой дифракции лучей на апертурной диафрагме MN , близко расположенной (иногда совпадающей) к оправе объектива (масштаб на рисунке искажен), точки A_1 и B_1 окружены соответствующими дифракционными кольцами. Согласно условию Рэлея, расстояние y_1 должно равняться радиусу первого темного кольца, окружающего A_1 (или B_1). Поскольку угловой радиус φ первого темного кольца определяется из условия $MN \sin \varphi = 1,22 \lambda$, то линейный радиус первого темного кольца при малом угле φ будет

$$r_1 = y_1 = \varphi OA_1 = 1,22 \lambda OA_1 / MN = 0,61 \lambda / u_1.$$

Отсюда

$$y_1 u_1 = 0,61 \lambda. \quad (7.37)$$

При получении (7.37) было использовано соотношение $MN/OA_1 = 2u_1$ (рис. 7.27), справедливое для малого u_1 .

ской системе, имеется одна, наиболее существенным образом влияющая на ширину светового пучка, участвующего в построении изображения, которая называется действующей или апертурной диафрагмой.

Используя условие синусов, выполняющееся при правильном отображении объекта в микроскопе:

$$yn \sin u = y_1 n_1 \sin u_1,$$

имеем

$$y = y_1 u_1 / n \sin u = 0,61 \lambda / n \sin u, \quad (7.38)$$

где n и n_1 — показатели преломления сред, в которых соответственно находятся объект и его изображение ($n_1 = 1$ для воздуха). Выражение $n \sin u$ называется числовой апертурой.

Следовательно, при некогерентном освещении самосветящегося объекта разрешающая сила микроскопа тем больше, чем больше числовая апертура и чем меньше длина волны света.

Объект освещается со стороны (когерентное излучение). Этот случай часто встречается на практике, при работе с микроскопом.

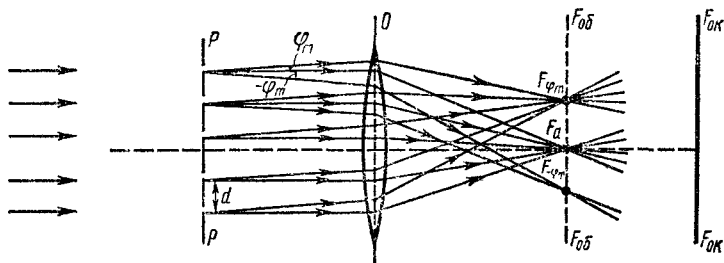


Рис. 7.28

Аббе предложил способ определения разрешающей силы микроскопа при когерентном освещении объекта. В этом случае (с точностью до постоянного множителя) получается такой же результат, что и при самосветящемся объекте. Изложим кратко способ Аббе определения разрешающей силы микроскопа. В качестве объекта выберем одномерную дифракционную решетку (рис. 7.28) с постоянной d . Постоянная решетки в данном случае играет роль детали объекта. Под разрешающей силой надо понимать минимально различимое значение d . Направим на решетку параллельный пучок света. Дифрагированный на решетке pp пучок света падает на объектив микроскопа. В главной фокальной плоскости объектива получаются дифракционные максимумы и минимумы, которые Аббе назвал первичным изображением объекта. Так называемое вторичное изображение объекта наблюдается в фокальной плоскости $F_{ок}F_{ок}$ окуляра микроскопа. Так как лучи от дифракционных максимумов на фокальной плоскости $F_{об}F_{об}$ являются когерентными, то, интерферируя за этой фокальной плоскостью, они дают изображение объектива в плоскости $F_{ок}F_{ок}$.

Четкость изображения объекта на плоскости $F_{ок}F_{ок}$ будет зависеть от числа участвующих в получении изображения лучей, которые определяются числом действующих дифракционных максимумов. В этом легко убедиться, если с помощью диафрагмы, расположенной в плоскости $F_{об}F_{об}$, закрыть часть дифракционных максимумов в плоскости $F_{об}F_{об}$. Такое ограничение части дифракционных мак-

симумов приводит к ухудшению качества изображения. В частности, если закрыть все максимумы, кроме одного, например нулевого, то в окуляре изображения не получится, будет равномерно освещенное поле. Правильное и четкое изображение объекта получится в случае, когда в образовании изображения в плоскости $F_{ок}F_{ок}$ участвуют лучи от всех максимумов $F_0, F_{\varphi_1}, F_{\varphi_2}, \dots, F_{\varphi_m}$. Совокупность максимумов $F_{-\varphi_1}, F_{-\varphi_2}, \dots, F_{-\varphi_m}$, расположенных по другую сторону от центра, не оказывает существенного влияния на изображение объекта, усиливая лишь его яркость. Если закрыть все нечетные дифракционные максимумы и оставить открытыми все четные, то изображение в плоскости изменяется и будет соответствовать решетке с постоянной $d/2$ (с удвоенным числом штрихов), а не d .

Существенную роль при исследовании объекта, особенно его деталей, играют максимумы первых порядков. В рассмотренном нами случае дифракционные максимумы первых порядков передают изображение объекта в виде периодической структуры с плавным переходом от светлых участков к темным. Таким образом, решетка различима, если через объектив микроскопа проходит помимо пучка центрального максимума хотя бы еще один пучок одного из первого максимумов ($m = +1$ или $m = -1$). Условие первого максимума $m = +1$ имеет вид

$$d \sin \varphi_1 = \frac{\lambda}{n}, \quad (7.39)$$

где φ_1 — угол дифракции, соответствующий максимуму первого порядка ($m = +1$), λ — длина волны падающего света в вакууме, n — показатель преломления среды, в которой находится объект.

Согласно условию разрешимости, угол φ_1 должен быть меньше или равен апертуре u (половина угла между крайними лучами, идущими от объекта к краям объектива), т. е.

$$\sin u \geq \sin \varphi_1 = \lambda/nd.$$

Отсюда

$$d \geq \lambda/n \sin u. \quad (7.40)$$

При получении выражения (7.40) не учтено влияние наклонных пучков, всегда имеющихся при освещении объекта.

Если угол между осью микроскопа и освещающим пучком обозначить через α , то условие первого максимума для прямоугольного отверстия имеет вид

$$\sin \alpha_1 - \sin \alpha = \lambda/d, \quad (7.41)$$

где α_1 — угол дифракции. Исходя из условия разрешимости, в объектив должен попасть хотя бы один первый максимум (помимо основного), т. е. $\alpha = -u$, $\alpha_1 = u$. Учитывая это в (7.41), получим

$$2 \sin u \geq \lambda/nd,$$

или

$$d \geq 0,5\lambda/n \sin u. \quad (7.42)$$

Таким образом, для разрешающей силы микроскопа в случае освещенных объектов получено то же самое выражение, что и для самосветящихся объектов. Различие в коэффициентах (0,61 и 0,5)

обусловлено тем, что в одном случае использовано условие максимума для круглого отверстия, а в другом — для прямоугольного. Л. И. Мандельштам показал *, что формула, выведенная Аббе, сохраняет свою силу и для самосветящихся объектов.

Увеличение разрешающей силы микроскопа. Из выражения разрешающей силы микроскопа видно, что существуют два пути ее увеличения: а) увеличение числовой апертуры; б) уменьшение длины волны света, в котором рассматривается объект. Числовую апертуру можно увеличить как увеличением угла апертуры, так и увеличением показателя преломления окружающей объект среды. Увеличения n можно добиться, погружая объект в прозрачную жидкую среду с возможно большим показателем преломления (соответствующие микроскопы называются иммерсионными). Однако, как известно, для оптически более плотных прозрачных жидкостей $n \approx 1,6$, что не приводит к существенному увеличению разрешающей силы. Увеличение разрешающей силы за счет увеличения апертуры также ограничено, так как в предельном случае $\sin u' = 1$. В реальных случаях можно добиться значения $\sin u = 0,95$ при $n = 1$. Это означает, что возможно разрешение деталей объекта размером порядка половины длины световой волны.

Увеличение разрешающей силы микроскопа путем уменьшения длины световой волны привело к положительному результату. Микроскопы, использующие ультрафиолетовые лучи, позволяют увеличить разрешающую силу примерно в два раза. Переход к микроскопам, использующим рентгеновские лучи, позволил бы резко увеличить разрешающую силу. Однако отсутствие оптических линз для рентгеновских лучей делает практически почти невозможным создание рентгеновских микроскопов. Такие принципиальные трудности были преодолены после того, как в 1923 г. Луи де Бройлем была выдвинута гипотеза, согласно которой любой частице с массой m , движущейся со скоростью v , соответствует волна с длиной

$$\lambda = h/mv, \quad (7.43)$$

где h — постоянная Планка, равная $6,67 \cdot 10^{-27}$ эрг·с.

Приближенные расчеты показывают, что волна, соответствующая электрону, ускоренному полем в 150 В, равна 1 Å, что на три порядка меньше длины волны видимого света. Поскольку электрону соответствует столь короткая волна, это наводит на мысль о возможности сконструирования микроскопа, работающего с электронным пучком. Роль «оптической системы» могут выполнять соответствующим образом подобранные электрические и магнитные поля — «электромагнитные линзы» для электронного пучка. Этот прибор — электронный микроскоп — впервые был изготовлен в СССР акад. А. А. Лебедевым. Электронные микроскопы в принципе могут позволить различить детали размером порядка 1 Å. В настоящее время современные электронные микроскопы позволяют различить детали размером 25—30 Å.

* См.: М а н д е л ь ш т а м Л. И. Полн. собр. трудов, т. I. Изд-во АН СССР, 1948, с. 210—225.

Глава VIII

ОПТИЧЕСКАЯ ГОЛОГРАФИЯ

§ 1. ПОНЯТИЕ О ГОЛОГРАФИИ

Критические замечания о методе фотографирования. Трудно найти человека, не знакомого с фотографированием. При фотографировании, как известно, изображение трехмерного предмета проектируется на плоскость. При этом резкое изображение получается только для тех частей предмета, которые лежат в плоскости наводки фотоаппарата. Уменьшая радиус диафрагмы объектива (проигрывая при этом в светосиле), можно увеличить глубину резкости. Полученное этим способом плоское изображение практически не содержит информации о том, на каких расстояниях находятся отдельные точки предмета (информации об объемности предмета). Это объясняется тем, что информация о фазе световой волны при фотографировании полностью теряется и происходит регистрация только квадрата напряженности электрического вектора светового поля, усредненного по всем фазам световой волны.

Фотография обладает ограниченными изобразительными возможностями. Она не позволяет обзирать изображенный объект с разных сторон. Так, например, если человек снят на фоне здания, то на фотографии никак нельзя увидеть ту часть здания, которая закрыта телом человека, как бы мы ни меняли положение головы. Также нельзя, исходя из фотографии, определить удаленность здания от человека — мы видим его на одной плоскости со зданием. Следовательно, в фотографии полностью отсутствует так называемый эффект параллактического смещения. Отсутствие этого эффекта в фотографии приводит к отсутствию объемности предмета и ощущения глубины пространства.

Изображение на сетчатке глаза тоже двухмерное, плоское, и тем не менее мы не лишены возможности видеть предметы объемными, обладающими не только высотой и шириной, но и глубиной.

Объемность нашего восприятия обусловлена не только возможностью зрения двумя глазами, но также тем, что, во-первых, глаз представляет собой оптическую систему с перемещаемым фокусным расстоянием, способную фокусироваться (аккомодироваться) на разноудаленные точки предмета; во-вторых глаз обладает определенной подвижностью. Эти свойства глаза позволяют нам, смещая точку зрения, изменить взаимное расположение предметов на их двухмерной проекции, создавая тем самым ощущение объемности.

Итак, попробуем собрать все недостатки метода фотографирования:

- 1) при фотографировании необходима оптическая система;
- 2) изображение трехмерного предмета проектируется на плоскость;
- 3) отсутствует эффект параллактического смещения;
- 4) на одном негативе нельзя снять несколько объектов, если они перекрываются;
- 5) процесс восстановления изображения осуществляется только при наличии оптической системы (так же как при фотографировании);
- 6) информация о каждой точке предмета сосредоточена в очень маленьком пятнышке фотографии, в результате чего износ части негатива приводит к утрате соответствующей части изображения; полностью изображение восстанавливается только с целого негатива.

Понятие о голографии. Существует принципиально новый метод «фотографирования», лишенный вышеперечисленных недостатков. Этот новый метод, называемый голографией (при переводе с греческого означает «полная запись»), был развит английским ученым Деннисом Габором в 1947 г. За этот метод в 1971 г. ему была присуждена Нобелевская премия*.

В чем заключается принцип голографии? Как можно регистрировать и восстанавливать всю информацию о предмете?

Голография обязана своим возникновением основным законам волновой оптики — законам интерференции и дифракции.

Если мы хотим регистрировать и восстанавливать волну, то необходимо уметь регистрировать и восстанавливать амплитуду и фазу** идущей от предмета волны. Такая возможность представляется в связи с тем, что фазовая и амплитудная информация заложена в формуле (4.3) гл. IV, где

$$E_0 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos(\alpha_2 - \alpha_1). \quad (8.1)$$

Как видно из этого выражения, распределение интенсивности в интерференционной картине определяется кроме амплитуд интерферирующих волн также и разностью их фаз. Следовательно, для регистрации как фазовой, так и амплитудной информации необходимо кроме волны, идущей от предмета (ее будем называть предметной или сигнальной волной), иметь еще одну когерентную с ней волну (которую принято называть опорной волной).

Таким образом, приходим к выводу: для регистрации и восстановления волны, дифрагированной предметом (следовательно, промодулированной как по фазе, так и по амплитуде), необходимо заставить ее проинтерферировать с когерентной опорной волной с известной фазой, затем с помощью опорной волны извлечь из общей интерференционной картины предметную волну. Это и есть идея

* См.: Г а б о р Д. Нобелевская лекция. УФН, т. 109, вып. 1, 1973, с. 6.

** Полагаем, что вторичные волны, исходящие от объекта в результате рассеяния от него, обладают той же частотой, что и падающие. Отражающий объект, обладающий таким свойством, называется рассеивателем Рэлея.

голографирования. Ее практически можно осуществить следующим образом.

Голографирование. Восстановление изображения предмета. Уширенный с помощью простого оптического устройства пучок лазера (рис. 8.1) одновременно направляется на исследуемый объект и на зеркало. Отраженная от зеркала опорная волна * и рассеянная объектом световая волна падают на обычную фотопластинку, где происходит регистрация возникшей сложной интерференционной картины. После соответствующей экспозиции фотопластинку проявляют, в результате чего получается так называемая голограмма — зарегистрированная на фотопластинке интерференционная картина, полученная при наложении опорной и предметной волн. Голограмма внешне похожа на равномерно засвеченную пластинку, если не обращать

внимания на отдельные кольца и пятна, возникшие вследствие дифракции света на пылинках и не имеющие отношения к информации об объекте.

Для восстановления волнового поля предмета, тем самым для получения его объемного изображения, голограмму помещают в то место, где была расположена фотопластинка при фотографировании, и затем освещают голограмму световым пучком того же лазера под тем же углом, под которым было осуществлено экспонирование. При этом происходит дифракция опорной волны на голо-

грамме и мы видим объемное со всеми присущими самому объекту свойствами (в нем сохраняется также распределение освещенности, как и в объекте) «мнимое» изображение. Оно кажется нам настолько реальным **, что даже иной раз появляется желание потрогать предмет. Разумеется, это невозможно, так как в данном случае изображение образовано голографической копией волны, рассеянной предметом во время записи голограммы.

От голограммы в глаз попадает точно такая же волна, какая попала бы от самого предмета. Кроме мнимого изображения получается также действительное изображение объекта, имеющее рельеф, противоположный рельефу самого объекта. (рис. 8.1, а), если наблюдение ведется справа от голограммы, как показано на рис. 8.1, б. В этом случае трудно наблюдать действительное изображение не-

* В качестве опорной волны, как правило, используются плоские или сферические волны.

** При желании его сфотографировать мы должны, так же как и при обычном фотографировании, выбрать соответствующую диафрагму для обеспечения глубины резкости; разглядывая ближние и дальние точки предмета, мы должны будем по-разному аккомодировать глаз, меняя положение головы.

вооруженным глазом. Если осветить голограмму с обратной стороны обращенным опорным пучком так, чтобы все лучи пучка были направлены противоположно лучам первоначального опорного пучка, то в месте первоначального расположения предмета возникает действительное изображение, доступное наблюдению невооруженным глазом. Его можно зарегистрировать на фотопластинку без применения линз.

На первый взгляд, удивительным является тот факт, что позитивные и негативные варианты обычной голограммы восстанавливают совершенно идентичные изображения. Это станет понятным, когда в следующем параграфе увидим связь между голограммами и зонными пластинками, свойства которых остаются неизменными, если темные (непрозрачные) и светлые (прозрачные) области на них поменять местами.

Восстановление предметной волны.

Элементарные расчеты показывают *, что голограмма восстанавливает ту из волн, участвовавших в ее образовании, которая отсутствовала при восстановлении волнового фронта. Пусть на фотопластинке сходятся две когерентные волны с плоскими фронтами (рис. 8.2). Углы падения первой и второй волн обозначим соответственно через i_1 и i_2 .

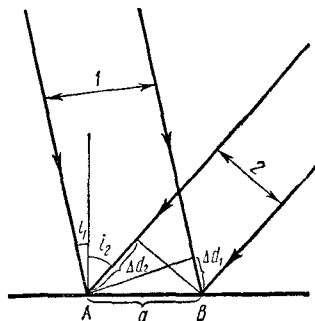


Рис. 8.2

В результате интерференции двух когерентных волн на пластинке образуется система интерференционных полос. Пусть точки A и B соответствуют положениям двух соседних полос. Поскольку при переходе от A к B разность хода пучков 1 и 2 меняется на λ , то $\Delta d_1 + \Delta d_2 = \lambda$, где $\Delta d_1 = a \sin i_1$, $\Delta d_2 = a \sin i_2$, a — расстояние между серединами двух соседних полос.

Зарегистрированная таким образом голограмма представляет собой дифракционную решетку с постоянной a , определяемой как

$$a = \frac{\lambda}{\sin i_1 + \sin i_2}.$$

Если предположить, что коэффициент пропускания фотопластинки по амплитуде линейно зависит от интенсивности падающего на нее света, то полученная система полос, как следует из формулы (8.1), будет иметь синусоидальное распределение пропускания.

Направим теперь на голограмму (синусоидальную дифракционную решетку) один из пучков, принимавших участие в ее образовании, например пучок 1. Если угол падения луча на дифракционную решетку обозначить через i , а угол дифракции — через β , то, как известно, они связаны соотношением

$$a (\sin i + \sin \beta) = m\lambda,$$

* См.: Островский Ю. И. Голография и ее применение. Л., 1973, с. 19.

где m — порядок спектра. Для синусоидальной решетки $m = 1$ и поэтому $\sin \beta = \lambda/a - \sin i$. Поскольку в нашем случае угол падения есть i_1 , то, положив $i = i_1$ и учитывая $\lambda/a = \sin i_1 + \sin i_2$, получим

$$\sin \beta = \sin i_1 + \sin i_2 - \sin i_1 = \sin i_2,$$

отсюда $\beta = i_2$, т. е. при освещении голограммы пучком 1 восстановится пучком 2. Если освещение голограммы производилось бы пучком 2, то восстановился бы пучок 1.

Таким образом, голограмма восстанавливает ту из волн, участвовавших в ее образовании, которая отсутствовала при восстановлении волнового фронта.

Вышеописанная схема двухлучевого голографирования (иначе ее называют схемой голографирования с опорным пучком) была предложена в 1962 г. Э. Лейтом и Ю. Упатниексом. Ими в 1963 г. впервые были получены лазерные голограммы (с применением наклонного опорного пучка). Схему Лейта и Упатниекса можно рассматривать как некоторое видоизменение схемы Габора. В схеме Габора лучи, образующие действительное и мнимое изображения, а также неотклоненные лучи (лучи нулевого порядка) распространяются в одном и том же направлении, создавая тем самым взаимные помехи. Кроме того, метод Габора пригоден только при голографировании прозрачных предметов.

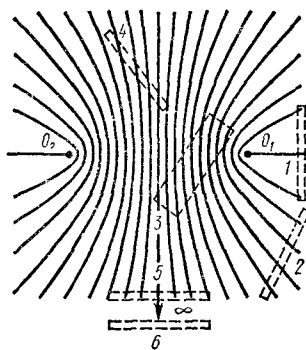


Рис. 8.3

Положение фотопластины при голографировании.

Фотопластинку в принципе можно расположить в любом участке поля стоячих волн. В частности, пусть имеем интерференционную картину, создаваемую пучками света от двух точечных источников O_1 и O_2 (рис. 8.3). Для записи голограммы в таком световом поле фотопластинку можно расположить по-разному. На рис. 8.3 показаны несколько положений фотопластины (1 — по Габору, 2 — по Лейту и Упатниексу, 3 — по Денисюку *, 4 — двухмерная голограмма с «обращенным опорным пучком», 5 и 6 — так называемые «безлинзовая» Фурье-голограмма и голограмма Фраунгофера). В зависимости от места расположения пластинки в поле стоячих волн меняется форма интерференционных полос. В общем случае интерференционные полосы являются кривыми, представляющими собой сечения семейства гиперболоидов или параболоидов вращения плоскостью голограммы. В зависимости от назначения и цели выбирают то или иное расположение пластинки относительно источника

* В этом случае интерференция предметной и опорной волн фиксируется не на плоскости, а в объеме — голограмма представляет собой толстослойную фотоземлю, иначе говоря, фоточувствительный объем (объемная голограмма).

опорной волны и предмета. Лейт и Упатниекс располагали фотопластинку в положении 2, чтобы лучи света от источников пересекались в области фотопластинки под некоторым углом. В этом случае становится возможным раздельно наблюдать действительное и мнимое изображения. В методе Денисюка (положение 3) с целью получения объемной голограммы фотопластинку следует расположить между источниками света на прямой, соединяющей их. Это дает возможность поместить несколько интерференционных полос по толщине фотопластинки.

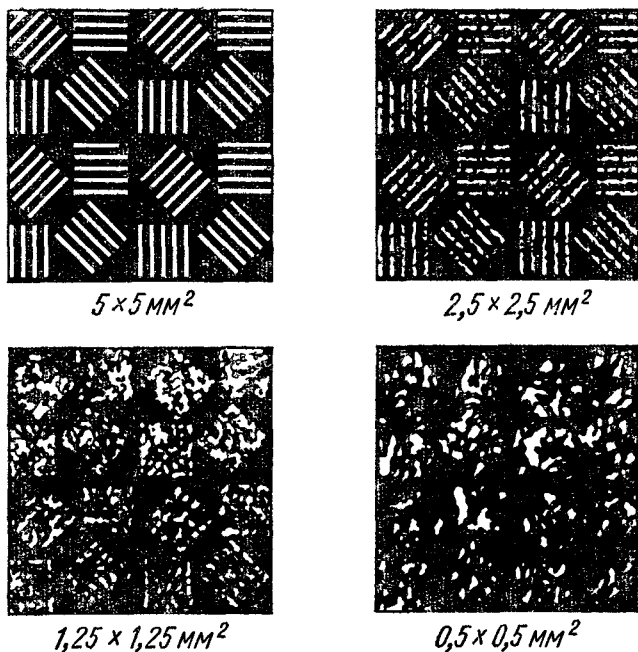


Рис. 8.4

Восстановление полного изображения с части поверхности голограммы. Эффект параллакса. По ходу изложения мы убедились, что голографирование лишено перечисленных в начале этого параграфа первых пяти недостатков обычного фотографирования. Остается объяснить, что износ части негатива не приводит к утрате соответствующей части изображения, т. е. даже малая часть голограммы в состоянии восстановить полное изображение. На рис. 8.4 показаны изображения, полученные от целой (размерами $5 \times 5 \text{ мм}^2$) голограммы и от ее частей (остальные три изображения, полученные соответственно от голограммы размерами $2,5 \times 2,5 \text{ мм}^2$, $1,25 \times 1,25 \text{ мм}^2$ и $0,5 \times 0,5 \text{ мм}^2$). Как видно, уменьшение размеров голограммы приводит только к ухудшению качества получаемого изображения.

Такая возможность голограммы связана с тем, что излучение, рассеянное от каждой точки предмета, распределено по всей голог-

рамме и поэтому каждый малый участок голограммы содержит информацию о всем предмете.

Однако информация, полученная каждым участком голограммы, зависит от угла зрения, соответствующего этому участку во время регистрации. Следовательно, каждый участок голограммы восстанавливает объект под определенным углом зрения. Если голограмма настолько велика, что можно рассматривать освещенный участок обоими глазами, то наблюдаются два изображения, совмещение в мозгу которых дает стереоскопический эффект. При перемещении наблюдателя относительно голограммы он увидит изображение под другим углом; от направления наблюдения зависит, какие части изображения мы увидим. Это эффект параллакса.

Роль когерентности при голографировании. В заключение этого параграфа сделаем одно замечание относительно двухлучевого голографирования. В приведенном нами примере дан один из многочисленных способов разбienia пучка, исходящего из одного и того же лазера, на опорный и предметный. В качестве источников опорного и предметного пучков можно пользоваться также различными лазерными источниками излучения. Важным является то, что лучи опорного и предметного пучков должны быть когерентны, чтобы при их сложении возникла интерференциальная картина. Для большого объекта это условие будет выполнено, если источник имеет достаточную длину когерентности. Максимальное значение разности хода между опорной волной и волной, рассеянной некоторой точкой объекта, должно быть меньше, чем длина когерентности используемого источника света. В связи с этим становится понятной ценность лазеров как источников света для голографирования. Вот почему до появления лазеров голографический метод не получил должного развития.

§ 2. ГОЛОГРАММА ТОЧКИ

Всякий объект можно рассматривать как совокупность точечных объектов. Световая волна, рассеянная каждой точкой объекта, слагаясь с опорной волной *, создает соответствующую интерференционную картину. Результат сложения таких интерференционных картин от всех точек объекта даст более сложную интерференционную картину, соответствующую самому объекту. При освещении голограммы опорной волной каждая интерференционная картина, соответствующая данной точке объекта, действуя независимо, образует изображение соответствующей точки и в результате совокупность таких изображений создает объемное изображение протяженного предмета. В связи с этим представляет интерес объяснить некоторые закономерности голографии на примере голограмм точки.

* Ввиду того что интенсивность рассеянного света значительно уступает интенсивности опорной волны, взаимной интерференцией рассеянных отдельными точками волн можно пренебречь. В общем случае учет такой взаимной интерференции не представляет принципиальной трудности.

Рассмотрим два крайних случая: а) точечный источник света расположен недалеко от предмета (в данном случае от точки); б) источник света удален в бесконечность. В первом случае предмет (точка) освещается сферической, во втором — плоской волной. Плоскую волну можно получить также и при расположении точечного источника на конечном расстоянии от предмета путем размещения его в фокусе собирающей линзы (рис. 8.5). Будем считать, что в обоих случаях источник излучает монохроматические лучи.

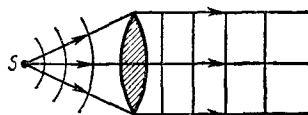


Рис. 8.5

Точечный источник света расположен недалеко от предмета. Пусть точечный источник S расположен на расстоянии L от фотопластинки (плоскости голограммы) H . Предмет (точка) M расположен на расстоянии l ($l < L$) от фотопластинки * (рис. 8.6). Выберем систему координат так, чтобы ее начало O совпало с точкой пересечения плоскости пластинки с прямой, проходящей через источник S и объект M . Ось x направим по линии SM направо. Пластинку расположим в плоскости zy . При таком расположении до плоскости фотопластинки доходят две когерентные сферические волны — волна с радиусом R , исходящая от источника S , и волна с радиусом r , рассеянная точкой M . Эти две волны, интерферируя, создают голограмму точки M на фотопластинке. Наша цель — определить вид интерференционной картины, соответствующей точке M на голограмме.

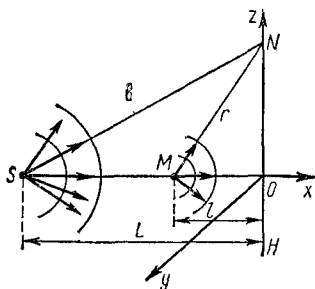


Рис. 8.6

С этой целью найдем разность фаз между интерферирующими лучами в произвольной точке N фотопластинки. Эта разность фаз будет определяться разностью хода лучей, идущих от источника S по пути SMN и SN , т. е.

$$\Delta\varphi = 2\pi/\lambda (SMN - SN) = 2\pi/\lambda \cdot \Delta d.$$

Как следует из рис. 8.6,

$$\begin{aligned} \Delta d &= L - l + r - R = L - l + \sqrt{l^2 + z^2} - \sqrt{L^2 + z^2} = \\ &= L - l + l\sqrt{1 + (z/l)^2} - L\sqrt{1 + (z/L)^2}. \end{aligned}$$

Полагая $z \ll L$ и $z \ll l$ (в условиях опыта Габора эти условия удовлетворяются), разложим выражения под корнями в ряд по степеням соответственно z/l и z/L и ограничимся вторым членом разложения. Тогда

$$\Delta d = z^2/2 (1/l - 1/L) \text{ и } \Delta\varphi = \frac{2\pi z^2}{2\lambda} (1/l - 1/L).$$

* См.: Кольер Р. и др. Оптическая голография. М., 1973, гл. 2, § 4.

Очевидно, что в тех точках голограммы, где $\Delta\varphi = 2\pi j$ ($j = 1, 2, 3, 4, \dots$), интенсивность интерференционной картины будет максимальной. Для этих точек имеем

$$\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{z_j^2}{2} (1/l - 1/L) = 2\pi j.$$

Отсюда

$$z_j = \sqrt{\frac{2j\lambda}{(1/l - 1/L)}} = \sqrt{j\lambda} \cdot \sqrt{2j}, \quad (8.2)$$

где

$$1/f = 1/l - 1/L. \quad (8.3)$$

Исходя из соображений симметрии, легко прийти к выводу, что распределение интенсивности на плоскости голограммы будет симметричным относительно оси x . Следовательно, в данном случае интерференционная картина (голограмма точки) состоит из concentрических колец с радиусами, пропорциональными, как видно из

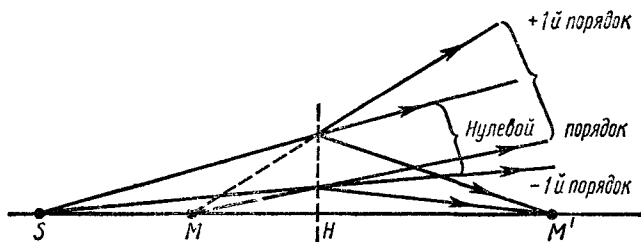


Рис. 8.7

выражения (8.2), квадратным корням из четных целых чисел. Таким условиям удовлетворяли, как мы видели в § 2 гл. VI, также радиусы прозрачных зон зонной пластинки Френеля. Единственное различие между ними заключается лишь в том, что если у зонной пластинки кривая пропускания имеет прямоугольную форму, то для зонной пластинки, являющейся голограммой точки, она обладает синусоидальной формой.

Займемся теперь восстановлением волны, исходящей от предмета (в нашем случае от точки M). С этой целью в точку M поместим голограмму — зонную пластинку (синусоидальную решетку) на том же расстоянии L от источника S , на котором находилась она при экспонировании, и осветим ее тем же источником. Будем наблюдать дифракцию от синусоидальной решетки.

Из-за известного свойства синусоидальной решетки кроме нулевого порядка максимума возникнут волны только $+1$ -го и -1 -го порядков (рис. 8.7). Ввиду того что ширины зон (играющие роль постоянной решетки) в зонной пластинке с удалением от центра регулярно уменьшаются, углы дифракции $+1$ -го и -1 -го порядков регулярно будут увеличиваться. В соответствии с этим волна $+1$ -го порядка является расходящейся и образует мнимое изображение точки M на том же расстоянии, на котором она находилась (дока-

зательство поручается читателю) при экспонировании, в то время как в лна —1-го порядка является сходящейся и создает действительное изображение в точке M' . Следовательно, голограмма — зонная пластинка с синусоидальным распределением прозрачности — ведет себя одновременно как положительная и как отрицательная линза с фокусным расстоянием f , определяемая формулой (8.2).

Если вместо голограммы точки находилась бы такая же зонная пластинка, но с прямоугольной формой кривой пропускания, то в результате дифракции на ней возникли бы также волны высших порядков и она вела бы себя одновременно и как положительная и как отрицательная линза с бесконечным числом фокусов.

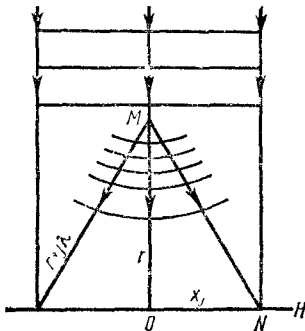


Рис. 8.8

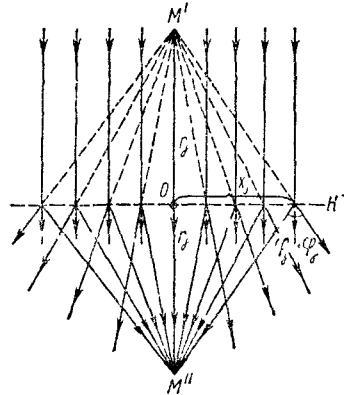


Рис. 8.9

Источник света удален в бесконечность. Пусть освещение производится параллельным пучком монохроматического света * длиной волны λ . Объект (точка M) расположен на расстоянии r от фотопластины (рис. 8.8). Легко убедиться, что, так же как и в предыдущем случае, голограмма представляет собой зонную пластинку с плавным (синусоидальным) переходом от светлого к темному. В центре голограммы ввиду равенства нулю разности хода между интерферирующими (предметной и опорной) волнами возникает максимум.

Процесс восстановления (восстановление предметной волны осуществляется, как в предыдущем случае) показывает, что при освещении голограммы плоской волной кроме плоской волны, соответствующей нулевому порядку (недифрагированная волна), возникают две сферические волны: сходящаяся в точку (место расположения действительного изображения), находящуюся на том же расстоянии от голограммы, на каком находился предмет (точка M'), и расходящаяся с полюсом в точке, где находился предмет (точка M'') при экспонировании (рис. 8.9). В этом легко убедиться также, произведя несколько простых аналитических операций.

* См.: Островский Ю. И. Голография и ее применение, с. 25.

Покажем, что все лучи $+1$ -го порядка пересекаются в одной точке, а продолжения всех лучей -1 -го порядка пересекаются в другой точке и обе эти точки пересечения (действительное и мнимое изображения) лежат по разные стороны от голограммы на расстоянии, на котором находилась точка M при экспонировании. С этой целью рассмотрим произвольный луч, падающий на голограмму на расстоянии x_j от ее центра (см. рис. 8.8). Кроме луча, распространяющегося в первоначальном направлении (луч нулевого порядка), возникнут в результате дифракции два симметричных, отклоненных от этого направления на угол $\pm \varphi_j''$ луча — луч $+1$ -го и луч -1 -го порядков. Луч -1 -го порядка пересечет ось голограммы на некотором расстоянии r_j . Ввиду симметричности расположения лучей $+1$ -го и -1 -го порядков относительно луча нулевого порядка продолжение луча $+1$ -го порядка должно пересечь ось голограммы по другую сторону от голограммы на том же расстоянии r_j . Докажем, что независимо от значения j будет иметь место $r_j = r$.

Как видно из рис. 8.10,

$$r_j = x_j \operatorname{ctg} \varphi_j'' . \quad (8.4)$$

С другой стороны, согласно условию максимума, имеем (см. § 11 гл. VI)

$$\Delta x_j \sin \varphi_j' = \lambda , \quad (8.5)$$

где Δx_j — расстояние между соседними зонами — постоянная зонной решетки, φ_j' — угол дифракции первого порядка j -го луча. Учитывая (8.5) и (8.4), получим

$$r_j = x_j \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \varphi_j''}}{\sin \varphi_j''} = x_j \frac{\sqrt{1 - (\lambda/\Delta x_j)^2}}{\lambda/\Delta x_j} . \quad (8.6)$$

Для нахождения r , требуется определить x_j и Δx_j .

Известно, что разность хода между интерферирующими лучами возрастает на λ при переходе от каждой зоны (считая от центра) к последующей. Поэтому для j -й зоны эта разность хода составит $j\lambda$ и для радиуса j -й зоны имеем (рис. 8.9)

$$x_j^2 = (r + j\lambda)^2 - r^2 = 2jr\lambda + j^2\lambda^2 . \quad (8.7)$$

Для нахождения Δx_j , составим разницу $x_{j+1}^2 - x_j^2$:

$$x_{j+1}^2 - x_j^2 = (x_{j+1} + x_j)(x_{j+1} - x_j) \simeq 2x_j \Delta x_j = 2(r\lambda + j\lambda^2) .$$

Отсюда

$$\Delta x_j = \frac{r\lambda + j\lambda^2}{x_j} . \quad (8.8)$$

Учитывая (8.8) в (8.6), имеем

$$r_j = \frac{(r\lambda + j\lambda^2)}{\lambda} \sqrt{1 - x_j^2 \frac{\lambda^2}{(r\lambda + j\lambda^2)^2}} = r ,$$

что и требовалось доказать.

Итак, процессы голографирования и восстановления предметной волны в рассмотренном нами случае схематично можно пред-

ставить следующим образом: предмет освещается волнами когерентной с опорной. В результате этого каждая сферическая волна, исходящая (рассеянная) от соответствующей точки объекта, интерферируя с опорной волной, образует интерференционную картину в виде зонной пластинки Френеля. Совокупность таких зонных пластинок образует на голограмме сложную интерференционную картину — голограмму предмета. При освещении голограммы в процессе восстановления опорной волной под тем же углом, что и при экспонировании, каждая зонная пластинка, действуя независимо, создает мнимое (а также действительное) изображение соответствующей ей точки объекта. В результате эти изображения в совокупности создают изображение протяженного объекта.

Хотя представленная простая схема не объясняет все детали голографирования объемного предмета, тем не менее она позволяет выяснить некоторые закономерности восстановления предметной волны.

Вышеприведенная схема голографирования обладает существенным недостатком — все три волны (волны нулевого, $+1$ -го и -1 -го порядков) распространяются, создавая взаимные помехи. Это являлось основной причиной того, что Габору не удалось получить высококачественного (четкого) изображения предмета. Как эта трудность, так и отсутствие лазерных источников света сильно тормозили в свою очередь развитие и применение метода Габора. После примерно десятилетнего застоя метод Габора получил широкую возможность бурного развития благодаря появлению высококогерентных мощных источников света и усовершенствованию самого метода осевой * голограммы Лейтом и Упатниексом.

Метод Лейта — Упатниекса — метод двухлучевого голографирования (его иногда называют методом наклонного опорного пучка или внеосевой голографии), — преодолев трудности, стоящие перед Габором, позволил наблюдать четкое мнимое изображение предмета без какой-либо помехи со стороны нулевого и $+1$ -го порядков.

§ 3. ЗАПИСЬ ГОЛОГРАММЫ В ТРЕХМЕРНЫХ СРЕДАХ (МЕТОД ДЕНИСЮКА)

Идея Липпмана как основа записи голограммы в трехмерных средах. До сих пор мы рассматривали вопросы регистрации волнового поля, исходящего от предмета, на плоской, обладающей только двумя измерениями фотопластинке. Полученная таким образом голограмма представляла собой как бы двухмерную дифракционную решетку. Положение изменяется, если толщина светочувствительного материала (эмульсии), нанесенного на фотопластинку (или фотопленку), много больше расстояния между соседними интерференционными полосами. Особый интерес представляет случай, когда толщина нанесенного слоя намного превосходит ширину интерференционной

* В схеме Габора источник света и предмет находились на одной перпендикулярной к поверхности голограммы линии, и поэтому она называлась осевой.

полосы *. В этом случае распространение двух когерентных волн навстречу друг другу приводит к образованию системы плоскостей узлов и плоскостей пучностей, отстоящих друг от друга (пучности от пучностей, узлы от узлов) на расстоянии $\lambda/2$ (рис. 8.10) и расположенных параллельно плоскости эмульсии. Если же встречные лучи направить так, чтобы их волновые фронты образовали угол α , отличный от 180° , то, как увидим, расстояние между соседними

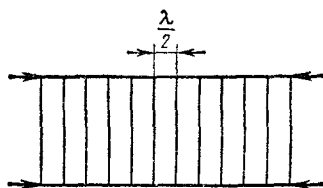


Рис. 8.10

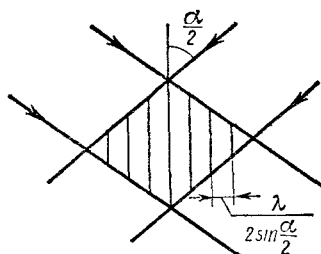


Рис. 8.11

плоскостями пучностей (а также узлов) станет $\lambda/(2\sin\alpha/2)$ (рис. 8.11). Однако во втором случае так называемые слои Липпмана (плоскости узлов и пучностей) оказываются не параллельными плоскости эмульсии, а ориентированными по биссектрисе угла между двумя встречными волновыми фронтами. Эти слои подобны слоям, образующимся в методе цветной фотографии Липпмана, и, как увидим позднее в этом же параграфе, позволяют восстанавливать изображение с

помощью источника сплошного спектра. Следовательно, схема цветного фотографирования Липпмана позволяет произвести запись голограммы в трехмерных средах.

Интерференция двух плоских волн.

Пусть имеем две системы плоских волн, распространяющихся по направлениям, образующим между собой угол α (рис. 8.12). Определим результирующее колебание в некоторой точке A в момент времени t . Будем полагать, что

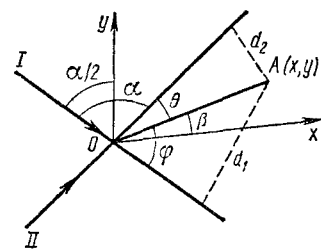


Рис. 8.12

амплитуды обеих волн одинаковы и векторы напряженности \vec{E}_1 и \vec{E}_2 параллельны. Тогда колебания в точке A соответствующих волн выразятся так:

$$E_1 = E_0 \sin(\omega t - 2\pi/\lambda \cdot d_1),$$

$$E_2 = E_0 \sin(\omega t - 2\pi/\lambda \cdot d_2).$$

Здесь d_1 и d_2 — расстояния точки A от фронтов волн I и II соответ-

* С критерием объемности голограммы можно ознакомиться в § 8 гл. IX монографии Р. Кольера и др. «Оптическая голография». М., 1973.

ственно. Результирующее колебание в точке A в момент времени t будет

$$E = E_1 + E_2 = 2E_0 \sin[\omega t - \pi/\lambda \cdot (d_1 + d_2)] \cos \pi/\lambda \cdot (d_2 - d_1).$$

Направим оси Ox и Oy по биссектрисам углов, образованных волнами I и II . Тогда, как следует из рис. 8.12, имеем:

$$\left. \begin{aligned} d_1 &= OM \sin \varphi, \\ d_2 &= OM \sin \theta, \end{aligned} \right\} \quad (8.9)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \beta + \pi/2 - \alpha/2, \\ \theta &= \pi/2 - \beta - \alpha/2. \end{aligned} \right\} \quad (8.10)$$

Учитывая (8.10) в (8.9), получим:

$$\begin{aligned} d_1 &= x \cos \alpha/2 + y \sin \alpha/2, \\ d_2 &= x \cos \alpha/2 - y \sin \alpha/2, \end{aligned}$$

откуда

$$|d_2 - d_1| = 2y \sin \alpha/2. \quad (8.11)$$

Следовательно,

$$E = E'_0 \sin[\omega t - \pi/\lambda \cdot (d_1 + d_2)], \quad (8.12)$$

где $E'_0 = 2E_0 \cos(2\pi/\lambda \cdot y \sin \alpha/2)$ есть амплитуда результирующего колебания. Поскольку прозрачность фотопластинки, помещенной в поле интерференции двух пучков, после проявления зависит от квадрата результирующей амплитуды * в каждой точке, то геометрическое место точек, в которых все время наблюдается минимум (темнота), определяется из условия

$$2E_0 \cos[2\pi/\lambda (y \sin \alpha/2)] = 0,$$

откуда

$$2\pi/\lambda (y \sin \alpha/2) = \pi/2 + m\pi, \quad (8.13)$$

где m — произвольное целое число. Выражению (8.13) соответствует множество прямых

$$y_m = (2m + 1) \lambda / (4 \sin \alpha/2). \quad (8.14)$$

Следовательно, распространение двух когерентных волн, направленных под углом α друг к другу, приводит к образованию системы прямолинейных параллельных темных и светлых полос. При произвольном расположении фотопластинки расстояние между соседними полосами будет равно

$$l = (y_{m+1} - y_m) / \cos \gamma = \lambda / [2 (\sin \alpha/2) \cos \gamma], \quad (8.15)$$

где γ — угол между фотопластинкой и осью Oy . В частности, если фотопластинку расположить параллельно оси Oy , т. е. по биссектрисе угла между двумя встречными фронтами, то получим

$$l = \lambda / 2 (\sin \alpha/2). \quad (8.16)$$

* Предполагаем, что прозрачность полученного негатива по амплитуде изменяется пропорционально падающей на него энергии.

Метод Денисюка. Советский ученый Ю. Н. Денисюк * в 1962 г. обобщая идеи Липпмана и Габора, выдвинул и осуществил остроумный метод регистрации и восстановления голограммы в трехмерной среде. Разработанная им теория показала, что если в некоторой объемной светочувствительной среде, расположенной в любой части пространства относительно объекта (Денисюк в своих опытах фотоэмульсию располагал между источниками опорной и предметной волн (см. рис. 8.4, положение 3) на прямой, соединяющей их, где интерференционные полосы расположены наиболее часто), зарегистрировать трехмерную пространственную картину стоячих волн, то полученная фотография при освещении ее источником излучения со сплошным спектром восстановит единственное неискаженное монохроматическое изображение объекта. Следует особо отметить, что факт возможности восстановления предметной волны от объемной

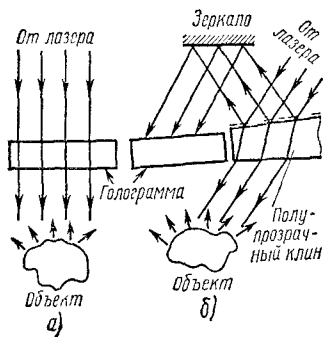


Рис. 8.13

голограммы в белом свете впервые был установлен Ю. Н. Денисюком. Об этом, а также об измерении спектральной селективности объемных голограмм подробная речь идет в его первых работах.

Серия экспериментов, поставленных Ю. Н. Денисюком с разными объектами (например, сферическим зеркалом и т. д.), полностью подтвердила выводы теории. Оказалось, что трехмерная голограмма действительно представляет собой своеобразный оптический эквивалент объекта, который ведет себя по отношению к падающему на него излучению так же, как и сам объект. При этом

в отраженном излучении восстанавливаются все основные параметры поля: амплитуда, фаза и спектральный состав излучения. Эти пионерские работы Ю. Н. Денисюка заложили основу объемной и цветной голографии как в Советском Союзе, так и за рубежом. Заслуга Ю. Н. Денисюка была отмечена Советским правительством, и ему в 1970 г. была присуждена Ленинская премия за работу «Голография с записью в трехмерной среде».

Сущность метода Денисюка заключается в следующем. Объект, расположенный по другую сторону толстослойной фотоэмульсии, освещается сквозь эмульсию (рис. 8.13). При этом рассеянная объектом волна, встречаясь в объеме фотоэмульсии с падающим опорным излучением, интерферирует, производя тем самым запись объемной голограммы (на рис. 8.13, а, б указаны два возможных метода регистрации объемной голограммы). Проявленная голограмма представляет собой трехмерную решетку с полупрозрачными отражающими слоями металлического серебра — слоями Липпмана. Если

* См.: Денисюк Ю. Н. ДАН СССР, 144, 1275 (1960); его же. Оптика и спектроскопия, 15, 522 (1963). «Об отображении оптических свойств объекта в волновом поле рассеянного им излучения».

затем такую голограмму осветить (при неизменном взаимном расположении толстослойной фотопластинки — ныне объемной голограммы и источника опорной волны) прежней опорной волной, то частично отраженные от слоев Липпмана когерентные световые волны, взаимно усиливая друг друга, дадут изображение объекта в исходном положении. Усиление происходит в том случае, если отраженные от разных слоев лучи синфазны, т. е. удовлетворяется так называемое условие Липпмана—Брэгга—Вульфа

$$2d \sin \alpha = m\lambda,$$

где λ — длина волны света в данной среде, d — зазор между плоскостями почернения, α — угол скольжения луча, m — целые натуральные числа.

Выполнение условия Брэгга—Вульфа для плоскостей Липпмана приводит к избирательности голограммы по отношению к длине волны света, с помощью которого осуществляется восстановление изображения объекта. В действительности при условии постоянства межплоскостного расстояния d , как видно из условия Липпмана—Брэгга—Вульфа, восстановление волнового фронта произойдет только в том случае, если оно осуществляется при той же длине волны, при которой производилась голографическая запись на фотопластинку. Этот факт позволил Ю. Н. Денисюку в качестве источника, восстанавливающего изображение света, пользоваться источником сплошного спектра (светом от солнца и даже от карманного фонарика). В данном случае голограмма из спектра с разными длинами волн «выбирает» нужную ей одну длину, в которой именно производилась запись, — голограмма действует подобно интерференционному фильтру.

Понятие о цветном голографировании. Известно, что цветовой эффект можно получить сочетаниями трех основных цветов (например, красным, зеленым и синим) при соответствующим образом подобранных интенсивностях. Поэтому если объемную голограмму экспонировать в красном, зеленом и синем цветах, то каждая длина волны образует свою систему полупрозрачных отражающих поверхностей и при восстановлении в белом свете волна отразится от совокупности «своих» поверхностей, в результате получится цветное объемное изображение предмета. Отбор разрешенных направлений и разрешенных длин волн зависит как от толщины эмульсии, так и от ориентации пластинки относительно источника опорной волны и предмета. Чем больше число липпмановских поверхностей почернения в объемной голограмме, тем острее будут вышеупомянутые отборы.

Еще раз отметим, что при восстановлении изображения от объемной голограммы ее необходимо осветить пучком света той же длины волны и под тем же углом, что и при голографической записи. Это свойство голографирования позволяет в одну и ту же фотопластинку записать изображение многочисленных предметов одновременно без помех друг другу. При этом очевидно, что опорные лучи при

голографировании разных предметов должны быть направлены на фотопластинку под разными углами. Восстановление каждого изображения производится самостоятельно при просвечивании голограммы под соответствующими углами наклона.

Увеличение. Можно показать, что поперечное увеличение при переходе от длины волны регистрации λ_p к длине волны восстановления λ_b определяется как

$$g = (\lambda_b/\lambda_p) (l_2/l_1), \quad (8.17)$$

где l_1 — расстояние от объекта до фотопластинки, l_2 — расстояние от изображения до голограммы. Как следует из выражения (8.17), при неизменном l_1/l_2 увеличение равно отношению λ_b/λ_p . Следовательно, можно ожидать существенных увеличений голографического изображения. Если бы в нашем распоряжении были когерентные пучки рентгеновских лучей ($\lambda_p \approx 1\text{Å}$), то, произведя регистрацию голограммы этими пучками и затем восстанавливая ее, скажем в красном свете ($\lambda_b = 6000\text{Å}$), мы получили бы увеличение порядка 6000.

Проблема укладки фотоэмульсии. Следует коротко остановиться на одной из многих проблем, возникших на пути голографирования в толстослойных эмульсиях. Дело в том, что объемность (трехмерные свойства) голограммы проявляется в том случае, если на голограмме содержится не менее нескольких поверхностных почернения. Так как для видимого света $\lambda/2$ есть величина $\approx 3000\text{Å}$, то толщина фотоэмульсии на объемных голограммах должна быть больше нескольких микрон. Проявление и отфиксирование таких фотоэмульсий сопровождается усадкой эмульсии, в результате чего расстояние между поверхностями почернения становится меньшим, чем оно было до проявления. Такое сближение отражающих поверхностей приводит к тому, что при регистрации и последующем просвечивании голограммы в монохроматическом свете восстановленное изображение исчезнет. Если же восстановление происходит не в монохроматическом свете, а в белом, то голограмма сама «выбирает» из его спектра лучи необходимой длины волны и направления, в результате чего изображение предмета вновь проявляется. При этом длина волны восстановленного изображения будет во столько раз меньше, во сколько раз происходило уменьшение межплоскостных расстояний, т. е. цвет восстановленного изображения смещается в синюю (коротковолновую) сторону спектра.

Панорамное голографирование. Одним из видов объемной голографии является так называемое круговое (панорамное) голографирование. Если пользоваться цилиндрической пленкой и поместить предмет внутри него и произвести голографическую запись с помощью одного из способов, указанных на рис. 8.14 (a — опорный пучок создается непосредственно лазером, b — опорный пучок сформирован коническим зеркалом), затем, проявляя пленку, произвести просвечивание голограммы при неизменных положениях пленки и опорной волны, то получится изображение с 360-градусным

охватом. Обходя вокруг цилиндрической голограммы или же вращая цилиндрическую голограмму вокруг оси цилиндра на 360° , можно увидеть объемное изображение предмета со всех сторон.

Наблюдаемая картина настолько полно и всесторонне отображает предмет, что наблюдатель испытывает своеобразный эффект «присутствия».

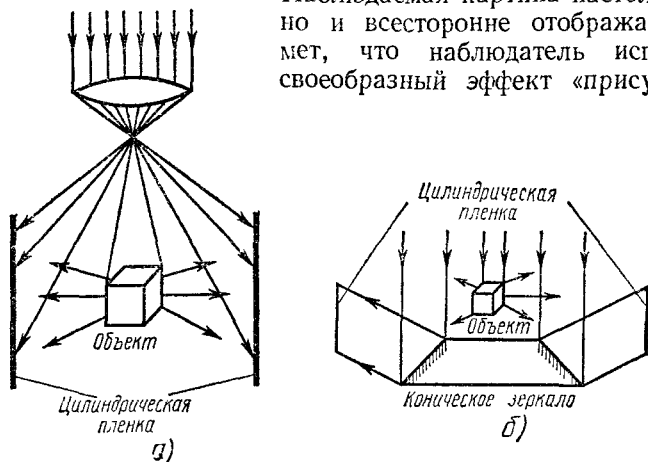


Рис. 8.14

§ 4. ПРИМЕНЕНИЕ ГОЛОГРАФИИ

Голографический метод записи волнового фронта находит широкое применение в различных областях науки и техники и имеет перспективы в будущем.

Перечислим лишь некоторые из них. Голограмму можно использовать в качестве комплексного оптического элемента. Такой оптический элемент может выступать во многих качествах. Известны голограммы, играющие роль линз (голограмма — зональная решетка), разлагающие свет в спектр (голограммы — дифракционные решетки), интерференционные фильтры (слои Липпмана) и т. д. Голографические дифракционные решетки содержат свыше 5000 полос на 1 мм.

Метод голографии позволяет записывать на заданном малом участке фотоэмульсии (особенно толстослойной) в 100—100 раз больше страниц печатного текста, чем методы обычной микрофотографии. Это дает полное основание предполагать, что голография найдет широкое применение при записи и хранении информации, что является в наше время одной из серьезных проблем.

На обычную фотопластинку размером $32 \cdot 32 \text{ мм}^2$ можно записать 1024 голограммы, каждая из которых занимает площадь в один квадратный миллиметр. Одна голограмма — страница книги, одна пластинка — целая большая книга. Разрабатываются электронно-вычислительные машины (ЭВМ) с голографической памятью. Голографическая память будет на несколько порядков превосходить память ныне существующих ЭВМ. Голографическая память ценна еще и тем, что она долговечна (ЭВМ «Минск-22» способна хранить информацию всего лишь три месяца).

Многообещающим является применение голографии при распознавании образов и символов, что позволит создать читающие автоматы, обладающие большой надежностью.

Голографические устройства с использованием звуковых радиоволн совместно со световыми волнами дадут возможность видеть предметы, рассеивающие звуковые или радиоволны (звуко-и радиовидение).

Метод голографической интерферометрии позволяет исследовать изменения (например, деформацию), происшедшие в наблюдаемом объекте под каким-либо внешним действием. В основе регистрации таких малых деформаций лежит явление интерференции двух волн, существовавших в разные моменты времени. Как можно осуществить интерференцию таких волн? Для этого на одну и ту же фотопластинку регистрируют две голограммы, полученные от одного и того же исследуемого объекта в разные моменты времени t_1 и t_2 . Если амплитуды напряженностей опорной и предметной волн обозначить, соответственно, через E_0 и E_n , то для освещенностей I_1 и I_2 для каждой экспозиции имеем:

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= E_0^2 + E_n^2 + 2E_0E_n \cos \varphi_1, \\ I_2 &= E_0^2 + E_n^2 + 2E_0E_n \cos \varphi_2. \end{aligned} \right\} \quad (8.18)$$

При одинаковом времени экспонирования прозрачность полученного негатива по амплитуде определяется как

$$I = I_1 + I_2 = 2(E_0^2 + E_n^2) + 2E_nE_0(\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2). \quad (8.19)$$

Малейшее изменение формы объекта из-за деформации в промежутке между двумя регистрациями изменяет фазу предметной волны. Следовательно, если в промежуток времени между двумя экспозициями (важно, чтобы фотопластинка не сдвинулась между двумя экспозициями) произошли какие-то деформации, то при просвечивании этих голограмм увидим изображение объекта, перерезанное интерференционными полосами, по форме которых можно судить о характере деформации. Точность измерения этого метода весьма высокая: он позволяет измерить деформации порядка десятой доли микрона. Возможности контроля размеров, формы и качества обработки сложных деталей с помощью голографии сделают этот метод наиболее ценным в производстве.

Ценность голографической интерферометрии заключается еще и в том, что она позволяет при любых относительных измерениях обойтись без эталона сравнения, например при деформации поверхности, перемещении из одного состояния в другое или при сжатии исходное и конечное состояния могут служить эталонами друг относительно друга.

Метод голографической интерферометрии является весьма полезным также при исследованиях плазмы.

В научной литературе параллельно с развитием самой голографии широко обсуждаются возможности ее применения в различных

областях науки, техники, промышленности и народном хозяйстве.

Вышеизложенная весьма краткая информация о голографии и особенно о ее применениях должна быть существенно дополнена и расширена самими студентами. В качестве литературы можно предложить книги Ю. И. Островского «Голография и ее применения» (Л., 1973), монографию Л. М. Сороко по теории голографии «Основы голографии и когерентной оптики» (М., 1971), недавно вышедшую книгу зарубежных ученых Р. Кольера и других «Оптическая голография» (М., 1973) и т. д.

Глава IX

ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

Явления интерференции и дифракции наблюдаются как для поперечных, так и для продольных волн. Вместе с тем существуют явления, для которых поперечность световых волн имеет принципиальное значение. К таким явлениям относится явление поляризации света.

§ 1. ПОПЕРЕЧНОСТЬ СВЕТОВЫХ ВОЛН. ЛИНЕЙНО-ПОЛЯРИЗОВАННЫЙ СВЕТ

Из теории Максвелла следует, что свет является поперечной электромагнитной волной — электрический и магнитный векторы в световой волне колеблются перпендикулярно направлению распространения. Поперечность световых волн была известна, однако, еще до появления электромагнитной теории Максвелла. Уже в опытах по обнаружению двойного лучепреломления в кристалле исландского

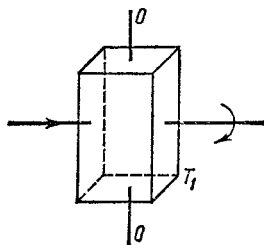


Рис. 9.1

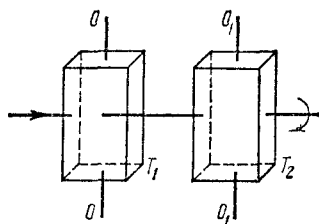


Рис. 9.2

шпата (Бартолини, 1670 г.), по исследованию изменения интенсивностей лучей, полученных при двулучепреломлении при разных взаимных расположениях двух кристаллов (Гюйгенс, 1690 г.), и по исследованию отраженного света от стеклянной поверхности (Малюс, 1808 г.) фактически имела место поляризация света (хотя сущность этого явления в те времена еще не была понята). Поперечность световых волн экспериментально была доказана впервые Юнгом на основе опытов Френеля и Араго (1816 г.) по интерференции поляризованных световых волн.

Рассмотрим следующий опыт. Направим свет перпендикулярно поверхности кристалла турмалина T_1 (рис. 9.1), вырезанного параллельно так называемой оптической оси OO^* . Вращая кристалл T_1

* Определение оптической оси дано в § 3 данной главы.

вокруг оси луча, проследим за изменением интенсивности света, прошедшего сквозь него. Как показывает опыт, такое вращение кристалла не приводит к изменению интенсивности прошедшего через него света. Если на пути луча поставить второй, идентичный и параллельный первому кристалл турмалина T_2 (рис. 9.2), то при вращении одного из них (T_1 или T_2) вокруг оси луча интенсивность прошедшего сквозь эти пластинки света меняется в зависимости от угла α между осями OO и O_1O_1 кристаллов согласно закону, установленному Малюсом:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha, \quad (9.1)$$

где I_0 и I — соответственно интенсивности падающего на второй кристалл и вышедшего из него света.

Наблюдаемые явления можно объяснить, если предположить, что: 1) свет является поперечной волной, 2) кристалл турмалина пропускает лишь свет с колебаниями электрического вектора, происходящими в направлении, параллельном оптической оси кристалла, полностью поглощая при этом свет с колебаниями электрического вектора в перпендикулярном оси кристалла направлении. Действительно, поскольку в падающих на поверхность кристалла T_1 световых волнах электрический вектор колеблется по всевозможным направлениям, то при вращении кристалла T_1 вокруг оси луча всегда найдутся колебания вдоль пропускающего направления кристалла и, следовательно, интенсивность света, прошедшего через кристалл, не изменится.

Свет со всевозможными одинаково вероятными колебаниями электрического вектора называется естественным светом. В вышедшем из кристалла свете колебания электрического вектора происходят в одном направлении. Такой свет называется линейно- или плоскополяризованным. Термин «поляризация» в применении к световым волнам впервые введен Малюсом, хотя, как уже было отмечено, сущность явления поляризации света не была им выяснена.

Предположим, что электрический вектор \vec{E}_0 в вышедшем из первого кристалла световом луче направлен так, как показано на рис. 9.3. Очевидно, что величина электрического вектора света, прошедшего через второй кристалл, будет $E = E_0 \cos \alpha$. Так как интенсивность есть величина, прямо пропорциональная квадрату амплитуды ($I \sim E^2$), то получим соотношение $I = I_0 \cos^2 \alpha$, выражающее закон Малюса. Интересно отметить, что Малюс свой закон вывел совершенно иным способом, основываясь на корпускулярных представлениях о природе света. Тщательно проведенные Араго опыты по фотометрическому измерению подтвердили формулу Малюса.

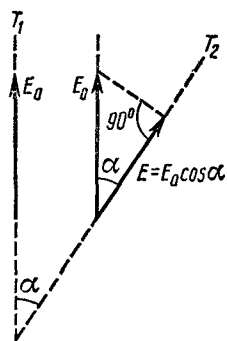


Рис. 9.3

Заметим, что первая пластинка кристалла турмалина T_1 , превратившая естественный свет в линейно-поляризованный, называется поляризатором. Вторая пластинка кристалла турмалина T_2 , производившая анализ света, вышедшего из первого кристалла, называется анализатором. Такое деление, безусловно, является относительным. Если пропускать свет в противоположном направлении, то кристалл T_2 будет играть роль поляризатора, а кристалл T_1 — роль анализатора.

§ 2. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА ПРИ ОТРАЖЕНИИ И ПРЕЛОМЛЕНИИ НА ГРАНИЦЕ ДВУХ ДИЭЛЕКТРИКОВ

Закон Брюстера. Если направить пучок естественного света на границу раздела двух диэлектриков (например, воздуха и стекла), то часть света отражается, а часть, преломляясь, распространяется во второй среде. Располагая анализатор (например, кристалл турмалина)

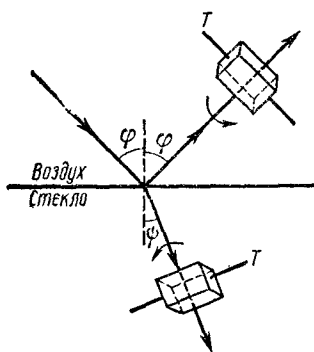


Рис. 9.4

на пути луча, можно исследовать поляризации отраженного и преломленного лучей (рис. 9.4). Такое исследование было проведено в 1810 г. Малюсом. Оказалось, что в общем случае отраженный и преломленный лучи поляризованы частично, т. е. электрические (и магнитные) векторы этих лучей, оставаясь в плоскости, перпендикулярной направлению распространения света, совершают колебания преимущественно в одном направлении. При некотором строго определенном для данной пары сред значении угла падения отраженный от границы раздела свет оказывается полностью линейно-поляризованным. Такой

угол падения называется углом Брюстера (φ_B) или углом полной поляризации и определяется согласно закону, установленному в 1815 г. Брюстером:

$$\operatorname{tg} \varphi_B = n_{21}, \quad (9.2)$$

где n_{21} — показатель преломления второй среды по отношению к первой.

Для стекла с показателем преломления $n = 1,53$ угол Брюстера составляет около 57° . Если на пути первично отраженного луча поместить вторую пластинку из стекла так, чтобы луч на нее падал под тем же углом Брюстера и перпендикулярная плоскости падения компонента для первой пластинки стала параллельной плоскости падения для второй (такое положение принято называть скрещенным), то интенсивность отраженного от второй поверхности света будет равна нулю. Если повернуть второе стекло на 90° вокруг оси падающего на него луча, то интенсивность отраженного луча будет максимальной. Следовательно, совокупность таких двух отра-

жающих поверхностей ведет себя подобно двум кристаллам турмалина. Вышесказанное можно проверить с помощью широко известного старинного прибора Нерремберга. Основная часть поляризационного прибора Нерремберга состоит из двух диэлектрических отражающих поверхностей — поляризующего стеклянного зеркала и анализатора из черного стекла, способных вращаться вокруг фиксированных осей.

При падении луча на границу раздела двух диэлектриков под углом, удовлетворяющим закону Брюстера, преломленный луч поляризуется максимально, но не полностью. Для стекла с показателем преломления $n = 1,53$ степень поляризации при падении луча под углом Брюстера составляет около 15%. Заставляя луч неоднократно преломляться, при условии падения каждый раз на границу раздела под углом Брюстера можно увеличить степень поляризации. Достаточно преломления на 8—10 наложенных друг на друга стеклянных пластинок, чтобы вышедший из такой системы свет стал практически полностью поляризованным. Такую совокупность пластинок называют стопой. В зависимости от необходимости исследований в той или иной спектральной области выбирается подходящий материал стопы. Так, если в видимой области материалом стопы может быть обычное стекло, то в инфракрасной — селен или хлористое серебро.

Все вышесказанное имеет место для сред с изотропными молекулами. Нестрогое соблюдение закона Брюстера частично можно объяснить, по-видимому, неизотропностью молекул, что часто имеет место во многих реальных случаях. Эти выводы подтверждаются формулами Френеля, из которых вытекает, в частности, закон Брюстера (см. § 1 гл. III).

Как следует из формул Френеля, при падении света на границу двух прозрачных сред под углом Брюстера отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны. В этом легко убедиться также при совместном рассмотрении закона преломления и закона Брюстера.

Объяснение закона Брюстера. Объясним теперь сущность закона Брюстера. Отражение и преломление лучей являются результатом взаимодействия падающего света со средой. Падающая световая волна возбуждает в среде колебания электронов, которые становятся источником вторичных волн. Эти волны, интерферируя между собой, дают отраженные и преломленные волны. Можно заменить колебания электрического вектора в падающем естественном свете совокупностью двух взаимно перпендикулярных составляющих (рис. 9.5), одна из которых лежит в плоскости падения (\vec{E}_{02}), другая (\vec{E}_{01}) — перпендикулярна ей. Составляющая \vec{E}_{01} на рисунке «изображена» точкой.

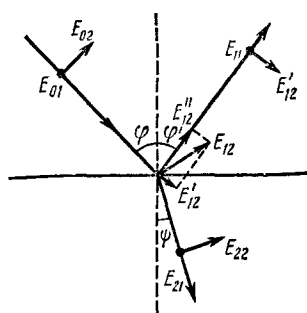


Рис. 9.5

Исходя из направления составляющих \vec{E}_{01} и \vec{E}_{02} падающей волны, можно определить направления соответствующих составляющих преломленной и отраженной волн. Поскольку составляющая электрического вектора, перпендикулярная плоскости падения, равноправна в падающей, преломленной и отраженной волнах, то подобные колебания с равной вероятностью могут происходить как в преломленном (\vec{E}_{21}), так и в отраженном (\vec{E}_{11}) лучах. Что касается составляющей электрического вектора, эквивалентной вектору \vec{E}_{02} , то она в преломленной волне будет направлена по \vec{E}_{22} и не станет параллельной \vec{E}_{02} . В этом легко убедиться, если обратить внимание на различие углов падения (φ) и преломления (ψ) и на поперечность электромагнитной волны (преломленного света в данном случае). Итак, искомая вторая составляющая электрического вектора в преломленном луче (\vec{E}_{22}), расположенная в плоскости падения, должна быть направлена перпендикулярно преломленному лучу. Чтобы найти вторую составляющую электрического вектора в отраженном свете, расположенную в плоскости падения, разложим \vec{E}_{12} в той же плоскости (в плоскости падения) на две составляющие, направленные вдоль отраженного луча (\vec{E}'_{11}) и перпендикулярно ему (\vec{E}'_{12}). Ввиду поперечности световых волн в отраженном свете может присутствовать только одна составляющая вектора \vec{E}_{12} , направленная перпендикулярно лучу (колебания \vec{E}'_{12}). Это означает, что в отраженном свете взаимно перпендикулярные составляющие электрического вектора \vec{E}_{11} и \vec{E}'_{12} не равноправны — преимущественное направление колебания совпадает с \vec{E}_{11} . Следовательно, отраженный свет частично поляризован, причем преимущественное направление колебания (\vec{E}_{11}) перпендикулярно плоскости падения. Если падающий луч направить под таким углом на границе раздела, чтобы отраженный и преломленный лучи составляли угол, равный 90° , т. е. так, чтобы отраженный луч распространился вдоль вектора \vec{E}_{12} , перпендикулярного направлению распространения преломленного луча, то, очевидно, колебания в отраженном свете будут происходить только по \vec{E}_{11} : отраженный свет в этом случае будет полностью линейно-поляризованным, и колебания будут происходить перпендикулярно плоскости падения, что и требовалось объяснить.

Определение направления колебаний электрического вектора в отраженном и прошедшем свете. Используя опыт Винера со стоячими волнами, можно определить направление колебаний электрического вектора в поляризованном свете. Сущность опыта состоит в следующем. На зеркальную поверхность наносится толстый слой фотоэмульсии, который представляет собой фотопластинку с зеркальной подслоем. Линейно-поляризованный свет направляется на поверхность этой фотопластинки под углом в 45° . В зависимости от направления колебаний электрического вектора могут наблюдаться два случая:

1) при колебаниях электрического вектора в падающем свете перпендикулярно плоскости падения возникнут стоячие волны с пространственным распределением узлов и пучностей и с соответствующим распределением выделившегося серебра (рис. 9.6,а);

2) при колебаниях электрического вектора в плоскости падения слоистого выделения серебра внутри фотопластины не наблюдается (рис. 9.6,б).

В обоих случаях отраженное и падающее излучения взаимно когерентны. Однако в первом случае при отражении света электрический вектор сохраняет неизменным свое направление, в результате чего возникает соответствующая интерференционная картина, получающаяся в результате сложения падающей и отраженной волн с последующим выделением серебра в соответствующих участках

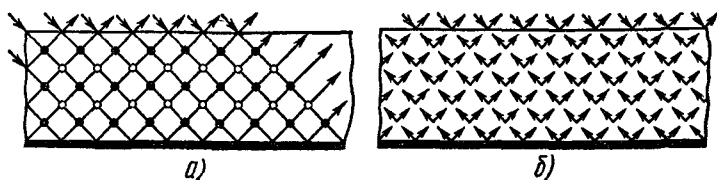


Рис. 9.6

толщи фотоэмульсии. Во втором случае электрический вектор отраженного света поворачивается на 90° вместе с фронтом волны. Тогда, вследствие того что электрические векторы в падающей и отраженной волнах взаимно перпендикулярны, интерференция между ними невозможна, несмотря на их когерентность, и, следовательно, слоистого выделения серебра не наблюдается.

Таким образом, направляя поляризованный свет на толстый слой фотоэмульсии с зеркальной подложкой и анализируя после проявления фотопластины картину распределения узлов и пучностей или же их отсутствие, можно определить направление колебаний электрического вектора.

Эти опыты позволили определить направление колебания электрического вектора для различных конкретных случаев поляризации света. Было установлено, что в случае поляризации кристаллом турмалина электрический вектор направлен параллельно оптической оси турмалина. В случае отражения и преломления на границе двух диэлектриков направление преимущественного колебания электрического вектора соответственно совпадает с нормалью к плоскости падения и лежит в плоскости падения.

§ 3. ДВОЙНОЕ ЛУЧПРЕЛОМЛЕНИЕ

Наблюдение двойного лучепреломления. В 1670 г. Эразм Бартолини наблюдал любопытное явление: при прохождении луча света через кристалл исландского шпата (одна из разновидностей CaCO_3) происходит раздвоение луча (двойное лучепреломление). Было

установлено, что вышедшие из кристалла два луча (независимо от угла падения луча на поверхность кристалла) параллельны друг другу и падающему на поверхность кристалла лучу (рис. 9.7), линейно-поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях и обладают одинаковыми интенсивностями. Один из этих лучей удовлетворяет обычному закону преломления и называется обыкновенным лучом. Второй луч, называемый необыкновенным, не подчиняется закону преломления света. Следует отметить, что название «необыкновенный» связано только с нарушением закона преломления внутри кристалла при двойном лучепреломлении. После выхода из кристалла, если не принимать во внимание поляризацию во взаимно перпендикулярных плоскостях, эти два луча ничем друг от друга не отличаются. При вращении кристалла вокруг оси луча необыкновенный луч описывает цилиндрическую поверхность вокруг обыкновенного луча.

Одноосные и двуосные кристаллы. Проведенные опыты показывают, что в кристалле исландского шпата имеется одно-единственное направление, вдоль которого двойного лучепреломления не происходит. Такие кристаллы называются одноосными, а направление, вдоль которого не происходит двойного лучепреломления, принято называть оптической осью кристалла.

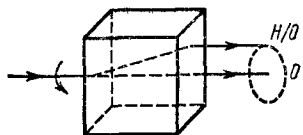


Рис. 9.7

Исландский шпат не является единственным кристаллом, обладающим свойством двулучепреломления. Турмалин,

кварц и другие кристаллы (вообще все кристаллы, относящиеся к тригональной, тетрагональной и гексагональной системам) также обладают этим свойством и являются одноосными кристаллами. Свойство двулучепреломления в исландском шпате по сравнению с кристаллами из других материалов выражено сильнее. Вот почему явление двулучепреломления впервые было открыто именно в кристалле исландского шпата.

Дальнейшие исследования показали, что существуют кристаллы (относящиеся к ромбической, моноклиной и триклинной системам), в которых имеются два направления, вдоль которых не происходит двойного лучепреломления. Такие кристаллы (слюда, гипс и др.) называются двуосными. В двуосных кристаллах оба луча, полученные при двулучепреломлении, являются необыкновенными.

В кристаллах кубической системы двойное лучепреломление не наблюдается.

Плоскость, содержащая падающий луч и оптическую ось одноосного кристалла, называется главным сечением или главной плоскостью кристалла. В двуосных кристаллах под главным сечением понимается плоскость, проходящая через обе оптические оси. Нами не будет рассматриваться вопрос двулучепреломления в двуосных кристаллах. Желая ознакомиться с двулучепреломлением в двуосных кристаллах могут обратиться к специальной литературе.

Обыкновенный и необыкновенный лучи. Анализ поляризации света показал, что электрический вектор в обыкновенном луче расположен перпендикулярно главному сечению, а в необыкновенном — лежит в самом сечении, т. е. обыкновенный луч поляризован в главном сечении одноосного кристалла, а необыкновенный — в плоскости, перпендикулярной главному сечению.

Если один из лучей (обыкновенный или необыкновенный) направить на двулучепреломляющий одноосный кристалл, то каждый из них удвоится (рис. 9.8). Следовательно, двойное лучепреломление возникает при падении на кристалл как естественного, так и линейно-поляризованного света. Разница заключается в том, что если в первом случае интенсивности обоих лучей равны, то во втором случае интенсивности, будучи в общем случае разными, зависят от угла между плоскостью колебания падающего линейно-поляризованного света и плоскостью главного сечения кристалла.

Чтобы убедиться в этом, направим на кристалл линейно-поляризованный свет с амплитудой E . Угол между плоскостью колебания в падающем свете и главным сечением кристалла обозначим через α . Очевидно, что электрические векторы необыкновенного и обыкновенного лучей образуют соответственно углы α и $90^\circ - \alpha$ с плоскостью колебания падающего линейно-поляризованного света. Тогда амплитуды колебания электрического вектора для обыкновенного (E_0) и необыкновенного (E_e) лучей соответственно будут

$$E_0 = E \sin \alpha, \quad E_e = E \cos \alpha.$$

Для отношения интенсивностей имеем

$$I_0/I_e = \sin^2 \alpha / \cos^2 \alpha = \operatorname{tg}^2 \alpha. \quad (9.3)$$

Как следует из (9.3), только при $\alpha = 45^\circ$ $I_0 = I_e$. Формула (9.3) подтверждается опытными данными.

§ 4. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ПРИБОРЫ

Общие замечания. Для превращения естественного света в линейно-поляризованный используют поляризационные приборы.

Мы уже знакомы с некоторыми методами получения плоскополяризованного света. При отражении падающего под углом Брюстера света от границы раздела двух диэлектриков происходит полная линейная поляризация. Образуя стопу из многих пластин, можно получить практически полную линейную поляризацию и при преломлении. Однако сильное ослабление интенсивности поляризованного света делает эти методы невыгодными.

Как известно, обыкновенный и необыкновенный лучи являются линейно-поляризованными. Если их развести на достаточное расстояние друг от друга, то можно получить два линейно-поляризо-

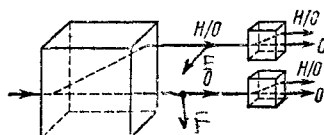


Рис. 9.8

ванных луча. С этой целью подбирают кристалл с сильно отличающимися по величине показателями преломления n_o и n_e . Лучшим в этом отношении является кристалл исландского шпата, для которого $n_o = 1,658$ и $1,486 \leq n_e \leq 1,658$ (при $\lambda = 5893 \text{ \AA}$). Однако и этот кристалл не дает достаточного расхождения лучей. В связи с этим в поляризационных приборах пользуются комбинацией призм из кристаллов. Такие приборы делятся на два класса:

а) устройства, дающие только один линейно-поляризованный луч (поляризационные приборы);

б) устройства, дающие два поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях луча (двойкопреломляющие призмы).

Призма Николя. Шотландский физик Уильям Николь в 1828 г. впервые предложил поляризационный прибор, в основе устройства которого лежит явление двулучепреломления.

Призма Николя (рис. 9.9) состоит из двух частей, склеенных вдоль AB канадским бальзамом, показатель преломления которого $n = 1,550$ лежит между n_o и n_e . Оптическая ось призмы составляет угол 48° со входной гранью. Так как $n_o > 1,550$, то при подходящем подборе угла падения (равном или большем предельного угла $76^\circ 26'$) можно осуществить полное внутреннее отражение обыкновенного луча*.

Нанесением черного лака на боковую поверхность добиваются поглощения обыкновенного луча. Во избежание нагревания призмы обыкновенный луч выводится из нее при помощи приклеенной призмочки (она на рисунке показана пунктирными линиями). Необыкновенный луч выходит из кристалла параллельно грани AC незначительно смещенным относительно падающего к кристаллу луча. Максимальный угол расхождения падающего луча (апертурный угол), при котором наблюдается поляризация, для призмы Николя равен 29° .

Обычно призму Николя называют николем. Николь не применяется в ультрафиолетовой области из-за поглощения ультрафиолетовых лучей канадским бальзамом.

Призма Глана—Фуко (рис. 9.10). Она состоит из двух прямоугольных призм, изготовленных из кристалла исландского шпата, оптические оси которых перпендикулярны плоскости чертежа. Призмы разъединены тонкой воздушной прослойкой. Обыкновенный луч претерпевает полное внутреннее отражение, а необыкновенный проходит через обе призмы. Из-за двукратного прохождения необыкновенного луча через границу раздела воздух—исландский шпат его интенсивность заметно ослабляется. С целью уменьшения этого эффекта в 1948 г. Тейлор предложил другой вариант призмы (рис. 9.11). Оптические оси призм в новой системе параллельны

* О ходе обыкновенного и необыкновенного лучей подробно изложено в следующей главе.

* О ходе обыкновенного и необыкновенного лучей подробно изложено в следующей главе.

граням AB и A_1B_1 , благодаря чему максимальная интенсивность прошедшего поляризованного луча достигает 90% падающего. Апертурный угол таких призм составляет 8° . Существует много разновидностей поляризационных призм, состоящих из двух склеенных друг с другом треугольных призм. Склеивание призм в зависимости от спектральной области применения производится глице-

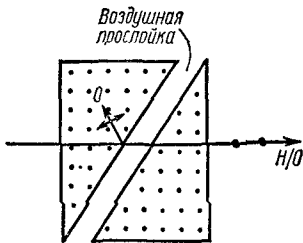


Рис. 9.10

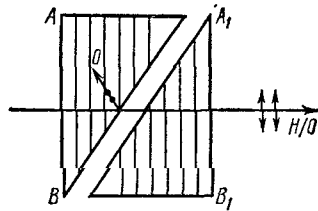


Рис. 9.11

рином (в близкой ультрафиолетовой области), канадским бальзамом (в видимой области), некоторыми маслами и др.

Двойкопреломляющие призмы. Призма Волластона. Призма состоит (рис. 9.12) из двух призм из исландского шпата со взаимно перпендикулярными оптическими осями. Склеивание производится по гипотенузам. В первой призме ABC обыкновенный и необыкновенный лучи распространяются по направлению падающего луча. Из-за взаимной перпендикулярности оптических осей призм ABC

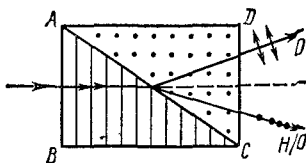


Рис. 9.12

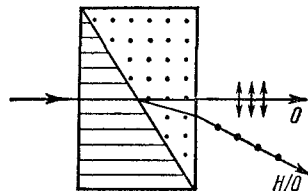


Рис. 9.13

и ACD луч обыкновенный в первой призме станет необыкновенным во второй, и наоборот. Благодаря этому относительные показатели преломления для обыкновенного и необыкновенного лучей в первой призме на границе раздела призм будут n_e/n_o и n_o/n_e . Так как для исландского шпата $n_o > n_e$, то линейно-поляризованные лучи при выходе из призмы Волластона, преломляясь, идут в разные стороны от направления падения и располагаются симметрично относительно этого направления.

Призма Рошона. Основное отличие призмы Рошона (рис. 9.13) от призмы Волластона заключается в том, что оптическая ось первой призмы в случае призмы Рошона параллельна падающему лучу. Несмотря на то что в призме Рошона угол расхождения между обыкновенным и необыкновенным лучами меньше, чем в призме Волла-

стона, прохождение одного из лучей (обыкновенного) в первоначальном направлении падения иногда является необходимым.

Призма, изготовленная из исландского шпата и из стекла (рис. 9.14). Из-за близости показателей преломления стекла $n_{ст} = 1,49$ и необыкновенного луча, для которого $n_e = 1,486$, последний проходит через призму практически без изменения своего первоначального направления. В отличие от него обыкновенный луч сильно отклоняется.

Турмалин. Пластинка турмалина также является поляризационным прибором, так как в ней происходит двойное лучепреломление. Однако из-за сильного селективного поглощения одного из лучей (обыкновенного) при определенном подборе толщины (1 мм и больше)

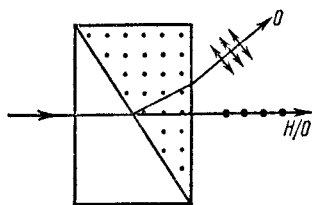


Рис. 9.14

через пластинку проходит только необыкновенный луч. Достаточно большой апертурный угол создает определенные преимущества при использовании турмалина. В 1916 г. Био и Зеебек установили, что пластинка турмалина селективно поглощает разные цвета, кроме желто-зеленого, и сама имеет этот же цвет. Следовательно, пластинка турмалина может быть использована также в качестве светофильтра в желто-зеленой области спектра.

Поляриды. В качестве поляризаторов используются также поляриды. Поляриод представляет собой пленку, на которую наносятся кристаллики герпатита, обладающие сильным селективным поглощением. Установлено, что такая пленка толщиной порядка 0,1 мм селективно поглощает один из лучей. В результате мы имеем дело фактически с поляризатором. Поляриды обходятся дешевле, обладают апертурным углом, близким к 180° , легко изготавливаются и могут иметь большие размеры. Одним из недостатков поляриодов по сравнению с призмами из исландского шпата являются их недостаточная прозрачность и селективность поглощения при разных длинах волн.

Поляриды применяются для защиты от ослепляющего действия солнечных лучей.

§ 5. ЭЛЛИПТИЧЕСКИ-ПОЛЯРИЗОВАННЫЙ СВЕТ

Получение эллиптически-поляризованного света. Рассмотрим взаимодействие двух когерентных волн со взаимно перпендикулярными электрическими векторами, распространяющихся вдоль одной прямой. Практически такой случай можно реализовать на следующей установке (рис. 9.15): естественный свет, исходящий из точечного источника S , проходя через призму Николя, превращается в линейно-поляризованный. Пластинка P толщиной d , вырезанная из одноосного кристалла параллельно оптической оси OO , располагается так, чтобы линейно-поляризованный свет падал на нее пер-

пендикулярно. В общем случае электрический вектор вышедшего из николя линейно-поляризованного луча составляет некоторый угол α с оптической осью кристалла OO . Согласно построению Гюйгенса, из кристалла выходят обыкновенный и необыкновенный лучи, которые поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях и распространяются в том же направлении, что и падающий луч. Колебания электрического вектора в необыкновенном луче происходят вдоль оптической оси кристалла OO , в обыкновенном луче — вдоль оси, перпендикулярной оптической оси кристалла.

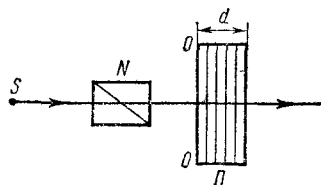


Рис. 9.15

Если амплитудное значение электрического вектора в падающем на кристалл свете обозначить через E , то амплитудные значения электрических векторов в обыкновенном и необыкновенном лучах соответственно будут (см. § 3 данной главы):

$$\left. \begin{aligned} E_{o1} &= E \sin \alpha, \\ E_{e1} &= E \cos \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (9.4)$$

Разность фаз между колебаниями этих лучей определится выражением

$$\Delta\varphi = 2\pi/\lambda \cdot [(n_o - n_e) d]. \quad (9.5)$$

Если это принять во внимание, то для лучей, прошедших пластинку, получим:

$$\left. \begin{aligned} E_e &= E_{e1} \cos \omega t = E \cos \alpha \cos \omega t, \\ E_o &= E_{o1} \cos (\omega t - \Delta\varphi) = E \sin \alpha \cos (\omega t - \Delta\varphi). \end{aligned} \right\} \quad (9.6)$$

Первое выражение в (9.6) перепишем в виде

$$\cos \omega t = E_e/E_{e1}. \quad (9.6a)$$

Отсюда

$$\sin \omega t = \sqrt{1 - (E_e/E_{e1})^2}. \quad (9.6b)$$

Раскрывая выражение $\cos(\omega t - \Delta\varphi)$ и учитывая (9.6a) и (9.6b) во втором уравнении системы (9.6), получим

$$\frac{E_o}{E_{o1}} = \frac{E_e}{E_{e1}} \cos \Delta\varphi + \sqrt{1 - (E_e/E_{e1})^2} \sin \Delta\varphi.$$

Отсюда

$$\frac{E_o^2}{E_{o1}^2} + \frac{E_e^2}{E_{e1}^2} + 2 \frac{E_o E_e}{E_{o1} E_{e1}} \cos \Delta\varphi = \sin^2 \Delta\varphi. \quad (9.7)$$

Выражение (9.7) является уравнением эллипса, ориентированного произвольно относительно осей OO и AA . Следовательно, в рассмотренном нами случае сложения двух взаимно перпендикулярных световых колебаний, распространяющихся вдоль одной прямой, получается световая волна, у которой проекция конца электрического вектора на плоскость, перпендикулярную направлению

распространения света, описывает эллипс. Такая волна называется эллиптически-поляризованной.

Форма эллипса и его ориентация относительно осей (оптической оси и направления, перпендикулярного ей) зависят от α и $\Delta\varphi$. Рассмотрим некоторые частные случаи.

Разность фаз между лучами равна $\pi/2$. Как следует из формулы (9.5), такая разность хода между лучами может создаваться пластинкой толщиной

$$d = \lambda/[4(n_o - n_e)]. \quad (9.8)$$

Оптическая разность хода между обыкновенным и необыкновенным лучами в этом случае равна $\lambda/4$, т. е.

$$(n_o - n_e)d = \lambda/4.$$

Пластинка, толщина которой определяется выражением (9.8), называется «пластинкой в $1/4$ волны».

При $\Delta\varphi = \pi/2$ выражение (9.7) принимает вид

$$E_o^2/E_{o1}^2 + E_e^2/E_{e1}^2 = 1. \quad (9.9)$$

Выражение (9.9) есть уравнение эллипса, ориентированного относительно главных осей. Следовательно, если на пластинку толщиной в четверть волны направить линейно-поляризованный свет, из нее выйдет эллиптически-поляризованный, причем главные оси эллипса будут направлены вдоль OO и перпендикулярно ей (рис. 9.16).

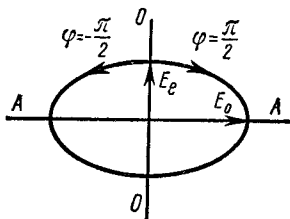


Рис. 9.16

В частном случае, если угол между оптической осью кристалла и направлением колебания линейно-поляризованной волны составляет 45° , то, как видно из (9.9), эллипс обращается в круг:

$$E_o^2 + E_e^2 = E_{o1}^2. \quad (9.9a)$$

В данном случае имеет место, следовательно, круговая, или циркулярная, поляризация. Направление поляризации, т. е. вращение по или против часовой стрелки электрического вектора волны, зависит от знака

разности фаз $\Delta\varphi$.

При $\Delta\varphi = \pi/2$ (обыкновенный луч отстает по фазе на $\pi/2$ от необыкновенного) из (9.6) имеем:

$$\left. \begin{aligned} E_e &= E_{e1} \cos \omega t, \\ E_o &= E_{o1} \sin \omega t. \end{aligned} \right\} \quad (9.10)$$

Как следует из (9.10), при $t = 0$ $E_e = E_{e1}$ и $E_o = 0$. При дальнейшем росте t ($t > 0$) положительное значение E_o растет, E_e уменьшается (рис. 9.16). Следовательно, движение по эллипсу происходит по часовой стрелке.

При $\Delta\varphi = -\pi/2$ (обыкновенный луч опережает по фазе на $\pi/2$ необыкновенный) из (9.6) имеем:

$$\left. \begin{aligned} E_e &= E_{e1} \cos \omega t, \\ E_o &= -E_{o1} \sin \omega t. \end{aligned} \right\} \quad (9.11)$$

Согласно (9.11), при $t = 0$ $E_e = E_{e1}$ и $E_o = 0$. При дальнейшем росте t ($t > 0$) величина E_e уменьшается, E_o становится отрицательной и ее абсолютное значение растет, т. е. движение по эллипсу происходит против часовой стрелки.

Толщина пластинки в четверть волны достаточно мала. Для желтого цвета толщина пластинки в четверть волны, изготовленной из исландского шпата, для которого $n_o - n_e = 0,172$, равна

$$d = 5,89 \cdot 10^{-5} / (4 \cdot 0,172) \text{ см} = 8,6 \cdot 10^{-5} \text{ см}.$$

Изготовление такой тонкой пластинки встречает практические трудности. Однако легко видеть, что пластинка толщиной

$$d = (1/4 + m) \lambda / (n_o - n_e), \quad (9.12)$$

где m — некоторое целое число, полностью эквивалентна пластинке в четверть волны. Изготовление более толстой пластинки не представляет особого труда.

Заметим, что все вышеизложенное позволяет нам утверждать и обратное, т. е. при прохождении эллиптически- или циркулярно-поляризованного света через пластинку в четверть волны или эквивалентную ей пластинку он превращается в плоскополяризованный свет.

Разность фаз между лучами равна π . Как следует из (9.5), такую разность фаз можно создать пластинкой толщиной

$$d = \lambda/2 (n_o - n_e). \quad (9.13)$$

Оптическая разность хода между обыкновенными и необыкновенными лучами в такой пластинке, согласно (9.13), равна половине длины волны. Пластинка, толщина которой определяется формулой (9.13), называется «пластинкой $1/2$ волны». Легко видеть, что толщина эквивалентной ей пластинки определяется формулой

$$d = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda / (n_o - n_e). \quad (9.14)$$

При $\Delta\varphi = \pi$ уравнение (9.7) примет вид

$$E_o/E_{o1} + E_e/E_{e1} = 0, \quad (9.15)$$

т. е. эллипс вырождается в прямую линию bb (рис. 9.17). Следовательно, при прохождении линейно-поляризованного (колебания происходят по направлению aa в первом и третьем квадрантах) света сквозь пластинку в $1/2$ волны плоская поляризация сохраняется, но направление колебания меняется на угол $180^\circ - 2\alpha$, переходя в bb (во втором и четвертом квадрантах).

Разность фаз между лучами составляет 2π . Такая разность фаз, согласно (9.5), может быть создана пластинкой толщиной

$$d = \lambda / (n_o - n_e) \quad (9.16)$$

или эквивалентной ей пластинкой

$$d = m\lambda / (n_o - n_e). \quad (9.17)$$

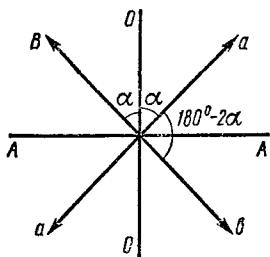


Рис. 9 17

Пластинка, способная создать оптическую разность хода между обыкновенным и необыкновенным лучами, равную длине волны $[d(n_o - n_e) = \lambda]$, называется «пластинкой в 1λ ».

При $\Delta\varphi = 2\pi$ уравнение (9.7) принимает вид

$$E_o/E_{o1} - E_e/E_{e1} = 0,$$

т. е. уравнение эллипса вырождается в прямую линию aa (рис. 9.17). Следовательно, «пластинка в 1λ » пропускает линейно-поляризованный свет без изменения направления колебания.

§ 6. КОМПЕНСАТОРЫ

Экспериментальное обнаружение эллиптически- и циркулярно-поляризованного света. Известные нам поляризационные приборы не позволяют отличить эллиптически- и циркулярно-поляризованный свет от частично поляризованного и естественного соответственно. Если пропустить эллиптически-поляризованный свет через николю, то при вращении николя вокруг оси луча наблюдаемый результат полностью совпадает с результатом аналогичного опыта с частично поляризованным светом — интенсивность прошедшего через николю света изменяется плавно, достигая максимума и отличного от нуля минимума. Легко убедиться в том, что амплитуда прошедшего через николю света будет зависеть от ориентации главной плоскости николя NN относительно осей эллипса (рис. 9.18).

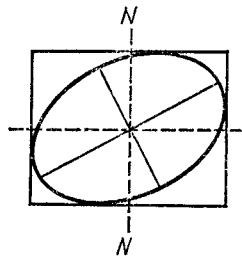


Рис. 9 18

Поворот николя вокруг оси луча означает поворот прямоугольника на рис. 9.18 вокруг оси, перпендикулярной плоскости чертежа. Интенсивность прошедшего через николю света будет максимальной, когда NN совпадает с большой осью эллипса, минимальной, когда NN совпадает с малой осью (рис. 9.18).

При циркулярной (круговой) поляризации полуоси эллипса равны и эллипс превращается в окружность. Как бы ни вращался николю вокруг оси луча, в этом случае интенсивность прошедшего света будет оставаться постоянной. Такое же явление наблюдалось бы при прохождении через николю естественного света.

Как отличить эллиптически-поляризованный свет от частично поляризованного, циркулярно-поляризованный — от естественного?

Ответ на этот вопрос можно дать, пользуясь выводами из предыдущего параграфа, где было сказано, что если эллиптически- или циркулярно-поляризованный свет пропустить сквозь пластинку в четверть волны, то он превращается в плоскополяризованный, который легко обнаружить с помощью поляризационных призм. Однако для такого обнаружения эллиптической (или круговой) поляризации пластинку в $1/4\lambda$ надо ориентировать так, чтобы ее главные направления совпали с главными осями эллипса. Поскольку этот метод требует предварительного определения главных направлений эллипса и, кроме того, не позволяет определить форму и расположение эллипса * по отношению к любым направлениям, требуется применить другой метод анализа эллиптически-поляризованного света. С этой целью обратим внимание на выражение

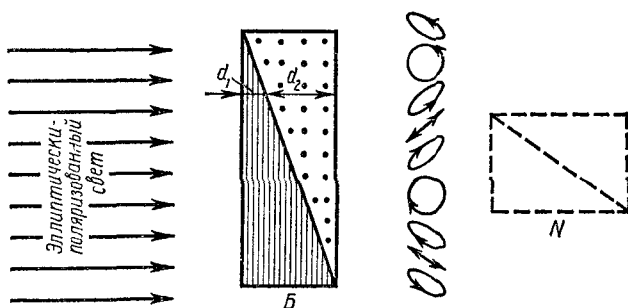


Рис. 9.19

(9.15). Как следует из этого выражения, эллипс превращается в прямую при значениях разности фаз 0 и 2π . Это означает, что если разность фаз между взаимно перпендикулярными компонентами компенсировать, обращая ее в нуль или 2π , то эллиптически-поляризованный свет превратится в линейно-поляризованный. Таким образом, зная величину компенсации разности фаз, можно провести полный количественный анализ эллиптически-поляризованного света. Приборы, способные осуществить такую операцию — компенсировать произвольную разность фаз между обыкновенными и необыкновенными лучами, обращая ее в нуль или 2π , — называются компенсаторами. Ознакомимся с двумя их разновидностями.

Компенсатор Бабине. Компенсатор Бабине (рис. 9.19) состоит из двух клиньев, изготовленных из кварца со взаимно перпендикулярными оптическими осями. Луч света в общем случае проходит в клиньях разные пути: d_1 и d_2 . Из-за взаимной перпендикулярности оптических осей кварцевых клиньев луч обыкновенный в первом клине становится необыкновенным во втором, и наоборот. Тогда дополнительная разность хода между обыкновенным и необыкновенным

* Форма эллипса и его ориентация относительно любого направления определяются, как нам известно, разностью фаз между двумя взаимно перпендикулярными компонентами.

венным лучами равна

$$\Delta = (n_0 - n_e) d_1 + (n_e - n_0) d_2 = (n_0 - n_e) (d_1 - d_2). \quad (9\ 18)$$

Дополнительная разность фаз, соответствующая разности хода (9 18), будет

$$\Delta\varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda} (n_0 - n_e) (d_1 - d_2). \quad (9\ 19)$$

Следовательно, зная толщины d_1 и d_2 , можно найти вносимую дополнительную разность фаз

Итак, попадающий на различные участки компенсатора Бабинне эллиптически- или циркулярно-поляризованный свет при выходе из компенсатора приобретает поляризацию разного характера (рис. 9 19). Как видно из формулы (9 19), компенсатор Бабинне вынуждает работать с очень узким пучком света, что является серьезным его недостатком. Этот недостаток был устранен в компенсаторе Солейля.

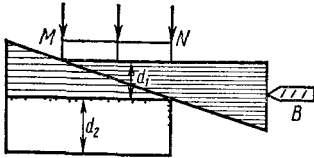


Рис 9 20

Компенсатор Солейля. Компенсатор Солейля (рис 9 20) состоит из двух клиньев и прямоугольной пластинки, изготовленных из кварца. Оптические оси клиньев параллельны между собой и перпендикулярны оптической оси прямоугольной пластинки. Верхний клин с помощью микрометрического винта B может перемещаться параллельно самому себе по поверхности другого клина. В результате такого перемещения клина можно подобрать суммарную толщину клиньев d_1 , равную или отличную от толщины d_2 плоскопараллельной пластинки. Как видно из рис 9 20, компенсатор Солейля позволяет работать с широким пучком света.

§ 7. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ПОЛЯРИЗОВАННОГО СВЕТА

Интерференция поляризованного света. До сих пор мы рассматривали взаимодействие двух световых лучей с колебаниями, происходящими во взаимно перпендикулярных направлениях, распространяющихся вдоль одной линии. Возникает естественный вопрос: будет ли наблюдаться отличное от рассмотренного выше явление, если оба луча являются взаимно когерентными и электрические векторы в них колеблются вдоль одной прямой? Практически такой случай можно реализовать на установке (рис 9 21), где между двумя николями N_1 и N_2 расположена кристаллическая пластинка P , вырезанная из одноосного кристалла параллельно оптической оси. Параллельный пучок естественного света, направленный на николю N_1 , превращаясь в линейно-поляризованный, падает на пластинку P перпендикулярно ее поверхности. При нормальном падении пучка лучей на пластинку из одноосного кристалла, оптическая ось в которой параллельна преломляющей поверхности, возникающие

в результате двулучепреломления обыкновенный и необыкновенный лучи будут распространяться в направлении падения, но с разными скоростями. Поскольку николю N_2 пропускает только составляющие колебаний, параллельные главной плоскости, электрические векторы вышедших из николя N_2 обыкновенного и необыкновенного лучей будут колебаться вдоль одной линии. Поскольку обыкновен-

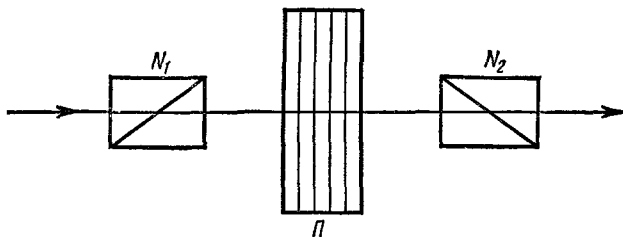


Рис. 9.21

ный и необыкновенный лучи, вызванные линейно-поляризованным светом, являются взаимно когерентными, из николя N_2 выходят два когерентных луча, распространяющихся в одном направлении, электрические векторы в которых колеблются вдоль одной линии. Различие в скоростях обыкновенного и необыкновенного лучей внутри кристалла Π приводит к возникновению некоторой разности фаз между двумя когерентными лучами. Таким образом, вышедшие два луча удовлетворяют всем условиям, необходимым для осуществления интерференции. Этим обусловлено появление распределения светлых и темных пятен при прохождении монохроматического света через установку, схематически представленную на рис. 9.21, если кристалл, расположенный между призмами Николя, обладает неравномерной толщиной. При прохождении через такую же систему белого света пластинка оказывается испещренной цветными пятнами.

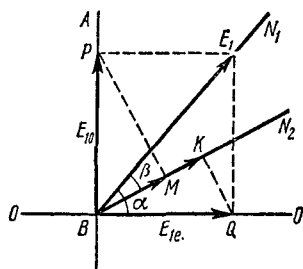


Рис. 9.22

Вычисление интенсивности. Интерференционная картина, возникшая в результате взаимодействия двух волн, как известно, будет определяться амплитудами слагающихся волн и разностью фаз между ними. Исходя из этого, определим амплитуды и разность фаз между интерферирующими волнами при произвольных взаимных ориентациях главных сечений николей N_1 , N_2 и двух взаимно ортогональных направлений AA и OO колебаний в кристалле (рис. 9.22). Амплитуду световой волны, вышедшей из николя N_1 и падающей на пластинку Π , обозначим через E_1 . Пусть вектор \vec{E}_1 составляет угол α с направлением оптической оси OO кристалла. При двулучепреломлении внутри пластинки составляющие в на-

правлениях OO (обыкновенный луч) и AA (необыкновенный луч) будут равны:

$$BP = E_{10} = E_1 \sin \alpha, \quad BQ = E_{1e} = E_1 \cos \alpha.$$

Николь N_2 пропускает составляющие BM и BK , равные:

$$\left. \begin{aligned} BM = E_{20} = E_{10} \cos [90^\circ - (\alpha - \beta)] &= E_1 \sin \alpha \sin (\alpha - \beta), \\ BK = E_{2e} = E_{1e} \cos (\alpha - \beta) &= E_1 \cos \alpha \cos (\alpha - \beta). \end{aligned} \right\} (9.20)$$

Разность фаз между лучами, вышедшими из кристалла, будет

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_0 - n_e) d, \quad (9.21)$$

где d — толщина пластинки P .

Интенсивность, получающаяся в результате интерференции двух монохроматических волн с разностью фаз $\Delta\varphi$, как известно (см. § 1, гл. IV), равна

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\varphi, \quad (9.22)$$

где $I_1 \sim E_{10}^2$ и $I_2 \sim E_{1e}^2$ — интенсивности соответствующих волн. Подставляя в (9.22) значения E_{2e} и E_{20} из (9.20) и используя тождество $\cos \Delta\varphi = [1 - 2\sin^2(\Delta\varphi/2)]$, имеем

$$I = I_1 [\cos^2 \beta - \sin 2\alpha \sin 2(\alpha - \beta) \sin^2(\Delta\varphi/2)], \quad (9.23)$$

где I_1 — интенсивность вышедшего из николя N_1 света. Выражение (9.23) позволяет определить результирующую интенсивность при произвольных значениях α , β и $\Delta\varphi$.

Легко убедиться, что второй член в (9.23) обусловлен наличием кристаллической пластинки. Действительно, при $d = 0$, что означает отсутствие пластинки, $\Delta\varphi = 0$, следовательно, результирующая интенсивность будет равна $I = I_1 \cos^2 \beta$ (закон Малюса). Рассмотрим два важных частных случая.

Главные плоскости николей N_1 и N_2 взаимно перпендикулярны (рис. 9.23).

В этом случае $\beta = \pi/2$ и, как следует из (9.23), результирующая интенсивность равна

$$I_1 = I_1 \sin^2 2\alpha \sin^2(\Delta\varphi/2). \quad (9.24)$$

Главные плоскости николей N_1 и N_2 параллельны (рис. 9.24). В этом случае $\beta = 0$ и, исходя из (9.23), имеем

$$I_{\parallel} = I_1 [1 - \sin^2 2\alpha \sin^2(\Delta\varphi/2)]. \quad (9.25)$$

Сравнение (9.25) с (9.24) показывает, что в случае пластинки неравномерной толщины интерференционные картины при $N_1 \parallel N_2$ и при $N_1 \perp N_2$ являются взаимно дополняющими, т. е. при наблю-

дении интерференции в монохроматическом свете места максимумов в первом случае должны обратиться в места минимумов во втором случае, и наоборот. В случае же наблюдения в белом свете цвета в указанных двух случаях получаются разные и называются дополнительными. При вращении вокруг оси луча одного из николей (N_1 или N_2) или при поворачивании пластинки Π цвета в наблюдаемой интерференционной картине непрерывно меняются. Взаимодополняемость картин в указанных двух случаях обусловлена тем, что при $N_1 \perp N_2$ (рис. 9.23) возникает добавочная по сравнению со случаем $N_1 \parallel N_2$ (рис. 9.24) разность фаз π .

Как следует из (9.20), при $N_1 \perp N_2 (\beta = \pi/2)$ и при $N_1 \parallel N_2 (\beta = 0)$ соответственно имеем:

$$E_{2e} = E_{2o} = E_1 \sin \alpha \cos \alpha, \quad (9.20a)$$

$$\left. \begin{aligned} E_{2o} &= E_1 \sin^2 \alpha, \\ E_{2e} &= E_1 \cos^2 \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (9.20b)$$

Следовательно, при $N_1 \perp N_2$ минимумы являются темными ($I_{\min} = 0$) при любых α , в то время как при $N_1 \parallel N_2$ минимумы оказываются темными только при $\alpha = \pm 45^\circ$. При $\alpha \neq 45^\circ$ величина $(I)_{\min}$ всегда отлична от нуля.

Уместно обратить внимание на следующий факт. Если при вращении пластинки Π вокруг оси луча (при неподвижных N_1 и N_2) направление OO или перпендикулярное ему направление AA станут параллельными главному сечению одного из николей N_1 и N_2 , то интерференционная картина полностью исчезает. Это объясняется тем, что при параллельности главного сечения N_1 (или N_2) к OO или AA из системы (см. рис. 9.22) выходит только один луч, следовательно, интерференция не имеет места. Это важное обстоятельство позволяет определить главные направления кристалла OO и AA .

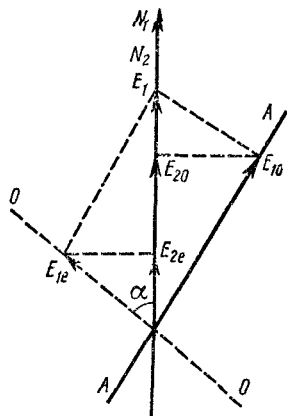


Рис. 9.24

Описанное выше явление интерференции поляризованных лучей было обнаружено в 1811 г. Араго и названо хроматической поляризацией. Основанный на явлении хроматической поляризации метод двойного лучепреломления широко используется при исследовании механических напряжений в кристаллах оптическими методами, а также при исследовании анизотропии кристаллов.

Случай сходящихся лучей. Более сложная интерференционная картина наблюдается в случае падения на пластинку сходящихся лучей (рис. 9.25).

Рассмотрим самый простой случай, когда конус сходящихся лучей падает на плоскопараллельную пластинку из одноосного кристалла, вырезанную перпендикулярно оптической оси (рис. 9.25).

Кристалл на пути луча расположен так, чтобы ось конуса совпала с его оптической осью. Очевидно, что в этом случае разность фаз между интерферирующими лучами будет зависеть также от величины угла падения. С целью определения подобной зависимости рассмотрим произвольный луч, падающий под углом i к поверхности пластинки (рис. 9.26). Приближенно можно считать, что геометрическая длина пути внутри пластинки толщиной d будет

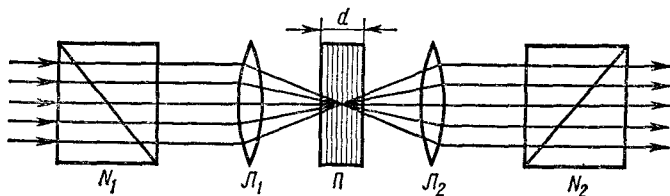


Рис. 9.25

$d/\cos i$. Если через n_1 и n_2 обозначить показатели преломления обыкновенного и необыкновенного лучей по данному направлению, то, умножая геометрический путь на $(n_1 - n_2)$, получим соответствующую оптическую разность хода. Тогда разность фаз между обыкновенным и необыкновенным лучами, приобретаемая при прохождении через пластинку, будет

$$\Delta\varphi = (2\pi/\lambda) (d/\cos i) (n_1 - n_2). \quad (9.26)$$

Согласно формуле (9.26), разность фаз между лучами в зависимости от угла падения изменяется по двум причинам:

- 1) за счет изменения геометрической длины пути луча внутри пластинки;
- 2) за счет изменения разности показателей преломления $(n_1 - n_2)$.

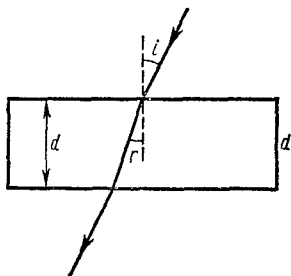


Рис. 9.26

Как следует из (9.26), разность фаз между интерферирующими лучами при данной толщине пластинки определяется величиной угла падения, т. е. при $i = \text{const}$ получим $\Delta\varphi = \text{const}$. Это связано с тем, что вследствие симметрии расположения относительно оси кристалла разность $(n_1 - n_2)$ зависит только от значения угла падения. Следовательно, точки постоянной разности фаз при выходе из плоскопараллельной пластинки будут соответствовать окружностям, вырисовываемым на поверхности пластинки из одноосного кристалла конусом с углом раствора $2i$. Величина интенсивности на этих концентрических окружностях определяется значением разности фаз. В зависимости от значения разности фаз окружности эти будут темными или светлыми, если падает монохроматический свет, окрашенными в соответствующие цвета — если падает белый свет.

Кривые, вдоль которых разность фаз постоянная, называются изохроматами, т. е. кривыми постоянного цвета. Вид изохроматы,

соответствующий случаю на рис. 9.25, представлен на рис. 9.27. Изохромата с центром на оси конуса лучей, разрезана по двум взаимно перпендикулярным направлениям, определяемым главной плоскостью N_1 и плоскостью, ей перпендикулярной. Легко убедиться, что в этих направлениях будет наблюдаться темный крест при $N_1 \perp N_2$ и светлый при $N_1 \parallel N_2$.

Если пластинка вырезана под углом к оптической оси, то полученная картина будет отлична от вышеописанной. В этом случае вследствие того, что разность $(n_1 - n_2)$ при данном значении угла падения будет зависеть от азимута лучей (лучи, лежащие в разных азимутах, будут составлять различные углы с оптической осью кристалла), изохромата не будет состоять из концентрических окружностей.

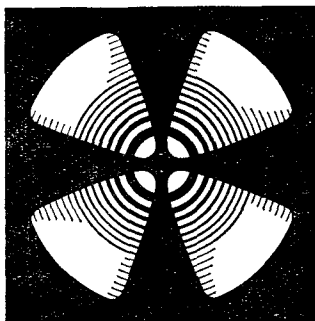


Рис. 9.27

В принципе можно получить все изохроматы, строя вокруг некоторой точки на поверхности кристалла поверхности постоянной разности фаз $\Delta\varphi = f(d, i) = \text{const}$ и находя их пересечения с плоскостями $d = \text{const}$.

Еще более сложная картина наблюдается, если пластинку изготовить из двуосного кристалла.

Глава X

ОПТИЧЕСКИ АНИЗОТРОПНЫЕ СРЕДЫ

Среда, физические свойства которой зависят от направления, называется анизотропной. Анизотропия среды имеет место по отношению к каким-либо свойствам среды — механическим, оптическим и т. д. Обычно анизотропные по отношению к какому-либо свойству тела являются анизотропными и по другим свойствам. Однако есть и исключения. Например, оптически изотропный кристалл каменной соли, где в узлах кубической решетки расположены отрицательные ионы хлора и положительный ион натрия, обладает анизотропией по механическим свойствам — его механические свойства вдоль ребра и диагонали различны.

Анизотропия среды может быть обусловлена как анизотропией молекул, составляющих ее, так и характером их взаимного расположения. Наличие или отсутствие анизотропии молекул среды однозначно еще не предопределяет свойства данной среды. Можно привести много примеров, когда среда, состоящая из анизотропных молекул, является изотропной, или наоборот. Например, молекулы кислорода O_2 , водорода H_2 и другие анизотропны — их поляризуемость вдоль линии, соединяющей оба атома кислорода (или водорода) отлична от поляризуемости по направлению, перпендикулярному линии химической связи. Тем не менее подобные газы не обнаруживают электрическую, а следовательно, и оптическую анизотропию.

§ 1. ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЫ

Тензор диэлектрической проницаемости. Известно, что для электрически изотропной среды вектор электрической индукции \vec{D} и вектор напряженности электрического поля \vec{E} совпадают по направлению и связаны соотношением

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}, \quad (10.1)$$

где ϵ — скалярная величина (диэлектрическая проницаемость). Выражение (10.1) сохраняет силу также и для анизотропных сред с той лишь разницей, что для анизотропных сред диэлектрическая проницаемость уже не является скалярной величиной. Другими словами, диэлектрическая проницаемость в анизотропных телах определяется тем, в каком направлении действует электрическое поле \vec{E} и в каком направлении наблюдаются компоненты вектора электрической индукции \vec{D} .

Анизотропная среда характеризуется тензором диэлектрической проницаемости второго ранга

$$\epsilon_{ij} = \begin{vmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{vmatrix}. \quad (10.2)$$

Это означает, что каждая составляющая вектора электрической индукции \vec{D} выражается через все три составляющие вектора напряженности электрического поля:

$$\left. \begin{aligned} D_x &= \epsilon_{xx}E_x + \epsilon_{xy}E_y + \epsilon_{xz}E_z, \\ D_y &= \epsilon_{yx}E_x + \epsilon_{yy}E_y + \epsilon_{yz}E_z, \\ D_z &= \epsilon_{zx}E_x + \epsilon_{zy}E_y + \epsilon_{zz}E_z. \end{aligned} \right\} \quad (10.3)$$

Выражение (10.3) можно переписать в виде $D_i = \sum_j \epsilon_{ij}E_j$ или проще

$$D_i = \epsilon_{ij}E_j, \quad (10.4)$$

где индекс j , по которому ведется суммирование, и индекс i при D принимают значения x , y и z .

Из (10.4) следует, что соотношение между вектором электрической индукции и напряженностью поля остается линейным и в анизотропных средах, в результате чего должен оставаться справедливым принцип суперпозиции в таких средах.

Векторы магнитной индукции и напряженности магнитного поля \vec{B} и \vec{H} в обоих случаях, как в изотропных, так и в анизотропных средах, ввиду равенства магнитной проницаемости μ единице в оптике совпадают по направлению.

Главные значения диэлектрической проницаемости. Тензор диэлектрической проницаемости симметричен, т. е. $\epsilon_{xy} = \epsilon_{yx}$, $\epsilon_{xz} = \epsilon_{zx}$ и $\epsilon_{yz} = \epsilon_{zy}$. Поэтому из девяти его компонент только шесть являются независимыми. Во всяком анизотропном теле существуют три направления, для которых вектор электрической индукции \vec{D} оказывается параллельным вектору электрического поля \vec{E} . Эти направления называются главными осями тензора диэлектрической проницаемости.

Приводя симметричный тензор ϵ_{ij} к главным осям x , y , z , которые фиксированы по отношению к кристаллу, получаем:

$$\left. \begin{aligned} D_x &= \epsilon_x E_x, \\ D_y &= \epsilon_y E_y, \\ D_z &= \epsilon_z E_z. \end{aligned} \right\} \quad (10.5)$$

Выбранная подобным образом система координат называется системой главных диэлектрических осей, а величины ϵ_x , ϵ_y , ϵ_z — глав-

ными значениями диэлектрической проницаемости кристалла. При $\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_z$ приходим к изотропной среде. Для так называемых одноосных кристаллов две из трех величин главных диэлектрических проницаемостей совпадают, например $\epsilon_x = \epsilon_y \neq \epsilon_z$.

Система (10.5) означает, что тензор диэлектрической проницаемости приведен к виду

$$\epsilon_{ij} = \begin{vmatrix} \epsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{vmatrix}. \quad (10.6)$$

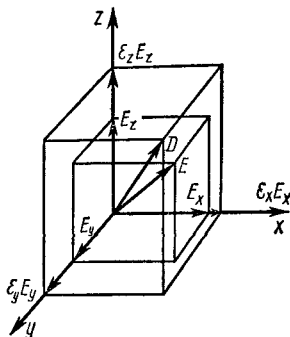


Рис. 10.1

Математически это равносильно диагонализации матрицы (10.2).

Пользуясь (10.5), можно легко убедиться в неколлинеарности векторов \vec{E} и \vec{D} в анизотропных средах (рис. 10.1), где в общем случае $\epsilon_x \neq \epsilon_y \neq \epsilon_z$. Действительно, если слагающие вектора \vec{E} вдоль главных осей умножить на соответствующие не равные между собой ϵ_x , ϵ_y и ϵ_z , то получатся компоненты $D_x = \epsilon_x E_x$, $D_y = \epsilon_y E_y$, $D_z = \epsilon_z E_z$ вектора \vec{D} , не совпадающего по направлению с вектором \vec{E} (рис. 10.1).

§ 2. ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СВЕТА В АНИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ

Скорости распространения фазы (скорость по нормали) и энергии (скорость по лучу) световой волны. Рассмотрим, как распространяется в анизотропной среде монохроматическая световая волна,

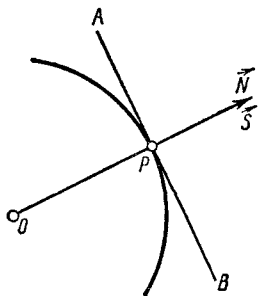


Рис. 10.2

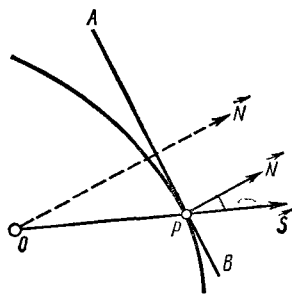


Рис. 10.3

исходящая из некоторой точки O (рис. 10.2). Поверхность, до которой распространяется световое возмущение к некоторому моменту времени (волновая поверхность), в случае изотропной среды является сферической из-за независимости скорости распространения света от направления. Ввиду того что фронт волны в каждой точке задается

плоскостью, касательной к волновой поверхности, а нормаль к этой плоскости определяет направление распространения волны, для изотропной среды нормаль \vec{N} к волновой поверхности совпадает с лучом \vec{S} — направлением распространения световой энергии (рис. 10.2).

В анизотропных же средах скорость распространения света зависит от направления, в результате чего волновая поверхность отличается от сферической и поэтому нормаль к ней (\vec{N}) и луч (\vec{S}) не совпадают (рис. 10.3). Такое несовпадение указанных направлений приводит к необходимости различать направление распространения фазы (нормаль \vec{N}) и направление распространения энергии световой волны (луч \vec{S}). Скорость распространения в данных направлениях характеризуется соответственно скоростью по нормали (v_N) и скоростью по лучу (v_S), связанными, как увидим позднее, соотношением

$$v_N = v_S \cos \alpha, \quad (10.7)$$

где α — угол, образуемый между нормалью \vec{N} и направлением вектора Умова—Пойнтинга \vec{S} — лучом.

Рассмотрим, как распространяется в анизотропной среде плоская монохроматическая световая волна, представленная выражением

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\omega(t - n/c \cdot \vec{r} \cdot \vec{N})}, \quad (10.8)$$

где c — скорость света в вакууме, n — показатель преломления среды, \vec{N} — единичный вектор в направлении к волновой поверхности, $n/c = v_N$ — скорость распространения фазы световой волны, т. е. скорость в направлении нормали.

Решение задачи о распространении света в анизотропной среде может быть получено путем решения системы уравнения Максвелла для немагнитных диэлектриков с учетом (10.2):

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -1/c \cdot \partial \vec{B} / \partial t, \\ \operatorname{rot} \vec{H} &= 1/c \cdot \partial \vec{D} / \partial t, \\ \operatorname{div} \vec{D} &= 0, \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (10.9)$$

Решение это сильно упрощается, если пользоваться системой главных диэлектрических осей. Остановимся на некоторых особенностях решения системы уравнения Максвелла для анизотропных сред.

Если исходить из того очевидного факта, что вектор электрической индукции \vec{D} характеризуется той же периодической зависимостью, что и \vec{E} , то имеем

$$\partial \vec{D} / \partial t = i\omega \vec{D}. \quad (10.10)$$

Подставляя значение (10.10) в уравнения (10.9), получаем:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= i\omega \frac{n}{c} [\vec{E}\vec{N}], \\ \vec{D} &= n [\vec{H}\vec{N}], \\ \vec{H} &= n [\vec{N}\vec{E}], \quad (\vec{N}\vec{D}) = 0, \quad (\vec{N}\vec{H}) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (10.11)$$

Из (10.11) следует, что \vec{D} и \vec{H} перпендикулярны \vec{N} , а вектор \vec{E} не перпендикулярен \vec{N} , хотя и лежит в плоскости $D\vec{N}$ (рис. 10.4). Следовательно, плоскость фронта волны $\vec{D}\vec{H}$ повернута относительно плоскости $\vec{E}\vec{H}$ (нормаль к этой плоскости определяет вектор Умова—Пойнтинга \vec{S}) на некоторый угол α (рис. 10.4). А это означает, что при распространении света в анизотропной среде скорость по нормали и скорость по лучу не совпадают по направлению, а составляют между собой тот же угол α , что и между векторами \vec{D} и \vec{E} . Таким образом, несовпадение направлений векторов \vec{E} и \vec{D} в анизотропной среде приводит к наличию двух скоростей волны в этих средах — скорости распространения фазы v_N и энергии v_S .

В анизотропной среде вектор Умова—Пойнтинга по-прежнему равен

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} [\vec{E}\vec{H}], \quad (10.12)$$

а «световой вектор» направлен не по \vec{E} , как это было в изотропной среде, а по \vec{D} .

Неперпендикулярность вектора \vec{E} (он остается перпендикулярным вектору \vec{H}) направлению распространения фазы волны \vec{N} приводит к нарушению поперечности волны внутри анизотропной среды. Поперечность сохраняется, если \vec{N} направлен вдоль одного из трех главных диэлектрических осей кристалла.

Соотношение между скоростями распространения фазы (скорость по нормали) и энергии (скорость по лучу) световой волны. Поток лучистой энергии, как известно, определяется произведением скорости потока энергии, которую называем скоростью по лучу v_S , на плотность энергии поля световой волны ω , т. е.

$$|S| = v_S \omega. \quad (10.13)$$

Поскольку

$$\omega = \frac{1}{8\pi} \vec{E}\vec{D} + \frac{1}{8\pi} H^2 = \frac{n^2}{4\pi} \{E^2 - (\vec{E}\vec{N})^2\}, \quad (10.14)$$

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} [\vec{E}\vec{H}] = \frac{cn}{4\pi} [[\vec{E}\vec{N}]\vec{E}] = \frac{cn}{4\pi} \{\vec{N}E^2 - \vec{E}(\vec{E}\vec{N})\}, \quad (10.15)$$

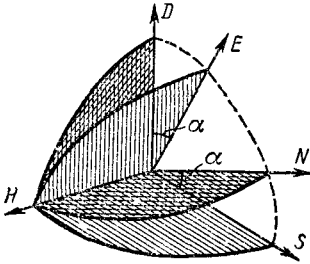


Рис. 10.4

то

$$(\vec{S}\vec{N}) = |\vec{S}| \cos \alpha = \frac{cn}{4\pi} \{ \vec{E}^2 - (\vec{E}\vec{N})^2 \} = \frac{c}{n} \omega = v_N \omega. \quad (10.16)$$

Из (10.13) и (10.16) следует, что

$$v_S \omega = (v_N / \cos \alpha) \omega \quad \text{и} \quad v_N = v_S \cos \alpha.$$

Это и есть уже известное нам соотношение между скоростями распространения фазы и энергии световой волны, которое мы обещали вывести.

Зависимость скорости распространения волны от поляризации. Осталось решить задачу о зависимости скорости распространения световой волны в анизотропной среде, а следовательно, и показателя преломления анизотропной среды от ее конкретных свойств, определяемых главными значениями диэлектрической проницаемости ϵ_x , ϵ_y и ϵ_z . С этой целью составим уравнение, определяющее фазовую скорость (или аналогичным путем скорость по лучу) распространения световой волны в анизотропной среде в зависимости от направления \vec{N} .

Подставим \vec{H} из (10.11) в выражение \vec{D} :

$$\vec{D} = n [\vec{H}\vec{N}] = n^2 [[\vec{N}\vec{E}] \vec{N}] = n^2 \{ \vec{E} - \vec{N} (\vec{E}\vec{N}) \}. \quad (10.17)$$

Спроектировав выражение (10.17) по осям x , y , z и принимая во внимание (10.5), получаем:

$$\left. \begin{aligned} D_x &= n^2 \{ D_x / \epsilon_x - N_x (\vec{E}\vec{N}) \}, \\ D_y &= n^2 \{ D_y / \epsilon_y - N_y (\vec{E}\vec{N}) \}, \\ D_z &= n^2 \{ D_z / \epsilon_z - N_z (\vec{E}\vec{N}) \}, \end{aligned} \right\} \quad (10.17a)$$

где N_x , N_y и N_z — направляющие косинусы единичного вектора \vec{N} .

Так как $(ND) = N_x D_x + N_y D_y + N_z D_z$, то из (10.17a), принимая также во внимание, что $N_x^2 + N_y^2 + N_z^2 = 1$, имеем

$$\frac{N_x^2}{1/\epsilon_x - 1/n^2} + \frac{N_y^2}{1/\epsilon_y - 1/n^2} + \frac{N_z^2}{1/\epsilon_z - 1/n^2} = 0. \quad (10.18)$$

Обозначив $\epsilon_x = n_x^2$, $\epsilon_y = n_y^2$, $\epsilon_z = n_z^2$ и $v_x = c/n_x$, $v_y = c/n_y$, $v_z = c/n_z$, уравнение (10.18) представим в виде

$$\frac{N_x^2}{v_x^2 - v_N^2} + \frac{N_y^2}{v_y^2 - v_N^2} + \frac{N_z^2}{v_z^2 - v_N^2} = 0, \quad (10.19)$$

причем $v_N = c/n$, а v_x , v_y , v_z (так же как и ϵ_x , ϵ_y , ϵ_z или n_x , n_y , n_z) не есть компоненты вектора скорости света по произвольному направлению в кристалле, а являются константами данного кристалла. В частности, v_x есть скорость линейно-поляризованного света, совпадающая с направлением вектора индукции \vec{D} по оси x , распространяющейся перпендикулярно оси x , т. е. либо по оси z , либо по y . Это следует из уравнения (10.19), если принять, что нор-

маль к фронту волны параллельна оси x . Действительно, из уравнения (10.19) имеем

$$N_x^2 (v_y^2 - v_N^2) (v_z^2 - v_N^2) + N_y^2 (v_x^2 - v_N^2) (v_z^2 - v_N^2) + N_z^2 (v_x^2 - v_N^2) (v_y^2 - v_N^2) = 0. \quad (10.19a)$$

При $N_y = N_z = 0$, $N_x = 1$ из (10.19a) имеем

$$(v_y^2 - v_N^2) (v_z^2 - v_N^2) = 0. \quad (10.196)$$

Уравнение (10.196) при $v_N \neq 0$ имеет отличное от нуля решение $v_N = v_y$ при $v_z = 0$, или $v_z = v_N$ при $v_y = 0$, что и требовалось доказать.

Уравнение (10.19) называется уравнением волновых нормалей Френеля и позволяет определить скорость по нормали в зависимости от направления нормали \vec{N} , заданного N_x, N_y, N_z , и от свойства кристалла, заданного главными скоростями v_x, v_y, v_z или главными диэлектрическими проницаемостями $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$. Отметим, что v_x, v_y, v_z — скорости света в случае, когда колебания вектора электрической индукции совершаются по главным диэлектрическим осям, а v_N — скорость световой волны для произвольного направления, но перпендикулярной фронту волны вектора \vec{D} и, следовательно, направленной по нормали \vec{N} .

Уравнение (10.19) квадратично относительно v_N^2 , следовательно, имеет два положительных решения, соответствующих двум различным скоростям v_N для каждого направления нормали \vec{N} . Это означает, что при распространении света в анизотропной среде имеет место распространение одновременно двух волн с разными скоростями, которым соответствуют взаимно перпендикулярные направления колебания вектора электрической индукции*. Очевидно, что при этом каждому направлению распространения и каждой поляризации будет соответствовать свой показатель преломления. Такая зависимость показателя преломления от поляризации волны приводит к раздвоению луча (двулучепреломлению) при прохождении анизотропных сред.

Аналогичным путем можно получить и так называемое лучевое уравнение, которое имеет вид

$$\frac{S_x^2}{1/v_x^2 - 1/v_S^2} + \frac{S_y^2}{1/v_y^2 - 1/v_S^2} + \frac{S_z^2}{1/v_z^2 - 1/v_S^2} = 0,$$

или

$$\frac{v_x^2 S_x^2}{v_S^2 - v_x^2} + \frac{v_y^2 S_y^2}{v_S^2 - v_y^2} + \frac{v_z^2 S_z^2}{v_S^2 - v_z^2} = 0, \quad (10.20)$$

где S_x, S_y, S_z — направляющие косинусы вектора \vec{S} , v_S — скорость по лучу, v_x, v_y, v_z — те же скорости, что и в (10.19).

Если проанализировать уравнение (10.20) так же, как это мы сделали с уравнением (10.19), придем к выводу, что при распро-

* См.: Борн М., Вольф Э. Основы оптики, гл. XIV, § 14. 2.3.

странении света в анизотропной среде имеет место распространение одновременно двух волн с разными скоростями по лучу, соответствующих двум взаимно перпендикулярным колебаниям вектора напряженности светового поля \vec{E} . К такому же выводу можно было бы прийти без анализа уравнения (10.20), исходя из (10.7). Действительно, если данному направлению распространения света в анизотропной среде соответствуют два значения скорости по нормали v'_N и v''_N , соответствующие двум взаимно перпендикулярным ориентациям векторов \vec{D}_1 и \vec{D}_2 , то согласно (10.7) этим двум значениям скорости по нормали соответствуют два значения скорости

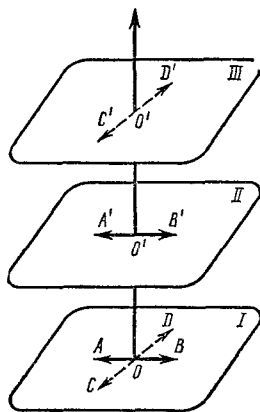


Рис. 10.5

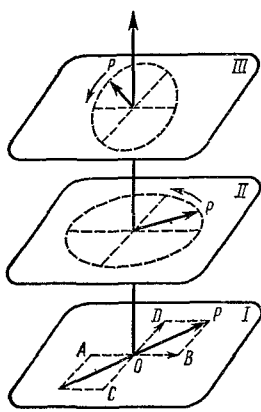


Рис. 10.6

по лучу v'_s и v''_s , определяемые двумя взаимно перпендикулярными ориентациями векторов \vec{E}_1 и \vec{E}_2 .

Превращение плоскополяризованной волны в эллиптически-поляризованную внутри анизотропной среды. Мы видели, что при прохождении плоскополяризованного света в анизотропной среде распространение происходит с двумя различными фазовыми скоростями и с двумя скоростями по лучу, соответствующими двум взаимно перпендикулярным направлениям векторов \vec{D} в первом, векторов \vec{E} во втором случае.

Если вектор \vec{E} в падающей плоскополяризованной волне направлен параллельно одному из этих двух взаимно перпендикулярных направлений, обозначенных на рис. 10.5, I через AB- и CD, то плоскополяризованный свет в этом случае распространяется через среду, оставаясь плоскополяризованным (рис. 10.5, II или III). Если же вектор \vec{E} в падающем линейно-поляризованном свете не совпадает ни с одним из вышеуказанных двух взаимно перпендикулярных направлений, то по мере прохождения волны в анизотропной среде должно происходить превращение линейной поляризации в эллиптическую с изменяющимися параметрами эллипса. Чтобы

убедиться в этом, обратимся к рис. 10.6, где выбранные направления, так же как и на рис. 10.5, обозначены через AB и CD .

Пусть электрический вектор в падающем свете колеблется вдоль OP . Разложим его на два колебания OB и OD , распространяющихся с разными скоростями и, следовательно, приобретающими разность фаз. Как это нам уже известно из предыдущей главы, сложение двух взаимно перпендикулярных колебаний приводит к эллиптической поляризации, форма и направление вращения которой определяются разностью фаз слагаемых колебаний. Следовательно, разложение колебания вдоль OP на взаимно перпендикулярные составляющие вдоль OD и OB приводит к превращению плоского колебания вдоль OP в эллиптическое с нарастающей по мере прохождения в среде разностью фаз между соответствующими составляющими (рис. 10.6, II и III).

§ 3. ЭЛЛИпсоИД ВОЛНОВЫХ НОРМАЛЕЙ (ОПТИЧЕСКАЯ ИНДИКАТРИСА) И ЛУЧЕВОЙ ЭЛЛИпсоИД

Эллипсоид волновых нормалей (оптическая индикатриса). Введенные нами скорости по нормали v'_N и v''_N могут быть определены с помощью вспомогательной поверхности, называемой эллипсоидом волновых нормалей или оптической индикатрисой.

Выведем уравнение оптической индикатрисы и ознакомимся с методом определения скоростей по лучу и показателей преломления для различных направлений распространения света в анизотропной среде.

Будем исходить из выражения плотности энергии электромагнитного поля в кристалле

$$\omega = \frac{1}{8\pi} (\vec{D}\vec{E}) = \frac{1}{8\pi} (D_x^2/\epsilon_x + D_y^2/\epsilon_y + D_z^2/\epsilon_z). \quad (10.21)$$

При заданной интенсивности световой волны плотность энергии поля есть величина постоянная, т. е.

$$D_x^2/\epsilon_x + D_y^2/\epsilon_y + D_z^2/\epsilon_z = 8\pi\omega = \text{const}. \quad (10.22)$$

Заменяя $D_x/\sqrt{8\pi\omega}$, $D_y/\sqrt{8\pi\omega}$ и $D_z/\sqrt{8\pi\omega}$ соответственно на x , y , z и рассматривая их как декартовы координаты в пространстве, получаем

$$x^2/\epsilon_x + y^2/\epsilon_y + z^2/\epsilon_z = 1. \quad (10.23)$$

Пользуясь истинными выражениями $\epsilon_x = n_x^2$, $\epsilon_y = n_y^2$ и $\epsilon_z = n_z^2$, где n_x , n_y , n_z — главные значения показателя преломления кристалла, перепишем (10.23) в виде

$$x^2/n_x^2 + y^2/n_y^2 + z^2/n_z^2 = 1. \quad (10.24)$$

Уравнения (10.23) и (10.24) описывают оптическую индикатрису — эллипсоид волновых нормалей, полуоси которого равны квадратному корню из главных диэлектрических проницаемостей и совпадают по направлению с главными диэлектрическими осями.

Чтобы определить показатель преломления света, распространяющегося в заданном направлении, необходимо рассмотреть сечение оптической индикатрисы (эллипсоида), перпендикулярное этому направлению и проходящее через начало координат (рис. 10.7). Сечение это в общем случае представляет собой эллипс, направления главных осей которого указывает направление колебаний вектора \vec{D} . Соответствующий показатель преломления представляет собой длину полуоси этого сечения, измеренного в направлении вектора индукции. Ввиду того что указанное сечение в общем является эллипсом, получаемый таким образом показатель преломления зависит от направления поляризации. Аналогичным путем можно определить и главные скорости по нормали v'_N и v''_N по любому направлению в кристалле при известных сечениях индикатрисы, перпендикулярных данному направлению. Для определения скоростей v'_N и v''_N вдоль данного направления проводят сечение эллипсоида перпендикулярно данному направлению (рис. 10.7). Сечение это, как уже об этом говорили, является эллипсоидом со взаимно перпендикулярными осями MM и M_1M_1 , вдоль которых происходят колебания векторов электрической индукции двух распространяющихся вдоль ON плоскополяризованных волн. Скорости v'_N и v''_N обратно пропорциональны соответственно длинам полуосей OM и OM_1 , направленных вдоль \vec{D}_1 и \vec{D}_2 .

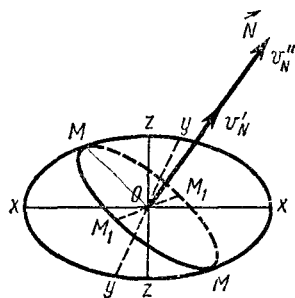


Рис. 10.7

Лучевой эллипсоид. Подобным же образом можно составить представление и о лучевых скоростях v'_S и v''_S . Для их определения воспользуемся связанной с оптической индикатрисой вспомогательной поверхностью, носящей название лучевого эллипсоида и выражаемой уравнением

$$\epsilon_x x^2 + \epsilon_y y^2 + \epsilon_z z^2 = 1. \quad (10.25)$$

Если воспользоваться выражением $\sqrt{\epsilon} = \frac{c}{v_S}$, то уравнение (10.25) можно переписать в виде

$$x^2/(v_S)_x^2 + y^2/(v_S)_y^2 + z^2/(v_S)_z^2 = 1/c^2, \quad (10.26)$$

где c — скорость света в пустоте, $(v_S)_x$, $(v_S)_y$ и $(v_S)_z$ — главные лучевые скорости.

Нахождение величин лучевых скоростей производится подобно скоростям по нормали. В частности, если центральное сечение эллипсоида (10.25), перпендикулярное направлению луча \vec{S} , является эллипсом, то направления его главных осей указывают на два допустимых направления электрического вектора \vec{E}_1 и \vec{E}_2 , а длины полуосей равны лучевым скоростям v'_S и v''_S .

При ознакомлении в § 5 данной главы с так называемой лучевой поверхностью (а также с поверхностью нормалей) убедимся, что заданному направлению луча соответствуют два направления нормалей, а заданному направлению нормали — два направления лучей с разными скоростями по нормали и по лучу соответственно.

§ 4. ОПТИЧЕСКИЕ ОСИ ПЕРВОГО И ВТОРОГО РОДА

Уравнения (10.19) и (10.20), как мы отметили, являются квадратичными соответственно относительно v'_N и v'_S . Это означает, что каждому направлению волновой нормали \vec{N} соответствуют две скорости по нормали v'_N и v''_N , а каждому направлению луча \vec{S} — две скорости по лучу v'_S и v''_S , причем каждое из двух возможных значений скорости по нормали соответствует одной из двух линейно-поляризованных плоских волн, которые могут распространяться по данному направлению \vec{N} . То же самое можно говорить и о скоростях по лучу, которые распространяются по данному направлению \vec{S} . Следует еще раз отметить, что упомянутые две волны по \vec{N} (а также по \vec{S}) поляризованы перпендикулярно друг другу.

Оказывается, существуют направления в кристалле, вдоль которых волна распространяется с одной единственной скоростью по

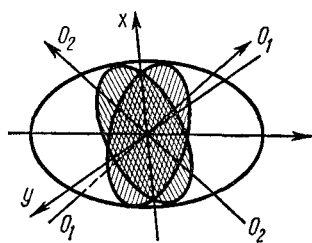


Рис. 10.8

нормали или по лучу. Направление в кристалле, по которому световые волны независимо от их состояний поляризации распространяются с одной лучевой скоростью, называется оптической осью первого рода или осью единственной лучевой скорости. Направление, по которому световые волны произвольной плоской поляризации распространяются с одной и той же фазовой скоростью, называется осью единственной

фазовой скорости или оптической осью второго рода. Направления оптических осей первого и второго родов мало отличаются друг от друга.

Поскольку величины скоростей по лучу и нормали определяются длинами полуосей сечения эллипсоида, ориентированного перпендикулярно соответственно направлениям луча \vec{S} и нормали \vec{N} , то очевидно, что оптические оси есть направления, перпендикулярные сечениям с одинаковыми длинами полуосей, т. е. круговым сечениям. Из стереометрии известно, что любой эллипсоид в общем случае имеет два круговых сечения, расположенных симметрично относительно его главных осей. На рис. 10.8 показаны эти сечения, которые направлены перпендикулярно осям O_1O_1 и O_2O_2 . Следовательно, в общем случае кристаллы могут быть двуосными. В частности, при равенстве двух из трех главных значений диэлектрической проницаемости (например, $\epsilon_x = \epsilon_y \neq \epsilon_z$) оптическая индикатриса превращается в эллипсоид вращения и кристалл становится

одноосным (кварц, исландский шпат и т. д.). Другими словами, оба круговых сечения эллипсоида совпадают между собой, поэтому обе оптические оси сливаются в одну и мы имеем одноосный кристалл. Одноосный кристалл как бы является предельным случаем двусосного, в котором две оси кристалла образуют между собой бесконечно малый угол.

Возможен при изменении внешних условий переход двусосного кристалла в одноосный. Например, двусосный при комнатной температуре кристалл сульфата натрия становится одноосным для фиолетового цвета при температуре около 40°C .

Следует отметить, что величина угла между оптическими осями у разных кристаллов различна. Приведем два примера: оптические оси первого рода двусосного кристалла KNO_3 составляют между собой $7^{\circ}12'$. Этот угол для FeSO_4 равен $85^{\circ}27'$.

§ 5. ВОЛНОВАЯ (ЛУЧЕВАЯ) ПОВЕРХНОСТЬ И ПОВЕРХНОСТЬ НОРМАЛЕЙ

Волновая (лучевая) поверхность. Изучение распространения световой волны в анизотропной среде может быть, как мы видели, в равной мере осуществлено, исходя как из скоростей по лучу, так и из скоростей по нормали. Знание значений лучевых скоростей и скоростей по нормали по всем направлениям в кристалле позволяет построить вспомогательные поверхности, характеризующие распространение света в данном кристалле.

Пусть из некоторой точки внутри кристалла распространяется свет по разным направлениям. Если по любому выбранному направлению отложить из этой точки отрезки, равные $v'st$ и $v''st$ (где t — время распространения света внутри кристалла, $v's$ и $v''s$ — лучевые скорости по данному направлению), то геометрические места концов этих отрезков для разных направлений образуют двухполостную, так называемую лучевую, поверхность. Она, вообще говоря, имеет сложный вид, и поэтому ее рассмотрение производят в основном по трем ее главным сечениям, нормальным к главным осям лучевого эллипсоида. Двухполостная лучевая поверхность обладает в общем случае четырьмя точками встречи внешней и внутренней полости. Две прямые линии, соединяющие эти четыре точки попарно и расположенные симметрично относительно главных направлений кристалла (рис. 10.8), обладают особым свойством — вдоль каждого из них свет распространяется с единственной для данного направления лучевой скоростью. Эти две линии являются оптическими осями первого рода.

Можно доказать, что лучевая поверхность представляет собой поверхность равной фазы для волны, исходящей из некоторой точки внутри кристалла, поэтому она называется также волновой поверхностью. Поскольку фронт волны является касательной к лучевой поверхности, то лучевую поверхность в кристалле можно представить как огибающую поверхность всех волн в некоторый момент времени.

Поверхность нормалей. Аналогичным образом вводится так называемая поверхность нормалей, представляющая собой геометрическое место концов отрезков, равных в данном направлении $v'_N t$ и $v''_N t$ (v'_N и v''_N — скорости по нормали). Поверхность нормалей также представляет собой двухполостную «самопересекающуюся» в четырех точках, поверхность. Проведенные через эти четыре точки две линии, расположенные симметрично относительно главных осей индикатрисы, вдоль которых свет распространяется с единственной фазовой скоростью, являются оптическими осями второго рода.

При изучении распространения света в анизотропной среде нами были введены четыре вспомогательных поверхности — лучевой эллипсоид и оптическая индикатриса, лучевая поверхность и поверхность нормалей. Если нам известна форма одной из этих поверхностей, то путем соответствующих преобразований можно определить форму любой другой. Отметим, что при помощи оптической индикатрисы удается особенно просто рассмотреть оптические свойства кристалла.

Лучевая поверхность в двuosных кристаллах. Рассмотрим сечения лучевой поверхности координатными плоскостями. С этой целью перепишем уравнение (10.20) с учетом принятых нами обозначений: $v_S S_x = x$, $v_S S_y = y$, $v_S S_z = z$. Получаем

$$\frac{x^2 v_x^2}{v_S^2 - v_x^2} + \frac{y^2 v_y^2}{v_S^2 - v_y^2} + \frac{z^2 v_z^2}{v_S^2 - v_z^2} = 0. \quad (10.27)$$

Это есть уравнение лучевой поверхности. Найдем сечение лучевой поверхности плоскостью xy . Подставляя в (10.27) $z = 0$, получаем

$$\frac{x^2 v_x^2}{v_S^2 - v_x^2} + \frac{y^2 v_y^2}{v_S^2 - v_y^2} = 0. \quad (10.28)$$

Отсюда

$$v_S^2 (x^2 v_x^2 + y^2 v_y^2) = (x^2 + y^2) v_x^2 v_y^2. \quad (10.29)$$

Поскольку $x^2 + y^2 = v_S^2 r^2$, то $x^2 v_x^2 + y^2 v_y^2 = v_x^2 v_y^2 r^2$ и

$$x^2/v_y^2 + y^2/v_x^2 = 1. \quad (10.30)$$

Уравнение (10.29), как известно, есть уравнение эллипса с полуосями v_x и v_y . Если учесть, что при переходе от (10.29) к (10.30) мы отбросили решение

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = v_z, \quad (10.31)$$

то приходим к выводу, что плоскость xy пересекает лучевую поверхность по кругу радиуса v_z и по эллипсу с полуосями v_x , v_y .

Сечения лучевой поверхности двумя другими координатными плоскостями (xz и yz) также дают круг и эллипс; различие состоит в относительном расположении этих двух кривых.

Если принять для определенности $v_x > v_y > v_z$, что не нарушает общности рассмотрения, то сечения лучевой поверхности координатными плоскостями xz и xy будут иметь вид, показанный

на рис. 10.9 а, б. Как видно из рис. 10.9, а, окружность расположена внутри эллипса в плоскости xz , круг и эллипс пересекаются в плоскости xy в четырех точках. Эти точки пересечения соответствуют пересечениям оптических осей (первого рода в данном случае) двуосного кристалла с лучевой поверхностью. В случае сечения лучевой поверхности координатной плоскостью yz эллипс будет расположен внутри круга.

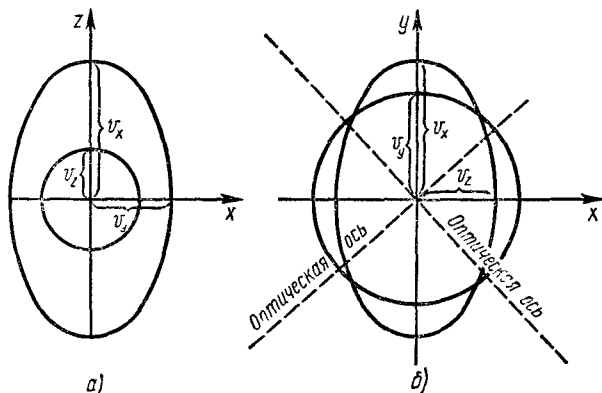


Рис. 10.9

Лучевая поверхность в одноосных кристаллах. Для одноосных кристаллов две из трех главных скоростей равны между собой; поэтому трехосный лучевой эллипсоид превращается в эллипсоид вращения. Следовательно, у одноосных кристаллов двухполостная лучевая поверхность переходит в совокупность эллипсоида вращения и шара с двумя точками касания, расположенными на оптической оси.



Рис. 10.10



Рис. 10.11

Если $v_x = v_y > v_z$, то эллипсоид вращения (лучевая поверхность необыкновенного луча) расположен внутри сферы (рис. 10.10) и оптическая ось совпадает с осью z . Такой кристалл (например, кварц) называется положительным ($n_x = n_y \equiv n_o < n_z \equiv n_e$). Если же $v_x = v_y < v_z$, то сфера расположена внутри эллипсоида вращения (рис. 10.11) и такой кристалл (например, исландский шпат) называется отрицательным ($n_o > n_e$).

Различное поведение обыкновенного и необыкновенного лучей обусловлено различной ориентацией электрического вектора * относительно оптической оси кристалла. Электрический вектор обыкновенного луча колеблется перпендикулярно оптической оси. Поэтому при любом направлении распространения обыкновенного луча взаимная ориентация электрического вектора и оптической оси остается неизменной, что приводит к независимости скорости распространения обыкновенного луча от направления ($v_x = v_y = v_0$).

В необыкновенном луче электрический вектор расположен в главном сечении (плоскости, проходящей через оптическую ось кристалла и падающий луч). В результате этого в зависимости от направления распространения необыкновенной волны угол между электрическим вектором и оптической осью меняется от 0 до 90° , что приводит к изменению скорости распространения необыкновенного луча $v_z = v_e$ от некоторого максимального или минимального (в зависимости от знака кристалла) значения скорости v_e до значения скорости обыкновенного луча v_0 . Соответственно показатель преломления для необыкновенного луча в зависимости от направления распространения в кристалле принимает значения между n_0 и n_e .

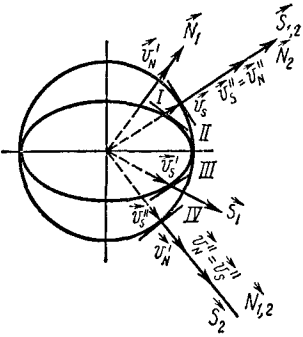


Рис. 10.12

Например, для исландского шпата (отрицательный кристалл) $n_0 = 1,658$; $n_e = 1,486$.

В заключение покажем, исходя из лучевых поверхностей в одноосных кристаллах, что двум лучам со скоростями \vec{v}_S и \vec{v}_S' , идущим по одному и тому же направлению $\vec{S}_{1,2}$, соответствуют два не параллельных между собой плоских фронта со скоростями распространения \vec{v}_N и \vec{v}_N' и с нормальными \vec{N}_1 и \vec{N}_2 . С этой целью направим из некоторой точки O кристалла (рис. 10.12) луч света $\vec{S}_{1,2}$. Очевидно, что в этом направлении луч распространяется с двумя различными скоростями \vec{v}_S и \vec{v}_S' . Если учесть, что плоскости, касательные к лучевой поверхности в точке пересечения ее с лучом, являются плоскостями волнового фронта и скорости по нормали перпендикулярны этим плоскостям и что, кроме того, нормаль и луч для обыкновенного луча направлены вдоль одной линии, то, проведя нормали к поверхностям I и II , получим $\vec{v}_N \neq \vec{v}_N'$. Аналогичным образом убедимся, что двум параллельным фронтам волны с нормалью $\vec{N}_{1,2}$ и со скоростями распространения \vec{v}_N и \vec{v}_N' соответствуют два луча \vec{S}_1 и \vec{S}_2 со скоростями $\vec{v}_S \neq \vec{v}_S'$, образующие некоторый угол между собой (рис. 10.12). Чтобы найти направление луча \vec{S}_1 , нужно провести касательную к эллипсоидальной поверхности (пло-

* См.: Борн М., Вольф Э. Основы оптики, гл. XIV, § 14. 2.3.

кость III) перпендикулярно нормали $\vec{N}_{1,2}$ и провести прямую, проходящую через точку O и точку касания.

Вышеизложенное позволяет нам еще раз отметить, что каждая падающая на одноосный кристалл волна в общем случае вызывает две преломленные волны. Каждой преломленной волне соответствует свое направление луча и своя лучевая скорость — скорость распространения энергии в кристалле. Обыкновенный луч распространяется по направлению нормали к волне со скоростью, не зависящей от направления. Необыкновенный луч образует с нормалью некоторый угол и имеет скорость, зависящую от направления. Это явление мы и называем двойным лучепреломлением.

§ 6. ПОСТРОЕНИЕ ГЮЙГЕНСА В ОДНООСНЫХ КРИСТАЛЛАХ

Общие замечания. В своем «Трактате о свете», написанном в 1690 г., Гюйгенс впервые дал объяснение двойному лучепреломлению в одноосных кристаллах. При этом Гюйгенс исходил из предположения, что обыкновенному лучу соответствует возникновение в кристалле лучевой поверхности в виде сферы, а необыкновенному — в виде эллипсоида вращения. Далее, опираясь на уже известный нам принцип, Гюйгенс нашел пути прохождения обыкновенного и необыкновенного лучей в одноосном кристалле.

Согласно методу Гюйгенса, каждая точка, до которой доходит световое возбуждение, является центром возникающих вторичных волн. Огибающие этих вторичных волн определяют фронт соответствующих волн.

При переходе света через границу раздела двух изотропных сред наблюдается преломление света, закономерности которого вытекают из принципа Гюйгенса. Со способом построения преломленного луча мы уже знакомы. Аналогичное построение имеет место при переходе света из изотропной среды в анизотропную. В этом случае при известном знаке кристалла и направлении оптической оси строят лучевые поверхности обыкновенного и необыкновенного лучей.

Следует отметить, что построение Гюйгенса дает направление нормалей (положение волнового фронта), а не лучей (положение лучевой поверхности), представляющих собой направление распространения световой энергии. Однако, несмотря на то что на опыте мы наблюдаем непосредственно за поведением луча, а не за нормалью к волне, легко выполнимое (простое и наглядное) построение Гюйгенса для нормалей в ряде случаев чрезвычайно облегчает правильное решение задачи. Кроме того, надо учесть, что, вообще говоря, угол между \vec{S} и \vec{N} невелик.

При распространении в одноосном кристалле плоского фронта волны можно вместо лучей провести семейство нормалей. Нормали, хотя и не совпадают с направлением переноса энергии, также характеризуют распространение света в кристалле.

Используем представления о сферической и эллипсоидальной лучевых поверхностях для построения обыкновенных и необыкновенных

венных лучей в одноосных кристаллах для некоторых частных случаев.

Случай 1. Оптическая ось положительного кристалла лежит в плоскости падения под косым углом к преломляющей грани кристалла (рис. 10.13). Параллельный пучок света падает под углом к поверхности кристалла. Очевидно, что за время, в течение которого правый край B фронта волны AB достигает точки D на поверхности кристалла, вокруг каждой из точек на поверхности кристалла между A и D возникают две лучевые поверхности — сферическая и эллипсоидальная. Эти две поверхности соприкасаются друг с другом вдоль оптической оси. Из-за положительности кристалла эллипсоид будет вписан в сферу, т. е. все точки эллипсоида будут расположены внутри сферической поверхности. Для

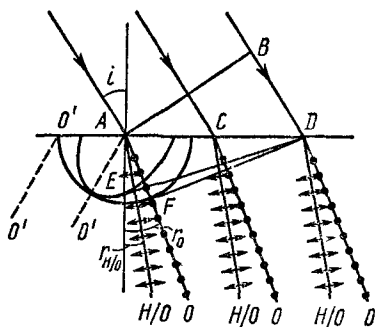


Рис. 10.13

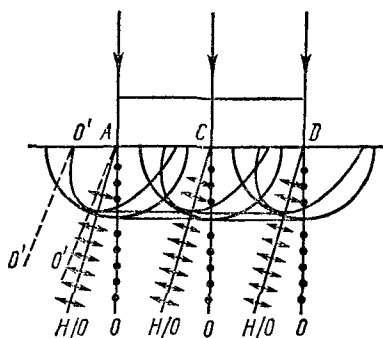


Рис. 10.14

нахождения фронтов обыкновенной и необыкновенной волн проводим (по принципу Гюйгенса) касательные DF и DE соответственно к сферам и эллипсоидам. Линии, соединяющие точку A (а также точки C и др.) с точками касания сферической и эллипсоидальной поверхностей с плоскостями DF и DE , дают нам соответственно обыкновенный и необыкновенный лучи. Так как главное сечение кристалла в данном случае совпадает с плоскостью чертежа, то электрические векторы необыкновенного и обыкновенного лучей колеблются в этой плоскости (стрелки на рис. 10.13) и перпендикулярно (точки на рис. 10.13) соответственно. Как видно из чертежа, необыкновенные лучи не перпендикулярны волновому фронту. В данном случае $r_e < r_o$.

Случай 2. Оптическая ось $O'O'$ расположена под углом к преломляющей грани. Направим параллельный пучок света перпендикулярно поверхности положительного кристалла (рис. 10.14).

Вследствие параллельности плоского фронта падающей волны к поверхности кристалла вокруг всех точек (от A до D) возникнут сферические волновые поверхности одинакового радиуса и эллипсоидальные волновые поверхности. В результате этого волновой фронт обыкновенной волны внутри кристалла будет параллелен падающему и обыкновенные лучи AO , CO , DO и другие будут рас-

пространяться, не преломившись. Как следует из рис. 10.14, необыкновенные лучи отклоняются вправо от обыкновенных при своем преломлении.

Случай 3. Оптическая ось $O'O'$ положительного кристалла параллельна преломляющей грани и плоскости падения. Луч света падает нормально к поверхности кристалла (рис. 10.15). В этом случае обыкновенный и необыкновенный лучи распространяются, не преломившись, в направлении падения, но с разными скоростями ($v_o > v_e$). Для отрицательного кристалла получится тот же результат с той лишь разницей, что $v_o < v_e$. Если бы в данном случае луч падал под некоторым углом, отличным от нуля,

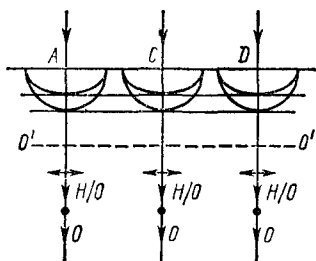


Рис. 10.15

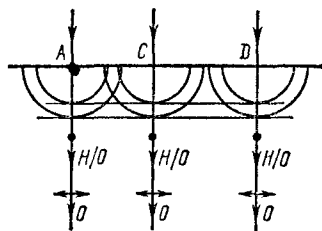


Рис. 10.16

то обыкновенный и необыкновенный лучи, преломившись, отделились бы друг от друга. Тогда для положительных кристаллов угол преломления обыкновенного луча будет меньше угла преломления необыкновенного, а для отрицательных кристаллов — наоборот.

Случай 4. Луч света падает нормально к поверхности кристалла, оптическая ось (на рис. 10.16 показана точкой внутри кружка) параллельна преломляющей грани и перпендикулярна плоскости падения. Так как эллипсоид и сфера должны соприкасаться вдоль оптической оси, то их сечения плоскостью чертежа представляют собой концентрические окружности разных радиусов. И в этом случае оба луча распространяются по направлению падающего луча с разными скоростями. Электрический вектор обыкновенного луча (изображен стрелкой) расположен в плоскости чертежа, в то время как электрический вектор необыкновенного луча направлен перпендикулярно плоскости чертежа (изображен точкой).

Можно было бы рассмотреть и другие случаи построения обыкновенных и необыкновенных лучей в одноосных кристаллах. Приведенные построения позволяют убедиться в универсальности метода Гюйгенса.

Глава XI

ДИСПЕРСИЯ И ПОГЛОЩЕНИЕ СВЕТА

§ 1. ДИСПЕРСИЯ СВЕТА *

Ньютоном (1672 г.) экспериментально было установлено, что показатель преломления стеклянной призмы зависит от длины волны падающего света, т. е. $n = f(\lambda)$. Схема опыта Ньютона представлена на рис. 11.1. Две призмы расположены так, что их преломляющие ребра перпендикулярны друг другу. Такие «скрещенные призмы» разлагают проходящий пучок света в спектр в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Цветная полоса,

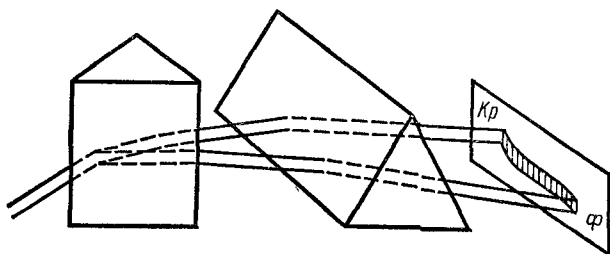


Рис. 11.1

полученная от первой призмы, отклоняется второй призмой в разных своих частях по-разному. В результате форма и расположение спектра определяются преломляющей способностью обеих призм.

Нормальная дисперсия. Как известно, зависимость показателя преломления от длины волны (дисперсия) не нашла объяснения в электромагнитной теории Максвелла, согласно которой $n^2 = \epsilon$.

Коши, используя идеи Френеля об учете влияния молекул вещества на частички эфира, предложил в первой половине XIX в. формулу зависимости n от λ_0 :

$$n = A + \frac{B}{\lambda_0^2} + \frac{C}{\lambda_0^4} + \dots \quad (11.1)$$

Согласно формуле (11.1), показатель преломления уменьшается с ростом длины волны.

* Наряду с другими разделами молекулярной оптики более подробное изложение дисперсии света см.: В о л ь к е н ш т е й н М. В. Молекулярная оптика. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1951, е г о ж е. Строение и физические свойства молекул. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1955.

Аномальная дисперсия. Формула Коши хорошо описывает дисперсию в области спектра, в которой данное тело не поглощает свет. В области же полосы поглощения * обнаружена аномальная зависимость показателя преломления от длины волны — возрастание показателя преломления с увеличением длины волны. Явление это впервые было обнаружено Леру (1862 г.) при прохождении света через пары иода. Он установил, что при прохождении света через полую призму, наполненную парами иода, синие лучи преломляются меньше, чем красные. Такое отклонение зависимости показателя преломления от длины волны Леру назвал аномальной дисперсией

Кундт, проведя более тщательные опыты, установил, что явление аномальной дисперсии связано с поглощением света, точнее, аномальная дисперсия происходит непосредственно в области подос поглощения. В этом можно убедиться также с помощью графика зависимости показателя преломления раствора цианина от длины волны (рис. 11.2).

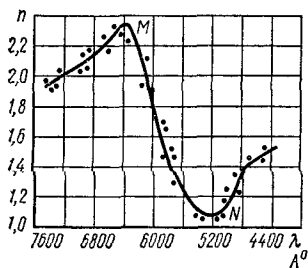


Рис. 11.2

Как видно из рисунка, в области полос поглощения от M до N показатель преломления резко уменьшается с увеличением длины волны, т. е. наблюдается аномальная дисперсия. Аналогичная зависимость наблюдалась и для других веществ (паров натрия и др.). У всех без исключения веществ существуют области аномальной дисперсии. Однако не обязательно, чтобы эти области для всех веществ находились в видимой части спектра. Например, такие прозрачные для видимого спектра тела, как стекло, кварц и др., не имеют аномальной дисперсии на всем протяжении видимого спектра. Аномальная дисперсия наблюдается для стекла в области около 3500 Å, для кварца — около 1900 Å, для флюорита — около 1300 Å. Вообще для каждого вещества существует не одна, а несколько областей или полос поглощения. Поэтому полная дисперсионная картина вещества состоит из областей аномальной дисперсии, соответствующих областям внутри полос (или линий) поглощения, и областей нормальной дисперсии, расположенных между полосами (или линиями) поглощения.

§ 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ АНОМАЛЬНОЙ ДИСПЕРСИИ

Метод скрещенных приборов. Первые серьезные опыты по изучению аномальной дисперсии были выполнены Кундтом и Вудом. Они использовали усовершенствованный метод скрещенных призм Ньютона. Экспериментальное наблюдение аномальной дисперсии

* Если пользоваться источником света, излучающим всевозможные длины волн (источник сплошного спектра), то, как показывают опыты, в зависимости от свойств среды поглощение происходит в отдельных узких или широких интервалах длин волн, т. е. существуют отдельные полосы поглощения.

затруднено тем, что аномальная дисперсия всегда возникает в той области спектра, где данное вещество сильно поглощает световую энергию. Кроме того, несмотря на то что наиболее отчетливая картина аномальной дисперсии наблюдается у газов (паров), характеризующихся отдельными резкими линиями поглощения, малая величина показателя преломления в газах (при исследовании вблизи линий поглощения необходимо брать газ малой плотности) вызывает необходимость использования интерференционных рефрактометров в сочетании со спектральными приборами. Этим методом пользовались многие исследователи при изучении аномальной дисперсии.

Метод скрещенных приборов был усовершенствован Д. С. Рождественским. При исследовании аномальной дисперсии в парах натрия он применил видоизмененный * интерферометр Жамена в сочетании с дифракционной решеткой. Вместо дифракционной решетки можно пользоваться призмными спектрографами. Упрощенная схема метода скрещенных приборов представлена на рис. 11.3.

Через интерферометр, состоящий из двух полупрозрачных (Π_1 и Π_3) и двух непрозрачных зеркал (Π_2 и Π_4) пропускается свет от источника сплошного спектра. Интерференционная картина, полученная в виде горизонтальных полос, с помощью линзы \mathcal{L}_2 проектируется на щель спектрографа. Спектрограф располагается так, чтобы щель его была

направлена перпендикулярно к горизонтально расположенным полосам интерференции. В обе ветви интерферометров вводятся две одинаковые кюветы T_1 и T_2 . В одну из кювет (расположенную внутри вакуумной печи) вводится исследуемый материал, в данном случае пары натрия. Путем нагрева до нужной температуры можно получить пары натрия при необходимом давлении. Вторая кювета откачивается. Если кювета с металлом не нагрета, то из-за отсутствия паров натрия нулевая полоса (полоса, для которой разность хода двух интерферирующих лучей равна нулю) будет прямойлинейной и пройдет через середину перпендикулярно расположенной щели спектрографа. Выше и ниже этой легко отличимой от других ахроматической полосы располагаются полосы первого, второго порядков и т. д. Так как расстояние между полосами тем больше, чем больше длина волны, а линии дисперсии интерферометра (линия дисперсии направлена вдоль оси y) и спектрографа (линия дисперсии направлена вдоль оси x) взаимно перпендикулярны, то в результате действия обоих приборов в пло-

Рис. 11.3

* Интерферометр Рождественского позволяет (путем изменения расстояния между зеркалами Π_1 и Π_2 на рис. 11.3) обеспечить требуемое разведение (до нескольких десятков сантиметров) пучков 1 и 2.

скости изображения (кассеты) спектрографа получаются искривленные светлые и темные полосы. При этом система полос сужается от красного конца спектра к фиолетовому (рис. 11.4).

Очевидно, что если y направить вдоль щели спектрографа, а начало координат совместить с серединой щели, то координата m -й полосы будет определяться как

$$y_m(\lambda) = bm\lambda,$$

где b — коэффициент пропорциональности, величина которого зависит от параметров прибора и его настройки. Действительно, горизонтальные интерференционные полосы, проектируемые объективом на вертикальную щель спектрографа, соответствуют уравнению

$$\Delta l = m\lambda,$$

где Δl — разность хода в обоих плечах интерферометра. Поскольку величина Δl линейно растет вдоль высоты щели, то для развернутой в спектр m -й полосы имеем $y = \frac{m}{b_1} \lambda = bm\lambda$, где $b = 1/b_1$.

Если нагреть кювету, внутри которой находится натрий, настолько, чтобы в ней появились пары натрия, то из-за наличия на пути одного из лучей интерферометра плоскопараллельного слоя вещества (паров натрия) толщиной h с показателем преломления n возникает дополнительная разность хода

$$\Delta l = \pm h(n - 1),$$

где знак « \pm » указывает, на пути какого именно из двух лучей помещена кювета с парами натрия. В результате возникновения дополнительной разности хода происходит смещение интерференционной полосы вдоль щели спектрографа и полоса принимает форму, соответствующую уравнению

$$y = bm\lambda \pm b(n - 1)h.$$

Как следует из этого уравнения, нулевая полоса непосредственно дает в определенном масштабе кривую дисперсии $y = b(n - 1)h$. Масштаб этот определился настройкой интерферометра (b) и толщиной исследуемого слоя (h). Графически дифференцированием кривой дисперсии можно получить кривую $\partial n / \partial \lambda$.

«Крюки» Рождественского *. При исследовании дисперсии паров металлов вблизи линий поглощения резкое изменение направления интерференционных полос приводит к ухудшению точности измерений. С целью увеличения точности Рождественский усовершенствовал вышеописанную установку, вводя в другое плечо

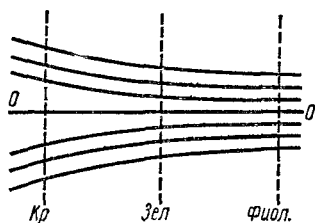


Рис. 11.4

* См.: Рождественский Д. С. Аномальная дисперсия в парах натрия. СПб, 1912.

интерферометра наряду с исследуемым столбом паров плоскопараллельную пластинку стекла, кварца или любого другого прозрачного однородного диспергирующего вещества. Интерференционные полосы, образующиеся при введении одной только пластинки, имеют наклон, противоположный наклону, вызванному парами натрия. Поэтому при одновременном введении паров натрия и пластинки у линий поглощения образуются максимумы и минимумы, другими словами, в результате введения плоскопараллельной пластинки интерференционные полосы в спектрографе изгибаются и образуют вблизи линий поглощения «крюки» (рис. 11.5). Рассмотрим условие образования крюков*.

Каждая интерференционная полоса, наблюдаемая в фокальной плоскости спектрографа, является геометрическим местом точек, для которых разность фаз интерферирующих волн постоянна.



Рис. 11.5

Переход от полосы к полосе соответствует изменению разности фаз на 2π . Фиксируя ординату интерференционной картины и перемещаясь по спектру вдоль оси λ , мы наблюдаем непрерывное изменение разности фаз, другими словами, картина полос является хроматичной. Введение пластинки ахроматизирует интерференционную картину в точках спектра, соответствующих положению вершин крюков. В этих точках полосы касательны к

оси длин волн, что указывает на равенство нулю производной от разности фаз по длине волны:

$$\frac{d}{d\lambda} (\Delta\varphi) = \frac{d}{d\lambda} \left[2\pi \left(\frac{n-1}{\lambda} h - \frac{n_1-1}{\lambda} h_1 \right) \right] = 0,$$

где h , n и h_1 , n_1 — толщина и показатель преломления соответственно слоя паров натрия и введенной в другое плечо интерферометра пластинки.

Проведя дифференцирование, получаем

$$-h \frac{dn}{d\lambda} = h_1 \left(\frac{n_1-1}{\lambda} - \frac{dn_1}{d\lambda} \right) - h \frac{n-1}{\lambda}.$$

Второе слагаемое в правой части этой формулы, как правило, составляет лишь доли процента от первого и им обычно можно пренебречь. При этом правая часть равенства полностью определяется показателем преломления и толщиной пластинки, вводимой в интерферометр для образования крюков. Учитывая это, получим

$$\frac{dn}{d\lambda} = -\frac{h_1}{h} \left(\frac{n_1-1}{\lambda} - \frac{dn_1}{d\lambda} \right). \quad (11.2)$$

* См. Зайдель А. Н., Островская Г. В., Островский Ю. И. Техника и практика спектроскопии. М., 1976.

Как видно из (11.2), при известной толщине h диспергирующей пластинки, показателя преломления n_1 и ее дисперсии $\frac{dn_1}{d\lambda}$, а также при известной толщине слоя исследуемого вещества h можно найти $\frac{dn}{d\lambda}$ — дисперсию исследуемого вещества для тех длин волн, в которых образуются крюки. При изменении толщины пластинки происходит смещение положения вершины крюка вдоль шкалы длин волн, что позволяет исследовать дисперсию в необходимом интервале длин волн. Следовательно, по положению крюков можно провести непосредственное измерение величины дисперсии паров около линии поглощения.

Вышеописанный метод, примененный в 1909—1912 гг. Д. С. Рождественским, детально исследовавшим аномальную дисперсию паров натрия, носит название метода крюков Рождественского. Более подробную информацию как о методе крюков Рождественского, так и о других методах исследования аномальной дисперсии можно получить в цитированной книге А. Н. Зайделя, Г. В. Островской и Ю. И. Островского.

§ 3. ЭЛЕКТРОННАЯ ТЕОРИЯ ДИСПЕРСИИ

Классическая теория дисперсии, предложенная впервые Г. А. Лорентцем, основана на воздействии светового поля (электромагнитной волны) на связанные электроны атомов с учетом их торможения. Согласно электронной теории дисперсии, диэлектрик рассматривается как совокупность осцилляторов, совершающих вынужденные колебания под действием светового излучения.

В простом случае атом рассматривается как гармонический осциллятор с круговой частотой собственного колебания ω_0^0 . Предположение о гармоническом колебании электрона означает, что на него действует упругая сила, линейно возрастающая с увеличением смещения электрона из положения равновесия. Напишем уравнение движения:

$$m\ddot{r} = -qr, \quad (11.3)$$

где m — масса электрона, q — упругая постоянная. Ищем решение в виде

$$\vec{r} = \vec{r}_0 e^{i\omega_0 t}, \quad (11.4)$$

где \vec{r}_0 — амплитуда колебания, $\omega_0 = \sqrt{\frac{q}{m}}$ — круговая частота.

Связь между показателем преломления и поляризуемостью атома. Рассмотрим теперь поведение прозрачного изотропного вещества в электромагнитном поле световой волны. Пусть в единице объема вещества содержится N_1 атомов — осцилляторов. Для простоты будем полагать, что среда состоит из одного сорта атомов и каждый атом содержит только один электрон, взаимодействующий со све-

том. В отсутствие светового поля, как уже отмечали, электрон колеблется около положения равновесия с круговой частотой ω_0 .

Вычислим электрический момент единицы объема, т. е. поляризацию среды, возникшую за счет смещения электронов на некоторое расстояние под влиянием светового поля. Электрические моменты всех атомов будут направлены параллельно; поэтому, заменяя векторное сложение моментов скалярным, имеем

$$P = N_1 p = N_1 e r = N_1 a E, \quad (11.5)$$

где $p = aE$ — наведенный в каждом атоме светом электрический момент (в предположении отсутствия влияния окружающих атомов), a — поляризуемость атома *, E — напряженность светового поля.

Исходя из связи между векторами индукции и поляризации среды имеем

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} = \vec{E} + 4\pi \vec{P}.$$

Так как $\vec{P} = N_1 a \vec{E}$, то

$$\epsilon \vec{E} = \vec{E} + 4\pi N_1 a E.$$

Отсюда

$$\epsilon = 1 + 4\pi N_1 a. \quad (11.6)$$

Показатель преломления найдем, исходя из основного соотношения электромагнитной теории света $n^2 = \epsilon$, справедливого для изотропной и прозрачной сред, которое считаем справедливым и при наличии дисперсии.

Для газов $n \sim 1$ и поэтому

$$n = 1 + 2\pi N_1 a. \quad (11.6a)$$

Итак, показатель преломления среды определяется через оптическую поляризуемость атома (поляризуемость, обусловленную полем световой волны), и, таким образом, задача дисперсии — нахождение зависимости n от λ — сводится к нахождению вида зависимости оптической поляризуемости от длины волны (или от частоты, так как $\omega = 2\pi c/\lambda$, где c — скорость света). Поскольку поляризуемость связана со смещением электрона \vec{r} из положения равновесия, задача дисперсии сводится к нахождению \vec{r} из уравнения движения электрона.

Вычисление показателя преломления. Рассмотрим, какие силы действуют на электрон. Прежде всего на электрон действует возвращающая сила

$$\vec{f}_1 = -q\vec{r}. \quad (11.7)$$

С другой стороны, вследствие излучения энергии (см. гл. II) колебание электрона не может иметь строго гармонического характера — необходимо учитывать затухание колебаний. Если принять во вни-

* В конце этого параграфа доказано, что поляризуемость атома совпадает с размерностью объема и величина ее соответствует кубу радиуса атома.

мание, что атом в течение одного периода теряет очень малую часть накопленной энергии, то, считая, что тормозящая сила пропорциональна скорости движения (колебания) электрона, т. е. подобна силе трения, имеем

$$\vec{f}_2 = -g\dot{\vec{r}}, \quad (11.8)$$

где g — коэффициент пропорциональности, характеризующий затухание.

Если атомы находятся в поле световой волны, то кроме этих двух сил на электрон со стороны светового поля действует сила

$$\vec{f}_3 = e\vec{E}. \quad (11.9)$$

Считаем, что поле световой волны изменяется по гармоническому закону

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\omega t}, \quad (11.10)$$

т. е. падающий на вещество свет является монохроматическим с круговой частотой ω .

Исходя из выражений (11.7) — (11.9), составим уравнение движения электрона с учетом затухания и внешнего поля:

$$m\ddot{\vec{r}} = -q\vec{r} - g\dot{\vec{r}} + e\vec{E}. \quad (11.11)$$

Разделим обе части (11.11) на m и введем обозначение $g/m = \gamma$. Тогда

$$\ddot{\vec{r}} + \gamma\dot{\vec{r}} + \omega_0^2\vec{r} = \frac{e}{m}\vec{E}. \quad (11.12)$$

Как известно, система под действием внешней периодической силы (в данном случае светового поля) совершает вынужденные колебания с частотой внешней силы. Следовательно,

$$\vec{r} = \vec{r}_0 e^{i\omega t}. \quad (11.13)$$

Подставляя (11.13) в (11.12), получим

$$\vec{r} = \frac{e/m}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega} \vec{E}. \quad (11.14)$$

Отсюда

$$a = \frac{p}{E} = \frac{er}{E} = \frac{e^2}{m} \cdot \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega} \quad (11.15)$$

и

$$n^2 = 1 + 4\pi N_1 \frac{e^2}{m} \cdot \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega}. \quad (11.16)$$

Поглощение света. Как следует из (11.15) и (11.16), поляризуемость атома и показатель преломления среды являются комплексными величинами. Это, как легко убедиться, означает, что при распространении плоской волны в данной среде помимо фазы меняется также и амплитуда. Если изменение фазы приводит к различию фазовой скорости света в среде от скорости света в вакууме, в ре-

зультате чего возникает отличный от единицы показатель преломления, то изменение амплитуды приводит к изменению интенсивности света — поглощению.

Обозначая комплексный показатель преломления в (11.16) через \tilde{n} , представим его в виде

$$\tilde{n} = n - i\kappa, \quad (11.17)$$

где n и κ — действительные величины.

Введя аналогичным образом комплексное волновое число $\tilde{k} = \frac{\omega}{c} \tilde{n}$, можно представить результирующую волну в среде, распространяющуюся в некотором направлении x :

$$\begin{aligned} E &= E_0 e^{i(\omega t - \tilde{k}x)} = E_0 e^{i\omega \left(t - \frac{\tilde{n}}{c} x\right)} = \\ &= E_0 e^{-\frac{\omega\kappa}{c} x} \cdot e^{i\omega \left(t - \frac{n}{c} x\right)} = A(x) e^{i\omega \left(t - \frac{n}{c} x\right)}, \end{aligned} \quad (11.18)$$

где $A(x)$ — амплитуда:

$$A(x) = E_0 \exp\left(-\frac{\omega\kappa}{c} x\right). \quad (11.19)$$

Выражение (11.18) описывает плоскую волну с частотой ω , затухающую по закону (11.19). Поскольку интенсивность прямо пропорциональна квадрату амплитуды, то исходя из (11.19) имеем

$$I = I_0 e^{-2\frac{\omega\kappa}{c} x}. \quad (11.20)$$

Как видно из (11.20), введенный выше коэффициент κ выражает поглощение света в среде. Его принято называть коэффициентом экстинкции.

Вычисление n и κ для газов. Вычислим n и κ для более простого случая — для газов*. Так как для газов

$$\begin{aligned} \tilde{n} = n - i\kappa &= 1 + 2\pi N_1 \frac{e^2}{m} \cdot \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega} = \\ &= 1 + 2\pi N_1 \frac{e^2}{m} \cdot \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2} - i2\pi N_1 \frac{e^2}{m} \cdot \frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}, \end{aligned}$$

то

$$\left. \begin{aligned} n &= 1 + 2\pi N_1 \frac{e^2}{m} \cdot \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}, \\ \kappa &= 2\pi N_1 \frac{e^2}{m} \cdot \frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}. \end{aligned} \right\} \quad (11.21)$$

Графики зависимости n и κ от ω для разреженных газов изображены на рис. 11.6.

Как видно из рис. 11.6, дисперсионная кривая (кривая зависимости n от ω) состоит из участков ab , bc , где n растет (область

* Не представляет большого труда провести соответствующие вычисления и в общем случае, когда $n^2 = 1 + 4\pi N_1 a$. Подобное вычисление n и κ поручается студентам.

нормальной дисперсии), и $b\omega$, где n резко падает (область аномальной дисперсии) с увеличением частоты света. Область аномальной дисперсии совпадает с полосой поглощения, середина которой соответствует собственной частоте колебания электрона.

Частота собственного колебания электрона (так называемая резонансная частота) для свободных атомов обычно лежит за коротковолновой частью видимой области — в ультрафиолетовой области спектра. Поэтому поглощением в видимой области можно пренебречь. В этом случае (при $\gamma = 0$), как следует из (11.16), показатель преломления является вещественным. Следовательно, переход от комплексного значения показателя преломления к вещественному указывает на пренебрежение поглощением световой волны, что возможно только вне полосы поглощения.

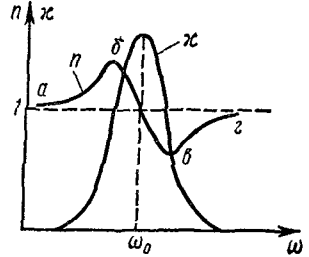


Рис. 11.6

Рассмотрим дисперсию света вдали от полосы поглощения, где можно пренебречь γ . В самом деле, прозрачные в видимой области тела (стекло, кварц и т. д.) не имеют полос поглощения в видимой области спектра и для них обычно $\omega_0 > \omega$. Например, для стекла даже в фиолетовой области спектра $\omega_0/\omega = \lambda/\lambda_0 = 4000 \text{ \AA}/3500 \text{ \AA} > 1$, где λ — длина волны фиолетового излучения, соответствующего коротковолновому краю видимой области. Поэтому вдали от собственной частоты поглощения можно пренебречь значением $\gamma^2\omega^2$ по сравнению с $(\omega_0^2 - \omega^2)^2$ и пренебречь мнимым членом в выражении (11.16).

Итак, вдали от полосы поглощения, исходя из (11.16), имеем

$$n^2 = 1 + 4\pi N_1 \frac{e^2}{m} \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (11.22)$$

Поляризуемость атома в этом случае будет

$$a = e^2/m \cdot 1/(\omega_0^2 - \omega^2). \quad (11.23)$$

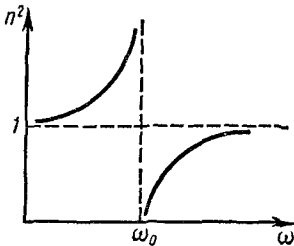


Рис. 11.7

Зависимость n^2 от ω в виде графика изображена на рис. 11.7. Как следует из рис. 11.7, нормальная дисперсия наблюдается в интервалах частот $0 < \omega < \omega_0$ и $\omega > \omega_0$. Превращение n в бесконечность при резонансной частоте $\omega = \omega_0$, обусловленное пренебрежением γ в полосе поглощения, не имеет физического смысла.

Сила осциллятора. До сих пор мы рассматривали самый простой случай, когда атом (или молекула) обладает только одной собственной частотой. В действительности это не так — атомы и молекулы обладают не одной, а набором собственных частот ω_j , наблюдаемых в спектре поглощения и испускания. Тогда в выражениях показателя преломления должен быть учтен и этот факт.

Пусть в общем случае имеем среду, содержащую в единице объема N_1 атомов (молекул), причем в каждом из них f_1 осцилляторов (электронов) имеют частоту ω_{01} и коэффициент затухания γ_1 , f_2 осцилляторов со значениями ω_{02} и γ_2 и т. д. Тогда число осцилляторов в единице объема с резонансной частотой ω_{0j} и коэффициентом затухания γ_j будет $N_j = N_1 f_j$.

Для учета влияния всех осцилляторов в выражениях показателя преломления (11.16), (11.21) и (11.22) вместо N_1 , ω_0 и γ должны написать соответственно N_j , ω_{0j} и γ_j и произвести суммирование по всем возможным значениям j — по всем сортам осцилляторов. Соответственно имеем

$$n^2 \approx 1 + 4\pi N_1 \frac{e^2}{m} \sum_j \frac{f_j}{\omega_{0j}^2 - \omega^2 + i\gamma_j \omega}. \quad (11.16a)$$

Вдали от полосы поглощения

$$n^2 = 1 + 4\pi N_1 \frac{e^2}{m} \sum_j \frac{f_j}{\omega_{0j}^2 - \omega^2}, \quad (11.22a)$$

для газов

$$\left. \begin{aligned} n &= 1 + 2\pi N_1 \frac{e^2}{m} \sum_j \frac{f_j \gamma_j (\omega_{0j}^2 - \omega^2)}{(\omega_{0j}^2 - \omega^2)^2 + \gamma_j^2 \omega^2}, \\ \kappa &= 2\pi N_1 \frac{e^2}{m} \sum_j \frac{f_j \gamma_j \omega}{(\omega_{0j}^2 - \omega^2)^2 + \gamma_j^2 \omega^2}, \end{aligned} \right\} \quad (11.21a)$$

где f_j — так называемая «сила осциллятора», характеризующая степень участия электрона в данном колебании. Разумеется, величины f_j не имеют ничего общего с механическими силами, а выражают, как уже отметили, долю участия осцилляторов резонансной частоты ω_{0j} в явлении дисперсии.

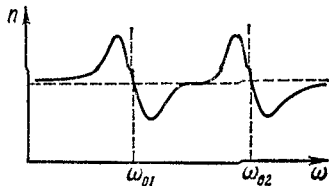


Рис 11.8

Очевидно, что $\sum_j f_j = z$, где z — число осцилляторов (электронов) в рассматриваемом атоме. Отдельные члены этой суммы (т. е. f_j) могут быть

целыми и нецелыми числами, в частности возможны и значения $f_j \ll 1$.

Если в явлении дисперсии участвуют частицы (ионы) с разными массами и зарядами, то e и m тоже будут обеспечены индексами и будут входить под знак суммы.

При наличии нескольких линий поглощения дисперсионная кривая, построенная согласно выражению (11.21a), как видно из рис. 11.8, распадается на ряд ветвей.

Формальное введение силы осциллятора не позволяет выяснить истинный физический смысл этой величины, что является недостатком классической теории дисперсии. Для выявления сущности

понятия «сила осциллятора» требуется квантовомеханическое рассмотрение задачи дисперсии.

Понятие о квантовой теории дисперсии. В классической теории дисперсии атомы уподобляются осцилляторам с некоторыми собственными частотами колебаний. В основе же квантовой теории дисперсии лежит тот факт, что атомы принимают дискретные значения энергий E_1, E_2, \dots . Как показывают соответствующие расчеты, в квантовой теории для дисперсии получается такая же формула, какая была получена в классической, с той лишь разницей, что вместо набора собственных частот ω_{0j} в квантовой теории используются частоты атомных переходов из состояния E_j в состояние E_i ($j < i$):

$$\omega_{ji} = \frac{E_j - E_i}{h} 2\pi, \quad (11.24)$$

а вместо f_j вводится сила осциллятора f_{ji} , пропорциональная вероятности перехода из состояния j в состояние i . Таким образом, согласно квантовой теории, взаимодействие поля с поглощающим атомом можно описать с помощью набора линейных осцилляторов, каждый из которых обладает резонансной частотой, соответствующей некоторому оптическому переходу. Поскольку в квантовой механике возможны переходы не только из состояния j в состояние i , но и обратные, то очевидно, что в связи с этим сила осциллятора (величина вклада каждого осциллятора в оптические константы) в соответствующем переходе станет f_{ij} . Следовательно, необходимо учитывать также переходы, где исходным состоянием могут являться не только уровни с меньшей энергией ($E_j \rightarrow E_i$), но и уровни с большей энергией ($E_i \rightarrow E_j$), которым соответствует отрицательная частота перехода. Таким образом, в отличие от классической теории дисперсии, где сила осциллятора является всегда положительной величиной, в квантовой теории она может принимать также отрицательные значения. Отрицательному значению силы осциллятора соответствуют отрицательная дисперсия и отрицательное поглощение. О роли отрицательного поглощения света речь будет идти при ознакомлении с принципом действия лазеров в гл. XVII.

Определение сил осцилляторов * представляет большой теоретический интерес. К числу наиболее точных опытов, позволяющих определить силу осциллятора, можно отнести изящный метод «крюков» Рождественского (см. § 2 этой главы). Определение силы осциллятора в области собственного поглощения вещества с гораздо

* См.: Рождественский Д. С. Аномальная дисперсия в парах итрия. СПб, 1912; Кватер Г. С. ЖЭТФ, 11, 421, 1941; Рождественский Д. С., Пенкин Н. П. Изв. АН СССР, сер. физич. 5, № 6, 1941; Рождественский Д. С. Изв. АН СССР, сер. физич. 35, № 1, 1934; Обреимов И. В. О приложении френелевой дифракции для физических и технических измерений. М., Изд-во АН СССР, 1945, Волькенштейн М. В. Молекулярная оптика. М.—Л., ГИТТЛ, 1955, № 6, гл. 3; Дитчберн Р. Физическая оптика, с. 430.

большей точностью, чем точность определения с помощью спектрофотометров, является наиболее важным результатом метода Рождественского. Для определения силы осциллятора с помощью метода Рождественского необходимо измерить в шкале длин волн расстояние между вершинами «крюков». Это позволяет определить произведение Nf_{ji} для исследуемой линии поглощения, что определяет интенсивность данной линии. Определив с помощью дополнительных опытов число поглощающих атомов N , можно вычислить f_{ji} . Зная силу осциллятора, можно вычислить вероятность перехода и связанное с ней время жизни возбужденного атома в определенном состоянии.

Поляризуемость атома. Покажем, что размерность поляризуемости атома совпадает с размерностью объема и величина ее соответствует кубу радиуса атома ($a \sim 10^{-24}$ см³). Будем исходить из планетарной модели атома. Для простоты рассмотрим одноэлектронный атом. Радиус орбиты (орбита расположена перпендикулярно плоскости чертежа) электрона обозначим через r . Пусть внешнее поле \vec{E} направлено перпендикулярно плоскости орбиты (рис. 11.9). Под действием поля происходит поляризация атома — электрон и ядро смещаются в разные стороны. Обозначим это смещение, происходящее параллельно полю \vec{E} , через l . Тогда индуцированный полем дипольный момент атома станет $p = el$, где e — заряд электрона. С другой стороны, как известно, индуцируемый дипольный момент атома определяется как $\vec{p} = a\vec{E}$. Следовательно, $aE = el$ и отсюда $a = el/E$. Чтобы определить l , обратимся к рис. 11.9. Как видно из рисунка, результирующая сил $e\vec{E}$ и центростремительной должна пройти через ядро, при котором

$$eE/m\omega^2 r = l/r,$$

где ω — угловая скорость вращения электрона вокруг ядра. Подставляя величину $l = eE/m\omega^2$ в выражение $a = el/E$, для поляризуемости имеем

$$a = e^2/m\omega^2.$$

Так как до включения внешнего поля центростремительная сила была обусловлена кулоновским притяжением, т. е. $e^2/r^2 = m\omega^2 r$, то $e^2/m\omega^2 = r^3$. Следовательно, $a = r^3$. Поскольку радиус атома $r \sim 10^{-8}$ см, то $a \sim 10^{-24}$ см³.

§ 4. УЧЕТ ДЕЙСТВИЯ ОКРУЖАЮЩИХ МОЛЕКУЛ СРЕДЫ. МОЛЕКУЛЯРНАЯ РЕФРАКЦИЯ

Формула Лоренца — Лорентца. Во всех рассмотренных нами случаях вместо действующего на электрон поля E' бралось внешнее поле E , т. е. не было учтено влияние окружающих молекул,

поляризованных действием света. Лоренцем было показано, что для изотропной среды

$$\vec{E}' = \vec{E} + \frac{4\pi}{3} \vec{P}. \quad (11.25)$$

Если в уравнении движения электрона вместо E подставить E' , то для каждой собственной частоты без учета поглощения получим

$$n^2 - 1 = \frac{4\pi N_1 \frac{e^2}{m} f}{\omega_0^2 - \omega^2 - \frac{4\pi N_1 e^2}{3m} f}, \quad (11.26)$$

или, преобразуя,

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{4\pi}{3} N_1 \frac{e^2}{m} \cdot \frac{f}{\omega_0^2 - \omega^2} = \frac{4\pi}{3} N_1 a, \quad (11.27)$$

где $a = (e^2/m) \cdot [f/(\omega_0^2 - \omega^2)]$ — известная нам оптическая поляризуемость атома (молекулы).

Формула (11.27) была получена почти одновременно независимо друг от друга Лоренцем и Лорентцем и называется формулой Лоренца — Лорентца.

Удельная рефракция. Для данного вещества ($e, m, \omega_0 = \text{const}$) при определенной длине волны ($\omega = \text{const}$) формула Лоренца — Лорентца принимает вид

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{1}{N_1} = \text{const}, \quad (11.28)$$

или

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{1}{\rho} = \text{const}, \quad (11.29)$$

где ρ — плотность вещества, $(n^2 - 1) / (n^2 + 2) \cdot 1/\rho$ — так называемая удельная рефракция.

Молекулярная рефракция. Произведение удельной рефракции на молекулярный вес (M) вещества называется молекулярной рефракцией (R):

$$R = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{M}{\rho} = \frac{4\pi}{3} N_1 \frac{M}{\rho} a = \frac{4\pi}{3} N_A a. \quad (11.30)$$

Молекулярная рефракция, как следует из выражения (11.30), имеет размерность объема. Так как a есть куб радиуса атома (молекулы), то

$$R = \frac{4\pi}{3} N_A a = N_A \frac{4\pi}{3} r^3 = N_A v,$$

где v — объем одной молекулы. Следовательно, молекулярная рефракция по порядку величины совпадает с объемом всех молекул в одной грамм-молекуле, т. е. она совпадает с поправкой на объем в уравнении Ван-дер-Ваальса, деленной на четыре.

Можно оценить и численное значение молекулярной рефракции:

$$R \simeq \frac{4\pi}{3} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 10^{-24} \text{ см}^3 \approx 2,5 \text{ см}^3,$$

т. е. молекулярная рефракция имеет порядок кубического сантиметра.

Как вытекает из вышеприведенных формул, удельная (а следовательно, и молекулярная) рефракция не должна зависеть от плотности, давления и температуры, что подтверждается экспериментом. Согласно многочисленным экспериментальным данным, удельная рефракция остается практически неизменной, даже при переходе вещества из одного агрегатного состояния (например, жидкого) в другое (парообразное). Причины малости изменений молекулярной рефракции при переходе от газа к жидкости были объяснены А. И. Ансельмом*.

Если вещество состоит не из одного сорта молекул, а представляет собой смесь различных молекул, то, как легко убедиться, молекулярная рефракция смеси равна сумме рефракции составляющих веществ.

Пусть в единице объема смеси содержится N_1 молекул с поляризуемостью a_1 , N_2 молекул с поляризуемостью a_2 и т. д. Очевидно, что показатель преломления смеси выразится уравнением

$$\frac{n^2-1}{n^2+2} = \frac{4\pi}{3} (N_1 a_1 + N_2 a_2 + \dots). \quad (11.31)$$

Умножая обе стороны (11.31) на N_A/N (N — общее число молекул в 1 см^3), имеем

$$\begin{aligned} \frac{n^2-1}{n^2+2} \cdot \frac{N_A}{N} &= \frac{4\pi}{3} N_A \left(\frac{N_1}{N} a_1 + \frac{N_2}{N} a_2 + \dots \right) = \\ &= \frac{4\pi}{3} N_A (f_1 a_1 + f_2 a_2 + \dots) = f_1 R_1 + f_2 R_2 + \dots, \end{aligned} \quad (11.32)$$

где $f_i = N_i/N$ характеризует молекулярную концентрацию компоненты i -й смеси, R_1, R_2, \dots — молекулярные рефракции составляющих смеси.

Так как плотность смеси равна

$$\rho = \frac{M_1 N_1 + M_2 N_2 + \dots}{N_A} = \frac{N}{N_A} \frac{M_1 N_1 + M_2 N_2 + \dots}{N} = \frac{N}{N_A} \bar{M},$$

где M_1, M_2, \dots — молекулярные веса компонент смеси, \bar{M} — средний молекулярный вес, то

$$\frac{n^2-1}{n^2+2} \cdot \frac{\bar{M}}{\rho} = \bar{R} = f_1 R_1 + f_2 R_2 + \dots,$$

где \bar{R} — средняя молекулярная рефракция (или просто молекулярная рефракция) смеси.

Измерение показателя преломления смесей позволяет, вычисляя молекулярную рефракцию смеси и исходя из аддитивности рефракции, провести анализ бинарных смесей.

Обычно наблюдаемая аддитивность рефракции данного соединения позволяет представить ее в виде суммы рефракций составных

* См.: Ансельм А. И. ЖЭТФ, 17, 489, 1947.

частей молекулы. Поскольку молекулярная рефракция определяется поляризуемостью молекул, то это означает представление поляризуемости молекулы в виде аддитивной суммы поляризуемостей ее составных частей.

Этим объясняется важность рефрактометрических измерений при определении структуры молекулы*.

§ 5. ПОГЛОЩЕНИЕ СВЕТА

Если на прозрачную среду, имеющую толщину слоя l , направить параллельный пучок света с интенсивностью I_0 (рис. 11.10), то в результате поглощения света в данной среде (ослабление интенсивности за счет других явлений не учитывается) интенсивность вышедшего света (I) уменьшается, т. е. $I < I_0$.

Явление поглощения света объясняется на основе как классической, так и квантовой теории.

Поглощение света с точки зрения классической теории. Под действием электрического поля световой волны с круговой частотой ω отрицательно заряженные электроны атомов и молекул смещаются относительно положительно заряженных ядер, совершая гармоническое колебательное движение с частотой, равной частоте действующего поля. Колеблющийся электрон, превращаясь в источник, сам излучает вторичные волны. В результате интерференции падающей волны со вторичной в среде возникает волна с амплитудой, отличной от амплитуды вынуждающего поля. Поскольку интенсивность есть величина, прямо пропорциональная квадрату амплитуды, то соответственно изменится и интенсивность излучения, распространяющегося в среде; другими словами, не вся поглощенная атомами и молекулами среды энергия возвращается в виде излучения — произойдет поглощение. Поглощенная энергия может превратиться в другие виды энергии. В частности, в результате столкновения атомов и молекул поглощенная энергия может превратиться в энергию хаотического движения — тепловую.

Явление поглощения света описывается уравнением (11.20). При этом поглощение выражается параметром κ .

Поглощение света с точки зрения квантовой теории. Согласно квантовым представлениям, атомы и молекулы обладают не непрерывными, а дискретными значениями энергии (основное и возбужденные состояния). При распространении света через среду часть энергии тратится на возбуждение системы, а часть (вместе с возвращенной долей энергии за счет переходов из возбужденных со-

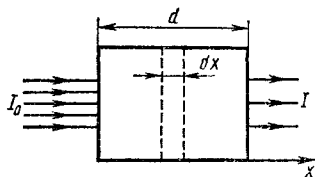


Рис. 11.10

* Подробнее см.: Волькенштейн М. В. Молекулярная оптика. М.—Л., ГИТТЛ, 1955, гл. 2, § 6—10, его же. Строение и физические свойства молекул. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1955.

стояний в основное) выходит из среды. В результате таких взаимодействий интенсивность вышедшего из среды луча оказывается меньшей интенсивности света, падающего на среду.

Следует отметить, что при поглощении света атомами или молекулами среды в каждом элементарном акте уничтожается один фотон, вследствие чего происходит переход атома (молекулы) в возбужденное состояние. При этом энергия фотона должна соответствовать разности энергий между основным и возбужденными состояниями. Такое поглощение называется однофотонным.

Вывод формулы Бугера. Пусть на поверхность прозрачной однородной среды толщиной l направлен нормально параллельный пучок света с интенсивностью I_0 . В результате поглощения, как уже отмечено, интенсивность вышедшего пучка уменьшится (обозначим ее через I). Требуется установить закономерность поглощения в данном слое вещества.

Выберем систему координат. Поместив начало координат на лицевой поверхности среды, направим ось y параллельно этой поверхности, а ось x — вдоль направления распространения света. Выделим в веществе бесконечно тонкий слой толщиной dx . Очевидно, что уменьшение интенсивности света в слое толщиной dx будет пропорционально величине интенсивности падающего на этот слой света и толщине поглощающего слоя, т. е.

$$dI = -\alpha I dx, \quad (11.33)$$

где α — коэффициент пропорциональности, не зависящий от интенсивности света. Знак минус показывает, что с увеличением толщины поглощающего слоя интенсивность прошедшего через него света уменьшается.

С целью получения выражения для интенсивности вышедшего из слоя толщиной l света мы должны интегрировать выражение (11.23) в пределах от нуля до l :

$$\int_0^l \frac{dI}{I} = - \int_0^l \alpha dx.$$

Ввиду предположения об однородности среды и о том, что в каждом слое поглощается одна и та же часть падающей энергии, коэффициент, характеризующий поглощательную способность среды, не будет зависеть ни от координаты x , ни от интенсивности (линейное оптическое явление); следовательно, можно вывести его из-под знака интеграла как постоянную. Тогда получаем

$$\ln I - \ln I_0 = -\alpha l.$$

Отсюда

$$I = I_0 e^{-\alpha l}, \quad (11.34)$$

где I_0 и I — соответственно интенсивности света падающего на поверхность среды и вышедшего из слоя толщиной l , α — коэффициент поглощения.

Формула (11.34) была установлена и обоснована Бугером (1729 г.) и поэтому называется законом Бугера.

Бугер и независимо от него Беер (1852 г.) установили, что поглощение света раствором (в непоглощающем растворителе) пропорционально молекулярной концентрации c_0 растворенного вещества, т. е.

$$\alpha = \alpha_0 c_0, \quad (11.35)$$

где α_0 — коэффициент поглощения, характерный для молекулы растворенного вещества и не зависящий от концентрации. Учитывая (11.35) в (11.34), получим обобщенный закон Бугера — Беера

$$I = I_0 e^{-\alpha_0 c_0 l}. \quad (11.34a)$$

Выражение (11.34a) справедливо для газов и растворов весьма малой концентрации (если растворитель является практически непоглощающим), где можно пренебречь взаимным влиянием отдельных частиц среды (между атомами газа или между молекулами растворенного вещества). В пределах справедливости выражения (11.34a) можно, пользуясь им, определить концентрацию поглощающего вещества в растворе.

Коэффициент поглощения. Сравнивая выражение (11.34) с выражением (11.20), устанавливаем следующую связь между коэффициентом поглощения α и параметром κ :

$$\alpha = 2 \frac{\omega}{c} \kappa = \frac{4\pi}{\lambda} \kappa.$$

Подобно показателю преломления, коэффициент поглощения зависит от длины волны, т. е. поглощение носит селективный характер. Этим объясняется окрашенность в цвета поглощающих сред. Например, стекло, слабо поглощающее красные и оранжевые лучи и сильно поглощающее зеленые, синие и фиолетовые, при осмотре в белом свете будет окрашенным в красный цвет. Очевидно, что если на такое стекло направить зеленый, синий или фиолетовый свет, то из-за сильного поглощения света данной длины стекло покажется «черным». Среду, не поглощающую свет всех длин волн в интервале видимого света, будем называть абсолютно прозрачной.

В парах, где атомы расположены на значительных расстояниях друг от друга, зависимость коэффициента поглощения от длины волны представляется в виде совокупности узких спектральных линий, соответствующих частотам собственных колебаний электронов внутри атомов. Подобная зависимость для паров натрия представлена на рис. 11.11.

В газах, молекулы которых построены из нескольких атомов, наблюдаются собственные частоты, соответствующие колебаниям атомов внутри молекулы и вращению молекулы как целого вокруг оси. Эти три вида движения (электронные, колебательные и вращательные) квантованы, причем между соседними электронными уровнями расположен набор колебательных уровней, а между соседними колебательными уровнями — набор вращательных уровней.

Частоты электронных переходов соответствуют ультрафиолетовой и видимой областям спектра, частоты же колебательных и вращательных переходов — ближней и дальней инфракрасной области.

Направляя на вещество излучение, имеющее сплошной спектр, и анализируя спектральный состав прошедшего через вещество излучения, т. е. изучая спектр поглощения (спектр абсорбции), проводят структурный анализ вещества. Такой метод исследования носит название абсорбционной атомной и молекулярной спектроскопии.

Так как спектр поглощения довольно чувствителен к изменениям агрегатного состояния вещества (спектр одноатомного газа состоит из резких линий поглощения, спектр многоатомной молекулы — из отдельных полос; с увеличением давления газа спектры поглощения становятся все более и более расплывчатыми, приближаясь при высоких давлениях к спектрам поглощения жидкостей),

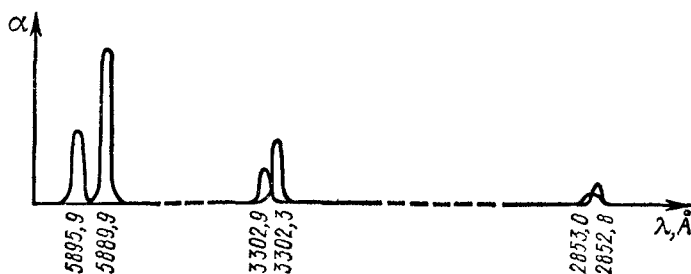


Рис. 11.11

то метод абсорбционной спектроскопии используется также для исследования межмолекулярного взаимодействия.

О зависимости коэффициента поглощения от интенсивности света. В основе вывода закона Бугера лежит основной принцип линейной оптики — независимость характера оптических явлений (в данном случае поглощения) от интенсивности света. Поэтому естественно, что он будет верным при слабых световых полях. Проверка закона Бугера при разных интенсивностях была проведена С. И. Вавиловым. Им на проведенных в широких пределах интенсивности опытах было обнаружено некоторое отступление от закона Бугера. В 1925 г. С. И. Вавилову и В. Л. Левшину удалось наблюдать уменьшение поглощения света большой интенсивности при распространении в среде (в урановом стекле).

Оказывается, при распространении через среду мощных световых потоков прозрачность среды существенно изменяется. Некоторые среды, оптически непрозрачные для слабого излучения, становятся прозрачными при распространении через них мощного излучения (просветление среды). Наблюдаются и обратные явления (затемнение среды).

Качественно изменение коэффициента поглощения под действием мощного излучения (просветление среды) можно объяснить следую-

шим образом: за счет поглощения энергии мощного излучения часть атомов (или молекул) среды переходит в возбужденное состояние. В результате этого доля невозбужденных атомов, способных поглощать энергию внешнего излучения, уменьшается, следовательно, уменьшается поглощательная способность среды. Такое уменьшение становится заметным при больших интенсивностях. Поэтому изменение коэффициента поглощения происходит именно в сильных полях. При определенных состояниях системы коэффициент поглощения может стать отрицательным, т. е. может происходить отрицательное поглощение. На такое поглощение впервые указал в 1939 г. советский физик В. А. Фабрикант.

Глава XII

ФОТОУПРУГИЕ, ЭЛЕКТРООПТИЧЕСКИЕ И МАГНИТООПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ

§ 1. ФОТОУПРУГОСТЬ

Зеебек (1813 г.) и Брюстер (1815 г.) обнаружили искусственное двойное лучепреломление в прозрачных изотропных материалах при их механической деформации. Мерой возникшей оптической анизотропии принимается разность показателей преломления $n_o - n_e$. Опытные данные показали, что возникающая оптическая анизотропия при одноосной механической деформации прямо пропорциональна приложенному напряжению:

$$n_o - n_e = g\sigma, \quad (12.1)$$

где g — коэффициент пропорциональности, характерный для деформируемого материала, $\sigma = F/S$ — напряжение (сила, приложен-

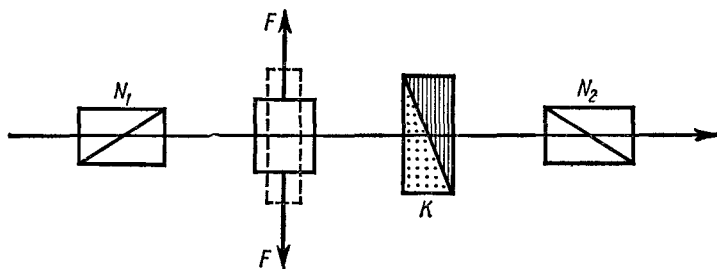


Рис. 12.1

ная нормально к единице поперечного сечения недеформируемого тела), n_e — показатель преломления по направлению приложенной силы F , а n_o — показатель преломления вдоль направления, перпендикулярного плоскости чертежа и силе F . Деформируемое тело, как вытекает из вышеизложенного, ведет себя подобно одноосному кристаллу, оптическая ось которого совпадает с направлением приложенной силы. Поскольку вышедший из деформируемого образца свет является эллиптически-поляризованным, для его исследования пользуются компенсатором K (рис. 12.1).

Если принять толщину образца равной l , то разность фаз между вышедшими из образца обыкновенным и необыкновенным лучами

выразится формулой

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} l (n_o - n_e) = \frac{2\pi}{\lambda} l g\sigma. \quad (12.2)$$

Положение максимумов и минимумов определяется выражением (12.2). При наблюдении в белом свете с помощью установки, изображенной на рис. 12.1, искусственное анизотропное тело из-за зависимости разности показателей преломления $n_o - n_e$ от длины волны оказывается окрашенным в разные цвета. Распределение окраски будет зависеть от распределения напряжения внутри образца.

Искусственное двойное лучепреломление используется для изучения деформаций в прозрачных телах. Такой метод исследования деформации, называемый методом фотоупругости, нашел широкое применение в различных областях науки и техники. Одним из важных применений фотоупругости является использование его при исследовании распределения напряжений в оптических стеклах, возникающих при их изготовлении, а также при исследовании остаточных напряжений.

Искусственное двойное лучепреломление может наблюдаться также в потоке жидкости при наличии градиента скорости.

§ 2. ЛИНЕЙНЫЙ ЭЛЕКТРООПТИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ (ЭФФЕКТ ПОККЕЛЬСА)

Изменение показателя преломления среды происходит также действием приложенного статического электрического поля. Подобное изменение показателя преломления среды называется электрооптическим эффектом. Если изменение линейно зависит от приложенного поля, то мы имеем дело с так называемым линейным электрооптическим эффектом. Этот эффект, впервые рассмотренный Поккельсом, называется также эффектом Поккельса.

Введение постоянного электрического поля в уравнение дисперсии. Величину изменения показателя преломления можно вычислить, введя в уравнение дисперсии (11.12) постоянное электрическое поле $E_{ст}$:

$$\ddot{\vec{r}} + \dot{\gamma}\dot{\vec{r}} + \omega_0^2\vec{r} = \frac{e}{m} [\vec{E}(\omega) + \vec{E}_{ст}], \quad (12.3)$$

где $\vec{E}(\omega) = \vec{E}_0 e^{i\omega t}$ — внешнее световое поле.

Легко доказать, что в случае модели гармонического осциллятора эффект постоянного поля состоит просто в смещении положения равновесия. Рассмотрим движение электрона только под действием квазиупругой силы $\vec{f}_1 = -m\omega_0^2\vec{r}$ и силы действия статического поля $\vec{f}_2 = e\vec{E}_{ст}$:

$$\ddot{\vec{r}} = -\omega_0^2\vec{r} + (e/m)\vec{E}_{ст}. \quad (12.4)$$

Решение уравнения (12.4) можно представить в виде

$$\vec{r} = \vec{r}_0 \cos \omega_0 t + \vec{r}_1, \quad (12.5)$$

где \vec{r}_1 — постоянная величина. Подставляя (12.5) в (12.4), получим

$$-\omega_0^2 \vec{r}_0 \cos \omega_0 t = -\omega_0^2 \vec{r}_0 \cos \omega_0 t - \omega_0^2 \vec{r}_1 + (e/m) \vec{E}_{ст}.$$

Отсюда имеем

$$\vec{r}_1 = (e/m\omega_0^2) \vec{E}_{ст}. \quad (12.6)$$

Следовательно,

$$\vec{r} = \vec{r}_0 \cos \omega_0 t + (e/m\omega_0^2) \vec{E}_{ст}, \quad (12.7)$$

т. е. действие постоянного электрического поля сводится всего лишь к смещению гармонического осциллятора, колеблющегося с той же частотой ω_0 , на $\vec{r}_1 = (e/m\omega_0^2) \vec{E}_{ст}$ в новое положение.

Если принять во внимание (12.7), то движение электрона можно описать с помощью новой координаты \vec{q} , определяемой соотношением

$$\vec{q} = \vec{r} + \frac{e}{m\omega_0^2} \vec{E}_{ст}. \quad (12.8)$$

Тогда движение электрона в координатах \vec{q} можно описать уравнением

$$\ddot{\vec{q}} + \gamma \dot{\vec{q}} + \omega_0^2 \vec{q} - \frac{e}{m} \vec{E}_{ст} = \frac{e}{m} \vec{E}(\omega). \quad (12.9)$$

Модель гармонического осциллятора пригодна при небольших смещениях \vec{r} . В общем случае нужно пользоваться моделью ангармонического осциллятора. Если возвращающую силу представить в виде $f = -m\omega_0^2 r - \beta m v^2$, где β — постоянная величина, то получим

$$\ddot{q} + \gamma \dot{q} + \left(\omega_0^2 + 2\beta \frac{eE_0}{m\omega_0} \right) q + \beta q^2 = \frac{e}{m} E(\omega). \quad (12.10)$$

В выражении (12.10) опущен малый член, пропорциональный $\beta E_{ст}^2$.

Если иметь дело со слабым световым полем, то оно не вызовет нелинейных эффектов, что позволяет пренебречь ангармоническим членом в уравнении (12.10). Тогда движение электрона опишется уравнением

$$\ddot{\vec{q}} + \gamma \dot{\vec{q}} + \left(\omega_0^2 + 2\beta \frac{eE_0}{m\omega_0^2} \right) \vec{q} = \frac{e}{m} \vec{E}(\omega). \quad (12.11)$$

Сравнение уравнения (12.11) с уравнением (11.12) позволяет прийти к заключению, что действие статического электрического поля приводит к смещению квадрата резонансной частоты на $\Delta(\omega_0^2) = -2\beta \frac{eE_{ст}}{m\omega_0^2}$, которое вызовет соответствующее изменение как показателя преломления, так и коэффициента поглощения.

Изменение показателя преломления. Вдали от полосы поглощения показатель преломления веществен и поэтому согласно (11.22) имеем

$$2n \Delta n = -\frac{4\pi N_1 e^2}{m} \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2} 2\omega_0 \Delta\omega_0.$$

Отсюда

$$\Delta n = -\frac{4\pi N_1 e^2}{m} \frac{2\omega_0 \Delta\omega_0}{n(\omega_0^2 - \omega^2)^2}$$

Поскольку $2\omega_0 \Delta\omega_0 = \frac{1}{2} \Delta(\omega_0^2) = -\beta \frac{eE_{ст}}{m\omega_0^3}$, то

$$\Delta n = \frac{4\pi N_1 e^2 \beta}{m^2 \omega_0^3 (\omega_0^2 - \omega^2)} E_{ст}. \quad (12.12)$$

Следовательно, изменение показателя преломления прямо пропорционально напряженности действующего статического электрического поля. Это и есть электрооптический эффект Поккельса.

Электрооптическая модуляция света. Если к кристаллу приложить сильное электрическое поле, то из-за изменения показателя преломления деформируется оптическая индикатриса. Зависимость показателя преломления световой волны, распространяющейся в кристалле, от приложенного электрического поля нашла важное практическое применение для модуляции света. Анизотропный кристалл в переменном электрическом поле, расположенный между

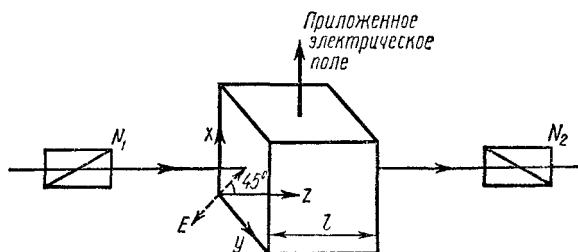


Рис. 12.2

скрещенными поляризаторами, служащий модулятором света, как принято, называется ячейкой Поккельса.

Объясним принцип модуляции света на основе линейного электрооптического явления. Для простоты рассмотрим кубический кристалл, обладающий изотропным показателем преломления n . На рис. 12.2 показан простейший электрооптический модулятор света. Кристалл с приложенным вдоль оси x напряжением E_x помещен между скрещенными поляризаторами. На такую систему направляется свет, распространяющийся вдоль оси z . Расположим поляризатор N_1 так, чтобы входящее в кристалл излучение было поляризовано под углом 45° по отношению к полю E_x . Тогда падающий на кристалл свет имеет равные компоненты поля E по осям x и y . Приложенное вдоль оси x электрическое поле вызовет определенную разность показателей преломления Δn для компонент светового поля по осям x и y . Если длину кристалла по оси z обозначить через l , то возникшая разность фаз между компонентами светового вектора вдоль осей x и y по выходе света из кристалла

определяется выражением

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} l \Delta n, \quad (12.13)$$

где λ — длина волны света в кристалле.

Если компоненты светового поля по осям x и y при выходе из кристалла находились бы в фазе, то поляризация выходящего из кристалла луча осталась бы неизменной. Поскольку поляризация падающего на кристалл света задается поляризатором N_1 , то скрещенный поляризатор N_2 не пропускает этот луч. Если же $\Delta\varphi = \pi$, которое осуществляется при определенном приложенном поле, то $\Delta n = \lambda/2l$ и поэтому плоскость поляризации выходящего из кристалла пучка повернется на 90° по отношению к входящему в него пучку. В этом случае направление электрического вектора выходящего из кристалла света совпадает с пропускным направлением поляризатора N_2 и поэтому выходной сигнал достигает максимума. Следовательно, интенсивность вышедшего из поляризатора N_2 света будет определяться положением плоскости поляризации выходящего из кристалла света, которое, как уже нам известно, определяется приложенным к кристаллу электрическим полем. Итак, с помощью так называемой ячейки Пюккельса, действие которой основано на зависимости плоскости поляризации светового луча, проходящего через кристалл от приложенного электрического поля, можно осуществить амплитудную модуляцию световых сигналов.

В описанной схеме электрооптической модуляции света внешнее электрическое поле было направлено перпендикулярно направлению распространения света и поэтому данный модулятор называется поперечным амплитудным модулятором света. Модулирующее поле может быть направлено также и по направлению распространения света. Соответствующая схема модуляции называется продольной.

Заметим, что ячейка Пюккельса применяется в качестве оптического затвора в лазерах.

Линейный электрооптический эффект наблюдается только в кристаллах, не обладающих центром симметрии, — в так называемых пьезокристаллах*. Это связано с тем, что в centrosymmetric кристаллах оптические характеристики должны оставаться неизменными при преобразовании инверсии и, следовательно, при изменении знака приложенного поля. При изменении знака приложенного поля, согласно (12.12), имеем

$$\Delta n = - \frac{4\pi N_1 e^3 \beta}{m^2 \omega_0^3 (\omega_0^2 - \omega^2)} E_{ст}. \quad (12.14)$$

Выражения (12.12) и (12.14) совместимы только при $\Delta n = 0$, т. е. в отсутствие линейного электрооптического эффекта.

* Все кристаллы, не обладающие центром симметрии, проявляют способность изменять свои размеры при наложении электрического поля (электрострикция). В таких кристаллах деформация в свою очередь приводит к поляризации, т. е. наблюдается линейный пьезоэлектрический эффект. По этой причине кристаллы, лишенные центра симметрии, как правило, называются также пьезокристаллами.

§ 3. КВАДРАТИЧНЫЙ ЭЛЕКТРООПТИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ (ЭФФЕКТ КЕРРА)

В предыдущем параграфе мы видели, что линейный электрооптический эффект в centrosимметричных кристаллах не имеет места. Означает ли это, что в кристаллах, лишенных центра симметрии, невозможны вообще какие бы то ни было электрооптические явления? Элементарные расчеты, а также экспериментальные факты говорят о том, что в centrosимметричных кристаллах наблюдается так называемый квадратичный электрооптический эффект, связанный с членами, квадратично зависящими от приложенного электрического поля. Этот эффект впервые был обнаружен Керром в 1875 г. Его называют поэтому эффектом Керра.

Изменение показателя преломления в этом случае может быть вычислено таким же способом, как для линейного электрооптического эффекта, с той лишь разницей, что в этом случае в возвращающую силу будут входить члены, пропорциональные первой и третьей степеням смещения электрона из положения равновесия, т. е.

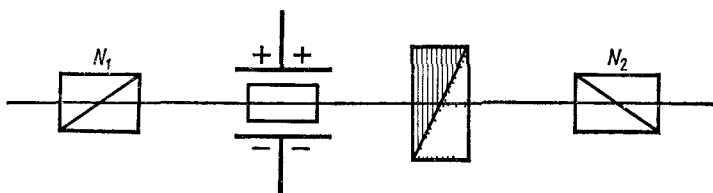


Рис. 12.3

в уравнение (12.10) будет входить член $\beta_1 q^3$ вместо члена βq^2 . Такая замена приведет к изменению резонансной частоты, а следовательно, и к соответствующему изменению показателя преломления, пропорционального теперь уже не первой степени, а квадрату напряженности приложенного поля.

Наблюдение эффекта Керра. Не приводя вывода, аналогичного выводу в случае эффекта Поккельса, обратим внимание на описание эффекта Керра. Схема опыта для обнаружения эффекта Керра аналогична схеме, данной на рис. 12.1. Единственное отличие заключается в том, что образец (изотропное твердое тело, жидкость или газ в кювете) в этом случае помещается между обкладками плоского конденсатора (рис. 12.3). В качестве образца желательно выбрать вещество, в котором эффект Керра довольно велик, например нитробензол.

В отсутствие зарядов на обкладках конденсатора из-за скрещенности николей N_1 и N_2 свет не проходит через систему. Включение внешнего электрического поля* (зарядка конденсатора) вызывает

* В связи с появлением мощных лазерных источников света аналогичное действие может оказать также световое поле. Подобный эффект экспериментально был обнаружен еще в 1964 г и носит название оптического эффекта Керра.

эффект Керра, причем образец ведет себя подобно одноосному кристаллу с оптической осью, направленной вдоль внешнего электрического поля.

Как показали опытные данные, оптическая анизотропия в этом случае прямо пропорциональна квадрату напряженности приложенного поля:

$$n_e - n_o = bE^2, \quad (12.15)$$

где b — коэффициент пропорциональности.

Из-за квадратичной зависимости $n_e - n_o$ от E двойное лучепреломление в электрическом поле не зависит от направления поля.

Обозначив длину пути луча внутри образца через l , можно определить разность фаз между обыкновенным и необыкновенным лучами:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_e - n_o) l = \frac{2\pi}{\lambda} b l E^2 = 2\pi B l E^2, \quad (12.16)$$

где $B = b/\lambda$ — так называемый коэффициент Керра.

Коэффициент Керра. Коэффициент Керра для разных образцов может быть положительным или отрицательным. Для данного образца коэффициент Керра не является постоянной величиной, а зависит от температуры и длины волн.

Коэффициент Керра для газов меньше, чем для жидкостей. Это видно из табл. 6 и 7, в которых представлены данные при длине волны $\lambda = 5460 \text{ \AA}$.

Теория эффекта Керра была предложена для неполярных веществ (газов, жидкостей) Ланжевенем (1910 г.), для полярных веществ — Борном (1916 г.).

Таблица 6

Жидкости	Коэффициент Керра (в СГСЕ)
Нитробензол . .	$2 \cdot 10^{-5}$
Хлорбензол . .	$10 \cdot 10^{-7}$
Вода	$5 \cdot 10^{-2}$
Бензол	$0,5 \cdot 10^{-2}$

Таблица 7

Газы	Коэффициент Керра (в СГСЕ)
Пар карбосульфида	$3,6 \cdot 10^{-10}$
Пар нитробензола	$2,7 \cdot 10^{-10}$
Азот	$0,4 \cdot 10^{-10}$
—	—

Согласно Ланжевену, коэффициент Керра для неполярных газов и жидкостей является положительной величиной. Как показал Борн, для полярных газов и жидкостей B может принимать значения отрицательные, нулевые и положительные. Величина B зависит

как от значения собственного дипольного момента, так и от структуры жидкости. Например, коэффициент Керра для метилбромида в сотни раз больше, чем для метилового спирта, в то время как их дипольные моменты и коэффициенты поляризации почти совпадают.

Уменьшение B с ростом температуры объясняется дезориентирующим воздействием температуры на дипольные моменты.

Некоторые особенности эффекта Керра в жидкости. Следует остановиться на особенностях эффекта Керра в жидкостях. При включении внешнего электрического поля искусственная анизотропия жидкости не исчезает мгновенно. Требуется определенное время, так называемое время релаксации, зависящее от структуры данной жидкости, для того, чтобы анизотропная жидкость снова перешла в изотропное состояние, т. е. повернутые диполи под

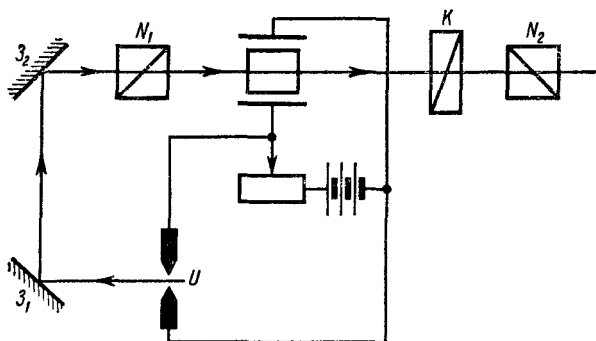


Рис. 12.4

действием теплового движения дезориентировались. Малое значение времени релаксации $\tau \sim 10^{-8} - 10^{-9}$ с позволяет использовать эффект Керра при конструировании малонерционных устройств. Это свойство так называемой ячейки Керра можно продемонстрировать на схеме, представленной на рис. 12.4.

Источник света (конденсированная искра) и конденсатор питаются одновременно от одного источника. При определенном для данного источника света значении напряжения между электродами происходит разрядка конденсатора. В зависимости от расположения зеркал Z_1 и Z_2 можно выбрать такой путь света от источника U до образца между обкладками конденсатора, при котором исчезает эффект Керра. Это означает, что время распространения света на этом пути равно времени релаксации. Опыты показывают, что длина этого пути равна 400 см, т. е. $\tau \approx 10^{-8}$ с. При таком процессе не учитывалось время пробоя газа. Более точное вычисление с учетом времени пробоя газа дает $\tau \sim 10^{-9}$ с. Это позволяет использовать ячейку Керра в качестве оптического затвора.

Ячейка Керра нашла свое применение в качестве безынерционного затвора в звуковом кино, в телевидении, при определении ско-

рости света в лабораторных условиях на весьма малом базисном расстоянии, а также для других технических целей.

Ячейки Керра применяются и в лазерной технике при генерации «гигантских импульсов». Для этой цели затвор Керра помещается между одним из зеркал резонатора и торцом рубина. При включении ячейки Керра самовозбуждение затрудняется, что приводит к увеличению разности заселенности уровней (т. е. возбужденных атомов), необходимых для возникновения генерации. Затем, выключив ячейку Керра, можно получить мощное излучение — «гигантские импульсы». Например, используя ячейку Керра, можно заставить высветиться импульс света с энергией 10 Дж, генерируемый в твердотельном лазере за время порядка 10^{-8} с; при этом высвечивается мощность 10^9 Вт = 1 ГВт.

§ 4. МАГНИТООПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ

В предыдущих двух параграфах данной главы речь шла о электрооптических явлениях. После ознакомления с этими явлениями перед читателем возникает естественный вопрос: если электрическое поле, воздействуя на среду, меняет ее оптические характеристики, то нельзя ли ожидать подобного изменения также под влиянием магнитного поля? Проведенные экспериментальные и теоретические исследования положительно отвечают на этот вопрос — вопрос о возможности так называемого магнитооптического явления (изменения оптических характеристик среды под влиянием магнитного поля).

Остановимся кратко на некоторых магнитооптических явлениях с последующим более подробным изложением некоторых из них.

В 1846 г. Фарадей обнаружил вращение плоскости поляризации, возникающее под действием продольного магнитного поля в так называемых оптически неактивных веществах — веществах, не способных вращать плоскость поляризации в отсутствие внешнего воздействия. Под впечатлением этого явления Фарадей записал в своем дневнике: «Мне, наконец, удалось намагнитить и наэлектризовать луч света и осветить магнитную силовую линию». Безусловно, эта фраза Фарадея не должна вводить в заблуждение, так как в действительности никакое «намагничивание» светового луча и «освещение» магнитной силовой линии не имеет места. Как увидим дальше, роль магнитного поля заключается в том, что оно, действуя на вещество, изменяет его оптические свойства, приводящие к так называемому явлению Фарадея — вращению плоскости поляризации.

Эффект Зеемана. Фарадей после обнаружения магнитного вращения плоскости поляризации предпринял попытки воздействовать магнитным полем на спектральные линии, однако малая разрешающая способность используемого им спектрального аппарата и слабое магнитное поле не позволили ему обнаружить какой-либо эффект. В 1896 г. Зееману удалось обнаружить расщепление спектральных линий под действием внешнего магнитного поля. Это явле-

ние в честь его первооткрывателя было названо эффектом Зеемана.

Наблюдение проводилось вдоль магнитного поля (продольный эффект) и поперек него (поперечный эффект). Было установлено, что спектральная линия, имеющая в отсутствие магнитного поля частоту ω (рис. 12.5, а), расщепляется на две линии (дублет) с частотами $\omega - \Delta\omega$ и $\omega + \Delta\omega$ (рис. 12.5, б) при наблюдении вдоль магнитного поля (первая линия поляризована по левому кругу, вторая — по правому) и на три линии (рис. 12.5, в) при наблюдении перпендикулярно магнитному полю с частотами $\omega - \Delta\omega$ и ω и $\omega + \Delta\omega$ (крайние линии поляризованы так, что колебания в них перпендикулярны направлению магнитного поля, а поляризация средней линии соответствует колебаниям вдоль магнитного поля). Величина смещения $\Delta\omega$ пропорциональна напряженности внешнего магнитного поля (высота линий на рисунке соответствует интенсивности спектральных линий).

Расщепление, подобное изображенному на рис. 12.5, наблюдается крайне редко и называется нормальным расщеплением (нормальный эффект Зеемана). Оно было объяснено Лорентцем с точки зрения электронной теории, за что ему и Зееману в 1903 г. была присвоена Нобелевская премия по физике. Нормальное расщепление наблюдается для простых (синглетных) линий.

Огромное число спектральных линий имеет сложную структуру, т. е. представляет собой мультиплеты (две или несколько тесно расположенных спектральных линий, обусловленные наличием у электрона кроме электрического заряда магнитного момента). Магнитное поле воздействует на эти мультиплеты, в результате чего наблюдается более сложная картина расщепления, так называемый аномальный эффект Зеемана.

Нормальный эффект Зеемана объясняется, как уже было отмечено, классической электронной теорией Лорентца. Результаты этой теории совпадают с результатами квантовой теории нормального эффекта Зеемана. Как следует из классической теории *, величина сдвига частоты определяется соотношением

$$\Delta\omega = \frac{1}{2c} \frac{e}{m} H_0, \quad (12.17)$$

совпадающим с результатами эксперимента.

В отличие от нормального эффекта аномальный эффект Зеемана удовлетворительно объясняется только с помощью квантовой теории **.

* См.: Ландсберг Г. С. Оптика, § 163.

** Ввиду того что теория нормального и аномального эффекта Зеемана довольно подробно изложена в следующих за оптикой курсах атомной физики и квантовой механики, мы решили ограничиться изложением содержания самого эффекта, необходимым для понимания механизма вращения плоскости поляризации в магнитном поле.

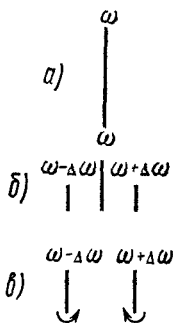


Рис. 12.5

До сих пор речь шла о расщеплении линии испускания под действием внешнего магнитного поля. Как показывают опытные данные, эффект Зеемана наблюдается также и у линий поглощения (обратный эффект Зеемана), причем расщепление линии поглощения происходит совершенно аналогично расщеплению линии испускания. Такая аналогия позволяет для простоты рассматривать расщепление линии испускания вместо расщепления линии поглощения.

Как уже было отмечено в явлении Фарадея электроны подвергаются одновременному воздействию постоянного магнитного поля и поля световой волны. Если в отсутствие постоянного магнитного поля электроны колеблются с собственной частотой ω_0 , то, как следует из эффекта Зеемана, в присутствии внешнего магнитного поля напряженностью H_0 они колеблются с частотами

$$\left. \begin{aligned} \omega_{\downarrow} &= \omega_0 + \frac{e}{2mc} H_0, \\ \omega_{\uparrow} &= \omega_0 - \frac{e}{2mc} H_0 \end{aligned} \right\} \quad (12.18)$$

для левой и правой волн соответственно.

Двойное лучепреломление в магнитном поле (явление Коттон—Мутона). Как показали опытные данные, под действием магнитного поля, перпендикулярного направлению распространения света, на веществе наблюдается явление, аналогичное эффекту Керра. Установлено, что в этом случае оптическая анизотропия среды выразится формулой

$$n_e - n_o = DH^2, \quad (12.19)$$

где H — напряженность магнитного поля, D — коэффициент пропорциональности. Это явление в честь его исследователей носит название явления Коттон—Мутона. Теория этого явления составляет полную аналогию с теорией эффекта Керра. Поэтому нет необходимости подробно останавливаться на этом явлении.

§ 5. ВРАЩЕНИЕ ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ (ОПТИЧЕСКАЯ АКТИВНОСТЬ)

Прежде чем перейти к более подробному рассмотрению вращения плоскости поляризации под действием магнитного поля, необходимо подробно остановиться на явлении так называемой естественной оптической активности, имеющем непосредственное отношение к нему.

Оптическая активность. Параллельный пучок естественного света направляется на систему, изображенную на рис. 12.6. Между скрещенными николями N_1 и N_2 расположены светофильтр Φ (для монохроматизации света) и пластинка из кристаллического кварца K , оптическая ось которой совпадает с направлением луча. Так как вдоль оптической оси не происходит двойного лучепреломления, то при скрещенном положении николей свет не должен проходить

через систему. Однако, как показал опыт, наблюдается прохождение света через систему. Это может произойти только в том случае, если пластинка кварца поворачивает плоскость поляризации света на некоторый угол. Если это так, то вращением николя N_2 вокруг оси луча на такой же угол в противоположном направлении можно скомпенсировать поворот плоскости поляризации и добиться тем самым полного затемнения поля на экране. Описанный опыт полностью подтверждает это предположение.

Явление вращения плоскости поляризации впервые было обнаружено Араго в 1811 г. при изучении двойного лучепреломления в кварце.

Вещества, способные вращать плоскость поляризации в отсутствие внешних воздействий, называются оптически активными. Оптическая активность, существующая в отсутствие какого-либо внешнего воздействия на вещество, называется естественной.

Существует множество кристаллов и аморфных тел, обладающих оптической активностью. В качестве примера оптически активных

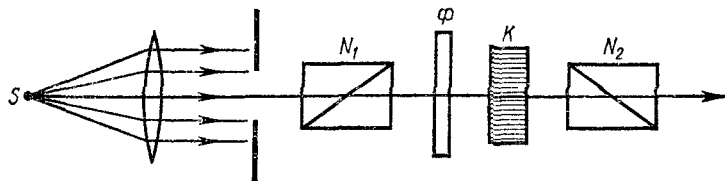


Рис. 12.6

веществ можно привести скипидар, камфору, никотин, раствор сахара, киноварь, биологические макромолекулы и т. д.

Принято определять направление плоскости поляризации относительно наблюдателя, смотрящего навстречу падающему лучу. Вращение называется правым (положительным), если плоскость поляризации поворачивается вправо (по часовой стрелке) для наблюдателя, и левым (отрицательным), если она поворачивается влево (против часовой стрелки).

На основе экспериментальных данных было установлено, что существуют две модификации кварца, одна из которых является правовращающей, а другая — левовращающей. Значение угла вращения в обоих случаях одинаково по абсолютной величине.

Опыты, проведенные с помощью установки, изображенной на рис. 12.6, при разных светофильтрах (разных длинах волн) и прочих равных условиях показали, что величина угла вращения плоскости поляризации зависит от длины волны, т. е. имеет место дисперсия вращательной способности.

Определение угла вращения. Опыты с пластинками кварца разной толщины показали, что для данной длины волны величина угла поворота плоскости поляризации прямо пропорциональна длине пути луча в оптически активной среде, т. е.

$$\psi = \psi_0 l, \quad (12.20)$$

где l — длина пути луча в оптически активной среде (в данном случае толщина кварцевой пластинки), ψ — угол вращения плоскости поляризации, ψ_0 — коэффициент пропорциональности, зависящий от рода вещества, от температуры и от длины волны прошедшего через него света. Параметр ψ_0 зависит от агрегатного состояния вещества и представляет собой угол поворота плоскости поляризации, вызванного слоем вещества толщиной в 1 мм. Величина l обычно измеряется в миллиметрах.

На основе опытов, проведенных Био с растворами в 1831 г. установлено:

$$\psi = [\psi_0] ld, \quad (12.21)$$

где d — концентрация раствора, $[\psi_0]$ — удельная вращательная способность. Иногда пользуются понятием молекулярного вращения:

$$[M] = \frac{M}{100} [\psi_0], \quad (12.22)$$

где M — молекулярный вес оптически активного вещества.

Био установил также следующую приближенную зависимость между $[\psi_0]$ и длиной волны:

$$[\psi_0] \sim \frac{1}{\lambda^2}. \quad (12.23)$$

Позднее Друде установил, что

$$[\psi_0] = \sum_i \frac{A}{\lambda^2 - \lambda_i^2}, \quad (12.24)$$

где A — постоянная величина, λ_i — длина волн, соответствующих собственным колебаниям системы.

§ 6. ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ТЕОРИЯ ВРАЩЕНИЯ ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Гипотеза Френеля. Объяснение вращения плоскости поляризации впервые было дано Френелем (1817 г.). Согласно гипотезе Френеля, вращение плоскости поляризации обусловлено особым типом двойного лучепреломления, при котором волны, поляризованные вправо и влево по кругу, распространяются с разной скоростью в оптически активном веществе. Знак угла вращения плоскости поляризации определяется соотношением скоростей циркулярно поляризованных волн v_l (для левокруговой волны) и $v_{пр}$ (для правокруговой волны). При $v_{пр} > v_l$ оптически активное вещество, по Френелю, называется правовращающим (или просто «правым»), если же $v_{пр} < v_l$, то левовращающим (или просто «левым»).

Можно показать, что гипотеза Френеля формально объясняет явление вращения плоскости поляризации. Линейно-поляризованную волну (\vec{E}), как известно, можно разложить на две волны, поляризованные по правому ($\vec{E}_{пр}$) и по левому ($\vec{E}_л$) кругам (рис. 12.7).

При $v_{\text{пр}} = v_{\text{л}}$ число оборотов электрических векторов $\vec{E}_{\text{пр}}$ и $\vec{E}_{\text{л}}$ в слое вещества толщиной l будет одинаковым и результирующее (исходное) колебание будет происходить вдоль \vec{E} , т. е. среда не обладает свойством оптической активности. Если же $v_{\text{пр}} \neq v_{\text{л}}$, то число оборотов векторов $\vec{E}_{\text{пр}}$ и $\vec{E}_{\text{л}}$ различно и в итоге они повернутся на различные углы $\varphi_{\text{пр}}$ и $\varphi_{\text{л}}$, что приведет к повороту результирующего вектора \vec{E} на некоторый угол ψ . Исходя из предположения, что $v_{\text{пр}} > v_{\text{л}}$, можно вычислить угол ψ (рис. 12.8). После прохождения циркулярно-поляризованными волнами оптически активной среды толщиной l электрический вектор правой волны будет повернут вправо на больший угол, чем вектор левой волны, так как правая волна распространяется с большей скоростью. В итоге

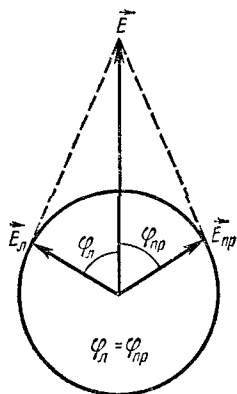


Рис. 12.7

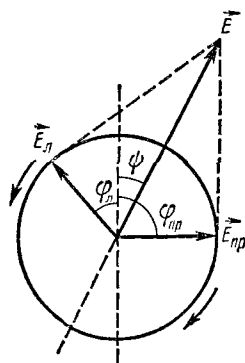


Рис. 12.8

плоскость симметрии, разделяющая пополам сумму углов $\varphi_{\text{пр}}$ и $\varphi_{\text{л}}$, будет повернута вправо на угол ψ , определяемый из условия $\varphi_{\text{пр}} - \psi = \varphi_{\text{л}} + \psi$.

Отсюда

$$\psi = (\varphi_{\text{пр}} - \varphi_{\text{л}})/2.$$

Выразив $\varphi_{\text{пр}}$ и $\varphi_{\text{л}}$ через время t и длину пути волн в оптически активной среде l , можно получить окончательное выражение для ψ :

$$\varphi_{\text{пр}} = \omega (t - l/v_{\text{пр}}),$$

$$\varphi_{\text{л}} = \omega (t - l/v_{\text{л}}).$$

Отсюда

$$\psi = (1/2) \omega l (1/v_{\text{л}} - 1/v_{\text{пр}}).$$

Если фазовые скорости распространения левой и правой волн $v_{\text{л}}$ и $v_{\text{пр}}$ выразить через соответствующие коэффициенты преломления $n_{\text{л}}$ и $n_{\text{пр}}$ ($v_{\text{пр}} = c/n_{\text{пр}}$ и $v_{\text{л}} = c/n_{\text{л}}$) и принять во внимание, что $\omega/c = = 2\pi/cT = 2\pi/\lambda_0$, где λ_0 — длина волны в вакууме, то имеем

$$\psi = (\pi l/\lambda_0) (n_{\text{л}} - n_{\text{пр}}). \quad (12.25)$$

Как следует из выражения (12.25), при $n_l > n_{пр}(v_l < v_{пр})$ ψ является положительным, т. е. вращение плоскости поляризации происходит вправо, а при $n_l < n_{пр}(v_l > v_{пр})$ ψ становится отрицательным, т. е. вращение происходит влево.

Френель подтвердил свою гипотезу при помощи опыта, проведенного со сложной призмой, специально изготовленной им для обнаружения различия в скорости распространения волн, поляризованных вправо и влево по кругу.

Сложная призма Френеля, изображенная на рис. 12.9, состоит из трех кварцевых призм, одна из которых (средняя) является левовращающей, а две другие — правовращающими. Оптические оси всех трех призм, изображенные на чертеже стрелками, направлены одинаково (параллельно падающему лучу). При нормальном падении луча на поверхность первой призмы при имеющейся разнице в показателях преломления циркулярно-поляризованных влево и вправо волн раздвоения лучей не происходит. Так как для правовращающего кварца $n_{пр} < n_l$, а для левовращающего $n_{пр} > n_l$, то на границе раздела призм I и II луч раздвоится. Еще более

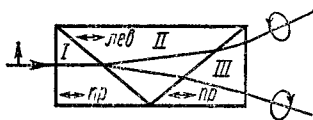


Рис. 12.9

лучи разойдутся на границу между второй и третьей призмами. Таким образом, из призмы III выйдут два луча с правой и левой поляризацией. В действительности такие два циркулярно-поляризованных луча и были получены Френелем.

Механизм кругового двулучепреломления.

Теория Френеля, в основу которой положено круговое двулучепреломление, объяснила вращение плоскости поляризации в оптически активной среде. Однако в этой теории ничего не сказано о механизме, лежащем в основе кругового двулучепреломления. Круговое двулучепреломление можно объяснить, если исходить из протяженности самой молекулы среды, т. е. если не пренебрегать эффектами, зависящими от отношения r/λ , где r — размер молекулы, а λ — длина волны. При учете протяженности молекул среды электромагнитное поле световой волны, воздействующее на нее, нельзя считать однородным и необходимо учитывать изменение фазы волны в пределах одной молекулы.

Отношение r/λ в оптическом диапазоне составляет примерно 10^{-3} . Возможность экспериментального определения чрезвычайно малых $\Delta n = n_l - n_{пр}$ ($\Delta n \sim 10^{-9}$) дает полное основание принять во внимание эффекты, связанные с учетом отношения $r/\lambda \sim 10^{-3}$.

Оптическая активность среды проявляется двояким образом: в круговом двулучепреломлении, т. е. в разной скорости распространения света в веществе, поляризованного по кругу вправо и влево, и в круговом дихроизме, т. е. в разных коэффициентах поглощения для света правой и левой круговой поляризации. Оба явления отражают один и тот же физический процесс взаимодействия световой волны с веществом, поэтому, естественно, зная одну из величин, можно найти другую. На практике часто необходимо измерять оба

эти явления, так как, заключая в себе одну и ту же информацию, каждое из них имеет свои преимущества и недостатки и они взаимно дополняют друг друга. Так, например, данные по круговому дихроизму легче интерпретировать теоретически и с их помощью легче выделить вклады от отдельных полос поглощения, так как круговой дихроизм имеет заметную величину лишь в полосе поглощения вещества.

В свою очередь, измерение кругового двулучепреломления имеет то преимущество, что позволяет исследовать оптическую активность веществ, не имеющих полос поглощения в доступной для эксперимента области спектра.

Мерой оптической активности являются величины $(n_l - n_{pr})$ для кругового двулучепреломления и $(\alpha_l - \alpha_{pr})$ для кругового поглощения. Эти разности очень малы по сравнению с абсолютными средними значениями показателя преломления $n_{cp} = \frac{1}{2} (n_l + n_{pr})$

и коэффициента поглощения $\alpha_{cp} = \frac{1}{2} (\alpha_l + \alpha_{pr})$. В действительности $(n_l - n_{pr}) \simeq 10^{-8} \div 10^{-10}$, а $(\alpha_l - \alpha_{pr}) \simeq 10^{-2} \div 10^{-4}$, т. е. оптическая активность представляет собой очень маленькую разность двух величин. Отсюда видно, насколько более высоким требованиям должны отвечать приборы для изучения оптической активности по сравнению с приборами для измерения обычного показателя преломления и поглощения.

Имеющиеся в настоящее время лучшие рефрактометрические методы позволяют измерять изменение показателя преломления порядка 10^{-8} . Следовательно, их чувствительность недостаточна для измерения кругового двулучепреломления по разности показателей преломления для света, поляризованного по кругу вправо и влево. Поэтому для измерения оптической активности веществ применяют другую методику и аппаратуру — спектрополяриметр для измерения величины угла вращения плоскости поляризации и дихрограф в виде приставки к спектрополяриметру или самостоятельного прибора для измерения кругового дихроизма.

Если различие в скорости распространения лучей, поляризованных по кругу влево и вправо, приводит к вращению плоскости поляризации, то различие коэффициентов поглощения этих же лучей приводит к эллиптической поляризации. Это связано с тем, что поляризованные по кругу компоненты с амплитудами $E_l = E_0/2$ и $E_{pr} = E_0/2$ при прохождении слоя вещества поглощаются по-разному, в результате чего их амплитуды при выходе из вещества становятся неодинаковыми. Сложение двух круговых колебаний разных амплитуд дает эллиптически-поляризованный свет, причем направление вращения по эллипсу будет совпадать с направлением вращения поляризованной по кругу компоненты, которая поглощается в меньшей степени. Круговой дихроизм характеризуется эллиптичностью, т. е. отношением полуосей эллипса. Тот факт, что эллиптичность не зависит от различия скоростей распространения левой и правой волн, а угол поворота плоскости поляризации — от вели-

чины кругового дихроизма, позволяет изучить каждое из этих явлений в отдельности даже при их одновременном проявлении.

Современные спектрополяриметры имеют чувствительность порядка $0,001^\circ$, точность $0,002^\circ$ и работают в области длин волн от 1850 до 7000 Å.

Классическая молекулярная теория оптической активности впервые была разработана М. Борном (1915 г.). Согласно теории Борна, оптическую активность можно объяснить, если предположить, что:

- 1) фаза световой волны в разных точках молекулы различна;
- 2) электроны молекулы взаимодействуют между собой;
- 3) молекула не имеет центра и плоскости симметрии*.

Учет этих трех условий приводит к разной реакции среды на право- и левополяризованные волны и, следовательно, к круговому двойному лучепреломлению.

Метод оптической активности является самым точным методом определения разности коэффициентов преломления. Если интерференционный метод, считающийся одним из точных, позволяет измерить разность коэффициентов преломления с точностью до одной миллионной, то метод оптической активности позволяет обнаружить различие в коэффициентах преломления с точностью на несколько порядков большей ($\Delta n \sim 10^{-11}$).

Приборы, предназначенные для измерения величины угла вращения плоскости поляризации, называются поляриметрами. Поляриметр, применяемый для определения концентрации сахара в растворе путем измерения угла вращения плоскости поляризации, называется сахариметром. Существующие современные спектрополяриметры дают возможность измерять поворот плоскости поляризации с точностью до $0,001^\circ$ в зависимости от длины волны падающего света.

При $l = 25$ см, $\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$ см и $\psi = 0,001^\circ$ для Δn имеем

$$\Delta n = n_d - n_{np} = \frac{\psi \lambda}{\pi l} = \frac{0,001 \cdot 5 \cdot 10^{-5} \text{ см}}{180^\circ \cdot 25 \text{ см}} \simeq 10^{-11}.$$

§ 7. МАГНИТНОЕ ВРАЩЕНИЕ ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ (ЭФФЕКТ ФАРАДЕЯ)

Наблюдение эффекта Фарадея. Схема опыта, предназначенная для наблюдения эффекта Фарадея, представлена на рис. 12.10. Исследуемое оптически неактивное вещество, помещенное внутрь катушки, расположено между двумя скрещенными николями. При выключенной катушке луч света не проходит через скрещенные призмы. Если подключить катушку к источнику тока, то возникает продольное магнитное поле, в результате чего через скрещенные призмы проходят лучи света. Поворотом одного из николей на определенный угол вокруг оси луча, совпадающей с направлением

* См.: Ландау Л. Д. и др. Курс общей физики. М., «Наука», 1965, гл. VI, § 40.

напряженности магнитного поля, можно добиться полной темноты. Это приводит нас к выводу о том, что в данном случае имеет место вращение плоскости поляризации света, вышедшего из поляризатора.

Как показывает опыт, величина угла вращения плоскости поляризации прямо пропорциональна напряженности внешнего постоянного магнитного поля и длине пути луча в неактивной среде (среда,

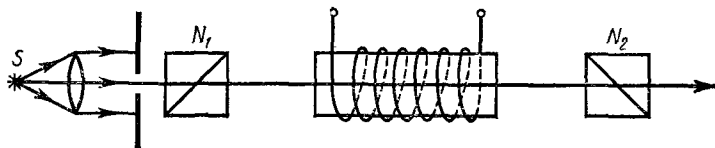


Рис. 12.10

не способная вращать плоскость поляризации при отсутствии действия магнитного поля, называется неактивной), т. е.

$$\psi = \rho l H_0, \quad (12.26)$$

где ρ — постоянная для данного вещества величина, называемая постоянной Верде.

Ввиду того что магнитное поле является аксиальным вектором и входит в уравнение выражения (12.26) в первой степени, при отражении от зеркальной поверхности знак вращения изменяется на обратный. Это позволяет, как отметил еще Фарадей, увеличить суммарный угол поворота в плоскости поляризации при постоянной толщине исследуемого вещества путем многократного отражения от зеркальных поверхностей (рис. 12.11).

Зависимость (12.26) была впервые экспериментально установлена Фараде-ем. Верде, проводя многочисленные опыты с прозрачными веществами, установил, что ρ есть величина, зависящая от природы вещества. Экспериментальные данные и теоретические расчеты показывают, что магнитное вращение, подобно естественному вращению, зависит как от длины волны падающего света, так и от температуры. Однако зависимость ρ от температуры весьма слабая. Сама величина небольшая.

Дисперсия магнитного вращения выражается приближенно законом Био

$$\rho = A_1/\lambda^2 + A_2/\lambda^4, \quad (12.27)$$

где A_1 и A_2 — постоянные величины.

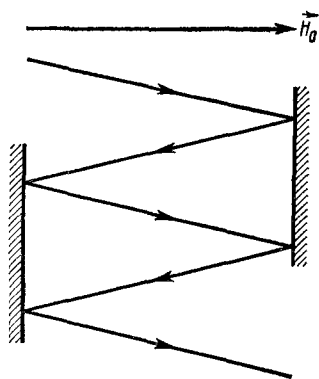


Рис. 12.11

Было установлено, что в собственной полосе поглощения исследуемого вещества наблюдается аномальная дисперсия магнитного вращения. Это явление впервые наблюдалось в 1898 г. Макалузо и Корбинно и поэтому носит их имя.

Для явления Фарадея характерно еще то, что оно является безынерционным. Это позволяет применить эффект Фарадея для создания оптического затвора для модуляции света и т. д.

Эффект Фарадея в растворах. При измерении магнитного вращения плоскости поляризации возникают дополнительные сравнительно с обычной спектрополяризацией трудности. Прежде всего это относится к измерению эффекта Фарадея растворов. В магнитном поле все вещества вращают плоскость поляризации. Поэтому вращение, обусловленное исследуемым веществом, находящимся в растворе в небольшой концентрации, приходится измерять на фоне большого балластного вращения кюветы и растворителя. В зависимости от выбора изучаемого вещества и его концентрации измеряемые эффекты составляют величину от 0,01 до 0,1°. Балластное же вращение в ультрафиолетовой области при толщине кюветы в 1 см больше 10°, т. е. на 2—3 порядка больше измеряемого полезного эффекта. Измерения без компенсации балластного вращения приводят к необходимости высокой стабильности магнитного поля (до 10^{-4}) и других параметров прибора. При измерении же магнитного вращения незначительное изменение длины волны вследствие дисперсии балластного вращения, которое очень велико, приводит к изменению вращения в ультрафиолетовой области спектра на 0,002—0,003°. Это исключает возможность измерения небольших эффектов. Кроме того, отсутствие компенсации балластного вращения исключает возможность автоматической записи дисперсии исследуемого вещества, так как она маскируется дисперсией балластного вращения.

Все эти трудности можно устранить, если применить для компенсации балластного вращения дифференциальный метод. В этом методе используются два последовательно расположенных магнита с противоположно направленными магнитными полями. В зазоре одного магнита помещается кювета с исследуемым веществом, в зазоре другого — кювета с растворителем. Таким образом, происходит автоматическая компенсация балластного вращения и появляется возможность записи эффекта, обусловленного только вращением исследуемого вещества.

Источники магнитного поля. В качестве источников магнитного поля можно использовать импульсные магниты, сверхпроводящие магниты, постоянные магниты и электромагниты. Импульсные магниты позволяют получать сильные магнитные поля (до $2 \cdot 10^5$ Э), но относительная точность в этом случае меньше, чем при использовании постоянных магнитов. Удобство сверхпроводящих магнитов заключается в возможности получения достаточно сильных магнитных полей (до 50 кЭ) при небольших габаритах магнита. Однако такие магниты сложны в эксплуатации и для их работы необходима температура жидкого гелия. Поэтому наиболее целесообразно при-

менять постоянные магниты и электромагниты. Последние позволяют получать более сильные поля (до 30 кЭ).

Элементарная теория магнитооптического явления Фарадея. Как было показано выше, вращение плоскости поляризации обусловлено циркулярным двулучепреломлением, т. е. различием показателей преломления лучей, поляризованных по кругу влево и вправо. Следовательно, причину магнитного вращения плоскости поляризации надо искать в возникновении под действием внешнего магнитного поля разности показателей преломления ($n_{\perp} - n_{\parallel}$).

Для составления разности ($n_{\perp} - n_{\parallel}$) найдем n_{\perp} и n_{\parallel} , исходя из выражений (11.22) и (12.18). Тогда для волны, распространяющейся в определенной среде, получаются значения показателей преломления:

$$\left. \begin{aligned} n_{\perp}^2 &= 1 + \frac{4\pi N \frac{e^2}{m}}{\omega_0^2 - \omega^2 + \frac{e}{mc} \omega H_0}, \\ n_{\parallel}^2 &= 1 + \frac{4\pi N \frac{e^2}{m}}{\omega_0^2 - \omega^2 - \frac{e}{mc} \omega H_0}. \end{aligned} \right\} \quad (12.28)$$

При получении выражения (12.28) мы пренебрегли малой величиной $(\Delta\omega)^2 = \frac{e^2}{4m^2c^2} H_0^2$.

Как известно, неравенство показателей преломления для право- и левополяризованных волн приводит к вращению плоскости поляризации на угол ψ , равный $\psi = \frac{\omega}{2c} (n_{\perp} - n_{\parallel}) l$. Из (12.28) следует

$$n_{\perp}^2 - n_{\parallel}^2 = \frac{4\pi N e^2}{m} \cdot \frac{2 \frac{e}{mc} \omega H_0}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 - \left(\frac{e}{mc} \omega H_0\right)^2}.$$

Если обозначить $n_{ср} = \frac{1}{2}(n_{\perp} + n_{\parallel})$ и пренебречь малой величиной $\left(\frac{e}{mc} \omega H_0\right)^2$, то получим

$$n_{\perp} - n_{\parallel} = \frac{4\pi N e^3}{n_{ср} m^2 c} \cdot \frac{\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2} H_0. \quad (12.29)$$

Подставляя значение $(n_{\perp} - n_{\parallel})$, имеем

$$\psi = \frac{2\pi N e^3}{n_{ср} m^2 c^2} \cdot \frac{\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2} l H_0. \quad (12.30)$$

Сравнивая (12.30) с (12.26), для постоянной Верде получим

$$\rho = \frac{2\pi N e^3}{n_{ср} m^2 c^2} \cdot \frac{\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2}. \quad (12.31)$$

Так как электронные полосы поглощения лежат в ультрафиолетовой области спектра, то $\omega \ll \omega_0$ и, следовательно, можно пренебречь ω^2 в знаменателе выражения (12.31), в результате чего получается $\rho \sim \omega^2 \sim \frac{1}{\lambda^2}$. Такая зависимость константы Верде от частоты находится в согласии с экспериментом.

Для анализа характера изменения разности показателей преломления ($n_{\perp} - n_{\parallel}$), определяющего угол поворота плоскости поля-

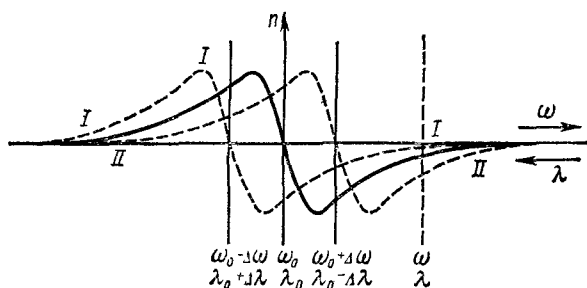


Рис. 12.12

ризации, рассмотрим кривую дисперсии (рис. 12.12) вблизи линии поглощения. Кривая дисперсии при отсутствии магнитного поля изображена линией. Сместив эту кривую вправо и влево на величину $\frac{e}{2mc} H_0$, получим дисперсионные кривые I и II, изображающие соответственно кривые дисперсии лучей, поляризованных по левому и правому кругам. Вычитая ординаты одной кривой из ординаты другой, можно получить кривую, определяющую изменение угла поворота плоскости поляризации вблизи линии поглощения (рис. 12.13, кривая III).

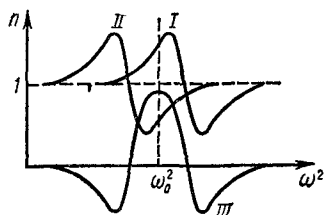


Рис. 12.13

Как следует из рис. 12.13, вблизи линии поглощения дважды меняется знак эффекта Фарадея (ψ имеет один знак вне интервала $\omega_0 \pm \Delta\omega$ и другой знак внутри этого интервала частот), ввиду того что разность ($n_{\perp} - n_{\parallel}$) принимает большие значения вблизи линии поглощения. Вследствие рез-

кого изменения показателя преломления в этой области угол вращения вблизи собственных линий поглощения становится очень большим. Вращение плоскости поляризации наблюдается также далеко от собственных частот.

Все эти выводы элементарной классической теории эффекта Фарадея, основанного на обратном эффекте Зеемана, подтверждаются опытными данными.

Квантовомеханическая теория хотя и вносит существенные уточнения, но физическое содержание явления остается неизменным. Согласно квантовой теории, вычисление магнитной оптической активности вещества проводится обычно в три этапа:

1. Вращение плоскости поляризации записывается через разность показателей преломления для правого и левого циркулярно-поляризованного света.

2. Эта разность выражается через электрические и магнитные моменты, наведенные в молекулах электромагнитной волной.

3. Наведенные моменты рассчитываются квантовомеханически.

Глава XIII

РАССЕЯНИЕ СВЕТА

Многочисленные опытные данные свидетельствуют о том, что свет в оптически однородной среде распространяется прямолинейно. Такой же вывод следует из принципов Гюйгенса, Ферма и т. д. Наличие же оптической неоднородности в среде приводит к рассеянию света*.

Оптические неоднородности могут возникать по разным причинам. Например, твердые частицы, взвешенные в газе (дым), капли жидкости (воды) в атмосфере (туман), твердые частицы, взвешенные в жидкости (суспензии), и т. д. приводят к оптически неоднородным средам. Такие оптические неоднородные среды принято называть мутными средами.

Рассеяние света, как показал опыт, может происходить также при распространении света через свободные от чужеродных примесей прозрачные однородные (чистые) среды. Подобное рассеяние — рассеяние света в однородных средах — называется молекулярным рассеянием света. О причинах возникновения оптической неоднородности в этом случае речь будет идти в § 2.

Дальнейшие исследования (Мандельштам, Раман) показали, что возможно также рассеяние, отличное по механизму возникновения и всем другим признакам от рассеяния света в мутных средах и от молекулярного рассеяния света. Это есть так называемое комбинационное рассеяние света.

§ 1. РАССЕЯНИЕ СВЕТА В МУТНЫХ СРЕДАХ

Опыты Тиндаля. Рассеяние света в мутных средах** было впервые экспериментально изучено Тиндалем (1869 г.) и поэтому, как правило, называется явлением Тиндаля.

Пропуская интенсивный пучок белого света вдоль оси стеклянной трубки (длиной около метра, диаметром около 7 см), внутри которой находилось небольшое количество малых по сравнению с длиной волны видимого света частиц, Тиндаль произвел наблюдение

* См.: Подробнее см. Мандельштам Л. И. Полн. собр. трудов, т. 1. М., Изд-во АН СССР, 1948, Ландсберг Г. С. Избр. труды М., Изд-во АН СССР, 1959 его же. Вступительная статья к книге К. Кольрауша «Спектры комбинационного рассеяния». М., ИЛ, 1952.

** Подробнее см.: Шифрин К. С. Рассеяние света в мутной среде. М.—Л., Гостехиздат, 1951.

рассеянного света под различными углами к направлению падающего света. Схематично опыт Тиндаля представлен на рис. 13.1.

Тиндаль и ряд его последователей, изучая рассеяние белого света в мутных средах, где размеры неоднородностей (частиц) малы по сравнению с длиной волны видимого света (не более 0,2—0,1λ), установили следующие закономерности:

1) свет, рассеянный под углом к первичному пучку (в боковом направлении), обнаруживает сине-голубой оттенок, другими словами, рассеяние в этом случае происходит преимущественно в коротковолновой части видимой области спектра;

2) свет, рассеянный под прямым углом к первичному пучку естественного света, полностью (если рассеивающие частицы изотропные) или почти полностью линейно-поляризован;

3) индикатриса рассеяния * симметрична относительно направлений первичного пучка и перпендикулярного ему, т. е.

$$I_{\varphi} = I_{\pi/2} (1 + \cos^2 \varphi), \quad (13.1)$$

где I_{φ} и $I_{\pi/2}$ — интенсивности рассеянного света соответственно под углами φ и $\pi/2$. Выражение (13.1) определяет зависимость интенсивности рассеянного света от угла рассеяния, если падающий первичный пучок света является естественным (неполяризованным).

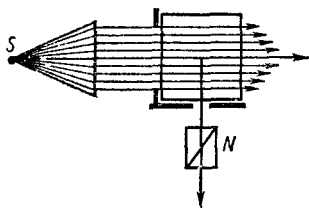


Рис. 13.1

К теории рассеяния света Рэлея.

Первая теория рассеяния света была разработана Рэлеем в 1889 г. Он, рассматривая задачу распространения естественного света в сплошной среде с вкрапленными в нее частицами сферической формы, размеры которых малы по сравнению с длиной волны света и диэлектрическая проницаемость ϵ отлична от диэлектрической проницаемости ϵ_0 сплошной среды, получил следующее выражение для интенсивности рассеянного света **:

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{9\pi^2 \epsilon_0^2 N_1^2 v_1^6}{r^2 \lambda^4} \left(\frac{\epsilon - \epsilon_0}{\epsilon + \epsilon_0} \right)^2 \cdot (1 + \cos^2 \varphi), \quad (13.1a)$$

где r — расстояние от рассеивающей частицы до точки наблюдения, N_1 — число частиц в 1 см^3 , v_1 — объем одной частицы, φ — угол рассеяния. При выводе этой формулы Рэлей полагал, что вторичные волны, исходящие от разных рассеивающих свет частиц, взаимно когерентны, и поэтому при вычислении интенсивности рассеянного света он суммировал именно амплитуды рассеянных волн.

* Кривая распределения интенсивности рассеянного света в зависимости от угла рассеяния (угла между направлением распространения первичного пучка света и направлением наблюдения)

** См.: Волькенштейн М. В. Молекулярная оптика, § 28; Фабельник И. Л. Молекулярное рассеяние света, М., «Наука», 1965, с. 16—17.

Легко видеть из формулы (13.1а), что при $\epsilon = \epsilon_0$ интенсивность рассеянного света $I_\phi = 0$, т. е. рассеяние света не имеет места если диэлектрические проницаемости частиц и окружающей среды совпадают, другими словами, если оптическая неоднородность (разность $\epsilon - \epsilon_0$) отсутствует.

Из формулы (13.1а) вытекают два важных вывода:

1. Интенсивность рассеянного света прямо пропорциональна шестой степени радиуса частицы.

2. Интенсивность рассеянного света обратно пропорциональна четвертой степени длины волны.

Схема опыта по рассеянию света. Простая схема опыта для исследования рассеяния света изображена на рис. 13.2. Мощный источник света S расположен в фокусе линзы. Падающий на кювету K свет рассеивается находящимся в ней веществом. Призма Николя служит для обнаружения поляризации рассеянного света. С целью уничто-

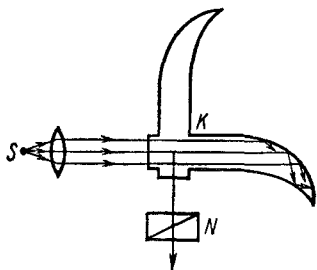


Рис. 13.2

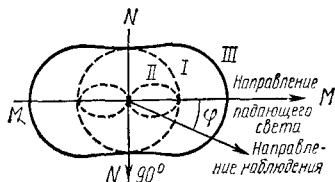


Рис. 13.3

жения паразитных эффектов (световых лучей, отраженных от стенок кюветы) концы трубок изготовлены в виде рогов, внутренние стенки которых зачернены для усиления поглощения.

Индикатрисы рассеяния в случаях, когда падающий свет линейно-поляризован (кривые I — падающий свет линейно-поляризован так, что колебание электрического вектора светового поля происходит в плоскости наблюдения вдоль оси y , II — электрический вектор колеблется перпендикулярно плоскости наблюдения вдоль оси z и естественный — кривая III), представлены на рис. 13.3. Как видно из рис. 13.3: 1) распределение интенсивности рассеянного света симметрично относительно плоскостей NN' и MM' ; 2) при наблюдении под прямым углом к первичному направлению распространения рассеянный свет плоскополяризован таким образом, что колебание электрического вектора происходит перпендикулярно плоскости наблюдения (вдоль оси z).

Голубой цвет неба. Цвет зари. Второй вывод ($I \sim 1/\lambda^4$), как правило, называется законом Рэлея. Именно этот закон позволил Рэлею объяснить голубой цвет неба.

Как видно из формул, $I \sim 1/\lambda^4$ (закон Рэлея), т. е. чем короче световые волны, тем сильнее они рассеиваются. Голубой цвет неба, как об этом уже упомянули, и красный цвет Солнца на восходе и на

закате объясняются этой закономерностью — обратной пропорциональностью интенсивности рассеянного света четвертой степени длины световой волны. Когда Солнце находится выше горизонта, Солнце и звезды видели бы мы ярко светящимися телами на абсолютно черном небе, если бы не имело места рассеяние солнечного света. Небо видим светлым (вернее голубым) только благодаря рассеянию света в атмосфере. Поскольку интенсивность рассеянного света, согласно закону Рэлея, обратно пропорциональна четвертой степени длины волны, то более интенсивное рассеяние произойдет в коротковолновой части видимой области и поэтому небо примет голубой * оттенок.

В случае, когда Солнце стоит низко над горизонтом, до нас доходят лучи света Солнца, ослабленные благодаря рассеянию при прохождении сквозь сравнительно большую толщу атмосферы. Поскольку рассеяние сильнее в коротковолновой части видимого спектра, то диск Солнца на восходе и на закате мы видим красным.

Дальнейшие наблюдения показали, что наличие мелких частиц пыли в атмосфере не может являться единственной причиной голубизны неба и поляризации света неба. Как стало известно из наблюдений в горных обсерваториях, чем чище воздух, (т. е. чем меньше присутствует в атмосфере мелких частиц пыли), тем больше голубизна неба и тем полнее поляризация света неба. Этот факт послужил основанием Рэлею еще раз вернуться к задаче рассеяния света в атмосфере и объяснить голубой цвет неба молекулярной структурой воздуха. На этот раз Рэлей в основу своей теории положил тот факт, что рассеяние света происходит не на частицах пыли, а на самих молекулах газов, составляющих воздух. Сущность этой теории Рэлея излагается в начале следующего параграфа.

§ 2. МОЛЕКУЛЯРНОЕ РАССЕЯНИЕ СВЕТА В ГАЗАХ

Согласно представлениям Рэлея, рассеяние света однородной газовой средой объясняется движением молекул ее составляющих. Рэлею было известно, что распространение плоской волны через однородную среду, состоящую из неподвижных частиц (молекул), не приводит к рассеянию света. Отсутствие рассеяния света в данном случае обусловлено интерференцией вторичных волн. Постоянство сдвига фаз между вторичными волнами, исходящими из одинаковых элементов объема, приводит к взаимному гашению вторичных волн во всех направлениях, кроме направления распространения, предписанного законом геометрической оптики **. Чтобы объяснить рассеяние света в газе, Рэлей полагал, что вторичные волны, излучаемые одинаковыми элементами объема однородной среды (газа),

* Точнее говоря, цвет неба будет обусловлен кроме закона Рэлея также спектральным составом солнечного излучения и кривой спектральной чувствительности глаза (функцией видности).

** Доказательство см.: М ан д е л ь ш т а м Л. И. Полн. собр. трудов, т. 1, с. 116; В о л ь к е н ш т е й н М. В. Молекулярная оптика, с. 200—201, Ф а б е л и н с к и й И. Л. Молекулярное рассеяние света, с. 18—19.

являются некогерентными. Согласно Рэлею, некогерентность в данном случае обусловлена непрерывным беспорядочным движением молекул газа, приводящим к нарушению фазовых соотношений. Поскольку вторичные волны, исходящие из одинаковых элементов объема однородного газа, некогерентны (по Рэлею) и поэтому интенсивность света рассеянного в газе пропорциональна числу молекул в единице объема, то можно подсчитать интенсивность рассеяния отдельной молекулой и просуммировать по числу молекул. Рэлей, произведя соответствующие вычисления, получил выражение для интенсивности рассеянного газом света. Подобную формулу получим, исходя из современной статистической теории рассеяния.

Акад. Л. И. Мандельштам в 1907 г. в своей известной работе * «Об оптически однородных и мутных средах» указал на ошибочность основного предположения теории Рэля — молекулярного рассеяния в газах. С помощью глубокого теоретического анализа и убедительных опытов, представленных в цитированной выше классической работе, Л. И. Мандельштам показал, что оптически однородная среда не может рассеивать свет, независимо от того, движутся его частицы или нет. Л. И. Мандельштам пишет **, что предположение Рэля о нарушении фазовых соотношений вследствие тепловых движений молекул «справедливо в той или иной мере для двух частиц. Если же их много, то совершенно безразлично, создают ли определенную интерференционную картину в некоторой точке две определенные частицы или же такие фиксированные пространственные области, размеры которых малы сравнительно с длиной волны и которые остаются равными друг другу по количеству содержащихся в них частиц. Но оптически однородную среду всегда можно подразделить на такие пространственные области, а это и есть определение оптической однородности. Таким образом, мы приходим к выводу, что оптически однородная среда не может являться мутной, независимо от того, движутся частицы или нет». Как вытекает из этой цитаты, для того чтобы рассеяние имело место, среда должна быть оптически неоднородной.

Чем может быть обусловлена оптическая неоднородность физически однородных сред (чистых газов, жидкостей, кристаллов, истинных растворов)? Ведь в них наблюдается рассеяние света.

Ответ на поставленный вопрос был дан, в частности, в 1908 г. польским ученым М. Смолуховским, развившим теорию так называемой критической опалесценции.

Известно, что вблизи критической точки совершенно прозрачная среда становится мутной — происходит интенсивное рассеяние света, причем в непосредственной близости от критической точки интенсивность рассеянного света $I \sim 1/\lambda^2$. Это явление носит название критической опалесценции.

Смолуховский показал, что причиной сильного возрастания интенсивности рассеянного света вблизи критической точки явля-

* См.: Мандельштам Л. И. Полн. собр. трудов, т. 1, с. 109—124.

** Там же, с. 116.

ются случайные нарушения постоянства плотности — флуктуации плотности, которые из-за неограниченного возрастания сжимаемости вещества dv/dp вблизи критической точки становятся большими. Подобное рассеяние происходит также в растворах при критической температуре смещения (температура, выше которой растворение происходит в любых соотношениях растворителя и растворяющегося вещества). Это явление было изучено теоретически и экспериментально Мандельштамом*.

Явление, напоминающее критическую опалесценцию, происходит также вблизи температуры фазового перехода второго рода. Как показали И. А. Яковлев и др.** в узком температурном интервале ($\Delta T \sim 0,1^\circ$) при фазовом переходе второго рода в кварце интенсивность рассеянного света возрастает 10^4 раз по отношению к интенсивности света, рассеянного по обе стороны от температуры перехода. Это явление хорошо объясняется и количественно описывается теорией рассеяния света, развитой акад. Гинзбургом*** при фазовых переходах второго рода в области критической точки Кюри.

Идея Смолуховского о флуктуациях плотности, которые имеют место при любых, отличных от нуля температурах среды, или о причине светорассеяния легла в основу статистической теории рассеяния света, развитой в дальнейшем разными авторами.

§ 3. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ РАССЕЯНИЯ СВЕТА В ГАЗАХ

Коротко изложим суть современной статистической теории рассеяния света в газах. Будем считать, что неоднородности возникают только благодаря флуктуации плотности в объемах, линейные размеры которых малы по сравнению с длиной волны света. Пусть в некотором малом объеме v случайно (благодаря тепловому движению молекул) собралось число частиц $N_0 + \Delta N$, где N_0 — число частиц в рассматриваемом малом объеме при идеально равномерном распределении молекул в пространстве, ΔN — флуктуация плотности молекул. В результате такого скопления частиц рассматриваемый малый объем излучает волну амплитуды $\vec{E}_0 + \vec{E}'$, где \vec{E}_0 — амплитуда волны, излучаемая тем же объемом с числом частиц N_0 . В отличие от случая совершенно равномерного распределения частиц по объемам рассеяние в этом случае не будет теперь уничтожаться интерференцией ни по одному из направлений. Напряженность поля световой волны, рассеянной малым объемом v , будет обусловлена полем E . Ее легко вычислить, если учесть, что флуктуации плотности вызывают дополнительную поляризацию $\Delta \vec{P}$ под действием световой волны. Действительно, поскольку диэлектрическая прони-

* См.: Мандельштам Л. И. Полн. собр. трудов, т. 1, с. 246.

** См.: Яковлев И. А., Величкина Т. С., Михеева Л. Ф. Кристаллография, 1, 123, 1956; ДАН СССР, 107, 675, 1956.

*** См.: Гинзбург В. Л. ДАН СССР, 105, 240, 1955. Материалы X совещания по спектроскопии. Львов, т. 1, 1957, с. 115. Гинзбург В. Л., Леванюк А. П. Сборник статей памяти Ландсберга. Изд-во. АН СССР, 1959.

цаемость зависит от плотности вещества, то флуктуация плотности приведет к соответствующим флуктуациям диэлектрической проницаемости, т. е. диэлектрическую проницаемость можно представить в виде $\epsilon = \epsilon_0 + \Delta\epsilon$, где ϵ_0 — среднее значение ϵ , а $\Delta\epsilon$ — отклонение от среднего — флуктуация. Тогда поляризация (дипольный момент единицы объема) будет определяться как

$$\vec{P} = \frac{\epsilon - 1}{4\pi} \vec{E}^0 = \frac{\epsilon_0 - 1}{4\pi} \vec{E}^0 + \frac{\Delta\epsilon}{4\pi} \vec{E}^0 = \vec{P}_0 + \Delta\vec{P}, \quad (13.2)$$

где \vec{E}^0 — напряженность электрического поля падающей световой волны.

Рассеяние света, очевидно, будет обусловлено только вторым членом выражения (13.2).

Если считать размеры молекул (диполя) исчезающе малыми по сравнению с длиной волны падающего света, то можно ограничиться рассмотрением дипольного рассеяния, согласно которому электрическое поле световой волны, получаемой диполем в точке, находящейся на расстоянии r от диполя, значительно превышающем его размеры, равно

$$E = \frac{\omega^2}{c^2 r} p \sin \theta, \quad (13.3)$$

где p — дипольный момент, ω — частота световой волны, c — скорость света, θ — угол между вектором \vec{r} и осью диполя.

Очевидно, что дипольный момент объема v будет

$$\vec{P}_v = \vec{P}v = \vec{P}_0 v + v \Delta\vec{P}. \quad (13.4)$$

Как отметили выше, рассеяние света будет обусловлено вторым членом выражения (13.4) и поэтому напряженность поля световой волны, рассеянной малым объемом v , равна

$$E_\theta = \frac{\omega^2}{c^2 r} \Delta p \sin \theta = \frac{\omega^2}{c^2 r} \cdot \frac{\Delta\epsilon}{4\pi} E^0 v \sin \theta. \quad (13.5)$$

Поскольку весь рассеивающий объем V состоит из большого числа микроскопических объемов v , то суммарное поле рассеяния складывается из полей, создаваемых этими объемами. Рассеяние отдельными малыми объемами v можно считать независимым для газа, если линейные размеры этих объемов велики по сравнению с радиусом межмолекулярного взаимодействия ($\sim 10^{-7}$ см) и малы по сравнению с длиной волны возбуждающего света ($\sim 10^{-5}$ см). В этом случае вычисление рассеяния во всем объеме V сводится к сложению интенсивностей рассеяния I_v от объемов v . Исходя из выражения (13.5), имеем

$$I_v = \frac{cn}{4\pi} |\overline{E}_\theta|^2 = I_0 \frac{\pi^2 v^2}{r^2 \lambda^4} (\overline{\Delta\epsilon})^2 \sin^2 \theta, \quad (13.6)$$

где $I_0 = cn/4\pi \cdot |\overline{E}_0^2|$.

Тогда интенсивность рассеянного в объеме V света равна

$$I = \frac{V}{v} I_v = I_0 \frac{\pi^2 v V}{r^2 \lambda^4} (\overline{\Delta \epsilon})^2 \sin^2 \theta. \quad (13.7)$$

Так как

$$\begin{aligned} \epsilon - 1 &= 4\pi N_1 a = 4\pi \frac{N}{V} a, \text{ то} \\ \Delta \epsilon &= 4\pi a \frac{\Delta N}{V} = (\epsilon - 1) \Delta N / N, \\ I_\theta &= I_0 \frac{\pi^2 v^4}{r^2 \lambda^4} (\epsilon - 1)^2 \frac{\overline{\Delta N^2}}{N^2} \sin^2 \theta, \end{aligned} \quad (13.7a)$$

где $N = N_1 V$ — число молекул в объеме V .

Для глаза $n \sim 1$ и поэтому $\epsilon - 1 = n^2 - 1 = (n - 1)(n + 1) \simeq 2(n - 1)$. С другой стороны, как можно показать*, для

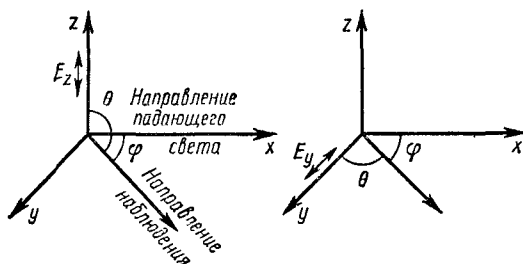


Рис. 13.4

идеального газа $\overline{\Delta N^2} = N$. Следовательно, интенсивность света, рассеянного объемом V , равна

$$I_\theta = I_0 \frac{4\pi^2}{r^2 \lambda^4} (n - 1)^2 \frac{v}{N_1} \sin^2 \theta. \quad (13.8)$$

Формула (13.8) называется формулой Рэлея. Ее можно было бы вывести исходя из соображений Рэлея о том, что интенсивность рассеянного некоторым объемом света будет представлять собой сумму интенсивностей света рассеянными отдельными молекулами, находящимися в данном объеме. Такое неверное предположение Рэлея приводило к правильному результату в случае идеального газа лишь благодаря равенству $\overline{\Delta N^2} = N$.

Формулу, аналогичную (13.8) для углового распределения интенсивности, можно получить также в случае, когда падающий свет является не линейно-поляризованным, а естественным. Так как естественный свет можно разложить на две компоненты (рис. 13.4) со взаимно перпендикулярными компонентами E_z (перпендикулярно плоскости наблюдения) и E_y (в плоскости наблюдения), то для углового распределения интенсивности рассеянного света

* См.: Волькенштейн М. В. Молекулярная оптика, с. 205—207.

получим

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{2\pi^2}{r^2 \lambda^4} (n-1)^2 \frac{v}{N_1} (1 + \cos^2 \varphi), \quad (13.9)$$

где φ — угол рассеяния (угол между направлением наблюдения и направлением распространения падающей волны). При выводе формулы (13.9) ввиду разложения электрического вектора падающего света на две взаимно перпендикулярные составляющие, I_0 заменена на $I_0/2$. Вследствие некогерентности волн, обусловленных колебаниями вдоль y и z , складывались интенсивности, а не амплитуды.

С помощью тщательно проведенных опытов (Аббо, Кабанна, Стрэтт, Вуд и др.) удалось убедительно доказать существование молекулярного рассеяния света в чистом воздухе и других газах и тем самым подтвердить, что цвет неба целиком может быть объяснен только молекулярным рассеянием света в чистой атмосфере. Измерение интенсивности рассеянного в атмосфере света позволило определить с помощью формулы Рэля число молекул в единице объема (N_1), а следовательно, и число Авогадро (N_A). Подобные измерения дали $N_A = 6,05 \cdot 10^{23}$, что является количественным подтверждением формулы Рэля для газов.

Итак, формула Рэля хорошо описывает рассеяние света в чистом газе, несмотря на то что исходное предположение Рэля о нарушении фазовых соотношений между вторичными волнами тепловым движением молекул было неверным.

Формула Рэля перестает быть справедливой, если размеры рассеивающих частиц превосходят одну двадцатую часть длины световой волны. В этом случае наблюдаются следующие отступления от рэлеевского рассеяния: а) интенсивность рассеянного света становится обратно пропорциональной не λ^4 , а λ^2 ; б) рассеянный свет оказывается поляризованным лишь частично, причем степень поляризации определяется размерами и формой рассеивающих частиц; в) индикатриса рассеяния несимметрична по отношению к направлению первичного пучка света и перпендикулярна ему.

§ 4. ПОЛЯРИЗАЦИЯ И ДЕПОЛЯРИЗАЦИЯ РАССЕЯННОГО СВЕТА

При анализе явления рассеяния света мы рассматривали только флуктуации плотности частиц; для нас было безразлично, изотропны*

* Из курса общей физики нам известно, что изотропной называется молекула, которая может быть описана одним-единственным значением поляризуемости, т. е. молекула, поляризуемость которой одинакова по всем направлениям, является скалярной величиной. У анизотропных молекул поляризуемость зависит от направления и в общем случае способность молекулы поляризоваться под действием внешнего электрического поля характеризуется так называемым эллипсоидом поляризуемости. Длина отрезка, проведенного из центра эллипсоида до пересечения его поверхности, в принятом масштабе выражает величину поляризуемости молекулы в данном направлении. Значения поляризуемости анизотропной молекулы по трем взаимно перпендикулярным направлениям (a_1 , a_2 , a_3) называются главными значениями поляризуемости, они же выражают полуоси эллипсоида.

молекулы или нет. В действительности же анизотропия молекул играет существенную роль при рассеянии света.

Как мы знаем, показатель преломления среды определяется ($n^2 = 1 + 4\pi N_1 a$) произведением числа частиц в единице объема на среднюю поляризуемость молекулы. В случае изотропных молекул не имеет значения, как ориентирована молекула в пространстве: при любых ориентациях вклад поляризуемости в показатель преломления в разных, но равных малых объемах будет одинаковым. Иное дело, если среда состоит из анизотропных молекул. В этом случае из-за теплового движения возможны флуктуации ориентации анизотропных молекул, приводящие к различию показателей преломления в малых по сравнению с λ^3 , но содержащих достаточно большое количество молекул объемах, если даже они содержат одно и то же количество молекул. Следовательно, отклонения показателя преломления от среднего значения (возникновения оптических неоднородностей) могут быть обусловлены кроме флуктуации плотности, также флуктуацией анизотропии поляризуемости. С подробной теорией этого явления можно ознакомиться в «Молекулярной оптике» Волькенштейна (гл. 5, § 25) и в «Молекулярном рассеянии света» Фабелинского (гл. I, § 1, с. 49—54).

Рассмотрим состояние поляризации рассеянного света от изотропных и анизотропных молекул. Экспериментально такое исследование можно произвести с помощью поляризационных приборов, скажем с помощью николя. Соответствующие исследования показывают, что при рассеянии естественного света изотропными молекулами происходит линейная поляризация в направлении, составляющем 90° с первоначальным направлением падающего света. Нетрудно объяснить полученный результат.

Поляризация рассеянного света. Пусть имеем изотропную молекулу. Направим на нее естественный свет. Свяжем с ее центром декартову систему координат так, чтобы ось x совпала с первоначальным направлением падения света. Наблюдение будем производить на плоскости xy (рис. 13.4). Разложим электрический вектор падающего естественного света на две взаимно перпендикулярные составляющие по осям z и y . Очевидно, что при наблюдении вдоль оси y , т. е. при величине угла рассеяния $\varphi = 90^\circ$, ввиду того что электрический вектор светового поля всегда колеблется перпендикулярно направлению наблюдения (из-за поперечности световых волн), до нас (до наблюдателя, смотрящего под углом $\varphi = 90^\circ$) дойдет лишь световой сигнал, обусловленный колебанием электрического вектора только в направлении вдоль оси z . Колебание электрического вектора вдоль оси y не может вызвать распространение света в том же направлении (вдоль оси y).

Итак, при рассеянии естественного света от изотропных молекул по направлению, составляющему 90° с первоначальным направлением падающего света, происходит линейная поляризация, причем единственное направление колебания перпендикулярно направлениям наблюдения и первоначального падения света.

Принципиального изменения не произойдет, если первоначально падающий свет не является естественным, а линейно-поляризован. Единственное отличие в этом случае заключается в том, что если электрический вектор в падающем линейно-поляризованном свете колеблется в направлении наблюдения (вдоль оси y), то, поскольку оно вызывает колебание изотропной молекулы в том же направлении, а распространение вторичного излучения (рассеянный свет) вдоль оси y не станет возможным, в прибор наблюдателя вообще свет не падает.

Деполаризация рассеянного света. Иной результат получается в том случае, когда молекула рассеивающей среды анизотропная. Если в первом случае было безразлично, как ориентирована молекула по отношению к направлению электрического вектора падающего света, то во втором случае оно имеет существенное значение. В зависимости от ориентации молекулы по отношению к возбуждающему полю направление индуцированного колеблющегося диполя может совпадать с направлением электрического поля света (возбуждающего поля). В качестве примера рассмотрим предельный случай — полную анизотропию, т. е. модели так называемой «жесткой палочки» где поляризуемость во всех направлениях, кроме одного, совпадающего с осью «палочки», равна нулю ($a_1 = a_2 = a_3 = 0$).

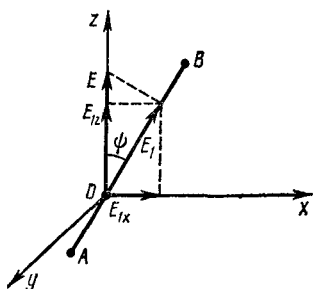


Рис. 13.5

линейно-поляризованный свет, причем так, что электрический вектор падающего света, колеблющийся вдоль оси Z , составляет некоторый угол ψ с осью молекулы AB . Положим, что AB расположена в плоскости XZ . Из-за полной анизотропии молекулы возбуждение диполя под действием светового поля возможно только вдоль AB , другими словами, вынужденное колебание будет вызываться вектором \vec{E}_1 — составляющей вектора \vec{E} вдоль AB . Ввиду того что \vec{E}_1 составляет отличный от 90° угол с направлениями OX и OZ , вдоль оси (под углом 90° к первоначальному направлению падения света) распространяются световые волны с колебаниями электрического вектора как вдоль оси Z , так и вдоль оси X , т. е. происходит деполаризация рассеянного под углом 90° света. Линейная поляризация рассеянного света имела бы место, если бы рассеянный свет был обусловлен только колебанием электрического вектора вдоль оси Z , т. е. $E_{1z} \neq 0$, $E_{1x} = 0$. Поэтому в качестве количественной характеристики степени деполаризации удобно пользоваться отношением интенсивности рассеянного света I_x с колебанием электрического вектора вдоль оси X к интенсивности рассеянного света I_z с колебанием электрического вектора

вдоль оси Z :

$$\rho = I_x/I_z, \quad (13.10)$$

где ρ — коэффициент деполяризации.

Действительно, для системы, состоящей из изотропных молекул, $I_x = 0$ и $\rho = 0$, т. е. деполяризация отсутствует; для системы, состоящей из анизотропных молекул, $I_x \neq 0$ и $\rho \neq 0$, т. е. всегда имеет место деполяризация рассеянного света.

Поскольку реальная анизотропная молекула характеризуется тремя главными значениями поляризуемости a_1 , a_2 и a_3 , то в общем случае степень деполяризации рассеянного света должна зависеть от этих трех величин, т. е. $\rho = f(a_1, a_2, a_3)$. Соответствующие теоретические расчеты показывают*, что

$$\rho = \frac{6b^2}{45a^2 + 7b^2}, \quad (13.11)$$

если падающий свет является естественным. Здесь $b = \sqrt{1/2 \cdot [(a_1 - a_2)^2 + (a_2 - a_3)^2 + (a_3 - a_1)^2]}$ — так называемая оптическая анизотропия молекулы (она равна нулю для изотропной молекулы, где $a_1 = a_2 = a_3$, a — средняя поляризуемость, определяемая формулой

$$a = (a_1 + a_2 + a_3)/3. \quad (13.12)$$

Легко видеть из формулы (13.11), что для среды, состоящей из изотропных ($a_1 = a_2 = a_3$) молекул, $\rho = 0$, а для среды, состоящей из анизотропных ($a_1 = a$, $a_2 = a_3 = 0$) молекул, $\rho = 1/2$. Изучение рассеяния света в газе, в частности исследование деполяризации рассеянного света, позволяет изучить строение молекул газа, т. е. определить величину главных поляризуемостей a_1 , a_2 и a_3 . Поскольку из одного уравнения (13.11) одновременно нельзя определить три неизвестные a_1 , a_2 и a_3 , то приходится прибегнуть к дополнительным двум уравнениям, тоже содержащим a_1 , a_2 и a_3 . В качестве одного из них можно пользоваться выражением показателя преломления

$$n = 1 + 2\pi N_1 a = 1 + 2\pi N_1 (a_1 + a_2 + a_3)/3. \quad (13.13)$$

Соответствующие теоретические расчеты показывают**, что постоянная Керра является функцией величин a_1 , a_2 , a_3 .

В частности, если молекула не имеет постоянного дипольного момента, то

$$B \sim [(a_1 - a_2)^2 + (a_2 - a_3)^2 + (a_3 - a_1)^2]. \quad (13.14)$$

Итак, используя выражения (13.11), (13.13) и (13.14), можно на основе измерений показателя преломления, постоянной Керра и коэффициента деполяризации рассчитать все три главные поляризуемости молекул газа и пара.

* См.: Фабелинский И. Л. Молекулярное рассеяние света, § 4 гл. I (более подробное изложение деполяризации рассеянного света газом дано в цитированном параграфе).

** См.: Фабелинский И. Л. Молекулярное рассеяние света, § 4 гл. I.

§ 5. РАССЕЯНИЕ СВЕТА В КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕДАХ

Указание Смолуховского на наличие флуктуаций, приводящих к оптическим неоднородностям вблизи критической точки, не ограничивается одним только объяснением критической опалесценции. Оно показывает, где надо искать причину нарушения оптической однородности среды, приводящую к рассеянию света * вообще. Дело в том, что хотя однородное распределение молекул удовлетворяет второму началу термодинамики (такое распределение соответствует максимуму энтропии системы), в системе всегда возможны отклонения от наиболее вероятного (среднего), соответствующего максимуму энтропии распределения.

Поскольку отклонения от среднего распределения могут осуществляться в малых объемах, то именно они будут являться источниками рассеянного света.

Работа Смолуховского позволила объяснить рассеяние света в чистых конденсированных средах и фактически является наряду с уже упомянутой работой Мандельштама первой работой по теории молекулярного рассеяния света в конденсированных средах.

Рассеяние света в жидкостях. В 1910 г. А. Эйнштейн, исходя из идеи Смолуховского, дал количественную термодинамическую теорию рассеяния света в жидкости, учитывая ее сжимаемость. Эйнштейн установил **, что интенсивность рассеянного света определяется кроме длины падающей световой волны абсолютной температурой и физическими постоянными среды — сжимаемостью, зависимостью оптической диэлектрической постоянной (обусловленной только световым полем, т. е. квадратом показателя преломления), от плотности. Эйнштейн, полагая, что рассеивающий объем v имеет форму куба, представляя флуктуацию оптической диэлектрической постоянной в виде

$$\varepsilon = \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \right)_T \Delta \rho + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial T} \right)_\rho \Delta T, \quad (13.15)$$

где ρ — плотность среды, $\Delta \rho$ и ΔT — флуктуации плотности и температуры, и пренебрегая вторым членом *** в (13.15) для углового распределения интенсивности рассеянного света, если падающий свет естественный, получил выражение

$$I_\varphi = I_0 \frac{\pi^2 v}{2\lambda^4 r^2} \left(\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \right)_T^2 \beta_T k T (1 + \cos^2 \varphi), \quad (13.16)$$

где $\beta_T = (-1/v) \cdot (dv/dp)$ есть изотермическая сжимаемость.

* Популярное изложение рассеяния света см.: Волькенштейн М. В. Перекрестки науки. М., «Наука», 1972, с. 7—41.

** Подробнее см.: Волькенштейн М. В. Молекулярная оптика, § 24 гл. V; Фабелинский И. Л. Молекулярное рассеяние света, § 1 гл. I.

*** Величина $(d\varepsilon/d\rho)_T$ имеет порядок $1 \text{ см}^3/\text{г}$, в то время, как величина $(d\varepsilon/dT)_\rho$ имеет порядок $10^{-5} \text{ град}^{-1}$, что позволяет не учесть влияние второго члена (см.: Левин Л. Изв. АН СССР сер. физич. 4, III, 1940).

Формула (13.16) справедлива как для жидкостей, так и для газов. Из нее, как частный случай, вытекает формула Рэлея. Чтобы убедиться в этом, определим $\rho \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho}$ и β_T . Поскольку $\epsilon = 1 + 4\pi N_1 a$, то $\rho \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho} = N_1 \frac{\partial \epsilon}{\partial N_1} = 4\pi N_1 a$. С другой стороны, если исходить из уравнения состояния идеального газа $PV = N_1 kT$, то для β_T имеем

$$\beta_T = -\frac{1}{v} \left(\frac{dv}{dp} \right)_T = \frac{1}{N_1 kT}.$$

Подставляя выражение β_T и $\rho \frac{\partial \epsilon}{\partial \rho}$ в (13.16), для газов получаем формулу, совпадающую с формулой Рэлея (13.7а):

$$I_\varphi = I_0 \frac{8\pi^4}{\lambda^4 r^2} a^2 N_1 v (1 + \cos^2 \varphi). \quad (13.16a)$$

Прежде чем перейти к обсуждению теории Рэлея, дадим краткую характеристику рассеяния света в жидкости и газе. Грубые оценки показывают, что в обоих случаях интенсивность рассеянного света пропорциональна числу молекул в единице объема. С учетом этого интенсивность рассеянного света для жидкостей должна быть примерно в тысячу раз меньше, чем для газов. В действительности, как показывают опыты, интенсивность рассеяния жидкостями примерно в 50 раз меньше, чем интенсивность рассеяния газами. Это объясняется меньшими флуктуациями в жидкости, чем в газе.

В чем причина справедливости формулы Рэлея для газов, в то время как основное предположение при ее выводе является ошибочным?

Объяснить причину теперь легко. Причина справедливости формулы Рэлея заключается лишь в том, что, согласно теории Эйнштейна, рассеяние света в атмосфере обусловлено флуктуацией плотности, а для идеальных газов флуктуация плотности равна числу частиц в единице объема. Теперь становится ясным удовлетворительное качественное и количественное объяснение молекулярного рассеяния света в атмосфере формулой Рэлея. Указание Мандельштама на то, что совпадение числа Авогадро, рассчитанное из данных опытов по рассеянию света в атмосфере согласно формуле Рэлея, со значениями, полученными другими путями, должно рассматриваться как случайное * и т. д.

Эйнштейн развил также теорию рассеяния света в чистых растворах. Согласно Эйнштейну, рассеяние в чистых растворах обусловлено кроме флуктуации плотности также флуктуациями концентрации.

Вышеизложенное не должно создавать ложного впечатления о том, что вопрос теории рассеяния света в жидкостях полностью решен. Не имея возможности перечислить многочисленные нерешенные вопросы в этой области (см. неоднократно цитированную монографию И. Л. Фабелинского), отметим только то, что, несмотря на

* См.: М а н д е л ь ш т а м Л. И. Полн. собр. трудов, т. 1, с. 130.

большее количество экспериментальных и теоретических исследований по рассеянию света в жидкостях, именно в этой области все еще остается много неясных и нерешенных вопросов. Это тесным образом связано с недостаточным развитием теории жидкого состояния вообще.

Рассеяние света в твердых телах. Рассеяние света, очевидно, должно иметь место и в идеально чистых кристаллах. Однако наличие посторонних включений и дефектов в реальных образцах приводит к сильному рассеянию именно на этих неоднородностях, не имеющих отношения к молекулярному рассеянию света в чистых кристаллах. Этот «паразитный эффект» делает почти невозможным обнаружение молекулярного рассеяния света в кристаллах. Остроумный подход акад. Г. С. Ландсберга * позволил преодолеть эту трудность. Согласно Ландсбергу, от влияния паразитного рассеяния можно избавиться косвенным путем — путем исследования температурной зависимости от интенсивности суммарного рассеянного света. Поскольку часть рассеянного света, обусловленная случайными неоднородностями (чужеродными включениями, дефектами), остается постоянной при изменении температуры, а часть, представляющая молекулярное рассеяние, растет вместе с температурой, то, пользуясь этим приемом, можно выделить молекулярное рассеяние и сопоставить измеренную интенсивность с теоретическими расчетами. Так и сделал Ландсберг. В дальнейшем эта работа была продолжена учениками Ландсберга: Г. П. Мотулевичем **, И. А. Яковлевым *** и др. В частности, теория, развитая Мотулевичем, почти решила все изменившиеся затруднения в теории рассеяния света в твердых телах и позволила провести сопоставление выводов теории с опытом как в отношении абсолютной интенсивности рассеянного света, так и по изучению зависимости интенсивности от направления в кристалле (эффект анизотропии).

Благодаря трудам Л. И. Мандельштама, Г. С. Ландсберга и их учеников, Советский Союз стал центром научных исследований по рассеянию света в конденсированных средах. Не случайно, что основной вклад в мировую науку в этой области был сделан именно Мандельштамом, Ландсбергом и их учениками. Обстоятельная и единственная на русском языке монография И. Л. Фабелинского, по молекулярному рассеянию света, одного из учеников акад. Г. С. Ландсберга, на которую мы неоднократно ссылались, в некоторой степени подводит итог также теоретическим и экспериментальным исследованиям представителей вышеупомянутых школ.

В заключение отметим еще явление так называемого селективного рассеяния, обнаруженное впервые Ландсбергом и Мандельштамом в парах ртути. Было показано, что вблизи собственных частот ω_i рассеяние особенно значительно. Это явление объясняется

* См.: Ландсберг Г. С. Избр. труды М., Изд-во АН СССР, 1959.

** См.: Мотулевиц Г. П. Изв. АН СССР, сер. физич. 11, 390, 1947; труды ФИАН, т. 5, 1950 и др.

*** См. Яковлев И. А. и др. Кристаллография, 1, 123, 1956, ДАН СССР, 21, 26, 1956.

зависимостью интенсивности рассеянного света не только от фактора ω^4 , но также от фактора

$$a = \frac{e^2}{m} \sum_i \frac{f_i}{\omega_i^2 - \omega^2}.$$

§ 6. РАССЕЯНИЕ СВЕТА НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ЖИДКОСТЬ—ГАЗ И ЖИДКОСТЬ—ЖИДКОСТЬ

До сих пор мы рассматривали рассеяние света в объеме. Во всех случаях независимо от агрегатного состояния вещества физической причиной рассеяния света является флуктуация той или иной величины, характеризующей данное вещество. В одном случае это была флуктуация плотности (чистые вещества, состоящие из изотропных молекул), в другом случае — флуктуация концентрации (чистые растворы), а в третьем случае — дополнительно к этим и флуктуация анизотропии поляризуемости (если молекулы анизотропны) и т. д.

Рассеяние света происходит также на свободной поверхности (на границе раздела жидкость—воздух) жидкости и на границе раздела двух несмешивающихся жидкостей. На возможность такого рассеяния указал Смолуховский еще в 1908 г. Однако это явление им не было обнаружено и теория явления не была разработана. Этот вопрос рассеяния света как экспериментально, так и теоретически был решен Л. И. Мандельштамом*. Он пишет: «Ниже мне хотелось бы подробнее обсудить вопрос, относящийся к форме поверхности жидкостей. Поверхность жидкости, которая при идеальном равновесии должна быть, например, плоской, вследствие нерегулярного теплового движения непрерывно деформируется. Если заставить отражаться от такой поверхности световой луч, то наряду с регулярным отражением должно появиться и диффузионное. Достаточно уже очень малые — по сравнению с длиной волны — шероховатости, чтобы это рассеяние обладало заметной величиной».

Таким образом, под действием сил поверхностного натяжения, стремящегося сделать поверхность минимальной и энергии теплового движения, обуславливающего отклонение от этого равновесного состояния, возникают мелкие неоднородности на поверхности жидкости. Эти неоднородности на поверхности представляют собой молекулярные шероховатости поверхности, нарушающие правильное зеркальное отражение, тем самым приводящие к рассеянию света на поверхности. Если соприкосновение двух несмешивающихся жидкостей приводит к уменьшению поверхностного натяжения на границе их раздела, то из-за уменьшения противодействия (поверхностного натяжения) флуктуации поверхности должны усиливаться; тем самым должна увеличиваться интенсивность рассеянного света. Опыты, проведенные Мандельштамом на смеси из метилового спирта

* См.: М а н д е л ь ш т а м Л. И. Полн. собр. трудов, т. 1, с. 246—260, 349.

и сероуглерода (их критическая температура смешения равна $40,5^\circ$), подтвердили эти предположения. Он показал, что в непосредственной близости к критической точке (критической температуре смешения), а именно около 39° , жидкость мутнеет и затем становится прозрачной. Это связано с тем, что около критической точки коэффициент поверхностного натяжения на границе раздела резко уменьшается, приближаясь к нулю, в результате чего вероятность флуктуации поверхности, а следовательно, и интенсивность рассеянного света резко увеличиваются.

Полагая, что молекулярные шероховатости много меньше длины волны падающего света, Мандельштам * разработал теорию рассеяния света на свободной поверхности жидкости и на границе раздела двух жидкостей. Теория рассеяния света на границе раздела двух прозрачных сред в дальнейшем была развита Андроновым, Леонтовичем ** и др.

В заключение отметим, что интенсивность рассеянного света в отличие от рассеяния света в объеме обратно пропорциональна не λ^4 , а λ^2 . Такая зависимость интенсивности рассеянного света имеет место также при критической температуре смешения.

* Подробнее см.: Фабелинский И. Л. Молекулярное рассеяние света, § 3 гл. I и § 20 гл. V.

** См.: Андронов А. А. Собр. трудов. М., Изд-во АН СССР, 1956.

Глава XIV

ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Поскольку решение проблемы теплового излучения (называемого также температурным или равновесным излучением) сыграло важную роль в создании квантовой теории света, целесообразно подробно остановиться на законах теплового излучения.

§ 1. ИЗЛУЧАТЕЛЬНАЯ И ПОГЛОЩАТЕЛЬНАЯ СПОСОБНОСТИ ТЕЛ

Прежде чем перейти к изложению основных законов теплового излучения, ознакомимся с некоторыми необходимыми понятиями.

Излучательная способность. Мощность излучения с единицы площади поверхности тела в единичном интервале частот называется излучательной способностью тела. Если мощность излучения в интервале частот от ν до $\nu + d\nu$ с единицы площади обозначить через $dW_{\nu, \nu+d\nu}$, то излучательная способность может быть записана в виде

$$E(\nu, T) = \frac{dW_{\nu, \nu+d\nu}}{d\nu}. \quad (14.1)$$

Поскольку излучательная способность зависит кроме температуры также и от частоты, то ее называют спектральной плотностью поверхностного излучения.

Поглощательная способность. Чтобы охарактеризовать способность тел поглощать падающее на них излучение, вводится понятие поглощательной способности. Под поглощательной способностью тела понимается отношение количества поглощенной поверхностью тела энергии в интервале частот $\nu, \nu + d\nu$ к общему количеству падающего излучения в том же интервале частот:

$$A(\nu, T) = \frac{dW_{\nu, \nu+d\nu}^{\text{погл}}}{dW_{\nu, \nu+d\nu}^{\text{пад}}}. \quad (14.2)$$

Зависимость A , как и E , от ν и T подтверждается опытными данными.

Как следует из формул (14.1) и (14.2), $A(\nu, T)$ — безразмерная величина, а $E(\nu, T)$ измеряется в эрг/см²·с (в системе СГС).

Абсолютно черное тело. Тела, способные поглощать все падающее на них излучение произвольной длины волны при любой температуре, называются абсолютно черными телами. Согласно определению, для абсолютно черных тел $A(\nu, T) = 1$ при всех длинах волн и при любой температуре.

В природе не существует абсолютно черных тел. Но можно найти тела, очень близкие по своим свойствам к абсолютно черным телам (сажа, черный бархат). Сильно поглощающие свойства перечисленных материалов объясняются их пористостью. При падении излучения на эти материалы происходит неоднократное отражение в многочисленных складках и порах. При каждом отражении часть энергии излучения поглощается и в итоге интенсивность излучения, вышедшего из толщи материала, практически оказывается равной нулю. Как отмечали Вин и Люммер (1895 г.), маленькое отверстие на поверхности полости с идеально отражающими стенками, непроницаемыми для электро-



Рис. 14.1

магнитных волн, ведет себя как абсолютно черное тело. На самом деле если на поверхности стенок полости открыть отверстие размером меньше 0,1 диаметра полости, то вошедшее через это отверстие в полость излучение претерпевает многократное отражение и рассеяние от внутренней поверхности стенок, в результате чего падающее излучение всех длин волн «полностью поглощается» (рис. 14.1).

§ 2 ЗАКОН КИРХГОФА

Правило Прево. Согласно правилу Прево (1809 г.), если два тела поглощают разные количества энергии, то и излучение будет различным. Правило Прево подтверждается опытными данными. Следует отметить, что при одинаковой температуре спектральный состав излучения разных тел также будет различным. Если взять два одинаковых по форме тела, например стержни из кварца и стали, то при одной и той же температуре, например при 80° С, кварцевый стержень не излучает видимых лучей и поэтому не светится, в то время как накалившая сталь излучает яркий вишнево-красный свет.

Закон Кирхгофа. Правило Прево дает только качественное представление об излучении и поглощении. В 1859 г. Кирхгоф установил количественную связь между излучательной и поглощательной способностями тел. Согласно закону Кирхгофа, отношение излучательной и поглощательной способностей тела является универсальной для всех тел функцией частоты и температуры, т. е.

$$E(\nu, T)/A(\nu, T) = f(\nu, T). \quad (14.3)$$

Существенно, что функция $f(\nu, T)$, называемая функцией Кирхгофа, не зависит от природы тел.

Кирхгоф установил этот закон, опираясь на второй закон термодинамики, согласно которому тепловое равновесие, установившееся в изолированной системе, не может быть нарушено простым обменом тепла между отдельными частями системы.

Прежде чем вывести закон Кирхгофа, применим его к абсолютно черным телам. Если излучательную способность абсолютно черных тел обозначить через $\varepsilon(\nu, T)$, то, поскольку $A(\nu, T) = 1$, получим

$$E(\nu, T)/A(\nu, T) = \varepsilon(\nu, T)/1 = f(\nu, T),$$

т. е. $\varepsilon(\nu, T) = f(\nu, T)$. Следовательно, универсальная функция Кирхгофа есть не что иное, как излучательная способность абсолютно черного тела. Теперь закон Кирхгофа можно переписать в виде

$$E(\nu, T)/A(\nu, T) = \varepsilon(\nu, T),$$

т. е. для всех тел отношение излучательной способности к поглощательной равно излучательной способности абсолютно черного тела при той же температуре и частоте. Таким образом, $\varepsilon(\nu, T)$ является универсальной величиной и поиск ее явной зависимости от частоты и температуры является важной задачей теории теплового излучения.

Вывод закона Кирхгофа. Выведем закон Кирхгофа, исходя из термодинамических соображений. Пусть внутри полости с идеально отражающими стенками, непроницаемыми для электромагнитных волн, находятся два тела: M — абсолютно черное и N — произвольное (нечерное) тело (рис. 14.2). Очевидно, что с течением времени установится динамическое равновесие между излучением внутри полости и телами M и N , принимающими одинаковую температуру T , другими словами, каждое из тел будет поглощать столько же энергии, сколько излучает. Так как абсолютно черное тело M с единицы поверхности в единицу времени в интервале частот $d\nu$ излучает энергию $\varepsilon(\nu, T) d\nu$, то очевидно, что на единицу поверхности каждого из тел (M и N) в единицу времени в том же интервале частот падает энергия в количестве, равном $\varepsilon(\nu, T) d\nu$. Если излучательную и поглощательную способности тела N обозначить соответственно через $E(\nu, T)$ и $A(\nu, T)$, то количества энергии излученной и поглощенной единицей поверхности в единицу времени в интервале частот шириной $d\nu$ будут $E(\nu, T) d\nu$ и $A(\nu, T) \varepsilon(\nu, T) d\nu$ соответственно. Из-за установившегося динамического равновесия эти количества энергий будут равными, т. е.

$$E(\nu, T) d\nu = A(\nu, T) \varepsilon(\nu, T) d\nu.$$

Отсюда следует, что

$$E(\nu, T)/A(\nu, T) = \varepsilon(\nu, T).$$

§ 3. ЗАКОН СТЕФАНА—БОЛЬЦМАНА

Формула Стефана—Больцмана. В 1879 г. Стефан, анализируя экспериментальные результаты, полученные как до него, так и им самим, установил, что интегральная (просуммированная по всем

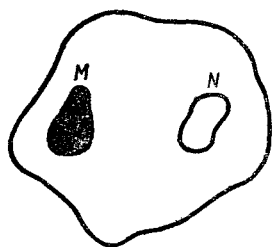


Рис 14.2

частотам) излучательная способность тел прямо пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры:

$$E(T) = \int_0^{\infty} E(\nu, T) d\nu = \sigma T^4, \quad (14.4)$$

где σ — постоянная величина.

Приведенные в дальнейшем многочисленные опыты показали, что формула (14.4) имеет место не для произвольных тел, а только для абсолютно черных тел. На основе опытных данных был определен коэффициент пропорциональности: $\sigma = 5,672 \cdot 10^{-12} \text{Вт/см}^2 \cdot \text{град}^4$.

В 1884 г. Больцман, пользуясь термодинамическим методом, теоретически доказал, что излучательная способность абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени его абсолютной температуры, т. е.

$$e(T) = \sigma T^4. \quad (14.5)$$

Выражение (14.5) получило название формулы Стефана — Больцмана.

Вывод формулы Стефана — Больцмана. Выведем (14.5), исходя из термодинамических соображений. Рассмотрим равновесное излучение, находящееся внутри цилиндра с непроницаемыми для электромагнитных волн стенками. Наличие поршня в цилиндре позволяет нам изменять объем, занимаемый излучением. В исходном состоянии излучение характеризуется объемом V , давлением P , температурой T .

Применим к рассматриваемому излучению известное уравнение термодинамики

$$T dS = dW + P dV, \quad (14.6)$$

являющееся обобщенной формой первого и второго начал термодинамики. Здесь dS , dW и dV есть изменения соответственно энтропии, внутренней энергии и давления системы. Так как внутренняя энергия является функцией объема и температуры, имеем

$$dW = \left(\frac{\partial W}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial W}{\partial V}\right)_T dV. \quad (14.7)$$

Подставим (14.7) в (14.6):

$$dS = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial W}{\partial T}\right)_V dT + \frac{1}{T} \left(\frac{\partial W}{\partial V}\right)_T dV + \frac{P}{T} dV. \quad (14.8)$$

Отсюда

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial W}{\partial T}\right)_V$$

и

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \frac{1}{T} \left[\left(\frac{\partial W}{\partial V}\right)_T + P \right]. \quad (14.9)$$

Если взять производную по V в первом уравнении (14.9) и производную по T во втором уравнении (14.9), то из-за равенства левых частей получим для правых частей

$$T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \left(\frac{\partial W}{\partial V}\right)_T + P. \quad (14.10)$$

При изотермическом изменении объема плотность энергии излучения не меняется, т. е. $W = W(T)$. Тогда при данном значении объема излучения его энергия станет равной $W = w(T)V$. Ввиду изотропности излучения давление, оказываемое им на стенки цилиндра, будет равно $\frac{1}{3}w$. Учитывая это в (14.10), получим

$$T \frac{dw}{dT} = 4w.$$

Отсюда

$$\frac{dw}{w} = 4 \frac{dT}{T}. \quad (14.11)$$

Интегрируя (14.11), получим:

$$\ln w = 4 \ln T + \ln \text{const}$$

и

$$w(T) = \text{const} \cdot T^4. \quad (14.12)$$

Так как объемная плотность излучения есть величина, прямо пропорциональная излучательной способности, то из (14.12) получаем

$$\epsilon(T) = \text{const} \cdot T^4, \quad (14.13)$$

т. е. приходим к формуле Стефана—Больцмана.

Предпринимались попытки обобщить формулу Стефана—Больцмана на случай произвольного тела. С этой целью ей придавали вид

$$E(T) = B \cdot T^n, \quad (14.14)$$

где B и n являются определенными для конкретных тел величинами. Однако эти попытки потерпели крах, так как оказалось, что как B , так и n не являются постоянными для одного и того же тела величинами, а меняются с температурой.

§ 4. ЗАКОН ВИНА

Закон Вина. Закон Стефана—Больцмана, хотя и определяет вид зависимости интегральной излучательной способности абсолютно черного тела от температуры, не дает никаких сведений о частотной зависимости энергии излучения, т. е. остается неизвестным явный вид универсальной функции Кирхгофа. Важным шагом вперед в указанном направлении является так называемый закон Вина.

Опираясь на законы термодинамики и электродинамики, Вин в 1893 г. определил характер зависимости излучательной способности абсолютно черного тела от частоты и температуры. Согласно закону Вина, излучательная способность абсолютно черных тел прямо пропорциональна кубу частоты и является функцией отношения ν/T :

$$\epsilon(\nu, T) = \alpha \nu^3 F(\nu/T), \quad (14.15)$$

где α — постоянная величина, F — некоторая функция, вид которой Вину не был известен. Несмотря на то что закон Вина (14.15) не дает явного вида зависимости $\epsilon(\nu, T)$ от частоты, из него вытекает ряд важных следствий.

Правило смещения. Установленное Вином правило смещения гласит: длина волны, соответствующая максимальной излучательной способности, обратно пропорциональна абсолютной температуре. Прежде чем доказать это, введем функцию $\epsilon(\lambda, T)$. Очевидно, $\epsilon(\nu, T)d\nu$ и $\epsilon(\lambda, T)d\lambda$ есть световой поток, приходящийся на интервал частот $d\nu$ или, соответственно на интервал длин волн $d\lambda$. Поскольку $\epsilon(\nu, T)d\nu = \epsilon(\lambda, T)d\lambda$, то отсюда следует

$$\epsilon(\lambda, T) = \epsilon(\nu, T) \cdot d\nu/d\lambda. \quad (14.16)$$

Так как

$$d\nu = -\frac{c}{\lambda^2} d\lambda, \text{ то}$$

$$\frac{d\nu}{d\lambda} = -\frac{c}{\lambda^2}. \quad (14.17)$$

Подставляя (14.17) в (14.16), получим $\epsilon(\lambda, T) = \frac{c}{\lambda^2} F(\nu, T)$

$$\epsilon(\lambda, T) = \frac{c}{\lambda^2} \epsilon(\nu, T). \quad (14.18)$$

Как следует из (14.18), при переходе от кривой $\epsilon(\nu, T)$ к кривой $\epsilon(\lambda, T)$, вид кривой трансформируется. Следовательно, $\nu_{\text{макс}}$ и $\lambda_{\text{макс}}$ не могут быть связаны простым соотношением $\nu_{\text{макс}} = c/\lambda_{\text{макс}}$, так как положение максимумов на той и другой кривой соответствует разным частотам. В эксперименте обычно пользуются функцией $\epsilon(\lambda, T)$, тогда как в теоретических расчетах отдается предпочтение функции.

Подставляя (14.15) в (14.18), находим

$$\epsilon(\lambda, T) = \frac{c^4}{\lambda^5} F\left(\frac{c}{\lambda T}\right). \quad (14.19)$$

Выражение (14.19) есть формула Вина, записанная в длинах волн.

Чтобы найти значение λ , при котором величина $\epsilon(\lambda, T)$ становится максимальной, мы должны продифференцировать (14.19) по λ и приравнять результат нулю:

$$\frac{d\epsilon(\lambda, T)}{d\lambda} = -\alpha \frac{5c^4}{\lambda_m^5} F\left(\frac{c}{\lambda_m T}\right) - \alpha \frac{c^5}{\lambda_m^4 T} F'\left(\frac{c}{\lambda_m T}\right) = 0.$$

Отсюда

$$5F\left(\frac{c}{\lambda_m T}\right) + \frac{c}{\lambda_m T} F'\left(\frac{c}{\lambda_m T}\right) = 0, \quad (14.20)$$

где λ_m — то значение λ , при котором излучательная способность становится максимальной. Уравнение (14.20) есть дифференциальное уравнение первого порядка. Решение его приводит к результату

$$c/\lambda_m T = \text{const.}$$

Таким образом,

$$\boxed{\lambda_m T = b.} \quad (14.21)$$

* Знак минус опущен по той простой причине, что он указывает только на уменьшение частоты при увеличении длины волны, а нас интересуют абсолютные значения величин.

Как следует из (14.21), длина волны, соответствующая максимальной излучательной способности, обратно пропорциональна абсолютной температуре. Следовательно, при понижении температуры накаливаемого черного тела, максимум энергии его излучения смещается в область больших длин волн, т. е. при этом в спектре излучения начинает преобладать длинноволновое излучение, что находится в согласии с опытными данными.

Пользуясь формулой (14.21), можно определить длины волн, на которые приходятся максимумы энергии излучения при различных температурах. Так, например, при температурах, меньших 4000 К, максимумы излучательной способности абсолютно черного тела лежат за пределами видимой области, относясь к инфракрасному излучению. При $T = 3000$ К $\lambda_m = 9,6 \cdot 10^{-5}$ см. При температуре

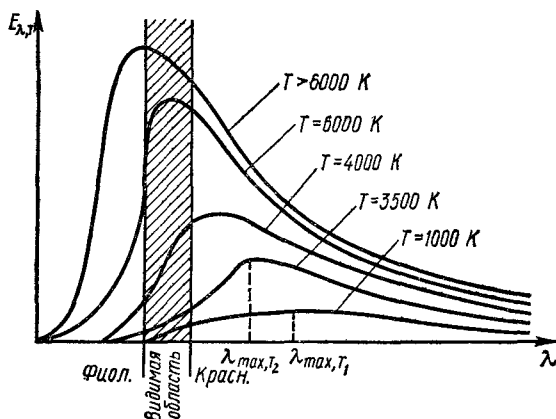


Рис. 14.3

5000 К максимум излучения соответствует желто-зеленому ($\lambda_m = 5,8 \cdot 10^{-5}$ см) цвету. При температурах выше 6000 К максимум перемещается в ультрафиолетовую область спектра.

Из-за смещения максимума кривой зависимости $\epsilon(\lambda)$ с изменением температуры (рис. 14.3) результат (14.21) называется правилом смещения Вина.

Максимальная излучательная способность. Из закона Вина следует, что максимальная излучательная способность прямо пропорциональна пятой степени абсолютной температуры. В самом деле, подставляя (14.21) в (14.19), получим

$$\epsilon_{\text{макс}} = \frac{c^4}{\lambda_m^5} F\left(\frac{c}{\lambda_m} \frac{1}{T}\right) = \frac{c^4}{b^5} T^5 F\left(\frac{c}{b}\right) = aT^5, \quad (14.22)$$

где $a = \frac{c^4}{b^5} F(c/b)$ есть постоянная величина.

Еще одно следствие из закона Вина. Если известно распределение энергии излучения в спектре при одной температуре, то можно определить аналогичное распределение при любой другой температуре.

Пусть дано распределение $\varepsilon_{T_1}(\nu)$ при некоторой определенной температуре T_1 . Чтобы определить $\varepsilon_T(\nu)$ для произвольного T , воспользуемся соотношением * $\nu_1/T_1 = \nu/T$. Тогда

$$\varepsilon(T_1, \nu_1) = \alpha \nu_1^3 F\left(\frac{\nu_1}{T_1}\right) = \alpha \left(\frac{T_1}{T}\right)^3 \nu^3 F\left(\frac{\nu}{T}\right) = \left(\frac{T_1}{T}\right)^3 \varepsilon(\nu, T).$$

Следовательно, для построения кривой распределения при температуре T_1 по заданной кривой $\varepsilon(\nu, T)$ необходимо умножить ординату каждой точки известной кривой на отношение $(T_1/T)^3$.

Как показывает опыт, формула Вина остается в силе только при больших частотах и низких температурах.

§ 5. ЗАКОН РЭЛЕЯ—ДЖИНСА

Подход Рэлея к изучению теплового излучения. Во всех разобранных выше случаях подход к изучению теплового излучения был термодинамическим. Рэлей в отличие от своих предшественников впервые применил методы статистической физики к явлениям теплового излучения. Равновесное электромагнитное излучение, находящееся в замкнутой полости с постоянной температурой стенок, рассматривалось им как система стоячих волн разных частот, распространяющихся во всевозможных направлениях. Частоты образовавшихся стоячих волн должны удовлетворять тем же условиям, что и частоты стоячих упругих волн в стержне. При колебаниях упругого стержня на его закрепленных концах образуются узлы смещения и на длине стержня L укладывается целое число полуволн:

$$L = m(\lambda/2). \quad (14.23)$$

Так как $\lambda = v/\nu$, то из (14.23) для набора собственных частот получаем

$$\nu = m(v/2L), \quad (14.24)$$

где v — скорость распространения волны.

По Рэлею, число собственных частот, укладывающихся в интервале $(\nu, \nu + d\nu)$, пропорционально объему полости V , квадрату частоты и ширине интервала, т. е. $dN \sim V\nu^2 d\nu$. Пользуясь законом равномерного распределения энергии равновесной системы по степеням свободы и учитывая, что на каждую колебательную степень свободы в классической физике приходится энергия, равная kT ($1/2 \cdot kT$ на кинетическую, $1/2 \cdot kT$ на потенциальную), Рэлей получил следующее выражение для излучательной способности абсолютно черного тела:

$$\varepsilon(\nu, T) \sim \nu^2 kT,$$

где k — постоянная Больцмана.

Формула Рэлея—Джинса. Используя идею Рэлея, Джинс провел точные вычисления и, определив коэффициенты пропорциональ-

* Исходя из термодинамики, можно доказать, что для равновесного излучения $\nu/T = \text{const}$.

ности, нашел, что

$$\varepsilon(\nu, T) = (2\pi\nu^2/c^2) kT. \quad (14.25)$$

Формула (14.25) носит название формулы Рэлея—Джинса.

«Ультрафиолетовая катастрофа». Как показал опыт, формула Рэлея—Джинса согласуется с экспериментальными данными только в области достаточно малых частот и больших температур. Кроме того, оказалось, что попытка получить закон Стефана—Больцмана из формулы Рэлея—Джинса приводит к абсурду (образно названному П. Эренфестом «ультрафиолетовой катастрофой»). В самом деле,

$$\varepsilon(T) = \int_0^{\infty} \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT d\nu = \frac{2\pi kT}{c^2} \int_0^{\infty} \nu^2 d\nu = \infty! \quad (14.26)$$

Равенство интегральной излучательной способности бесконечной величине означает, что равновесие между телом и его излучением установится только при температуре тел, равной абсолютному нулю. Это противоречит опытным данным, так как тела находятся в равновесии с излучением при произвольной, отличной от нуля температуре.

§ 6. ФОРМУЛА ПЛАНКА

На рис. 14.4 показаны экспериментальное спектральное распределение энергии излучения абсолютно черного тела при постоянной температуре (сплошная кривая 1) и теоретическая кривая Рэлея—Джинса (пунктирная кривая 2). В рамках классической физики не удастся, как это мы видели, описать теоретически всю экспериментальную кривую; другими словами, невозможно определить явный вид функции Кирхгофа при любой температуре и частоте. Эта задача в начале нашего века (1900 г.) была успешно решена М. Планком.

Формула Планка. Уподобив равновесное излучение системе совокупности линейных гармонических осцилляторов со всевозможными собственными частотами от нуля до бесконечности, Планк пытался применить термодинамический подход для нахождения функции Кирхгофа. Ему удалось подобрать эмпирическое выражение

$$\varepsilon(\nu, T) = a_1 \nu^3 / (e^{a_2 \frac{\nu}{T}} - 1), \quad (14.27)$$

которое блестяще согласовалось с экспериментальными данными при любой частоте и температуре. Здесь a_1 и a_2 — постоянные величины.

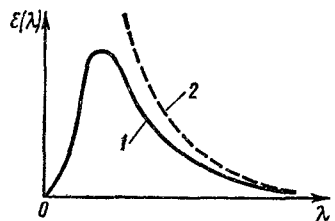


Рис. 14.4

Для теоретического обоснования формулы (14.27) Планк выдвинул смелую гипотезу, в корне противоречащую принципам классической физики. Не вдаваясь в подробности вывода формулы (ее вывод будет дан в начале следующей главы), представим знаменитую формулу Планка для излучательной способности абсолютно черных тел в виде

$$\varepsilon(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}, \quad (14.28)$$

где h — постоянная Планка, равная $6,67 \cdot 10^{-27}$ эрг·с. Эта формула хорошо описывает сплошную кривую 2 на рис. 14.4.

Поскольку формула Планка справедлива при любых частотах и температурах, то из нее должны следовать все известные законы теплового излучения. Убедимся в этом.

Вывод закона Стефана—Больцмана из формулы Планка. Исходя из формулы Планка, излучательную способность абсолютно черного тела можно определить следующим образом:

$$\begin{aligned} \varepsilon(T) &= \int_0^{\infty} \varepsilon(\nu, T) d\nu = \frac{2\pi h}{c^2} \int_0^{\infty} \frac{\nu^3 d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} = \\ &= \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} T^4 \int_0^{\infty} \frac{\left(\frac{h\nu}{kT}\right)^3 d\left(\frac{h\nu}{kT}\right)}{e^{h\nu/kT} - 1}. \end{aligned}$$

Обозначив $x = h\nu/kT$, получим отсюда

$$\varepsilon(T) = \sigma T^4, \quad (14.29)$$

где

$$\sigma = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1}.$$

Так как $\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$, то, следовательно,

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3}. \quad (14.30)$$

Следовательно, мы не только получили закон Стефана—Больцмана (14.29), но и нашли выражение для постоянной σ , с помощью которого можно вычислить эту постоянную.

Надо отметить, что, как это следует из формулы (14.28), среднее значение энергии осциллятора, приходящееся на каждую степень свободы, в действительности не является постоянной величиной, а зависит от частоты. С увеличением частоты эта энергия уменьшается, что является причиной предотвращения отмечавшейся выше «ультрафиолетовой катастрофы».

Вывод правила смещения Вина из формулы Планка. Исходя из формулы Планка, найдем длину волны, соответствующей макси-

мальной излучательной способности:

$$\varepsilon(\lambda, T) = \frac{c}{\lambda^2} \varepsilon(\nu, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{hc/kT\lambda} - 1},$$

$$\frac{d\varepsilon(\lambda, T)}{d\lambda} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda_m^6 (e^{hc/kT\lambda_m} - 1)} \left[\frac{hc}{kT\lambda_m} \frac{e^{hc/kT\lambda_m}}{e^{hc/kT\lambda_m} - 1} \right] = 0.$$

Если обозначить $hc/kT\lambda_m = x$, то получим $xe^x - 5e^x + 5 = 0$. Единственное решение этого трансцендентного уравнения есть $x = 4,965$. Таким образом,

$$hc/kT\lambda_m = 4,965 \text{ и } \lambda_m T = hc/4,965k = b. \quad (14.31)$$

Выражение (14.31) есть правило Вина.

Вывод закона Рэлея—Джинса из формулы Планка. Рассмотрим область малых частот и больших температур, т. е. положим $h\nu \ll kT$. Экспоненту в (14.28) можно разложить в ряд по степеням $h\nu/kT$ и ограничиться первой степенью, т. е.

$$e^{h\nu/kT} = 1 + h\nu/kT + \dots$$

Тогда

$$\varepsilon(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{1 + h\nu/kT - 1} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT. \quad (14.32)$$

Это и есть закон Рэлея—Джинса [см. (14.25)].

§ 7. ОПТИЧЕСКАЯ ПИРОМЕТРИЯ

Существуют различные приборы для измерения температуры нагретых тел (термометры расширения, электрические термометры сопротивления, термопары и т. д.). Однако для сильно нагретых тел (свыше 2000°C) эти методы измерения температуры непригодны. Кроме того, эти методы совершенно неприменимы, если раскаленные тела, температуру которых необходимо определить, чрезвычайно удалены от наблюдателя (например, Солнце, звезды). В этом, а также и в других случаях в качестве термометрического фактора можно использовать тепловое излучение.

Методы измерения высоких температур на основе законов теплового излучения (зависимость спектральной и интегральной излучательной способностей от температуры тел) называются оптической пирометрией. Приборы, используемые для этой цели, называются пирометрами излучения.

В зависимости от того, какой тепловой закон используется при измерении температуры нагретых тел, различают три температуры — радиационную, цветовую и яркостную.

Радиационная температура. Если измерять интегральную излучательную способность абсолютно черного тела, то по известному σ можно определить температуру тела, исходя из закона Стефана—Больцмана:

$$T = \sqrt[4]{\varepsilon(T)/\sigma}.$$

Как известно, нечерные тела не подчиняются закону Стефана—Больцмана. Тем не менее на практике при измерении интегральной излучательной способности нечерного тела пользуются законом Стефана—Больцмана

$$T = \sqrt[4]{E(T)/\sigma}.$$

Определенная таким образом температура нечерного тела называется его радиационной температурой. Очевидно, что радиационная температура нечерного тела есть такая температура абсолютно черного тела, при которой его интегральная излучательная способность $\epsilon(T)$ равна интегральной излучательной способности $E(T)$ данного нечерного тела.

Легко убедиться, что радиационная температура нечерного тела меньше его истинной температуры. Положим, что нечерное тело по своим свойствам близко к серому телу (телу, поглощающая способность которого не зависит от частоты, но является функцией температуры). Если применить закон Кирхгофа к серым телам, то получим

$$E(\nu, T)/a(T) = \epsilon(\nu, T). \quad (14.33)$$

Отсюда

$$E(\nu, T) = a(T) \epsilon(\nu, T), \quad (14.34)$$

где $a(T)$, будучи поглощательной способностью серого тела, называется степенью черноты. Закон Стефана—Больцмана для серых тел имеет вид

$$E(T) = a(T) \epsilon(T) = a\sigma T^4. \quad (14.35)$$

С другой стороны, $E(T) = \sigma T_p^4 = a\sigma T^4$. Отсюда следует, что

$$T_p = T \sqrt[4]{a}. \quad (14.36)$$

Так как $a < 1$, то $T_p < T$.

Радиационный пирометр. Пирометр, определяющий радиационную температуру, называется радиационным пирометром. Схема радиационного пирометра показана на рис. 14.5. Оптическая система пирометра позволяет сфокусировать резкое изображение удаленного источника I на приемнике Π так, чтобы изображение обязательно перекрыло всю пластинку приемника. При этом условии энергия излучения источника, падающая в единицу времени на приемник, не будет зависеть от расстояния между источником и приемником. Тогда температура нагрева пластинки приемника и термоэлектродвижущая сила в цепи батареи термопар, горячие спаи которых заложены в пластинке приемника, зависят только от интегральной излучательной способности $E(T)$ тела, температуру которого определяем. Шкала милливольтметра, включенного в цепь термопар, градуируется по излучению абсолютно черного тела в градусах. Следовательно, вышеописанный пирометр позволит определить радиационную температуру произвольного нечерного тела.

Цветовая температура. При известном распределении энергии излучения в спектре абсолютно черного тела можно определить температуру по закону смещения Вина по расположению максимума излучательной способности:

$$T = b/\lambda_{\text{макс}}. \quad (14.37)$$

Вычисленная таким способом средняя температура Солнца составляет примерно 6000К.

К сожалению, из-за неприменимости закона смещения Вина к нечерным телам подобное определение температуры нельзя считать универсальным. Оказывается, однако, температуру некоторых тел можно определить по формуле (14.37). Как следует из формулы (14.34),

$$\frac{\varepsilon(\nu, T)}{E(\nu, T)} = \frac{1}{a(T)}.$$

При данной температуре $a(T) = a_0 < 1$. Следовательно,

$$\frac{\varepsilon(\nu, T)}{E(\nu, T)} = \frac{1}{a_0} = \text{const} > 1,$$

т. е. контур обеих кривых [зависимости $\varepsilon(\nu, T)$ и $E(\nu, T)$ от частоты] одинаков и при известной кривой для $\varepsilon(\nu, T)$ можно построить кривую для $E(\nu, T)$ простым умножением ординаты каждой точки кривой $\varepsilon(\nu, T)$ на одну и ту же постоянную величину a_0 , меньшую единицы. Чем ближе a_0 к единице, тем ближе тело по излучающим свойствам к абсолютно черному телу. Следовательно, распределение энергии излучения в спектре нечерного тела такое же, как у абсолютно черного тела при той же температуре. В таком случае излучающее серое тело при данной температуре будет иметь такой же цвет, как и черное тело при той же температуре. Эту температуру абсолютно черного тела, при которой излучение абсолютно черного тела близко по цвету к излучению серых тел, называют цветовой температурой серого или же очень близкого по распределению энергии к нему тела. Таким образом,

$$T_{\text{ц}} = b/\lambda_{\text{макс}},$$

где $\lambda_{\text{макс}}$ — длина волны, соответствующая максимальной лучеиспускающей способности $E(\lambda, T)$ тела, температуру которого определяем. Цветовая температура обычно выше истинной температуры тел. Для тел, обладающих сильной селективностью испускания, понятие цветовой температуры теряет смысл.

Яркостная температура. Кроме условно принятых цветовой и радиационной температур тел используется также понятие яркостной температуры. Под яркостной температурой понимается такая температура абсолютно черного тела, при которой его излучательная способность для определенной длины волны равна излучательной способности рассматриваемого тела, т. е.

$$\varepsilon(\lambda_0, T_{\text{я}}) = E(\lambda_0, T), \quad (14.38)$$

где T — истинная температура тела. Применяя закон Кирхгофа к исследуемому телу при длине волны λ_0 , получим

$$E(\lambda_0, T)/A(\lambda_0, T) = \varepsilon(\lambda_0, T). \quad (14.39)$$

Учтем (14.38) в (14.39):

$$A(\lambda_0, T) = \varepsilon(\lambda_0, T_{я})/\varepsilon(\lambda_0, T). \quad (14.40)$$

Так как для всех нечерных тел $A(\lambda_0, T) < 1$, то $\varepsilon(\lambda_0, T_{я}) < \varepsilon(\lambda_0, T)$, следовательно, $T_{я} < T$.

Яркостную температуру можно определить с помощью пирометра с исчезающей нитью, схема которого дана на рис. 14.6. Принцип действия указанного пирометра заключается в следующем. С помощью объектива O изображение светящейся поверхности нагретого тела, температуру которого хотим определить, совмещается с плоскостью нити накала лампы L . Яркость накала нити регулируется с помощью реостата R . Нить и изображение нити наблюдаются через окуляр O_1 . Светофильтр Φ , расположенный перед окуляром, пропускает узкую полосу длин волн в области $\lambda_0 = 6600 \text{ \AA}$. С помощью реостата подбирается такое значение силы тока I , при котором для длины волны $\lambda_0 = 6600 \text{ \AA}$ излучательная способность нити накала лампы становится равной излучательной способности наблюдаемого тела. При удовлетворении этого условия нить не будет видна на

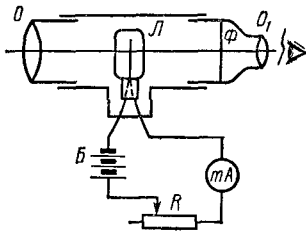


Рис. 14.6

фоне светящейся поверхности тела, т. е. нить как бы исчезает. Если миллиамперметр заранее проградуировать в градусах по излучению абсолютно черного тела, то, очевидно, он покажет яркостную температуру. Как отмечено выше, истинная температура тела будет больше яркостной.

Однако с помощью яркостной температуры можно определить истинную, если знать поглощательную способность тела при той же длине волны $A(\lambda_0, T)$. На самом деле, переписав формулы Планка в виде

$$\varepsilon(\lambda, T) = \frac{c}{\lambda^2} \varepsilon(\nu, T) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{hc/kT} - 1}$$

и учитывая это в (14.40), получим

$$A(\lambda_0, T) = (e^{hc/k\lambda_0 T} - 1)/(e^{hc/k\lambda_0 T_{я}} - 1). \quad (14.41)$$

Как видно из (14.41), при известных $A(\lambda_0, T)$ и λ_0 можно определить истинную температуру T .

Пирометр с исчезающей нитью не является единственным прибором для определения яркостной температуры. Так как описанный оптический пирометр дает полное представление о принципах измерения яркостной температуры $T_{я}$, то нет необходимости приводить описания устройства других пирометров.

Глава XV

КВАНТОВЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА

§ 1. ГИПОТЕЗА ПЛАНКА И ПОНЯТИЕ О СВЕТОВОМ КВАНТЕ

Гипотеза Планка. Как известно, в классической физике энергия любой системы, в том числе и гармонического осциллятора, может изменяться непрерывно. Согласно выдвинутой Планком квантовой гипотезе, энергия осциллятора может принимать только дискретные значения, равные целому числу наименьшей порции энергии квантов — энергии E_0 :

$$E_n = nE_0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots). \quad (15.1)$$

Излучение и поглощение происходят при переходе осциллятора из одного дискретного энергетического состояния в другое.

Исходя из распределения Больцмана, легко доказать, что при дискретном расположении энергетических уровней средняя энергия осциллятора равна

$$\bar{E} = \frac{E_0}{e^{E_0/kT} - 1}. \quad (15.2)$$

Тогда для излучательной способности абсолютно черного тела получим

$$\varepsilon(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \bar{E} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{E_0}{e^{E_0/kT} - 1}. \quad (15.3)$$

Если принять $E_0 = h\nu$ (15.4)

(где h — известная уже нам универсальная постоянная, носящая название постоянной Планка), то подставляя (15.4) в (15.3), для излучательной способности абсолютно черных тел имеем:

$$\varepsilon(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}. \quad (15.3a)$$

Выражение (15.3a), называемое формулой Планка, блестяще описывает экспериментальную кривую (кривая 1 на рис. 14.4) распределения энергии излучения абсолютно черных тел по длинам волн (или по частотам).

Следовательно, как вытекает из (15.4):

1. Элементарная порция энергии гармонического осциллятора прямо пропорциональна частоте колебания.

2. Минимальная энергия светового кванта, поглощенного или излученного при переходе осциллятора из одного состояния в другое, прямо пропорциональна частоте излучаемого (поглощаемого) света.

Понятие о световом кванте. Формула (15.3а) получена, как мы уже видели, на основе качественно новой — квантовой — теории, согласно которой излучение и поглощение света происходит порциями — квантами. В дальнейшем А. Эйнштейн выдвинул гипотезу о том, что не только поглощение и излучение, а также распространение света происходит дискретно, порциями. Кванты света получили название фотонов.

Выдвижением своей гипотезы о дискретности энергетических состояний осциллятора Планк (1900 г.) заложил основу квантовой теории. Правда, при выводе своей формулы для спектральной плотности теплового излучения он приписывал свойства дискретности только нагретому телу, а не электромагнитному излучению.

Как было указано, Эйнштейн, развивая идею Планка, сделал второй шаг на пути развития квантовой теории, выдвинув новую гипотезу, согласно которой само электромагнитное излучение состоит из отдельных «корпускул» (квантов) — фотонов с энергией $E_0 = h\nu$ и импульсом $p = h\nu/c.$ Гипотеза Эйнштейна в дальнейшем была подтверждена многочисленными экспериментальными фактами и легла в основу объяснения ряда оптических явлений, с которыми не могла справиться волновая теория света.

Соотношения, связывающие волновые характеристики (частота ν и длина волны λ) с корпускулярными (энергия E_0 и импульс p), установленные Эйнштейном (1905 г.), были обобщены Луи де Бройлем (1924 г.) на частицы с отличной от нуля массой покоя *. Тем самым была предложена гипотеза, согласно которой свойство дуализма присуще не только свету, но материи вообще. Экспериментальное обнаружение явления дифракции электронов (Дэвиссон и Джермер в 1927 г., Тартаковский и Томсон в 1928 г.) послужило подтверждением гипотезы де Бройля.

§ 2. ВЫВОД ФОРМУЛЫ ПЛАНКА ПО ЭЙНШТЕЙНУ

Прежде чем перейти к изложению вывода формулы Планка по Эйнштейну, ознакомимся с некоторыми необходимыми для этой цели понятиями.

Оптические переходы. В основе квантовомеханических представлений лежит подтвержденная экспериментальными фактами идея о том, что атомные системы могут пребывать лишь в состояниях с дискретными значениями энергии: E_1, E_2, E_3, \dots Согласно Бору, излучение и поглощение атомами электромагнитных волн связано с переходами атомов с одних энергетических уровней на другие, причем энергия излучения (или поглощения) при каждом таком переходе определяется как

$$h\nu_{mn} = E_m - E_n, \quad (15.5)$$

* Согласно гипотезе де Бройля, каждой частице с массой m , движущейся со скоростью v , можно сопоставить волну длиной $\lambda = h/mv = h/p$, где p — импульс частицы.

где ν_{mn} — частота электромагнитного излучения, поглощенного (излученного) при переходе атома с энергетического уровня E_m на энергетический уровень E_n . Если атом переходит с более высокого энергетического уровня на низкий ($m > n$), происходит излучение энергии. Если же переход осуществляется с низкого энергетического уровня на высокие уровни ($m < n$), то он вызван поглощением излучения извне. Такие переходы, связанные с излучением или же с поглощением, называются оптическими*.

Спонтанное и вынужденное испускание, поглощение. Если данный атом в произвольный момент времени t находился в возбужденном энергетическом состоянии E_2 , то через интервал времени dt этот атом может либо остаться в том же состоянии, либо самопроизвольно (спонтанно) перейти в нижнее основное состояние с энергией E_1 (рис. 15.1). При этом возникает фотон с энергией $h\nu = E_2 - E_1$. Испускание подобного рода — испускание света атомами при их самопроизвольном переходе с возбужденных уровней на более низкие энергетические уровни — называется спонтанным испусканием (излучением). Поскольку спонтанный переход происходит независимо от действия внешнего излучения, то мы не можем с достоверностью утверждать, что за единицу времени произошел переход атома в основное состояние

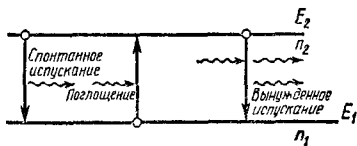


Рис. 15.1

E_1 . Следовательно, в данном случае речь может идти только о вероятности такого перехода в единицу времени, которую обозначим через A_{21} . Очевидно, что A_{21} не будет зависеть от времени, так как спонтанный переход есть случайный процесс. Легко убедиться, что обратное значение A_{21} равно средней продолжительности жизни атома A_{21} в состоянии E_2 :

$$A_{21} = 1/\Delta t. \quad (15.6)$$

Так как спонтанные переходы одного и того же атома в разные моменты времени, а также разных атомов в одно и то же время никак не взаимосвязаны, то очевидно, что между фазами и амплитудами спонтанно излучаемых волн не будет никакой закономерной связи, т. е. спонтанное излучение некогерентно.

Наличие излучения может приводить к переходу атомов в возбужденное состояние E_2 с поглощением энергии излучения (рис. 15.1). Этот процесс называется поглощением. В отличие от спонтанного излучения вероятность вынужденного перехода с основного состояния в возбужденное будет пропорциональна плотности излучения, вызвавшего этот переход.

Эйнштейн постулировал возможность оптического перехода атома с верхнего энергетического состояния на нижнее под дей-

* Отметим, что переход атома из одного энергетического состояния в другое может осуществляться также при соударении атомов, когда не происходит никакого излучения и поглощения. Такие переходы называются неоптическими.

ствием внешнего излучения. Такие переходы называются вынужденными или индуцированными переходами с излучением (рис. 15.1). Опыты показывают, что электромагнитное излучение, вызванное вынужденным переходом, в полном смысле слова тождественно вызвавшему этот переход излучению, т. е. в обоих случаях частота, направление распространения, поляризация одинаковы. Следовательно, вынужденное и вынуждающее излучения взаимно когерентны.

Вывод формулы Планка. Рассмотрим равновесную систему, состоящую из излучения и атомов, находящихся внутри замкнутой полости с постоянной температурой стенок. Для простоты будем полагать, что атомы могут находиться в двух энергетических состояниях E_1 и E_2 (рис. 15.1). Пусть n_1 и n_2 — числа атомов, находящихся в состояниях E_1 и E_2 , ω (ν , T) — объемная плотность излучения, T — температура стенок полости.

Поскольку атомы находятся в термодинамическом равновесии, то число их, находящихся в том или ином энергетическом состоянии, будет определяться распределением Больцмана:

$$\left. \begin{aligned} n_1 &= n \exp(-E_1/kT), \\ n_2 &= n \exp(-E_2/kT), \end{aligned} \right\} \quad (15.7)$$

где n — полное число атомов.

Обозначим через n_{12} число атомов, переходящих в единицу времени из состояния E_1 в состояние E_2 , а через n_{21} — число атомов, совершающих обратные переходы. Величина n_{12} определяется выражением

$$n_{12} = B_{12}\omega(\nu, T)n_1, \quad (15.8)$$

где B_{12} — некоторый коэффициент пропорциональности, не зависящий от температуры. Величина n_{21} определялась до Эйнштейна выражением

$$n_{21} = A_{21}n_2, \quad (15.9)$$

где A_{21} — еще один коэффициент пропорциональности, не зависящий от температуры. Выражение (15.8) отвечает вынужденному характеру процесса поглощения, тогда как выражение (15.9) описывает спонтанный процесс испускания.

В равновесии число прямых переходов должно быть сбалансировано числом обратных переходов, т. е. должно выполняться равенство

$$n_{12} = n_{21}. \quad (15.10)$$

Если подставить в (15.10) выражения (15.7) — (15.9) и воспользоваться тем, что $h\nu = E_2 - E_1$, то, очевидно, получится выражение для плотности излучения ω (ν , T). Однако получающееся при этом выражение для ω (ν , T), как легко убедиться, не соответствует формуле Планка.

Чтобы получить предложенную Планком формулу, Эйнштейн предположил, что кроме указанных выше переходов возможен

также упомянутый уже нами оптический переход атома из верхнего энергетического состояния в нижнее под действием излучения (индуцированный, или вынужденный переход). Ясно, что вероятность такого перехода в единицу времени будет пропорциональна плотности излучения, т. е. она будет равна $B_{21}\omega(\nu, T)$, где B_{21} — соответствующий коэффициент пропорциональности. Величины A_{21} , B_{21} и B_{12} стали называться впоследствии коэффициентами Эйнштейна.

Если учесть, следуя Эйнштейну, также индуцированный переход атома с испусканием, то величина n_{21} примет вид

$$n_{21} = A_{21}n_2 + B_{21}\omega(\nu, T)n_2. \quad (15.11)$$

Тогда, согласно (15.10), имеем

$$B_{12}\omega(\nu, T)n_1 = A_{21}n_2 + B_{21}\omega(\nu, T)n_2. \quad (15.12)$$

Учитывая (15.7), найдем $n_2/n_1 = \exp(E_1 - E_2)/kT$ и из (15.12) получаем

$$\omega(\nu, T) = \frac{A_{21}}{B_{12}e^{E_2 - E_1/kT} - B_{21}} = \frac{A_{21}}{B_{12}e^{h\nu/kT} - B_{21}}. \quad (15.13)$$

Выражение (15.13) определяет объемную плотность равновесного излучения. Входящие в это выражение коэффициенты можно определить, рассматривая предельные случаи.

1. При бесконечно высокой температуре излучательная способность стенок полости должна быть бесконечно велика, т. е. при $T \rightarrow \infty$ знаменатель в (15.13) должен превратиться в нуль [$\omega(\nu, T) \rightarrow \infty$]. Отсюда находим

$$B_{12} = B_{21}. \quad (15.14)$$

Следовательно

$$\omega(\nu, T) = \frac{A_{21}}{B_{21}} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}. \quad (15.15)$$

2. Формула (15.13) при $h\nu \ll kT$ должна дать закон Рэлея—Джинса. Разлагая в ряд по степеням $h\nu/kT$ знаменатель формулы (15.15) и приравнявая (15.15) к (14.25), с учетом, что $\omega(\nu, T) = \frac{4}{c} \varepsilon(\nu, T)$, получаем:

$$\omega(\nu, T) = \frac{A_{21}}{B_{21}} \cdot \frac{kT}{h\nu} = \frac{8\pi\nu^2}{c^2} kT.$$

Следовательно,

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}. \quad (15.16)$$

Учитывая (15.16) в (15.15), получим известный закон Планка в виде

$$\omega(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \cdot \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}, \quad (15.17)$$

или, переходя к $\varepsilon(\nu, T)$, имеем

$$\varepsilon(\nu, T) = \frac{c}{4} \omega(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}.$$

§ 3. ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ

Фотоэффект. Облучая ультрафиолетовыми лучами находящиеся под напряжением электроды, Герц в 1887 г. наблюдал ускорение процесса разряда. Позднее Галвакс указал, что явление, наблюденное Герцем, обусловлено ионизацией окружающего электрода газа зарядами, вырванными под действием света.

Впервые (1888—1890), подробно анализируя это явление, Столетов получил принципиально важные результаты. В отличие от предыдущих исследователей он брал малую разность потенциалов между электродами. Схема опыта Столетова представлена на рис. 15.2.

Два электрода (один в виде сетки, другой — плоский), находящиеся в вакууме, подсоединены к батарее. Включенный в цепь амперметр служит для измерения возникающей силы тока. Облучая катод светом различных длин волн, Столетов пришел к выводу, что наиболее эффективное действие оказывают ультрафиолетовые лучи. Кроме того, было установлено, что сила тока, возникающего под действием света, прямо пропорциональна его интенсивности.

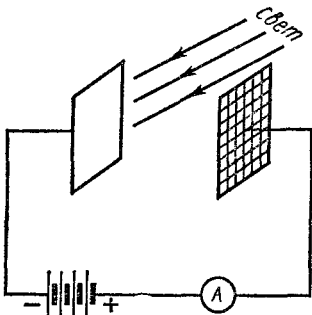


Рис. 15.2

В 1898 г. Ленард и Томсон методом отклонения зарядов в электрическом и магнитном полях определили удельный заряд заряженных частиц, вырываемых светом из катода, и получили выражение $e/m = -5,27 \cdot 10^{17}$ СГСЕ ед.з/г, совпадающее с известным удельным зарядом электрона. Отсюда следовало, что под

действием света происходит вырывание электронов из вещества катода. Явление это носит название фотоэлектрического эффекта или просто фотоэффекта.

Законы фотоэффекта. Путем обобщения полученных результатов были установлены следующие закономерности фотоэффекта:

1. При неизменном спектральном составе света сила фототока насыщения прямо пропорциональна падающему на катод световому потоку.

2. Начальная кинетическая энергия вырванных светом электронов линейно растет с ростом частоты света и не зависит от его интенсивности.

3. Фотоэффект не возникает, если частота света меньше некоторой характерной для каждого металла величины $\nu_{\text{мин}}$, называемой красной границей.

Первую закономерность фотоэффекта, а также возникновение самого фотоэффекта легко объяснить, исходя из законов классической физики. Действительно, световое поле, воздействуя на электроны внутри металла, возбуждает их колебания. Амплитуда вынужденных колебаний может достичь такого значения, при кото-

ром электроны покидают металл; тогда и наблюдается фотоэффект.

Ввиду того что согласно классической теории интенсивность света прямо пропорциональна квадрату электрического вектора, число вырванных электронов растет с увеличением интенсивности света.

Вторая и третья закономерности фотоэффекта законами классической физики не объясняются.

Изучая зависимость фототока (рис. 15.3), возникшего при облучении металла потоком монохроматического света, от разности потенциалов между электродами (такая зависимость обычно называется вольт-амперной характеристикой фототока), установили, что: 1) фототок возникает не только при $V_A - V_K = 0$, но и при $V_A - V_K < 0$; 2) фототок отличен от нуля до строго определенного для данного металла отрицательного значения разности потенциалов $V_A - V_K = V_s$, так называемого задерживающего потенциала; 3) величина запирающего (задерживающего) потенциала не зависит от интенсивности падающего света; 4) фототок растет с уменьшением абсолютного значения задерживающего потенциала; 5) величина фототока растет с ростом $V_A - V_K$ и с какого-то определенного значения $V_A - V_K$ фототок (так называемый ток насыщения) становится постоянным; 6) величина тока насыщения растет с увеличением интенсивности падающего света; 7) величина задерживающего потенциала зависит от частоты падающего света, 8) скорость вырванных под действием света электронов не зависит от интенсивности света, а зависит только от его частоты.

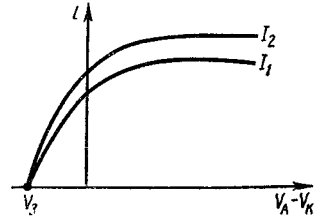


Рис. 15.3

Квантовая теория света и фотоэффект. Явление фотоэффекта и все его закономерности хорошо объясняются с помощью квантовой теории света, что подтверждает квантовую природу света.

Как уже было отмечено, Эйнштейн (1905 г.), развивая квантовую теорию Планка, выдвинул идею, согласно которой не только излучение и поглощение, но и распространение света происходит порциями (квантами), энергия и импульс которых:

$$\left. \begin{aligned} E_0 &= h\nu, \\ \vec{p} &= \frac{h\nu}{c} \vec{k}^0, \end{aligned} \right\} \quad (15.18)$$

где \vec{k}^0 — единичный вектор, направленный по волновому вектору. Применяя к явлению фотоэффекта в металлах закон сохранения энергии, Эйнштейн предложил следующую формулу:

$$h\nu = A + mv^2/2, \quad (15.19)$$

где A — работа выхода электрона из металла, v — скорость фотоэлектрона. Согласно Эйнштейну, каждый квант поглощается только

одним электроном, причем часть энергии падающего фотона тратится на совершение работы выхода электрона металла, оставшаяся же часть сообщает электрону кинетическую энергию $mv^2/2$.

Как следует из (15.19), фотоэффект в металлах может возникнуть только при $h\nu \geq A$, в противном случае энергия фотона будет недостаточной для вырывания электрона из металла. Наименьшая частота света $\nu_{\text{мин}}$, под действием которого происходит фотоэффект, определяется, очевидно, из условия

$$h\nu_{\text{мин}} = A, \quad (15.20)$$

откуда

$$\nu_{\text{мин}} = A/h. \quad (15.20a)$$

Частота света, определяемая условием (15.20a), называется «красной границей» фотоэффекта. Слово «красная» не имеет никакого отношения к цвету света, при котором происходит фотоэффект.

В зависимости от рода металлов «красная граница» фотоэффекта может соответствовать красному, желтому, фиолетовому, ультрафиолетовому свету и т. д.

С помощью формулы Эйнштейна можно объяснить и другие закономерности фотоэффекта.

Положим, что $V_A - V_K < 0$, т. е. между анодом и катодом существует тормозящий потенциал. Если кинетическая энергия электронов достаточна, то они, преодолев тормозящее поле, со-

здают фототок. В фототоке участвуют те электроны, для которых удовлетворяется условие $mv^2/2 > eV_3$. Величина задерживающего потенциала определяется из условия

$$mv_{\text{макс}}^2/2 = eV_3, \quad (15.21)$$

где v — максимальная скорость вырванных электронов.

Подставив (15.21) в (15.19), получим

$$h\nu = A + eV_3,$$

откуда

$$V_3 = \frac{h}{e} \nu - \frac{A}{e}. \quad (15.22)$$

Таким образом, величина задерживающего потенциала не зависит от интенсивности, а зависит только от частоты падающего света.

Работу выхода электронов из металла и постоянную Планка можно определить, построив график зависимости V_3 от частоты падающего света (рис. 15.4). Как видно, $\text{tg } \alpha = h/e$ и отрезок, отсекаемый от оси потенциала, дает A/e .

Ввиду того что интенсивность света прямо пропорциональна количеству фотонов, увеличение интенсивности падающего света приводит к увеличению числа вырванных электронов, т. е. к увеличению фототока.

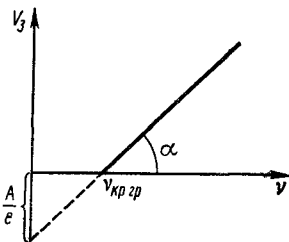


Рис. 15.4

Формула Эйнштейна для фотоэффекта в неметаллах имеет вид

$$h\nu = A_1 + A_2 + mv^2/2. \quad (15.23)$$

Наличие A_1 — работы отрыва связанного электрона от атома внутри неметаллов — объясняется тем, что в отличие от металлов, где имеются свободные электроны, в неметаллах электроны находятся в связанном с атомами состоянии. Очевидно, при падении света на неметаллы часть световой энергии тратится на фотоэффект в атоме — на отрыв электрона от атома, а оставшаяся часть тратится на работу выхода электрона и сообщение электрону кинетической энергии.

В отличие от металлов в полупроводниках и диэлектриках также возникает так называемый внутренний фотоэффект, состоящий в возбуждении электронов из валентной зоны в зону проводимости. Для внутреннего фотоэффекта энергия поглощенного светового кванта не должна быть меньше ширины запрещенной зоны (разность энергии между нижней границей зоны проводимости и верхней границей валентной зоны).

Смещение «красной границы» фотоэффекта. Выше мы излагали суть теории Эйнштейна и ее экспериментальное подтверждение в рамках линейной оптики — при слабых световых полях. Подобный фотоэффект можно называть однофотонным.

Если в качестве источника света пользоваться мощными лазерными источниками, то возникает многофотонное поглощение*, а следовательно многофотонный фотоэффект. Под действием светового поля напряженностью 10^7 В/см удалось надежно регистрировать шести- и семифотонную ионизацию инертных газов.

Двухфотонный внутренний фотоэффект в полупроводнике наблюдался еще в 1964 г. в CdS при использовании рубинового лазера.

Отметим, что энергия фотонов нелазерных излучений с той же частотой, что у излучения рубинового лазера (1,8 эВ), явно недостаточна для осуществления внутреннего фотоэффекта в CdS, ширина зоны у которого 2,4 эВ. Единственной причиной возникновения внутреннего фотоэффекта под действием мощного лазерного излучения явилось поглощение более одного фотона в каждом акте.

Многофотонный фотоэффект приводит к исчезновению «красной границы» фотоэффекта, определяемой формулой (15.20а), и ее смещению в длинноволновую часть шкалы электромагнитных волн. Это вполне понятно, так как при многофотонном, например n -фотонном, фотоэффекте в левой части выражения (15.19) будет присутствовать энергия не одного, а n квантов. В частности, если энергии всех поглощенных квантов равны, то для n -фотонного фотоэффекта условие (15.20) будет иметь вид $n \cdot hv'_{\text{мин}} = A$, где $hv'_{\text{мин}}$ — энергия одного фотона. Тогда $\nu'_{\text{мин}} = A/hn = hv_{\text{мин}}/hn$, т. е. «красная граница», выраженная в частотах, в этом случае станет в n раз меньше по сравнению с однофотонным фотоэффектом.

* См. Бонч-Бруевич А. М., Ходовой В. А. УФН, 1965, т. 85, вып. 1, см. также § 6 гл. XVIII данного учебного пособия.

§ 4. ВНУТРЕННИЙ ФОТОЭФФЕКТ

В отличие от рассмотренного выше внешнего фотоэффекта, при котором под действием света электроны выходят из исследуемой среды наружу, для полупроводников более характерны два других фотоэлектрических явления: внутренний и вентильный фотоэффекты.

Фотопроводимость. Внутренний фотоэффект, или фотопроводимость, — это явление возникновения внутри полупроводника избыточных носителей тока под действием освещения. В простейшем случае собственного полупроводника излучение возбуждает валентные электроны в зоне проводимости, где они находятся в свободном состоянии и могут участвовать в процессе переноса заряда. Вклад в проводимость дают также возникающие в валентной зоне дырки. В примесном полупроводнике *n*-типа кроме собственного фотоэффекта возможно еще возбуждение электронов из связанных состояний на донорных центрах в зону проводимости. Аналогичным образом в полупроводниках *p*-типа возможно возбуждение электронов из валентной зоны на акцепторные уровни, создавая тем самым подвижные дырки. Характерно, что в обоих случаях примесной фотопроводимости в кристалле генерируются свободные носители только одного знака. Так же, как и внешний фотоэффект, фотопроводимость проявляется в однородном материале в присутствии внешнего электрического поля.

Вентильный фотоэффект. Вентильный фотоэффект — это явление возникновения э. д. с. при освещении контакта двух разных полупроводников или полупроводника металла в отсутствие внешнего электрического поля. На этом явлении основаны вентильные фотоэлементы, обладающие тем преимуществом перед фотоспротивлениями и внешними фотоэлементами, что они могут служить индикаторами лучевой энергии, не требующими внешнего питания. Но главная особенность вентильных фотоэлементов состоит в том, что они открывают путь для прямого превращения солнечной энергии в электрическую. В начале нашего века существовали фотоэлементы, работающие на контактах полупроводников и металлов. Однако в дальнейшем было показано, что наиболее эффективными являются фотоэлементы, основанные на использовании контакта двух полупроводников с *p*- и *n*-типами проводимости, т. е. на так называемом *p-n*-переходе. При освещении перехода в *p*-области образуются электронно-дырочные пары. Электроны и дырки диффундируют к *p-n*-переходу. Электроны под действием контактного поля будут переходить в *n*-область. Дырки же преодолевать барьер не могут и остаются в *p*-области. В результате *p*-область заряжается положительно, *n*-область — отрицательно и в *p-n*-переходе возникает дополнительная разность потенциалов. Ее и называют фотоэлектродвижущей силой (фото-э. д. с.).

Наиболее эффективными преобразователями солнечной энергии сегодня являются кремниевые фотоэлементы. Они используются в качестве источников питания приемной и передающей радио-

аппаратуры на искусственных спутниках Земли. В качестве индикаторов излучения применяются германиевые, меднозакисные, селеновые и другие фотоэлементы. Они имеют значительно большую интегральную чувствительность по сравнению с фотоэлементами с внешним фотоэффектом.

§ 5. КОМПТОНОВСКОЕ РАССЕЯНИЕ СВЕТА

Явление Комптона. Исследуя в 1923 г. рассеяние рентгеновских лучей, Комpton пришел к открытию, известному теперь в литературе под названием явления Комптона.

Схема опыта Комптона представлена на рис. 15.5. Монохроматическое рентгеновское излучение с длиной волны λ , исходящее из рентгеновской трубки, проходит через диафрагмы D и D_1 и в виде узкого пучка направляется на рассеиватель. Рассеянные лучи анализируются с помощью спектрографа рентгеновских лучей. С помощью этого опыта Комптоном было установлено, что при рассеянии рентгеновских лучей наблюдается увеличение длины волны $\Delta\lambda$. Опыт показал, что

$$\Delta\lambda = 2K \sin^2 \theta/2, \quad (15.24)$$

где θ — угол рассеяния (угол между направлениями распространения первичного и рассеянного лучей), $K = 0,241 \text{ \AA}$ — постоянная Комптона, найденная из опыта. Она описывает величину изменения длины волны при рассеянии под углом 90° .

Была сделана попытка объяснить явление Комптона с волновой точки зрения, на основе эффекта Допплера. При этом пришлось допустить, что процесс рассеяния происходит в два этапа: сначала рентгеновское излучение поглощается, а потом испускается движущимся электроном. Однако подобное объяснение явления Комптона оказалось неудовлетворительным.

Квантовая теория явления Комптона. Явление Комптона было объяснено на основе квантовой теории света. Совпадение результатов квантовой теории с опытными данными говорит в пользу фотонной теории света. Следовательно, явление Комптона является одним из экспериментальных фактов, подтверждающих квантовую теорию света. Эффект Комптона ценен еще и тем, что им проверялся в процессах с участием фотонов не только закон сохранения энергии (как это было при фотоэффекте), но также и закон сохранения импульса.

Кратко изложим квантовую теорию явления Комптона.

Будем рассматривать взаимодействие рентгеновского излучения с веществом как процесс столкновения рентгеновских фотонов со свободными электронами. Столкновение фотона со свободными

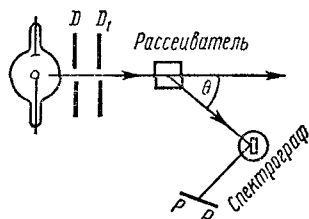


Рис. 15.5

электронами будем считать упругим. Рассмотрение проведем на основе законов сохранения энергии и импульса.

Пусть на покоящийся электрон с массой m_0 падает квант рентгеновского излучения с энергией $h\nu$. В результате упругого столкновения рентгеновского фотона с покоящимся электроном последний приобретает импульс, равный $m\nu$, и происходит рассеяние фотона с энергией $h\nu'$ под углом θ (рис. 15.6). Применяя закон сохранения энергии и импульса, получим:

$$\left. \begin{aligned} h\nu + m_0c^2 &= h\nu' + mc^2, \\ (m\nu)^2 &= \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2\frac{h^2}{c^2}\nu\nu' \cos\theta. \end{aligned} \right\} \quad (15.25)$$

Перепишем первое уравнение системы (15.25) в виде

$$m^2c^4 = h^2\nu^2 + h^2(\nu')^2 - 2h^2\nu\nu' + m_0^2c^4 + 2hm_0c^2(\nu - \nu'). \quad (15.26)$$

Вычитая из (15.26) второе уравнение системы (15.25) и принимая во внимание, что

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

получим

$$h\nu\nu'(1 - \cos\theta) = m_0^2c^2(\nu - \nu'). \quad (15.27)$$

Переходя от частоты к длине волны ($\nu = c/\lambda$ и $\nu' = c/\lambda'$), имеем

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\theta) = \frac{2h}{m_0c} \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (15.28)$$

где $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$.

Формула (15.28) есть нечто иное, как полученная экспериментально Комптоном формула (15.24). Подстановка значения h , m_0 и c дает $K = \frac{h}{m_0c} = 0,02426 \text{ \AA}$ (что является постоянной Комптона).

Несмещенная линия в явлении Комптона объясняется рассеянием также от нейтрального атома (если электрон не будет оторван от атома).

§ 6. ОПЫТЫ ВАВИЛОВА

Одним из классических опытов, подтверждающих квантовую природу света, является известный опыт Вавилова.

С. И. Вавилов высказал идею о том, что если световой поток действительно представляет собой совокупность отдельных фотонов, то согласно законам статистической физики он должен флуктуировать, т. е. число фотонов в единице объема должно во времени меняться произвольным образом. Необходимо было доказать наличие такой флуктуации экспериментально. Было использовано замечательное свойство глаза — существование резкого порога зрительного ощущения. Оказывается, если энергия света, падающего на сетчатку глаза, меньше некоторой определенной величины, то глаз

совершенно нечувствителен к свету. Это свойство глаза было использовано Вавиловым при непосредственном наблюдении флуктуации световых корпускул — фотонов.

По оценке Вавилова, приближенное число фотонов, необходимых для возникновения зрительного ощущения глаза, адаптированного на полную темноту, составляет около 200. Уменьшение числа фотонов примерно на 10 приводит к полному исчезновению зрительного ощущения глаза для света данной длины волны.

Вавилов предложил и осуществил следующий опыт для наблюдения подобных флуктуаций. Схема опыта представлена на рис. 15.7. Свет, исходящий от источника, яркость которого можно регулировать, падает на глаз человека, проходя через диафрагму и отверстие диска, вращающегося с заданной угловой

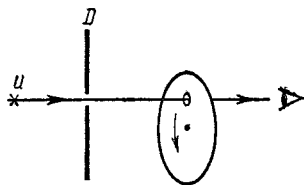


Рис. 15.7

скоростью. Для эксперимента был выбран зеленый цвет, к которому глаз человека наиболее чувствителен. Вращение диска с определенной скоростью приводит к тому, что длительность световой вспышки, прошедшей через отверстие, составляет 0,1 с (0,9 с глаз отдыхает). Фиксирование вспышки наблюдателем производится нажатием кнопки хронографа. При достаточной яркости источника наблюдатель видит и отмечает каждую вспышку. При дальнейшем понижении яркости источника (следовательно, и яркости вспышки) наблюдатель видит не все вспышки, идущие от источника: при ослабленной яркости наблюдаются лишь вспышки, вызванные флуктуацией числа фотонов в пучке, увеличивающей мгновенное значение яркости этого пучка. Следовательно, при понижении интенсивности света число фотонов в данном пучке флуктуирует настолько сильно, что падающий на глаз наблюдателя пучок становится то видимым, то невидимым.

Описанные опыты С. И. Вавилова подтвердили фотонную природу света.

§ 7. ДАВЛЕНИЕ СВЕТА

Давление света с точки зрения электромагнитной теории. Мысль о том, что свет при встрече с телами должен оказывать на них давление, была высказана еще Кеплером. Форма кометных хвостов объяснялась Кеплером на основе предполагаемого светового давления.

Давление света вытекает также из электромагнитной теории света. Действительно, положим, что плоская световая волна падает нормально на поверхность металла, совпадающую с плоскостью чертежа (рис. 15.8). Электрический и магнитный векторы, очевидно, будут располагаться в плоскости поверхности, на которую падает свет. Перемещаясь под действием электрического вектора против \vec{E} , свободные электроны образуют ток плотностью j . Со стороны магнитного вектора светового поля согласно закону Ампера дей-

ствует сила \vec{F}_A , направленная внутрь металла перпендикулярно поверхности. Сила, действующая на единицу площади поверхности, составляет световое давление. Аналогичным образом можно объяснить давление света на диэлектрики. В этом случае электрическое поле падающего излучения возбуждает переменную поляризацию, а его магнитное поле, воздействуя на движущиеся при поляризации заряды, создает давление.

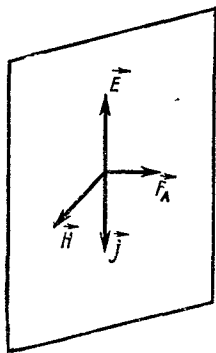


Рис. 15.8

Исходя из электромагнитной теории, Максвелл вычислил величину давления p , оказываемого плоской электромагнитной волной на лежащее на ее пути тело:

$$p = w(1 + R) \cos i, \quad (15.29)$$

где w — объемная плотность энергии поля, R — коэффициент отражения, i — угол падения волны на тело.

Поэтому было естественным желание ученых определить экспериментально давление света.

Многочисленные попытки в этом направлении не давали, однако положительных результатов. Причина заключается в том, что, как нам теперь известно, давление солнечного света на земной поверхности является чрезвычайно малой величиной ($p \sim 10^{-6} - 10^{-5}$ дин/см²). Для измерения такого незначительного давления надо было пользоваться чрезвычайно чувствительной измерительной аппаратурой.

Опыты Лебедева. Высокое искусство экспериментирования русского ученого П. Н. Лебедева позволило ему преодолеть эту серьезную трудность и с помощью созданной им уникальной установки в 1898 г. впервые измерить давление света *. Об этом П. Н. Лебедев сообщил в том же году на съезде в Швейцарии и в следующем году на конгрессе в Париже.

Схема опыта Лебедева по измерению давления света на твердые тела ** изображена на рис. 15.9.

Свет, исходящий от источника S , пройдя через систему линз, попадает на поверхность зеркала Z_1 . Отраженный от Z_1 свет с помощью зеркал Z_2 и Z_3 направляется на поверхность крыльев, которые находятся внутри баллона (рис. 15.10). Крылья, распо-

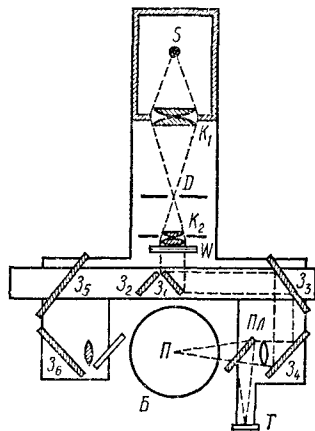


Рис. 15.9

* См.: Лебедев П. Н. Избр. соч. М.—Л., 1949; Фабрикант В. А. УФН, т. 42, вып. 2, 1950.

** Позднее (в 1909 г.) П. Н. Лебедевым же было измерено давление света на газы.

ложенные симметрично относительно оси подвеса, являются составной частью чувствительных крутильных весов, с помощью которых определяется сила давления света. Перемещая вправо систему зеркал $Z_1 Z_2$, можно направить луч света в баллон с левой стороны. Термоэлемент T служит для измерения энергии падающего света. Под действием света малоинертные подвески поворачиваются на определенный угол вокруг нити подвеса. Зная модуль кручения нити, можно определить силу действия света на подвески, а следовательно и давление света.

Ввиду очень малой величины давления света, как уже отмечено, перед экспериментаторами возникли определенные трудности. Казалось, что побочные эффекты могут вызвать более сильное вращение подвески, чем свет. К таким побочным эффектам относятся газокинетический и радиометрический эффекты.

Освещенная поверхность крыльев нагревается сильнее, чем неосвещенная. Поэтому атомы и молекулы, находящиеся внутри стеклянного баллона, отражаясь от более нагретой поверхности, обладают большей скоростью и, следовательно, сообщают нагретой поверхности соответственно больший импульс. Давление, создаваемое таким избыточным импульсом, гораздо больше, чем световое (радиометрический эффект). Для исключения радиометрического эффекта Лебедевым были подобраны такие тонкие крылья, чтобы температура обеих поверхностей была практически одинаковой. Радиометрический эффект можно уменьшить также увеличением разрежения газа внутри баллона.

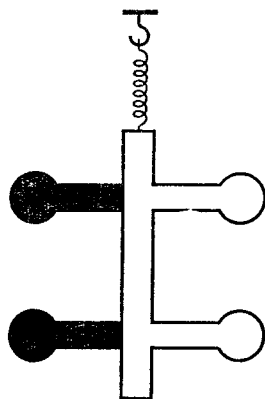


Рис. 15.10

Вследствие конвекции находящихся внутри баллона атомов и молекул (газокинетический эффект) возникает давление на несколько порядков больше светового. Чтобы исключить конвекционный эффект, Лебедев сконструировал подвижную систему зеркал $Z_1 - Z_2$, позволяющую направить свет на обе поверхности крыльев.

Результаты эксперимента позволили сделать следующие выводы:

1. Давление света на зеркальную поверхность в два раза больше, чем давление на поверхность, полностью поглощающую свет.
2. Величина давления света с точностью до 20% соответствует значению, полученному теоретически Максвеллом*.

Первый вывод полностью соответствует теоретическому выводу Максвелла. В самом деле, для идеально зеркальной поверхности

* Во времена Лебедева не удавалось получить высокое разрежение внутри баллона, что сказалось на величине давления. В 1923 г. Герлах, добившись относительно высокого вакуума, получил значение светового давления, совпадающее с теорией с точностью до 2%.

$R = 1$, следовательно,

$$p_{\text{зерк}} = 2\omega \cos i.$$

В случае полностью поглощающей поверхности $R = 0$ и, следовательно,

$$p_{\text{погл}} = \omega \cos i.$$

Таким образом, $p_{\text{зерк}} = 2p_{\text{погл}}$.

Классические опыты П. Н. Лебедева явились фундаментальным доказательством электромагнитной природы света.

Давление света с точки зрения квантовой теории света. Величину давления света можно вычислить, исходя также из квантовых представлений. С точки зрения теории фотонов давление света на поверхность происходит в результате передачи светом импульса при поглощении и отражении поверхностью.

Направим нормально на плоскую поверхность монохроматический световой поток с частотой ν . Энергию светового потока, содержащего N фотонов, приходящихся на 1 см^2 поверхности за 1 с (плотности потока), обозначим через Φ . Очевидно, что

$$N = \Phi/h\nu. \quad (15.30)$$

Ввиду того что каждый падающий на данную поверхность фотон обладает импульсом $h\nu/c$, импульсы, сообщаемые в единицу времени абсолютно поглощающей и абсолютно отражающей единичным поверхностям, равны соответственно:

$$p_{\text{погл}} = N \cdot h\nu/c = \Phi/c, \quad (15.31)$$

$$p_{\text{отр}} = 2N \cdot h\nu/c = 2\Phi/c. \quad (15.32)$$

Так как импульс, сообщаемый в единицу времени единичной поверхности, есть давление на эту поверхность, то формулы (15.31) и (15.32) представляют собой давление света соответственно на полностью поглощающую и полностью отражающую поверхности.

В общем случае можно определить величину давления света на поверхность, характеризуемую некоторым коэффициентом отражения R . В этом случае из общего числа N падающих фотонов поглощается $(1 - R)N$, отражается RN фотонов. Давление, оказываемое на поверхность, в этом случае равно

$$p = (1 - R)N \frac{h\nu}{c} + RN \cdot 2 \frac{h\nu}{c} = N \frac{h\nu}{c} (1 + R) = \frac{\Phi}{c} (1 + R). \quad (15.33)$$

Из формулы (15.33), совпадающей с формулой Максвелла, можно как частный случай (при $R = 0$ и $R = 1$) получить формулы (15.31) и (15.32).

Из выражения для энергии

$$W = mc^2, \quad (15.34)$$

следует, что масса светового кванта определяется следующим выражением:

$$m = W/c^2 = h\nu/c^2. \quad (15.35)$$

Из выражения (15.34) следует также, что масса покоя светового кванта равна нулю ($m_0 = 0$).

Действительно, так как для светового кванта $v = c$ и W — величина конечная, то масса покоя

$$m_0 = \frac{W}{c^2} \sqrt{1 - v^2/c^2} = \frac{W}{c^2} \cdot 0 = 0, \quad (15.36)$$

т. е. фотон можно принять за частицу с нулевой массой покоя, с массой $h\nu/c^2$, энергией $h\nu$ и импульсом $h\nu/c$.

Особые свойства лазерного излучения — высокая спектральная чистота и пространственная когерентность — позволяют, сильно увеличивая давление света, найти ему разные применения. Это стало возможным благодаря фокусировке лазерного луча в «пятно» с радиусом, равным одной длине волны. Оказалось, что силы давления, вызываемые сфокусированным лазерным светом, достаточно велики для перемещения маленьких частиц в различных средах. Используя сфокусированный лазерный пучок, удается сообщить как крошечным микроскопическим частицам, так и отдельным атомам и молекулам ускорения, в миллионы раз превосходящие ускорение свободного падения. Подобное увеличение давления света в луче лазера может найти весьма широкие применения в разных областях науки и практики. Так, например, используя такое высокое давление, в принципе возможно производить разделение изотопов, разделение частиц в жидкости, ускорение до больших скоростей электрически нейтральных частиц, проведение анализа атомных пучков и т. д.

§ 8. ФОТОХИМИЧЕСКОЕ ДЕЙСТВИЕ СВЕТА

Под действием света могут происходить самые разнообразные химические реакции. Об этом было известно еще до начала XIX в. Серьезные исследования в этой области начали вести с конца XVIII и начала XIX в. В настоящее время фотохимия развилась так, что стала самостоятельным разделом науки на стыке физики, химии и биологии. Более того, начали вести исследования по химическому действию различных излучений на биологические объекты так интенсивно, что родился еще один новый раздел науки — фотобиология.

Световая энергия способна вызвать весьма различные действия — вызвать фотосинтез (превращение поглощенной солнечной энергии в организме в химическую, необходимую для его роста), осуществить реакцию полимеризации (образование больших полимерных молекул из исходных атомов и малых молекул), а также образование простых молекул, произвести разложение полимерных и простых молекул на составные части (например, разложение бромистого серебра на серебро и бром в процессе фотографирования, разложение в зеленых частях растений углекислоты и т. д.), вызвать селективную химическую реакцию и т. д.

В последнее время внимание ученых сильно привлекает действие ультрафиолетового излучения (УФ) на биологические молекулы. Особый интерес представляет действие УФ-излучения на так называемые молекулы дезоксирибонуклеиновой (ДНК) и рибонуклеиновой (РНК) кислот, а также на белковую молекулу. ДНК, как установлено, является носителем наследственной информации, различные виды РНК выполняют разные функции — переносят наследственные информации от ДНК к белкам, играют роль матрицы для синтеза белков и т. д. Белки, как известно, являются строительным материалом в организме и выполняют разные функции. Еще в 1928 г. были известны исследования, согласно которым кривая, описывающая интенсивность гибели бактерий как функцию длины волны, соответствует спектру поглощения нуклеиновых кислот.

В основе химического (а также биохимического) действия света лежит явление взаимодействия света с веществом. В зависимости от конкретного объекта поглощение света может вызвать то или иное действие. В основе так называемого первого закона фотохимии лежат как раз эти положения. Исходя из них первый закон фотохимии, установленный в конце XVIII в. можно сформулировать так: фотохимическая реакция может быть вызвана только поглощенным молекулой светом. Если поглощения не произошло, то химическая реакция невозможна. Этот закон носит название закона эквивалентности.

Второй закон фотохимии связан с именем А. Эйнштейна (его иногда называют законом Эйнштейна). Согласно этому закону, поглощение света не обязательно заканчивается фотохимической реакцией, однако если это происходит, то для химического изменения каждой молекулы требуется только один фотон *. Этот закон математически можно выразить формулой

$$n = \eta N, \quad (15.37)$$

где N — число поглощенных фотонов, n — число молекул (атомов), претерпевших химическую реакцию, η — так называемый квантовый выход (эффективность) фотохимической реакции. Величина различна в различных процессах.

В чем причина возникновения фотохимической реакции? Почему поглощение света системой не всегда вызывает фотохимическую реакцию? На эти вопросы можно ответить, исходя из теории строения вещества и механизма поглощения света атомными и молекулярными системами.

Электроны атомов, находясь в разных энергетических состояниях, обладают разными энергиями. Следовательно, для отрыва электронов (ионизации атомов), находящихся на разных энергетических уровнях, требуются различные количества энергии, причем с удалением электрона от ядра это количество уменьшается.

* Как известно, действие мощного лазерного излучения может вызвать не только однофотонное, но также и многофотонное поглощение. В результате химическое изменение каждой молекулы может происходить поглощением более одного фотона (о многофотонном поглощении см. § 4 гл. XVIII).

Всякая химическая реакция атомов связана с поведением так называемых валентных (оптических) электронов. Поглощение световой энергии атомами может изменить состояние валентных электронов или оторвать их от атома, следовательно, изменить реакционную способность атомов.

Атомы внутри молекулы связаны между собой химическими связями. В зависимости от природы сил взаимодействия между атомами эти связи бывают ковалентными (гомеополярными), гетерополярными и др. Каждой связи между атомами соответствует определенная энергия, которую называют энергией химической связи. Поскольку, как нам уже известно, в отличие от атомов в молекулах возможны еще два вида движения — колебательное и вращательное, то поглощенная энергия в этом случае может создавать кроме электронных переходов также колебательные и вращательные переходы. Кроме этого, поглощенная молекулами световая энергия, будучи локализована в отдельных химических связях, может их разорвать, в результате чего молекула либо распадается полностью, либо, распадаясь частично, станет реакционноспособной.

Энергия поглощенного света не всегда приводит к химической реакции. Это связано с тем, что она, перейдя во внутреннюю энергию возбуждения молекулы, может претерпеть в дальнейшем ряд различных превращений — в результате люминесценции излучаться обратно частично или полностью, рассеиваться в виде тепла путем соударений поглощающих молекул друг с другом и с молекулами растворителя. О том, что энергия не остается надолго в поглощающей молекуле, свидетельствует тот факт, что цвет большинства веществ не изменяется во время освещения. Это означает, что возбужденные молекулы довольно быстро возвращаются в основное состояние, в котором они опять могут поглощать свет тех же длин волн, что и до освещения.

Глава XVI

ЛЮМИНЕСЦЕНЦИЯ

Известны различные виды излучения вещества — отражение и рассеяние света, тепловое излучение, излучение заряженных частиц при их ускоренном или заторможенном движении и т. д. Однако существует излучение, отличное от этих видов как по характеру возбуждения и протекания, так и по характеристикам самого излучения (спектральному составу, поляризации и т. д.). К таким видам излучения относится свечение окисляющегося в воздухе фосфора, свечение газа при прохождении через него электрического тока, свечение тел после облучения их светом, свечение специальных экранов при ударе о них электронов (экраны телевизоров, осциллографов и др.) и т. д. Все эти виды излучения, как увидим дальше, обусловлены переходом частиц (атомов, молекул, ионов и других более сложных комплексов) из возбужденного состояния в основное и называются люминесценцией. Понятие «люминесценция» было введено впервые Видеманом в 1888 г. Существенный вклад в развитие учения о люминесценции был сделан советской школой физиков, во главе которой стоял акад. С. И. Вавилов.

§ 1. МЕХАНИЗМЫ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ЛЮМИНЕСЦЕНЦИИ

Люминесценция наблюдается во всех агрегатных состояниях — в газах, в жидкостях и в твердых телах. Например, пары и газы O_2 , S_2 , J_2 , Na_2 и т. д., соли редких земель, соединения бензольного ряда, ароматические соединения (нафталин, антрацен и др.), разные виды красителей, неорганические кристаллы с примесями тяжелых металлов (например, ZnS с $CuCl_2$ или с $MnCl_2$), называемые кристаллофосфорами, являются люминесцентными веществами — люминофорами.

Поскольку явление люминесценции обусловлено переходами системы из возбужденных состояний в основное, то очевидно, что возникновение и протекание люминесценции должно находиться в прямой связи со структурой вещества — газа, жидкости и твердого тела, состоящих из атомов и молекул.

Излучение атомов и молекул. Известно, что спектры атомов — линейчатые *, а спектры молекул — полосатые, т. е. состоят из

* В газах и парах при достаточно высоких давлениях благодаря сильному взаимодействию атомов узкие уровни атомов, размываясь, превращаются в полосы. Полосы в свою очередь накладываются друг на друга, и спектры таких газов и паров в отличие от разреженных становятся сплошными.

отдельных неперекрывающихся полос. Линейчатость спектров атомов, как уже отмечалось, связана с тем, что атомы могут находиться лишь в определенных энергетических состояниях. При оптических переходах электронов между этими состояниями возникает линейчатый спектр. Полосатая структура спектра молекул объясняется тем, что в отличие от атомов, где возможны только электронные переходы, в молекуле имеются три типа переходов — электронные, колебательные и вращательные, что связано с колебательным движением ядер и вращательным движением молекулы как целого. Как показывают теоретические расчеты, основанные на квантовых представлениях, если считать эти три вида движения независимыми, то в молекуле в пределах каждого электронного уровня располагается несколько колебательных, а в пределах каждого колебательного уровня — несколько вращательных подуровней (рис. 16.1). Это означает, что при оптическом переходе между вращательными уровнями возникает излучение относительно малой частоты (соответствующей далекой инфракрасной области), в то время как при переходе между колебательными уровнями частота возникшего излучения больше, чем $\nu_{вр}$, но заметно меньше, чем $\nu_{эл}$, т. е. $\nu_{эл} \gg \nu_{кол} \gg \nu_{вр}$. Колебательные частоты соответствуют инфракрасной, а электронные — видимой и ультрафиолетовой областям спектра.

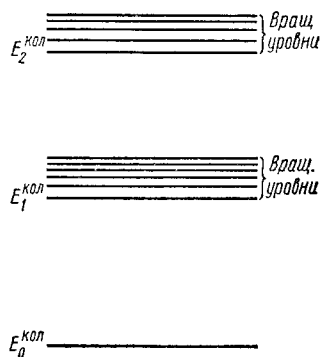


Рис. 16.1

Если бы в молекуле осуществлялись только переходы между электронными энергетическими уровнями, то ее спектр состоял бы, подобно спектру атома, из отдельных линий с частотами

$$\nu_{эл} = (E_{эл}^* - E_{эл})/h,$$

где $E_{эл}$ и $E_{эл}^*$ — соответственно основной и возбужденный уровни электронных состояний.

Поскольку наряду с электронными состояниями существуют колебательные, то каждому электронному уровню соответствует набор колебательных подуровней. При учете вращательных состояний каждый колебательный уровень расщепляется на ряд подуровней, связанных с различными вращательными состояниями. Согласно постулату Бора, можно определить также $\nu_{кол}$ и $\nu_{вр}$:

$$\nu_{кол} = \frac{E_{кол}^* - E_{кол}}{h}, \quad \nu_{вр} = \frac{E_{вр}^* - E_{вр}}{h}.$$

При возбуждении атомов (или молекул) газа облучением света * (ультрафиолетового или видимого) атом переходит в одно из воз-

* Энергии возбуждения атомов соответствуют энергиям квантов ультрафиолетового и видимого света.

бужденных состояний. Если данный атом за время жизни в возбужденном состоянии, составляющем около 10^{-8} с, не передаст свою избыточную (по сравнению с энергией основного состояния) энергию другим атомам благодаря удару, то он переизлучает световую энергию, переходя в основное состояние либо прямо, либо поэтапно (ступенчато). При прямом переходе он излучает столько же энергии, сколько он поглотил, а при ступенчатом переходе может излучать и меньше. Во втором случае возбужденный атом, передавая часть своей энергии другим, может совершать так называемый безызлучательный переход (рис. 16.2) из состояния E_3 в состояние E_2 , затем переходит в основное состояние с излучением кванта меньшей частоты ($\nu' < \nu$). Энергия при безызлучательном переходе превращается в тепло. Все эти переходы, сопровождающиеся излучением, происходят самопроизвольно, в отсутствие

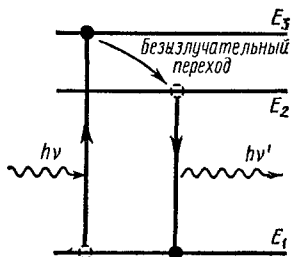


Рис. 16.2

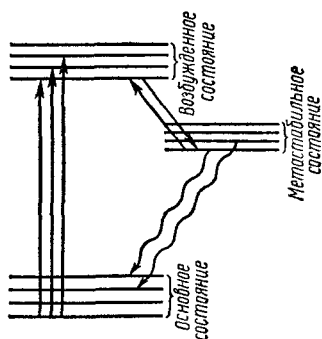


Рис. 16.3

какого-либо воздействия извне, поэтому подобное высвечивание (высвечивание возбужденной частицы, например атома, при самопроизвольном возвращении в невозбужденное состояние) называется спонтанным высвечиванием.

Состояние E_2 атома может быть таким, что непосредственный переход $E_2 \rightarrow E_1$ невозможен или маловероятен. Такое состояние (E_2) называется метастабильным. Если система поглощает энергию, равную $E_3 - E_2$, то она может вернуться снова в состояние E_3 , откуда возможен переход в основное состояние. Такая люминесценция будет характеризоваться значительной продолжительностью (примерно от 10^{-4} с до целых секунд). На рис. 16.3 показаны метастабильный уровень молекулы и некоторые из возможных переходов. Волнистые линии изображают маловероятные переходы из метастабильного состояния в основное. Подобное свечение возникает только при участии внешних воздействий, способных вывести атомы (или молекулы) из метастабильного состояния в возбужденное.

Безызлучательные переходы. В молекулах не все переходы с возбужденных уровней на более низкие сопровождаются излучением. Возможны и безызлучательные переходы благодаря перерас-

пределению энергии внутри молекулы (превращение энергии в тепло). Безызлучательный переход осуществляется также при передаче энергии возбуждения невозбужденной молекуле при соударениях молекул. Этот вид удара принято называть ударом второго рода (по отношению к частице, отдавшей энергию). Подобный удар по отношению к частице, получающей энергию, называется ударом первого рода. Если молекула, получившая дополнительную энергию и в результате перешедшая в возбужденное состояние, способна излучать, то возникшая в данном случае люминесценция называется сенсбилизированной. В противном случае, т. е. если возбужденная молекула по каким-то причинам (связанным со структурой самой молекулы или влиянием окружающей среды) не способна излучать, то избыток энергии разменивается на меньшие порции и переходит в энергию колебаний молекул — происходит внутримолекулярное перераспределение энергии.

Рекомбинационное излучение. Излучение центров люминесценции может происходить и за счет так называемого рекомбинационного свечения. Рекомбинационное свечение возникает как следствие воссоединения (рекомбинации) двух частей центра высвечивания (электрона и иона, а также двух частей диссоциированной молекулы), отделенных друг от друга при возбуждении. При рекомбинации этих двух частей выделяется энергия, равная энергии их разъединения (ионизации или диссоциации); эта энергия может быть использована для возбуждения центра, в состав которого входит один из разъединенных остатков.

Итак, рекомбинационное излучение представляет собой высвечивание возбужденной молекулы или иона, пришедших в возбужденное состояние за счет энергии, выделяющейся при рекомбинации разноименно заряженных частиц.

Высвечивание может происходить как в отдельных центрах (молекуле, ионе или комплексе), так и при участии всего вещества люминофора. Например, при рекомбинационном свечении процесс преобразования энергии возбуждения в люминесценцию протекает, как отметили, следующим образом: сначала в результате возбуждения происходит разделение разноименно заряженных частиц, затем они рекомбинируют с новыми «партнерами», в результате чего в люминесценции участвует весь люминофор. К аналогичному выводу приходим и при объяснении высвечивания кристаллофосфоров на основе зонной теории. В этой связи различают два класса свечения: так называемое свечение дискретных центров* и свечение вещества. Под свечением дискретных центров понимают люминесценцию, развивающуюся в пределах отдельных частиц, выделенных из остального вещества среды. В случае люминесценции вещества, как отметили выше, при поглощении, переносе к месту излучения и излучении энергии участвует все вещество люминофора. Подобная классификация люминесценции была введена В. Л. Левшиным.

* См.: Левшин В. Л. Изв. АН СССР, сер. физич. 9, 355, 1945.

§ 2. КЛАССИФИКАЦИЯ ЛЮМИНЕСЦЕНЦИИ ПО МЕТОДУ ВОЗБУЖДЕНИЯ И ПО ДЛИТЕЛЬНОСТИ СВЕЧЕНИЯ

Возбуждение люминофора можно производить разными способами. Выбор того или иного вида возбуждения зависит от конкретного случая и от характера центра и среды люминесценции. В зависимости от характера центра и среды люминесценции в одном случае подходящим является один вид возбуждения, а в другом случае — другой.

Различают следующие виды люминесценции по виду возбуждения.

Фотолюминесценция. Под фотолюминесценцией понимают свечение, возникающее под действием световых лучей оптического диапазона частот (ультрафиолетовых и видимых). Фотолюминесценция наблюдается в газообразных, жидких и твердых телах.

Катодолюминесценция — свечение, вызываемое действием катодных лучей — быстро движущимися под действием электрического поля электронами. Этот вид возбуждения широко применяется в газоразрядных трубах, где ускоренный электрическим полем электрон на своем пути может ионизовать сотни и тысячи атомов газа, вызывая тем самым их свечение. Катодолюминесценция успешно применяется также для возбуждения порошков, тонких пленок и поверхностных слоев монокристаллов.

Электролюминесценция — свечение под действием продуктов радиоактивного распада (α -, β -частиц и γ -лучей) и космической радиации. Радиолюминесценция составляет основу принципа действия известного нам из средней школы счетчика частиц — сцинтиллятора. Вспышки свечения, возникающие при попадании отдельных частиц на люминесцентное вещество, обусловлены именно радиолюминесценцией. Свечение, возникшее под действием рентгеновских лучей, называют рентгенолюминесценцией.

Хемилюминесценция — свечение вещества при протекании химических реакций. Энергия возбуждения люминесценции, в этом случае черпается из запасов химической энергии реагирующих веществ. В качестве примера хемилюминесценции можно привести явление свечения окиси фосфора, возникающее при окислении фосфора. Свечение, возникающее в различных живых организмах, тоже обусловлено химическими процессами, протекающими в них. Это разновидность хемилюминесценции называется биологической люминесценцией (свечение светлячков, моллюсков и др.).

Прочие виды люминесценции. Известны также триболюминесценция — свечение при трении некоторых веществ, кристаллолюминесценция — свечение, возникающее при механическом сжатии кристаллов, и ионолюминесценция — свечение при прохождении ультразвуковых волн через растворы некоторых веществ. В первых двух случаях люминесценции свечение возникает за счет ультрафиолетового излучения разряда, возникающего при образовании электрических полей, соответственно у трущихся поверхностей и в местах разлома. В случае ионолюминесценции свечение

обусловлено электрическим разрядом в мелких пустотах, образующихся в жидкостях при прохождении ультразвука.

Флуоресценция и фосфоресценция. По длительности свечения различают два вида люминесценции — флуоресценцию и фосфоресценцию.

Люминесценцию с длительностью порядка 10^{-8} — 10^{-9} с и меньше называют флуоресценцией. Под фосфоресценцией понимают свечение, продолжающееся заметный промежуток времени (от 10^{-8} с до нескольких часов) после прекращения возбуждения. Подобное разделение люминесценции на флуоресценцию и фосфоресценцию, строго говоря, является условным, и установить точную границу между ними невозможно.

В заключение данного параграфа сделаем замечание относительно самого характера и свойства люминесцентного излучения. Поскольку все заключительные акты излучения при люминесценции происходят самопроизвольно, независимо друг от друга, то подобное излучение будет являться некогерентным. Люминесцентное излучение является также неравновесным (в отличие от теплового излучения).

§ 3. ЛЮМИНЕСЦЕНЦИЯ В ГАЗАХ, ЖИДКОСТЯХ И ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ

Люминесценция в газах. В газах люминесценция происходит как за счет высвечивания дискретных центров, так и за счет рекомбинационного свечения. В газе возможна также сенсбилизированная люминесценция.

Самостоятельное излучение газа обычно происходит с длительностью 10^{-8} — 10^{-9} с. Несамостоятельное излучение в зависимости от плотности и температуры газа может длиться по-разному — обычно в пределах от 10^{-3} до 1 с.

Спектр излучения (спектр люминесценции) определяется видом атомов и давлением газа. Например, свечение одноатомных частиц ртути, гелия и т. д. обладает линейчатым спектром, в то время как свечение паров бензола дает полосатые спектры.

Люминесценция в жидкостях. В жидкостях возможны излучение дискретных центров и рекомбинационные процессы. Длительность излучения дискретных центров в жидкостях весьма мала, лишь в отдельных случаях длительность свечения доходит до 10^{-4} с.

Свечение в результате хемилюминесценции тоже является характерным для жидкостей. Голубое свечение, возникшее при окислении триаминофталиевого гидразида перекисью водорода в щелочной среде, является одним из таких примеров.

Люминесценция в твердых телах. Подобные, но более разнообразные процессы происходят в твердых кристаллических телах. В некоторых кристаллических телах наблюдается высвечивание дискретных центров, а в некоторых — рекомбинационное свечение. Встречаются кристаллы, в которых существует свечение обоих видов одновременно.

Высвечивание дискретных центров наблюдается у молекулярных кристаллов, где в узлах кристаллической решетки расположены отдельные молекулы. Из-за слабого взаимодействия между собой молекулы в кристалле сохраняют относительную самостоятельность, в результате этого поглощение и излучение происходят в одном и том же центре.

Кристаллы твердого кислорода, ароматические соединения (такие, как бензол, нафталин, антрацен и др.), а также более сложные кристаллы платиносинеродистых и ураниловых соединений тоже дают высвечивание дискретных центров.

Рекомбинационное свечение наблюдается в кристаллофосфорах с дефектами в кристаллических решетках, вызванными включением посторонних примесей — ионов тяжелых металлов. Центрами высвечивания в этом случае являются ионы тяжелых металлов, называемые активаторами. Искажение кристаллической решетки может произойти также при неправильном росте кристаллов под действием внешних (механических, электрических) сил.

Свечение кристаллофосфоров удобно объяснить, исходя из зонной теории кристаллов.

Использование зонной теории. Согласно зонной теории, для объяснения электрических и оптических свойств кристаллов важное значение имеют как последняя заполненная (валентная зона), так и первая незаполненная (зона проводимости) зоны. При внедрении в кристалл чужеродных ионов возникают

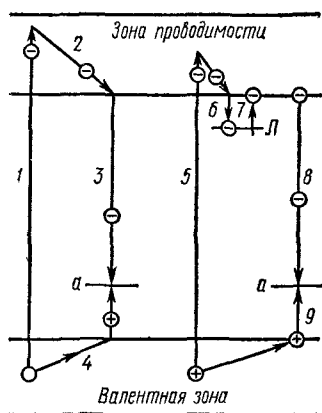


Рис. 16.4

уровни, в запрещенной зоне расположенные несколько выше вершины валентной зоны решетки и ниже дна зоны проводимости. Эти уровни локализуются около конкретного иона и поэтому называются локальными.

Если электрону в валентной зоне сообщить энергию, превышающую ширину запрещенной зоны, то он, покидая валентную зону, перейдет в зону проводимости (рис. 16.4, 1). При движении по зоне проводимости электрон, потеряв часть своей энергии, опускается к ее дну (рис. 16.4, 2), а в дальнейшем переходит на локальный уровень активатора (рис. 16.4, 3). При уходе электрона из валентной зоны возникает дырка, которая ведет себя подобно положительному заряду. Дырка, двигаясь по валентной зоне, рекомбинирует (рис. 16.4, 4) с электроном, попавшим на уровень активатора из зоны проводимости. Выделенная энергия при рекомбинации электрона и дырки возбуждает ион активатора, являющийся центром высвечивания. Поскольку движение электрона в зоне проводимости происходит с большой скоростью, то процесс люминесценции в данном случае является весьма кратковременным.

Возможна и рекомбинация через локальный уровень, лежащий вблизи дна зоны проводимости (рис. 16.4, 5—8, 9). В этом случае электрон со дна зоны проводимости захватывается так называемыми «ловушками» — локальными уровнями (рис. 16.4, 6), иногда называемыми также уровнями прилипания. Если эти уровни лежат неглубоко от дна зоны проводимости, то под действием тепловой энергии электрон может быть переброшен обратно в зону проводимости (рис. 16.4, 7). В дальнейшем электрон, так же как и в первом случае, опускаясь на уровень активатора, рекомбинирует с образовавшейся дыркой в валентной зоне. Возбужденный ион активатора за счет получения энергии рекомбинации становится центром высвечивания. Ввиду задержки электрона на локальных уровнях такое свечение бывает продолжительным. Его длительность определяется также глубиной локальных уровней. Если локальный уровень лежит так далеко от дна зоны проводимости, что тепловая энергия при данной температуре кристалла недостаточна для возвращения электрона обратно в зону проводимости, то он может быть «пленен» на этом уровне до сообщения ему нужной энергии другим способом, скажем облучением. Электрон из этого «пленения» можно освободить также путем дальнейшего нагревания кристалла. Подобное свечение называется термовысвечиванием.

§ 4. ЗАКОНЫ ЛЮМИНЕСЦЕНЦИИ

Закон Стокса — Ломмеля. Первый закон люминесценции был установлен Стоксом в 1852 г. Согласно закону Стокса, длина волны излучения люминесценции всегда больше длины волны света, возбуждающего люминесценцию.

Дальнейшие исследования в области люминесценции привели к установлению другого, отличного от правила Стокса закона. Согласно этому закону, при фотолюминесценции наблюдается также излучение с длиной волны, меньшей длины волны возбуждающего света. Такое излучение обычно называют антистоксовым.

Закон Стокса для подобного типа излучения не имеет места. Ломмель дал новую, более общую формулировку, верную для стоксова и для антистоксова излучения. Так как спектральные линии (как испускания, так и поглощения) обладают определенной шириной, то закон Стокса в формулировке Ломмеля можно выразить так: спектр излучения в целом и его максимум всегда сдвинуты по сравнению со спектром поглощения и его максимумом в сторону длинных волн. Этот закон обычно называют законом Стокса — Ломмеля.

При низкой температуре интенсивность стоксова излучения значительно превалирует над интенсивностью антистоксова излучения. С повышением температуры интенсивность стоксова излучения слабо уменьшается, в то время как интенсивность антистоксова излучения возрастает. Однако интенсивность антистоксова излучения остается меньше интенсивности стоксова.

Как вышеупомянутые, так и другие закономерности люминесценции не были объяснены с помощью классических представлений. Все попытки в этом направлении неизбежно кончались неудачей. Правильное истолкование указанных явлений возможно лишь на основе квантовой теории света и структуры частиц — атомов и молекул.

Стоксово и антистоксово излучение с точки зрения квантовой теории. Для объяснения закономерностей стоксова и антистоксова излучений рассмотрим три электронных уровня атома: E_1 , E_2 и E_3 . При термодинамическом равновесии атомы распределены по энергетическим уровням согласно закону Больцмана

$$N_i = N_0 e^{-E_i/kT},$$

где N_i — число атомов, обладающих энергией E_i , N_0 — полное число атомов. Пусть на газ, состоящий из таких атомов, падает излучение с энергией, удовлетворяющей условию

$$h\nu_{31} = E_3 - E_1. \quad (16.1)$$

Под действием такого излучения атом переходит в состояние E_3 . Возможны как оптические, так и неоптические (из-за передачи энергии при столкновении атомов) переходы атомов из состояния E_3 в состояние E_2 . В дальнейшем возбужденные атомы, излучая энергию $h\nu_{32} = E_3 - E_2$, переходят в состояние E_2 . Будем полагать, что состояние E_2 не является метастабильным. Согласно закону сохранения энергии, если возбуждающий квант часть своей энергии $E_3 - E_2$ превращает в тепловую (если переход от E_3 в E_2 является неоптическим), то оставшаяся часть идет на люминесцентное излучение, т. е.

$$h\nu_{\pi} = E_3 - E_2 + h\nu_{\lambda}.$$

Отсюда

$$\nu_{\lambda} = \nu_{\pi} - (E_3 - E_2)/h. \quad (16.2)$$

Как следует из (16.2), $\nu_{\lambda} < \nu_{\pi}$ или же $\lambda_{\lambda} > \lambda_{\pi}$, т. е. имеет место правило Стокса.

Мы рассматривали поглощение светового кванта атомами, находящимися в основном состоянии E_1 . Возможно также поглощение света атомами, находящимися в возбужденных состояниях, например в E_2 . В результате такого поглощения атом перейдет на более высокий энергетический уровень E_3 . Для этого энергия возбуждающего светового кванта должна удовлетворять условию

$$h\nu_{\pi} = E_3 - E_2. \quad (16.3)$$

В дальнейшем возможен спонтанный переход атома из состояния E_3 в основное состояние E_1 с излучением энергии

$$h\nu_{\lambda} = E_3 - E_1. \quad (16.4)$$

Следовательно, энергия излученного светового кванта состоит из суммы энергий возбуждающего излучения и возбужденного

атома, находящегося в состоянии E_2 :

$$h\nu_{\lambda} = h\nu_{\pi} + E_3 - E_2. \quad (16.5)$$

Отсюда

$$\nu_{\lambda} = \nu_{\pi} + (E_3 - E_2)/h. \quad (16.6)$$

Как видим, в этом случае $\nu_{\lambda} > \nu_{\pi}$ или $\lambda_{\lambda} < \lambda_{\pi}$, т. е. имеет место антистоксово излучение. Антистоксово излучение на практике возникает как результат сложения энергии возбуждающего излучения с запасом колебательной энергии молекулы.

В многоатомных молекулах стоксово и антистоксово излучения вызываются переходами между электронно-колебательными уровнями. На рис. 16.5 переходы, обозначенные стрелками 1 и 2, вызывают стоксово, а стрелками 3 и 4 — антистоксово излучения. Следует отметить, что непосредственные переходы с высоких колебательных уровней на практике не осуществляются, поскольку за весьма короткое время порядка 10^{-11} — 10^{-13} с молекулы теряют значительную часть колебательной энергии.

Что касается температурной зависимости интенсивности того или иного вида люминесцентного излучения, то она следует из формулы, выражающей распределение числа частиц по энергетическим уровням в зависимости от температуры. Так как интенсивность излучения определяется числом квантов, а последнее в свою очередь — числом переходов, вызвавших люминесцентное излучение, то, поскольку при относительных низких температурах большинство атомов находятся в основном состоянии E_1 , излучение будет происходить в основном по схеме, указанной на рис. 16.6, т. е. излучение будет стоксовым. С увеличением температуры число частиц с энергией E_1 уменьшается, а число частиц с энергией E_2 увеличивается. Благодаря этому соответственно уменьшается интенсивность стоксова излучения и увеличивается интенсивность антистоксова, т. е. излучение произойдет с заметной интенсивностью также по схеме, указанной на рис. 16.7. Следует отметить, что поскольку большинство частиц в начале находилось в основном состоянии, то уменьшение их числа с увеличением температуры составляет малую долю от общего числа частиц в состоянии E_1 . Следовательно, уменьшение интенсивности стоксова излучения с увеличением температуры будет слабым. Этого нельзя сказать относительно изменения (увеличения) интенсивности антистоксова излучения. При достаточно высокой температуре люминесцирующей системы общая интенсивность излучения ослабевает. Это объясняется тем, что при высоких температурах устанавливается почти равномерное распределение частиц по энергетическим состояниям и возбуждающее излучение не может заметно изменить это равновесие, другими словами, поглощение, а следовательно, и люминесценция

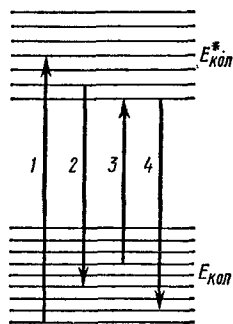


Рис. 16.5

становятся весьма слабыми. Аналогичные явления имеют место также при катодо- и ионолюминесценции.

Резонансная флуоресценция. Кроме люминесценции с измененной длиной волны наблюдается также свечение с неизменной длиной волны, т. е. длина волны света возбуждения совпадает с длиной волны света люминесценции. Этот вид люминесценции называется резонансной флуоресценцией. Она впервые наблюдалась Вудом в 1904 г. при исследовании оптических свойств паров натрия. Механизм возникновения резонансной флуоресценции заключается в следующем. Атом (или молекула), поглощая световой квант, переходит в некоторое возбужденное состояние. Спустя время, равное продолжительности жизни атома в этом возбужденном

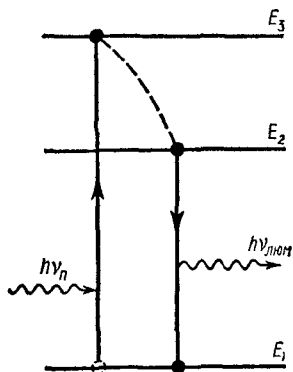


Рис. 16.6

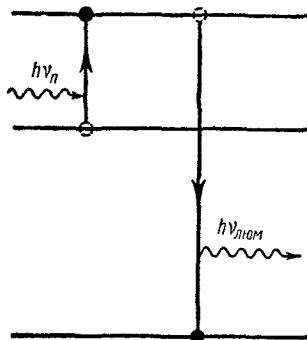


Рис. 16.7

состоянии, атом с того же состояния переходит в основное состояние, излучая при этом свет той же частоты, что и падающий, т. е. $\nu_n = \nu_{люм}$. Очевидно, что и при резонансной флуоресценции процессы поглощения и излучения разделены во времени и потому между ними нет фазовой корреляции (взаимосвязанности).

Правило зеркальной симметрии Левшина. В. Л. Левшиным было установлено, что для некоторых классов органических молекул спектры поглощения и спектры излучения обладают зеркальной симметрией как по положению, так и по форме. Левшин установил эту закономерность в результате надлежащей обработки экспериментальных данных о спектрах ряда красителей, находящихся в разнообразных средах и при различных температурах. В дальнейшем им же был выяснен физический смысл установленной закономерности и определены естественные границы ее применимости. Следуя автору*, кратко изложим суть правила зеркальной симметрии.

Согласно правилу Левшина, спектры поглощения и люминесценции при подходящем выборе координат являются зеркально-

* См.: Левшин В. Л. Фотолюминесценция жидких и твердых веществ. М.—Л., ГИТТЛ, 1951, § 17 гл. III.

симметричными относительно прямой, проходящей перпендикулярно оси частот через точки пересечения кривых обоих спектров (рис. 16.8), изображающих зависимости α/ν и I/ν^3 от ν , где α — коэффициент поглощения, I — интенсивность, ν — частота. Соответствующие анализы показали, что зеркальная симметрия спектров может осуществляться только у молекул с одинаковым строением систем энергетических уровней ее нормального и возбужденного состояний, а также при соблюдении еще некоторых важных дополнительных условий относительно вероятностей переходов между ними.

Установленные Левшиным условия возникновения зеркальной симметрии спектров поглощения и излучения следующие:

1. Обе системы энергетических уровней, нижняя и верхняя, которые соответствуют сравниваемым полосам поглощения и люминесценции, должны обладать одинаковым строением, причем частота линии симметрии соответствует частоте электронного перехода.

2. Распределение молекул по уровням верхней и нижней систем должно быть одинаковым.

3. Вероятности переходов между уровнями с одинаковыми номерами конечного состояния должны быть пропорциональны или одинаковы.

Исходя из вышеизложенного, можно прийти к выводу, что выполнение этого правила у молекул данного класса показывает, что исследуемые соединения удовлетворяют необходимым условиям для возникновения зеркальной симметрии, а отступления от симметрии указывают на характер отклонений в строении энергетических уровней молекул и вероятностей переходов между ними от условий симметрии.

Универсальное соотношение Степанова. Б. И. Степановым при предположении, что возбужденная молекула по всем степеням свободы (кроме электронного движения) находится в равновесии с окружающей средой, установлено так называемое универсальное соотношение между спектрами поглощения и испускания сложных молекул *. Универсальное соотношение записывается в форме

$$W_{\text{люм}}(\nu) = c(T) \alpha(\nu) e^{-h\nu/kT}, \quad (16.7)$$

где $W_{\text{люм}}(\nu)$ — мощность фотолюминесценции частоты ν , $\alpha(\nu)$ — коэффициент поглощения, T — абсолютная температура.

Как следует из соотношения (16.7), мощность люминесценции частоты ν однозначно связана с коэффициентом поглощения той же частоты, что позволяет, зная частотную зависимость $\alpha(\nu)$, легко найти частотную зависимость $W_{\text{люм}}(\nu)$ и наоборот, т. е. если изве-

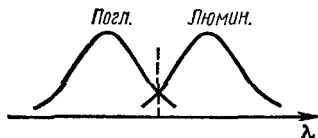


Рис. 16.8

* См.: Степанов Б. И. ДАН СССР, 112, 839, 1957; Степанов Б. И., Грибовский В. П. Введение в теорию люминесценции. Минск, 1963, с. 286.

стен спектр поглощения, то расчетным путем можно получить спектр излучения и наоборот.

Соотношение (16.7) справедливо для всех систем, для которых распределение по подуровням возбужденного состояния не зависит от частоты возбуждающего света и вообще от способа возбуждения. Кроме того, для выполнения соотношения (16.7) необходимо выполнение ряда дополнительных условий — отсутствие в системе поглощающих, но не люминесцирующих примесей, отсутствие невозбуждающего поглощения и т. д. Следует отметить, что соотношение (16.7) применимо не только для электронно-колебательных спектров сложных молекул, но и для любых других систем, состоящих из двух подсистем: быстрой и медленной. Необходимо только, чтобы время перераспределения энергии внутри медленной подсистемы значительно превосходило длительность возбужденного состояния быстрой подсистемы, как это имеет место у сложных молекул, где рассматриваются переходы между колебательными подуровнями нижнего и первого возбужденного электронных состояний. В сложных молекулах между актами поглощения и испускания света происходит довольно быстрое перераспределение энергии по колебательным степеням свободы, в результате чего перед актом испускания устанавливается равновесное (температурное) распределение по колебательным уровням возбужденной молекулы. В то же время подобно равновесию электронных состояний не имеет места — в возбужденном электронном состоянии имеется значительный избыток молекул.

Существенные нарушения универсального соотношения Степана имеют место в вязких и замороженных растворах.

§ 5. ВЫХОД ЛЮМИНЕСЦЕНЦИИ

Для количественной характеристики процесса люминесценции пользуются понятиями так называемых энергетического и квантового выходов, впервые введенных С. И. Вавиловым в 1924 г.

Квантовый выход. Квантовый выход люминесценции ($B_{\text{кв}}$) определяется отношением числа испускаемых при стационарном режиме * световых квантов ($q_{\text{л}}$) к общему числу поглощенных квантов ($q_{\text{п}}$) в тот же самый промежуток времени, т. е.

$$B_{\text{кв}} = q_{\text{л}}/q_{\text{п}}. \quad (16.8)$$

Квантовый выход в зависимости от частоты возбуждающего люминесценции света и структуры люминесцирующей молекулы может быть меньше, равен или больше единицы. В первом случае не каждый поглощенный квант вызывает излучение. Равенство единице квантового выхода означает, что каждому поглощенному кванту соответствует точно один квант люминесценции. Даже

* Под люминесценцией при стационарном режиме понимается люминесцентное излучение, происходящее с постоянной энергией в единицу времени в течение достаточно конечного промежутка времени.

в этом случае происходит потеря энергии, т. е. $E_1 < E_n$. Это объясняется тем, что в среднем энергия, приходящаяся на один квант люминесценции, меньше энергии одного фотона поглощения (возбуждения). Подобную потерю энергии принято называть стоксовской.

Применение для возбуждения коротковолнового (ультрафиолетового, рентгеновского и γ -излучения) излучения, энергия которого достаточна для возбуждения более одного центра свечения, может привести к тому, что квантовый выход превысит единицу, т. е. один поглощенный квант может вызвать излучение двух и более квантов. Однако очевидно, что и в этом случае средняя энергия люминесценции среды будет меньше поглощенной.

Энергетический выход. Энергетический выход люминесценции ($B_э$) определяется отношением энергии люминесценции ($E_л$) к энергии возбуждения (E_n), поглощенной люминесцирующим веществом, т. е.

$$B = E_л / E_n. \quad (16.9)$$

Исходя из (16.8) и (16.9), легко установить взаимосвязь между величинами $B_{кв}$ и $B_э$.

Действительно, если спектр излучения не зависит от частоты возбуждающего излучения, то имеем

$$B_э = \frac{E_л}{E_n} = \frac{q_л \cdot h\nu_л}{q_n \cdot h\nu_n} = B_{кв} \cdot \frac{\nu_л}{\nu_n}, \quad (16.10)$$

где $\nu_л$ — частота излучения люминесценции, ν_n — частота поглощенного света.

Как следует из (16.10), при стоксовском излучении энергетический выход меньше квантового во столько раз, во сколько раз частота $\nu_л$ меньше частоты ν_n .

§ 6. ЗАКОНЫ ЗАТУХАНИЯ

Люминесценция характеризуется кроме неравновесности также и длительностью. В этой связи представляет интерес установить закон изменения интенсивности высвечивания люминесценции со временем. Установим этот закон для двух случаев — случаев самостоятельного и рекомбинационного свечения.

Самостоятельное (спонтанное) свечение. Рассмотрим систему люминесцирующих молекул, возбуждающихся и высвечивающихся независимо друг от друга. Положим что число не успевающих к моменту времени люминесцировать молекул равно N . Уменьшение числа возбужденных молекул за время dt равно

$$dN = -AN dt, \quad (16.11)$$

где A — вероятность перехода молекулы с возбужденного состояния в основное за единицу времени. Очевидно, что A не зависит от времени и характеризует способность молекулы остаться на возбужденном уровне. Знак минус в правой части выражения (16.11)

показывает на уменьшение числа возбужденных молекул с течением времени.

Интенсивность высвечивания в данном случае есть величина, прямо пропорциональная убыли числа возбужденных частиц в единицу времени:

$$I \sim -dN/dt = AN. \quad (16.12)$$

Следовательно, для определения I нам надо найти N . С этой целью, интегрируя выражение (16.11), получим

$$\ln N = -At + C, \quad (16.13)$$

где C — постоянная интегрирования. Ее можно найти исходя из начального условия. Действительно, если число возбужденных молекул при $t = 0$ обозначить через N_0 , то

$$\ln N_0 = C. \quad (16.14)$$

Подставляя (16.14) в (16.13), получим

$$\ln N = -At + \ln N_0.$$

Отсюда

$$N = N_0 e^{-At}. \quad (16.15)$$

Соответственно для интенсивности свечения в момент времени t имеем

$$I = I_0 e^{-At}, \quad (16.16)$$

где I_0 — интенсивность высвечивания в начальный (при $t = 0$) момент времени.

Закон затухания люминесценции (16.16) сохраняет силу и в случае, когда переход из возбужденных состояний в основное происходит частично безызлучательно, т. е. излучают не все молекулы, переходящие в основное состояние. Тогда

$$I = I_0 e^{-(A_0 + A_{н/о})t}, \quad (16.17)$$

где A_0 и $A_{н/о}$ — соответственно вероятности оптического и неоптического (безызлучательного) переходов.

Как следует из (16.16), интенсивность высвечивания в рассматриваемом случае (при самостоятельном свечении) убывает экспоненциально со временем. За время $t = \tau = 1/A$ интенсивность высвечивания уменьшается в $e = 2,718$ раза. τ называется средним временем жизни молекулы в возбужденном состоянии. Подставляя выражение τ в (16.16), имеем

$$I = I_0 e^{-t/\tau}. \quad (16.18)$$

Среднее время жизни люминесцирующего центра экспериментально можно определить из графика зависимости $\ln I$ от t по тангенсу угла наклона полученной прямой линии с осью времени.

Рекомбинационное свечение. Числа положительных ионов и электронов, образованные вследствие возбуждения в данной системе, обозначим соответственно через N и n . Если вероятность рекомбинации в единицу времени положительного иона и электрона обозначить через ρ , то число рекомбинирующих пар за время

dt будет равно

$$dN = -pNn dt. \quad (16.19)$$

Поскольку положительные ионы (или дырки в кристалле) образуются в результате отрыва, то $n = N$ и поэтому

$$dN = -pN^2 dt. \quad (16.20)$$

Принимая во внимание независимость p от t и от N , интегрированием выражения (16.20) получим

$$-1/N = -pt + C, \quad (16.21)$$

Если число положительных ионов (а также электронов) при $t = 0$ обозначить через N_0 , то постоянная интегрирования, как следует из (16.21), будет

$$C = -1/N_0. \quad (16.22)$$

Подставляя (16.22) в (16.21), получим

$$N = \frac{N_0}{1 + N_0 p t}. \quad (16.23)$$

Поскольку интенсивность высвечивания

$$I \sim -\frac{dN}{dt} = pN^2,$$

то имеем

$$I = I_0 / (1 + N_0 p t)^2, \quad (16.24)$$

где I_0 — начальная интенсивность свечения.

Закон затухания рекомбинационного свечения (16.24) получен здесь для идеализированного случая, когда рекомбинация наступает непосредственно. В реальных случаях это не имеет места — рекомбинация является завершением более сложных процессов. В этом легко убедиться, если обратить внимание на описанный ранее нами механизм рекомбинационного свечения.

На практике себя оправдывает более общая формула

$$I = I_0 / (\alpha + \beta t)^c, \quad (16.25)$$

где α , β и c — постоянные.

§ 7. РАЗЛИЧНЫЕ ВИДЫ ТУШЕНИЯ ЛЮМИНЕСЦЕНЦИИ

С одним из видов потери энергии при люминесценции (стоксовской потерей) мы уже познакомились. Существуют и другие виды потери энергии возбуждения при люминесценции. Познакомимся с некоторыми из них (так называемыми видами тушения люминесценции).

Температурное тушение. Опыты показывают, что повышение температуры люминесцирующих веществ (очевидно, что температура не должна превышать температуры термического разложения вещества) приводит к уменьшению выхода люминесценции.

Подобное уменьшение выхода люминесценции можно объяснить, исходя из структуры молекулы и влияния температуры на внутреннее движение молекул.

Повышение температуры, хотя заметно и не влияет на распределение электронов молекул вокруг ядра, усиливает колебания молекул, изменяя тем самым взаимное расположение ядер внутри молекул. В результате такой деформации скелета молекул электроны получают возможность, передавая свою избыточную энергию отдельным частям молекулы, перейти в основное состояние без излучения кванта света. Если необходимая раскочка молекулы требует большой энергии, то при невысоких температурах основная часть молекул высвечивается при переходе в основное состояние. С увеличением температуры все большее число молекул получают возможность участвовать именно в безызлучательном переходе. Возможно также ослабление внутримолекулярных связей вследствие сильного увеличения колебательной энергии молекул. Такое ослабление может привести к диссоциации молекул. В этом случае из-за использования энергии возбуждения на диссоциацию люминесценция не возникает. Таким образом, увеличение температуры люминесцирующей среды, как мы видим из вышеизложенного, может привести к заметному тушению люминесценции. Например, свечение меди, вкрапленной в сернистый цинк, полностью погаснет при температуре выше 350°C .

Температурная устойчивость к тушению у различных веществ различна. В одних веществах люминесценция гаснет даже при -100°C , а в других она гаснет при температуре только свыше 400°C .

Температурное тушение является, как мы это отметили, результатом внутримолекулярных процессов. Поэтому подобный вид тушения люминесценции называется внутренним. Возможны также процессы, при которых безызлучательный переход молекулы из возбужденного состояния в основное осуществляется не в результате внутримолекулярного взаимодействия частей самой молекулы, а в результате их взаимодействия с невозбужденными молекулами без предварительного размена энергии возбуждения на колебательные. Подобные процессы тушения названы внешними тушениями*. К внешним тушениям относятся так называемые тушения при соударениях, концентрационное тушение и т. д.

Тушение при соударениях (тушения первого и второго родов).** Внешние тушения характерны тем, что при этих процессах происходит передача энергии одной возбужденной молекулы другой. Если в результате ударов второго рода энергия возбуждения молекулы передается другим, не способным люминесцировать молекулам, то понятно, что такой процесс приведет к соответствующему тушению люминесценции, которое и называется тушением второго рода. Тушение второго рода тем эффективнее, чем ближе друг к другу лежат возбужденные уровни соударяющихся молекул. При равенстве энергий возбуждения соударяющихся молекул возможно их

* Понятия внутреннего и внешнего тушений были введены В. Л. Левшиным.

** Подобная классификация явления тушения была предложена С. И. Вавиловым.

резонансное взаимодействие даже на больших расстояниях (100—200 А), т. е. в отсутствие непосредственного соударения. Подобное взаимодействие является особенно характерным для жидких и твердых тел с гораздо меньшей по сравнению с газом подвижностью частиц.

Согласно Вавилову, тушением первого рода называются такие процессы, в которых уменьшение выхода фотолуминесценции вызывается химическими или физико-химическими воздействиями на невозбужденные молекулы.

Концентрационное тушение. Пусть имеем жидкий раствор, например водный раствор красителя родамина, способный люминесцировать при возбуждении светом. Как показывают опыты, увеличение концентрации раствора в начальный период приводит к увеличению свечения. Это понятно, так как увеличивается концентрация поглощающих свет, а следовательно, и люминесцирующих молекул. Однако начиная с некоторого значения концентрации дальнейшее ее увеличение вызывает резкое уменьшение яркости свечения. Подобное уменьшение яркости люминесценции называется концентрационным тушением.

Причиной концентрационного тушения люминесценции, как показывают проведенные многочисленные исследования, является образование в концентрированных растворах ассоциатов, состоящих из двух или более молекул люминесцентного вещества. Эти сложные соединения (ассоциаты), поглощая световую энергию, не люминесцируют: происходит так называемое тушение (внутреннее) вследствие неактивного поглощения энергии. Увеличение концентрации раствора приводит к соответствующему увеличению числа не активных к люминесценции комплексов и потому к концентрационному тушению люминесценции. Действие неактивных комплексов усиливается еще и тем, что из-за перекрытия их спектра поглощения спектром люминесценции неассоциированных молекул происходит также неактивное поглощение свечения люминесцирующих молекул. Такое перекрытие спектров поглощения и испускания, а также увеличение концентрации раствора создают благоприятное условие для миграции (переноса) энергии возбужденных молекул к неактивным комплексам путем резонансного взаимодействия между ними.

Концентрационное тушение имеет место также и в твердых растворах.

§ 8. О НЕКОТОРЫХ ПРИМЕНЕНИЯХ ЛЮМИНЕСЦЕНЦИИ

Явление люминесценции нашло широкое применение в науке, технике и в быту. Люминесцентные вещества являются активной средой оптических квантовых генераторов, применяются на светящихся экранах, в люминесцентных лампах и т. д. Кратко остановимся в этом параграфе только на двух применениях.

Электронно-оптические преобразователи. Так называемые электронно-оптические преобразователи позволяют получить изобра-

жение предмета в инфракрасном свете. Принцип действия однокаскадного преобразователя заключается в следующем. Инфракрасные лучи, исходящие от предмета, направляются на поверхность светочувствительного слоя (фотокатода). Электроны, вырванные с поверхности слоя под действием этих лучей, ускоряются приложенным сильным (порядка 20 тыс. В) электрическим полем. Ускоренные подобным образом электроны, ударяясь о люминесцирующий экран, вызывают свечение — на экране возникает видимое изображение предмета.

С целью усиления эффекта пользуются так называемыми многокаскадными преобразователями. Если в однокаскадном преобразователе на фотокатод направляется инфракрасное излучение, то в двухкаскадном преобразователе на второй фотокатод направляется видимый свет с заметно большей энергией кванта, исходящий от первого люминесцирующего экрана. Разумеется, видимый свет вызовет эмиссию электронов гораздо более сильную, чем инфракрасное излучение, и поэтому двухкаскадный электронно-оптический преобразователь значительно чувствительнее однокаскадного. В трехкаскадном преобразователе чувствительность по сравнению с однокаскадным увеличивается в миллион раз и более.

Люминесцентный анализ. Люминесцентный анализ служит для обнаружения самих объектов (обнаружение невидимых глазом надписей, сделанных прозрачными жидкостями, старинных стертых или попорченных надписей, установление неоднородности объекта, кажущегося однородным в видимом свете, и т. д.), определение их химического состава (качественно и количественно) с помощью люминесценции. В соответствии с этими различают два вида люминесцентного анализа: 1) люминесцентный анализ обнаружения и 2) химический люминесцентный анализ.

Люминесцентный анализ обнаружения нашел широкое применение в весьма разных областях — в палеонтологии (исследование деталей отпечатков растений и животных, включенных в осадочные породы), в биологии (обнаружение собственных свечений микрообъектов), в археологии (исследование стертых и попорченных в отдельных местах надписей и старинных рукописей) и т. д.

Химический люминесцентный анализ позволяет установить наличие того или иного атома или химической группировки в сложном соединении по их свечению (по спектру и по интенсивности), а также определить их количественное содержание с большой точностью. Так, например, с помощью люминесцентного анализа можно обнаружить наличие инородных ничтожных примесей порядка 10^{-11} г в одном грамме исследуемого вещества. Одним из преимуществ люминесцентного анализа является тот факт, что для его цели не требуется разложение исследуемого материала на составные элементы и нужно весьма малое количество материала (до 10^{-15} г). Это создает возможность использовать люминесцентный анализ при тончайших исследованиях в биологии, медицине и других областях науки и промышленности.

Глава XVII

ИСТОЧНИКИ СВЕТА

§ 1. ТЕПЛОВЫЕ ИСТОЧНИКИ СВЕТА

Первые источники света, лампы накаливания и дуговые лампы, основанные на явлениях теплового излучения, были созданы русскими учеными (Лодыгин, Яблочков).

Основными характеристиками источников света являются спектральный состав излучения (распределение энергии излучения по длинам волн) и световая отдача. Под световой отдачей будем понимать отношение излучаемого светового потока к потребляемой источником света мощности.

Так как для любой длины волны излучательная способность абсолютно черного тела больше излучательной способности нечерных тел, взятых при одной и той же температуре, то на первый взгляд кажется, что самым подходящим источником света является абсолютно черное тело. Однако к источникам света предъявляются и другие требования, которым лучше удовлетворяют нечерные тела. Как показывают опытные данные, несмотря на то что излучательная способность вольфрама при всех длинах волн меньше, чем излучательная способность абсолютно черного тела, он обладает селективным излучением в видимой области — энергия излучения в этой области при температуре 2450 К составляет 40% излучения черного тела при той же температуре. В инфракрасной же области вольфрам отдает всего 20% инфракрасного излучения абсолютно черного тела.

Следовательно, у вольфрама доля энергии, приходящаяся на излучение видимого света, значительно больше, чем у абсолютно черного тела, нагретого до той же температуры. Это свойство вольфрама позволяет использовать его в качестве материала для изготовления нитей ламп накаливания. Однако некоторые особенности вольфрама ограничивают применение его в качестве теплового источника света. Дело в том, что при температуре 2450 К максимум излучательной способности вольфрама соответствует длине волны около $1,1 \cdot 10^{-4}$ см, в то время как максимум чувствительности глаза * соответствует длине волны $5,5 \cdot 10^{-5}$ см (желто-зеленой части спектра). Следовательно, для того чтобы вольфрам мог слу-

* Максимум излучательной способности абсолютно черных тел при температуре 5200 К соответствует длине волны $5,5 \cdot 10^{-5}$ см (максимуму чувствительности глаза). Солнечное излучение, дошедшее до нас, имеет максимум примерно при той же температуре. Это послужило основанием называть излучение черного тела при температуре 5200 К «белым светом».

жить источником света, его надо нагреть до той температуры, при которой максимум излучательной способности попадает в видимую область света.

Ясно, что использование раскаленных тел в качестве источников света тем выгоднее, чем выше температуры этих тел. Интегральная излучательная способность растет пропорционально четвертой степени абсолютной температуры; однако интенсивность более коротковолновых участков спектра растет с температурой гораздо сильнее. К сожалению, плавление тел ограничивает возможность их использования при изготовлении нитей накаливания. Высокая температура плавления вольфрама (выше 3660 К) и в этом отношении выделяет его как подходящий источник света.

При использовании вольфрама в качестве нити накала возникают некоторые технические трудности. Дело в том, что накаливание нити вольфрама до температуры выше 2500 К приводит к сильному испарению (распылению) нити внутрь пустотного стеклянного баллона-лампы, что является причиной весьма быстрого выхода ее из строя. Чтобы заметно уменьшить скорость распыления вольфрама и тем самым увеличить срок службы лампы при более высокой температуре, было предложено заполнять лампы инертными газами — аргоном или смесью криптона и ксенона с примесью азота при давлении $\frac{1}{2}$ ат. В подобных газонаполненных лампах вольфрам можно накалять до температуры выше 3000 К. Оказалось, что, хотя спектральный состав излучения в газонаполненных лампах улучшается, светоотдача остается такой же, как у вакуумных ламп при более низкой температуре. Причиной ухудшения светоотдачи является утечка энергии вследствие теплообмена между нитью и газом, обусловленного теплопроводностью и конвекцией.

Для уменьшения потери энергии за счет теплообмена заменяют прямолинейный волосок вольфрама тонкой спиральной нитью, отдельные витки которой обогревают друг друга. При высокой температуре вокруг такой спирали образуется слой почти неподвижного газа, который исключает теплообмен за счет конвекции.

Большой световой отдачей можно добиться при использовании электрической дуги. Излучение в электрической дуге возникает при сильном нагревании (около 4000 К) положительного кратера. Под давлением порядка 20 ат температуру кратера можно довести до значения 5900 К, при котором возникает излучение, очень близкое по составу к солнечному излучению. Вольтова дуга с углеродными электродами является хорошим источником в видимой и ультрафиолетовой областях спектра. Дуга с железными электродами дает густой линейчатый спектр в видимой и ультрафиолетовой областях спектра.

§ 2. ЛЮМИНЕСЦЕНТНЫЕ ИСТОЧНИКИ СВЕТА

Явление люминесценции позволяет создать источники света, обладающие значительными преимуществами перед тепловыми источниками света (лампами накаливания). Люминесцентные источ-

ники света обладают сравнительно большой светоотдачей и являются более экономичными. Они способны дать излучение в узких спектральных областях, что весьма важно в научных исследованиях.

Газосветные лампы. Газосветная лампа состоит из стеклянного баллона, заполненного люминесцирующим газом. Внутри баллона (на его концах) расположены электроды. Под действием приложенного электростатического поля ионы и электроны, образующиеся тем или иным путем (например, за счет термоэлектронной эмиссии), приводятся внутри трубки в быстрое движение и, соударяясь с атомами газа, вызывают их возбуждение. Возбужденные атомы газа, переходя в основное состояние, высвечиваются.

В зависимости от давления рабочего газа различают три вида газосветных ламп: источники низкого давления (10^{-4} — 10^{-3} мм рт. ст.), высокого давления (порядка атмосферного давления) и сверхвысокого давления (до тысячи атмосфер). По длительности газосветные лампы бывают импульсными (с длительностью импульса от 10^{-3} до 10^{-9} с) и непрерывными.

Широкое применение нашли ртутные лампы, обладающие свойством создавать как линейчатые, так и сплошные спектры с заметной интенсивностью линий. Ртутная лампа представляет собой баллон из стекла или кварца, наполненный инертным газом (например, аргоном) и парами ртути в малых количествах (несколько миллиграммов). Под действием разряда инертного газа внутри лампы, возникшего при зажигании, возбуждаются пары ртути и наблюдается их свечение. Давление паров ртути внутри лампы высокого давления достигает примерно 700 мм рт. ст. Эти лампы дают в основном яркий линейный спектр в видимой и ультрафиолетовой областях.

В ртутных лампах сверхвысокого давления (до 1000 атм) возникает излучение сплошного спектра с максимумами в местах расположения характерных линий (синяя линия $\lambda_c = 4358 \text{ \AA}$, фиолетовая линия $\lambda_{\text{ф}} = 4047 \text{ \AA}$, ультрафиолетовые линии $\lambda_{\text{уф}} = 2537 \text{ \AA}$ и $\lambda_{\text{уф}} = 3650 \text{ \AA}$ и т. д.). Ртутные лампы высокого давления создают интенсивное излучение в ультрафиолетовой области.

Широко употребляются также водородные, натриевые лампы и т. д. Излучение водородной лампы создается атомами и молекулами водорода, возбужденными при разряде газа. Такие лампы являются источниками как линейного, так и сплошного спектра. Натриевые лампы дают излучение, основная часть которого (около $\frac{1}{3}$) приходится на две интенсивные линии в желтой области с длинами $\lambda_1 = 5890 \text{ \AA}$ и $\lambda_2 = 5896 \text{ \AA}$.

Люминесцентные лампы. Известно, что при тепловом излучении энергия испускается в широкой области спектра и на видимую (полезную) область приходится весьма малая доля. Это свойство теплового излучения не позволяет увеличить к. п. д. ламп накаливания (тепловых источников света) выше 5%, а светоотдачу больше 10—12 лм/Вт. Поэтому возникла необходимость получить источники света с составом излучения, близким к дневному свету, с большей

по сравнению с тепловым источником светотдачей и коэффициентом полезного действия.

С этой целью была использована идея, высказанная впервые С. И. Вавиловым еще в 1920 г. По идее Вавилова, с помощью люминесценции можно превратить ультрафиолетовое излучение газосветных ламп в дневной свет. С этой целью во внутреннюю поверхность баллона газосветных ламп наносят слой флуоресцирующего под действием коротковолнового излучения вещества (люминофор). Люминофор можно подобрать так, чтобы его излучение по спектральному составу соответствовало дневному излучению. По составу излучения различают четыре типа люминесцентных ламп: дневного света, холодно-белого света, белого света и тепло-белого.

Распределение энергии в спектрах названных люминесцентных источников света приблизительно соответствует распределению в тепловых источниках с температурами соответственно дневного света — 6800 К, холодно-белого света — 3000 К.

§ 3. ОПТИЧЕСКИЙ КВАНТОВЫЙ ГЕНЕРАТОР (ЛАЗЕР)

Оптические квантовые генераторы (ОКГ) или лазеры * являются качественно новыми источниками света, обладающими рядом важных свойств.

Прежде чем ознакомиться с устройством и принципом действия лазера, рассмотрим некоторые вопросы взаимодействия света с веществом.

Закон Бугера — Ламберта. Пусть плоская монохроматическая световая волна с интенсивностью I_0 и частотой ν падает на слой однородного вещества (рис. 17.1). При прохождении потока света через слой толщиной dx , площадью поперечного сечения, равной единице, ослабление интенсивности будет пропорционально интенсивности падающего света на поверхность слоя и его толщине:

$$dI = -\alpha I dx, \quad (17.1)$$

где α — линейный коэффициент поглощения вещества. Интегрируя (17.1) от нуля до l , получаем

$$I_l = I_0 e^{-\alpha l}, \quad (17.2)$$

где I_l — интенсивность вышедшего из слоя толщиной l света. Формула (17.2) есть закон Бугера — Ламберта.

* Слово «лазер» составлено из начальных букв английского выражения «light amplification by stimulated emission of radiation», означающего «усиление света с помощью излучения». Как увидим в дальнейшем, принцип действия лазеров основан на квантовых свойствах (дискретность энергетических уровней) атомов. Происхождение названия «квантовый генератор» связано именно с этим обстоятельством.

Как следует из (17.2), при положительном коэффициенте поглощения ($\alpha > 0$) прохождение света через среду приводит к ослаблению интенсивности. В классической линейной оптике всегда $\alpha > 0$ и, следовательно, всегда наблюдается поглощение света.

Зависимость I от x при $\alpha > 0$, согласно формуле (17.2), приведена на рис. 17.2. Там же дана аналогичная зависимость при $\alpha = 0$ и $\alpha < 0$. Из этой зависимости вытекает весьма любопытный факт: для $\alpha < 0$ при прохождении светового потока через среду происходило бы его усиление, т. е. поглощение отрицательно. Существует ли отрицательное поглощение в реальных средах? Оказывается, реализовать такое поглощение можно.

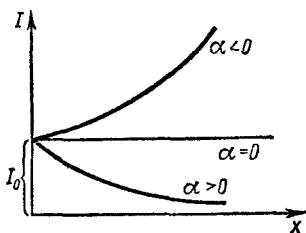


Рис. 17.2

Отрицательное поглощение. В 1939 г. впервые В. А. Фабрикантом была сформулирована возможность создания сред с отрицательным коэффициентом поглощения. Анализируя особенности среды с отрицательным поглощением, В. А. Фабрикант предложил * принцип усиления света. Идея В. А. Фабриканта была подчеркнута в авторской заявке в 1951 г.** Реализация аналогичной идеи применительно к радиочастотной области спектра связана с работами Н. Г. Басова и А. И. Прохорова *** и Ч. Таунса.

Выясним условия, при которых коэффициент поглощения среды становится отрицательным. Будем рассматривать идеализированный случай: будем полагать, что энергетические уровни атомов представляют собой линии. Это означает, что в каждом состоянии атом

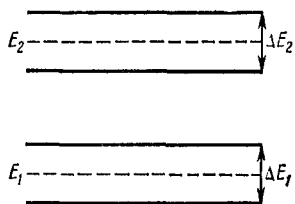


Рис. 17.3

обладает определенной энергией и при оптических переходах между ними излучается или поглощается строго монохроматический свет. В действительности это не так. Энергетические уровни атомов не являются линиями (рис. 17.3), а обладают шириной ΔE_1 и ΔE_2 . В этом случае, согласно условию частот Бора, излучение атома при переходе из одного состояния в другое происходит не при одной частоте, а в некоторой области частот $\Delta \nu$, определяемой шириной энер-

гетических уровней, между которыми осуществляются переходы. Сделав вышеуказанное предположение, будем считать, что рассмотренный атом может находиться в энергетических состоя-

* См.: Фабрикант В. А. В сб. «Электронные и ионные приборы». Тр. ВЭИ, вып. 41, 1940, с. 236, 254.

** См.: Фабрикант В. А. Диссертация, ФИАН, 1939; В. А. Фабрикант и др. Авт. свид. на изобр. Диплом на открытие № 12, 1951.

*** См.: Басов Н. Г., Прохоров А. М. УФН, 57, 485, 1955; ЖЭТФ, 28, 249, 1955; ДАН СССР, 101, 1959.

ниях E_1 и E_2 , где через E_1, E_2 обозначены середины соответствующих уровней.

При взаимодействии атомов с электромагнитным излучением, как известно, могут происходить два встречных процесса:

1. Атомы, находящиеся в основном состоянии E_1 , поглощая внешнее излучение с энергией $h\nu = E_2 - E_1$, переходят из основного в возбужденное состояние. Вероятность такого процесса будет пропорциональной коэффициенту Эйнштейна B_{12} .

2. Атомы, находящиеся в возбужденном состоянии E_2 , подвергаясь действию внешнего излучения с энергией $h\nu = E_2 - E_1$, ~~вынужденным образом переходят в основное состояние~~, излучая при этом квант с энергией $h\nu = E_2 - E_1$. Вероятность этого процесса будет пропорциональной коэффициенту Эйнштейна B_{21} .

Излучение, обусловленное спонтанными переходами атомов в основное состояние, не вносит существенного вклада в величину интенсивности лазерного излучения и поэтому при вычислении суммарной интенсивности им можно пренебречь.

Таким образом, при прохождении параллельного пучка монохроматического излучения с объемной спектральной плотностью $\omega(\nu)$ через слой вещества толщиной dx и единичного поперечного сечения изменение интенсивности выразится следующим образом:

$$dI = -B_{12}\omega(\nu) n_1 h\nu dx + B_{21}\omega(\nu) n_2 h\nu dx, \quad (17.3)$$

где n_1 и n_2 — числа атомов в единице объема соответственно в состояниях E_1 и E_2 :

$$\left. \begin{aligned} n_1 &= n_0 \exp(-E_1/kT), \\ n_2 &= n_0 \exp(-E_2/kT). \end{aligned} \right\} \quad (17.4)$$

Первый член в формуле (17.3) выражает уменьшение, а второй — увеличение интенсивности света при его прохождении через среду толщиной dx благодаря процессам соответственно поглощения и вынужденного излучения. Поскольку $B_{12} = B_{21}$ и $I = \nu\omega(\nu)$, то из (17.3) получаем

$$dI = -I \frac{B_{21}}{\nu} (n_1 - n_2) h\nu dx, \quad (17.5)$$

где ν — скорость распространения света в данной среде. Принимая во внимание соотношение $B_{21} = \frac{c^3}{8\pi h\nu^3} A_{21}$ между коэффициентами Эйнштейна и считая $\nu \simeq c$, из (17.5) находим

$$dI = -I \frac{c^2}{8\pi\nu^2} A_{21} (n_1 - n_2) dx. \quad (17.6)$$

Учет ширины энергетических уровней. Выражение (17.6) получено для бесконечно узких энергетических уровней, для которых линия поглощения, соответствующая переходу $E_1 \rightarrow E_2$, настолько узкая, что объемную спектральную плотность излучения $\omega(\nu)$ можно считать постоянной в пределах ширины этой линии поглощения. Однако, как уже мы отметили, энергетические уровни не яв-

ляются бесконечно узкими, а обладают определенной шириной $\Delta\nu$. Поэтому возникающие спектральные линии обладают определенным контуром, и мы фактически должны учесть наличие этого контура.

Поскольку в пределах контура линии разной частоты будут переходить по-разному, то коэффициенты Эйнштейна спонтанного перехода со второго уровня на первый в интервале частот $d\nu$ запишем как $a_{21}(\nu) d\nu$. Аналогично, вероятности соответствующих вынужденных переходов запишем как $b_{21}(\nu) \omega(\nu) d\nu$ и $b_{12}(\nu) \omega(\nu) d\nu$.

Существует связь между интегральными коэффициентами Эйнштейна (A_{21} , B_{21} , B_{12}) и введенными дифференциальными коэффициентами, в частности

$$A_{21} = \int a_{21}(\nu) d\nu.$$

Поскольку A_{21} имеет размерность s^{-1} , то, как следует из вышеизложенного, $a_{21}(\nu)$ — безразмерная величина.

Если выражение (17.6) описывает энергию поглощения во всей линии, то поглощение в интервале частот $d\nu$ будет

$$dI = -I \frac{c^2}{8\pi\nu^2} a_{21} (n_1 - n_2) d\nu dx. \quad (17.7)$$

Разделив обе стороны выражения (17.7) на $I d\nu$ и проинтегрировав по x , получим

$$\ln I = -\frac{c^2}{8\pi\nu^2} a_{21} (n_1 - n_2) x + \text{const}. \quad (17.8)$$

Постоянную интегрирования можно определить из начального условия. Так как при $x = 0$ интенсивность падающего излучения $I = I_0$, то согласно (17.8) имеем:

$$\ln I_0 = \text{const}.$$

Учитывая это в (17.8), получим:

$$\ln I = \frac{c^2}{8\pi\nu^2} a_{21} (n_2 - n_1) x + \ln I_0$$

и

$$\ln \frac{I}{I_0} = -\frac{c^2}{8\pi\nu^2} a_{21} (n_1 - n_2) x. \quad (17.9)$$

Отсюда

$$I = I_0 \exp \left[-\frac{c^2}{8\pi\nu^2} a_{21} (n_1 - n_2) x \right].$$

Сравнивая (17.9) с формулой (17.2), получим выражение для коэффициента поглощения

$$\alpha(\nu) = \frac{c^2}{8\pi\nu^2} a_{21} (n_1 - n_2). \quad (17.10)$$

Так как $E_2 > E_1$, то, как следует из (17.4), при термодинамическом равновесии всегда $n_1 > n_2$ и только при бесконечно высокой температуре ($T \rightarrow \infty$) $n_1 = n_2$. Следовательно, в системе, находящейся в термодинамическом равновесном состоянии, не-

возможно отрицательное поглощение — усиление света. Чтобы имело место отрицательное поглощение, должно быть $n_2 > n_1$, т. е. число атомов в возбужденном состоянии больше, чем соответствующее число в основном состоянии, другими словами, должно иметь место как бы «обращенное» (инверсное) распределение атомов по энергетическим состояниям.

Инверсная заселенность уровней. Как увидим в дальнейшем, систему, энергетические уровни которой удовлетворяют определенным условиям, можно перевести в состояние с инверсной населенностью уровней. Процесс перевода системы в инверсное состояние называется накачкой. Накачку можно осуществить оптическими, электрическими и другими способами. При оптической накачке атомы, поглощая излучение, переходят в возбужденное состояние. При электрической накачке (например, в газообразной среде) атомы переходят в возбужденное состояние благодаря неупругим столкновениям атомов с электронами в газовом разряде. В этой связи следует еще раз отметить идею В. А. Фабриканта, выдвинутую в 1939 г., сущность которой заключалась в том, чтобы с помощью специальных молекулярных примесей избирательно исключить некоторые нижние энергетические состояния, в результате чего осуществилась бы инверсная заселенность.

Инверсное состояние иногда называют состоянием с «отрицательной температурой». Происхождение этого формального названия можно объяснить, пользуясь формулой Больцмана, которая определяет относительную заселенность энергетических уровней системы, находящейся в термодинамическом равновесии. В этом случае, как следует из (17.4),

$$T = \frac{E_1 - E_2}{k \ln n_2/n_1},$$

откуда следует, что при $n_2 > n_1$ (так как $E_1 - E_2 < 0$) имеет место $T < 0$. Это вовсе не означает, что температура системы становится ниже абсолютного нуля. «Отрицательная температура» формально выражает случай $n_2 > n_1$. Среда с такой инверсной заселенностью называется активной.

Из простых соображений следует, что для двухуровневой системы с помощью оптической накачки нельзя получить инверсную населенность.

Действительно, согласно распределению Больцмана, при термодинамическом равновесии всегда $n_2 < n_1$, и так как $B_{12} = B_{21}$, то числа переходов в единицу времени из состояния E_1 в состояние E_2 и наоборот будут одинаковыми. Следовательно, изменение числа атомов в основном и возбужденном состояниях благодаря вынужденным переходам не произойдет, т. е. каким было отношение n_1/n_2 , таким оно останется при взаимодействии света с атомом, если, конечно, имеем дело, как об этом говорили, двумя энергетическими уровнями атома — основным E_1 и возбужденным E_2 . Таким образом, чтобы получить инверсную населенность, нужно использовать три энергетических уровня активной среды или более.

Усиление света с помощью трехуровневой системы. Рассмотрим трехуровневую систему (рис. 17.4) *. Под действием оптического излучения с энергией $h\nu = E_3 - E_1$ атомы переходят из состояния E_1 в состояние E_3 . Из состояния E_3 возможны спонтанные переходы в E_2 и в E_1 . Из состояния E_2 , в свою очередь, возможны спонтанные переходы в состояние E_1 . Чтобы получить инверсную заселенность между уровнями E_1 и E_2 , состояние E_2 должно быть более долгоживущим по сравнению с E_3 , т. е. должны удовлетворяться следующие условия:

$$\left. \begin{aligned} A_{21} &\ll A_{31}, \\ A_{21} &\ll A_{32}. \end{aligned} \right\} \quad (17.11)$$

Условия (17.11) означают, что среднее время жизни атома в состоянии E_2 должно быть гораздо больше, чем в состоянии E_3 , т. е.

$$\left. \begin{aligned} \tau_{21} &\gg \tau_{31}, \\ \tau_{21} &\gg \tau_{32} \end{aligned} \right\} \quad (17.11a)$$

(на практике τ_{32} , τ_{31} величины порядка 10^{-6} с, в то время как $\tau_{21} \approx 10^{-3}$ с).

Энергетическое состояние E_2 , удовлетворяющее этим условиям, называется метастабильным. Если на такую систему направить излучение достаточной мощности с частотой $\nu = (E_3 - E_1)/h$, то с течением времени n_2 станет больше, чем n_1 .

В этой среде вследствие спонтанных переходов возникнут кванты с частотой $\nu' = (E_2 - E_1)/h$. При прохождении этих квантов через активную среду с инверсной населенностью происходит усиление согласно закону (17.9). Как следует из (17.9), для эффективного усиления света надо увеличить путь света в активной среде. С этой целью активная среда располагается между строго параллельно расположенными плоскими или сферическими зеркалами. Система таких зеркал называется оптическим резонатором. Роль резонатора заключается не только в увеличении длины пути света в активной среде. Он также позволяет получить высокопараллельное и очень близкое к монохроматическому излучение.

Принцип действия лазера. На примере твердотельного лазера объясним принцип действия лазера. В качестве активной среды

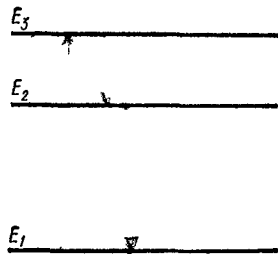


Рис. 17.4

* Принцип усиления света в оптических квантовых генераторах по трехуровневой схеме, который лежал в основе создания лазерных установок, был предложен Н. Г. Басовым и А. М. Прохоровым в 1955 г. Независимо от них американский физик Ч. Таунс с сотрудниками осуществил квантовый генератор электромагнитного излучения на молекулах аммиака. Эти работы советских и американских физиков положили начало бурному развитию квантовой электроники, за что им в 1964 г. была присуждена Нобелевская премия по физике.

рассмотрим рубин — окись алюминия (Al_2O_3), в некоторых узлах решетки которого алюминий замещен трижды ионизированным атомом хрома (Cr^{+++}). Обычно концентрация ионов хрома в Al_2O_3 составляет 0,03—0,5%. Кристалл рубина имеет розовый цвет. В зависимости от концентрации ионов хрома цвет рубина меняется от светло-розового (при 0,03% содержания ионов хрома) до темно-розового (при 0,5% содержания ионов хрома).

Энергетические уровни ионов хрома в рубине удовлетворяют условиям (17.11), а именно $A_{32} \sim 10^7 - 10^8 \text{ с}^{-1}$, в то время как $A_{21} \sim 10^3 \text{ с}^{-1}$. Изготовленный из такого рубина цилиндр (рис. 17.5) диаметром 0,4—2 см, длиной 3—20 см располагается между зеркалами (рис. 17.5, 1, 2) резонатора. Кристалл должен быть в высокой степени оптически однородным, чтобы не происходило рассеяния излучения. В качестве источника возбуждителя используется лампа накачки (рис. 17.5, 4), имеющая вид спирали, обвивающейся вокруг цилиндра (рис. 17.5, 3).

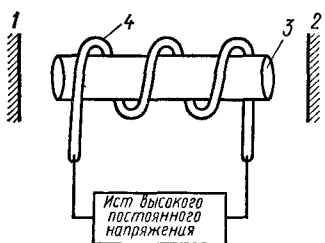


Рис. 17.5

Источник накачки представляет собой импульсную газоразрядную лампу, питающуюся от источника высокого постоянного напряжения через конденсатор постоянной емкости.

Торцы кристалла тщательно отполированы и расположены строго перпендикулярно оси кристалла. Если нанести специальный слой серебра на эти торцы,

то они будут играть роль зеркал резонатора. Одно из зеркал (или один из торцов) делают частично прозрачным, чтобы создать возможность выхода излучения из системы.

Часть энергии излучения лампы накачки с частотой $\nu_{31} = (E_3 - E_1)/h$ (эта частота соответствует частоте зеленого света) расходуется для накачки, т. е. для создания состояния с отрицательной температурой. Атомы, находящиеся в возбужденном состоянии E_3 , отдавая часть своей энергии кристаллической решетке, безызлучательно переходят в метастабильное состояние E_2 . Затем, излучая красный свет с длиной волны $\lambda = 6943 \text{ \AA}$, атомы могут спонтанно перейти в основное состояние. Так возникает красная флуоресценция кристалла рубина.

Те из спонтанно возникших в лазере начальных фотонов, которые будут двигаться вдоль оси рубинового стержня, многократно отразятся от зеркал резонатора, каждый раз вызывая вынужденное рождение идентичных фотонов. Фотоны, спонтанно испускаемые по другим направлениям, выходят из кристалла либо сразу, либо после некоторого числа отражений от зеркал.

Процесс каскадного увеличения числа фотонов в результате вынужденного излучения продолжается до некоторого момента. Как только интенсивность излучения достигает определенного значения, зависящего, в частности, от дифракционных потерь резонатора и пропускной способности полупрозрачного выходного зеркала резо-

натора, появится направленный пучок света — лазерный луч (рис. 17.6; черными кружочками изображены возбужденные атомы).

Для получения усиления вышедшие из резонатора волны должны быть в одинаковой фазе, чтобы при их интерференции (сложении) результирующая амплитуда стала максимальной. Это условие, очевидно, удовлетворяется в том случае, если любая волна, вернув-

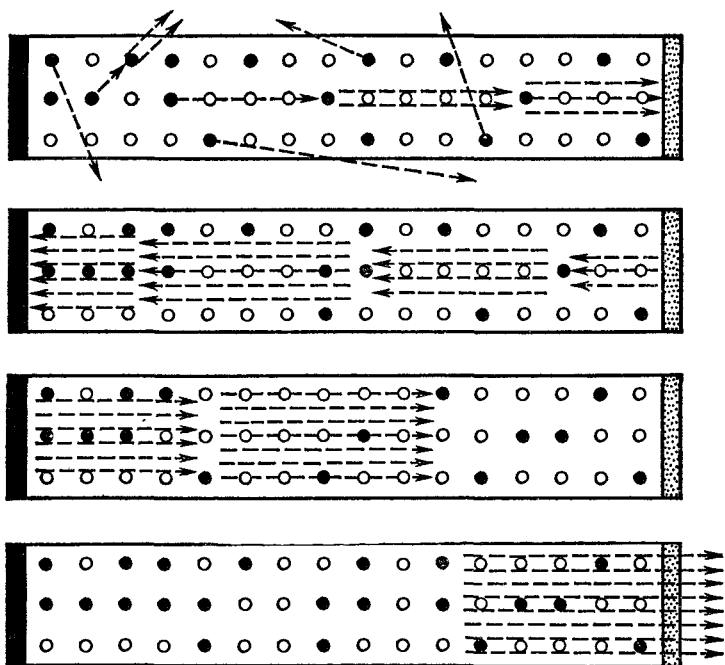


Рис. 17.6

шаяся в исходную точку на поверхности выходного зеркала (а также в любую точку активной среды), находится в той же фазе, что и первичная волна независимо от числа испытанных ею отражений. Для этого длина пути, пройденного волной между двумя возвращениями (понятно, что речь идет именно о движении волны в одну и ту же сторону через рассмотренную точку) в одну и ту же точку, равной удвоенному расстоянию между зеркалами резонатора, должна удовлетворять условию

$$2L = m\lambda, \quad (17.12)$$

где $m = 1, 2, 3, \dots$. Действительно, поскольку разность хода Δd и фаз $\Delta\varphi$ связаны между собой соотношением $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta d$, то условие (17.12) можно переписать в виде

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{m\lambda}{\lambda} = m2\pi,$$

т. е. каждая из волн запаздывает по отношению к предыдущей на фазу, равную 2π , другими словами, все выходящие из генератора волны находятся в одной и той же фазе, что обеспечивает в результате взаимной интерференции максимальную амплитуду выходящих волн.

Условие генерации. Предположим, что в данный момент времени через данную точку среды с «отрицательной температурой» вдоль оси кристалла рубина влево или вправо распространяется излучение с частотой ν . Пусть интенсивность в данный момент будет I_0 . Это излучение, пройдя через среду, попадет на зеркало резонатора, затем, отразившись от него, распространится в противоположном направлении. Далее, отразившись от второго зеркала резонатора, пройдя в общей сложности через активную среду путь длиной $2L$ (L — длина активной среды между зеркалами резонатора), достигнет прежней точки. В отсутствие потерь энергии после такого цикла интенсивность излучения стала бы равной

$$I = I_0 e^{-2\alpha(\nu)L}.$$

Принимая во внимание потери света в зеркалах с коэффициентами отражения соответственно R_1 и R_2 , для интенсивности излучения имеем

$$I = R_1 R_2 I_0 e^{-2\alpha(\nu)L}.$$

Для возникновения генерации света, очевидно, наряду с уже известными условиями должно выполняться и условие $I > I_0$, т. е.

$$I/I_0 = R_1 R_2 e^{-2\alpha(\nu)L} > 1.$$

Поскольку $R_1 \leq 1$ и $R_2 \leq 1$, то удобно ввести замену $R_1 R_2 = e^{-\gamma}$, где $\gamma > 0$. Учитывая это, имеем

$$\exp[-2\alpha(\nu)L - \gamma] > 1.$$

Отсюда $2\alpha(\nu)L + \gamma < 0$. Следовательно,

$$2\alpha(\nu)L < -\gamma. \quad (17.10a)$$

Подставляя выражение $\alpha(\nu)$ из (17.10a), получим

$$2L \frac{c^2}{8\pi\nu^3} a_{21} (n_1 - n_2) < -\gamma.$$

Отсюда находим для разности заселенностей $n_2 - n_1$

$$\Delta n = n_2 - n_1 > 8\pi\nu^2\gamma / (2Lc^2 a_{21}). \quad (17.13)$$

§ 4. СВОЙСТВА ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Монохроматичность лазерного излучения. Как уже отмечалось, энергетические уровни атомов обладают определенной шириной*,

* Уширение линии облегчает практическое осуществление генерации света. Действительно, если энергетические уровни являлись бы геометрическими линиями, то одновременное выполнение необходимых для генерации условий $E_2 - E_1 = h\nu$ и $2L = m\lambda$ имело бы место только при строго определенном значении L . Малейшее изменение этого расстояния, которое может быть связано с разными причинами, привело бы к прекращению генерации.

2. Как известно из радиотехники, объем передаваемых информации в единицу времени пропорционален ширине полосы пропускания и растет с уменьшением длины волны. По этой причине лазерное излучение является очень выгодным носителем информации. Следует отметить, что при переходе к связи — передаче информации с помощью лазерного излучения — возникают своего рода технические трудности (необходимость в светоотводах, трудности модуляции и демодуляции на высоких частотах и т. д.).

3. Возможность концентрировать большие энергии излучения в малых объемах позволяет*:

- а) осуществить испарение тугоплавких веществ;
- б) сваривать тонкие детали в закрытых прозрачных для лазерного излучения сосудах;
- в) делать тончайшие отверстия в деталях из твердых веществ;
- г) получить высокотемпературную плазму (еще в 1968 г. Прохорову и Басову удалось достичь температуры $T \approx 10^8$ К и вызвать термоядерную реакцию под действием лазерных лучей);
- д) влиять на ход химических реакций;
- е) вести тонкие операции внутри органов, внешне не повреждая их (лечение отслаивания сетчатки глаза с «привариванием» отслоившейся сетчатки к тканям глазного дна с помощью сфокусированного почти в одну точку лазерного излучения).

4. Удалось сконструировать так называемый телевизионный лазерный микроскоп, позволяющий достичь увеличения в 3000 раз.

5. С помощью лазеров удалось измерить расстояние между Землей и Луной с высокой точностью.

6. Селективное возбуждение атомов и молекул лазерным излучением позволяет осуществлять разделение изотопов. Селективно возбужденные атомы или молекулы в составе смеси изотопов становятся химически активными и смогут вступать в химическую реакцию, позволяя тем самым разделить изотопы. Разделение изотопов можно осуществить также путем селективной ионизации атомов или молекул лазерными лучами и последующим воздействием магнитного поля.

7. Высокая когерентность лазерного излучения позволяет производить объемное фотографирование (голография), о котором речь шла в гл. VIII.

8. Сверхмощные газодинамические лазеры применяются для резки металлов, для плавления и сварки больших металлических и керамических конструкций с близких или дальних расстояний, для подзарядки батарей искусственных спутников Земли при их полете и т. д.

В заключение остановимся еще на одном из многочисленных применений лазеров. В лаборатории квантовой радиофизики физического института АН СССР под руководством Н. Г. Басова создан лазерный кинескоп — электронно-лучевая трубка с лазерным экра-

* См Р э д и Дж. Действие мощного лазерного излучения. М., 1974.

ном для проекционного телевидения. В этом кинескопе вместо экрана с люминофором используется тонкая (в тысячные доли сантиметра) полупроводниковая пластинка площадью около 1 см^2 . Электронный луч, скользящий по этой пластинке, заставляет ее генерировать и излучать свет. Величина изображения в этом случае зависит от размеров применяемого полупроводника. Если они равны размерам кадра киноплёнки, то изображение можно спроектировать на экран площадью 60 м^2 . Цвет изображения зависит от выбранного полупроводника.

Глава XVIII

ЭЛЕМЕНТЫ НЕЛИНЕЙНОЙ ОПТИКИ

§ 1. НЕЛИНЕЙНАЯ ПОЛЯРИЗАЦИЯ СРЕДЫ И СВЯЗАННЫЕ С НЕЙ НЕЛИНЕЙНЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ

Нелинейная поляризация. При взаимодействии сильного светового поля с веществом зависимость между поляризацией среды и напряженностью действующего светового поля не описывается материальным уравнением линейной электродинамики — появляется нелинейная связь между \vec{P} и \vec{E} . Удовлетворительное описание оптических явлений можно проводить разложением вектора поляризации в ряд * по малому параметру $E/E_a < 1$:

$$P = \chi^{(1)}E + \chi^{(2)}E^2 + \chi^{(3)}E^3 + \dots, \quad (18.1)$$

где $\chi^{(1)} = \kappa$ — линейная восприимчивость; $\chi^{(1)}$, $\chi^{(2)}$ и т. д. — нелинейные восприимчивости первого, второго порядков и т. д. Нелинейные восприимчивости, подобно линейной, также определяются физическими свойствами среды.

Классификацию различных нелинейных оптических явлений можно дать с единой точки зрения, анализируя отдельные члены выражения (18.1), несмотря даже на то, что в нем отсутствуют члены высших порядков. Поскольку каждый последующий член примерно в E_a раз меньше (E_a — напряженность внутриатомного поля) предыдущего, то вероятность обнаружения подобных нелинейных эффектов, обусловленных соответствующими членами разложения высших порядков, мала. Этим была связана невозможность обнаружения многих нелинейных эффектов появления мощных источников излучения — лазеров.

Положим, что монохроматическая световая волна с круговой частотой ω падает на среду вдоль некоторой оси x , т. е. $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - k_1 x)$, где $k_1 = (\omega/c)n$ — волновое число, n — показатель преломления среды, в которой распространяется свет. Чтобы найти переизлученное поле, выражение \vec{E} должны подставить в (18.1) и провести анализ отдельных членов разложения, ответственных за определенные нелинейные оптические явления:

$$P = \kappa E_0 \cos(\omega t - k_1 x) + \chi^{(2)} E_0^2 \cos^2(\omega t - k_1 x) + \chi^{(3)} E_0^3 \cos^3(\omega t - k_1 x) + \dots \quad (18.1a)$$

Займемся анализом каждого члена в (18.1a).

* Такое разложение вектора поляризации по полю применимо в силу малости оптических нелинейностей.

Оптическое детектирование (выпрямление). Генерация второй гармоники. Перепишем второй член выражения (18.1а) в виде

$$P_{н/л}^{(2)} = \chi^{(2)} E_0^2 \cos^2(\omega t - k_1 x) = \frac{1}{2} \chi^{(2)} E_0^2 + \frac{1}{2} \chi^{(2)} E_0^2 \cos(2\omega t - 2k_1 x). \quad (18.2)$$

Как следует из (18.2), соответствующая часть поляризации среды состоит из двух слагаемых — постоянной и меняющейся с удвоенной частотой. Поскольку электроны среды переизлучают запасённую ими от действующего поля энергию с той частотой, с которой они совершают колебания, то первый постоянный член не приведет к переизлучению, а приведет к превращению соответствующей части световой энергии на энергию постоянной поляризации электрического поля, другими словами, произойдет выпрямление (детек-

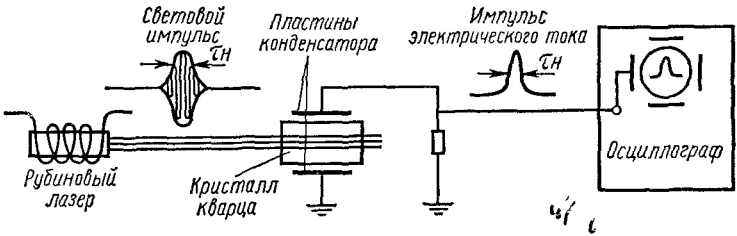


Рис. 18.1

тирование) высокочастотного электромагнитного (светового) поля. Экспериментально это явление можно обнаружить на схеме, представленной на рис. 18.1.

Световой пучок, исходящий из рубинового источника излучения, направлен на кристалл кварца, для которого $\chi^{(2)}$ обладает заметной величиной. Кристалл кварца расположен между обкладками электрического конденсатора. Для регистрации возможного импульса электрического тока в схему присоединен осциллограф. Как показали соответствующие опыты, импульс лазера возбуждает соответствующий импульс электрического тока в цепи конденсатора, что свидетельствует о детектировании светового импульса лазера. Оптическое детектирование света впервые экспериментально было обнаружено в 1962 г.

Другое слагаемое, как видно, обусловлено возникновением переменной поляризации с частотой 2ω и с амплитудой, прямо пропорциональной произведению интенсивности падающего света на нелинейную восприимчивость $\chi^{(2)}$. Приведенный в колебание с такой частотой электрон станет источником излучения электромагнитной волны с частотой, в два раза превышающей частоты падающего света:

$$E = E'_0 \cos(2\omega t - k_2 x),$$

где $E'_0 = \frac{1}{2} \chi^{(2)} E_0^2$, $k_2 = \frac{2\omega}{v_{\text{ф}}(2\omega)}$ — волновое число, $v_{\text{ф}}(2\omega)$ — фазовая скорость излучения с частотой 2ω . Этот эффект является не чем иным, как генерацией второй гармоники, обнаруженной в 1961 г. Франкеном с сотрудниками. Схема установки для генерации второй гармоники дана на рис. 18.2.

Излучение длиной волны $\lambda_1 = 6943 \text{ \AA}$, исходящее из лазерного источника, фокусировалось на кристалл кварца, расположенного между двумя фильтрами Φ_1 и Φ_2 , прозрачными только для излучений с длинами волн λ_1 и $\lambda_2 = \lambda_1/2$. Опыты показали, что из кристалла выходят излучения прежней частоты (красное излучение лазера) и ультрафиолетовое излучение ($\lambda_2 = 3470 \text{ \AA}$) с частотой, равной удвоенной частоте рубинового лазера. В дальнейшем были выполнены многочисленные опыты с равными излучениями на разных материалах. Еще раз отметим, что для обнаружения генерации второй гармоники нужно выбрать кристалл с большим коэффициентом нелинейной восприимчивости $\chi^{(2)}$ и мощный источник, способный создавать сильное световое поле. В первых работах Франкена эффективность преобразования была очень мала (порядка 10^{-8}). Применение материалов с большой нелинейностью (например, одноосный отрицательный кристалл KN_3PO_4 , так называемый KDP) и более мощных лазеров, а также выполнение так называемого условия пространственного синхронизма, о котором речь пойдет в параграфе 5, позволило в настоящее время увеличить эффективность преобразования более чем на 60%. Так, например, интенсивное излучение лазера на неодимовом стекле ($\lambda_1 = 10600 \text{ \AA}$), проходя через оптически прозрачный кристалл ниобата бария, генерирует вторую гармонику $\lambda_2 = \lambda_1/2 = 5300 \text{ \AA}$, причем при некоторых условиях более 60% энергии падающего излучения переходит на генерируемую гармонику λ_2 .

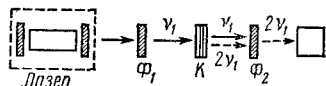


Рис. 18.2

Изменение показателя преломления*. Генерация третьей гармоники. Третий член выражения (18.1а) перепишем в виде

$$P^{(3)} = \chi^{(3)} E_0^3 \cos^3(\omega t - k_1 x) = \frac{3}{4} \chi^{(3)} E_0^2 E_0 \cos(\omega t - k_1 x) + \frac{\chi^{(3)} E_0^3}{4} E_0 \cos 3(\omega t - k_1 x). \quad (18.3)$$

Первое слагаемое (18.3) приводит к изменению показателя преломления (см. § 2 данной главы), которая в этом случае определяется как $n^2 = \epsilon_0 + \epsilon_2 E^2$, где $\epsilon_0 = 1 + 4\pi\chi$, $\epsilon_2 = 3\chi\chi^{(3)}$, а второе слагаемое — к переизлучению с частотой 3ω к генерации третьей гармоники. Экспериментально генерация этой гармоники была обнаружена в 1963 г.

* Изменение показателя преломления более подробно рассматривается в следующем параграфе.

Многофотонные явления. Выше мы рассмотрели лишь некоторые нелинейные оптические явления, обусловленные соответствующими нелинейными коэффициентами восприимчивостей. Однако этим не исчерпываются явления, к которым приводят коэффициенты разложения $\chi^{(2)}$, $\chi^{(3)}$ и т. д. В частности, нелинейная поляризуемость первого порядка $\chi^{(2)}$ приводит к трехфотонному, $\chi^{(3)}$ — к четырехфотонному параметрическим рассеяниям света, $\chi^{(2)}$ и $\chi^{(3)}$ — к эффекту параметрического усиления света и т. д. Нелинейные восприимчивости более высоких порядков тоже приводят к соответствующим нелинейным эффектам.

Например, нелинейная восприимчивость третьего порядка* приводит к генерации четвертой, четвертого порядка к генерации пятой гармоники и т. д. Экспериментально генерация четвертой оптической гармоники была обнаружена в 1974 г. С. А. Ахмановым и его сотрудниками. Прямая генерация пятой гармоники в ксеноне наблюдалась экспериментально в 1973 г. Харрисом.

Ввиду сравнительной малости величины χ^4 довольно трудно зарегистрировать четвертую гармонику. Поэтому исследователям для ее возбуждения пришлось использовать мощные импульсы длительностью порядка 10 пс, полученные с помощью так называемого лазера синхронизации мод. Тщательно проведенные опыты С. А. Ахманову и сотрудникам позволили не только зарегистрировать четвертую гармонику, но и измерить величину нелинейной восприимчивости $\chi^{(4)}$. Знание величин восприимчивостей кроме технической нужды квантовой электроники также позволяет проверить правильность теории моделей, на основе которых рассчитываются эти восприимчивости.

Генерация разных гармоник позволяет путем многокаскадного умножения частот подойти ближе к коротковолновой части шкалы электромагнитной волны. Именно этим методом Харрису удалось получить в аргоне 12-ю гармонику неодимового лазера ($\lambda = 887 \text{ \AA}$). Изо дня в день в этой области, так же как и в других областях нелинейной оптики, появляются все новые и новые работы. Пока удалось получить излучение самой короткой длины волны до 800 \AA .

Можно объяснить все эффекты преобразования частот также исходя и из квантовой теории. С точки зрения квантовой физики все эти эффекты являются многофотонными процессами, при которых в каждом элементарном акте взаимодействия участвуют несколько (три в случае генерации второй гармоники, четыре в случае генерации третьей гармоники и т. д.) фотонов. Например, согласно этой схеме, при генерации второй гармоники одновременное «исчезновение» двух фотонов с частотами ω каждого приводит к мгновенному «рождению» одного фотона с частотой 2ω . Отсутствие задержки между «исчезновением» двух квантов и «рождением» одного приводит к когерентности волн с удвоенной частотой. Благодаря этому про-

* Классификацию коэффициентов разложения можно производить и иначе. В частности, если коэффициент перед первой степенью поля $\kappa = \chi^{(1)}$ называть коэффициентом восприимчивости первого порядка, то $\chi^{(2)}$, $\chi^{(3)}$, ... соответственно будут называться квадратичной, кубической восприимчивостями и т. д.

исходит интерференция между так называемыми вторичными волнами и в результате получается волна, распространяющаяся в строго определенном направлении. В этом заключается одно из принципиальных различий между многофотонными процессами и последовательностью ряда однофотонных (например, флуоресценция) процессов.

§ 2. ДЕЙСТВИЕ СИЛЬНОГО СВЕТОВОГО ПОЛЯ. ЗАВИСИМОСТЬ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ОТ ИНТЕНСИВНОСТИ СВЕТА

Уподобление движения электрона (атома) под действием светового поля гармоническому осциллятору, как это мы делали при рассмотрении явления дисперсии света, имеет место только при относительно малых смещениях r . Так как смещение электрона связано с действующим полем, то такое приближение верно для слабых полей. При действии сильного светового поля, т. е. при распространении через среду мощного пучка лазерных лучей действующая на электрон сила F_1 зависит не только от r , но также от его более высоких степеней, например

$$F_1 = -q_1 r - q_2 r^2 - q_3 r^3 - \dots \quad (18.4)$$

С учетом (18.4) уравнение движения электрона становится нелинейным, а его движение — ангармоническим. В таком случае легко убедиться, что уже не имеет места линейная зависимость между \vec{P} и \vec{E} , т. е. форма реакции на действие светового поля не совпадает с формой действующего поля.

Квадратный член в выражение (18.4) входит только в случае кристаллов, не имеющих центра симметрии (пьезокристаллы). Если исключить из рассмотрения пьезокристаллы, то

$$F_1 = -q_1 r - q_3 r^3 - \dots \quad (18.4a)$$

Учитывая (18.4a) в (11.11) и пренебрегая поглощением ($\gamma = 0$), имеем

$$\ddot{\vec{r}} + \omega_0^2 \vec{r} + \frac{q_3}{m} \vec{r}^3 = \frac{e}{m} E_0 \cos \omega t. \quad (18.5)$$

Умножая обе стороны (18.5) на $N_1 e$, получим

$$\ddot{\vec{P}} + \omega_0^2 \vec{P} + \frac{q_3}{m N_1^2 e^2} \vec{P}^3 = \frac{N_1 e^2}{m} \vec{E}. \quad (18.5a)$$

При не слишком сильных (значительно меньших внутриатомного поля) полях, считая кубический член малым, можно решить (18.5a) методом последовательных приближений*.

* См.: Климонтович Ю. Л. Квантовые генераторы света и нелинейная оптика. М., 1966, гл. 3, § 10.

В первом приближении, пренебрегая нелинейным кубическим членом, имеем

$$\ddot{\vec{P}} + \omega_0 \vec{P}_1 = \frac{N_1 e^2}{m} \vec{E}. \quad (18.5б)$$

Решение (18.5б), как известно, будет

$$\vec{P}_1 = N_1 a \vec{E} = \kappa \vec{E}, \quad (18.6)$$

где $\kappa = \chi_{n1}'' = N_1 e^2 / m (\omega_0^2 - \omega^2)$ — поляризуемость единицы объема среды.

Во втором приближении вместо \vec{P}^3 в (18.5а) подставим \vec{P}_1^3 . Тогда имеем

$$\ddot{\vec{P}}_2 + \omega_0 \ddot{\vec{P}}_2 + \frac{q_3}{N_1^2 m e^2} \vec{P}_1^3 = \frac{N_1 e^2}{m} \vec{E}, \quad (18.7)$$

где

$$\vec{P}_2 = \vec{P}_1 + \vec{P}^{(2)}. \quad (18.7а)$$

Учитывая (18.7а) в (18.7) и принимая во внимание (18.5б), имеем

$$\ddot{\vec{P}}^{(2)} + \omega_0^2 \vec{P}^{(2)} + \frac{q_3}{N_1 m e^2} \vec{P}_1^3 = 0. \quad (18.8)$$

Так как $\vec{P}^3 = \kappa^3 \vec{E}^3 = \kappa^3 \vec{E}_0^3 \cos^3 \omega t$ и $\cos^3 \omega t = (3 \cos \omega t + \cos 3\omega t) / 4$, то

$$\ddot{\vec{P}}^{(2)} + \omega_0^2 \vec{P}^{(2)} = -3\beta(E_0) \vec{E}_0 \cos \omega t - \beta(E_0) \vec{E}_0 \cos 3\omega t, \quad (18.9)$$

где

$$\beta(E_0) = \frac{q_3 \kappa E_0^3}{4mN_1^2 e^2}. \quad (18.9а)$$

Решение уравнения (18.9), как легко видеть, имеет вид

$$\vec{P}^{(2)} = \vec{P}^{(2)}(\omega) = -\frac{3\beta(E_0)}{\omega_0^2 - \omega^2} \vec{E}_0 \cos \omega t - \frac{\beta(E_0)}{\omega_0^2 - 9\omega^2} \vec{E}_0 \cos 3\omega t. \quad (18.9б)$$

Учитывая (18.9б) в (18.7а) для решения (18.5а) во втором приближении, имеем

$$\begin{aligned} \vec{P}_2 &= \kappa \vec{E}_0 \cos \omega t - \frac{3\beta(E_0)}{\omega_0^2 - \omega^2} \vec{E}_0 \cos \omega t - \frac{\beta(E_0)}{\omega_0^2 - (3\omega)^2} \vec{E}_0 \cos^3 \omega t = \\ &= \kappa_n(\omega) \vec{E}_0 \cos \omega t + \chi_{n/l}(\omega, E_0) \vec{E}_0 \cos \omega t + \\ &\quad + \chi_{n/l}(3\omega, E_0) \vec{E}_0 \cos 3\omega t, \end{aligned} \quad (18.10)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \kappa_n(\omega) &= \frac{N_1 e^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}, \\ \chi_{n/l}(\omega, E_0) &= -\frac{3\beta(E_0)}{\omega_0^2 - \omega^2}, \\ \chi_{n/l}(3\omega, E_0) &= -\frac{\beta(E_0)}{\omega_0^2 - (3\omega)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (18.10а)$$

Как уже отметили, в отличие от взаимодействия слабого светового поля со средой, где имела место линейная зависимость между \vec{P}

и \vec{E} , приведшая к явлению дисперсии, при взаимодействии сильного светового поля зависимость между вектором поляризации и напряженностью поля становится нелинейной и один из членов этой нелинейной зависимости приводит к изменению показателя преломления среды в зависимости от напряженности светового поля. Действительно, поскольку $\vec{D} = \epsilon \vec{E} = \vec{E} + 4\pi \vec{P}$, то, подставляя члены, изменяющиеся с частотой ω , из (18.10) получим

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \vec{E}_0 \cos \omega t + 4\pi \left(\kappa - \frac{3\beta (E_0)}{\omega_0^2 - \omega^2} \right) \vec{E}_0 \cos \omega t = \\ &= \left[1 + 4\pi\kappa - \frac{12\pi\beta (E_0)}{\omega_0^2 - \omega^2} \right] \vec{E}_0 \cos \omega t. \end{aligned}$$

Отсюда

$$\epsilon = 1 + 4\pi\kappa - \frac{12\pi\beta (E_0)}{\omega_0^2 - \omega^2} = \epsilon_0 + \epsilon_2 E_0^2, \quad (18.11)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_2 &= \frac{3\pi}{\omega^2 - \omega_0^2} \frac{q_3 \kappa^3}{m N_1 e^2}, \\ \epsilon_0 &= 1 + 4\pi\kappa = n_0^2. \end{aligned} \right\} \quad (18.11a)$$

Здесь n_0 — показатель преломления среды при слабых полях, так называемый линейный показатель преломления.

Исходя из (18.1), имеем

$$n^2 = n_0^2 + n_2^2 E_0^2 = n_0^2 \left(1 + \frac{n_2^2}{n_0^2} E_0^2 \right).$$

Отсюда

$$n = n_0 \sqrt{1 + \left(\frac{n_2}{n_0} \right)^2 E_0^2}.$$

Так как обычно $\epsilon_2 E_0^2 \ll \epsilon_0$, то, разлагая выражение под корнем в ряд по степеням $\frac{n_2}{n_0} E_0$, имеем

$$n = n_0 + n_2 E_0^2, \quad (18.12)$$

где $n_2^2 = \epsilon_2$. Второй член в (18.12) есть нелинейная поправка к показателю преломления в сильных световых полях, пропорциональная интенсивности света, n_2 — коэффициент при нелинейном слабом показателе преломления, который в принципе может принимать (в зависимости от влияния светового поля на среду) отрицательное или положительное значение. В большинстве случаев $n_2 > 0$.

Как следует из (18.12), распространение сильного светового поля в среде в отличие от линейной оптики приводит к изменению в общем случае комплексного показателя преломления в зависимости от интенсивности света, в результате чего происходят пропорциональные интенсивности поля изменения как фазовой скорости света в среде, так и коэффициента поглощения. Другими словами, при распространении сильного светового поля в среде создается новое условие для распространения света самим же светом, т. е. возникает эффект взаимодействия.

§ 3. САМОФОКУСИРОВКА СВЕТА

Мы ознакомились с нелинейными оптическими эффектами, приводящими к изменению частоты самой световой волны (генерация гармоник рассеяния света). Однако встречается явление, при котором взаимодействие мощного светового потока с веществом приводит к изменению амплитуды волны. Проанализируем это явление для светового пучка простой формы — для цилиндрического пучка.

Пусть имеем цилиндрический пучок света большой интенсивности с диаметром сечения $2a$ и с длиной волны λ_0 . Проследим за распространением такого пучка света внутри нелинейной, изотропной, прозрачной для данного света среды (стекла, жидкости и т. д.). В результате действия сильного светового поля в выражении показателя преломления среды (в результате нелинейного отклика среды на действие светового поля, электрострикцию, ориентацию под действием светового поля молекул полярных сред и т. д.) появляется поправка, пропорциональная интенсивности падающего света $\Delta n = n_2 E_0^2$.

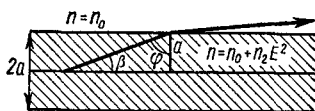


Рис. 18.3

Рассмотрим среду с $n_2 > 0$ и положим, что E_0 является постоянной величиной по всему сечению пучка. В такой среде показатель преломления внутри

пучка будет больше показателя преломления вне пучка. Следовательно, лучи, падающие на границу пучка изнутри, совершают переход из среды оптически более плотной в среду оптически менее плотную. В таком случае, как нам известно, при подходящем для данной пары сред (в нашем случае — среды внутри и вне пучка) значении угла падения (равном или большем предельного угла) происходит полное внутреннее отражение. Значение предельного угла полного внутреннего отражения определяется из условия

$$\sin \varphi_{\text{пред}} = \frac{n_0}{n} = \frac{n_0}{n_0 + n_2 E_0^2}. \quad (18.13)$$

Следовательно, лучи, падающие на границу пучка изнутри под углами, большими $\varphi_{\text{пред}} = \arcsin n_0 / (n_0 + n_2 E_0^2)$, в результате полного внутреннего отражения отклоняются к оси пучка. В дальнейшем будет удобным оперировать не углом падения, а углом β между осью пучка и лучом, падающим на границу пучка изнутри (рис. 18.3). Очевидно, что в этом случае лучи с $\beta > \beta_{\text{пред}}$ отклоняются от оси пучка, а лучи с $\beta < \beta_{\text{пред}}$ отклоняются к оси пучка, где

$$\beta = 90^\circ - \varphi_{\text{пред}} = \arccos n_0 / (n_0 + n_2 E_0^2). \quad (18.14)$$

Поскольку часть среды, охваченной интенсивным световым пучком, становится оптически более плотной по сравнению с не охваченной светом части среды, то при входе в среду параллельного пучка произойдет дифракция на препятствии с диаметром $2a$. Тогда максимальное значение угла расхождения за счет дифракции будет

$$\beta_d = 0,61 \lambda_0 / n_0 2a. \quad (18.15)$$

Тогда расхождение при отсутствии противодействующих процессов должно привести к расплыванию первично параллельного пучка за счет дифракции по мере его распространения внутри нелинейной среды. Однако поскольку в данном случае в зависимости от значения угла β возможны и отклонения пучка к его оси за счет полного внутреннего отражения, то появляется возможность подавлять дифракционное расплывание пучка. Такое подавление, очевидно, будет зависеть от значений углов $\beta_{\text{пред}}$ и $\beta_{\text{д}}$. Проанализируем возможные варианты:

1) $\beta_{\text{д}} > \beta_{\text{пред}}$. В этом случае пучок расплывается по мере распространения в среде;

2) $\beta_{\text{д}} = \beta_{\text{пред}}$. Полное внутреннее отражение, возникшее за счет нелинейной рефракции, в этом случае полностью подавляет (компенсирует) дифракционное расплывание пучка — распространение пучка внутри среды не приводит к какому-либо изменению размера и формы пучка, другими словами, пучок для себя как бы создает своеобразный волновод, внутри которого и распространяется без расходимости. Этот режим называется режимом самоканализации светового пучка;

3) $\beta_{\text{д}} < \beta_{\text{пред}}$. Лучи в этом случае отклоняются к оси пучка — происходит самофокусировка, т. е. среда ведет себя подобно собирающей линзе.

Легко показать, что режим самоканализации наступает лишь при мощностях пучка, больших так называемой пороговой мощности $W_{\text{пор}}$, зависящей от длины волны и от степени нелинейности (от n_2) среды. Перепишем выражение (18.14) в виде

$$\cos \beta_{\text{пред}} = \frac{n_0}{n_0 + n_2 E_0^2} = \frac{1}{1 + \frac{n_2}{n_0} E_0^2}.$$

Отсюда, разлагая в ряд, получим

$$\frac{1}{2} \beta_{\text{пред}}^2 = \frac{n_2}{n_0} E_0^2.$$

Согласно условию режима самоканализации, $\beta_{\text{пред}} = \beta_{\text{д}}$, следовательно,

$$\frac{1}{2} \beta_{\text{д}} = \frac{(0,61\lambda)^2}{8a^2} = \frac{n_2}{n_0} E_0^2, \quad (18.16)$$

где $\lambda = \lambda_0/n_0$ — длина волны в среде с показателем преломления n_0 .

Поскольку мощность пучка $W = \frac{cn_0}{8\pi} E_0^2 \pi a^2$, то пороговое значение мощности пучка, определяемое из (18.16), будет

$$W_{\text{пор}} = \frac{cn_0 \pi E_0^2}{8\pi} \left[\frac{(0,61\lambda)^2 n_0}{8n_2 E_0^2} \right] = A \frac{\lambda_0^2}{n_2}, \quad (18.17)$$

что и требовалось доказать, где $A = (0,61)^2/c/64$ — постоянная величина.

Следовательно, условия $\beta_{\text{пред}} = \beta_{\text{д}}$ и $\beta_{\text{пред}} > \beta_{\text{д}}$ полностью эквивалентны условиям $W = W_{\text{пор}}$ и $W > W_{\text{пор}}$, т. е. режим самоканализации реализуется только при определенном, зависящем от

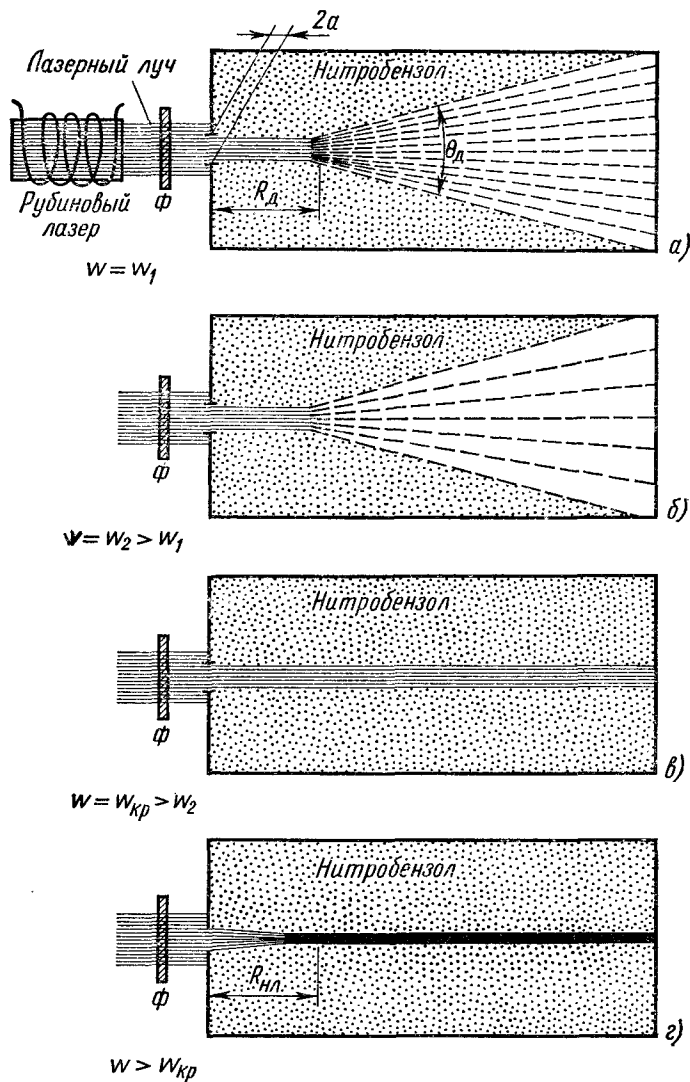


Рис. 18.4

длины волны и нелинейности среды значения мощности пучка, а самофокусировка — только при мощностях, больших пороговой. Из условия (18.17) вытекает, что режим самоканализации требует тем большей мощности, чем больше длина волны, а следовательно чем сильнее дифракция, и тем меньшей мощности, чем больше n_2 ,

т. е. чем сильнее выражена нелинейность. Величина $W_{\text{пор}}$ различна для разных сред. Для ряда органических жидкостей $W_{\text{пор}} \approx 10-50$ кВт. В некоторых кристаллах и оптических стеклах величина пороговой мощности не превышает нескольких ватт.

Среди других нелинейных оптических процессов самофокусировка отличается тем, что она носит «лавиный» характер, заключающийся в том, что даже слабое увеличение интенсивности светового пучка в некотором участке приводит к концентрации световой энергии в эту область. Такое увеличение интенсивности светового пучка в свою очередь приводит к дальнейшему дополнительному возрастанию интенсивности пучка в данной области за счет усиления эффекта нелинейной рефракции. Так процесс приобретает «лавиный» характер.

Явление самофокусировки может привести к сжатию пучка конечного диаметра в тонкую нить. Это явление особенно заметно в жидкостях с большой постоянной Керра.

На рис. 18.4 изображены световые пучки, распространяющиеся в жидкости при различных мощностях света на входе. Мощности варьируются светослабителями Φ . Как следует из рис. 18.4, $a-2$, при больших мощностях, согласно вышеизложенным теоретическим представлениям, происходит самофокусировка, в то время как при слабых мощностях имеем дело с расходящимися пучками.

Следует отметить, что в средах с $n_2 < 0$ (за счет нагрева среды, связанной с диссипацией энергии светового пучка и т. д.) соответственно происходит дефокусировка мощного светового пучка.

Явление самофокусировки впервые было предсказано теоретически советским физиком Г. А. Аскарьяном * в 1962 г.

§ 4. МНОГОФОТОННОЕ (НЕЛИНЕЙНОЕ) ПОГЛОЩЕНИЕ

В 1961 г. был обнаружен интересный, неизвестный до тех пор науке эффект — двухфотонное поглощение ** в оптическом диапазоне в кристаллах CaF_2 , активированных двухвалентным евро-

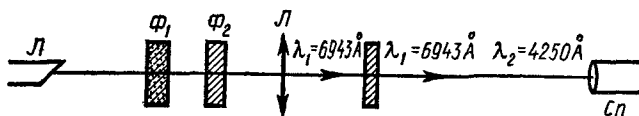


Рис. 18.5

пием Eu^{++} , замещающим ионы Ca^{++} . Опыт был проведен следующим образом. Излучение рубинового лазера (ОКГ) длиной волны $\lambda_1 = 6943 \text{ \AA}$ с помощью линзы фокусировалось на тонкой (толщиной 0,1 мм) пластинке K кристалла CaF_2 , активированной Eu^{++} , расположенной перед входной щелью спектрографа (рис. 18.5). Два

* См.: Аскарьян Г. А. ЖЭТФ, 42, 1567, 1962.

** Поглощение называется двухфотонным, если система (атом, молекула) переходит с основного (невозбужденного) уровня на возбужденный вследствие одновременного поглощения двух фотонов.

красных фильтра Φ_1 и Φ_2 с пропусканием меньше 10^{-4} для $\lambda < 6100 \text{ \AA}$, расположенных перед кристаллом K , исключали возможность попадания на кристалл голубого или ультрафиолетового излучения от ламп накачки. Вышедший из кристалла свет содержал кроме падающего лазерного излучения $\lambda_1 = 6943 \text{ \AA}$ также и голубой свет с $\lambda_2 = 4250 \text{ \AA}$. Интенсивность голубого излучения оказалась пропорциональной квадрату интенсивности излучения лазера. Все эти факты позволили однозначно установить, что в результате одновременного поглощения двух фотонов лазерного излучения ионы Eu^{++} были возбуждены, а затем переходили в результате безизлучательных релаксационных процессов на более низкий уровень энергии и излучали остаток энергии возбуждения в виде голубого света с $\lambda_2 = 4250 \text{ \AA}$.

Вслед за этой работой появились многочисленные работы *, в которых сообщалось об аналогичных поглощениях в парах цезия, в жидкостях, в монокристаллах, в полупроводниках и т. д.

Двухфотонное поглощение, возможное только при больших мощностях излучения, является нелинейным процессом. Это следует из

того, что в данном случае коэффициент поглощения пропорционален квадрату напряженности электрического поля лазерного излучения. Кроме того, возбужденная в результате двухфотонного (с энергией каждого фотона $h\nu$) поглощения система способна при обратном переходе излучить один квант с энергией $h\nu' = 2h\nu$ (рис. 18.6, а), т. е. в результате «исчезновения» двух фотонов

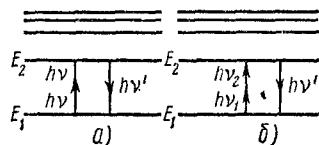


Рис. 18.6

«возник» один. Двухфотонное поглощение происходит не только в случае, когда в одном акте поглощения участвуют два фотона с одинаковыми энергиями. Двухфотонное поглощение происходит также и при одновременном «исчезновении» двух фотонов с разными энергиями (рис. 18.6, б). Важным является то, что сумма энергий поглощенных фотонов соответствует разности энергии между возбужденным и основным состояниями, т. е. $h\nu + h\nu = E_2 - E_1$ и $h\nu_1 + h\nu_2 = E_2 - E_1$.

В квантовой механике не всегда возможны переходы с поглощением одного фотона между двумя состояниями, если даже энергия фотона равна разности энергий между этими уровнями. В таком случае говорят, что подобные переходы запрещены. Преимуществом двухфотонного поглощения является то, что этот процесс возможен и в том случае, если даже переход между соответствующими состояниями запрещен. Следовательно, исследуя двухфотонное поглощение, можно обнаружить уровни, между которыми запрещен однофотонный переход.

У читателя может возникнуть вопрос: почему двухфотонное поглощение наблюдается только при больших интенсивностях излу-

* См.: Бонч-Бруевич А. М., Ходовая В. А. Многофотонные процессы. «Успехи физических наук», т. 85, вып. 1, 1965, с. 1—64.

чения? Это связано с тем, что вероятность однофотонного (резонансного) поглощения значительно (на несколько порядков) превосходит вероятность двухфотонного поглощения. Так, например, если однофотонное поглощение, т. е. переход частицы из основного состояния в возбужденное, может происходить в среднем через каждые 10^{-7} — 10^{-8} с, то двухфотонное поглощение (переход с одновременным поглощением двух фотонов) может происходить не чаще чем раз в 10^{-3} с и меньше. Следовательно, чтобы осуществить двухфотонное поглощение, нужно создать большой поток фотонов, т. е. нужно пользоваться существенно более интенсивным пучком света, чем при однофотонном поглощении.

Возможны и процессы, при которых в каждом акте поглощения одновременно участвуют более двух (три и больше) квантов. Такие процессы называются многофотонным поглощением. (Трехфотонное поглощение в кристаллах нафталина было обнаружено еще в 1964 г.) Очевидно, что с увеличением числа фотонов, одновременно участвующих в одном акте поглощения, вероятность соответствующего процесса уменьшится. Поэтому для наблюдения процессов более высокого порядка (например, трехфотонного поглощения) поток энергии падающего света должен быть значительно большим, чем в двухфотонном. В очень сильных световых полях, образуемых при фокусировке излучения мощных лазеров, иногда происходит одновременное поглощение десяти фотонов и больше. В этом случае многофотонное поглощение приводит к отрыву электрона от атома, т. е. ионизации. Этим объясняется возникновение искры — пробоя при фокусировке излучения мощного лазера в воздухе. Существенный вклад в деле обнаружения и теоретического анализа и применения двухфотонного и многофотонного процессов был сделан академиком Н. Г. Басовым, А. М. Прохоровым, Л. В. Келдышем и их школой.

§ 5. УСЛОВИЕ ЭФФЕКТИВНОЙ ГЕНЕРАЦИИ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ. ФАЗОВЫЙ СИНХРОНИЗМ

Остановимся более подробно на генерации второй гармоники. На первый взгляд могло казаться, что с условием возникновения второй гармоники мы уже достаточно знакомы и нет особой необходимости более подробно останавливаться на механизме генерации. Действительно, так может казаться именно на первый взгляд. Возникновение в каких-либо точках среды второй гармоники еще не означает, что оно приведет к эффективному образованию соответствующей волны. Дело в том, что в отличие от линейной оптики, где из-за неизменности частоты вторичной волны фазовые скорости падающей и вторичной волн одинаковы и, следовательно, вторичные волны когерентны как с первичной, так и между собой. В нашем случае фазовая скорость первичной волны $[v_{\phi}(\omega) = c/n(\omega)]$ отличается от фазовой скорости $[v_{\phi}(2\omega) = c/n(2\omega)]$ вторичной. Причиной этому служит дисперсия $[n(\omega) \neq n(2\omega)]$ света. В результате такого различия вторичные волны, возникшие

в разных точках (атомах) среды, приобретут различные запаздывания по фазе и не будут когерентны между собой. Подобные разбросы по фазе мешают перекачке энергии первичной волны через посредство волны поляризации ко второй гармонике. Так как единственно возможным источником энергии для вторичной волны является первичная (падающая) волна, то очевидно, что обмен энергией между ними и будет максимальным, если разность фаз между волной поляризации и второй гармоникой поддерживается постоянной на достаточно больших расстояниях внутри кристалла (в идеальном случае на всем пути луча в кристалле). Поскольку из-за наличия дисперсии света в среде упомянутая выше разность фаз $\Delta\varphi$ меняется непрерывно, то условие ее постоянства удовлетворяется при $\Delta\varphi = 0$.

При известных волновых числах k_1 и k_2 возникающая разность фаз на расстоянии l между волной поляризации и второй гармоникой будет

$$\Delta\varphi = l(k_2 - 2k_1). \quad (18.18)$$

Чтобы $\Delta\varphi = 0$, должно иметь место

$$2k_1 = k_2, \quad (18.19)$$

что означает

$$v_\phi(\omega) = v_\phi(2\omega). \quad (18.19a)$$

При удовлетворении условия (18.19) [или, что то же самое, (18.19a)] обе волны — волна поляризации и вторая гармоника — обладают одной и той же фазой в произвольной точке пространства. Поэтому условие (18.19) называется условием фазового синхронизма.

Условие (18.19) можно написать и в векторной форме:

$$2\vec{k}_1 = \vec{k}_2. \quad (18.19b)$$

Когерентная волна. Условие синхронизма, очевидно, может удовлетворяться только при отсутствии дисперсии среды. Поскольку во всех реальных средах имеет место дисперсия, то условие синхронизма будет удовлетворяться только на ограниченных расстояниях. Как правило, фазовые соотношения считают нарушенными, когда сдвиг фаз равен или превышает по величине π , т. е. $\Delta\varphi \geq \pi$. Если в выражение l , определенное из (18.18), вместо $\Delta\varphi$ подставить π , то полученная величина l есть длина пути луча в среде, в пределах которого сохраняется фазовое соотношение между волнами поляризации и второй гармоникой. Эту длину, равную

$$l_{\text{кор}} = \frac{\pi}{2(k_2 - k_1)} = \frac{\lambda_1}{4(n_2 - n_1)}, \quad (18.20)$$

принято называть когерентной длиной.

Из определения когерентной длины следует, что она есть то минимальное расстояние в диспергирующих средах, на котором происходит накопление нелинейных эффектов. Проведенные с кварцевой пластинкой опыты Терхьюна с сотрудниками (1962 г.) пока-

зали, что мощность генерируемой в кварце второй гармоники (W_2) с изменением длины * l оптического пути быстро осциллирует (рис. 18.7). Сопоставление соседних максимумов на рис. 18.7 позволяет определить когерентную длину $l_{\text{кор}}$. Полученные экспериментальные данные для величины $l_{\text{кор}}$ (для кристалла кварца размерами 10^{-3} см) хорошо согласуются с теоретическим значением, вычисленным по формуле (18.20).

Возможность увеличения мощности второй гармоники. Мощность второй гармоники, как показывают соответствующие расчеты, прямо пропорциональна квадрату мощности основного (падающего) излучения и квадрату нелинейной восприимчивости первого порядка $\chi^{(2)}$ и обратно пропорциональна величине $(k_2 - 2k_1)^2 \sim \sim |n(2\omega) - n(\omega)|^2$. Следовательно, существуют три возможности увеличения мощности второй гармоники:

1) за счет увеличения мощности падающего излучения;

2) за счет выбора нелинейного кристалла с большим значением $\chi^{(2)}$;

3) за счет уменьшения разности показателей преломления (фазовых скоростей) на частотах ω и 2ω .

Оказалось, что два первых способа, хотя и позволяют увеличить мощность второй гармоники, все же не дают удовлетворительных результатов. Это связано с тем, что, с одной стороны, кристаллы не способны выдерживать довольно больших мощностей (из-за пробоя при мощностях **, превышающих $300\text{--}400$ МВт/см²), с другой стороны, само значение $\chi^{(2)}$ для всех возможных кристаллов мало. Следовательно, единственная возможность увеличения мощности второй гармоники — это уменьшение разности показателей преломления $n(2\omega) - n(\omega)$ или, что еще лучше, сведение этой разности к нулю.

Равенство показателей преломления для двух разных частот в изотропных средах возможно только при условии, что одна из этих частот лежит в области аномальной дисперсии, которая в свою очередь совпадает с областью поглощения. Следовательно, при равенстве показателей преломления одна из волн (в изотропных средах) будет сильно поглощаться, что затрудняет осуществление эффективной генерации второй гармоники. Однако если обратить внимание на оптические свойства анизотропных кристаллов (см.

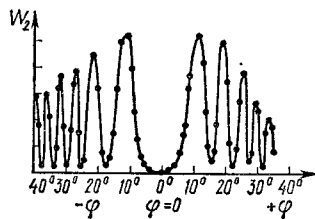


Рис. 18.7

* Величина l в указанных опытах измерялась за счет изменения угла φ между направлением луча лазера и нормалью к поверхности кристалла согласно формуле $l = d/\cos \varphi$, где d — толщина кварцевой пластинки.

** Величина коэффициента полезного действия (отношение мощности второй гармоники к мощности падающего излучения) генерации второй гармоники, даже при предельной мощности и при длине $l_{\text{кор}} \sim 10^{-3}$ см, незначительная (не превышает тысячных долей процента).

гл. X), то оказывается, что наличие некоторого направления внутри кристалла, вдоль которого волны с разными (например, ω и 2ω) частотами распространяются с одинаковыми фазовыми скоростями, позволяет осуществить эффективную генерацию второй гармоники. На это впервые обратили внимание Джорджиэн и Терхьюн и ими же экспериментально был обнаружен предполагаемый эффект — резкое возрастание мощности второй гармоники в некотором направлении внутри кристалла KDP.

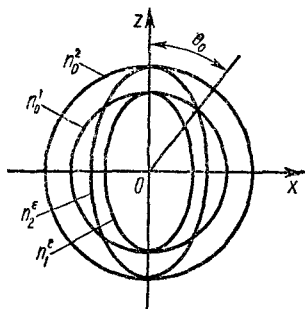


Рис. 18.8

Направление синхронизма. На рис. 18.8 показаны сечения поверхностей показателя преломления обыкновенных ($n_1^o = n^o(\omega)$, $n_2^o = n(2\omega)$) и необыкновенных (n_1^e и n_2^e) волн в кристалле KDP — дигидрофосфата калия для частоты рубинового лазера (индекс 1) и его второй гармоники (индекс 2). Как видно из рис. 18.8, под некоторым углом Φ_0 к оптической оси (OZ) кристалла происходит пересечение эллипсоида n_2^e и

сферы n_1^o , что означает $n_2^e = n_1^o$ в данном направлении. Поэтому направление, определяемое значением угла Φ_0 , является направлением синхронизма. Следовательно, если поляризацию падающей волны подобрать так, чтобы основная волна в кристалле являлась обыкновенной, а кристалл подобрать так, чтобы в нем данная обыкновенная волна возбуждала необыкновенную волну второй гармоники, то в направлении Φ_0 должно произойти резкое возрастание мощности второй гармоники. В формуле (18.20) не учтена потеря энергии падающей волны на нагревание кристалла и на рассеяние, в результате чего при $n(2\omega) = n(\omega)$ длина когерентности превращается в бесконечность. Однако в реальных средах всегда возможны подобные потери и поэтому длина когерентности даже при $n(2\omega) = n(\omega)$ становится конечной. И в этом случае условие синхронизма является условием наилучшей генерации второй гармоники.

В заключение обратим внимание на один существенный факт. Дело в том, что не в каждом двулучепреломляющем кристалле существует направление синхронизма. Хотя наличие двулучепреломления является необходимым условием для существования направления синхронизма, но оно не является достаточным. Достаточным условием является наличие такого сильного двулучепреломления, при котором из-за достаточной вытянутости эллипсоида происходит ее пересечение со сферой. Так, например, хотя кварц является одноосным двулучепреломляющим кристаллом поверхности показателей преломления n_1^o и n_2^e ,

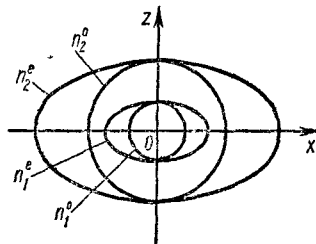


Рис. 18.9

из-за недостаточно сильного двулучепреломления нигде не пересекается и, следовательно, в нем нет направления синхронизма (рис. 18.9).

§ 6. ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ГЕНЕРАТОРЫ СВЕТА

Наличие оптических квантовых генераторов, даже мощных, работающих на вполне определенных фиксированных частотах, число которых сравнительно невелико, не может удовлетворить все возрастающую в них потребность. Для целесообразного применения в разных областях науки и практики крайне необходимо создать лазеры, способные генерировать мощные когерентные излучения в широких пределах перестраиваемых частот. В этом заключалась одна из важнейших задач лазерной физики. Поставленная задача нашла свое успешное решение в работах С. А. Ахманова, Р. В. Хохлова * и независимо от них Н. Кролла в США, проведенных в 1962 г.

Принцип действия перестраиваемого параметрического генератора света. Общий принцип действия параметрического генератора света заключается в передаче энергии мощной световой волны, так называемой волны накачки (ω_n), слабым волнам на частотах ω_1 и ω_2 , удовлетворяющим соотношению

$$\omega_n = \omega_1 + \omega_2. \quad (18.21)$$

Чтобы понять сущность этого явления, направим на нелинейную среду, поляризация которой определяется как

$$P = \kappa E + \chi^{(2)} E^2, \quad (18.22)$$

в некотором направлении x одновременно три волны — мощную световую волну (волну накачки)

$$E_n = E_{0, n} \cos(\omega_n t - k_n x) \quad (18.23)$$

и две слабые волны:

$$E_1 = E_{01} \cos(\omega_1 t - k_1 x), \quad (18.24)$$

$$E_2 = E_{02} \cos(\omega_2 t - k_2 x), \quad (18.25)$$

частоты которых удовлетворяют условию (18.21). Если (18.21) и (18.23) — (18.25) учесть в (18.22), то легко видеть, что нелинейные поляризации на частотах ω_1 и ω_2 соответственно будут:

$$P_{n/1}(\omega_1) = \frac{1}{2} \chi^{(2)} E_{0, n} E_{02} \cos[\omega_1 t - (k_n - k_2) x], \quad (18.26)$$

$$P_{n/2}(\omega_2) = \frac{1}{2} \chi^{(2)} E_{0, n} E_{01} \cos[\omega_2 t - (k_n - k_1) x]. \quad (18.27)$$

Как следует из (18.23) и (18.27), за счет взаимодействия волны накачки с волнами на частоте ω_1 и ω_2 возникают волны нелинейной

* См.: А х м а н о в С. А., Х о х л о в Р. В. ЖЭТФ, 43, 7, 351, 1962, он же. Проблемы нелинейной оптики. М., 1964, УФД11 88 вып. 3, 1966.

поляризации $P_{н/л}(\omega_1)$ и $P_{н/л}(\omega_2)$, что равносильно переизлучению на соответствующих частотах. Усиление световых волн на частотах ω_1 и ω_2 за счет перекачки энергии от волны накачки к слабым волнам произойдет, если разность фаз между волнами на частотах ω_1 и ω_2 и соответствующими волнами нелинейной поляризации будет сохраняться постоянной на достаточно больших расстояниях. Это и есть условия максимального взаимодействия между ними.

Условие генерации. Выясним условие усиления световой волны одной из частот, например ω_1 , в нелинейной среде. Как следует из (18.24) и (18.26), разность фаз между волной нелинейной поляризации $P_{н/л}(\omega_1)$ и световой волной частоты ω_1 будет постоянной при любых значениях x , если

$$k_n - k_2 = k_1 \quad (18.28)$$

или

$$k_1 + k_2 = k_n. \quad (18.28a)$$

Как следует из (18.25) и (18.27), аналогичное условие усиления волны ω_2 будет $k_n - k_1 = k_2$, что совпадает с условием (18.28a).

Итак, условие (18.28a), так называемое условие синхронизма (аналогично условию генерации второй гармоники), есть условие генерации частот ω_1 и ω_2 .

Поскольку в нашем случае все три волны распространяются в одном направлении, т. е. имеет место так называемое одномерное параметрическое взаимодействие, то выражение (18.28a) можно записать и в векторном виде:

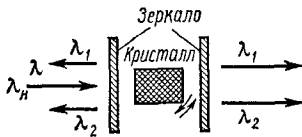


Рис. 18.10

$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}_n. \quad (18.28б)$$

Выражение (18.28б) более общее, и оно верно не только при распространении всех трех волн в одном направлении, но также и в случае распространения волн

\vec{k}_1 и \vec{k}_2 под некоторыми углами к волне накачки. В этих случаях также возможны усиления волн.

Практическое осуществление генерации света. Как осуществить практическую генерацию (усиление) световых волн на частотах ω_1 и ω_2 ? Для этого нужно направить на нелинейный прозрачный кристалл, поляризация которого имеет вид (18.22), мощную волну накачки (рис. 18.10). При этом усиливаются те из всех возможных * внутри кристалла пар волн, суммарная частота которых удовлетворяет условию синхронизации (18.28a). Если же в кристалле распространяется лишь одна сигнальная волна частоты ω_1 , то в среде автоматически возникает другая волна с частотой $\omega_2 = \omega_n - \omega_1$ и происходит одновременное их усиление. Для получения эффективного усиления нелинейный кристалл располагают между зерка-

* Слабые волны (так называемые сигнальные волны) могут возникнуть в результате собственных тепловых флуктуаций, всегда имеющих место в кристалле.

лами, обладающими достаточно большими коэффициентами отражения для усиливаемых (ω_1 и ω_2) волн, но малыми для волны накачки. Но все это еще не есть решение поставленной в начале этого параграфа задачи о создании мощного генератора света с перестраиваемой частотой.

Осуществление перестройки частоты. Как осуществить перестройку частоты? Известно, что в анизотропных кристаллах существуют направления синхронизма, вдоль которых возможно параметрическое усиление одновременно двух, но вполне определенных для данного направления волн, для которых выполняются (одновременно) уже известные нам два условия:

$$\begin{aligned}\omega_n &= \omega_1 + \omega_2 \quad (\text{частотное соотношение}), & (18.29) \\ \vec{k}_n &= \vec{k}_1 + \vec{k}_2 \quad (\text{условие синхронизма}).\end{aligned}$$

Если менять направление распространения волны накачки по отношению к оптической оси кристалла (например, путем вращения самого кристалла при неизменном направлении распространения волны накачки), то очевидно, что условие синхронизма для волн ω_1 и ω_2 нарушится и никакое их усиление не произойдет. Однако по новому направлению условие синхронизма выполняется уже для других, отличных по частоте от прежних на некоторую величину ω волн, а именно:

$$\vec{k}_n(\omega_n) = \vec{k}_1(\omega_1 + \omega) + \vec{k}_2(\omega_2 - \omega). \quad (18.30)$$

Поскольку и в этом случае частотное соотношение остается в силе ($\omega_n = \omega'_1 + \omega'_2 = \omega_1 + \omega' + \omega_2 - \omega' = \omega_1 + \omega_2$), то в этом новом направлении произойдет усиление волн с частотами $\omega'_1 = \omega_1 + \omega$ и $\omega'_2 = \omega_2 - \omega$. Величина ω зависит от угла ϕ между направлением распространения волны накачки и оптической осью кристалла. Следовательно, плавно меняя каким бы то ни было способом этот угол, можно осуществить плавную перестройку частот.

В первых работах С. А. Ахманова, Р. В. Хохлова и их сотрудников, заложивших основы осуществления параметрического генератора света, в качестве нелинейного кристалла был применен кристалл длиной $l = 3$ см КДР, использование которого позволило, в частности, освоить более коротковолновые диапазоны, а изменение угла ϕ производилось механическим вращением кристалла в резонаторе. Использование механической системы перестройки позволило авторам создать более широкодиапазонный генератор света, чем генератор Джордмейна и Миллера, и добиться значительно лучшей воспроизводимости генерируемых частот. Источником накачки служила вторая гармоника лазера с неодимом $\lambda_n = 5300$ Å, плотность мощности мощности накачки в нефокусированном пучке достигла $W_n = 30\text{--}35$ Вт/см², длительность импульса накачки составляла $\tau_n \simeq 25$ нс (1 нс = 10^{-9} с). В качестве усиливаемого сигнала было использовано ослабленное излучение неодимового лазера ($\lambda_1 = \lambda_2 = 2\lambda_n = 10600$ Å). Максимальная мощность усиливаемых волн при мощности накачки 30 МВт/см² достигла $0,2$ МВт/см².

Максимальный коэффициент преобразования излучения накачки в параметрические частоты в этих первых опытах, целью которых не было получение максимальных выходных мощностей, был порядка 1%. В дальнейшем этот коэффициент был резко увеличен.

В первых работах Джордмейна и Миллера был применен кристалл LiNbO_3 (ниобат лития), перестройка частоты осуществлялась путем изменения температуры кристалла *. В качестве волны накачки была использована та же длина волны $\lambda_{\text{н}} = 5300 \text{ \AA}$ и наблюдалась генерация на длине $\lambda_1 = \lambda_2 = 2\lambda_{\text{н}} = 10\,600 \text{ \AA}$. Перестройка частоты осуществлялась в диапазоне 6840—23550 \AA . Коэффициент полезного действия был того же порядка, что у генератора Ахманова и Хохлова. Выходная мощность составила сотни киловатт.

В обоих вышеупомянутых экспериментах частоты параметрически усиливаемых сигналов совпали ($\omega_1 = \omega_2 = \omega_{\text{н}}/2$). Этот частый случай называется вырожденным.

§ 7. ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ РАССЕЯНИЕ СВЕТА **

Некоторые анизотропные кристаллы, облучаемые светом с длиной волны λ_0 , переизлучают свет с большими длинами волн (т. е. с меньшими частотами). Например, кристалл ниобата лития, освещенный аргоновым лазером ($\lambda_0 = 5000 \text{ \AA}$), светится зеленым, желтым и красным светом в интервале длин волн $\lambda_1 = 5500\text{—}7500 \text{ \AA}$ и, кроме того, излучает инфракрасные волны ($\lambda_2 = 15\,000\text{—}40\,000 \text{ \AA}$). Подобное рассеяние света называется параметрическим рассеянием или параметрической люминесценцией. Параметрическая люминесценция прекращается сразу же (через несколько периодов световых колебаний) после выключения источника возбуждения — лазера, поэтому правильнее использовать термин «параметрическое рассеяние».

Эффект параметрического рассеяния света имеет две основные особенности, резко отличающие его от других видов рассеяния. Во-первых, спектр рассеянного света при параметрическом рассеянии занимает почти сплошной интервал от радиочастот до частот падающего света (накачки) ω_0 и, во-вторых, свет с данной частотой ω_1 излучается веществом по образующим конуса (рис. 18.11). Обычно этот конус имеет угол при вершине порядка нескольких градусов. Он зависит от дисперсии показателя преломления $n(\omega)$ согласно следующему уравнению:

$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}_0, \quad (18.31)$$

* При изменении температуры кристалла перемещаются точки пересечения эллипсоида вращения со сферой, что приводит к соответствующему изменению направления синхронизма.

** Данный параграф был написан по просьбе автора сотрудником кафедры волновых процессов МГУ им. М. В. Ломоносова докт. физ.-мат. наук Клышко Д. Н., впервые совместно с В. В. Фадеевым и О. Н. Чунаевым теоретически предсказавшим и экспериментально обнаружившим трехфотонное рассеяние света, о котором и идет речь в данном параграфе (см.: Клышко Д. Н., ЖЭТФ, Письма, 6, 490 1967; Ахманов С. А., Фадеев В. В., Хохлов Р. В., Чунаев О. Н., там же, с. 575).

где $|\vec{k}_i| = \frac{n(\omega_i)}{c} \omega_i$, \vec{k}_1 — волновой вектор наблюдаемого рассеянного света, \vec{k}_0 — волновой вектор падающего света, а \vec{k}_2 — волновой вектор так называемой холостой волны, имеющей частоту

$$\omega_2 = \omega_0 - \omega_1. \quad (18.32)$$

Очевидно, что поворот кристалла должен изменять распределение цветов рассеянных под определенными углами лучей. К тому же приводят и изменение температуры кристалла и воздействие на него электрического поля.

Поскольку энергия фотона равна $\frac{h}{2\pi} \omega$, а импульс $\frac{h}{2\pi} \vec{k}$, то формулы (18.31) и (18.32) можно интерпретировать как законы сохранения импульса и энергии при распаде фотона накачки на пару

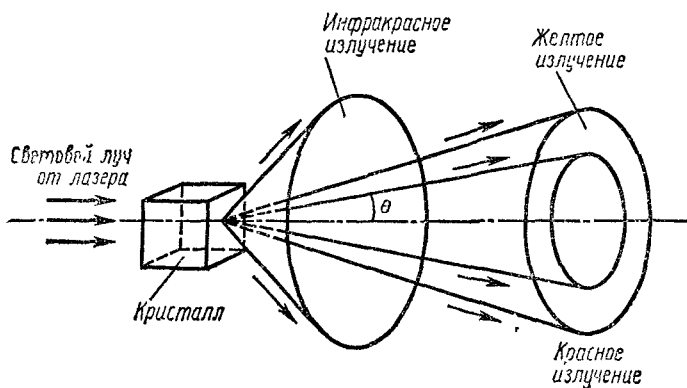


Рис. 18.11

фотонов с меньшими частотами и другими направлениями распространения, объясняя тем самым с квантовой точки зрения параметрическое рассеяние света распадом фотонов падающего света ω_0 на пары фотонов ω_1 и ω_2 с меньшей энергией в процессе взаимодействия с атомами кристалла.

Эффект трехфотонного рассеяния является заметным в буквальном смысле слова; при мощности падающего синего света около 0,1 Вт зелено-желто-красное свечение кристалла ниобата лития легко видно невооруженным глазом. Зеленому свечению в данном случае соответствуют холостые частоты, лежащие в инфракрасном диапазоне. По мере приближения к нормальным частотам решетки кристалла эффект параметрического рассеяния непрерывно переходит в обычное комбинационное рассеяние.

Если же накачка осуществляется мощным импульсным лазером с пиковой интенсивностью порядка 100 МВт/см^2 , то интенсивность и направленность рассеянного излучения становятся достаточно высокими — мощность свечения экспоненциально зависит от размеров кристалла и мощности падающего света. Эффект в этом случае называют «параметрической сверхлюминесценцией». Наконец, если

при этом с помощью зеркал добавить обратную связь на сигнальной или холостой частоте, то усилитель превращается в генератор. В этой связи «параметрическая сверхлюминесценция» может представлять интерес для создания импульсных источников света с перестраиваемой частотой.

Параметрическое рассеяние света имеет еще одну особенность — оно наблюдается лишь в кристаллах, не имеющих центра симметрии (пьезокристаллы). Это связано с тем, что трехфотонные (один падающий и два рассеянных) взаимодействия описываются нелинейной восприимчивостью $\chi^{(3)}$ третьего порядка, а восприимчивости нечетных порядков равны нулю в центросимметричных средах. Однако в центросимметричных средах (к которым относятся и жидкости) наблюдается четырехфотонное параметрическое рассеяние *, при котором два фотона накачки превращаются в пару фотонов с другими частотами и направлениями распространения:

$$\vec{k}_0 + \vec{k}'_0 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2. \quad (18.31a)$$

Этот эффект, называемый также рассеянием света на свете, согласно предсказаниям квантовой электродинамики, должен существовать в вакууме в результате рождения виртуальных электрон-позитронных пар. Вероятность этого процесса обратно пропорциональна энергии рождения пары, равной 1 МэВ, и поэтому эффект крайне мал и до сих пор не наблюдался. Поскольку в веществе энергия рождения пары электрон — дырка имеет порядок 1 эВ, то должен существовать эффект «рассеяние света на свете» в веществе с интенсивностью, на много порядков большей и поэтому доступной наблюдению, что подтверждено опытами С. М. Рывкина и др. До сих пор рассеяние света на свете наблюдалось лишь в конденсированном веществе (в воде, в кристаллах кальцита и CdS), нелинейность которого гораздо больше вакуума.

* Четырехфотонное параметрическое рассеяние света впервые было обнаружено группой ученых Ленинградского физико-технического ин-та АН СССР им. А. В. Иоффе: А. А. Гринбергом, Н. И. Крамер, С. М. Рывкиным, Н. М. Фишман и И. Д. Ярошецким (ЖЭТФ, Письма, 7, 324, 1968).

ПРИЛОЖЕНИЕ I

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТИ СВЕТА

Скорость света является важной физической величиной — фундаментальной постоянной, знание которой необходимо как для чистой науки, так и для практики. Точное знание величины скорости света необходимо в радиолокации, при управлении космическими полетами и т. д.

Эксперименты по измерению скорости света, повторявшиеся на протяжении столетий (с 1607 г. по настоящее время), привели к существенному пересмотру наших представлений. Поэтому интересно более подробно остановиться на некоторых методах определения скорости света.

Метод Галилея. Первая идея об экспериментальном определении скорости света была высказана Галилеем в 1607 г. Согласно Галилею, для измерения скорости света два наблюдателя, снабженные фонарями, должны находиться на большом расстоянии друг от друга, но в пределах прямой видимости. Первый наблюдатель, открывая свой фонарь и отмечая этот момент времени, направляет свет своего фонаря на второго наблюдателя. Второй наблюдатель, увидев свет фонаря первого наблюдателя, открывает свой фонарь и тем самым направляет свет своего фонаря к первому наблюдателю. Первый наблюдатель, увидев свет фонаря второго наблюдателя, отмечает момент приема света. Промежуток времени между двумя отмеченными первым наблюдателем моментами, согласно Галилею, есть время, необходимое для распространения света от первого наблюдателя до второго и обратно. Скорость света в этом случае может быть вычислена, если удвоенное расстояние между двумя наблюдателями разделить на интервал времени, прошедший между двумя отмеченными первым наблюдателем моментами *. Если принять во внимание, что время, необходимое человеку для того, чтобы воспринять световой сигнал и открыть фонарь, а также фиксировать время, составляет десятки доли секунды, в то время как если бы даже два наблюдателя Галилея находились на расстоянии, равном диаметру земной орбиты, для распространения света от одного наблюдателя к другому необходимы сотые доли секунды, то становится ясной нереальность определения скорости света вышеописанным опытом — величина интервала времени между двумя фиксированными моментами обусловлена не тем, какое расстояние прошел свет, а реакцией наблюдателей.

Метод Ремера. Первый удачный эксперимент по определению скорости света был произведен датским астрономом О. Ремером в 1676 г. в Парижской обсерватории Ремер, пользуясь «естественными часами» — периодически повторяющимся затмением спутника Юпитера, — фактически измерил время прохождения светом диаметра земной орбиты.

Основу опыта Ремера составляет наблюдение затмения крупнейшего спутника Юпитера Ио (рис. I.1).

Период обращения Ио вокруг Юпитера составляет $T_0 = 1,77$ сут. Затмения происходят в моменты, когда Юпитер, будучи на одной прямой с Солнцем и спутником, находится между ними. Если бы Земля покоилась относительно Юпитера, то затмение Ио происходило бы через равные промежутки времени T_0 . Но, как известно, Земля вращается вокруг Солнца с орбитальной скоростью,

* Предположение Галилея о независимости скорости света от направления его распространения на сегодняшний день вполне соответствует действительности. Такое предположение составляет основу специальной теории относительности.

равной 30 км/ч, с периодом обращения, равным одному году. По этой причине промежутки между последовательными затмениями Ио будут разными и отличными от T_0 . Такая нерегулярность во времени затмения как раз была обнаружена Ремером. Он заметил, что в момент максимального сближения Юпитера с Землей (положение Z_1) промежуток между последовательными затмениями равен T_0 . С удалением Земли от Юпитера (положение Z_1) эти промежутки увеличивались последовательно по сравнению с T_0 . Также увеличение продолжалось до положения M . Затем наступает уменьшение, и в положении Z_2 период вновь становится равным T_0 . При дальнейшем сближении Земли с Юпитером, т. е. во втором полугодии, промежутки между последовательными затмениями Ио уменьшались и в очередном максимальном сближении Земли и Юпитера равнялись T_0 . По наблюдениям Ремера, в наиболее благоприятных положениях M и N промежутки между последовательными затмениями стали соответственно на 15 с больше и меньше, чем T_0 . Все это Ремер объяснил конечностью величины скорости света.

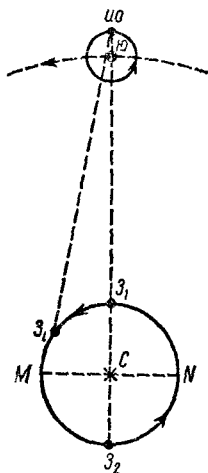


Рис. I.1

т. е. результат расчета будет зависеть главным образом от диаметра орбиты Земли.

За время между последовательными затмениями на пути $Z_1M Z_2$ Земля удаляется от Юпитера на определенное расстояние Δl_i , в результате чего световой сигнал, дошедший до Земли от Ио, задерживается на $\Delta t_i = \Delta l_i/c$, где c — скорость света в пустоте. Аналогичным образом на пути $Z_2N Z_1$ световой сигнал, исходящий от Ио, достигает Земли на $\Delta t_i = \Delta l_i/c$ раньше, так как в этом случае Земля приближается к Юпитеру на расстояние Δl_i . За каждое полугодие сумма этих удалений (или же приближений) составляет не что иное, как диаметр земной орбиты d .

Тогда, обозначив число затмений на полугодие через n , промежутки времени между последовательными затмениями Ио в первом полугодии ($Z_1M Z_2$) — через T_1, T_2, \dots, T_n , а во втором полугодии ($Z_2N Z_1$) — через T'_1, T'_2, \dots, T'_n , имеем:

$$\sum_{i=1}^n T_i - \frac{d}{c} = nT_0, \quad \sum_{i=1}^n T'_i + \frac{d}{c} = nT_0.$$

Вычитая второе уравнение из первого, получим

$$\frac{2d}{c} = \sum_{i=1}^n (T_i - T'_i).$$

Отсюда

$$c = \frac{2d}{\sum_{i=1}^n (T_i - T'_i)}.$$

Как видно, $t = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (T_i - T_i) = \frac{d}{c}$ есть время, равное времени прохождения

светом диаметра орбиты Земли. По результатам Ремера $t = 22$ мин. Учитывая это и принимая во внимание, что $d = 299 \cdot 10^6$ км, Ремер нашел $c = 225\,000$ км/ч. Если учесть не очень высокую точность метода Ремера, то полученное значение c можно считать приемлемым для того времени.

Более точные фотометрические наблюдения, проводимые над затмением Ио, дают $t = 16,6$ мин. Если считать величину среднего диаметра орбиты Земли равной $3 \cdot 10^{13}$ см, то получим

$$c \approx 3 \cdot 10^{10} \text{ см/с.}$$

Так как в расчеты Ремера входили расстояния от Солнца до Земли и Юпитера, а эти расстояния в те времена были известны лишь с большой погрешностью, точность измерения скорости света этим методом была невысока. Тем не менее результат Ремера, который служил доказательством того, что свет распространяется не мгновенно, а с некоторой конечной скоростью, имел принципиальное значение.

Метод Брэдли. Другой астрономический метод определения скорости света был использован в 1725 г. Дж. Брэдли. Он наблюдал звезду в созвездии Дракона и обнаружил, что ее положение явно менялось в течение года. Результаты его измерений количественно не согласовывались с теоретическими вычислениями параллактического смещения, что позволило прийти к выводу, что это явление нельзя объяснить параллаксом. Измерения, произведенные Брэдли, показали, что в результате годичного обращения Земли вокруг Солнца точки кажущегося расположения звезд на небе должны описывать в общем случае эллипсы. Эксцентриситет каждого эллипса зависит от угла β между направлением на данную звезду и направлением скорости движения Земли по орбите. В зависимости от конкретного значения β эллипс может вырождаться в прямую или превратиться в круг.

Явление, которое наблюдалось Брэдли, называется аберрацией света. Брэдли сначала не мог объяснить свои наблюдения кажущимся периодическим движением звезд. Наконец, благодаря случайной помощи матросов парусника, на котором Брэдли в числе других совершал путешествие по реке Темзе, ему удалось найти истинное объяснение этому явлению. Вот как это произошло. Парусник двигался долгое время то вниз, то вверх по реке. В день прогулки дул умеренный ветер. Брэдли заметил, что при каждом повороте парусника флюгер на его мачте немного поворачивался так, как будто изменилось направление ветра. Он этому удивился и обратился к матросам с вопросом, почему направление ветра регулярно меняется при каждом изменении курса парусника. Матросы объяснили Брэдли, что никакого изменения направления ветра не происходит и все обусловлено только изменением направления движения парусника. Это наблюдение навело Брэдли на мысль, что в явлении аберрации роль ветра играет распространение света, а роль парусника играет Земля. Следовательно, явление аберрации обусловлено вращением Земли вокруг Солнца и конечностью скорости распространения света и не имеет никакого отношения к собственному движению звезды.

Для подробного объяснения аберрации света и для введения количественных расчетов рассмотрим случай, когда $\beta = \pi/2$, т. е. когда звезда находится в полюсе эклиптики.

Как видно из рис. 12, если в данном случае ось трубы (телескопа) направить по линии AB , то из-за движения Земли изображение звезды не получится в центре A , а будет смещено в противоположном по отношению к v (скорости движения Земли по орбите) направлении. Чтобы получить изображение звезды в точке A , следует отклонить ось телескопа AD от вертикали в сторону движения Земли на угол α , величина которого, как легко видеть, определится из условия

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{MD}{AM} = \frac{MD}{AD} = \frac{v \Delta t}{l} = \frac{v \Delta t}{c \Delta t} = \frac{v}{c}.$$

Из-за $v \ll c$ угол aberrации α очень мал и поэтому AM принимаем равным AD . На самом деле, чтобы изображение звезды получилось в центре A , луч при своем распространении должен лежать на оси трубы AD . Это имеет место, если за время распространения света вдоль трубы длиной l нижний конец трубы переместится на расстояние, равное $MD = v\Delta t$. Наблюдателю, смотрящему в телескоп, кажется, что звезда находится не на линии AB , а на линии AD . За год вектор скорости движения Земли по орбите и связанное с ним направление AD поворачиваются на угол, равный 2π , т. е. направление AD прецессирует вокруг оси AB . Это равносильно тому, что наблюдаемая звезда совершает за год круговое движение с угловым радиусом, равным α . Брэдли нашел, что $\alpha = 20,5''$. Зная α и v , можно определить c :

$$c = v/\operatorname{tg} \alpha \simeq 3 \cdot 10^{10} \text{ см/с.}$$

Легко доказать, что при произвольном β aberrация определяется следующим образом:

$$\alpha = \frac{v}{c} \sin \beta.$$

Из последней формулы вытекает важный вывод: при $\beta = 0$ (прямолинейное движение по линии к звезде) $\alpha = 0$, т. е. aberrация отсутствует. Следовательно, aberrация света связана с изменением направления скорости Земли, т. е. ее вращением.

Если звезда лежит в плоскости эклиптики (плоскости орбиты Земли), то в течение года β меняется во времени по следующему закону:

$$\beta = 2\pi \frac{t}{T},$$

где T — период вращения Земли. Тогда

$$\alpha = \frac{v}{c} \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

т. е. звезда совершает кажущиеся колебания с угловой амплитудой v/c около среднего положения, соответствующего значению $\beta = 0$ или π .

Метод Физо. Впервые скорость света в лабораторных условиях была измерена французским физиком Физо в 1849 г. Физо несколько модернизировал схему эксперимента, предложенного еще 250 лет назад Галилеем. Он механизировал процесс прерывания светового луча и вместо одного из наблюдателей установил зеркало, мгновенно отражающее свет. С этой целью он использовал зубчатое колесо (рис. 1.3). Свет от точечного источника S , пройдя через линзы, попадает на полупрозрачную пластинку $П$. Отраженный от этой пластинки свет направляется на зубчатое колесо K , способное вращаться вокруг оси OO , далее, пройдя сквозь колесо и систему линз, попадает на зеркало M и, отразившись от этого зеркала, направляется к наблюдателю H . Вид зубчатого колеса показан на рис. 1.4.

Ради простоты принимаем, что ширина зубьев и просветов одинакова. Если расстояние между колесом и зеркалом M обозначить через l , то очевидно, что для прохождения светом расстояния от колеса до зеркала M и обратно, равного $2l$, затрачивается время $t = 2l/c$. Если колесо в покое, то прохождение света находится в зависимости от положения зубьев и просветов. Положим, что на пути луча света находится просвет колеса, т. е. к наблюдателю свет проходит. При вращении колеса в зависимости от величины угловой скорости свет может прийти или не прийти до наблюдателя. В момент, когда угловая скорость вращения достигнет такого значения ω_0 , при котором за время движения света от колеса до зеркала M и обратно на месте просветов окажутся зубья, отраженный от зеркала M свет не будет пропущен к наблюдателю, и он не увидит света, т. е.

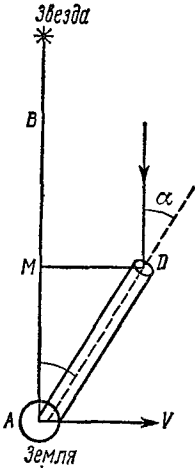


Рис. 1.2

наступит первое затемнение *. Время, требуемое для занятия места данного просветления соседним зубцом, равно

$$t = T_0/2N,$$

где $2N$ — число зубьев и просветлений на ободу колеса. Подставляя выражение t , получим

$$2l/c = T_0/2N.$$

Отсюда

$$c = 2N\omega_0 l/\pi,$$

где ω_0 — наименьшая угловая скорость колеса, при которой наблюдается первое затемнение. При известном l и N , измерив ω_0 в опыте, можно вычислить величину скорости света c .

Основная трудность в данном методе заключается в точном установлении момента затемнения. С целью повышения точности опыта следует увеличить l и пользоваться затемнениями высших порядков.

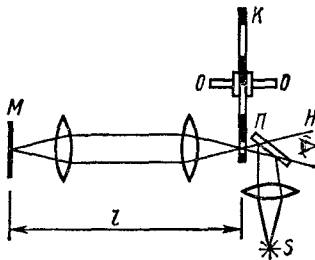


Рис. I.3

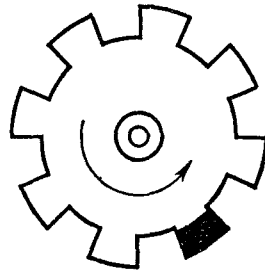


Рис. I.4

Физо нашел, что скорость света в воздухе равна

$$c = (315\,300 \pm 500) \text{ км/с.}$$

Метод Фуко. В 1850 г. Фуко, видоизменив метод Физо, заменил зубчатое колесо вращающимся восьмигранным зеркалом. Такая замена позволила осуществить лучшую фокусировку света и увеличить его интенсивность. Самая надежная величина скорости света, полученная Фуко (в 1862 г.), равна $(298\,000 \pm 500)$ км/с. Опыты И. Физо и Л. Фуко вооружили ученых более точными знаниями о скорости света. Оказалось, что с ней практически совпадает скорость распространения электромагнитных волн, вычисленная Максвеллом из общих уравнений электромагнитного поля. Это послужило толчком к развитию электромагнитной теории света. В 1927 г. Майкельсон применил более усовершенствованную схему метода с вращающимся зеркалом и, используя базисное расстояние, равное 35,5 км (расстояние между горами Вильсон и Сан-Антонио в Калифорнии), получил более точное значение для величины скорости света, чем все его предшественники, равное

$$c = (299\,796 \pm 4) \text{ км/с.}$$

С помощью своего прибора Фуко определил также скорость света в воде и пришел к выводу, что скорость света в жидкой среде меньше, чем в воздухе. Этот вывод находится в согласии с соответствующим выводом волновой теории света.

З а м е ч а н и е. Одним из наиболее интересных методов определения скорости света в лабораторных условиях является метод высокочастотного модули-

* Очевидно, что при дальнейшем увеличении угловой скорости вращения возникнет просветление (при двойной угловой скорости), дальше второе затемнение (при тройной угловой скорости) и т. д.

рования интенсивности света с использованием ячейки Керра. С помощью ячейки Керра была определена скорость света при базисном расстоянии всего около 3 м.

В последнее десятилетие предложен и развит новый способ * определения скорости света исходя из соотношения $v\lambda = c$, справедливого для любых электромагнитных волн независимо от частоты. Как следует из этого соотношения, скорость света можно вычислить, измеряя длину волны и частоту.

Точность измерения скорости света определяется в этом случае, во-первых, тем, насколько стабилен данный источник, и, во-вторых, тем, с какой точностью удается измерить частоту и длину волны излучения. Источниками электромагнитного излучения, наиболее удовлетворяющими этим требованиям, являются лазеры. Измерение длины волны **, основанное на явлении интерференции света, производится с ошибкой, не превышающей величину порядка 10^{-8} . Измерение частоты излучения основано на технике нелинейного преобразования частоты. Используемый прибор (например, полупроводниковый диод), приняв синусоидальное колебание некоторой частоты, дает на выходе колебания более высокой частоты — удвоенной, утроенной и т. д. Этот метод с помощью нелинейного элемента излучения кратной частоты позволяет измерять частоту излучения лазера и сравнивать его с частотами, измеренными прежде. Согласно результатам измерений, выполненным этим методом в 1972 г., скорость света в вакууме равна $(299792456,2 \pm 1,1)$ м/с. Новые методы разработки нелинейных фотодиодов, используемых для смещения частот светового диапазона спектра, позволяют в будущем увеличить точность лазерных измерений скорости света.

ПРИЛОЖЕНИЕ II

ЭЛЕМЕНТЫ ОПТИКИ ДВИЖУЩИХСЯ СРЕД

В каждом оптическом опыте участвуют три элемента: источник света, наблюдатель (или приемник) и среда (однородная или неоднородная) между ними. Представляет интерес изучить, как будут меняться законы оптических явлений или возникнут ли какие-либо новые оптические явления, если источник, наблюдатель и среда (например, воздух, жидкость, стекло и т. д.), в которой распространяется свет, движутся относительно друг друга. Это и есть задача, стоящая перед так называемой оптикой движущихся сред.

До сих пор (исключая aberrацию света) мы не принимали во внимание возможное изменение законов оптических явлений, когда источники, либо наблюдатель, либо среда движутся друг относительно друга, т. е. мы не имели дело с оптикой движущихся сред. Начиная с середины XVII в. проводились различные наблюдения и опыты в этой области с целью выяснения свойства эфира, изучения возможных влияний движения материальной среды (например, воды в опыте Физо, Земли в опыте Майкельсона и т. д.) на скорость распространения света. Эти опыты создали основу оптики движущихся сред, на базе которой возникла специальная теория относительности. К числу таких опытов относится эффект Допплера — смещение частот колебаний при движении источника или приемника, или же обоих одновременно друг относительно друга, явление aberrации света — отклонение луча источника при относительном движении источника и приемника, явление Физо — изменение скорости света в движущейся среде (увлечение света телом, движущимся относительно наблюдателя), опыт Майкельсона — влияние движения Земли относительно абсолютно покоящегося эфира на скорость распространения света и т. д.

Значительный вклад в область оптики движущихся сред, когда движение электрона в среде приводит к возникновению нового явления — эффекта Вавилова — Черенкова *** — внесли более поздние работы советских ученых, акаде-

* См.: Е л е ц к и й А. В. Скорость света. «Знание», 1975, с. 18; Ф о р у м К., Э с с е н Л. Скорость света и радиоволн, М., «Мир», 1973.

** См.: Д и т ч б е р н Р. Физическая оптика, с. 263; Б о р н М., В о л ь ф Э. Основы оптики, с. 399.

*** С эффектом Вавилова—Черенкова можно ознакомиться в кн.: Л а н д с б е р г Г. С. Оптика, с. 217.

ников С. И. Вавилова, П. А. Черенкова, В. Д. Гинзбурга, И. Е. Тамма, И. М. Франка (экспериментальное обнаружение и теоретическая разработка эффекта Вавилова — Черенкова).

Решение основных проблем оптики движущихся сред дано в первой работе Эйнштейна «К электродинамике движущихся тел» (1905 г.), разрешившей основные противоречия, связанные с наличием эфира. Эта работа легла в основу специальной теории относительности Эйнштейна и позволила рассмотреть с единой точки зрения явления оптики движущихся сред.

Эксперименты в области оптики движущихся сред, предшествующие специальной теории относительности

Как уже было отмечено, в основе одного из методов определения скорости света лежит явление аберрации света, о которой речь шла в приложении I. Отметим только то, что, согласно явлению аберрации света, эфир должен покоиться в гелиоцентрической системе. Это следует из независимости характера аберрации от направления движения звезд.

Остановимся еще на некоторых опытах в области оптики движущихся тел, обращая внимание также на их роль в деле обоснования специальной теории относительности.

Эффект Доплера. В 1842 г. Х. Допплером была высказана идея и дана классическая теория, согласно которой воспринимаемая частота должна меняться при сближении (или удалении) источника или приемника волн. В дальнейшем эта теория экспериментально подтверждена для акустических волн. Явление это известно как эффект Доплера.

Эффект Доплера в оптике впервые наблюдал Физо, обнаруживший смещение спектральных линий в излучении некоторых небесных светил.

Если исходить из идеи неподвижного эфира, относительно которого можно измерить скорость источника или приемника, то теория эффекта Доплера в акустике применима к эффекту Доплера в оптике, т. е. в случае движения источника

$$v = v_0 \frac{1 \pm v \cdot \cos \varphi / c}{1 - \left(\frac{v \cos \varphi}{c} \right)^2} \quad (II.1)$$

и в случае движения приемника излучения

$$v = v_0 (1 \mp v \cos \varphi / c), \quad (II.2)$$

где v_0 — частота излучения источника, v — принимаемая частота излучения при относительном движении источника или приемника, v — скорость относительного движения источника или приемника, φ — угол между направлением относительного движения и линией, соединяющей источник или приемник. Знаки плюс и минус указывают соответственно на сближение и удаление источника и приемника друг относительно друга.

Как видно, формулы (II.1) и (II.2) различаются множителем

$$\frac{1}{1 - (v \cdot \cos \varphi / c)^2}.$$

Этот множитель отличается от единицы на величину второго порядка малости относительно $\beta^2 = (v/c)^2$. Поскольку при движении Земли по ее орбите величина $(v/c)^2$ не больше 10^{-8} , разница между формулами (II.1) и (II.2) не была обнаружена путем непосредственного наблюдения величины доплеровского смещения $\Delta v = v - v_0$. Следовательно, с помощью эффекта Доплера нельзя было определить движение Земли относительно эфира, который предполагался неподвижным.

Однако движение Земли относительно неподвижного эфира, если бы оно имело место, можно было бы обнаружить при условии проведения соответствующих опытов с точностью не менее 10^{-8} . К числу таких опытов относится знаменитый опыт Майкельсона, о котором речь пойдет в конце этого параграфа.

Опыт Физо. Как нами уже было отмечено, опыт Физо (рис. II.1) был поставлен с целью выяснения вопроса о том, как влияет движение материальной среды (например, воды) на скорость распространения света. Рассмотрим этот опыт.

Луч, исходящий из источника S , падая на полупрозрачную пластинку Π , разбивается на два луча 1 и 2 . Лучи 1 и 2 проходят через трубки, наполненные водой, направление течения которой указано стрелкой. Лучи 1 и 2 после отражений от зеркал Z_1 , Z_2 и Z_3 распространяются по направлению к приемнику. Будучи когерентными, они могут интерферировать, образуя соответствующую интерференционную картину.

Если имеет место увлечение света водой, то при переходе от неподвижной воды к движущейся должно произойти смещение интерференционных полос. Вычислим добавочную разность хода при таком переходе между лучами 1 и 2 . Ввиду того что луч 1 распространяется в направлении течения воды, а луч 2 — в противоположном направлении, то скорость света в воде будет соответственно $c/n + v$ и $c/n - v$, где n — показатель преломления воды, v — скорость ее течения, c — скорость света в вакууме. Если длину пути луча в воде обозначить через l , то добавочная разность хода, выраженная в длинах волн, будет равна

$$\Delta = \left(\frac{l}{c/n - v} - \frac{l}{c/n + v} \right) \frac{c}{\lambda} = \frac{2lvn^2c}{\lambda(c^2 - n^2v^2)} \approx \frac{2lvn^2}{\lambda c}, \quad (\text{II.3})$$

если пренебречь величиной $(nv/c)^2$ по сравнению с единицей.

Опыт Физо, а также другие варианты этого опыта, сделанные позднее различными авторами, привели к смещению интерференционных полос примерно в два раза меньше ожидаемого. Зная смещение интерференционных полос, можно вычислить величину так называемого коэффициента увлечения κ (при известных c/n , v и l). Согласно опыту Физо, коэффициент увлечения имел значение $\kappa = 1 - 1/n^2$, т. е. вода при своем движении частично увлекала эфир. Этот результат Физо, находясь в полном согласии с предсказанием Френеля*, противоречил результату явления абберации света, согласно которому эфир вообще не увлекается. Лорентц, показав, что все интерференционные опыты с точностью до $(v/c)^2$ во всех инерциальных системах протекают одинаково, на время спас эфир. Он для оправдания гипотезы «абсолютного движения» в непод-

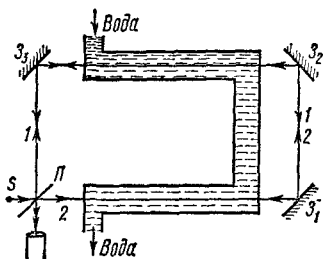


Рис. II.1

вижном эфире предложил формулы преобразования при переходе от одной инерциальной системы к другой, известные под названием формул преобразования Лорентца.

Опыт Майкельсона. Идея опыта Майкельсона заключалась в следующем: если существует покоящийся эфир, то при движении Земли по орбите вокруг Солнца должен возникать эфирный ветер, влияющий на скорость распространения света. Для проверки этой гипотезы Майкельсоном был проделан опыт, схема которого была ранее представлена на рис. 5 19 (см. § 5, гл. V).

Интерферометр Майкельсона располагался таким образом, чтобы одно плечо (луч l) совпадало с направлением движения Земли, а второе было ему перпендикулярно. Если вычисления произвести в системе, связанной с предполагаемым неподвижным эфиром, то при повороте прибора на 90° возникает добавочная разность хода и поэтому должно наблюдаться смещение интерференционной картины, зависящее от величины плеча. С помощью величины этого смещения можно вычислить абсолютную скорость движения Земли в эфире**. Ни опыт

* Френель задолго до опыта Физо показал, что материя, движущаяся в эфире, должна увлекать собой частично эфир. Для коэффициента увлечения он получил выражение $\kappa = 1 - 1/n^2$.

** См.: Ландсберг Г. С. Оптика, гл. XXI; Франкфурт У., Френк А. Оптика движущихся тел, 1972.

Майкельсона (1881 г.), ни более усовершенствованный опыт Майкельсона — Морли (1887 г.) не дали ожидаемого смещения интерференционной картины.

Варианты опыта Майкельсона, проведенные в последнее время с использованием лазерных источников света, дали такой же отрицательный результат.

Следовательно, понятие абсолютного движения в неподвижном эфире не имеет места. Поэтому совершенно безразлично, движется ли источник относительно приемника или наоборот. Иначе мы имели бы возможность определить абсолютное движение системы в эфире.

Отрицательные результаты опыта Майкельсона отвергли теорию Лорентца, вытекающую из гипотезы о неподвижности эфира. Можно было бы основываться на теории Герца, согласно которой эфир полностью увлекается движущимися телами. Однако если исходить из теории Герца, то эфир должен полностью увлекаться атмосферой Земли при ее орбитальном движении, что противоречит явлению звездной аберрации.

Опыты Физо, Майкельсона и др., изложенные в этом параграфе, приводят к заключению о постоянстве скорости света. Поскольку постоянство скорости света несовместимо с ньютоновскими представлениями о пространстве и времени, его признание влекло за собой коренное изменение привычных нам представлений о пространстве и времени.

Основы специальной теории относительности

В основе классической механики лежит принцип относительности Галилея, согласно которому все механические явления при одинаковых начальных условиях протекают одинаково во всех инерциальных системах отсчета. Инвариантность уравнений механики по отношению к преобразованиям Галилея есть математическое выражение вышеупомянутого принципа относительности механики.

При переходе от одной системы координат к другой уравнения Максвелла не являются инвариантными по отношению к преобразованиям Галилея*.

А. Эйнштейн, отрицая классические представления об абсолютном времени и пространстве, предложил специальную теорию относительности. В основу этой теории Эйнштейна были положены два постулата, являющиеся обобщением перечисленных в предыдущем параграфе экспериментальных фактов

1) скорость света в вакууме одинакова во всех инерциальных системах координат,

2) законы природы одинаковы во всех инерциальных системах координат.

Второй постулат фактически представляет собой распространение принципа относительности Галилея на оптические и электрические явления. Оба постулата были подтверждены многочисленными опытными данными.

Согласно специальной теории относительности**, координаты и скорости преобразуются при переходе от одной системы к другой (рис. II.2) по формулам преобразования, носящим названия преобразования Лорентца.

Преобразования Лорентца при переходе от системы координат K' (x' , y' , z') к системе K (x , y , z), если оси x и x' совпадают, а оси y и z параллельны осям y'

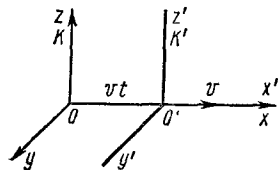


Рис. II.2

* Уравнения Максвелла в вакууме оставались инвариантными относительно преобразования Лорентца. Однако далее выяснилось, что теорию Лорентца нельзя было принять как основу для истолкования всех оптических измерений с использованием движущихся тел.

** Со специальной теорией относительности подробно можно ознакомиться в кн.: Матвеев А. Н. Механика и теория относительности. М., «Высшая школа», 1976; Угаров В. А. Специальная теория относительности. М., 1969.

и z' , имеют вид:

$$\begin{aligned}x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \\y' &= y, \\z' &= z, \\t' &= \frac{t - v/c^2 \cdot x}{\sqrt{1 - \beta^2}}.\end{aligned}\tag{II.4}$$

Отсюда и вытекает следующий закон сложения скоростей:

$$u = \frac{u' + v}{1 + u'v/c^2},$$

где $\beta = v/c$, c — скорость света в вакууме, $u = dx/dt$ — скорость тела в системе K , $u' = dx'/dt'$ — скорость тела в системе K' , v — скорость движения системы K' относительно системы K вдоль оси x .

Специальная теория относительности дала объяснение многим опытным данным (абберация света, явление Допплера, опыт Физо и т. д.), справедливо считающимся наряду с опытом Майкельсона экспериментальной основой специальной теории относительности. Остановимся лишь на объяснении результата опыта Физо.

В теории относительности коэффициент увеличения Френеля объясняется просто как следствие релятивистской формулы сложения скоростей. Действительно, в опыте Физо для скорости света (относительно прибора вне воды) в движущейся воде, исходя из формулы сложения скоростей, имеем

$$u = \frac{c/n + v}{1 + v/c^2 \cdot c/n} = \frac{(c/n + v)(1 - v/cn)}{1 - v^2/c^2 n^2} \approx c/n + v(1 - 1/n^2),$$

где $u' = c/n$ — скорость света в неподвижной воде, v — скорость движения воды. Как следует из полученного выражения, наблюдаемое изменение интерференционной картины в опыте Физо будет таково, как если бы движение воды изменило скорость распространения света в ней на $v(1 - 1/n^2) = vk$, где $k = 1 - 1/n^2$.

Явление Допплера

Явление Допплера кроме его значения в экспериментальном обосновании специальной теории относительности имеет еще и самостоятельное научное значение, что вызывает необходимость более подробного анализа.

С одним из выводов Допплера мы знакомы из курса механики. Остановимся теперь на другом выводе, основанном на применении преобразования Лорентца к оптике движущихся сред, используя при этом инвариантность фазы при переходе из одной системы координат в другую. Инвариантность фазы световой волны $\Phi = \omega t - (\vec{k}\vec{r})$, где \vec{r} — трехмерный радиус-вектор, проведенный из начала координат в любую точку фронта волны, относительно преобразования Лорентца можно доказать путем непосредственного вычисления (доказательство поручается читателям).

Пусть линейно-поляризованная плоская световая волна распространяется в системе $K(x, y, z, t)$, связанной с источником излучения, в направлении \vec{k} (\vec{k} — волновой вектор световой волны). Уравнение волны в этой системе запишется в виде

$$\left. \begin{aligned}\vec{E} &= \vec{E}_0 \exp(i\Phi), \\ \vec{H} &= \vec{H}_0 \exp(i\Phi),\end{aligned}\right\}\tag{II.5}$$

где

$$\Phi = \omega \left(t - \frac{x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma}{c} \right).\tag{II.6}$$

В системе K' (x', y', z', t'), связанной с приемником света, движущейся относительно системы K (x, y, z, t) со скоростью v , уравнения волны будут иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}' &= \vec{E}'_0 e^{i\Phi}, \\ \vec{H}' &= \vec{H}'_0 e^{i\Phi}, \end{aligned} \right\} \quad (II.7)$$

где

$$\Phi' = \omega' \left(t' - \frac{x' \cos \alpha' + y' \cos \beta' + z' \cos \gamma'}{c} \right), \quad (II.8)$$

α, β, γ и α', β', γ' — направляющие углы волнового вектора, соответственно в системе K и K' .

Согласно инвариантности фаз относительно преобразования Лорентца, имеем $\Phi = \Phi'$
или

$$\omega \left(t - \frac{x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma}{c} \right) = \omega' \left\{ \frac{t - \beta^2 x/v}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1/c \left(\frac{x - vt}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cos \alpha' + y \cos \beta' + z \cos \gamma' \right) \right\}. \quad (II.9)$$

Соотношение (II.9) справедливо при любых значениях x, y, z, t . Исходя из этого и переходя к обычной частоте, имеем

$$v' = v \frac{1 - \beta \cos(\vec{k}\vec{v})}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (II.10)$$

где v — частота излучения источника, v' — наблюдаемая частота.

Следовательно, формула (II.10) определяет зависимость наблюдаемой частоты источника света от величины и направления скорости его относительного движения (эффект Доплера).

Эффект Доплера был использован при определении лучевой скорости звезды (слагаясь скорости звезды вдоль линии, соединяющей звезду и Землю), для оценки скорости извержения водородных масс на Солнце, для измерения скорости вращения солнечного диска и т. д. Благодаря эффекту Доплера были открыты двойные звезды — звезды, обращающиеся вокруг общего центра тяжести.

Эффект Доплера приводит также к уширению спектральной линии ввиду хаотического движения излучающих свет атомов и ионов. Как показывают простые расчеты, величина доплеровского уширения в этом случае прямо пропорциональна по формуле квадратному из абсолютной температуры светящегося газа, что позволяет, измерив ширину доплеровского контура $\Delta\lambda_{\text{Доп}}$, определить температуру газа. Аналогичным образом (с помощью уширения ионных линий) можно измерить высокую температуру «горячей плазмы».

Продольный эффект Доплера. Световая волна распространяется вдоль направления относительной скорости движения приемника \vec{v} , т. е. $\cos(\vec{k}\vec{v}) = 1$. Тогда, согласно (II.2), имеем

$$v' = v \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}}. \quad (II.11)$$

Это явление носит название продольного эффекта Доплера. При малых ($v \ll c$) относительных скоростях v , разлагая (II.11) в ряд по степеням β и пренебрегая членом порядка β^2 , получим

$$v' = v(1 - \beta). \quad (II.12)$$

Из (II.12) можно вычислить доплеровский сдвиг частоты $\Delta\nu$:

$$\Delta\nu/\nu = -v/c. \quad (II.13)$$

Или, ввиду того, что $d\nu/\nu = -d\lambda/\lambda$, то

$$\Delta\lambda/\lambda = v/c. \quad (II.14)$$

Как следует из (II.13) и (II.14), при удалении источника и приемника друг от друга, т. е. при их положительной относительной скорости происходит сдвиг в область более длинных волн ($v' < v$, $\lambda' > \lambda$), что называется красным смещением. При сближении источника и приемника света $v' > v$ ($\lambda' < \lambda$), т. е. происходит так называемое фиолетовое смещение.

Опыты Белопольского и Голицына по обнаружению продольного эффекта Допплера. Продольный эффект Допплера был впервые обнаружен в лабораторных условиях русским астрофизиком А. А. Белопольским в 1898 г. Окончательные результаты Белопольского были опубликованы в 1900 г.

Аналогичные опыты были повторены Б. Б. Голицыным в 1907 г.

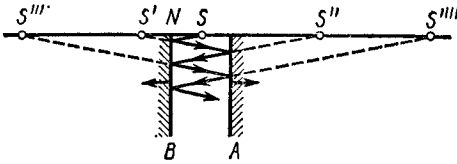


Рис. II.3

Схема опыта Белопольского представлена на рис. II.3. В середине между двух зеркал А и В, способных перемещаться друг относительно друга, помещен источник света S. Многократное отражение света от движущихся зеркал позволяет увеличить скорость движения источника. Обозначим расстояние от источника S до одного из зеркал А и В через x . Тогда расстояния от источника до его первого, второго, j -го изображения соответственно будут: $SS' = 2x$, $SS'' = 4x$, ..., $SS^{ij} = 2jx$.

Очевидно, что при движении зеркал со скоростью $v = dx/dt$ нормально к их поверхностям движутся и все изображения. Тогда для скорости j -го изображения имеем

$$v_j = \frac{d(2jx)}{dt} = 2jv,$$

откуда видно значительное повышение скорости наблюдаемого источника, который является j -е изображение действительного источника. В опытах Белопольского $v_j = 670$ м/с (у Голицына v_j от 250 до 350 м/с). В качестве спектрального прибора, регистрирующего смещение частоты, Белопольским был использован трехпризмный спектрограф, Голицыным — эшелон Майкельсона.

В предложенной схеме Белопольского зеркала представляли собой радиальные лопасти двух колес (рис. II.4), приводимых во вращение с помощью моторов, обеспечивающих строго постоянную скорость.

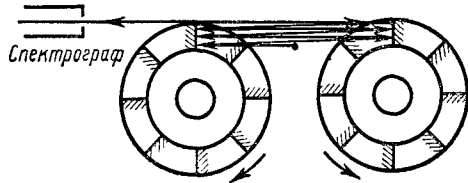


Рис. II.4

Поперечный эффект Допплера. Относительная скорость источника и приемника перпендикулярна направлению распространения волны, т. е. $\text{сcс}(\vec{k}\vec{v}) = 0$. Учитывая это в (II.15), имеем

$$v' = \frac{v}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (II.15)$$

Наблюдение изменения принимаемой частоты при распространении света перпендикулярно скорости относительного движения называется поперечным эффектом Допплера. Этот эффект экспериментально был наблюден в 1938 г.

Разлагая правую часть (II.15) в ряд по степеням β и ограничиваясь членом порядка β^2 , имеем:

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{1}{2} \beta^2. \quad (II.16)$$

Как следует из (II.16), поперечный эффект Допплера является эффектом второго порядка относительно β , в то время как продольный эффект Допплера является эффектом первого порядка.

Поперечный эффект, хотя и много меньше продольного, имеет принципиальное значение — он не имеет места в акустике, что является качественным отличием эффекта в акустике и в оптике.

В основе одного из современных и точных методов проверки формулы поперечного допллеровского смещения лежит недавно открытый так называемый эффект Мёссбауэра. Полученные с помощью этого метода результаты с большой точностью совпали с результатами теории.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Аберрации оптических систем 186 и д.
 — сферические 186, 187
 — хроматические 187, 188
 Анизотропия среды 246 и д.
 Астигматизм 189, 190
- Бизеркала Френеля 81, 82
 Билинза Бийе 83, 84
 Бипризма Френеля 83
- Вектор поляризации 391 и д.
 — Умова — Пойнтинга 26, 250
 Вентильный фотоэффект 346
 Волна в анизотропной среде 248—254
 — монохроматическая 23, 27, 45
 — опорная 205
 — плоская 23, 27, 45, 63
 — предметная 205
 — —, восстановление 207, 208
 — стоячая 96, 97
 — электромагнитная 21, 22
 — —, поперечность 23, 24, 224
 — —, скорость в среде 22, 23
 Волновая поверхность 248
 — —, в анизотропной среде 249, 257—260
 Волны когерентные 71 и д.
 Вращение плоскости поляризации 294—305
 — — —, гипотеза Френеля 296—298
- Главные плоскости центрированной системы 184, 185
 Голограмма 206, 208 и д.
 — точечного объекта 210—215
 Голографическая интерферометрия 222
 Голография 205 и д.
 — панорамная 220, 221
 — по Денисюку 208, 209, 218, 219
 — — Лейту — Упатниексу 208, 209, 215
 — —, применения 221, 222
 — — цветная 219
- Давление света 349—353
 — —, квантовая теория 352, 353
 — —, опыты Лебедева 350—352
 Двойное лучепреломление 229—231
 — — искусственное 284 и д.
- Диспергирующая среда 28
 Дисперсионная область 196, 197
 Дисперсия аномальная 265
 — —, «крюки» Рождественского 267, 268
 — —, метод скрещенных приборов 266, 267
 — — дифракционной решетки 194, 195
 — — интерферометра Фабри — Перо 193
 — —, квантовая теория 275
 — — нормальная 264
 — — призмы 192, 193
 — — спектральных приборов 191, 192
 — —, электронная теория 269 и д.
 Дисторсия 188
 Дифракционная решетка 144—156
 — —, амплитудная 150, 151
 Дифракционная решетка одномерная синусоидальная 151, 152
 — — фазовая 150, 152
 Дифракция 118 и д.
 — на двумерной решетке 155, 156
 — — трехмерной решетке 162, 163
 — рентгеновских лучей 163, 164
 —, условие подобия 125
 — Фраунгофера 135 и д.
 — — от двух щелей 143, 144
 — — — круглого отверстия 142, 143
 — — — многих щелей 144 и д.
 — — — —, распределение интенсивности 145—148
 — — — — одной щели 136—141
 — — — —, влияние немонохроматичности 139, 140
 — — — — прямоугольного отверстия 141, 142
 — Френеля 130 и д.
 — — от круглого отверстия 130, 131
 — — — — препятствия 131, 132
 — — — — прямолинейного края 132, 133
 Диэлектрическая восприимчивость линейная 391, 396
 — — нелинейная 391, 396
 — — проницаемость 7, 22, 60, 246
 — —, главные значения 247, 248
 — — комплексная 60
 — —, тензор 246—248
 — —, —, главные оси 247
 Добротность осциллятора 33

Естественная ширина спектральной линии 39—41

Закон Брюстера 226—228

— Бугера 62, 280, 281, 378

Закон Вина 327—330

— Кирхгофа 324, 325

— Малюса 225, 242

— Мозели 161, 162

— Рэлея — Джинса 330, 331

— Стефана — Больцмана 326, 327

Зеркало Ллойда 84

Зонная пластинка Вуда 127

— — Френеля 126—128, 212, 213

Зоны Френеля 121 и д.

Излучение атомов и молекул 357, 358

— вынужденное 339, 380

— диполя 29 и д.

— —, время жизни 34, 35

— лазера 68, 353, 387, 388

— —, интенсивность 388

— —, монохроматичность 387

— —, направленность 387, 388

— —, рекомбинационное 359

— —, спектр частот 37 и д.

— спонтанное 339, 380

— тепловое 323 и д.

— тормозное 156, 157

Инверсная заселенность уровней 352

Интенсивность света 8, 27, 51, 52

— светового потока 13

Интерференционное зеркало 108

Интерференционные полосы 74 и д.

— —, контрастность 76, 102, 115

— —, локализация 86, 89, 90

Интерференционные полосы равного наклона 85, 86

— —, равной толщины 88, 89

— —, ширина 75, 110, 116

Интерференция 71 и д.

— многолучевая 100 и д.

— полтризованного света 240—245

—, применения 164 и д.

Интерферометр Жамена 109, 110

— Люмгера — Герке 117

— Майкельсона 78, 90, 112, 113

— Рождественского 111, 112

— сферический 114

— Фабри — Перо 113—116

Источники света 375 и д.

— — люминесцентные 377, 378

— — тепловые 375, 376

Катодoluminesценция 360

Когерентность 70 и д.

— временная 78 и д.

— время 79

— пространственная 90 и д.

— частичная 77 и д.

Кольца Ньютона 93 и д.

Кома 188, 189

Компенсатор Бабиня 239, 240

— Солейера 240

Коэффициенты Эйнштейна 339—341, 380 и д.

— — дифференциальные 381

Кристалл двусосный 230, 256—258

— одноосный 230, 256, 257, 259

Критическая опалесценция 310

Лазер 378—390

—, применения 388—390

—, принцип действия 383—386

—, условие генерации 386

Линза 179 и д.

—, построение изображения 181, 182

Луч необыкновенный 231, 261—263

— обыкновенный 231, 261—263

Лучевой эллипсоид 255

Лучистое трение 35—37

Люминесцентный анализ 374

Люминесценция тушения 371 и д.

— — концентрационное 373

— — при соударениях 372, 373

— — температурное 372

Люминесценция 356—374

— в газах 361

— — жидкостях 361

— — твердых телах 361, 362

—, закон Стокса — Ломмеля 363

—, квантовый выход, 368, 369

—, правило Левинсона 366, 367

—, применения 373, 374

—, свечение рекомбинационное 371

—, самостоятельное 369, 370

—, соотношение Степанова 367, 368

—, энергетический выход 369

Магнитооптика, вращение плоскости поляризации 300—305

Магнитооптика, эффект Зеемана 292—294

—, — Коттон — Мутона 294

Метод графического сложения амплитуд 128—130, 137

— Линника 84, 85

— Липпмана 98, 99, 215, 216

Мираж 170, 171

Модель атома по Бору 159, 160

Нелинейная оптика 9, 282, 283, 391—412

— —, генерация второй гармоники 392—393, 403—406

— —, — третьей гармоники 393

— —, многофотонные процессы 394, 401—403

— —, параметрическая генерация света 407—409

- —, самофокусировка света 398—401
- поляризация среды 391 и д.
- Оптическая длина пути 168
- индикатриса 254, 255
- ось кристалла 256
- Оптическая активная среда 295, 298
- Оптические волокна 57—59
- Оптический контакт 52, 53
- резонатор 383—385
- Опыт Винаера 97, 98
- Майкельсона 420
- Манделъштама — Зелени 56
- Физо 420
- Юнга 80, 81
- Опыты Вавилова 348, 349
- Освещенность 14
- Отражение 4, 47, 60
- , закон 47, 48, 168, 169
- , коэффициент 52, 53, 65, 102
- Отражение от поверхности металла 60, 61, 63
- полное внутреннее 53—56
- — —, предельный угол 53
- Отрицательная температура 382
- Переходы безызлучательные 359
- оптические 338
- Пирометр радиационный 334
- с исчезающей нитью 336
- Планка гипотеза 8, 337
- Пластинка полуволновая 237
- четвертьволновая 237
- Поверхность нормалей 258
- Поглощение света 271, 272, 279—283
- —, коэффициент 281—283
- — многофотонное 345, 401—403
- — отрицательное 283, 379, 380
- Поляризация света 224 и д.
- — линейная 224, 225
- — круговая 64, 238, 239
- — при отражении и преломлении 63, 226—229
- — хроматическая 243
- — эллиптическая 63, 64, 234—239, 253, 254
- — —, получение 234 и д.
- Поляризуемость 270—274, 276, 281
- Поляриметр 300
- Поляроид 234
- Постоянная Верде 301
- Керра 290
- Комптона 348
- Планка 159, 332
- Постоянная Ридберга 161
- Правило Прево 324
- смещения Вина 328, 329
- Преломление 4, 5, 47 и д.
- , закон 47, 48, 169, 170
- , показатель 4, 5, 7, 22, 60
- , — для анизотропной среды 251, 252
- , — — газа 272, 273
- , — комплексный 60, 271
- , —, нелинейная поправка 397
- Призма 190, 191
- Волластона 233
- Глана — Фуко 232, 233
- Николя 232
- Рошона 233
- Принцип Гюйгенса 5, 118
- — Френеля 119, 120, 125
- суперпозиции 67
- Ферма 167, 168
- Просветление оптики 106, 107
- Пьезокристалл 288
- Пятно Пуассона 132
- Разрешающая сила дифракционной решетки 194, 195
- — микроскопа 199—203
- — —, пути увеличения 203
- — объектива 196
- — спектральных приборов 193, 194 и д.
- — телескопа 198, 199
- Рассеяние света 306—322
- Рассеяние света в газах, статистическая теория 311—314
- — — —, формула Рэля 313
- — — жидкостях 318, 139
- — — твердых телах 320
- — комптоновское 347, 348
- — молекулярное 309—311
- — на границе сред 321, 322
- —, поляризация и деполяризация 314—317
- —, теория Рэля 307, 308
- —, цвет неба 308, 309
- — параметрическое 410—412
- Рентгеновская трубка 158
- Рентгеновские лучи 157, 161
- — дискретного спектра 159—162
- — сплошного спектра 158, 159
- Рентгеноспектроскопия 165
- Рефрактометр интерференционный III
- Пульриха 59
- Светимость 13
- Световой поток 10
- Сила осциллятора 273, 274
- света 11
- Скорость групповая 27—29
- света 4—7, 22, 23, 421
- —, методы определения 413—418
- фазовая 27, 29
- Спектральное разложение 41 и д.
- —, дифракционная решетка 154, 155
- Спектрограф дифракционный 154
- Спираль Корню 133—135

Способность излучательная 323, 337
— — максимальная 329
— поглотительная 323
Стигматическое изображение 174
Температура радиационная 333, 334
— цветовая 335
— яркостная 335, 336
Теорема Бабинэ 132
— Лагранжа — Гельмгольца 176, 177
Теория относительности специальная 421, 422
Турмалин 234
Увеличение линейное 178
— продольное 185
— угловое 178, 185
Угол Брюстера 49, 50, 52, 226
«Ультрафиолетовая катастрофа» 331
Уравнение волновых нормалей Френеля 252
— лучевое 252
Уравнения волновые 23
— Максвелла для непроводящей среды 21, 249
— — — проводящей среды 60
Фазовый синхронизм 404
— —, направление синхронизма 406
Флуоресценция 361
— резонансная 366
Формула Вульфа — Брэгга 164, 165
— Лоренца — Лорентца 277, 278
Планка 331—333
— —, вывод 340, 341
Формулы Френеля 48, 49
— Эйри 101

Фосфоресценция 361
Фотолюминесценция 360
Фотометр Люммера — Бродхуна 19
— равной яркости 17
сферический 18
— фотоэлектрический 20
Фотометрия 10 и д.
Фотопроводимость 346
Фотосинтез 353
Фотоупругость 284, 285
Фстохимическое действие света 353—355
Фотоэффект 342—345
— внутренний 346
—, «красная граница» 344, 345
— многофотонный 345
Хемилюминесценция 360
Электролюминесценция 360
Электрооптическая модуляция света 287, 288
Эллисометрия 64
Эффект Вавилова — Черенкова 39
— Допплера 419, 423, 424
— Комптона 347
— электрооптический квадратичный 289—292
— — линейный 285—288
Эшелон Майкельсона 152, 153
— — Вильямса 153
Яркость 12
Ячейка Керра 289
Ячейка Погкельса 288

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
Введение	3
Глава I. Фотометрия	10
§ 1. Фотометрические величины	10
§ 2. Единицы измерения световых величин	14
§ 3. Методы измерения световых величин	17
Глава II. Электромагнитная теория света	21
§ 1. Электромагнитная природа света	21
§ 2. Распространение электромагнитной волны. Фазовая и групповая скорости	27
§ 3. Классическая теория электромагнитного излучения	29
§ 4. Ширина спектральных линий	37
§ 5. Спектральное разложение сложных колебаний	41
Глава III. Преломление и отражение света на границе между диэлектриками	45
§ 1. Отражение и преломление света на границе двух однородных прозрачных диэлектриков	45
§ 2. Полное внутреннее отражение	53
§ 3. Отражение света от поверхности металла	60
Глава IV. Когерентность света как его способность к интерференции	67
§ 1. Принцип суперпозиции линейной оптики	67
§ 2. Сложение колебаний. Когерентность и интерференция	68
§ 3. Ширина интерференционных полос	74
§ 4. Влияние некогерентности света на интерференцию. Временная когерентность	76
§ 5. Способы получения когерентных пучков в оптике делением волнового фронта	81
§ 6. Способы получения когерентных пучков в оптике делением амплитуды	85
§ 7. Влияние размеров источника на интерференцию. Пространственная когерентность	90
Глава V. Интерференционные оптические явления	93
§ 1. Кольца Ньютона	93
§ 2. Стоячие световые волны. Опыт Винаера	96
§ 3. Многолучевая интерференция	100
§ 4. Применение интерференции	104
§ 5. Двухлучевые интерферометры	109
§ 6. Многолучевые интерферометры	113
Глава VI. Дифракция света	118
§ 1. Принцип Гюйгенса—Френеля	118
§ 2. Зонная пластинка	126
§ 3. Метод графического сложения амплитуд	128
§ 4. Дифракция на круглом отверстии, круглом препятствии и на прямой линии на краю непрозрачного экрана	130

§ 5. Дифракция в параллельных лучах (дифракция Фраунгофера) . . .	135
§ 6. Дифракция света от прямоугольного и круглого отверстий . . .	141
§ 7. Дифракция света от двух и многих щелей. Дифракционная решетка	143
§ 8. Наклонное падение лучей на дифракционную решетку	148
§ 9. Дифракционные решетки	149
§ 10. Одномерная синусоидальная дифракционная решетка	151
§ 11. Ступенчатые решетки (эшелон Майкельсона и Майкельсона—Вильямса)	152
§ 12. Дифракционная решетка как прибор для спектрального разложения света	154
§ 13. Дифракция на двухмерной решетке	155
§ 14. Рентгеновские лучи сплошного и дискретного спектра	156
§ 15. Дифракция на трехмерной решетке. Дифракция рентгеновских лучей (формула Вульфа—Брэгга)	162
Глава VII. Основы геометрической оптики	166
§ 1. Принцип Ферма	167
§ 2. Преломление света на сферической поверхности	172
§ 3. Теорема Лагранжа—Гельмгольца	176
§ 4. Тонкая линза	179
§ 5. Центрированная оптическая система и ее кардинальные элементы	183
§ 6. Недостатки (абберации) оптических систем	186
§ 7. Характеристики спектральных приборов	190
§ 8. Разрешающая сила телескопа и микроскопа	198
Глава VIII. Оптическая голография	204
§ 1. Понятие о голографии	204
§ 2. Голограмма точки	210
§ 3. Запись голограммы в трехмерных средах (метод Денисюка)	215
§ 4. Применение голографии	221
Глава IX. Поляризация света	224
§ 1. Поперечность световых волн. Линейно поляризованный свет	224
§ 2. Поляризация света при отражении и преломлении на границе двух диэлектриков	226
§ 3. Двойное лучепреломление	229
§ 4. Поляризационные приборы	231
§ 5. Эллиптически поляризованный свет	234
§ 6. Компенсаторы	238
§ 7. Интерференция поляризованного света	240
Глава X. Оптически анизотропные среды	246
§ 1. Диэлектрическая проницаемость анизотропной среды	246
§ 2. Особенности распространения света в анизотропных средах	248
§ 3. Эллипсоид волновых нормалей (оптическая индикатриса) и лучевой эллипсоид	254
§ 4. Оптические оси первого и второго рода	256
§ 5. Волновая (лучевая) поверхность и поверхность нормалей	257
§ 6. Построение Гюйгенса в одноосных кристаллах	261
Глава XI. Дисперсия и поглощение света	264
§ 1. Дисперсия света	264
§ 2. Экспериментальное исследование аномальной дисперсии	265
§ 3. Электронная теория дисперсии	269
§ 4. Учет действия окружающих молекул среды. Молекулярная рефракция	276
§ 5. Поглощение света	279
Глава XII. Фотоупругие, электрооптические и магнитооптические явления	284
§ 1. Фотоупругость	284
§ 2. Линейный электрооптический эффект (эффект Погкельса)	285
§ 3. Квадратичный электрооптический эффект (эффект Керра)	289

§ 4.	Магнитооптические явления	292
§ 5.	Вращение плоскости поляризации (оптическая активность) . . .	294
§ 6.	Элементарная теория вращения плоскости поляризации	296
§ 7.	Магнитное вращение плоскости поляризации (эффект Фарадея) . . .	300
Г л а в а XIII. Рассеяние света		
§ 1.	Рассеяние света в мутных средах	306
§ 2.	Молекулярное рассеяние света в газах	309
§ 3.	Статистическая теория рассеяния света в газах	311
§ 4.	Поляризация и деполаризация рассеянного света	314
§ 5.	Рассеяние света в конденсированных средах	318
§ 6.	Рассеяние света на границе раздела жидкость—газ и жидкость— жидкость	321
Г л а в а XIV. Тепловое излучение		
§ 1.	Излучательная и поглощательная способности тел	323
§ 2.	Закон Кирхгофа	324
§ 3.	Закон Стефана—Больцмана	325
§ 4.	Закон Вина	327
§ 5.	Закон Рэлея—Джинса	330
§ 6.	Формула Планка	331
§ 7.	Оптическая пирометрия	333
Г л а в а XV. Квантовые свойства света		
§ 1.	Гипотеза Планка и понятие о световом кванте	337
§ 2.	Вывод формулы Планка по Эйнштейну	338
§ 3.	Фотоэлектрический эффект	342
§ 4.	Внутренний фотоэффект	346
§ 5.	Комптоновское рассеяние света	347
§ 6.	Опыты Вавилова	348
§ 7.	Давление света	349
§ 8.	Фотохимическое действие света	353
Г л а в а XVI. Люминесценция		
§ 1.	Механизмы возникновения люминесценции	356
§ 2.	Классификация люминесценции по методу возбуждения и по длительности свечения	360
§ 3.	Люминесценция в газах, жидкостях и твердых телах	361
§ 4.	Законы люминесценции	363
§ 5.	Выход люминесценции	368
§ 6.	Законы загухания	369
§ 7.	Различные виды тушения люминесценции	371
§ 8.	О некоторых применениях люминесценции	373
Г л а в а XVII. Источники света		
§ 1.	Тепловые источники света	375
§ 2.	Люминесцентные источники света	376
§ 3.	Оптический квантовый генератор (лазер).	378
§ 4.	Свойства лазерного излучения	386
§ 5.	Применение лазеров	388
Г л а в а XVIII. Элементы нелинейной оптики		
§ 1.	Нелинейная поляризация среды и связанные с ней нелинейные оптические явления	391
§ 2.	Действие сильного светового поля. Зависимость показателя пре- ломления от интенсивности света	395
§ 3.	Самофокусировка света	398
§ 4.	Многофотонное (нелинейное) поглощение	401
§ 5.	Условие эффективной генерации второй гармоники. Фазовый синхронизм	403
§ 6.	Параметрические генераторы света	407
§ 7.	Параметрическое рассеяние света	410
Приложение I. Методы определения скорости света		413
Приложение II. Элементы оптики движущихся сред		418
Предметный указатель		426