Цена 25 коп.

·Парадоксы времени· в релятивистской механике

И. И. ГОЛЬДЕНБЛАТ

И. И. ГОЛЬДЕНБЛАТ

«ПАРАДОКСЫ ВРЕМЕНИ» В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ МЕХАНИКЕ

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
МОСКВА 1972

530.1
Г 63
УДК 630.12

«Парадоксы времени» в релятивистской механике, Гольденблат И. И., монография, Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1972.

Брошюра посвящена известным в теории относительности «парадоксам времени» (или, как иногда говорят, «парадоксам с часами»). Рассматриваются как обычный, так и обобщенный «парадоксы времени» с полным анализом хода времени в сравниваемых системах координат. Приводится краткий обзор основных работ по этим «парадоксам», опубликованным до настоящего времени. Дается обзор новейших экспериментальных работ, имеющих отношение к «парадоксам времени» (в частности, работ, основанных на эффекте Мёссбауэра).

Рис. 31, библиография 45 назв.

Иосиф Израилевич Гольденблат

«ПАРАДОКСЫ ВРЕМЕНИ» В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ МЕХАНИКЕ

М., 1972 г., 80 стр. с илл.

Редактор *В. Л. Бажанов*

Техн. редактор *Е. Н. Земская* Корректор *Т. А. Панькова*

Сдано в набор 17/II 1972 г. Подписано к печати 1/VIII 1972 г. Бумага 84×108/32
Физ. печ. л. 2,5. Условн. печ. л. 4,2. Уч.-изд. л. 3,79. Тираж 9000 экз.
Т-03342. Цена книги 25 коп. Зак. № 378

Издательство «Наука»
Главная редакция физико-математической литературы
117071, Москва, В-71, Ленинский проспект, 15

2-я типография издательства «Наука», Москва, Шубинский пер., 10

2-3-1
112—72

ОГЛАВЛЕНИЕ

ГЛАВА 4

ГЛАВА 5

«Физические книги полны сложных математических формул. Но началом каждой физической теории являются мысли и идеи, а не формулы».

А. Эйнштейн

(Собрание научных трудов, М., «Наука», 1967, т. IV, стр. 530)

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящая небольшая брошюра посвящена известным в теории относительности «парадоксам времени», или «парадоксам с часами». Эти «парадоксы» были разъяснены еще в первых работах по теории относительности, поэтому они не представляют собой какую-либо нерешенную научную проблему. Суть одного из этих разъяснений сводилась к тому, что показания часов равняются с точностью до множителя $1/ic$ длине мировой линии, пройденной этими часами, начиная с некоторой начальной точки. Так как, с другой стороны, длина мировой линии является инвариантом, имеющим одно и то же значение во всех системах координат, то, следовательно, при правильном расчете показаний движущихся часов никакие парадоксы невозможны. Тем не менее эти «парадоксы» продолжают привлекать внимание физиков вплоть до настоящего времени, причем нередко выдвигается требование дать полный анализ хода времени в сравниваемых системах координат.

Для анализа этого вопроса обычно прибегают к идеям общей теории относительности. Вместе с тем автор настоящей брошюры в статье, опубликованной в Известиях высших учебных заведений (раздел «Физика», 1961, № 6), показал, что упоминавшийся полный анализ хода времени в различных системах координат может быть произведен в рамках специальной теории относительности, причем рассмотрение хода времени в сравниваемых системах координат связано с расчетом сдвига времени одной системы координат по отношению к другой.

Как и следовало ожидать, проведенный анализ привел к выводу, что обычное выражение для относительного уменьшения показаний движущихся часов при их возвращении к неподвижным (время ускоренного движения считается пренебрежимо малым) получается одним и тем же во всех системах координат.

Разъяснение «парадокса с часами» при помощи длин мировых линий сравниваемых часов или на основе предложенного в настоящей брошюре метода трех инерциальных систем координат показывает, что мы здесь имеем дело с чисто кинематическим эффектом. Более того, разъяснение «парадокса с часами» с точки зрения общей теории относительности также носит по существу кинематический характер. В самом деле, это разъяснение основано на явлении гравитационного смещения, которое, как недавно показал А. Г. Баранов (Эйнштейновский сборник, 1967), является следствием релятивистского закона сложения скоростей, т. е. носит чисто кинематический характер. Вместе с тем в некоторых работах встречаются неправильные утверждения о том, что разъяснение парадоксов с часами носит существенно динамический, не сводимый к кинематике характер.

В предлагаемой вниманию читателей брошюре рассматриваются как обычный, так и обобщенный «парадоксы времени» с полным анализом хода времени в сравниваемых системах координат, причем наряду с разъяснением обычного «парадокса с часами», предложенным автором, подробно излагается классическое разъяснение этого «парадокса», основанное на идеях общей теории относительности.

В брошюре приводится также краткий исторический обзор некоторых (из числа наиболее существенных) работ по «парадоксам с часами». Приводятся результаты новейших экспериментальных работ (в частности, связанных с эффектом Мёссбауэра), имеющих отношение к «парадоксам времени». Эти особенности отличают брошюру от других изданий по «парадоксам времени».

В заключение автор считает своим приятным долгом выразить глубокую благодарность академику Л. И. Седову за ценные советы, данные автору во время его работы над рукописью, и профессору Я. А. Смородинскому за ценный отзыв по настоящей брошюре.

ГЛАВА 1

КРАТКИЙ ОЧЕРК ИСТОРИИ ВОПРОСА О «ПАРАДОКСАХ ВРЕМЕНИ»

«Для всякой теории необходимы факты, на которых она могла бы основываться, а для понимания фактов и наблюдений требуется определенная теория».

М. Месарович

(Общая теория систем, М., «Мир», 1966, стр. 15)

§ 1. Предварительные замечания

Цель настоящего параграфа напомнить читателю некоторые основные следствия из преобразования Лоренца, которые понадобятся нам в дальнейшем.

Как обычно, мы будем называть точкой четырехмерного псевдоевклидова пространства совокупность четырех чисел

$$x_0,\ x_1,\ x_2,\ x_3. \tag{1.1}$$

Квадрат расстояния от начальной точки (0, 0, 0, 0) до точки (x_0, x_1, x_2, x_3) задается в псевдоевклидовом пространстве неопределенной действительной функциональной формой

$$S^2 = x_0^2 - (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2). \tag{1.2}$$

Форма (1.2) дает квадрат длины вектора, выходящего из начала координат и оканчивающегося в точке (x_0, x_1, x_2, x_3). В полном соответствии со случаем евклидова пространства будем называть величины x_0, x_1, x_2, x_3 составляющими рассматриваемого вектора.

Как известно:

а) вектор, длина которого равна нулю, т. е. вектор, имеющий составляющие x_0, x_1, x_2, x_3, обращающие в нуль фундаментальную форму (1.2), называется изотропным;

б) вектор, составляющие которого дают отрицательное значение фундаментальной форме (1.2), называется пространственноподобным;

в) вектор, составляющие которого дают положительное значение фундаментальной форме (1.2), называется времениподобным. Преобразование координат

$$x'_\mu = a_{\mu\nu} x_\nu, \tag{1.3}$$

переводящее форму (1.2) в форму

$$(x'_0)^2 - (x'_1)^2 - (x'_2)^2 - (x'_3)^2, \tag{1.4}$$

называется преобразованием Лоренца.

Рассмотрим теперь декартову систему пространственных координат, относительно которой свободная, т. е. не находящаяся под действием каких бы то ни было сил, материальная точка движется прямолинейно и равномерно. Подобная система координат называется инерциальной. Опыт показывает, что любая система координат, движущаяся равномерно и прямолинейно относительно данной инерциальной системы координат, тоже будет инерциальной. Далее опыт показывает, что свет (или, точнее, любое электромагнитное возмущение) распространяется в пустоте с той же постоянной скоростью c относительно любой инерциальной системы независимо от состояния ее движения. Это весьма парадоксальное с точки зрения обычных представлений о пространстве и времени утверждение было установлено в многочисленных точных экспериментах. Возникшее противоречие было разрешено путем кардинального и глубокого пересмотра наших представлений о пространстве и времени. В частности, пришлось отказаться от понятий «абсолютного пространства» и «абсолютного времени», лежащих в основе классической дорелятивистской физики.

Для того чтобы понять необходимость отказа от абсолютного мирового времени, рассмотрим следующий простой пример. Допустим, что даны две инерциальные системы координат S и S', движущиеся относительно друг друга с постоянной скоростью v. Представим себе далее, что вдоль осей x_1 и x'_1 (рис. 1) указанных систем координат установлены на равных расстояниях друг от друга стандартные часы, синхронизованные с помощью световых сигналов *). Допустим теперь, что в точке A системы S подан в некоторый момент времени световой сигнал. Если точки B и C в системе S находятся на равных расстояниях от точки A, то вследствие постоянства скорости света сигнал, поданный из точки A, придет одновременно в точки B и C (по часам системы S). Однако это событие будет неодновременным по часам системы S'. В самом деле, с точки зрения системы S' точка B движется навстречу световому сигналу, следовательно (ввиду постоянства скорости света c во всех системах координат!), световой сигнал по часам системы S' должен прийти в точку B раньше, чем в точку C.

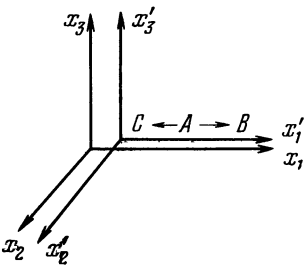

Рис. 1.

Итак, события, одновременные в системе S, могут быть неодновременными в системе S'. Следовательно, понятие одновременности оказывается относительным. Нельзя говорить об одновременности каких-либо событий или о промежутке времени, прошедшем между данными событиями, не указав системы координат, в которой указанные события отображаются.

Во избежание недоразумений мы подчеркиваем, что относительность понятия «времени» отнюдь не означает отказа от объективности его измерения в любой системе координат. Это замечание относится ко всем другим относительным понятиям современной физики. Так, например, понятие «вертикальное направление» носит относительный характер. Вертикальные направления в Москве и Владивостоке образуют собой угол, и было бы нелепо

---

*) Эта синхронизация легко может быть проведена. В самом деле, пусть в начале координат данной системы в момент $t = 0$ был подан световой сигнал. Этот сигнал достигает часов, расположенных на расстоянии x_1 от начала координат, в момент времени, равный x_1/c, где c — постоянная скорость света. Следовательно, стрелки на часах, расположенных в точке x_1, должны показывать время x_1/c в момент прихода сигнала. В дальнейшем будет предполагаться, что во всех вводимых в рассмотрение инерциальных системах координат установлена подобная «световая синхронизация» часов.

спорить о том, какое из этих направлений «вертикальное». Вместе с тем понятие «вертикальное направление» имеет вполне определенное объективное значение как для Москвы, так и для Владивостока, несмотря на свой относительный характер. Остается признать, что объективный ход времени в каждой инерциальной системе координат также носит относительный характер.

Рассмотрим подробнее понятия «пространственного расстояния» и «промежуток времени» в любой системе координат. Для этого введем инерциальную систему координат S. Пусть в некоторой точке (x_1, x_2, x_3) этой системы в момент t был подан световой сигнал (событие 1). Пусть в некоторый другой момент $\tilde{t}$ этот сигнал был принят в точке $(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3)$ этой же системы координат S. В таком случае, учитывая, что скорость света мы условились обозначать буквой c, можно написать:

$$c^2(\tilde{t}-t)^2-[(\tilde{x}_1-x_1)^2+(\tilde{x}_2-x_2)^2+(\tilde{x}_3-x_3)^2]=0 \quad (1.5)$$

или

$$(\tilde{x}_0-x_0)^2-[(\tilde{x}_1-x_1)^2+(\tilde{x}_2-x_2)^2+(\tilde{x}_3-x_3)^2]=0, \quad (1.6)$$

где $x_0=ct$.

Далее, так как скорость света c есть величина постоянная во всех инерциальных системах координат, то в некоторой другой инерциальной системе координат S' уравнение (1.6), описывающее распространение электромагнитного сигнала, будет иметь аналогичный вид

$$(\tilde{x}'_0-x'_0)^2-[(\tilde{x}'_1-x'_1)^2+(\tilde{x}'_2-x'_2)^2+(\tilde{x}'_3-x'_3)^2]=0. \quad (1.7)$$

Сравнивая (1.6) с основной фундаментальной формой псевдоевклидова пространства (1.2), мы видим, что реальный пространственно-временной континуум носит псевдоевклидов характер, причем распространение электромагнитных возмущений в этом континууме происходит по изотропным векторам (т. е. векторам нулевой длины).

Для материальной точки, движущейся со скоростью, меньшей скорости света c, очевидно, можно написать

$$(\tilde{x}_0-x_0)^2-[(\tilde{x}_1-x_1)^2+(\tilde{x}_2-x_2)^2+(\tilde{x}_3-x_3)^2]>0. \quad (1.8)$$

Итак, вектор, по которому движется свободная материальная точка, является времениподобным.

Длина вектора

$$S^2 = (\tilde{x}_0 - x_0)^2 - [(\tilde{x}_1 - x_1)^2 + (\tilde{x}_2 - x_2)^2 + (\tilde{x}_3 - x_3)^2], \quad (1.9)$$

соединяющего два точечных события x_0, x_1, x_2, x_3 и $\tilde{x}_0, \tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3$ в псевдоевклидовом пространственно-временном континууме, является абсолютным инвариантом преобразования координат, т. е. длина этого пространственно-временного вектора, который принято называть интервалом, будет иметь одно и то же значение во всех инерциальных системах координат. Наоборот, проекции этого вектора на оси координат, т. е. разности пространственных координат $\Delta x_k = \tilde{x}_k - x_k$ $(k = 1, 2, 3)$ и временные промежутки $\Delta x_0 = \tilde{x}_0 - x_0$, будут носить относительный характер, зависящий от принятой для описания процесса инерциальной системы координат. Резюмируя вышесказанное, можно утверждать, что пространство точечных событий взаимно однозначно отображается на псевдоевклидово пространство с основной фундаментальной формой (1.2), причем координаты событий x_0, x_1, x_2, x_3, отнесенные к любой инерциальной системе S, будут играть роль ортогональных координат в рассматриваемом псевдоевклидовом пространстве (при этом t нужно еще умножить на c):

$$x_0 = ct, \; x_1 = x, \; x_2 = y, \; x_3 = z.$$

Для правильного понимания физического содержания преобразования Лоренца необходимо остановиться на вытекающих из него кинематических эффектах.

Пусть в системе координат (x'_0, x'_1, x'_2, x'_3) покоится стержень длины l. Другими словами, пусть

$$\tilde{x}'_1 - x'_1 = l, \quad (1.10)$$

где $\tilde{x}'_1$ и x'_1 — координаты концов стержня в этой системе координат. Рассматриваемый стержень движется относительно системы координат x_0, x_1, x_2, x_3 с постоянной скоростью v вдоль оси x_1. Его длина в этой системе координат равна разности

$$\tilde{x}_1 - x_1, \quad (1.11)$$

где $\tilde{x}_1$ и x_1 — координаты концов стержня, относящиеся к определенному (одному и тому же!) моменту времени t системы (x_0, x_1, x_2, x_3). Воспользовавшись преобразованием

Лоренца, имеем

$$\tilde{x}_1' = \frac{-vt + \tilde{x}_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \qquad x_1' = \frac{-vt + x_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \tag{1.12}$$

Следовательно,

$$\tilde{x}_1' - x_1' = \frac{\tilde{x}_1 - x_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{1.13}$$

или

$$\tilde{x}_1 - x_1 = (\tilde{x}_1' - x_1')\sqrt{1 - v^2/c^2} = l\sqrt{1 - v^2/c^2}. \tag{1.14}$$

Эффект, выраженный формулой (1.14), носит название лоренцева сокращения. Длина стержня в системе координат, относительно которой он движется со скоростью v, оказывается укороченной пропорционально множителю $\sqrt{1 - v^2/c^2}$. Собственно говоря, лоренцево сокращение длины движущегося стержня означает, что разность координат одновременного положения концов стержня в неподвижной системе координат S (по часам этой системы) оказывается меньше длины стержня в системе координат S', относительно которой стержень покоится. Эффект этот взаимный. Стержень, покоящийся в системе S, будет иметь с точки зрения системы S' меньшую длину, чем его длина, измеренная в системе S.

Сделаем еще некоторые пояснения к этому важному положению. Одновременно (по часам системы S) на оси x_1 производятся засечки начала и конца движущегося стержня, затем производится измерение расстояния между этими засечками. С точки зрения системы S' (т. е. по часам этой системы) засечки начала и конца стержня, произведенные в системе S, отнюдь не будут одновременными. Этим с точки зрения системы S' объясняются результаты измерения между засечками в системе S, т. е. эффект лоренцева сокращения. Эффект лоренцева сокращения имеет, таким образом, чисто кинематическое происхождение. Длина стержня, или расстояние между одновременным положением его концов, оказывается величиной относительной — различной в различных системах координат. Разумеется, относительность длины отнюдь не означает отказа от ее объективности в каждой системе координат. Таким образом, длина является величиной относительной.

Остановимся теперь подробнее на относительном характере промежутка времени. Пусть промежуток времени между двумя событиями, происшедшими в одной и той же точке движущейся системы S', будет

$$\Delta t' = t_2' - t_1'.$$

В системе отсчета S промежуток времени между этими же событиями будет в соответствии с преобразованиями Лоренца

$$t_2 - t_1 = \Delta t = \frac{t_2' + \frac{v}{c^2} x_1'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - \frac{t_1' + \frac{v^2}{c^2} x_1'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \cdot \quad (1.15)$$

Итак, видим, что движущиеся часы отстают по отношению к покоящимся *).

К этому выводу мы пришли, рассматривая ход часов системы S' с точки зрения системы S. Часы системы S' оказались отстающими по отношению к часам системы S. Совершенно аналогично можно показать, что часы системы S отстают относительно часов системы S'. Однако никакого противоречия здесь нет. В самом деле, пусть в некоторый момент t_1 часы A системы S (рис. 2) находятся против движущихся часов A' системы S'. Допустим далее, что часы A и A' показывают одно и то же время. Часы A' движутся относительно системы S, поэтому спустя некоторое время Δt в системе S будем сравнивать их показания уже не с часа ми A, а с часами B, по отношению к которым они окажутся отстающими (в соответствии с выводом формулы (1.15) показания часов должны сравниваться в одной и той же точке пространства). Рассматривая то же явление с точки зрения системы S' (рис. 2), мы видим, что для суждения об отставании часов A мы должны сравнивать их показания с часами C'. Таким образом, когда мы говорим, что часы системы S' отстают от часов системы S, мы сравниваем показания часов A' с показаниями часов B (рис. 2). Когда же говорим об отставании часов системы S по отношению к часам системы S', мы сравниваем показания часов A с часами C' (рис. 2). Таким образом, здесь

*) Заметим, что роль часов может играть любой периодический процесс, независящий от внешних воздействий. В частности, можно принять, что роль стандартных часов играет атом, а ходу часов соответствует испускание гребней волн излучения.

каждый раз сравниваются показания различных часов, и никакого противоречия в приведенном выше утверждении нет.

Из преобразования Лоренца вытекает не только объективно относительный характер длины, но и объективно относительный характер течения времени. При анализе преобразования Лоренца далеко не всегда в достаточной

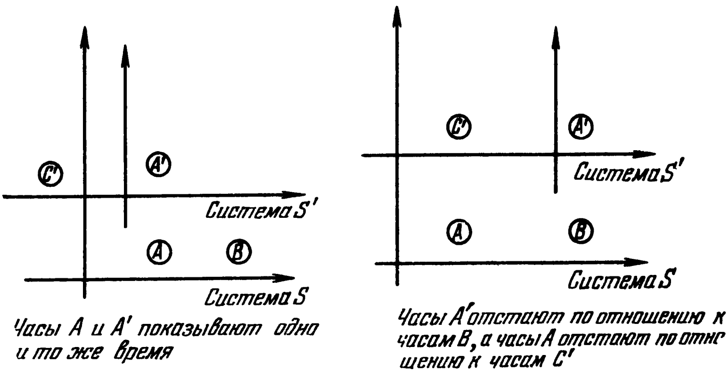

Рис. 2.

степени акцентируют внимание на том, что это преобразование связывает имеющие определенный физический смысл пространственно-временные координаты x_1, x_2, x_3, t некоторого точечного события с имеющими тот же физический смысл пространственно-временными координатами того же события в другой инерциальной системе координат.

Вместе с тем только благодаря этому утверждению преобразование Лоренца из чисто математической операции превращается в физический закон, а подлинное содержание релятивистской теории сводится к утверждению не только математической, но и физической ковариантности уравнений физики относительно преобразования Лоренца. То, что это утверждение нельзя считать «само собою разумеющимся», видно хотя бы из того, что еще Фохт в своей работе 1887 г. установил инвариантность волнового уравнения относительно преобразований, совпадающих по существу с преобразованиями Лоренца. Однако для Фохта преобразованные величины x', t' были только математическими функциями, и он был совершенно далек от мысли, что как x и t, так и x' и t' имеют одинаковое физическое значение, каждое в своей системе координат. Для Лоренца координата t' (местное время) была только некоторой функцией действительных физических координат x и t и только при более глубоком анализе исчезла разница между «местным временем» и «настоящим временем». С физической точки зрения «местное время» Лоренца является просто временем движущейся инерциальной системы координат.

Анализ Эйнштейна основывался на экспериментально установленных свойствах электромагнитного поля. Предложенные им способы измерения координат явились не продуктом «свободного соглашения», а необходимым следствием вновь установленных физических закономерностей. Так, например, предложенный им способ синхронизации часов полностью физически обосновывался экспериментально установленной независимостью скорости света от скорости движения источника.

Относительность длин и промежутков времени проявляется в самых различных процессах и, разумеется, не зависит ни от наблюдателя, ни от принятых методов измерения. Можно сказать, что относительность длин и промежутков времени проявляется во всех процессах, описываемых дифференциальными уравнениями, физически ковариантными относительно группы Лоренца.

Из того обстоятельства, что при переходе от одной инерциальной системы координат к другой пространственно-временные координаты преобразуются при помощи группы Лоренца, следует, что различные векторные и тензорные физические величины, служащие для описания различных физических полей, должны преобразовываться при помощи групп, гомоморфных группе Лоренца. Таким образом преобразуются, например, компоненты электромагнитного поля. «Чисто магнитное поле постоянного магнита проявляется в движущейся по отношению к магниту системе координат как совокупность магнитного и электрического полей. Эта относительность полей ярко сказывается уже при малых скоростях, поэтому давно изучена и стала привычной» [5]. Следует иметь в виду, что только в релятивистской физике стал понятен смысл этой относительности.

Для понимания релятивистской теории фундаментальное значение имеет то обстоятельство, что для описания физических объектов и их свойств наряду с величинами физически относительными вводятся величины физически абсолютные, или инвариантные, т. е. величины, не зависящие от системы координат и состояния ее движения. Заметим, во избежание недоразумений, что термин «абсолютный» всюду понимаем только в этом смысле. Другими словами, термин «абсолютный» употребляется как синоним термина «инвариантный». Такими абсолютными величинами являются, например, интервал

$$S^2 = c^2t^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2,$$

инварианты электромагнитного поля

$$\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{H} \quad \text{и} \quad \boldsymbol{E}^2 - \boldsymbol{H}^2 \quad \text{и т. д.}$$

Существенно важно то обстоятельство, что в теории относительности уравнения, описывающие различные процессы, имеют один и тот же вид во всех инерциальных системах координат.

Итак, в релятивистской теории вовсе не утверждается, что свойства, присущие телам или процессам как таковым, относительны. В конце концов она показывает только то, как именно инвариантные свойства выступают в относительных проявлениях в различных системах координат. Но вместе с тем релятивистская теория показывает, каким образом из этих физически относительных величин можно получить характеризующие объекты — величины физически абсолютные. Другими словами, глубокий смысл этой теории заключается в том, что она указывает путь, позволяющий по физически относительному находить физически абсолютное или инвариантное.

§ 2. Сущность «парадокса с часами»

Суть «парадокса с часами» заключается в следующем (рис. 3). Представим себе инерциальную систему координат S^A, в начале которой покоятся часы A_0. Допустим, что в момент времени $t^{A_0} = 0$ (по часам A_0) мимо них пролетают часы B, показывающие в этот момент время $t^B = 0$. Допустим далее, что часы B движутся с постоянной скоростью ($+v$) в положительном направлении оси x^A системы S^A. В таком случае, часы B при сравнении их показаний с показаниями часов системы S^A, мимо которых они в данный момент пролетают, должны отставать от этих часов в соответствии с формулой

$$t^B = \sqrt{1-\beta^2}\,t^A, \qquad \beta = v/c. \tag{1.16}$$

Справедливость этой формулы является твердо установленным фактом. Если часы B, пролетев некоторое расстояние (сколь угодно большое!) в системе S^A, поворачивают

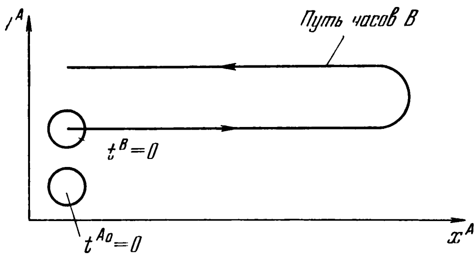

Рис. 3.

обратно и с постоянной скоростью ($-v$) возвращаются к часам A_0, то в момент их повторной встречи с часами A_0 должно быть

$$t^B_{\text{встречи}} = \sqrt{1-\beta^2}\cdot t^{A_0}_{\text{встречи}}. \tag{1.17}$$

Рассмотрим весь этот процесс с точки зрения системы координат, жестко связанной с часами B. Пока часы B движутся в положительном направлении оси x^A, эта система координат строго инерциальна. Эта система координат будет строго инерциальной и при обратном движении часов B со скоростью ($-v$). Следовательно, если пренебречь влиянием кратковременного ускорения часов B, возникающим при изменении направления их движения, то мы должны, казалось бы, прийти к выводу, что часы A_0 должны все время отставать по отношению к часам системы координат, жестко связанной с часами B, и, следовательно, в момент повторной встречи с часами B

должно как будто быть

$$t^{A_0}_{\text{встречи}} = \sqrt{1-\beta^2}\cdot t^{B}_{\text{встречи}}. \tag{1.18}$$

Противоречие между формулами (1.17) и (1.18) и составляет содержание «парадокса с часами». Следует отметить, что при рассмотрении хода часов A_0 с точки зрения системы координат S^B мы все время сравниваем показания этих часов с теми часами системы S^B, мимо которых они в данный момент пролетают. Другими словами, сравнение показаний хода часов всегда происходит *в одной и той же точке* пространства. Необходимо, однако, пояснить следующее обстоятельство. При получении формулы (1.17) мы пренебрегли влиянием кратковременного ускорения часов B на показания их стрелок (в сущности говоря, такое же предположение было сделано при получении формулы (1.18)). По этому поводу необходимо отметить следующее.

а) Экспериментальные исследования, связанные с эффектом Мёссбауэра (температурное красное смещение), показали, что релятивистское замедление времени зависит только от скорости и не зависит от ускорения движущихся часов, если сравнивать их показания с показаниями неподвижных (в инерциальной системе координат) часов, мимо которых они в данный момент пролетают. Именно с такой ситуацией мы имели дело при изложении «парадокса с часами». Здесь сравнение показаний движущихся и неподвижных часов всегда происходит, как уже выше отмечалось, в одной и той же точке пространства. В связи со сказанным приведем следующую цитату из книги Г. Вертхейма, посвященной эффекту Мёссбауэра [13]: «Ускорения, испытываемые атомами в твердом теле, очень велики и превосходят в 10^{14} раз гравитационное ускорение у поверхности Земли, однако это никоим образом не влияет на релятивистское замедление времени». К аналогичному выводу на основе опытов Паунда и Регби приходит К. Шервин [12] и др.

Таким образом, изменение показаний часов B может вычисляться по формуле

$$t^B = t^B(t^A) = \int\limits_0^{t^A} \sqrt{1-\frac{v(t^A)^2}{c^2}}\,dt^A, \tag{1.19}$$

если только ускорения часов B не превышают $10^{14}g$. Обозначив теперь через δt^A время ускоренного движения часов B по часам системы S^A, легко заключить, что за это время стрелки часов B сместятся на величину

$$\delta t^B = \int\limits_{t^A}^{t^A+\delta t^A} \sqrt{1 - \frac{v(t^A)^2}{c^2}}\, dt^A. \tag{1.20}$$

Теперь совершенно ясно, что всегда можно выбрать такую положительную величину η, что при условии $\delta t^A < \eta$ мы будем иметь $\delta t^B < \varepsilon$, где ε — наперед заданная малая положительная величина, ограниченная только одним требованием — ускорение движущихся часов не должно превосходить указанного выше предела. Хотя есть все основания ожидать, что дальнейшие эксперименты по эффекту Мёссбауэра увеличат этот предел.

Здесь следует упомянуть еще о работе Г. Хенля и Ф. Беневитца [9], которые следующим образом сформулировали один из своих выводов: «Мы показали, что в специальном случае вращательных движений общая теория относительности в плоском пространстве-времени приводит к независимости хода «идеальных часов» от ускорений. Речь идет, разумеется, о ходе часов по отношению к инерциальной системе координат».

От температурного красного смещения следует отличать гравитационное смещение, когда сравниваются показания часов, находящихся *в различных* точках пространства, причем между этими точками существует конечная разность гравитационного потенциала. Само сравнение показаний часов производится при помощи электромагнитных или других сигналов. Здесь полезно дать следующее разъяснение. Пусть относительно системы S^A равномерно ускоренно движется система отсчета S^K, в которой покоятся совершенно одинаковые «идеальные» часы K_1 и K_2 (рис. 4). Так как скорость и ускорение часов K_1 и K_2 относительно системы S^A в данный момент совершенно одинаковы, то и темп их хода относительно этой системы также должен быть совершенно одинаков, т. е. для продолжительности каждого такта этих часов (измеряемых в системе S^A) мы будем иметь

$$\tau^A_{K_1} = \tau^A_{K_2}.$$

Однако описанная картина будет выглядеть совсем другой с точки зрения системы S^K. В этой системе действует гравитационное поле и между точками, где расположены часы K_1 и K_2, имеет место определенная разность гравитационного потенциала. Это значит, что если из места, где расположены часы K_1, будут подаваться сигналы с интервалами, равными τ_{K_1} по этим часам, то в месте расположения часов K_2 эти сигналы будут восприниматься с интервалами $\tau_{K_1} + \Delta\tau$, измеряемыми с помощью часов K_2, ничем не отличающихся от часов K_1. Итак, с точки зрения системы S^K темп хода часов K_1 и K_2 различен. *Таким образом, все дело в системе координат.*

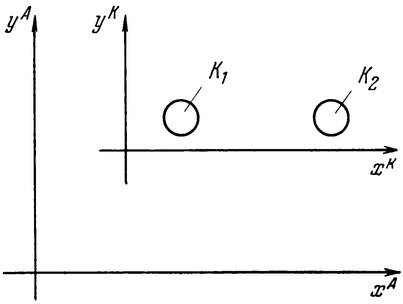

Рис. 4.

Гравитационное смещение получило хорошее экспериментальное подтверждение на основе того же эффекта Мёссбауэра. Для этой цели были созданы специальные установки, обеспечивающие определенную разность гравитационного потенциала между излучателем и поглотителем. Например, в опытах Хея и др. [13] излучатель наносился на поверхность цилиндра, который вращался со скоростью 500 *об/сек*. Явление гравитационного смещения будет использовано ниже, во второй главе настоящей брошюры.

б) Во всяком случае изменение показания часов B, связанное с их кратковременным ускорением, может быть сделано как угодно малым по сравнению со временем их путешествия от часов A_0 и обратно. Для этого необходимо, чтобы длина пути часов B, начиная с момента их первой и до момента второй встречи с часами A_0 была достаточно велика.

Для разъяснения «парадокса» необходимо показать, что формула (1.17) остается справедливой как с точки зрения системы координат S^A, так и с точки зрения системы координат S^B, жестко связанной с часами B.

Помимо изложенного выше «парадокса с часами», в литературе обсуждался еще так называемый «обобщенный парадокс с часами», содержание которого будет изложено в четвертой главе настоящей брошюры.

§ 3. Разъяснение А. Эйнштейна

Работа А. Эйнштейна «Диалог по поводу возражений против теории относительности» [1] посвящена «парадоксу с часами». В этой работе А. Эйнштейн прежде всего обращает внимание на то обстоятельство, что система S^A, в которой покоятся часы A_0, все время остается инерциальной, в то время как в системе, жестко связанной с часами B, действует кратковременное гравитационное поле. Далее дается разъяснение «парадокса» на основе идей общей теории относительности, причем принимается, что часы B находятся в области нулевого гравитационного потенциала, и поэтому гравитационное поле не оказывает влияния на их ход.

Данное здесь совершенно правильное и глубокое разъяснение «парадокса», однако, трудно для понимания. Дело не только в том, что рассуждение А. Эйнштейна изложено весьма сжато и не приведено никаких расчетов. В действительности это разъяснение связано с некоторыми мало известными особенностями влияния кратковременно приложенного гравитационного поля на световую синхронизацию часов. Мы вернемся к этому разъяснению во второй главе настоящей брошюры после того, как изложим некоторые необходимые для понимания этого разъяснения положения.

Сам А. Эйнштейн больше не возвращался к приведенному разъяснению «парадокса с часами». Может быть, потому, что вскоре после опубликования его статьи появилась работа В. Паули, в которой дано совершенно элементарное и прозрачное разъяснение этого «парадокса».

§ 4. Разъяснение В. Паули

В известной книге В. Паули [3], посвященной теории относительности, дается удивительное по своей наглядности разъяснение «парадокса с часами».

В. Паули прежде всего замечает, что промежутки времени, отсчитываемые часами, пропорциональны интегралам вдоль мировых линий, по которым двигались эти часы

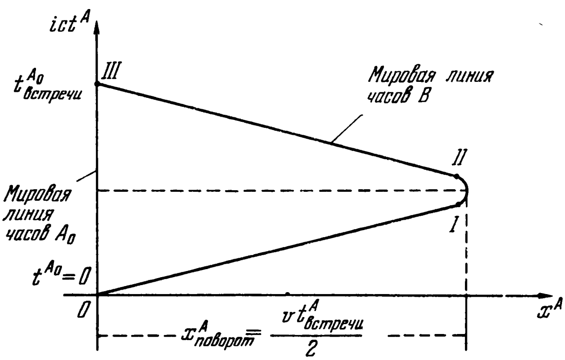

Рис. 5

в пространственно-временном континууме. Изменив знак интервала S^2 (формула (1.9)) на обратный *), получим

$$
\begin{aligned}
t^{A_0} &= \frac{\text{Длина мировой линии часов } A_0}{ic} = \frac{1}{ic}\int dS^{A_0},\\
t^{B} &= \frac{\text{Длина мировой линии часов } B}{ic} = \frac{1}{ic}\int dS^{B}.
\end{aligned}
\tag{1.21}
$$

Мировые линии, проходимые часами A_0 и B, показаны на рис. 5. Применяя теорему Пифагора, мы можем написать

$$ict^{B}_{\text{встречи}} \approx 2\sqrt{\left(\frac{1}{2}\, ict^{A_0}_{\text{встречи}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\, vt^{A_0}_{\text{встречи}}\right)^2}. \tag{1.22}$$

Из (1.22) следует

$$t^{B}_{\text{встречи}} = \sqrt{1 - v^2/c^2}\cdot t^{A_0}_{\text{встречи}}. \tag{1.23}$$

Так как интегралы (1.21) являются *инвариантами*, мы пришли бы к тому же результату независимо от системы координат, с точки зрения которой рассматривается изучаемый процесс. В. Паули подчеркивает, что интегралы (1.21) дают собственное время рассматриваемых часов —

---

*) То есть приняв $S^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + (ict)^2$.

«т. е. время, отсчитываемое наблюдателем, постоянно имеющим ту же скорость, что и часы».

Сделаем теперь несколько общих замечаний по поводу разъяснения В. Паули.

а) Выше принято, что время, показываемое часами, движущимися произвольным образом, равно

$$\frac{\text{Длина мировой линии часов}}{ic}. \tag{1.24}$$

В. Паули замечает, что это может считаться справедливым, если часы движутся с не слишком большим ускорением (см. также [13]). Это предположение В. Паули вполне обосновано до весьма значительных ускорений (см. пятую главу настоящей брошюры). Здесь не лишне еще раз подчеркнуть, что, во всяком случае, изменение показания часов B, связанное с их кратковременным ускорением, может быть сделано как угодно малым по сравнению со временем их путешествия от часов A_0 и обратно.

б) Несмотря на то, что влиянием кратковременного ускорения часов B на их ход можно пренебречь, все же это ускорение имеет основное значение в разрешении «парадокса с часами», ибо благодаря этому ускорению изменилось направление мировой линии часов B, и она приняла форму $O - I - II - III$ (рис. 5).

в) В псевдоевклидовом пространственно-временном континууме инвариантная длина ломаной линии $O - I - II - III$ оказывается меньше инвариантной длины прямой $O - III$. Напомним, что свет в этом четырехмерном континууме вообще распространяется по линиям нулевой длины.

В заключение следует подчеркнуть существенную асимметрию в поведении часов A_0 и B. В самом деле, часы A_0 все время покоятся в инерциальной системе координат S^A, в то время как часы B сначала были связаны с инерциальной системой координат, имеющей скорость $+v$ по отношению к системе S^A, а затем с инерциальной системой координат, имеющей скорость $-v$ по отношению к той же системе координат S^A.

Так как В. Паули рассматривал «парадокс» в псевдоевклидовом пространстве специальной теории относительности, то из указанной асимметрии следует, что мировая линия часов A_0 является геодезической этого пространства, в то время как мировая линия часов B таковой не является. Таким образом, системы координат S^A и S^B отнюдь не равноценны.

§ 5. Работы других авторов

Ниже мы кратко остановимся на некоторых наиболее важных работах, посвященных «парадоксу с часами». При этом мы будем следовать скорее логической, чем хронологической последовательности работ.

Академик В. А. Фок в своей книге [5] рассматривает общий случай «парадокса» при наличии произвольного гравитационного поля. Он пишет: «Можно, однако, высказать, гипотезу, что в тех случаях, когда ускорение вызвано полем тяготения, показания часов при их свободном падении в поле тяготения выражаются формулой

$$\tau = \frac{1}{c}\int_0^t \sqrt{g_{00} + 2g_{0i}\dot{x}^0\dot{x}^i + g_{ik}\dot{x}^i\dot{x}^k}\, dt, \tag{1.25}$$

т. е. интегралом, условие минимума которого и дает уравнения свободного движения. В пользу этой гипотезы говорит то соображение, что поле тяготения, и только оно одно, обладает способностью проникать внутрь любого тела и действовать на все его части пропорционально их массе.

Если ввести эту гипотезу, то всякая возможность парадокса сама собой отпадает. В самом деле, показания часов A_0 получаются только путем вычисления интеграла (1.25) вдоль траектории часов A_0; так же точно показания часов B получаются путем вычисления интеграла вдоль траектории часов B. Оба вычисленные интеграла инвариантны по отношению к любой замене переменных (любому преобразованию координат и времени); пользование же разными системами отсчета (инерциальной и неинерциальной) равносильно вычислению одного и того же интеграла в разных переменных. Ясно, что несовпадение результатов при этом полностью исключается». Академик В. А. Фок отмечает, что «парадокс широко обсуждался в литературе, причем предлагались не вполне удовлетворительные его разъяснения».

Другие авторы, например, Дж. Синг [4], считают приведенную выше гипотезу В. А. Фока одним из постулатов общей теории относительности. По мнению этих авторов, время, отсчитываемое стандартными часами, связанными с движущейся частицей, измеряется длиной мировой линии, пройденной этой частицей (начиная с некоторой начальной точки). При этом роль стандартных часов может играть атом, а ходу часов должно соответствовать испускание гребней волн излучения.

Приведем еще цитату из статьи Э. Векерле [7], имеющую прямое отношение к обсуждаемому вопросу. «К часам, сопутствующим наблюдателям, находящимся на движущихся телах, мы предъявляем лишь ограниченные требования. Они должны быть одинаковыми и работать в отсутствие внешних сил (например, маятниковые часы исключаются). Совпадение часов в начале и в конце движения позволяет провести сравнение показаний часов, несмотря на то, что в эти моменты существует относительная скорость между ними. Часы запускаютсяпри первом совпадении. При втором совпадении они покажут время, определенное интегралами

$$S_1 = \int_A^B dS_1, \qquad S_2 = \int_A^B dS_2. \tag{1.26}$$

Так как собственные времена инвариантны, то не имеет значения, какие координатные системы принимаются. Необходимым условием все же являетсясовпадение начала и конца движения».

Аналогичное разъяснение «парадокса» приводится в монографии Л. И. Седова [24].

М. Борн [2] замечает, что кажущийся парадокс возникает при неправильном объяснении явления с точки зрения общей теории относительности, ошибочно понимаемой как теория относительности ускорений.

Я. А. Смородинский в своей работе [20] дает своеобразное и простое разъяснение «парадокса». Он пишет: «Предположим, что имеются две ракеты — одна летит от Земли вверх, а другая движется в это время к Земле. В момент вылета первой ракеты оператор сверил часы с часами космонавта. Когда космонавт встретил своего товарища, он сверил часы с ним. Второй космонавт, прибыв на Землю, обнаружит, что его часы показывают меньше, чем часы оператора. В таком опыте участвуют трое часов и видимого парадокса не возникает». Общая схема, лежащая в основе приведенного рассуждения, показана на рис. 6. Здесь благодаря введению двух ракет нет необходимости рассматривать поворот первой ракеты.

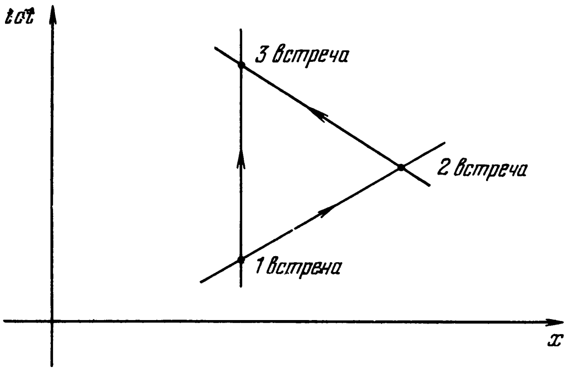

Рис. 6.

Интересное разъяснение «парадокса» приводится академиком Д. В. Скобельцыным в его работе [17]. Мы изложим это разъяснение во второй главе настоящей брошюры, после рассмотрения некоторых вспомогательных вопросов, необходимых для понимания этого разъяснения.

Необходимо отметить, что после появления упоминавшихся выше работ А. Эйнштейна [1] и В. Паули [3] в течение длительного времени (примерно до 1956—1957 гг.) «парадокс с часами» почти не привлекал к себе внимания.

В 1956—1957 гг. английский физик Г. Дингл выступил с рядом статей по «парадоксу с часами» [26, 27, 28] и др. В этих статьях утверждалось, что известное разъяснение «парадоксов с часами» неправильно и что, согласно принципам релятивизма, парадокс с часами вообще не должен иметь места». В одной из упомянутых выше статей Г. Дингл даже привел «доказательства» того, что в момент повторной встречи часов A_0 и B будет иметь место равенство

$$t^{A_0}_{\text{встречи}} = t^{B}_{\text{встречи}}.$$

В рассуждениях Г. Дингла были допущены довольно элементарные ошибки, вскоре отмеченные в статьях Р. Кроуфорда [29], С. Дарвина [30] и др. Тем не менее в дискуссии, возникшей в связи с выступлением Г. Дингла, отмечалась необходимость дать полный анализ хода времени в сравниваемых системах координат. Это требование следует считать обоснованным. Для анализа этого вопроса обычно прибегают к идеям общей теории относительности, на что уже выше обращалось внимание.

Выступление Г. Дингла вызвало небывалый поток работ по «парадоксу с часами». Следует отметить, однако, что все эти работы, как правило, вращались в кругу идей, изложенных в публикациях упомянутых выше авторов.

Среди опубликованных в последние годы работ по «парадоксу с часами» следует дополнительно к указанным выше работам упомянуть статьи Г. Томсона [32], Р. Фрая и В. Бригхема [33], Е. Мак. Милана [34], С. Зингера [35], Р. Ромера [36], А. Шилда [37], Ц. Леферта и Т. Донахью [38], В. Кемпбелла [39] и др.

Как мы видели, «парадокс с часами» был разъяснен в ряде работ вскоре после появления теории относительности, причем, как уже отмечалось выше, совершенно элементарное и прозрачное разъяснение этого «парадокса» было дано В. Паули. Несмотря на это, до настоящего времени продолжают появляться работы, в которых этот мнимый парадокс рассматривается как нерешенная проблема или даже как опровержение теории относительности.

Так, в статье Г. Бойера [10] отмечается следующее: «Многие считают, что это парадокс, демонстрирующий противоречивость специальной теории относительности; оборачивая аргумент, спрашивают, чьи же часы измеряют меньшее время».

В предисловии к своей книге [17] академик Д. В. Скобельцын пишет: «То, что в действительности теория относительности в применении к данной задаче не приводит к внутренне противоречивым результатам, было выяснено еще свыше полувека тому назад. Тем не менее за последние десять лет неожиданно снова вернулись к обсуждению этого старого вопроса даже на страницах специальных научных журналов. Статьи на эту тему все еще продолжают появляться.

Автор может сослаться также на некоторые свои воспоминания о встречах в 1957—1958 гг. с зарубежными физиками и тех отзвуках на возникшую вновь дискуссию, о которых ему пришлось тогда слышать. Так, летом 1957 г. мы встретились с группой физиков разных стран, направляющихся на первую Пагуошскую конференцию ученых. Припоминаю, что еще в самолете на пути в местечко Пагуош в Канаде один известный физик, прибывший из Австралии, спросил меня, знаем ли мы о том, что вопрос о парадоксе часов и основах теории относительности вновь подвергается ревизии.

После этого, когда в 1958 г. в Лондоне я встретился с одним очень известным английским физиком и со своей стороны упомянул о парадоксе часов, мой собеседник, шутя, обронил характерную фразу: «Моих умственных способностей недостаточно для того, чтобы во всем этом разобраться».

С другой стороны, беседуя на ту же тему, примерно тогда же, с одним известным советским физиком-теоретиком, я услышал и такой отзыв: «Не понимаю, почему сейчас снова вернулись к этому старому вопросу. Все ведь в этом вопросе столь же ясно, как, например, то, что прямая есть кратчайшее расстояние между двумя точками».

Из изложенного можно сделать только один вывод. Усвоение сущности теории относительности является нелегким делом, поскольку чем дальше находятся возникающие в науке понятия от обычных представлений повседневной жизни, тем с большим трудом эти понятия усваиваются. В теории относительности положение осложняется еще тем, что вводимые здесь понятия находятся в глубоком противоречии с нашими обычными, уходящими в глубь тысячелетий, представлениями о пространстве и времени. Поэтому требуется большая сила абстракции и большое напряжение мысли и внимания для того, чтобы действительно усвоить основы теории относительности, т. е. научиться правильно, не делая ошибок и сохраняя обычный темп мышления, пользоваться основными понятиями и идеями этой теории. Кроме того, следует заметить, что усвоение одной только математической формы теории, как бы оно ни было важно само по себе, еще совершенно недостаточно для понимания ее подлинной содержательной физической сущности.

ГЛАВА 2

АНАЛИЗ ХОДА ВРЕМЕНИ В СРАВНИВАЕМЫХ СИСТЕМАХ КООРДИНАТ В СЛУЧАЕ ОБЫЧНОГО «ПАРАДОКСА С ЧАСАМИ»

«Реальность не может быть ни произвольной, ни субъективной, ее законы не могут зависеть от наблюдателя и его системы координат»

А. Эйнштейн

(Эйнштейновский сборник, М., «Наука», 1968, стр. 208)

§ 6. Предварительные замечания

В настоящей главе дается полный анализ хода времени в сравниваемых системах координат в случае обычного «парадокса с часами».

Вначале рассматривается метод трех инерциальных систем координат [14], а затем метод двух систем координат, из которых одна неинерциальна. Этот метод был впервые изложен в работе А. Эйнштейна «Диалог по поводу возражений против теории относительности» [1]. Разъяснение А. Эйнштейна существенно основано на понятии гравитационного смещения, поэтому в § 9 настоящей главы дается предварительное, весьма краткое изложение сути этого явления.

Отметим также, что схема рассматриваемого здесь «парадокса» подробно описана в § 2 первой главы настоящей брошюры.

§ 7. Метод трех инерциальных систем координат [14]

В первой главе было приведено разъяснение «парадокса с часами», данное В. Паули. Это разъяснение основывалось на вычислении инвариантных длин мировых линий, пройденных как часами A_0, так и часами B. Вместе с тем можно поставить вопрос о полном расчете хода времени часов A_0 с точки зрения системы координат, жестко связанной с часами B. Такая постановка вопроса, сделанная в последние годы рядом авторов, вполне оправдана [5]. Необходимо прямым расчетом показать, что с точки зрения системы координат, жестко связанной с часами B, должно быть справедливо соотношение (1.17). Ниже будет это сделано.

Рассматривая «парадокс с часами» с точки зрения специальной теории относительности, мы должны оперировать исключительно с инерциальными системами координат. С этой точки зрения необходимо прежде всего отметить, что часы B во время путешествия были вначале жестко связаны с инерциальной системой координат S^B, имеющей по отношению к системе S^A скорость $+v$, а затем — с инерциальной системой координат S^C, имеющей по отношению к системе S^A скорость $-v$.

Время перескока часов B из системы координат S^B в систему координат S^C по часам системы координат S^A обозначим через $t^A_{\text{перескок}}$. Очевидно, время перескока по часам S^A должно удовлетворять соотношению

$$t^B_{\text{перескок}} = \sqrt{1-\beta^2}\, t^A_{\text{перескок}}. \tag{2.1}$$

Координаты перескока $x^A_{\text{перескок}}$ в системе S^A, очевидно, удовлетворяют соотношению

$$x^A_{\text{перескок}} = v t^A_{\text{перескок}} \tag{2.2}$$

и, кроме того, в системе S^A

$$2t^A_{\text{перескок}} = t^{A_0}_{\text{встречи}}. \tag{2.3}$$

Мы можем теперь рассматривать весь процесс с точки зрения системы координат S^B или системы координат S^C, с которыми последовательно связаны часы B. Рассмотрим весь этот процесс с точки зрения системы координат S^C.

Что собой представляет система координат S^C? Чтобы ответить на этот вопрос, необходимо отметить следующее. Часы перескочили из системы S^B в систему S^C в тот момент, когда их показания удовлетворяли соотношению (2.1). Мы должны теперь принять, и это является наиболее существенным, что показания часов системы S^C, расположенных в том же месте, куда перескочили часы B, удовлетворяют соотношению

$$t^C_{\text{перескок}} = t^B_{\text{перескок}} = \sqrt{1-\beta^2}\,t^A_{\text{перескок}}. \qquad (2.4)$$

Это соотношение является прямым следствием предположения о том, что кратковременное ускорение часов B не оказывает влияния (или не оказывает существенного

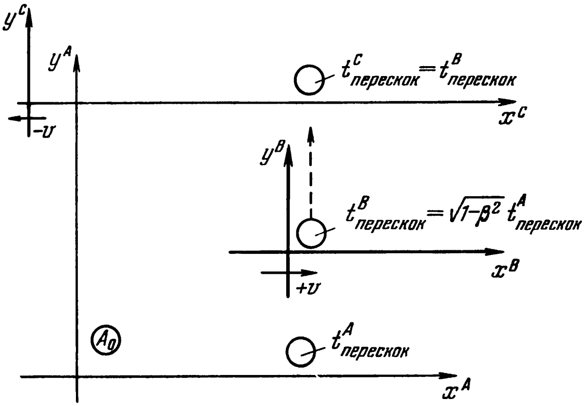

Рис. 7.

влияния) на показания их стрелок (рис. 7). Вместе с тем, желая изучить ход часов A_0 с точки зрения системы S^C и, в частности, получить данные о показаниях часов A_0 в момент их встречи с часами B, мы должны принять, что синхронизация часов в системе S^C удовлетворяет соотношению (2.4). Другими словами, мы должны принять, что часы B включились в световую синхронизацию часов системы S^C (см. гл. 1, § 2).

Следует отметить, что существует неограниченное множество систем координат S^C, движущихся относительно системы координат S^A со скоростью $-v$. Все эти системы координат отличаются друг от друга показаниями часов $t^C_{\text{сдвиг}}$, пролетающих мимо часов A_0 в тот момент, когда они показывают время $t^{A_0} = 0$ (рис. 8). Величину $t^C_{\text{сдвиг}}$ удобно назвать «сдвигом времени» системы S^C по отношению к системе S^A.

Из всего указанного множества систем координат S^C необходимо, как мы это только что разъяснили, выбрать ту систему координат, которая удовлетворяет соотношению (2.4). Мы приняли, что часы системы S^C в момент, когда их стрелки показывают время $t^C_{\text{сдвиг}}$, пролетают мимо часов A_0 системы S^A, показывающих время $t^{A_0} = 0$.

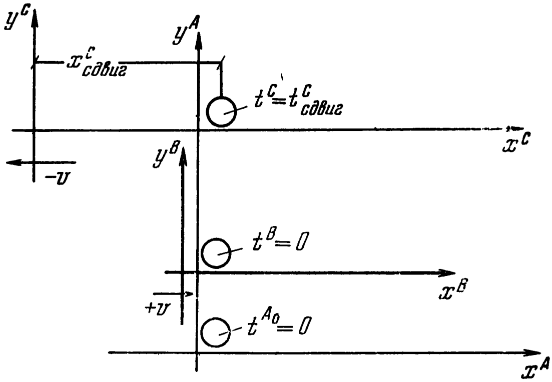

Рис. 8.

Допустим, что координата этих часов в системе S^C равна $x^C_{\text{сдвиг}}$ (рис. 8). В таком случае преобразованию Лоренца могут быть подвергнуты величины

$$(x^C - x^C_{\text{сдвиг}}) \quad \text{и} \quad (t^C - t^C_{\text{сдвиг}}).$$

Перескок часов B в систему S^C характеризуется в этой системе параметрами $x^C_{\text{перескок}}$ и $t^C_{\text{перескок}}$. Это же событие в системе S^A характеризуется параметрами $x^A_{\text{перескок}}$ и $t^A_{\text{перескок}}$. Связь между этими параметрами дается преобразованиями Лоренца

$$x^A_{\text{перескок}} = \frac{(x^C_{\text{перескок}} - x^C_{\text{сдвиг}}) - v\,(t^C_{\text{перескок}} - t^C_{\text{сдвиг}})}{\sqrt{1-\beta^2}}; \qquad (2.5)$$

$$t^A_{\text{перескок}} = \frac{(t^C_{\text{перескок}} - t^C_{\text{сдвиг}}) - \frac{v}{c^2}\,(x^C_{\text{перескок}} - x^C_{\text{сдвиг}})}{\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (2.6)$$

Исключив из уравнений (2.5) и (2.6) $(x^C_{\text{перескок}} - x^C_{\text{сдвиг}})$

и учитывая (2.2) и (2.4), получим

$$t^C_{\text{сдвиг}} = -\frac{2\beta^2 t^A_{\text{перескок}}}{\sqrt{1-\beta^2}} = -\frac{\beta^2 t^{A_0}_{\text{встречи}}}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{2.7}$$

Рассмотрим теперь ход часов A_0 с точки зрения системы координат S^C, начиная с момента их первой встречи с часами B, т. е. с момента $t^{A_0} = 0$ и кончая моментом $t^{A_0} = t^{A_0}_{\text{встречи}}$, т. е. моментом их повторной встречи с часами B. Часы A_0 показывают время $t^{A_0} = 0$ в тот момент, когда они пролетают мимо часов системы S^C, показывающих время $t^C_{\text{сдвиг}} = -\frac{\beta^2 t^{A_0}_{\text{встречи}}}{\sqrt{1-\beta^2}}$. Пусть начиная с этого момента до момента встречи часов A_0 с часами B (или рядом с ними расположенными часами C в системе координат S^C) пройдет по часам системы S^C время Δt^C. Тогда мы можем написать

$$-\frac{\beta^2 t^{A_0}_{\text{встречи}}}{\sqrt{1-\beta^2}} + \Delta t^C = t^C_{\text{встречи}} = t^B_{\text{встречи}}. \tag{2.8}$$

Так как часы A_0 запаздывают по отношению к часам системы S^C, то должно иметь место равенство

$$t^{A_0}_{\text{встречи}} = \Delta t^C \sqrt{1-\beta^2}. \tag{2.9}$$

Исключив из (2.8) и (2.9) Δt^C, получим

$$t^C_{\text{встречи}} = t^B_{\text{встречи}} = \sqrt{1-\beta^2} \cdot t^{A_0}_{\text{встречи}}. \tag{2.10}$$

При рассмотрении процесса с точки зрения системы S^A была получена формула (1.17), совпадающая с (2.10).

Таким образом, несмотря на запаздывание часов A_0 по отношению к часам системы S^C (формула (2.9)), в момент встречи часов A_0 и B имеет место неравенство $t^{A_0} > t^B$. Парадокс разъясняется наличием определенного сдвига времени $t^C_{\text{сдвига}}$ той системы координат S^C, в синхронизацию которой включились часы B после их перескока.

Мы видим, таким образом, что непосредственное сравнение показаний движущихся относительно друг друга часов не дает возможности сделать заключение, какие из этих часов «идут медленнее», или отстают. Для того чтобы можно было сделать определенное заключение, нужно сравнивать не только показания отдельных пар часов, но и весь ход времени в двух движущихся друг относительно друга системах координат, для чего, в свою очередь, необходимо знать величину параметра «сдвига времени», определение которого дано выше.

Необходимо также обратить внимание на следующее. Выше мы рассмотрели с точки зрения системы координат S^C ход часов A_0, начиная с момента $t^{A_0} = 0$ (т. е. с момента их первой встречи с часами B) и кончая моментом $t^{A_0}_{\text{встречи}}$ (т. е. моментом их повторной встречи с часами B или рядом с ними расположенными часами системы S^C). Напоминаем, что часы B в момент $t^B_{\text{перескок}}$ перескочили в систему S^C, причем, благодаря наличию у системы S^C параметра сдвига времени по отношению к системе S^A, часы B автоматически включились в синхронизацию часов в этой системе.

Мы видели, что рассмотрение хода часов A_0 с точки зрения системы S^C приводит к тому же результату, что и рассмотрение хода часов B с точки зрения системы координат S^A. Понятно, что тот же результат получится, если рассматривать весь процесс с точки зрения системы координат S^B.

Возможно, однако, *комбинированное рассмотрение.* Можно, например, рассматривать ход часов A_0 с точки зрения системы координат S^B вплоть до момента $t^B_{\text{перескок}}$ и начиная с этого момента рассматривать ход часов A_0 уже с точки зрения системы координат S^C. Во время движения часов A_0 на первом этапе своего пути они запаздывают по отношению к часам системы S^B, т. е.

$$t_1^{A_0} = t^B_{\text{перескок}} \sqrt{1-\beta^2}. \tag{2.11}$$

Здесь $t_1^{A_0}$ — время, отсчитанное часами A_0 в конце первого этапа своего пути.

Далее мы рассматриваем ход часов A_0 с точки зрения системы координат S^C. Стрелки часов в этой системе, мимо которых пролетают в данный момент часы A_0, будут показывать время

$$t^B_{\text{перескок}} - \frac{\beta^2 t^{A_0}_{\text{встречи}}}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{2.12}$$

Формула (2.12) легко получается из преобразования Лоренца с учетом параметра сдвига времени. Как указывалось выше, это преобразование будет иметь вид

$$x^C - x^C_{\text{сдвиг}} = \frac{x^A + vt^A}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

$$t^C - t^C_{\text{сдвиг}} = \frac{t^A + v/c^2 x^A}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

В нашем случае $x^A = 0$ и $t^A = t_1^{A_0}$, поэтому

$$t^C = t^C_{\text{сдвиг}} + \frac{t_1^{A_0}}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Учитывая формулу (2.7) для величины $t^C_{\text{сдвиг}}$ и формулу (2.11) для величины $t_1^{A_0}$, получим в правой части написанного равенства выражение, совпадающее с (2.12).

На втором этапе своего пути часы A_0 запаздывают по отношению к часам системы S^C, т. е.

$$t_2^{A_0} = \left[t^B_{\text{встречи}} - \left(t^B_{\text{перескок}} - \frac{\beta^2 t^{A_0}_{\text{встречи}}}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)\right]\sqrt{1-\beta^2}. \quad (2.13)$$

Здесь $t_2^{A_0}$ — время, отсчитанное часами A_0 на втором этапе своего пути. Кроме того, как и раньше $t^B_{\text{встречи}} = t^C_{\text{встречи}}$.

Складывая (2.11) и (2.13), получим

$$t^{A_0}_{\text{встречи}} = t_1^{A_0} + t_2^{A_0} = t^B_{\text{встречи}}\sqrt{1-\beta^2} + \beta^2 t^{A_0}_{\text{встречи}}, \quad (2.14)$$

откуда следует формула (1.17) или (2.10), т. е. тот же результат, который мы получили с точки зрения системы S^A.

Следует отметить, что возможны также и другие комбинированные подходы, на которых мы не будем, однако, останавливаться.

В заключение мы хотели бы обратить внимание на то обстоятельство, что изложенное выше разъяснение «парадокса с часами» основано на использовании *трех систем координат* S^A, S^B *и* S^C, которые все время остаются инерциальными. Кратковременное ускорение испытывают только изолированные часы B.

Как видно из изложенного, метод трех инерциальных систем координат дает совершенно элементарное и полное разъяснение «парадокса с часами».

§ 8. Переход к неинерциальной системе координат

На первый взгляд может показаться, что мы могли бы получить систему координат S^C, если сообщили бы системе S^B кратковременное ускорение

$$\frac{-v-(+v)}{\delta t^A} = -\frac{2v}{\delta t^A}. \tag{2.15}$$

Здесь δt^A — малый промежуток времени, в течение которого система S^B испытывала ускорение. Однако в действительности положение значительно сложнее. Начала (и конец) ускорения всех точек системы S^B, одновременные с точки зрения системы S^A, будут неодновременны с точки зрения системы S^B; известно, что кратковременное ускорение нарушает световую синхронизацию часов в инерциальных системах [35] и т. д.

Мы можем, однако, оценить влияние ускорения на ход времени в системе S^B, сравнивая состояния этой системы до и после ускорения, которые нам известны.

Будем рассматривать ход часов в системе S^B *с точки зрения системы* S^A. Пусть каждый наблюдатель в системе S^A в тот момент, когда рядом с ним расположенные часы показывают время $t^A_{\text{перескок}}$, отмечает время, которое показывают часы системы S^B, пролетающие в этот момент мимо его часов (рис. 9). Тогда наблюдатели, расположенные в точках $x^A=0$ и $x^A_{\text{перескок}} = vt^A_{\text{перескок}}$, отметят показания часов в системе S^B, соответственно равные

$$\frac{t^A_{\text{перескок}}}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \text{и} \quad \sqrt{1-\beta^2}\, t^A_{\text{перескок}}.$$

В целом картина, отмеченная всеми наблюдателями в S^A, показана на рис. 10. Полученный результат, конечно, не должен вызвать удивления, так как события, одновременные в S^A, не будут одновременными в S^B.

Повторим теперь подобную же процедуру по отношению к системе S^C. Напоминаем, что в системе S^C есть сдвиг времени, поэтому все вычисления необходимо производить с помощью преобразования Лоренца в форме, учитывающей этот параметр. Несложные выкладки приводят к результатам, показанным на рис. 11 и 12. Наблюдатели в системе S^A на основе результатов, показанных на

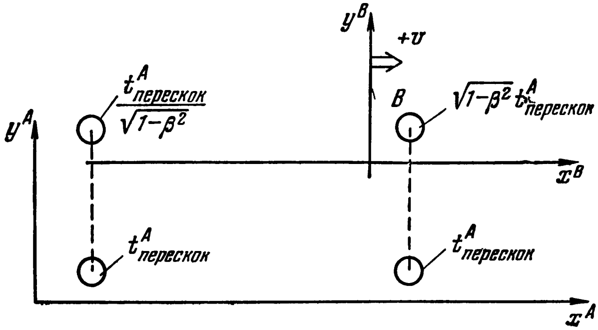

Рис. 9.

рис. 11 и 12, могут сделать заключение, что в системах S^B и S^C имеет место световая синхронизация часов (разумеется, если эти наблюдатели знакомы с преобразованием Лоренца).

Допустим теперь, что мы хотим получить систему S^C путем «мгновенного» (весьма кратковременного) ускорения системы S^B, причем это ускорение сообщено системе S^B в момент $t^A_{\text{перескок}}$ по часам системы S^A. Заметим, что не имеет значения, получила ли система S^B ускорение в момент $t^A_{\text{перескок}}$ по часам, расположенным в начале координат системы S^A, или в каком-либо другом месте. Для системы S^A эти события одновременны.

С точки зрения системы координат S^A все часы системы S^B, независимо от того, где они расположены, испытывают одно и то же ускорение и связанное с ним изменение скорости. Следовательно, все часы системы S^B должны в результате испытанного ускорения изменить свои показания

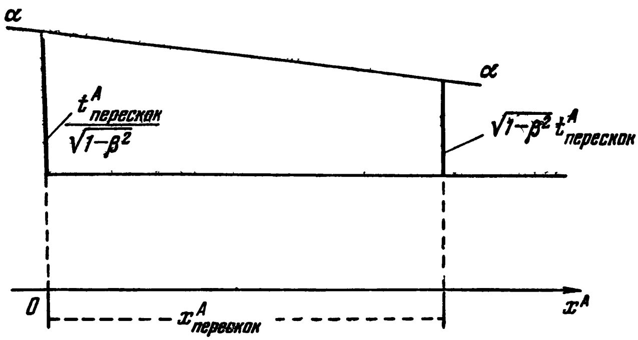

Рис. 10.

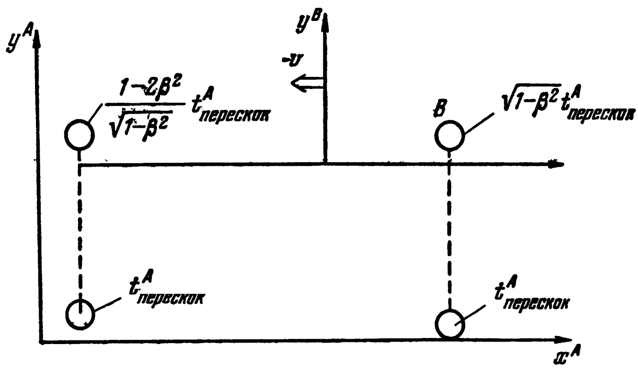

Рис. 11.

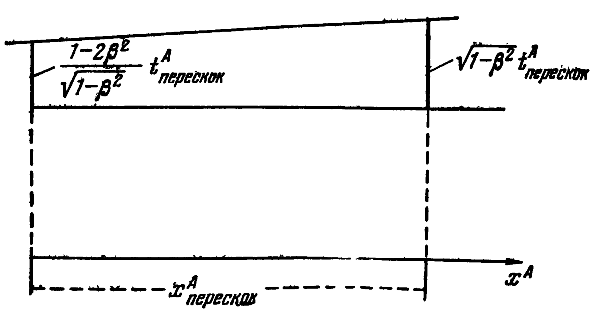

Рис. 12.

на одну и ту же величину

$$\delta t^B = \int\limits_{t^A}^{t^A+\delta t^A} \sqrt{1 - \frac{v(t)^2}{c^2}}\, dt^A,$$

причем при достаточно малом δt^A величина δt^B может быть сделана как угодно малой (см. § 2 первой главы настоящей брошюры). Следовательно, положение линии $\alpha - \alpha$

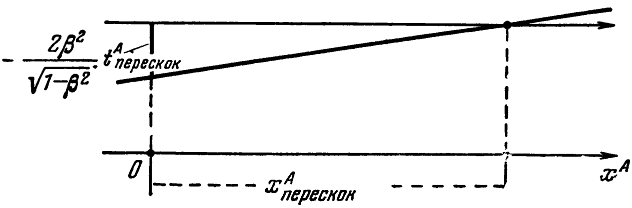

Рис. 13.

на рис. 10 должно сохраниться, несмотря на кратковременное ускорение системы S^B или, в крайнем случае, эта линия должна сместиться на какую-то малую величину параллельно самой себе, но мы, очевидно, таким путем не сможем получить картины, показанной на рис. 12, которая характеризует систему S^C.

Из этого можно сделать только один вывод, а именно: кратковременное ускорение системы координат S^B действительно нарушило световую синхронизацию часов в этой системе. Картина, иллюстрирующая характер нарушения синхронизации, показана на рис. 13. Для того чтобы восстановить световую синхронизацию, следовало бы повернуть стрелки всех часов в S^B после ее ускорения в соответствии с рис. 13. Тогда мы действительно получили бы систему координат S^C. Так, например, стрелки часов, пролетающих мимо часов A_0 системы S^A, в рассматриваемый момент следовало бы повернуть на такой угол, чтобы их показания изменились на величину

$$\left(\frac{1-2\beta^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\right) t^A_{\text{перескок}} = -\frac{2\beta^2 t^A_{\text{перескок}}}{\sqrt{1-\beta^2}}. \quad (2.16)$$

Теперь необходимо заметить следующее. Система S^C была введена в § 7 настоящей главы в предположении, что соблюдается условие

$$t^B_{\text{перескок}} = t^C_{\text{перескок}} = t^A_{\text{перескок}} \sqrt{1-\beta^2}. \qquad (2.17)$$

Следовательно, для того чтобы получить систему координат S^C из системы координат S^B, необходимо не только сообщить ей ускорение $-2v/\delta t^A$ в момент $t^A_{\text{перескок}}$ с последующим восстановлением синхронизации часов в этой системе, но и оставить без изменения показание часов B, расположенных в начале координат системы S^B до ее ускорения, т. е. выполнить условие (2.17) (сдвиг начала отсчета координаты x^C в системе S^C для нас сейчас несуществен). Если бы мы оставили без изменения показания каких-либо других часов в системе S^B, то после восстановления синхронизации получили бы картину, отличную от показанной на рис. 12. Очевидно, что все эти синхронизации эквивалентны между собой. Каждая из них может быть получена из любой другой путем перемещения стрелок всех часов системы S^B на одну и ту же величину.

Рассмотрим теперь поведение часов A_0 с точки зрения системы S^B, которую будем считать «неподвижной». В этой системе действовало кратковременное гравитационное поле, после окончания действия которого мы «почти мгновенно» восстанавливаем световую синхронизацию часов в системе S^B, т. е. превратим ее в систему S^C. Тогда, учитывая формулу (2.16), можно утверждать, что ход часов A_0 после их свободного падения в гравитационном поле системы S^B изменился на величину

$$\Delta t^{A_0}_{\text{ускор}} \cong \frac{2\beta^2 t^A_{\text{перескок}}}{\sqrt{1-\beta^2}} \sqrt{1-\beta^2} = \frac{2\beta^2 t^B_{\text{перескок}}}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad (2.18)$$

по отношению к часам системы S^C, мимо которых они ускоренно двигались. Дело в том, что на часах A_0 на их обратном пути должно пройти время

$$[t^B_{\text{встречи}} - (0{,}5 t^B_{\text{встречи}} - \Delta t^B)] \sqrt{1-\beta^2},$$

где Δt^B определяется формулой (2.16). Отсюда появление множителя $\sqrt{1-\beta^2}$ в формуле (2.18) становится ясным.

В заключение необходимо отметить, что изложенный выше метод учета влияния кратковременно приложенного гравитационного поля на световую синхронизацию часов в инерциальных системах отсчета неприменим к произвольным гравитационным полям хотя бы потому, что во всех изложенных выше рассуждениях предполагалось, что рассматриваемые процессы происходят в псевдоевклидовом пространственно-временном континууме специальной теории относительности.

Заметим в заключение, что поворот стрелок часов системы S^B назад, конечно, не означает обращение времени. Это просто преобразование координат, меняющее начало отсчета времени различных часов и восстанавливающее световую синхронизацию в этой системе. Так как это преобразование не меняет показания часов B, то оно не может отразиться на результате встречи часов A_0 и B.

§ 9. Гравитационное смещение

Мы изложим здесь сущность явления гравитационного смещения, следуя главным образом статье А. Г. Баранова [16], показавшего, что этот эффект является следствием релятивистского закона сложения скоростей.

А. Г. Баранов пользуется следующей моделью: «Пусть в неподвижной или инерциальной лаборатории в отсутствие гравитации имеется установка, в которой на расстоянии l друг от друга в точках A и B закреплены двое совершенно идентичных часов. Установка движется равномерно ускоренно в направлении AB с ускорением g. Очевидно, что в лабораторной системе отсчета ход часов A и B совершенно одинаков, ибо часы идентичны и находятся в идентичных условиях (точки A и B имеют в лабораторной системе в любой момент одинаковую скорость и одинаковое ускорение, а гравитация отсутствует). Таким образом, если обозначить через τ период часов, то

$$\tau_{A_л} = \tau_{B_л},$$

где $\tau_{A_л}$ и $\tau_{B_л}$ обозначают период часов в лабораторной системе. Поместим наблюдателя в точку B и предложим ему сравнить ход часов A и B. Ход часов B он наблюдает непосредственно. Чтобы судить о ходе отдаленных часов A, ему нужно получать об этом какую-то информацию. Пусть информация передается механическими сигналами (например, пулями), скорость которых относительно источника A равняется w».

Далее А. Г. Баранов пользуется релятивистским законом сложения скоростей

$$u = \frac{w + v}{1 + wv/c^2}, \tag{2.19}$$

где u — скорость сигнала в лабораторной системе координат, v — скорость установки в момент посылки сигнала. После ряда преобразований получается приближенная формула

$$\frac{\Delta\tau}{\tau} = \frac{gl}{c^2}. \tag{2.20}$$

Здесь g — ускорение установки, τ — время, разделяющее посылку двух последовательных сигналов и $\tau + \Delta\tau$ — время, разделяющее их прием.

По поводу формулы (2.20) А. Г. Баранов пишет: «В этом выводе мы пренебрегали изменениями расстояния l и периода τ с изменением скорости движения установки как величинами высшего порядка малости. Мы видим, как и утверждалось, что в классической теории гравитационное смещение действительно отсутствует, что оно не зависит от скорости сигналов, применяемых для сравнения хода часов, и что оно — прямое следствие релятивистского закона сложения скоростей».

Из формулы (2.20) непосредственно следует формула А. Эйнштейна

$$\nu = \nu_0 (1 + \Phi/c^2); \tag{2.21}$$

здесь ν — воспринимаемая частота при разности гравитационного потенциала Φ между приемником и источником и ν_0 — частота при отсутствии разницы потенциала.

Итак, часы, расположенные в точке, где $\Phi = 0$, идут в $(1 + \Phi/c^2)$ раз медленнее, чем часы, расположенные в точке, где $\Phi \neq 0$.

В статье А. Эйнштейна «О влиянии силы тяжести на распространение света» [1] говорится: «Ничто не принуждает нас к допущению, что часы, находящиеся при различных гравитационных потенциалах, должны рассматриваться как одинаково быстро идущие механизмы. Наоборот, мы непременно должны определить время в K

(система в гравитационном поле. — *Прим. автора*) так, чтобы число гребней волн и минимумов между ними, которые находятся между S_2 и S_1 (источником и приемником. — *Прим. автора*), не зависело от абсолютного значения времени, ибо рассматриваемый процесс по природе своей стационарен. Если мы этого условия не выполним, то придем к определению времени, при применении которого время явно войдет в законы природы, что, конечно, неестественно и нецелесообразно. Итак, оба часовых механизма в S_2 и S_1 не показывают правильного «времени». Если мы определили время в S_1 часами U_1, то мы должны измерить время в S_2 часами, которые идут в $1 + \Phi/c^2$ раза медленнее, чем часы U_1 при их сравнении в одном и том же месте».

Вернемся теперь к схеме рассматриваемого нами «парадокса». В системе S^B действует кратковременное гравитационное поле. Пользуясь эффектом гравитационного смещения, можно показать, что за время действия этого поля ход часов A_0 изменится на величину

$$\Delta t^A_{\text{ускор}} = \frac{2\beta^2 t^B_{\text{перескок}}}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{2.22}$$

по отношению к часам B, расположенным в начале системы координат S^B.

Здесь принято, что часы A_0 посылают сигналы со скоростью света и что интегрально эффектом Допплера можно пренебречь, так как скорость часов A_0 относительно системы S^B меняется от $-v$ до $+v$. Только при этих условиях полученная формула совпадает с правильной формулой (2.18), поэтому эти условия отражают особенности синхронизации часов в гравитационном поле.

§ 10. Метод двух систем координат

Теперь мы можем со всеми подробностями изложить разъяснение, данное А. Эйнштейном в его работе: «Диалог по поводу возражений против теории относительности» [1]. Мы изложим разъяснение А. Эйнштейна применительно к «парадоксу», описанному в § 2 первой главы настоящей брошюры. Дальнейшее изложение справедливо в пределах справедливости формулы (2.18)

Как мы видели, с точки зрения системы координат S^A должно иметь место соотношение

$$t^{A_0}_{\text{встречи}} \sqrt{1-\beta^2} = t^{B}_{\text{встречи}}.$$

Покажем теперь, что то же самое соотношение получается с точки зрения системы координат S^B, жестко связанной с часами B. Путь часов A_0 в системе координат S^B

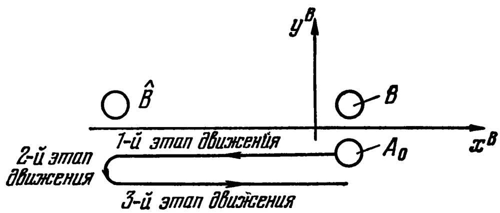

Рис. 14.

можно разбить на три этапа, как это показано на рис. 14. В начальный момент, когда часы A_0 пролетают мимо часов B, мы, как и раньше, имеем

$$t^{A_0} = t^B = 0.$$

Далее, *на 1-м этапе движения часов* A_0 система координат S^B инерциальная, следовательно, на этом этапе часы A_0 должны запаздывать по отношению к часам системы S^B, т. е. стрелки часов A_0 должны за время $1/2 t^B_{\text{встречи}}$ по часам системы S^B передвинуться на величину

$$^1/_2 t^B_{\text{встречи}} \sqrt{1-\beta^2}. \tag{2.23}$$

Затем наступает весьма кратковременный второй этап, во время которого в системе S^B действует гравитационное поле. В это время система S^A и вместе с ней часы A_0 движутся ускоренно по отношению к системе S^B (свободно падают в гравитационном поле этой системы). И вот за время действия гравитационного поля (τ) ход часов A_0 по отношению к часам S^B увеличится на величину *)

$$\Delta t^{A_0}_{\text{ускор}} = \frac{2\beta^2 t^B_{\text{перескок}}}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\beta^2 t^B_{\text{встречи}}}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{2.24}$$

*) Формула (2.24) была выведена в [17], а также в § 8 настоящей главы.

Необходимо отметить, что величина $\Delta t^{A_0}_{\text{ускор}}$ непосредственно не зависит от продолжительности действия гравитационного поля. Необходимо только, чтобы между интенсивностью однородного гравитационного поля $\gamma(t^B)$ и его продолжительностью τ соблюдалось соотношение

$$\int_0^\tau \gamma(t^B)\,dt^B = \text{const}. \tag{2.25}$$

Если это поле постоянно во времени, то вместо соотношения (2.25) мы получим

$$\gamma\tau = \text{const}. \tag{2.26}$$

Под интенсивностью поля γ здесь понимается величина ускорения свободно падающего в этом поле тела.

Теперь необходимо дать исчерпывающий ответ на вопрос, который часто задают при изучении разъяснения «парадокса с часами», предложенного А. Эйнштейном. Вопрос этот заключается в следующем: «При рассмотрении всего процесса с точки зрения системы координат S^A мы пренебрегли влиянием кратковременного ускорения часов B на их ход, в результате чего получили формулу

$$t^B_{\text{встречи}} = t^A_{\text{встречи}}\sqrt{1-\beta^2}. \tag{2.27}$$

Когда же мы рассматриваем этот же процесс с точки зрения системы координат S^B, мы отнюдь не пренебрегали влиянием кратковременного ускорения часов A_0 на их ход, несмотря на то, что часы A_0 испытывали точно такое же ускорение относительно системы координат S^B, какое испытывали часы B относительно системы координат S^A.

Для того чтобы объяснить парадокс, мы вынуждены принять, что ход часов A_0 за время их ускоренного движения относительно системы S^B по отношению к часам S^B увеличится на величину

$$\Delta t^{A_0}_{\text{ускор}} = \frac{\beta^2 t^B_{\text{встречи}}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \tag{2.28}$$

причем эта формула остается неизменной, как бы мал ни был (по часам системы S^B) промежуток времени ускоренного движения часов A_0. Нам представляется, что в этом рассуждении имеется явное противоречие. Если это не так, то необходимо ответить на вопрос, в чем же заключается ошибочность приведенного рассуждения».

Сейчас мы дадим ответ на этот вопрос. Для полной ясности разобьем этот ответ на отдельные пункты.

1) Формула (2.27) была получена в результате рассмотрения поведения часов B с точки зрения *инерциальной* системы координат S^A, причем за время ускоренного движения часов B относительно системы координат S^A на этих часах, как мы уже не раз отмечали, могло набежать время

$$\delta t^B = \int\limits_{t^A}^{t^A+\delta t^A} \sqrt{1 - \frac{v(t^A)^2}{c^2}}\, dt^A. \tag{2.29}$$

Ясно, что при достаточно малом δt^A величину δt^B можно сделать как угодно малой. Напомним, что формула (2.29) справедлива по крайней мере до ускорени $10^{14}g$, где g — ускорение у поверхности Земли (опыты на основе эффекта Мёссбауэра), если только наблюдение за часами B ведется из инерциальной системы координат. Но мы действительно наблюдаем поведение часов B из системы S^A, которая все время остается инерциальной и в которой никогда не действовало гравитационное поле. Следовательно, в системе S^A не было никакой разности гравитационного потенциала между часами A_0 и B. Поэтому ускорение часов B было вызвано какой-то другой причиной, которая могла носить даже локальный характер. Например, часы B могли быть снабжены ракетным двигателем, который включался на весьма малый промежуток времени δt^A.

2) При рассмотрении поведения часов A_0 с точки зрения системы координат S^B мы имеем дело с совсем другой картиной. Часы A_0 движутся ускоренно относительно *неинерциальной* системы координат S^B (т. е. свободно падают в гравитационном поле этой системы), причем между местом, где находятся часы B, и местом свободного падения часов A_0 существует определенная разность гравитационного потенциала. (Часы A_0 находятся в области большего гравитационного потенциала, чем часы B.) В этом все дело. Темп хода часов A_0, измеренный наблюда-

телем, расположенным рядом с часами B, будет ускоренным по отношению к темпу хода часов B благодаря эффекту гравитационного смещения. Вследствие этого за время действия гравитационного поля в системе S^B на часах A_0 (с точки зрения наблюдателя, расположенного рядом с часами B) должно набежать время, достаточное для разъяснения парадокса. С другой стороны, если восстановить в системе S^B «почти мгновенно» световую синхронизацию, нарушенную кратковременным гравитационным полем, то можно убедиться, что часы A_0 будут идти быстрее часов $\hat{B}$, мимо которых они в данный момент движутся (рис. 14). В самом деле, для восстановления световой синхронизации в системе S^B необходимо стрелки часов $\hat{B}$ повернуть назад на величину, определяемую формулой (2.16), в результате чего (с точки зрения системы S^B) на часах A_0 набежит время, определяемое формулой (2.18). Далее, для того чтобы были соблюдены выводы, изложенные в п.1, необходимо в той точке, где расположены часы B, положить величину гравитационного потенциала равной нулю. Следует также обратить внимание на то обстоятельство, что величина $\Delta t^A_{\text{ускор}}$ пропорциональна $\frac{1}{2}\, t^B_{\text{встречи}}$, т. е. пропорциональна пути, пройденному часами A_0 до включения гравитационного поля (или, что то же самое, разности гравитационного потенциала между часами B и A_0).

На третьем этапе пути часов A_0 система S^B опять инерциальна, следовательно, на этом этапе на часах A_0 набежит время

$$\frac{1}{2}\, t^B_{\text{встречи}} \sqrt{1-\beta^2}. \tag{2.30}$$

Складывая выражения (2.23), (2.24) и (2.30), мы должны получить $t^{A_0}_{\text{встречи}}$, т. е. ($0{,}5\,\tau$ включено в $0{,}5 t^B_{\text{встречи}}$)

$$\tfrac{1}{2} t^B_{\text{встречи}} \sqrt{1-\beta^2} + \frac{\beta^2 t^B_{\text{встречи}}}{\sqrt{1-\beta^2}} + {} \\ + \tfrac{1}{2} t^B_{\text{встречи}} \sqrt{1-\beta^2} = t^{A_0}_{\text{встречи}}. \tag{2.31}$$

Отсюда следует, что

$$t^B_{\text{встречи}} = \sqrt{1-\beta^2}\, t^{A_0}_{\text{встречи}}, \tag{2.32}$$

т. е. мы опять пришли к выражению (1.17). Таким образом, как с точки зрения системы координат S^A, так и системы координат S^B получается один и тот же результат. «Парадокс», следовательно, полностью разрешен.

Сам А. Эйнштейн рассматривал несколько более сложный «парадокс». Схема его такова. В начале инерциальной системы координат K покоятся совершенно одинаковые часы U_1 и U_2, показывающие одно и то же время. Затем часы U_2 ускоряются внешними силами в положительном направлении оси x до тех пор, пока не приобретут скорость v (первый этап процесса). Далее часы U_2 движутся некоторое время с постоянной скоростью v (второй этап процесса). Пройдя определенный путь в системе K, часы U_2 ускоряются внешними силами, действующими в отрицательном направлении оси x до тех пор, пока они не приобретут скорость $-v$ (третий этап процесса). Далее часы U_2 движутся в отрицательном направлении оси x с постоянной скоростью v до тех пор, пока они не приблизятся к часам U_1 (четвертый этап процесса), и, наконец, часы U_2 останавливаются внешними силами рядом с часами U_1. С точки зрения системы K часы U_2 в момент их возвращения к часам U_1 должны показывать меньшее время, чем часы U_1. Необходимо показать, что такой же результат получится с точки зрения системы K', жестко связанной с часами U_2.

А. Эйнштейн в следующих словах дает это разъяснение: «Если относить все к координатной системе K', то это явление объясняется следующим образом: в течение второго и четвертого этапов рассматриваемого процесса часы U_1, движущиеся со скоростью v, идут медленнее покоящихся часов U_2. Но это отставание будет с избытком компенсировано быстрым ходом часов U_1 во время третьего этапа процесса. В самом деле, согласно общей теории относительности, часы идут тем быстрее, чем больше гравитационный потенциал в том месте, где они находятся; часы же U_1 на третьем этапе процесса действительно находятся в области большего гравитационного потенциала, чем часы U_2»*). В заключение А. Эйнштейн указывает,

*) А. Эйнштейн, Диалог по поводу возражений против теории относительности [1].

что как это качественное рассуждение, так и основанные на нем расчеты полностью разъясняют «парадокс».

Данное А. Эйнштейном разъяснение «парадокса» прекрасно охарактеризовано академиком Д. В. Скобельцыным в следующих словах [17]: «В частности, если рассматривать ситуацию, возникающую при осуществлении цикла движений с «путешествующим» в космосе B и остающимся «неподвижным» на Земле его близнецом A, то имеет место следующее: когда в середине путешествия B направление скорости его (B) изменяется на противоположное и в некоторый момент времени он начинает сближаться с A, то в течение того времени, когда он, находясь на большом расстоянии от A, движется в направлении к A ускоренно, ему (B), считающему себя неподвижным, представляется, что течение процессов в системе A убыстряется.

В известном смысле наглядное «объяснение» этого может быть дано в следующих терминах: процессы в A убыстряются относительно B, движущегося с ускорением g, направленным от B к A, вследствие того, что с точки зрения B (считающего себя неподвижным) A находится в эффективном поле тяготения, направленном от A и B. Потенциал тяготения A относительно B при этом положителен.

Вместе с тем с точки зрения A (неподвижного на Земле) такое дополнительное поле тяготения вообще отсутствует и соответствующее ему убыстрение процессов, протекающих в B, не происходит. Наоборот, эти процессы в системе B, движущейся относительно A, ему (A) представляются замедленными».

§ 11. Заключение

В заключение мы хотели бы подчеркнуть, что в методе трех инерциальных систем координат ни одна из них не испытывает ускорения, поэтому параметры этих систем (координаты x и t) все время связаны преобразованием Лоренца. В этом методе кратковременное ускорение испытывают только изолированные часы B. Наоборот, в методе двух систем координат одна из них неинерциальна. В этой системе координат действует кратковременное гравитационное поле, в котором свободно падает система координат S^A. В этом заключается различие обоих подходов к вопросу о «парадоксе с часами».

ГЛАВА 3

ПАРАМЕТРЫ СДВИГА КООРДИНАТ И ВРЕМЕНИ

§ 12. Общие определения

Понятия сдвига координат и времени были введены в предыдущей главе. Здесь мы рассмотрим эти понятия несколько подробнее, имея в виду их применение в дальнейшем.

Обычно утверждают, что время, показываемое движущимися часами t^B, связано со временем покоящихся часов t^A, мимо которых они в данный момент пролетают, соотношением

$$t^B = \sqrt{1-\beta^2}\, t^A. \tag{3.1}$$

Это соотношение (рис. 15) совершенно справедливо при условии, что в тот момент, когда показания движущихся часов $t^B = 0$, они пролетали мимо покоящихся часов A_0 системы S^A, также показывающих в этот момент время $t^{A_0} = 0$ (напоминаем, что часы A_0 расположены в начале системы координат S^A, как это показано на рис. 16).

Если же имеет место ситуация, показанная на рис. 17, то взамен формулы (3.1) следует писать

$$t^B = t^B_{\text{сдвиг}} + \sqrt{1-\beta^2}\, t^A \tag{3.2}$$

(рис. 18). И аналогично, если будет иметь место ситуация, показанная на рис. 19, то справедливой будет формула

$$t^B = \sqrt{1-\beta^2}\,(t^A - t^{A_0}_{\text{сдвиг}}) \tag{3.3}$$

(рис. 20),

В общем случае необходимо ввести параметры сдвига координаты $x^A_{\text{сдвиг}}$ и времени $t^A_{\text{сдвиг}}$ (рис. 21), которые могут быть определены как координаты и показания часов в *«неподвижной»* инерциальной системе координат S^A,

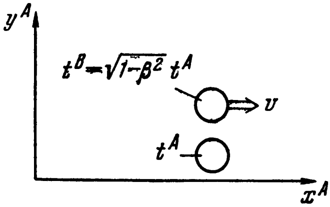

Рис. 15.

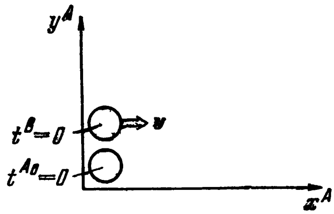

Рис. 16.

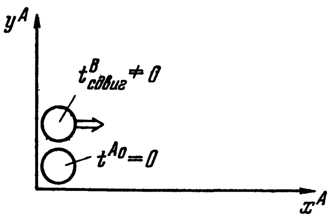

Рис. 17.

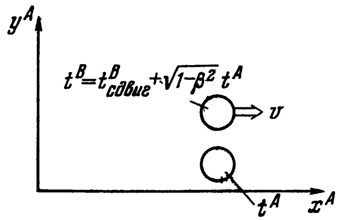

Рис. 18.

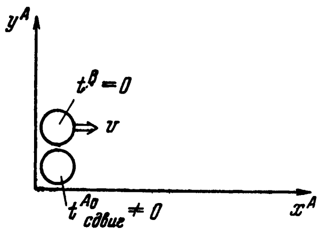

Рис. 19.

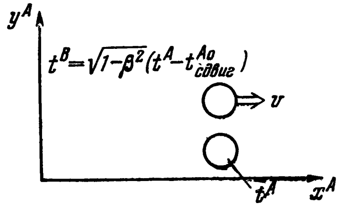

Рис. 20.

мимо которых в данный момент пролетают часы инерциальной системы координат S^B, расположенные в точке $x^{B_0} = 0$ и показывающие время $t^{B_0} = 0$ (рис. 21).

Это определение совершенно аналогично следующему. Параметры $x^A_{\text{сдвиг}}$ и $t^A_{\text{сдвиг}}$ означают координату и показания часов в движущейся системе координат S^A, которые в данный момент пролетают мимо часов B^0 неподвижной системы координат S^B, расположенных в точке $x^B = 0$ и показывающих время $t^{B_0} = 0$. В обоих случаях параметры $x^A_{\text{сдвиг}}$ и $t^A_{\text{сдвиг}}$ измеряются в системе координат S^A.

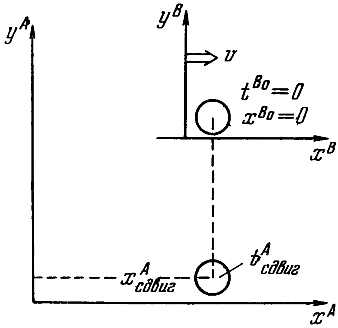

Рис. 21.

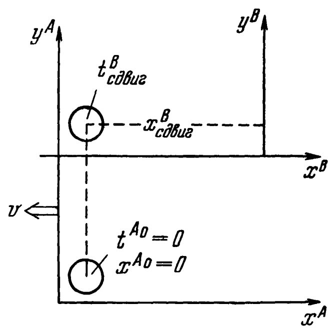

Рис. 22.

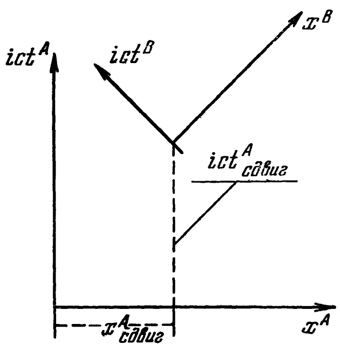

Рис. 23.

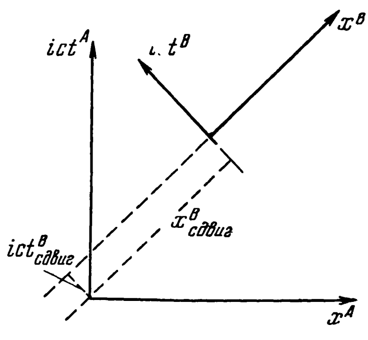

Рис. 24.

Аналогично могут быть определены параметры $x^B_{\text{сдвиг}}$ и $t^B_{\text{сдвиг}}$, которые должны измеряться в системе координат S^B (рис. 22).

Параметры $x^A_{\text{сдвиг}}$ и $t^A_{\text{сдвиг}}$ могут быть также определены как координаты начала отсчета системы S^B, измеренные в системе координат S^A, в псевдоевклидовом пространстве $S^2 = (x^A)^2 - c^2\,(t^A)^2$. Аналогично могут быть определены параметры $x^B_{\text{сдвиг}}$ и $t^B_{\text{сдвиг}}$ (рис. 23 и 24). В общем случае

$$x^A_{\text{сдвиг}} \neq x^B_{\text{сдвиг}} \quad \text{и} \quad t^A_{\text{сдвиг}} \neq t^B_{\text{сдвиг}}.$$

§ 13. Преобразование Лоренца в случае отличных от нуля параметров сдвига координат и времени

Из рис. 22 следует, что преобразованию Лоренца должны быть подвергнуты величины

$$(x^B - x^B_{\text{сдвиг}}) \quad \text{и} \quad (t^B - t^B_{\text{сдвиг}}).$$

Итак, имеем

$$\left.\begin{aligned} x^A &= \frac{(x^B - x^B_{\text{сдвиг}}) + v\,(t^B - t^B_{\text{сдвиг}})}{\sqrt{1-\beta^2}}, \\ t^A &= \frac{(t^B - t^B_{\text{сдвиг}}) + \frac{v}{c^2}\,(x^B - x^B_{\text{сдвиг}})}{\sqrt{1-\beta^2}}. \end{aligned}\right\} \tag{3.4}$$

Или

$$\left.\begin{aligned} x^B - x^B_{\text{сдвиг}} &= \frac{x^A - vt^A}{\sqrt{1-\beta^2}}, \\ t^B - t^B_{\text{сдвиг}} &= \frac{t^A - \frac{v}{c^2}\,x^A}{\sqrt{1-\beta^2}}. \end{aligned}\right\} \tag{3.5}$$

Найдем теперь связь между параметрами $x^A_{\text{сдвиг}}$, $t^A_{\text{сдвиг}}$ и $x^B_{\text{сдвиг}}$, $t^B_{\text{сдвиг}}$. Как видно из рис. 21 и 22, для нахождения $x^A_{\text{сдвиг}}$ и $t^A_{\text{сдвиг}}$ достаточно в уравнение (3.4) подставить $x^B = 0$ и $t^B = 0$. В самом деле, $x^A_{\text{сдвиг}}$ и $t^A_{\text{сдвиг}}$ определяются как координаты часов и показываемое ими время в системе S^A в тот момент, когда мимо них пролетают часы системы S^B, расположенные в точке $x^B = 0$ и показывающие время $t^B = 0$. Итак, имеем

$$\left.\begin{aligned} x^A_{\text{сдвиг}} &= \frac{-x^B_{\text{сдвиг}} - vt^B_{\text{сдвиг}}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \\ t^A_{\text{сдвиг}} &= \frac{-t^B_{\text{сдвиг}} - (v/c^2 x)^B_{\text{сдвиг}}}{\sqrt{1-\beta^2}}. \end{aligned}\right\} \tag{3.6}$$

Интересно отметить, что параметры ($x^A_{\text{сдвиг}}$, $t^A_{\text{сдвиг}}$) и параметры ($x^B_{\text{сдвиг}}$, $t^B_{\text{сдвиг}}$) с точностью до знака связаны друг с другом преобразованием Лоренца. Заметим также, что если

$$v > 0, \quad x^B_{\text{сдвиг}} > 0 \text{ и } t^B_{\text{сдвиг}} > 0,$$

то, как видно из (3.6),

$$x^A_{\text{сдвиг}} < 0 \quad \text{и} \quad t^A_{\text{сдвиг}} < 0$$

и наоборот. Здесь v — скорость системы S^B относительно системы S^A.

§ 14. Некоторые примеры

В заключение рассмотрим две задачи, решение которых вообще невозможно без введения параметров сдвига координат и времени.

З а д а ч а 1. Пусть часы движущейся системы координат S^B, расположенные в точке x^B_1, показывают время t^B_1 (рис. 25) в тот момент, когда они пролетают мимо часов системы S^A, расположенных в точке x^A_1 и показывающих время t^A_1. Спрашивается, какой будет координата x^B_2

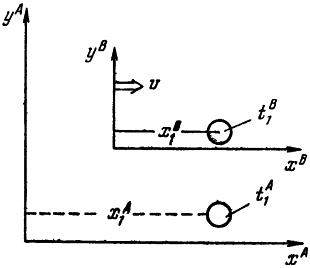

Рис. 25.

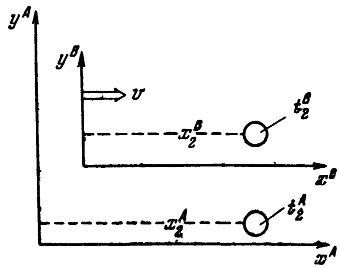

Рис. 26.

и показания t^B_2 часов, расположенных в системе S^B, в тот момент, когда они пролетают мимо часов системы S^A, расположенных в точке x^A_2 и показывающих время t^A_2 (рис. 26). Скорость v системы S^B относительно системы S^A задана.

Для решения задачи найдем прежде всего параметры $x^B_{\text{сдвиг}}$ и $t^B_{\text{сдвиг}}$. Для этой цели подставим известные значения x^A_1, t^A_1 и x^B_1, t^B_1 в уравнения (3.5). Имеем

$$\left.\begin{aligned} x^B_{\text{сдвиг}} &= x^B_1 - \left[\frac{x^A_1 - vt^A_1}{\sqrt{1-\beta^2}}\right], \\ t^B_{\text{сдвиг}} &= t^B_1 - \frac{t^A_1 - (v/c^2)x^A_1}{\sqrt{1-\beta^2}}. \end{aligned}\right\} \tag{3.7}$$

Таким образом, параметры $x^B_{\text{сдвиг}}$ и $t^B_{\text{сдвиг}}$ найдены. Подставив теперь в уравнения (3.5) известные величины $x^B_{\text{сдвиг}}$, $t^B_{\text{сдвиг}}$, x^A_2 и t^A_2, найдем

$$\left.\begin{aligned} x^B_2 &= \left(x^B_1 - \frac{x^A_1 - vt^A_1}{\sqrt{1-\beta^2}}\right) + \frac{x^A_2 - vt^A_2}{\sqrt{1-\beta^2}}, \\ t^B_2 &= \left(t^B_1 - \frac{t^A_1 - (v/c^2)x^A_1}{\sqrt{1-\beta^2}}\right) + \frac{t^A_2 - (v/c^2)x^A_2}{\sqrt{1-\beta^2}}. \end{aligned}\right\} \tag{3.8}$$

Итак, задача решена. Следует еще раз подчеркнуть, что без введения параметров $x^B_{\text{сдвиг}}$ и $t^B_{\text{сдвиг}}$ эта задача вообще не могла бы быть решена.

З а д а ч а 2. Пусть в покоящейся системе координат S^A в момент времени $t^{A_0} = 0$ в точке $x^A = 0$ на оси x^A испущен световой сигнал. Этот сигнал достигнет зеркала k (рис. 27) и отразится от него в момент времени

$$t^A_{\text{от}} = \frac{l}{c}, \tag{3.9}$$

где l — расстояние зеркала от начала координат в системе S^A.

Рассмотрим теперь то же явление с точки зрения системы координат S^B, движущейся прямолинейно и равномерно со скоростью v относительно системы S^A (см. рис. 27).

Допустим, что параметры сдвига координат и времени системы S^B относительно системы S^A равны нулю. В таком случае пространственное расстояние l с точки зрения системы S^B будет равно

$$l\sqrt{1-\beta^2}. \tag{3.10}$$

Далее, так как зеркало k в системе S^B движется навстречу световому импульсу, то для момента отражения имеем

$$t_{\text{от}}^B = \frac{l\sqrt{1-\beta^2}}{v+c}. \tag{3.11}$$

Так как параметр сдвига времени системы S^B относительно системы S^A равен нулю, то казалось бы, что

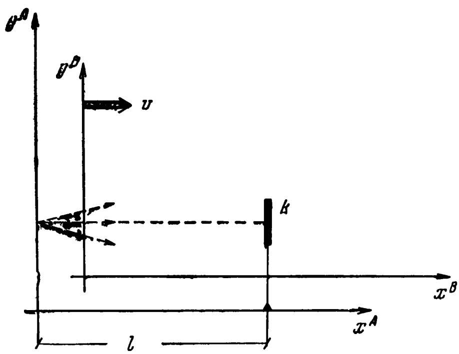

Рис. 27.

можно сделать заключение (конечно, неверное заключение), что должно быть

$$t_{\text{от}}^B = \sqrt{1-\beta^2}\, t_{\text{от}}^A. \tag{3.12}$$

В действительности, однако, как это следует из (3.11),

$$t_{\text{от}}^B \neq \sqrt{1-\beta^2}\, t_{\text{от}}^A.$$

Требуется разъяснить возникшее противоречие. Эта задача разрешается совершенно элементарно.

Дело в том, что формула

$$t^B = \sqrt{1-\beta^2}\, t^A \tag{3.13}$$

может применяться к движущимся часам B при сравнении их показаний с показаниями часов системы S^A, мимо которых они в данный момент пролетают, и при условии, что часы B показывали время $t^B = 0$ в тот момент, когда они пролетали мимо часов A_0, расположенных в начале системы координат S^A и показывающих время $t^{A} = 0$. Вместе с тем формула (3.12) совершенно неприменима к случайной паре часов систем S^A и S^B, оказавшихся в данный момент в одной и той же точке пространства. Поэтому эта формула неприменима к сравнению показаний часов $t^B_{\text{от}}$ и $t^A_{\text{от}}$. Правильный ответ, т. е. формулу (3.11) легко получить, применяя преобразование Лоренца.

Отражение от зеркала в системе S^A характеризуется координатами

$$x^A = l \quad \text{и} \quad t^A_{\text{от}} = \frac{l}{c}. \tag{3.14}$$

Это же событие в системе S^B будет иметь координаты *)

$$\left.\begin{aligned} x^B &= \frac{l - vt^A_{\text{от}}}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{l(1-\beta)}{\sqrt{1-\beta^2}}, \\ t^B_{\text{от}} &= \frac{t^A_{\text{от}} - vl/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{t^A_{\text{от}}(1-\beta)}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{l(1-\beta)}{c\sqrt{1-\beta^2}}. \end{aligned}\right\} \tag{3.15}$$

Вернемся теперь к формуле (3.11). Тогда получим

$$\begin{aligned} t^B_{\text{от}} &= \frac{l}{c}\,\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1+\beta}\,\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\sqrt{1-\beta^2}} = \\ &= \frac{l}{c}\,\frac{(1-\beta^2)}{(1+\beta)\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{l}{c}\,\frac{(1-\beta)}{\sqrt{1-\beta^2}}. \end{aligned}$$

Итак, формула (3.11) совпадает со второй формулой (3.15).

Можно было бы рассмотреть много других аналогичных задач, связанных с релятивистским замедлением времени. Однако мы ограничимся здесь приведенными примерами.

---

*) Предположено, что параметры сдвига координат и времени равны нулю.

ГЛАВА 4

ОБОБЩЕННЫЙ «ПАРАДОКС С ЧАСАМИ»

«Это чрезвычайно просто и логично, хотя и удивительно для многих, привыкших лишь к классическому понятию универсального времени»

Р. Бойер

(Эйнштейновский сборник, М., «Наука», 1968, стр. 240)

§ 15. Элементарное разъяснение обобщенного «парадокса с часами»

Рассмотрим теперь так называемый обобщенный «парадокс с часами». Схема «парадокса» изображена на рис. 28.

Часы B и часы D, пролетая мимо часов A_0, показывают одно и то же время

$$t^B = t^D = t^{A_0} = 0.$$

Предполагается, что путь часов D является зеркальным отражением пути часов B относительно оси Oy. Следовательно, с точки зрения системы координат S^A в момент повторной встречи часов B и часов D с часами A_0 должно быть

$$t^B_{\text{встречи}} = t^D_{\text{встречи}} = \sqrt{1-\beta^2}\, t^{A_0}_{\text{встречи}}. \tag{4.1}$$

«Парадокс» возникает, если мы рассмотрим весь этот процесс с точки зрения системы координат, жестко связанной с часами B или часами D. Обобщенный «парадокс с часами» разрешается так же, как и обычный «парадокс». На рис. 29 показаны мировые линии часов A, B и D. Очевидно, мировая линия часов A_0 изображается прямой $O - III$, часов B — ломаной $O - I - III$ и часов D — ломаной $O - II - III$.

В свете изложенного выше этот рисунок дает наглядное разрешение обобщенного «парадокса с часами». В самом деле, длины мировых линий, пройденных часами A_0, B и D, с точностью до числителя ic равны показаниям часов

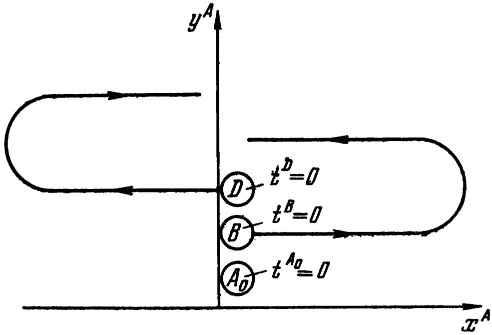

Рис. 28.

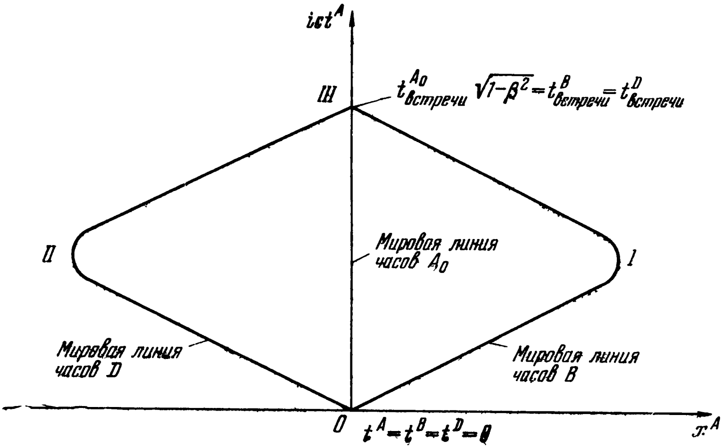

Рис. 29.

A_0, B и D в момент их повторной встречи, и так как, с другой стороны, длины мировых линий этих часов являются *инвариантами*, то мы, очевидно, придем к тому же самому результату (4.1), рассматривая весь процесс с точки зрения любой системы координат. Непосредственное вычисление дает

$$t^{B}_{\text{встречи}} = t^{D}_{\text{встречи}} = \frac{1}{ic} \int\limits_{O-I-III} dS^{B} = \frac{1}{ic} \int\limits_{O-II-III} dS^{D}, \quad (4.2)$$

но, применяя теорему Пифагора, мы можем написать

$$ict^{B}_{\text{встречи}} \approx 2\sqrt{\left(\frac{ict^{A_0}_{\text{встречи}}}{2}\right)^2 + \left(\frac{vt^{A_0}_{\text{встречи}}}{2}\right)^2} \approx ict^{D}_{\text{встречи}}. \quad (4.3)$$

Учитывая (4.3) и (4.2), получим

$$t^{B}_{\text{встречи}} = t^{D}_{\text{встречи}} = \sqrt{1-\beta^2}\, t^{A_0}_{\text{встречи}}, \quad (4.4)$$

т. е. формулу (4.1).

§ 16. Анализ хода времени в сравниваемых системах координат в случае обобщенного «парадокса с часами» (метод пяти инерциальных систем координат)

Общая схема обобщенного «парадокса с часами» изложена в предыдущем параграфе настоящей главы.

Поведение часов A_0 с точки зрения системы координат, жестко связанной с часами B, рассмотрено во второй главе. Очевидно, поведение часов A_0 с точки зрения системы координат, жестко связанной с часами D, может быть рассмотрено аналогично. Итак, остается рассмотреть поведение часов B с точки зрения системы координат, жестко связанной с часами D, или, наоборот, поведение часов D с точки зрения системы координат, жестко связанной с часами B.

Ясно, что системы координат, жестко связанные с часами B и D, не будут инерциальными. Можно, однако, обойти эту трудность, введя в рассмотрение пять инерциальных систем координат S^A, S^B, S^C, S^D и S^E (рис. 30). При этом кратковременное ускорение будут испытывать только изолированные часы B и D.

Итак, допустим, что часы B, пролетев в системе координат S^A расстояние

$$x^{A}_{\text{перескок}} = vt^{A}_{\text{перескок}}, \quad (4.5)$$

перескакивают в инерциальную систему координат S^C.

В момент перескока показания часов B будут равны

$$t^B_{\text{перескок}} = \sqrt{1-\beta^2}\, t^A_{\text{перескок}}. \tag{4.6}$$

Далее мы должны положить, что имеет место соотношение

$$t^C_{\text{перескок}} = t^B_{\text{перескок}} = \sqrt{1-\beta^2}\, t^A_{\text{перескок}}, \tag{4.7}$$

т. е. так же, как и в случае обычного «парадокса с часами», мы принимаем, что в системе координат S^C параметр сдвига времени выбран так, что часы B после их перескока в

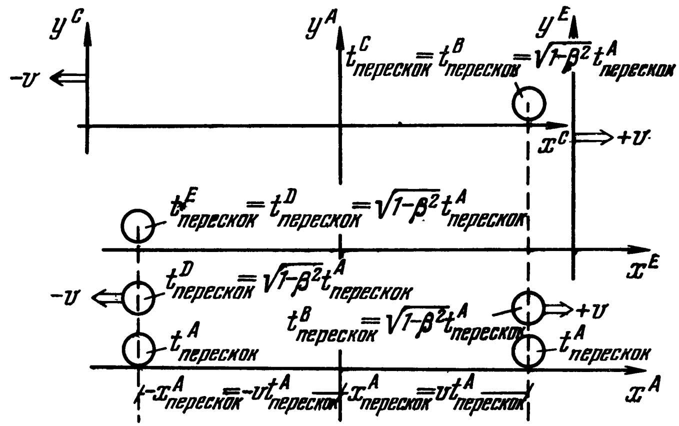

Рис. 30.

систему координат S^C включаются в синхронизацию часов в этой системе (иначе говоря, принимаются одинаковыми показания часов B и часов C, расположенных в том месте системы S^C, куда перескочили часы B). Аналогично для часов D (рис. 30)

$$-x^A_{\text{перескок}} = -vt^A_{\text{перескок}}, \tag{4.8}$$

$$t^E_{\text{перескок}} = t^D_{\text{перескок}} = \sqrt{1-\beta^2}\, t^A_{\text{перескок}}. \tag{4.9}$$

Параметр сдвига времени системы S^E относительно системы S^A будет равен

$$t^E_{\text{сдвиг}} = -\frac{\beta^2 t^{A_0}_{\text{встречи}}}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{4.10}$$

Это легко показать, повторив выкладки, приведенные во второй главе. Там показано, что параметр сдвига времени системы S^C относительно системы S^A равен (рис. 31)

$$t^C_{\text{сдвиг}} = \frac{-\beta^2 t^{A_0}_{\text{встречи}}}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{4.11}$$

Рассмотрим теперь подробно с точки зрения системы S^E поведение часов B, начиная с момента их полета от

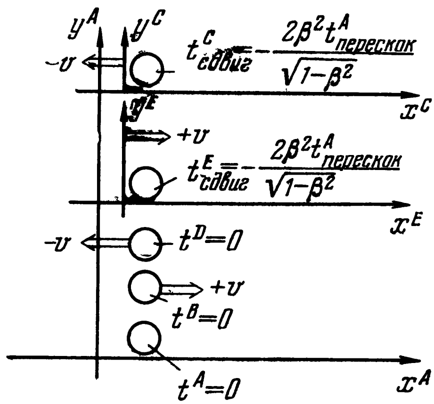

Рис. 31.

часов A_0, т. е. начиная с момента, когда имеет место соотношение

$$t^{A_0} = t^B = 0, \tag{4.12}$$

до момента их повторной встречи с часами A_0 (или часами D). Прежде всего необходимо отметить, что, начиная с момента $t^B = 0$, вплоть до момента перескока часов B в систему S^C, эти часы покоятся относительно системы S^E, так как в течение этого промежутка времени (по часам B) как они, так и система S^E имеют одну и ту же скорость $+v$ относительно системы S^A.

До тех пор, пока часы B покоятся в системе S^E, темп их хода совпадает с темпом хода часов системы S^E, расположенных рядом с ними (при этом, однако, стрелки часов в системе S^E сдвинуты по отношению к часам B на постоянную величину $t^E_{\text{сдвиг}}$).

Итак, можно зафиксировать следующие две одновременные в инерциальной системе S^A ситуации:

1) В точке $x^A = 0$ системы S^A

$$t^{A_0} = 0, \quad t^B = 0, \quad t^E = -\frac{2\beta^2 t^A_{\text{перескок}}}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{4.13}$$

2) В точке $x^A = vt^A_{\text{перескок}}$ системы S^A

$$t^A = t^A_{\text{перескок}},$$

$$t^B = t^B_{\text{перескок}} = t^C_{\text{перескок}} = \sqrt{1-\beta^2}\, t^A_{\text{перескок}}, \tag{4.14}$$

$$t^E = t^E_{\text{перескок}} = -\frac{2\beta^2 t^A_{\text{перескок}}}{\sqrt{1-\beta^2}} + t^B_{\text{перескок}} =$$

$$= -\frac{2\beta^2 t^A_{\text{перескок}}}{\sqrt{1-\beta^2}} + \sqrt{1-\beta^2}\, t^A_{\text{перескок}}.$$

Последняя величина дает показания часов в системе S^E в тот момент, когда мимо них пролетают часы B, перескакивающие в систему S^C.

После перескока часов B в систему S^C они изменяют направление своего движения и начинают двигаться со скоростью $-v$ относительно системы S^A и со скоростью v_1 относительно системы S^E, с точки зрения которой мы рассматриваем ход часов B. Воспользовавшись теоремой сложения скоростей, имеем

$$v_1 = -\frac{2v}{1+\beta^2}. \tag{4.15}$$

Далее, очевидно, время путешествия часов B после их перескока в систему S^C до момента встречи с часами D, покоящимися в системе S^E (или до момента встречи с часами A_0), будет (по часам системы S^E) равно

$$\Delta t^E = \frac{\Delta x^E}{v_1}, \tag{4.16}$$

причем

$$\Delta x^E = x^E_D - x^E_B. \tag{4.17}$$

Здесь x^E_D — координата часов D в системе S^E после их перескока в эту систему и x_B^E — координата часов B в системе S^E в момент их перескока в систему S^C (рис. 31).

Аналогично мы имеем

$$\Delta x^A = x_D^A - x_B^A = -2vt^A_{\text{перескок}}, \tag{4.18}$$

где x_B^A и x_D^A — координаты в системе S^A часов B и D в моменты их перескока и Δx^A — пространственное расстояние в системе S^A между этими событиями. Величину Δx^E можно рассчитать следующим образом. В системе S^E мы имеем два точечных события:

1) $\overset{1}{x}{}^A = vt^A_{\text{перескок}}$ и $t^A_{\text{перескок}}$,

2) $\overset{2}{x}{}^A = -vt^A_{\text{перескок}}$ и $t^A_{\text{перескок}}$. В системе S^E, движущейся относительно системы S^A со скоростью $+v$, эти события не одновременны, но пространственное расстояние между ними может быть найдено по формуле (3.5):

$$\Delta x^E = x_D^E - x_B^E = \left[x^E_{\text{сдвиг}} + \frac{\overset{2}{x}{}^A - vt^A_{\text{перескок}}}{\sqrt{1-\beta^2}}\right] - \left[x^E_{\text{сдвиг}} + \frac{\overset{1}{x}{}^A - vt^A_{\text{перескок}}}{\sqrt{1-\beta^2}}\right] = -\frac{2vt^A_{\text{перескок}}}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{4.19}$$

Учитывая (4.15), (4.16) и (4.21), имеем

$$\Delta t^E = \frac{\Delta x^E}{v_1} = \frac{(1+\beta^2)\, t^A_{\text{перескок}}}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{4.20}$$

Так как после переноса часов B в систему S^C они начинают двигаться относительно системы S^E со скоростью $-v_1$, то с точки зрения системы S^E в момент встречи часов D и часов B должно иметь место соотношение

$$t^B_{\text{встречи}} = t^B_{\text{перескок}} + \Delta t^E \sqrt{1-\beta_1^2}, \tag{4.21}$$

где

$$\beta_1 = v_1/c. \tag{4.22}$$

В самом деле, мы рассматриваем весь процесс с точки зрения системы S^E, но с точки зрения этой системы часы B (после их перескока в систему S^C) запаздывают по отношению к часам системы S^E, следовательно, в то время как по часам системы S^E прошло время Δt^E, по часам B должно пройти время

$$\Delta t^E \sqrt{1-\beta_1^2}. \tag{4.23}$$

Учитывая (4.20), (4.21), (4.22) и (4.15), имеем

$$t^B_{\text{встречи}} = \sqrt{1-\beta^2}\, t^A_{\text{перескок}} + \frac{1+\beta^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \sqrt{1-\frac{4\beta^4}{(1+\beta^2)^2}} \times$$

$$\times t^A_{\text{перескок}} = 2t^A_{\text{перескок}} \sqrt{1-\beta^2} = t^{A_0}_{\text{встречи}} \sqrt{1-\beta^2}. \tag{4.24}$$

Рассматривая совершенно аналогично поведение часов D с точки зрения системы S^C, получим

$$t^{A_0}_{\text{встречи}} \sqrt{1-\beta^2} = t^D_{\text{встречи}}. \tag{4.25}$$

Итак, несмотря на то, что с точки зрения системы координат S^E часы B, покоящиеся в системе S^C, запаздывают по отношению к часам системы S^E, и, наоборот, с точки зрения системы S^C часы D, покоящиеся относительно системы координат S^E, запаздывают относительно часов системы координат S^C, в момент их встречи должно, согласно формулам (4.24) и (4.25), иметь место равенство

$$t^B_{\text{встречи}} = t^D_{\text{встречи}} = t^{A_0}_{\text{встречи}} \sqrt{1-\beta^2}. \tag{4.26}$$

Для полной ясности следует иметь в виду, что часы B в момент их перескока в систему S^C показывают время, отличающееся на некоторую величину $\tau = t^E_{\text{сдвиг}}$ от показаний пролетающих мимо них в этот момент часов системы S^E. Аналогично показания часов D в момент их перескока в систему S^E отличаются на ту же величину $\tau = t^C_{\text{сдвиг}}$ от показаний пролетающих мимо них в этот момент часов системы S^C. Эта симметрия обеспечивает справедливость равенства (4.1), несмотря на то, что с точки зрения системы координат S^E запаздывают покоящиеся в системе S^C часы B, а с точки зрения системы координат S^C запаздывают покоящиеся в системе S^E часы D.

Итак, подробный анализ хода времени в сравниваемых системах координат приводит к естественному разъяснению обобщенного «парадокса с часами».

ГЛАВА 5

О НЕКОТОРЫХ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РАБОТАХ, СВЯЗАННЫХ С «ПАРАДОКСАМИ ВРЕМЕНИ» В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ МЕХАНИКЕ

«Все познание реального мира исходит из опыта и завершается им»

А. Эйнштейн

(Физика и реальность, М., «Наука», 1965, стр. 62)

§ 17. Обзор новейших работ по измерению скорости света

Релятивистское замедление времени, лежащее в основе всех «парадоксов с часами», есть следствие постулатов теории относительности и, в частности, постулата о независимости скорости света от скорости движения источника. После знаменитого опыта Майкельсона этот постулат проверялся в экспериментах многочисленных исследователей, и в настоящее время его справедливость не вызывает сомнений.

Идеи, лежащие в основе этих экспериментов, были самые различные. Для проверки постулата использовались как небесные, так и земные источники света. Исследования велись в широком диапазоне частот от видимого света до жестких γ-лучей. Все эти исследования подтверждали постулат со все возрастающей точностью.

Поэтому сенсацией явилась статья В. Кантора, опубликования в журнале Американского оптического общества (сентябрь 1962 г.), в которой утверждалось, что этот постулат неверен. Основанием для этого утверждения явился проведенный В. Кантором эксперимент, в котором движущимся источником света была стеклянная пластинка, через которую периодически пропускался поток света. Скорость света, излученного движущимся источником, может быть представлена в виде

$$c' = c + \rho v.$$

Здесь c — обычная скорость света, v — скорость источника и ρ — некоторый коэффициент, равный единице по классической теории и нулю по теории относительности. В. Кантор получил для коэффициента ρ значение, равное примерно 2/3.

Таким образом, «эффект Кантора» не только находился в полном противоречии со всеми другими многочисленными экспериментами, но и если бы этот эффект имел место, то законы движения двойных звезд казались бы земному наблюдателю совершенно необычными. Но, как известно, движение двойных звезд с высокой точностью подчиняется тем же законам Ньютона, которым подчинено движение планет Солнечной системы.

Поэтому некоторые физики высказали предположение, что «эффект Кантора» имеет место только в небольшой зоне вблизи движущегося источника света и что за пределами этой зоны скорость света опять становится равной c.

Таким образом, по мнению этих физиков, теория относительности должна быть правильной за пределами этой зоны, а вблизи движущегося источника света должна действовать другая — более общая теория.

Однако эта точка зрения не выдерживает критики. В эксперименте В. Кантора не были учтены некоторые сопутствующие явления, которые обусловили наблюденный им эффект. Как указывает А. Г. Баранов [16], «Тщательное повторение опыта Кантора произвели Бабкок и Бергман [41]. Авторы учли замечание Фокса [42], ставившего под сомнение корректность любого опыта по проверке независимости скорости света от скорости источника, если этот опыт проводится в воздухе или газовой среде. По мнению Фокса, фотоны, сталкиваясь с молекулами воздуха, поглощаются и вновь испускаются со скоростью c относительно воздуха. Этот эффект проявляется, по его мнению, уже при толщине слоя воздуха в 1 *мм*».

Бабкок и Бергман поместили установку Кантора в вакуум и, кроме того, усовершенствовали ее, значительно повысив ее точность. Результат эксперимента Бабкока и Бергмана оказался полностью отрицательным, т. е. никакого «эффекта Кантора» обнаружено не было.

По поводу различных толкователей этого «эффекта» А. Г. Баранов замечает: «И те и другие проявили излишнюю поспешность, не убедившись в действительном существовании самого эффекта».

В 1963 г. эксперимент В. Кантора повторили также английские физики Джеймс и Штернберг [43]. В их установке так же, как и у В. Кантора источником излучения была вращающаяся стеклянная пластинка, но они устранили ряд недостатков, присущих установке В. Кантора, причем, так как размеры установки Джеймса и Штернберга были очень велики (ход луча в одном направлении достигал 20 *м*), не было необходимости помещать ее в вакуум.

Точность новой установки была весьма велика; следует указать, что если бы коэффициент увеличения ρ был равен не единице (как требует классическая теория), а в 20000 раз меньше, то и этот эффект мог бы быть обнаружен на установке Джеймса и Штернберга. Тем не менее никакого эффекта не было обнаружено. Таким образом, второй постулат теории относительности получил еще одно экспериментальное подтверждение.

Из последних работ, в которых дано подтверждение второго постулата с высокой точностью, следует упомянуть работу шведских физиков Т. Алвагера, А. Нильсона и И. Кейелмана. В качестве источника излучения эти физики использовали γ-лучи [44].

Общеизвестны такие эксперименты, в которых непосредственно измерялось релятивистское замедление времени [7 и 8]. Речь идет об экспериментах, в которых измерялась средняя продолжительность жизни мезонов. Так как эти эксперименты многократно описывались и они очень хорошо известны, мы не будем здесь на них останавливаться.

Отметим, наконец, что использование лазеров позволило установить независимость скорости света от скорости движения источников с точностью до 0,03 *мм/сек*.

Таким образом, лазеры дали возможность еще раз проверить основной постулат теории относительности А. Эйнштейна.

§ 18. Эффект Мёссбауэра и «парадокс часов»

Совершенно новую и исключительно точную возможность проверки релятивистских утверждений о «парадоксах времени» дал эффект Мёссбауэра. Согласно этому эффекту смещение частоты ν квантов, излучаемых ядрами на 1 °К, может быть найдено по следующей формуле:

$$\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\delta\nu}{\nu}\right)=\frac{C_p}{2c^2}\,. \tag{5.1}$$

Результаты соответствующих экспериментальных работ прекрасно охарактеризованы Г. Вертхеймом в следующих словах [13]:

«Эти результаты по температурному красному смещению внесли вклад в решение одного много обсуждавшегося вопроса. Специальная теория относительности утверждает, что часы в движущейся системе координат кажутся идущими медленней с точки зрения неподвижной системы.

Существует прекрасное экспериментальное подтверждение правильности этого положения. Например, короткоживущие элементарные частицы, движущиеся с большой скоростью, могут проходить в лабораторной системе координат расстояния, на много порядков большие, чем произведение скорости света на их время жизни, измеренное для частиц, покоящихся в лабораторной системе. С другой стороны, связанный с этим «парадокс близнецов» вызвал много дискуссий. Находились защитники как той точки зрения, что космический путешественник, при возвращении на Землю окажется более молодым, чем его близнец, оставшийся на Земле, так и точки зрения, согласно которой никакой разницы в возрасте близнецов не будет. При этом основная полемика была связана с вопросом о роли ускорения, которое обязательно должен испытывать путешественник, движущийся по замкнутой траектории.

Аналогичная ситуация возникает при быстром тепловом движении атомов в твердом теле [15]. Из того факта, что энергия γ-квантов, испускаемых таким атомом, уменьшается с ростом его температуры, следует, что частота атома тем более понижается, или «ход времени для атома тем более замедляется», чем больше его скорость относительно неподвижного наблюдателя. Ускорения, испытываемые атомом в твердом теле, очень велики и превосходят в 10^{14} раз гравитационное ускорение у поверхности Земли, однако это никоим образом не влияет на релятивистское замедление времени. Таким образом, мы вынуждены заключить, что космический путешественник вернется более молодым, чем его близнец (хотя, может быть, с большим числом седых волос)».

Интересно было провести экспериментальное сравнение хода часов на спутнике с ходом часов, неподвижных относительно Земли. Соответствующие теоретические расчеты могут быть произведены по приведенным выше формулам (1.26). Эти расчеты были фактически проведены рядом авторов, в частности К. Шервиным [45] и др. В работе [45] обсуждаются также возможности реализации подобного эксперимента.

С другой стороны, если космический корабль удаляется от поверхности Земли в радиальном направлении со скоростью, превышающей вторую космическую скорость, то для его возвращения обратно на Землю должна быть приложена кратковременная реактивная сила, изменяющая направление его движения. Следовательно, мировая линия, пройденная этим космическим кораблем, будет состоять из отрезков двух различных геодезических. Для возможности сравнения показаний хода часов, расположенных на этом космическом корабле, с часами, все время неподвижными относительно Земли, необходимо, очевидно, вычислить также длину мировой линии этих часов.

Соответствующие расчеты многократно производились [31]. Они показали, что часы, расположенные на космическом корабле, при их возвращении на Землю будут показывать меньшее время, чем часы, все время покоящиеся в гравитационном поле Земли. Таким образом, наличие гравитационного поля Земли в этом отношении не изменяет результатов обычного рассмотрения парадоксов с часами в псевдоевклидовом пространстве, т. е. при отсутствии гравитационного поля.

Именно это имел в виду Г. Вертхейм в приведенной выше цитате.

§ 19. Несколько замечаний о методе двух систем координат

Как было показано в § 10, существенное значение в методе двух систем координат имеет гравитационное смещение. Однако прежде чем перейти к изложению результатов экспериментальных работ по этому эффекту, сделаем несколько предварительных замечаний.

При выводе уравнения (2.31) мы пренебрегли явным введением периода кратковременного ускорения системы S^B. Покажем, что явное введение этого периода ничего не изменяет в этом уравнении. В самом деле, обозначив время ускоренного движения системы S^B через τ, получим, что на первом и третьем этапах движения часов A_0 на часах системы S^B пройдет время

$$\frac{1}{2}\left(t^B_{\text{встречи}} - \tau\right),$$

а на часах A_0 — время

$$\frac{1}{2}\left(t^B_{\text{встречи}} - \tau\right)\sqrt{1-\beta^2}.$$

На втором этапе движения часов A_0 на часах системы S^B пройдет время τ, а на часах A_0 — время

$$\sqrt{1-\beta^2}\,\tau + \frac{\beta^2 t^B_{\text{встречи}}}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Итак, в момент встречи часов A_0 с часами B имеем

$$\frac{1}{2}\left(t^B_{\text{встречи}} - \tau\right)\sqrt{1-\beta^2} + \frac{\beta^2 t^B_{\text{встречи}}}{\sqrt{1-\beta^2}} + \sqrt{1-\beta^2}\,\tau + \\ + \frac{1}{2}\left(t^B_{\text{встречи}} - \tau\right)\sqrt{1-\beta^2} = t^{A_0}_{\text{встречи}}.$$

Легко видеть, что величина τ исключается из приведенного уравнения и оно приобретает такую же форму, как и уравнение (2.31).

Отметим теперь следующее. Формулы (2.18) или (2.22) могут быть выведены из соотношения $\Delta t^{A_0}_{\text{ускор}} \sim \Phi\tau/c^2$. Так как, однако, $\Phi/c^2 \ll 1$, то для разъяснения парадокса должен быть принят достаточно большой период τ ускоренного движения системы S^B. Если, например, $\Phi/c^2 = 10^{-3}$, то нетрудно показать, что величина возможной ошибки при этом не превзойдет 0,2%. Приведем некоторые расчеты. Пусть скорость часов A_0 относительно системы S^B равна $v = 10^{-3}$ c, а время их путешествия 10^8 *сек* (т. е. ~ 3 года). Тогда компенсирующее время $\Delta t^A_{\text{ускор}}$ будет равно 100 *сек* и при $\Phi/c^2 = 10^{-3}$ период действия гравитационного поля будет равен 10^5 *сек*, т. е. примерно 28 часов. Следует признать, что период ускоренного движения системы S^B является весьма кратковременным по сравнению с общим временем путешествия часов A_0 (~ 3 года). Таким образом, этот метод все же предполагает, что ускорения системы S^B достаточно малы. В случае произвольных ускорений необходимо использовать аппарат общей теории относительности без каких-либо упрощений.

Остановимся теперь на следующем вопросе. В § 8 было показано, что для восстановления световой синхронизации часов в системе S^B после окончания ее ускорения необходимо стрелки на часах, расположенных в области $x^B < 0$, повернуть назад на различные углы. Это, конечно, не означает обращения времени. Мы здесь имеем дело просто с преобразованием координат, меняющим начало отсчета времени различных часов и восстанавливающим световую синхронизацию в этой системе. Так как это преобразование не меняет показаний часов B, то оно не может отразиться на результате встречи часов A_0 и B. С другой стороны, мы должны восстановить световую синхронизацию в системе S^B, для того чтобы судить о поведении часов A_0 с точки зрения системы S^B.

Недавно был проведен весьма интересный эксперимент по прямой проверке «парадокса с часами». Два исследователя Хаф и Китинг совершили вместе с атомными часами кругосветное путешествие из Вашингтона на двух самолетах, причем один полет происходил в направлении вращения Земли, а второй — в противоположном направлении. При этом часы, летевшие против вращения Земли, отстали на 50 *нсек*, а часы, летевшие по противоположному маршруту, ушли вперед на 160 *нсек* по отношеиию к часам, покоившимся на Земле (1 *нсек* $=10^{-9}$ *сек*) *).

*) На этот эксперимент обратил внимание автора профессор Я. А. Смородинский, любезно разрешивший также ознакомиться с рукописью его статьи, содержащей описание эксперимента и его теорию.

Профессор Я. А. Смородинский указывает, что этот эксперимент в качественном отношении подтверждает ожидаемый теоретический результат. Для получения надежных количественных результатов требуются дальнейшие исследования.

Как обстоит дело с экспериментальной проверкой эффекта гравитационного смещения?

Попытки обнаружить гравитационное смещение в спектрах Солнца и звезд делались уже несколько десятков лет. Однако из-за крайне малой величины ожидаемого смещения ($\sim 10^{-6} \div 10^{-5}$) и многочисленных побочных факторов, трудно поддающихся учету, обнаружить гравитационное смещение на указанном пути является весьма сложной задачей. Тем не менее большинство исследователей спектров Солнца и звезд пришли к выводу, что эффект гравитационного смещения существует, хотя надежное количественное значение этого эффекта определить указанным методом в настоящее время невозможно.

Совершенно новые возможности для экспериментальной проверки гравитационного смещения дало использование эффекта Мёссбауэра. Гравитационное смещение с количественной стороны с высокой точностью было подтверждено в экспериментах, основанных на этом эффекте.

§ 20. О требованиях, предъявляемых к стандартным часам

Стандартные часы могут быть определены как прибор, непосредственно измеряющий длины времениподобных мировых линий, пройденных телами (в пределе материальными точками), жестко связанными с рассматриваемыми часами. Роль подобных часов, как это уже было отмечено в 1-й главе настоящей брошюры, может играть любой периодический процесс, протекающий независимо от внешних сил.

Следовательно, маятниковые часы исключаются. Даже, очевидно, часы должны быть изготовлены из достаточно прочного и достаточно жесткого (в пределе бесконечно жесткого) материала, так, чтобы в результате испытанных ими ускорений они не разрушились и чтобы возможная деформация их механизма практически не сказалась бы на их ходе. Никаких других требований к стандартным часам не предъявляется.

Изложенная характеристика стандартных часов приведена у многих авторов (см., например, Э. Векерле [7], X. Меллер [45] и др.).

Роль стандартных часов может играть испускание гребней волн излучения атомами или ядрами атомов. Эксперименты, описанные в предыдущем параграфе, показывают, что ход подобных часов не зависит от ускорений, достигающих величины $10^{14}g$, при сравнении их показаний с лабораторными часами при одном и том же значении гравитационного потенциала.

Вместе с тем в литературе иногда встречаются неправильные утверждения о том, что для разъяснения «парадокса с часами» необходим конкретный анализ влияния ускорения (или гравитационного поля) на механизм данных часов.

С теоретической точки зрения наиболее эффективным методом передачи информации о ходе стандартных часов является излучение радиоволн, имеющих одинаковую с часами частоту. В этом случае совершенно элементарно рассчитывается величина гравитационного смещения [8]. В самом деле, каждый квант, излученный нашими часами, имеет энергию $h\nu$. Ясно, что при движении в поле тяготения этот квант совершит определенную работу, что должно привести к изменению его частоты

$$h\,\Delta\nu = \frac{h\nu}{c^2}\Phi; \tag{5.2}$$

здесь $h\nu/c^2$ — масса кванта.

Из (5.2) следует формула для гравитационного смещения

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Phi}{c^2}. \tag{5.3}$$

Если в рассматриваемой системе координат часы движутся со скоростью v, то это приводит к появлению как гравитационного смещения, так и эффекта Допплера. Напомним, что смещение частоты, вызванное только эффектом Допплера, с точностью до $\left(\frac{v}{c}\right)^2$ будет равно

$$\sim\left(\frac{v}{c} + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right). \tag{5.4}$$

В. Д. Гинзбург в упомянутой выше работе показал, что с той же точностью эффекты допплеровского и гравитационного смещений просто складываются, т. е.

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} \cong \frac{v}{c} + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} + \frac{\Phi}{c^2}. \tag{5.5}$$

Заметим, что если расстояние между излучателем, т. е. нашими часами, и приемником очень велико, то эффект гравитационного смещения может на много порядков превзойти эффект допплеровского смещения.

Отметим в заключение, что, как показал Е. Вигнер [46], использование системы стандартных часов, зеркал и световых сигналов дает возможность измерять длины не только времениподобных мировых линий, но и величины пространственноподобных интервалов, метрику и непосредственно кривизну пространственно-временного континуума.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теория относительности, созданная в начале нашего века, в настоящее время пронизывает всю физику — она была и остается плодотворной основой всего ее дальнейшего развития. Количество объясненных и предсказанных этой теорией явлений поистине необозримо. Достаточно указать, что явления, наблюдающиеся при столкновениях и превращениях элементарных частиц, полностью подчиняются релятивистским законам сохранения энергии и импульса, нет ни одного правильно истолкованного физического явления, которое находилось бы в противоречии с выводами теории относительности.

Являясь поворотным пунктом в развитии физики, теория относительности приобрела вместе с тем крупное техническое значение. В частности, хорошо известно, что в основе процессов, связанных с освобождением ядерной энергии, лежат установленные в теории относительности закономерности. Методы теории относительности применяются при расчетах современных ускорителей заряженных частиц. Теория относительности нашла применение в электронной оптике. Намечаются также другие пути технического использования этой теории.

Вместе с тем теорию относительности нельзя считать полностью завершенной теорией. Являясь гигантским прорывом в область неведомого, она вместе с тем поставила ряд новых проблем, которые еще ждут своего решения. В качестве примера можно указать на проблему законов сохранения в теории гравитационного поля.

Здесь необходимо отметить еще, что дальнейшее развитие общей теории относительности дано в работах Л. И. Седова [22, 23].

В работах Л. И. Седова подчеркивается также, что правильное понимание классической механики Ньютона возможно только с позиций более общей теории, каковой является теория относительности [22]. Этот же вопрос рассматривается в работе Д. Сиама [25].

Усвоение сущности теории относительности является нелегким делом, поскольку чем дальше находятся возникающие в науке понятия от обычных представлений повседневной жизни, тем с большим трудом эти понятия усваиваются. В теории относительности положение осложняется еще тем, что вводимые здесь понятия находятся в глубоком противоречии с нашими обычными, уходящими в глубь тысячелетий представлениями о пространстве и времени. Поэтому требуется большая сила абстракции и большое напряжение мысли и внимания для того, чтобы действительно усвоить основы теории относительности, т. е. научиться правильно, не делая ошибок и сохраняя обычный темп мышления, пользоваться основными понятиями и идеями этой теории.

В связи с этим следует заметить, что усвоение одной только математической формы теории, как бы оно ни было важно само по себе, еще совершенно недостаточно для понимания ее подлинной содержательной физической сущности.

История дискуссий по поводу «парадоксов с часами» является лучшим доказательством сказанного.

Здесь уместно привести высказывания Р. Фейнмана [47] о смысле подлинного понимания физической теории: «Математики или люди с математическим складом ума часто при «изучении» физики теряют физику из виду и впадают в заблуждение. Они говорят: «Послушайте, эти дифференциальные уравнения — уравнения Максвелла — ведь это все, что есть в электродинамике; ведь сами физики признают, что нет ничего, что бы ни содержалось в этих уравнениях. Уравнения эти сложны; ладно, но это всего лишь математические уравнения, и, если я разберусь в них математически, я разберусь и в физике». Но ничего из этого не выходит. Математики, которые подходят к физике с этой точки зрения, а таких очень много, обычно не делают большого вклада в физику, да, кстати, и в математику. Их постигает неудача оттого, что настоящие физические ситуации реального мира так запутаны, что нужно обладать гораздо более широким пониманием уравнений.

П. Дирак объясняет, что значит действительно понять уравнение — понять, не ограничиваясь его строгим математическим смыслом. Он сказал: «Я считаю, что понял смысл уравнения, если в состоянии представить себе общий вид его решения, не решая его непосредственно. Значит, если у нас есть способ узнать, что случится в данных условиях, не решая уравнения непосредственно, мы «понимаем» уравнения в применении к этим условиям. Физическое понимание — это нечто неточное, неопределенное и абсолютно не математическое, но для физика оно совершенно необходимо».

К указанным словам Р. Фейнмана следует добавить, что речь идет, конечно, не об абстрактно-математическом, а о физически-содержательном представлении решений, на что уже выше обращалось внимание. Следует добавить также, что с чем большим количеством физических явлений и процессов связывается данное понятие, тем оно физически содержательнее, причем верхнего предела здесь не имеется.

Приведенные высказывания известных физиков прекрасно характеризуют особенности современной физики как науки

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Эйнштейн, Собрание научных трудов, т. I—IV, «Наука», 1965—1968.
2. М. Борн, Космические путешествия и парадокс часов, УФН 69, вып. 1 (1959).
3. В. Паули, Теория относительности, Гостехиздат, 1947.
4. Дж. Синг, Общая теория относительности, «Наука», 1968.
5. В. А. Фок, Теория пространства, времени и тяготения, Физматгиз, 1960.
6. Х. Меллер, Парадокс часов, Эйнштейновский сборник, «Наука», 1968.
7. Э. Векерле, Измерение времени на движущихся телах в общей теории относительности, Эйнштейновский сборник, «Наука», 1968.
8. В. Д. Гинзбург, Космические исследования и теория относительности, Эйнштейновский сборник, «Наука», 1967.
9. Г. Хенль и Ф. Беневитц, Проверка замедления времени с помощью эффекта Мёссбауэра, Эйнштейновский сборник, «Наука», 1969—1970.
10. Р. Бойер, Парадокс часов и общая теория относительности, Эйнштейновский сборник, «Наука», 1968.
11. В. Кондиг, Измерение поперечного эффекта Допплера в ускоренной системе, Эйнштейновский сборник, «Наука», 1968.
12. Эффект Мёссбауэра, Сборник статей, ИЛ, 1962.
13. Г. Вертхейм, Эффект Мёссбауэра, «Мир», 1966.
14. И. И. Гольденблат, О «парадоксе с часами» в теории относительности, Известия вузов, Физика, вып. 6 (1961).
15. А. Г. Баранов, О некоторых экспериментах по проверке постулатов специальной теории относительности, Эйнштейновский сборник, «Наука», 1966.
16. А. Г. Баранов, Гравитационное смещение, Эйнштейновский сборник, «Наука», 1967.
17. Д. В. Скобельцын, Парадокс близнецов в теории относительности, «Наука», 1966.
18. М. Лауэ, Эйнштейн и теория относительности, Эйнштейновский сборник, «Наука», 1968.
19. Я. А. Смородинский, Кинематика и геометрия Лобачевского, Атомная энергия, 14, 110 (1963).
20. Я. А. Смородинский, Геометрия Вселенной, «Знание», 1963.

21. Я. А. Смородинский, Эффект Мёссбауэра и теория относительности, УФН 79, вып. 4 (1963).
22. Л. И. Седов, О тензоре энергии импульса и о макроскопических внутренних взаимодействиях в гравитационном поле и в материальных средах, ДАН СССР, Механика, 164, № 3 (1965).
23. Л. И. Седов, О понимании и о рецептуре в механике (тезисы лекций), «Знание», 1969.
24. Л. И. Седов, Механика сплошных сред, «Наука», 1970.
25. Д. Сиам, Физические принципы общей теории относительности, «Мир», 1971.
26. H. Dingle, Relativity and Space travel, Nature **177**, 4513(1956).
27. H. Dingle, The resolution of the clock paradox, Austral J. Phys. **10**, 3 (1957).
28. H. Dingle, A possible experimental test of Einstein's Second posturlate, Nature **183**, 4677 (1959).
29. F. Coawford, Experimental verification of the clock-parado x f relativity, Nature **179**, 4549 (1957).
30. S. Darvin, The clock paradox in relativity, Nature **180**, 4593 (1957).
31. I. Singe, Relativity special theory, North-Holland publisth. Company. Amst., 1964.
32. G. Thomson, The foresecable future, Cambridge, 1955, p. 89.
33. R. Frey, V. Brigham, Paradox of the twins, Amer. J. Phys. **25**, 8 (1957).
34. E. McMillan, The «clock-paradox» and Space travel, Science **126**, 3270 (1957).
35. S. Singer, Relativity and space travel, Nature **179**, 4567 (1957).
36. R. Romer, Twin paradox in special relativity. Amer. J. Phys. **27**, 3 (1957).
37. A. Schild, The clock paradox in relativity theory, Amer. Math. Mouthly **66**, 1, 1—8 (1959).
38. C. Leffert, T. Donahue, Clock paradox and the physics of discontinuous gravitational fields, Amer. J. Phys. **26**, 8 (1958).
39. W. Campbell, The clock paradox, Canad. Aeronaut. J. **4**, 9 (1958).
40. W. Kantor, Direct first order experiment on the propagation of light from the moving source, JOSA **52**, 9 (1962).
41. G. Babcock, T. Bergman, Determination of the constancy of the Speed of light, JOSA **54**, 2 (1964).
42. I. Fox, Experimental evidence for the second postulate of Special relativity, Amer. J. Phys. 30, **4** (1962).
43. I. James, R. Sternberg, Change in velocity of light emitted by a moving Source, Nature 197, 4873 (1963).
44. T. Alvager, A. Nillson, I. Kjellman, A direct terrestrial test of the Second postulate of Special relativity, Nature 197, 4873 (1963).
45. C. Meller, The theory of relativity, Oxford, Clarendon, 1955.
46. E. Wigner, Rev. Mod. Phys., **29**, № 3 (1957).
47. R. Feynman, The Feynman Lectures on Physics. Addison—Wesley Publishing Company, Inc. Reading, Massachusetts, Palo Alto, London, 1964.