

**ПРОБЛЕМЫ
ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ
АСТРОФИЗИКИ**

В. Г. ГОРБАЦКИЙ

**КОСМИЧЕСКАЯ
ГАЗОДИНАМИКА**

ПРОБЛЕМЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ АСТРОФИЗИКИ

Редакционная коллегия:

*В. А. АМБАРЦУМЯН, Э. Р. МУСТЕЛЬ,
А. Б. СЕВЕРНЫЙ, В. В. СОВОЛЕВ*

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
МОСКВА 1977

В. Г. ГОРБАЦКИЙ

КОСМИЧЕСКАЯ
ГАЗОДИНАМИКА

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
МОСКВА 1977

Космическая газодинамика. Горбацкий В. Г., Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», М., 1977, 360 стр.

Космическая газодинамика является ныне одним из важнейших разделов теоретической астрофизики, что, однако, еще недостаточно отражено в монографической и учебной литературе. Цель монографии — дать астрономам и специалистам в смежных областях представление о возможностях применения газодинамических методов в астрофизике и о разработанных при помощи этих методов моделях явлений, происходящих в звездах и межзвездной среде.

Книга рассчитана на аспирантов и научных работников — астрономов, физиков, механиков. Может быть использована студентами.

Табл. 3, илл. 19, библи. 360.

Виталий Герасимович Горбацкий

КОСМИЧЕСКАЯ ГАЗОДИНАМИКА

(Серия: «Проблемы теоретической астрофизики»)

М., 1977 г., 360 стр. с илл.

Редактор *И. Г. Вирко*

Техн. редактор *Н. В. Кошелева*

Корректоры *Е. А. Белицкая, Н. Д. Дорохова*

Сдано в набор 03.02.1977 г. Подписано к печати 14.06.1977 г.
Бумага 84×108^{1/2}. Физ. печ. л. 11,25. Условн. печ. л. 18,9.
Уч.-изд. л. 18,48. Тираж 2300 экз. Т-08488. Цена книги 2 р. 10 к.
Заказ № 2016

Издательство «Наука»
Главная редакция физико-математической литературы
117071, Москва, В-71, Ленинский проспект, 15

2-я типография издательства «Наука»,
Москва, Шубинский пер., 10

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	7
Глава 1. Основные понятия газодинамики	9
§ 1. Некоторые сведения из статистической физики	9
§ 2. Уравнения газовой динамики	15
§ 3. Движение газа в присутствии магнитного поля; уравнения магнитной газодинамики	28
§ 4. Плоское изэнтропическое движение газа	36
§ 5. Стационарные ударные волны	42
§ 6. Автомодельность движения и метод автомодельных решений	52
Глава 2. Газодинамическая устойчивость	59
§ 1. Понятие об устойчивости и методы ее исследования	59
§ 2. Устойчивость равновесных газовых конфигураций	73
§ 3. Гравитационная неустойчивость	86
§ 4. Неустойчивости Рэлея — Тейлора и Кельвина — Гельмгольца	93
§ 5. Устойчивость ударных волн	101
Глава 3. Турбулентность, конвективная и тепловая неустойчивости	107
§ 1. Турбулентное движение и методы его исследования	108
§ 2. Роль турбулентности в генерации космических магнитных полей	123
§ 3. Конвективная неустойчивость в космических условиях	134
§ 4. Турбулентная конвекция и перенос энергии конвекцией	149
§ 5. Тепловая неустойчивость	155
Глава 4. Газодинамика межзвездной среды	165
§ 1. Влияние тепловой неустойчивости на структуру межзвездного газа	166
§ 2. Движение межзвездной среды	175
§ 3. Столкновения облаков и структура межзвездных ударных волн	182
§ 4. Вспышка сверхновой как точечный взрыв в межзвездной среде	194
§ 5. Ионизационные фронты	205

Г л а в а 5. Движения газа в звездах	218
§ 1. Строение конвективной зоны звезды и конвекция в звездных атмосферах	219
§ 2. Колебания звезд	230
§ 3. Всплески в звездах	244
§ 4. Ударные волны во внешних областях звезд и звездных оболочках	257
§ 5. Разлет газа с поверхности звезды; звездный ветер	277
Г л а в а 6. Течения во вращающихся звездах и в тесных двойных системах	291
§ 1. Влияние вращения на состояние звезды	292
§ 2. Динамика оболочек звезд типа Ве	305
§ 3. Динамические приливы в тесных двойных системах	314
§ 4. Турбулентные струи и дискообразные оболочки в тесных двойных системах	324
§ 5. Нестационарная конвекция и энергетическая неустойчивость компонент тесных двойных систем	335
Литература	342
Предметный указатель	359

ПРЕДИСЛОВИЕ

По мере того, как астрофизики переходили от интерпретации фотометрических и спектральных наблюдений к разработке динамических и эволюционных схем и моделей процессов, происходящих в звездах и туманностях, роль газодинамических методов в астрофизике быстро возрастала. Теперь космическая газодинамика является наряду с теорией переноса излучения одним из важнейших разделов теоретической астрофизики. Однако в монографической и учебной литературе этот факт еще не отражен в надлежащей мере. Хотя имеющиеся книги по космической газодинамике, получившие широкую известность и сыгравшие видную роль в ознакомлении астрофизиков с газодинамическими методами, и не утратили своей ценности, но, будучи изданными более десяти лет назад, они не включают многих важных результатов. Кроме того, в них излагаются главным образом вопросы динамики межзвездной среды и лишь в малой степени затрагивается динамика газовых конфигураций и звездных оболочек. Эти обстоятельства оправдывают, как нам кажется, появление еще одной монографии, посвященной преимущественно динамике звезд и звездных оболочек.

Специфические условия, с которыми приходится иметь дело в космической газодинамике, — огромные пространственные и временные масштабы явлений, высокие скорости, изменения температуры и плотности в очень широких пределах, важная роль гравитационных и магнитных полей, — определяют ее особенности по сравнению с обычной «земной» газодинамикой. Точное аналитическое решение задач здесь большей частью невозможно. Поэтому приходится применять приближенные методы, причем характер приближений определяется указанными особенностями космических явлений. В астрофизике редко удается использовать результаты лабораторных экспериментов. Таким образом, космическая газодинамика оказывается слабо связанной с обычной газодинамикой.

Поскольку университетскими программами изучение астрономами газодинамики не предусмотрено, в книге приводятся необходимые сведения по этому предмету.

В данной монографии, как и в ранее изданных книгах серии, внимание обращается главным образом на выяснение физической сущности астрофизических явлений и на получение количественных характеристик наблюдаемых процессов. Поэтому, естественно, приходится уделять значительное место данным наблюдений. Однако они приводятся не настолько подробно, чтобы книга могла служить справочником. Не следует ее рассматривать и как систематический курс по одному из разделов теоретической астрофизики. Книга задумана как обзорная монография, цель которой — дать астрономам и специалистам в смежных дисциплинах представление о возможностях применения газодинамических методов в астрофизике и о разработанных при помощи этих методов моделях явлений, происходящих в звездах и межзвездной среде.

Круг применения газодинамических методов в астрономии очень велик. При сравнительно небольшом объеме книги в ней не нашлось места для многих важных проблем, в частности, газодинамики релятивистских объектов, протозвезд и галактик. Это обстоятельство частично обусловлено интересами автора, работающего в области изучения звезд и околозвездной среды. Поскольку указанные проблемы находятся в стадии интенсивной разработки, надо полагать, что они в свое время будут достаточно освещены в монографической литературе.

Несколько слов о содержании книги. В первых трех главах излагаются главным образом методы космической газодинамики, в остальных — результаты применения их в исследованиях межзвездной среды и звезд. Специальных разделов, посвященных газодинамике Солнца, нет, но, поскольку оно является типичной звездой, многие вопросы, относящиеся к движениям газа в солнечной оболочке, в той или иной мере затронуты. Последняя глава в большей мере, чем другие, связана с работами автора. Многие из исследований, описываемых в ней, и некоторые из излагаемых в главе 5, выполнены автором и его сотрудниками на кафедре астрофизики Ленинградского университета.

В. Г. Горбацкий

Глава 1

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ГАЗОДИНАМИКИ

Целью данной главы является краткое описание математического аппарата газодинамики. Для тех, кому не пришлось с ним познакомиться ранее, эта глава дает возможность освоить методы решения специфических задач космической газодинамики. В ней же рассмотрены наиболее простые с математической точки зрения и хорошо изученные течения. В последнем параграфе излагается метод решения, широко применяемый как в задачах обычной газодинамики, так и в исследованиях космических объектов.

§ 1. Некоторые сведения из статистической физики

Изучение движений газа, составляющее предмет газовой динамики, более сложно, чем исследование движений несжимаемой жидкости как в математическом отношении, так и с физической стороны. Газ отличается от других видов сплошной среды способностью сильно менять свою плотность и внутреннюю энергию при изменениях занимаемого им объема. Необходимость определения плотности газа в зависимости от состояния его движения увеличивает число искомых функций, а значит, растут и математические трудности при решении соответствующих задач. С другой стороны, при исследовании неравновесных состояний достаточно разреженного газа часто бывает нужно рассматривать, совместно с макроскопическими движениями, и элементарные микропроцессы. Поэтому приходится сочетать два подхода к газу. С точки зрения классической гидродинамики тело, состоящее из газа, рассматривается как континуальное множество точек,

а согласно кинетической теории это тело представляет собой систему из очень большого количества частиц.

Рассмотрим с точки зрения статистической физики вопрос о величинах, определяющих состояние газа. Будем считать систему (тело) замкнутой, т. е. пренебрежем взаимодействием ее с другими телами, а также примем, что макроскопическая скорость тела равна нулю. Тогда энергия системы (движения и взаимодействия составляющих ее частиц) E является интегралом движения. Элементарный объем газа (в дальнейшем часто называемый частицей газа или просто частицей) также содержит очень большое количество частиц и может рассматриваться как малая система, или подсистема, взаимодействующая с другими подсистемами. Когда макроскопические величины, характеризующие систему, с очень большой точностью равны своим средним, то ее называют находящейся в термодинамическом равновесии. В этом случае значение производной от E по энтропии S одинаково для всех подсистем:

$$\frac{dE}{dS} = T. \quad (1.1)$$

Величину T называют температурой. В статистической физике энтропия вводится как безразмерная величина и T имеет размерность энергии. При измерении T в градусах Кельвина нужно использовать переводный множитель $k = 1,38 \cdot 10^{-16}$ эрг·град⁻¹ (постоянная Больцмана) и записывать вместо (1.1)

$$\frac{dE}{dS} = kT. \quad (1.2)$$

Состояние газа определяется значениями его плотности ρ и температуры в каждом элементарном объеме. При термодинамическом равновесии значение ρ , как и T , одинаково для всех таких объемов («частиц»). Состояние тела зависит также от внешних условий, в частности, от объема тела V . Поскольку масса тела не меняется, для характеристики его состояния можно использовать V и S , а энергию считать функцией этих величин:

$$E = E(V, S).$$

Если изменение состояния замкнутой системы сопровождается возрастанием энтропии, то обратный процесс,

приводящий к исходному значению энтропии, невозможен, так как он противоречил бы второму закону термодинамики. В том случае, когда изменение состояния происходит без изменения энтропии, процесс является обратимым.

Если тело, представляющее собой часть замкнутой системы, не подвергается никаким воздействиям, кроме изменения внешних условий, то его называют теплоизолированным. В тех случаях, когда внешние условия меняются достаточно медленно, энтропия тела остается постоянной. Тогда процесс изменения состояния тела называют адиабатическим. В соответствии со сказанным выше, адиабатический процесс обратим.

Газ действует на границу занимаемого им объема: Сила, действующая на элемент этой поверхности ds , равна

$$F = - \frac{\partial E}{\partial r}, \quad (1.3)$$

где r — радиус-вектор элемента. Средняя (по времени) величина силы, действующей на единицу площади, называется давлением (p). Если процесс адиабатический, то, как можно показать, среднее значение силы равно производной от энергии, вычисленной при постоянном значении энтропии. Поэтому, учитывая, что $\frac{\partial V}{\partial r} = ds$, из (1.3) имеем

$$p = - \left(\frac{\partial E}{\partial V} \right)_S, \quad (1.4)$$

где индекс S показывает, что производная берется при постоянном значении энтропии. Так как производная в равенстве (1.1) вычисляется при постоянной величине V , то оно может быть записано в виде

$$T = \left(\frac{\partial E}{\partial S} \right)_V \quad (1.1')$$

и вместе с (1.4) дает известное термодинамическое тождество

$$dE = TdS - pdV. \quad (1.5)$$

Слагаемое pdV описывает изменение энергии газа вследствие работы, производимой им против внешних сил при расширении. Работа dR , совершаемая при сжатии

тела, считается положительной:

$$dR = -pdV. \quad (1.6)$$

Величина

$$TdS = dQ \quad (1.7)$$

представляет собой изменение энергии, обусловленное получением ее от внешних тел или отдачей (количество полученного или отданного тепла). Таким образом,

$$dE = dQ + dR. \quad (1.8)$$

Следует иметь в виду, что величины dQ и dR не являются полными дифференциалами.

В процессе, происходящем без изменения объема (изохорическом), $dQ = dE$. Если же в течение процесса остается постоянным давление (изобарический процесс), то

$$dQ = d(E + pV). \quad (1.9)$$

Функция $i = E + pV$ называется энтальпией (теплосодержанием). Для теплоизолированного тела $i = \text{const}$. Энтальпия в изобарическом процессе играет ту же роль, что энергия E в изохорическом.

Зависимость давления от плотности и температуры, называемая уравнением состояния газа, при решении задач о движении газа считается известной. В большинстве случаев газ, составляющий космические объекты, можно считать идеальным и использовать соответствующее уравнение состояния

$$p = \frac{R^*}{\mu} \rho T. \quad (1.10)$$

Здесь $R^* = 8,31 \cdot 10^7$ эрг·град⁻¹·моль⁻¹ — газовая постоянная и μ — молекулярный вес. Величины R^* и k связаны условием $R^* = Ak$, где $A = 6,0 \cdot 10^{23}$ — число Авогадро.

Приведем выражения теплоемкостей для идеального газа. Как известно, теплоемкостью называется количество тепла, необходимое для того, чтобы температура тела увеличилась на единицу. Отсюда для теплоемкости при постоянном объеме c_V и при постоянном давлении c_P имеем

$$c_V = \left(\frac{\partial Q}{\partial T} \right)_V = \frac{\partial E}{\partial T}, \quad c_P = \left(\frac{\partial Q}{\partial T} \right)_P = \frac{\partial i}{\partial T}. \quad (1.11)$$

При посредстве (1.11), используя (1.5) и выражение (1.10), дающее величину удельного объема $V = 1/\rho$, находим разность удельных теплоемкостей $c_P - c_V$. Обозначая отношение c_P/c_V через γ , получаем

$$c_V = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{R^*}{\mu}, \quad c_P = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{R^*}{\mu}. \quad (1.12)$$

В статистической физике выводится следующее выражение удельной энтропии идеального газа, измеряемой, как это обычно делается в термодинамике и газодинамике, в единицах R^* :

$$s = c_V \ln pV^\gamma + \text{const}. \quad (1.13)$$

Из (1.13) получается, в частности, зависимость между давлением и плотностью для адиабатического процесса:

$$p = A(s)\rho^\gamma. \quad (1.14)$$

Величина $A(s)$ называется энтропийной константой.

Если достаточно большое тело считать замкнутой системой, а его элементарные объемы также рассматривать как отдельные тела («частицы»), то понятия температуры, плотности и давления для каждой из частиц следуют из введенных выше определений. При больших, по сравнению с размерами частицы, характерных масштабах тела величины T , p и ρ можно считать функциями точки. Энтропия в указанном смысле также является функцией точки. Адиабатичность процесса, происходящего с большим телом, означает, что в каждой частице $S = \text{const}$. При условии, что величина S не только не меняется с временем, но и одинакова во всех точках тела, процесс называют изэнтропическим.

Газ, находящийся в равновесном состоянии, даже при наличии внешних полей характеризуется максвелловским распределением частиц по скоростям поступательного движения. Температура газа является параметром распределения. Число частиц, скорости которых заключены в интервале от v до $v + dv$, обозначаемое $n(v)dv$, равно:

$$n(v)dv = 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-mv^2/2kT} v^2 dv, \quad (1.15)$$

где m — масса частицы и N — общее число частиц в системе.

Система, выведенная каким-либо образом из равновесного состояния, возвращается в прежнее состояние, если ее энергия и энтропия не изменились, либо переходит в другое равновесное состояние. Время, за которое устанавливается равновесие, называется временем релаксации. Если характерное время изменения факторов, обуславливающих переход в другое состояние, велико по сравнению с временем релаксации, то такой переход можно рассматривать как прохождение системы через последовательность равновесных состояний. В том случае, когда указанное условие не выполняется, нужно рассматривать кинетику процесса, используя общее уравнение кинетической теории (уравнение Больцмана), определяющее скорость изменения функции распределения частиц в фазовом пространстве.

Для установления максвелловского распределения частиц по скоростям требуется, чтобы каждая частица испытала несколько столкновений с другими частицами. Обычно время между последовательными столкновениями очень мало по сравнению с временным разрешением при наблюдениях и поэтому понятием температуры можно пользоваться почти всегда, даже при исследовании неравновесных состояний. В этих случаях говорят о кинетической температуре.

Газ может состоять из частиц нескольких видов. В состоянии термодинамического равновесия температура для всех видов частиц одинакова. Если такая система не находится в состоянии равновесия, то можно говорить о температуре частиц каждого вида, поскольку для них максвелловское распределение устанавливается достаточно быстро. Так, в частности, употребляют понятие ионной температуры, электронной температуры и т. п. В тех случаях, когда скорость обмена энергией между частицами разных видов мала по сравнению со скоростью обмена для одинаковых частиц, возможны неравновесные состояния с разным значением температуры для различных видов частиц.

В системе может присутствовать и излучение (фотонный газ). В состоянии термодинамического равновесия плотность его соответствует излучению абсолютно черного тела с температурой, равной температуре газа. При отсутствии равновесия такого соответствия может

и не быть и для исследования релаксации к равновесному состоянию необходимо рассматривать элементарные процессы взаимодействия между излучением и веществом.

Понятие температуры вводится для характеристики распределения частиц не только по степеням свободы, соответствующим поступательному движению, но также и для других степеней свободы. Так, говорят, о колебательной и вращательной температурах. В состоянии термодинамического равновесия они равны кинетической температуре.

Внешние факторы могут создавать в газе градиенты плотности, давления и температуры. Примером подобной системы служит земная атмосфера, поскольку на составляющий ее газ действует гравитационное поле Земли. Такая система не находится в состоянии термодинамического равновесия, но в тех случаях, когда отдельные малые объемы газа не обмениваются энергией и их можно считать находящимися в термодинамическом равновесии, говорят о состоянии локального термодинамического равновесия всей системы.

При наличии в теле градиентов давления, плотности или температуры, не компенсируемых внешними полями, происходит смещение различных частей тела по отношению друг к другу — механическое равновесие системы нарушается. При таком нарушении она может переходить в какое-то другое состояние механического равновесия за время, называемое временем механической релаксации, в отличие от времени энергетической или тепловой релаксации, о котором говорилось выше.

Затронутые в этом параграфе вопросы подробно рассмотрены в книге Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшица (1964), а взаимодействие газа с излучением — в монографии В. В. Иванова (1969).

§ 2. Уравнения газовой динамики

Система уравнений газовой динамики представляет собой законы сохранения массы, потока импульса и энергии, записанные в дифференциальной форме:

а) *Уравнение неразрывности.* Выделим в газе произвольный объем V и запишем изменение содержащейся в нем массы. Оно равно ее потоку через поверхность Σ ,

ограничивающую объем:

$$-\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{(\tilde{V})} \rho dV = \iint_{(\Sigma)} \rho v_n d\Sigma. \quad (1.16)$$

Здесь через v_n обозначена проекция вектора скорости на внешнюю нормаль к поверхности Σ . Применим формулу Гаусса — Остроградского, которая записывается при помощи известного оператора Гамильтона ∇ ,

$$\nabla = \mathbf{i} \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial z}, \quad (1.17)$$

в следующем виде:

$$\iint_{(\Sigma)} \rho v_n d\Sigma = \iiint_{(\tilde{V})} \nabla (\rho \mathbf{v}) dV. \quad (1.18)$$

При посредстве (1.18) получаем

$$\iiint_{(\tilde{V})} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla (\rho \mathbf{v}) \right] dV = 0. \quad (1.19)$$

Так как (1.19) выполняется для произвольного объема \tilde{V} , то

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla (\rho \mathbf{v}) = 0. \quad (1.20)$$

Полученное уравнение неразрывности выражает факт отсутствия в среде источников или стоков вещества, т. е. закон сохранения массы в частице. В нем не содержится указаний на специфические свойства газа, т. е. на взаимодействие составляющих газ атомов или молекул. Поэтому (1.20) справедливо для сплошной среды любого вида. Если сжимаемостью среды пренебречь и считать поэтому плотность постоянной, то из (1.20) имеем соотношение

$$(\nabla \mathbf{v}) = 0, \quad (1.21)$$

выполнение которого является и достаточным условием несжимаемости.

б) *Уравнение движения.* Это уравнение получается путем применения второго закона Ньютона к единице объема жидкости:

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F}. \quad (1.22)$$

Величина F' включает в себя градиент давления, а также силы, обусловленные присутствием силовых полей, и силу, вызванную внутренним трением (вязкостью) $F_{\text{вязк}}$. Среди внешних полей главную роль обычно играет тяготение (потенциал которого обозначим через φ_g), а также, в случае, когда газ представляет собой плазму, и магнитное поле. Последнее создает силу Лоренца, действующую на движущиеся заряды. Обозначим суммарную силу, действующую со стороны магнитного поля, через $F_{\text{м}}$. Тогда

$$F' = -\nabla p - \rho \nabla \varphi_g + F_{\text{м}} + F_{\text{вязк}}. \quad (1.23)$$

Величина dv/dt в (1.22) относится к некоторому выделенному заранее единичному объему, скорость которого зависит только от времени. Во многих случаях удобнее рассматривать уравнение, в котором скорость связывается с фиксированными точками пространства: $v = v(x, y, z; t)$. Так как изменение скорости данного элементарного объема со временем вызвано изменением как времени, так и координат частицы, то полное приращение скорости, соответствующее приращению Δt , равно

$$\Delta v = \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial v}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial v}{\partial z} \Delta z + O(\Delta t). \quad (1.24)$$

Учитывая, что

$$v_x = \frac{\partial x}{\partial t}, \quad v_y = \frac{\partial y}{\partial t}, \quad v_z = \frac{\partial z}{\partial t}, \quad (1.25)$$

из (1.24) имеем

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} v_x + \frac{\partial v}{\partial y} v_y + \frac{\partial v}{\partial z} v_z. \quad (1.26)$$

С помощью оператора ∇ сумма последних трех слагаемых в (1.26) записывается в виде

$$v_x \frac{\partial v}{\partial x} + v_y \frac{\partial v}{\partial y} + v_z \frac{\partial v}{\partial z} = (v \nabla) v \quad (1.27)$$

и, соответственно,

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + (v \nabla) v.$$

Уравнение движения (1.23), записанное в форме

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p - \nabla \varphi_g + \frac{1}{\rho} \mathbf{F}_M + \frac{1}{\rho} \mathbf{F}_{\text{вязк}}, \quad (1.28)$$

называется уравнением в эйлеровых координатах. Оно описывает перенос количества движения в газе. Вводя тензор потока импульса, компонента которого Π_{ik} при отсутствии магнитного поля и вязкости имеет вид

$$\Pi_{ik} = \rho v_i v_k + p \delta_{ik} \quad (i, k = 1, 2, 3), \quad (1.29)$$

где

$$\delta_{ik} = \begin{cases} 1, & i = k, \\ 0, & i \neq k, \end{cases}$$

уравнение (1.28) записываем в форме (считая $F_M = 0$, $F_{\text{вязк}} = 0$)

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v_i) = -\frac{\partial \Pi_{ik}}{\partial x_k} - \rho \frac{\partial \varphi_g}{\partial x_i} \quad (i, k = 1, 2, 3). \quad (1.30)$$

Компонента Π_{ik} тензора потока импульса равна количеству движения, связанного с компонентой скорости в направлении i , переносимому за единицу времени через единичную площадку в направлении компоненты k *). Уравнение (1.30) выражает поэтому тот очевидный факт, что при указанных условиях изменение количества движения в данном объеме может быть вызвано только внесением его в объем через ограничивающую поверхность и работой внешних сил.

Вывод уравнений газовой динамики (1.20) и (1.28) использованным выше способом (феноменологически) пригоден лишь для течений среды, имеющей достаточно высокую плотность, а также в предположении статистического равновесия в каждом из элементарных объемов, содержащем большое число частиц. При несоблюдении этих условий нужно применять кинетическую теорию газов. Макроскопические величины, характеризующие газ, представляют собой результат усреднения соответствующих микроскопических величин, характеризующих частицы, составляющие газ. Усреднение производится

*) В уравнении (1.30) и в дальнейшем всюду в этой книге используется условие суммирования по повторяющемуся индексу.

с помощью функции распределения частиц по координатам и скоростям, которая определяется уравнением Больцмана. Уравнения газовой динамики получаются как моменты уравнения Больцмана. Такой вывод уравнений можно найти, например, в монографии Чепмена и Каулинга (1960).

в) *Закон сохранения энергии.* Уравнение, замыкающее систему уравнений (1.20) и (1.28), получается из термодинамического тождества (1.5). Оно имеет вид

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dQ}{dt} - p \frac{dV}{dt}, \quad (1.31)$$

и означает, что изменение энергии частицы газа может быть вызвано только притоком тепла к ней (или оттоком от нее) и работой, совершаемой газом при его расширении. Величина dQ/dt может зависеть от ряда факторов. Во-первых, в ней должно быть учтено количество тепла, выделяемого в газе в результате диссипативных процессов. Во-вторых, следует принять во внимание обмен энергией данного элемента с другими элементами и внешними телами. В астрофизике особенно важным является обмен энергией в форме излучения. В-третьих, в плазме приток энергии может быть обусловлен выделением джоулева тепла. Конкретная форма зависимости dQ/dt от всех этих факторов при решении той или иной задачи должна быть известной. Тогда, поскольку энергия E является известной функцией температуры и плотности, а температура выражается через p и ρ при помощи уравнения состояния газа, остается всего пять неизвестных функций точки и времени: v_x, v_y, v_z, p, ρ .

Для их определения имеем систему из пяти нелинейных уравнений: (1.20), (1.30), (1.31) в частных производных. Аналитическое решение этой системы удастся осуществить только в очень ограниченном числе случаев.

Если мы имеем дело с движениями, при которых происходят лишь малые изменения величин, описывающих состояние газа, то систему уравнений газодинамики можно линеаризовать. Процесс линеаризации подробнее будет рассмотрен в гл. 2, а здесь ограничимся частным случаем плоского адиабатического движения при отсутствии тяготения. Решение линеаризованных уравнений позволит установить некоторые важные свойства газа.

Пусть в газе, характеризующемся постоянными в пространстве значениями плотности $\rho = \rho_0$ и давления $p = p_0$ и движущемся в направлении оси Ox со скоростью v_0 , происходит некоторое возмущение, приводящее к малым изменениям величин p , ρ и v . Подставим в уравнения движения и неразрывности

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (1.32)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial x} = - \frac{\partial \rho}{\partial t}, \quad (1.33)$$

вместо p , ρ и v величины

$$p = p_0 + p', \quad \rho = \rho_0 + \rho', \quad v = v_0 + v', \quad (1.34)$$

и пренебрегая в получающихся уравнениях малыми высших порядков по отношению к ρ' , p' , v' , v_0 , находим

$$\frac{\partial v'}{\partial t} = - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x}, \quad \rho_0 \frac{\partial v'}{\partial x} = - \frac{\partial \rho'}{\partial t}. \quad (1.35)$$

Поскольку, по предположению, изменение давления и плотности в газе происходит адиабатически, то с точностью до малых высших порядков по отношению к ρ' имеем

$$p' = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_S \rho'. \quad (1.36)$$

Для коэффициента при ρ' из уравнения (1.14) получаем

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_S = \gamma \frac{p_0}{\rho_0} \equiv c^2. \quad (1.37)$$

При посредстве (1.37) из (1.35) получаются уравнения

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \rho'}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial^2 v'}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 v'}{\partial x^2}, \quad (1.38)$$

которые показывают, что малое возмущение распространяется по газу со скоростью c , определяемой по (1.37). Эта величина, называемая скоростью звука, при помощи уравнения состояния газа (1.10) записывается в таком виде:

$$c = \sqrt{\gamma \frac{R^*}{\mu} T}. \quad (1.39)$$

Нетрудно видеть, что она порядка средней квадратичной скорости движения частиц, составляющих газ, что вполне понятно, так как передача возмущения по газу производится этими частицами. Величина c в земной атмосфере, состоящей в основном из молекул азота и имеющей температуру 300 °К, равна 330 м/сек. В водороде при $T = 10^4$ °К величина c составляет около 10 км/сек.

Общее решение уравнений (1.38) имеет вид

$$\begin{aligned} v' &= f_1(x - ct) + f_2(x + ct), \\ \rho' &= \frac{\rho_0}{c} f_1(x - ct) - \frac{\rho_0}{c} f_2(x + ct), \end{aligned} \quad (1.40)$$

где f_1 и f_2 — произвольные функции, определяемые из начальных условий. Решение (1.40) показывает, что малое возмущение, называемое звуковой волной, распространяется, вообще говоря, в обе стороны от места своего возникновения со скоростью c относительно газа. Если возмущение распространяется только в одну сторону, например, под действием поршня, вдвигающегося в трубу, — то говорят о простой волне.

Звуковая волна является продольной. Сжатие газа в каждой точке сменяется расширением, при котором энергия от данного элемента газа переходит к следующему. Можно показать, что средняя энергия, переносимая звуковой волной, в расчете на единицу объема пропорциональна средней величине квадрата скорости газа:

$$\varepsilon_{зв} = \overline{\rho_0 v'^2}. \quad (1.41)$$

Из соотношений (1.40) следует, что

$$\rho' = \pm \rho_0 \frac{v'}{c}, \quad (1.42)$$

где знак выбирается в зависимости от направления распространения возмущения. Из (1.42) вытекает, что если движения газа происходят со скоростью, малой по сравнению с c , то вызываемые такими движениями изменения плотности малы по сравнению с начальной плотностью. В подобных случаях газ приближенно можно рассматривать как несжимаемую жидкость.

Уравнения движения (1.28) при $F_M = 0$ и $F_{\text{внзк}} = 0$ можно записать несколько иначе, используя соотношение

$$(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = [[\nabla\mathbf{v}]\mathbf{v}] + \frac{1}{2}\nabla v^2. \quad (1.43)$$

Вводя вектор, называемый вихрем скорости,

$$\boldsymbol{\Omega} = [\nabla\mathbf{v}], \quad (1.44)$$

получаем (1.28) в виде

$$\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} + [\boldsymbol{\Omega}\mathbf{v}] + \frac{1}{2}\nabla v^2 = -\frac{\nabla p}{\rho} - \nabla\varphi_g. \quad (1.45)$$

При $\boldsymbol{\Omega} = 0$ поле скоростей называется безвихревым, или потенциальным, так как в этом случае существует потенциал скорости $\psi(x, y, z; t)$, т. е. такая функция, что

$$\frac{\partial\psi}{\partial x} = v_x, \quad \frac{\partial\psi}{\partial y} = v_y, \quad \frac{\partial\psi}{\partial z} = v_z. \quad (1.46)$$

При $\boldsymbol{\Omega} \neq 0$ в каждой точке жидкости имеет место вращение с угловой скоростью, равной $|\boldsymbol{\Omega}|/2$.

При условии постоянства плотности и пренебрежении сжимаемостью из (1.45) путем векторного умножения на ∇ получается

$$\frac{\partial\boldsymbol{\Omega}}{\partial t} + [\nabla[\boldsymbol{\Omega}\mathbf{v}]] = 0. \quad (1.47)$$

Из (1.47) видно, что если $\boldsymbol{\Omega} = 0$, то и $\frac{\partial\boldsymbol{\Omega}}{\partial t} = 0$, т. е. потенциальное движение само по себе не может превратиться в вихревое. Поле скоростей при потенциальном течении несжимаемой жидкости полностью описывается системой уравнений

$$[\nabla\mathbf{v}] = 0, \quad (\nabla\mathbf{v}) = 0 \quad (1.48)$$

при соответствующих граничных условиях.

Линией тока называется кривая, касательная к которой в каждой точке совпадает с направлением скорости движения газа в этой точке. Вдоль линий тока при стационарном движении выполняется так называемое уравнение Бернулли. Чтобы получить его, можно использовать уравнение (1.45) при $\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} = 0$, (1.20) при $\frac{\partial\rho}{\partial t} = 0$ и уравнение, определяющее изменение удельной внутренней энергии ε

за счет работы сил давления в адиабатическом случае:

$$(\mathbf{v}\nabla)\varepsilon = -p(\mathbf{v}\nabla)\frac{1}{\rho}. \quad (1.49)$$

Умножая уравнение

$$[\Omega\mathbf{v}] + \frac{1}{2}\nabla v^2 = -\frac{\nabla p}{\rho} - \nabla\varphi_g \quad (1.50)$$

на \mathbf{v} скалярно и учитывая (1.49) и условия

$$\nabla(\rho\mathbf{v}) = 0, \quad (\mathbf{v}[\Omega\mathbf{v}]) = 0, \quad (1.51)$$

получаем

$$\left(\mathbf{v}\nabla\left\{\frac{1}{2}v^2 + \varphi_g + \frac{p}{\rho} + \varepsilon\right\}\right) = 0. \quad (1.52)$$

Соотношение (1.52) означает, что вдоль линии тока

$$\frac{1}{2}v^2 + \frac{p}{\rho} + \varphi_g + \varepsilon = \text{const.} \quad (1.53)$$

Уравнение Бернулли (1.53) показывает, что вдоль линии тока сохраняется энергия единицы массы газа.

При изучении локальных процессов, таких, например, как излучение или поглощение энергии, уравнения в эйлеровой форме неудобны, поскольку приходится исследовать движение данной частицы, свойства газа в которой являются определяющими. В таких случаях используют уравнения в лагранжевых координатах. Они удобны главным образом при изучении одномерных движений.

Рассматриваемую частицу газа нужно как-то выделить среди остальных, «пометить». Такая «метка» и является лагранжевой координатой. В случае плоского движения за лагранжеву координату можно принять массу вещества, находящегося между данной частицей и некоторой фиксированной. Эта величина не меняется при движении. Для сферически-симметричных движений, когда «частицей» является шаровой слой радиуса r , за лагранжеву координату принимают массу, заключенную в шаре радиуса r .

Зависимость между эйлеровой координатой (x в случае плоского движения и r для сферически-симметричного) и лагранжевой координатой m записывается следующим

образом:

$$m = \int_{x_1}^x \rho(x', t) dx'; \quad m = \int_0^r 4\pi r'^2 \rho(r', t) dr'. \quad (1.54)$$

Здесь x_1 — координата некоторой фиксированной точки. Величины v , ρ и p для точки с данным значением m зависят лишь от времени.

Скорость $v(m, t)$ точки с лагранжевой координатой m равна $\frac{\partial x(m, t)}{\partial t}$ (или $\frac{\partial r(m, t)}{\partial t}$). Поэтому уравнение неразрывности следует из (1.54) в виде

$$\frac{\partial v}{\partial m} = \frac{\partial \left(\frac{1}{\rho} \right)}{\partial t}, \quad \frac{\partial (r^2 v)}{\partial m} = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \left(\frac{1}{\rho} \right)}{\partial t} \quad (1.55)$$

для плоского и сферического случаев соответственно.

Обозначения частных производных от скорости используются для того, чтобы подчеркнуть зависимость от лагранжевой координаты. Величина m сохраняет для данной частицы одно и то же значение и производная $\partial p / \partial m$ определяет скорость изменения давления при переходе от данной частицы к соседним.

Уравнения движения записываются в форме

$$\frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial m}, \quad \frac{\partial v}{\partial t} = - 4\pi r^2 \frac{\partial p}{\partial m} \quad (1.56)$$

соответственно для плоской и сферической симметрии.

Уравнение, определяющее изменение удельной энергии ε в частице, совпадает с (1.31), записанным для единицы массы газа:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial Q}{\partial t} - p \frac{\partial \left(\frac{1}{\rho} \right)}{\partial t}. \quad (1.57)$$

При условии, что плотность среды в начальный момент во всех точках одинакова ($\rho = \rho_0$), в качестве лагранжевой переменной можно принять эйлерову координату точки в начальный момент. Обозначая эту лагранжеву координату через ξ для плоского случая и r_0 для сферического, имеем

$$\rho d\xi = \rho_0 dx, \quad 4\pi r^2 \rho dr = 4\pi r_0^2 \rho_0 dr_0. \quad (1.58)$$

Для плоского движения система уравнений неразрывности и движения записывается так:

$$\frac{\partial v(\xi, t)}{\partial \xi} = \rho_0 \frac{\partial \left(\frac{1}{\rho} \right)}{\partial t}, \quad \frac{\partial v(\xi, t)}{\partial t} = - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial \xi}, \quad (1.59)$$

а для сферически-симметричного случая

$$\frac{1}{r_0^2} \frac{\partial (r^2 v)}{\partial r_0} = \rho_0 \frac{\partial \left(\frac{1}{\rho} \right)}{\partial t}, \quad \frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{1}{\rho_0} \frac{r^2}{r_0^2} \frac{\partial p}{\partial r_0}. \quad (1.60)$$

После решения системы, записанной в лагранжевых координатах, переход к эйлеровым (x или r) осуществляется по соответствующей из следующих формул:

$$x(m, t) = \int_0^t v(m, t) dt + x_1, \quad r(m, t) = \int_0^t v(m, t) dt. \quad (1.61)$$

В случае плоского движения переход можно осуществить также и при помощи уравнения неразрывности:

$$x(m, t) = \int_0^m \frac{dm}{\rho(m, t)} + x_1(t). \quad (1.62)$$

Если движение адиабатическое, система уравнений в лагранжевых координатах существенно проще, чем в эйлеровых. В плоском случае остается всего два уравнения первого порядка.

В общем уравнении (1.28) содержатся два члена, структура которых еще не выяснялась. Здесь будет рассматриваться только выражение для силы вязкости, а исследование вида F_M производится в следующем параграфе.

В сплошной среде при относительном смещении соседних ее слоев возникают силы, препятствующие этому смещению. Внутренняя сила, приходящаяся на единицу площади, называется напряжением. Сила является векторной величиной и зависит от ориентации сечения. Поэтому напряжения описываются тензором второго ранга. Тензор напряжений имеет вид

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}. \quad (1.63)$$

Здесь, например, σ_{xy} представляет собой силу вдоль оси Ox , действующую на единичную площадку, перпендикулярную к оси Oy . Тензор напряжений должен быть симметричным, так как в противном случае (при $\sigma_{ij} \neq \sigma_{ji}$) на элементарный объем (кубик) действовал бы крутящий момент, равный $(\sigma_{ij} - \sigma_{ji}) \times$ ребро кубика и ничем не уравновешиваемый.

Пусть σ_n — сила, действующая на единичный элемент поверхности с нормалью n . Проекция этой силы на ось Ox выражается через компоненты тензора напряжений следующим образом:

$$\sigma_{xn} = \sigma_{xx} \cos(n, x) + \sigma_{xy} \cos(n, y) + \sigma_{xz} \cos(n, z). \quad (1.64)$$

Аналогичный вид имеют выражения для σ_{yn} и σ_{zn} .

Выражение для $F'_{\text{вязк}}$ получается с помощью тензора напряжений. Пусть в теле выделен произвольный объем \tilde{V} , ограниченный поверхностью Σ . Внутренняя сила (действующая на объем) должна уравновешиваться поверхностными силами. Поэтому для компоненты F'_i силы, действующей на единичный объем, имеем:

$$\iint_{(\Sigma)} \sigma_{in} d\Sigma = \iiint_{(\tilde{V})} F'_i dV. \quad (1.65)$$

Преобразуя поверхностный интеграл в интеграл по объему, находим, в силу произвольности объема \tilde{V} ,

$$F'_i = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}. \quad (1.66)$$

Из данных эксперимента известно, что величина напряжения пропорциональна градиенту скорости движения. Исходя из этого и учитывая симметрию тензора напряжений, для компонент тензора принимают следующее выражение:

$$\sigma_{ij} = \eta \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \eta' \delta_{ij} (\nabla v), \quad (1.67)$$

где η — коэффициент вязкости и связь между η и η' определена ниже.

Вторым слагаемым в (1.67), не равным нулю только для сжимаемой жидкости, учитывается возможность отличия давления в движущемся газе от давления в неподвиж-

ном газе. Обычно принимают, что сумма нормальных напряжений, действующих на поверхность кубика с ребром, равным единице, равна нулю:

$$\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} = 0. \quad (1.68)$$

Из (1.68) получается, что

$$\eta' = -\frac{2}{3} \eta. \quad (1.69)$$

Величина $F_{\text{вязк}}$, входящая в уравнение (1.28), на основе (1.66), (1.67) и (1.69) определяется формулой

$$F_{\text{вязк } i} = \eta \nabla^2 v_i + \frac{1}{3} \eta \{ \nabla (\nabla v) \}_i + \\ + \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \eta}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \frac{\partial \eta}{\partial x_i} (\nabla v). \quad (1.70)$$

При $\eta = \text{const}$ и отсутствии магнитного поля получаем из (1.28), при помощи (1.70), так называемое уравнение Навье—Стокса:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v \nabla) v = -\frac{\nabla p}{\rho} - \nabla \varphi_g + \nu \nabla^2 v + \frac{\nu}{3} \nabla (\nabla v), \quad (1.71)$$

где $\nu = \eta/\rho$ — коэффициент кинематической вязкости, имеющий размерность $[\nu] = \text{см}^2 \cdot \text{сек}^{-1}$. Вязкость газа обусловлена переносом количества движения от слоя, движущегося с большей скоростью, к слоям с меньшей скоростью. Поэтому при наличии вязкости в выражение тензора потока импульса (1.29) добавляется слагаемое, соответствующее переносу импульса вязкостью:

$$\Pi_{ik} = \rho v_i v_k + p \delta_{ik} - \sigma_{ik}. \quad (1.72)$$

Если в уравнении (1.30) использовать в качестве Π_{ik} выражение (1.72), то получатся уравнения Навье—Стокса.

В астрофизических объектах перенос импульса, обусловленный молекулярной вязкостью, обычно не играет существенной роли. Гораздо более важным оказывается перенос количества движения в результате так называемой турбулентной вязкости, о которой в гл. 3 говорится подробно. С учетом турбулентной вязкости приходится решать уравнения, по форме совпадающие с (1.71), но для соответствующим образом осредненного движения. При этом величину ν не всегда можно считать одинаковой во всем течении.

§ 3. Движение газа в присутствии магнитного поля; уравнения магнитной газодинамики

Между движением электропроводящей жидкости при наличии магнитного поля и изменениями поля существует тесная взаимосвязь. Пондеромоторные силы, возникающие в движущейся жидкости, влияют на ее движение, а последнее в свою очередь сказывается на поле.

В газодинамическом приближении плазма считается непрерывной средой и движение отдельных частиц не рассматривается. Поэтому движение плазмы, как и обычного газа, можно характеризовать макроскопическими скоростью v , плотностью ρ и давлением p . Кроме того, входящая в уравнение движения величина пондеромоторной силы зависит от плотности тока j в плазме. Если плазма состоит из электронов, концентрация которых n_e и макроскопическая скорость v_e , и ионов только одного типа с зарядом Ze , концентрацией n_i и скоростью v_i , то v , j и ρ определяются следующим образом (Спитцер (1965)):

$$v = \frac{1}{\rho} (n_i m_i v_i + n_e m_e v_e), \quad (1.73)$$

$$j = e (n_i Z v_i - n_e v_e), \quad (1.74)$$

$$\rho = n_i m_i + n_e m_e. \quad (1.75)$$

Уравнение движения, которое может быть получено строго путем нахождения моментов кинетического уравнения для частиц каждого сорта, имеет вид (без учета вязкости) *)

$$\rho \frac{d\dot{v}}{dt} = \frac{1}{c} [jH] - \nabla p - \rho \nabla \phi_g, \quad (1.76)$$

где H — напряженность магнитного поля. Уравнение неразрывности сохраняет прежнюю форму. Еще одно уравнение дает закон сохранения энергии. Что касается величины j , то она связана со скоростью при посредстве закона Ома:

$$j = \sigma_e \left(E + \frac{1}{c} [vH] \right). \quad (1.77)$$

*) Здесь и в других формулах, описывающих электромагнитные явления, c означает скорость света. Совпадение с обозначением скорости звука не должно приводить к недоразумениям.

В (1.77) E означает напряженность электрического поля и σ_e — проводимость. Величины E и H определяются системой всего трех уравнений Максвелла:

$$[\nabla H] = \frac{4\pi}{c} j + \frac{1}{c} \frac{\partial E}{\partial t}, \quad (1.78)$$

$$[\nabla E] = -\frac{1}{c} \frac{\partial H}{\partial t}, \quad (1.79)$$

$$(\nabla H) = 0. \quad (1.80)$$

Вследствие электрической нейтральности газа в астрофизических условиях

$$(\nabla E) = 0. \quad (1.81)$$

При скорости $v \ll c$ и характерном размере L системы, таком, что $l \ll L < ct$, где t — характерное время движения и l — длина свободного пробега частицы, членом, соответствующим току смещения, можно пренебречь и использовать (1.78) в виде

$$[\nabla H] = \frac{4\pi}{c} j. \quad (1.82)$$

По порядку величины

$$j \approx \frac{cH}{4\pi L}. \quad (1.83)$$

На основе оценки j для различных астрофизических объектов можно получить, что $|v_1| \gg |v_1| - |v_e|$. Макроскопическая скорость плазмы определяется в основном движением ионов, так как $m_1 \gg m_e$.

В (1.77) не учтено изменение плотности тока со временем. Это допустимо, так как при больших характерных размерах L величина j не может быстро меняться. Однако иногда изменение тока со временем приходится учитывать.

Преобразуем теперь выражение пондеромоторной силы в уравнении (1.76). Используя (1.82), а также соотношение

$$[[\nabla H] H] = (H \nabla) H - \frac{1}{2} \nabla H^2, \quad (1.84)$$

находим

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla \left(p + \frac{H^2}{8\pi} \right) + \frac{1}{4\pi\rho} (H \nabla) H - \nabla \varphi_g. \quad (1.85)$$

Слагаемое $\frac{1}{\rho} \nabla \frac{H^2}{8\pi}$ определяет градиент магнитного давления, а член $\frac{1}{4\pi\rho} (\mathbf{H} \nabla) \mathbf{H}$ учитывает силу натяжения вдоль магнитных силовых линий. В случае статических конфигураций газа (когда $\mathbf{v} = 0$) магнитные силы должны уравниваться градиентом газового давления и полем тяготения.

Из (1.77), (1.79) и (1.82) получается уравнение, определяющее изменение поля в движущемся газе со временем:

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = - \frac{c^2}{4\pi\sigma_e} [\nabla [\nabla \mathbf{H}]] + [\nabla [\mathbf{v} \mathbf{H}]]. \quad (1.86)$$

Учитывая (1.80) и известное выражение для двойного векторного произведения, преобразуем (1.86) к виду

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \frac{c^2}{4\pi\sigma_e} \Delta \mathbf{H} + [\nabla [\mathbf{v} \mathbf{H}]]. \quad (1.87)$$

Физический смысл выражения (1.87) становится ясным, если учесть, что уравнение (1.79), из которого оно получено, выражает закон электромагнитной индукции. В соответствии с этим законом циркуляция по замкнутому контуру определяется скоростью изменения магнитного потока через площадь, ограниченную контуром. Вследствие движения среды контур изменяется. Взаимосвязь изменений контура и напряженности поля со временем и описывается уравнением (1.87). Первое слагаемое в правой части (1.87) определяет диффузию магнитного поля при конечной проводимости. Диффузия поля означает диссипацию магнитной энергии в тепло. Если проводимость велика, и, значит столкновения между электронами и ионами происходят редко, то диссипация поля занимает большое время. Изменение поля в этом случае обусловлено главным образом движением газа.

Проводимость для слабо ионизованной плазмы, где определяющими являются столкновения электронов с нейтральными атомами концентрации n_a , равна

$$\sigma_e \approx \frac{380}{Q_{ea}} \frac{n_e}{n_a} T_e^{-1/2}, \quad (1.88)$$

где Q_{ea} — сечение столкновений электрона с атомом, сложным образом зависящее от T_e .

В случае полностью ионизованной плазмы существенную роль в определении величины проводимости играют далекие взаимодействия, и выражение σ_e имеет вид

$$\sigma_e \approx \frac{2 \cdot 10^8}{Z \ln \Lambda} T_e^{3/2}, \quad (1.89)$$

где Z — заряд ионов, а $\ln \Lambda$ — так называемый кулоновский логарифм, учитывающий далекие взаимодействия (обычно $\ln \Lambda \approx 10$). Так как эффективное сечение для столкновений электронов с ионами на несколько порядков превосходит сечение столкновений с атомами, то формула (1.88) применима только при очень низкой степени ионизации ($\frac{n_e}{n_a} < 10^{-3}$).

Когда в плазме электронная температура значительно превосходит ионную, появляется так называемое аномальное сопротивление. При достижении некоторого критического значения напряженности электрического поля E возрастание j с увеличением E происходит медленнее, чем следует из закона Ома (1.77). Этот факт объясняется тем, что движущиеся электроны теряют энергию не только при столкновениях с атомами и ионами, но также возбуждают ионно-звуковые волны, представляющие собой один из видов колебаний плазмы (подробнее см. С. А. Каплан, В. Н. Цытович (1972)). Эффект аномального сопротивления оказывается существенным для ряда явлений, происходящих в космической плазме.

Данные о величине σ_e для различных астрофизических объектов вместе со значениями их характерного размера L приводятся в табл. 1.

Скорость диссипации поля характеризуется временем t_d , за которое оно распространяется из области, первоначально им занимаемой, на расстояние ее размера L :

$$t_d \approx \frac{4\pi\sigma_e L^2}{c^2}. \quad (1.90)$$

В соответствии с данными табл. 1 это время практически для всех объектов существенно превосходит продолжительность их существования, благодаря главным образом большой протяженности. Для солнечных пятен оно порядка 300 лет, для звезды класса А около 10^8 лет.

Таблица 1

Объект	Межзв. среда, области HI	Межзв. среда, области HII	Планетарн. туманности	Корона Солнца	Фотосфера Солнца (пятно)	Фотосфера звезды A0	Центральные области Солнца
$T_e, \text{ }^\circ\text{K}$	50	10^4	10^4	$2 \cdot 10^6$	$5 \cdot 10^3$	10^4	10^7
$L, \text{ см}$	10^{21}	10^{20}	10^{17}	10^{11}	10^9	10^{11}	10^9
σ_e	10^{10}	10^{13}	10^{13}	10^{16}	10^{12}	10^{13}	10^{13}
(ед. CGSE)							

Отношение второго слагаемого правой части уравнения (1.87) к первому порядка $\frac{4\pi\sigma_e v L}{c^2}$, где \tilde{v} — характерная скорость движения. Величина $\tilde{v} \geq 10^5$ см/сек и поэтому

$$\frac{4\pi\sigma_e \tilde{v} L}{c^2} \gg 1. \quad (1.91)$$

В тех случаях, когда играет роль аномальное сопротивление, условие (1.91) может не выполняться. Обычно же диффузией поля в астрофизических условиях пренебрегают и используют уравнение

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = [\nabla [v\mathbf{H}]], \quad (1.92)$$

показывающее, что изменение поля полностью определяется движением вещества. Оно замыкает систему уравнений магнитной газодинамики. Общее число уравнений в этой системе, — восемь, — равно теперь числу неизвестных: v , ρ , p и \mathbf{H} .

Из (1.92) вытекает очень важное свойство «вмороженности» поля в вещество. Раскрывая двойное векторное произведение и учитывая (1.80), получаем

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + (v\nabla) \mathbf{H} = (\mathbf{H}\nabla) v - \mathbf{H}(\nabla v). \quad (1.93)$$

Подставляя в (1.93) величину (∇v) , определяемую уравнением неразрывности (1.20), записываемым в форме

$$(\nabla v) = -\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt}, \quad (1.94)$$

имеем

$$\frac{d\left(\frac{H}{\rho}\right)}{dt} = \left(\frac{H}{\rho} \nabla\right) v. \quad (1.95)$$

Соотношение (1.95) показывает, что при движении газа в направлении, перпендикулярном к магнитному полю, отношение H/ρ остается постоянным вдоль линий тока, т. е. поле движется вместе с веществом. Силовые линии как бы «приклеены» к частицам газа. В этом случае поле называют «вмороженным». Из (1.95), как можно показать, следует сохранение магнитного потока через поверхность, охватываемую любым замкнутым контуром, движущимся вместе с газом.

Физически состояние вмороженности поля обусловлено тем, что при движении в магнитном поле вещества с очень большой проводимостью индуцируется сильное электрическое поле, препятствующее изменению магнитного потока.

Так как $H \sim \rho$, то при движении газа поперек поля напряженность поля меняется пропорционально ρ , а магнитное давление $\sim \rho^2$. При движении контура вдоль поля магнитный поток, естественно, не изменяется. Поэтому при сжатии газа вдоль поля напряженность поля и магнитное давление не меняются.

При изотропном сжатии газа, занимающего, например, объем шара радиуса R , площадь сечений, перпендикулярных к полю, меняется пропорционально R^2 - и поэтому в силу сохранения магнитного потока $H \sim R^{-2}$. Плотность газа внутри шара $\rho \sim R^{-3}$ и, следовательно,

$$H \sim \rho^{2/3}, \quad p_M \sim \rho^{4/3}. \quad (1.96)$$

При движении проводящего газа в магнитном поле энергия поля не изменяется. Магнитная энергия, содержащаяся в объеме \bar{V} , выражается известной формулой:

$$W_M = \frac{1}{8\pi} \int_{(\bar{V})} H^2 dV. \quad (1.97)$$

и отсюда, учитывая (1.87), находим

$$\frac{dW_M}{dt} = \frac{1}{4\pi} \int_{(\tilde{V})} (\mathbf{H} [\nabla[\mathbf{v}\mathbf{H}]]) dV + \frac{1}{4\pi} \int_{(\tilde{V})} \frac{c^2}{4\pi\sigma_e} (\mathbf{H} \Delta \mathbf{H}) dV. \quad (1.98)$$

Второе слагаемое в правой части преобразуется, при помощи (1.82), к форме

$$\frac{1}{4\pi} \int_{(\tilde{V})} \frac{c^2}{4\pi\sigma_e} (\mathbf{H} \Delta \mathbf{H}) dV = - \int_{(\tilde{V})} \frac{i^2}{\sigma_e} dV, \quad (1.99)$$

откуда видно, что оно определяет потери энергии вследствие выделения джоулева тепла. Первое же слагаемое в (1.98), которое может быть представлено в виде

$$\begin{aligned} \frac{1}{4\pi} \int_{(\tilde{V})} (\mathbf{H} [\nabla[\mathbf{v}\mathbf{H}]]) dV &= \\ &= \int_{(\tilde{V})} \left(\mathbf{v} \nabla \frac{H^2}{8\pi} \right) dV - \frac{1}{4\pi} \int_{(\tilde{V})} (\mathbf{v} (\mathbf{H} \nabla) \mathbf{H}) dV, \end{aligned} \quad (1.100)$$

определяет величину работы, совершаемой газом при движении его в магнитном поле против сил магнитного давления и сил натяжения магнитных силовых линий. Если это слагаемое положительно, кинетическая энергия газа уменьшается, а энергия магнитного поля за счет этого возрастает. Когда первое слагаемое отрицательно, то часть энергии поля преобразуется в кинетическую энергию газа.

Рассмотрим теперь вопрос о распространении малых возмущений в газе, находящемся в магнитном поле. Силовые линии поля сопротивляются изгибанию и в этом отношении напоминают натянутые струны. Эта аналогия простирается и далее, поскольку, как сейчас будет показано, вдоль силовых линий при возмущениях распространяются поперечные волны. Исследование проводится путем линеаризации уравнений магнитной газодинамики, аналогичной выполненной в § 2.

Если в первоначально покоившейся жидкости с плотностью ρ_0 и $\sigma_e = \infty$, находившейся в однородном магнитном поле \mathbf{H}_0 , произошло возмущение скорости, равное

v' , то оно вызывает возмущение и других величин, соответственно равное ρ' , p' и h . Линеаризованная путем отбрасывания малых членов высшего порядка по сравнению с каждой из указанных величин система записывается так:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 (\nabla v') = 0, \quad (1.101)$$

$$\rho_0 \frac{\partial v'}{\partial t} = -\nabla p' - \frac{1}{4\pi} \nabla (H_0, h) + \frac{1}{4\pi} (H_0 \nabla) h, \quad (1.102)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = (H_0 \nabla) v' - H_0 (\nabla v'). \quad (1.103)$$

При $H_0 = 0$ из (1.101) и (1.102) получается система уравнений, рассмотренная выше (см. (1.35)), из которой было установлено существование звуковых волн и определена их скорость.

В присутствии магнитного поля движения газа под действием малого возмущения более сложные. Для выяснения характера этих движений будем считать, что все возмущения (v', ρ', p', h) представляются плоской волной, т. е. пропорциональны величине $e^{i(kr - \omega t)}$, где k — волновой вектор и ω — круговая частота. Если выбрать систему координат так, чтобы направление Oz совпало с k , а вектор H_0 , составляющий угол φ_0 с k , находился в плоскости yOz , то при учете адиабатичности возмущений из (1.101)–(1.103) получается следующая система:

$$\left. \begin{aligned} \omega \rho_0 \tilde{v}'_x + \frac{H_0}{4\pi} k \tilde{h}'_x \cos \varphi_0 &= 0, \\ \omega \rho_0 \tilde{v}'_y + \frac{H_0}{4\pi} k \tilde{h}'_y \cos \varphi_0 &= 0, \\ \omega \rho_0 \tilde{v}'_z - kc^2 \tilde{\rho}' - \frac{H_0}{4\pi} k \tilde{h}'_y \sin \varphi_0 &= 0, \\ \omega \tilde{h}'_x + H_0 k \tilde{v}'_x \cos \varphi_0 &= 0, \\ \omega \tilde{h}'_y + H_0 k \tilde{v}'_y \cos \varphi_0 - H_0 k \tilde{v}'_z \sin \varphi_0 &= 0, \\ \omega \tilde{h}'_z = 0, \quad \omega \tilde{\rho}' - k \rho_0 \tilde{v}'_z = 0, \quad (\nabla h) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (1.104)$$

где через $\tilde{v}'_x, \tilde{v}'_y, \tilde{v}'_z, \tilde{\rho}', \tilde{h}'_x, \tilde{h}'_y, \tilde{h}'_z$ обозначены амплитуды соответствующих волн. После их исключения из системы

(1.104) имеем соотношение

$$(c_m^2 - a^2 \cos^2 \varphi_0) [c_m^4 - c_m^2 (a^2 + c^2) + a^2 c^2 \cos^2 \varphi_0] = 0, \quad (1.105)$$

где обозначено

$$\frac{\omega}{k} = c_m, \quad \frac{H_0^2}{4\pi\rho_0} = a^2. \quad (1.106)$$

Кубическое относительно c_m^2 уравнение (1.105) имеет три корня:

$$c_{m_1}^2 = a^2 \cos^2 \varphi_0, \quad (1.107)$$

$$c_{m_{2,3}} = \frac{1}{2} [a^2 + c^2 \pm \sqrt{(a^2 + c^2)^2 - 4a^2 c^2 \cos^2 \varphi_0}]. \quad (1.108)$$

Это означает возможность распространения в газе при наличии магнитного поля волн трех видов:

1. Волны с фазовой скоростью, равной $a \cos \varphi_0$. Эти волны, называемые магнитогидродинамическими или альвеновскими, являются поперечными и могут быть представлены как колебания магнитных силовых линий вместе с газом, в который они заморожены. Групповая скорость волны направлена вдоль поля.

2. Быстрые магнитозвуковые волны, фазовая скорость которых получается при знаке плюс у корня в выражении (1.108).

3. Медленные магнитозвуковые волны с фазовой скоростью, определяемой формулой (1.108) при знаке минус.

Магнитозвуковые волны являются продольными и похожи на обычные звуковые с той разницей, что в их движении играет роль не только газовое, но и магнитное давление.

Подробное описание свойств альвеновских и магнитозвуковых волн, так же как и других видов колебаний в плазме, относящееся, по существу, к физике плазмы, можно найти в ряде книг, в частности, Д. А. Франк-Каменецкого (1968) и С. А. Каплана и В. Н. Цытовича (1972).

§ 4. Плоское изэнтропическое движение газа

В неподвижном газе малое возмущение распространяется со скоростью звука c . Если газ движется как целое с некоторой скоростью v_0 , то возмущение распространяется со скоростью $v_0 + c$ вправо и со скоростью $v_0 - c$

влево (в неподвижной системе координат). Такое движение означает снос возмущения потоком. Этим простым соображением пользуются для преобразования уравнений газодинамики, облегчающего в ряде случаев их решение. Одним из важных течений, которое можно исследовать при помощи преобразованных уравнений, является плоское изэнтропическое течение газа.

Плоское течение характеризуется функциями $v(x, t)$ и $p(x, t)$ (или $\rho(x, t)$). Пусть при $x = x_0$ в момент t_0 возникает малое возмущение скорости $v'(x_0, t_0)$ и давления $p'(x_0, t_0)$. В достаточной близости от точки (x_0, t_0) на плоскости (x, t) можно считать $v(x, t) \approx v(x_0, t_0)$ и $p(x, t) \approx p(x_0, t_0)$. Вправо от точки (x_0, t_0) распространяется возмущение со скоростью $v(x_0, t_0) + c(x_0, t_0)$, а влево — возмущение со скоростью $v(x_0, t_0) - c(x_0, t_0)$. Так как v и c меняются от точки к точке, то и скорости распространения этих возмущений не остаются постоянными.

Линии на плоскости (x, t) , вдоль которых происходит распространение возмущений, называются характеристиками (рис. 1). Уравнения их таковы:

$$\frac{dx}{dt} = v + c \quad (C_+ \text{-характеристика}), \quad (1.109)$$

$$\frac{dx}{dt} = v - c \quad (C_- \text{-характеристика}). \quad (1.110)$$

Если движение не изэнтропично, а лишь адиабатично, то энтропия в частице может испытывать возмущение. Однако это возмущение остается связанным с частицей и перемещается вдоль линий тока. Поэтому уравнение

$$\frac{dx}{dt} = v \quad (C_0 \text{-характеристика}) \quad (1.111)$$

соответствует линии, вдоль которой распространяются возмущения энтропии.

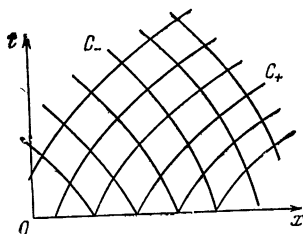


Рис. 1. Графическое представление характеристик в задаче о плоском изэнтропическом течении газа.

Уравнения неразрывности и движения при условии адиабатичности нетрудно преобразовать таким образом, чтобы в них входили производные от функций v и p только вдоль характеристик. Для величины $\rho = \rho(p, S)$ имеем

$$\frac{d\rho}{dt} = \left(\frac{\partial\rho}{\partial p}\right)_S \frac{dp}{dt} + \left(\frac{\partial\rho}{\partial S}\right)_p \frac{dS}{dt}. \quad (1.112)$$

Второе слагаемое в правой части (1.112) в силу изэнтропичности (адиабатичности) равно нулю и поэтому

$$\frac{d\rho}{dt} = c^{-2} \frac{dp}{dt}. \quad (1.113)$$

С другой стороны, $p = p(x, t)$ и

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (1.114)$$

Подставляя (1.113) при учете (1.114) в уравнение неразрывности, получаем

$$\frac{1}{c\rho} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{c\rho} v \frac{\partial p}{\partial x} + c \frac{\partial v}{\partial x} = 0. \quad (1.115)$$

Уравнение неразрывности, совместно с уравнением движения

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (1.116)$$

дает

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v \pm c) \frac{\partial v}{\partial x} \pm \frac{1}{c\rho} \left[(v \pm c) \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial t} \right] = 0. \quad (1.117)$$

При верхнем знаке (плюс) (1.117) представляет собой уравнение, описывающее изменение вдоль C_+ -характеристики, и может быть записано в виде

$$dv + \frac{1}{\rho c} dp = 0. \quad (1.118)$$

При нижнем звуке (минус) — это уравнение вдоль C_- -характеристики

$$dv - \frac{1}{\rho c} dp = 0. \quad (1.119)$$

Таким образом, в плоском одномерном адиабатическом течении вдоль характеристик C_+ и C_- распространяется

постоянное значение величин

$$J_+ = v + \int \frac{dp}{\rho c} \quad (\text{вдоль } C_+), \quad (1.120)$$

$$J_- = v - \int \frac{dp}{\rho c} \quad (\text{вдоль } C_-). \quad (1.121)$$

Эти величины, называемые инвариантами Римана, представляют собой, по существу, новые переменные. Особенно просто выражаются инварианты J_+ и J_- при изэнтропическом течении, когда произведение $\rho r^{-\gamma}$ не зависит ни от координат, ни от времени.

Так как

$$c^2 = \gamma^2 [A(s)]^{1/\gamma} p^{1-\frac{1}{\gamma}}, \quad (1.122)$$

то

$$2c \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\gamma-1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x}. \quad (1.123)$$

Поэтому уравнение движения (1.117) в этом случае записывается в виде

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{2c}{\gamma-1} \frac{\partial c}{\partial x} = 0. \quad (1.124)$$

Используя (1.124), вместо (1.120) и (1.121) получаем

$$J_+ = v + \frac{2}{\gamma-1} c; \quad (1.125)$$

$$J_- = v - \frac{2}{\gamma-1} c. \quad (1.126)$$

Эти формулы позволяют простым образом выразить v и c через инварианты. Использование постоянства J_+ и J_- вдоль характеристик дает приближенный метод численного решения уравнений газодинамики в случае плоского изэнтропического течения — так называемый метод характеристик. Он изложен в ряде книг, в частности в монографии И. А. Климшина (1972). Однако в астрофизических исследованиях этот метод вследствие ряда ограничений, обуславливаемых им при постановке задачи, применялся сравнительно редко.

Как было отмечено выше, возмущение, распространяющееся по газу в одну сторону, называется простой

волной. Это нестационарное одномерное изэнтропическое течение, обладающее тем свойством, что все величины, характеризующие газ (v , ρ , c), являются функцией одной из них, например, v .

В случае простой волны один из инвариантов остается постоянным во всем течении все время. Когда газ занимает всю полуплоскость $t \geq 0$, это видно непосредственно. Если заданы такие начальные распределения v и c , что, например, $J(x, 0) = \text{const}$, то, так как через каждую точку верхней полуплоскости проходит C_- -характеристика, это же значение J_- будет во всех точках. Для движения газа в ограниченном пространстве доказательство указанного утверждения сложнее (см., например, Я. Б. Зельдович и Ю. П. Райзер (1966)).

Постоянство величины $J_-(x, t)$ (или $J_+(x, t)$) во всем течении дает возможность получить решение задачи о движении газа при распространении по нему простой волны.

Пусть

$$v - \frac{2}{\gamma - 1} c = \text{const}; \quad (1.127)$$

тогда (1.124) записывается в следующей форме:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v + c) \frac{\partial v}{\partial x} = 0. \quad (1.128)$$

Решение (1.128) имеет вид

$$v = F[x - (v + c)t], \quad (1.129)$$

где F — произвольная функция. Решая (1.129) относительно x , находим

$$x = (v + c)t + f(v). \quad (1.130)$$

Поскольку в (1.130) входит только одна функция, это выражение представляет особенное решение уравнений плоского изэнтропического течения газа. Функция $f(v)$ определяется из начальных условий. При $f(v) = 0$ скорость v и другие величины, характеризующие течение, зависят не от x и t в отдельности, а от отношения x/t . В таком движении сохраняется форма зависимости v , ρ и p от координаты, а со временем меняется лишь масштаб профиля. Поэтому оно называется автомодельным.

Указанным методом получено, в частности, решение задачи о расширении плоского слоя газа в пустоту. Оно нашло важные применения в астрофизике, о которых будет сказано в соответствующем разделе (гл. 5). Здесь же приведем лишь решение для идеализированного случая расширения бесконечного однородного слоя при отсутствии тяготения.

Выберем систему координат таким образом, чтобы в невозмущенном состоянии весь газ находился справа от начала координат ($x \geq 0$). Пусть в момент $t = 0$ начинается движение газа влево — в область с $x < 0$. От границы раздела $x = 0$ в противоположную сторону распространяется волна разрежения. Координата волны определяется уравнением (1.130). Скорость звука в невозмущенном газе равна c_0 .

Величины v и c в начальный момент (при $t = 0$) на границе (при $x = 0$) не определены. Из условия: при $t = 0$ $x = 0$ получаем $f(v) = 0$ и поэтому

$$x = (v + c)t. \quad (1.131)$$

Поскольку волна разрежения распространяется вправо, то $J_- = \text{const}$ и, следовательно,

$$v = \frac{2}{\gamma - 1} (c - c_0). \quad (1.132)$$

Из соотношений (1.131) и (1.132) определяются зависимости v и c от x и t :

$$v = \frac{2}{\gamma + 1} \left(\frac{x}{t} - c_0 \right), \quad c = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \left[\frac{x}{t} + \frac{2}{\gamma - 1} c_0 \right]. \quad (1.133)$$

На фронте волны разрежения $c = c_0$, $v = 0$, так как в любой момент фронт соприкасается с невозмущенным газом. Скорость течения растет с удалением от фронта и достигает наибольшего значения при $c = 0$. Это значение $v_{\text{пред}}$ равно

$$v_{\text{пред}} = - \frac{2c_0}{\gamma - 1}. \quad (1.134)$$

Плотность газа в этой точке равна нулю, но $\frac{\partial \rho}{\partial v} \neq 0$. Для одноатомного газа ($\gamma = 5/3$) $v_{\text{пред}} = -3c_0$. В той точке, где скорость разлета максимальна, внутренняя энергия рав-

на нулю. В процессе расширения в вакуум внутренняя энергия покоящегося газа переходит в кинетическую энергию разлетающегося газа, причем непрерывно происходит перераспределение энергии в слое, так что значения v и c в разлетающемся газе зависят от отношения x/t линейно. Графически зависимости $v(x)$ и $c(x)$ для некоторого момента времени (при $\gamma = 5/3$) представлены на рис. 2.

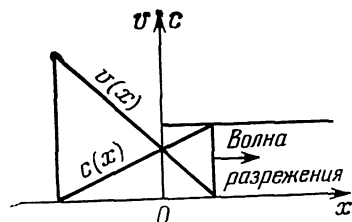


Рис. 2. Профили величин v и c при разлете плоского бесконечного слоя газа в вакуум.

В том случае, когда слой конечен, волна разрежения, дойдя до границы, отражается и движение приобретает более сложный характер. Подробное исследование движения газа под действием отраженной волны приведено в книге К. П. Станюковича (1971).

§ 5. Стационарные ударные волны

Достаточно быстрое и сильное повышение давления в газе приводит к образованию поверхности разрыва, на которой скачком возрастают давление и плотность. Такое уплотнение, называемое ударной волной, распространяется по газу со сверхзвуковой скоростью. Ударные волны, очень часто возникающие в звездах и межзвездной среде, являются весьма эффективным средством переноса энергии. При прохождении по газу ударной волны он нагревается и существенно меняет свою скорость. Эти обстоятельства делают возможным наблюдение ударных волн в астрофизических условиях.

Математически образование разрыва обусловлено нелинейностью уравнений газодинамики. Чтобы это продемонстрировать, найдем в простейшем случае плоского движения скорость распространения конечного возмущения давления. Изменение давления связано с изменением плотности, которая в свою очередь согласно уравнению неразрывности зависит от скорости. Так как $\rho = \rho(v)$, то $p = p(v)$. Учитывая этот факт, уравнение

движения

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$$

записываем в виде

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \left(v + \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dv} \right) \frac{\partial v}{\partial x} = 0. \quad (1.135)$$

Скорость v является функцией t и, значит, при каждом данном значении массовой скорости v_1 величина x является неявной функцией от t . Поэтому

$$\left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_{v=v_1} = - \frac{\frac{\partial v}{\partial t}}{\frac{\partial v}{\partial x}} \bigg|_{v=v_1} = \left[v + \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dv} \right]_{v=v_1}, \quad (1.136)$$

где $\left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_{v=v_1}$ представляет собой скорость распространения по газу величины массовой скорости v_1 . Если волна простая, — скажем, возникшая под действием вдвигаемого в трубу с газом поршня, — и движется вправо, то инвариант J_- на плоскости (x, t) постоянен и, следовательно,

$$\frac{dp}{dv} = \rho c. \quad (1.137)$$

Из (1.136) тогда находим, что

$$\left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_{v=v_1} = v_1 + c(v_1). \quad (1.138)$$

Таким образом, скорость распространения величины v_1 зависит от интенсивности самой этой величины, что и является следствием нелинейности (1.32). Физически это обусловлено зависимостью скорости звука от температуры. При адиабатическом сжатии температура газа возрастает по сравнению с ее значением в невозмущенном газе. Так как по нагретому газу возмущение распространяется быстрее, то профиль скорости становится асимметричным. Точки смещаются тем сильнее, чем выше они находятся над осью (рис. 3). Крутизна касательной, определяемая величиной dv/dx , увеличивается до тех пор, пока не достигается значение $dv/dx = \infty$. Дальнейшее искажение профиля скорости невозможно, так как оно

привело бы к неоднозначности величины скорости газа в данной точке.

Слой, в котором градиенты газодинамических величин очень велики, называется ударным фронтом. Если не учитывать элементарных процессов (т. е. в газодинамическом приближении), его нужно считать поверхностью разрыва

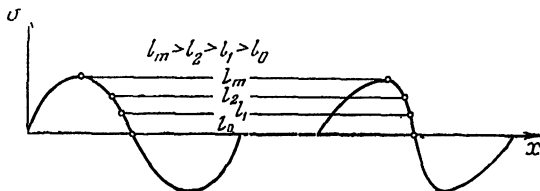


Рис. 3. Схема образования ударного фронта.

По обе стороны от фронта уравнения газодинамики применимы. Заметим, что для возникновения ударного фронта не требуется, чтобы движение газа было обязательно сверхзвуковым ($v > c$), а нужно лишь, чтобы возмущение состояния газа было достаточно сильным.

Ударная волна называется стационарной, если величины скачков характеристик газа — давления, скорости, плотности — на разрыве не меняются со временем. Это оказывается возможным, когда действие причины, вызвавшей появление волны, одинаково в течение долгого времени.

В случае, когда параметры невозмущенного газа (перед волной) известны и задан скачок давления на волне, скорость волны, а также скорость и плотность газа за фронтом определяются из условий сохранения массы, потока импульса и потока энергии при переходе через разрыв.

Будем считать движение плоским и скорость газа перпендикулярной к плоскости разрыва. Так как скорость стационарной волны постоянна, то можно выбрать систему координат, связанную с ее фронтом. Величины, характеризующие состояние невозмущенного газа, обозначаем индексом «1», а соответствующие величины за фронтом — индексом «2».

На самом деле ударная волна представляет собой слой газа малой, но конечной толщины, и градиенты в ней ко-

нечны. О процессах, происходящих внутри слоя, говорится ниже, а здесь примем, что характеристики газа вне его не меняются. Если между поверхностями, ограничивающими слой, нет стоков вещества, импульса и энергии, то на граничных поверхностях потоки соответствующих величин одинаковы. Поэтому имеем условия:

$$\rho_1 v_1 = \rho_2 v_2, \quad (1.139)$$

$$p_1 + \rho_1 v_1^2 = p_2 + \rho_2 v_2^2, \quad (1.140)$$

$$\left(\rho_1 \varepsilon_1 + p_1 + \rho_1 \frac{v_1^2}{2} \right) v_1 = \left(\rho_2 \varepsilon_2 + p_2 + \rho_2 \frac{v_2^2}{2} \right) v_2, \quad (1.141)$$

где ε — удельная внутренняя энергия. При учете (1.139) вместо (1.141) можно написать равенство:

$$\varepsilon_1 + \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{v_1^2}{2} = \varepsilon_2 + \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{v_2^2}{2}. \quad (1.142)$$

Если волна распространяется по неподвижному газу, то скорость ее равна v_1 , а скорость газа после прохождения волны составляет $v_1 - v_2$. В системе (1.139), (1.140), (1.142) неизвестными являются величины v_1 , ρ_2 , v_2 .

Из (1.139) и (1.140) нетрудно найти, что

$$v_1 - v_2 = \sqrt{(p_2 - p_1) \left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right)}. \quad (1.143)$$

При использовании (1.142), а также известного выражения для внутренней энергии газа

$$\varepsilon = c_V T = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho}, \quad (1.144)$$

путем несложных преобразований получается зависимость между величинами p_1 , p_2 , ρ_1 и ρ_2 , называемая ударной адиабатой *),

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma + 1) p_2 + (\gamma - 1) p_1}{(\gamma + 1) p_1 + (\gamma - 1) p_2}. \quad (1.145)$$

Отношение давлений определяет силу ударной волны. Для очень сильной волны ($p_2/p_1 \rightarrow \infty$) соотношение (1.145) дает (при $\gamma = 5/3$) $\rho_2 = 4\rho_1$.

*) Это соотношение называют также адиабатой Гюгонио.

Таким образом, плотность газа при сжатии его ударной волной может возрасти не более, чем вчетверо, Это объясняется увеличением сопротивления газа сжатию, вызванным повышением его температуры при прохождении волны. Действительно, из уравнения состояния газа и (1.145) получается, что

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 + 4p_1}{4p_2 + p_1} \frac{p_2}{p_1} \frac{\mu_2}{\mu_1}. \quad (1.146)$$

Здесь μ_1 и μ_2 — молекулярный вес газа до и после прохождения волны соответственно. Для сильной волны, когда $p_1 \ll p_2$,

$$\frac{T_2}{T_1} \approx \frac{p_2}{p_1} \frac{\mu_2}{4\mu_1}. \quad (1.147)$$

Это означает, что нагрев газа волной пропорционален силе волны. Полученный вывод очень важен для астрофизики, так как чаще всего присутствие ударных волн в космических объектах может быть обнаружено по свечению газа за фронтом.

Скорость, с которой газ втекает в волну, равная скорости D распространения волны по неподвижному газу, получается из (1.139) и (1.140):

$$v_1 = D = \sqrt{\frac{4p_2 + p_1}{3\rho_1}}. \quad (1.148)$$

В случае сильной ударной волны $p_2 \gg p_1$, $\rho_2 = 4\rho_1$ и

$$v_1 = \sqrt{\frac{4p_2}{3\rho_1}} = 4 \sqrt{\frac{R^*T_2}{3\mu_2}}; \quad (1.149)$$

таким образом, температура газа за фронтом зависит только от скорости волны.

Если считать $p_1 \ll p_2$, т. е. пренебрегать внутренней энергией невозмущенного газа по сравнению с энергией, переносимой волной, то находим

$$v_1 - v_2 = \frac{3}{4} v_1 \quad (1.150)$$

и

$$\frac{1}{2} (v_1 - v_2)^2 = \frac{3}{2} \frac{R^*}{\mu_2} T_2. \quad (1.151)$$

Так как в правой части этого соотношения стоит удельная тепловая энергия газа за фронтом волны, то оно выражает факт равномерного распределения кинетической и тепловой энергии. Половина энергии, переносимой стационарной ударной волной, переходит в кинетическую энергию, а другая половина — в теплоту. Для того чтобы волна оставалась стационарной, затраты ею энергии на нагревание газа должны компенсироваться работой, совершаемой внешними силами, например, давлением поршня,двигаемого в трубу с газом. Если такой компенсации нет, то волна затухает — скорость ее уменьшается.

Используя выражение для скорости звука в идеальном газе, нетрудно найти, что при $p_2 > p_1$ выполняются условия

$$v_1 > c_1, \quad v_2 < c_2, \quad (1.152)$$

означающие, что волна распространяется по невозмущенному газу со сверхзвуковой скоростью, а скорость газа за фронтом — дозвуковая.

Энтропия газа после прохождения по нему ударной волны возрастает. В этом можно убедиться, используя выражение (1.13) для энтропии идеального газа:

$$s_2 - s_1 = c_V \ln \frac{p_2}{p_1} \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \right)^\gamma. \quad (1.153)$$

При $p_2 > p_1$ разность $s_2 - s_1 > 0$. Возрастание энтропии газа обусловлено преобразованием внутри фронта волны части энергии упорядоченного, — направленного, — движения газа в тепловую энергию.

В волне происходят диссипативные процессы, связанные с вязкостью и теплопроводностью газа, т. е. с обменом энергией между частицами. Поэтому исследование процессов, происходящих внутри фронта, требует применения методов кинетической теории газов.

При расчете структуры фронта ударной волны необходимы значения функций и констант, определяющих взаимодействие частиц между собой и с излучением. Далеко не для всех газов со сложным составом такая информация имеется. Для одноатомных газов расчеты наиболее просты. В одной из первых работ по расчету структуры фронта волны, распространяющейся по нейтральному газу (Мотт-Смитт (1951)), функция распределения частиц

внутри фронта представлялась как сумма двух максвелловских распределений, а частицы, из которых состоит газ, моделировались упругими шариками. Решение уравнения Больцмана показало, что потеря энергии частицами, врывающимися в холодный газ, происходит на расстоянии нескольких длин свободного пробега частицы l . Эта величина определяется, как известно, формулой

$$l \approx \frac{1}{Q_{ст} n}, \quad (1.154)$$

где $Q_{ст}$ — эффективное газокинетическое сечение столкновения между частицами и n — концентрация частиц.

Тем же методом Тидманом (1958) была изучена структура фронта ударной волны в полностью ионизованном водороде. В этом случае, представляющем значительный интерес для астрофизики, важную роль играет различие в характере взаимодействия между ионами и электронами и между одинаковыми частицами. Как известно, ионы и электроны из-за различия в массах обмениваются энергией значительно медленнее, чем одинаковые частицы. Поэтому фронт ударной волны оказывается состоящим из нескольких областей. В первой, наиболее узкой области ионного удара происходит обмен энергией между ионами путем кулоновских взаимодействий. Длина свободного пробега вычисляется при учете далеких прохождений (об аналогичном расчете см. в § 3), а вычисленная толщина слоя, где совершается обмен энергией, порядка удвоенной длины свободного пробега. Что касается электронного газа, для которого предполагается максвелловское распределение скоростей, то приобретение им энергии от ионов и установление равновесия с ионным газом занимают большее время и соответствующая область во фронте гораздо протяженнее, чем область ионного удара. Максимальная скорость электронного газа, поскольку он увлекается ионами, такая же, как и у ионного газа, даже если температуры газов различны.

В структуре ударных волн, распространяющихся в достаточно разреженной плазме, существенную роль могут играть различные виды плазменных неустойчивостей. Подробное описание соответствующих явлений, относящихся, по существу, к физике плазмы, можно найти на-

пример, в монографии С. А. Каплана и В. Н. Цытовича (1972).

Структура фронта в частично ионизованном газе более сложна. Для условий межзвездной среды она обсуждается в гл. 4, а для оболочек звезд — в гл. 5.

Из сказанного следует, что толщина фронта ударной волны определяется столкновениями между частицами, и для той области, где в основном происходит преобразование энергии поступательного движения в тепловую, толщина составляет несколько длин свободного пробега частицы. В сильных ударных волнах, где газ нагревается до высокой температуры, важную роль играет лучистая теплопроводность. В таких случаях характерный размер определяется средней длиной пробега фотона, которая порядка κ^{-1} (κ — объемный коэффициент поглощения). Излучение не только влияет на состояние газа внутри фронта и за ним, но может также прогревать газ перед фронтом, влияя тем самым на условия распространения волны. При сильном излучении из-за фронта скачок становится менее резким — «размывается». Влияние прогрева газа излучением на структуру волны подробно рассматривается в книге Я. Б. Зельдовича и Ю. П. Райзера (1966). Действие излучения на структуру фронта и его движение для астрофизических условий описано в книге И. А. Климишина (1972), где приведена и библиография по этому вопросу.

Во многих случаях излучение нагретого волной газа выходит из среды практически без поглощения. Тогда говорят об ударных волнах с высвечиванием. Высвечивание приводит к охлаждению газа и, следовательно, к уменьшению его сопротивления сжатию. Поэтому при данной силе скачка в волпе с высвечиванием достигается бóльшая степень сжатия газа, что следует из уравнения адиабаты Гюгонио (1.145). Возможны и другие виды стока энергии в волне, например, при затрате энергии на ионизацию. Они также способствуют возрастанию степени сжатия газа за фронтом.

Рассматривая движение стационарной ударной волны при наличии стоков энергии, уравнение (1.142) следует видоизменить, записав его так:

$$\varepsilon_1 + \frac{n_1}{\rho_1} + \frac{v_1^2}{2} = \varepsilon_2 + \frac{n_2}{\rho_2} + \frac{v_2^2}{2} + q, \quad (1.155)$$

где q — сток энергии, рассчитанный на единицу массы. Тогда уравнение ударной адиабаты принимает такой вид:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{4n_2 + n_1}{4n_1 + n_2} + \frac{2q\rho_2}{4n_1 + n_2}. \quad (1.156)$$

Из (1.156) и вытекает отмеченная выше возможность большего сжатия газа ударной волной при $q > 0$. Влияние расхода энергии на ионизацию играет сравнительно малую роль в изменении отношения ρ_2/ρ_1 . Так, для волны, распространяющейся в чистом водороде, сток энергии за счет изменения степени ионизации от x_1 до x_2 составляет (С. А. Каплан (1958))

$$q = \frac{x_2 - x_1}{m_H} h\nu_0, \quad (1.157)$$

где $h\nu_0$ — энергия ионизации атома водорода с основного уровня, что приводит в случае сильной волны ($p_2 \gg p_1$) к выражению

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = 4 + \frac{x_2 - x_1}{1 + x_2} \frac{313000}{T_2}. \quad (1.158)$$

Сжатие возрастает при $T_2 > 2 \cdot 10^5$ К не более чем на 20 — 30%. Высвечивание же может приводить к увеличению ρ_2/ρ_1 в сильных волнах в десятки раз.

При высвечивании меняется плотность газа, а скорость потери энергии газом зависит от плотности и степени ионизации атомов, составляющих газ. Поэтому расчет структуры ударных волн с высвечиванием представляет сложную задачу. Для решения ее в случае стационарной волны к уравнениям сохранения потоков массы, импульса и энергии следует добавить уравнения, определяющие изменение степени ионизации и скорость потери энергии в зависимости от состояния газа. Ряд результатов расчетов, относящихся к движению стационарных волн с высвечиванием, приведен в книге С. А. Каплана (1958).

Возможны случаи, в частности, при движении ударных волн в межзвездной среде, когда высвечивание настолько интенсивно, что температура по обе стороны от фронта (в который включена и область высвечивания) оказывается одинаковой и равной температуре невозмущенного га-

за. Плотность и давление за фронтом, естественно, являются более высокими. Такие волны называются изотермическими. Об их расчетах также говорится в указанной книге С. А. Каплана.

Если под фронтом ударной волны понимать слой, содержащий все области релаксации, включая лучистую, то толщина этого слоя может оказаться сравнимой с размерами системы. Тогда само понятие фронта становится неотчетливым. Поэтому под фронтом ударной волны часто подразумевается лишь область вязкой диссипации, где происходит переход от упорядоченного движения атомов к хаотическому. Излучение из этой зоны не настолько велико, чтобы эффекты высвечивания сказались на движении волны.

Если давление за фронтом волны и плотность в среде, по которой она распространяется, меняются достаточно медленно, то волну приближенно можно считать стационарной. В таких случаях структура фронта не зависит от того, что происходит в далеких от него точках. Когда отношение p_2/p_1 меняется быстро, переменной является и скорость волны. При распространении волны по среде с переменной плотностью скорость ее также меняется. Величины ρ_2 , p_2 и v_2 при этом определяются, как и для стационарной волны, из условий сохранения на фронте, но эти величины характеризуют состояние газа лишь непосредственно у фронта. Распределение же газодинамических характеристик в захваченной волной области находится путем решения уравнений газодинамики, для которых условия сохранения играют роль граничных условий, а ударный фронт рассматривается как поверхность разрыва.

Для сильной ударной волны ($p_2 \gg p_1$) граничные условия обычно записываются в следующем виде:

$$\rho_2 = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \rho_1, \quad p_2 = \frac{2}{\gamma + 1} \rho_1 D^2, \quad v_2 = \frac{2}{\gamma + 1} D, \quad (1.159)$$

где D — скорость волны. Для слабых волн эти условия имеют несколько более сложную форму.

Присутствие магнитного поля в среде существенно сказывается на характере распространения ударной волны. Подробно влияние поля на движение волны рассматривается в гл. 4 (§ 3) в связи с описанием свойств ударных волн в межзвездном газе.

§ 6. Автомоделность движения и метод автомоделных решений

Решение системы нелинейных дифференциальных уравнений газовой динамики даже в простейших случаях связано с большими трудностями. Для таких задач предложен ряд численных методов. Те из них, которые применяются в космической газодинамике, описаны в книге И. А. Климишина (1972) и здесь их излагать нецелесообразно. Применение аналитических методов оказывается возможным сравнительно редко. Из них наиболее употребительным является так называемый метод автомоделных решений, по существу, представляющий известный способ разделения переменных в уравнениях в частных производных. В тех случаях, когда такое разделение выполнимо, дело сводится к решению одного или нескольких обыкновенных дифференциальных уравнений, а эта задача гораздо проще.

Метод автомоделных решений используется обычно в задачах об одномерных движениях газа, т. е. для течений, обладающих плоской, сферической или цилиндрической симметрией. Система уравнений газовой динамики в простейшем случае адиабатического движения без учета вязкости, тяготения и электромагнитных сил записывается для всех указанных видов симметрии в следующем виде:

$$\frac{\partial \ln \rho}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial r} + v \frac{\partial \ln \rho}{\partial r} + (N - 1) \frac{v}{r} = 0, \quad (1.160)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{c^2}{\gamma} \frac{\partial \ln \rho}{\partial r} + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial c^2}{\partial r} = 0, \quad (1.161)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [\ln c^2 \rho^{1-\gamma}] + v \frac{\partial \ln (c^2 \rho^{1-\gamma})}{\partial r} = 0, \quad (1.162)$$

где $N = 1, 2, 3$ для плоской, цилиндрической и сферической симметрии соответственно. Эти уравнения являются математическим выражением законов, связывающих физические величины, обладающие определенными размерностями. Численные значения таких величин зависят от выбора единиц измерения — масштабов. Достаточные условия, при выполнении которых в системе переменные разделяются, находятся из анализа, основанного на теории размерности. Прежде чем устанавливать эти условия, вы-

пишем дифференциальные уравнения, к которым сводится задача после разделения переменных.

Преобразуем систему (1.160) — (1.162) таким образом, чтобы вместо независимых переменных r и t в ней содержались t и безразмерная переменная ξ , где

$$\xi = \frac{r}{R}, \quad (1.163)$$

а R — некоторая, пока неизвестная функция времени, имеющая размерность длины. Поскольку ξ — безразмерная величина, то любая функция от ξ также не зависит от принятых масштабов r и t . Что же касается неизвестных функций $\rho(r, t)$, $v(r, t)$ и $c^2(r, t)$, то их запишем в виде произведений:

$$\rho(r, t) = f_1(t) G(\xi), \quad (1.164)$$

$$v(r, t) = \frac{r}{t} U(\xi), \quad (1.165)$$

$$c^2(r, t) = \frac{r^2}{t^2} Z(\xi). \quad (1.166)$$

Функции G , U и Z называются представителями соответствующих величин.

После подстановки функций, выраженных этими формулами, в (1.160) и (1.161) при учете (1.163) находим

$$t \frac{\dot{f}_1}{f_1} + \left[U - \frac{\dot{R}}{R} t \right] \frac{d \ln G}{d \ln \xi} + \frac{dU}{d \ln \xi} + NU = 0, \quad (1.167)$$

$$U^2 - U + \left[U + \frac{\dot{R}}{R} t \right] \frac{d \ln U}{d \ln \xi} + \frac{Z}{\gamma} \frac{d \ln G}{d \ln \xi} + \frac{2Z}{\gamma} + \frac{1}{\gamma} \frac{dZ}{d \ln \xi} = 0. \quad (1.168)$$

В этих уравнениях не остается явных функций времени, т. е. переменные разделяются, если выполняются условия:

$$\frac{\dot{R}}{R} t = \text{const}, \quad \frac{\dot{f}_1}{f_1} t = \text{const}. \quad (1.169)$$

Из (1.169) следуют выражения для R и f_1 :

$$R = At^\alpha, \quad f_1 = Bt^\beta, \quad (1.170)$$

где A , B , α , β — постоянные. Можно показать, что при выполнении условий (1.169) в уравнении (1.162) также не будет содержаться величин, в явном виде зависящих от времени. Таким образом представление $R(t)$ и $f_1(t)$ в виде степенных функций является необходимым и достаточным условием разделения переменных в системе (1.160) — (1.162).

Величины A и B имеют следующие размерности:

$$[A] = \text{см} \cdot \text{сек}^{-\alpha}; \quad [B] = \text{г} \cdot \text{см}^{-3} \cdot \text{сек}^{-\beta}. \quad (1.171)$$

Очевидно, что они должны быть связаны с теми параметрами, которые по условиям задачи являются определяющими, например, начальная плотность среды, заданная энергия процесса вызвавшего движение и т. п.

Функция $f_1(t)$ и $R(t)$ имеют простой физический смысл. Они являются масштабными множителями, определяющими профили газодинамических величин, характеризующих состояние газа. Записывая (1.164) — (1.166) с помощью выражений (1.170), имеем:

$$\rho(r, t) = B t^\beta G(\xi), \quad (1.172)$$

$$v(r, t) = A t^{\alpha-1} \xi U(\xi), \quad (1.173)$$

$$c^2(r, t) = A^2 t^{2(\alpha-1)} \xi^2 Z(\xi). \quad (1.174)$$

Из этих соотношений можно видеть, что от времени явно зависят только масштабы функций ρ , v и c^2 , т. е. значения функции от ξ при переходе от одного момента времени к другому меняются в одинаковое число раз. Распределение ρ , v и c^2 по пространственной координате r также меняется, но, зная функции $G(\xi)$, $U(\xi)$ и $Z(\xi)$, можно найти зависимости плотности, скорости газа и скорости звука от r в любой момент времени. Смысл понятия автомодельности и заключается в том, что при движении сохраняется форма профилей газодинамических характеристик.

Заметим, что рассмотренное в § 4 течение газа при его расширении в вакуум является частным случаем автомодельного движения. Для него $\alpha = 1$, $\beta = 0$.

Еще отчетливее то обстоятельство, что профили газодинамических характеристик при движении остаются подобными самим себе, видно, если масштабные множители

выразить через посредство R :

$$\rho \sim R^{\beta \alpha} G(\xi), \quad (1.175)$$

$$v \sim R^{(\alpha-1)/\alpha} U(\xi) \xi, \quad (1.176)$$

$$c^2 \sim R^{2(\alpha-1)/\alpha} \xi^2 Z(\xi). \quad (1.177)$$

При изменении R профили растягиваются (сжимаются) вдоль оси абсцисс и оси ординат (рис. 4).

Начальные и граничные условия газодинамической задачи содержат значения искомым функций, а также фиксированные значения координат. Они также преобразуются к безразмерной форме и дают, тем самым, соответствующие условия для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Помимо указанного способа введения безразмерной переменной ξ ее можно определить и иным путем, полагая, например, (К. П. Станюкович (1971))

$$\xi = \frac{r}{r_0} e^{-at}, \quad \rho = \rho_0 e^{a^2 t} G(\xi), \quad (1.178)$$

и аналогично для v и c^2 . Тогда переменные в уравнениях (1.160) — (1.162) также разделяются.

Переменные можно разделить и в уравнениях, описывающих движение в однородном поле тяготения ($g = \text{const}$), если положить $\alpha = 2$ в (1.170), а иногда задача оказывается автомодельной и при учете самогравитации газа (К. П. Станюкович (1971)).

Как можно видеть из сказанного, характерной особенностью автомодельной задачи является возможность образования такой безразмерной переменной ξ из r и t , что решение уравнений газодинамики при заданных начальных и граничных условиях будет иметь вид (1.164) — (1.166). Достаточные условия того, что та или иная конкретная задача автомодельна, были впервые установлены Л. И. Седовым (1945). Основные положения этой теории, а также

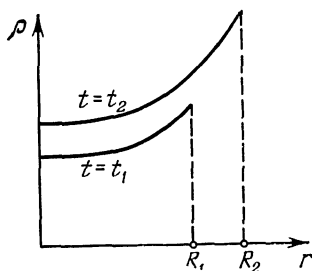


Рис. 4. Схематическое представление изменения профиля плотности при автомодельном движении.

многочисленные применения ее для решения газодинамических задач различного характера, в частности, астрофизических, даны в книгах Л. И. Седова (1965) и Э. А. Дибая и С. А. Каплана (1976).

Применение теории размерности к вопросу об установлении достаточных условий автомодельности движений базируется на так называемой Π -теореме, доказательство которой можно найти в первой из указанных книг. Смысл ее заключается в следующем. Пусть имеется некоторая размерная величина a , являющаяся функцией других размерных величин:

$$a = f(a_1, a_2, \dots, a_n), \quad (1.179)$$

и пусть первые l из них имеют независимые размерности. Как можно показать, формулы размерности должны иметь вид степенных многочленов, поэтому независимость означает невозможность представления любой из размерностей $[a_j]$ ($j = 1, \dots, l$) через многочлены от размерностей $[a_i]$ ($i = 1, \dots, l, i \neq j$). Тогда (1.179) равносильно равенству

$$\Pi = f(\underbrace{1, 1, \dots, 1}_{l \text{ раз}}, \Pi_1, \dots, \Pi_{n-l}), \quad (1.180)$$

где

$$\Pi = \frac{a}{a_1^{m_1} a_2^{m_2} \dots a_l^{m_l}} \quad (1.181)$$

— безразмерная величина и Π_1, \dots, Π_{n-l} — другие безразмерные комбинации из a_1, \dots, a_n . Равенство (1.180) и выражает Π -теорему, согласно которой связь между $n + 1$ размерных величин, из которых l имеют независимые размерности, может быть выражена соотношением между $n + 1 - l$ безразмерными комбинациями из данных $n + 1$ размерных величин. Это соотношение не зависит от выбора единиц измерения и позволяет всякую зависимость между размерными величинами выразить в виде соотношения между некоторыми безразмерными величинами. Из (1.180) следует, в частности, что при $l = n$ величина a с точностью до численного множителя определяется соображениями размерности.

Обратимся теперь к уравнениям газовой динамики (1.160) — (1.162). Они содержат пять размерных величин;

r, t, ρ, v, c^2 , из них три с независимыми размерностями, например, r, t, ρ . Кроме того, при постановке задачи задается ряд характерных для нее величин — определяющих параметров. Хотя бы один из этих параметров должен содержать размерность массы, так как $[\rho] = g \cdot \text{см}^{-3}$. Пусть размерность этого параметра, обозначаемого через a , такая:

$$[a] = g \cdot \text{см}^k \text{сек}^s. \quad (1.182)$$

Допустим, имеется еще только один параметр b с независимой от a размерностью:

$$[b] = g \cdot \text{см}^m \cdot \text{сек}^n. \quad (1.183)$$

Функции ρ, v и c^2 зависят от r, t, a и b :

$$\begin{aligned} \rho &= \varphi_1(r, t, a, b), \\ v &= \varphi_2(r, t, a, b), \\ c^2 &= \varphi_3(r, t, a, b). \end{aligned} \quad (1.184)$$

Каждое из равенств (1.184) представляет собой соотношение между пятью размерными величинами, из которых три имеют независимые размерности. По II-теореме каждое из этих равенств должно выражаться как соотношение между всего двумя безразмерными величинами и, следовательно, величины r и t не могут входить в безразмерные соотношения раздельно, а должны образовывать вместе с a и b безразмерную комбинацию ξ :

$$\xi = \left(\frac{a}{b} \right)^{\frac{1}{m-k}} \frac{r}{t^{\frac{s-n}{m-k}}}; \quad (1.185)$$

Функции ρ, v и c^2 представляются в виде

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{a}{r^{k+3} t^s} G(\xi), \\ v &= \frac{r}{t} U(\xi), \\ c^2 &= \frac{r^2}{t^2} Z(\xi). \end{aligned} \quad (1.186)$$

Таким образом, наличие в задаче всего двух определяющих параметров с независимыми размерностями является достаточным условием ее автомодельности. Если

в задаче число определяющих параметров с независимыми размерностями больше двух, то величины r и t входят в безразмерные соотношения, получающиеся из (1.184), раздельно, в виде r/r_0 и t/t_0 . Такая задача не автомодельна.

За параметр a часто принимают величину плотности невозмущенного газа ρ_0 . Тогда $k = -3$, $s = 0$ и

$$\rho = \rho_0 G(\xi), \quad v = \frac{r}{t} U(\xi), \quad c^2 = \frac{r^2}{t^2} Z(\xi), \quad (1.187)$$

где

$$\xi = \frac{r}{At^\alpha}. \quad (1.188)$$

Размерность величины A , выражаемой при посредстве определяющих параметров, зависит только от $[r]$ и $[t]$.

В тех случаях, когда размерность параметра b не содержит размерности массы, переменная ξ определяется без помощи a :

$$\xi = \frac{r}{b^{1/m} t^{-m/n}}. \quad (1.189)$$

Примером подобной автомодельной задачи может служить рассмотренная в § 4 задача о расширении газа в вакуум. В ней определяющими параметрами служат плотность невозмущенного газа ρ_0 и скорость звука в нем c_0 , а переменная ξ определяется так:

$$\xi = \frac{r}{c_0 t}. \quad (1.190)$$

При наличии в задаче двух и только двух определяющих параметров с независимыми размерностями ее относят к первому типу. Задачи, в которых имеется лишь один параметр (в его размерность входит размерность массы), относятся ко второму типу. Для них величина ξ также принимается в виде (1.188), но показатель степени α определяется особым способом, который будет описан и использован для конкретной задачи в гл. 5 (§ 4).

Глава 2

ГАЗОДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ

Проблема устойчивости очень важна для космической газодинамики. Различные виды неустойчивости оказываются определяющими в образовании структуры космических объектов, процессах переноса энергии и эволюции звезд и туманностей. В данной главе описываются главным образом методы исследования устойчивости. О результатах применения их к конкретным объектам говорится в соответствующих разделах (гл. 4—6). Много места уделено вириальному методу, обладающему большой общностью и позволяющему, в частности, изучать устойчивость быстро вращающихся объектов. Виды неустойчивости, обусловленные присутствием поля тяготения, также рассматриваются по возможности детально — в той степени, которая допускается объемом книги. Устойчивость статических конфигураций изучалась астрофизиками больше, чем устойчивость течений, и это обстоятельство нашло отражение в данной главе.

§ 1. Понятие об устойчивости и методы ее исследования

Всякая физическая система испытывает воздействие со стороны других, внешних по отношению к ней объектов. Если внешние воздействия (возмущения) не приводят к изменениям состояния системы, то такое состояние считают устойчивым. Точнее, состояние системы называется асимптотически устойчивым, если при любом достаточно малом его возмущении отклонение от этого состояния остается малым и с течением времени стремится к нулю. Схематически такое состояние можно представить рис. 5, а. В противном случае, т. е. при возрастании отклонений со временем, состояние называют неустойчивым (рис. 5, б).

В тех случаях, когда отклонение, возникшее в результате малого возмущения, оставаясь малым, к нулю не стремится, состояние называют устойчивым по Ляпунову.

Состояние механической системы, состоящей из N материальных точек, определяется положением точки

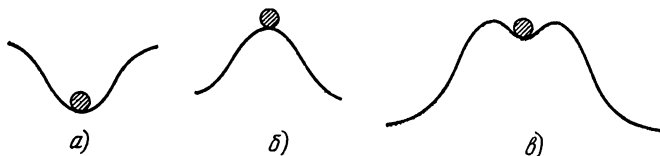


Рис. 5. Иллюстрация устойчивого (а), неустойчивого (б) и метастабильного (в) состояний.

в $6N$ -мерном фазовом пространстве. Устойчивому состоянию соответствует точка равновесия в фазовом пространстве. Это означает, что когда состояние системы под действием малых возмущений изменяется, траектория в фазовом пространстве, соответствующая изменению состояния системы, всегда будет сходиться в указанную точку равновесия. Поскольку исследование устойчивости сводится к изучению фазовых траекторий, то в этом отношении нет принципиальной разницы между статическими и движущимися системами. Исследование производится при посредстве канонических уравнений механики.

Другой метод исследования устойчивости механических систем основывается на хорошо известном необходимом и достаточном условии того, что состояние консервативной системы было равновесным. В таком состоянии величина полной потенциальной энергии $\Phi_{\text{полн}}$, определяемой соотношением

$$\Phi_{\text{полн}} = \Phi - \frac{1}{2} \Omega_{\text{вр}}^2 I, \quad (2.1)$$

должна иметь абсолютный минимум. В (2.1) Φ означает потенциальную энергию, $\Omega_{\text{вр}}$ — угловая скорость вращения и I — момент инерции системы.

Механическая система описывается конечным (или счетным) множеством обобщенных координат. Газовая среда рассматривается как континуальное множество. Указанный выше подход к исследованию устойчивости газовых систем вызывает поэтому сложности. Состояние проблемы

отражено в статье Леду (1958), где обстоятельно изложен вопрос об устойчивости газовых конфигураций. Вообще говоря, проблема устойчивости статических конфигураций жидкости или газа отличается по своему характеру от проблемы устойчивости движений. Однако в обоих случаях можно применять метод малых возмущений, существо которого описывается ниже. Что касается энергетического метода исследования устойчивости, то при его применении к газовым конфигурациям необходимо учитывать термодинамические факторы — возможность изменения энергии при изменении объема.

При движениях газа и в статических газовых конфигурациях возникают неустойчивости особого вида, не имеющие аналогий у механических систем. К ним относятся, в частности, турбулентная неустойчивость, конвективная неустойчивость и тепловая неустойчивость. Эти формы неустойчивости играют очень большую роль в астрофизике и рассмотрены отдельно в гл. 3. Некоторые из других, специфически газодинамических и часто встречающихся в астрофизике видов неустойчивости описываются ниже. Исчерпывающее (по состоянию на 1960 г.) изложение методов и результатов исследования устойчивости течений и конфигураций жидкости и газа дано в книге Чандрасекхара (1961). Различные виды неустойчивости несжимаемой жидкости рассмотрены в книге А. С. Монина и А. М. Яглома (1966). Вместе с обзорами Леду (1958) и В. А. Антонова (1975) указанные книги дают весьма полное представление о предмете и поэтому здесь можно ограничиться лишь очень кратким описанием широко известных методов и сконцентрировать внимание на более новых результатах.

Сущность метода малых возмущений состоит в использовании линеаризованной системы уравнений газодинамики (с присоединяемыми к ней другими, например, уравнением теплопроводности). Вместо входящих в эти уравнения величин v , ρ , p , H и других в них подставляются соответственно $v_0 + v'$, $\rho_0 + \rho'$, $p_0 + p'$, $H_0 + h$ и т. п. Индексом «0» обозначены величины, характеризующие невозмущенное состояние и считающиеся известными, а v , ρ' , p' , h принимаются настолько малыми, что их квадратами в получающихся уравнениях можно пренебречь. В образованной таким образом системе уравнений, линей-

ных относительно v' , ρ' , p' , h , коэффициенты зависят от координат и времени через посредство известных функций v_0 , ρ_0 , p_0 , H_0 . Если изучается устойчивость в данной эйлеровой точке и невозмущенное движение стационарно, то коэффициенты в получающейся системе — постоянные величины.

Линеаризованная система однородна, так как у нее есть нулевое решение:

$$v' = 0, \quad \rho' = 0, \quad p' = 0, \quad h = 0. \quad (2.2)$$

Общее решение такой системы представляет собой линейную комбинацию функций вида произведения $e^{-i\sigma t}$ (σ — комплексная величина) на функцию точки:

$$\begin{aligned} v'(x, y, z; t) &= e^{-i\sigma t} f_1(x, y, z), \\ \rho'(x, y, z; t) &= e^{-i\sigma t} f_2(x, y, z), \\ p'(x, y, z; t) &= e^{-i\sigma t} f_3(x, y, z), \\ h(x, y, z; t) &= e^{-i\sigma t} f_4(x, y, z). \end{aligned} \quad (2.3)$$

В тех случаях, когда коэффициенты системы не зависят от каких-либо координат, число аргументов у функций f_i меньше: Например, в сферически-симметричном движении коэффициенты в уравнениях не зависят от ϑ и φ и поэтому решение можно искать в виде

$$v'(x, y, z; t) = e^{i(k_1\vartheta + k_2\varphi - \sigma t)} f_{1(\sigma, k_1, k_2)}(r), \quad (2.4)$$

и аналогично для ρ' , p' , h .

Величина σ зависит от значений k_1 и k_2 , характеризующих пространственный масштаб возмущений по ϑ и φ соответственно. Функции f_1, f_2, f_3, f_4 находятся путем решения системы линейных дифференциальных уравнений в частных производных, получающихся после подстановки (2.3) в линеаризованную систему.

Алгебраическая система относительно производных от искомых функций должна иметь решение и, следовательно, определитель такой системы должен быть равен нулю. Это условие дает характеристическое (дисперсионное) уравнение, из которого находится величина σ .

Если все корни дисперсионного уравнения имеют отрицательную мнимую часть

$$\sigma_k = a_k + ib_k \quad \forall k, b_k < 0, \quad (2.5)$$

то система устойчива относительно малых возмущений, поскольку все величины $e^{b_k t}$ уменьшаются с течением времени, т. е. значения v', ρ', p', h стремятся к нулю. При условии же, что хотя бы у одного из корней характеристического уравнения мнимая часть положительна ($b_l > 0$), система неустойчива. Скорость роста возмущений определяется так называемым инкрементом роста, равным b_l^{-1} .

Когда при каком-либо значении k $a_k \neq 0$ и $b_k > 0$, то в системе происходят колебания с экспоненциально растущей амплитудой и такую неустойчивость называют колебательной. Если же при всех k $b_k = 0$, то система устойчива по Ляпунову и для суждений об ее окончательном состоянии требуется более детальное исследование.

Состояние системы, устойчивое относительно бесконечно малых возмущений, может оказаться неустойчивым в отношении возмущений конечной амплитуды. Такое состояние называется метастабильным (см. рис. 5, в). Возможно также, что в результате любого — конечного или бесконечно малого — возмущения состояние системы меняется, но вызванные возмущением отклонения от начального состояния не меняются со временем. Тогда говорят о состоянии нейтрального равновесия.

Из неустойчивого состояния в результате возмущений система может перейти в устойчивое состояние или в состояние колебаний с конечной амплитудой. Если неустойчивость проявляется лишь в малой части в остальном устойчивой системы, такую неустойчивость называют локальной.

Линейная теория устойчивости (метод малых возмущений) имеет ограниченное значение. Она не дает возможности объяснить ряд экспериментальных фактов газодинамики и непригодна, когда приходится иметь дело с конечными возмущениями. В этих случаях бывает полезен энергетический метод исследования устойчивости, впервые использованный Рейнольдсом в 1891 г. при изучении течений. Суть метода можно разъяснить на примере вязкой несжимаемой жидкости в конечном объеме. Пусть на основное течение, характеризующееся скоростью $v_0(x, y, z; t)$, накладывается конечное возмущение $v'(x, y, z; t)$. Поскольку величина $v_0 + v'$ должна, как и v_0 , удовлетворять уравнению Навье — Стокса и уравнению

неразрывности, то получаем

$$\frac{\partial v'}{\partial t} + (\mathbf{v}' \nabla) \mathbf{v}_0 + (\mathbf{v}_0 \nabla) \mathbf{v}' + (\mathbf{v}' \nabla) \mathbf{v}' = - \frac{\nabla p'}{\rho} + \nu \nabla^2 \mathbf{v}', \quad (2.6)$$

$$(\nabla \mathbf{v}') = 0. \quad (2.7)$$

Уравнение (2.6) отличается от соответствующего случая бесконечно малых возмущений присутствием слагаемого $(\mathbf{v}' \nabla) \mathbf{v}'$. Предположим, что на границе данного объема \bar{V} величина $\mathbf{v}' = 0$ (например, имеется твердая стенка). Тогда путем умножения (2.6) скалярно на \mathbf{v}' и интегрирования по объему \bar{V} при учете (2.7) получается равенство:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{(\bar{V})} \frac{1}{2} v'^2 dV = & - \int_{(\bar{V})} ((\mathbf{v}' \nabla) \mathbf{v}_0 \mathbf{v}') dV - \\ & - \nu \int_{(\bar{V})} \left\{ \left(\frac{\partial v'_x}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v'_y}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v'_z}{\partial z} \right)^2 \right\} dV. \quad (2.8) \end{aligned}$$

Величина, стоящая слева, определяет изменение кинетической энергии вследствие возмущений. Первым слагаемым правой части описывается обмен энергией между основным течением и полем возмущений, вторым учитывается диссипация энергии вследствие вязкости (он всегда отрицателен). Будет ли кинетическая энергия возмущений расти или уменьшаться, зависит от обменного члена, знак и величина которого определяются конкретным характером течения.

Связь движений различных масштабов выявляется в нелинейности уравнений движения. Пусть движение состоит из движений двух масштабов и $\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2$. Тогда произведение $(\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v}$, входящее в уравнение движения, включает слагаемые $(\mathbf{v}_1 \nabla) \mathbf{v}_2$ и $(\mathbf{v}_2 \nabla) \mathbf{v}_1$, что указывает на связь движений и возможность перехода энергии от движений одного масштаба к движениям другого масштаба. Более вероятен переход энергии от больших масштабов к меньшим, так как в соответствии с общими принципами статистической физики должно происходить дробление энергии и распределение ее по большему числу степеней свободы. Именно это происходит при турбулизации течения (см. гл. 3). Поэтому уравнение (2.8) оказывается очень полезным для выяснения условий перехода ламинарного течения в турбулентное.

При исследовании устойчивости состояний газовых систем основываются на указанном выше положении о минимуме полной потенциальной энергии в устойчивом состоянии, используя так называемый вариационный принцип, или применяют теорему о вириале и ее обобщения.

Рассмотрим сначала вариационный принцип. Состояние системы является неустойчивым, если при каком-либо малом его возмущении изменение энергии отрицательно, т. е. она освобождается. Таким образом, исследование устойчивости сводится к определению знака приращения энергии при любом заданном изменении состояния. Изменение состояния определяется вариациями параметров, от которых это состояние зависит.

Формулировка вариационного принципа, применимая к конфигурациям сжимаемой жидкости при наличии магнитного поля (Волтьер (1958)), предусматривает существование семи интегралов движения системы уравнений магнитной газодинамики с добавлением уравнения Пуассона

$$\nabla^2 \varphi_g = 4\pi G \rho. \quad (2.9)$$

Устойчивое состояние соответствует условному минимуму потенциальной энергии при выполнении условия

$$\delta E + \sum_{i=1}^6 \alpha_i \delta I_i = 0, \quad (2.10)$$

где δ означает вариацию, E — энергия системы, α_i — лагранжевы множители и I_i — интегралы движения:

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_{(\tilde{V})} (A [\nabla A]) dV; & I_2 &= \int_{(\tilde{V})} [H v] dV; \\ I_3 &= \int_{(\tilde{V})} \rho ([i r] v) dV; & I_4 &= \int_{(\tilde{V})} \rho ([j r] v) dV; \\ I_5 &= \int_{(\tilde{V})} \rho ([k r] v) dV; & I_6 &= \int_{(\tilde{V})} \rho dV. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Здесь i, j, k — орты, A — вектор-потенциал и \tilde{V} — объем, занимаемый системой. Решение указанной экстремальной задачи дало соотношения, определяющие равновесную конфигурацию. О них будет сказано в следующем параграфе.

При изучении устойчивости сферических или близких к ним газовых конфигураций, представляющих звезды, часто оказывается, что они колебательно-неустойчивы, причем в отношении не только радиальных, но и нерадиальных колебаний. Для таких конфигураций Чандрасекхар (1964) предложил обобщенный вариационный принцип, при помощи которого можно исследовать их колебательную неустойчивость. Для его формулировки рассмотрим уравнение движения элемента в конфигурации, выведенной из состояния гидростатического равновесия. Уравнение равновесия имеет следующий вид:

$$\frac{dp}{dr} = -\rho \frac{d\varphi_g}{dr}. \quad (2.12)$$

В результате малого возмущения $\xi(\mathbf{r}, t)$ вида

$$\xi(\mathbf{r}, t) = \xi(\mathbf{r}) e^{-i\sigma t} \quad (2.13)$$

элемент, радиус-вектор которого \mathbf{r} , движется, и это движение описывается уравнением:

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = -\frac{1}{\rho} \nabla p - \nabla\varphi_g. \quad (2.14)$$

При указанной форме возмущения и учете его малости, из (2.14) получается соотношение:

$$\sigma^2 \rho \xi_k = \frac{\partial}{\partial x_k} \delta p - \frac{\delta \rho}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_k} + \rho \frac{\partial}{\partial x_k} \delta \varphi_g, \quad (2.15)$$

где δ означает эйлеровы возмущения соответствующих величин, вызванные возмущением $\xi(\mathbf{r}, t)$. Уравнение неразрывности дает

$$\delta \rho = -(\nabla \rho \xi), \quad (2.16)$$

а из условия адиабатичности движения находим

$$\delta p = -\xi_k \frac{\partial p}{\partial x_k} - \gamma p (\nabla \xi). \quad (2.17)$$

Соотношение (2.14) имеет место для любой частоты σ , определяемой характеристическим уравнением. Пусть $\xi^{(\lambda)}$ — собственный вектор, соответствующий частоте $\sigma^{(\lambda)}$. Путем умножения (2.15), записанного для $\sigma^{(\lambda)}$, на $\xi_i^{(\mu)}$, интегрирования по всему объему \hat{V} , занимаемому газом

(при условии исчезновения p и δp на его границе), использования соотношений (2.16) и (2.17) и выражения для потенциала тяготения

$$\varphi_g(\mathbf{r}) = -G \int_{(\tilde{V})} \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}', \quad (2.18)$$

получается выражение, из которого следует, что

$$\int_{(\tilde{V})} \rho \xi^{(\lambda)} \xi^{(\mu)} d\mathbf{r} = 0. \quad (2.19)$$

При $\lambda = \mu$ имеем следующее соотношение, выражающее собой обобщенный вариационный принцип (индекс опущен):

$$\begin{aligned} \sigma^2 \int_{(\tilde{V})} \rho |\xi|^2 d\mathbf{r} &= \int_{(\tilde{V})} \left[\gamma p (\nabla \xi)^2 + \frac{2}{r} \frac{dn}{dr} (r\xi) (\nabla \xi) \right] d\mathbf{r} + \\ &+ \int_{(\tilde{V})} \frac{(r\xi)^2}{r^2 \rho} \frac{d\rho}{dr} \frac{dn}{dr} d\mathbf{r} - G \int_{(\tilde{V})} \int_{(\tilde{V})} \frac{(\nabla \rho \xi)_r (\nabla \rho \xi)_{r'}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r} d\mathbf{r}'. \end{aligned} \quad (2.20)$$

В правую часть этого соотношения при наличии магнитного поля следует добавить вариацию энергии магнитного поля δW_M (Ковец (1966)):

$$\begin{aligned} \delta W_M &= \frac{1}{4\pi} \int_{(\tilde{V})} \{ H^2 (\nabla \xi)^2 + (\xi \nabla) H^2 (\nabla \xi) + [(H \nabla) \xi]^2 - \\ &- 2H (H \nabla) \xi (\nabla \xi) + (\xi [\xi \nabla (H \nabla) H]) \} dV. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Применяется вариационный принцип следующим образом. Задается смещение $\xi(\mathbf{r}, t)$ (пробная функция), например, в форме линейной функции от координат:

$$\xi_j = X_{ji} x_i e^{\lambda t}, \quad (2.22)$$

где коэффициенты X_{ji} играют роль вариационных параметров. Величина σ^2 , определяемая по (2.20), должна быть стационарной по отношению к вариациям собственного вектора ξ . Принимаем, что $\delta \sigma^2 = 0$ для произвольных вариаций величин X_{ji} . Тогда соотношение (2.20) должно дать систему уравнений относительно величин X_{ji} . Условие разрешимости этой системы приводит к характеристическому уравнению, из которого определяется λ .

Получаемые таким путем значения $\lambda = -i\sigma$ являются не точными, но «лучшими» из совместимых с данной пробной функцией $\xi(r, t)$. Оптимальный выбор этой функции производится на основе точного решения более простых задач.

Расширение вариационного принципа на случай вращающихся конфигураций было сделано в работе Линден-Белла и Острайкера (1967). Вместо эйлеровых вариаций уравнений движения ими были использованы лагранжевы вариации. Эйлерова вариация величины $Q(r, t)$ определяется соотношением

$$\delta Q = Q(r, t) - Q_0(r, t), \quad (2.23)$$

тогда как лагранжева вариация получается при возмущенном значении $Q(r, t)$, равном $Q(r + \xi, t)$, где ξ — возмущение. Путем исключения вариаций из уравнений движения, неразрывности и адиабатичности получено характеристическое уравнение в виде

$$-\sigma^2 A \cdot (\xi) + \sigma B \cdot (\xi) + C \cdot (\xi) = 0, \quad (2.24)$$

где точкой обозначено действие оператора на переменную ξ , A и C — вещественные эрмитовы операторы (A — положительно определенный), B — чисто мнимый эрмитов оператор. Достаточное условие устойчивости заключается в том, что C должно быть положительно определенным оператором.

Вариационный принцип в применении к вращающимся конфигурациям дал квадратное уравнение для σ . Это обусловлено разделением спектра, соответствующего данной сферической гармонике, на две последовательности мод (см. гл. 5, § 2). Одна последовательность является такой, что в крайнем случае отсутствия вращения соответствует чисто радиальным колебаниям (p -моды), когда

$$\xi = \xi_r = \frac{\psi(r)^l}{r^2} Y_l^m(\vartheta, \varphi), \quad \xi_\vartheta = \xi_\varphi = 0. \quad (2.25)$$

Другая последовательность соответствует поперечным колебаниям (g -моды по терминологии Каулинга (1942)) и

для них

$$\begin{aligned}\xi_{\vartheta} &= \frac{1}{l(l+1)r} \frac{d\chi(r)}{dr} \frac{\partial Y_l^m(\vartheta, \varphi)}{\partial \vartheta}, \\ \xi_{\varphi} &= \frac{1}{l(l+1)r \sin \vartheta} \frac{d\chi(r)}{dr} \frac{\partial Y_l^m(\vartheta, \varphi)}{\partial \varphi}.\end{aligned}\quad (2.26)$$

В (2.25) и (2.26) через $Y_l^m(\vartheta, \varphi)$ обозначена сферическая функция порядка l , а $\psi(r)$ и $\chi(r)$ — некоторые радиальные функции.

Рассмотрим теперь другую форму энергетического метода исследования устойчивости, основанную на использовании известной теоремы о вириале, доказанной А. Пуанкаре в 1885 г. Согласно этой теореме для системы из N материальных точек, взаимодействующих по закону всемирного тяготения, имеет место равенство

$$\frac{1}{2} \frac{d^2 I}{dt^2} = 2W + \Phi, \quad (2.27)$$

где W и Φ — кинетическая и потенциальная энергии системы соответственно и I — момент инерции системы относительно начала координат. Величина Φ определяется формулой:

$$\Phi = -\frac{1}{2} G \sum_{\substack{i \neq j \\ i=1}}^N \frac{m_i m_j}{|r_i - r_j|}. \quad (2.28)$$

В стационарной системе $\frac{d^2 I}{dt^2} = 0$ и, следовательно,

$$2W + \Phi = 0. \quad (2.29)$$

В (2.27) под W подразумевается сумма энергий макроскопических ($W_{\text{макр}}$) и тепловых ($W_{\text{тепл}}$) движений. Газовая система, вообще говоря, обладает еще энергией других микроскопических движений — вращения и колебаний молекул. Энергия теплового движения в расчете на одну частицу составляет $3kT/2$, а общая энергия микроскопических движений $ikT/2$, где i — число взаимодействующих степеней свободы. Так как $(\gamma - 1)i = 2$, то отношение энергии микроскопических движений $W_{\text{микр}}$

к тепловой равно

$$\frac{W_{\text{микр}}}{W_{\text{тепл}}} = \frac{2}{3(\gamma - 1)}. \quad (2.30)$$

При учете (2.30), а также при наличии магнитного поля, вместо (2.27) получается (Чандрасекхар, Ферми (1953)):

$$\frac{1}{2} \frac{d^2 I}{dt^2} = 2W_{\text{макр}} + 3(\gamma - 1)W_{\text{микр}} + W_{\text{м}} + \Phi, \quad (2.31)$$

где $W_{\text{м}}$ — энергия магнитного поля, определяемая формулой (1.97).

Теорема о вириале, выражающая некоторое интегральное соотношение, которое должно выполняться в состоянии равновесия, дает возможность сформулировать необходимое условие устойчивости статической системы (при $W_{\text{макр}} = 0$). Полная энергия системы равна

$$E = W_{\text{микр}} + \Phi + W_{\text{м}}. \quad (2.32)$$

Если $E > 0$, то, так как $W_{\text{микр}} > 0$ и

$$\frac{1}{2} \frac{d^2 I}{dt^2} = (3\gamma - 4)W_{\text{микр}} + E, \quad (2.33)$$

имеем при $\gamma \geq 4/3$

$$\frac{1}{2} \frac{d^2 I}{dt^2} > a > 0, \quad \frac{dI}{dt} > 2at + \text{const.} \quad (2.34)$$

Таким образом, при $E > 0$ момент инерции системы возрастает со временем и, следовательно, система распадается. Для устойчивости состояния системы необходимо, чтобы полная энергия в этом состоянии была отрицательной. Это условие не является достаточным, так как, вообще говоря, при $E < 0$ система также может быть и неустойчивой, способной переходить в состояние с еще меньшей энергией.

Для исследования устойчивости различных конфигураций, в частности, несферических вращающихся систем весьма эффективным оказывается вириальный метод, разработанный Чандрасекхаром и его сотрудниками и детально описанный в его книге (1973). Этот метод заключается в использовании, наряду с (2.29), ряда других интегральных соотношений, которые должны выполняться в со-

стоянии равновесия. Такие соотношения получаются путем нахождения последовательных моментов уравнений движения.

Пусть распределение плотности в среде определяется функцией $\rho(\mathbf{r})$. Скалярный момент инерции относительно начала координат

$$I = \int_{(\tilde{V})} \rho(\mathbf{r}) |\mathbf{r}|^2 d\mathbf{r} \quad (2.35)$$

представляет собой след тензора инерции I_{ij} :

$$I_{ij} = \int_{(\tilde{V})} \rho x_i x_j d\mathbf{r}. \quad (2.36)$$

Аналогично вводится тензор кинетической энергии

$$W_{ij} = \frac{1}{2} \int_{(\tilde{V})} \rho v_i v_j d\mathbf{r}, \quad (2.37)$$

следом которого является кинетическая энергия системы:

$$W = \frac{1}{2} \int_{(\tilde{V})} \rho |\mathbf{v}|^2 d\mathbf{r}.$$

В вириальном методе используется тензорный потенциал, определяемый формулой

$$\varphi_{ij}(\mathbf{r}) = -G \int_{(\tilde{V})} \rho(\mathbf{r}') \frac{(x_i - x'_i)(x_j - x'_j)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} d\mathbf{r}'. \quad (2.38)$$

След $\varphi_{ij}(\mathbf{r})$ — это обычный потенциал $\varphi_g(\mathbf{r})$, находимый по формуле (2.18). Тензор потенциальной энергии

$$\Phi_{ij}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \int_{(\tilde{V})} \rho(\mathbf{r}') \varphi_{ij}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (2.39)$$

имеет в качестве следа потенциальную энергию Φ .

Моменты второго порядка от уравнений движения, записанных без учета вязкости и магнитных сил,

$$\rho \left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} - \rho \frac{\partial \varphi_g}{\partial x_i} \quad (i, j = 1, 2, 3), \quad (2.40)$$

при условии равенства нулю давления на границе области \bar{V} дают следующие тензорные соотношения:

$$\frac{1}{2} \frac{d^2 I_{ij}}{dt^2} = 2W_{ij} + \Phi_{ij} + \delta_{ij} \Pi, \quad (2.41)$$

где

$$\Pi = \int_{(\bar{V})} p(\mathbf{r}) d\mathbf{r}. \quad (2.42)$$

Теорема о вириале (2.27) непосредственно следует из (2.41). Для стационарного состояния получается шесть интегральных соотношений:

$$2W_{ij} + \Phi_{ij} = -\delta_{ij} \Pi. \quad (2.43)$$

Аналогичным образом находятся моменты третьего порядка от (2.40), дающие соотношения между тензорами третьего ранга I_{ijk} , W_{ijk} и др.

Вириальные соотношения записываются также и для равномерно вращающихся систем и этим определяется значение вириального метода для исследования устойчивости вращающихся конфигураций. Так, в этом случае, при угловой скорости $\Omega_{\text{вр}}$, вместо (2.41) можно найти следующие интегральные соотношения:

$$2W_{ij} + \Phi_{ij} + \Omega_{\text{вр}}^2 I_{ij} - \Omega_{\text{вр}i} \Omega_{\text{вр}k} I_{kj} + \delta_{ij} \Pi + \\ + 2\varepsilon_{ilm} \Omega_{\text{вр}m} \int_{(\bar{V})} \rho v_l x_j d\mathbf{r} = 0. \quad (2.44)$$

Если относительные движения во вращающейся системе координат отсутствуют, то при выборе оси x_3 вдоль вектора $\Omega_{\text{вр}}$ соотношение (2.44) принимает вид

$$\Phi_{ij} + \Omega_{\text{вр}}^2 (I_{ij} - \delta_{iz} I_{zj}) = -\delta_{ij} \Pi. \quad (2.45)$$

Следствия из (2.45) и вириальных соотношений третьего порядка, используемые при исследовании устойчивости вращающихся конфигураций, приведены в упомятой книге Чандрасекхара. Там же даны их применения к исследованию устойчивости фигур равновесия вращающейся несжимаемой жидкости.

Когда система, находящаяся в равновесии, испытывает некоторое лагранжево возмущение ξ , то вириальные соотношения (2.43), (2.44) варьируются. Если ξ имеет вид

(2.22) и является достаточно малым, то вариации этих и других вириальных соотношений дают систему линейных уравнений по отношению к неизвестным X_{ij} . Из условия разрешимости этих уравнений определяется значение σ , являющееся приближенной величиной собственной частоты колебаний системы (наилучшим приближением). Таким образом, для пробных функций вида (2.22) вариационный и вириальный методы приводят к идентичным результатам и, следовательно, являются эквивалентными. Однако, поскольку в вириальном методе ограничиваются конечным числом моментов уравнения движения, он применим только для конечного числа обертонов (сферически-гармоничного возмущения), тогда как использование соотношения (2.20) позволяет изучить все моды сферически-симметричных конфигураций. Если же конфигурация значительно отклоняется от сферической симметрии, то необходимо при исследовании устойчивости ее состояния употребить вириальный метод. Естественно, для его применения следует знать распределение плотности и давления в равновесной конфигурации.

Применению вириального и других методов к исследованиям газовых конфигураций посвящен следующий параграф.

§ 2. Устойчивость равновесных газовых конфигураций

Рассмотрим вначале простейший случай, когда устойчивость сферической конфигурации исследуется в предположении адиабатичности и гомологичности изменений ее состояния. Гомологичность означает, что пространственные распределения параметров газа остаются подобными самим себе. Решение такой задачи, впервые изучавшейся Лейном в 1870 г., подробно описано в книге Д. А. Франк-Каменецкого (1959) и здесь можно ограничиться лишь кратким изложением результатов.

В данном случае удобно пользоваться методом малых возмущений и использовать уравнение (2.14). Так как при сферической симметрии

$$\nabla\varphi_g = \frac{Gm_r}{r^2}, \quad (2.46)$$

где $\mathfrak{M}_r = \int_0^r 4\pi r^2 \rho dr$ — масса, заключенная в сфере радиуса r , то уравнение (2.14) записывается в виде

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} - G \frac{\mathfrak{M}_r}{r^2}. \quad (2.47)$$

Вместо $r(t)$ вводится координата $r/R = \eta$ (R — переменный радиус звезды), которая в силу предполагаемой гомологичности изменений остается для данного элемента постоянной. Поскольку все пространственные поля остаются себе подобными, то выражения для давления и плотности могут быть представлены в такой форме:

$$p(r, t) = p_c(t) f_1(\eta), \quad (2.48)$$

$$\rho(r, t) = \rho_c(t) f_2(\eta), \quad (2.49)$$

где $p_c(t)$ и $\rho_c(t)$ — значения соответствующих величин в центре звезды. Характер движения зависит от условий в одной точке (она не обязательно должна совпадать с центром конфигурации) и поэтому такую модель можно назвать «сосредоточенной». Из (2.47) при учете (2.48) получается обыкновенное дифференциальное уравнение:

$$\frac{d^2 R}{dt^2} = \chi_1 \frac{p_c}{\rho_c R} - \frac{GM}{R^2}, \quad (2.50)$$

где χ_1 и M — функции η .

Для нахождения связи p_c с R можно использовать соотношения (1.13) — (1.14), которые дают:

$$p \sim e^s R^{-3\gamma}. \quad (2.51)$$

Если выполняется условие

$$\frac{dS}{dt} = 0, \quad (2.52)$$

то конфигурацию называют находящейся в состоянии теплового равновесия. При выполнении (2.52) и условия

$$\frac{d^2 R}{dt^2} = 0 \quad (2.53)$$

считают, что данная система находится в состоянии полного термодинамического равновесия. Когда при выпол-

нении (2.53) условие (2.52) не выполняется, то говорят, что конфигурация находится в состоянии механического равновесия. Известным положением астрофизики (см., например, В. В. Соболев (1975)) является то, что время установления механического равновесия звезды гораздо меньше, чем время установления теплового равновесия, определяемое продолжительностью диффузии излучения из недр звезды. Поэтому отклонения от механического равновесия целесообразно изучать независимо от наличия теплового равновесия, т. е. использовать (2.50) при постоянном значении энтропии.

Устойчивость механического равновесия в предположении о гомологичности изменений определяется решением уравнения (2.50). Вводя вместо R переменную $y = R/R_0$, где R_0 — радиус равновесной конфигурации, записываем (2.50) в виде

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \sigma_0^2 \left(\frac{q}{\varphi_1 y} - \frac{1}{y^2} \right), \quad (2.54)$$

где

$$q = \frac{p_c}{p_0}; \quad \varphi_1 = \frac{\rho_c}{\rho_0}, \quad \sigma_0^2 = \frac{\chi_1 p_0}{\rho_0 R_0^2} = \frac{GM}{R_0^3}, \quad (2.55)$$

а индексом нуль отмечены величины, соответствующие состоянию равновесия. При учете уравнения неразрывности и условия (2.52) получаем

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \sigma_0^2 \left(\frac{1}{y^{3\gamma-2}} - \frac{1}{y^2} \right). \quad (2.56)$$

Считая отклонения от механического равновесия малым, т. е. полагая

$$y = 1 + \xi \quad (2.57)$$

и пренебрегая величинами порядка выше первого по отношению к ξ , находим

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = -\sigma_0^2 (3\gamma - 4)\xi. \quad (2.58)$$

Из (2.58) следует, что при $\gamma > 4/3$ состояние газовой конфигурации является колебательно-неустойчивым. Будучи выведенной из состояния равновесия, система совершает гармонические колебания относительно этого состояния

с частотой, равной

$$\bar{\sigma} = \sigma_0 \sqrt{3\gamma - 4}. \quad (2.59)$$

Если $\gamma < 4/3$, то величина ξ содержит слагаемое вида ae^{bt} , где b вещественно и положительно. В этом случае состояние неустойчивое и конфигурация распадается за время порядка σ_0^{-1} .

К аналогичным выводам об устойчивости сферической конфигурации приводит и теорема о вириале. При отсутствии макроскопических движений получаем из (2.33), полагая $d^2I/dt^2 = 0$ и учитывая (2.32),

$$E = \frac{3\gamma - 4}{3(\gamma - 1)} (W_M - |\Phi|). \quad (2.60)$$

Из (2.60) видно, что если $W_M < |\Phi|$, то $E < 0$ лишь при $\gamma > 4/3$. Когда $\gamma < 4/3$, $E > 0$ и необходимое условие устойчивости системы не выполняется. Присутствие достаточно сильного ($W_M > |\Phi|$) магнитного поля делает конфигурацию неустойчивой и при $\gamma > 4/3$. Физически это обусловлено давлением магнитного поля, способствующим расширению конфигурации.

Оценим напряженность поля, при которой оно решающим образом влияет на устойчивость. Примем, что конфигурация является политропой индекса n . Тогда, учитывая известное выражение Φ для политропного шара,

$$\Phi = - \frac{3}{5-n} \frac{GM^2}{R}, \quad (2.61)$$

где M и R — масса и радиус шара соответственно, находим, что магнитная энергия превышает потенциальную, если среднее (по всей конфигурации) значение напряженности \bar{H} удовлетворяет неравенству

$$\sqrt{\bar{H}^2} \gtrsim 2 \cdot 10^8 \frac{M}{R^2} \quad (2.62)$$

(R и M в солнечных единицах, H — в гауссах).

В случае, например, красного гиганта критическое значение \bar{H} составляет около 10^2 гс, а для белого карлика превышает 10^{11} гс.

Необходимое условие устойчивости сферической конфигурации получено при помощи теоремы о вириале гораздо более простым путем, чем методом малых возмущений,

и без ограничивающего предположения о гомологичности изменений. Это демонстрирует преимущества вириального метода. Однако, в столь простой форме он дает только критерий устойчивости и не позволяет получить частоты колебаний. Поэтому для невращающихся или медленно вращающихся конфигураций широко используется метод малых возмущений. Если же форма конфигурации сильно отклоняется от сферической, применение метода малых возмущений сопряжено с очень большими математическими трудностями.

Дальнейшие исследования устойчивости газовых шаров имели целью учесть влияние различных факторов, например, переменности γ , неадиабатичности (освобождения энергии в звезде), присутствия излучения, вращения, магнитного поля и др. Влияние вращения на устойчивость сферических конфигураций рассматривалось, в частности, А. Б. Северным (1945). В обстоятельной работе А. Б. Северного (1948) методом малых возмущений изучено влияние изменений эффективного показателя адиабаты внутри звезды на ее устойчивость. Построена диаграмма устойчивости шара на плоскости (ρ_m, \mathfrak{M}) (ρ_m — средняя плотность) и показано, что неустойчивость растет с увеличением массы. Помимо этого, в указанной работе рассмотрена устойчивость газовых шаров в отношении нерадиальных колебаний при сферически-гармонических возмущениях и обнаружено, что они колебательно-неустойчивы для возмущений с $l = 1$ (l — порядок гармоника), причем медленное вращение приводит к возрастанию неустойчивости. К аналогичному выводу позже пришел Чандрасекхар (1964), используя обобщенный вариационный принцип.

Как полученные А. Б. Северным, так и последующие результаты исследований влияния переменности γ и неадиабатичности на устойчивость сферических газовых конфигураций изложены в статье Леду (1958). Кратко они сводятся к следующему. Если зависимость энерговыделения от плотности и температуры имеет вид

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \rho^k T^\nu, \quad (2.63)$$

а коэффициент поглощения выражается формулой

$$\kappa = \kappa_0 \rho^m T^{-n}, \quad (2.64)$$

то при $\gamma > 4/3$ условие вековой устойчивости заключается в выполнении неравенства

$$3\bar{\mu} + \nu > n - 3m \quad (2.65)$$

в каждой точке конфигурации. Записанное для всей конфигурации условие устойчивости имеет форму

$$\overline{3\mu + \nu} > (n - 3m)_R, \quad (2.65')$$

где усреднение в левой части производится по внутренней области (именно там выделяется энергия), а $(n - 3m)_R$ — значение, соответствующее поверхностным областям. Так как для термоядерных реакций ν обычно велико, то неравенства (2.65) и (2.65') должны выполняться в реальных звездах.

Время затухания возмущений вследствие неадиабатичности, связанной с диссипацией энергии (расходом на излучение), определяется формулой

$$t_{\text{затух}} = \frac{\int_0^{MR} (3\gamma - 4) c_V T dm}{L(R) \{ \overline{3\mu + \nu} - (n - 3m)_R \}}, \quad (2.66)$$

где $L(R)$ — светимость, а интегрирование производится по всей звезде. В (2.66) не учтено влияние переменности химического состава внутри звезды.

Влияние непостоянства γ на частоту фундаментальной моды колебаний σ_0 может быть определено при помощи формулы

$$\sigma_0^2 = \frac{\int_{(\bar{V})} (3 - 4/\gamma) (-\delta p_0) dV}{\int_{(\bar{V})} \rho r^2 \xi_0 dV}. \quad (2.67)$$

Здесь δp_0 — лагранжева вариация давления, соответствующая возмущению ξ_0 и связанная с вариацией плотности соотношением

$$\frac{\delta p_0}{p_0} = \gamma \frac{\delta \rho_0}{\rho_0}.$$

При $\xi_0 > 0$ имеем $-(\delta \rho_0) > 0$.

Вопрос о том, как сказывается магнитное поле на устойчивости статической конфигурации, был рассмотрен Волтьером (1958). Применяв вариационный принцип (2.10), он получил в качестве одного из условий равновесия (в предположении несжимаемости), при магнитной энергии, превосходящей тепловую, равенство, которому должно удовлетворять поле:

$$[\nabla H] = \alpha H, \quad (2.68)$$

где α — постоянная величина. Такое поле называют бессиловым, так как при движении в нем заряженной частицы лоренцова сила равна нулю. Исследование С. А. Капланом (1959) свойств бессиловых полей показало, что вероятность встретить их мала. Этот вывод подтвержден Вентзелом (1960), доказавшим, что бессиловые поля являются неустойчивыми. До настоящего времени нет убедительных данных о присутствии бессиловых полей в реальных космических объектах.

Устойчивость газового политропного шара при одновременном присутствии полоидального и тороидального полей рассматривались Треханом и Уберои (1972) при посредстве обобщенного вариационного принципа. Они подтвердили известный уже ранее (см., например, Леду (1958)) общий вывод об уменьшении частоты радиальных колебаний в присутствии магнитного поля. Физически это связано с действием магнитного давления, которое уменьшает эффективную силу тяготения и, следовательно, приводит к возрастанию периода колебаний.

Применив вариационный принцип, Вентзел (1960) нашел, что самогравитирующие конфигурации могут сильно деформироваться полоидальными полями, а тороидальные поля уменьшают деформацию. Вращение, также деформирующее конфигурацию, при малых напряжениях поля действует независимо от него.

В тех случаях, когда вращение или магнитное поле заметно сказываются на равновесном состоянии, прежде чем исследовать устойчивость конфигураций, необходимо предварительно найти структуру равновесной конфигурации при учете указанных факторов. Ю. В. Вандакуровым (1968) была получена система уравнений, определяющих равновесие вращающегося газового шара при наличии

сильного магнитного поля, энергия которого сравнима с кинетической энергией вращения. За малый параметр λ принято отношение центробежной силы на экваторе к силе тяготения. Определены с точностью до величины порядка λ отклонения от равновесного распределения давления и потенциала, обусловленные вращением и магнитным полем. Найдены также, с той же точностью, выражения для изменения энтропии и энергии конфигурации. Как в этой, так и в других работах о равновесии вращающихся конфигураций (Роксбург, Штриттматтер (1966)), не учитывалась меридиональная циркуляция, возникающая при вращении.

Очень важным для теории звездной эволюции и проблемы происхождения тесных двойных систем является исследование устойчивости быстро вращающихся конфигураций. Когда центробежное ускорение на экваторе $w_{\text{экр}}$ сравнимо с ускорением тяготения $w_{\text{тяг}}$, фигура равновесия сильно отличается от сферической. Определяющим параметром для таких конфигураций является отношение $w_{\text{экр}}/w_{\text{тяг}}$. Оно должно быть меньше единицы, т. е.

$$\frac{GM}{R_{\text{экр}}^2} > \Omega_{\text{вр}}^2 R_{\text{экр}}, \quad (2.69)$$

так как в противном случае возникает ротационная неустойчивость, заключающаяся в истечении вещества в экваториальной плоскости.

Более простой является проблема структуры и устойчивости вращающихся конфигураций несжимаемой жидкости. История этой проблемы и ее современное состояние весьма полно освещены в книгах Джинса (1929), В. А. Крата (1950), Чандрасекхара (1973) и других. Вкратце они сводятся к следующему. Незначительная при медленном вращении сплюснутость увеличивается с возрастанием параметра χ :

$$\chi = \frac{\Omega_{\text{вр}}^2}{2\pi G\rho}, \quad (2.70)$$

и сферическая вначале фигура равновесия деформируется в сфероид. При значениях $\chi < 0,225$ возможны как малые, так и большие значения эксцентриситета. При $\chi \approx 0,187$ от этой последовательности фигур, называемых сфероида-

ми Маклорена, ответвляется последовательность трехосных эллипсоидов Якоби. Как было обнаружено Пуанкаре, на последовательности эллипсоидов Якоби существует точка бифуркации, в которой они нейтральны по отношению к смещению, соответствующему третьей зональной гармонике. В ней ответвляется последовательность грушевидных фигур равновесия (рис. 6). Этот факт лег в основу

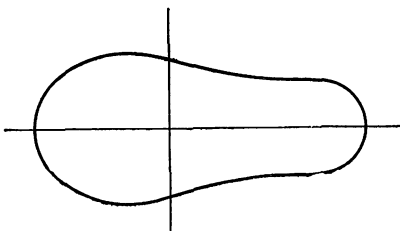


Рис. 6. Сечение грушевидной фигуры равновесия.

гипотезы о происхождении двойных звезд путем превращения быстро вращающегося тела в грушевидную конфигурацию и последующего распада ее на два отдельных тела (Дарвин (1906)). Впоследствии Ляпуновым было доказано, что грушевидные фигуры равновесия неустойчивы и поэтому указанная гипотеза потеряла привлекательность для большинства астрофизиков. Однако при этом упускалась из вида возможность катастрофического деления быстро вращающегося тела, о которой говорил еще Джинс (1929).

В шестидесятых годах было установлено, что вращение реальных звездных конфигураций может быть неоднородным (угловая скорость растет с приближением к центру), а также, что в процессе своей эволюции звезда сжимается и, следовательно, ее угловая скорость возрастает. Учитывая последнее обстоятельство, Роксбург (1966а) выдвинул гипотезу об образовании тесных двойных систем типа W UMa путем деления протозвезды, в процессе сжатия увеличивающей угловую скорость. С другой стороны, В. Г. Горбацкий (1975б) предположил, что системы указанного типа образуются в результате ротационной неустойчивости ядра проэволюционировавшей звезды (на стадии красного гиганта). Возможность такого процесса подтверждается многими наблюдательными данными, но

точнее исследование процесса деления и образования двойной системы пока провести не удастся. Об этой проблеме еще будет сказано в гл. 6.

Как уже отмечалось выше, при изучении устойчивости быстро вращающейся конфигурации должна быть известна ее структура. В частности, необходимо знать распределение угловой скорости. Расчет моделей неоднородно вращающихся звезд и других конфигураций, например, газовых дисков, связан с большими трудностями, в значительной мере обусловленными недостаточным знанием механизмов обмена вращательным моментом между различными областями конфигурации. Современное состояние этого вопроса описано в статье Фрике и Киппенхана (1972) и он подробно обсуждается в гл. 6. В настоящее время расчеты структуры неоднородно вращающейся сжимаемой конфигурации имеются лишь для моделей, соответствующих белым карликам. Устойчивость этих моделей изучалась Тессулом и Острайкером (1968, 1969) вириальным методом. Об этих работах скажем здесь подробнее.

Ранее было найдено, что однородно вращающиеся политропные шары со значительным уплотнением к центру (показатель политропы $n > 0,8$) динамически устойчивы, пока отношение кинетической энергии вращения W к потенциальной $\frac{W}{|\Phi|} < 0,14$.

При пробной функции, взятой в виде (2.22), где X_{ij} — девять постоянных, для однородных и однородно вращающихся конфигураций вириальные уравнения второго порядка дают точное значение собственной частоты колебаний. Можно полагать, что для сжимаемой конфигурации с центральной конденсацией получаемая таким путем величина σ будет близкой к точному значению.

Угловая скорость $\Omega_{\text{вр}}$ предполагается зависящей только от расстояния до оси вращения, так как было показано (Голдрейч, Шуберт (1967)), что это является необходимым условием устойчивости относительно локальных возмущений в звезде без магнитного поля. Принимая направление оси Ox_3 совпадающим с $\Omega_{\text{вр}}$, имеем

$$v_i(r) = Q_{ij}x_j, \quad (2.71)$$

$$Q_{ij}(r) = \Omega_{\text{вр}}(r) \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.72)$$

Из вириального уравнения (2.45) при указанном выборе пробной функции $\xi(r, t)$ получается система:

$$\begin{aligned}
 -\sigma^2 X_{ij} \int_{(\bar{v})} \rho x_j x_j dr + 2i\sigma X_{ik} \int_{(\bar{v})} Q_{jk} x_k x_k dr + \\
 + X_{ik} \int_{(\bar{v})} \rho Q_{jk}^2 x_k x_k dr + X_{jk} \int_{(\bar{v})} \rho Q_{ik}^2 x_k x_k dr = \\
 = -X_{ks} W_{sk; ij} + \delta_{ij} X_{kk} P, \quad (2.73)
 \end{aligned}$$

где

$$W_{sk; ij} = - \int_{(\bar{v})} \rho x_s \frac{\partial \varphi_{ij}}{\partial x_k} dr, \quad (2.74)$$

$$P = - \int_{(\bar{v})} (\gamma - 1) p dr. \quad (2.75)$$

Условие разрешимости системы (2.73) дает характеристическое уравнение, из которого находится частота σ . Для быстро вращающегося белого карлика

$$\sigma = - \langle \Omega_{\text{вр}} \rangle \pm \left(\frac{2W_{12; 12}}{I_{12}} + \langle \Omega_{\text{вр}} \rangle^2 - 2\langle \Omega_{\text{вр}}^2 \rangle \right)^{1/2}, \quad (2.76)$$

где

$$\langle \Omega_{\text{вр}} \rangle = \frac{\int_{(\bar{v})} \Omega_{\text{вр}}(r) r^2 \rho(r) dr}{\int_{(\bar{v})} r^2 \rho(r) dr} \quad (2.77)$$

и $\langle \Omega_{\text{вр}}^2 \rangle$ — таким же способом усредненное значение квадрата угловой скорости.

При отсутствии вращения из (2.76) получают моды колебаний

$$\sigma^2 = \frac{4}{5} \frac{|W|}{I}, \quad (2.78)$$

соответствующие гармоникам второго порядка ($l = 2$, $m = \pm 2$) и называемые кельвиновскими по аналогии с модами, найденными Кельвином для нерадиальных колебаний несжимаемой сферы.

Когда

$$\langle \Omega_{\text{вр}}^2 \rangle = \frac{W_{12; 12}}{I_{12}}, \quad (2.79)$$

то $\sigma = 0$. Существование нейтральной моды в случае однородно-вращающейся несжимаемой жидкости при $\Omega_{вр}^2 = \frac{W_{12;42}}{I_{12}}$ указывает на возможность ответвления в этой точке от последовательности эллипсоидов Маклорена последовательности эллипсоидов Якоби (Чандрасекхар (1973)). По-видимому, такая возможность имеется и в случае сжимаемых конфигураций. При достаточно большой $\left(\frac{W}{|\Phi|} \approx 0,14\right)$ кинетической энергии вращения осесимметричные сжимаемые конфигурации становятся нейтрально устойчивыми относительно не осесимметричных возмущений, что соответствует точке ответвления трехосных конфигураций.

Если

$$\langle \Omega_{вр}^2 \rangle > \frac{W_{12;12}}{I_{12}} + \frac{1}{2} \langle \Omega_{вр} \rangle^2, \quad (2.80)$$

то для одного из значений σ будет $\text{Im } \sigma > 0$ и конфигурация колебательно-неустойчива. Вычисления показали, что $W_{12;12} \geq 0$ и поэтому такая неустойчивость наступает лишь при достаточно большой величине $\langle \Omega_{вр}^2 \rangle$, соответствующей значению отношения $\frac{W}{|\Phi|} \approx 0,26$. Периоды колебаний составляют 10—15 сек.

Как известно, масса очень быстро вращающегося белого карлика может быть больше чандрасекхаровского предела. Для всех моделей белых карликов с большими массами отношение $\frac{W}{|\Phi|} < 0,26$ и они должны быть колебательно-устойчивыми. Что же касается моделей однородно-вращающихся белых карликов, то для них отношение $W/|\Phi|$ очень мало и поэтому они тоже колебательно-устойчивы.

Указанные критические значения отношения $W/|\Phi|$ оказываются не очень чувствительными к изменениям показателя политропы n .

Устойчивость быстро и однородно-вращающегося белого карлика с учетом поправок за счет ОТО рассматривалась В. С. Имшенником и Э. Ф. Сеидовым (1970). Они обнаружили, что при скорости вращения, близкой к предельной, период колебаний уменьшается почти втрое (с 1,8 сек до 0,5 сек).

Одним из существенных обстоятельств, влияющих на устойчивость однородного вращения звезды, является неоднородность химического состава в ней. Ю. В. Вандакуров (1972) нашел необходимое условие устойчивости однородного вращения, заключающееся в совпадении поверхностей постоянного молекулярного веса с изобарическими или изотермическими поверхностями.

В реальных звездных моделях с быстрым вращением меридиональная циркуляция и вязкость должны приводить к перераспределению углового момента внутри звезды. Вследствие такого перераспределения у достаточно быстро вращающихся конфигураций возможно образование дискообразной структуры. Изучение устойчивости газовых дисков является весьма актуальной задачей также в связи с изучением структуры Галактики. Так как возникающая в диске неустойчивость тесно связана с самогравитацией, то о ней уместнее говорить в следующем параграфе.

Рукав галактики часто моделируется цилиндрической газовой конфигурацией. Подобная же модель используется при изучении газовых колец. В связи с этим понадобилось исследовать устойчивость газовых цилиндров.

Необходимое условие устойчивости получается путем применения теоремы о вириале, которая для бесконечного цилиндра записывается, согласно Чандрасекхару и Ферми (1953), в виде

$$\frac{1}{2} \frac{d^2 I}{dt^2} = 2W_{\text{макр}} + 3(\gamma - 1)W_{\text{микр}} + 2W_{\text{м}} - GM^2, \quad (2.81)$$

где I и M — момент инерции и масса соответственно, рассчитанные на единицу длины цилиндра,

$$I = \int_0^M r^2 dm, \quad (2.82)$$

а r — расстояние точки от оси цилиндра.

Величина $W_{\text{макр}}$ — энергия радиальных движений — определяется формулой

$$W_{\text{макр}} = \frac{1}{2} \int_0^M \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 dm. \quad (2.83)$$

Так как $W_{\text{макр}} > 0$ и $W_{\text{микр}} > 0$, то условие устойчивости имеет вид

$$\sqrt{H^2} < 2\pi \sqrt{G} R \rho, \quad (2.84)$$

где R — радиус цилиндра, ρ — плотность газа в нем, и $\sqrt{H^2}$ — среднеквадратичное по цилиндру значение напряженности поля. Магнитное поле препятствует сжатию цилиндра. Применяя неравенство (2.84) к галактическому рукаву, следует учитывать тяготение находящихся в нем звезд и поэтому заменять величину ρ на $\sqrt{\rho\rho_1}$, где ρ_1 — полная плотность вещества в рукаве. Численные оценки показали, что поля напряженностью в несколько микрогаусс эффективно препятствуют сжатию рукава под действием самогравитации. Существуют и другие точки зрения на причины наблюдаемой устойчивости рукавов (см. Паркер (1972b)). В частности, на состоянии рукава должны существенно сказываться его неоднородность, хаотические движения газовых масс и давление космических лучей.

Цилиндрическая конфигурация, устойчивая по отношению к радиальным возмущениям, может стать неустойчивой при возмущениях формы ее поверхности. Под действием самогравитации вначале однородный цилиндр должен распадаться на части. Размеры частей и время распада зависят от напряженности поля и плотности.

Краткое изложение состояния проблемы устойчивости цилиндрических конфигураций показывает, что она еще далека от решения. Эффекты сжимаемости могут проявляться в неожиданной форме. Так, Острайкер (1964) обнаружил, что у газового цилиндра наряду с колебательными существуют моды, соответствующие конвективной неустойчивости.

§ 3. Гравитационная неустойчивость

Рассматривая неустойчивость газовых конфигураций, приходилось учитывать влияние гравитационного поля, т. е. говорить, по существу, о гравитационной неустойчивости. Здесь этот термин употребляется в более узком смысле, а именно, он подразумевает неустойчивость диффузной массы газа (более или менее однородной), которая

под действием собственного поля тяготения может распасться на отдельные конденсации. Задача об устойчивости относительно малых возмущений равновесия самогравитирующей бесконечной покоящейся газовой среды была решена Джинсом (1929) в предположении однородности газа и без учета других полей и диссипативных эффектов*). Путем линеаризации уравнений движения, неразрывности и Пуассона получается следующая система относительно малых возмущений v' , ρ' и φ'_g :

$$\rho_0 \frac{\partial v'}{\partial t} + c^2 \nabla \rho' + \rho_0 \nabla \varphi'_g = 0, \quad (2.85)$$

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 (\nabla v') = 0, \quad (2.86)$$

$$\nabla^2 \varphi'_g - 4\pi G \rho' = 0. \quad (2.87)$$

В (2.85) использовано соотношение, связывающее возмущения p' и ρ' , верное не только в предположении об адиабатичности, но и в более общем случае:

$$p' = c^2 \rho'. \quad (2.88)$$

Величина ρ_0 в (2.85) и (2.86) означает плотность невозмущенного газа.

Задавая возмущение в простейшей форме плоской волны

$$v', \rho', \varphi'_g \sim e^{i(kx - \sigma t)}, \quad (2.89)$$

имеем из (2.85) — (2.87):

$$\begin{aligned} -i\sigma\rho_0 v' + c^2 i k \tilde{\rho}' + \rho_0 i k \tilde{\varphi}'_g &= 0, \\ -i\sigma \tilde{\rho}' + \rho_0 i k \tilde{v}' &= 0, \\ -k^2 \tilde{\varphi}'_g - 4\pi G \tilde{\rho}' &= 0. \end{aligned} \quad (2.90)$$

Характеристическое уравнение, находимое из условия, что система разрешима относительно амплитуд \tilde{v}' , $\tilde{\rho}'$, $\tilde{\varphi}'_g$, имеет вид

$$\sigma^2 = k^2 c^2 - 4\pi G \rho_0. \quad (2.91)$$

*) Принимаемое начальное состояние самогравитирующей среды ($v = 0$, $\rho = \text{const}$) не соответствует никакому решению системы газодинамических уравнений и поэтому такая постановка задачи не является корректной. Тем не менее получаемый результат достаточно хорошо описывает условия, при которых в среде возникает неустойчивость.

Из (2.91) находится фазовая скорость возмущения:

$$\frac{\sigma}{k} = \sqrt{c^2 - \frac{4\pi G\rho_0}{k^2}}. \quad (2.92)$$

Когда $4\pi G\rho_0 \ll k^2 c^2$, то фазовая скорость распространения возмущения близка к c и групповая скорость почти равна фазовой. С возрастанием отношения $4\pi G\rho_0/k^2$ скорость распространения возмущения уменьшается. Это объясняется замедлением передающих возмущение частиц под действием тяготения. Влияние гравитационного поля тем сильнее, чем больше длина волны возмущения λ . При значении λ , приближающемся к $\lambda_{\text{крит}}$,

$$\lambda_{\text{крит}} = \frac{2\pi}{k} = c \sqrt{\frac{\pi}{G\rho_0}}, \quad (2.93)$$

фазовая скорость стремится к нулю, а групповая — бесконечно возрастает. Если же тяготение настолько велико, что $4\pi G\rho_0 > k^2 c^2$, то $\sigma^2 < 0$ и одно из значений σ обладает положительной мнимой частью. В таком случае среда оказывается неустойчивой. Возбуждаемые в газе колебания быстро затухают и он распадается на сгустки с размерами порядка $\lambda_{\text{крит}}$.

Критерий Джинса заключается в неравенстве

$$\lambda > \pi \sqrt{\frac{c^2}{\pi G\rho_0}}, \quad (2.94)$$

определяющем длины волн таких возмущений, по отношению к которым среда неустойчива. Если $\lambda < \lambda_{\text{крит}}$, соответствующее возмущение должно распространяться, не приводя к заметным изменениям плотности.

Малое возмущение произвольного вида можно представить интегралом Фурье и, таким образом, свести задачу о его влиянии на среду к изучению действия возмущений вида (2.89). Следовательно, критерий (2.94) не зависит от формы возмущения.

Критерий Джинса, примененный к межзвездной среде, в которой $\rho_0 \approx 10^{-24} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ и $c \approx 10^5 \text{ см/сек}$, показывает, что она неустойчива относительно возмущений с очень большой длиной волны $\lambda > 10^{21} \text{ см}$, и сгустки, на которые среда распадается вследствие неустойчивости, должны иметь массу порядка $10^{38} - 10^{39} \text{ г}$.

Важная роль гравитационной неустойчивости для космогонии стимулировала ряд работ, в которых изучалось влияние на критерий Джинса различных факторов. Так, Чандрасекхар (1961) нашел, что при твердотельном вращении среды величина $\lambda_{\text{крит}}$ остается той же самой, кроме случая, когда возмущение перпендикулярно к вектору угловой скорости. $\Omega_{\text{вр}}$. В этом случае вместо (2.94) получается

$$\lambda > \pi \sqrt{\frac{c^2}{\pi G \rho_0 - \Omega_{\text{вр}}^2}}. \quad (2.95)$$

Силы Кориолиса оказывают стабилизирующее действие, уменьшая инкремент. При дифференциальном вращении критическая длина волны $\lambda_{\text{крит}}$ зависит от конкретного характера движения и формы возмущения. При учете вязкости и теплопроводности критерий неустойчивости однородной среды получается в том же виде (2.94), но в этой формуле под c следует понимать изотермическую скорость звука.

Замена бесконечной среды плоскопараллельным слоем приводит к следующему видоизменению критерия Джинса для возмущений, распространяющихся вдоль слоя:

$$\lambda > \pi \sqrt{\frac{2c^2}{\pi G \rho}}. \quad (2.94')$$

В связи с тем, что в межзвездной среде имеется магнитное поле, во многих работах изучалось влияние поля на форму критерия гравитационной неустойчивости. Соответствующая литература приводится в статье А. Г. Пахольчика (1962) и в книге С. Б. Пикельнера (1967). В случае бесконечной среды, находящейся в однородном поле, для возмущений, не перпендикулярных к полю, вид критерия (2.94) не меняется. Если же возмущение перпендикулярно к полю, то вместо (2.94) получается следующее неравенство:

$$\lambda > \pi \sqrt{\frac{c^2 + a^2}{\pi G \rho}}, \quad (2.96)$$

где a — альвеновская скорость. При конечной проводимости среды критерий (2.94) остается верным для возмущений любого вида.

При определенных условиях магнитное поле увеличивает устойчивость однородной среды. Это имеет место, в частности, для дифференциально вращающихся систем с тороидальным полем (А. Г. Пахольчик (1962)).

Так как предположения, при которых выведен критерий Джинса, об однородности и бесконечности среды, а также о малости возмущений, плохо соответствуют реальным ситуациям, представляющим интерес для космогонии, рядом авторов исследовалась гравитационная неустойчивость при отказе от указанных предположений. Было рассмотрено также влияние на устойчивость межзвездного газа неоднородности, обусловленной присутствием звезд (Бертотти и Кавальери (1969)).

В связи с проблемой образования звезд много внимания уделялось изучению устойчивости среды, занимающей сферический объем (Хантер (1964), Хоредт (1970)). Газ под действием тяготения должен спадаться к центру сферы (коллапсировать). Его способность противостоять коллапсу и находиться в равновесии зависит от скорости теплоотдачи. Если излучение энергии, освобождающейся при сжатии газа, происходит достаточно быстро, то тяготение преодолевает силу, обусловленную градиентом давления, и газ продолжает сжиматься. При этом, как показывают вычисления, возможна фрагментация газа и образование конденсаций в результате гравитационной неустойчивости. Физической причиной неустойчивости является, по-видимому, ускорение освобождения гравитационной энергии при образовании конденсаций. Критерий неустойчивости (2.94) в этом случае видоизменяется. Он обобщен также для случая среды, занимающей сферический объем и при этом расширяющейся и вращающейся (Бёрд (1969)).

Приближенное решение задачи о гравитационной неустойчивости под действием конечных возмущений расширяющегося газа в пренебрежении давлением (Я. Б. Зельдович (1970)) привело к интересному выводу. Оказалось, что возникающие в результате неустойчивости конденсации имеют форму дисков. На эволюции каждого диска сильно сказывается образующаяся при гравитационном сжатии ударная волна.

Другой, более традиционный подход к задаче о гравитационной неустойчивости по отношению к конечным воз-

мущениям использован в работах Ж. Тессул и Пелье (1972) и Ж. Тессул и М. Тессул (1972). Ими рассмотрена одномерная бесконечная однородная среда с начальной плотностью ρ_0 . Уравнения неразрывности и движения записываются в лагранжевой форме:

$$\rho \frac{\partial x}{\partial a} = \rho_0, \quad (2.97)$$

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \frac{\partial x}{\partial a} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial a} + g \frac{\partial x}{\partial a}, \quad (2.98)$$

где a — начальная координата данной точки и $x(a, t)$ — ее эйлерова координата. Флуктуация плотности $\rho - \rho_0$ связана с ускорением тяготения g уравнением Пуассона, которое в данном случае представляется в виде

$$\frac{\partial g}{\partial a} = -4\pi G(\rho - \rho_0) \frac{\partial x}{\partial a}. \quad (2.99)$$

В предположении адиабатичности движения из (2.97) и (2.98) получается уравнение

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = -c_0^2 \frac{\partial}{\partial a} \left[\frac{1}{\gamma} \left(\frac{\partial x}{\partial a} \right)^{-\gamma} \right] + g, \quad (2.100)$$

где $c_0 = \left(\gamma \frac{p_0}{\rho_0} \right)^{1/2}$ — скорость звука в невозмущенном газе.

Дифференцирование (2.100) при учете (2.99) дает следующее уравнение, записанное в безразмерных переменных:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} = -\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{1}{\gamma} u^{-\gamma} \right)' + u - 1, \quad (2.101)$$

где

$$\begin{aligned} u &= \frac{\partial x}{\partial a}, & \tau &= (4\pi G \rho_0)^{1/2} \cdot t, \\ z &= k_J a, & k_J &= \left(\frac{4\pi G \rho_0}{c_0^2} \right)^{1/2}. \end{aligned} \quad (2.102)$$

Уравнение (2.101) решалось при следующих начальных условиях:

$$\tau = 0, \quad u = 1, \quad \frac{\partial u}{\partial \tau} = \varepsilon \sin kz, \quad (2.103)$$

содержащих параметры ε и k .

Решение линеаризованного уравнения (при $\varepsilon \ll 1$ и $k > 1$) имеет вид

$$u(\xi, t) = 1 + \frac{\varepsilon}{\sigma_0} \sin 2\pi\xi \cdot \sin \sigma_0 t, \quad (2.104)$$

где $\sigma_0^2 = k^2 - 1$. Если ε очень мало и $k > 1$, то длина волны возмущения меньше значения $\lambda_{\text{крит}}$, определяемого по (2.94), и возмущения со временем не растут. Численное решение (2.101) при не очень малом ε ($\approx 0,2$), $k = 2$ и $\gamma = 5/3$ показало, что возмущения не являются строго периодическими в пространстве и нелинейные эффекты растут со временем. Приблизительно характер нелинейности выяснен путем исследования аналитического решения уравнения (2.101), полученного разложением по параметру ε с точностью до членов второго порядка малости включительно. Оно продемонстрировало, что существование устойчивых решений возможно только, если k удовлетворяет условию

$$k > 1 + \frac{\varepsilon^2}{48} (\gamma + 1)(\gamma + 2). \quad (2.105)$$

Когда $\gamma < 2$, нелинейность приводит к небольшому увеличению критической длины волны, за которой нет устойчивых движений. Этот эффект пренебрежимо мал при $|\varepsilon| \lesssim 0, 1$.

Если $k \lesssim 1$, нелинейность очень существенно сказывается на движении, происходит раскачка колебаний, причем тем сильнее, чем больше ε .

Из приведенного решения нелинейной задачи вытекает, что критерий (2.94) применим и в случае конечных возмущений, так как критическая длина волны $\lambda_{\text{крит}}$ оказывается близкой к определяемой из соотношения (2.91). Хотя подобное исследование для трехмерного случая произвести трудно, можно полагать, что благодаря нелинейной связи между пространственными движениями и для него указанный вывод остается в силе.

Конденсации, возникающие вследствие гравитационной неустойчивости, называют волнами плотности. Если среда представляет собой вращающийся газовый диск, то возникающие в нем волны плотности имеют вид спиралей. С волнами плотности связывают образование спиральной структуры у галактик.

Обзор проблем, возникающих в связи с такими представлениями о происхождении спиральных ветвей, содержится в статье С. А. Каплана и С. Б. Пикельнера (1974).

§ 4. Неустойчивости Рэля — Тейлора и Кельвина — Гельмгольца

Конфигурация, состоящая из двух плоскопараллельных слоев жидкости неодинаковой плотности и находящаяся в поле тяжести, является неустойчивой, когда более плотная жидкость находится сверху (т. е. ускорение тяготения направлено от тяжелой к легкой жидкости). В этом случае говорят о неустойчивости Рэля — Тейлора (Р — Т). Как показали недавние исследования, неустойчивость этого вида играет важную роль в динамике звездных оболочек и межзвездной среды.

Физический смысл неустойчивости Р — Т очень простой. Если в неоднородной жидкости градиент плотности противоположен направлению силы тяжести, то при смещении элемента, например, «вниз», он окажется в слоях с меньшей, чем у него, плотностью, и поэтому будет продолжать движение в ту же сторону. Таким образом, эта система всегда является неустойчивой. Подобные соображения применимы и для сжимаемой жидкости, хотя критерий неустойчивости в этом случае сложнее.

При синусоидальном возмущении ξ плоской границы между двумя слоями жидкости с плотностью ρ_B («верхняя») и ρ_H («нижняя»)

$$\xi \sim e^{i(kx - \sigma t)} \quad (2.106)$$

в предположении о том, что по обе стороны от граничной поверхности движение безвихревое, получается (Лемб (1947)) следующее выражение для σ^2 :

$$\sigma^2 = \frac{\rho_H - \rho_B}{\rho_H + \rho_B} kg, \quad (2.107)$$

где g — ускорение силы тяжести, считаемое положительным. Когда $\rho_B > \rho_H$, то существует такое σ_1 , что $\text{Im } \sigma_1 > 0$ и, следовательно, имеет место неустойчивость. Она возникает всегда при ускорении, направленном в сторону более легкой жидкости, причем ускорение

не обязательно должно быть гравитационным, а может иметь и иной характер.

В системе из двух несжимаемых жидкостей при наличии однородного магнитного поля H , параллельного поверхности раздела, вместо (2.107) получается (Талуор (1959)):

$$\sigma^2 = \frac{\rho_H - \rho_B}{\rho_H + \rho_B} kg + \frac{k^2}{2\pi} \frac{H^2}{\rho_B + \rho_H}. \quad (2.108)$$

Из (2.108) следует, что при достаточно большом значении k , т. е. для возмущений с малой длиной волны, присутствие поля делает границу раздела устойчивой. Ее искривлению препятствует натяжение магнитных силовых линий. При $k < k_*$, где

$$k_* = \frac{2\pi(\rho_B - \rho_H)}{H^2} g, \quad (2.109)$$

поверхность неустойчива. Таким образом, магнитное поле может препятствовать развитию неустойчивости Р — Т в случае несжимаемых жидкостей. При учете сжимаемости результат получается иным.

Устойчивость более сложной системы — слоя сжимаемой жидкости с непрерывно меняющейся плотностью, находящейся в однородном магнитном поле, перпендикулярном к полю тяготения, рассмотрел Паркер (1966). При этом, имея в виду применение результатов к условиям Галактики, он учитывал также давление космических лучей P . Считая направление оси Oz противоположным направлению g , уравнение равновесия записываем в виде

$$\frac{d}{dz} \left(p + P + \frac{H^2}{8\pi} \right) = -\rho(z) g(z). \quad (2.110)$$

Решение этого уравнения получено в предположении, что

$$\frac{H^2}{8\pi} = \alpha p, \quad P = \beta p, \quad p = \rho v_z^2, \quad (2.111)$$

где α и β — некоторые постоянные, а v_z — средняя скорость в направлении оси Oz . При помощи этого решения находится шкала высот d (расстояние вдоль оси Oz , на котором плотность изменяется в e раз):

$$d = \frac{v_z^2(1 + \alpha + \beta)}{\langle g \rangle_d}. \quad (2.112)$$

Критерий устойчивости системы относительно малых возмущений магнитного поля вида

$$\delta A = f(kz)e^{i(kx - \sigma t)}, \quad (2.113)$$

где A — вектор-потенциал, получен обычным способом — линеаризацией системы и решением находимого для нее характеристического уравнения. При этом принималось, что

$$\frac{\delta p}{p} = \gamma \frac{\delta \rho}{\rho}, \quad \frac{d\delta P}{dt} = 0. \quad (2.114)$$

Последнее равенство записывается потому, что тяготение не сказывается на газе космических лучей, а скорость их велика по сравнению со скоростью распространения возмущений. Величина g считается не зависящей от z . Возмущения должны обращаться в нуль у основания слоя и оставаться конечными при $z \rightarrow \infty$.

Условие возникновения неустойчивости при указанных условиях имеет вид

$$\frac{(1 + \alpha + \beta - \gamma)(1 + \alpha + \beta) - \frac{\alpha\gamma}{2}}{k^2 d^2} > > 2\alpha\gamma + U^2(2\alpha + \gamma) \left(1 + \frac{1}{4k^2 d^2}\right) + U^4, \quad (2.115)$$

где

$$U = \frac{\tau}{ku}, \quad \tau = \text{Im } \sigma, \quad (2.116)$$

а u — тепловая скорость. Условие нейтральной устойчивости получается из (2.115), когда полагают $U = 0$. Если при этом $\alpha = 0$, $\beta = 0$ и $\gamma > 1$, то неравенство (2.115) невозможно и, следовательно, в отсутствие поля и космических лучей система устойчива. В присутствии достаточно сильного магнитного поля и при наличии космических лучей система становится неустойчивой. Если $\gamma \leq 1$, газ неустойчив сам по себе.

Неустойчивость выражается в скатывании тяжелого газа вниз вдоль изгибающихся силовых линий поля. Это приводит к еще большему изгибанию силовых линий. Вместе с тем, когда газ «стекает», то он облегчает те области, где силовые линии выпуклы — области под действием

магнитного давления расширяются вверх и силовые линии изгибаются в ту же сторону (рис. 7). Что касается космических лучей, то поскольку их давление вдоль силовой линии предполагается неизменным, они способствуют углублению впадин и усилению выпуклостей.

К аналогичным выводам о неустойчивости $P - T$ пришел С. Б. Пикельнер (1965), рассматривая равновесие

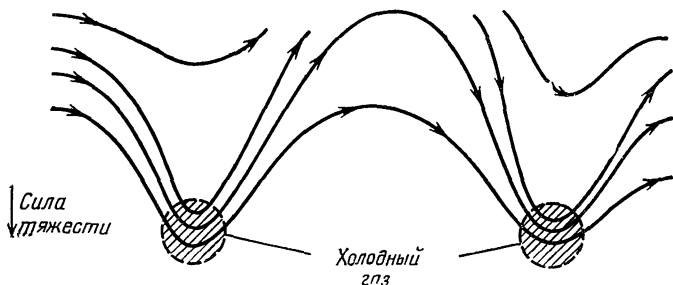


Рис. 7. Схематическое представление неустойчивости Рэля — Тейлора при наличии магнитного поля.

в галактическом рукаве вблизи нейтральной поверхности поля Галактики.

Неустойчивость $P - T$ приводит к накоплению газа во «впадинах» поля. Когда газ достаточно сожмется, в нем может развиться гравитационная неустойчивость и происходить конденсация.

Развитие неустойчивости $P - T$ при отсутствии поля происходит путем «стекания» более тяжелой жидкости в виде языков, вклинивающих в жидкость, расположенную ниже. На поверхности раздела между текущей и неподвижной жидкостями имеет место тангенциальный разрыв.

Тангенциальные разрывы скорости встречаются в астрофизических условиях довольно часто. Вопрос об устойчивости тангенциальных разрывов в сжимаемой жидкости рассмотрен сравнительно подробно также и потому, что впервые в данной книге мы встречаемся с неустойчивостью течения, а не статической конфигурации. Неустойчивость такого течения носит название неустойчивости Кельвина — Гельмгольца ($K - G$). Она детально

описана в книге Чандрасекхара (1961), а обзор более поздних исследований сделан Джервином (1968), изложению которого мы будем здесь следовать.

Выберем систему координат таким образом, чтобы поверхность раздела между движущейся и неподвижной жидкостями совпадала с плоскостью yOz . Газ в области $x > 0$ течет со скоростью v_0 в направлении оси Oz , а при $x < 0$ — покоится. Невозмущенное значение плотности обозначим ρ_0 и давления — p_0 . Вязкость, тяготение и магнитное поле не учитываются.

Обозначая через v'_2 , p'_2 , ρ'_2 возмущения соответствующих величин в движущемся газе, записываем линеаризованные уравнения движения и неразрывности в таком виде:

$$\frac{\partial v'_2}{\partial t} + v_0 \frac{\partial v'_2}{\partial z} = - \frac{\nabla p'_2}{\rho_0}, \quad (2.117)$$

$$\frac{\partial \rho'_2}{\partial t} + v_0 \frac{\partial \rho'_2}{\partial z} + \rho_0 (\nabla v'_2) = 0. \quad (2.118)$$

Из условия адиабатичности движения

$$\frac{d}{dt} (p\rho^{-\gamma}) = 0 \quad (2.119)$$

можно получить уравнение:

$$\frac{\partial p'_2}{\partial t} + v_0 \frac{\partial p'_2}{\partial z} = c^2 \left(\frac{\partial \rho'_2}{\partial t} + v_0 \frac{\partial \rho'_2}{\partial z} \right), \quad (2.120)$$

где c — скорость звука в невозмущенном газе.

Зададим синусоидальное возмущение ξ на поверхности раздела

$$\xi \sim \exp \{ i (k_y y + k_z z - \sigma t) \}. \quad (2.121)$$

Тогда для возмущений v'_2 , ρ'_2 и p'_2 имеем соответственно:

$$v'_2 \sim \exp \{ i (k_y y + k_z z - \sigma t) \}, \quad (2.122)$$

$$\rho'_2 \sim \exp \{ i (k_y y + k_z z - \sigma t) \}, \quad (2.123)$$

$$p'_2 = f(x) \exp \{ i (k_y y + k_z z - \sigma t) \}. \quad (2.124)$$

При помощи (2.117), (2.118), (2.122) и (2.123) из (2.120) получаем

$$\sigma'^2 \frac{\partial p'_2}{\partial t} + c^2 \nabla^2 \frac{\partial p'_2}{\partial t} = -\sigma'^2 v_0 \frac{\partial p'_2}{\partial z} - c^2 v_0 \nabla^2 \frac{\partial p'_2}{\partial z}, \quad (2.125)$$

где обозначено

$$\sigma' = \sigma - k_z v_0. \quad (2.126)$$

Из (2.125) следует, что при учете (2.124), уравнение, определяющее $f(x)$:

$$f'' + \left(\frac{\sigma'^2}{c^2} - k^2 \right) f = 0, \quad k^2 = k_y^2 + k_z^2, \quad (2.127)$$

решение которого имеет вид

$$f(x) = A e^{-q_2 x}, \quad q_2 = \sqrt{k^2 - \frac{\sigma'^2}{c^2}}, \quad (2.128)$$

и поэтому

$$p'_2 = A \exp \{ -q_2 x + i(k_y y + k_z z - \sigma t) \}. \quad (2.129)$$

Так как возмущение не должно возрастать с удалением от поверхности раздела, то если q_2 вещественно, то оно и положительно, а если q_2 комплексно, то $\operatorname{Re} q_2 > 0$.

Полагая в уравнениях (2.117), (2.118) и (2.120) $v_0 = 0$, аналогичным образом получаем выражения для возмущения давления p'_1 в неподвижном газе:

$$p'_1 = B \exp \{ q_1 x + i(k_y y + k_z z - \sigma t) \}, \quad (2.130)$$

где $q_1 = \sqrt{k^2 - \frac{\sigma^2}{c^2}}$ также положительно или $\operatorname{Re} q_1 > 0$.

В случае чисто мнимого q_2 или q_1 возмущение не стремится к нулю при удалении от поверхности раздела и поэтому соответствующее значение σ не согласуется с граничными условиями.

При $x = 0$

$$v'_{1x} = \frac{\partial \xi}{\partial t} = -i\sigma \xi, \quad v'_{2x} = \frac{\partial \xi}{\partial t} + v_0 \frac{\partial \xi}{\partial z} = -i\sigma' \xi. \quad (2.131)$$

Членом $v_0 \frac{\partial \xi}{\partial z}$ во втором из этих выражений учитывается изменение скорости течения, вызванное малым угловым

отклонением потока, когда он вынужден пересекать созданную возмущением «рябь» на границе между жидкостями.

По уравнению (2.117)

$$v'_{2x} = \frac{1}{i\sigma'\rho_0} \frac{\partial p'_2}{\partial x} = -\frac{q_2 p'_2}{i\sigma'\rho_0}, \quad (2.132)$$

и, следовательно, при учете (2.131),

$$-\frac{q_2 p'_2}{i\sigma'\rho_0} = -i\sigma'\xi. \quad (2.133)$$

Аналогично находим

$$\frac{q_1 p'_1}{i\sigma\rho_0} = -i\sigma\xi. \quad (2.134)$$

При $x = 0$ $p'_1 = p'_2$ и поэтому, исключая ξ из (2.133) и (2.134), находим характеристическое уравнение:

$$\sigma'^2 q_1 + \sigma^2 q_2 = 0. \quad (2.135)$$

Соответствующее уравнение для несжимаемой жидкости получается отсюда при $q_1 = q_2 = 1$ ($c \rightarrow \infty$):

$$\sigma'^2 + \sigma^2 = 0. \quad (2.136)$$

Его решение имеет вид

$$\sigma = \frac{1}{2} k_z v_0 (1 \pm i), \quad (2.137)$$

показывающий, что тангенциальный разрыв в несжимаемой жидкости всегда неустойчив. В случае газа, как показывает анализ уравнения (2.135), разрыв может быть устойчивым по отношению к возмущениям, составляющим достаточно малый угол со скоростью v_0 .

Введем безразмерную фазовую скорость χ и эффективное число Маха M соотношениями:

$$\frac{\sigma}{kc} = \chi, \quad \frac{v_0}{c} \frac{k_z}{k} = \frac{v_0}{c} \cos \vartheta = M \quad (2.138)$$

В этих обозначениях характеристическое уравнение записывается таким образом:

$$\chi^2 [1 - (\chi - M)^2]^{1/2} = -(\chi - M)^2 (1 - \chi^2)^{1/2}. \quad (2.139)$$

Исследование уравнения (2.139) приводит к выводу, что при $M > M_{\text{крит}} = \sqrt{8}$ возможно существование волн, соответствующих $\chi \approx 1$, $\chi \approx M - 1$ и некоторому промежуточному значению χ . При $M \rightarrow \sqrt{8} + 0$ оба корня приближаются к промежуточному. Когда $M < \sqrt{8}$, указанные корни превращаются в комплексные сопряженные и система является неустойчивой по отношению к одной из мод.

Значение M становится меньше $M_{\text{крит}}$, когда угол ϕ достаточно велик. Поэтому относительно возмущений, у которых волновой вектор составляет достаточно малый угол со скоростью потока, возможна устойчивость. Однако, поскольку всегда существуют неустойчивые моды (соответствующие достаточно большим углам ϕ), тангенциальный разрыв в рассмотренных условиях неустойчив и поэтому распадается. Вязкость оказывает стабилизирующее действие на разрыв.

Исследование неустойчивости $K - \Gamma$ при наличии магнитного поля выполнено Паркером (1964) для различных моделей, представляющих астрофизический интерес. В случае полубесконечных областей при поле, параллельном направлению скорости v_0 , Паркером найдено следующее условие неустойчивости:

$$c^2 \left[1 - \left(\frac{c^2 - a^2}{c^2 + a^2} \right)^{1/2} \right] < v_0^2 < c^2 \left[1 + \left(\frac{c^2 - a^2}{c^2 + a^2} \right)^{1/2} \right]; \quad (2.140)$$

где a означает альвеновскую скорость.

При различии в плотностях обеих жидкостей и наличии поля условия неустойчивости имеют сложный вид. Для несжимаемых жидкостей, занимающих области $-\infty < x < 0$ и $0 < x < \infty$ соответственно, условие неустойчивости выглядит таким образом

$$v_0^2 > \frac{1 + \alpha}{\alpha} (a_0^2 + \alpha a_s^2), \quad (2.141)$$

где $\alpha = \rho_s / \rho_0$, ρ_0 и ρ_s — плотность в движущейся и покоящейся жидкости соответственно, a_0 и a_s — соответствующие значения альвеновской скорости

Когда поле направлено параллельно скорости движения газа и толщина $2d$ движущегося слоя конечна, то существуют две моды, могущие привести к неустойчивости

Первая из них неустойчива, если

$$\alpha \operatorname{th} kd \cdot v_0^2 > \left(1 + \alpha \operatorname{th} kd\right) \left(a_0^2 + \alpha a_s^2 \operatorname{th} kd\right), \quad (2.142)$$

и называется «сосисочной» («sausage»), поскольку вследствие неустойчивости увеличивается ширина потока при неизменном положении центральной линии. Вторая мода, называемая «змеевидной», («serpentine»), неустойчива, если

$$\alpha \operatorname{cth} kd \cdot v_0^2 > \frac{1}{\alpha} (1 + \alpha \operatorname{cth} kd) (a_0^2 + \alpha a_s^2 \operatorname{cth} kd). \quad (2.143)$$

Ширина потока в этом случае сохраняется, но он становится синусоидально искривленным.

Наиболее благоприятные условия для развития неустойчивости существуют, когда $\alpha \approx 1$ и $\frac{2\pi}{k} \lesssim 2d$. При $v_0 \approx 10 a$ все возмущения с длиной волны, удовлетворяющей указанному неравенству, приводят к неустойчивостям обоих видов. Время роста неустойчивости порядка времени, за которое пробегается длина волны. Поэтому в случае широких потоков в солнечной короне действие неустойчивости ограничивается поверхностными слоями

§ 5. Устойчивость ударных волн

В предыдущем параграфе рассматривалась задача об условиях устойчивости тангенциальных разрывов относительно малых возмущений. Аналогично можно изучать устойчивость произвольного разрыва, в частности, перпендикулярных и наклонных ударных волн. Такие исследования производились многократно и с их результатами можно познакомиться по книгам Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшица (1953), С. А. Каплана (1958), Э. Андерсона (1968), по обзору Р. Э. Половина (1960) и другим источникам. Тем не менее, поскольку ударные волны встречаются в космических объектах очень часто и ряд важных задач относительно их распространения все еще не решен, здесь стоит изложить основные представления об устойчивости ударных волн. Сначала рассмотрим волну при отсутствии магнитного поля.

Ударную волну называют устойчивой, если при достаточном малых возмущениях ее форма не меняется и воз-

мушения течения также остаются малыми. При нарушении устойчивости волна может распасться на несколько устойчивых ударных волн или возникает течение другого вида.

Пусть возмущение плоской ударной волны возникает в результате падения на нее звуковой волны заданной амплитуды. От возмущенного фронта могут расходиться звуковые волны, причем каждой из них соответствует определенная амплитуда. Кроме того, возникает возмущение энтропии в волне, уносимое потоком. На фронте ударной волны должны выполняться законы сохранения потоков массы, импульса и энергии. Из них можно однозначно найти амплитуду уходящей волны, если она одна. Эти же условия определяют возмущение фронта и амплитуду энтропийной волны. Если скорость ударной волны по отношению к невозмущенному газу сверхзвуковая, а относительно газа за фронтом дозвуковая, т. е.

$$v_1 > c_1, \quad v_2 < c_2, \quad (2.144)$$

то вперед звуковая волна распространяться не может. При нарушении первого из условий (2.144) с фронта возможно излучение большего числа волн. При этом волна оказывается неустойчивой, так как она самопроизвольно излучает энергию в форме звуковой волны (или волн). Если же $v_2 > c_2$ и $v_1 > c_1$, то энергия падающей волны накапливается. Следовательно, условия (2.144) являются необходимыми для того, чтобы ударная волна была устойчивой. Как было показано в гл. 1 (§ 6), они выполняются для стационарных ударных волн. При изучении тангенциальных разрывов (§ 4) было установлено, что при возмущении от такого разрыва расходятся две звуковые волны и он оказывается неустойчивым.

Достаточные условия устойчивости ударной волны были установлены С. П. Дьяковым (1954). Метод их получения заключается в следующем. На плоскости разрыва бесконечной протяженности вдоль оси Ox (при $y = 0$) задается синусоидальное возмущение вида

$$\xi = \xi_0 \exp \{i(k_z z - \sigma t)\}. \quad (2.145)$$

В результате возникают возмущения удельной энтропии δs , давления δp , удельного объема δV и скорости δv ,

причем

$$\delta s, \delta p, \delta V, \delta v \sim \exp \{i(k_z z - \sigma t)\} \cdot \exp \{i(k_y y)\}. \quad (2.146)$$

Из уравнения сохранения энергии

$$\frac{\partial \delta s}{\partial t} + v_y \frac{\partial \delta s}{\partial y} = 0 \quad (2.147)$$

следует, что

$$(k_y v_y - \sigma) \delta s = 0. \quad (2.148)$$

Это означает существование решений двух видов. Если

$$k_y v_y - \sigma = 0, \quad \delta s \neq 0, \quad (2.149)$$

то из уравнения движения

$$\frac{\partial \delta v}{\partial t} + v_y \frac{\partial \delta v}{\partial y} = V \nabla \delta p \quad (2.150)$$

вытекает, что

$$[\nabla \delta v^{(1)}] \neq 0. \quad (2.151)$$

Соответствующее решение (обозначаемое индексом «1») представляет энтропийно-вихревые волны, переносящие энтропию и вихрь скорости. Во втором случае, когда

$$k_y v_y - \sigma \neq 0, \quad \delta s = 0, \quad (2.152)$$

из уравнения (2.150) и условия неразрывности

$$\frac{\partial \delta \rho}{\partial t} + v_y \frac{\partial \delta \rho}{\partial y} = -\rho (\nabla \delta v) \quad (2.153)$$

получается другое решение (обозначаемое индексом «2»):

$$\delta p^{(2)} = -\frac{c^2}{V^2} \delta V^{(2)}. \quad (2.154)$$

Это соотношение показывает, что решение второго вида соответствует звуковым волнам.

Далее, возмущения представляются в виде суммы решений, соответствующих обоим типам волн, например:

$$\delta v = \delta v^{(1)} + \delta v^{(2)}. \quad (2.155)$$

Величины δv , δp и δV должны удовлетворять уравнениям (2.150), (2.153), (2.154) и условиям сохранения на разрыве. Используя получающиеся соотношения между $\delta p^{(2)}$, $\delta v^{(1)}$, $\delta v^{(2)}$, $\delta V^{(1)}$, $\delta V^{(2)}$ и σ ($\delta p^{(1)} = 0$) и исключив

из них все величины, кроме σ , можно получить характеристическое уравнение в виде

$$\frac{2\sigma v_2}{v_1} \left(k^2 + \frac{\sigma^2}{v_2^2} \right) = \left(\frac{\sigma^2}{v_1 v_2} + k^2 \right) (\sigma - v_y k_y) \left[1 + J^2 \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_\Gamma \right], \quad (2.156)$$

где J — поток массы через разрыв, v_1 — значение невозмущенной скорости газа до фронта, v_2 — скорость за фронтом, $\left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_\Gamma$ — величина производной, взятой вдоль адиабаты Гюгонио, и $k^2 = k_y^2 + k_z^2$.

Исследование уравнения (2.156) приводит к условиям

$$\left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_\Gamma < -\frac{1}{J^2} \quad \text{или} \quad \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_\Gamma > \frac{1}{J^2} \left(1 + 2 \frac{v_2}{c} \right), \quad (2.157)$$

при выполнении одного из которых $\text{Im } \sigma > 0$ и, следовательно, ударная волна неустойчива. Для волн в идеальном газе при отсутствии стоков энергии за фронтом неравенства (2.157) не выполняются и, следовательно, такие волны устойчивы. Условия (2.157) показывают, что волна неустойчива, когда с ростом давления плотность уменьшается или растет недостаточно быстро. Такая ситуация в астрофизических условиях обычно не встречается.

Волны, которые сопровождаются высвечиванием газа за фронтом, причем настолько сильным, что их можно считать изотермическими, оказываются устойчивыми (С. А. Каплан (1958)). Однако когда в газе происходит сток энергии путем излучения, возможно (Скалафурис (1969)) возникновение неустойчивости другого вида — тепловой (гл. 3), которая сказывается и на движении волны. Это обстоятельство бывает существенным для ударных волн, распространяющихся в межзвездной среде и оболочках звезд (Мафсон (1974), Стейн (1975)), и о нем будет подробно сказано в соответствующих разделах книги.

До сих пор речь шла об устойчивости ударных волн, распространяющихся в однородной среде. Точное исследование устойчивости волны, движущейся по среде переменной плотности, связано с очень большими математическими трудностями и до сих пор не произведено. В работе Л. Э. Гуревича и А. А. Румянцева (1970) сделана попытка подойти к вопросу с качественной стороны, ис-

пользуя наглядные соображения. Действительно, кажется почти очевидным, что ударная волна при движении по среде с убывающей плотностью неустойчива. Если вследствие возмущения какой-либо участок волны выдвигается вперед по сравнению с другими, то его скорость станет больше, чем у соседних областей фронта, и возмущение должно продолжать расти. Это обстоятельство было отмечено еще ранее в работе Скалафуриса (1969), исследовавшего распространение ударной волны по атмосфере звезды. Как им было найдено, тяготение стабилизирует слабые волны, но если число Маха превосходит 1,3, волна обязательно теряет устойчивость.

Вывод о неустойчивости ударной волны при распространении ее в сторону убывания плотности среды нельзя считать окончательным. Во-первых, он противоречит данным многих экспериментов, указывающих на высокую степень устойчивости ударных волн, и результатам астрофизических наблюдений, демонстрирующих существование устойчивых ударных волн. Во-вторых, в работе Л. Э. Гуревича и А. А. Румянцева этот вывод получен математически недостаточно строго, поскольку предполагалось, что возмущения $\delta\rho$, δv и скорости волны δD независимы, а это ниоткуда не следует, и вопрос о развитии возмущений нуждается в специальном исследовании.

При изучении газоманнитных разрывов нужно пользоваться полной системой уравнений магнитной газодинамики. В этих случаях возможно существование энтропийных, медленных магнитозвуковых, быстрых магнитозвуковых и альвеновских волн. Число допустимых расходящихся волн возрастает, как и число условий на разрыве. Типы газоманнитных разрывов были рассмотрены в работе С. И. Сыроватского (1953). В наиболее простом случае волны, распространяющейся перпендикулярно к однородному магнитному полю, необходимые условия устойчивости («эволюционности») имеют вид (см., например, Р. Э. Половин, (1960))

$$(c_{m-})_1 < v_{-1} < a_1; \quad v_{-2} < (c_{m-})_2 < a_1 \quad (2.158)$$

и

$$a_1 < (c_{m+})_2 < v_{+1}; \quad a_2 < v_{+2} < (c_{m+})_2. \quad (2.159)$$

Здесь через c_{m-} и c_{m+} обозначены скорость медленной и быстрой магнитозвуковой волн соответственно, a — аль-

веновская скорость и индексы «1» и «2» означают скорость до и после разрыва соответственно. Условие (2.158) соответствует ударным волнам, называемым медленными, а (2.159) относится к быстрым волнам.

Сложный вопрос об устойчивости наклонных ударных волн детально обсуждается в книге Э. Андерсона (1968). Вообще говоря, их устойчивость может зависеть от ряда факторов — угла наклона ударной волны, типа волны, вызывающей возмущение, направления ее волнового вектора — и общего решения задачи дать не удастся. Отметим, что в той же книге доказывается важное утверждение, согласно которому выводы об устойчивости относительно малых нормальных возмущений остаются в силе и при любых малых возмущениях.

Глава 3

ТУРБУЛЕНТНОСТЬ, КОНВЕКТИВНАЯ И ТЕПЛОВАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

Большие масштабы движений газа в астрофизических объектах при относительно малой его вязкости приводят к возникновению особого вида неустойчивости движения — турбулентности. Перенос количества движения турбулентностью играет важную роль в звездах и звездных оболочках. Генерация магнитных полей в межзвездной среде согласно распространенным теориям обусловлена турбулентными движениями. Общие понятия о закономерностях турбулентного движения излагаются в первом параграфе, а вопрос о возможности генерации им магнитных полей — в следующем.

Перенос энергии конвекцией оказывается в большой мере определяющим строение звезд типа Солнца и более поздних спектральных классов. Особенно важным является исследование конвективного переноса для понимания структуры внешних слоев Солнца и природы происходящих в них явлений.

Основные особенности конвективных движений в линейном приближении описываются в третьем параграфе, а в четвертом рассматриваются нелинейные процессы переноса энергии конвекцией.

С конвекцией тесно связан еще один специфический вид неустойчивости — тепловая неустойчивость. Она приводит к возникновению в газе сильных неоднородностей и является одним из главных факторов, определяющих наблюдаемую структуру межзвездной среды.

Теории тепловой неустойчивости посвящен пятый параграф.

§ 1. Турбулентное движение и методы его исследования

В отличие от ламинарного движения, — спокойного, меняющегося лишь при изменении внешних условий или действующих сил, — при турбулентном движении происходит непрерывное и немонокотное изменение гидродинамических величин в любой точке потока.

Условия перехода ламинарного течения в турбулентное определяются на основе эксперимента. При обтекании бесконечного круглого цилиндра плоскопараллельным потоком несжимаемой жидкости турбулентность возникает при определенном критическом значении скорости, которое связано с величиной диаметра цилиндра d и коэффициента вязкости ν . Установить эту связь можно, используя уравнение движения (1.71) (при $(\nabla \varphi_g) = 0$, $(\nabla v) = 0$) в безразмерных координатах, когда за единицу длины принято d , а за единицу скорости — скорость потока v_0 на бесконечном расстоянии от цилиндра (там, где возмущающее действие цилиндра на поток не сказывается). Из него получается тем же путем, что и (1.47), уравнение, для вихря Ω :

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + [\nabla [\Omega v]] = \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \Omega, \quad (3.1)$$

где через Re обозначен безразмерный параметр, называемый числом Рейнольдса:

$$\text{Re} = \frac{v_0 d}{\nu}. \quad (3.2)$$

Так как уравнение (3.1) имеет стационарное решение при любом значении Re , то характер течения зависит только от величины Re и эксперимент дает то критическое значение $\text{Re}_{\text{крит}}$, при котором движение становится турбулентным.

Число Рейнольдса определяет отношение инерционных членов в уравнении движения к членам, учитывающим вязкость. Силы инерции способствуют возникновению неоднородностей в газе, так как приводят к сближению различных его объемов. Действие силы внутреннего трения направлено на выравнивание скоростей. При большой вязкости и соответственно малом числе Re существ-

Таблица 2

Наименование объекта	Характерная длина, см	Характерная скорость, см/сек	ν , см ² ·сек ⁻¹	Re
Облако в области Н I	10 ¹⁸ —10 ¹⁹	10 ⁶	3·10 ¹⁸	10 ⁴ —10 ⁵
Область Н II	10 ¹⁷ —10 ¹⁸	10 ⁶	10 ¹⁹	10 ⁴ —10 ⁵
Планетарная туманность	10 ¹⁶ —10 ¹⁷	10 ⁶	10 ¹⁰	10 ¹² —10 ¹³
Оболочка неста- ционарной звезды	10 ¹¹ —10 ¹²	10 ⁷ —10 ⁸	10 ⁶ —10 ⁷	10 ¹¹ —10 ¹³
Корона звезды	10 ¹⁰ —10 ¹¹	10 ⁷ —10 ⁸	10 ¹⁷	1—10
Фотосфера	10 ¹⁰ —10 ¹¹	10 ⁵ —10 ⁶	10—10 ³	10 ¹⁰ —10 ¹⁴
Внутренняя область звезды	10 ⁹ —10 ¹⁰	10 ⁵ —10 ⁶	1—10	10 ¹³ —10 ¹⁵

венных неоднородностей не возникает. Из эксперимента для $Re_{\text{крит}}$ получается значение порядка 10^3 — 10^4 .

В табл. 2 приведены величины Re в различных астрофизических объектах. При ее оценках использованы приближенные формулы, определяющие кинематическую вязкость:

а) для полностью ионизованного водорода (Спитцер (1965)):

$$\nu = 2,21 \cdot 10^{-15} \frac{T^{5/2}}{\rho \ln \Lambda} \approx \frac{10^9}{n} T^{5/2}, \quad (3.3)$$

где $\ln \Lambda$ — кулоновский логарифм и n — концентрация атомов. Обычно принимают $\ln \Lambda \approx 10$;

б) для слабо ионизованного ($n^+ \ll 10^{-4}n$) газа:

$$\nu \approx 10^{18} \frac{T^{1/2}}{n}. \quad (3.4)$$

Таким образом, из данных табл. 2 следует, что почти во всех часто встречающихся объектах, за исключением корон звезд, движения не должны быть ламинарными. Однако не во всех случаях можно говорить о турбулентности в точном смысле этого слова, так как в турбулентном движении имеют место определенные статистические закономерности. Не всякое хаотическое движение газа является турбулентным.

При наличии развитой турбулентности величины, определяющие состояние газа — скорость, плотность, давление, в каждом элементе газа меняются случайным образом. В таких случаях употребляют выражение «турбулентные пульсации». Эти пульсации случайны, но между ними существует статистическая связь. Поэтому при изучении турбулентности используется теория случайных процессов. Если же изменения параметров газа в элементе происходят не чисто случайным образом, то движение уже нельзя называть турбулентным в газодинамическом смысле. Это обстоятельство имеет смысл подчеркнуть, так как в астрофизике термином «турбулентные» иногда определяют любые хаотические движения.

Одна из важнейших особенностей турбулентного течения — перенос количества движения в жидкости вследствие взаимодействия турбулентных пульсаций — выявляется при усреднении уравнений движений. Усреднение производится при выполнении некоторых условий, называемых условиями Рейнольдса (см., например, А. С. Монин и А. М. Яглом (1966)).

Ограничимся при усреднении случаем несжимаемой жидкости. Разность между истинным значением компоненты скорости v_i и средним ее значением $\langle v_i \rangle$ дает пульсационную компоненту

$$u_i = v_i - \langle v_i \rangle. \quad (3.5)$$

После усреднения уравнений движения

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho (\mathbf{v} \nabla) v_i = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \eta \nabla^2 v_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (3.6)$$

при учете уравнения неразрывности

$$\frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3.7)$$

получаем следующую систему уравнений Рейнольдса для величин $\langle v_i \rangle$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\rho \langle v_i \rangle)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \langle v_i \rangle \langle v_j \rangle + \rho \langle u_i u_j \rangle) = \\ = - \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} + \eta \nabla^2 \langle v_i \rangle. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Эти уравнения совпадают с системой (1.30) (при $\nabla\varphi_g = 0$), если в качестве тензора потока импульса принять величину Π_{ik} :

$$\Pi_{ik} = \rho \langle v_i \rangle \langle v_k \rangle + \delta_{ik} \langle p \rangle - (\langle \sigma_{ik} \rangle - \tau'_{ik}), \quad (3.9)$$

где

$$\tau'_{ik} = \rho \langle u_i u_k \rangle \quad (3.10)$$

означает так называемый тензор напряжений Рейнольдса.

Из (3.9) следует, что перенос количества движения в турбулентном потоке происходит также в результате взаимодействия пульсаций скорости. На этом основании вводят понятие турбулентной вязкости, для которой величина, соответствующая коэффициенту кинематической вязкости, определяется следующим образом:

$$- \langle u_i u_k \rangle = \nu_{\text{турб}} \frac{\partial \langle v_i \rangle}{\partial x_k}. \quad (3.11)$$

Размерность $[\nu_{\text{турб}}] = \text{см}^2 \cdot \text{сек}^{-1}$ та же, что и коэффициента молекулярной вязкости.

Величины τ'_{ik} , входящие в (3.9), являются новыми неизвестными, и, следовательно, система уравнений (3.8) оказывается незамкнутой. Это обстоятельство составляет главную трудность в теоретических исследованиях турбулентности.

Одним из способов замыкания системы является использование эмпирических соотношений или общих физических соображений. Соответствующие теории называются полуэмпирическими. В качестве примера подобного подхода, имеющего значение и для астрофизики, рассмотрим решение задачи о турбулентном течении несжимаемой жидкости между двумя параллельными плоскостями, одна из которых покоится, а другая движется со скоростью v_0 . При выборе плоскости yOx так, чтобы она совпадала с неподвижной плоскостью, и направления оси Ox совпадающим с направлением скорости v_0 , система (3.8) сводится к одному уравнению,

$$\eta \frac{d^2 \langle v_x \rangle}{dz^2} - \frac{d}{dz} \rho \langle u_x u_z \rangle = 0, \quad (3.12)$$

где η — коэффициент молекулярной динамической вязкости. Напряжение трения $\tau(z)$

$$\tau(z) = \eta \frac{d \langle v_x \rangle}{dz} - \rho \langle u_x u_z \rangle \quad (3.13)$$

согласно (3.12) оказывается постоянным вдоль оси Oz и равным напряжению τ_0 на неподвижной плоскости.

Течение на расстоянии z от неподвижной плоскости может зависеть только от этой величины z , τ_0 , ν и ρ , причем вследствие независимости z и ν от массы скорость течения, поскольку ее размерность не содержит символа массы, должна зависеть лишь от отношения τ_0/ρ . Так как

$$\left[\frac{\tau_0}{\rho} \right] = [v^2] = \text{см}^2 \cdot \text{сек}^{-2}, \quad (3.14)$$

то можно ввести параметр v_* такой, что

$$v_*^2 = \frac{\tau_0}{\rho}. \quad (3.15)$$

Из v_* , ν и z составляется лишь одна безразмерная комбинация $v_* z/\nu$. Поэтому

$$\langle v_x(z) \rangle = v_* f\left(\frac{v_* z}{\nu}\right). \quad (3.16)$$

Течение определяется молекулярной вязкостью лишь при $z \ll \frac{\nu}{v_*}$, а при $z \gg \frac{\nu}{v_*}$ закон изменения $\langle v_x \rangle$ с высотой не должен зависеть от ν , так как турбулентная вязкость на достаточно больших расстояниях от неподвижной плоскости играет преобладающую роль. Из v_* и z составляется лишь одна комбинация с размерностью градиента скорости и, следовательно,

$$\frac{d \langle v_x \rangle}{dz} = K \frac{v_*}{z}, \quad (3.17)$$

откуда получается

$$\langle v_x(z) \rangle = v_* K (\ln z - \ln z_0). \quad (3.18)$$

Такая форма зависимости скорости жидкости от высоты хорошо согласуется с экспериментами, из которых определяются величина $K = 2,4-2,5$ и $z_0 \left(\approx 30 \frac{\nu}{v_*} \right)$.

В полуэмпирических теориях турбулентности очень часто используется понятие «длина перемешивания»,

введенное Прандтлем в 1925 г. по аналогии с длиной свободного пробега молекул. Предполагается, что в среде существуют «турбулентные элементы», каждый из которых проходит в среднем путь l . Между коэффициентом $\nu_{\text{турб}}$, определяемым по (3.11), и l имеет место зависимость вида

$$\nu_{\text{турб}} = \langle lu \rangle \quad (3.19)$$

по аналогии с формулой

$$\nu_{\text{мол}} = \langle l_{\text{мол}} u_{\text{мол}} \rangle. \quad (3.20)$$

Если принять, что

$$u_y \approx u_x \approx l \frac{\partial \langle v_x \rangle}{\partial y}, \quad (3.21)$$

то для величины $\nu_{\text{турб}}$ получается выражение

$$\nu_{\text{турб}} = l^2 \left| \frac{\partial \langle v_x \rangle}{\partial y} \right|, \quad (3.22)$$

где l характеризует некоторый средний путь перемешивания. Обычно считают, что длина пути перемешивания для турбулентного элемента равна его размеру. Проходя этот путь, элемент теряет свою индивидуальность, «растворяется», передавая количество движения и энергию другим элементам.

При статистическом описании турбулентной среды она представляется совокупностью элементов (их также называют турбулентными вихрями) различных масштабов. Элементу масштаба l сопоставляется волновое число $k = 2\pi/l$. Наибольший масштаб турбулентного вихря L по порядку величины соответствует размерам области, охваченной турбулентностью. Наименьший из масштабов l_0 определяется тем, что турбулентное движение возможно только в достаточных больших объемах, где $Re > 1$. Вязкость препятствует развитию турбулентности в меньших объемах, где энергия макроскопического движения диссипирует, превращаясь в тепловую.

Так как энергия турбулентного движения непрерывно диссипирует, в стационарном состоянии должен существовать поток энергии к вихрям наименьшего масштаба. Энергия источника, возбуждающего турбулентность, передается вихрям наибольшего масштаба L . В соответствии со сказанным должен существовать поток энергии

через иерархию вихрей, т. е. к вихрям со все меньшими масштабами. Это означает дробление энергии по все большему числу степеней свободы.

Поток энергии через иерархию вихрей промежуточного масштаба l

$$l_0 \ll l \ll L \quad (3.23)$$

не должен зависеть ни от способа притока энергии, ни от диссипации, определяемой молекулярной вязкостью. Если пренебречь сжимаемостью, то его можно считать зависящим лишь от масштаба вихря и соответствующего значения турбулентной скорости u . Зависимость потока энергии (ε) через иерархию вихрей, рассчитанного на единицу массы и имеющего размерность

$$[\varepsilon] = \text{см}^2 \cdot \text{сек}^{-3}, \quad (3.24)$$

определяется из соображений размерности:

$$\varepsilon \sim \frac{u^3}{l}. \quad (3.25)$$

В стационарном состоянии $\varepsilon = \text{const}$ и из (3.25) получается известный закон Колмогорова — зависимость скорости вихря от его масштаба:

$$u \sim l^{1/2}. \quad (3.26)$$

Внутренний масштаб турбулентности определяется только величинами $v_{\text{мол}}$ и ε . Учитывая их размерности, находим

$$l_0 \sim \left(\frac{v^3}{\varepsilon} \right)^{1/4}. \quad (3.27)$$

Нетрудно видеть, что для $l \approx l_0$ величина Re порядка единицы. Если для всей системы число Рейнольдса есть Re_L , где L — характерный масштаб, то число вихрей наименьшего масштаба в этой системе порядка $Re_L^{1/4}$. Таким образом, турбулентная жидкость соответствует механической системе с очень большим (порядка $Re^{1/4}$) числом степеней свободы (Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц (1953))*).

Движения и диссипация кинетической энергии в сжимаемой жидкости зависят от скорости звука c . Поэтому

*) Из данных экспериментов следует, что существенная диссипация турбулентной энергии в тепловую происходит уже в масштабах, превышающих значение l_0 , найденное по (3.27).

характер движения определяется не только величиной Re , но и числом Маха M . При достаточно большой скорости движения, т. е. для вихрей больших масштабов, диссипация энергии происходит также в ударных волнах. Поскольку теория сверхзвуковой турбулентности пока не развита, в астрофизике часто используются, в качестве приближений, выражения (3.25) и (3.27).

В турбулентном газе при $M \ll 1$ диссипация энергии происходит путем образования акустических волн. Мощность возникающего шума F (определенная при предположениях о том, что турбулентность однородна и изотропна, а звук возбуждается только в квадрупольном приближении) в расчете на единицу массы равна (Лайтхилл (1952))

$$F = 38\epsilon M^5. \quad (3.28)$$

Это выражение часто используется в астрофизике при расчете нагрева внешних слоев звезды вследствие диссипации механической энергии.

При $M \gtrsim 1$ турбулентную среду можно рассматривать как ансамбль турбулентных вихрей и ударных фронтов. Попытки изучения такого ансамбля пока не привели к значительным результатам (см., например, Хёрнер (1958)). Большие возможности для учета диссипации в ударных волнах предоставляет спектральный метод, о котором будет сказано несколько ниже, а сейчас рассмотрим корреляционный метод в теории турбулентности.

Так как все величины, характеризующие состояние жидкости в данной точке, являются случайными функциями, то метод статистической теории турбулентности заключается в составлении и решении уравнений, определяющих функции распределения вероятностей скорости, плотности и давления. Имея такие функции, можно находить средние значения газодинамических характеристик, которые обычно и являются определяемыми экспериментально. При усреднении уравнений газодинамики получается система уравнений для моментов функции распределения. Обычно ограничиваются определением первых моментов, поскольку функцию распределения найти не удается.

При турбулентном движении, каждая из компонент скорости в частице является случайной функцией времени. Пусть $v_k(r, t)$ — значение k -й компоненты скорости

($k = 1, 2, 3$) в момент t в точке, определяемой вектором \mathbf{r} (x, y, z): Среднее по времени значение $\overline{v_k(\mathbf{r}, t)}$ определяется следующим образом:

$$\overline{v_k(\mathbf{r}, t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} v_k(\mathbf{r}, t + t') dt'. \quad (3.29)$$

При условии, что $\overline{v_k(\mathbf{r}, t)}$ не зависит от времени, поле случайной величины $v_k(\mathbf{r}, t)$ называется стационарным. Величина $B_{kk}(\mathbf{r}, t_1, t_2)$, определяемая формулой

$$\begin{aligned} B_{kk}(\mathbf{r}, t_1, t_2) &= \overline{v_k(\mathbf{r}, t_1) v_k(\mathbf{r}, t_2)} = \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} v_k(\mathbf{r}, t_1 + t') v_k(\mathbf{r}, t_2 + t') dt', \end{aligned} \quad (3.30)$$

называется корреляционной функцией поля $v_k(\mathbf{r}, t)$. Если процесс стационарный, величина $B_{kk}(\mathbf{r}, t_1, t_2)$ зависит только от разности $t_2 - t_1$. Можно ввести корреляционную функцию пульсаций $b_{kk}(\mathbf{r}, t_1, t_2)$, которая для стационарного процесса также зависит лишь от разности $t_2 - t_1$:

$$\begin{aligned} b_{kk}(\mathbf{r}, t_1, t_2) &= \overline{[v_k(\mathbf{r}, t_1) - v_k(\mathbf{r})] [v_k(\mathbf{r}, t_2) - v_k(\mathbf{r})]} = \\ &= B_{kk}(\mathbf{r}, t_2 - t_1) - [v_k(\mathbf{r})]^2. \end{aligned} \quad (3.31)$$

Необходимое и достаточное условие стационарности поля записывается в виде

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T B_{kk}(\mathbf{r}, t_1, t_1 + t') dt' = [v_k(\mathbf{r})]^2. \quad (3.32)$$

В турбулентном потоке существует связь между значениями скоростей в различных точках. Она описывается моментами различных порядков от компонент поля скоростей, получаемых при помощи функции распределения вероятностей. Важную роль в теории играет тензор двухточечных моментов второго порядка $B_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; t_1, t_2)$, компоненты которого получаются усреднением при помощи функции распределения $\rho(v_i(\mathbf{r}_1); v_j(\mathbf{r}_2))$:

$$\begin{aligned} B_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; t_1, t_2) &= \int v_i(\mathbf{r}_1, t_1) v_j(\mathbf{r}_2, t_2) \rho(v_i, v_j) dv_i dv_j = \\ &= \langle v_i(\mathbf{r}_1, t_1) v_j(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle, \end{aligned} \quad (3.33)$$

$i, j = 1, 2, 3.$

Величины B_{11} , B_{22} и B_{33} называют корреляционными функциями (пространственными) для полей v_1 , v_2 и v_3 соответственно. Величина $B_{kl}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; t_1, t_2)$ представляет собой взаимную корреляционную функцию полей v_k и v_l . Наряду с корреляционным тензором B_{ij} вводят структурный тензор:

$$\begin{aligned} b_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; t_1, t_2) &= \\ &= \langle \{ [v_i(\mathbf{r}_1, t_1) - v_i(\mathbf{r}_2, t_2)] [v_j(\mathbf{r}_1, t_1) - v_j(\mathbf{r}_2, t_2)] \} \rangle = \\ &= B_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1; t_1, t_1) + B_{ij}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_2; t_2, t_2) - \\ &\quad - B_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; t_1, t_2) - B_{ij}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1; t_2, t_1). \end{aligned} \quad (3.34)$$

Этот тензор описывает корреляционные связи между точками в меньших масштабах, чем тензор B_{ij} . Если

$$B_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; t_1, t_2) = B_{ij}(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1; t_1, t_2), \quad (3.35)$$

то турбулентность называется однородной, а в случае, когда к тому же

$$B_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; t_1, t_2) = B_{ij}(|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|; t_1, t_2), \quad (3.36)$$

она является и изотропной. При условии, что аналогичные соотношения имеют место для компонент тензора b_{ij} , но не для B_{ij} , турбулентность называется локально однородной и локально изотропной соответственно. В астрофизических условиях трудно ожидать присутствия однородной и изотропной турбулентности, поскольку для нее требуется однородное распределение источников турбулизации по всему объему объекта. Требования для осуществления локально изотропной турбулентности менее жесткие.

Путем нахождения моментов от уравнений движения получают уравнения относительно тензора B_{ij} и тензоров более высокого ранга, также представляющих собой моменты полей скоростей. В случае, если турбулентность локально изотропная, также можно найти уравнения, в которые входит тензор b_{ij} и соответствующие структурные тензоры более высокого ранга.

Как обычно, система моментных уравнений оказывается незамкнутой, и для ее замыкания используются различные предположения, о которых подробно говорится в монографии А. С. Мони́на и А. М. Яглома (1966).

Система уравнений для корреляционных (или структурных) тензоров получается в предположении о том, что жидкость несжимаема. Когда сжимаемостью пренебречь нельзя, корреляционный метод неприменим. В связи с этим обстоятельством, а также трудностью физически обоснованного замыкания системы указанный метод сравнительно мало использовался в астрофизике. Гораздо шире возможности применения спектрального метода, который позволяет яснее понять физическую сторону явлений.

Спектральный метод основывается на возможности аппроксимировать любую случайную функцию суммой некоррелированных между собой гармонических случайных функций (см., например, Т. А. Агеян (1974)). В частности, случайная функция — скорость $v(t)$ элемента газа — представляется в виде интеграла Стилтеса

$$v(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} dZ(\omega), \quad (3.37)$$

где $Z(\omega)$ — некоторая случайная комплексная функция, удовлетворяющая условиям:

$$\begin{aligned} \overline{Z(\omega)} &= 0, \\ \overline{dZ(\omega) dZ^*(\omega_1)} &= F(\omega) \delta(\omega - \omega_1) d\omega d\omega_1. \end{aligned} \quad (3.38)$$

Первое из этих условий выражает стационарность, а второе — статистическую независимость (звездочкой обозначена комплексно сопряженная величина).

Так как среднее по времени значение кинетической энергии, рассчитанной на единицу массы, пропорционально значению корреляционной функции (3.30) при $t_1 = t_2$

$$\overline{|v(t)|^2} = B(0), \quad (3.39)$$

то функция $F(\omega)$, в соответствии с (3.37) и (3.38), выражает среднюю энергию, приходящуюся на единичный интервал частот ω , и поэтому ее называют спектральной плотностью.

Корреляционная функция

$$B(t) = \overline{v^*(\tau) v(t + \tau)}$$

представляет собой результат преобразования Фурье от спектральной плотности:

$$B(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} F(\omega) d\omega, \quad (3.40)$$

а обратное преобразование Фурье дает

$$F(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} B(t) dt. \quad (3.41)$$

Соответствующее понятие спектральной плотности вводится и для однородного процесса, причем роль величины $e^{i\omega t}$ играет $e^{i\mathbf{k}r}$, где \mathbf{k} — волновой вектор. Вместо интервала частот ω вводится пространство волновых векторов и соответственно случайная функция $Z(\mathbf{k})$. Произвольная случайная функция координат $v(\mathbf{r})$ представляется в виде

$$v(\mathbf{r}) = \int e^{i\mathbf{k}r} dZ(\mathbf{k}), \quad (3.42)$$

где интеграл берется по всему пространству волновых векторов. Корреляционная функция $B(\mathbf{r}')$ определяется следующим образом:

$$B(\mathbf{r}') = \langle v^*(\mathbf{r}) v(\mathbf{r} + \mathbf{r}') \rangle. \quad (3.43)$$

Она выражается интегралом Фурье от спектральной плотности $F(\mathbf{k})$, вводимой равенством

$$dZ(\mathbf{k}_1) dZ(\mathbf{k}_2) = F(\mathbf{k}) \delta(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1) d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2. \quad (3.44)$$

Имеем

$$B(\mathbf{r}) = \int e^{i\mathbf{k}r} F(\mathbf{k}) d\mathbf{k} \quad (d\mathbf{k} \equiv dk_1 dk_2 dk_3) \quad (3.45)$$

и соответственно

$$F(\mathbf{k}) = \frac{1}{8\pi^3} \int e^{-i\mathbf{k}r} B(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (d\mathbf{r} \equiv dx dy dz). \quad (3.46)$$

Путем осреднения уравнений Навье — Стокса получают уравнения для спектральной плотности. Они описывают, в частности, изменение со временем энергосодержания в вихрях с различными волновыми числами.

Вместо величины $F(k)$ удобно ввести функцию $E(|k|)$ выражением

$$E(k) = \int_{|k|=k} F(k) dS(k), \quad (3.47)$$

где $dS(k)$ — элемент поверхности сферы радиуса $|k|$. Так как $E(k) dk$ определяет энергию, приходящуюся на интервал волновых чисел от k до $k + dk$, то

$$B(0) = \int_0^{\infty} E(k) dk. \quad (3.48)$$

Для однородных и изотропных полей

$$F(k, t) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{\infty} \frac{\sin kr}{kr} B(r, t) r^2 dr \quad (3.49)$$

и

$$E(k, t) = 4\pi k^2 F(k, t). \quad (3.50)$$

При этих предположениях из уравнений Навье — Стокса получается следующее уравнение для спектральной функции $F(k, t)$:

$$\frac{\partial F(k, t)}{\partial t} = \Gamma(k, t) - 2\nu k^2 F(k, t), \quad (3.51)$$

где

$$\Gamma(k, t) = -2kF_3(k, t) \quad (3.52)$$

и $F_3(k, t)$ — преобразование Фурье от $B_{LN, N}$ — двухточечного момента третьего порядка функции \bar{v} , равного

$$B_{LN, N} = \langle v_L(x) v_N(x) v_N(x+r) \rangle.$$

Здесь v_L — составляющая скорости вдоль вектора r , а v_N — составляющая, перпендикулярная к этому вектору.

Из уравнения (3.51) видно, как меняется спектр турбулентности с течением времени. Вторым слагаемым правой части учитывается диссипация энергии турбулентного движения под действием сил вязкости, а первое слагаемое описывает взаимодействие вихрей.

При изотропной турбулентности

$$\int k^2 \Gamma(k, t) dk = 0, \quad (3.53)$$

что означает компенсацию потерь энергии у больших вихрей приобретением от них энергии малыми вихрями.

Так как непрерывно происходит диссипация кинетической энергии в теплоту в вихрях наименьшего масштаба, уравнение для стационарной турбулентности $\left(\frac{\partial F(k, t)}{\partial t} = 0\right)$ получается путем подстановки в правую часть члена, описывающего поступление энергии $\varepsilon(k)$ от источников турбулизации.

Как и всегда при осреднении нелинейных уравнений, в данном случае неизвестных функций ($F(k, t)$ и $F_3(k, t)$) больше, чем уравнений, их определяющих. Поскольку механизм обмена энергией между вихрями не выяснен, для получения замкнутой системы предлагались различные гипотезы.

Умножив уравнение (3.51) на $4\pi k^2$ и проинтегрировав сначала в интервале $[0, k]$, а затем от k до ∞ , находим

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^k E(k', t) dk' = -W(k, t) - 2\nu \int_0^k k'^2 E(k', t) dk', \quad (3.54)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_k^\infty E(k', t) dk' = W(k, t) - 2\nu \int_k^\infty k'^2 E(k', t) dk', \quad (3.55)$$

где через $W(k, t)$ обозначено количество энергии, передаваемой от вихрей с волновыми числами, меньшими k , вихрям с волновыми числами, превосходящими k :

$$W(k, t) = \int_0^k 8\pi k'^3 F_3(k', t) dk' = - \int_k^\infty 8\pi k'^3 F_3(k', t) dk'. \quad (3.56)$$

Рядом авторов предлагалось, на основе различных соображений, выражение для «обменного члена» $W(k, t)$. Отсылая за подробным изложением этих гипотез к монографии А. С. Момина и А. М. Яглома (1946), заметим лишь, что для значений k , лежащих в интервале

$$\frac{2\pi}{L} \ll k \ll \frac{2\pi}{l_0}, \quad (3.57)$$

все использовавшиеся выражения для $W(k, t)$ дают так называемый спектр Колмогорова — Обухова

$$E(k) \sim k^{-5/3} \quad (3.58)$$

Эта зависимость следует непосредственно из соображений размерности. В соответствии с предположением Колмогорова, при достаточном большом значении Re все характеристики вихрей в указанной области (3.57) зависят лишь от потока энергии ε . Таким образом, и $E(k)$ не должно зависеть от иных величин, кроме ε . Поскольку $[k] = \text{см}^{-1}$, $[\varepsilon] = \text{см}^2 \cdot \text{сек}^{-3}$, $[E(k)] = \text{см}^3 \cdot \text{сек}^{-2}$, то из этих величин можно составить только одну безразмерную величину, имеющую вид $E(k)\varepsilon^{-2/3} \cdot k^{5/3}$ и, значит, имеет место соотношение (3.58).

В области, где доминирует вязкость, величина $E(k)$ быстрее убывает с ростом k :

$$E(k) \sim k^{-3}. \quad (3.59)$$

Решение спектрального уравнения обычно осуществляется путем перехода к дифференциальному уравнению, которое содержит в качестве неизвестной величины турбулентную вязкость.

После того как источники турбуликации прекращают действие, происходит процесс постепенного превращения кинетической энергии турбулентного движения в тепло — турбулентность вырождается. Шкала времени затухания $t_{\text{зат}}$ для вихря масштаба l в области (3.57), согласно (3.26),

$$t_{\text{зат}} \approx \frac{l}{u} \sim l^{2/3}. \quad (3.60)$$

Поэтому движения сравнительно больших масштабов продолжают еще долго после выключения источников турбуликации и существует поток энергии через иерархию вихрей. Когда в самых больших вихрях сохраняется еще много энергии, то, так как $Re = u_L L / \nu \approx \text{const}$, $t \approx L / u_L$, скорость и масштаб наибольших из вихрей изменяются со временем следующим образом:

$$u_L \sim t^{-1/2}, \quad L \sim t^{1/2}. \quad (3.61)$$

На последней стадии, когда процесс определяется уже лишь молекулярной вязкостью, из соображений размерности получается

$$u_L \sim t^{-3/4}, \quad L \sim (\nu t)^{1/2}. \quad (3.62)$$

На промежуточной стадии, когда энергия больших вихрей уже исчерпана, но в вихрях промежуточного масштаба еще ее много,

$$u_L \sim t^{-5/7}, \quad L \sim t^{2/7}. \quad (3.63)$$

Эти зависимости получены на основе так называемого инварианта Лойцянского — соотношения, показывающего сохранение квадрата момента количества движения во всей области, охваченной турбулентностью. Так как момент содержится главным образом в больших вихрях, то можно считать, что

$$u_L^2 L^5 \approx \text{const}, \quad (3.64)$$

и найти отсюда, при учете (3.60), выражения (3.63).

§ 2. Роль турбулентности в генерации космических магнитных полей

Так как магнитное поле препятствует хаотическим движениям поперёк поля в проводящем газе, то можно ожидать увеличения устойчивости (стабилизации) движения при наличии достаточно сильного регулярного поля. Исследование течений вязкой несжимаемой жидкости при конечной проводимости в однородном магнитном поле методом малых возмущений (см. Каулинг (1959)) подтверждает это обстоятельство.

В рассматриваемом случае устойчивость зависит от величины коэффициента магнитной вязкости ν_M и соответствующего магнитного числа Рейнольдса Re_M , определяемых выражениями

$$\nu_M = \frac{c^2}{4\pi\sigma_e}, \quad (3.65)$$

$$Re_M = \frac{v_0 d}{\nu_M}, \quad (3.66)$$

где v_0 — характерная скорость и d — характерный масштаб течения. Число Re_M характеризует относительную величину членов, определяющих взаимодействие магнитного поля с полем скоростей, и диффузионного члена в уравнении (1.87). При $\sigma_e \rightarrow \infty$ $Re_M \rightarrow \infty$ и диффузией поля можно пренебрегать.

Устойчивость течения несжимаемой жидкости между параллельными пластинами, находящимися на расстоянии L_0 друг от друга, в случае, когда поле H_0 параллельно пластинам, зависит от безразмерной величины SL_0 , записываемой в виде

$$SL_0 = \frac{a^2}{v_0^2} \text{Re}_M, \quad (3.67)$$

где v_0 — скорость невозмущенного движения и a — альвеновская скорость. При $SL_0 \ll 1$ наличие поля не сказывается на устойчивости. Если же $SL_0 \gg 1$, то критическое число $\text{Re}_{\text{крит}}$, при котором наступает неустойчивость, значительно больше, чем в отсутствие поля. При движении поперек поля (направленного перпендикулярно к пластинам) критическая величина числа Рейнольдса зависит от безразмерной величины, называемой числом Гартмана,

$$M_\Gamma = \frac{H_0 L_0}{c} \sqrt{\frac{\sigma_e}{\rho v}}. \quad (3.68)$$

Число Гартмана характеризует отношение силы, действующей на жидкость со стороны поля, к силе, обусловленной кинематической вязкостью. Оказывается, что

$$\text{Re}_{\text{крит}} \sim M_\Gamma \quad (3.69)$$

и, следовательно, стабилизирующее действие поля растет пропорционально его напряженности.

В случае проводящей жидкости устойчивость зависит от того, насколько быстро вещество может «просачиваться» сквозь поле. Это отчетливо видно, если записать SL_0 в виде

$$SL_0 \approx \frac{a^2}{v_0 \tilde{v}_d}, \quad (3.70)$$

где \tilde{v}_d — скорость диффузии поля. В астрофизически важных случаях проводимость очень велика и эффект «просачиваемости» обычно пренебрежимо мал. Поле тесно связано с веществом, «вморожено» в него. В этих случаях не приходится говорить о внешнем по отношению к газу поле. Вещество вместе с вмороженным в него магнитным по-

лем представляет единую систему. Исследование условий устойчивости газа с замороженным в него полем при полном учете сжимаемости является очень трудной задачей и пока не осуществлено.

Когда $Re > Re_{\text{крит}}$, то движение и в присутствии магнитного поля турбулентное. При $\sigma_e \rightarrow \infty$ хаотические движения газа приводят к запутыванию замороженных в него магнитных силовых линий. Поэтому поле в турбулентной среде также приобретает хаотический характер и можно употреблять выражение «пульсации магнитного поля», а также использовать понятие среднеквадратичной напряженности поля $\langle H^2 \rangle$.

Запутывание силовых линий при определенных условиях должно приводить к возрастанию средней напряженности. При этом будет увеличиваться и магнитная энергия за счет кинетической. Закон возрастания средней напряженности поля со временем получается из условия замороженности, которое может быть записано в виде

$$H \sim \rho \delta l, \quad (3.71)$$

где δl — элемент силовой линии. Если линии удлиняются равномерно и плотность среды при этом не меняется, то

$$\frac{d(\delta l)}{dt} = \beta \delta l \quad (3.72)$$

и, следовательно,

$$\frac{dH}{dt} = \beta H. \quad (3.73)$$

Из (3.73) получается, что средняя квадратная напряженность поля экспоненциально возрастает со временем:

$$\langle H^2 \rangle = \langle H_0^2 \rangle e^{2\beta t}. \quad (3.74)$$

Изменения плотности могут играть существенную роль в процессе усиления поля. Тем не менее обычно считают, что в межзвездном газе и в других случаях, когда можно пренебречь гравитацией, запутывание поля происходит таким же образом, как и в несжимаемой жидкости:

Характерное время нарастания поля β^{-1} порядка времени перемешивания l/u . Пока магнитная энергия существенно меньше, чем кинетическая, скорость запутывания не зависит от напряженности. Более сильное поле сопро-

тивляется запутыванию линий, и в конечном счете возрастание средней напряженности поля должно прекратиться. Широко распространено мнение о том, что в турбулентной среде устанавливается равномерное распределение магнитной и кинетической энергий, т. е. имеет место равенство

$$\frac{1}{8\pi} \langle H^2 \rangle = \frac{1}{2} \langle \rho u^2 \rangle. \quad (3.75)$$

Равномерное распределение возможно лишь в случае, когда время диссипации поля вследствие конечной проводимости существенно превосходит характерное время «запутывания», т. е. при условии

$$\sigma_e \gg \frac{c^2}{4\pi l u}. \quad (3.76)$$

В межзвездной среде оно выполняется, но все же предположение о равномерном распределении энергии по всем масштабам нельзя считать достаточно обоснованным. Возрастание поля из-за запутывания линий происходит главным образом в малых масштабах. Построение теории, описывающей процессы обмена энергией между жидкостью и полем во всех масштабах, встречается с большими трудностями. Попытка развития такой теории была предпринята С. А. Капланом (1958). Он ввел, помимо спектральной функции $E(k)$ (формула (3.47)), соответствующую ей функцию $G(k)$. Величина $G(k)dk$ представляет собой количество магнитной энергии, рассчитанное на единицу массы и содержащееся в вихрях с волновыми числами от k до $k + dk$. Таким образом, получается система двух уравнений. Одно из них — это уравнение (3.54), если в него добавить члены, учитывающие переход кинетической энергии в магнитную и диссипацию энергии в ударных волнах, а другое — аналогичное уравнение для $G(k)$. Форма обменных и диссипативных членов постулируется из физических соображений и, в частности, из соображений размерности. Поэтому указанные уравнения не могут считаться единственными, соответствующими истинной картине явления.

Уравнения сводятся к дифференциальным и после этого решаются. Для стационарного случая существует

решение вида

$$E(k) = E(k_0) \left(\frac{k_0}{k} \right)^{2\delta-1}, \quad (3.77)$$

где δ — величина, зависящая от скорости диссипации энергии в ударных волнах. При отсутствии диссипации $\delta = 4/3$ и соотношение (3.77) представляет обычный колмогоровский спектр. Если же происходит диссипация энергии в ударных волнах, величина $\delta > 4/3$ и, значит, спектр более крутой. Это обстоятельство обусловлено тем, что до вихрей с большими волновыми числами в этом случае доходит меньше энергии.

При условии равномерного распределения кинетической и магнитной энергий в вихрях всех масштабов зависимость G от k должна быть аналогичной (3.77). Однако, как отмечено выше, нет оснований утверждать, что такое равномерное распределение существует.

Другое решение системы соответствует колмогоровскому спектру для $E(k)$ (при отсутствии диссипации в ударных волнах), а зависимость $G(k)$ имеет вид

$$G(k) \sim k^{-1/3}. \quad (3.78)$$

Таким образом, в области больших волновых чисел кинетическая энергия вихрей того же порядка, что и магнитная. С переходом к вихрям большего масштаба относительное содержание кинетической энергии в них возрастает и магнитная энергия в самых больших вихрях оказывается малой по сравнению с кинетической. По-видимому, это решение лучше соответствует действительной картине газомангнитной турбулентности.

В вихрях наименьших масштабов происходит омическая диссипация магнитной энергии наряду с вязкой диссипацией кинетической энергии. Наименьший масштаб вихрей l_{\min} определяется из условия равенства по порядку величины времени запутывания l/u времени диссипации, определяемому по (1.90):

$$l_{\min} \approx \frac{c^2}{4\pi\sigma_e u}. \quad (3.79)$$

Поскольку кинетическая энергия в вихрях больших масштабов, поступившая от источника турбулизации, значительно превосходит магнитную, а переход кинетической

энергии в магнитную происходит в меньших масштабах, допустимо решать задачу о влиянии поля скоростей на магнитное поле приближенно, без учета обратного влияния поля на движения. За счет механических движений может происходить рост напряженности поля. В этих случаях говорят о механизмах «динамо»-усиления поля. На них основано наиболее распространенное объяснение присутствия достаточно сильных магнитных полей в космических объектах — звездах и галактиках.

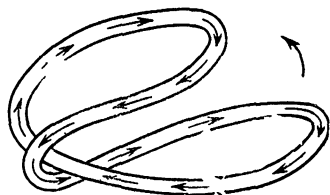


Рис. 8. Схема усиления магнитного поля турбулентными движениями (складывающаяся «восьмерка»).

Рассмотрим подробнее вопрос об усилении поля механическими движениями. Они не только приводят к увеличению средней напряженности поля в соответствии с (3.74), но, при определенных условиях, способны усиливать и регулярные крупномасштабные поля.

В качестве способа усиления поля обычно предполагается образование «восьмерок». Если частицы газа, расположенные вдоль силовой линии, своим движением превращают эту линию в «восьмерку» и затем «складывают» (рис. 8), то напряженность поля в меньшем масштабе возрастает. Таким образом, усиление поля достигается не простым запутыванием, а более сложными движениями. Можно показать, что «двумерное динамо», т. е. усиление крупномасштабных полей при двумерных движениях невозможно. Многие другие симметричные движения также не приводят к усилению регулярного поля. Что же касается усиления хаотического мелкомасштабного поля, то точной теории, описывающей его усиление, до сих пор нет и приходится использовать общие соображения. Одним из них является известная симметрия между преобразованными уравнениями магнитной газодинамики. После введения переменных

$$U_i = v_i + \frac{H_i}{\sqrt{4\pi\rho}}, \quad V_i = v_i - \frac{H_i}{\sqrt{4\pi\rho}}, \quad (3.80)$$

уравнения, определяющие скорость движения \mathbf{v} и напряженность поля \mathbf{H} , в случае несжимаемой жидкости

записываются в виде (см. Каулинг (1959))

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_i}{\partial t} + V_i \frac{\partial U_i}{\partial x_i} &= - \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{p_c}{\rho} + v_1 \nabla^2 U_i + v_2 \nabla^2 V_i, \\ \frac{\partial V_i}{\partial t} + U_i \frac{\partial V_i}{\partial x_i} &= - \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{p_c}{\rho} + v_2 \nabla^2 U_i + v_1 \nabla^2 V_i, \end{aligned} \quad (3.81)$$

где p_c — сумма газового и магнитного давлений и

$$v_1 = \frac{v + v_m}{2}, \quad v_2 = \frac{v - v_m}{2}. \quad (3.82)$$

Начальные и граничные условия также записываются в симметричной форме. Из аналогии (3.81) с обычными уравнениями движения жидкости был сделан вывод, что величины $H/\sqrt{4\pi\rho}$ и v одного порядка и, следовательно, должно иметь место равномерное распределение кинетической и магнитной энергий.

Другим доводом, подтверждающим, по мнению Бетчелора (1950), указанное равномерное распределение, является сходство между уравнениями для вихря скорости Ω и для H . Первое из них имеет вид

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + (v \nabla) \Omega - (\Omega \nabla) v = v \nabla^2 \Omega, \quad (3.83)$$

а второе

$$\frac{\partial H}{\partial t} + (v \nabla) H - (H \nabla) v = v_m \nabla^2 H. \quad (3.84)$$

Предполагается, что если поле достаточно слабое, то вследствие быстрого увлечения его вихревым движением магнитное поле быстро становится подобным полю вихря скорости. При $v_m < v$ диссипация магнитного поля в малых вихрях меньше, чем диссипация кинетической энергии, и поэтому магнитное поле может возрастать. Надо полагать, что связь между полем вихря скорости и магнитным полем эффективно действует лишь в области достаточно больших волновых чисел, где и устанавливается, как было отмечено выше, равномерное распределение энергий путем увеличения энергии поля.

При оценке этих и подобных соображений, основывающихся на аналогии уравнений, нужно иметь в виду физическое различие поля скоростей и магнитного поля.

Поле скоростей создается внешними источниками турбуликации, а магнитное поле от них непосредственно не зависит. Поэтому можно думать, что усиление полей в области малых масштабов происходит за счет образования магнитных петель в тех масштабах, где связи между полем скорости и магнитным не препятствует диссипация. Кинетическая же энергия вихрей не вносит решающего вклада в энергию магнитного поля и экспоненциального роста поля не происходит. Хотя эти соображения весьма качественные, они подтверждаются расчетами для некоторых частных случаев. Общего же решения проблемы пока нет.

Перейдем теперь к проблеме усиления регулярного поля. Оказывается, что если в среде со стохастическим полем скоростей имеется первоначальное слабое магнитное поле, то при условии, что поле скоростей гиротропно,

$$(\mathbf{v}\Omega) \neq 0, \quad (3.85)$$

магнитное поле может усиливаться. Физически условие (3.85) означает, что такие пульсации скорости способны закручивать магнитные петли, превращая их в сложенные восьмерки. Пусть поле \mathbf{H} в несжимаемой жидкости представимо в виде

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{h}, \quad (3.86)$$

где \mathbf{H}_0 — крупномасштабное однородное поле и \mathbf{h} — магнитные пульсации такие, что $\langle \mathbf{h} \rangle = 0$. Из уравнения

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = [\nabla [\mathbf{v}\mathbf{H}]] + \nu_m \nabla^2 \mathbf{H} \quad (3.87)$$

при $|\mathbf{h}| \ll |\mathbf{H}_0|$ получается

$$\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t} = [\nabla [\mathbf{v}\mathbf{H}_0]] + \nu_m \nabla^2 \mathbf{h}. \quad (3.88)$$

При помощи (3.88) находится величина $\langle [\mathbf{v}\mathbf{h}] \rangle$, которая записывается в виде

$$\langle [\mathbf{v}\mathbf{h}] \rangle = \alpha \mathbf{H}_0, \quad (3.89)$$

где величина

$$\alpha = -\frac{1}{3} \int_{-\infty}^{\infty} \langle (\mathbf{v}(t) [\nabla \mathbf{v}(t')]) \rangle dt' \quad (3.90)$$

выражается через посредство корреляционного тензора B_{ij} . Предполагая, что α слабо зависит от координат, и учитывая, что $\langle \mathbf{H} \rangle = \mathbf{H}_0$, имеем после усреднения (3.87)

$$\frac{\partial \mathbf{H}_0}{\partial t} = \alpha [\nabla \mathbf{H}_0] + \nu_m \nabla^2 \mathbf{H}_0. \quad (3.91)$$

Таким образом, при выполнении (3.85) оказывается возможным усиление поля. Оно происходит через посредство \mathbf{h} . При наличии первоначального полоидального поля турбулентными движениями в первом приближении генерируется тороидальное поле, пропорциональное $\alpha [\nabla \mathbf{H}_0]$. Последнее же в свою очередь создает поле того же характера, что и \mathbf{H}_0 , т. е. $\alpha^2 [\nabla [\nabla \mathbf{H}_0]] \sim \alpha^2 \nabla^2 \mathbf{H}_0$.

Описанный « α -механизм» усиления поля был рассмотрен Штеенбеком и др. (1966) для случая, когда $Re_m \ll 1$, что означает очень медленную диссипацию поля. В астрофизически интересных случаях $Re_m \gg 1$ и приближений, сделанных в указанной работе, оказывается недостаточно. О дальнейших исследованиях в этом направлении сказано в обзоре С. И. Вайнштейна и Я. Б. Зельдовича (1972).

Обобщенное представление механизма динамо дано в ряде работ Лерча (1971). Основные уравнения теории динамо в среде с хаотическими флуктуациями магнитного поля и скорости записываются в виде

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \nu_m \nabla^2 \right) H_i^0 = - H_i^0 \frac{\partial \langle v_j \rangle}{\partial x_i} + \varepsilon_{ijk} \delta v_j \delta [\nabla \mathbf{H}_0]_k, \quad (3.92)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \nu_m \nabla^2 \right) \delta H_i^0 = - \delta H_i^0 \frac{\partial \langle v_j \rangle}{\partial x_i} + \varepsilon_{ijk} \delta v_j [\nabla \mathbf{H}_0]_k, \quad (3.93)$$

где H_i^0 и δH_i^0 — i -я компонента регулярного и стохастического поля соответственно, а $\delta \mathbf{v}$ — поле турбулентных пульсаций скорости, причем

$$\langle \delta \mathbf{v} \rangle = 0, \quad \langle \delta [\nabla \mathbf{H}_0] \rangle = 0. \quad (3.94)$$

При условии, что среда бесконечная, однородная и несжимаемая, а также, что $\langle \mathbf{v} \rangle_j = 0$ и

$$\langle (\delta \mathbf{v} \delta [\nabla \mathbf{H}_0]) \rangle = \alpha_{ij} B_{ij}, \quad (3.95)$$

уравнения (3.92) и (3.93) дают α -механизм.

Условие (3.95) означает, что лоренцовы силы, обусловленные турбулентными движениями, не имеют центра

симметрии и поэтому возникает электромагнитная сила, генерирующая поле, совпадающее по направлению с первоначальным. Лерч (1971) показал, что это эффект более общего характера, чем даваемый α -механизмом, т. е. он имеет место и для конечной среды при наличии крупномасштабного поля скоростей и даже при изотропии поля скоростей. В последнем случае турбулентная лоренцова сила, выражаемая членом $\langle (\delta v \delta [\nabla \mathbf{H}_0]) \rangle$, вообще говоря, не изотропна, поскольку не изотропна величина $\delta [\nabla \mathbf{H}_0]$, пропорциональная $[\nabla [\delta v [\nabla \mathbf{H}_0]]]$. Присутствие упорядоченного поля \mathbf{H}_0 вносит «винтообразность» и в результате оказывается, что крупномасштабное поле может усиливаться мелкомасштабной турбулентностью даже при отсутствии крупномасштабных движений.

Усиление крупномасштабных полей α -механизмом возможно, если поле \mathbf{H}_0 удовлетворяет неравенству

$$\frac{H_0^2}{8\pi} \ll \frac{\rho u_L^2}{2}. \quad (3.96)$$

При этом может быть, что в области малых масштабов

$$\frac{\rho \langle u^2 \rangle}{2} \approx \frac{\langle h^2 \rangle}{8\pi}. \quad (3.97)$$

Так, например, поле в галактическом диске может усиливаться за счет турбулентности, пока энергия крупномасштабных движений в Галактике существенно превосходит магнитную энергию.

Вопрос об усилении поля в Галактике рассмотрен в работе С. И. Вайнштейна и А. А. Рузмайкина (1971), определившими инкремент γ нарастания поля самого крупного масштаба. Для величины γ получено выражение

$$\gamma = \left(-r \frac{\partial \Omega_{\text{вр}}}{\partial r} \frac{\partial \alpha}{\partial z} \right)^{1/2}, \quad (3.98)$$

где $\Omega_{\text{вр}}$ — угловая скорость и z — расстояние от галактической плоскости. Оно дает на расстоянии, соответствующем Солнцу, при $u_L \approx 5$ км/сек, масштабе $L = 100$ пс и полутолщине диска 400 пс время нарастания поля $2 \cdot 10^8$ лет. Аналогичная величина для инкремента найдена Паркером (1971) иным методом. Следует иметь в виду, что вопрос о турбулентности в галактическом диске пока не впол-

не ясен и приведенный результат нельзя считать доказательством того, что крупномасштабные поля в Галактике возникли именно таким путем.

Во вращающихся звездах также может происходить генерация магнитного поля различными механизмами динамо. Об этом подробнее говорится в гл. 6. Исследование действия электромагнитной силы на турбулентный элемент показало, что при отсутствии вращения системы величина $(H_0 [\nabla H_0]) \rightarrow 0$ с течением времени (см. С. И. Вайнштейн, Я. Б. Зельдович (1972)). Это означает, что силы уменьшаются. При наличии вращения и генерации крупномасштабного поля α -механизмом электромагнитные силы уменьшают скорость генерации и делают возможным такое установившееся состояние, при котором имеет место условие (3.96). Таким образом, равнораспределение энергий реализуется только в области больших волновых чисел.

В процессах взаимодействия турбулентного поля скорости с магнитным полем существенная роль принадлежит так называемой «топологической диссипации» поля (Паркер (1972а)). Она происходит в результате слияния магнитных силовых линий с противоположными направлениями («перезамыкания»). При этом магнитная энергия превращается в джоулево тепло. Отношение времени топологической диссипации поля к времени турбулентной диссипации (в малых вихрях) определяется формулой

$$\frac{t_{\text{дж. д.}}}{t_{\text{турб. д.}}} \approx \frac{lH}{bv (4\pi\rho)^{1/2}}, \quad (3.99)$$

где $b \gtrsim 1$ — безразмерная константа. Топологическая диссипация ограничивает возрастание мелкомасштабных полей. Если

$$\frac{H_0^2}{8\pi} < \frac{1}{2} \rho u_L^2,$$

где u_L — скорость больших вихрей, то мелкомасштабные поля могут быть сильнее, чем H_0 , но слабее, чем те, которые получались бы при условии равнораспределения энергий.

В теориях генерации магнитного поля механизмом динамо предполагается существование малого начального,

«затравочного» поля. В настоящее время трудно указать с уверенностью источники затравочных полей. С одной стороны, не исключено, что имеется метагалактическое поле, усиливающееся при конденсации газа в галактики и затем еще более возрастающее при образовании звезд. Другая возможность состоит в образовании слабых полей при различных физических процессах. Например, Бирман и Шлютер (1950) указали в качестве причины образования зародышевого поля на диффузию электронов из области повышенной их концентрации. При этом ток $j = 0$ и, следовательно, результирующее электрическое поле

$$E = - \frac{1}{ne} \nabla p_e. \quad (3.100)$$

Если поверхности уровня для n и p_e не совпадают, то интеграл по замкнутому контуру

$$\oint E dl \neq 0, \quad (3.101)$$

т. е. в этом случае электрическое поле имеет вихревую составляющую и потому возникает магнитное поле. Такая ситуация может иметь место во вращающихся телах. О некоторых иных гипотезах по поводу происхождения зародышевых полей сказано в обзоре Местела (1967).

§ 3. Конвективная неустойчивость в космических условиях

Конвективная неустойчивость обусловлена силами плавучести, возникающими в температурно неоднородной жидкости, находящейся в гравитационном поле. Силы плавучести вызывают движение объемов, в которых плотность меньше, чем в окружающей их среде, в направлении, противоположном направлению силы тяготения. В случае несжимаемой жидкости конвективная неустойчивость наступает, если градиент температуры совпадает по направлению с силой тяжести (направлен «вниз»). Тогда «наверху» температура ниже и соответственно плотность больше. При смещении элемента жидкости «вверх» его плотность окажется меньшей, чем в том месте, куда он попадает. Поэтому движение «вверх» должно продолжаться. Соответственно будет возрастать и начальное смещение «вниз».

В сжимаемой среде конвекция происходит при несколько иных условиях. Элемент газа, попадая в области с иной плотностью, изменяет свой объем. При этом меняется также его температура — либо адиабатически, либо иным образом, если происходит теплообмен с окружающей средой. Неустойчивость имеет место, если в движущемся «вверх» элементе температура будет оставаться большей, чем в окружающей среде, а в движущемся «вниз» — меньшей, чем вокруг него.

Поскольку элемент всегда обменивается энергией с окружающей его средой, для исследования конвективной неустойчивости к системе уравнений газодинамики нужно присоединить уравнение теплопроводности. Это усугубляет математические трудности соответствующих задач. Как и в теории турбулентности, здесь приходится использовать различного рода гипотезы и данные экспериментов. При изучении конвекции в звездах необходимо учитывать сжимаемость, а также и турбулентный характер движений, так как в конвективно неустойчивых слоях обычно величина $Re \gg 1$. Пока не решена полностью задача о турбулентности при учете сжимаемости, трудно ожидать больших успехов в более сложной проблеме турбулентной конвекции. О том, что сделано в этой области, говорится в § 4, а сейчас рассмотрим вопрос о критериях конвективной неустойчивости и другие вопросы, относящиеся к линейной теории.

Начнем с конвективной неустойчивости несжимаемой жидкости. Вообще, говорить о несжимаемости в строгом смысле слова при исследовании конвекции не приходится, так как само возникновение конвективных движений обусловлено изменениями плотности. Несжимаемость означает, что учитывают изменения плотности только при вычислении силы плавучести, а в уравнениях движения и неразрывности считают $\rho = \text{const}$. Система уравнений, определяющих конвекцию, в этом случае записывается следующим образом:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = - \frac{1}{\rho_0} \nabla p - \nabla \varphi_g + \nu \nabla^2 \mathbf{v}, \quad (3.102)$$

$$(\nabla \mathbf{v}) = 0, \quad (3.103)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) T = \chi_T \nabla^2 T, \quad (3.104)$$

где χ_T — коэффициент температуропроводности, связанный с коэффициентом теплопроводности κ_T соотношением

$$\chi_T = \frac{\kappa_T}{\rho c_P}. \quad (3.105)$$

Размерность $[\chi_T] = \text{см}^2 \cdot \text{сек}^{-1}$ совпадает с размерностью ν .

В отличие от вынужденной конвекции, когда поле скоростей можно считать не зависящим от поля температуры, в случае свободной конвекции поля ν и T взаимосвязаны. В дальнейшем будет рассматриваться только свободная конвекция, при которой влияние поля температур на движение жидкости обусловлено силой плавучести.

При изменении температуры в элементе на величину T' плотность ρ меняется вследствие теплового расширения на величину ρ' .

Зависимость между ρ' и T' имеет вид

$$\rho' = -\beta \rho_0 T'. \quad (3.106)$$

У идеального газа коэффициент теплового расширения β определяется, в соответствии с (1.10), простой формулой

$$\beta = \frac{1}{T_0}, \quad (3.107)$$

где T_0 — невозмущенное значение температуры.

Выберем систему координат так, чтобы ось Oz совпадала с направлением ускорения силы тяжести g и градиента температуры. Будем также считать, что в невозмущенном состоянии имеет место гидростатическое равновесие и, значит,

$$p_0 + \rho_0 g z = \text{const}. \quad (3.108)$$

При свободной верхней границе на уровне $z = 0$ величина $p_0 = 0$.

Сила плавучести $F_{\text{пл}}$, рассчитанная на единичный объем, равна

$$F_{\text{пл}} = \rho_0 \beta g T'. \quad (3.109)$$

Для величин ρ' , T' и компонент скорости v_x , v_y , v_z из (3.102), (3.104), (3.108) и (3.109) получается следующая

система:

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)v_x = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x} + \nu \nabla^2 v_x, \quad (3.110)$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)v_y = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial y} + \nu \nabla^2 v_y, \quad (3.111)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)v_z = \beta g T' - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} + \nu \nabla^2 v_z, \quad (3.112)$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0, \quad (3.113)$$

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)T' = \chi_T \nabla^2 T'. \quad (3.114)$$

Движение зависит от параметров χ_T , ν , β и g . Кроме того, оно должно зависеть от масштаба длины — толщины слоя жидкости d и масштаба A изменений температуры вдоль оси Oz :

$$\frac{dT}{dz} = -A. \quad (3.115)$$

Размерность $[A] = \text{град}/\text{см}$. Поскольку величины β и g входят в систему только в форме произведения βg , независимых параметров всего пять. Если $A = \text{const}$, то

$$T' = -Az + T_1, \quad (3.116)$$

где через T_1 обозначено малое возмущение температуры.

Жидкость становится неустойчивой в отношении конвекции, когда сила плавучести не подавляется вязкостью и теплопроводностью. Найдем методом малых возмущений условия, при которых наступает конвективная неустойчивость. Система уравнений (3.110) — (3.114), линеаризованная при условии, что T_1 , ρ' , v_x , v_y и v_z малы и пропорциональны $e^{-i\sigma t}$, и в предположении стационарности движения, имеет вид

$$\left. \begin{aligned} \nu \nabla^2 v_x - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x} &= 0, & \nu \nabla^2 v_y - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial y} &= 0, \\ \rho g T' - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} + \nu \nabla^2 v_z &= \beta g A z, \\ \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} &= 0, & A v_z + \chi_T \nabla^2 T_1 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.117)$$

Такое движение имеет место на границе устойчивости, когда $\text{Im } \sigma$ меняет знак и $\text{Re } \sigma = 0$.

Система (3.117) сводится к уравнению

$$\nabla^6 T_1 = \frac{A\beta g}{\nu\chi_T} \left(\frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_1}{\partial y^2} \right). \quad (3.118)$$

Если в (3.118) принять за единицу длины d , то, как нетрудно видеть, течение зависит лишь от одного параметра, называемого числом Рэлея (Ra)

$$\text{Ra} = \frac{A\beta g d^4}{\nu\chi_T}. \quad (3.119)$$

Величина Ra может быть представлена как произведение двух других безразмерных величин:

$$\text{Ra} = \frac{\beta g T_0}{\nu \frac{v_0}{d^2}} \cdot \frac{A v_0 d}{\chi_T \frac{T_0}{d}}. \quad (3.120)$$

Первым множителем характеризуется отношение силы плавучести к силе торможения вязкостью, а вторым — относительная роль в переносе тепла механических движений и теплопроводности. Постоянство Ra означает взаимную компенсацию соответствующих противодействующих факторов. Величина Ra записывается и в таком виде:

$$\text{Ra} = \frac{A\beta g d^4}{\nu^2} \frac{\nu}{\chi_T}, \quad (3.121)$$

где первый из множителей называют числом Грассхофа (Gr), а второй — числом Прандтля (Pr). Если считать, что величины ν и χ_T постоянны в среде, то устойчивость в отношении конвекции зависит только от Ra и волнового числа возмущения k . При малых значениях A все значения $\sigma(k, \text{Ra})$ имеют $\text{Im } \sigma < 0$. С возрастанием A при некотором значении $\text{Ra} = \text{Ra}_{\text{крит}}$ появляется значение $k = k_{\text{крит}}$, при котором $\text{Im } \sigma = 0$. Тогда одно устойчивое стационарное движение сменяется другим.

Для определения критического наименьшего значения числа Рэлея — $\text{Ra}_{\text{крит}}$ — будем искать решения уравнения (3.118) в виде

$$T_1 \sim e^{-i(k_x x/d + k_y y/d)} f(\zeta), \quad (3.122)$$

где $\zeta = z/d$. Из (3.118) при учете (3.122) имеем

$$\left(\frac{d^2}{d\zeta^2} - k^2\right)^3 f + k^2 \text{Ra} f = 0 \quad (k^2 = k_x^2 + k_y^2). \quad (3.123)$$

Величина k определяет периодичность движения в горизонтальной плоскости. На свободных границах — поверхностях фиксированной температуры — должны выполняться условия

$$f = \frac{d^2 f}{d\zeta^2} = \frac{d^4 f}{d\zeta^4} = 0 \quad \text{при} \quad \zeta = 0, 1. \quad (3.124)$$

При синусоидальном возмущении вида

$$f(\zeta) = \sin \pi n \zeta \quad (3.125)$$

волновое число k должно удовлетворять соотношению

$$(\pi^2 n^2 + k^2)^3 = k^2 \text{Ra}. \quad (3.126)$$

При каждом данном значении k минимальное число Рэлея получается при $n = 1$. Следовательно, наименьшее значение Ra , при котором оказывается возможным движение, периодическое в горизонтальной плоскости, $\text{Ra}_{\text{крит}}$, равно

$$\text{Ra}_{\text{крит}} = \min \frac{(\pi^2 + k^2)^3}{k^2}. \quad (3.127)$$

Минимальные значения $k_x = \frac{\pi}{2}$, $k_y = \frac{\pi}{2}$, $k = \frac{\pi \sqrt{2}}{2}$, и поэтому $\text{Ra}_{\text{крит}} = \frac{27\pi^4}{4} \approx 657,5$. При твердых границах $\text{Ra}_{\text{крит}} \approx 1708$.

Таким образом, линейная теория конвекции в несжимаемой жидкости дает следующее условие наступления стационарной конвекции:

$$\text{Ra} > \text{Ra}_{\text{крит}}. \quad (3.128)$$

Как следует из экспериментов, стационарная конвекция при $\text{Pr} \gtrsim 0,7$ реализуется в форме так называемых валов. Возможно также появление ячеек в форме правильных шестиугольников. В центре ячейки более горячая жидкость поднимается вверх, далее движется горизонтально и на краях ячейки охладившаяся жидкость стекает вниз. Из теории получается и средний размер ячеек, определяемый величиной k .

При возрастании Re движение приобретает более сложный характер в связи с тем, что увеличивается влияние нелинейных эффектов. В частности, возрастает скорость движения газа, и когда она становится настолько большой, что $Re \gg 1$, конвекция становится турбулентной. Перенос энергии конвективными потоками обусловлен взаимодействием полей скорости и температуры. Поэтому он должен рассматриваться при помощи нелинейных уравнений и о нем будет сказано ниже (§ 4).

Специфические условия, существующие в звездах, сильно влияют на характер конвективной неустойчивости. Перечислим основные факторы, которые следует учитывать при исследовании конвекции в астрофизических условиях:

- 1) сжимаемость среды;
- 2) преобладание лучистой теплопроводности над молекулярной;
- 3) изменение плотности в зависимости от расстояния до центра звезды;
- 4) вследствие большой роли излучения изменение температуры в газе при его движении «вверх» или «вниз» происходит со значительными отклонениями от адиабатичности;
- 5) на конвекции в плазме существенно сказывается влияние магнитных полей;
- 6) звезды вращаются, и на конвективные элементы действует центробежное и кориолисово ускорения.

Критерий конвективной неустойчивости при учете первого из указанных обстоятельств получается из элементарных соображений. При перемещении элемента газа в слой с более низкой (или более высокой) температурой объем его увеличивается (уменьшается). На расширение элемента затрачивается работа, а при сжатии элемента энергия в нем увеличивается. Следовательно, сила плавучести определяется не просто величиной градиента температуры, а величиной разности

$$-\left\{ \frac{dT}{dr} - \left(\frac{dT}{dr} \right)_{ад} \right\} = \Delta \nabla T, \quad (3.129)$$

называемой сверхадиабатическим градиентом. Лишь при условии, что после затраты тепла на адиабатическое расширение элемент останется горячее окружающей среды,

возможно его дальнейшее перемещение наружу под действием силы плавучести. Соответствующее рассуждение проводится и для опускающегося элемента. Из сказанного вытекает необходимое условие конвективной неустойчивости в звезде,

$$\left(\frac{dT}{dr}\right)_{\text{ад}} > \frac{dT}{dr}, \quad (3.130)$$

называемое критерием Шварцшильда. Это соотношение записывается в более удобной форме, если учесть, что

$$\frac{dT}{dr} = \frac{d \ln T}{d \ln p} \frac{T}{p} \frac{dp}{dr} \equiv \tilde{\nabla} \frac{T}{p} \frac{dp}{dr}. \quad (3.131)$$

Так как в адиабатическом процессе

$$T \sim p_1^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}, \quad (3.132)$$

то

$$\left(\frac{dT}{dr}\right)_{\text{ад}} = \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{T}{p} \frac{dp}{dr}. \quad (3.133)$$

Подставляя (3.131) и (3.133) в (3.130) и учитывая, что $\frac{dp}{dr} < 0$, имеем

$$\frac{d \ln T}{d \ln p} > \frac{\gamma-1}{\gamma}. \quad (3.134)$$

Как известно, в «серой» фотосфере (при коэффициенте непрозрачности, не зависящем от частоты), находящейся в лучистом равновесии,

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{g\mu}{4rt^3}. \quad (3.135)$$

Так как из условия гидростатического равновесия

$$\frac{dp}{dr} = -g\rho = -\frac{g\mu}{R^*} \frac{p}{T}, \quad (3.136)$$

то

$$\left(\frac{d \ln T}{d \ln p}\right)_{\text{луч}} = \frac{1}{4}, \quad (3.137)$$

и, в соответствии с (3.134), «серая» фотосфера устойчива в отношении конвекции при $\gamma > 4/3$. Однако изменения

коэффициента поглощения и величины γ с глубиной могут привести к возникновению конвекции. В частности, при переходе к тем слоям звезды, где происходит ионизация распространенного химического элемента, величина γ уменьшается. Это связано с затратами энергии, поступающей в данный элемент газа, не только на его расширение и увеличение содержания тепла, но и на ионизацию атомов. С другой стороны, величина $d \ln T / d \ln p$ возрастает вследствие увеличения коэффициента непрозрачности при переходе от атмосферы звезды к более глубоким слоям. В результате действия обеих указанных причин в звездах определенных классов существует область, неустойчивая в отношении конвекции, — так называемая внешняя конвективная зона. Такая область, во всяком случае, должна быть у звезды, если водород в ее самых внешних слоях не полностью ионизован, т. е. в спектральном классе F и более поздних. Ионизация He — второго по распространенности элемента — также может, вообще говоря, привести к образованию конвективной зоны. Вопрос о существовании конвективной зоны в конкретной звезде и ее свойствах может быть решен только путем расчетов — численного решения самосогласованной задачи о конвективном переносе энергии (см. гл. 5, § 1).

Если строение звезды или хотя бы ее внешней области может быть представлено политропой с показателем Γ , т. е. в звезде давление и плотность связаны зависимостью

$$p \sim \rho^\Gamma, \quad (3.138)$$

то

$$\frac{d \ln T}{d \ln p} = \frac{\Gamma - 1}{\Gamma}, \quad (3.139)$$

и условие конвективной неустойчивости записывается в простом виде:

$$\gamma < \Gamma. \quad (3.140)$$

Для «серой» фотосферы, находящейся в лучистом равновесии, $\Gamma = 4/3$, при коэффициенте поглощения, меняющемся по закону Крамерса, $\Gamma = 17/13$.

Достаточное условие наступления конвекции можно получить с помощью $Ra_{\text{крит}}$. Однако вместо градиента температуры A в формуле (3.119) следует использовать

величину сверхадиабатического градиента, поскольку именно ею определяется сила плавучести. Кроме того, в качестве величины χ_T нужно применить коэффициент температуропроводности $\chi_{изл}$, обусловленной излучением. Его выражение имеет, как известно, вид

$$\chi_{изл} = \frac{\kappa_{изл}}{\rho c_p} = \frac{4}{3} \frac{acT^3}{\bar{\kappa}r^2c_p}, \quad (3.141)$$

где $\bar{\kappa}$ — Росселандово среднее коэффициента непрозрачности. При $\chi = \chi_{изл}$

$$Pr = \frac{\nu}{\chi_{изл}} \approx \left(\frac{10^4 T^{1/2}}{\kappa r} \right)^{-1} \ll 1 \quad (3.142)$$

во внешней конвективной зоне. По-видимому, в случае турбулентной конвекции вместо ν следует использовать $\nu_{турб}$, что существенно увеличит Pr , но становится неясной роль числа Pr , так как в этом случае существенны нелинейные эффекты. Вероятно, дело сводится к тому, что турбулентная конвекция просто не зависит от ν .

В качестве масштаба длины d , входящего в выражение Ra , для неоднородной среды нужно использовать в соответствии с экспериментальными данными выражение

$$d = \alpha \mathcal{H}, \quad (3.143)$$

где

$$\mathcal{H} = \frac{R^* T}{\mu g} \quad (3.144)$$

— так называемая высота (по давлению) однородной атмосферы, — расстояние, на котором давление изменяется в e раз, и α — коэффициент порядка единицы.

В работе Унно и др. (1960) и Като и Унно (1960) показано, что при использовании средних (по конвективной зоне) значений $\chi_{изл}$ и ν в политропной атмосфере величина $Ra_{крит}$ слабо зависит от изменений плотности и ее можно считать постоянной в пределах конвективной зоны. Вместе с тем при значительном изменении давления с высотой (например, по барометрической формуле) величина $Ra_{крит}$ и соответственно наименьшее значение k будут иными, чем для однородного слоя. Так, если толщина слоя d

очень велика по сравнению с \mathcal{H} ($d/\mathcal{H} \rightarrow \infty$), то

$$Ra_{\text{крит}} \rightarrow 0,155 \left(\frac{d}{\mathcal{H}} \right)^4, \quad k \rightarrow 0,431 \frac{d}{\mathcal{H}} \quad (3.145)$$

и, значит, устойчивость возрастает.

Как установлено численными методами (Гоуф и др. (1976)), значение $Ra_{\text{крит}}$ в политропном слое увеличивается с толщиной слоя. Этот результат служит основанием, чтобы считать слой со стратифицированной плотностью более устойчивым в отношении конвекции, чем однородный слой той же толщины.

Использование условия $Ra > Ra_{\text{крит}}$ для оценки величины сверхadiaбатического градиента, при котором наступает конвективная неустойчивость, дает, с учетом (3.127), (3.107), (3.141) и (3.143), неравенство

$$\Delta \nabla T > \frac{\nu \chi_{\text{изл}}}{g \alpha^4 \mathcal{H}^4} \frac{(\pi^2 + k^2)^3}{k^2} = \frac{\frac{4}{3} a c \nu \mu^4 g^3}{\bar{\kappa} \rho^2 c_p \alpha^4 R^4 T} \frac{(\pi^2 + k^2)^3}{k^2}. \quad (3.146)$$

Как показал Спигел (1960), исследовав влияние высвечивания конвективных элементов на конвективную неустойчивость, соотношением (3.146) можно пользоваться лишь при условии достаточно большой оптической толщины τ_0 элементов,

$$\tau_0 = \kappa \rho l \gg 1. \quad (3.147)$$

В противном случае высвечивание приводит к изменению критерия (3.146).

При исследовании конвекции в астрофизике часто используют так называемое приближение Буссинеска. Оно основано на двух предположениях: а) изменения плотности обусловлены не движениями, а лишь нагревом или охлаждением газа; б) изменения плотности учитываются только при вычислении силы плавучести и ими пренебрегается в уравнениях движения и неразрывности. Как показано Спигелом и Веронисом (1960), приближение Буссинеска применимо для слоя сжимаемой среды, если, во-первых, характерный масштаб слоя в вертикальном направлении намного меньше шкалы высот \mathcal{H} и, во-вторых, изменения плотности и давления, вызванные движениями, не превышают общего изменения этих величин (по координате z) в статическом состоянии,

Условие конвективной неустойчивости само по себе не дает информации о скорости ее развития. Определение скорости роста конвективных элементов является одной из важных задач линейной теории. Спигел и Унно (1962) нашли время роста t_k элементов с волновым числом k в политропной атмосфере:

$$t_k = \left[\frac{\gamma(2\Gamma - 1)}{\Gamma - \gamma} \frac{1}{gk} \right]^{1/2}. \quad (3.148)$$

Было также получено выражение для t_k при учете высвечивания элементов (Спигел (1964)). И в том и в другом случаях $t_k \rightarrow 0$ при $k \rightarrow \infty$, т. е. скорость роста элемента неограниченно растет с уменьшением его размера. Поскольку это физически не оправдано, должны иметься какие-то факторы, ограничивающие рост малых элементов.

Более полно влияние лучистых потерь энергии элементом на конвективную неустойчивость исследовано Н. С. Петрухиным (1969). Путем линеаризации системы уравнений газодинамики для плоского политропного слоя при учете неадиабатичности движения, но без членов, описывающих действие вязкости, выводится довольно сложное выражение для дивергенции скорости X . Если принять для X выражение

$$X = e^{-i(\sigma t - kx - ky)} f(z) \quad (3.149)$$

и аналогичное выражение для некоторой функции, описывающей влияние высвечивания, то можно далее получить уравнение для амплитуды $f(z)$ и дисперсионное соотношение, из которого находится величина инкремента. Для основной моды инкремент t_k^{-1} выражается формулой

$$t_k^{-1} \approx \left\{ \frac{(\Gamma - \gamma) gk}{\gamma [2\Gamma - 1 + \varepsilon m (2kd) \frac{2\Gamma - 1}{2(\Gamma - 1)}]} \right\}^{1/2}, \quad (3.150)$$

где d — толщина слоя, а ε и m — некоторые сложные функции, которые здесь выписывать не будем. Значение m определяется главным образом величинами γ и Γ , а ε существенно зависит от $\bar{\kappa}$, g и d . Величина ε , пропорциональная потоку излучения, определяет степень неадиабатичности. При $\varepsilon \rightarrow 0$ формула (3.150) переходит в (3.148). Из (3.150) нетрудно видеть, что чем быстрее плотность газа меняется с глубиной и, значит, чем больше Γ , тем силь-

нее влияние неадиабатичности на конвективную неустойчивость. Критерий же конвективной неустойчивости (3.140) не меняется.

Поскольку для сложных условий, существующих в звездных оболочках, аналитические методы исследования конвективной неустойчивости оказываются недостаточными, в этих задачах часто использовались численные методы. Так, Бём (1963) рассчитал величину t_k для модели солнечной атмосферы и нашел, что

$$t_k \approx 2 \cdot 10^{-6} k^{-1} \text{ сек} \quad (3.151)$$

при $k \lesssim 2 \cdot 10^{-8} \text{ см}^{-1}$. Согласно (3.151) t_k меняется с возрастанием k иначе, чем по формулам (3.148) или (3.150). Это объясняется более быстрым возрастанием температуры с глубиной в реальной оболочке Солнца по сравнению с политропной оболочкой. Численным же путем определена для Солнца горизонтальная длина волны для фундаментальной моды (соответствующей наименьшему значению k) с учетом переноса количества движения и переноса тепла турбулентностью. Она составляет около 1500 км (Бём (1976)).

Конвективная неустойчивость приводит к циркуляционным движениям газа. Таким движениям препятствуют магнитные поля. Детально задача о конвективной неустойчивости несжимаемой жидкости в присутствии однородного магнитного поля была рассмотрена Чандрасекхаром (1961), показавшим, что $Ra_{\text{крит}}$ в этом случае определяется выражением

$$Ra_{\text{крит}} = \frac{(\pi^2 + k^2) [(\pi^2 + k^2)^2 + \pi^2 Q_c]}{k^2}, \quad (3.152)$$

где

$$Q_c = \frac{a^2 d^2 \cos^2 \phi}{\nu v_M}, \quad (3.153)$$

a — альвеновская скорость и ϕ — угол между направлением магнитного поля и нормалью к слою. Горизонтальная компонента поля не сказывается на величине $Ra_{\text{крит}}$, но меняет форму течения — конвективные элементы вытягиваются в горизонтальном направлении. Жидкость просачивается сквозь поле. При полной замороженности поля конвекция невозможна, так как при $\sigma_e \rightarrow \infty$ $Ra_{\text{крит}} \rightarrow \infty$.

Если

$$\text{Ra} > \frac{27\pi^4(v + v_M)}{4\nu} = \text{Ra}_{\text{крит}}^0 \frac{v + v_M}{\nu}, \quad (3.154)$$

где $\text{Ra}_{\text{крит}}^0$ — критическое число Рэлея при отсутствии поля, то возникает так называемая колебательная неустойчивость. Условие компенсации силы плавучести натяжением магнитных силовых линий записывается в виде (Каулинг (1959))

$$\lambda^2 \rho \beta g \frac{dT}{dz} < \pi H^2, \quad (3.155)$$

где λ — длина волны возмущения. Колебания в вертикальном направлении происходят, когда имеется возвращающая сила, достаточная, чтобы выпрямить силовые линии, искривленные поднимающимся конвективным элементом. Избыток температуры в элементе уменьшается пропорционально χ_T , а возмущение поля уменьшается пропорционально v_M . Таким образом, результирующая возвращающая сила превосходит силу, вызывающую отклонение, если

$$\lambda^2 \rho g \beta \frac{dT}{dz} \chi_T > \pi H^2 v_M. \quad (3.156)$$

В астрофизических условиях $\chi_{\text{изл}} \gg v_M$ и поэтому (3.156) совместимо с (3.155). Работа сил плавучести увеличивает магнитную энергию. Поле опускает уже достаточно остывший элемент. Остальная магнитная энергия уносится в виде альвеновской волны, распространяющейся вдоль поля и придающей неустойчивости сносовый характер.

Вблизи границы устойчивости при наличии горизонтального магнитного поля движение происходит валами с осями, параллельными полю, — так называемая перестановочная неустойчивость. Она связана с сильным вытягиванием в горизонтальном направлении конвективных ячеек полем.

В политропной среде при наличии однородного поля H_0 критерий неустойчивости Шварцшильда модифицируется следующим образом (С. А. Каплан и Н. С. Петрухин (1965)):

$$\gamma \leq \Gamma \left(1 - \frac{H_0^2}{4\pi p_d} \right), \quad (3.157)$$

где p_d — газовое давление у основания конвективной зоны. В выражении $Ra_{\text{крит}}$ нужно использовать, как и при отсутствии поля, сверхадиабатический градиент и вместо d — величину αH (формула (3.143)).

Вычисления, произведенные Ван дер Борхтом и др. (1972), продемонстрировали подавление конвекции при большом значении Q_c . С возрастанием поля происходит также увеличение минимального значения k . Эффекты эти особенно существенны при большой величине Re . В таких случаях приходится учитывать влияние нелинейности.

Действие вращения, а также совместное действие вращения и магнитного поля на конвекцию исследовалось аналитически и численными методами. Обзор работ для случая несжимаемой жидкости, проведенных до 1970 г., можно найти в статьях Спигела (1971, 1972). Вращение увеличивает устойчивость в отношении конвекции, так как кориолисовы силы закручивают горизонтальные течения. Влияние вращения на конвекцию определяется безразмерной величиной, называемой числом Тейлора (Ta),

$$Ta = \frac{4\Omega_{\text{вр}}^2 d^4}{\nu^2}, \quad (3.158)$$

которое выражает относительную роль кориолисовых сил и сил вязкости. Размер конвективных ячеек уменьшается с возрастанием Ta (Ван дер Борхт, Мерфи (1973)). Величина $Ra_{\text{крит}}$ при наличии вращения больше, чем для невращающейся жидкости. Таким образом, если на жидкость налагается магнитное поле или вращение, она приобретает способность сопротивляться конвекции. При наличии вращения конвекция, так же как и в магнитном поле, может происходить валами, причем, если вектор угловой скорости совпадает с ускорением тяготения, то оси валов параллельны оси вращения. Вычисления Мерфи и Ван дер Борхта (1972) как для конвекции валами, так и для ячеистой, с учетом нелинейных эффектов, продемонстрировали существенное влияние вращения и поля на скорость переноса тепла конвекцией. Эта задача относится уже к нелинейной теории, рассматриваемой в следующем параграфе. Заметим, что все расчеты пока производились для однородной среды в пренебрежении сжимаемостью и поэтому их результаты не могут непосредственно применяться в астрофизических задачах.

§ 4. Турбулентная конвекция и перенос энергии конвекцией

При $Re \gg 1$ конвекция является турбулентной. Это означает, что величины, характеризующие состояние газа, v , p , ρ , T флуктуируют около своих средних значений. Поэтому, например, для температуры T можно написать

$$T(x, y, z; t) = \bar{T}(z, t) + \vartheta(x, y, z; t), \quad (3.159)$$

где

$$\langle \vartheta(x, y, z; t) \rangle = 0$$

и среднее берется по всей горизонтальной плоскости. Система уравнений турбулентной конвекции получается путем осреднения уравнения Навье — Стокса и уравнения теплопроводности. Для однородного слоя несжимаемой жидкости толщины d при постоянном значении g эта система имеет вид (Спигел (1967))

$$\frac{\partial v}{\partial t} - \nu \nabla^2 v - g\beta\vartheta + \nabla \frac{p - \langle p \rangle}{\langle \rho \rangle} = - (v\nabla)v + \langle (v\nabla)v \rangle, \quad (3.160)$$

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} - \chi_T \nabla^2 \vartheta - \langle \Delta \nabla T \cdot v_z \rangle = - (v\nabla)\vartheta + \langle (v\nabla)\vartheta \rangle, \quad (3.161)$$

$$\frac{d p}{d z} = - g\beta \langle \rho \Delta \nabla T \rangle - \langle \rho \rangle \frac{\partial v_z^2}{\partial z}, \quad (3.162)$$

$$\frac{d \langle p \rangle}{d z} = - g \langle \rho \rangle, \quad (\nabla v) = 0. \quad (3.163)$$

Второе слагаемое в правой части (3.162) учитывает турбулентное давление. При получении этой системы предполагалось, что суммарный перенос количества движения через горизонтальную плоскость отсутствует. На границах слоя флуктуации температуры обращаются в нуль:

$$\vartheta|_{z=0} = \vartheta|_{z=d} = 0. \quad (3.164)$$

Среднее значение вертикальной скорости также равно нулю:

$$\langle v_z \rangle = 0. \quad (3.165)$$

На свободных границах вертикальная компонента скорости обращается в нуль и должны отсутствовать касательные напряжения. Таким путем задаются граничные условия и задача может быть решена численно.

Как обычно бывает при усреднении, в результате присутствия нелинейных членов в уравнениях появились новые неизвестные $\langle (v\nabla)v \rangle$, $\langle (v\nabla)\vartheta \rangle$. Для решения системы нужны замыкающие ее уравнения. Их можно получить на основе различных гипотез, как в обычной теории турбулентности. Наиболее простым способом замыкания системы является введение длины перемешивания l . Тогда можно написать

$$-(v\nabla)v + \langle (v\nabla)v \rangle = \frac{u}{l/2} u, \quad (3.166)$$

$$-(v\nabla)\vartheta + \langle (v\nabla)\vartheta \rangle = \frac{u}{l/2} \vartheta, \quad (3.167)$$

где u определяется по (3.5).

Величина \bar{T} должна быть при решении системы известной, так же как и величина сверхадиабатического градиента. Вообще говоря, следует решать самосогласованную задачу, так как поле температуры в слое и величина $\Delta\nabla T$ зависят от характеристик конвекции. Способы приближенного решения самосогласованной задачи о конвекции в звездных оболочках рассмотрены ниже (гл. 4, § 1).

Представление о средней длине перемешивания, одинаковой для всех элементов, является чрезмерно грубым и может привести к большой погрешности в результатах вычисления при ее помощи потока энергии, переносимого конвекцией. При турбулентной конвекции тепло переносится взаимодействующими элементами различных масштабов l . Каждому волновому числу $k = 2\pi/l$ соответствуют свои значения скорости и теплосодержания. Учесть взаимодействие конвективных элементов пытались Леду и др. (1961), предложившие следующее уравнение для спектральной функции $E(k)$ — кинетической энергии, приходящейся на единичный интервал волновых чисел:

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma - \gamma}{\Gamma\gamma} \frac{g^2\mu}{\chi_T R^* T} \int_{k_0}^k E(k') \frac{dk'}{k'^2} = 2\nu \int_{k_0}^{\infty} E(k') k'^2 dk' + \\ + 2\zeta_0 \int_{k_0}^k E(k') k'^2 dk' \int_{k_0}^{\infty} \sqrt{\frac{E(k')}{k'^3}} dk'. \end{aligned} \quad (3.168)$$

Здесь в левой части стоит выражение, описывающее приток кинетической энергии к турбулентным вихрям за

счет работы силы плавучести, т. е. в результате конвекции. В правой части вторым слагаемым учитывается обмен кинетической энергии между вихрями различных масштабов (член $W(k)$ в (3.54) в форме, предложенной Гейзенбергом), а другим слагаемым учитывается вязкая диссипация. Основному масштабу турбулентности соответствует волновое число $k_0 = \pi/d$, где d — толщина слоя. Постоянная ζ_0 — свободный параметр — порядка единицы. Путем сведения (3.168) к дифференциальному уравнению и решения последнего найдено следующее выражение для $E(k)$:

$$\begin{aligned} E(k) &\sim \left(\frac{k_0}{k}\right)^7, & 1 \leq \frac{k}{k_0} \leq 1,25, \\ E(k) &\sim \left(\frac{k_0}{k}\right)^{5/3}, & \frac{k_0}{k} \geq 1,25. \end{aligned} \quad (3.169)$$

Таким образом, оказалось, что спектр очень быстро спадает при k , близких к k_0 , а при достаточно больших k — спектр колмогоровский. Это означает, что преобладающая доля кинетической энергии сосредоточена в больших вихрях, а вихрям меньших масштабов передается лишь немного энергии, которая затем переходит через иерархию вихрей и в конечном счете диссипирует.

В работе С. А. Каплана (1963) к уравнению (3.168) было добавлено уравнение, определяющее спектр магнитной энергии, содержащейся в вихрях различных масштабов. Учет магнитной энергии не сказывается существенно на выводе о том, что кинетическая энергия сосредоточена преимущественно в больших вихрях.

Величина потока энергии, переносимой конвекцией, в расчете на единицу объема записывается в виде

$$F_{\text{конв}} = c_P \langle \rho v_z \vartheta \rangle. \quad (3.170)$$

Конвективный поток можно найти, решив систему (3.160) — (3.163). Однако для звезд подобные вычисления весьма трудоемки. Часто, используя приближение длины перемешивания, вместо (3.170) применяют выражение

$$F_{\text{конв}} = c_P \langle \rho \rangle \langle v_z \rangle T', \quad (3.171)$$

где

$$T' = \Delta \nabla T \cdot \frac{h}{2}. \quad (3.172)$$

Здесь h — среднее расстояние, проходимое элементом по вертикали. Средняя скорость движения элемента в этом направлении находится по его средней кинетической энергии, создаваемой работой сил плавучести на среднем пути $h/2$:

$$\frac{g}{2} \frac{\Delta \nabla T}{T} \left(\frac{h}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} \langle v_z \rangle^2. \quad (3.173)$$

При посредстве (3.172) и (3.173) из (3.171) находим

$$F_{\text{конв}} = \frac{c_P \langle \rho \rangle}{4} \sqrt{\frac{g}{T}} (\Delta \nabla T)^{3/2} h^2. \quad (3.174)$$

Для величины h принимают то же значение, что и для d (формула (3.143)), или считают ее пропорциональной шкале высот по плотности.

Формула (3.174) дает неплохие результаты при применении ее для вычисления конвективного потока в тех областях звезды, где $\Delta \nabla T \ll T$ и движение элемента происходит при условиях, близких к адиабатическим.

Более точное выражение для $F_{\text{конв}}$ получается, если отказаться от предположения об одинаковой роли конвективных элементов различных масштабов в переносе тепла. Используя, например, результаты расчета спектра турбулентной конвекции (Леду и др. (1961)), можно путем усреднения величины $\frac{E(k)}{k^2} \Delta \nabla T$ по всем волновым числам получить

$$F_{\text{конв}} = \frac{g^2 \beta^2 R^* \langle \rho \rangle}{16 \pi^2 \chi_{T\mu}} (\Delta \nabla T)^3 \frac{1}{k_0^7}. \quad (3.175)$$

Из полученного выражения видно, в частности, что самыми эффективными в отношении переноса тепла являются элементы наибольших масштабов.

При всем несовершенстве теории длины перемешивания ею приходится пользоваться при расчетах конвекции не только во внутренних, близких к центру слоях звезды, но и во внешних конвективных зонах, где на движении элемента сильно сказывается неадиабатичность. Следует иметь в виду, что в феноменологической теории длина перемешивания для разных величин — скорости, плотности, температуры, — не одинакова. Она характеризует про-

странственный масштаб изменений соответствующего динамического параметра. Под величиной l часто подразумевают характерный размер конвективного элемента. Как было отмечено выше, тепло переносится главным образом элементами с масштабами, близкими к основному, который в случае звезд порядка высоты однородной атмосферы. Поэтому такое определение длины перемешивания физически оправдано. Элементы малых масштабов в теории турбулентной конвекции, использующей понятие длины перемешивания, представляют лишь фактор, подавляющий крупномасштабные движения. Однако вблизи внешней границы — поверхности звезды — их роль в переносе тепловой энергии может быть значительной.

Недостаточность теории длины перемешивания проявляется, в частности, в невозможности объяснения на ее основе существования крупномасштабных турбулентных элементов вблизи поверхности звезды. Наблюдения сверхгранул демонстрируют существование таких движений, которые могут приводить к значительным динамическим эффектам (Нойес (1967), Симон и Вейсс (1968)).

Одним из главных недостатков ряда приближенных теорий, основывающихся на понятии длины перемешивания, например, широко применяемой теории Бём-Витензе (см. гл. 5, § 1), является их локальность. Это означает, что при расчетах используется одинаковое значение термодинамической величины (плотности, давления, температуры) во всем пространстве, занятом элементом, и не учитывается ее изменение во внешней среде, граничащей с элементом. Поскольку размер элементов по высоте велик — порядка высоты однородной атмосферы — параметры, определяющие состояние газа в нем, могут значительно меняться с высотой.

Среди попыток развития нелокальной теории турбулентной конвекции, использующей понятие длины перемешивания, следует отметить так называемую «обобщенную теорию длины перемешивания» (Спигел (1963)). В ней записывается такое уравнение для интенсивности конвективного потока $I_{\text{конв}}$ в направлении $\varphi = \arccos \mu$:

$$\mu \frac{dI_{\text{конв}}}{ds} = I_{\text{конв}} - S_c, \quad (3.176)$$

где S_c — функция источника, а величина s связана с геометрической глубиной z следующим образом:

$$l ds = dz. \quad (3.177)$$

Здесь l — длина перемешивания, задаваемая произвольно. При помощи (3.176) можно корректно рассчитать конвективный поток, если величина l выбрана надлежащим образом. Однако такой выбор является очень трудным делом.

Нелокальность частично учитывается в теории Парсонаса (1969) предположением о переменности сверхадиабатического градиента при вычислении скорости восходящего движения, определяемой вместо (3.173) выражением

$$v_1^2 = \frac{4}{\nu} \int_{-l/2}^{l/2} g \frac{Q_p}{\mathcal{H}} \Delta \tilde{\nabla} T \left(\frac{l}{2} - |z| \right) dz, \quad (3.178)$$

где $\Delta \tilde{\nabla} T$ — разность логарифмических градиентов температуры в среде и элементе, ν — коэффициент вязкости, \mathcal{H} — высота однородной атмосферы и

$$Q_p = - \left(\frac{\partial \ln \rho}{\partial \ln T} \right)_p. \quad (3.179)$$

Более полно влияние нелокальности учтено в теории Ульриха (1970), принявшего, что не только скорость, но и величина конвективного потока зависит от глубины. Конвективные элементы представляются при этом в форме так называемых вихрей Хилла («термиков»), каждому из которых соответствует скорость U , избыток энергии на единицу массы Φ' и избыток температуры T' . Рассматривается ансамбль «термиков», появляющихся и исчезающих на разных уровнях, и в результате получены уравнения, определяющие изменение U , Φ' и T' с высотой в слое, причем в них учтено изменение состояния газа в «термике» с глубиной и обмен энергией и массой с окружающей средой. При посредстве этих уравнений удастся найти конвективный поток и усредненное по высоте атмосферы значение $\langle U^2 \rangle$.

В работе Нордлунда (1974) предложена модификация метода Ульриха и выяснен физический смысл многих предположений, сделанных при разработке этого мето-

да. В частности, установлено, что относительная роль конвекции в переносе энергии определяется скоростью высвечивания конвективных элементов. Скорости «термиков» зависят от характера перехода их кинетической энергии в энергию турбулентного движения. Длина перемешивания в нелокальной теории характеризует не масштаб расстояния, проходимого «термиком», как принимается в обычных локальных теориях, а скорость турбулентного рассеяния тепловой и кинетической энергии «термика».

Важным обстоятельством, следующим из нелокальной теории конвекции, оказывается отсутствие симметрии между поднимающимися и опускающимися потоками газа. Эта асимметрия вызвана сильной зависимостью высвечивания и теплоемкости от температуры. Поэтому необходима разработка более точного варианта теории, где асимметрия потоков будет учтена. Эффекты, обусловленные асимметрией, являются особенно важными во внешних областях звезды, где велика роль высвечивания конвективных элементов.

§ 5. Тепловая неустойчивость

Конденсация диффузной среды под действием гравитационной неустойчивости возможна лишь в достаточно больших объемах. Вместе с тем в астрофизике часто приходится встречаться с конденсациями малой массы, происхождение которых не может быть объяснено самогравитацией, например, уплотнения в планетарных туманностях, протуберанцы и др. Во многих случаях образование конденсаций связывают с тепловой неустойчивостью. Она возникает, например, в среде, у которой сжатие объема приводит к увеличению теплотери. В астрофизических условиях чаще всего потеря энергии газом происходит путем излучения, обусловленного столкновениями атомов. Поэтому потери энергии пропорциональны квадрату плотности. При малом возмущении (возрастание ρ в некотором объеме) температура в нем становится меньше, чем в окружающей среде, давлением которой этот объем будет сжиматься. Сжатие должно продолжаться до тех пор, пока внешнее давление не уравнивается давлением в данном объеме.

Обстоятельное исследование условий тепловой неустойчивости и критерий ее для разных случаев — однородной среды, наличия вращения, присутствия магнитного поля, неоднородностей и т. п. — проведено Филдом (1965). Рассмотрим, следуя этой работе, тепловую неустойчивость однородной среды, плотность которой ρ_0 и температура T_0 .

Пусть функция $-\mathcal{L}(\rho_0, T_0)$ означает разность между количеством приходящего в объем тепла \mathcal{L}^+ и его оттоком \mathcal{L}^- (рассчитанную на единичную массу):

$$-\mathcal{L}(\rho_0, T_0) = \mathcal{L}^+ - \mathcal{L}^- \quad (3.180)$$

Уравнение равновесия записывается в виде

$$\mathcal{L}(\rho_0, T_0) = 0. \quad (3.181)$$

Будем считать скорость роста неустойчивости не очень большой, так чтобы во всем объеме давление p успевало выравниваться. Если при возмущении ρ и T значение p не меняется, то тепловая неустойчивость идеального газа возможна лишь при условии

$$\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T}\right)_p = \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T}\right)_\rho - \frac{\rho_0}{T_0} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \rho}\right)_T < 0, \quad (3.182)$$

которое означает возрастание потерь тепла при увеличении температуры. Отметим сходство этого условия с критерием неустойчивости звуковых волн

$$\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T}\right)_s < 0. \quad (3.183)$$

При выполнении (3.183) амплитуда волны растет — энергия втекает в область сжатия.

Изучать тепловую неустойчивость можно обычным методом малых возмущений, линеаризуя систему уравнений неразрывности, движения и энергии среды при учете получения и потери тепла. Уравнение энергии записывается следующим образом:

$$\frac{1}{\gamma-1} \left[\frac{\partial p}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) p \right] - \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{\rho} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \rho \right] + \rho \mathcal{L} - \nabla (\kappa_T \nabla T) = 0, \quad (3.184)$$

где κ_T — коэффициент теплопроводности. Ионизационная энергия в (3.184) не учитывается.

В предположении, что возмущения величин v , p , ρ , T пропорциональны $\exp\{i(kr + nt)\}$, и принимая во внимание (3.181), можно получить линеаризованную систему уравнений и из нее следующее характеристическое уравнение:

$$n^3 + n^2c \left(k_T + \frac{k^2}{k_K} \right) + nc^2k^2 + \frac{c^3k^2}{\gamma} \left(k_T - k_\rho + \frac{k^2}{k_K} \right) = 0, \quad (3.185)$$

в котором

$$k_\rho = \frac{\mu(\gamma - 1)\rho_0 \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \rho} \right)_T}{R^*cT_0}, \quad k_T = \frac{\mu(\gamma - 1) \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T} \right)_\rho}{R^*c},$$

$$k_K = \frac{R^*c\rho_0}{\mu(\gamma - 1)\kappa_T}. \quad (3.186)$$

Величины k_ρ и k_T представляют собой волновые числа для волн, распространяющихся со скоростью c , частоты которых численно равны скорости роста изохорических и изотермических возмущений соответственно. Исследование соотношений (3.186) приводит к условиям неустойчивости. В изобарическом случае условие неустойчивости (3.182) соответствует конденсациям. В изэнтропическом случае получается критерий (3.183), соответствующий звуковым волнам. Теплопроводность выравнивает температуру и тем самым стабилизирует газ.

Инкремент роста конденсаций определяется формулой

$$n = - \frac{-(\gamma - 1)\mu \left[T_0 \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T} \right)_\rho - \rho \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \rho} \right)_T \right]}{\gamma R^* T_0}. \quad (3.187)$$

При наличии магнитного поля \mathbf{H}_0 получают две дополнительные моды, соответствующие альвеновским волнам, которые, как известно, распространяются вдоль поля. Когда $k \parallel \mathbf{H}_0$, на конденсационной моде поле не сказывается, но при $k \perp \mathbf{H}_0$ возникает неустойчивость. Она связана с тем, что газовое давление в разреженных областях становится достаточно большим, чтобы преодолеть увеличивающееся магнитное давление в сжимающейся области.

Критерий неустойчивости при конденсации в поперечном поле ($k \perp \mathbf{H}_0$) имеет вид

$$T_0 \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T} \right)_\rho - \left(1 + \frac{\gamma a^2}{c^2} \right) \rho_0 \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \rho} \right)_T < 0. \quad (3.188)$$

Критерий тепловой неустойчивости самогравитирующей среды получается тем же методом малых возмущений (Манфруа (1971)). При этом в уравнение движения добавляется член, соответствующий тяготению ($-\rho \nabla \varphi_g$), и к системе присоединяется уравнение Пуассона. Достаточное условие тепловой неустойчивости в этом случае имеет вид

$$\frac{k_\rho}{k} > \left(1 - \gamma \frac{k_G^2}{k^2} \right) \left(\frac{k_T}{k} + \frac{k}{k_K} \right), \quad (3.189)$$

где

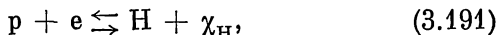
$$k_G^2 = \frac{4\pi G \rho}{c^2}. \quad (3.190)$$

Для возмущений с достаточно большой длиной волны (малым k) всегда имеет место тепловая неустойчивость. Этот вывод указывает на большую роль гравитации. Тепловая неустойчивость уменьшает длину критической джинсовской волны $\lambda_{\text{крит}}$ в $\gamma^{1/2}$ раз. Если $\lambda < \lambda_{\text{крит}} \gamma^{-1/2}$, то гравитация не играет роли и имеет место только тепловая неустойчивость.

Теплопотери в среде сильно зависят от состояния ионизации. Степень ионизации меняется при конденсации и это сказывается на форме функции $\mathcal{L}(\rho, T)$, а значит, и на устойчивости. Помимо этого, скорость охлаждения сильно зависит от химического состава газа. При условии, что в газе возможны химические реакции, его химический состав меняется в ходе конденсации, так как изменяется скорость реакций. Влияние обоих факторов — изменения ионизации и химического состава — на тепловую неустойчивость было исследовано Ионеемой (1973). В этом случае получается характеристическое уравнение четвертой степени относительно n , так как в уравнении состояния, также линеаризуемом, учитывается изменение молекулярного веса μ . Входящие в коэффициенты уравнения величины $\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \rho} \right)_T$ и $\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T} \right)_\rho$ зависят от химического состава

ва газа и характера химических реакций. В рассматриваемом случае, помимо трех неустойчивых мод, указанных Филдом (1965), появляется четвертая, названная «химической».

Обозначим разность между скоростью рекомбинации и скоростью ионизации через X . Если рекомбинация обусловлена парными столкновениями, то $\frac{\partial X}{\partial \rho} \geq 0$. Поскольку охлаждение происходит путем излучения, вызываемого возбуждением атомов столкновениями, то $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \rho} > 0$. Для реакций вида



соответствующих рекомбинации и ионизации в чисто водородной плазме при условии ее нагрева космическими лучами, \mathcal{L} и X представляются в таком виде:

$$\mathcal{L} = Kn_e x^2 \rho k T^{-1/2} - \text{const}, \quad (3.192)$$

$$X = Kn_e x^2 \rho T^{-3/2} e^{\chi_H/kT} E_1(\chi_H/kT) - \\ - In_e x (1-x) \frac{k}{\chi_H} T^{1/2} e^{-\chi_H/kT}, \quad (3.193)$$

где x — степень ионизации, K и I — постоянные. При посредстве этих выражений из решения характеристического уравнения получен критерий тепловой (рекомбинационной) неустойчивости:

$$\frac{\chi_H}{kT} < \frac{3(1+x)}{2(2+x)(1-x)} - 1. \quad (3.194)$$

Таким образом, газ, состоящий из ионизованных атомов водорода, неустойчив при $x \geq 0,9$, что соответствует температурам $T \geq 17\,500$ °К. Указанная величина представляет нижний предел температур, при которых газ с постоянным притоком тепла, охлаждающийся вследствие свободно-свободных переходов, неустойчив. Таким же оказывается граничное для неустойчивости значение температуры, если в охлаждении играют роль и свободно-связанные переходы, причем ионизация обусловлена столкновениями. Конденсация происходит в том случае, когда длина волны возмущения меньше длины свободного пробега L_c кванта в среде (т. е. оптическая толщина конденсации для этого излучения меньше единицы).

Другие реакции, в частности, образование молекул и аккреция молекул пылинками, могут оказать существенное влияние на тепловую неустойчивость межзвездного газа.

Характер неустойчивости в стратифицированной среде, находящейся в поле тяготения, иной, чем в однородной среде. Различие объясняется существованием градиента давления, уравнивающего тяготение. В общем виде исследование тепловой неустойчивости среды, находящейся в поле тяготения, провести затруднительно, так как одновременное выполнение условий гидростатического и теплового равновесий возможно лишь при специальной форме функции $\mathcal{L}(\rho, T)$. Филд (1965) рассмотрел частный случай, когда \mathcal{L} имеет вид

$$\mathcal{L} = \rho (c_1 T^N - c_2), \quad (3.195)$$

где N , c_1 , c_2 — положительные константы. Для устойчивости однородной среды необходимо, чтобы вариации температуры уравнивали изменения плотности. В стратифицированном действии тяготения газе температурные вариации не обязательны, так как изменения давления могут уравниваться тяготением. Поэтому в последнем случае возможна неустойчивость даже при сильной теплопроводности. Она проявляется или в общем сжатии или в расширении всего объема газа. В использованных Филдом уравнениях движения опущены члены, описывающие ускорение в вертикальном направлении; им также не рассматривались моды, соответствующие горизонтальным движениям. Тем самым исключалась возможность конвективных движений. Впоследствии Дефу (1970) показал, что в слое газа, находящемся в поле тяготения, тепловая неустойчивость приводит к конвективной неустойчивости независимо от величины градиента температуры. При учете этого обстоятельства можно уточнить критерий Шварцшильда (3.130). Рассмотрим этот вопрос подробнее.

Пусть некоторый объем («пакет») газа характеризуется значениями термодинамических величин ρ^* , T^* , p^* , а значения соответствующих величин в окружающей среде ρ , T , p . При $p^* = p$ уравнение состояния газа дает

$$\frac{\rho^* - \rho}{\rho} + \frac{T^* - T}{T} = 0. \quad (3.196)$$

Из уравнения энергии для пакета находим

$$\frac{d\rho^*}{dt} - \gamma \frac{\rho^*}{\rho} \frac{d\rho^*}{dt} + (\gamma - 1) \rho^* \mathcal{L}(\rho^*, T^*) = 0. \quad (3.197)$$

(Здесь d/dt означает лагранжеву производную для этого пакета.) С точностью до малых первого порядка относительно разностей $\rho^* - \rho$ и $T^* - T$ из (3.197) при учете (3.196) можно получить

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} - \gamma \frac{\rho}{\rho} \frac{d\rho^*}{dt} - \\ - (\gamma - 1) T \left[\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T} \right)_{\rho} - \frac{\rho}{T} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \rho} \right)_{T} \right] (\rho^* - \rho) = 0. \end{aligned} \quad (3.198)$$

Если скорость пакета в вертикальном направлении v_z , то

$$\frac{d\rho}{dt} = v_z \frac{d\rho}{dz}, \quad \frac{dT}{dt} = v_z \frac{dT}{dz}, \quad (3.199)$$

а уравнение движения пакета

$$\rho^* \frac{dv_z}{dt} = -(\rho^* - \rho) g. \quad (3.200)$$

Выражение (3.198) записывается с помощью уравнения состояния газа в виде

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (\rho^* - \rho) = - \frac{1}{c_p} \left[\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T} \right)_{\rho} - \frac{\rho}{T} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \rho} \right)_{T} \right] (\rho^* - \rho) + \\ + \frac{\rho}{T} \left[\frac{dT}{dz} - \left(\frac{dT}{dz} \right)_{\text{ад}} \right] v_z. \end{aligned} \quad (3.201)$$

Из (3.200) с учетом (3.201) получается уравнение

$$\begin{aligned} \frac{d^2 v_z}{dt^2} + \frac{1}{c_p} \left[\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T} \right)_{\rho} - \frac{\rho}{T} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \rho} \right)_{T} \right] \frac{\partial v_z}{\partial t} + \\ + \frac{g}{T} \left[\frac{dT}{dz} - \left(\frac{dT}{dz} \right)_{\text{ад}} \right] v_z = 0. \end{aligned} \quad (3.202)$$

Полагая

$$v_z \sim e^{nt}, \quad (3.203)$$

находим из (3.202) выражение для инкремента возмущения:

$$n = -\frac{1}{2c_p} \left[\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T} \right)_\rho - \frac{\rho}{T} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \rho} \right)_T \right] \pm \left\{ \frac{1}{4c_p^2} \left[\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T} \right)_\rho - \frac{\rho}{T} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \rho} \right)_T \right]^2 - \frac{g}{T} \left[\frac{dT}{dz} - \left(\frac{dT}{dz} \right)_{ад} \right] \right\}^{1/2}. \quad (3.204)$$

При $g = 0$ из (3.204) получается критерий тепловой неустойчивости (3.182). Если $\mathcal{L} = 0$, то соотношение (3.204) дает условие монотонного роста возмущений со временем в виде

$$-\frac{g}{T} \left[\frac{dT}{dz} - \left(\frac{dT}{dz} \right)_{ад} \right] > 0 \quad (3.205)$$

или

$$\frac{dT}{dz} < \left(\frac{dT}{dz} \right)_{ад}, \quad (3.206)$$

совпадающее с критерием Шварцшильда. Когда $\mathcal{L} = 0$ и имеет место неравенство, противоположное (3.206), то возмущение приводит к колебаниям газа в поле тяготения. Из равенства (3.204) следует, что условия (3.182) и (3.205) связаны между собой, т. е. термическая неустойчивость слоя газа может приводить к конвективной неустойчивости.

Когда имеет место неравенство

$$\frac{1}{4c_p^2} \left[\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T} \right)_\rho - \frac{\rho}{T} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \rho} \right)_T \right]^2 \geq \frac{g}{T} \left[\frac{dT}{dz} - \left(\frac{dT}{dz} \right)_{ад} \right], \quad (3.207)$$

возмущение монотонно возрастает. В противном случае смещенный пакет будет испытывать колебания с экспоненциально растущей амплитудой. При $\mathcal{L} \neq 0$ колебательная неустойчивость возможна и при условии (3.206), в отличие от адиабатического случая.

При учете диссипативных факторов — вязкости и теплопроводности — критерий тепловой неустойчивости в отношении возмущения с волновым числом k записывается

в виде

$$\frac{1}{c_p} \left[\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T} \right)_p - \frac{p}{T} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial p} \right)_T \right] < - \left(1 + \frac{v}{\chi_T} \right) \chi k^2. \quad (3.208)$$

Это выражение получено в приближении Буссинеска для плоскопараллельного слоя со свободными границами. Из (3.208) вытекает, что вязкость и теплопроводность оказывают стабилизирующее действие. Как было отмечено выше, в астрофизике обычно имеют дело со средами, для которых $v/\chi_T \ll 1$. Смысл условия (3.208) состоит в том, что при достаточно малой величине k характерное время сглаживания температурных флуктуаций теплопроводностью порядка $(\chi_T k^2)^{-1}$, т. е. больше, чем время роста возмущения, и поэтому возникает неустойчивость.

Можно показать, что условие (3.208) является (при $v = 0$) достаточным условием монотонной неустойчивости слоя газа и при его твердотельном вращении вокруг оси, перпендикулярной к слою. Оно же служит достаточным условием тепловой неустойчивости при наличии однородного магнитного поля, перпендикулярного к слою. Когда альвеновская скорость достаточно мала, доминируют колебательно-неустойчивые моды, а при большой скорости — моды, соответствующие монотонному росту неустойчивости.

Понятие тепловой неустойчивости имеет отчетливый физический смысл только в тех случаях, когда возможен отток энергии из среды. При очень большой оптической толщине слоя газа быстрый выход энергии из него невозможен. Эффекты, связанные с тем, что оптическая толщина слоя газа не мала, оценивались Дефу (1970) при использовании приближения Эддингтона. В этом приближении уравнение энергии для серой атмосферы имеет вид (Унно, Спигел (1966))

$$\rho c_v \frac{dT}{dt} - \frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = = \nabla \left\{ \frac{1}{3\bar{\kappa}\rho} \nabla \left[\frac{1}{\bar{\kappa}\rho} \left(\rho c_v \frac{dT}{dt} - \frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \right) \right] + 4\pi B \right\}, \quad (3.209)$$

где B — функция источника, $\bar{\kappa}$ — росселандово среднее. Оказывается, что для возникновения тепловой

неустойчивости достаточным является условие

$$\frac{\partial B}{\partial T} - \frac{\rho}{T} \frac{\partial B}{\partial \rho} < 0. \quad (3.210)$$

Указанное неравенство является обобщением неравенства (3.182), пригодного лишь для оптически тонкого слоя, на случай слоя большой оптической толщины.

В заключение необходимо отметить, что все сделанные выводы основаны на локальном анализе. В частности, это относится к критерию Шварцшильда. Более общий подход к проблеме конвективной неустойчивости связан с проблемой нерадиальных колебаний звезды и обсуждается в гл. 5 (§ 2).

Глава 4

ГАЗОДИНАМИКА МЕЖЗВЕЗДНОЙ СРЕДЫ

По сравнению с другими астрофизическими объектами межзвездная среда представляет лучшие возможности для наблюдения различных кинематических и структурных ее особенностей. Кроме того, физические процессы, происходящие в межзвездном газе, относительно просты. Указанные причины сделали межзвездную газодинамику одним из наиболее развитых разделов астрофизики. В последнее время многие аспекты этой, казавшейся устоявшейся, области пришлось пересмотреть в связи с обнаружением определяющей роли тепловой неустойчивости межзвездного газа. Характер тепловой неустойчивости в конкретных условиях межзвездной среды рассмотрен в первом параграфе этой главы, а особенности макроскопического движения газа и причины, определяющие движение, — во втором. Одной из таких особенностей является образование ударных волн при столкновении движущихся областей конденсированного газа. В третьем параграфе изучается структура этих волн.

Преобразованная энергия вспышек сверхновых звезд представляет собой один из важнейших факторов, поддерживающих движения межзвездной среды. Взаимодействие оболочек сверхновых звезд с межзвездным газом составляет предмет четвертого параграфа. Другим важным источником кинетической энергии в межзвездной среде является расширение областей III, окружающих горячие звезды. Динамические проблемы, связанные с областями II, обсуждаются в последнем, пятом параграфе этой главы.

§ 1. Влияние тепловой неустойчивости на структуру межзвездного газа

Физические условия в межзвездной среде определяются многими факторами. До недавнего времени считалось, что основную роль в нагреве газа играет излучение горячих звезд. Это остается справедливым для областей III, окружающих горячие звезды и занимающих около одной десятой всего объема межзвездной среды. Что же касается областей II, то представления об их энергетическом балансе и структуре в конце шестидесятих годов подверглись значительным изменениям.

Наблюдаемая структура областей нейтрального водорода детально описана Уивером (1970) и эта картина уточнена в последние годы Хейлсом (1975). Пространственное распределение газа сильно отличается от принимавшейся ранее модели хаотически движущихся облаков. Однако можно употреблять понятие облака как области повышенной концентрации газа. Содержание n_{H} атомов водорода в облаках составляет $5-10 \text{ см}^{-3}$, а в межоблачном пространстве оно на два порядка меньше.

Данные радионаблюдений межзвездной среды и межзвездной поляризации излучения звезд не соответствуют проводившимся в 50—60 годах расчетам. Эти расчеты, выполнявшиеся в предположении, что газ в областях II нагревается излучением с длиной волны $\lambda > 912 \text{ \AA}$, приводили к значениям температуры $20-25 \text{ }^\circ\text{K}$.

По наблюдениям на длине волны $\lambda = 21 \text{ см}$ средняя температура межзвездного газа порядка $100 \text{ }^\circ\text{K}$, причем для согласия с наблюдениями отдельных облаков, где она равна $30-60 \text{ }^\circ\text{K}$, нужно предположить, что между облаками находится гораздо более горячий газ с $T > 10^3 \text{ }^\circ\text{K}$. Для того чтобы нагреть межоблачный газ до таких температур, необходим какой-то источник энергии. В качестве фактора, приводящего к нагреву, предполагаются космические лучи.

Возможны и другие источники нагрева межзвездной среды — столкновения облаков (см. § 3), расширение областей II (§ 5). Роль последнего из них некоторые авторы считают преобладающей (Лайоп (1976)). Все же наиболее распространенным является мнение о том, что

основным источником нагрева межзвездного газа служит энергия космических лучей.

Нагревание газа должно сопровождаться повышением степени ионизации в нем. По наблюдаемому вращению плоскости поляризации, а также по наблюдаемой «размытости» радиоимпульсов пульсаров среднее значение концентрации свободных электронов в межзвездном пространстве $n_e \geq 0,03 \text{ см}^{-3}$. Данные внеатмосферных наблюдений заставляют предполагать, что эта величина определяется главным образом содержанием свободных электронов в зонах H II (Элмергрин (1976)). Тем не менее и в межоблачном пространстве степень ионизации водорода должна быть высокой по сравнению с ионизацией в облаках.

Расчет ионизации межзвездного газа космическими лучами оказывается сложной задачей главным образом из-за недостаточности сведений о мягком космическом излучении, которое в этих процессах должно играть определяющую роль. Наблюдаемыми являются лишь космические лучи большой энергии ($\geq 100 \text{ Мэв}$), доходящие до поверхности Земли без заметной модуляции солнечным ветром. Ионизирующая способность их невелика. Поэтому необходимо делать некоторые предположения об энергетическом спектре космических лучей в межзвездном пространстве.

В предположении о том, что ионизация производится мягкой компонентой космических лучей с полной плотностью энергии $1 \text{ эв} \cdot \text{см}^{-3}$, С. Б. Пикельнер (1967) рассчитал ионизацию межзвездного газа и его равновесную температуру, соответствующую условию

$$\mathcal{L}^+ - \mathcal{L}^- = 0, \quad (4.1)$$

где \mathcal{L}^+ — приток энергии в газ от космических лучей, а \mathcal{L}^- — потери на охлаждение (в $\text{эрг} \cdot \text{см}^{-3} \cdot \text{сек}^{-1}$). В качестве факторов, приводящих к охлаждению газа, учитывались возбуждение C^+ , Si^+ , Fe^+ , O, N, H. Уравнение (4.1) приводится к виду

$$\frac{\mathcal{L}^-}{n_{\text{H}} n_e} = \frac{1}{35} \frac{q}{n_e} \left(13 + \frac{6,5}{\alpha'(T) \cdot 1,6 \cdot 10^{-12}} \frac{q}{n_e} \right), \quad (4.2)$$

где q — общая потеря энергии космическими лучами на ионизацию (в $\text{эрг} \cdot \text{сек}^{-1}$), рассчитанная на один атом водо-

рода, и $\alpha'(T)$ — суммарный коэффициент рекомбинации водорода на все уровни, кроме первого. Значения констант в (4.2) получены для обычного космического содержания элементов. Величина $\frac{\mathcal{L}^-}{n_{\text{H}} n_{\text{e}}}$, зависящая только от

T и химического состава, быстро возрастает при $T > 5000$ °К, а при $T < 10^3$ °К уменьшается.

Поставлять свободные электроны могут и атомы гелия. При учете этого обстоятельства и при условии, что $n_{\text{He}} \approx 0,1 n_{\text{H}}$, ионизационное равновесие водорода определяется уравнением

$$1,6 \cdot 10^{-12} n_{\text{e}}^2 \alpha'(T) = \frac{1,38}{35} q n_{\text{H}}. \quad (4.3)$$

Если $q = \text{const}$, соотношения (4.2) и (4.3) дают величину T в зависимости от n_{H} . При $n_{\text{H}} = 2-10 \text{ см}^{-3}$ $T = 60-100$ °К, а для $n_{\text{H}} \approx 0,1 \text{ см}^{-3}$ значение $T \approx 5000$ °К. Первые величины характерны для условий в облаках, а вторые — в межоблачном пространстве.

Для $T \approx 5000$ °К произведение $n_{\text{H}} T$ (пропорциональное газовому давлению) достигает максимума. С увеличением n_{H} давление падает и, достигнув минимума при $T \approx 400$ °К, $n_{\text{H}} \approx 0,3$, снова повышается. Когда $n_{\text{H}} = 2-4$, то давление такое же, как при $n_{\text{H}} \approx 0,1$. Таким образом, облака и межоблачная среда представляют устойчивые состояния газа, а при промежуточных значениях n_{H} газ термически неустойчив. Этот вывод подтвердил сделанное ранее предположение Филда (1962) об образовании конденсаций в межзвездном газе в результате его тепловой неустойчивости.

Указанная идея о происхождении конденсаций в межзвездном газе получила дальнейшее развитие в ряде работ.

Более точное вычисление функции \mathcal{L}^+ , определяющей нагрев газа космическими лучами, выполнено Голдсмитом, Хабингом и Филдом (1969). Ввиду неопределенности данных о космическом излучении приходится вводить параметры, которые можно определить путем сравнения теории с наблюдениями. Нагрев газа определяется параметром ζ , определяемым как число ионизаций космическими лучами всех атомов и ионов на единицу объема за единицу времени.

Величина \mathcal{L}^+ представляется как сумма соответствующих функций для электронов и ионов:

$$\mathcal{L}_e^+ = 4,6 \cdot 10^{-10} n_e \zeta \text{ эрг} \cdot \text{см}^{-3} \cdot \text{сек}^{-1} \quad (4.4)$$

(при энергии космических лучей $E = 2 \text{ Мэв}$),

$$\mathcal{L}_1^+ = n'_e [3,2 \cdot 10^{-19} n(\text{H I}) + 4,1 \cdot 10^{-17} n_e] \text{ эрг} \cdot \text{см}^{-3} \cdot \text{сек}^{-1}, \quad (4.5)$$

где n'_e — концентрация сверхтепловых электронов, возникающих при непосредственной ионизации атомов космическими лучами.

Величина \mathcal{L}^- была рассчитана при учете более новых данных о сечениях столкновений, приводящих к охлаждению газа. Наряду с уравнением теплового равновесия (4.1) решались и уравнения ионизационного равновесия. Ионизация водорода определяется уравнением

$$n(\text{H I}) [\zeta(\text{H I}) + n_e \langle \sigma_i v \rangle + n'_e \sigma'_i v'] - \alpha n_{\text{H}}^+ n_e = 0, \quad (4.6)$$

где первый член в квадратных скобках соответствует непосредственной ионизации космическим излучением, второй — ионизации тепловыми и третий — ионизации сверхтепловыми электронами. Аналогичные уравнения записываются для He и He⁺.

Решение уравнений продемонстрировало быстрое уменьшение температуры для $n_0 > 0,21 \text{ см}^{-3}$ ($n_0 = n_{\text{H I}} + n_{\text{He I}} + n_{\text{He II}}$) и присутствие в соответствии с этим провала на кривой $p(n_0)$ (см. рис. 9, а, нижняя сплошная кривая). Поэтому возможно существование двух разных конфигураций с одинаковым давлением, как и предполагалось ранее. Особенности кривой $p(n_0)$ обусловлены изменением способности газа к охлаждению с температурой. Что касается неопределенности в определении величины ζ , то она не влияет на характер кривой, поскольку при изменении ее значения в a раз температура, соответствующая n_0 , будет соответствовать $a n_0$. При плотности энергии космических лучей $6 \cdot 10^{-14} \text{ эрг} \cdot \text{см}^{-3}$ (для энергии протонов в 2 Мэв) величина $\zeta = 4 \cdot 10^{-16} \text{ сек}^{-1}$.

В качестве возможного источника нагрева межзвездного газа в областях H I ряд авторов рассматривали также энергию мягкого рентгеновского излучения (Силк и Вернер (1969), Хабинг и Голдсмит (1971), Н. Ф. Бочкарев (1972)). В последних двух работах учтен каскадный

процесс потери энергии первичными нетепловыми электронами, получаемыми при ионизации рентгеновским излучением и космическими лучами. Хабинг и Голдсмит рассчитали этот процесс при помощи уравнения Больцмана, записываемого в виде

$$S_p(E) + \left[\frac{\partial n^{(1)}}{\partial t} \right]_{\text{неупр}} + \left[\frac{\partial n^{(1)}}{\partial t} \right]_{\text{упр. тепл.}} = 0, \quad (4.7)$$

где $S_p(E)$ — функция, определяемая процессами первичной ионизации и дающая распределение первичных электронов

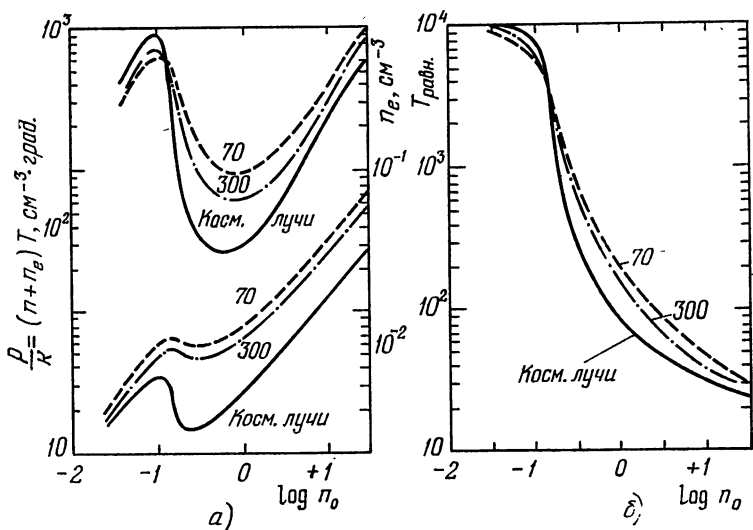


Рис. 9. Равновесные значения давления и электронной концентрации (а) и температуры (б) в зависимости от концентрации частиц; пунктиром обозначены кривые, соответствующие ионизации рентгеновским излучением (цифры означают энергию), сплошные кривые — ионизация космическими лучами (Хабинг, Голдсмит (1971)).

по энергии. Член $\left[\frac{\partial n^{(1)}}{\partial t} \right]_{\text{неупр}}$ учитывает неупругие столкновения нетепловых электронов и член $\left[\frac{\partial n^{(1)}}{\partial t} \right]_{\text{упр. тепл.}}$ — упругие столкновения между тепловыми и нетепловыми электронами. Уравнение (4.7) решалось методом Монте-Карло. Расчеты степени ионизации водорода в обе

работах дали сходные результаты. На рис. 9 приведены равновесные значения давления, электронной концентрации и температуры в зависимости от концентрации частиц для случаев ионизации космическими лучами и рентгеновским излучением. По форме кривые для обоих случаев близки. Равновесие между холодными плотными облаками и горячей разреженной межзвездной средой достигается в первом случае при $T = 6700$ °К, а во втором — при 5500 °К. Последнее значение находится в лучшем согласии с данными наблюдений, приводимыми в работе Филда, Голдсмита, Хабинга (1969). В настоящее время трудно сделать решающий выбор между двумя возможностями из-за отмеченной выше неопределенности в принимаемой величине потока космических лучей, но, по-видимому, роль космических лучей в нагреве газа значительнее.

Среди других источников нагрева и ионизации среды необходимо отметить коротковолновое излучение звезд и выделение энергии при столкновениях облаков. Так как излучение звезд может нагреть газ лишь до $20-25^\circ$, а нагрев космическими лучами дает более высокие температуры, то, если учесть зависимость охлаждающих факторов от T , действие излучения звезд на температуру газа и его ионизацию получается пренебрежимо малым. О нагреве газа при столкновениях облаков подробно говорится ниже (§ 2).

Все сделанные расчеты показывают, что в областях HI возможно существование газа в двух устойчивых фазах — плотные холодные облака и разреженный горячий межоблачный газ. При промежуточных значениях плотности в газе возникает тепловая неустойчивость. Параметры двухфазной модели межзвездной среды приводятся в табл. 3, взятой из обзора С. А. Каплана и С. Б. Пикельнера (1974).

Таким образом, при сжатии газа до такой степени, что $3 \cdot 10^2 < nT$, происходит его частичная конденсация в облака, тогда как остальной газ переходит в разреженную фазу. Сжатие газа до такого давления в спиральных рукавах Галактики объясняется действием ударных волн, создаваемых волнами плотности (см. С. А. Каплан и С. Б. Пикельнер (1974)). Характерное время развития неустойчивости определяется формулой (3.187). При значении

Таблица 3

Объект	Давление $p/k = nT, \text{ см}^{-3} \cdot \text{град}$	Плотность $n, \text{ см}^{-3}$
Разреженная среда Межоблачная среда Облака Плотные облака	$3 \cdot 10^2 \lesssim nT < 1,5 \cdot 10^3$ — $\geq 1,5 \cdot 10^3$	$2,5 \cdot 10^{-2} \lesssim n < 0,2$ $1 \lesssim n \lesssim 50$ ≥ 50
Объект	Температура $T, \text{ }^\circ\text{К}$	Состояние
Разреженная среда Межоблачная среда Облака Плотные облака	$1,2 \cdot 10^4$ $7,5 \cdot 10^3 < T < 1,2 \cdot 10^4$ — < 30	Устойчивое Неустойчивое — Устойчивое

\mathcal{L} , получаемом, как указано выше, оно порядка 10^6 — 10^7 лет. Это время меньше, чем время между столкновениями облаков.

Равенство давлений между конденсированной и разреженной фазами еще не означает полного равновесия. Должен существовать поток тепла от горячего газа к холодному, который может приводить к фазовым превращениям — испарению или конденсации на границе облака. Это явление, впервые изученное Я. Б. Зельдовичем и С. Б. Пикельнером (1969) для одномерной модели, было затем детально исследовано в работе Грема и Ленджера (1973), результаты которой здесь приводятся.

При вычислениях сделано предположение, что в межзвездной среде осуществляется детальное равновесие, т. е. каждая флуктуация в давлении, обусловленная испарением, уравнивается процессом конденсации. Это позволяет из условия максимума удельной энтропии s оценить долю объема газа x , приходящуюся на конденсации.

Пусть n_1, s_1 — концентрация частиц и удельная энтропия для разреженной фазы, а n_2 и s_2 — соответствующие величины для конденсированного газа. Обозначая

$$s = n_1 s_1 x + n_2 s_2 (1 - x), \quad (4.8)$$

$$\bar{n} = n_1 x + (1 - x) n_2 \quad (4.9)$$

и считая \bar{n} постоянным, из условия $\partial s/\partial p = 0$ и выражения для энтропии идеального газа

$$s = -\frac{5}{2}kn \ln n + \frac{3}{2}kn \ln p + nC, \quad (4.10)$$

где C — энтропийная константа, можно оценить x в зависимости от p . При $p/k = 10^3 - 1,5 \cdot 10^3$ град·см⁻³ получается, что $x = 0,03 - 0,04$, что согласуется с имеющимися оценками доли объема, занимаемого облаками (5—10% всего объема среды).

Система газодинамических уравнений, определяющих движение границы облака в результате конденсации или испарения, записывается в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho v) = 0, \quad (4.11)$$

$$\rho \left[\frac{\partial v}{\partial t} + (v \nabla) v \right] = -\nabla p, \quad (4.12)$$

$$\rho T \left[\frac{\partial s}{\partial t} + (v \nabla) s \right] = \nabla(\kappa_T \nabla T) - \mathcal{L}(p, t), \quad (4.13)$$

$$p = k(n_0 + n_e)T, \quad (4.14)$$

где κ_T — коэффициент теплопроводности, полагаемый равным

$$\kappa_T = \frac{n_{\text{HI}}\kappa_{\text{HI}} + n_{\text{HII}}\kappa_{\text{HII}}}{n_{\text{HI}} + n_{\text{HII}}}. \quad (4.15)$$

Для величин κ_{HI} и κ_{HII} можно принять

$$\kappa_{\text{HI}} = 2,5 \cdot 10^3 T^{1/2} \text{ эрг}/(\text{град} \cdot \text{сек} \cdot \text{см}), \quad (4.16)$$

$$\kappa_{\text{HII}} = 1,2 \cdot 10^{-6} T^{3/2} \text{ эрг}/\text{град} \cdot \text{сек} \cdot \text{см}.$$

Процесс предполагается квазистационарным и происходящим при постоянном давлении. При этих предположениях уравнение движения (4.12) выпадает и, кроме того,

$$T \nabla s = \nabla i, \quad (4.17)$$

где i — энтальпия:

$$i = \frac{5}{2} \frac{kT}{m_{\text{H}} \mu} + \chi_{\text{H}} \frac{n_e}{n_{\text{H}} m_{\text{H}} + n_{\text{He}} m_{\text{He}}}. \quad (4.18)$$

Здесь $\frac{1}{\mu} = \frac{n_{\text{H}} + n_{\text{He}} + n_e}{n_{\text{H}} + 4n_{\text{He}}}$, $\chi_{\text{H}} = 13,6$ эв.

Уравнение (4.11) при учете малой толщины граничного слоя заменяется условием

$$|\rho v| \approx m = \text{const.} \quad (4.19)$$

Тогда для сферически-симметричного случая из (4.13) и (4.17) следует уравнение

$$\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{\partial \ln \kappa_T}{\partial T} \left(\frac{dT}{dr} \right)^2 + \left(\frac{2}{r} - \frac{m}{\kappa_T} \frac{\partial i}{\partial T} \right) \frac{dT}{dr} - \frac{\mathcal{L}}{\kappa_T} = 0, \quad (4.20)$$

которое нужно решать при следующих граничных условиях:

$$\begin{aligned} r = 0, \quad T = T_0, \quad \frac{dT}{dr} = 0, \\ r \rightarrow \infty, \quad T = T_2, \quad \frac{dT}{dr} = 0, \end{aligned} \quad (4.21)$$

где T_0 — температура в центре области, T_2 — температура межоблачной среды. Величины p и T_0 являются свободными параметрами. Каждому значению T_0 соответствует определенный радиус облака R , определяемый условием

$$T(R) = \frac{1}{2}(T_0 + T_2). \quad (4.22)$$

Численное решение уравнения (4.20) дает изменение радиуса облака со временем, т. е. скорость испарения, характеризуемую потоком массы m через его границу. Величина m зависит от R , и эта зависимость для двух значений p , полученная на основе решения (4.20), приведена на рис. 10.

Характерное время испарения облака определяется формулой

$$t_{\text{исп}} = \frac{\mathfrak{M}_{\text{обл}}}{4\pi R^2 m}. \quad (4.23)$$

Испарение облаков размером порядка 10^{17} см должно происходить за время, сравнимое со временем их образования. Эти выводы существенно дополняют картину движения границы облака, полученную ранее для плоского

случая, и должны быть учтены при расчете процесса образования облаков.

Процесс конденсации облаков из первоначально однородной среды пока с надлежащей точностью не рассматривался, поскольку требуется решение нелинейных уравнений газодинамики в неоднородном случае. Численное

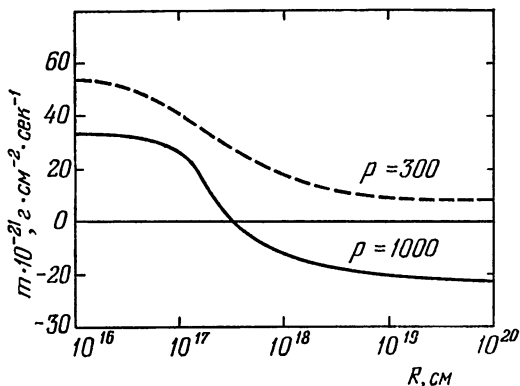


Рис. 10. Зависимость скорости испарения облака от его размера для двух значений давления (Грем, Ленджер (1973)).

решение их для плоского случая производилось Голдсмитом (1970). Им получена на этой основе оценка времени формирования облака $t \approx 10^7$ лет.

§ 2. Движение межзвездной среды

В этом параграфе рассматриваются такие движения газа в межзвездной среде, характерный масштаб которых мал по сравнению с размерами спиральных рукавов Галактики. Наиболее крупномасштабные из них — это движения, связанные с предполагаемой в галактическом диске неустойчивостью Рэля — Тейлора.

Как известно, в галактических рукавах существует крупномасштабное магнитное поле, приблизительно параллельное галактической плоскости, напряженностью $(3-6) \cdot 10^{-6}$ гс. Если газ в достаточной мере однороден, то его равновесие в поле тяготения Галактики поддерживается магнитным полем и давлением космических лучей.

Возмущение магнитного поля должно вызывать также развитие тепловой неустойчивости с характерным временем порядка 10^6 лет. Так как магнитное давление на один-два порядка превосходит газовое давление в межзвездной среде, конденсация газа приводит к образованию облаков, вытянутых вдоль силовых линий. «Тяжелые» облака должны стекать вдоль силовых линий магнитного поля к галактической плоскости, увеличивая их прогиб. Разреженный, более легкий газ всплывает, оставаясь в пределах силовой трубки. При этом он нагревается космическими лучами и в результате его давление еще более возрастает. Время развития неустойчивости Рэля — Тейлора определяется при помощи формулы (2.112) и составляет для Галактики около 10^7 лет.

В конечном счете должна установиться конфигурация типа изображенной на рис. 7. Область, занятая тяжелым газом, поддерживается натяжением магнитных силовых линий. Детальных расчетов указанного процесса пока не сделано и многие черты его остаются неясными. В частности, не исключена возможность развития динамической неустойчивости. Не вполне ясен вопрос о радиусе кривизны «ямы». Согласно оценкам С. Б. Пикельнера он должен составлять около 150 *пс*.

Прямых наблюдательных подтверждений наличия неустойчивости Рэля — Тейлора в галактическом диске очень мало. Среди них следует отметить существование течений нейтрального водорода на больших расстояниях — 300—400 *пс* от галактической плоскости — со скоростями ≈ 30 км/сек, направленными в сторону этой плоскости. Их можно интерпретировать как стекание газа вдоль магнитных силовых линий. Поскольку скорость стекания должна быть близкой к скорости свободного падения, которая на этих высотах составляет 30—40 км/сек, такое объяснение наблюдаемых движений вполне допустимо, хотя возможны и другие толкования их.

Движения конденсаций межзвездного водорода — облаков — в настоящее время не представляются столь хаотическими, как это считалось ранее. Обширное исследование распределения по скоростям около 200 облаков, расположенных на площади 500 квадратных градусов, произведенное Верскером (1974) по данным радионаблюдений, продемонстрировало, что облака движутся по от-

ношению друг к другу не случайным образом. Они образуют сильно вытянутые структуры — цепочки или волокна, простирающиеся на несколько градусов. Существует градиент скорости вдоль волокна, составляющий около $5 \text{ км} \cdot \text{сек}^{-1} \cdot \text{град}^{-1}$. По-видимому, волокна располагаются вдоль силовых линий галактического магнитного поля. Средняя скорость облаков равна $7,3 \pm 4,2 \text{ км/сек}$.

В указанной работе приводятся средние характеристики изученных облаков: масса $M_{\text{обл}} \approx 4-10 M_{\odot}$, размеры $d \approx 2-3 \text{ пс}$; концентрация атомов $n_{\text{H}} = 3-100 \text{ см}^{-3}$, $\langle n_{\text{H}} \rangle \approx 50 \text{ см}^{-3}$.

Таким образом, понятие дискретного облака может использоваться при исследовании межзвездного водорода, хотя существует мнение, что этим действительная картина слишком упрощается. В работе Хейлса (1975) подчеркивается, что структура газа очень часто волокнистая, причем волокна параллельны полю. Распределение плотности в межзвездном водороде более непрерывное, чем предполагалось раньше, и среда может быть рассматриваема скорее как совокупность потоков газа, чем облаков. Все эти факты ставят под сомнение концепцию облачной структуры. Но даже если она применима к межзвездному газу в качестве очень приближенной и нуждается в уточнении, то все же нет оснований связывать неоднородность плотности и соответствующий ей разброс скоростей движения облаков с крупномасштабной турбулентностью в межзвездной среде.

Представление о турбулентности в межзвездной среде, широко обсуждавшееся в пятидесятых годах, основывалось, с одной стороны, на очень большом значении числа Рейнольдса для областей нейтрального водорода и, с другой стороны, на оптических спектральных наблюдениях, дававших картину хаотических движений облаков. Однако, как видно из приведенных выше данных радионаблюдений, упрощенная модель турбулентности в нейтральном водороде не соответствует действительности. Большая величина Re является лишь необходимым условием турбулентности.

Радионаблюдения отдельных облаков, выполненные с высоким разрешением по скорости ($0,2 \text{ км/сек}$), указывают на возможность турбулентности в самих облаках. Дисперсия скоростей внутри облака по линиям тяжелых

элементов доходит до $1,5 \text{ км/сек}$, тогда как при температурах $T \lesssim 100 \text{ }^\circ\text{K}$, существующих внутри облака, скорости соответствующих атомов незначительны. Следовательно, большая ширина линий должна быть обусловлена движениями газовых масс внутри облака. Не исключено, что она связана с движениями малых конденсаций — «облачков» — с массами порядка солнечной.

Для проверки того, являются ли наблюдаемые движения газа турбулентными, можно использовать ту же методику, которая была разработана в пятидесятых годах. Она основывается на отыскании корреляционных связей между лучевыми скоростями газа в различных направлениях. Предполагается, что эти связи в случае наличия локально-изотропной турбулентности должны соответствовать закону Колмогорова (гл. 3, § 1). Соотношение (3.26) имеет место только для несжимаемой среды, а при учете сжимаемости корреляционные зависимости между скоростями и масштабами пульсаций могут оказаться иными, не говоря уже о том, что пульсации скорости оказываются связанными с пульсациями плотности. Отсутствие теории турбулентности сжимаемой среды заставляет применять методы, разработанные в предположении малой ее сжимаемости. Они детально изложены в монографии С. А. Каплана и С. Б. Пикельнера (1963).

Из наблюдений лучевых скоростей v_r в принципе возможно определить структурную функцию

$$b_{rr}(r) = \langle [v_r(r') - v_r(r'')]^2 \rangle, \quad |r' - r''| = r, \quad (4.24)$$

представляющую собой корреляционную функцию пульсаций скорости. Приближенное выражение структурной функции для однородной и изотропной турбулентности несжимаемой жидкости задается формулой

$$b_{rr}(r) = \frac{(\varepsilon L)^{2/3}}{1 + \left(\frac{L}{r}\right)^{2/3}}, \quad (4.25)$$

из которой для движений с масштабом L , меньшим основного, получается колмогоровский закон. Величина ε представляет собой скорость диссипации энергии через иерархию вихрей. При $r \gg L$ величина $b_{rr}(r) \approx \text{const}$, так как на столь больших расстояниях корреляционных связей между движениями нет. Поскольку на луч зрения

могут попадать различные элементы турбулентности, то на практике используется усреднение по двум лучам зрения, угол между которыми α , и из наблюдений определяется лишь структурная функция, зависящая от углового расстояния α между точками на картинной плоскости.

Путем анализа лучевых скоростей в туманности Ориона Хёрнером (1951) была найдена средняя турбулентная скорость в ней, $\langle v_{\text{турб}}^2 \rangle^{1/2} = 7,4$ км/сек. В дальнейшем Мюнч (1960) пересмотрел этот результат, исходя из формулы

$$\Delta^2 = \frac{\iint_{(\Sigma)} d\omega \int_0^{\infty} \rho^2 e^{-\tau(s)} [v(s) - \langle v \rangle]^2 ds}{\iint_{(\Sigma)} d\omega \int_0^{\infty} \rho^2 e^{-\tau(s)} ds} + \delta^2, \quad (4.26)$$

где ρ означает плотность, $v(s)$ — радиальная компонента скорости. Формула (4.26) определяет наблюдаемую ширину линии Δ , создаваемую радиальными движениями, в зависимости от скорости $\langle v \rangle$ в центре линии. В (4.26) множителем $e^{-\tau(s)}$ учтено влияние экстинкции излучения в туманности. Величина δ — средняя квадратичная скорость, соответствующая максвелловскому распределению при температуре T . Плотность $\rho(s)$ считается постоянной и поэтому $\tau(s) = ks$. Величина k^{-1} характеризует эффективную толщину слоя, доступного наблюдениям.

Пусть известны лучевые скорости v_α и v_β в двух точках α и β поверхности, отстоящих друг от друга на данное расстояние Λ . Путем усреднения квадрата разности $v_\alpha - v_\beta$ по всем парам таких точек получается структурная функция $b(\Lambda)$:

$$b(\Lambda) = \langle (v_\alpha - v_\beta)^2 \rangle. \quad (4.27)$$

Из закона Колмогорова следует, что

$$\sqrt{b(\Lambda)} \sim \begin{cases} \Lambda^{1/3}, & k\Lambda > 1, \\ k^{1/2} \Lambda^{5/6}, & k\Lambda < 1, \end{cases} \quad (4.28)$$

а также зависимость

$$\langle \Delta^2 \rangle - \delta^2 \sim k^{-2/3}. \quad (4.29)$$

Для достаточно больших расстояний Λ наблюдения привели к зависимости структурной функции вида $\Lambda^{1/2}$. Однако из этого еще не следует выполнение закона Колмогорова в случае движений в туманности Ориона. Если наблюдаемую зависимость распространить на малые значения Λ , то k^{-1} оказывается незначительным по сравнению с размерами туманности, которую тогда следует рассматривать как тонкий слой. В тонком слое при $k^{-1} < \Lambda$ не должно быть значительной дисперсии скоростей вдоль луча зрения. Действительно, при таких значениях k^{-1} соотношение (4.29) дает ширину Δ , вдвое меньшую наблюдаемой. Принимая же по данным наблюдений звезд, находящихся в туманности, большее значение k^{-1} , приходим к зависимости $\sqrt{b(\Lambda)} \sim \Lambda^{1/2}$, не соответствующей наблюдениям. Отсюда можно сделать вывод, что если в туманности Ориона и имеет место турбулентность, то для нее не выполняются предположения, сделанные при выводе соотношений (4.28) и (4.29). В первую очередь следует отказаться от предположения о несжимаемости, так как наблюдения показывают, что в туманности происходят движения со сверхзвуковыми скоростями. При этом должны возникать ударные волны, приводящие к диссипации кинетической энергии в вихрях промежуточного масштаба и к «заваливанию» спектра турбулентности.

Аналогичным способом были исследованы движения в ряде областей ионизованного водорода (Луиз, Монне (1970)). Для них также оказалось, что $\sqrt{b(\Lambda)} \sim \Lambda^{1/2}$, причем в области М8 скорость движений соответствует закону Колмогорова, тогда как в других областях турбулентные скорости вдоль луча зрения в несколько раз больше, чем следует из этого закона. Такое несоответствие объясняется эффектом сжимаемости и присутствием в них расширяющихся конденсаций.

Как указанные работы, так и те, где отыскиваются структурные функции для флуктуаций яркости (С. Б. Пикельнер (1954)), степени межзвездной поляризации и других характеристик, показывают, что в туманностях происходят движения, похожие на турбулентность. Сходство заключается в том, что существует связь между масштабами и соответствующими структурными функциями, в общем близкая к ожидаемой из теоретических соображе-

ний. Отсутствие теории сверхзвуковой турбулентности не позволяет пока подойти ближе к решению вопроса о характере движений газа в туманностях.

Так как в масштабах, превосходящих размеры туманностей, движения явно не имеют турбулентного характера, наибольший масштаб турбулентности в межзвездной среде определяется размерами туманностей. Возникновение движений такого масштаба вряд ли связано с процессами масштаба Галактики, например, ее дифференциальным вращением. Причины их окончательно не выяснены, но есть веские основания считать, что одним из основных источников энергии движений как в туманностях, так и во всей межзвездной среде является расширение областей Н II, обусловленное излучением горячих звезд. Здесь уместно подробнее рассмотреть проблему баланса кинетической энергии межзвездной среды.

По величине массы межзвездной среды и наблюдаемым скоростям движений оценивается плотность кинетической энергии в ней. Она составляет с точностью до множителя, равного трем, 10^{-12} эрг/см³, а суммарная энергия в Галактике $\approx 10^{55}$ эрг. Плотность энергии космических лучей и магнитного поля того же порядка. Кинетическая энергия диссипирует при столкновениях облаков, расходясь на нагрев газа вследствие вязкости, при взаимодействии газа с магнитным полем Галактики и другими способами. Характерная продолжительность времени между столкновениями облаков при их скоростях порядка 10 км/сек и межоблачных расстояниях 10^{20} — 10^{21} см составляет 10^{14} — 10^{15} сек. Таким образом, время диссипации кинетической энергии получается около 10^7 лет. Конечно, состояние межзвездной среды в целом за это время не может существенно меняться и, следовательно, потери энергии должны компенсироваться ее притоком. Приведем оценки кинетической энергии, поступающей в межзвездную среду от различных источников (в расчете на всю Галактику в год):

Расширение зоны Н II	10^{48} эрг/год
Вспышки сверхновых	10^{47} — 10^{48} эрг/год
Вспышки новых	10^{47} — 10^{48} эрг/год
Истечение из звезд WR	10^{47} эрг/год
Звездный ветер	10^{46} эрг/год
Истечение из двойных систем	10^{46} эрг/год

Таким образом, механическая энергия, поступающая в газ главным образом от расширения зон Н II и звездных вспышек, превосходит 10^{48} эрг/год и достаточна, чтобы возместить потери энергии межзвездной среды. Заметим, что космические лучи способны оказывать давление на межзвездный газ и являются, следовательно, одним из источников энергии. Поскольку они образуются главным образом при вспышках сверхновых, их действие учтено в «коэффициенте эффективности» преобразования энергии вспышки в кинетическую энергию. В следующих разделах вопросы о механизме диссипации кинетической энергии и об основных процессах, определяющих поступление энергии в межзвездную среду, рассматриваются более подробно.

§ 3. Столкновения облаков и структура межзвездных ударных волн

Относительные скорости облаков нейтрального водорода составляют 10—15 км/сек. Поскольку скорость звука в облаках гораздо меньше, — около 1 км/сек, — то при столкновениях облаков возникают слабые ударные волны, распространяющиеся в обе стороны от поверхности контакта. Они сжимают газ и нагревают его до температуры в несколько тысяч градусов. При последующем охлаждении нагретого газа должно возникать длинноволновое излучение, которое наблюдается.

Представление о фронте ударной волны, как о поверхности разрыва, является идеализацией. На самом деле он обладает структурой, которая зависит от ряда факторов, в частности, от состояния ионизации невозмущенного газа. Здесь мы ограничимся случаем, когда ударная волна распространяется по неионизованному газу и является при этом настолько сильной, что хотя бы частично его ионизует.

В такой ударной волне можно выделить четыре области:

I) область прогрева газа излучением, выходящим из-за фронта;

II) область вязкого скачка, в которой происходит превращение энергии волны в энергию движения тяжелых частиц, главным образом атомов, поскольку ионов мало;

III) область ионизационной релаксации, в которой происходит ионизация атомов;

IV) область высвечивания или охлаждения (лучистой релаксации), из которой в основном и выходит в форме излучения энергия, переданная газу ударной волной.

В случае слабых ударных волн, распространяющихся в межзвездной среде, поток излучения, способного значительно нагреть газ перед волной, настолько мал, что его можно не учитывать и область I поэтому считать отсутствующей.

Если волна мало отличается от стационарной, то в области II половина ее энергии переходит в тепловую энергию атомов. Это происходит за время порядка $(nQ_{ст}D)^{-1}$, где n — концентрация атомов, $Q_{ст}$ — эффективный поперечник столкновений между ними и D — скорость волны. При $n = 100 \text{ см}^{-3}$, $Q_{ст} \approx 10^{-15} \text{ см}^2$ и $D \approx 2 \cdot 10^6 \text{ см/сек}$ это время порядка $5 \cdot 10^6 \text{ сек}$, т. е. толщина области $\approx 10^{13} \text{ см}$. Кинетика процессов в этой области сложна. Они исследуются на основе уравнения Больцмана. С методикой расчетов можно познакомиться, например, по книге Берджерса (1969).

В области II свободных электронов и ионов мало — имеются лишь те, которые присутствовали в газе первоначально. В области III путем кулоновских взаимодействий энергия ионов передается электронам, которые производят ионизацию. Скорость ионизации нарастает лавинообразно, поскольку число электронов, способных ионизовать атомы, увеличивается по мере роста степени ионизации газа. Ионы же непрерывно черпают свою энергию от атомов. Кинетика в области ионизационной релаксации для условий межзвездной среды впервые была изучена С. Б. Пикельнером (1954), использовавшим для этого уравнения, определяющие:

а) изменение степени ионизации при учете столкновений с электронами

$$\frac{dn_k^+}{dt} = b_k(T_e) n_k n_e - C_k(T_e) n_e n^+, \quad (4.30)$$

где C_k — суммарный коэффициент рекомбинации (k — индекс элемента);

б) энергетический баланс электронного газа

$$\frac{d\left(\frac{3}{2}n_e k T_e\right)}{dt} = n_e n^+ E_{ie} - f_1 \quad (4.31)$$

и

в) скорость потери энергии тяжелыми частицами (концентрация которых n_i , а температура T_i)

$$\frac{d\left(\frac{3}{2}n_i k T_i\right)}{dt} = -n_e n^+ E_{ie}. \quad (4.32)$$

В уравнениях (4.31) и (4.32)

$$E_{ie} = 10^{-17} T_e^{-3/2} (T_i - T_e) \quad (4.33)$$

и f_1 — член, определяющий потери электронным газом в различных элементарных процессах. Поскольку свободные электроны обеспечиваются в основном за счет водорода и гелия, то электронная концентрация n_e равна

$$n_e = n_H^+ + n_{He}^+ + 2n_{He}^{++}. \quad (4.34)$$

Как указанный, так и последующие расчеты показали, что ширина области ионизационной релаксации на два порядка превосходит ширину вязкого скачка. При этом значительная часть энергии свободных электронов в области III затрачивается на возбуждение атомов, излучение которых уходит из области скачка. В результате эффективность ионизации снижается. Например, для начальной температуры тяжелых частиц за фронтом, равной $2 \cdot 10^5$ °К и при иных условиях, — в плотном газе, — достаточной, чтобы ионизация водорода была почти полной, газ оказывается ионизованным лишь частично.

Для расчета области лучистой релаксации необходимо знать функцию $\mathcal{L}^-(T)$, определяющую потери энергии газом. Вычисления производились в зависимости от химического состава газа неоднократно и многие результаты их приведены в обзорной статье Далгарно и Маккрея (1972). Изменение состояния газа определяется с помощью соотношения

$$\mathcal{L}^+ - \mathcal{L}^- = p \frac{d}{dt} \ln \left(\frac{T^{1/\gamma-1}}{\rho} \right), \quad (4.35)$$

где d/dt означает лагранжеву производную. При отсутствии притока энергии $\mathcal{L}^+ = 0$ и из уравнения (4.35) совместно с уравнениями движения, неразрывности и состояния газа находятся значения T и ρ в нем.

Важные для различных астрофизических приложений обширные расчеты структуры ударной волны, включая области II, III и IV (С. А. Каплан, Т. С. Подстригач (1965), Т. С. Подстригач (1969)), выявили ряд интересных закономерностей.

Для учета высвечивания вводится параметр γ_0 соотношением

$$\sum h\nu_{ik}n_j^{(s)}a^{(s)}e^{-h\nu_{ik}/kT_e} = n_{\text{H}}\chi_{\text{H}} \frac{h^2}{2\pi m_e^2} \left(\frac{m_e}{2\pi kT_e} \right)^{1/2} \gamma_0, \quad (4.36)$$

где суммирование в левой части производится по всем переходам $i \rightarrow k$ всех элементов с концентрацией $n^{(s)}$. Вычисление показало, в частности, что для значений скорости волны D от 50 до 100 км/сек при начальной концентрации свободных электронов $n_e = 0,1 n_{\text{H}}$ и различных значениях параметра высвечивания γ_0 на протяжении всей области ионизационной релаксации ионная температура остается выше электронной на несколько тысяч градусов.

Максимум электронной температуры тем выше, чем больше скорость волны, а высвечивание его снижает.

Структура ударной волны существенно зависит от напряженности магнитного поля. Облака нейтрального водорода содержат поля с напряженностью 10^{-5} — 10^{-6} гс и соответственно с достаточно большим магнитным давлением. Поэтому при изучении столкновений облаков, движущихся поперек поля, последнее надо учитывать. Если столкновения происходят вдоль поля, то оно не влияет на структуру волны.

Особенности стационарных ударных волн при наличии магнитного поля рассмотрены в книге С. А. Каплана (1958). В межзвездном пространстве проводимость σ_e велика и поля можно считать замороженными, т. е. принять

$$\frac{H}{\rho} = \text{const.} \quad (4.37)$$

Влияние поля на ударную волну наиболее отчетливо выявляется в случае, когда скорость газа перпендикуляр-

на к силовым линиям. Тогда для стационарной волны условия сохранения записываются аналогично (1.139) — (1.141), с той разницей, что вместо давления и энергии газа используются суммарные давление газа и поля \tilde{p} и энергия $\tilde{\epsilon}$:

$$\tilde{p} = p_{\text{газ}} + \frac{H^2}{8\pi}, \quad \tilde{\epsilon} = \epsilon + \frac{H^2}{8\pi\rho}. \quad (4.38)$$

Должна быть учтена и работа сил магнитного давления (соответственно величине p/ρ в уравнении (1.142)). Из уравнений сохранения с учетом (4.38) следует, что при наличии поля скачок плотности меньше, чем при той же силе волны без поля:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} < \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}. \quad (4.39)$$

Это обстоятельство вызвано тем, что энергия волны частично расходуется на увеличение энергии магнитного поля. Приращение магнитной энергии $\Delta\epsilon_M$ равно

$$\Delta\epsilon_M = \frac{b^2}{4\pi} (\rho_2 - \rho_1), \quad (4.40)$$

где $b = H\rho^{-1}$.

При условии, что первоначальная кинетическая энергия газа гораздо больше энергии поля и $\rho_2 \gg \rho_1$, имеем ($\gamma = 5/3$)

$$\Delta\epsilon_{\text{кин}} = \frac{5}{2} \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{75}{16\pi} \frac{H_1^2}{\rho_2} \approx \Delta i, \quad (4.41)$$

где i — энтальпия.

Если же поле сильное и

$$\frac{H_1^2}{8\pi} \gtrsim \frac{v_1^2}{2}, \quad (4.42)$$

то в тепловую энергию переходит сравнительно малая доля энергии волны:

$$\frac{\Delta i}{\Delta\epsilon_{\text{кин}}} \approx \left(\frac{\rho - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} \right)^2. \quad (4.43)$$

В этом случае поле препятствует сжатию газа, поэтому газ нагревается меньше.

Как и в случае обычных ударных волн, степень сжатия газа за фронтом возрастает при наличии стоков энергии (высвечивания). При очень сильном высвечивании ($\rho_2 \gg \gg \rho_1$) скорость волны D равна

$$D \approx \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1} \left(\frac{R^* T_2}{\mu_2} + \frac{a_2^2}{2} \right)}, \quad (4.44)$$

где a_2 — значение альвеновской скорости за фронтом волны.

В газомангнитной ударной волне происходит диссипация энергии. Когда энергия поля того же порядка, что и кинетическая энергия газа, и значительно превосходит тепловую, то ударная волна диссипирует медленно, так как большая часть ее энергии переходит в энергию поля, которая при расширении сжатого газа снова превращается в кинетическую. По расчетам С. Б. Пикельнера (1957) в слабой волне, где $\epsilon_m \approx \epsilon_{кин}$, в тепло диссипирует около 4% энергии волны.

Обычные ударные волны (без поля), у которых скорость направлена не перпендикулярно к поверхности разрыва, называют косыми, или наклонными. У них тангенциальная компонента скорости не меняется, так как вдоль разрыва количество движения не переносится. В наклонной газомангнитной волне происходит перенос количества движения также и вдоль разрыва, что вызывает неравенство тангенциальных компонент скорости по обе стороны разрыва. В соответствии с этим система уравнений сохранения на таком разрыве более сложная. Вид этих уравнений и закономерности, из них вытекающие, приведены в монографиях по магнитной газодинамике (см., например, Андерсон (1968)).

В области скачка градиент магнитного поля очень велик и даже при высокой проводимости может происходить диссипация энергии вследствие джоулевых потерь. Помимо этого фактора, изменяющего структуру скачка в присутствии магнитного поля, нужно учитывать различие в действии поля на частицы в зависимости от их заряда. Нейтральные атомы пересекают ионный скачок беспрепятственно, и поэтому фронт размывается. Количество движения нейтральной компоненты газа может превращаться в магнитное давление только путем столкновений атомов

с ионами. Согласно С. Б. Пикельнеру (1959), толщина переходной зоны, в которой происходит выравнивание энергий нейтральных атомов и ионов, составляет несколько длин свободного пробега ионов относительно атомов. Более детально структура скачка при учете поля изучена Мелланом (1971а).

Когда газоманнитная волна распространяется по слабоионизованному газу, происходит усиление поля, связанное с действием атомных столкновений на ионы. Ион движется по окружности перпендикулярно к силовым линиям. Столкновения с атомами увеличивают радиус кривизны, создавая дрейф по отношению к атомам. Поэтому возникает ток, приводящий к росту поля. При расчетах структуры скачка в водороде было учтено, что взаимодействие между атомами и ионами осуществляется также путем перезарядки. Для ширины скачка Δ_c (области роста поля) в указанной работе приводится приближенное аналитическое выражение

$$\Delta_c = \frac{9}{4} \frac{H_1^2}{4\pi m_i n_i} \frac{1}{v_i} \frac{1}{n_a R}, \quad (4.45)$$

где

$$R = \langle \sigma_{пв} v \rangle = 2,28 \cdot 10^{-10} T^{1/2} [1 - 0,18 \lg T + 0,008 (\lg T)^2] \text{ см}^2 \cdot \text{сек}^{-1}, \quad (4.46)$$

$\sigma_{пв}$ — сечение перезарядки, n_i и n_a — концентрация ионов и нейтральных атомов соответственно, T — температура, равная $\frac{1}{2}(T_a + T_i)$. При значениях $n_i = 10^{-2} \text{ см}^{-3}$, $n_a = 10 \text{ см}^{-3}$, $T = 100 - 1000 \text{ }^\circ\text{К}$ и $H_1 = (2 - 3) \cdot 10^{-6} \text{ гс}$ ширина Δ_c получается весьма значительной — $10^{15} - 10^{16} \text{ см}$. Для слабых волн величина Δ_c сравнима с шириной области лучистой релаксации. Оценки Δ_c по формуле (4.45) подтверждаются численным решением уравнений, определяющих перенос количества движения.

Точный расчет условий в области лучистой релаксации весьма важен, потому что наблюдать можно излучение только из этой области и лишь таким образом удастся изучать ударные волны в межзвездном пространстве. В расчетах Циммермана (1968) в качестве основных факторов, определяющих охлаждение, принималось возбуждение вращательных уровней молекулы H_2 , возбуждение ионов

C^+ , Si^+ , Fe^+ электронным ударом и столкновения атомов и ионов с пылевыми частицами. Эти расчеты, произведенные без учета магнитного поля, показали, что газ, нагретый при столкновении холодных облаков с концентрацией $n = 10 \text{ см}^{-3}$ при относительной скорости облаков 18 км/сек до температуры около 1000°K , менее чем за 10^5 лет должен охладиться до 3°K .

При достаточно большом содержании молекул H_2 возбуждение их может оказаться основным фактором, ведущим к охлаждению газа. Эти молекулы должны образовываться в значительном количестве в нагретой области на графитовых пылевых частицах. Структура ударной волны, возникающей при столкновении облаков, при учете образования молекул H_2 рассчитана Вентзелом (1967). Ударная волна предполагалась изотермической, т. е. высвечивание газа за фронтом считалось очень интенсивным.

Когда сталкиваются два одинаковых по скорости и массе облака, поверхность соприкосновения их неподвижна. Пусть v_0 — скорость облака относительно этой плоскости и D — скорость распространяющейся по нему ударной волны. Параметр η характеризует роль магнитного поля:

$$\eta = \frac{H_1^2}{8\pi\rho}, \quad (4.47)$$

а параметр M — силу скачка:

$$M^2 = \frac{\rho_1 v_0^2}{p}. \quad (4.48)$$

Здесь p определяется первым из соотношений (4.38). В силу предположения об изотермичности волны принимается $T_1 = T_\infty$, где T_∞ — температура за фронтом на достаточно большом расстоянии от него. Уравнение, определяющее скорость волны, получается из условий сохранения массы, потока импульса и магнитного потока на разрыве и имеет вид

$$\left(\frac{D}{v_0}\right)^3 + \left(\frac{D}{v_0}\right)^2 + \frac{1+\eta}{M^2} \frac{D}{v_0} - \frac{\eta}{M^2} = 0. \quad (4.49)$$

При $M \rightarrow 0$ (слабая волна)

$$D = (a_1^2 + c_{из1}^2)^{1/2}, \quad (4.50)$$

где a_1 — альвеновская скорость в невозмущенном газе и $c_{из1}$ — изотермическая скорость звука в нем. Для сильной волны ($M \rightarrow \infty$)

$$D = \begin{cases} \frac{a_1}{\sqrt{2}}, & \eta \gg \frac{1}{M^2}, \\ \frac{kT_0}{m_H v_0}, & \eta \ll \frac{1}{M^2}. \end{cases} \quad (4.51)$$

Результирующий скачок плотности равен

$$\frac{\rho_\infty}{\rho_1} = 1 + \frac{v_0}{D}. \quad (4.52)$$

Условия в той части сжатой области, где высвечиванием можно пренебречь (адиабатический скачок), являются граничными условиями для расчета области высвечивания, который производится при помощи уравнения энергии

$$v \left(\frac{dp}{dx} - \gamma \frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{dx} \right) = -(\gamma - 1) n_m C(n, T) \quad (4.53)$$

и уравнения неразрывности для молекул H_2

$$\frac{d}{dx} (n_m v) = n^2 R(T). \quad (4.54)$$

Здесь через n_m обозначена концентрация молекул, $C(n, T)$ — коэффициент, определяющий излучение на одну молекулу (в $эрг \cdot сек^{-1}$), и $R(T)$ определяет скорость образования молекул:

$$R(T) = 7 \cdot 10^{-15} \frac{T^{1/2}}{1 + \exp(-1020/T)} e^{-2040/T}. \quad (4.55)$$

При использовании условий сохранения массы и потока импульса на разрыве из (4.53) и (4.54) получается дифференциальное уравнение. Численное решение его при следующих значениях параметров: $\eta = 0,9$; $M = 2,5$; $T_1 = 100$ °К; $n_1 = 10$ $см^{-3}$; $v_0 = 7$ км/сек; $H_1 = 5,6 \cdot 10^{-6}$ гс дало такие значения параметров газа за адиабатическим скачком: $T_2 \approx 1000$ °К, $n_2 \approx 25$ $см^{-3}$ и $n_\infty = 32$ $см^{-3}$. Толщина излучающего слоя $\sim 3 \cdot 10^{17}$ см, т. е. много больше, чем протяженность адиабатического скачка, составляющего $10^{16} n^{-1} \approx 10^{15}$ см, и области, где выравниваются характеристики ионов и атомов ($\approx 3 \cdot 10^{17} n^{-1} \approx 3 \cdot 10^{16}$ см). Таким образом, наличие магнитного поля, как и следовало

ожидать, привело к уменьшению температуры и плотности в сжатом ударной волной газе. Конкретное значение ширины зоны высвечивания следует рассматривать лишь как ориентировочное, поскольку использованные данные о скорости образования молекул на пыли недостаточно надежны.

Очень существенным фактором, приводящим к охлаждению газа за фронтом волны, оказывается возбуждение

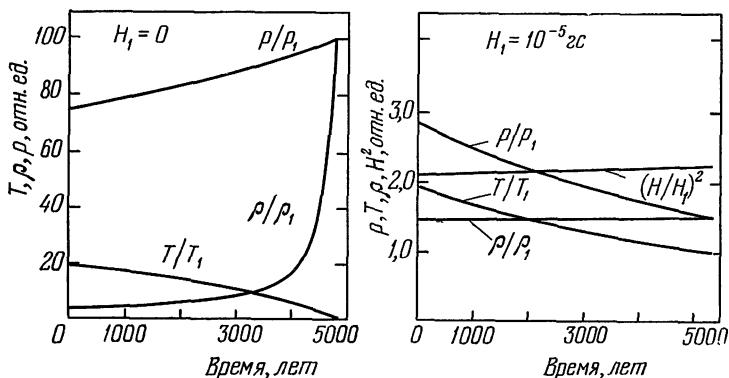


Рис. 11. Профили температуры, плотности, газового и магнитного давлений за фронтом волны при числе Маха, равном 10 и $n_{H_2} = 10^{-3} n_H$ (Филд и др. (1968)).

атомов кислорода при столкновениях с атомами водорода, потому что сечения возбуждения уровней O^+ являются большими и концентрация атомов O^+ сравнительно велика. При учете атомных и электронных столкновений, а также возбуждения молекул H_2 Филд и др. (1968) рассчитали структуру ударной волны в межзвездном водороде, обращая особое внимание на область лучистой релаксации. В отличие от рассмотренной работы Вентзела, отношение H_2/H в зоне предполагалось неизменным (рис. 11).

Из условия сохранения потока массы и потока импульса во всей области высвечивания нетрудно получить выражение давления как функции плотности:

$$p(\rho) = p_1 + \rho_1 v_1^2 \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho}\right) + \frac{H_1^2}{8\pi} \left(1 - \frac{\rho^2}{\rho_1^2}\right), \quad (4.56)$$

где индексом «1», как обычно, обозначены значения соответствующих величин в невозмущенном газе. Соотношение (4.35) при отсутствии притока энергии в газ и $\gamma = 5/3$ дает после интегрирования

$$t(\rho) = -\frac{R^*}{\mu} \int_{\rho_2}^{\rho} \frac{\rho T(\rho)}{\mathcal{L}^{-}[\rho; T(\rho)]} d \ln \left\{ \frac{[T(\rho)]^{3/2}}{\rho} \right\}, \quad (4.57)$$

где величина $T(\rho)$ определяется из (4.56) с помощью уравнения состояния газа. Формула (4.57) может быть использована для расчета времени охлаждения газа за фронтом волны. Из нее находится функция $\rho(t)$ и, значит, скорость газа из равенства

$$v(t) = \frac{\rho_1 v_1}{\rho(t)}. \quad (4.58)$$

Изменение температуры за фронтом волны в зависимости от числа Маха M для разных значений поля H_1 представлено на рис. 12. При достаточно сильном поле температура за фронтом существенно уменьшается. Так, при $H_1 = 10^{-5}$ эс и $M = 10$ величина $T_2 = 190$ °К, тогда как при отсутствии поля она была бы вдесятеро большей. Это обстоятельство чрезвычайно сильно сказывается на процессе охлаждения газа в области лучистой релаксации. Когда нагрев вследствие присутствия поля мал, то температура и плотность меняются в этой области медленно. Если же поля нет, то в области лучистой релаксации давление остается приблизительно постоянным. Постоянство давления обусловлено высвечиванием, при котором уменьшение температуры компенсируется возрастанием плотности. Этот факт был ранее выявлен и использован при расчете ударных волн с высвечиванием в оболочках новых звезд (В. Г. Горбацкий (1962)).

Время охлаждения, рассчитанное при помощи формулы (4.57), оказалось лежащим в пределах $5 \cdot 10^3 - 15 \cdot 10^3$ лет, т. е. оно на один-два порядка меньше, чем давали более ранние вычисления (при постоянном значении N_2/N), и близко к полученному Вентзелом при учете кинетики реакций образования молекул. Причиной столь быстрого охлаждения является сильное излучение атомов O^+ , уносящих 84% всей энергии, и C^+ , на долю которых приходится 8% энергии. Важным фактором, влияющим на

охлаждение газа в зоне лучистой релаксации, оказывается также излучение в молекулярных полосах. Так, по расчетам Аанестеда (1973), выполненным при помощи той же формулы (4.57), время охлаждения получается в 3—4 раза меньшим, чем у Филда и др. (1968).

Заметим, что вследствие использования во всех рассмотренных работах недостаточно точных выражений

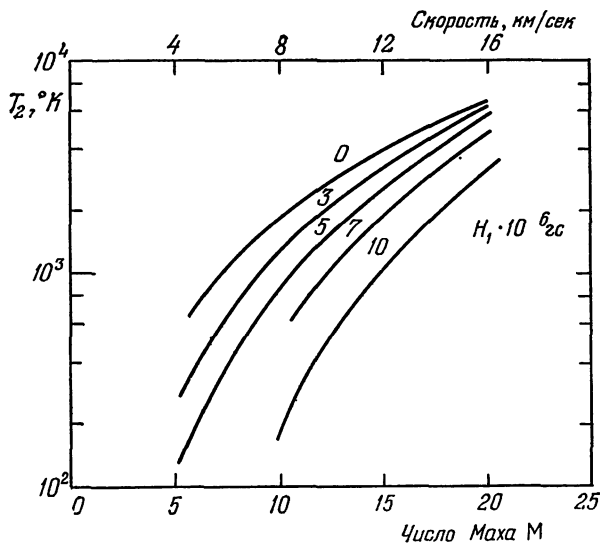


Рис. 12. Изменение температуры за фронтом ударной волны в зависимости от M и H_1 (Филд и др. (1968)).

для сечений различных элементарных процессов приведенные результаты расчетов могут считаться в лучшем случае верными только по порядку величины и нуждаются в уточнении.

Лучшей проверкой теоретических расчетов структуры области лучистой релаксации явилось бы соответствие наблюдаемых потоков излучения от сталкивающихся облаков с теорией.

Рядом авторов было рассчитано инфракрасное излучение из-за фронта волны. Так, Филд и др. (1968) подсчитали интенсивность излучения I_λ на единицу площади фронта для ряда линий с длинами волн 4—

156 *мкм* при помощи формулы

$$I_i = \frac{1}{4\pi} \int_{t=0}^{\tau} \mathcal{L}_i^- dx, \quad (4.59)$$

где \mathcal{L}_i^- — энергия, излучаемая в данной линии с номером i единицей объема за 1 сек. Соответствующих наблюдений пока не производилось.

§ 4. Вспышка сверхновой как точечный взрыв в межзвездной среде

Вспышка сверхновой представляет собой быстрое выделение огромной энергии — порядка 10^{51} эрг. Эта энергия производит возмущение в окружающей звезду среде, причем объем, охваченный возмущением, очень велик по сравнению с тем объемом, где произошло освобождение энергии. Поэтому вспышку сверхновой можно рассматривать как точечный взрыв в межзвездной среде, если изучать те стадии процесса, когда ударная волна, образующаяся при взрыве, удалилась на расстояние, большое по сравнению с радиусом звезды.

Задача о точечном взрыве, имеющая очень много приложений не только в астрофизике, но и в других областях науки, наиболее просто решается при следующих предположениях:

а) взрыв адиабатический, т. е. потери энергии на излучение незначительны;

б) давление в невозмущенном газе (противодавление) пренебрежимо мало по сравнению с давлением в области возмущения;

в) среда является однородной;

г) теплопроводность газа можно не учитывать.

При выполнении этих условий задача о точечном взрыве является автомодельной. Она была решена Л. И. Седовым в 1945 г., а также независимо Тейлором. Это решение представляет собой основу для более сложных задач о взрывах, когда одно или несколько из указанных условий не выполняется.

Рассмотрим подробно решение этой задачи при выполнении всех указанных условий. Очевидно, что точечный

взрыв в однородной среде приводит к сферически-симметричным движениям. Процесс распространения возмущения определяется всего двумя величинами с независимыми размерностями — освободившейся при взрыве энергией E_0 и плотностью среды ρ_0 . Так как из размерностей этих величин

$$[\rho_0] = \text{г} \cdot \text{см}^{-3}, \quad [E_0] = \text{г} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{сек}^{-2} \quad (4.60)$$

нельзя составить размерностей длины или времени, то, в соответствии с общей теорией (гл. 1, § 6), в такой постановке задача является автомодельной. Для сведения ее к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений вводим безразмерную переменную ξ :

$$\xi = r \left(\frac{\rho_0}{E_0} \right)^{1/5} t^{-2/5}. \quad (4.61)$$

От точки взрыва по среде распространяется сферическая ударная волна. Фронту волны соответствует некоторое значение ξ_0 этого параметра и поэтому зависимость радиуса R области, охваченной возмущением, от времени определяется по (4.61) следующим образом:

$$R = \xi_0 \left(\frac{E_0}{\rho_0} \right)^{1/5} t^{2/5}. \quad (4.62)$$

Зависимость скорости ударной волны D от времени получаем из (4.62):

$$D = \frac{dR}{dt} = \frac{2}{5} \frac{R}{t} = \frac{2}{5} \xi_0^{5/2} \left(\frac{E_0}{\rho_0} \right)^{1/2} R^{-3/2}. \quad (4.63)$$

Таким образом, на основе одних лишь соображений о размерностях получен очень важный вывод о законе распространения ударной волны, вызванной взрывом. Для того же, чтобы определить состояние газа в каждой точке охваченной возмущением области, следует решать полную систему уравнений — неразрывности, движения и энергии при граничных условиях, получаемых из условий сохранения на фронте волны (1.159).

Как это обычно делается при решении автомодельных задач, вводятся функции $G(\xi)$, $U(\xi)$ и $Z(\xi)$ — представители, плотности, скорости и температуры соответственно. На границе (при $\xi = \xi_0$) они должны удовлетворять

УСЛОВИЯМ

$$G = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}, \quad U = \frac{2}{5} \frac{2}{\gamma + 1}, \quad Z = \frac{8\gamma(\gamma - 1)}{25(\gamma + 1)^2}, \quad (4.64)$$

где γ — показатель адиабаты.

Из соотношения (4.62) и системы уравнений для представителей (см. гл. 1, § 6), из которой с помощью уравнения состояния газа исключается $G(\xi)$, получаем систему двух обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{dZ}{dU} = f_1(U, Z), \quad \frac{d \ln \xi}{dU} = f_2(U, Z). \quad (4.65)$$

Систему (4.65) удается свести к одному уравнению, используя интеграл энергии (Л. И. Седов (1965)). Он получается следующим образом. Величина энергии, заключенной между двумя движущимися сферическими поверхностями, на которых значения ξ постоянны,

$$\xi = \xi' = \text{const}, \quad \xi = \xi'' = \text{const}, \quad (4.66)$$

выражается формулой

$$\mathcal{E}(t) = \int_{r'(t)}^{r''(t)} \left(\frac{v^2}{2} + \varepsilon \right) 4\pi r^2 dr, \quad (4.67)$$

где ε означает внутреннюю энергию среды, приходящуюся на единицу массы, а $r'(t)$ и $r''(t)$ — радиусы поверхностей. Изменение \mathcal{E} равно работе сил давления на этих поверхностях, т. е. имеем

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = -4\pi(p''v''r''^2 - p'v'r'^2). \quad (4.68)$$

При учете (4.68) соотношение (4.67) записывается в виде

$$\frac{\hat{d}}{dt} \int_{(V')} \left(\frac{p}{\gamma - 1} + \frac{\rho v^2}{2} \right) dV = - \int_{(S)} p v dS. \quad (4.69)$$

Символом \hat{d}/dt обозначается производная, взятая для движущегося объема, состоящего из одних и тех же частиц, V' — объем, перемещающийся вместе с частицами, и S — поверхность, движущаяся со скоростью волны D .

Между $d\mathcal{E}/dt$ и $\hat{d}\mathcal{E}/dt$ существует зависимость вида

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \frac{\hat{d}\mathcal{E}}{dt} + \int_{(\hat{S})} \left(\frac{dr}{dt} - v \right) \left(\frac{p}{\gamma - 1} + \frac{\rho v^2}{2} \right) dS, \quad (4.70)$$

где в разности $\frac{dr}{dt} - v$ уменьшаемым учитывается поступление энергии в объеме между сферами в результате смещения его границ, а вычитаемым — потеря энергии объемом вследствие движения газа. Величина \mathcal{E} имеет ту же размерность, что и E_0 , и зависит от ξ' и ξ'' . Поэтому

$$\mathcal{E} = f(\xi', \xi'') E_0. \quad (4.71)$$

Так как ξ' , ξ'' и E_0 не зависят от времени, то

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = 0 \quad (4.72)$$

и отсюда, используя (4.69) и (4.70), находим

$$\int_{(\hat{S})} \left\{ \left[\frac{dr}{dt} - v \right] \left(\frac{p}{\gamma - 1} + \frac{\rho v^2}{2} \right) - pv \right\} dS = 0. \quad (4.73)$$

Из соотношений (4.73) вытекает, что

$$\left\{ \left[\frac{dr}{dt} - v \right] \left(\frac{p}{\gamma - 1} + \frac{\rho v^2}{2} \right) - pv \right\} r^2 = \text{const}. \quad (4.74)$$

Подстановка в (4.74) вместо p , ρ и v их выражений через представители и использование значений этих представителей на фронте волны приводит к соотношению

$$PU + \left(U - \frac{2}{5} \right) \left(\frac{GU^2}{2} + \frac{P}{\gamma - 1} \right) = 0 \quad (4.75)$$

(P — представитель давления), из которого нетрудно получить зависимость $Z(U)$. На основе этой зависимости второе из уравнений (4.65) дает функцию $U(\xi)$ и из первого уравнения тогда получается $Z(\xi)$. Исследование получаемых уравнений и доказательство единственности решения было проведено Л. И. Седовым. Численное интегрирование (4.65) продемонстрировало следующие особенности состояния газа в области, охваченной взрывом:

1) плотность газа быстро падает к центру — почти вся захваченная волной масса сосредоточена около ударного фронта;

2) давление с удалением от фронта сначала падает, а затем остается приблизительно постоянным;

3) температура резко возрастает к центру. Последнее обстоятельство объясняется тем, что при движении по близким к центру взрыва областям волна была очень сильной и поэтому нагревала там газ до очень высоких температур. Поскольку предполагается отсутствие обмена тепловой энергией между центральными и периферическими областями, то температура вблизи центра остается высокой и в дальнейшем. Численное решение не являющейся уже автомодельной задачи о точечном взрыве при учете теплопроводности показывает, что в этом случае температура остается конечной в центре и более выровненной вдоль радиуса.

При $t \rightarrow \infty$ величина давления $p(r)$ уменьшается и $\frac{\partial p}{\partial r} \rightarrow 0$, а значит, $v \sim \frac{r}{t}$, т. е. движение должно становиться инерционным. Однако на определенном этапе расширения, когда $p(r)$ становится настолько малым, что нельзя пренебрегать противодействием, характер движения изменяется. Его можно определить путем решения соответствующей неавтомодельной задачи о точечном взрыве при учете противодействия. Эта задача рассматривалась многими авторами, применявшими как приближенные аналитические, так и численные методы (см., например, книгу В. П. Коробейникова, Н. С. Мельниковой и Е. В. Рязанова (1961)).

Характерная длина r_0 в задаче о взрыве с учетом противодействия определяется расстоянием, на котором давление на фронте волны становится равным по порядку величины противодействию p_1 . Ее можно оценить, приняв, что при переходе всей энергии взрыва в тепло давление на фронте станет равным p_1 :

$$2R^* \rho_2 T_2 = p_1, \quad (4.76)$$

$$\frac{4}{3} \pi R_0^3 \cdot 3R^* \rho_2 T_2 = E_0 \quad (4.77)$$

(в этих соотношениях принято, что ионизация газа волной полная и что среда состоит из водорода).

Из (4.76) и (4.77) находим

$$r_0 = \frac{1}{(2\pi)^{1/3}} \left(\frac{E_0}{p_1} \right)^{1/3} \approx 0,5 \left(\frac{E_0}{p_1} \right)^{1/3}, \quad (4.78)$$

что лишь в 1,5—2 раза отличается от результата, получаемого путем численного решения неавтономной задачи. При $r > r_0$ движение ударной волны еще продолжается, но со сравнительно малой скоростью.

Приведенное здесь решение задачи о точечном взрыве применимо при условии, что масса захваченного ударной волной газа значительно превосходит массу продуктов, образовавшихся при взрыве.

В астрофизических условиях нагретый газ всегда излучает и строгое условие адиабатичности не выполняется. Однако неадиабатичность существенно сказывается па движении, когда энергия, излученная газом, становится сравнимой с энергией, выделившейся при взрыве. Следовательно, процесс движения можно считать адиабатическим, пока выполняется неравенство

$$\int_0^t L_0(t) dt \ll E_0, \quad (4.79)$$

где L_0 — излучение за единицу времени всего объема газа, захваченного волной.

Если точечный взрыв происходит в неоднородной среде с экспоненциальным распределением плотности

$$\rho_0 = \rho_{00} e^{-h/\Delta_0}, \quad (4.80)$$

то ударная волна движется в сторону меньшей плотности быстрее, чем в сторону возрастания плотности. Форма ее поверхности, обладающей осевой симметрией, вытянутая и описывается формулой (А. С. Компанец (1960))

$$R_S(\vartheta) = R_0 \left(1 - \frac{aR_0 \cos \vartheta}{\Delta_0} \right), \quad (4.81)$$

где ϑ — угол, отсчитываемый от направления градиента плотности, a — некоторая постоянная.

Как уже отмечалось в § 2, энергия вспышек сверхновых звезд играет видную роль в энергетическом балансе межзвездной среды. Обсудим детальнее процесс преобразования этой энергии в межзвездной среде, рассматривая вспышку как точечный взрыв. Решение задачи об адиабатическом взрыве было впервые применено к вспышкам сверхновых И. С. Шкловским (1962).

В эволюции оболочек сверхновых можно выделить четыре стадии, различные по их газодинамическим особенностям.

1. Начальное расширение оболочки, определяемое условиями вспышки и мало зависящее от присутствия внешней среды.

2. Адиабатическая стадия движения, описываемая на основе теории точечного взрыва. В этой стадии начальная масса оболочки m_0 много меньше массы возмущенного газа. Радиус ударной волны $R(t)$ и скорость ее $D(t)$ определяются формулами (4.62) и (4.63). Из второго соотношения (1.159) находится температура газа непосредственно за фронтом:

$$T_2 = \frac{\mu p_2}{R^* \rho_2} \approx \frac{3}{100 R^*} \xi_0^2 \left(\frac{E_0}{\rho_1} \right)^{2/5} t^{-6/5}. \quad (4.82)$$

3. Стадия, когда потери энергии газом на излучение становятся достаточно большими, чтобы влиять на распределение температуры за фронтом. В это время наиболее существенным эффектом является перераспределение плотности за фронтом волны, приводящее к концентрации почти всей массы захваченного газа вблизи фронта (Кокс (1972b)).

4. После сформирования плотной тонкой оболочки потери энергии на излучение настолько велики, что оболочку можно рассматривать как движущуюся с постоянным количеством движения. В этой стадии газодинамические эффекты не очень сильно влияют на скорость движения оболочки. Поэтому приближенно можно получить эту скорость при помощи соотношения, описывающего постоянство количества движения (Оорт (1951)):

$$\frac{4}{3} \pi R^3 \rho_0 v = m_0 v_0, \quad (4.83)$$

где v_0 — начальная скорость сброшенной звездой оболочки. Величина R при этом меняется со временем следующим образом:

$$R = 4vt, \quad (4.84)$$

в отличие от второй стадии, когда

$$R = \frac{5}{2} Dt. \quad (4.85)$$

Для оценок продолжительности каждой из стадий прием следующие характерные значения параметров: $E_0 = 4 \cdot 10^{50}$ эрг; $m_0 = 10^{33}$ г; $v_0 = 10^9$ см/сек, $\rho_0 = 10^{-24}$ г·см⁻³. Тогда получаем, учитывая, что в первой стадии $R = v_0 t$, условие $t \gg 5 \cdot 10^9$ сек, при котором расширение является адиабатическим, т. е. вторая стадия должна начаться приблизительно через 10^3 лет после вспышки. В начале этой стадии температура газа за волной $T_2 \approx 2 \cdot 10^8$ °К. Она относится к атомам и ионам, а электронная температура гораздо ниже, так как вследствие малой плотности плазмы равновесие между электронной и ионной температурами не успевает устанавливаться. Излучательная способность плазмы малой плотности очень низка и стока энергии в это время практически нет. Условие $T_e = T_2$ начинает выполняться при $T_2 \approx 5 \cdot 10^7$ °К (И. С. Шкловский (1966)), т. е. через несколько тысяч лет после взрыва. Излучение плазмы становится достаточно сильным при более низких температурах, и поэтому неадиабатичность (начало третьей стадии) будет сказываться на состоянии оболочки лишь при $T_2 \approx 5 \cdot 10^6$ °К. В соответствии с (4.82) такое значение T_2 должно достигаться спустя 30—50 тысяч лет после начала движения газа.

Более точная оценка времени $t^{\text{ад}}$ начала третьей стадии была произведена Коксом (1972b). Из очевидного условия, заключающегося в том, что температура элемента за фронтом падает из-за высвечивания быстрее, чем из-за расширения фронта, он нашел (в последующие формулы входит энергия E_0 в единицах $0,75 \cdot 10^{51}$ эрг)

$$t^{\text{ад}} = 2,76 \left(\frac{E_0}{n_0} \right)^{2/11} (10^{22} \mathcal{L}^- n_0)^{-5/11} \cdot 10^4 \text{ лет.} \quad (4.86)$$

При $T > 10^7$ °К можно принять постоянным произведение $\mathcal{L}^- n_0^{-2}$. Из (4.86) тогда получается, что к моменту $t^{\text{ад}}$ газом за фронтом будет потеряна путем излучения энергия $0,09 E_0$. В интервале 10^6 °К $< T < 10^7$ °К более точным является следующее представление функции \mathcal{L}^- :

$$\mathcal{L}^- = 1,35 \cdot 10^{-16} n_e^2 T^{-1}. \quad (4.87)$$

При посредстве (4.87) получаем

$$\int_0^t L(t) dt = E_0 \left[1 - \left(\frac{t}{t^{(c)}} \right)^{17/6} \right] \quad (t < t^{(c)}), \quad (4.88)$$

а время охлаждения $t^{(c)}$ (т. е. продолжительность третьей стадии) соответственно равно

$$t^{(c)} = 5,3 \left(\frac{E_0}{n_0} \right)^{4/17} n_0^{-5/17} \cdot 10^4 \text{ лет.}$$

Таким образом, плотная оболочка приблизительно за 10—15 тысяч лет охлаждается до температур порядка 10^3 °К.

Газ, находящийся ближе к центру, остается горячим ($T \approx 10^6 - 10^8$ °К) в силу своей малой плотности и сжимает оболочку. Давление на фронте волны падает и это обстоятельство, вместе с давлением газа изнутри, приводит к образованию тонкой и довольно плотной оболочки, которая постепенно переходит в четвертую стадию своей эволюции.

В течение третьей стадии, а значит, тем более и во время второй противодавление можно не учитывать. В это время радиус фронта волны составляет $10^{19} - 3 \cdot 10^{19}$ см, тогда как величина r_0 , определяемая согласно (4.78), даже при $T = 10^1$ °К превосходит 10^{21} см.

Процессы, протекающие внутри оболочки сверхновой, очень сложны. При вспышке образуются космические лучи, оказывающие давление на оболочку; пульсар, находящийся на месте вспыхнувшей сверхновой, продолжает излучать в области жесткого рентгена; внутри оболочки может находиться множество релятивистских частиц и т. п. Все это, безусловно, сказывается на характере движения оболочки во всех стадиях, но расчет соответствующих эффектов сложен и сейчас их нельзя в газодинамической картине строго учесть. Обзор соответствующих проблем произведен¹ Волттером (1972), а также содержится в статьях И. С. Шкловского (1962), Строеке (1974) и Строеке, Лада (1975) (там же ссылки на другие работы). Что касается взаимодействия оболочки с межзвездной средой, то во многих работах оно обсуждается в различных аспектах. Прежде чем говорить о них, остановимся на наблюдательной стороне вопроса.

К 1975 г. в Галактике было известно более ста объектов, которые могут считаться туманностями, образованными в результате вспышек сверхновых (Миллс (1975)). Среди наиболее известных укажем на Крабовидную туманность, «остатки» сверхновых Тихо Браге и Кеплера, радиоисточ-

ник Кассиопея А, система волокнистых туманностей, называемая Петлей, в созвездии Лебедя. Крабовидная туманность по всем данным находится в первой стадии, возможно, то же самое имеет место и для Кассиопеи А. Об эволюционной стадии других остатков сверхновых трудно сделать определенные заключения, кроме Петли, которая, по-видимому, находится в стадии охлаждения (третьей стадии) и является одним из самых удобных объектов для проверки теоретических моделей. К тому же она много наблюдалась в радио- и оптическом диапазонах.

Согласно С. Б. Пикельнеру (1954) волокна в Петле являются плоскими ударными фронтами, образующимися при столкновении расширяющейся оболочки с облаками межзвездной среды. Мы видим их с ребра. Время охлаждения газа в таком слое около $2 \cdot 10^3$ лет. Скорость ударной волны, по данным наблюдений, около 100 км/сек. Расчет свечения волокон в линиях H_α и $[O III]$ подтверждает эту картину, поскольку вычисленные интенсивности линий согласуются с наблюдаемыми.

В центральных областях Петли содержится горячий ($T = (1-2) \cdot 10^6$ °К) газ. Эта температура определена по наблюдениям рентгеновского излучения, дающим поток $L_p = 10^{36}$ эрг·сек⁻¹. По этой температуре, зная объем V , занимаемый газом (радиус туманности 20 пс и $V \approx 10^{60}$ см³), и его массу ($230 M_\odot$), можно рассчитать излучение в частоте корональной линии $[Fe X]$ λ 6374 Å. Результат вычислений зависит от предположений о плотности газа внутри оболочки и энергии вспышки. Две альтернативные модели дают один и тот же результат:

а) $E_0 = 4 \cdot 10^{50}$ эрг, $n = 1$, возраст 45 000 лет;

б) $E_0 = 6 \cdot 10^{50}$, $n = 0,15$, возраст 16 000 лет.

Модель а) соответствует этапу, когда охлаждение почти закончилось; модель б) — стадии продолжающегося высвечивания. Величина $L_{\lambda 6374} = 3 \cdot 10^{33}$ эрг·сек⁻¹ слишком мала, чтобы ее можно было наблюдать современными средствами.

Расширяющаяся оболочка сверхновой подвержена влиянию разного рода неустойчивостей особенно на последних стадиях эволюции. Неустойчивостями многие авторы объясняют образование наблюдаемых волокнистых структур в остатках сверхновых. Для быстро расширяющихся оболочек на ранних стадиях может играть роль

неустойчивость Рэлея — Тейлора (Гелл (1975)). Наблюдения ее в это время затруднительны. На поздних стадиях возможно развитие тепловой неустойчивости (Маккрей, Стейн (1975)) за фронтом ударной волны и соответственно фрагментация оболочки. Такая же неустойчивость, согласно расчетам Мафсона (1974), имеет место в ударной волне, распространяющейся в межзвездном газе. При определенных условиях волна вызывает фазовый переход. Расширяющаяся оболочка сверхновой при скоростях 200—10 км/сек дает ударную волну, способную превратить в плотную фазу очень большое количество — до $3 \cdot 10^3 M_{\odot}$ — межоблачного газа.

Возникновение волокон возможно более простым путем — при взаимодействии ударной волны с плотными облаками. Фронт волны огибает облако, искривляется и образует излучающую в спектральных линиях H_{α} и $[N II]$ узкую область (Макки, Коуи (1975)). В работе Стро (1975) подчеркивается, что под действием ударной волны облака уплотняются, образуя светящиеся «узлы» в «остатке». При достаточно большой начальной плотности облака ($n \approx 10^3 \text{ см}^{-3}$) эти узлы движутся гораздо медленнее, чем остальной газ. Таким путем удается объяснить некоторые особенности «молодого» остатка Кассиопея А.

Кроме указанных причин, каждая из которых может играть роль в образовании наблюдаемых структур оболочек, нужно принимать во внимание магнитные поля. При движении оболочки она заметает вместе с газом и вмороженное в него магнитное поле. Это поле, уплотняясь за фронтом волны, препятствует сжатию оболочки и, естественно, должно оказывать влияние на ее динамику, но в ряде расчетов (Кокс (1972а, б)) оно в должной мере не учитывалось. С другой стороны, на ранних стадиях расширения может оказаться существенным и действие на оболочку магнитного поля нейтронной звезды, образующейся в процессе вспышки (Н. С. Кардашев (1964)). На динамике оболочки должна сказываться также продолжающаяся долгое время после взрыва инжекция релятивистских электронов в туманность, о которой свидетельствуют данные радионаблюдений (И. С. Шкловский (1966)). Эти обстоятельства сильно усложняют точное исследование действия вспышки сверхновой на межзвезд-

ную среду. Тем не менее надо полагать, что картина явления, описанная выше, в общих чертах правильна.

Отметим еще одну интересную работу, касающуюся влияния «глобальной» неоднородности межзвездной среды на структуру оболочки сверхновой. Как известно, плотность межзвездной среды с удалением от галактической плоскости убывает. Используя теорию точечного взрыва в среде с экспоненциально убывающей плотностью, Галлисфорд (1974) объяснил специфическую форму — вытянутость, — одного из остатков сверхновых — туманности IC443. На основе расчетов формы и свечения остатка путем сравнения теории с наблюдениями удалось найти энергию вспышки ($E_0 = 1,8 \cdot 10^{50}$ эрг), начальную концентрацию атомов межзвездной среды вблизи центра взрыва ($n \approx 8 \text{ см}^{-3}$) и шкалу высот $\Delta_0 = 1,2 R_0$, где R_0 — радиус туманности в направлении, перпендикулярном к градиенту плотности в ней.

§ 5. Ионизационные фронты

Ударная волна с классической точки зрения представляет собой движущуюся поверхность разрыва величин, характеризующих состояние газа. В условиях межзвездной среды существуют разрывы особого типа, обусловленные различием в степени ионизации по обе стороны от некоторой узкой области, например, на границе зоны ионизованного водорода. Как обычно считается в астрофизике (см., например, В. В. Соболев (1975)), толщина переходного слоя от зоны H II, образованной под действием излучения горячей звезды, к области нейтрального водорода мала по сравнению с радиусом зоны H II. Такой скачок называют ионизационным фронтом.

Ионизационный фронт может быть покоящимся относительно среды (и тогда поток газа через него равен нулю) только при условии равенства давлений по обе стороны фронта. Однако для такого равенства необходимо, чтобы отношение плотности газа в зоне H II к плотности в области нейтрального водорода было обратно пропорциональным отношению соответствующих температур. Величина температуры в обеих областях определяется совершенно различными факторами, и отношение температур сильно отличается от единицы, а плотности межзвездного

газа меняются в пространстве независимо от этого. Следовательно, ионизационный фронт должен двигаться до тех пор, пока давления по обе стороны его не станут одинаковыми, что, вообще говоря, происходит не обязательно. Движение ионизационного разрыва может сопровождаться образованием ударной волны, и тогда нужно совместно рассматривать систему обоих взаимодействующих разрывов.

Важнейшим обстоятельством, отличающим ионизационный фронт от разрывов других видов, является то, что поток массы через разрыв определяется внешним фактором — потоком фотонов от звезды, ионизирующих газ. После того как атомы водорода в данном элементе газа, находившемся в области Н I, под действием излучения звезды будут ионизованы, этот элемент следует относить уже к зоне Н II. Поэтому для чисто водородной среды условие сохранения потока массы на ионизационном разрыве записывается в следующем виде:

$$\rho_2 (D_1 - v_2) = \rho_1 D_1 = J_c, \quad (4.89)$$

где, как обычно, индексами «1» и «2» обозначены значения соответствующих величин до фронта и за ним, D_1 — скорость фронта относительно области нейтрального водорода, предполагаемой покоящейся, и J_c — поток ионизирующих фотонов через единицу площади фронта. Величина J_c определяется соотношением

$$J_c = c m_H \int_{\nu_0}^{\infty} \rho_{\nu}^* \frac{d\nu}{h\nu}, \quad (4.90)$$

где ρ_{ν}^* — плотность излучения звезды, $h\nu_0$ — потенциал ионизации водорода, m_H — масса атома водорода и c — скорость света. Если принять, как это часто делают, что оптическая толщина τ_{HII} зоны Н II мала ($\tau_{HII} \ll 1$), то для J_c получаем (С. А. Каплан (1958))

$$J_c = \frac{6 \cdot 10^{-16}}{r^2} q (1 - q_1) L. \quad (4.91)$$

Здесь L — светимость звезды, r — расстояние фронта от звезды, q — доля излучения ее, приходящаяся на лаймановский континуум, и q_1 — среднее значение той доли энергии фотона, которая при ионизации атома переходит

в кинетическую энергию отрывающегося электрона. Величины q и q_1 зависят от распределения энергии в спектре звезды.

Условия сохранения потока импульса и потока энергии на ионизационном разрыве записываются в такой форме:

$$p_1 + \rho_1 D_i^2 = p_2 + \rho_2 (D_i - v_2)^2, \quad (4.92)$$

$$\begin{aligned} \rho_1 D_i \left[\frac{D_i^2}{2} + \frac{5}{2} \frac{R^* T_1}{\mu_1} \right] + \frac{q q_1 L}{4\pi r^2} = \\ = \rho_2 (D_i - v_2) \left[\frac{(D_i - v_2)^2}{2} + \frac{5}{2} \frac{R^* T_2}{\mu_2} \right]. \end{aligned} \quad (4.93)$$

Последнее слагаемое в левой части (4.93) дает поток энергии от источника, внешнего по отношению к неионизованному газу. Это энергия потока фотонов за вычетом энергии ионизации. В уравнении (4.93) не учитываются потери на излучение внутри фронта, а в (4.92) опущен член, соответствующий давлению излучения.

Из соотношений (4.89), (4.92) и (4.93) при заданных значениях ρ_1 , T_1 , T_2 и известных величинах L , q , q_1 , r можно найти скорость фронта D_i , скорость и плотность газа за фронтом в предположении о стационарности движения.

Хотя движение ионизационного фронта в стационарном случае определяется лишь потоком фотонов, нужно иметь в виду, что невозмущенный газ перед фронтом подвергается давлению со стороны области H II и поэтому уплотняется. Становясь в дальнейшем ионизованным и имеющим температуру порядка 10^4 °К, он при определенных условиях в силу своей повышенной плотности расширяется — оттекает от фронта в сторону источника ионизации. Если движение газа в это время обусловлено только давлением в нем, то отток должен происходить со скоростью, равной местной скорости звука:

$$v_2 = c_2 = \sqrt{\gamma \frac{p_2}{\rho_2}}. \quad (4.94)$$

Соотношение (4.94), называемое условием точки Жуге, переопределяет систему уравнений (4.89), (4.92), (4.93) и приводит к тому, что решение системы может существовать только при определенном значении ρ_1 . Если же

величина ρ_1 иная, то стационарное движение фронта невозможно.

Условие (4.94) выполняется не всегда. В частности, достаточно высокое давление газа в зоне Н II препятствует оттоку газа от фронта. Как показали расчеты Ласкера (1967), при увеличении размеров зоны и соответствующем уменьшении J_c наступает состояние, когда давление во вновь ионизованном газе недостаточно велико, чтобы вызвать его отток.

Вообще говоря, движение ионизованного фронта не является стационарным, так как величина r меняется со временем. При этом изменяется и состояние зоны Н II, а также структура фронта. Поэтому задачу об эволюции ионизационного фронта следует решать как нестационарную газодинамическую задачу, причем соотношениями (4.89), (4.92) и (4.93) задаются граничные условия для системы уравнений газодинамики, описывающей движение газа. В предположении сферической симметрии движения эти уравнения, одинаковые для обеих областей Н I и Н II, таковы:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho v) = 0, \quad (4.95)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{GM_*}{r^2}. \quad (4.96)$$

Здесь M_* — масса звезды.

В зоне Н II к этой системе следует добавить уравнение, определяющее изменение степени ионизации n^+/n , обозначаемой через x :

$$\frac{\partial x}{\partial t} + v \frac{\partial x}{\partial r} = \alpha_{1c} J_c (1 - x) - \frac{C_1 \rho x^2}{m_H}, \quad (4.97)$$

и уравнение, описывающее изменение потока ионизирующих фотонов:

$$\frac{\partial}{\partial r} (J_c r^2) = - \frac{\alpha_{1c}}{m_H} J_c \rho (1 - x) r^2. \quad (4.98)$$

Здесь через α_{1c} обозначен коэффициент поглощения этих фотонов и C_1 — коэффициент рекомбинации атомов водорода на основной уровень.

В общем уравнение энергии, которое здесь не пишется, должны быть добавлены члены, учитывающие

потери тепловой энергии при рекомбинациях и прирост ее в результате ионизаций.

Прежде чем говорить о расчетах эволюции ионизационных фронтов путем решения полной системы (4.95) — (4.98), рассмотрим вопрос о структуре области, прилегающей к ионизационному разрыву. Точное определение структуры требует, помимо задания величин J_c , ρ_1 , T_1 , также знания условий в зоне Н II. При приближенном исследовании структуры можно ограничиться заданием величины T_2 .

Характер движения в слое неионизованного водорода, непосредственно прилегающем к ионизационному разрыву, зависит от соотношения между величиной потока ионизирующих фотонов и значением плотности ρ_1 (Кан (1954)). Если плотность неионизованного газа достаточно мала ($\rho_1 < \rho_R$), то ионизационный фронт движется по газу со сверхзвуковой скоростью. Такой фронт относят к типу R . При условии $\rho_R < \rho_1 < \rho_D$ впереди ионизационного фронта движется ударный фронт, а между ними находится область сжатого газа. В таком случае говорят о фронте типа M . Наконец, в том случае, когда плотность ρ_1 достаточно велика ($\rho_D < \rho_1$), ионизационный фронт движется с дозвуковой скоростью, а перед ним со скоростью звука распространяется волна сжатия (фронт типа D). Критические значения плотности ρ_R и ρ_D зависят от J_c .

Газ за ионизационным фронтом, — в зоне Н II, расширяется. Фронт (типа R или D) называют сильным, если расширение происходит со сверхзвуковой скоростью, и слабым, когда скорость расширения дозвуковая. Промежуточный случай, соответствующий критическому фронту, возможен лишь при $\rho_1 = \rho_R$ или $\rho_1 = \rho_D$, т. е. только при определенном значении плотности газа перед фронтом. Для критического фронта (как типа R , так и типа D) выполняется условие (4.94). Этим обуславливается, как отмечалось выше, необходимость того, чтобы ρ_1 имело некоторое определенное значение.

Существенное влияние на движение ионизационного фронта оказывает высвечивание газа за фронтом волны. Если температуру газа за фронтом считать определяющейся лишь полем излучения и близкой к 10^4 °К, то из условий сохранения на фронте получается следующее выражение для величины D_1 с точностью до членов первого порядка

малости по отношению к T_1/T_2 ($\gamma = 5/3$) (С. А. Каплан (1958)):

$$D_i = 4 \sqrt{\frac{2}{15} R^* T_2} \left[1 \pm \left(1 - \frac{15}{64} \frac{T_1}{T_2} \right) \right]. \quad (4.99)$$

Отсюда следует, что возможны два значения скорости: $D_i \approx 20$ км/сек и $D_i \approx 0,3$ км/сек. Первое из этих решений соответствует фронту типа R , второе — фронту типа D . Поскольку во втором случае неионизованный газ должен быть нагрет волной сжатия, его температура принята равной $T_1 = 10^3$ °К.

При детальном изучении структуры слоя газа, отделяющего ионизованный газ от неионизованного, необходимо учитывать различные релаксационные процессы, в которых важную роль играет излучение. В работе Макферсона (1974) структура ионизационного фронта рассчитана путем решения кинетического уравнения в стационарном случае для смеси атомов, электронов, протонов и фотонов. При этом предполагалось, что концентрация атомов n_1 и температура T_1 в невозмущенной среде равны соответственно $n_1 = 100$ см⁻³ и $T_1 = 100$ °К. Ионизирующее среду излучение — чернотельное, соответствующее температуре 20 000 °К. В качестве внешнего параметра задается также значение числа Маха M для образующейся ударной волны. Оно принято равным 7,5. Величина M для волны зависит от параметра J_c и, следовательно, значение M определяет радиус ионизационного фронта. При $M = 7,5$ радиус фронта в 15 раз превосходит радиус звезды и поэтому внутри фронта можно пренебречь кривизной слоев.

Результаты расчета структуры ионизационного фронта для того момента, когда он находится на указанном расстоянии от звезды, представлены графически (рис. 13 и 14). На первом из них показано, как меняются температура и плотность, а на втором — скорость в зависимости от расстояния до невозмущенной области. Структура переходной области оказывается весьма сложной. Внутри нее имеются минимум плотности и максимум температуры электронного газа. Скорость газа также меняется немонотонно и при этом не одинаково для различных частиц.

Из результатов расчета следует, что толщина области, в которой происходят релаксационные процессы,

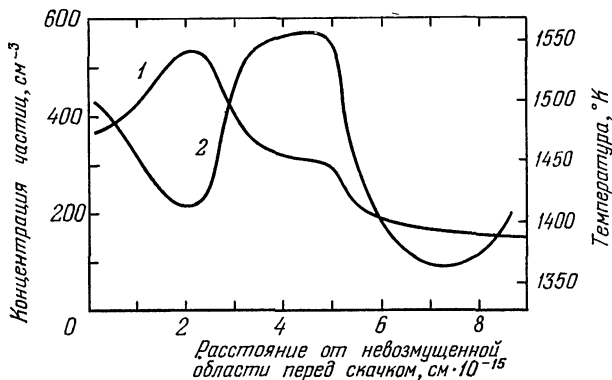


Рис. 13. Распределение плотности (кривая 1) и температуры (кривая 2) внутри ионизационного фронта (Макферсон (1974)).

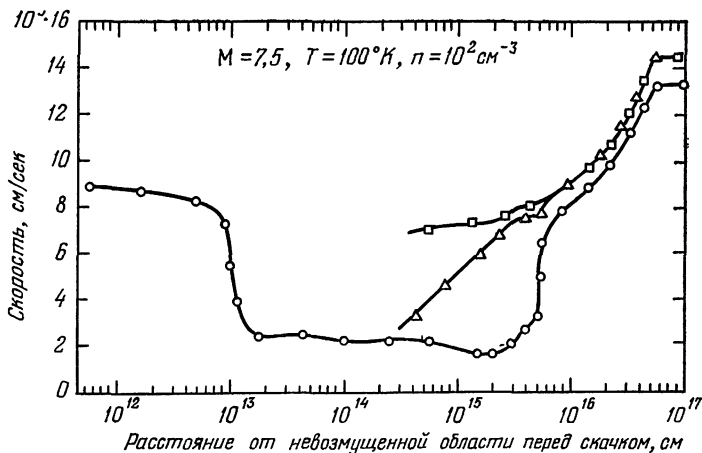


Рис. 14. Распределение скорости внутри ионизационного фронта (Макферсон (1974)): ○ — водородные атомы, △ — электроны, □ — протоны.

оказывается не очень малой по сравнению с радиусом зоны Н II. В рассматриваемом случае она составляет около $0,05 \text{ пс}$, что на два порядка превосходит толщину, по прежним оценкам равную $0,0005 \text{ пс}$ (С. А. Каплан, С. Б. Пикельнер (1963)).

Вопрос об относительной толщине зоны сжатого газа между ионизационным и ударным фронтами приобрел актуальность после того, как радионаблюдениями было установлено, что многие из зон Н II окружены расширяющимися плотными оболочками нейтрального водорода, имеющими толщину около половины радиуса зоны (Филд (1972)). Расчеты эволюции зон Н II приводят к меньшим значениям толщины сжатой области — $0,01$ — $0,1$ радиуса зоны.

При исследованиях эволюции областей ионизованного водорода обычно предполагают, что в некоторый момент в нейтральном газе возникает источник ионизирующего излучения — горячая звезда. За короткое время — около $10^4/n_1 \text{ лет}$ — быстро распространяющийся по газу (со скоростью порядка 10^3 км/сек) ионизационный фронт приводит к возникновению зоны Н II, радиус которой s_0 определяется хорошо известной формулой (см. В. В. Соколов (1975))

$$s_0 = \left[\frac{3}{4} \frac{R_*^2 f(T_*)}{4\alpha_c n_1^2} \right]^{1/3}, \quad (4.100)$$

где α_c — коэффициент поглощения за пределом лаймановской серии, R_* — радиус звезды и $f(T_*)$ — функция температуры звезды T_* , имеющая вид

$$f(T_*) = \left(\frac{T_e}{T_*} \right)^{1/2} \frac{g^+}{g_1} \frac{2(2\pi mkT_*)}{h^3} e^{-x_{\text{H}}/kT_*}. \quad (4.101)$$

В дальнейшем тип ионизационного фронта меняется (он становится типа D) и возрастание радиуса зоны Н II происходит гораздо медленнее.

В подробных расчетах эволюции областей Н II, выполненных Метьюзом (1965) (см. также Метьюз, О'Делл (1969)), учитывалось возрастание светимости звезды в лаймановском континууме L_c со временем, обусловленное эволюцией самой звезды. В эпоху, когда радиус зоны Н II достигает значения s_0 , за ионизационным фронтом суще-

ствуется пик температуры высотой до $3 \cdot 10^4$ °К. В основной части области Н II температура гораздо ниже — близка к $8 \cdot 10^2$ °К вследствие охлаждения газа путем возбуждения атомов кислорода и последующего выхода их излучения наружу. Поток L_c прямого излучения, доходящий до ионизационного фронта, уменьшается со временем, так как это излучение поглощается внутри зоны Н II. Поглощением компенсируется эффект рекомбинаций, приводящий к «дроблению» фотонов L_c внутри зоны и выходу их из нее.

Вычисления позволили также проследить образование ударного фронта. Скорость ионизационного фронта оказывается после достижения им радиуса s_0 очень малой — $0,1$ — $0,2$ км/сек. Скорость ударной волны выше ($M \approx 4$) и она сжимает газ, одновременно нагревая его до $T \approx 10^4$ °К. Нагретый газ очень быстро охлаждается, и температура в слое между ионизационным и ударным фронтами составляет около 2000 °К. Ширина слоя сжатого газа на том этапе, до которого были доведены расчеты (через $6 \cdot 10^4$ лет после начала процесса), составляла около $0,1$ радиуса зоны.

Таким образом, результаты расчета согласуются с той схемой движения стационарного ионизационного фронта, которая была описана выше и получена путем анализа условий сохранения на фронте.

Реально наблюдаемые зоны Н II имеют, по-видимому, возраст больший, чем $6 \cdot 10^4$ лет, и к ним применимы результаты расчетов Ласкера (1967), изучавшего эволюцию за время начиная от $2 \cdot 10^4$ лет до $2 \cdot 10^6$ лет. Температура в зоне Н II принимается постоянной и равной 10^4 °К, а также вводится ряд упрощающих предположений относительно структуры переходной области. Указанные расчеты позволили отчетливо проследить образование ударного фронта и возрастание толщины слоя, сжатого ударной волной. Однако она остается меньшей $0,1 R_{\text{НИ}}$, что, как уже отмечалось, не согласуется с наблюдениями.

В качестве возможных причин сильного увеличения толщины сжатой области различными авторами указывалось на турбулентное давление в облаках нейтрального водорода и действие магнитного давления. Соответствующие расчеты пока не производились. Вместе с тем нужно учитывать, что охлаждение газа на пыли, имеющейся

в нейтральном водороде, должно приводить к уменьшению толщины сжатой области.

Картина сферически-симметричного ионизационного фронта, распространяющегося под действием точечного источника ультрафиолетового излучения в однородной среде, представляется крайне идеализированной. С одной стороны, межзвездная среда очень неоднородна, с другой стороны, горячие звезды располагаются в ней агрегатами. Поэтому в действительности ионизационные фронты часто создают сложную конфигурацию. Так, если ионизационный фронт встречает на своем пути уплотнение нейтрального газа, то он может обходить его, образуя так называемый «слоновый хобот». Это явление наблюдается как темная полоска внутри светлой диффузной туманности, окаймленная ярким ободком — «римом». Газ, составляющий яркий ободок, оттекает от ионизационного фронта, который в данном случае относится к критическому типу D . Распределение яркости, полученное для такой модели, хорошо согласуется с наблюдениями (Потташ (1958)) и, кроме того, на отток газа указывают и спектроскопические данные. Заметим, что имеется и другая точка зрения на причины образования «слоновых хоботов», связывающая их с действием магнитно-гравитационной неустойчивости Рэля — Тейлора. Об этом будет сказано несколько ниже.

Когда в неоднородной межзвездной среде достаточно близко расположено несколько горячих звезд, то образуется система ионизационных фронтов. Так, Эллиот и Миберн (1974) нашли, что в ядре туманности $M 8$ существует комплекс ионизационных фронтов, связанных, в частности, со звездами Трапеции. В $M 42$ вся область ионизованного газа является совокупностью ионизационных фронтов, по выражению авторов, «вгрызающихся» в огромный объем нейтрального вещества, во много раз превосходящий видимую туманность.

Присутствие «слоновых хоботов» и других наблюдаемых нерегулярностей в ионизационных фронтах неоднократно пытались объяснить неустойчивостью фронтов. Спитцером (1954) было высказано мнение, что при движении ионизационного фронта развивается неустойчивость Рэля — Тейлора, причем роль «тяжелой жидкости» играет нейтральный газ, а ускорение обусловлено расширением области $H II$. Хотя анализ наблюдений проде-

монстрировал, что возникновение «слоновых хоботов» и других наблюдаемых особенностей не может быть объяснено таким путем, к идее о важном значении неустойчивости Рэля — Тейлора в динамике ионизационных фронтов неоднократно возвращались. В работе Каприотти (1973) предположение о такой неустойчивости привлекается для объяснения неоднородностей в туманности NGC 7293. Анализ устойчивости туманности, применимый и к ионизационным фронтам, производится методом малых возмущений. Уравнения неразрывности и движения записываются в системе координат, связанной с ионизационным фронтом:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \mathbf{v} = 0, \quad \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} + c^2 \nabla \rho + \rho \mathbf{g} = 0, \quad (4.102)$$

причем в области нейтрального водорода

$$\frac{dv_1}{dt} = 0, \quad (4.103)$$

а в зоне Н II

$$\frac{dv_2}{dt} = -g. \quad (4.104)$$

Из (4.102) получаются уравнения, определяющие возмущения плотности $\delta\rho$ и скорости $\delta\mathbf{v}$, которые после исключения $\delta\mathbf{v}$ дают

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_z \frac{\partial}{\partial z}\right)^2 \delta\rho - c^2 \nabla^2 \delta\rho - ag \frac{\partial \delta\rho}{\partial z} = 0, \quad (4.105)$$

где $a = 0$ для области Н II и $a = 1$ для области нейтрального водорода.

Решение уравнения (4.105) ищется в виде

$$\delta\rho = A \exp \{nt + i(k_x x + k_y y) + \alpha z\}, \quad (4.106)$$

где α — некоторый параметр. С помощью соответствующего характеристического уравнения находится инкремент возмущения. Он стремится с возрастанием радиуса зоны Н II к значению

$$n^{-1} \approx \left[-g \left(\alpha_1 + \frac{g}{c_1^2} \right) \right]^{-1/2}. \quad (4.107)$$

Масштаб возмущения плотности в направлении, перпендикулярном к невозмущенному фронту, определяется

величиной $\alpha_1 < 0$. Критическая длина волны $\lambda_{\text{крит}}$ находится из условия

$$\lambda_{\text{крит}} \approx \frac{c_1^2}{g}. \quad (4.108)$$

Неустойчивость ионизационного фронта развивается, когда поток нейтральных атомов через невозмущенный фронт больше, чем поток ионизирующих фотонов. Эти фотоны оказываются тогда не в состоянии подавить «языки» или «пички» нейтрального газа, вклинивающиеся в зону III. Условие развития неустойчивости записывается в такой форме:

$$\frac{n_1 g t_{\text{рек}}}{2} > J_c, \quad (4.109)$$

где $t_{\text{рек}}$ — время рекомбинации атома водорода на все уровни, кроме основного. При условии (4.109) рекомбинации идут медленнее чем нужно, чтобы подавить смещения «языков» ионизованного газа в направлении движения фронта.

«Пички», состоящие из нейтрального газа, вклинившегося в зону III и стекающего в сторону, противоположную направлению ее расширения, подвергаются действию неустойчивости Кельвина — Гельмгольца. В результате они трансформируются в образования типа глобул с характерным размером порядка $\lambda_{\text{крит}}$. Соответственно массы этих глобул получаются порядка 10^{27} г.

Образование глобул в результате разрушения «слоновых хоботов» предполагалось и ранее (Потташ (1958)). Что же касается образования самих «слоновых хоботов», то они, согласно Дибая (1971), могут возникать в результате магнитно-гравитационной неустойчивости межзвездной среды. Различные проблемы, связанные с динамикой образования глобул и их эволюцией, обсуждаются в работе Дибая (1958). Он, в частности, предполагает, что в процессе уплотнения газа в глобулу существенная роль принадлежит кумулятивной ударной волне, сходящейся к центру глобулы.

Ввиду математических трудностей задача об условиях устойчивости ионизационного фронта, обладающего, как было показано выше, очень сложной структурой, до

конца не решена и необходимы дальнейшие исследования в этом направлении. В частности, очень важно оценить роль нелинейных эффектов в развитии неустойчивости.

Выше (§ 3) на расширение областей Н II указывалось как на один из важнейших источников поступления кинетической энергии в межзвездную среду. В областях Н II энергия излучения горячих звезд перерабатывается в тепловую энергию газа, а давление горячего газа сообщает кинетическую энергию окружающей среде. Согласно расчетам Ласкера (1967) в среднем в кинетическую энергию переходит 0,0024 излучения всех горячих звезд. Это составляет лишь около $\frac{1}{6}$ общей энергии движения межзвездной среды. Дополнительная энергия в области Н II может вноситься также вследствие истечения вещества из звезд. Роль этого фактора будет обсуждаться в гл. 5 (§ 5).

Глава 5

ДВИЖЕНИЯ ГАЗА В ЗВЕЗДАХ

В этой главе рассмотрен ряд задач газодинамики звезд и звездных оболочек для тех случаев, когда вращение звезды не сказывается определяющим образом на характере течения. Изложение начинается с описания структуры внешних конвективных зон. От строения конвективной зоны и характера движений в ней существенно зависит динамическое состояние наблюдаемых наружных слоев звезды. Кроме того, наличие конвективной зоны сказывается на глобальных свойствах звезды, в частности, на ее колебаниях и динамике взрыва. Эти явления дают очень много сведений о строении и эволюции звезд и их исследование в большой степени стимулировало развитие космической газодинамики. Результаты изучения колебаний звезд и взрывов в звездах методами газодинамики описываются во втором и третьем параграфах.

Взрывы в звездах приводят к наблюдаемым явлениям, обусловленным выходом ударной волны наружу и выбрасыванием газа из звезд, как в виде дискретных оболочек, так и в форме непрерывного истечения. Газодинамические проблемы, возникающие в связи с изучением этих течений, еще далеки от полного решения, но многое уже удалось выяснить. В четвертом параграфе изложены основные результаты исследований ударных волн, распространяющихся во внешних слоях звезд и в оболочках новых звезд. Нестационарное истечение нагретого волной газа с поверхности звезды описано в последнем параграфе. Там же рассмотрено стационарное течение, называемое звездным ветром и возникающее вследствие сильного нагрева самых наружных областей у звезд, имеющих внешние конвективные зоны, а также под действием давления излучения у звезд очень высокой светимости.

§ 1. Строение конвективной зоны звезды и конвекция в звездных атмосферах

Возникновение внешней конвективной зоны у звезд спектральных классов F и более поздних вызвано уменьшением эффективного показателя адиабаты γ на уровне ионизации наиболее распространенного элемента и изменением коэффициента поглощения, приводящим к уменьшению лучистого градиента температуры. Прежде чем описывать свойства этих зон, скажем коротко о внутренних конвективных зонах, которые должны быть в центральных областях горячих массивных звезд.

Скорость выделения энергии в результате реакций углеродно-азотного цикла очень сильно зависит от температуры ($\sim T^{20}$), тогда как поток излучения пропорционален T^4 . В этих случаях перенос энергии излучением оказывается недостаточным и действует более эффективный способ переноса конвекцией. Во внутренней конвективной зоне величина сверхадиабатического градиента обычно очень мала по сравнению с адиабатическим градиентом:

$$\left| \frac{dT}{dr} - \left(\frac{dT}{dr} \right)_{\text{ад}} \right| \ll \left| \frac{dT}{dr} \right|_{\text{ад}} \quad (5.1)$$

и поэтому уравнение состояния для этой зоны записывается в виде ($\gamma = 5/3$)

$$p = K T^{5/2}, \quad (5.2)$$

где K — некоторый коэффициент. Соответственно для расчета потока энергии во внутренней конвективной зоне можно использовать выражения типа (3.174) и этот расчет производится сравнительно просто. Что же касается внешней конвективной зоны, то для нее расчет строения очень сложен, так как здесь температура и давление в каждой точке зависят от величины потока энергии, который сам по себе определяется строением оболочки. Таким образом, необходимо решать самосогласованную задачу.

Метод расчета внешней конвективной зоны был впервые предложен Бём-Витензе (1958). В указанной работе предполагается, что величина конвективного потока на данном уровне определяется лишь характеристиками состояния газа на этом же уровне. Такая теория конвективной зоны называется локальной. Рассмотрим метод Бём-Витензе более детально, поскольку он и его модификации

до настоящего времени широко используются, хотя в конце шестидесятых годов были предложены и более точные нелокальные теории. Предварительно укажем общие условия, при которых производятся подобные расчеты.

Конвективная зона принимается находящейся в стационарном состоянии, т. е. поток энергии, обусловленный конвекцией ($F_{\text{конв}}$), и поток энергии, переносимый излучением ($F_{\text{изл}}$), считаются не зависящими от времени. Кроме того, на каждом уровне предполагается выполненным условие гидростатического равновесия

$$\frac{dp_g}{d\tau} = \frac{g}{\bar{\kappa}(p_g, T)}, \quad (5.3)$$

где $\bar{\kappa}(p_g, T)$ — росселандовский средний коэффициент непрозрачности. При условии, что имеет место ионизационное равновесие, описываемое формулой Саха, для заданного химического состава можно вычислить как $\bar{\kappa}(p_g, T)$, так и величину

$$\bar{\nabla}_{\text{ад}} = \left(\frac{d \ln T}{d \ln p} \right)_{\text{ад}}. \quad (5.4)$$

Поскольку звезда находится в лучистом равновесии, логарифмический лучистый градиент $\bar{\nabla}_{\text{изл}}$ определяется известным выражением:

$$\bar{\nabla}_{\text{изл}} = \frac{3}{16} \frac{\bar{\kappa} p_g}{g} \left(\frac{T_{\text{эфф}}}{T} \right)^4. \quad (5.5)$$

В самых наружных слоях звезды (на оптических глубинах $\tau \ll 1$) величины p_g и $\bar{\kappa}$ очень малы и там выполняется условие

$$\bar{\nabla}_{\text{изл}} < \bar{\nabla}_{\text{ад}}. \quad (5.6)$$

Соответственно эти слои конвективно устойчивы. В атмосферах звезд главной последовательности условие (5.6) нарушается уже при $\tau \approx 1$, главным образом вследствие быстрого возрастания $\bar{\kappa}$ с оптической глубиной. Значение τ , соответствующее верхней границе конвективной зоны, существенно зависит от температуры звезды и, значит, от ее спектрального класса. У звезд классов F0 и более ранних ($T_{\text{эфф}} > 7000$ °K) уменьшение величины $\bar{\nabla}_{\text{ад}}$ недостаточно быстрое для того, чтобы вызвать образование внешней конвективной зоны (В. Г. Горбацкий, А. К. Колесов (1966)).

Существует и другая точка зрения, основывающаяся на расчетах, произведенных для моделей атмосфер звезд класса А. Эти вычисления указали на возможность инверсии плотности в той области, где $\bar{\kappa}$ резко возрастает (Читре, Шевив (1967)) — при оптических глубинах порядка единицы. По тем же, а также более поздним (Латур (1970)) расчетам во внешних слоях даже сравнительно горячих звезд ($T \lesssim 10^4$ °К) должна иметься сравнительно тонкая конвективная зона. Однако вследствие трудностей, связанных с расчетами конвективных областей, вопрос о конвекции в оболочках звезд класса А остается пока открытым. В частности, нужно подчеркнуть очень большую зависимость результатов от постановки условий на границах (Э. В. Эргма (1971)).

Однократная ионизация гелия при его обычном содержании не меняет величину γ настолько, чтобы соответствующее снижение $\bar{\nabla}_{\text{ад}}$ вызывало наступление конвекции. Поэтому у горячих звезд ($T \gtrsim 10^4$ °К) главной последовательности конвективной зоны, связанной с ионизацией He, не должно быть (В. Г. Горбацкий, А. К. Колесов (1966)).

Обширные конвективные зоны, связанные с изменением γ из-за ионизации, должны существовать у звезд, близких по массе к Солнцу и с температурой $T \lesssim 7000$ °К. В соответствии с (5.6) при вычислениях принимается, что на поверхности звезды конвективный поток равен нулю. Поэтому там

$$F_{\text{изл}} = \sigma T_{\text{эфф}}^4, \quad (5.7)$$

а в более глубоких слоях имеет место равенство

$$F_{\text{конв}} + F_{\text{изл}} = \sigma T_{\text{эфф}}^4. \quad (5.8)$$

Величина конвективного потока определяется выражением

$$F_{\text{конв}} = c_{\text{P}} \rho T \left\langle \frac{\Delta T}{T} v \right\rangle \approx c_{\text{P}} \rho T \left\langle \frac{\Delta T}{T} \right\rangle \langle v \rangle, \quad (5.9)$$

где усреднение производится по сферической поверхности.

Задача о вычислении конвективного потока в работе Бём-Витензе и последующих решалась в приближении пути перемешивания. Для учета неадиабатичности — обме-

на энергией между конвективным элементом и окружающей средой — вводится логарифмический градиент в элементе $\tilde{\nabla}'$ такой, что

$$\tilde{\nabla}_{\text{ад}} < \tilde{\nabla}' < \tilde{\nabla}. \quad (5.10)$$

Среднее значение относительной разности температур $\langle \Delta T/T \rangle$ записывается в виде

$$\left\langle \frac{\Delta T}{T} \right\rangle = (\tilde{\nabla} - \tilde{\nabla}') \frac{l}{2\mathcal{H}}, \quad (5.11)$$

где \mathcal{H} принимается согласно (3.144). Выражение (5.11) получают, считая, что в среднем элемент, до того как смешаться со средой, проходит в вертикальном направлении путь $l/2$. Если конвекция ламинарная, то множитель $1/2$ следует опустить. Из (5.9) с учетом (5.11) имеем

$$F_{\text{конв}} = c_P \rho T \langle v \rangle (\tilde{\nabla} - \tilde{\nabla}') \frac{l}{2\mathcal{H}}. \quad (5.12)$$

Введем величину $\tilde{\gamma}$, представляющую собой отношение энергии, перенесенной элементом, к энергии, потерянной им на излучение за время движения (равное $l/\langle v \rangle$):

$$\tilde{\gamma} = \frac{\tilde{\nabla} - \tilde{\nabla}'}{\tilde{\nabla}' - \tilde{\nabla}_{\text{ад}}}. \quad (5.13)$$

Для величины $\tilde{\gamma}$, в предположении о чернотельном характере излучения, принимают выражение

$$\tilde{\gamma} = \frac{(1 + y\tau_0^2\rho^2)c_P}{8\sigma T^3\tau_0} \langle v \rangle, \quad (5.14)$$

где τ_0 — оптическая толщина элемента. Выражение (5.14) введено в качестве обобщения того, которое использовалось ранее Бём-Витензе, считавшей, что $\tau_0 \gg 1$. Величина y представляет собой параметр, зависящий от геометрии элемента и распределения температур в нем. Обычно y рассматривают как свободный параметр.

Из (5.13) находим

$$\tilde{\nabla} - \tilde{\nabla}' = \frac{\tilde{\gamma}}{1 + \tilde{\gamma}} (\tilde{\nabla} - \tilde{\nabla}_{\text{ад}}). \quad (5.15)$$

При адиабатической конвекции нужно считать $\tilde{\gamma} \rightarrow \infty$, а при $\tilde{\gamma} = 0$ конвекции нет — элемент за время движения теряет всю избыточную энергию. При $\tilde{\gamma} < 1$ говорят о сверхадиабатической конвекции.

Величину скорости элемента можно найти из уравнения его движения. Оно содержит члены, определяющие действие силы плавучести, силы сопротивления движению и учитывающие изменение энергии элемента при его расширении, и записывается в следующем виде:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -g_r - c_x \frac{v^2}{2V_k} \pi R_k^2 - \frac{1}{\rho_k} \frac{dp}{dr}, \quad (5.16)$$

где R_k и V_k — радиус и объем элемента соответственно, ρ_k — плотность газа в нем и c_x — коэффициент сопротивления движению. Обычно же для нахождения v пользуются более простым соотношением

$$\frac{v^2}{2} = - \int_0^r g_r \frac{\Delta \rho}{\rho_k} dr, \quad (5.17)$$

выражающим равенство кинетической энергии элемента и работы, произведенной над ним силой плавучести. Так как

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = - \frac{\Delta T}{T} Q_\mu, \quad (5.18)$$

где множитель Q_μ определяется формулой

$$Q_\mu = 1 - \frac{\partial \ln \mu}{\partial \ln T} \quad (5.19)$$

и учитывает влияние изменения молекулярного веса μ на величину плотности, то из (5.17) при посредстве (5.11) получается среднее значение скорости на пути l в виде

$$\langle v \rangle = \frac{l}{2} \sqrt{\frac{g Q_\mu}{2 \mathcal{H}} (\tilde{\nabla} - \tilde{\nabla}')}. \quad (5.20)$$

После подстановки (5.20) в (5.12) получаем выражение для конвективного потока. Используя (5.15), можно записать соотношение (5.8) в такой форме:

$$\begin{aligned} \frac{16}{3} \frac{g \sigma \mu}{R^* \rho} \frac{T^3}{\kappa} \tilde{\nabla} + c_P \rho T \frac{1}{4 \sqrt{2}} \left(\frac{l}{\mathcal{H}} \right)^2 \left(\frac{R^* T}{\mu} Q_\mu \right)^{1/2} \times \\ \times \left(\frac{\tilde{\gamma}}{1 + \tilde{\gamma}} \right)^{3/2} (\tilde{\nabla} - \tilde{\nabla}_{\text{ад}})^{3/2} = \sigma T_{\text{эфф}}^4. \end{aligned} \quad (5.21)$$

Расчет структуры конвективной зоны производится при помощи (5.21). При вычислениях величину l принимают пропорциональной шкале высот по давлению с коэффициентом пропорциональности α , лежащим в интервале $\alpha = 0,5-2,0$. Результаты вычислений моделей конвективных зон по указанной методике (при $\alpha = 1,5$) содержатся в таблицах, составленных Бекером и Темесвари (1966).

Обобщение метода Бём-Витензе расчета конвективной зоны путем введения нескольких разных «длин перемешивания», связанных с усреднением различных величин, входящих в газодинамические уравнения, было предложено Унно (1969). По существу, оно сводится к введению некоторых коэффициентов в выражения (5.15) и (5.20). Для этих коэффициентов получены сложные соотношения. Пока нет таких расчетов конвективных оболочек методом Унно, которые продемонстрировали бы его лучшие возможности при объяснении наблюдений.

Обзор результатов расчетов конвекции в звездах типа Солнца и более поздних классов, произведенных при посредстве метода Бём-Витензе и его обобщений, сделан в статье Э. В. Эргмы и А. Г. Масевич (1971). Эти вычисления дают большое значение толщины конвективной зоны — $10^5-2 \cdot 10^5$ км. Они продемонстрировали не только сильную зависимость рассчитываемой структуры зоны от величины α , но также и от выбора в качестве \mathcal{H} шкалы по давлению или по плотности. Результаты вычислений сильно зависят также от параметра u . В конечном счете следует констатировать, что для условий на внутренней границе конвективной зоны расчет по локальной теории дает крайне неуверенные результаты. Значения температуры при различном выборе параметров могут отличаться на порядок, а плотности — даже на несколько порядков. Большие неточности может вносить произвол в выборе значения длины перемешивания, а также предполагаемая локальность свойств газа в элементе, и в теоретически определяемые динамические характеристики внешних слоев звезд, т. е. именно там, где возможно сравнение теории с наблюдениями.

Эта сторона вопроса будет обсуждена ниже, а сейчас остановимся на некоторых результатах расчетов конвекции по нелокальным теориям.

Согласно нелокальной теории Ульриха (1970), конвективный поток находится из выражения

$$F_{\text{конв}}(z_0^*) = \rho \int_{z_{\text{min}}^*}^{z_{\text{max}}^*} \left\{ \frac{I_1(z_0^*) - I_1(z_1^*)}{z_0^* - z_1^*} \right\} \left\{ \frac{I_2(z_0^*) - I_2(z_1^*)}{z_0^* - z_1^*} \right\} WU_*^2 dz_1^*, \quad (5.22)$$

где функции $I_1(z^*)$ и $I_2(z^*)$ определяются так:

$$\frac{dI_1}{dz^*} = ac_p T (\tilde{\nabla} - \tilde{\nabla}'), \quad \frac{dI_2}{dz^*} = av_g (\tilde{\nabla} - \tilde{\nabla}')^{1/2} \quad (5.23)$$

и

$$dz^* = \frac{dz}{a\mathcal{H}} = \frac{d \ln p}{a}, \quad v_g = \left(\frac{g\mathcal{H}Q_\mu}{1,5} \right)^{1/2}, \quad (5.24)$$

Величина WU_*^2 — так называемая весовая функция, в выборе которой существует известный произвол, a — параметр, z_{max}^* и z_{min}^* — наибольшее и наименьшее значения координаты того уровня, от которого конвективный элемент может достичь уровня z_0^* . Таким образом, путем интегрирования в (5.22) учитывается вклад элементов, возникающих на разных уровнях, в величину конвективного потока на уровне z_0^* . При $WU_*^2 = \delta(z_1^* - z_0^*)$ выражение (5.22) переходит, как показано Э. В. Эргмой (1972), в соответствующее выражение локальной теории. Расчеты строения конвективной зоны по теории Ульриха, выполненные Э. В. Эргмой (1972) при весовой функции вида

$$WU_*^2 = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} z^* e^{-z^{*2}}, \quad (5.25)$$

установили, в частности, значительное влияние проникающей конвекции на внутренней границе зоны на величину конвективного потока энергии. По локальной теории конвективный поток на этой границе должен быть близок к нулю, тогда как по нелокальной теории он составляет около половины полного потока энергии. Граница зоны при этом определяется с помощью критерия конвективной устойчивости. Размеры же самой области неустойчивости получаются меньшими, чем по локальной теории.

Нелокальная теория Спигела, основывающаяся на уравнении (3.170), была использована для расчетов структуры конвективной зоны Тревисом и Мацущимой (1973).

Их результаты существенно отличаются от получаемых по локальной теории и близки к результатам модельных расчетов Ульриха. В частности, при учете нелокальности понижается величина \tilde{V} .

Особое положение среди работ, в которых изучается структура конвективной зоны, занимает работа Меллана (1971b). Он основывается на модели конвективного переноса, предложенной Эпиком (1950), в которой учитывается наличие горизонтальной компоненты скорости газа в конвективной ячейке. Скорость направлена преимущественно от центра к периферии в верхней части ячейки и в противоположную сторону — в нижней ее части. Поэтому масса ячейки сохраняется. Это двухпоточковая модель, в которой необходимо учитывать взаимодействие между восходящими и нисходящими потоками газа. Очевидно, что при учете этого обстоятельства эффективность конвективного переноса должна быть меньше.

Выражение для конвективного потока, используемое в работе Меллана, аналогично обычно применяемому (5.9). Однако вместо разности $\tilde{V} - \tilde{V}'$ в (5.11) подставляется величина $w(\tilde{V} - \tilde{V}_{\text{ад}})$, где w — множитель, учитывающий потери тепла горячим элементом как путем лучеиспускания, так и при турбулентном обмене с нисходящим («холодным») потоком. На основе экспериментальных данных принято, что в случае малых потерь на излучение, т. е. при учете лишь турбулентного обмена, $w = 0,0926$. Величина $\langle v \rangle$ определяется довольно сложным образом.

При помощи указанной теории было рассчитано строение конвективной зоны для 31 модели, которые соответствуют звездам классов от A0 до K0. Толщина конвективной зоны получилась очень малой по сравнению с расчетами других авторов. Так, в случае модели, соответствующей Солнцу, конвективная зона заканчивается на глубине 10^4 км. Для моделей звезд иных классов различие с результатами других расчетов также очень велико. У звезд F0, например, плотность на внутренней границе зоны получается на два порядка меньше, чем находящаяся по обычной теории длины перемешивания. В другой работе Меллана (1972) получено, что между классами G0 и G2 происходит переход к глубоким конвективным зонам.

Различия в структурах конвективных зон, получающиеся при расчетах разными методами, свидетельствуют о мало удовлетворительном состоянии теории конвекции в звездах. Часто феноменологическим путем трудно учесть все стороны этого сложного явления, и существующих представлений явно недостаточно для получения убедительных теоретических выводов. Возможность проверки той или иной модели заключается в исследовании обусловленных конвекцией движений в атмосферах звезд.

Наиболее отчетливо в наблюдательном отношении конвекция проявляется в солнечной грануляции. Проблема грануляции и других явлений на поверхности Солнца, тем или иным образом связанных с конвекцией, рассмотрена в очень большом числе работ. Обзор их можно найти в выпуске «Итоги науки», посвященном физике Солнца (М. А. Лифшиц (1970)), в статье С. А. Каплана, С. Б. Пикельнера и В. Н. Цытовича (1974), а также в других публикациях. Теоретические вопросы, связанные с грануляцией, сверхгранулами, полем скоростей в атмосфере, и другие излагаются в книге Ю. В. Вандакурова (1976). Учитывая эти обстоятельства, а также ограниченность объема данной монографии, остановимся здесь лишь на вопросе о связи наблюдаемых полей скоростей во внешних слоях Солнца и звезд с конвективными движениями и о соответствии результатов различных теорий наблюдениям.

Наблюдаемые вертикальные движения во внешней фотосфере Солнца отражают действие поднимающихся конвективных потоков газа. Эти движения имеют характер колебаний с периодом около 5 мин и характерным масштабом ячеек, близким 1500 км. Частота колебаний близка к частоте собственных колебаний на этом уровне фотосферы, которые, по-видимому, возбуждаются конвективными движениями. Менее отчетливы другие квазиколебательные компоненты вертикального поля скоростей в верхней фотосфере и хромосфере, также, возможно, возбуждаемые конвекцией.

Горизонтальные крупномасштабные движения в атмосфере с характерными размерами около 30 000 км являются определяющими для явления сверхгрануляции. Скорость газа, текущего от центра к периферии ячейки, порядка $5 \cdot 10^4$ см/сек. Сверхгранулы связывают с конвективными течениями на больших глубинах — порядка 10^4 км.

По модели Меллана они являются отражением движений основного масштаба в конвективной зоне, т. е. непосредственно наблюдаемой частью потока, текущего от внутренней границы конвективной зоны.

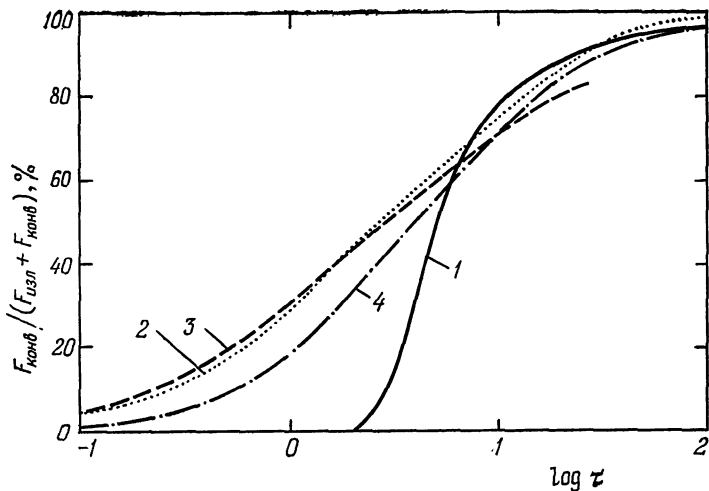


Рис. 15. Зависимость отношения величины конвективного потока к полному потоку от оптической глубины в атмосфере для разных моделей: кривая 1 — локальная теория; 2 — модель Тревиса и Маццуми (1973); 3 — модель Ульриха (1970); 4 — расчеты Нордлунда (1974).

Хаотические движения в атмосферах Солнца и звезд, скорость которых определяется при помощи кривых роста и называется микротурбулентной скоростью, возникают, по-видимому, в результате преобразования кинетической энергии восходящих конвективных потоков в энергию волн различных видов — ударных, альвеновских, звуковых, магнитно-звуковых, и взаимодействия этих волн. Необходимо иметь в виду, что такие движения не являются турбулентными в строгом смысле слова, поскольку нет данных об иерархической структуре полей скоростей, а значит, и о передаче энергии от крупномасштабных движений к мелкомасштабным. В случае Солнца удастся изучать микротурбулентные скорости газа над малыми участками поверхности, но для звезд можно полу-

чать лишь некоторое значение этого параметра, усредненное по всей наблюдаемой полусфере звезды.

Так как микротурбулентные скорости определяются по кривым роста, они характеризуют движения в тех областях, где образуются спектральные линии, т. е. на оптической глубине в непрерывном спектре, малой по сравнению с единицей. Основанные на нелокальной теории расчеты моделей атмосфер при учете конвекции, произведенные Ульрихом (1970) и Тревисом и Маццусимой (1973), показали, что у звезд типа Солнца конвективный перенос энергии играет существенную роль до оптических глубин τ порядка 0,1. По нелокальным теориям в области $0,1 \lesssim \tau \lesssim 1$ температурный градиент меньше, чем даваемый локальной теорией. Эти результаты иллюстрируются рис. 15.

Модели атмосфер звезд различных классов на основе нелокальной теории конвекции рассчитывались также в работе Нордлунда (1974). В отличие от Ульриха, использовавшего заранее известное распределение температуры, Нордлунд численно решил самосогласованную задачу о конвективном и лучистом переносе для случая несерой атмосферы. Результаты Нордлунда подтвердили тот факт, что конвективный поток играет значительную роль при $\tau < 1$, но дали при $\tau = 0,1$ значение $F_{\text{конв}} / (F_{\text{изл}} + F_{\text{конв}}) < 10^{-2}$ (см. рис. 15). К хорошему согласию с наблюдательными данными о солнечной грануляции приводят расчеты конвекции в звездной атмосфере при учете отсутствия симметрии между восходящими и нисходящими потоками газа по так называемой двухпотоковой модели (Нордлунд (1976)).

Один из важных выводов, следующих из указанных вычислений, заключается в том, что поле конвективных скоростей простирается далеко в видимые области солнечной атмосферы. Физически это связано с отсутствием механизма, приводящего к затуханию вертикальной компоненты скорости, тогда как охлаждение из-за излучения достаточно быстро уравнивает температуру элемента с температурой окружающей среды. Крупномасштабные движения поэтому проникают глубоко (на свой масштаб) в устойчивую зону, а мелкомасштабные движения, вызванные ими, распространяются еще глубже. Этот вывод находится в согласии с имеющимися данными о поле скоростей в солнеч-

ной атмосфере (де Ягер (1972)). Таким образом, скорость самих конвективных движений газа оказывается важным элементом в наблюдаемом поле микротурбулентных скоростей, а также в поле более крупномасштабных движений (макротурбулентности).

Исследование движений в атмосферах гигантов и сверхгигантов на основе спектральной теории турбулентности при учете потерь газа на высвечивание проводилось О. П. Голландским (1972). Расчеты продемонстрировали значительное увеличение крутизны спектра по сравнению с колмогоровским в области вихрей с масштабами, сравнимыми с длиной пробега фотона.

У звезд главной последовательности, по типу близких к Солнцу (до K_0), и у гигантов поздних классов поле скоростей, обусловленное конвекцией, должно соответствовать наблюдаемой по смещению линий «средней вертикальной скорости». Этот факт может служить для наблюдательной проверки расчетов конвективных зон.

Различные спектральные линии образуются на разных эффективных уровнях в атмосфере. Это обстоятельство позволяет по спектру определять скорости в атмосферах звезд на разных уровнях. Из наблюдений следует, что у многих звезд большой светимости скорости возрастают с высотой в атмосфере (Хуан, Струве (1963)). Более поздние данные подтверждают этот факт (Бойсек, Калвер (1966)), указывая, что у звезд класса K при переходе от фотосферного к хромосферному уровню макротурбулентная скорость возрастает в несколько раз. Возможно, что такой рост скорости связан с распространением из глубоких слоев звезд ударных волн, порождаемых конвективными движениями.

§ 2. Колебания звезд

В обширной проблеме колебаний звезд за последние десятилетия произошли очень важные сдвиги. От формализованных исследований устойчивости газовых шаров удалось подойти, в частности, благодаря пионерским работам С. А. Жёвакина, к пониманию физической природы наблюдаемых колебаний цефеид и произвести расчеты, позволяющие детально объяснить наблюдения. В связи с этим теория звездных колебаний заняла видное место в общей теории строения звезд и звездной эволюции. Существует

много книг и обзоров, посвященных проблемам колебаний звезд и снабженных обширными списками литературы по этой проблеме. К их числу относится монография Росселанда (1952), статьи Леду и Вальравена (1958), Кристи (1964, 1966), С. А. Жевакина (1970), Дж. Кокса (1975). Помимо этого, в очень многих работах описаны наблюдательные данные о пульсирующих звездах. Таким образом, нет надобности, да и невозможно из-за ограниченности места останавливаться здесь на различных аспектах проблемы колебаний звезд. Рассмотрим лишь, по возможности кратко, газодинамическую сторону проблемы, обращая внимание на еще нерешенные вопросы.

О гомологических радиальных колебаниях газовых шаров в поле собственного тяготения говорилось выше (гл. 2, § 2). Несмотря на крайнюю схематичность, эта теория позволила выяснить некоторые важные особенности пульсаций и, в частности, оценить их частоту. Расчет колебаний звезды для любой конкретной модели ее сводится к решению системы газодинамических уравнений при соответствующих начальных и граничных условиях. В аналитической форме решение даже линеаризованной задачи о радикальных колебаниях возможно только в очень редких случаях, например, для однородной звезды. Для модели с очень высокой концентрацией массы к центру (и некоторых других), в предположении адиабатичности колебаний, аналитически определяются частоты колебаний (см. Росселанд (1952)). Малые адиабатические колебания звезд, построенных по политропному закону, сравнительно легко рассчитываются путем численного решения линеаризованного уравнения движения.

В сферически-симметричном случае из системы уравнений газодинамики получается следующее уравнение колебаний (Росселанд (1952)):

$$\rho \frac{d^2 v}{dt^2} = \frac{\partial}{\partial r} (\gamma p \nabla v) - \frac{4\rho g_r v}{r} - \frac{\partial}{\partial r} [(\gamma_1 - 1)(\rho \epsilon - \nabla F)], \quad (5.26)$$

где ϵ — скорость поступления энергии в среду, F — поток энергии,

$$g_r = \frac{G}{r^2} \int_0^r 4\pi r'^2 \rho dr'. \quad (5.27)$$

Показатель адиабаты γ_1 для смеси материи и излучения определяется соотношением

$$\frac{\delta T}{T} = (\gamma_1 - 1) \frac{\delta \rho}{\rho} + \frac{\delta s}{c_V}, \quad (5.28)$$

где s — удельная энтропия.

Предполагая, что смещение от положения равновесия может быть представлено в виде

$$r - r_0 = \xi_r e^{-i\sigma t}, \quad (5.29)$$

в случае адиабатических пульсаций ($\varepsilon = 0$, $\nabla F = 0$, $\sigma = \sigma_0$) получаем уравнение

$$\frac{d}{dr} \left(\gamma P \frac{\partial \xi_r}{\partial r} \right) + \left(\sigma_0^2 + \frac{4g_r}{r} \right) \rho \xi_r = 0. \quad (5.30)$$

Результаты расчетов по формуле (5.30) для различных моделей звезд привели к известному соотношению между периодом колебаний звезды P и ее средней плотностью $\bar{\rho}$:

$$P \sqrt{\bar{\rho}} = \text{const}. \quad (5.31)$$

Физический смысл соотношения (5.31) очень прост. Так как колебания происходят под действием тяготения звезды, то у поверхности (при $r = R$) их период пропорционален величине $R^{1/2} g_R^{-1/2}$, и поскольку $g_R = \frac{4}{3} \pi G \bar{\rho} R$, то и получается указанная формула.

Вследствие наличия вязкости и теплопроводности в реальных звездах механическая энергия колебаний должна диссипировать и колебания будут постепенно затухать, если эта диссипация не компенсируется поступлением энергии от каких-либо источников. Неадиабатические радиальные колебания будут затухающими, если $\text{Im} \sigma \equiv \kappa_\sigma < 0$. Величина диссипации энергии определяется последним слагаемым в правой части уравнения (5.26). Скорость поступления тепла в элемент равна

$$\frac{dQ}{dt} = \delta \left(\varepsilon - \frac{\partial L_r}{\partial m} \right), \quad (5.32)$$

где L_r — поток энергии на расстоянии r от центра звезды. Из соотношения (1.7) получается, что при изменении равновесной температуры T на величину δT , обусловленном

смещением элемента ξ_r ,

$$\frac{d(\delta S)}{dt} dt = \frac{1}{T} \frac{dQ}{dt} dt - \frac{\delta T}{T^2} \frac{dQ}{dt} dt. \quad (5.33)$$

При интегрировании (5.33) по периоду P и по всей массе звезды \mathfrak{M}_* , используя тот факт, что $d(\delta S)$ является полным дифференциалом, находим для диссипации энергии пульсации W_d за период выражение

$$W_d = - \int_{(\mathfrak{M}_*)} dm \oint \frac{\delta T}{T} \frac{dQ}{dt} dt. \quad (5.34)$$

Коэффициент затухания κ_σ определяется, согласно Эддингтону (1926), формулой

$$\kappa_\sigma = \frac{2}{W_\Pi} \frac{1}{P} \int_{(\mathfrak{M}_*)} dm \oint \frac{\delta T}{T} \frac{dQ}{dt} dt, \quad (5.35)$$

где W_Π — полная энергия пульсаций. Величина W_d может быть отрицательной только в том случае, когда в колеблющуюся систему (звезду) поступает тепловая энергия, тогда $\kappa_\sigma > 0$. Для оценки величины диссипации важно, как зависят $\delta T/T$ и dQ/dt от времени. Если они меняются таким образом, что имеют один и тот же знак, то диссипация $W_d < 0$. Поэтому для поддержания колебаний необходимо, чтобы энергия поступала в фазе сжатия звезды, когда $\delta T > 0$.

Поступление добавочной тепловой энергии в звезду в период ее сжатия возможно в результате действия источников энергии, расположенных в центральных областях, если скорость тепловыделения достаточно сильно зависит от плотности и давления. Однако, как было показано многими авторами, вследствие убывания амплитуды пульсаций к центру сколько-нибудь значительного возрастания тепловыделения при сжатии звезды не произойдет ни при каких реальных законах освобождения энергии центральными источниками.

Реальная возможность дополнительного выделения энергии во внешних слоях звезды при их сжатии связана с существованием там зон ионизации распространенных элементов — водорода и гелия. При возрастании плотности газа степень ионизации должна уменьшаться и часть ионизационной энергии при этом освобождается. При

последующем расширении слоев степень ионизации снова возрастает. Поэтому часть энергии, идущей из недр звезды, поглощается, переходя в энергию ионизации, которая освобождается при последующем сжатии. Таким образом, зона критической ионизации представляет собой «клапан», периодически задерживающий и затем освобождающий энергию. Если работа этого «клапана» достаточно эффективна, чтобы обеспечить отрицательную диссипацию для всей звезды, то возможно возбуждение колебаний.

На возможность возникновения отрицательной диссипации в зоне критической ионизации было указано еще Эддингтоном (1941). Однако лишь С. А. Жевакину в 1954—1960 гг. удалось доказать, что при наличии в звезде достаточно большого количества He (не менее 15%) отрицательная диссипация в зоне критической ионизации He^+ может обеспечить поддержание колебаний звезды. Важная роль области ионизации He^+ обусловлена главным образом большой величиной потенциала ионизации этих атомов. В дальнейшем Кристи и Дж. Коксом было показано, что зона ионизации водорода также может играть существенную роль в создании отрицательной диссипации.

Наряду с отрицательной диссипацией в зонах критической ионизации существует положительная диссипация в более глубоких слоях звезды, а также вблизи атмосферы, где неадиабатичность выражается в стоке энергии путем излучения. Чтобы колебания не затухали, нужна отрицательная суммарная диссипация для всей звезды. Эти соображения, развивавшиеся С. А. Жевакиным (1970) и подтвержденные расчетами нелинейных моделей Кристи (1966), легли в основу модифицированного энергетического метода исследования устойчивости звезд. В нем используется условие устойчивости $W < 0$. Величина W рассчитывается для конкретной модели. Такое вычисление оказывается возможным и для звезд, не находящихся в состоянии теплового равновесия (Дэви, Дж. Кокс (1974)).

Расчеты пульсаций звезд проводились С. А. Жевакиным в предположении достаточно малой амплитуды пульсаций, т. е. в линейном приближении. В дальнейшем В. И. Алешин (1964) начал расчеты нелинейных колебаний. При подобных вычислениях внешние области звезды разбиваются на множество сферических слоев, а колебания центральной области считаются адиабатическими. Си-

стема уравнений газодинамики записывается в лагранжевых координатах, причем за координату принимается величина массы \mathcal{M}_r , заключенной в шаре радиуса r . Эта система имеет вид

$$\frac{\partial r}{\partial \mathcal{M}_r} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho}, \quad (5.36)$$

$$\frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = -\frac{G\mathcal{M}_r}{r^2} - 4\pi r^2 \frac{\partial p}{\partial \mathcal{M}_r}, \quad (5.37)$$

$$-\frac{\partial L_r}{\partial \mathcal{M}_r} = \frac{\partial U}{\partial t} + p \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\rho} \right). \quad (5.38)$$

При расчетах предполагается, что величина внутренней энергии U как функция ρ и T известна. Поскольку определяющую роль в переносе энергии играет лучистая теплопроводность, то в уравнение (5.38) существенным образом входит коэффициент поглощения κ , зависимость которого от ρ и T должна быть задана. Величина L_r определяется формулой

$$L_r = - (4\pi r^2)^2 \frac{4\sigma}{3\kappa} \frac{dT^4}{d\mathcal{M}_r}. \quad (5.39)$$

К этим уравнениям должны быть добавлены граничные условия. Обычно на границе адиабатического ядра задается поток энергии, а колебания самого ядра считаются гармоническими. На внешней границе звезды давление полагается равным нулю. Начальные условия могут быть заданы в форме некоторой зависимости скорости от координаты. Эта зависимость выбирается оптимальным образом, т. е. так, чтобы звезда возможно быстрее вышла на автоколебательный режим. Такой выбор производится на основе результатов решения линеаризованных уравнений. Тем не менее, даже при этом звезда выходит на установившийся режим автоколебаний через несколько десятков циклов.

При вычислениях применяется разностная схема, позволяющая производить расчеты при наличии ударных волн (см. § 3, стр. 256, а также И. А. Климишин (1972)). Вычисления продемонстрировали для ряда моделей, соответствующих звездам типа RR Лиры, появление скачка скорости в зоне ионизации He^+ , распространяющегося наружу. Интересное обстоятельство, которое при этом выявилось, заключается в ограничении амплитуды

колебаний при достаточно сильном развитии ударной волны. Волна, нагревая газ, изменяет его непрозрачность. Взаимодействие нелинейности в законе непрозрачности с нелинейностью соотношений, определяющих теплоемкость в зоне ионизации He^+ , оказывается фактором, ограничивающим амплитуду. Отмеченный факт, как и другие результаты решения нелинейной задачи (см., например, Бекер, Сентбуш (1969)), указывают на сложность процессов, происходящих при нелинейных колебаниях. Вместе с тем оказывается возможным объяснить такие важные наблюдательные факты, как присутствие ударной волны на восходящей ветви кривой блеска у звезд типа RR Лиры.

Расчеты привели также к значениям наблюдаемых параметров звезд (блеска, лучевой скорости, температуры), соответствующим наблюдениям. Характеристики эти зависят от того, происходят ли колебания в фундаментальной моде или в первой гармонике, чем объясняются различия в наблюдаемых особенностях звезд подтипов *a*, *b* и *c*. Более подробные данные по этому вопросу можно найти в статье Кристи (1966).

Одной из основных трудностей теории пульсаций звезд долгое время была ее неспособность удовлетворительно объяснить сдвиг по фазе наблюдаемой кривой лучевых скоростей относительно кривой блеска. Расчеты по нелинейной теории лишь частично разрешили эту трудность. Для звезд подтипа *c* получилось отрицательное смещение по фазе, согласующееся с наблюдениями. Для других же типов звезд такого согласия нет. Возможно, что известную роль в расхождении расчетов с наблюдениями играют трудности в теории образования спектральных линий, по которым определяются лучевые скорости. На разных фазах эти линии образуются в различных слоях и эффективный уровень в атмосфере оценить трудно.

В соответствии с теоретическими оценками и расчетами С. А. Жевакина (1970) поток излучения при его прохождении через зону ионизации должен отставать по фазе от колебаний звезды. Изменения потока L_r зависят от изменений градиента температуры, а также коэффициента непрозрачности. Если κ выражается формулой

$$\kappa = \kappa_0 \rho^\alpha T^{-\beta}, \quad (5.40)$$

то из (5.39) получаем

$$\frac{\delta L}{L} = (1 + \alpha) \frac{\delta \rho}{\rho} + (3 + \beta) \frac{\delta T}{T} + 2 \frac{\delta r}{r} + \frac{\delta \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)}{\frac{\partial T}{\partial r}}. \quad (5.41)$$

Величины $\delta \rho/\rho$, $\delta T/T$ и остальные слагаемые в (5.41) меняются с фазой колебаний различным образом, и поэтому их сумма меняется с фазой иначе, чем δr . Расчеты приводят к величине запаздывания $\delta L/L$ относительно $\delta r/r$ по фазе $\gtrsim \pi/2$. Хотя указанные соображения и являются очень важными для теории пульсаций, они не дают возможности непосредственно проверить их наблюдениями, поскольку, как отмечено выше, неизвестно, к каким слоям относить величину δr , когда наблюдаются линии в разных фазах.

Расчеты нелинейных пульсаций классических цефеид производились Стоби (1969) для моделей звезд, на порядок превосходивших по массе модели, рассмотренные в работах Кристи. Вычисления, сделанные по той же методике, воспроизвели теоретически многие из наблюдаемых особенностей кривых блеска, в частности, смещение «горба» на кривой с увеличением периода. Однако они также показали чувствительность результатов расчетов к значениям различных свободных параметров. Величина периода оказывается связанной с амплитудой скорости.

Среди пульсирующих звезд особое место занимают звезды типа δ Щита, имеющие малые периоды ($\lesssim 0^d, 2$) и амплитуды ($\lesssim 0^m, 3$). Эти звезды характеризуются значительными изменениями формы кривой блеска и амплитуды колебаний. А. А. Памятных (1974) рассчитал нелинейные колебания звезд типа δ Щита и ему удалось объяснить некоторые наблюдаемые особенности.

Как известно, в звездах спектральных классов F и более поздних существуют конвективные зоны. Пренебрежение конвекцией при расчете нелинейных пульсаций, если и может быть в какой-то мере оправдано для звезд типа RR Лиры, недопустимо для пульсирующих звезд классов G и K, к которым относятся классические цефеиды и звезды типа RV Тельца. В расчетах Кристи конвективный перенос полностью не учитывался и это является коренным недостатком их. Трудность учета конвекции обусловлена отсутствием соответствующей теории.

В работе Унно и др. (1967) сделана попытка учесть конвективный перенос, используя для оценки конвективного потока теорию Бём-Витензе, основанную на понятии длины перемешивания. Поскольку в этой работе предполагалось, что характерный размер конвективного элемента много меньше пространственной шкалы пульсаций, и использовалось приближение Буссинеска, то оказалось возможным отделить задачу о вычислении потока $F_{\text{конв}}$ от задачи о пульсациях. Путем осреднения уравнений движения, неразрывности и энергии получены аналогичные обычным уравнения пульсаций для средних величин. Влияние конвективного переноса на величину лучистого потока энергии находится с помощью выражения

$$\nabla F_r' = \frac{4ac\bar{\kappa} \langle \rho \rangle \langle T \rangle^3 T'}{1 + \frac{3}{4} \bar{\kappa} \langle \rho \rangle \frac{l}{2}}, \quad (5.42)$$

где $\langle T \rangle$ и $\langle \rho \rangle$ — соответственно средние по горизонтальной плоскости значения температуры и плотности, T' — температура в элементе, находящаяся из уравнения

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v}_{\text{ср}} \nabla) + \frac{u}{l/2} + \frac{4ac\bar{\kappa} \langle T \rangle^3}{c_p \left(1 + \frac{3}{4} \bar{\kappa} \langle \rho \rangle l/2 \right)} \right] T' = \frac{u}{l/2} \cdot \frac{l}{2\mathcal{H}} \langle T \rangle (\bar{\nabla} - \bar{\nabla}_{\text{ад}}). \quad (5.43)$$

Здесь u — скорость конвективного элемента, l — длина перемешивания, \mathcal{H} — высота однородной атмосферы. Конвективный поток вычисляется по формуле (3.171).

Расчеты нелинейных пульсаций по указанной теории не производились, и она явно недостаточна для правильного учета конвекции, поскольку в ней предполагается, что в каждый данный момент конвективный поток «приспособлен» к состоянию звезды, т. е. рассматривается квазистационарная конвекция.

Более общий подход к вопросу о влиянии конвективного переноса энергии на пульсации имеется в работах Дж. Кокса и др. (1966). Зависимость конвективного потока $F_{\text{конв}}$ от времени определяется из уравнения

$$\frac{dF_{\text{конв}}}{dt} = \frac{1}{t_{\text{реп}}} [\bar{F}_{\text{конв}}(t) - F_{\text{конв}}(t)], \quad (5.44)$$

где $t_{\text{рел}}$ — характерное время релаксации конвективных элементов и $\bar{F}_{\text{конв}}(t)$ — величина потока, получаемая по теории длины перемешивания для значений параметров, определяющих условия в данной точке в данный момент. Таким образом, поток $\bar{F}_{\text{конв}}(t)$ соответствует случаю квазистационарной конвекции. Для $t_{\text{рел}}$ принимается выражение

$$t_{\text{рел}} = \left| \frac{b}{u} \right|, \quad (5.45)$$

считаемое постоянным. При зависимости $\bar{F}_{\text{конв}}(t)$ вида

$$\bar{F}_{\text{конв}}(t) = F_{\text{конв}}^0 (1 + a \sin \omega t) \quad (5.46)$$

из (5.44) получается

$$F_{\text{конв}}(t) = F_{\text{конв}}^0 \left[1 + \frac{a}{\sqrt{1 + (\omega t_{\text{рел}})^2}} \sin(\omega t - \alpha) \right], \quad (5.47)$$

где фазовый сдвиг $\alpha = \arctg \omega t_{\text{рел}}$ ($0 \leq \alpha \leq \pi/2$). При условии $t_{\text{рел}} \ll \omega^{-1}$, что соответствует случаю, рассмотренному Унно, $F_{\text{конв}}(t)$ изменяется синхронно с $\bar{F}_{\text{конв}}(t)$ и амплитуда его такая же. В другом предельном случае, когда $t_{\text{рел}} \gg \omega^{-1}$, амплитуда изменений $F_{\text{конв}}(t)$ меньше, чем у $\bar{F}_{\text{конв}}(t)$, но они происходят не синфазно с изменениями $\bar{F}_{\text{конв}}(t)$.

Иное выражение для $F_{\text{конв}}(t)$ в случае $\omega t_{\text{рел}} \gg 1$ было получено Л. Н. Ивановым на основе разрабатывавшейся им теории нестационарной конвекции (см. гл. 6, § 5). В частности, оказывается, что при $\omega t_{\text{рел}} \rightarrow \infty$ величина $\alpha \rightarrow -\pi/2$.

Выражение (5.47), дающее удовлетворительные качественные результаты в указанных предельных случаях, неприменимо, когда время релаксации конвективных элементов того же порядка, что и период изменений внешних условий, определяющих величину $\bar{F}_{\text{конв}}(t)$. Именно такое положение существует у цефеид, так как размер конвективных элементов достаточно велик (Л. Н. Иванов (1972)). Вблизи нижней границы конвективной зоны характерный размер элемента порядка толщины зоны. Поэтому время его тепловой релаксации сравнимо с временем тепловой релаксации всей зоны, а оно, в случае цефеид, близко к времени механической релаксации. Следовательно, при расчете пульсаций звезды, обладающей конвек-

тивной зоной, необходимо иметь достаточно точное решение задачи о нестационарной конвекции. Вообще же, как было отмечено еще в работах С. А. Жевакина, если перенос энергии осуществляется в основном конвекцией, пульсации в звезде не должны возникать. Физически это объясняется тем, что в таких случаях условия в зоне ионизации близки к адиабатическим, а возможность отрицательной диссипации обусловлена именно неадиабатичностью.

Роль конвекции может быть значительной и в создании положительной диссипации. В расчетах пульсаций вязкая диссипация обычно не принимается во внимание, поскольку пренебрегается конвективным переносом. Если учитывать, что конвекция является турбулентной, то необходимо принимать во внимание и турбулентную вязкость. В работе Унно и др. (1967) отмечено, что взаимодействие пульсационных и турбулентных движений может оказать очень существенное влияние на состояние внешних слоев звезды.

Помимо указанных очень важных обстоятельств, подлежащих выяснению в будущем, в теории радиальных неадиабатических пульсаций имеется еще ряд трудностей. Остается непонятным, в частности, взаимодействие различных мод, для которого вычисления дают запутанную картину. Нуждается в убедительном объяснении тот факт, что далеко не у всех звезд, находящихся в полосе неустойчивости, наблюдаются пульсации. Не получило также истолкования различие между классическими цефеидами и звездами типа W Девы (цефеиды II типа), очень близкими по своим периодам. Аномальное поведение цефеиды II типа RU Жирафа, прекратившей за короткое время колебания, а затем опять их возобновившей, до сих пор является загадкой. Наконец, отсутствует сколько-нибудь разработанная теория изменений блеска долгопериодических переменных, относимых к пульсирующим звездам. Множество особенностей этих звезд заставляет сомневаться в применимости к ним изложенной выше теории пульсаций (В. Г. Горбачкий, И. Н. Минин (1963)).

Совершенно неразработанным остается до сих пор вопрос о пульсациях звезд — компонент двойных систем. Как известно, процент двойных цефеид и других пульсирующих звезд гораздо меньше, чем для обычных звезд. Принадлежность же пульсирующей звезды к тесной двой-

ной системе является исключением. Этот чрезвычайно важный факт до сих пор не получил истолкования. По-видимому, нахождение звезды в тесной двойной системе препятствует развитию пульсационной неустойчивости.

Как можно полагать, вследствие искажения фигуры тела, входящего в двойную систему, и вращения, колебания его должны быть нерадиальными. Рассмотрим кратко состояние проблемы нерадиальных пульсаций.

В теории нерадиальных пульсаций используется система уравнений неразрывности, движения и энергии, записываемая в сферической системе координат. При применении обычного метода малых возмущений все амплитуды возмущений (плотности, давления, скорости) представляются в виде произведений радиальных и сферических функций Y_l^m , например,

$$\delta\rho = f_1(r) Y_l^m(\vartheta, \varphi) e^{-i\sigma t} \quad (5.48)$$

и аналогично для других величин. Вектор возмущения ξ задается в виде

$$\xi \left(\xi_r, \xi_\vartheta \frac{\partial Y_l^m}{\partial \vartheta}, \xi_\varphi \frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial Y_l^m}{\partial \varphi} \right), \quad (5.49)$$

где ξ_ϑ и ξ_φ — меридиональная и азимутальная составляющие горизонтального смещения.

В линейном приближении система сводится в общем случае — при учете изменений потенциала тяготения φ_g — к дифференциальному уравнению 4-го порядка (подробнее см. Леду и Вальравен (1958)). Обычно в качестве граничных условий используют следующие физически очевидные условия: смещение в центре звезды обращается в нуль, изменение давления на поверхности звезды также должно быть равно нулю.

Рассматривая адиабатические линейные нерадиальные колебания политропных газовых шаров в пренебрежении изменениями φ_g , Каулинг (1942) свел задачу к системе двух дифференциальных уравнений. Анализ этих уравнений позволил ему установить существование двух видов колебаний. Одни, названные им p -модами, обусловлены главным образом изменениями давления. Они близки к чисто радиальным движениям. Другие, называемые g -модами, имеют гораздо больший период и происходят главным

образом в поперечном направлении. Механизм их заключается в действии тяготения, направленном на выравнивание плотности в сферических слоях. Среди радиальных мод существует фундаментальная; она не имеет узлов внутри звезды, т. е. смещения сохраняют вдоль радиуса один и тот же знак. Наряду с этим могут происходить колебания в обертонах, когда имеется один и больше узлов.

Из работы Каулинга вытекала возможность резонанса между нерадиальными колебаниями и вращением звезды, входящей в тесную двойную систему. Помимо указанного вывода, рассмотрение нерадиальных колебаний позволяет подойти с весьма общей точки зрения к проблеме конвективной неустойчивости. Звезду, в которой происходит конвекция, можно представлять находящейся в состоянии нерадиальных колебаний, соответствующих очень большим значениям l и m . При таких колебаниях в радиальном и поперечном направлениях существует большое число узлов.

Критерий конвективной неустойчивости Шварцшильда является локальным и выводится феноменологически. Чандрасекхар и Лебовиц (1963) рассмотрели задачу об устойчивости газовых шаров в отношении нерадиальных колебаний при учете изменений φ_g , используя вириальные уравнения третьего порядка. Эти уравнения при смещении ξ , задаваемом в форме (2.13), имеют вид

$$\sigma^2 V_{ij,k} = \delta\varphi_{ij,k} + \delta\varphi_{ik,j} + \delta_{ij}\delta\Pi_k + \delta_{ik}\delta\Pi_j, \quad (5.50)$$

где $\varphi_{ij,k}$ — момент тензорного потенциала, определяемого по (2.38),

$$\varphi_{ij,k} = \frac{1}{2} \int_{(\bar{V})} \rho(\mathbf{r}') \varphi_{ij}(\mathbf{r}') x'_k d\mathbf{r}', \quad (5.51)$$

а Π_k и $V_{ij,k}$ записываются в форме

$$\Pi_k = \int_{(\bar{V})} \rho(\mathbf{r}') x'_k d\mathbf{r}', \quad (5.52)$$

$$V_{ij,k} = \int_{(\bar{V})} \rho(\mathbf{r}') \xi_i x'_j x'_k d\mathbf{r}'. \quad (5.53)$$

Система (5.50) содержит восемнадцать уравнений. Исследование облегчается тем, что их можно разбить на три независимые группы. При помощи (5.50) устанавливается,

в частности, что однородная сфера неустойчива для мод колебаний, соответствующих $l = 1$ и $l = 3$. Более сложное исследование для политропных шаров с показателем Γ показало, что при условии $\gamma < \Gamma$ они также неустойчивы в отношении колебаний с $l = 1$. Если подходить к проблеме конвективной неустойчивости с указанной общей точки зрения, то следует считать неустойчивость, соответствующую нерадиальным колебаниям при $l = 1$, также конвективной. Тогда полученный вывод можно рассматривать как строгое доказательство критерия Шварцшильда.

Неустойчивость более сложных звездных моделей в отношении нерадиальных колебаний исследовалась в работах Осаки и Ханзена (1973) и Осаки (1974) в линейном приближении. Ими было показано, что в модели звезды сверхгиганта с лучистой оболочкой и конвективным ядром, соответствующей переменной типа β Цефея, g -мода расщепляется на две — колебательную моду g^+ и конвективно неустойчивую g^- . В качестве механизма, приводящего к наблюдаемым изменениям звезд указанного типа, был предложен резонанс между нерадиальными колебаниями всей звезды и колебаниями конвективного ядра.

В линейном приближении взаимодействие («сцепление») колебаний, происходящих в различных модах, учесть нельзя. В единственной имеющейся работе, где рассчитаны нерадиальные нелинейные адиабатические колебания звезд (Депре (1974)), выявлено резонансное взаимодействие колебаний в фундаментальной радиальной моде и нерадиальных колебаний, соответствующих $l = 2$. Этим взаимодействием Депре пытается объяснить наблюдаемый у звезд типа β Цефея феномен «биений» (см., например, О. А. Мельников, В. С. Попов (1970)).

Вычисления в указанной работе Депре производились в предположении о том, что имеет место осевая симметрия, и рассматривалась упрощенная модель звезды, состоящая из колеблющейся оболочки и инертного ядра. Даже при этих упрощающих предположениях расчет представил большие трудности и не мог быть доведен до стадии устоявшегося движения. По-видимому, при существующей вычислительной технике вряд ли можно рассчитывать нерадиальные нелинейные пульсации при отсутствии адиабатичности.

§ 3. Взрывы в звездах

Быстрые и сильные изменения блеска нестационарных звезд являются свидетельством происходящих в них взрывов, т. е. освобождения за очень короткое время в малом объеме большого количества энергии. С сильными взрывами связывают прежде всего вспышки сверхновых и новых звезд. Разлет оболочки звезды с большой скоростью, наблюдаемый непосредственно через некоторое время после вспышки, представляет одно из наиболее отчетливых проявлений происшедшего взрыва. Форма оболочки указывает на приблизительно сферическую симметрию взрыва. По массе оболочки, определяемой из спектроскопических данных и наблюдаемой скорости разлета, оценивается нижняя граница освободившейся энергии. У других нестационарных звезд динамические проявления взрывов менее отчетливы, например, у звезд типов Т Тельца, UV Кита. Очень важным обстоятельством является повторяемость взрывов у звезд многих типов — повторных новых, звезд типа UV Кита, и, по-видимому, также у обычных новых звезд.

По локализации взрывы в звездах можно разделить на несколько видов. Если большое количество энергии быстро освобождается в центральной области звезды, то можно говорить о центральном взрыве. Такой взрыв должен приводить к образованию сильной сферической ударной волны, распространяющейся к поверхности звезды. Взрыв, приводящий к вспышке сверхновой, обычно считают центральным.

Не исключена возможность нецентрального взрыва в глубоких слоях звезды. Если этот взрыв достаточно сильный, то он проявится, как будет показано ниже, в нагреве части поверхности звезды. Есть основания полагать, что быстрая переменность звезд некоторых типов — UV Кита, Т Тельца — связана с такими взрывами.

При вспышке новой звезды от нее отделяются поверхностные слои, образующие приблизительно сферическую оболочку. В соответствии с современной теорией вспышек быстрое освобождение энергии в этих случаях происходит в сферическом слое, находящемся не очень глубоко. Такой взрыв называют периферическим.

Взрывы происходят и в самых внешних слоях звезд.

Хорошо известным примером таких взрывов являются хромосферные вспышки, которые объясняются превращением энергии магнитных полей в тепловую и кинетическую энергию. Мощность этих взрывов гораздо меньше, чем взрывов, происходящих в недрах звезд, и они наблюдаются лишь благодаря своей локализации в видимых областях.

Рассмотрим сначала теорию центрального сферически-симметричного взрыва. В этом случае, при определенных предположениях о строении звезды в невозмущенном состоянии и о характере освобождения энергии можно применить метод автомодельных решений. Наиболее полное решение автомодельной задачи о точечном центральном взрыве в звезде, полученное Л. И. Седовым в 1957 г., приводится в его книге (1965 г.)

Движение предполагается адиабатическим, что достаточно оправдано для того этапа, когда ударная волна находится еще достаточно далеко от поверхности звезды. Система уравнений, описывающих движение, имеет вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial r} + \frac{2\rho v}{r} &= 0, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{G\mathfrak{M}_r}{r^2}, \\ \frac{\partial(p\rho^{-\gamma})}{\partial t} + v \frac{\partial(p\rho^{-\gamma})}{\partial r} &= 0, \\ \frac{\partial \mathfrak{M}_r}{\partial r} &= 4\pi r^2 \rho. \end{aligned} \right\} \quad (5.54)$$

Распределение газодинамических величин в состоянии равновесия предполагается в следующей форме:

$$\rho = \frac{A}{r^\beta}, \quad \mathfrak{M}_r = \frac{4\pi A}{3-\beta} r^{3-\beta}, \quad (5.55)$$

$$p = \frac{2\pi A^2 G}{(\beta-1)(3-\beta)} \frac{1}{r^{2\beta-2}}, \quad T = \frac{2\pi A G}{R^*(\beta-1)(3-\beta)} \frac{1}{r^{\beta-3}}.$$

Здесь A — некоторый параметр, имеющий размерность $[A] = g \cdot \text{см}^{\beta-3}$ и зависящий от безразмерной величины β , которая, очевидно, должна лежать в промежутке

$$1 < \beta < 3. \quad (5.56)$$

При различных значениях β распределение (5.55) дает разные звездные модели. Так, например, при $\beta = 2$ получается изотермический газовый шар.

В указанной постановке задача является автомодельной, так как в систему (5.54) и в начальные условия для нее (5.55) входят лишь две постоянные A и G с независимыми размерностями. Она останется автомодельной, если дополнительное условие, выражающее закон освобождения энергии, т. е. характер происшедшего в звезде взрыва, не содержит других постоянных с независимыми от указанных размерностями.

Для закона определяющего освобождение энергии E , принимается выражение

$$E = \alpha G^{5/\beta-1} A^{5/\beta} t^{2(5-2\beta)/\beta}, \quad (5.57)$$

где α — некоторый коэффициент, конечный в том случае, когда энергия, выделившаяся в центре звезды, конечна.

В соответствии с методом решения автомодельных задач из системы (5.54) можно получить систему четырех обыкновенных дифференциальных уравнений, в которые входят представители плотности, скорости и квадрата скорости звука, обозначаемые $G(\xi)$, $U(\xi)$ и $Z(\xi)$ соответственно, а также $M(\xi)$ — дополнительно вводимый представитель функции \mathfrak{M}_r . В данном случае

$$\xi = \frac{r}{(aAG)^{1/\beta} t^{2/\beta}}, \quad (5.58)$$

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{1}{Gt^2} G(\xi), & v &= \frac{r}{t} U(\xi), \\ c^2 &= \frac{r^2}{at^2} Z(\xi), & \mathfrak{M}_r &= \frac{r^3}{Gt^2} M(\xi), \end{aligned} \quad (5.59)$$

где a — произвольно выбираемая постоянная. Использование алгебраических соотношений между представителями и величинами r и t , которые получаются из законов сохранения массы и условия адиабатичности (см. Л. И. Седов (1965)), позволяет понизить порядок системы и свести задачу к системе двух дифференциальных уравнений.

Граничные условия для системы уравнений для представителей представляют собой условия на фронте удар-

ной волны вида (1.159). В рассматриваемом случае радиус ударной волны R определяется следующим образом:

$$R = (aAG)^{1/\beta} t^{2/\beta} \quad (5.60)$$

и соответственно величина $\xi = r/R$. Скорость волны получается из (5.60):

$$D = \frac{dR}{dt} = \frac{2}{\beta} (aAG)^{1/\beta} t^{2/\beta-1} = \frac{2}{\beta} (aAG)^{1/\beta} R^{(2-\beta)/\beta}. \quad (5.61)$$

При посредстве (5.61) условия на фронте, включая условие для величины \mathfrak{M}_r , можно преобразовать к безразмерному виду и после этого систему уравнений решать численно.

Распределение плотности и давления газа в зависимости от расстояния до центра для наиболее интересного астрофизического случая $\gamma = 5/3$ имеет следующие особенности. Область вблизи центра «пустая» и дело обстоит так, как будто бы газ вытесняется сферическим поршнем. На внутренней границе возмущенного слоя газа плотность максимальна и монотонно спадает в направлении к фронту волны. Давление же, наоборот, на фронте максимальное (если волна достаточно сильная).

Численное интегрирование системы уравнений для представителей для частного случая $\gamma = 5/3$, $\beta = 2,5$ было выполнено также Керьюсом и др. (1951). В работах М. Л. Лидова (1955) исследовался центральный взрыв при учете противодействия в линейном приближении и определены отклонения от автомодельности, вызванные учетом давления невозмущенного газа. Аналогичная задача рассматривалась также Роджерсом (1956).

По-иному решена задача о центральном точечном взрыве с учетом противодействия Сакураи (1956). В системе (5.54) вместо r и t выбираются новые переменные:

$$x = \frac{r}{R}, \quad z = \frac{R}{R_0}. \quad (5.62)$$

Здесь R , как и выше, означает радиус ударной волны, а величина R_0 связана с энергией взрыва E соотношением

$$R_0 = \left(\frac{E}{4\pi p_0} \right)^{1/3}, \quad (5.63)$$

где p_0 — давление в центре равновесной конфигурации

до взрыва. Решение системы ищется в виде рядов по степеням z с коэффициентами, зависящими от x . Так, в частности, отношение скорости волны D к скорости звука в центре невозмущенной политропной конфигурации c_0 с точностью до членов третьего порядка по z равно (при $\gamma = 7/5$)

$$\frac{D}{c_0} \approx 1,3z^{-3/2} (1 + 0,41B^2z^2 + 0,57z^3), \quad (5.64)$$

где

$$B^2 = \left(\frac{\pi}{54}\right)^{1/3} \rho_0 G c_0^{-2} p_0^{-2/3} E^{2/3}. \quad (5.65)$$

Хотя при исследовании взрывов с учетом противодействия на равновесную конфигурацию накладывается меньше ограничений, чем в автоматической задаче, и ее можно выбирать более близкой к реальным звездам, условия, в которых происходят вспышки сверхновой звезды, настолько сложны, что при исследовании таких взрывов приходится применять численные методы.

В работах В. С. Имшенника и Д. К. Надежина (1974; там же даны ссылки на другие работы) подробно изложены результаты исследования динамики взрыва при учете потери энергии ε_ν вследствие излучения нейтрино и выделения энергии $\varepsilon_{\text{nucl}}$ при термоядерных реакциях. Соответственно уравнение энергии записывается в виде

$$\frac{dE}{dt} + p \frac{d(1/\rho)}{dt} = \varepsilon_{\text{nucl}} - \varepsilon_\nu. \quad (5.66)$$

Величины ε_ν и $\varepsilon_{\text{nucl}}$ сложным образом зависят от ρ и T , а $\varepsilon_{\text{nucl}}$ также и от концентрации различных элементов. Уравнение состояния газа в данном случае имеет сложный вид. Относящиеся к этому вопросы рассмотрены в работе Л. Н. Ивановой, В. С. Имшенника и В. М. Четкина (1975).

Одна из наиболее распространенных теорий вспышек сверхновых связывает вспышку с коллапсом массивного ($M_{\text{Fe}} \geq 1 M_\odot$) ядра звезды. Исследования неустойчивости, развивающейся вследствие распада ядер железа и последующего коллапса, производились неоднократно (В. С. Имшенник и Д. К. Надежин (1964), Колгейт и Уайт (1966), Арнет и Камерон (1967), Л. Н. Иванова и др. (1975)). Коллапс можно разбить на две стадии. В первой

среда прозрачна для нейтринного излучения, а во второй, начинающейся при достижении плотности 10^{11} — 10^{12} г·см⁻³, ядро коллапсирующей звезды становится непрозрачным для этого излучения и нужно учитывать диффузию нейтрино.

Расчет коллапса на первом этапе представляет автомодельную задачу, если потери энергии за счет излучения нейтрино выражаются степенной функцией плотности и температуры:

$$\varepsilon_\nu = a\rho^s T^n, \quad (5.67)$$

поскольку тогда в уравнения, помимо размерного параметра G , входит еще лишь одна размерная переменная a . Решение автомодельной задачи, полученное обычным методом при значениях $s = 0$, $n = 6$, $\gamma = 5/3$, оказалось соответствующим результатам численного решения уравнений.

При коллапсе ядра возникает ударная волна, которая вызывает детонацию кислорода в оболочке и тем самым обуславливает быстрое выделение очень большой энергии ($\approx 10^{51}$ эрг). Движение ударной волны можно рассматривать независимо от процессов, происходящих в ядре, так как по данным расчетов В. С. Имшенника и Д. К. Надежина (1964) оно слабо зависит от способа образования волны и определяется главным образом ее энергией и законом изменения плотности в оболочке звезды.

Наиболее современные и полные расчеты коллапса ядра, выполненные Д. К. Надежиным (1975; 1976) при учете нейтринной теплопроводности для значений массы ядра $2M_\odot$ и $10M_\odot$, не продемонстрировали сброса оболочки. К аналогичному результату приводят работы и других авторов. Поэтому было высказано мнение, что сброс оболочки возможен только вследствие термоядерных реакций в плотном углеродном ядре (Л. Н. Иванова и др. (1976)). В таком ядре сначала должна возникать пульсационная неустойчивость и лишь затем возможен переход к детонационному режиму (Л. Н. Иванова и др. (1975)). Соответствующие расчеты сброса оболочки еще не выполнены.

О правильности той или иной модели предсверхновой можно судить путем сравнения вычисляемых кривых блеска с наблюдаемыми у сверхновых. Расчеты кривых блеска проводились для чисто водородных оболочек с заданной

энергией взрыва E_0 . Оказалось, что основным параметром, влияющим на форму кривой блеска, является радиус модели R_* . Форма кривой и высота максимума зависят также от E_0 и массы звезды \mathfrak{M}_* (Э. К. Грассберг и др. (1971)).

Вопрос о выходе ударной волны на поверхность звезды и связанные с этим явления рассматриваются в следующем параграфе, но, для связности изложения, о том, что касается сверхновых звезд, скажем здесь. Для компактных моделей ($R_* \approx 10R_\odot$) при выходе волны в фотосферу возникает острый пик излучения (продолжительностью в несколько минут). Газ, составляющий оболочку, быстро охлаждается вследствие ее расширения. Внутри оболочки распространяется волна охлаждения.

Ширина пика светимости возрастает с увеличением R_* , а высота пика мало изменяется. Для протяженной модели, с $R_* = 500 R_\odot$ и $\mathfrak{M}_* = 30 \mathfrak{M}_\odot$ ширина достигает 1^d . Вычисления для еще более протяженных моделей (до $R_* \approx 10^4 R_\odot$) показывают, что в протяженной атмосфере под действием излучения из-за фронта волны возникает обширная зона прогрева («тепловой язык»). Излучение зоны прогрева определяет характер восходящей части кривой блеска. Продолжительность периода максимального блеска достигает при этом 8^d . Срывающаяся оболочка в очень протяженных моделях предсверхновых представляет собой слой с толщиной, гораздо меньшей ее радиуса. Быстрое падение блеска, начинающееся согласно расчетам через несколько десятков суток, связано с распространением волны охлаждения, уменьшающей радиус фотосферы. Рекомбинации, происходящие в газе, не компенсируются ионизациями, степень ионизации падает и прозрачность оболочки соответственно увеличивается.

По основным характеристикам теоретические кривые блеска, рассчитанные для протяженных моделей, похожи на наблюдаемые. Тем не менее проблему истолкования кривых блеска сверхновых нельзя считать решенной до конца, пока не доказано, что реальная звезда перед вспышкой обладает столь протяженной атмосферой. Кроме того, существуют и теории, объясняющие специфический характер кривых блеска сверхновых по-иному, например, влиянием дополнительной энергии, освобождающейся при распаде неустойчивых изотопов, выносимых ударной волной

из недр звезды (Колгейт и Макки (1969)). Вспышки сверхновых могут быть связаны не с коллапсом, а со сравнительно медленным выделением энергии, и это радикально скажется на форме кривой блеска (Л. Н. Иванова и др. (1976)).

Перейдем теперь к описанию особенностей нецентрального взрыва. Если взрыв достаточно сильный и образующаяся ударная волна может дойти до поверхности звезды, то его действие не будет отличаться от действия центрального взрыва, хотя говорить о сферической симметрии сбрасываемой оболочки в таких случаях не приходится. При более слабом взрыве ударная волна затухнет — превратится в звуковую — на сравнительно малом расстоянии от точки взрыва. В результате образуется приблизительно сферическая область с повышенной температурой и пониженной плотностью. Радиус этой области мал по сравнению с радиусом звезды. Если взрыв не центральный, то на сферу, содержащую энергию взрыва, должна действовать сила плавучести, вызывающая перемещение ее в направлении периферии. Вопрос о том, при каких условиях энергия слабого взрыва может быть указанным путем вынесена наружу, был рассмотрен В. Г. Горбацким (1964).

Энергия взрыва E_0 в образующейся сферической области, которую в дальнейшем будем называть «пузырем», содержится в форме тепловой энергии и в виде излучения. Радиус пузыря R_{Π} оценивается при помощи формулы (4.78), если энергия E_0 перешла главным образом в тепло. Аналогичным способом находится радиус «пузыря», содержащего энергию в основном в форме излучения. Таким образом,

$$R_{\Pi} \approx \left(\frac{E_0}{p_1} \right)^{1/3}, \quad (5.68)$$

где p_1 — наружное давление. При энергии $E_0 = 10^{33} - 10^{35}$ эрг «пузырь» в центральных областях звезды типа Солнца будет иметь радиус порядка $10^5 - 10^6$ см и образуется за время порядка секунды (при условии мгновенного освобождения энергии E_0).

Уравнение движения «пузыря» записывается в виде, аналогичном (5.16), с учетом так называемой «присоединенной массы» (см., например, Л. Д. Ландау и Е. М.

Лифшиц (1953)):

$$\left(\frac{4}{3} \pi R_{\Pi}^3 \rho_2 + \frac{2}{3} \pi R_{\Pi}^3 \rho_1 \right) \frac{d^2 r}{dt^2} = \\ = - \frac{4}{3} \pi R_{\Pi}^3 \frac{dp_1}{dr} - \frac{4}{3} \pi R_{\Pi}^3 \rho_2 \frac{G M_r}{r^2} - c_x \frac{\rho_1 v^2}{2} \pi R_{\Pi}^2, \quad (5.69)$$

где ρ_2 и ρ_1 — плотность внутри «пузыря» и вне его соответственно, c_x — коэффициент турбулентного сопротивления и $\frac{2}{3} \pi R_{\Pi}^3 \rho_1$ — присоединенная масса для тела сферической формы.

Если равенство давлений внутри и снаружи «пузыря» устанавливается за время, малое по сравнению с тем, за которое он проходит расстояние, равное высоте однородной атмосферы, то

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \quad (5.70)$$

и уравнение (5.69) переписывается в виде

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = - \frac{2 \left(1 - \frac{T_1}{T_2} \right)}{1 + 2 \frac{T_1}{T_2}} \frac{1}{\rho_1} \frac{dp_1}{dr} - \frac{3}{4} c_x \frac{1}{1 + 2 \frac{T_1}{T_2}} v^2, \quad (5.71)$$

а начальные условия имеют следующий вид:

$$t = 0, \quad r = r_0, \quad \frac{dr}{dt} = 0. \quad (5.72)$$

Когда сила сопротивления уравновешивает силу плавучести, движение «пузыря» происходит с постоянной скоростью v_{Π} , равной (при $c_x = 1$)

$$v_{\Pi} = 1,6 \sqrt{R_{\Pi} \frac{G M_r}{r^2} \left(1 - \frac{T_1}{T_2} \right)}. \quad (5.73)$$

При условиях, соответствующих внутренним областям Солнца ($r \approx 0,5 R_{\odot}$), значение $v_{\Pi} = 10^5 - 10^6$ см/сек, что существенно превосходит скорость движения элементов в конвективной зоне. Равновесное значение скорости достигается за время, по порядку величины равное времени прохождения «пузырем» пути R_{Π} .

В процессе движения от центра звезды «пузырь» адиабатически расширяется. Кроме того, вследствие распро-

странения от него тепловой волны граница между нагретым газом и внешней средой движется от центра «пузыря» и в результате масса заключенного в нем газа растет со временем. При коэффициенте непрозрачности $\bar{\kappa}$ в форме (см., например, В. В. Соболев (1975))

$$\bar{\kappa} = 3 \cdot 10^{23} \frac{\rho}{T^{7/2}} \quad (5.74)$$

скорость движения границы «пузыря» за счет распространения тепловой волны получается равной

$$\frac{dR_{\Pi}}{dt} = 1,8 \cdot 10^{-23} E_0^{-1} R_{\Pi}^2 \left(\frac{T_2^{7,5}}{\rho_2^2} - \frac{T_1^{7,5}}{\rho_1^2} \right). \quad (5.75)$$

Принимая во внимание также скорость адиабатического расширения, с помощью соотношений (5.68), (5.71), (5.73) и (5.75) находим уравнение, определяющее скорость изменения величины $y = T_1/T_2$ в зависимости от безразмерного расстояния $r/R_* = u$, при движении «пузыря», которое предполагается установившимся:

$$\frac{dy}{du} = \frac{1}{5} y \frac{d \left(\ln \frac{T_1^3}{\rho_1^2} \right)}{du} + K(u) \left(\frac{1}{y^{9,5}} - 1 \right) (1 - y)^{1/2}, \quad (5.76)$$

где $K(u)$ представляет собой известную функцию, сложным образом зависящую от распределения плотности и температуры в звезде по радиусу, а также от E_0 и R_* .

Численное решение (5.76) для различных моделей звезд показало, что в моделях, соответствующих красному гиганту и звездам, близким по строению к Солнцу, движение «пузыря» быстро затухает. Величина $\frac{T_2}{T_1} \rightarrow 1$ после прохождения им малого по сравнению с R_* расстояния. В случае модели, соответствующей карлику позднего спектрального класса (dM 4), даже при сравнительно низком значении $E = 10^{33}$ эрг «пузырь», возникший в центральных областях, может выйти во внешние слои звезды ($u = 0,99$), сохранив достаточно высокое значение T_2 , соответствующее величине $y = 0,38$.

Полученный вывод может быть применен для объяснения вспышек звезд типа UV Кита, если они происходят,

как следует из гипотезы В. А. Амбарцумяна (1968), вследствие освобождения энергии во внутренних слоях звезд. Указанный механизм тогда служит одним из возможных средств переноса энергии. Попытка конкретизации этой гипотезы об освобождении внутризвездной энергии и интерпретации на этой основе явлений, происходящих при вспышках звезд типа UV Кита, сделана Г. А. Гурзadyаном (1973).

Заметим, что более распространенной является точка зрения на вспышки звезд типа UV Кита, как на поверхностные взрывы, аналогичные хромосферным вспышкам на Солнце. Различные теории, основывающиеся на этой точке зрения, изложены в книге Р. Е. Гершберга (1970) и в его обзоре (1975).

Хромосферные вспышки, по современным взглядам, возникают в результате преобразования магнитной энергии в тепловую и кинетическую энергию в нижней хромосфере вблизи солнечных пятен, обладающих сильными полями. Теория этого явления сложна и до конца не разработана. Изложение ее здесь заняло бы слишком много места. С современным состоянием теории вспышек можно ознакомиться, например, по работе С. А. Каплана, С. Б. Пикельнера и В. Н. Цытовича (1974), а также по обзору Б. В. Сомова и С. И. Сыроватского (1976). В последнем особое внимание уделено исследованиям газодинамических эффектов, вызываемых вспышкой, и проявлениям тепловой неустойчивости.

Заметим, что в теориях, представляющих вспышку как результат быстрого преобразования энергии магнитного поля в другие виды энергии, имеется ряд трудностей. Одна из них связана с проблемой генерации достаточно сильных полей. Энергия вспышек, особенно у звезд типа UV Кита, велика. Поэтому нужно предполагать наличие в атмосфере звезды магнитных полей очень большой напряженности; охватывающих большую площадь и достаточно быстро возобновляющихся. О возможности генерации полей в таких масштабах по имеющимся теориям (см. гл. 6, § 1) судить трудно.

С сильным периферическим взрывом связывают явление вспышки новой звезды. Впервые предположение о такой природе вспышки было выдвинуто Л. Э. Гуревичем и А. И. Лебединским (1947), считавшими, что взрыв обус-

ловлен ядерными превращениями в периферических слоях звезды. После того как во внешних областях звезды в ходе ее эволюции будет достигнуто некоторое достаточно высокое значение температуры и скорость тепловыделения превысит скорость теплоотдачи, по мнению указанных авторов, должна возникать ударная волна.

Повторяемость вспышек у одной и той же звезды, а также ряд других обстоятельств делают теорию периферического взрыва в такой форме неприменимой к новым звездам. Подойти к проблеме происхождения вспышек новых с других позиций позволило установление фундаментального наблюдательного факта, заключающегося в том, что новые звезды входят в состав тесных двойных систем.

Из наблюдений следует, что как новые вспыхивают белые карлики, являющиеся компонентами таких тесных двойных систем, у которых другая компонента представляет собой холодный карлик. В этих системах происходит перетекание массы от холодной звезды и аккреция этого вещества белым карликом. Подробнее процесс перетекания и аккреции рассматривается в гл. 6. Здесь же достаточно отметить, что в результате аккреции поверхностные слои белого карлика обогащаются водородом, причем скорость аккреции $\dot{M}_* = 10^{-8} - 10^{-9} M_{\odot}/год$ такова, что за промежуток времени, равный интервалу между вспышками, на белый карлик перетекает масса того же порядка, что и масса оболочки, сбрасываемой при вспышке новой.

При достижении некоторой критической массы во внутренних слоях образующейся путем аккреции водородной оболочки белого карлика возникает тепловая неустойчивость. Тепловыделение в результате ядерных реакций (преимущественно CN-цикла) быстро возрастает и происходит взрыв. Он сопровождается отделением от звезды тех слоев оболочки, которые лежат над областью максимального тепловыделения. Расчет процесса взрыва представляет собой газодинамическую задачу, поскольку выделение энергии вызывает движения газа, которые в свою очередь влияют на скорость ядерных реакций.

Газодинамика периферийного взрыва была исследована Роузом и Смитом (1972). Задача сводится к решению обычной системы уравнений, в которые добавлены члены,

описывающие «искусственную вязкость»,

$$\left. \begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= -4\pi r^2 \frac{\partial}{\partial \mathcal{M}_r} (p + Q_0) - \frac{G\mathcal{M}_r}{r^2}, \\ \rho &= \frac{1}{4\pi r^2} \frac{\partial \mathcal{M}_r}{\partial r}, \quad \frac{dr}{dt} = v, \\ \frac{dE}{dt} + (p + Q_0) \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\rho} \right) &= \varepsilon - \frac{\partial L_r}{\partial \mathcal{M}_r}, \end{aligned} \right\} \quad (5.77)$$

Свободный параметр Q_0 , определяющий искусственную вязкость, вводится для того, чтобы при помощи системы (5.77) можно было проводить расчеты при наличии ударной волны. Величина L_r включает в себя энергию, переносимую как конвекцией, так и излучением. Так как роль конвекции в отводе тепла от слоя ядерного горения очень велика, а процесс горения происходит очень быстро, необходимо учитывать нестационарность конвекции. Это было сделано с помощью уравнений (5.44) и (5.45), т. е. тем же способом, каким пользуются при изучении пульсаций. Как было отмечено в § 2, этими уравнениями нестационарная конвекция не описывается с необходимой степенью точности.

Величина ε , определяющая скорость энерговыделения, зависит от плотности и температуры в данной точке. Зависимость между p , ρ и T в рассматриваемом случае не выражается простым уравнением состояния идеального газа, а имеет более сложный вид и задается в табличной форме.

Расчеты в работе Роуза и Смита производились для звезды с массой $\mathcal{M}_* = 0,76 \mathcal{M}_\odot$, начальной эффективной температурой $1,1 \cdot 10^5$ °К и светимостью $38 L_\odot$ при массе оболочки, равной $1,3 \cdot 10^{-4} \mathcal{M}_\odot$. Содержание водорода в оболочке $X = 0,7$. Технически расчет осуществлялся путем разбиения внешней области звезды на зоны, решения системы для каждой из зон и сопряжения этих решений.

Расчеты показали, что в результате неустойчивости, вызванной быстрым горением водорода, возможно как непосредственное возникновение ударной волны, так и возбуждение пульсаций в белом карлике. Сильные пульсации также приводят к выбрасыванию вещества путем кумуляции последовательно возникающих ударных волн. Однако вычисление массы и скорости оболочки, сбрасываемой в

результате пульсаций, оказалось слишком сложным и не было проведено. Что же касается скорости оболочки, сбрасываемой непосредственно возникающей сильной волной, то она существенно превосходит наблюдаемую. Имеются и другие различия между рассчитываемым процессом периферийного взрыва и наблюдаемой картиной вспышки. Таким образом, пока не приходится говорить о законченной теории вспышек новых. Тем не менее как результаты описанных вычислений, так и расчеты других авторов, например, Старрфилда (1971), — указывают на возможность полного объяснения вспышек новых на основе гипотезы о периферийном взрыве, происходящем вследствие энергетической неустойчивости в обогащенной водородом оболочке белого карлика. В дальнейших расчетах необходимо, в частности, использовать более совершенную теорию нестационарной конвекции и учитывать непрерывно продолжающуюся аккрецию. Кроме того, нужно иметь более полное представление о роли различных ядерных реакций в процессе развития тепловой неустойчивости.

§ 4. Ударные волны во внешних областях звезд и звездных оболочках

Из наблюдений следует, что во внешних слоях звезд различных типов, как нестационарных, так и стационарных, распространяются ударные волны. Они различны по происхождению, по силе и по вызываемым ими наблюдаемым эффектам. Так, у звезд типа Солнца и других, обладающих конвективными зонами, ударные волны возникают, по-видимому, вследствие механического действия восходящих конвективных токов и по своей силе могут быть отнесены к слабым или умеренным. Вместе с тем при хромосферных вспышках на Солнце образуются и сильные волны.

У пульсирующих звезд типов RR Лиры и W Девы (цефеиды II типа), а также звезд типа RV Тельца и долгопериодических переменных образование ударных волн связывается с пульсациями. Для звезд типа RR Лиры численные расчеты пульсаций демонстрируют возникновение ударных волн в эпоху возрастания блеска. Ударные волны во внешних слоях звезд указанных типов могут быть отнесены к умеренным. Они создают дополнительное

излучение атмосферы звезды, главным образом в линиях водорода.

Сильные ударные волны, которые возникают при взрывах, приводящих к вспышкам сверхновых и новых звезд, радикальным образом меняют структуру внешних слоев звезды и приводят к огромным изменениям блеска.

Рассмотрим сначала волны, образование которых связывается с конвективными движениями. Конвекция вызывает резонансные колебания внешних слоев фотосферы, генерирующие звуковые волны. Распространяясь в среде с убывающей плотностью, звуковая волна вблизи границы между фотосферой и хромосферой превращается в ударную.

Вопрос о генерации звуковых волн в атмосфере Солнца и образовании из них ударных волн обсуждался в ряде работ (см., например, Э. Е. Дубов (1967), Мекле (1968)). Результаты исследований по этой проблеме изложены в монографиях (например, Томас и Атей (1965)) и обзорах (С. Б. Пикельнер (1966а)).

Ударные волны в атмосферах звезд типа Солнца сравнительно быстро диссипируют. Энергия слабой волны расходуется на высотах над фотосферой порядка 10^3 км или менее (И. А. Климишин (1972)), тогда как толщина солнечной хромосферы более 10^4 км. Поэтому ударными волнами может нагреваться только нижняя хромосфера, а в более высокие слои энергия должна переноситься иным путем. Поскольку во внешних слоях Солнца имеются магнитные поля, там возможно распространение волн различных типов и переход энергии от одних волн к другим. Вероятно, в переносе механической энергии в корону важную роль играют альвеновские волны.

Роль ударных волн в нагреве солнечной атмосферы исследовалась Бёрдом (1964а) путем численного решения задачи о движении волны в неоднородной среде методом Уизема (см. Климишин (1972)). Эта задача в одномерном случае сводится к уравнению, определяющему изменение числа Маха волны M с высотой. Для слабой волны ($M-1 \ll 1$) в статической атмосфере такое уравнение имеет следующий вид:

$$\frac{1}{\alpha} \frac{d\alpha}{dr} = \frac{1}{4(1+\alpha)} \left(-\frac{1}{T} \frac{dT}{dr} + \frac{2g_0 r_0^2 \mu}{R^* T r^2} - \frac{2N}{r} \right), \quad (5.78)$$

где

$$\alpha = M - 1, \quad (5.79)$$

g_0 — ускорение силы тяжести на уровне r_0 , μ — молекулярный вес и $N = 0, 1, 2$ при плоской, цилиндрической и сферической симметрии соответственно. Распределение температуры $T(r)$ в невозмущенной атмосфере предполагается известным. Из уравнения (5.78), в частности, следует, что приток тепловой энергии в атмосферу уменьшает силу волны. Таким образом, имеет место саморегуляция, т. е. сила волны зависит от величины потока переносимой тепловой энергии. Поэтому температурный профиль в атмосфере слабо меняется при изменении интенсивности волны. Указанное обстоятельство позволило рассчитать структуру атмосферы, по которой периодически распространяются ударные волны, и объяснить наблюдаемое возрастание температуры при переходе от хромосферы к короне (Бёрд (1964b, 1965)).

Нагрев солнечной атмосферы ударными волнами рассматривался также Вейманом (1960), использовавшим предположение о «зубчатом» профиле волны (см. ниже формулу (5.88)).

Как было отмечено, присутствие ударных волн умеренной силы в атмосферах пульсирующих звезд вызывает появление эмиссионных линий водорода в спектрах этих звезд. По ширине и смещениям этих линий оценивается скорость волны. Она составляет несколько десятков км/сек. Наименьшие скорости наблюдаются в случае долгопериодических переменных. В момент появления волны ее скорость составляет 25—30 км/сек и затем возрастает, так что в эпоху максимального блеска скорость равна 45—50 км/сек. Ударные волны в атмосфере других пульсирующих звезд движутся быстрее: так, в случае звезд типа W Девы их скорость достигает 60 км/сек, а у звезд типа RR Лиры еще выше.

При движении сила волны должна меняться в силу ряда причин — возрастания площади фронта, стока энергии при нагреве газа, излучение которого выходит из атмосферы, работы над газом в поле тяготения. Кроме того, при движении волны по атмосфере звезды позднего спектрального класса — долгопериодической переменной или звезды типа RV Тельца — сток энергии волны происходит

также вследствие ионизации атомов водорода и других элементов. Процесс ионизации волной в атмосфере происходит иначе, чем в межзвездной среде (гл. 4), и мы здесь его рассмотрим детальнее, поскольку от него в значительной степени зависит структура ударной волны.

В атмосфере долгопериодической переменной водород находится в неионизованном состоянии. Однако благодаря наличию элементов с малым потенциалом ионизации небольшое количество свободных электронов (порядка $10^{-4} n_{\text{H}} \text{ см}^{-3}$, где n_{H} — концентрация атомов водорода) все же имеется. Ионизация водорода происходит за счет энергии, переданной тяжелым частицам ударной волной. Эти частицы постепенно отдают свою энергию свободным электронам. Особенность процесса в данном случае заключается в образовании в среде большого количества фотонов в линии L_{α} , которые вследствие высокой концентрации нейтральных атомов водорода остаются «запертыми». В конечном счете энергия этих фотонов переходит в энергию ионизации водорода в результате процесса

$$h\nu_{L_{\alpha}} + h\nu_{L_{\alpha}} \rightarrow \chi_{\text{H}} + h\nu \left(\nu < \frac{\chi_{\text{H}}}{h} \right). \quad (5.80)$$

В связи с этим к уравнениям (4.30) — (4.34), определяющим кинетику ионизации, добавляется еще одно, описывающее изменение концентрации n_{α} фотонов в линии L_{α} :

$$\frac{dn_{\alpha}}{dt} = \Phi_1 - \Phi_2, \quad (5.81)$$

где Φ_1 — число фотонов, образующихся за единицу времени при рекомбинациях и столкновениях, и Φ_2 — число фотонов, расходуемых на ионизацию водорода (оно пропорционально n_{α}^2), металлов, теряемых при неупругих столкновениях и покидающих атмосферу вследствие эффекта Доплера. Соответствующие члены должны быть добавлены в уравнение энергетического баланса электронного газа.

Численное решение получающейся указанным путем системы уравнений показало (В. Г. Горбацкий и И. Н. Минин (1963)), что сначала значительная доля энергии тяжелых частиц через свободные электроны перекачивается в энергию поля излучения L_{α} . После того как кон-

центрация n_α становится достаточно высокой, начинается ионизация атомов водорода в соответствии с процессом (5.80) (рис. 16).

Фотоны в линии L_α играют определяющую роль в ионизации водорода при условии малой ионизации и начальной концентрации атомов $n_H < 10^{12} \text{ см}^{-3}$. В обычных звездах фотосферная концентрация $n_H > 10^{14} \text{ см}^{-3}$ и указанный процесс является менее существенным.

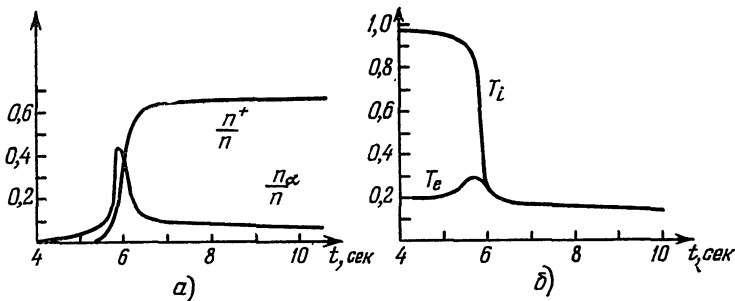


Рис. 16. Профили плотности (а) и температуры (б) квантов за фронтом волны в атмосфере долгопериодической переменной при начальном значении $T_i = 10^5 \text{ }^\circ\text{K}$ (по оси ординат на рис. 16 а) и б) отложены соответственно величины n^+/n , n_α/n и $T_i \cdot 10^{-5}$, $T_e \cdot 10^{-5}$).

Результаты расчетов протяженности d_1 зоны ионизационной релаксации (И. А. Климишин (1972)) выражаются следующей приближенной формулой:

$$d_1 \approx 2 \cdot 10^3 \left(\frac{10^{14}}{n_1} \right) \left(\frac{5 \cdot 10^6}{D} \right)^2, \quad (5.82)$$

где D выражена в см/сек и n_1 — начальная концентрация атомов водорода в неионизованном состоянии. Эта формула дает величину d_1 , согласующуюся с ранее определенной для случая волн в атмосфере долгопериодических переменных (В. Г. Горбацкий и И. Н. Минин (1963)).

Расчеты кинетики процессов в ударной волне показали, что при малой начальной степени ионизации степень ионизации, близкая к единице, получается лишь при значении $D \geq 10^7 \text{ см/сек}$. Если же $D \lesssim 5 \cdot 10^6 \text{ см/сек}$, то ионизуется не больше половины всех атомов. Этот вывод относится к среде с плотностью $n_H \lesssim 10^{14} \text{ см}^{-3}$. Когда

$n_H > 10^{15} \text{ см}^{-3}$, то предельная степень ионизации определяется формулой Саха при температуре T_2 и уже при $D \geq 7 \cdot 10^6 \text{ см/сек}$ ионизация водорода будет почти полной.

Ширина области ионизационной и температурной релаксации на 1—2 порядка больше, чем у предшествующей ей области ударной релаксации (вязкого скачка), где происходит возрастание энергии тяжелых частиц. За областью температурной релаксации следует область лучистой релаксации, толщина которой оказывается в случае долгопериодической переменной того же порядка, что и протяженность атмосферы. Время высвечивания составляет 10^6 — 10^7 суток, что сравнимо с временем распространения волны. В процессе охлаждения атмосферы возбуждается свечение в линиях [Fe I] и [Fe II], характерное для спектра долгопериодических переменных в период падения блеска (В. Г. Горбацкий, И. Н. Минин (1963)).

Излучение, идущее из-за фронта волны, вообще говоря, должно прогревать газ перед фронтом. Для волн, распространяющихся в атмосферах долгопериодических переменных, эффект прогрева оказывается несущественным вследствие малой плотности газа. Основную роль в создании зоны прогрева играет непрерывное излучение за пределом лаймановской серии. Кванты L_c образуются при рекомбинациях главным образом в глубине зоны лучистой релаксации. Из-за неполной ионизации водорода оптическая толщина этой зоны для излучения оказывается весьма значительной и в прогреве могут участвовать только те из квантов L_c , которые образуются в слое, примыкающем к вязкому скачку. Когда волна проходит путь D , в указанной области возникает около $10^9 \cdot D$ квантов, а число нейтральных атомов в слое той же толщины перед фронтом на два-три порядка больше. Таким образом, L_c -излучение не может создать сколько-нибудь заметной прогревной зоны перед волной.

При достаточно большой плотности и высокой скорости волны эффект прогрева может очень сильно сказываться на движении волны. Так, концентрация атомов в атмосферах звезд типа W Девы составляет 10^{14} — 10^{15} см^{-3} и степень ионизации газа за фронтом волны в этих случаях оказывается высокой. В результате велик и поток квантов L_c , выходящих из-за фронта волны.

Расчет структуры ударной волны в водороде при учете существования зоны прогрева был произведен Уитни и Скалафурисом (1963). Следует иметь в виду, что при вычислении потока квантов L_c область лучистой релаксации считалась прозрачной для квантов, а это не соответствует действительности. Поэтому поток излучения оказался завышенным.

Для расчета зоны прогрева нужно знать скорость волны, которая сама зависит от структуры этой зоны. Таким образом, необходимо решать самосогласованную задачу. В указанной работе задача решена методом итераций и найдено, что газ перед фронтом волны ионизируется и нагревается до температур $\approx 2 \cdot 10^4$ °К (при $D \lesssim 60$ км/сек). Кроме того, при учете прогрева газа перед фронтом температура газа за скачком значительно выше, чем при движении волны той же силы по непрогретому газу. Остается не ясным, в какой мере на этих, достаточно очевидных с физической стороны выводах сказывается предположение о прозрачности области за фронтом для L_c -излучения,

При еще больших значениях плотности, соответствующих фотосферным слоям, эффект прогрева газа можно рассчитывать в предположении, что газ находится в состоянии локального термодинамического равновесия. О результатах таких расчетов будет сказано ниже.

Закономерности движения ударных волн в атмосферах звезд рассматривались многими авторами. Одна из первых работ в этом направлении выполнена Р. С. Ирошниковым (1961). В предположении плоской изотермической атмосферы с постоянным ускорением тяготения он рассчитал движение газа за фронтом методом характеристик и на этой основе объяснил наблюдаемые особенности структуры линии H_α в спектрах звезд типа RR Лиры. Свечение нагретой ударной волной атмосферы звезды указанного типа исследовалось также В. И. Голинько (1970) и Хиллом (1972).

Численным методом Бринкли — Кирквуда изучалось движение ударных волн в протяженной атмосфере (Бхатнагар, Кушваха (1961, 1962)): Решение последних применялось для интерпретации явлений, наблюдаемых в звездах типа β Цефея. Аналогичным способом Оджерс и Кушваха (1960) исследовали ударные волны в атмосфере долгопериодической переменной. Ограничивающие предполо-

жения, сделанные в этих работах, и, в частности то, что атмосфера считалась однородной, не дают возможности удовлетворительно объяснить наблюдения при помощи рассчитанных моделей. В действительности в таких звездах ударная волна распространяется по среде с сильно меняющейся плотностью. Диссипация энергии ударной волны при учете этого обстоятельства была изучена И. А. Климишиным и А. Ф. Новаком (см. монографию И. А. Климишина (1972), И. А. Климишин и др. (1972)). Распределение плотности задавалось степенным законом

$$\rho(r) = \rho_0 \left(\frac{R_0}{r} \right)^m, \quad (5.83)$$

а начальное значение скорости волны $D_0 = 30$ км/сек, что соответствует долгопериодическим переменным. При расчетах предполагалось, что охлаждение нагретого волной газа продолжается до тех пор, пока не достигается начальное значение его энтропии, а после этого он продолжает расширяться адиабатически до начального давления. Вычисления, также произведенные методом Бринкли — Кирквуда, показали, что скорость волны возрастает до значений 50—55 км/сек (в зависимости от m_1 и начальной энергии волны E_0). Почти вся энергия волны расходуется на этой стадии, совпадающей с периодом подъема блеска звезды. Поэтому скорость волны после максимума резко падает. Таким образом, расчеты подтвердили сделанный ранее на основе анализа наблюдений вывод о том, что действие ударной волны в эпоху максимального блеска резко ослабляется, а свечение атмосферы в эмиссионных линиях в послемаксимальный период обусловлено высвечиванием (В. Г. Горбацкий, И. Н. Минин (1963)). Расширение атмосферы, вызванное ударной волной, затормаживается тяготением.

Наблюдения околозвездных оболочек у долгопериодических переменных показывают, что эти звезды теряют массу, причем потеря достигает $10^{-6} M_{\odot}/год$ (Герц, Вулф (1970)). Скорость расширения атмосферы долгопериодической переменной под действием ударной волны не достигает параболической и, по-видимому, ударные волны не являются непосредственной причиной потери массы этими звездами. Однако, как отмечается ниже, ударные волны, периодически распространяющиеся по атмосфере,

значительно увеличивают ее протяженность. Это обстоятельство создает более благоприятные условия для потери вещества звездой под действием различных факторов, например, вследствие давления излучения.

Действие ударных волн, периодически проходящих по атмосфере, в значительной мере определяет ее структуру. Впервые вопрос о структуре атмосферы, подверженной действию периодических ударных волн, рассматривался Уитни (1956). Так как под действием тяготения слои, по которым прошла ударная волна, затормаживаются не в одинаковой степени, то следующая ударная волна распространяется по неоднородно движущейся среде. Расчет в этом случае можно выполнить только при помощи упрощающих предположений. Расчеты Уитни производились в предположениях постоянства интенсивности распространяющейся волны и постоянства ускорения (направленного к центру звезды) у частиц, подвергшихся действию предшествующей волны. В одномерном случае получают следующие уравнения вдоль характеристик:

$$\frac{\partial \tilde{R}}{\partial \tilde{\tau}} + (\tilde{u} + 1) \frac{\partial \tilde{R}}{\partial \eta_x} = 0, \quad \frac{\partial \tilde{S}}{\partial \tilde{\tau}} + (\tilde{u} - 1) \frac{\partial \tilde{S}}{\partial \eta_x} = 0, \quad (5.84)$$

где

$$\tilde{R} = \tilde{u} + \ln \rho + \tilde{\tau}, \quad \tilde{S} = \tilde{u} - \ln \rho + \tau, \quad (5.85)$$

а $\tilde{\tau}$, η_x и \tilde{u} — безразмерные время, длина и скорость:

$$\tilde{\tau} = t \frac{c}{\mathcal{H}}, \quad \eta_x = \frac{x}{\mathcal{H}}, \quad \tilde{u} = \frac{v}{c}. \quad (5.86)$$

Здесь \mathcal{H} — шкала высот в атмосфере.

Численное решение системы (5.84) при заданной частоте синусоидальных пульсаций фотосферы (играющей роль сферического поршня) показало, что под действием ударных волн величина \mathcal{H} возрастает на порядок по сравнению со значением \mathcal{H} в стационарном состоянии атмосферы. Однако расчеты не были доведены до состояния установившегося движения.

И. А. Климишину (1967), решавшему аналогичную задачу приближенным методом, удалось получить установившееся распределение плотности в предположениях об изотермичности атмосферы и о «зубчатом» профиле волны. Последнее означает, что зависимость давления (и, анало-

гично, ρ и v) в данной точке от времени аппроксимируется выражением

$$p = p_2 - \frac{p_2 - p_1}{t_0} t, \quad (5.87)$$

где t_0 — период волны. Рассмотрение работы, производимой над газом ударной волной, приводит к уравнению

$$\frac{d\rho}{\rho} = - \left[\frac{3}{2t_0 D} - \frac{3\tilde{q}}{r} \right] dr, \quad (5.88)$$

где

$$\tilde{q} = - \frac{d \ln D}{d \ln r}. \quad (5.89)$$

Решение уравнения (5.88) дает следующее распределение плотности с высотой:

$$\rho(h) \approx \rho_0 e^{-h/\mathcal{H}_1}, \quad (5.90)$$

где \mathcal{H}_1 в D_0^2/c^2 раз превосходит величину \mathcal{H} в атмосфере, не подвергающейся действию ударных волн. При значениях D_0 , соответствующих звездам типа RR Лиры, $\mathcal{H}_1 \approx \approx 36\mathcal{H}$. Этот вывод качественно подтверждает результат, полученный Уитни. Количественное же сравнение с ним невозможно, потому что в первой из рассматриваемых работ режим движения оставался не установившимся.

Ударные волны в атмосферах цефеид, хотя и увеличивают протяженность атмосферы, но, по-видимому, не приводят к значительной потере массы. Величина \mathcal{H}_1 для цефеид на порядок меньше, чем у долгопериодических переменных, тогда как по массам и по скорости ударных волн они близки к долгопериодическим переменным. При скорости волны, не превосходящей 60 км/сек, скорость газа в атмосфере цефеиды существенно меньше параболической.

Следует отметить, что хотя ударные волны и увеличивают протяженность атмосферы долгопериодической переменной, но относительно в меньшей степени, чем у цефеид, так как большая протяженность атмосферы вообще свойственна холодным гигантам.

Перейдем теперь к вопросу о движении сильной ударной волны в поверхностных слоях звезды. Сначала рассмотрим решение автомодельной задачи о выходе ударной волны на поверхность звезды, полученное Г. М. Гандельманом и Д. А. Франк-Каменецким (1956) и, независимо,

Сакураи (1960). Задача является автомодельной, если считать слои звезды плоскопараллельными, а плотность в них распределенной по закону

$$\rho_{00} = bx^\delta, \quad (5.91)$$

где x — расстояние точки от поверхности. Как известно (см., например, В. В. Соболев (1975)), в тех звездах, где лучистый перенос энергии является определяющим, распределение плотности описывается соотношением (5.91) при $\delta = 13/4$.

По своей постановке эта задача существенно отличается от рассмотренных выше автомодельных задач, например, о точечном взрыве. Здесь задается лишь один определяющий размерный параметр, а второй параметр A вводится таким образом, чтобы формула

$$X = A (-t)^\alpha \quad (5.92)$$

описывала движение фронта волны (знак минус поставлен потому, что время удобно отсчитывать от момента выхода волны на поверхность звезды). Значение α и тем самым размерность A находятся особым путем, подробно описанным в книге Я. Б. Зельдовича и Ю. П. Райзера (1966). Задачи, в которых задается только один размерный параметр, называют автомодельными задачами второго рода.

Вводя безразмерную переменную ξ соотношением

$$\xi = x/X \quad (5.93)$$

и принимая за масштаб плотности (функция $f_1(t)$ в формуле (1.164)), ее значение непосредственно перед фронтом волны, имеем на основании (5.91)

$$f_1(t) = bX^\delta. \quad (5.94)$$

Обычным путем (см. гл. 1, § 6) получается система уравнений для представителей $G(\xi)$, $U(\xi)$ и $Z(\xi)$, которая с помощью интеграла адиабатичности (Л. И. Седов (1965)) сводится к системе двух обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{dU}{d \ln \xi} = \frac{\Delta_1(U, Z)}{\Delta(U, Z)}, \quad \frac{dZ}{d \ln \xi} = \frac{\Delta_2(U, Z)}{\Delta(U, Z)}, \quad (5.95)$$

где

$$\Delta = (\alpha - U)^2 - Z, \quad (5.96)$$

а выражения для функций Δ_1 и Δ_2 содержат также параметры α и δ . Условия на фронте волны имеют вид

$$U(1) = \frac{2\alpha}{\gamma+1}, \quad Z(1) = \alpha^2 \frac{2\gamma(\gamma-1)}{(\gamma+1)^2}. \quad (5.97)$$

При выходе волны на поверхность звезды $X = 0$ и для всех значений $x \neq 0$ величина $\xi = \infty$. При этом величины v и c должны оставаться ограниченными и, значит, в соответствии с (1.165) и (1.166)

$$U(\infty) = 0, \quad Z(\infty) = 0. \quad (5.98)$$

Из системы (5.95) получается уравнение

$$\frac{dZ}{dU} = \frac{\Delta_2(U, Z)}{\Delta_1(U, Z)}. \quad (5.99)$$

Интегральная кривая этого уравнения на плоскости (U, Z) проходит согласно (5.98) через начало координат и в соответствии с (5.97) (при $\gamma = 5/3$) через некоторую точку C с координатами $\left(\frac{3}{4}\alpha, \frac{5}{16}\alpha^2\right)$. Точка C лежит выше параболы $\Delta = 0$, и поэтому интегральная кривая обязательно пересекает параболу. В точке пересечения должны выполняться условия

$$\frac{\Delta}{\Delta_1} = 0, \quad \frac{\Delta}{\Delta_2} = 0. \quad (5.100)$$

В противном случае из системы (5.95) вытекает, что одному значению ξ соответствует более чем одна пара значений U и Z , т. е. решение уравнений газовой динамики приводит к неоднозначности характеристик газа, а это физически невозможно. Из (5.100) при условии $\Delta = 0$ следует, что $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$ и, значит, точка пересечения интегральной кривой и параболы $\Delta = 0$ должна быть особой точкой для уравнения (5.99). При произвольном значении α интегральная кривая, вообще говоря, пересекает параболу не в особой точке. Поэтому нужное значение α находится методом проб. При $\gamma = 5/3$ и $\delta = 13/4$ величина $\alpha = 0,590$.

После того как найдено значение α , из системы (5.95) определяются $U(\xi)$ и $Z(\xi)$, а затем при помощи интеграла адиабатичности и $G(\xi)$. Предельное распределение характеристик газа при $X \rightarrow 0$ по координате x имеет вид

$$v \sim c \sim x^{-\frac{1-\alpha}{\alpha}}, \quad \rho \sim x, \quad p \sim x^{\delta-2\frac{1-\alpha}{\alpha}}. \quad (5.101)$$

Из решения системы (5.95) следует, что скорость волны

$$D = \dot{X} = \alpha A |t|^{\alpha-1} \quad (5.102)$$

должна безгранично возрастать при приближении к поверхности, как и температура нагреваемого ею газа. Однако, как сейчас будет показано, на довольно большом расстоянии от поверхности звезды движение перестает быть адиабатическим. Этим обстоятельством ограничивается скорость волны, так как излучение из-за фронта выходит путем диффузии в пространство и энергия волны уменьшается. Точное решение задачи о неадиабатическом движении сильной ударной волны в поверхностных слоях звезды требует решения совместно с газодинамическими уравнениями и уравнений переноса излучения и может быть осуществлено только численными методами. Задача о неадиабатическом движении волны в поверхностных слоях тесно связана с расчетами структуры зоны прогрева, так как излучение, идущее из-за фронта, прежде чем уйти в пространство, прогревает газ перед волной.

Эффекты прогрева газа в подфотосферных слоях можно, как отмечено выше, рассчитывать в предположении локального термодинамического равновесия. Аппроксимация функции источника $B(\tau)$ по обе стороны от фронта в виде

$$B_k(\tau) = a_k e^{\alpha_k \tau} + b_k, \quad (5.103)$$

где величины a_k и b_k зависят от температуры до фронта (при $k = 1$) и за фронтом (при $k = 2$), позволила И. А. Климишину (1972) найти выражение потока излучения в зоне прогрева и оптическую толщину $\tau_{\text{пр}}$ этой зоны. Задача решалась в приближении Эддингтона при учете условий сохранения на фронте. Величина $\tau_{\text{пр}}$ определяется выражением

$$\tau_{\text{пр}} = \frac{4}{\alpha_1} \ln \frac{T_2}{T_1}, \quad (5.104)$$

где

$$\alpha_1 = \frac{9D\rho_1 R^*}{8\mu_1 \sigma T_2^3} = 1,43 \cdot 10^{33} \frac{\rho_1}{\mu_1 D^5}, \quad (5.105)$$

и индексом «1» обозначены характеристики невозмущенного газа. Даже для волны умеренной интенсивности

($D = 70$ км/сек), движущейся в атмосфере типа солнечной, величина $\tau_{\text{пр}} \approx 10^4$. Таким образом, излучение сказывается значительно раньше выхода фронта в видимые области звезды.

Прогрев газа перед фронтом волны можно рассматривать как движение тепловой волны, о чем уже упоминалось в § 3 при рассмотрении теории кривых блеска сверхновых звезд. Скорость тепловой волны D_T , распространяющейся в политропной среде (индекс n), при коэффициенте непрозрачности вида

$$\kappa = \kappa_0 \rho^m T^{-s_1}, \quad (5.106)$$

согласно И. А. Климишину (1972), меняется с расстоянием x от поверхности звезды по закону

$$D_T \sim x^{-n(m+1)}. \quad (5.107)$$

При значениях $n = 3,25$ и $m = 2$, соответствующих лучистой оболочке с преобладанием тепловой энергии над лучистой, из (5.107) получается $D_T \sim x^{-10}$, тогда как по формуле (5.102) имеем $\dot{X} \sim x^{-0,67}$. Следовательно, если тепловая волна не затухает достаточно быстро, возможен ее отрыв от ударной волны. Условия образования тепловой волны и ее затухание в большой степени зависят от силы ударной волны и строения внешних слоев звезды. Поэтому роль указанного эффекта в каждом конкретном случае должна оцениваться особо.

Так как оптическая толщина зоны прогрева, оцениваемая согласно формуле (5.104), получается очень большой, то можно найти эффективную температуру ударной волны из условия

$$l_\nu(T_{\text{эфф}}) \approx l. \quad (5.108)$$

Это условие выражает тот факт, что на бесконечность могут выйти непосредственно только фотоны, длина свободного пробега которых l_ν сравнима со средней по спектру длиной пробега l фотонов, прогревающих газ. Фотоны, для которых $l_\nu < l$, поглощаются в среде. Как показал И. А. Климишин (1972) на основе данных о поглощении в звездах в зависимости от температуры, при значениях плотности $\rho > 10^{-9}$ г·см⁻³, характерных для фотосферы типа солнечной, условие (5.108) выполняется при $T_{\text{эфф}} \approx 12\,000$ °К.

Если распределение плотности в оболочке звезды экспоненциальное, то на расстоянии

$$x_* = 4\mathcal{H} \ln \frac{\rho_0 D_0^3}{2\sigma_{\text{эфф}}^4}, \quad (5.109)$$

где \mathcal{H} — шкала высот и D_0 — скорость волны на уровне $x = 0$, ударная волна вследствие отрыва зоны прогрева перед ее фронтом и усиленного высвечивания превращается в изотермическую (И. А. Климишин (1972)).

Отсутствие адиабатичности особенно сильно сказывается на движении ударной волны по околозвездной оболочке новой звезды (В. Г. Горбацкий (1972, 1973)). Новые звезды входят в состав тесных двойных систем, теряющих вещество не только вследствие вспышек, но и путем непрерывного истечения газа (подробнее см. в гл. 6, § 2). Истекающий со скоростью 10—30 км/сек газ образует вокруг системы оболочку, называемую околозвездной. Плотность в оболочке должна меняться обратно пропорционально квадрату расстояния от системы, так как скорость течения остается приблизительно постоянной. Такой характер изменения плотности подтверждается наблюдениями (В. Г. Горбацкий (1972)). Характерный размер околозвездной оболочки составляет 10^{15} — 10^{16} см, что очень велико по сравнению с размерами системы ($\approx 10^{11}$ см). Поэтому оболочку можно считать обладающей осевой симметрией. При вспышке новой от звезды отрываются внешние слои, образующие так называемую главную оболочку. Она действует как сферический поршень на околозвездную оболочку и вызывает появление ударной волны. Эта ударная волна является сильной, так как скорость расширения главной оболочки во много раз превосходит скорость звука в околозвездной оболочке. Действием сильной ударной волны объясняется появление в спектрах новых звезд корональных линий [FeX] и [FeXIV]. Появление этих линий возможно лишь в среде достаточной низкой плотности ($n = 10^7$ — 10^8 см⁻³) и очень высокой температуры ($T \approx 10^6$ — $2 \cdot 10^6$ К). Такие температуры достигаются при скорости главной оболочки («поршня») порядка 10^8 см/сек.

Решение газодинамической задачи о движении волны облегчается тем, что можно использовать условие посто-

яинства количества движения в системе, так как главная оболочка новой расширяется по инерции. В предположении сферической симметрии как околозвездной, так и главной оболочки, уравнения неразрывности и движения газа записываются в виде

$$\frac{\partial \ln \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \ln \rho}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{2v}{r} = 0, \quad (5.110)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}. \quad (5.111)$$

Плотность в главной оболочке на два порядка больше, чем в околозвездной. Поэтому приближенно считаем главную оболочку несжимаемой тонкой сферой и рассматриваем движения газа лишь в околозвездной оболочке. Распределение плотности в ней в невозмущенном состоянии описывается соотношением

$$\rho_0(r) = \rho_0(r_0) \left(\frac{r_0}{r} \right)^2. \quad (5.112)$$

Если обозначить через $P(r)$ количество движения, приходящееся на единицу площади поршня, то можно ввести два параметра:

$$a = P(r)r^2 = P_0 r_{00}^2, \quad b = \rho_0(r)r^2 = \rho_{00} r_{00}^2, \quad (5.113)$$

имеющих независимые размерности

$$[a] = \text{г} \cdot \text{см} \cdot \text{сек}^{-1}, \quad [b] = \text{г} \cdot \text{см}^{-1}. \quad (5.114)$$

В качестве замыкающего систему (5.110) — (5.111) уравнения примем условие

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = 0. \quad (5.115)$$

При этом задача становится автомодельной.

Условие (5.115) является следствием сильной неадиабатичности, выражающейся в высвечивании газа за фронтом волны (В. Г. Горбацкий (1962)). Приблизительное постоянство давления за фронтом волны при наличии высвечивания неоднократно подтверждалось при численном решении различных газодинамических задач. Физические причины, приводящие к тому, что давление за фронтом в неадиабатических случаях меняется медленно, обсуждались выше (гл. 4, § 3).

В соответствии с общим методом решения автомодельных задач вводим параметр ξ в виде

$$\xi = \left(\frac{b}{a} \frac{r^2}{t} \right)^{1/2} \equiv \left(\frac{\rho_{00}}{P_0} \frac{r^2}{t} \right)^{1/2} \quad (5.116)$$

и выражаем функции v и ρ через предстатели

$$v = \frac{r}{t} U(\xi), \quad \rho = \rho_0(r) G(\xi). \quad (5.117)$$

Координата R и скорость D ударной волны, распространяющейся по околосветной оболочке, определяются формулами

$$R = \xi_0 \left[\frac{P_0}{\rho_{00}} \right]^{1/2} t^{1/2}, \quad D = \frac{R}{2t}, \quad (5.118)$$

где ξ_0 — значение ξ , соответствующее фронту.

При подстановке (5.117) в (5.110) и (5.111) и использовании (5.115) получается система обыкновенных дифференциальных уравнений для предстателей. Они решаются аналитически при граничных условиях

$$G(\xi_0) = G_0, \quad U(\xi_0) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{G_0} \right), \quad (5.119)$$

следующих из условий сохранения на фронте. При отсутствии стоков энергии внутри ударного фронта $G_0 = 4$. Решение уравнений для предстателей позволяет получить в соответствии с (5.117) следующие выражения v и ρ :

$$v = \frac{r}{2t} \left[1 - \sqrt{1 - \left(1 - \frac{1}{G_0^2} \right) \left(\frac{R}{r} \right)^2} \right], \quad (5.120)$$

$$\rho = \frac{G_0 - 1}{G_0} \rho_0(r) \left(\frac{R}{r} \right)^2 \times \\ \times \frac{1}{\sqrt{1 - \left(1 - \frac{1}{G_0^2} \right) \left(\frac{R}{r} \right)^2 + \left(1 - \frac{1}{G_0^2} \right) \left(\frac{R}{r} \right)^2 - 1}}. \quad (5.121)$$

Выражение (5.121) показывает, что по мере высвечивания захваченного волной газа плотность его возрастает и при стремлении $r \rightarrow r_1$, где

$$r_1 = R \sqrt{1 - \frac{1}{G_0^2}}, \quad (5.122)$$

величина $\rho \rightarrow \infty$. Это означает, что часть вещества, захваченного ударной волной, присоединяется к «поршню». Масса сжатого газа, находящаяся перед «поршнем», составляет

$$\int_{r_1}^R 4\pi r^2 \rho dr = 4\pi r_{00}^2 \left(1 - \sqrt{\frac{G_0 - 1}{G_0 + 1}}\right) \rho_{00} R. \quad (5.123)$$

Поскольку масса всего захваченного волной газа равна

$$\mathfrak{M}_{\text{захв}} = 4\pi r_{00}^2 \rho_{00} R, \quad (5.124)$$

то к поршню присоединяется его доля, равная $\sqrt{\frac{G_0 - 1}{G_0 + 1}}$. Таким образом, в околозвездной оболочке образуется слой сжатого газа, плотность в котором возрастает при $r \rightarrow r_1$ до значения плотности в главной оболочке. Температура в сжатом слое, в соответствии с предполагаемым постоянством давления в нем, должна убывать, когда $r \rightarrow r_1$.

Результаты решения этой газодинамической задачи позволяют рассчитать свечение нагретого волной газа, в частности, в частотах линий [FeX] и [FeXIV]. Для такого вычисления нужно иметь закон распределения температуры по радиусу, который получается с помощью распределения плотности (5.121) и условия постоянства давления за фронтом волны. Так как

$$p_2 = \frac{3}{4} \rho_0(r) D^2 \quad (5.125)$$

и, с другой стороны,

$$p_2 = \frac{G_0 \rho_0(r)}{\mu m_H} k T_2(t), \quad (5.126)$$

то при помощи (5.118) находим $T_2(t)$ — значение температуры непосредственно за фронтом:

$$T_2(t) = \frac{3}{16} \frac{P_0}{\rho_{00}} \frac{\xi_0^2 \mu m_H}{k G_0} \frac{1}{t}. \quad (5.127)$$

Величина $p(r, t)$ равна

$$p(r, t) = \frac{R^*}{\mu} \rho(r, t) T(r, t) = p_2 \quad (5.128)$$

и, следовательно,

$$T_{\text{II}}(r, t) = \frac{\rho_0(r) G_0}{\rho(r, t)} T_2'(t), \quad (5.129)$$

где $\rho(r, t)$ определяется выражением (5.124). Результаты вычислений интенсивностей корональных линий в зависимости от времени и сравнение их с наблюдавшимися интенсивностями в спектре повторной новой RS Змееносца позволили, в частности, определить скорость потери массы этой системой: $\dot{M} \approx 3 \cdot 10^{17} \text{ г} \cdot \text{сек}^{-1}$.

Высвечивание данного элемента газа при условии прозрачности среды представляет собой локальный процесс. Поэтому для расчета скорости высвечивания газа за фронтом волны нужно решить соответствующую газодинамическую задачу в лагранжевых координатах. Такое решение было получено для случая плоской ударной волны, распространяющейся в однородной среде с плотностью ρ_0 под действием поршня с постоянным количеством движения на единицу площади P_0 . Задача, в этом случае также являющаяся автомодельной, имеет решение, аналогичное (5.120) и (5.121). Уравнения задачи в лагранжевых координатах имеют вид

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial \zeta}, \quad \rho \frac{\partial x}{\partial \zeta} = \rho_0, \quad v = \frac{\partial x}{\partial t}. \quad (5.130)$$

За координату ζ принимается эйлерова координата частицы в начальный момент. Так как выполняется условие (5.115), то также должно быть

$$\frac{\partial p}{\partial \zeta} = 0. \quad (5.131)$$

Используя (5.131), нетрудно получить решение системы. Величина ρ в частице оказывается меняющейся со временем следующим образом:

$$\rho = \frac{2\rho_0}{1 + \frac{1}{G_0} - \left(1 - \frac{1}{G_0}\right) \frac{t}{\tau_\zeta}}, \quad (5.132)$$

где τ_ζ — время, соответствующее приходу ударной волны в частицу с координатой ζ . Зависимость температуры от времени получается при посредстве (5.127) и (5.132)

в виде

$$\frac{t}{\tau_z} = \frac{G_0 + 1}{G_0 - 1 + \frac{2T(t)}{T_0}}. \quad (5.133)$$

Здесь T_0 — температура в данной частице сразу после прохождения через нее волны.

Наряду с (5.133) изменение температуры в элементе газа можно рассчитать с помощью функции высвечивания $\mathcal{L}^-(\rho, T)$ на основе уравнения

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{3}{2} kTn \right) = -n^2 \mathcal{L}^-(T), \quad (5.134)$$

где n — концентрация частиц, пропорциональная ρ . Подстановка (5.132) в (5.134) и последующее решение полученного уравнения дали выражение $T(t)$, согласующееся с (5.133) (В. Г. Горбацкий (1962)). Тем самым доказывается, что приведенное решение задачи о движении ударной волны является самосогласованным.

Аналогичным методом при помощи уравнения (5.134) решалась задача о высвечивании газа Кафатосом (1973), который при этом принял во внимание изменение степени ионизации различных элементов в процессе охлаждения газа. Им получена следующая формула для оценки характерного расстояния, на котором газ охлаждается

$$L_1 = \frac{m_{\text{H}} v_2^3}{(\gamma - 1) n_2 \mathcal{L}^-(T_2)}, \quad (5.135)$$

где индексом «2» обозначены соответствующие величины за фронтом. Величина $\mathcal{L}^-(T)$, согласно расчетам Кафатоса в интервале температур $10^4 \leq T \leq 10^6$ °К представляется формулой

$$\mathcal{L}^-(T) = 5 \cdot 10^{-22} e^{-\frac{5 \cdot 10^4}{T}} \text{ эрг} \cdot \text{см}^3 \cdot \text{сек}^{-1}. \quad (5.136)$$

По порядку величины (5.135) соответствует тому значению, которое получается при помощи формулы (5.133).

§ 5. Разлет газа с поверхности звезды; звездный ветер

В астрофизике часто приходится рассматривать расширение горячего газа в среду очень малой плотности. Например, такое расширение происходит у оболочек новых звезд, при нагреве поверхностных слоев звезды в результате взрыва, в газовых потоках. Лишь в очень редких случаях процесс можно описать при помощи решения простой задачи об адиабатическом разлете бесконечного однородного изотермического слоя в вакуум при отсутствии тяготения. Нарушение любого из указанных условий делает задачу неавтомодельной. Даже двусторонний разлет однородного плоского слоя описывается решением (1.133) лишь до того момента, пока волна разрежения не доходит до середины слоя, где она встречается с такой же волной, распространяющейся в противоположном направлении. После этого по расширяющемуся газу от середины слоя в обе стороны распространяется отраженная волна. Движение отраженной волны удается рассчитать и получить распределение плотности. Оно имеет сложную форму. Асимптотические (при $t \rightarrow \infty$) распределения скорости и плотности за фронтом отраженной волны имеют вид (К. П. Станюкович (1971))

$$v = \frac{x}{t}, \quad \rho = \frac{A}{c_0 t} \left[1 - \left(\frac{\gamma - 1}{2} \frac{x}{c_0 t} \right)^2 \right]^{\frac{3-\gamma}{2(\gamma-1)}}, \quad (5.137)$$

где x — расстояние от задней стенки в случае одностороннего разлета ограниченного слоя или от центра слоя при двустороннем разлете. Величина c_0 означает скорость звука в невозмущенном газе и A — константа, определяемая из условия постоянства массы движущегося газа. Волна разрежения не догоняет передний фронт, движущийся со скоростью $v_{\text{пред}}$, определяемой по (1.134), но масса, заключенная между этим фронтом и отраженной волной, стремится к нулю при $t \rightarrow \infty$. Таким образом, толщина разлетающегося слоя, например, оболочки новой звезды Δx , увеличивается со временем:

$$\Delta x = 2 \cdot \frac{2}{\nu - 1} c_0 t + \Delta x_0. \quad (5.138)$$

При начальном среднем значении температуры порядка 10^6 °К за время 10^7 сек величина Δx становится сравнимой с радиусом оболочки, тогда как в начале вспышки толщина ее является очень малой даже по сравнению с радиусом карлика. При расширении оболочка охлаждается. К концу указанного периода ее температура снижается до нескольких десятков тысяч градусов. Аналогичный эффект охлаждения имеет место и в разлетающихся оболочках звезд других типов. Неавтомодельное расширение оболочки новой звезды в начальный период вспышки детально изучено в работе А. И. Лебединского (1946).

Околосветная оболочка новой звезды, образующаяся в результате потери массы из двойной системы, сначала представляется плоским слоем газа, поскольку потеря массы происходит преимущественно в орбитальной плоскости. С возрастанием расстояния r от системы ее толщина, вследствие расширения газа в вакуум, увеличивается пропорционально r . Таким образом, сечение околосветной оболочки меридиональной плоскостью представляет собой приближенно круговой сектор, и поэтому выводы о характере взаимодействия околосветной оболочки с главной оболочкой, полученные в предположении сферичности (см. § 4), остаются в силе.

Задача о разлете ограниченного слоя не является автомодельной, так как, помимо двух параметров c_0 и ρ_0 , в ней имеется еще один параметр — толщина слоя, и размерности всех трех параметров независимы. По той же причине не являются автомодельными аналогичные задачи об изэнтропическом разлете однородного изотермического бесконечного цилиндра и однородного изотермического шара. Эти задачи подробно обсуждаются в книге Я. Б. Зельдовича и Ю. П. Рейзера (1966). Движение становится автомодельным в пределе при $t \rightarrow \infty$, так как величина члена, содержащего градиент давления, быстро уменьшается. В случае шара, радиус которого $R_{ш}$ при расширении растет, как и величина Δx в (5.138), пропорционально времени

$$R_{ш} = \frac{2}{\gamma-1} c_0 t + R_{0ш}, \quad (5.139)$$

имеем

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \sim R^{-3\gamma-2} \sim t^{-3\gamma-2}. \quad (5.140)$$

Таким образом, при $t \rightarrow \infty$ сила, которая может вызвать перераспределение масс, очень быстро уменьшается. Движение как в случае сферической, так и цилиндрической симметрии становится инерционным. Из уравнения

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} = 0 \quad (5.141)$$

следует, что

$$v = r/t. \quad (5.142)$$

Выражение плотности, которое нетрудно найти из уравнения неразрывности, при условии (5.142) имеет вид

$$\rho = \frac{f(r/t)}{r^N t}, \quad (5.143)$$

где $N = 0, 1, 2$ для плоской, цилиндрической и сферической симметрии соответственно. Вид функции $f(r/t)$ зависит от начальных условий.

Для случая плоской симметрии имеется выражение (5.137), полученное путем точного решения задачи. Поэтому функция $f(r/t)$ для сферической симметрии записывается в виде

$$f(r/t) = \frac{A}{c_0} \left[1 - \left(\frac{r}{\frac{2}{\gamma-1} c_0 t} \right)^2 \right]^{\frac{3-\gamma}{2(\gamma-1)}}. \quad (5.144)$$

При $\gamma = 5/3$ и массе шара \mathfrak{M}_0 постоянная $A = \mathfrak{M}_0/8\pi$.

Задачи о разлете неоднородной среды, вообще говоря, могут решаться только приближенными методами. Однако в некоторых случаях, когда начальные распределения плотности и давления внутри шара (цилиндра) зависят лишь от отношения $r/R_{\text{ш}}$, разлет в пустоту происходит в автомодельном режиме (Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер (1966)). В частности, это имеет место при изэнтропическом разлете и начальных распределениях вида

$$\rho = \rho_c \left(1 - \frac{r^2}{R_{\text{ш}}^2} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}, \quad p = a \rho_c^\gamma \left(1 - \frac{r^2}{R_{\text{ш}}^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}, \quad (5.145)$$

где ρ_c — значение плотности в центре. Подобного рода выражениями удобно пользоваться для анализа явлений, происходящих при расширении газовых струй в двойных

системах, когда разлет надо учитывать с самого начала движения, т. е. нельзя пользоваться условием $t \rightarrow \infty$. Они будут использованы в гл. 6.

Учет гравитации и неадиабатичности разлета делает решение задачи чрезвычайно сложным. Приближенные методы решения подобных задач излагаются в книге К. П. Станюковича (1971). В частности, им отмечено, что разлет слоя газа в поле тяготения, если толщина слоя мала по сравнению с расстоянием слоя от гравитирующего центра, можно приближенно рассчитать, рассмотрев отдельно две стадии процесса. На первой стадии можно пренебречь тяготением и принять, что в это время к моменту t_0 устанавливается распределение плотности вида (5.137). На следующей стадии (при $t > t_0$) можно рассматривать движение невзаимодействующих между собой частиц в поле тяготения, причем движение каждой из них определяется скоростью, приобретенной на первой стадии. Этот способ решения был использован при исследовании разлета газа из тех слоев новой звезды, которые при вспышке были нагреты ударной волной (В. Г. Горбацкий (19746)).

Из наблюдений новых звезд следует, что после отрыва главной оболочки из новой звезды происходит интенсивное выбрасывание вещества со скоростью, превышающей скорость главной оболочки. Этот газ, догоняя главную оболочку, ускоряет ее. Ранее В. А. Амбарцумяном (1939) было показано, что замедление падения блеска новой после максимума обусловлено выбросом вещества. Действие быстро движущихся газовых конденсаций на оболочку установлено Э. Р. Мустелем (1948) и впоследствии детально исследовано В. Г. Горбацким (см. В. Г. Горбацкий, И. Н. Минин (1963)).

Обозначим через α ту долю энергии взрыва $E_{вз}$, прошедшего в подфотосферных слоях звезды, которая не была израсходована на отрыв главной оболочки и не унесена вместе с ней. За счет энергии $\alpha E_{вз}$ произошел нагрев газа, масса которого m_1 . Если температура нагретых слоев достаточно велика, то, поскольку давление в них не уравновешивается внешними слоями, которые оторвались, должно начаться расширение газа. Та часть его, которая при этом приобретает скорость, большую или равную параболической, уходит от звезды. Таким образом, истечение вещества из новой звезды, следующее за отрывом оболочки, мо-

жет рассматриваться как расширение газа в вакуум в поле тяготения.

Расширение является, вообще говоря, неадиабатическим, а расширяющийся слой — неоднородным и неизо-термическим. Поэтому задачу можно решить только в очень грубом приближении. Будем считать, что начальное значение скорости звука c_H в нагретом слое всюду одинаково и равно

$$c_H = \left(\frac{10}{3} \frac{\alpha E_{\text{вз}}}{m_1} \right)^{1/2}. \quad (5.146)$$

Так как высвечивание существенно скажется на условиях, существующих в нагретом газе, лишь через время порядка 10^7 сек и более, то для $t \lesssim 10^6$ сек разлет считаем происходящим адиабатически.

При расширении внешних слоев внутрь звезды движется волна разрежения. В плотных слоях звезды образуется отраженная волна, которая определяет распределение плотности в расширяющемся газе. В соответствии с указанной выше возможностью пренебречь тяготением на первом этапе разлета, используется распределение ρ в виде (5.137). Запишем его следующим образом ($\gamma = 5/3$):

$$\rho = \frac{B}{(3c_H)^3 t_0} \{ (3c_H)^2 - u_0^2 \}, \quad (5.147)$$

где u_0 — скорость, приобретенная частицей, B — постоянная. Далее, при $t > t_0$ скорость частицы u должна меняться с расстоянием r до центра звезды так:

$$u^2 = u_0^2 - 2GM_* \left(\frac{1}{R_*} - \frac{1}{r} \right). \quad (5.148)$$

При разлете газа в пустоту в поле тяготения звезды ее покидают лишь частицы со скоростью, большей параболической. Остальной газ, отдав свою энергию передним слоям, имеет скорость, меньшую параболической, и остается у поверхности.

При помощи (5.147) и (5.148) определяются значения массы m_H и кинетической энергии $W_H = m_H v_H^2 / 2$ тех частиц газа, которые способны догнать главную оболочку, движущуюся со скоростью v_0 , т. е. таких, у которых при $r \gg R_*$ скорость $u \geq v_0$ (здесь v_H — скорость истечения). Из наблюдений известно изменение скорости главной

оболочки звезды, вызванное действием догоняющего ее газового потока. При данной массе главной оболочки новой m_0 отсюда получаются (см. В. Г. Горбацкий, И. Н. Минин (1963)) наблюдаемые значения $m_{\text{н}}$ и $v_{\text{н}}$. Таким образом, имеем два уравнения с неизвестными $E_{\text{вз}}$, α , m_1 и $G\mathfrak{M}_*/R_*$. Добавляя уравнение

$$(1 - \alpha) E_{\text{вз}} = m_0 \left(v_0^2 + \frac{2G\mathfrak{M}_*}{R_*} \right), \quad (5.149)$$

определяющее (с учетом нагрева ударной волной) энергию, затраченную на отрыв главной оболочки, при заданном значении параболической скорости на поверхности звезды можно получить характерные значения $E_{\text{вз}}$, m_1 и α . Указанным путем удалось найти, что при допустимых для белого карлика значениях параболической скорости

$$E_{\text{вз}} = 3 \cdot 10^{46} - 10^{47} \text{ эрг}, \quad m_1 = (10 \div 40) m_0. \quad (5.150)$$

Полученная величина $E_{\text{вз}}$ в десятки раз превышает кинетическую энергию оболочки. Оказывается, что большая доля энергии взрыва, обусловившего вспышку, расходуется не на отрыв оболочки, а на нагрев внешних слоев звезды. Масса нагретого газа более чем на порядок превосходит массу главной оболочки, но из звезды выбрасывается лишь небольшая его часть. Скорость звука $c_{\text{н}}$ в 1,5—2 раза превосходит v_0 . Заметим, что величина $E_{\text{вз}}$, значительно превосходящая делавшиеся ранее оценки, согласуется с данными наблюдений в инфракрасной области спектра, согласно которым при вспышке освобождается энергия порядка 10^{47} эрг.

Указанным механизмом можно объяснить мощное истечение вещества из новой, начинающееся почти сразу после отрыва главной оболочки и продолжающееся, как показывают наблюдения, не более нескольких суток. Гораздо более продолжительное — в течение месяцев — и менее интенсивное истечение вещества из новой, вероятно, связано с переходом вещества другим компонентом системы — красным карликом, облучаемым вспыхнувшей звездой (В. Г. Горбацкий, Л. Н. Иванов (1974)). Облучение должно приводить к оттоку нагретого газа с поверхности спутника и последующему уходу газа из системы.

В процессе разлета ионизованного газа в вакуум в нем происходят рекомбинации. Так как скорость рекомбина

ций пропорциональна квадрату электронной плотности, которая очень быстро уменьшается при разлете, то оказывается возможным положение, когда газ разлетится, не успев полностью прорекомбинировать. Вблизи фронта разлета температура газа $T \approx 0$ и, следовательно, равновесная степень ионизации должна быть равной нулю. В действительности же она отлична от нуля, т. е. выше равновесной. В таких случаях говорят о «закалке» ионизационного равновесия.

В качестве примера можно привести решение задачи об изменении степени ионизации в оболочке сверхновой при ее разлете (В. Г. Горбачкий (1970)). Если оболочку представить в виде однородно расширяющегося водородного шара, объем которого $V_{об} \sim t^{-3}$, то изменение числа ионизованных атомов N^+ в нем описывается уравнением

$$\frac{dN^+}{dt} = -C \frac{N^{+2}}{V_{об}}, \quad (5.151)$$

где C — суммарный коэффициент рекомбинации на второй и высшие уровни, слабо зависящий от температуры. Из (5.151) находим

$$N^+(t) = N^+(t_0) \frac{1}{1 + \frac{1}{2} C n_0^+ t_0 \left(1 - \frac{t_0^2}{t^2}\right)}. \quad (5.152)$$

При $t \rightarrow \infty$

$$N^+(t) \rightarrow \frac{N^+(t_0)}{1 + \frac{1}{2} C n_0^+ t_0} \neq 0 \quad (5.153)$$

и, значит, газ разлетается на бесконечность частично ионизованным. Поскольку количество свободных электронов долго продолжает оставаться большим, происходит частое возбуждение ими различных атомов, и, в частности, нейтральных атомов кислорода, что вызывает свечение оболочки в линиях [OI]. Эти линии наблюдаются в спектре сверхновой приблизительно через 100^d после вспышки.

В рассмотренном сравнительно простом случае не учитывались ионизации атомов водорода столкновениями и тем самым с самого начала процесс считался неравновесным. Если же одновременно с рекомбинациями происходят и ионизации, то можно ввести равновесную степень

ионизации, определяемую из равенства

$$C(T) n_e n^+ = b(T) n_1 n_e e^{-x_H/kT}, \quad (5.154)$$

где в левой части стоит число рекомбинаций, а в правой — число ионизаций столкновениями в единичном объеме за единицу времени. Функции $C(T)$ и $b(T)$ медленно меняются с T .

При падении температуры газа вследствие его расширения скорость ионизации резко снижается, так как она зависит от T экспоненциально. Скорость рекомбинации меняется по степенному закону. Поэтому с некоторого момента равновесная степень ионизации меняется по экспоненциальному закону, тогда как фактическая — по степенному, т. е. гораздо медленнее. В результате степень ионизации оказывается избыточной по сравнению с равновесной, т. е. происходит закалка ионизационного равновесия. Подробнее с этим явлением можно познакомиться по книге Я. Б. Зельдовича и Ю. П. Райзера (1966).

При вспышке звезды типа UV Кита в ее атмосфере образуется область нагретого газа. Расширение этого газа и происходящая в ходе расширения закалка ионизации, по мнению И. Г. Колесника и Д. А. Франк-Каменецкого (1964), должны приводить к избыточному вынужденному излучению главным образом вблизи пределов балмеровского и пашеновского континуумов. И. Г. Колесник (1965) истолковал на основе этих представлений ряд особенностей кривых блеска звезд типа UV Кита. Однако эта модель встречается с рядом трудностей, которые обсуждаются в книге Р. Е. Гершберга (1970).

Расширение газа в вакуум во всех рассматривавшихся выше случаях является нестационарным движением. При определенных условиях оказывается возможным стационарное истечение газа в центральном поле тяготения. Уравнение, определяющее стационарное истечение, выводится при помощи известных уравнений неразрывности и движения в сферическом случае (К. П. Станюкович (1971)). Если в этих уравнениях считать $\partial v/\partial t = 0$ и $\partial \rho/\partial t = 0$, то они принимают вид

$$v \frac{d\rho}{dr} + \rho \frac{dv}{dr} + \frac{2\rho v}{r} = 0, \quad (5.155)$$

$$v \frac{dv}{dr} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dr} + \frac{d\varphi_g}{dr} = 0. \quad (5.156)$$

Величина dp/ρ получается из (1.13) при посредстве (1.7), (1.10) и (1.12):

$$\frac{dp}{\rho} = c^2 \frac{d\rho}{\rho} + (\gamma - 1) dQ, \quad (5.157)$$

где dQ — количество тепла, теряемое ($dQ < 0$) или приобретаемое газом. Подставляя (5.157) в (5.156) и используя (5.155), а также выражение потенциала тяготения для звезды, имеем уравнение

$$\left(\frac{v^2}{c^2} - 1\right) \frac{1}{v} \frac{dv}{dr} = -\frac{1}{c^2} \frac{GM_*}{r^2} - \frac{\gamma - 1}{c^2} \frac{dQ}{dr} + \frac{2}{r}. \quad (5.158)$$

Из (5.158) следует, что под действием гравитации дозвуковое ($v < c$) расширение газа ускоряется. В том же направлении действует приток тепла. В случае сверхзвукового течения эти факторы приводят к уменьшению скорости с расстоянием ($\frac{dv}{dr} < 0$). Расширение потока, учитываемое слагаемым $2/r$ в правой части равенства, оказывает такое же действие на скорость, как и потеря тепла, — дозвуковой поток затормаживается, а сверхзвуковой ускоряется.

Поскольку при движении температура газа, вообще говоря, меняется, величина c^2 , входящая в (5.158), соответствует местной скорости звука. Если правая часть уравнения (5.158) меняет знак при некотором значении r , то в этой точке скорость движения становится равной местной скорости звука. Такая точка называется критической, или звуковой. Движение, бывшее вначале дозвуковым, превращается в сверхзвуковое. Координата критической точки находится из уравнения

$$\frac{1}{c^2} \frac{GM_*}{r^2} = -\frac{\gamma - 1}{c^2} \frac{dQ}{dr} + \frac{2}{r}. \quad (5.159)$$

Возможность сверхзвукового течения обусловлена превращением тепловой энергии в энергию направленного движения, что характерно для явления расширения газа в вакуум. Так как тепловая энергия в этом процессе непрерывно затрачивается, для стационарности движения необходимо, чтобы потери тепловой энергии чем-то компенсировались.

Квазистационарное течение, называемое солнечным ветром, представляет собой расширение горячего газа, составляющего солнечную корону, в межпланетное пространство. Корона нагревается за счет механической энергии, поступающей из конвективной зоны. Этой энергией компенсируются потери энергии короной на излучение и образование солнечного ветра. Таким образом, начальным источником энергии, обеспечивающим солнечный ветер, является механическое движение газа в конвективной зоне

Теории солнечного ветра и результатам наблюдению вызываемых им эффектов посвящено огромное количество статей, обзоров и книг. Нет возможности осветить здесь, хотя бы кратко, соответствующие проблемы. Подробный обзор их можно найти в книге Брандта (1973), снабженной обширной библиографией. Детальное описание ранних теорий солнечного ветра дано в книге Паркера (1965).

Действительная картина солнечного ветра гораздо сложнее, чем стационарное радиальное движение, описываемое уравнением (5.158). На движение газа влияют в сильной степени вращение Солнца, присутствие магнитных полей, вязкость газа, неоднородность солнечной короны и другие обстоятельства. Поэтому развитие теории солнечного ветра продолжается.

В плазме короны и солнечного ветра проводимость очень велика и, следовательно, магнитные силовые линии движутся вместе с газом. Движение солнечного ветра с замороженным магнитным полем было впервые детально исследовано Вебером и Девисом (1967). Вращение Солнца приводит к искривлению потоков и соответственно искривлению силовых линий. В результате наличия азимутальной компоненты скорости движения и азимутальной компоненты магнитного поля происходит перенос момента количества движения через посредство магнитных напряжений. Поэтому на Солнце со стороны вещества действует вращательный момент. За время, сравнимое с возрастом Солнца, солнечный ветер в состоянии существенно уменьшить скорость вращения Солнца.

Важную роль в динамике солнечного ветра играют различного вида неустойчивости, например неустойчивость Кельвина — Гельмгольца, возникающая при движении корональных потоков (см. гл. 3).

Стационарного истечения газа из звезд, т. е. существования звездного ветра, следует ожидать во всех случаях, когда у звезды имеется конвективная зона и соответственно горячая корона. Однако мощное стационарное истечение газа происходит также из горячих звезд типа Вольфа — Райе, у которых нет оснований предполагать наличие внешних конвективных зон. Причиной истечения в этих случаях считают действие светового давления. Светимость звезд типа WR очень велика, и соответственно сила лучевого давления в поверхностных слоях может превышать силу тяготения (подробнее см. В. Г. Горбацкий, И. Н. Минин (1963)).

Влияние давления излучения на динамику газа во внешних слоях звезд типа WR подробно рассматривалось в работах И. Ф. Малова (1972, 1974). Уравнения, определяющие сферически-симметричное радиальное и стационарное течение, записываются в таком виде:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \rho v) = 0, \quad (5.160)$$

$$\rho v \frac{dv}{dr} + \frac{dp}{dr} + \rho \frac{G M_*}{r^2} = \Delta_p, \quad (5.161)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left[r^2 \rho v \left(\frac{v^2}{2} + \frac{5}{2} \frac{kT}{m_{\text{He}}} - \frac{G M_*}{r} \right) \right] = \Delta_E, \quad (5.162)$$

где m_{He} — масса атома гелия. Величины Δ_p и Δ_E учитывают поступление в газ количества движения и энергии соответственно. Если ускорение газа обусловлено действием излучения на свободные электроны, то

$$\Delta_p = \frac{L_* \sigma_T n_e}{4\pi r^2 c}, \quad \Delta_E = v \Delta_p. \quad (5.163)$$

Величина L_* означает светимость звезды, а σ_T — коэффициент рассеяния на свободных электронах. Численное решение задачи показало, что давление излучения на свободные электроны может при $M_* = 15 M_\odot$, $R_* = 5 R_\odot$ и $L_* = 6 \cdot 10^{38} \text{ эрг} \cdot \text{сек}^{-1}$ обеспечить потерю массы звездой порядка $10^{-5} - 10^{-6} M_\odot / \text{год}$ со скоростью истечения около 1000 км/сек . Такое значение скорости достигается на расстоянии, равном нескольким радиусам звезды. При этом на ускорение затрачивается 4—7% общего импульса излучения, равного L_*/c . Переход через скорость звука, по-видимому, происходит на больших оптических глубинах.

В звездах типа WR селективное давление излучения (в частотах спектральных линий) не может обеспечить наблюдаемой потери массы. Оно может быть существенным для горячих сверхгигантов классов O и B, из которых также наблюдается истечение вещества с мощностью $10^{-6}—10^{-7} \mathcal{M}_{\odot}/год$ (Мортон (1967, 1969)). Однако и в этих случаях одного давления в частотах линий недостаточно, чтобы объяснить наблюдения.

Таким образом, механизм образования звездного ветра у горячих сверхгигантов отличается от того, с помощью которого образуется звездный ветер звезд типа Солнца и более поздних спектральных классов.

В этой, а также в предыдущей главе рассматривалось взаимодействие оболочки звезды (новой или сверхновой) с межзвездной средой. Если из звезды происходит истечение вещества, то при нахождении закона движения оболочки нужно учитывать возрастание ее количества движения вследствие действия звездного ветра и одновременного захвата межзвездной среды. И. Н. Минин (1955, 1960) рассматривал движение оболочки с помощью уравнения

$$\frac{d(\mathcal{M}_{об}v)}{dt} = av_{и}(v_{и} - v), \quad (5.164)$$

где

$$\mathcal{M}_{об} = \mathcal{M}_0 + \frac{4}{3} \pi \rho_0 (r^3 - r_0^3) + a \int_0^t (v_{и} - v) dt, \quad (5.165)$$

$av_{и}$ — мощность истечения (количество газа, теряемого звездой за единицу времени), считаемая постоянной, ρ_0 — плотность межзвездной среды. Закон движения оболочки получается в неявном виде:

$$\frac{av_{и}}{\mathcal{M}_0} t = \mathcal{R} \left[\frac{a}{\mathcal{M}_0} r \right] + \frac{a}{\mathcal{M}_0} (r - r_0) + \frac{v_0}{v_{и}}, \quad (5.166)$$

где \mathcal{R} — функция, выражение для которой из-за его громоздкости здесь не приводится. На том этапе, когда масса оболочки существенно превосходит \mathcal{M}_0 , закон движения представляется формулой

$$r = 2vt, \quad (5.167)$$

существенно отличающейся от выражения, получаемого без учета звездного ветра.

Аналогичная задача об учете взаимодействия оболочки со звездным ветром и межзвездной средой решалась численными методами Э. Р. Мустелем (1958, 1959). Газодинамические эффекты при этом, так же как и в работе И. Н. Минина, не учитывались.

Исследование взаимодействия звездного ветра с межзвездной средой на основе газодинамических уравнений стационарного движения было проведено С. Б. Пикельнером и П. В. Щегловым (1968). Звездный ветер образует оболочку, движущуюся от звезды. Она должна состоять из двух слоев. Внутренний слой образован ударной волной, возникающей в газе звездного ветра при столкновении его с более плотной оболочкой. Так как охлаждение в этом слое незначительно, его температура остается в течение времени около 10^8 лет высокой, порядка 10^7 °К. В тонком внешнем слое оболочки начальная температура у фронта волны близка к 10^5 °К и скорость газа составляет 50—70 км/сек. Газ в этой области должен быстро высветиваться и уплотняться, излучая в линиях [O III], [O II], [N II] и др. Излучение внутренней адиабатической области в основном соответствует рентгеновскому диапазону.

Расчет физических условий в плазме звездного ветра, образуемого звездой типа WR, и в сжатом ветром слое межзвездного газа производился В. С. Аведисовой (1971). Для области адиабатического течения применялось автомодельное решение Л. И. Седова (1945), а для быстро охлаждающегося газа — автомодельное решение, соответствующее нулевому градиенту давления за фронтом (В. Г. Горбацкий (1962а)).

Действие звездного ветра сказывается не только в особенностях излучения нагретых им областей и в создании необходимых высоких скоростей движения в туманностях. По-видимому, наблюдаемая сложная структура туманностей в ряде случаев обусловлена взаимодействием звездного ветра с неоднородностями, имеющимися в диффузных туманностях. Существенную роль может играть при этом неустойчивость Рэля — Тейлора (В. С. Аведисова (1974)). Обзор проблем, связанных с наблюдаемыми проявлениями действия звездного ветра в туманностях, содержится в статье С. Б. Пикельнера (1973).

Часть энергии звездного ветра преобразуется, в конечном счете, в кинетическую энергию межзвездной среды. По имеющимся данным энергия звездного ветра от звезд ранних классов составляет около одного процента их светимости. Поэтому он не влияет существенно на размеры областей ионизованного водорода, но в небольших объемах туманностей (порядка 1 пс^3) может оказывать существенное влияние на динамику газа. С действием звездного ветра связываются, в частности, наблюдаемые движения газа в центральной области комплекса туманностей NGC 2237—2246, называемого «Розеткой» (М. Смит (1973)).

Глава 6

ТЕЧЕНИЯ ВО ВРАЩАЮЩИХСЯ ЗВЕЗДАХ И В ТЕСНЫХ ДВОЙНЫХ СИСТЕМАХ

Исследование течений газа во вращающихся системах связано с большими математическими трудностями и не всегда может быть выполнено даже численными методами. Для вращающихся звезд сложности усугубляются недостаточностью наших знаний о физических процессах, происходящих в их недрах, например, о конвекции, о механизмах обмена угловым моментом и других. Поэтому, несмотря на большое число работ, в которых обсуждаются различные вопросы, связанные с вращением звезд, состояние проблемы далеко не удовлетворительное. Современные представления о влиянии вращения на движения газа в осесимметричных звездных конфигурациях кратко излагаются в первом параграфе этой главы.

Уже долгое время одной из актуальных задач астрофизики является выяснение механизма истечения газа из протяженных оболочек быстро вращающихся звезд класса Ве. Этот вопрос обсуждается во втором параграфе.

Особенно трудно изучать движения газа в компонентах тесных двойных систем, так как в этих случаях приходится решать трехмерные газодинамические задачи. Тем не менее в отдельных вопросах, в частности, в вопросе о формировании газовых потоков в тесных двойных системах, достигнуты некоторые успехи и удалось выяснить важные обстоятельства, связанные с действием динамических приливов. О работах в этом направлении говорится в параграфе третьем. Четвертый параграф посвящен динамике газовых потоков и дискообразных оболочек звезд, которые в значительной степени определяют наблюдаемые свойства тесных двойных систем звезд-карликов.

Помимо приливной неустойчивости важную роль в физическом состоянии тех компонентов тесных двойных систем, которые обладают конвективными зонами, играет нестационарность конвекции, вызываемая периодически изменяющимися полем тяготения. Нестационарная конвекция и обусловленная ею вспышечная активность в тесных двойных системах рассмотрены в последнем параграфе.

§ 1. Влияние вращения на состояние звезды

Как известно, вращение звезды приводит к изменению профилей линий поглощения в ее спектре, при условии, что ось вращения не совпадает с лучом зрения. Многочисленные наблюдения, результаты которых суммированы в работах Хуана и Струве (1963), Штрийтматтера (1969), Бернакка и Перинотто (1970, 1971) и ряде других, показывают, что скорости вращения на экваторе у звезд ранних классов (В и А) высоки — достигают до 300—400 км/сек. Вращение звезд поздних классов (G, K), по-видимому, настолько медленное, что не сказывается заметным образом на профилях спектральных линий (за редкими исключениями). Тем не менее, поскольку Солнце вращается (с линейной скоростью на экваторе около 2 км/сек), надо полагать, что вращаются и другие звезды того же типа. Даже очень медленное вращение Солнца существенным образом сказывается на процессах, происходящих в его внешних слоях. В частности, с его вращением связывается образование магнитных полей (см. гл. 3, § 2), которые играют определяющую роль в явлениях солнечной активности. Более быстрое вращение меняет структуру всей звезды.

Если не касаться проблем эволюции, то вращение одиночной звезды можно считать стационарным, так как ее момент инерции настолько велик, что действие любых тормозящих вращение факторов сказывается лишь через очень большой, по сравнению с периодом вращения, промежуток времени. Поэтому уравнение гидростатического равновесия звезды без учета магнитного поля записывается в виде

$$-\frac{\nabla p}{\rho} - \nabla \varphi_g + \Omega_{\text{вр}}^2 \tilde{r} = 0, \quad (6.1)$$

где $\Omega_{\text{вр}}$ — угловая скорость вращения и \tilde{r} — расстояние данной точки от оси вращения. Потенциал тяготения φ_g определяется уравнением Пуассона

$$\nabla^2 \varphi_g = 4\pi G\rho. \quad (6.2)$$

Для того чтобы выяснить причины одной из важнейших особенностей вращающихся звезд, — наличия циркуляционных течений, — будем считать вращение твердотельным, т. е. принимаем $\Omega_{\text{вр}} = \text{const}$. Тогда, вводя потенциал центробежных сил

$$\varphi_c = -\frac{1}{2} \Omega_{\text{вр}}^2 \tilde{r}^2 \quad (6.3)$$

и обобщенный потенциал

$$\varphi_t = \varphi_g + \varphi_c, \quad (6.4)$$

записываем (6.1) в виде

$$-\frac{\nabla p}{\rho} = \nabla \varphi_t. \quad (6.5)$$

Так как градиент давления совпадает по направлению с градиентом обобщенного потенциала, то поверхности

$$p = \text{const} \quad \text{и} \quad \varphi_t = \text{const} \quad (6.6)$$

совпадают. Поэтому величина p может рассматриваться как функция только от φ_t . Из (6.5) тогда следует, что ρ также зависит лишь от φ_t , а учитывая уравнение состояния газа, то же самое можно сказать и о температуре. Таким образом,

$$p = p(\varphi_t), \quad \rho = \rho(\varphi_t), \quad T = T(\varphi_t). \quad (6.7)$$

Источники тепловой энергии звезды расположены в ее центральной части. В той области, где источников энергии нет, поток энергии излучения равен

$$F_{\text{изл}} = -\frac{4ac}{3} \frac{T^3}{\bar{\kappa}\rho} \nabla T. \quad (6.8)$$

Так как $\bar{\kappa} = f(\rho, T)$, то с учетом (6.7) $\bar{\kappa} = \bar{\kappa}(\varphi_t)$ и поэтому в выражении потока, записанном в форме

$$F_{\text{изл}} = -\frac{4ac}{3} \frac{T^3}{\bar{\kappa}\rho} \frac{dT}{d\varphi_t} \nabla \varphi_t, \quad (6.9)$$

коэффициент при $\nabla\varphi_t$ зависит лишь от φ_t . Таким образом, поток на поверхности $\varphi_t = \text{const}$ пропорционален градиенту обобщенного потенциала. У вращающейся звезды указанные поверхности не являются сферами, поэтому поток излучения должен быть неодинаковым в разных точках эквипотенциальной поверхности. Из этого факта следует, как нетрудно показать, что

$$(\nabla F_{\text{изл}}) \neq 0. \quad (6.10)$$

В одних областях звезды дивергенция потока излучения положительна, в других отрицательна. Оказывается, что в звезде условия гидростатического и теплового равновесия одновременно не выполняются. В результате градиент температуры в звезде изменяется так, что на эквипотенциальных поверхностях создаются области повышенной и соответственно пониженной температуры. Более холодные области опускаются, а горячие поднимаются. Так как рассматриваемая область звезды предполагается находящейся в лучистом равновесии и, следовательно, устойчива относительно конвекции, то движущийся газ имеет ту же температуру, что и окружающая среда. Течения в однородно вращающейся звезде происходят в меридиональных плоскостях и образуют замкнутые циркуляционные токи. Необходимость циркуляции во вращающейся звезде была установлена в 1929 г. Эддингтоном.

Скорость циркуляционного движения оценивается с помощью уравнения сохранения энергии, записываемого в виде

$$c_V \rho T \left(\mathbf{v} \nabla \ln \frac{T}{\rho^{\gamma-1}} \right) = \rho \varepsilon_E - (\nabla F_{\text{изл}}), \quad (6.11)$$

где ε_E — производительность источников энергии на единицу массы, и условия равенства нулю потока вещества через эквипотенциальную поверхность в целом:

$$\iint_{(\varphi=\varphi_t)} \rho(\varphi_t) \left(\mathbf{v} \frac{\nabla\varphi_t}{|\nabla\varphi_t|} \right) dS = 0. \quad (6.12)$$

Выражение $(\nabla F_{\text{изл}})$ находится из (6.8).

Возникновение циркуляции можно рассматривать с более общей точки зрения как следствие возмущения равновесного состояния звезды. При наличии возмущения,

записываемого в виде $\lambda \rho f$, где λ — малый параметр, уравнение гидростатического равновесия принимает вид

$$-\nabla p = \rho(1 + \lambda f) \nabla \varphi_t. \quad (6.13)$$

Исходя из такого представления, Свит (1950) развил метод расчета скорости циркуляции путем последовательных приближений. При этом нет надобности предполагать наличие потенциала φ_c и ограничиваться случаем однородного вращения звезды. За параметр λ , определяющий величину возмущения для эддингтоновской циркуляции, можно принять величину χ (формула 2.70):

$$\lambda \equiv \chi = \frac{\Omega_{вр}^2}{2\pi G \rho}. \quad (6.14)$$

Так как при $\lambda \ll 1$ величина дивергенции потока излучения, обусловленная возмущением, порядка

$$(\nabla F'_{изл}) \approx \frac{L_r \rho}{\mathfrak{M}_r} \lambda, \quad (6.15)$$

где L_r и \mathfrak{M}_r — значения светимости и массы, относящиеся к уровню r , то для скорости циркуляции $v_{цирк}$ из (6.11) получается оценочное выражение

$$v_{цирк} \approx \lambda \frac{L_r}{\mathfrak{M}_r} \frac{1}{|\nabla \varphi_g|} = \lambda \frac{L_r}{\mathfrak{M}_r g}. \quad (6.16)$$

Здесь g — ускорение силы тяжести на уровне r .

В случае достаточно медленного однородного вращения радиальная компонента скорости циркуляции определяется формулой (Шварцшильд (1960)), верной до малых первого порядка по χ :

$$v_{r \text{ цирк}} \approx \chi \frac{L_r}{\mathfrak{M}_r} \frac{|\tilde{\nabla}_{ад} T|}{|\tilde{\nabla} T| - |\tilde{\nabla}_{ад} T|} \frac{P_2(\cos \vartheta)}{8\pi G \bar{\rho} r}, \quad (6.17)$$

где $\tilde{\nabla} T$ и $\tilde{\nabla}_{ад} T$ определяются по (3.131) и (5.4), а

$$P_2(\cos \vartheta) = \frac{3}{4} \cos 2\vartheta + \frac{1}{4}; \quad \vartheta = \arcsin \frac{\bar{r}}{r}. \quad (6.18)$$

Составляющая скорости циркуляции в горизонтальном направлении $v_{\vartheta \text{ цирк}}$ равна

$$v_{\vartheta \text{ цирк}} = - \frac{1}{\rho r \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial r} \left(\rho r^2 \int_0^{\vartheta} v_r \sin \vartheta' d\vartheta' \right). \quad (6.19)$$

При условии неоднородного вращения, когда $\Omega_{\text{вр}} = \Omega_{\text{вр}}(\tilde{r})$, в знаменателе формулы (6.17) вместо величины средней плотности $\bar{\rho}$ должна стоять величина $\rho(r)$. (Бекер, Киппенхан (1959)). Это обстоятельство вызывает значительное возрастание скорости циркуляционных движений во внешних областях звезды.

Наблюдаемая скорость вращения Солнца $\Omega_{\text{вр}} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ сек}^{-1}$ и, соответственно, скорость циркуляционных потоков в его центральных областях около 10^{-9} см/сек . В случае же быстро вращающихся звезд ранних спектральных классов величина циркуляционной скорости должна быть на много порядков больше и во внешних слоях может достигать нескольких км/сек. В качестве фактора, ограничивающего скорость циркуляционных движений во внешних областях звезды, предполагается вязкость газа. Согласно Смигу (1970) скорости циркуляции в поверхностной области быстро вращающейся звезды настолько велики, что движение является турбулентным в слое, толщина которого в несколько раз больше шкалы высот. Поэтому во внешних слоях скорость ограничивается турбулентной вязкостью.

В случае однородного вращения циркуляционные потоки в глубоких областях являются восходящими у полюсов и нисходящими у экватора. Текущий газ переносит угловой момент и таким образом циркуляция влияет на скорость вращения звезды. Следовательно, при исследовании циркуляции в быстро вращающейся звезде необходимо решать самосогласованную задачу, т. е. считать закон вращения зависящим от циркуляционных токов. При этом нужно учитывать и другие факторы, существенные для обмена моментом количества движения между различными слоями вращающейся звезды.

Помимо меридиональной циркуляции перенос углового момента может осуществляться вследствие турбулентной вязкости и присутствия магнитных полей. Принято считать, что действие турбулентной вязкости приводит

к однородному вращению звезды. Однако это произойдет только в том случае, когда турбулентность изотропна, а во вращающейся звезде анизотропия турбулентности может привести к стационарному состоянию неоднородного вращения. Расчет действия анизотропной турбулентной вязкости в конвективных областях звезды при современном состоянии теории осуществить нельзя. Влияние магнитных полей на вращение однозначно установить также не удастся. По-видимому, сейчас нет достаточных оснований утверждать, что вращение звезд должно быть обязательно твердотельным или близким к однородному. Наблюдения Солнца ясно показывают, что, по крайней мере во внешних слоях его, вращение дифференциальное.

Характер вращения внутренних слоев звезд из наблюдений определить нельзя, пока не разработана достаточно полная теория вращения, позволяющая делать однозначные выводы относительно взаимосвязи движений в недрах с поверхностными движениями. Поэтому в ряде работ сделаны попытки устанавливать возможные законы вращения. Как показано Голдрейчем и Шубертом (1967) методом малых возмущений, дифференциальное вращение в осесимметричной конфигурации будет устойчивым только в том случае, когда удельный угловой момент является возрастающей функцией расстояния от оси вращения. Условия устойчивости записываются в виде

$$\frac{\partial (\tilde{r}^2 \Omega_{\text{вр}})}{\partial \tilde{r}} \geq 0, \quad \frac{\partial \Omega_{\text{вр}}}{\partial z} = 0 \quad (6.20)$$

(ось Oz совпадает с осью вращения). Эти условия имеют место, если отношение коэффициента лучистой теплопроводности $\chi_{\text{изл}}$ к коэффициенту ν молекулярной вязкости $\chi_{\text{изл}}/\nu \gg 1$. Неустойчивость в данном случае обусловлена более быстрым обменом элементов газа, смещаемых в результате возмущения, энергией, чем угловым моментом. Поэтому смещенный элемент (предполагавшийся при исследовании кольцеобразным) будет восстанавливаться в первоначальное положение центробежной силой только при первом условии (6.20). Силы газового давления к такому восстановлению не приводят. Здесь существует аналогия с устойчивостью так называемого

течения Куэтта между двумя вращающимися коаксиальными цилиндрами (см. А. С. Монин и А. М. Яглом (1966)).

Факт неустойчивости оказывается существенным для закона вращения звезды лишь в том случае, когда время развития неустойчивости не очень велико. Согласно выводам, сделанным в работе Клемента (1972), указанная Голдрейчем и Шубертом неустойчивость не является достаточно эффективным средством перераспределения углового момента в звезде, за исключением тех случаев, когда локальное время циркуляции мало.

Второе из условий (6.20) означает, что в устойчивом состоянии угловая скорость вращения должна быть постоянной на цилиндрической поверхности, ось которой совпадает с осью вращения. Вместе с тем, как показал Роксбург (1966b), в звезде, состоящей из невязкого газа, условие лучистого равновесия несовместимо с предположением о том, что угловая скорость есть функция только расстояния от оси вращения \tilde{r} . По его мнению, такая несовместимость должна приводить к движениям циркуляционного характера, вообще говоря, отличным от рассмотренной выше эддингтоновской циркуляции. Поскольку при выводе условий (6.20) циркуляция не учитывалась, результаты двух указанных работ нельзя считать взаимно противоречивыми, но они отчетливо демонстрируют ограниченность рассмотренных моделей.

Рядом других авторов также изучалась устойчивость вращения в областях лучистого равновесия (см., например, Фрике (1971)). Обзор результатов этих исследований содержится в статье Фрике и Киппенхана (1972). Для различных моделей были установлены условия устойчивости, но класс возможных устойчивых движений остается все же весьма широким, поскольку ни в одной из моделей не учтены все существенные обстоятельства, связанные с вращением. Например, В. В. Порфирьевым (1962) было показано, что твердотельное вращение звезды устойчиво по отношению к малым возмущениям закона вращения, если звезду считать однородной. В какой мере этот вывод применим к неоднородным конфигурациям, остается не ясным. В работе Роксбурга (1974) изучен класс моделей с неоднородным стационарным вращением и меридиональной циркуляцией, но вязкость при этом не учитывалась.

В главе 2 уже отмечалось, что неоднородность химического состава звезды может сильно сказаться на устойчивости ее вращения. Стратификация молекулярного веса μ в ядре звезды, где он возрастает с глубиной, оказывает стабилизирующее действие на звезду (Голдрейч и Шуберт (1967)).

Как известно, при наличии внутри звезды поверхности разрыва молекулярного веса вещество, находящееся по разные стороны от этой поверхности, не перемешивается. Поэтому циркуляционные токи у той поверхности, где μ меняется скачком, отклоняются и скорость циркуляции при этом сильно возрастает. При возмущениях этой поверхности меняется и характер циркуляции вблизи нее. Взаимодействие меридиональной циркуляции с полем μ в звезде играет существенную роль в перемешивании вещества, которое в значительной степени должно определять эволюцию звезды. По существующим взглядам, перемешивания в одиночных звездах не происходит даже при высокой скорости вращения, так как изменения химического состава, вызываемые циркуляцией, должны вызывать явления, замедляющие циркуляцию и тем самым компенсироваться (Шварцшильд (1960)). Тем не менее на сегодняшний день проблему перемешивания нельзя еще считать окончательно решенной (подробнее см. Местел (1970)).

Достаточно сильное магнитное поле внутри звезды может радикальным образом влиять на ее вращение. Наблюдательные данные, позволяющие предполагать присутствие в недрах большинства звезд крупномасштабных магнитных полей, очень скудные, однако мнение о том, что такие поля имеются, широко распространено. Основанием для этого мнения служит существование поля у Земли, Солнца и сравнительно редкого класса магнитных звезд, а также то обстоятельство, что межзвездная среда, из которой образуются, по современным воззрениям, звезды, содержит замороженное магнитное поле. Поле должно усиливаться по мере сжатия газа, что и послужило исходным пунктом для гипотезы о реликтовой природе звездных полей (Пиддингтон (1973)). Однако, по крайней мере в случае Земли, гипотеза о первоначальном поле непригодна. Характер изменений солнечного поля также трудно согласовать с ней.

При наличии конвективных движений в звезде, вследствие дифференциального вращения, за счет полоидального поля должно усиливаться тороидальное поле. Изменение напряженности поля со временем описывается уравнениями (Паркер (1970а, б, с)), следующими из (1.87):

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} - v_M \left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2} \right) \right] H_\varphi = H_r \left(\frac{dv_\varphi}{dr} - \frac{v_\varphi}{r} \right), \quad (6.21)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} - v_M \left(\nabla^2 - \frac{1}{r^2} \right) \right] e_\varphi A_\varphi = [vH]_\varphi. \quad (6.22)$$

Здесь H_r — радиальная составляющая (полоидальное поле) и H_φ — азимутальная составляющая (тороидальное поле), A_φ — азимутальный вектор-потенциал, e_φ — единичный вектор в азимутальном направлении. Физический смысл уравнения (6.21) заключается в том, что оно указывает, как неоднородное вращение приводит к образованию «петель» магнитных силовых линий. Полоидальное поле должно восстанавливаться. Механизм восстановления заключается во взаимодействии поднимающихся конвективных токов с тороидальным полем (уравнение (6.22)). Кориолисовы силы вращают поднимающийся газ вместе с магнитными силовыми линиями так, что образуется петля, которая поворачивается вследствие вращения звезды. Таким путем образуется новая силовая линия (рис. 17). Расчет показывает, что у основания конвективной ячейки вращение происходит быстрее, поэтому поле и усиливается. Слияние петель способно дать достаточно сильное полоидальное поле, которое все же не может превзойти тороидальное. При использовании уравнений (6.21) и (6.22) нужно учитывать турбулентный характер конвективных движений. Источником энергии магнитного поля в рассматриваемой модели является конвекция. Аналогичным образом конвективными движениями во вращающемся ядре Земли объясняется возникновение у нее магнитного поля (С. И. Брагинский (1964)).

В применении к звездам указанный механизм генерации поля не разработан в количественном отношении и неизвестно, какова напряженность получаемого таким путем поля. Имеются существенные трудности в расчетах, обусловленные необходимостью учитывать топологическую диссипацию поля. Тем более не приходится пока

говорить о полном решении самосогласованной задачи, в которой бы учитывалось и обратное влияние поля на вращение звезды и на конвекцию в ней. Некоторое развитие теории генерации магнитных полей во внешних областях Солнца конвективными движениями при учете дифференциального вращения получено в работах Ю. Б. Пономаренко (1969 а, б).

Влияние тороидальных полей на равновесие вращающейся конфигурации рассмотрено Р. С. Оганесяном и

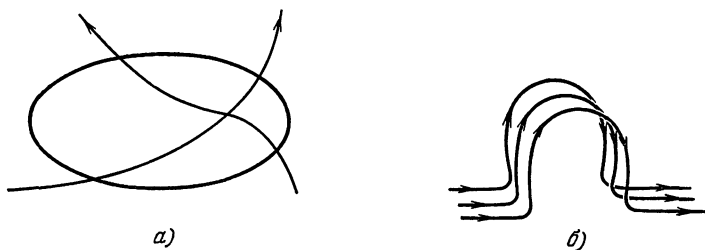


Рис. 17. Схема усиления магнитного поля во вращающейся звезде.

М. Г. Абрамяном (1973). Сильное поле должно оказывать стабилизирующее действие, делая возможным, в частности, твердотельное вращение. Однако при подобных расчетах необходимо учитывать эффекты, связанные с диффузией поля, поскольку проводимость газа в звездах хотя и мала, но конечна, а время развития неустойчивости велико.

Вращение существенно меняет характер конвективных течений. Меридиональная эддингтоновская циркуляция в конвективной зоне отсутствует, но возникает особый вид циркуляции, связанный с анизотропией турбулентных движений в поле тяготения (Бирман (1951)). Турбулентное трение приводит к созданию в конвективной зоне дифференциального вращения, несовместимого с равновесным состоянием. В результате должны возникать крупномасштабные движения в меридиональных плоскостях. Энергия этих течений черпается из энергии вращательного движения. Направление токов может при одних условиях быть таким же, как и в случае эддингтоновской циркуляции — вещество поднимается на полюсах и опускается на экваторе, а в других — противоположным.

Характер движения определяется свойствами турбулентности.

Взаимодействие конвекции, вращения и меридиональной циркуляции исследовалось приближенно численными методами Дарни (1971) при частичном учете нелинейных эффектов. В результате такого взаимодействия вращение становится дифференциальным и возникает отличие температуры в полярных областях от температуры на экваторе. Анизотропия конвекции во вращающемся конвективном ядре звезды (внутренней конвективной зоне) согласно Тейлеру (1973) также вызывает усиление меридиональной циркуляции и перемешивания. Таким образом, факт взаимосвязи конвекции и вращения звезды как указанными, так и другими исследованиями выявлен отчетливо. Достаточно полная картина явлений может быть получена только при помощи точной теории конвекции, которой пока нет.

Проблема переноса момента количества движения в ходе эволюции вращающейся звезды и, в частности, вопрос о механизме, обеспечивающем потерю избыточного момента у сжимающейся протозвезды, рассматривалась во многих работах (см. Фрике и Киппенхан (1972)). Поскольку задача о переносе момента в полном виде не решена, при расчетах эволюции вращающихся звезд делается одно из двух предположений: а) удельный угловой момент сохраняется всюду; б) удельный угловой момент сохраняется в слоях с устойчивой стратификацией молекулярного веса; в остальных областях вращение твердотельное. Результаты расчетов Боденхеймера и Острайкера (1970) показывают, что при определенных условиях основная доля вращательного момента сжимающейся протозвезды может оставаться внутри нее и поэтому центральные области звезд должны вращаться значительно быстрее, чем наружные. Присутствие быстро вращающегося ядра у Солнца было независимо предположено Дикке (1970) на основе наблюдений формы солнечного диска. Одна из наиболее интересных работ в этом направлении выполнена Киппенханом и др. (1970). Расчеты эволюции массивной звезды ($M_* = 9M_{\odot}$) продемонстрировали образование быстро вращающегося ядра на стадии выгорания гелия, причем вследствие наличия « μ -барьера» вращательный момент не передается оболочке. При даль-

нейшем сжатии ядра скорость его может возрасти до предела ротационной неустойчивости, когда становится возможным деление ядра. Это должно полностью изменить ход эволюции звезды, которая в конечном счете превратится в новоподобную двойную систему (В. Г. Горбацкий (1975б)).

Процессы, обусловленные существованием быстро вращающегося ядра звезды, очень сложны и детальный расчет их сейчас невозможен. На эволюцию такого ядра может повлиять магнитное поле. Расчеты Г. С. Бисноватого-Когана и др. (1975) показывают, что вследствие перехода энергии вращения в энергию поля и вызванного этим возрастания магнитного давления возможен срыв оболочки. С этим связывается явление вспышек сверхновых. Однако, как уже неоднократно отмечалось, существующие представления о генерации поля в звезде недостаточны для развития точной теории подобных явлений.

Решение самосогласованной задачи о динамической эволюции вращающейся звезды до настоящего времени было получено только для белого карлика (Дарисен (1973, 1975)), для которого предполагалось, что угловой момент переносится изотропной вязкостью, меняющейся с плотностью по закону

$$\eta_e \sim \rho^{5/3}, \quad \eta_i \sim \rho^{5/6}, \quad \eta = \eta_e + \eta_i, \quad (6.23)$$

где индексы «e» и «i» соответствуют электронной и ионной вязкости соответственно. При расчете предполагалось также, что удельный угловой момент j является постоянным на цилиндрической поверхности, ось которой совпадает с осью вращения,

$$\frac{\partial j}{\partial z} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial j}{\partial r} \geq 0. \quad (6.24)$$

Исследование равновесия конфигурации показало, что перенос момента меридиональной циркуляцией выражается величиной второго порядка малости относительно $\epsilon = (\Omega_{\text{вр}} t_{\text{в}})^{-1}$, где $t_{\text{в}}$ — временной масштаб изменения угловой скорости $\Omega_{\text{вр}}$ за счет вязкости. Поэтому в первом порядке влияние меридиональной циркуляции не учитывалось.

Уравнение, определяющее изменение удельного момента с расстоянием, записывается в цилиндрических

координатах в следующем виде:

$$\frac{dj}{dt} = r \frac{\eta}{\rho} \frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rv_\phi) \right] + \frac{r^2}{\rho} \frac{\partial \eta}{\partial r} \frac{d}{dr} \left(\frac{v_\phi}{r} \right). \quad (6.25)$$

Значения функций $\rho_0(r, z)$ и $j_0(r, z)$ определяются равновесной моделью звезды. Далее расчет проводится шаг за шагом.

Численное решение (6.25) совместно с уравнениями равновесия звезды при $\mathfrak{M}_* = 1,02 \mathfrak{M}_\odot$ и полном моменте $J_* = 1,54 \cdot 10^{50} \text{ г} \cdot \text{см}^2 \cdot \text{сек}^{-1}$ показало, что около половины общего начального момента количества движения передается сильно уплотенному поверхностному слою (диску), содержащему всего около 2% общей массы звезды. Движения в диске круговые кеплеровские. Вращение ядра, включающего 98% массы, приближается к твердотельному. Скорость диссипации энергии вследствие вязкости \dot{E}_η определяется выражением:

$$\dot{E}_\eta = - \int_{(V_*)} \left(\frac{\partial \Omega_{\text{вр}}}{\partial r} \right) r^2 \eta dV. \quad (6.26)$$

Из расчета следует, что время эволюции звезды (время диссипации вращательной энергии)

$$t_d = \frac{E_{\text{вр}}}{\dot{E}_\eta} \quad (6.27)$$

составляет около $7 \cdot 10^9$ лет. Диссипация энергии происходит преимущественно во внешних слоях.

В связи с указанным теоретическим выводом об образовании у белых карликов дискообразных вращающихся оболочек можно напомнить о наблюдательных данных, указывающих на присутствие таких оболочек у белых карликов, не входящих, по-видимому, в состав тесных двойных систем (Куто (1957), Гринстейн (1963)).

В рассмотренном случае передача углового момента и образование дискообразной оболочки обусловлены действием молекулярной вязкости. В оболочках быстро вращающихся звезд типа Ве перенос углового момента происходит, по-видимому, при посредстве магнитного поля. Движение газа в таких оболочках рассматривается в следующем параграфе.

§ 2. Динамика оболочек звезд типа Ве

Присутствие оболочки у звезды типа Ве приводит к появлению в наблюдаемом спектре эмиссионных линий бальмеровской серии водорода и эмиссии в бальмеровском континууме. Эти особенности спектра возникают из-за происходящих в оболочке рекомбинаций атомов водорода и при свободно-свободных переходах. Излучение оболочки в линиях и в непрерывном спектре обеспечивается за счет переработки излучения звезды за пределом лаймановской (а частично и бальмеровской) серии водорода.

Оптическая толщина оболочки звезды типа Ве мала в видимой области непрерывного спектра. Вместе с тем, оболочка оказывается оптически толстой в линиях бальмеровской серии. Поэтому расчет излучения оболочки в континууме сравнительно прост, тогда как вычисление профилей и интенсивностей спектральных линий представляет довольно сложную задачу. Расчет линейчатого спектра оболочки выполняется на основе теории движущихся оболочек звезд, разработанной В. В. Соболевым (1947). Вычисления, сделанные им самим и впоследствии другими авторами (см. В. Г. Горбачкий, И. Н. Минин (1963)), дали возможность определить физические условия в оболочках звезд типа Ве и установить, в общих чертах, характер движений в них.

Средние характеристики оболочек звезд типа Ве достаточно уверенно определяются путем анализа линейчатого и непрерывного спектров этих звезд. Плотность газа в оболочках порядка 10^{-12} г·см⁻³, а температура составляет около 10^4 °К.

Линии в спектрах звезд типа Ве очень широки. Расширение линий вызвано быстрым вращением, скорость которого в экваториальной плоскости достигает 300—400 км/сек. Вместе с тем, газ движется от поверхности звезды и в радиальном направлении, но со значительно меньшей скоростью — 10—30 км/сек.

Оболочки звезд типа Ве являются протяженными. Это означает, что плотность вещества в них убывает с расстоянием от звезды медленно. Распределение плотности можно аппроксимировать зависимостью вида

$$\rho(r) = \rho(r_0) \left(\frac{r_0}{r} \right)^k, \quad (6.28)$$

где $k \approx 2$. Вещество поступает в оболочку из звезды, но этот процесс является нерегулярным. Переменность оболочек за характерное время $5 \cdot 10^7$ сек показывает, что потеря вещества звездой типа Ве не может быть связана только с ротационной неустойчивостью звезды. Причины выбрасывания газа из звезд пока остаются не выясненными. Однако вращение звезды должно способствовать преимущественному выбросу из областей, расположенных вблизи экватора. Поэтому в качестве модели оболочки звезды типа Ве часто принимают уплотненный слой, толщина которого порядка диаметра звезды. Эффективный уровень образования эмиссионных линий по данным наблюдений соответствует расстоянию $2R_* \div 5R_*$ от поверхности. Излучение в непрерывном спектре исходит из более глубоких слоев.

Из приведенных выше данных следует, что плотность тепловой энергии в оболочке порядка $1 \text{ эрг} \cdot \text{см}^{-3}$, тогда как плотность механической энергии на три порядка выше. Поэтому градиент газового давления не должен играть практически никакой роли в динамике оболочки.

Выбрасывание вещества из звезды типа Ве происходит со скоростью гораздо меньшей, чем параболическая. Выброшенный газ в конечном счете уходит от звезды. Время, за которое данный элемент газа существенно удаляется от поверхности звезды, гораздо больше периода обращения элемента, так как азимутальная скорость v_ϕ намного превосходит радиальную v_r . Поэтому основная проблема динамики оболочек звезд типа Ве состоит в том, чтобы выяснить, какие силы не только «поддерживают» газ против действия тяготения, но одновременно совершают работу против тяготения и обеспечивают квазистационарную потерю газа звездой.

Простые оценки показывают (см. Лимбер, Мальборо (1968)), что ни газовое давление, ни давление излучения не могут поддерживать оболочку звезды типа Ве в квазистационарном состоянии. Поэтому остается единственная возможность — поддержание и расширение оболочки объясняется действием центробежной силы.

При условии приближенного равенства центробежного ускорения гравитационному

$$\Omega_{\text{вр}}^2 r \approx \frac{GM_*}{r^2}, \quad (6.29)$$

где $\Omega_{\text{вр}}$ — угловая скорость, движение является приближенно круговым кеплеровским. Удельный момент количества движения

$$j = \Omega_{\text{вр}} r^2 \quad (6.30)$$

при этом возрастает с r . Так как в наружных областях оболочки нет источников вещества и момента, то возрастание может происходить только за счет момента вращения самой звезды. Передача момента возможна посредством вязких напряжений, в частности, турбулентной вязкостью. С другой стороны, угловой момент звезды может передаваться оболочке при наличии достаточно сильного магнитного поля, связанного с вращающейся звездой.

Вязкие напряжения производят перенос углового момента в соответствии с уравнением (6.25). Подробно это уравнение и процесс переноса момента во вращающейся турбулентной среде обсуждается в § 4. Турбулентная вязкость может играть существенную роль в динамике оболочек звезд типа Ве, но по ряду соображений (см. Лимбер, Мальборо (1968)) перенос момента магнитным полем в данном случае представляется более важным. К вопросу о роли турбулентной вязкости мы вернемся ниже, а сейчас рассмотрим процесс передачи момента количества движения магнитным полем от звезды в окружающую ее оболочку. Соответствующая задача решалась Местелом (1968), рассмотревшим стационарное течение газа из изотермической короны вращающейся звезды с дипольным магнитным полем. В цилиндрической системе координат имеет место уравнение

$$\frac{1}{2} v_p^2 + \frac{1}{2} \Omega_{\text{вр}}^2 \bar{r}^2 - \frac{G M_*}{r} + c_{\text{из}}^2 \ln \rho - \alpha_1 \Omega_{\text{вр}} \bar{r}^2 = A, \quad (6.31)$$

где

$$\alpha_1 = \Omega_{\text{вр}} - \frac{v_p}{\bar{r}} \frac{H_\varphi}{H_p}, \quad (6.32)$$

\bar{r} — расстояние точки от оси вращения, v_p и H_p — величины полоидальной составляющей скорости и напряженности магнитного поля соответственно:

$$v_p = (v_{\bar{r}}^2 + v_z^2)^{1/2}, \quad H_p = (H_{\bar{r}}^2 + H_z^2)^{1/2}. \quad (6.33)$$

Через H_ϕ обозначена величина тороидальной составляющей, а $c_{из}$ — изотермическая скорость звука. Уравнение (6.31) является обобщением интеграла Бернулли для изотермической вращающейся системы с магнитным полем. Членом $\alpha_1 \Omega_{вр} \tilde{r}^2$ учитывается работа, совершаемая над газом при передаче ему посредством поля углового момента. Величина A постоянна вдоль линий тока. Соотношение (6.32) является одним из интегралов уравнений магнитной газодинамики. Имеется и другой интеграл вида

$$-\frac{\tilde{r} H_\phi}{4\pi} + \rho \frac{v_p}{H_p} \Omega_{вр} \tilde{r}^2 = -\frac{\alpha_2}{4\pi}, \quad (6.34)$$

описывающий передачу углового момента от поля газу. Величины α_1 и α_2 остаются постоянными вдоль линий поля.

Из (6.32) и (6.34) с учетом соотношения, получающегося из уравнения неразрывности,

$$\rho \frac{v_p}{H_p} = \alpha_3, \quad (6.35)$$

где α_3 также не меняется вдоль силовой линии, можно найти следующие выражения $\Omega_{вр}$ и H_ϕ :

$$\Omega_{вр} = \frac{\alpha_1 + \frac{\alpha_2 \alpha_3}{\rho \tilde{r}_2}}{1 - \frac{4\pi \alpha_3^2}{\rho}}, \quad H_\phi = \frac{\frac{\alpha_2}{\tilde{r}} + 4\pi \alpha_1 \alpha_3 \tilde{r}}{1 - \frac{4\pi \alpha_3^2}{\rho}}. \quad (6.36)$$

Знаменатель этих дробей может быть записан в виде $1 - \frac{v_p^2}{a^2}$, где a — альвеновская скорость в данной точке. Отсюда следует, что при достаточно быстром убывании плотности от звезды на каждой силовой линии должна существовать некоторая критическая точка C , в которой значение v_p совпадает с a , т. е. выполняется соотношение

$$\rho(\tilde{r}_C) = 4\pi \alpha_3^2. \quad (6.37)$$

Числители в формулах (6.36) при этом также должны обращаться в нуль.

Используя систему (6.31) — (6.37), Местел показал, что передача крутящего момента сильным магнитным полем, жестко связанным со звездой, на достаточно малых

расстояниях от звезды настолько эффективна, что движение газа там приближается к твердотельному. На расстояниях же, больших, чем до точки C , угловой момент сохраняется.

Звездам типа Ве, по-видимому, лучше соответствует модель, в которой предполагается, что истекающий газ образует цилиндрический слой, толщина которого мала по сравнению с радиусом. В таком случае можно заменить \bar{r} расстоянием от центра звезды r и считать, что $v_{\bar{r}} = v_r \gg \gg v_z$ и $H_{\bar{r}} = H_r \gg H_z$. Если принять также, что $\frac{\partial H_z}{\partial z} = 0$, то для радиальной компоненты поля H_r получается выражение:

$$H_r = H_r^{(0)} \frac{R_*}{r}, \quad (6.38)$$

где $H_r^{(0)}$ — напряженность поля на экваторе звезды. При этом в уравнениях (6.31) — (6.36), v_p и H_p заменяются на v_r и H_r соответственно, а величины α_1 , α_2 , α_3 и A оказываются не зависящими от z .

Вопрос о происхождении радиальной компоненты H_r пока остается открытым, но при определенных условиях, например, при нестационарном истечении плазмы в экваториальной плоскости звезды с дипольным полем, как показано в работе В. Н. Морозова (1973а), может возникнуть поле вида (6.38). В этой работе на основе уравнений (6.31) — (6.36) при условии (6.38) было получено поле скоростей в экваториальной оболочке звезды типа Ве. Оно определяется выражениями

$$v_r^2 = v_r^{(0)2} + \frac{1}{1 + \left(\frac{\alpha_2}{H_r^{(0)} R_*}\right)^2} \left[\frac{\Omega_{\text{вр}}^{(0)2} (m+1)}{2} (r^2 - R_*^2) + G \mathfrak{M}_* \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_*} \right) \right], \quad (6.39)$$

$$v_\varphi = (m+1) \Omega_{\text{вр}}^{(0)} r + \frac{\alpha_2}{H_r^{(0)} R_*} v_r, \quad (6.40)$$

где индексом (0) обозначено значение соответствующей величины на поверхности звезды, а m задается формулой

$$m = \frac{|H_\varphi^{(0)}| v_r^{(0)}}{|H_r^{(0)}| \Omega_{\text{вр}}^{(0)} R_*}. \quad (6.41)$$

Плотность газа определяется следующим соотношением:

$$\rho = \frac{\alpha_3 H_r^{(0)} R_*}{v_r r}. \quad (6.42)$$

Расчет течения при значениях параметров $v_r^{(0)}$, $v_\varphi^{(0)}$, $\Omega_{\text{впр}}^{(0)}$, R_* , соответствующих звездам Ве (В. Н. Морозов (1973а)) показал, что на расстоянии нескольких радиусов от звезды газ приобретает скорость v_r , превосходящую параболическую на этом уровне и, таким образом, происходит потеря газа из оболочки. Энергия, необходимая для преодоления поля тяготения, передается газу от звезды через посредство магнитного поля. Величина $\Omega_{\text{впр}} r^2$ при этом не является постоянной, так как в газе происходит перенос момента количества движения, получаемого от звезды. Очень важным обстоятельством, выяснившимся при вычислениях, является сравнительно малая величина напряженности поля на поверхности звезды (также задававшаяся в качестве параметра задачи), требующаяся, чтобы обеспечить передачу момента и энергии. Поля напряженностью порядка 300 гс достаточно, чтобы произошло достаточно быстрое ускорение вещества.

Поскольку движение газа вызывает изменение поля, то следует решать самосогласованную задачу о переносе момента количества движения при помощи полной системы уравнений магнитной газодинамики. В работе В. Н. Морозова (1973б) исследовано взаимодействие поля угловой скорости в плоской оболочке с азимутальной составляющей магнитного поля при условии, что радиальная компонента поля определяется соотношением (6.38) и $H_z = 0$. Тогда для величин $\Omega_{\text{впр}}$ и H_φ получаются следующие уравнения:

$$r^2 \frac{\partial \Omega_{\text{впр}}}{\partial t} = \frac{1}{4\pi\rho} H_r \frac{\partial}{\partial r} (r H_\varphi), \quad (6.43)$$

$$\frac{\partial H_\varphi}{\partial t} = r H_r \frac{\partial \Omega_{\text{впр}}}{\partial r}. \quad (6.44)$$

Если зависимость плотности от r имеет вид (6.28), то с учетом (6.38) из системы (6.43) и (6.44) получается уравнение

$$\frac{\partial^2 \Omega_{\text{впр}}}{\partial t_*^2} = \frac{1}{\zeta^{3-k}} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\zeta \frac{\partial \Omega_{\text{впр}}}{\partial \zeta} \right), \quad (6.45)$$

где

$$t_* = \frac{t}{t_0}, \quad t_0 = \frac{R_*}{H_r^{(0)}} \sqrt{4\pi\rho_0}, \quad \zeta = \frac{r}{R_*}. \quad (6.46)$$

Уравнение (6.45) решалось при следующих условиях:

$$t = 0, \quad \Omega_{\text{вр}} = 0, \quad \frac{\partial \Omega_{\text{вр}}}{\partial t} = 0, \quad r = R_*, \quad \Omega_{\text{вр}} = \Omega_0, \\ \Omega_{\text{вр}} \xrightarrow[r \rightarrow \infty]{} 0, \quad (6.47)$$

т. е. предполагалось, что в начальный момент оболочка не вращается и со стороны магнитного поля сила на нее не действует.

Решение уравнения (6.45), полученное при помощи преобразования Вебера, дало возможность найти характерное время t_m передачи момента вращения от звезды в данную точку:

$$t_m \approx \frac{r}{H_r^{(0)}} \sqrt{4\pi\rho_0} \left(\frac{r}{R_*} \right)^{\frac{2-k}{2}}. \quad (6.48)$$

Если считать, что t_m соответствует наблюдаемому времени сброса оболочки (существенного изменения ее толщины), то из (6.48) можно получить оценку поля $H_r^{(0)}$. Оно составляет несколько десятков гаусс. Существование столь слабого поля вполне возможно, но обнаружить его у звезд класса Ве при современных средствах наблюдения очень трудно. Таким образом, гипотеза о том, что именно магнитное поле обеспечивает передачу момента и энергии от быстро вращающейся звезды в ее оболочку не противоречит данным наблюдений.

Описанное выше решение задачи о стационарном течении газа в оболочке звезды типа Ве в общих чертах совпадает с тем, которое было получено в работе Вебера и Девиса (1967) для солнечного ветра. Различия в моделях Солнца и звезды типа Ве, обусловленные разницей в скорости вращения и тем, что оболочки звезд типа Ве не похожи на корону Солнца, не позволяют сравнивать указанные работы в количественном плане. Уравнения, рассматривавшиеся Вебером и Девисом, были решены численно Лимбером (1974) при соответствующей модификации их, отражающей специфику звезд типа Ве. Результаты численного решения уравнений подтвердили

практически все выводы аналитического исследования. Значения напряженности поля $H_r^{(0)}$, при которых возможно стационарное истечение, лежат в пределах 10—100 *гс*, а полное поле H_0 — в пределах 100—1000 *гс*. Вычисления показали, что в интервале значений $r_C < r < 10^5 R_*$ величина v_ϕ удовлетворяет соотношению

$$v_\phi r \approx \text{const}, \quad (6.49)$$

что означает движение элемента газа при сохранении его углового момента. Таким образом, оболочка звезды типа Ве может быть разбита на две области. Во внутренней ($R_* < r < r_C$) области момент количества движения возрастает, а вне ее остается постоянным. При указанных выше значениях параметров, определяющих структуру оболочки звезды типа Ве, величина $r_C \approx (2 \div 10) R_*$.

Как в работе Лимбера, так и в исследованиях В. Н. Морозова указывается на возможность неустойчивости стационарного движения. Характер неустойчивости исследовать трудно вследствие сложности рассматриваемого течения. Возможно, что неустойчивость приводит к распаду оболочки на отдельные конденсации.

Неоднородность оболочек звезд типа Ве отчетливо проявляется в наблюдениях, производимых с высоким разрешением по времени (Хатчингс и др. (1971)). Эти наблюдения показывают, что за время порядка 10^2 *сек* в профилях эмиссионных линий происходят значительные изменения. Устойчивый в течение месяцев характерный профиль линии с двумя компонентами получается лишь как усредненный по времени, если спектр фотографируется в течение десятков минут. Таким образом, оболочки реальных звезд типа Ве оказываются состоящими из отдельных газовых конденсаций, которые вращаются вокруг звезды со скоростями порядка 300 *км/сек*. Меняющееся доплеровское смещение для излучения различных конденсаций и перемены в их возможном расположении приводят к наблюдаемым вариациям профилей спектральных линий.

Средний размер и число N конденсаций в оболочке звезды Ве можно оценить следующим путем (В. Г. Горбацкий (1975в)). Все конденсации вместе должны перекрывать небольшую долю поверхности звезды, так как на спектральных линиях поглощения, возникающих

в обращающем слое звезды, присутствие оболочки практически не сказывается. Следовательно, если конденсации имеют форму шара радиуса R_K , должно выполняться соотношение

$$N\pi R_K^2 = \alpha 4\pi R_*^2, \quad (6.50)$$

где $0,1 \lesssim \alpha \lesssim 0,3$. С другой стороны, их суммарное рекомбинационное излучение должно быть равным излучению оболочки с непрерывным распределением плотности по закону (6.28), и, значит,

$$N(n_e^{(K)})^2 \cdot \frac{4}{3} \pi R_K^3 = 4\pi (n_e^0)^2 R_*^3, \quad (6.51)$$

где $n_e^{(K)}$ — электронная концентрация в конденсации и n_e^0 — средняя электронная концентрация в случае непрерывного распределения плотности. Насколько можно судить по профилям эмиссионных линий, оптическая толщина каждой конденсации в частотах видимой части непрерывного спектра должна быть очень большой. При учете этого обстоятельства из формул (6.50) и (6.51) находим

$$R_K \lesssim \frac{4\alpha}{3(n_e^0)^2 R_* \sigma_T^2}, \quad N = 4\alpha \left(\frac{R_*}{R_K}\right)^2, \quad (6.52)$$

где σ_T — томсоновский коэффициент рассеяния излучения на свободных электронах. При значениях n_e^0 и R_* , соответствующих звездам типа Ве, из (6.52) имеем

$$R_K = (1 \div 2) \cdot 10^9 \text{ см}, \quad N = 100-200.$$

Полученное значение R_K подтверждается независимой оценкой этой величины по скорости изменения профилей спектральных линий (В. Г. Горбацкий (1975в)).

Сейчас трудно сказать, в какой мере наблюдаемая неоднородность оболочек связана с газодинамической неустойчивостью. Возможно, что выбрасывание вещества с поверхности звезды типа Ве происходит в форме отдельных сгустков. Если это так, то динамическая модель оболочки, описанная выше, нуждается в существенном изменении, поскольку расчет действия магнитного поля на отдельные сгустки должен производиться по-иному. Все же в настоящий момент представляется более вероят-

ным, что поддержание оболочек звезд типа Ве и потеря массы из оболочки связаны с переносом момента количества движения и энергии от звезды через посредство магнитного поля. Характер турбулентности в оболочке, состоящей из отдельных конденсаций, сейчас совершенно не ясен. Можно думать, что роль турбулентной вязкости в переносе углового момента в такой оболочке меньше, чем в оболочке с непрерывным распределением плотности, но соответствующие расчеты не производились.

§ 3. Динамические приливы в тесных двойных системах

Исследование течений газа в звездах-компонентах тесных двойных систем осложняется несферичностью компонент, обусловленной главным образом приливными взаимодействиями. Приливы влияют на процессы, происходящие в компонентах и, в частности, на перенос энергии конвекцией. Вместе с тем наличие конвективной зоны должно приводить к сравнительно быстрой синхронизации вращения и обращения в системе и к изменению приливного действия, так как приливы превращаются из динамических в статические. Таким образом, полное исследование энергетики, устойчивости и эволюции звезд, входящих в тесную двойную систему, требует решения очень сложной в математическом отношении самосогласованной проблемы динамических приливов.

Получение высококачественных спектров звезд, входящих в тесные двойные системы, является трудным делом, и не всегда удается определить, синхронизировано ли вращение с обращением в данной системе. Однако в ряде случаев можно утверждать с уверенностью, что синхронность в системе отсутствует (Плавец (1970)) и, следовательно, там имеют место динамические приливы. В отношении систем звезд-карликов, которые и представляют главным образом предмет дальнейшего изложения, вопрос о синхронности до сих пор остается не ясным, так как скорость вращения обеих компонент в этих случаях определить не удастся. Тем не менее есть достаточно оснований считать, что динамические приливы в таких системах происходят.

Динамические процессы, происходящие в тесной двойной системе, в значительной мере определяются формой

суммарного потенциала тяготения и центробежных сил. Эквипотенциальные поверхности имеют в этом случае сложный вид. Сечение их, проходящее через центры звезд перпендикулярно к орбитальной плоскости, изображено на рис. 18. Среди этих поверхностей существует одна, называемая критической. Она образует две полости (полости Роша), смыкающиеся в точке, совпадающей с критической точкой Лагранжа L_1 . При отсутствии иных

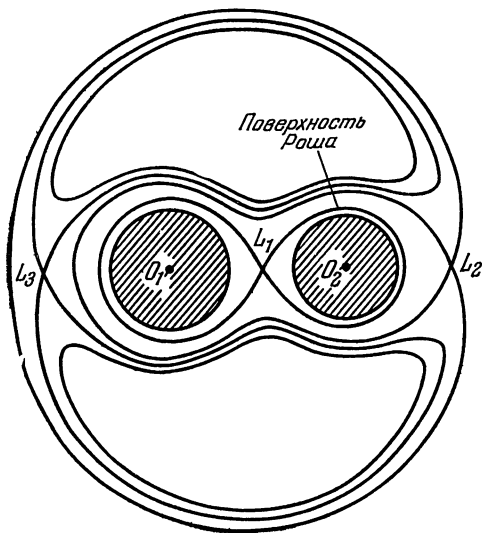


Рис. 18. Сечения эквипотенциальных поверхностей в тесной двойной системе (стрелкой показано сечение критической поверхности Роша).

сил, кроме тяготения звезд, скорость и ускорение в точке L_1 равны нулю. Частица, находящаяся на критической поверхности, может двигаться по ней без затраты энергии и поэтому переходить из окрестности одной из звезд в окрестность другой. Если частица находится внутри полости Роша, она может удалиться от соответствующей звезды, лишь получив дополнительную энергию.

Тесные двойные системы отпоят к одному из следующих трех типов:

1. Разделенные, когда ни одна из звезд не заполняет свою полость Роша.

2. Полуразделенные — только одна из компонент заполняет свою полость Роша.

3. Контактные — обе звезды заполняют соответствующие полости и соприкасаются в точке L_1 .

Действие динамических приливов на звезду должно быть тем сильнее, чем ближе ее поверхность к критической эквипотенциальной поверхности. Очевидно, что для контактных систем говорить о динамических приливах не приходится и вращение в них должно быть синхронно с обращением.

Динамические приливы вызывают перераспределение момента количества движения в системе и диссипацию энергии. Это должно продолжаться до тех пор, пока вращение и обращение не синхронизируются. Если звезда обладает внешней конвективной зоной, то благодаря большому значению коэффициента турбулентного трения синхронизация однородно вращающейся звезды должна устанавливаться за короткое время — 10^3 — 10^5 лет. Однако о распределении углового момента в звездах и роли различных диссипативных факторов известно очень мало. Существование значительного числа асинхронно вращающихся компонент двойных систем с возрастом, заведомо превосходящим 10^6 лет, показывает, что существующие представления о характере вращения звезд являются очень неполными. Возможно, как уже отмечалось в § 1, что вращательный момент сосредоточен во внутренних областях звезды. Тогда время торможения должно быть гораздо больше приведенных значений и синхронизация даже в тех случаях, когда она наблюдается, может относиться лишь к внешним слоям звезды. Эта проблема до настоящего времени совершенно не разрабатывалась.

Динамические приливы в звезде, являющейся компонентой тесной двойной системы, происходят вследствие асинхронности осевого вращения и обращения по орбите, а также и при отличном от нуля эксцентриситете орбиты e . Уравнения, определяющие создаваемое приливами поле скоростей, в общем случае эллипсоидальной орбиты и неколлинеарных векторах угловой скорости вращения $\Omega_{вр}$ и обращения $\Omega_{об}$ были получены Копалом (1968) при посредстве уравнений Эйлера для деформируемого тела. При $e = 0$ и коллинеарности указанных

векторов

$$\Omega_{вр} = (1 + f) \Omega_{об} \quad (6.53)$$

они имеют более простой вид. В этом случае для записи уравнений используем сферическую систему координат (r, ϑ, φ) , жестко связанную со спутником. Пусть начало координат совпадает с центром спутника, направление $\varphi = 0$ (Ox) — на центр главной звезды, ось $\vartheta = 0$ (Oz) совпадает с $\bar{\Omega}_{вр}$. Обозначив через U, V, W составляющие скорости вдоль осей Ox, Oy и Oz соответственно, имеем

$$\begin{aligned} \frac{dU}{dt} - \frac{V^2 + W^2}{r} - 2W\Omega_{об} (1 + f) \sin \vartheta = \\ = -\frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial r} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\eta}{\rho} \left[\nabla^2 U + \frac{1}{3} \frac{\partial \Delta}{\partial r} - \right. \\ \left. - \frac{2}{r^2} \left(\frac{\partial V}{\partial \vartheta} + \frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial W}{\partial \varphi} + U + V \operatorname{ctg} \vartheta \right) \right] + \frac{2}{\rho} \frac{\partial \eta}{\partial r} \left(\frac{\partial U}{\partial r} - \frac{\Delta}{3} \right); \\ \frac{dV}{dt} + \frac{UV - W^2 \operatorname{ctg} \vartheta}{r} - 2W\Omega_{об} (1 + f) \cos \vartheta = \\ = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \vartheta} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \vartheta} \right) + \frac{\eta}{\rho} \left[\nabla^2 V + \frac{1}{3r} \frac{\partial \Delta}{\partial \vartheta} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial U}{\partial \vartheta} - \right. \\ \left. - \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \left(2 \cos \vartheta \frac{\partial W}{\partial \varphi} + V \right) \right] + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \eta}{\partial r} \left(\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \vartheta} - \frac{V}{r} \right); \end{aligned} \quad (6.54)$$

$$\begin{aligned} \frac{dW}{dt} + \frac{W(U + V \operatorname{ctg} \vartheta)}{r} + \\ + 2\Omega_{об} (1 + f) (V \cos \vartheta - U \sin \vartheta) = \frac{1}{r \sin \vartheta} \left(\frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial \varphi} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right) + \\ + \frac{\eta}{\rho} \left[\nabla^2 W + \frac{1}{3r \sin \vartheta} \frac{\partial \Delta}{\partial \varphi} + \frac{2}{r^2 \sin^2 \vartheta} \left(\frac{\partial U}{\partial \varphi} + \cos \vartheta \frac{\partial V}{\partial \varphi} - \frac{W}{2} \right) \right] + \\ + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \eta}{\partial r} \left(\frac{\partial W}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial U}{\partial \varphi} - \frac{W}{r} \right). \end{aligned}$$

Уравнение неразрывности записывается в виде

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho\Delta. \quad (6.55)$$

Через Δ в (6.54) и (6.55) обозначена следующая величина:

$$\Delta = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 U) + \frac{1}{r \sin \vartheta} \left[\frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(V \sin \vartheta + \frac{\partial W}{\partial \varphi} \right) \right], \quad (6.56)$$

η — коэффициент динамической вязкости, предполагаемый здесь зависящим лишь от r и

$$\bar{\varphi} = \varphi_g + \varphi_c + \varphi', \quad (6.57)$$

где φ' — возмущающий потенциал, а φ_c — потенциал центробежных сил. Величину φ' можно разложить по сферическим функциям, причем первый член разложения при $e = 0$ имеет вид (см., например, В. А. Крат (1950))

$$\varphi' = \frac{GM_{\text{гл}}}{a^3} r^2 P_2(\cos \gamma), \quad (6.58)$$

где a — расстояние между центрами компонент, $P_2(\cos \gamma)$ — полином Лежандра и γ — угол между вектором \mathbf{r} и линией, соединяющей центры компонент.

Граничные условия для системы (6.54), (6.55) обычно принимаются следующими: в центре звезды скорость газа должна равняться нулю, а на свободной границе должны отсутствовать радиальные вязкие напряжения и, кроме того, там должны быть непрерывными общий гравитационный потенциал и его нормальные производные.

Решение полной нелинейной системы (6.54), (6.55) в настоящее время не может быть получено даже численными методами. В работах Копала (1968) рассматривается соответствующая линеаризованная система. При $\eta(r) = \text{const}$ и $\rho(r) = \text{const}$ им найдено аналитическое решение, по существу описывающее вынужденные колебания спутника. При $\eta = 0$ получаются кельвиновские частоты колебаний однородного жидкого шара.

В предположении сфероидальности приливных деформаций была приближенно оценена скорость вязкой диссипации энергии вращения звезды $\dot{E}_{\eta \text{ прил}}$ под действием динамических приливов. Диссипация при наличии лишь молекулярной вязкости для звезд главной последовательности незначительна. В тесной двойной системе, состоящей из двух белых карликов, скорость диссипации больше — $\dot{E}_{\eta \text{ прил}} \approx 10^{30} \text{ эрг} \cdot \text{сек}^{-1}$, так как вязкость вырожденного газа значительно выше вязкости обычной плазмы. По мнению Копала, вследствие диссипации в такой системе вращательной энергии, составляющей $\approx 10^{49} \text{ эрг}$, может в течение миллиардов лет поддерживаться светимость компонент.

Изменение скорости вращения звезды со временем в результате приливной диссипации может быть определено в предположении твердотельного вращения, т. е. при скорости $\Omega_{\text{вр}}$, зависящей лишь от времени. Копалом

(1972a) получено следующее уравнение:

$$\frac{d\Omega_{\text{вп}}}{dt} + K(r) f \Omega_{\text{об}} = 0, \quad (6.59)$$

где $f(t)$ — параметр асинхронности, определяемый по (6.53), и $K(r)$ — величина, зависящая от структуры звезды и вида функции $\eta(r)$.

Для скорости диссипации вращательной энергии найдено выражение

$$\dot{E}_{\eta \text{ прил}} = \frac{1012}{70} \left[f \frac{\mathfrak{M}_{\text{гп}}}{\mathfrak{M}_{\text{сп}}} \frac{\Omega_{\text{об}}}{a^3} \right]^2 \int_0^{R_*} \eta(r) r^8 dr. \quad (6.60)$$

Вид подынтегральной функции в (6.60) обусловлен тем, что диссипация энергии на единицу объема пропорциональна квадрату высоты прилива, которая в свою очередь пропорциональна r^3 . В работе Александера (1973) учтены более высокие члены в разложении φ' и принято во внимание изменение структуры звезды под действием приливов и вращения. Это привело к увеличению $\dot{E}_{\eta \text{ прил}}$ в несколько раз по сравнению с (6.60).

Как отмечалось выше, синхронизация вращения и обращения под действием динамических приливов может установиться за достаточно короткое время только в том случае, если вязкость обусловлена турбулентностью. В работе Пресса и др. (1975) предполагается возможность возбуждения турбулентности действием самих динамических приливов. На основе этого предположения при помощи формулы для среднего по звезде значения коэффициента вязкости $\langle \eta \rangle$, следующей из (6.60),

$$\langle \eta \rangle = \frac{\int_0^R \eta(r) r^8 dr}{R_*^9}, \quad (6.61)$$

было получено значение $\langle \eta \rangle_{\text{турб}} \approx 10^{12} \text{ г} \cdot \text{см}^{-1} \cdot \text{сек}^{-1}$. Эта величина достаточна, чтобы привести к синхронизации вращения и обращения в тесной двойной системе, состоящей из звезд с массой порядка $10 \mathfrak{M}_{\odot}$, приблизительно за 10^6 лет. За столь же короткое время первоначально эллиптическая орбита становится близкой к круговой.

Таким образом, в указанной работе сделана попытка рассмотреть самосогласованную задачу о действии динамических приливов, т. е. учесть зависимость коэффициента вязкости от приливов. Конечно, для более точного решения самосогласованной задачи необходимо использовать уравнения теории динамических приливов совместно с уравнениями турбулентного движения, что, по-видимому, не удастся осуществить в ближайшем будущем. Положение осложняется еще и тем, что для реальных звезд предположение об однородном вращении является чрезмерно упрощающим. Надо думать, что уравнение, сходное с (6.59), может быть выведено и для случая, когда $\Omega_{\text{вр}}$ зависит не только от t , но и от r .

Другим важным следствием динамических приливов может быть нарушение устойчивости звезды. Впервые вопрос о возможности резонансных явлений, обусловленных приливами, был поставлен Каулингом (1942). Он нашел путем качественных оценок, что резонанс между колебаниями компоненты двойной системы с большим периодом и приливным воздействием не должен оказывать существенного влияния на амплитуду приливного возмущения. В последнее время Зан (1975) пришел к выводу, что подавление вследствие лучистой диссипации резонансных мод должно сопровождаться возникновением крутящего момента, который быстро приводит к синхронизации вращения и обращения. Пока нет расчетов этого эффекта для конкретных моделей.

Видное место в исследованиях тесных двойных систем занимает вопрос об их неустойчивости, обусловленной потерей массы. Предполагается, что компонента станет терять массу, когда ее размер сравняется с размерами соответствующей полости Роша и это приведет к наступлению динамической неустойчивости еще до синхронизации вращения и обращения (Плавец (1958, 1973)). Устойчивость компоненты, достигшей критической поверхности, рассматривалась Батом (1975) и Папалоизу и Батом (1975) методом малых возмущений. В результате возмущений поверхности компоненты она начинает терять массу и при этом должно нарушаться равновесие всей системы. Как в указанных, так и во многих других работах обычно предполагается, что потеря массы возможна лишь при условии увеличения размеров компоненты до совпаде-

ния с критической эквипотенциальной поверхностью. При этом, естественно, о динамических приливах вопрос не ставится. Однако ни наблюдения, ни теоретические результаты, о которых пойдет речь ниже, не дают оснований утверждать, что заполнение звездой своей полости Роша является необходимым условием потери массы. Один из важных результатов динамической теории приливов, полученный Ю. П. Коровяковским (1972, 1975), заключается в том, что при определенных условиях приливы вызывают истечение вещества из звезды, поверхность которой довольно далеко отстоит от критической. Этот вывод получен путем численного решения нелинейной системы уравнений, которая определяет поле скоростей в звезде, испытывающей приливные возмущения. Заметим, что все расчеты по теории приливов в двойных системах до этого производились лишь в линейном приближении (Копал (1968)).

При решении задачи было принято, что размеры главной звезды, вызывающей приливы в спутнике, очень малы, и ее можно считать точечной массой. Предполагается, что приливы возмущают только внешние слои спутника — «оболочку», масса которой мала по сравнению с массой «ядра», не подвергающегося возмущениям.

Выражение для центробежного потенциала φ_c в принятой системе координат получается следующим:

$$\varphi_c = -ga_1\Omega_{06}^2 \sin \vartheta \cos (f\Omega_{06}t + \varphi) + \frac{r^2}{2} \Omega_{06}^2 (1 + f)^2 \sin^2 \vartheta, \quad (6.62)$$

где a_1 — расстояние от начала координат до центра масс системы. Расчеты проводились для двух случаев:

а) изотермическая оболочка: $p \sim \rho$;

б) изэнтропическая оболочка: $p = A\rho^\gamma$ ($\gamma = 5/3$). Члены, содержащие $\partial\eta/\partial r$ в уравнениях (6.54), не учитывались. Для величины η/ρ , в соответствии с предположением о развитой турбулентности в оболочке, задавались значения в интервале $10^{13} - 10^{15} \text{ см}^2 \cdot \text{сек}^{-1}$. Величина параметра несинхронности принималась равной 0,5 и 1,0.

Для того чтобы осуществить численное решение, было сделано предположение, использованное ранее Копалом (1968), о сфероидальности приливных деформаций. Таким путем удалось свести газодинамическую задачу к

одномерной. В соответствии с этим предположением, функции U , V и W в (6.54) записываются в виде

$$U = \tilde{u}(r, t) S_N(\vartheta, \varphi); \quad V = \tilde{v}(r, t) \frac{\partial}{\partial \vartheta} S_N(\vartheta, \varphi); \quad (6.63)$$

$$W = \frac{\tilde{v}(r, t)}{\sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \varphi} S_N(\vartheta, \varphi); \quad \rho = \tilde{\rho}(r, t) [S_N(\vartheta, \varphi)]^{\frac{1}{\gamma-1}},$$

где

$$S_N(\vartheta, \varphi) = \sum_{l=0}^N \sum_{m=0}^l Y_l^m(\vartheta, \varphi), \quad (6.64)$$

и Y_l^m — сферическая функция порядка l и степени m . После подстановки (6.63) (при $N = 2$) в (6.54) — (6.55) и интегрирования по сфере получается система уравнений для функций $\tilde{u}(r, t)$, $\tilde{v}(r, t)$ и $\tilde{\rho}(r, t)$, которая и решалась численно. Начальные условия для \tilde{u} и \tilde{v} задавались в виде

$$\tilde{u}(r, 0) = \tilde{v}(r, 0) = 0. \quad (6.65)$$

Что касается величины $\tilde{\rho}(r, 0)$, то она определялась в одном варианте в предположении гидростатического равновесия, а в другом варианте зависимость давления от r в начальный момент определялась при учете центробежных и кориолисовых сил и тяготения главной звезды.

Условия на внутренней границе оболочки, вообще говоря, зависят от структуры ядра, которая неизвестна. Поэтому они также задавались в нескольких различных вариантах. В одном из вариантов предполагалось непрерывное изменение скорости на внутренней границе, в другом — плотность в ядре считалась не зависящей от времени.

Вычисления показали, что динамические приливы «раскачивают» оболочку, создавая в ней поле скоростей. Чем больше значение параметра несинхронности f , тем сильнее нарастают скорости. Быстрое увеличение $\tilde{u}(r, t)$ и $\tilde{v}(r, t)$ происходит за время порядка $\Omega_{об}^{-1}$, после чего каждая из этих величин колеблется около некоторого отличного от нуля значения. Существенным обстоятельством, выясняющимся из анализа уравнений, является то, что отличие средней скорости от нуля вызвано нелинейными взаимодействиями. Через некоторое время система

выходит на стационарный режим и при условии, что средние значения величин $\tilde{u}(r, t)$ и $\tilde{v}(r, t)$ достаточно велики, происходит потеря вещества спутником. Как следует из проделанных вычислений, спутник, размеры которого меньше размеров полости Роша на 20%, теряет массу, если $f \geq 1,5$. При $f \geq 2$ потеря вещества спутником вследствие динамических приливов возможна, если его граница отстоит от полости Роша на 0,3—0,4 среднего радиуса полости.

Для того чтобы проверить, в какой мере предположение о сфероидальности деформаций сказалось на результатах вычислений, Ю. П. Коровяковским были определены для некоторого набора параметров первые коэффициенты разложений величин U , V и W в ряды по сферическим функциям, и, таким образом, получено приближенное решение более общего вида. Оно показало, что на характер поля скоростей, вызываемого приливными воздействиями в области приливных выступов, предположение о сфероидальности деформаций существенно не влияет.

Газ, отрывающийся от спутника под действием динамических приливов, двигаясь в полости Роша, должен концентрироваться вблизи точки L_1 , и далее, выходя из этой области, течь в сторону главной звезды. При этом он под действием центробежной и кориолисовой сил отклоняется от линии, соединяющей центры звезд. Течение газа из точки L_1 рассматривается в следующем параграфе.

Приведенное выше решение задачи о влиянии динамических приливов на состояние звезды, входящей в двойную систему, представляет значительный интерес не только потому, что показывает, как формируются газовые потоки. Оно выявило существенную роль нелинейных эффектов, которые должны приниматься во внимание при дальнейших исследованиях динамических приливов.

Поле скоростей, создаваемое динамическими приливами в не очень тесной двойной системе, рассчитывалось с помощью нелинейных уравнений в работе А. З. Долгинова и Д. Г. Яковлева (1975). При этом среда считалась несжимаемой и вязкость не учитывалась. Полученное решение позволило, в частности, оценить высоту приливного выступа h_v и скорость на экваторе v_{\max} , создаваемую приливом у быстро вращающегося ($\Omega_{\text{вр}} = 0,06 \text{ сек}^{-1}$) белого карлика. При $R_* = 1,1 \cdot 10^9 \text{ см}$, $a = 5 \cdot 10^{10} \text{ см}$ и

$\Omega_{об} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ сек}^{-1}$, величина $h_B = 2,4 \cdot 10^4 \text{ см}$ и $v_{max} = 1,5 \cdot 10^3 \text{ см/сек}$. В подобных условиях возможно интенсивное перемешивание вещества в звезде.

Заметим, что решение проблемы приливов важно не только для расчетов эволюции тесных двойных систем, но также и для определения точных фигур компонент двойных звезд (Копал (1974)). Однозначная интерпретация наблюдений двойной системы возможна лишь при известной форме компонент системы. Влияние излучения газовых потоков в интегральном излучении системы звезд-гигантов большей частью несущественно.

§ 4. Турбулентные струи и дискообразные оболочки в тесных двойных системах

Течение потерянного спутником газа в двойной системе происходит в поле тяготения обеих звезд и под влиянием центробежных сил. Поэтому оно имеет сложный характер. Задача о стационарном движении газа в двойной системе рассматривалась Прендергастом (1960). Суммарный потенциал тяготения и центробежных сил записывается в прямоугольной системе координат, начало которой совпадает с центром масс системы, ось Ox проходит через центры звезд и ось Oz совпадает с вектором $\Omega_{вр}$. Принимая $\mathfrak{M}_{гл} + \mathfrak{M}_{сп} = 1$, $\Omega_{об} = 1$ и расстояние между звездами также равным единице, имеем

$$-(\varphi_g + \varphi_c) = \frac{1-\lambda}{r_1} + \frac{\lambda}{r_2} + \frac{1}{2}(x^2 + y^2), \quad (6.66)$$

где $\lambda = \mathfrak{M}_{гл}/(\mathfrak{M}_{гл} + \mathfrak{M}_{сп})$, r_1 и r_2 — расстояние точки от главной звезды и спутника соответственно. Уравнения стационарного движения и неразрывности имеют вид

$$(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} + 2[\Omega_{об}\mathbf{v}] = -\frac{1}{\rho}\nabla p - \nabla(\varphi_g + \varphi_c), \quad (6.67)$$

$$\nabla(\rho\mathbf{v}) = 0. \quad (6.68)$$

Решение этих уравнений при условии малости градиента давления по сравнению с силой тяготения показало, что в достаточной близости от центра главной звезды движение оказывается приближенно следующим:

$$v_\varphi \approx \left(\frac{\lambda}{r}\right)^{1/2}, \quad v_r \approx 0, \quad (6.69)$$

где v_φ и v_r — азимутальная и радиальная составляющие скорости соответственно. Таким образом, движение частиц в указанной области мало отличается от кругового кеплеровского и можно говорить о дискообразной оболочке главной звезды, поскольку толщина слоя газа, определяемая величиной градиента давления, мала по сравнению с радиусом оболочки. Эти выводы были подтверждены численным решением системы (6.67), (6.68) (Прендергаст, Таам (1974)).

Присутствие дискообразных оболочек в тесных двойных системах звезд-карликов следует из спектроскопических данных (подробнее см. В. Г. Горбацкий (1974а)). Имеются наблюдения и другой формы течения — струи газа, перетекающего из окрестности точки L_1 к главной звезде. Дискообразные оболочки и струи представляют собой основные виды течений в области пространства, занимаемой двойной системой.

При исследовании движения газа в струе необходимо учитывать его расширение в окружающее пространство, т. е. в уравнениях движения удерживать члены, содержащие градиент давления. Оценка указанного эффекта с учетом только газового давления была сделана при посредстве соотношения (5.145), описывающего профиль давления в случае изэнтропического разлета газа (Ю. П. Коровяковский (1971)). Для того чтобы выяснить влияние расширения струи на размеры и форму ее сечения, достаточно рассмотреть движение точек, находящихся на границе сечения. Это движение описывается в введенной выше системе координат следующими уравнениями:

$$\frac{d^2x}{dt_*^2} - 2 \frac{dy}{dt_*} = - \frac{\partial(\varphi_g + \varphi_c)}{\partial x} + \Lambda(x - x_0), \quad (6.70)$$

$$\frac{d^2y}{dt_*^2} + 2 \frac{dx}{dt_*} = - \frac{\partial(\varphi_g + \varphi_c)}{\partial y} + \Lambda(y - y_0), \quad (6.71)$$

$$\frac{d^2z}{dt_*^2} = - \frac{\partial(\varphi_g + \varphi_c)}{\partial z} + \Lambda z, \quad (6.72)$$

где $t_* = \Omega_0 t$ и величина Λ выражается, в предположении, что сечение струи эллиптическое с полуосями X и

Z, формулой (А. В. Федорова (1973))

$$\Lambda = \frac{2A\gamma\rho_{c0}R_0^{2(\gamma-1)}v_{c0}^{\gamma-1}}{(\gamma-1)[(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+z^2]} \frac{1}{a^2\Omega_{об}^2} \frac{1}{(XZv)^{\gamma-1}}. \quad (6.73)$$

Здесь R_0 — радиус сечения, принимаемого в начальный момент круговым, x_0 и y_0 — координаты осевой точки струи, ρ_{c0} и v_{c0} — начальная плотность в центре сечения и скорость газа в этой точке соответственно, A — энтропийная константа и a — расстояние между центрами компонент системы. Движение осевой точки определяется уравнениями (6.70) и (6.71) при $\Lambda = 0$, т. е. в них опущены члены, выражающие действие давления.

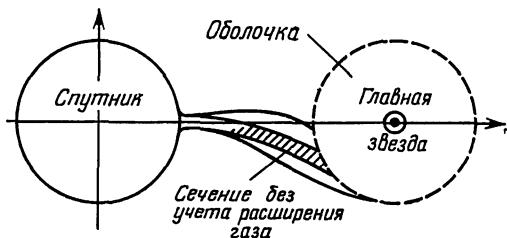


Рис. 19. Расширение газовой струи в тесной двойной системе.

Численное решение системы показало, что сечение струи под действием давления сильно расширяется в орбитальной плоскости. Это демонстрирует рис. 19. В области встречи струи с дискообразной оболочкой образуется ударная волна. Область нагретого газа, находящуюся в концевой части струи и примыкающую к оболочке, называют «горячим пятном». Излучение горячего пятна вызывает ряд наблюдаемых фотометрических и спектроскопических особенностей тесных звездных систем. Структура ударной волны в газе струи исследовалась В. И. Тарановым (1971), показавшим, в частности, что такая волна является стоячей и установившимся возможным автоколебаний ее фронта. Эти вопросы, как и другие, связанные с динамическим взаимодействием газовых потоков в тесных двойных системах, подробно обсуждаются в книге В. Г. Горбачко (1974а). Задача о движении струи в

тесной двойной системе решалась также Бирманом (1971) методом характеристик. Это решение подтвердило выводы о существенной роли градиента давления.

Расширение газовой струи под действием газового давления оказывается важным фактором, влияющим на потерю массы и момента количества движения двойной системой. Чем больше сечение струи при ее встрече с оболочкой, тем большая часть содержащегося в ней газа теряется системой. Газ на «внешней» (по отношению к главной звезде) стороне струи под действием давления может приобрести, как показывают вычисления (А. В. Федорова (1973)), скорость, достаточно высокую для того чтобы покинуть систему. При благоприятных условиях ($\mathcal{M}_{\text{сп}} \ll \ll \mathcal{M}_{\text{гл}}$ и $R_{\text{об}} \lesssim 0,3a$) потеря массы может достигь 20% — 40% всего расхода массы в струе. Таким образом, эффекты, связанные с расширением струи, необходимо учитывать в расчетах эволюции тесных двойных систем.

Основная часть газа струи попадает в дискообразную оболочку, передавая ей массу и момент количества движения. Наблюдаемые оболочки квазистационарны. Отсюда можно заключить, что должен существовать сток массы и количества движения. Такой сток происходит у поверхности звезды. Вещество, поступающее от спутника, захватывается звездой через диск, поэтому в таких случаях уместно говорить о дисковой аккреции. Задача о дисковой аккреции впервые была рассмотрена В. Г. Горбацким (1965).

При исследовании дискообразных оболочек звезд, — компонент тесной двойной системы, — опять приходится сталкиваться с проблемой переноса момента количества движения через оболочку. В отличие от рассмотренного в § 2 переноса момента в оболочках звезд типа Ве наружу, здесь источник углового момента находится на периферии оболочки и происходит перенос момента в противоположном направлении к центру оболочки. Само существование оболочки в данном случае обусловлено тем, что переносимый газ не может непосредственно упасть на поверхность звезды, так как угловой момент его относительно звезды не равен нулю. Следовательно, течения в струе и в диске взаимосвязаны и проблема дисковой аккреции должна решаться как самосогласованная задача. Однако в настоящее время полностью задачу решить не удается, и

при исследовании вопроса о переносе вещества и углового момента через дискообразную оболочку она считается квазистационарной, а потоки массы и момента на ее внешней границе предполагаются заданными в качестве внешних параметров (В. Г. Горбацкий (1965)).

Наиболее эффективным механизмом переноса момента в дискообразных оболочках представляется турбулентная вязкость. В неоднородно вращающейся оболочке при очень большом значении $Re (\geq 10^8)$ должна существовать развитая турбулентность. Как будет показано ниже, энергия турбулентного движения, непрерывно диссипирующая в тепло, обеспечивается за счет потенциальной энергии газа, поступающего в оболочку и приближающегося к звезде. Таким образом, система является самосогласованной и не требует предположений о каких-то внешних источниках энергии. Этими соображениями не исключается, конечно, что в переносе момента количества движения известная роль может принадлежать и магнитному полю (см., например, Р. А. Сюняев, Н. И. Шакура (1973)). Однако из-за отсутствия необходимых данных о характере поля реалистическую самосогласованную модель с магнитным полем рассчитать трудно.

Воспользуемся уравнениями движения и неразрывности в цилиндрических координатах, соответствующим образом осредненными по турбулентным пульсациям. Эти уравнения были получены Вейцекером (1948), впервые рассмотревшим динамику газовых дисков при наличии турбулентной вязкости.

Они имеют следующий вид в той же системе единиц, которая использована в (6.66) и (6.67):

$$\rho \left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_\varphi^2}{r} - 2v_\varphi \right) = - \frac{\partial p}{\partial r} - \rho \frac{\partial \varphi_g}{\partial r} + \\ + 2\eta_T \left(\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_r}{r^2} \right) + 2 \frac{\partial \eta_T}{\partial r} \frac{\partial v_r}{\partial r}, \quad (6.74)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v_\varphi}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} + \frac{v_r v_\varphi}{r} + 2v_r \right) = \\ = \eta_T \left(\frac{\partial^2 v_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} - \frac{v_\varphi}{r^2} \right) + \frac{\partial \eta_T}{\partial r} \left(\frac{\partial v_\varphi}{\partial r} - \frac{v_\varphi}{r} \right), \quad (6.75)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v_r). \quad (6.76)$$

При условии, что влиянием тяготения спутника и кориолисового ускорения на движение газа пренебрегается, течение является осесимметричным и, значит,

$$\frac{\partial v_r}{\partial \varphi} = 0, \quad \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} = 0. \quad (6.77)$$

Предполагая толщину оболочки малой по сравнению с ее радиусом, имеем

$$\frac{\partial v_r}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial v_\varphi}{\partial z} = 0, \quad v_z = 0, \quad (6.78)$$

$$\varphi_g = -\frac{\lambda}{r}. \quad (6.79)$$

При выполнении (6.78) и (6.79) уравнения (6.74)—(6.76) можно проинтегрировать по всей толщине оболочки. В результате получаются уравнения такого же вида с той разницей, что вместо ρ в них будет входить поверхностная плотность $\sigma_{\text{пов}}(r)$, вместо η_T — величина $\tilde{\eta}(r)$ и вместо p — $\tilde{p}(r)$:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{пов}}(r) &= \int \rho(r, z) dz; & \tilde{\eta}(r) &= \int \eta(r, z) dz; \\ \tilde{p}(r) &= \int p(r, z) dz. \end{aligned} \quad (6.80)$$

Стационарное движение, когда градиент давления достаточно мал и им можно пренебречь, т. е. когда

$$\left| \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial r} \right| \ll \frac{\lambda}{r^2}, \quad (6.81)$$

описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} v_r \frac{dv_r}{dr} - \frac{v_\varphi^2}{r} &= \\ &= -\frac{\lambda}{r^2} + \frac{2\tilde{\eta}}{\sigma_{\text{пов}}} \left(\frac{d^2 v_r}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dv_r}{dr} - \frac{v_r}{r^2} \right) + 2 \frac{d\tilde{\eta}}{dr} \frac{dv_r}{dr}, \end{aligned} \quad (6.82)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{пов}} v_r \left(\frac{dv_\varphi}{dr} + \frac{v_\varphi}{r} \right) &= \\ &= \tilde{\eta} \left(\frac{d^2 v_\varphi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dv_\varphi}{dr} - \frac{v_\varphi}{r^2} \right) + \frac{d\tilde{\eta}}{dr} \left(\frac{dv_\varphi}{dr} - \frac{v_\varphi}{r} \right), \end{aligned} \quad (6.83)$$

$$rv_r \sigma_{\text{пов}} = C. \quad (6.84)$$

Течение газа в дискообразной оболочке рассмотрено на основе этих уравнений в работе В. Г. Горбацкого (1965). Будем считать величину $\tilde{\eta}$ постоянной. Тогда уравнение (6.83) с помощью (6.84) записывается следующим образом:

$$\frac{C}{\tilde{\eta}} \frac{1}{r^2} (rv_\varphi) = \frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d(rv_\varphi)}{dr} \right], \quad (6.85)$$

и его общее решение имеет вид

$$v_\varphi = \frac{C_1}{2 + C/\tilde{\eta}} r^{1+C/\tilde{\eta}} + \frac{C_2}{r}. \quad (6.86)$$

Движение оказывается близким к круговому кеплеровскому в достаточно широком интервале значений r только в том случае, если выполняются условия

$$C_2 = 0, \quad C = -\frac{3}{2} \tilde{\eta}, \quad \left| \frac{C_1}{2 + C/\tilde{\eta}} - \lambda \right| \ll \lambda. \quad (6.87)$$

Так как по физическому смыслу $\tilde{\eta} > 0$, то $C < 0$, а это значит, что и $v_r < 0$. Следовательно, при наличии турбулентной вязкости в оболочке должен существовать поток вещества, направленный к ее центру. С приближением к поверхности звезды потенциальная энергия газа уменьшается и часть этой энергии переходит в энергию турбулентного движения, а другая часть — в кинетическую энергию. Если не учитывать работы сил давления, то можно записать указанное условие в расчете на единицу массы и единицу времени в виде

$$-\frac{\lambda v_r}{r^2} = \epsilon_{\text{турб}} + \epsilon_{\text{кин}}, \quad (6.88)$$

где $\epsilon_{\text{турб}}$ — приток турбулентной энергии. Так как при приблизительно кеплеровском характере движения

$$\Delta \epsilon_{\text{кин}} \approx v_\varphi \frac{dv_\varphi}{dr} v_r, \quad (6.89)$$

то с учетом (6.84) из (6.88) получаем

$$\epsilon_{\text{турб}} \approx \frac{|C| v_\varphi^2}{2r^2 \sigma_{\text{пов}}}. \quad (6.90)$$

Если величина v_r достаточно мала, то турбулентность в данном объеме близка к стационарной и величину $\epsilon_{\text{турб}}$ можно приравнять величине диссипации турбулентной энергии

$$\frac{|C| v_\phi^2}{2r^2 \sigma_{\text{пов}}} \approx \frac{u_L^3}{L}, \quad (6.91)$$

где u_L — скорость вихрей наибольшего масштаба L . Турбулентная вязкость определяется вихрями больших масштабов и, следовательно,

$$\tilde{\eta} \approx \sigma_{\text{пов}} L u_L. \quad (6.92)$$

Из (6.91) и (6.92) получается

$$\frac{u_L}{L} \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{|C|}{\tilde{\eta}} \right)^{1/2} \frac{v_\phi}{r}. \quad (6.93)$$

Другое соотношение между u_L и L находится независимо. При развитой стационарной турбулентности энергия от вихрей масштаба L должна переходить к вихрям меньших масштабов за время L/u_L (см. гл. 3, § 1). За это время большой вихрь не должен существенно размываться вследствие дифференциального вращения оболочки. Следовательно,

$$\left| \frac{dv_\phi}{dr} \right| \cdot L \cdot \frac{L}{u_L} \approx L, \quad (6.94)$$

откуда имеем

$$\frac{u_L}{L} \approx \frac{1}{2} \frac{v_\phi}{r}. \quad (6.95)$$

Сопоставление (6.93) и (6.95) показывает, что величина $\tilde{\eta} \approx |C|$, т. е. получается второе из соотношений (6.87). Таким образом, выводы о приближенно круговом кеплеровском движении газа и постоянстве $\tilde{\eta}$ вытекают один из другого и рассматриваемая модель дисковой аккреции оказывается самосогласованной. Нетрудно получить (см. В. Г. Горбацкий (1974а)) следующие выражения для характеристик пульсаций основного масштаба на расстоянии r от центра оболочки:

$$L \approx r \sqrt{\frac{|v_r|}{v_\phi}}, \quad u_L \approx \sqrt{|v_r| v_\phi}. \quad (6.96)$$

Характеристики вихрей наименьшего масштаба в условиях дискообразной оболочки определяются выражениями

$$l_0 \approx (10^{-4} \div 10^{-5}) L, \quad u_{l_0} \approx (10^{-1} \div 10^{-2}) u_L. \quad (6.97)$$

При условиях (6.87) из (6.82) можно найти выражение радиальной компоненты скорости

$$v_r = - \frac{\sqrt{\frac{2}{3}(\lambda - 4C_1^2)}}{\sqrt{r}} \quad (6.98)$$

и затем из (6.84)

$$\sigma_{\text{пов}} \sim \frac{1}{\sqrt{r}}. \quad (6.99)$$

По спектрам дискообразных оболочек получается, что температура газа в той области, где оболочка прозрачна в континууме, т. е. в преобладающей части, не превосходит нескольких десятков тысяч градусов. Из приведенных оценок характеристик турбулентности следует, что при таких температурах газовое давление мало по сравнению с турбулентным $p_{\text{турб}}$. По порядку величины градиент турбулентного давления равен

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp_{\text{турб}}}{dr} \approx \frac{u_L^2}{r}. \quad (6.100)$$

Из (6.96) следует

$$\frac{u_L^2}{r} \left/ \frac{v_\phi^2}{r} \right. \approx \frac{|v_r|}{v_\phi} \quad (6.101)$$

и поэтому градиентом турбулентного давления можно пренебрегать, пока $|v_r| \ll v_\phi$. Вблизи поверхности звезды главную роль играет газовое давление и условие (6.81) нарушается, но можно показать (В. Г. Горбацкий (1974а)), что это происходит в области, толщина которой мала по сравнению с радиусом оболочки. Поэтому описанная газодинамическая модель должна быть применимой почти по всей дискообразной оболочке (для значений $r \gtrsim 0,1 R_{\text{об}}$).

Турбулентная вязкость пропорциональна величине C , которая представляет собой поток массы в оболочке. Значение C определяется условиями на внешней границе дискообразной оболочки. Газ струи, текущей из точки L_1 , захватывается в оболочку. Если количество этого газа Q_d , то предполагая его равномерное распределение по всей боковой поверхности диска, имеем

$$Q_d = 2\pi R_{об} \sigma_{пов}^{(0)} v_r^{(0)}, \quad (6.102)$$

где индекс «0» относится к $r = R_{об}$. Масса оболочки

$$\mathfrak{M}_{об} = \frac{2}{3} Q_d \frac{R_{об}}{v_r^{(0)}}. \quad (6.103)$$

Принимая значения параметров, соответствующие оболочкам в новоподобных системах (В. Г. Горбацкий (1974а)):

$$R_{об} \approx 10^{10} \text{ см}, \quad \sigma_{пов}^{(0)} \approx 0,03 - 0,1 \text{ г} \cdot \text{см}^{-2}, \\ v_{\phi}^{(0)} \approx 10^8 \text{ см/сек}, \quad 10^6 \text{ см/сек} \lesssim v_r \lesssim v_{\phi},$$

имеем

$$10^{16} \lesssim Q_d \ll 10^{18} \text{ г} \cdot \text{сек}^{-1}, \quad \mathfrak{M}_{об} < 10^{22} \text{ г}.$$

При изменении Q_d состояние оболочки также меняется. Время релаксации $t_{рел}$ к новому стационарному состоянию по порядку величины равно

$$t_{рел} \approx \frac{R_{об}}{v_r^{(0)}}. \quad (6.104)$$

В этом состоянии величина $\tilde{\eta}$ оказывается снова такой, чтобы обеспечить перенос момента количества движения газа, попавшего в оболочку, к поверхности звезды, где согласно принятой модели имеет место сток момента. Величина момента, передаваемого струей на внешнюю границу оболочки, зависит от ряда обстоятельств, обуславливающих течение газа от спутника и присоединение его к диску. В реальных ситуациях полной согласованности между состоянием диска и расходом газа в струе не может быть хотя бы потому, что струя имеет значительную толщину и, значит, величина плотности газа и удельный момент количества движения различны по сечению струи. Тем не менее характер движения газа и энергетика турбулентности в областях оболочки, достаточно удаленных от внешней границы, должны быть близки к описанным.

Как отмечалось выше, наличие магнитного поля может оказывать существенное влияние на динамику дисковой аккреции. В работе Р. А. Сюняева и Н. И. Шакуры (1973) показано, что когда сумма энергии турбулентного движения и магнитного поля меньше тепловой энергии, структура оболочки релятивистского объекта слабо зависит от магнитного поля. По-видимому, это утверждение справедливо и для дискообразных оболочек обычных звезд. Все же магнитное поле может существенно сказаться на самом процессе аккреции. Наблюдения бывшей новой DQ Геркулеса дают основания полагать, что газ присоединяется к звезде не в экваториальной области, а вблизи магнитных полюсов, где магнитное поле меньше препятствует течению газа. Влияние магнитного поля на процесс аккреции в случае релятивистских объектов оценивалось в ряде работ (см., например, статью В. Ф. Шварцмана (1971)).

Уравнения динамики газовых дисков при наличии вязкости обсуждаются в работе Линден-Белла и Прингла (1974) и при этом поток момента на внешней границе оболочки не задается. Ими сделан вывод о том, что вязкость приводит к аккреции на центральный объект лишь того газа, который содержится в центральной части оболочки, после того как он отдает свой момент количества движения в наружные области диска, откуда газ уходит на бесконечность. Этот вывод, неоднократно получавшийся и другими авторами (см., например, Прендергаст и Бербидж (1968)), обусловлен самой постановкой задачи. Его нельзя применять к рассмотренным выше стационарным дискам в тесных двойных системах, где обязательно существует приток массы и углового момента в оболочку извне. Хотя уравнения задачи одни и те же, но граничные условия совершенно разные. Очевидно, что без притока массы извне стационарная аккреция осуществляться не может.

При приближении газа, содержащегося в диске, к поверхности звезды выделяется большое количество энергии и возникающее таким путем излучение может сильно действовать на процесс аккреции. Это обстоятельство, безусловно, существенно для динамики оболочек, окружающих релятивистские объекты, но вряд ли может повлиять на состояние внешних областей дискообразных оболочек обычных звезд.

§ 5. Нестационарная конвекция и энергетическая неустойчивость компонент тесных двойных систем

Вспышки новых звезд, рассматривавшиеся выше (гл. 5), происходят вследствие нарушения энергетического равновесия во внешних слоях белого карлика. Накопление газа, перетекающего от спутника, приводит к условиям, благоприятствующим термоядерным реакциям. Таким образом, неустойчивость энергетического равновесия вызвана присутствием в системе второй звезды. В тесных двойных системах возможна энергетическая неустойчивость и другого вида, обусловленная нестационарностью конвективного потока. Она также приводит к вспышкам, хотя и меньшего масштаба, чем вспышки новых. Речь идет о звездах типа U Близнецов, которые, как показали наблюдения, представляют собой тесные двойные, очень схожие с системами, содержащими новые звезды.

Вспышечная активность звезд типа U Близнецов имеет циклический характер. Промежуток времени между циклами в среднем составляет $25^d - 100^d$. Блеск звезды остается повышенным в течение нескольких суток и всего за время вспышки излучается энергия порядка 10^{39} эрг. За период между двумя соседними вспышками излучается в 10—30 раз меньше энергии.

Многие наблюдательные факты показывают, что светимость звезды типа U Близнецов в состоянии минимального блеска меньше, чем производительность внутризвездных источников энергии. Поэтому вспышку можно связать с выходом наружу энергии, накопленной в периоды минимального блеска (подробнее см. В. Г. Горбацкий (1971)). Накопление энергии в подфотосферных слоях звезды представляет собой специфический вид энергетической неустойчивости.

Из наблюдений следует, что вспышка начинается со значительного повышения блеска спутника. Спутник в системе типа U Близнецов представляет собой карликовую звезду класса G или K и, следовательно, должен обладать конвективной оболочкой. При условии асинхронности осевого вращения и обращения по орбите конвекция в спутнике является нестационарной.

Одиночная звезда является самобалансирующейся системой, в которой мощность конвективного потока и протяженность конвективной зоны приспособляются к условиям, в ней существующим, в частности, к производительности источников энергии. Если же звезда входит в двойную систему, то на величину конвективного потока накладываются внешние условия, которые могут помешать такому приспособлению. Тогда должно происходить накопление эффектов, обусловленных нарушением энергетического равновесия, и возникать неустойчивость.

Оценки времени накопления энергии и последующего развития энергетической неустойчивости в холодном спутнике (В. Г. Горбацкий (1971)) дали величину $\approx 25^d$, что в общем соответствует средней продолжительности интервала между вспышками. Более точное вычисление времени развития энергетической неустойчивости возможно на основе теории нестационарной конвекции (Л. Н. Иванов (1972а, б)).

Нестационарность конвекции уже обсуждалась выше в связи с проблемой звездных пульсаций. Времена механической релаксации и релаксации конвективного потока у пульсирующих звезд оказываются одного порядка и это сильно усложняет задачу. Спутник в тесной двойной системе подвержен действию динамических приливов, период которых составляет в системах звезд-карликов несколько часов. Время механической релаксации конвективной зоны в этих случаях равно нескольким минутам. Следовательно, можно принять, что гидростатическое равновесие устанавливается мгновенно и вместо уравнения движения использовать уравнение гидростатического равновесия. Тогда оказывается возможным приближенное аналитическое решение самосогласованной задачи о переносе энергии конвекцией в среде при учете зависимости свойств среды от величины конвективного потока (Л. Н. Иванов (1972)).

Как и в случае пульсирующих звезд, в оболочке спутника в тесной двойной системе изменение величины ускорения силы тяжести представляется формулой

$$g(t) = g_0 (1 + \varepsilon \sin \omega t). \quad (6.105)$$

Амплитуда относительного изменения g для тесных двойных систем звезд карликов лежит в интервале

$0,1 \lesssim \varepsilon \lesssim 0,4$. Величина ω равна

$$\omega = -2f\Omega_{об}, \quad (6.106)$$

где f — параметр асинхронности и $\Omega_{об}$ — угловая скорость орбитального движения спутника. Принимается, что на внутреннюю границу конвективной зоны, моделируемой плоским слоем, поступает постоянный поток энергии F_0 . Распределения температуры, плотности и давления в слое представляются выражениями

$$T(m, t) = T_0(m) \left(1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \varepsilon \sin \omega t + \frac{T_1}{T_0} \right), \quad (6.107)$$

$$\rho(m, t) = \rho_0(m) \left(1 + \frac{1}{\gamma} \varepsilon \sin \omega t + \frac{\rho_1}{\rho_0} \right), \quad (6.108)$$

$$p(m, t) = p_0(m) (1 + \varepsilon \sin \omega t), \quad (6.109)$$

где m — масса, содержащаяся в столбе единичного сечения от внутренней границы до данной точки, $T_0(m)$, $\rho_0(m)$ и $p_0(m)$ — значения соответствующих величин в стационарном состоянии. Через T_1 и ρ_1 обозначены изменения температуры и плотности, происходящие вследствие неадиабатичности. Членами, содержащими множитель $\varepsilon \sin \omega t$, учитывается действие динамических приливов. В соответствии со сказанным выше предполагается, что состояние гидростатического равновесия в слое устанавливается очень быстро по сравнению с временем ω^{-1} . Значение $g(t)$ считается одинаковым для всего слоя и поэтому

$$\frac{dp(m, t)}{dm} = -g(t). \quad (6.110)$$

Величины T_1 и ρ_1 определяются при посредстве уравнения энергии и уравнения состояния газа соотношениями:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{T_1}{T_0} \right) = - \frac{1}{c_P T_0} \frac{\partial F}{\partial m}, \quad (6.111)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho_1}{\rho_0} \right) = \left(1 + \frac{2 - \gamma}{\gamma} \varepsilon \sin \omega(t) \right) \frac{1}{c_P T_0} \frac{\partial F}{\partial m}, \quad (6.112)$$

где F — общий поток энергии, переносимой излучением ($F_{изл}$) и конвекцией ($F_{конв}$):

$$F(t, m) = F_{изл}(t, m) + F_{конв}(t, m). \quad (6.113)$$

Для потока лучистой энергии принимается выражение

$$F_{\text{изл}} = k_0 \frac{T^s}{\rho} \frac{dT}{dm}, \quad (6.114)$$

где k_0 — некоторая постоянная. Величина конвективного потока определяется, как и выше (формула (5.47)):

$$-F_{\text{конв}}(t, m) = F_{\text{конв}}(g_0) \left[1 + a \frac{\varepsilon}{\sqrt{1 + \tilde{q}^2}} \sin(\omega t - \alpha) \right]. \quad (6.115)$$

Здесь α — сдвиг по фазе и $\tilde{q} = \omega \eta_{\text{конв}}^{-1}$, где величина $\eta_{\text{конв}}^{-1}$ определяет характерное время релаксации конвективных элементов. Выражение для $\eta_{\text{конв}}^{-1}$, полученное в работе Л. Н. Иванова (1971), имеет вид

$$\eta_{\text{конв}}^{-1} = \frac{2R_{\text{конв}}^2}{\chi_{\text{изл}}} \left[\left(1 + 2 \frac{(\Delta \nabla T) g(t) R_{\text{конв}}^4}{T \chi_{\text{изл}}^2} \right)^{1/2} - 1 \right]^{-1}, \quad (6.116)$$

где $R_{\text{конв}}$ — размер конвективного элемента, $\chi_{\text{изл}}$ — коэффициент лучистой температуропроводности, определяемой по (3.141), $\Delta \nabla T$ — сверхадиабатический градиент (формула (3.129)). Множитель a — порядка единицы. При $\Delta \nabla T$, не зависящем от времени, $a = 3/2$.

Величины T_1/T_0 и ρ_1/ρ_0 удобно представить в виде

$$\frac{T_1}{T_0} = \vartheta_1 + \vartheta, \quad \frac{\rho_1}{\rho_0} = \sigma_1 + \sigma, \quad (6.117)$$

где ϑ_1 и σ_1 — периодические составляющие, а ϑ и σ — медленно меняющиеся (вековые) составляющие, присутствие которых установлено непосредственно при численном решении системы (6.111) — (6.112). Вековая составляющая $f_c(t, m)$ имеется и в выражении конвективного потока. Путем исследования выражения (6.113) с учетом (6.114), (6.115), и (6.117) можно показать, что изменения структуры слоя гораздо сильнее сказываются на величине конвективного потока, чем на потоке лучистой энергии. Поэтому .

$$\frac{\partial f_{\text{конв}}}{\partial t} \approx \frac{\partial f_{\text{полн}}}{\partial t}, \quad (6.118)$$

где $f_{\text{полн}}(t, m)$ — вековая составляющая полного потока.

Периодические составляющие исключаются путем разложения величины $F(t, m)$ в ряд по степеням ε и усреднения уравнений (6.111) и (6.112) по времени. При этом удерживаются только члены не выше второго порядка по ε . После довольно громоздких вычислений в результате получается следующее уравнение для $f_{\text{полн}}(t, m)$:

$$\frac{\partial f_{\text{полн}}}{\partial t} = K \left[\frac{\partial \tilde{f}}{\partial m} - l \frac{\partial^2 \tilde{f}}{\partial m^2} + \frac{2-\gamma}{2\gamma} \varepsilon^2 \frac{\partial \psi}{\partial m} \right], \quad (6.119)$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned} \tilde{f} &= f_{\text{полн}} - F_0 + \frac{\varepsilon^2}{4} A_2 (f_{\text{полн}} - F_0) + \tilde{f}_0(m), \\ \psi &= A_1 (f_{\text{полн}} - F_0) + \psi_0(m) \end{aligned} \quad (6.120)$$

и $\tilde{f}_0, \psi_0, A_1(m), A_2(m)$ — известные функции. Величина K слабо зависит от m и при приближенном решении (6.119) может считаться постоянной. Решение (6.119) при условиях, выражающих постоянство потока F_0 на внутренней границе и возможность свободного стока на внешней границе слоя, имеет вид

$$f_{\text{полн}}(t, m) = F_0 + \tilde{h}(m) + h(t, m). \quad (6.121)$$

Функция $h(t, m)$ выражается с помощью бесселевых функций порядка $7/5$ соотношением

$$h(t, m) = C_0 e^{\lambda_0 \tilde{t}} (1 - \zeta^{7/5}) + \zeta^{7/5} \sum_{i=1}^{\infty} C_i e^{\lambda_i \tilde{t}} J_{7/5}(x_i \sqrt{\zeta}), \quad (6.122)$$

где

$$\tilde{t} = Kt, \quad \zeta = \frac{M-m}{M}. \quad (6.123)$$

Здесь M — количество вещества в конвективном слое, приходящееся на единицу его поверхности. При $i \geq 1$ и ε достаточно малом, $\lambda_i < 0$, а величина $\lambda_0 > 0$. Поэтому при больших t

$$h(t, m) \approx C_0 e^{\lambda_0 \tilde{t}} (1 - \zeta^{7/5}), \quad (6.124)$$

причем $\nu_0 = \lambda_0 K > 0$. Таким образом выявляется вековая неустойчивость конвективного потока в периодически меняющемся поле тяжести. При $C_0 < 0$ поток энергии

уменьшается, причем это уменьшение особенно сильно сказывается у внутренней границы конвективного слоя (при $\zeta = 0$). Поскольку поток энергии, поступающей из недр звезды на эту границу, не меняется, вблизи границы должно происходить накопление энергии, приводящее к разогреву газа.

Характерное время накопления энергии согласно (6.124) порядка ν_0^{-1} . Для величины ν_0 в работе Л. И. Иванова (1972) приводится оценочное выражение

$$\nu_0 \approx 10^2 \cdot \varepsilon^2 \left(\frac{F_0}{\mathcal{M}_*} \right)^{1/3} \left(\frac{g_0}{M} \right)^{1/2}. \quad (6.125)$$

При тех значениях входящих в (6.125) величин, которые соответствуют спутнику в системе типа U Близнецов, $\nu_0 \approx 10^{-7} \text{ сек}^{-1}$. Таким образом, характерное время развития неустойчивости получается по более точной теории того же порядка, что и найденное ранее (В. Г. Горбацкий (1971)), и совпадает с наблюдаемой продолжительностью интервала между вспышками.

Нестационарность конвективного потока приводит к изменению свойств внешних областей спутника. Из соображений, основанных на теории внутреннего строения звезд (см. Шварцшильд (1960)), вытекает, что при прогреве конвективной зоны и соответственном уменьшении в ней величины сверхадиабатического градиента должно происходить расширение внешних областей звезды. Увеличение радиуса спутника при вспышке следует и из наблюдений. Перестройка внешних областей звезды меняет характер истечения газа из нее. В конечном счете мощность истечения вещества должна возрасти, так как чем больше радиус звезды, тем сильнее сказывается действие динамических приливов на ее поверхностные слои.

Возрастание мощности истечения из спутника приводит к увеличению количества газа, захватываемого дискообразной оболочкой, а это в свою очередь вызывает усиленное энерговыделение в оболочке. В результате общая энергия, излучаемая во время вспышки, должна возрасти. Это обстоятельство позволило интерпретировать процесс вспышки в системе типа U Близнецов (В. Г. Горбацкий (1975а)). Вначале накопившаяся в результате вековой неустойчивости конвективного потока энергия вы-

ходит в поверхностные слои спутника, вызывая повышение его температуры и некоторое увеличение радиуса. Блеск звезды при этом возрастает на 3^m-4^m , а спектр переходит от класса G или K к классу A. Далее, увеличившееся истечение газа из спутника приводит к возрастанию свечения дискообразной оболочки главной звезды, представляющей собой, по-видимому, белый карлик. Оценки показывают, что выделяющаяся в результате аккреции энергия на порядок превосходит энергию, запасенную в глубине конвективной зоны в интервале между вспышками.

Энергетическая неустойчивость в тесных двойных системах звезд-карликов, проявлениями которой являются вспышки новых и новоподобных звезд, тесно связана с приливной и конвективной неустойчивостями. Задача будущих исследователей — выяснить в какой мере различные виды неустойчивости влияют на процессы в тесных двойных системах других типов. Решение этой задачи должно быть важным этапом в разработке проблемы эволюции звезд и звездных систем.

ЛИТЕРАТУРА

А ан е с т а д (Aannestad P. A.), 1973, Molecule formation. II In interstellar shock waves, *Astroph. J. Suppl. ser.* 25, № 217, 223—252.

А в е д и с о в а В. С., 1971, Образование туманностей звездами типа Вольфа — Райе, *Астрон.*, ж. 48, 894—901.

А в е д и с о в а В. С., 1974, Образование структурных форм в межзвездном газе за фронтом ударной волны, *Астрон. ж.* 51, 479—588.

А г е к я н Т. А., 1974, Теория вероятностей для астрономов и физиков, «Наука».

А л е к с а н д е р (Alexander M. E.), 1973, The weak friction approximation and tidal evolution in close binary systems, *Astroph. and Sp. Sci.* 23, 459—510.

А л е ш и н В. И., 1964, Автоколебания переменных звезд, *Астрон. ж.* 41, 201—211.

А м б а р ц у м я н В. А., 1939, Теоретическая астрофизика, Гостехиздат.

А м б а р ц у м я н В. А., 1968, Проблемы эволюции Вселенной, Изд. АН Арм.ССР.

А н д е р с о н Э., 1968, Ударные волны в магнитной гидродинамике, Атомиздат.

А н т о н о в В. А., 1975, Фигуры равновесия, в сб. «Итоги науки и техники», т. 10, 7—60, ВИНТИ.

А р н е т, К а м е р о н (Arnett W. D., Cameron A.), 1967, Supernova hydrodynamics and nucleosynthesis, *Canad. J. Phys.* 45, 2953—2964.

Б а т (Bath G. T.), 1975, Dynamical instabilities and mass exchange in binary systems, *MNRAS* 171, 311—328.

Б а у м Ф. А., Ка п л а н С. А., Ст а н ю к о в и ч К. П., 1958, Введение в космическую газодинамику, Физматгиз.

Б е к е р, К и п п е н х а н (Baker N. H., Kippenhahn R.), 1959, Untersuchungen über rotierende Sterne. III. Meridionale Zirkulation bei nichtstarrer Rotation, *Zs. Astroph.* 48, 140—154.

Б е к е р, С е н г б у ш (Baker N. H., von Sengbusch K.), 1969, Non-linear periodic pulsations of stars, *Mitteil. Astron. Gesell.* N 27, 162—167.

Б е к е р, Т е м е с в а р и (Baker, N., Temesvary S.), 1966, Tables of convective stellar envelope models, II ed N. Y., NASA.

Б е р д ж е р с (Burgers J. M.), 1969, Flow equations for composite gases, N. Y., Acad. Press.

Бернакка, Перинотто (Bernacca P. L., Perinotto), 1970, 1971, A catalogue of stellar rotational velocities, Contr. Oss. Astroph. Asiago Univ. Padova, N 239, N 250.

Бертотти, Кавальере (Bertotti B., Cavaliere A.), 1969, On gravitational instability of the interstellar gas; Astroph. and Sp. Sci. 5, 78—91.

Бэтчелор (Batchelor G. K.) 1950, On the spontaneous magnetic field in a conducting liquid in turbulent motion, Proc. Roy. Soc. 201A, 405—417.

Бём (Böhm K. H.), 1963, Unstable modes in the solar hydrogen convection zone, Astroph. J. 137, 881—900.

Бём (Böhm K. H.), 1976, Convective modes with turbulent viscosity and conductivity, Coll. intern. du CNRS № 250, Physique des mouvements dans les atmosphères stellaires, 57—64.

Бём-Витензе (Böhm-Vitense E.), 1958, Über die Wasserstoffkonvektionszone in Sternen verschiedener Effektivtemperaturen und Leuchtkräfte, Zs., Astroph. 46, 108—143.

Бёрд (Bird G. A.), 1964a, The behaviour of shock waves in a gravitational atmosphere, Astroph. J. 139, 675—683.

Бёрд (Bird G. A.), 1964b, A gasdynamic model of the outer solar atmosphere, Astroph. J. 139, 684—689.

Бёрд (Bird G. A.), 1965, The equilibrium state of a shockheated atmosphere, Astroph. J. 141, 1455—1462.

Бёрд (Bird J. F.), 1969, Gravitational instability of spheroidal expansions: a cosmogonic fragmentation mechanism, Astroph. and Sp. Sci. 3, 312—329.

Бирман (Bierman L.), 1951, Bemerkungen über das Rotationsgesetz in irdischen und stellaren Instabilitätzonen, Zs, Astroph. 27, 304—309.

Бирман, Шлютер (Biermann L., Schlüter A.), 1950, Über den Ursprung der Magnetfelder auf Sternen und im interstellaren Raum, Zs. Naturforsch. 5a, 65—71.

Бирман (Biermann P.), 1971, A simple gasdynamical model of mass exchange in close binary systems, Astron. Astrophys. 10, 205—212.

Бисноватый-Коган Г. С., Попов Ю. И., Самохин А. А., 1975, Магнитогидродинамическая вращательная модель взрыва Сверхновой, Препринт ИПМ № 16, 1—64.

Боденхеймер, Острикер (Bodenheimer P., Ostriker J.), 1970, Rapidly rotating stars VI Pre-main—sequence evolution of massive stars, Astroph. J. 161, 1101—1113.

Бонсек, Калвер (Bonsack W. K., Culver R. B.), 1966, Line widths and turbulence in K-type stars, Astroph. J. 145, 767—783.

Бочкарев Н. Г., 1972, Свойства HI областей, нагреваемых рентгеновыми и космическими лучами, Астрон. ж. 49, 756—767.

Брагинский С. И., 1964, О самовозбуждении магнитного поля при движении хорошо проводящей жидкости, ЖЭТФ 47, 1084—1098.

Брандт Дж. (Brandt J. C.), 1973, Солнечный ветер, «Мир».

Бхатнагар, Кушваха (Bhatnagar M. S., Kushwaha R. S.), 1961, 1962, Decay of a shock wave in a stellar atmosphere, Ann. d'Astrophys. 24, 211—218; 25, 410—415.

Вайнштейн С. И., Румзайкин А. А., 1971, Генерация крупномасштабного магнитного поля Галактики, *Астрон. ж.* 48, 902—909.

Вайнштейн С. И., Зельдович Я. Б., 1972, О происхождении магнитных полей в астрофизике, *УФН* 106, 431—457.

Вандакуров Ю. В., 1968, О равновесном состоянии вращающегося магнитного газового шара, *Астрон. ж.* 45, 103—114.

Вандакуров Ю. В., 1972, Об устойчивости вращающейся неоднородной среды, *Астрофизика* 8, 433—439.

Вандакуров Ю. В., 1976, Конвекция на Солнце и механизм 11-летнего цикла, «Наука».

Вандер Борхт, Мерфи, Спигел (Van der Borcht R., Murphy J. O., Spiegel E. A.), 1972, On magnetic inhibition of thermal convection, *Austral. J. Phys.* 25, 703—718.

Вандер Борхт, Мерфи (Van der Borcht R., Murphy J. O.), 1973, The effect of rotation on non-linear thermal convection, *Austral. J. Phys.* 26, 341—357.

Вебер, Девис (Weber E. J., Davis L.), 1967, The angular momentum of the solar wind, *Astroph. J.* 148, 217—227.

Вейман (Weymann R.), 1960, Heating of stellar chromospheres by shock waves, *Astroph. J.* 132, 452—460.

Вейцекер (Weizsäcker C. F.), 1948, Die rotation Kosmischer Gasmassen, *Zs. Naturforsch.* 3a, 524—539.

Вентзел (Wentzel D.), 1960, Hydromagnetic equilibria, *Astroph. J. Suppl. Ser.* 5, N 47, 187—232.

Вентзел (Wentzel D. G.), 1967, An upper limit on the abundance of H_2 formed by chemical—exchange reactions, *Astroph. J.* 150, 453—460.

Верскер (Verschuur G. L.), 1974, Studies of neutral hydrogen cloud structure, *Astroph. J. Suppl. ser.* 27, N 238, 65—112.

Волтьер (Woltjer L.), 1958, On hydromagnetic equilibrium, *Proc. Nat. Acad. Sci. USA* 44, 833—841.

Волтьер (Woltjer L.), 1972, Supernova remnants, В сб. «Annual Review of Astronomy and Astrophysics» 10, 129—158.

Галлисфорд (Gullisford P.), 1974, A simple shock wave model of supernova remnant, *Astrophys. and Sp. Sci.* 31, 241—249.

Гандельман Г. М., Франк-Каменецкий Д. А., 1956, Выход ударной волны на поверхность звезды, *ДАН СССР* 107, 811—815.

Гелл (Gull S. F.), 1975, The X-ray, optical and radio properties of young supernova remnants, *MNRAS* 171, 263—268.

Гершберг Р. Е., 1970, Вспышки красных карликовых звезд, «Наука».

Гершберг Р. Е., 1975, Flares of red dwarf stars and solar activity, В сб. «Variable stars and stars evolution», 47—64.

Герц, Вулф (Gehrz R. D., Woolf N. J.), 1970, Mass loss from M stars, *Astroph. J.* 165, 285—294.

Голдрейч, Шуберт (Goldreich P., Shubert G.), 1967, Differential rotation in stars, *Astroph. J.* 150, 571—588.

Голдсмит (Goldsmith D. W.), 1970, Thermal instabilities in interstellar gas heated by cosmic rays, *Astroph. J.* 161, 41—54.

Г о л д с м и т, Х а б и н г, Ф и л д (Goldsmith D. W., Habing H. J., Field G. B.), 1969, Thermal properties of interstellar gas heated by cosmic rays, *Astroph. J.* 158, 173—183.

Г о л и н ь к о В. И., 1970, О свечении из-за ударного фронта в звездных атмосферах, *Астрон. ж.* 47, 145—148.

Г о л л а н д с к и й О. П., 1972, Влияние высвечивания на спектр турбулентности в звездной атмосфере, *Изв. Крымск. АО.* 46, 83—89.

Г о р б а ц к и й В. Г., 1962а, О динамике оболочек новых звезд, *Астрон. ж.* 39, 198—208.

Г о р б а ц к и й В. Г., 1962б, О свечении оболочки новой звезды за фронтом ударной волны, *Вестник ЛГУ № 19*, 112—123.

Г о р б а ц к и й В. Г., 1964, О переносе энергии точечного взрыва в звезде, *Астрон. ж.* 41, 53—62.

Г о р б а ц к и й В. Г., 1965, О газовых потоках в затменных двойных системах звезд-карликов, *Труды А.О. ЛГУ* 22, 16—30.

Г о р б а ц к и й В. Г., 1970, О происхождении линий [O I] в спектрах сверхновых звезд, *ДАН СССР* 194, 45—48.

Г о р б а ц к и й В. Г., 1971, О происхождении вспышек звезд типа U Близнецов, *Астрон. ж.* 48, 676—683.

Г о р б а ц к и й В. Г., 1972, 1973, Образование корональных линий в спектрах новых звезд, *Астрон. ж.* 49, 42—53; 50, 42—50.

Г о р б а ц к и й В. Г., 1974а, Новоподобные и новые звезды, «Наука».

Г о р б а ц к и й В. Г., 1974б, О механизме истечения вещества из новой звезды после отрыва оболочки, *Астрон. ж.* 51, 753—760.

Г о р б а ц к и й В. Г., 1975а, О модели вспышки звезды типа U Близнецов, *Письма в АЖ* 1, № 1, 23—25.

Г о р б а ц к и й В. Г., 1975б, On the origin of nova-like binary systems, *Astroph. and Sp. Sci.* 33, 325—332.

Г о р б а ц к и й В. Г., 1975в, О структуре оболочек звезд типа Ве, *Письма в АЖ* 1, № 3, 36—38.

Г о р б а ц к и й В. Г., И в а н о в Л. Н., 1974, О непрерывном истечении вещества из новой звезды в послемаксимальный период, *Астрофизика* 10, 73—83.

Г о р б а ц к и й В. Г., К о л е с о в А. К., 1966, Модели внешних слоев горячих звезд главной последовательности, *Астрофизика* 2, 273—296.

Г о р б а ц к и й В. Г., М и н и н И. Н., 1963, Нестационарные звезды, *Физматгиз*.

Г о у ф и д р. (Gough D. O., Moore D. R., Spiegel E. A., Weiss N. O.), 1976, Convective instability in a compressible atmosphere II, *Astroph. J.* 206, P. I. 536—542.

Г р а с с б е р г Э. К., И м ш е н н и к В. С., Н а д е ж и н Д. К., 1974, К теории кривых блеска сверхновых звезд, *Astroph. and Sp. Sci.* 10, 3—27.

Г р е м, Л е н д ж е р (Graham R., Langer W. D.), 1973, Pressure equilibrium of finite-size clouds in the interstellar medium, *Astroph. J.* 179, 469—481.

Гринштейн (Greenstein J.), 1963, Спектры звезд, лежащих ниже главной последовательности, в сб. «Звездные атмосферы», ИЛ, 668—706.

Гуревич Л. Э., Лебединский А. И., 1947, Периферические взрывы в звездах, обусловленные ядерными реакциями, ДАН СССР 56, № 2, 137—140.

Гуревич Л. Э., Румянцев А. А., 1970, Распространение ударных волн в среде убывающей плотности, ЖЭТФ 58, 1395—1399.

Гурзadyн Г. А., 1973, Вспыхивающие звезды, «Наука».

Далгарно, Маккрей (Dalgarno A., McCray R. A.), 1972, Heating and ionization of HI regions, Ann. Rev. Astron. Astroph. 10, 375—426.

Дарвин (Darwin G. H.), 1906, On the figure and stability of a liquid satellite, Phil. Trans. Roy. Soc. 206, 161—248.

Дарисен (Durisen R. H.), 1973, Viscous effects in rapidly rotating stars with application to white dwarfs models: I. Theory and techniques, Astroph. J. 183, 205—214; II. Numerical results, Astroph. J. 183, 215—223.

Дарисен (Durisen R. H.), 1975, Viscous effects in rapidly rotating stars with application to white dwarfs models; III. Further numerical results, Astroph. J. 195, 483—492.

Дарни (Durney B.), 1971, Differential rotation, meridional velocities and pole-equator difference in temperature of a rotating convective spherical shell, Astroph. J. 163, 353—361.

Девин, Кокс (Davey W., Cox J.), 1974, Pulsational stability of stars in thermal imbalance: II. An energy approach, Astrophys. J. 189, 113—124.

Депре (Deupree R. G.), 1974, Non-linear, adiabatic non-radial stellar pulsation: calculation and application, Astroph. J. 194, 393—401.

Дефю (Defouw R. J.), 1970, Thermal—convective instability, Astroph. J. 160, 659—669.

Де Ягер (De Jager C.), 1972, Micro and macroturbulent motions and the velocity spectrum of the solar photosphere, Solar Phys. 25, 71—80.

Джервин (Gerwin R. A.), 1968, Stability of the interface between two fluids in relative motion, Rev. Mod. Phys. 40, N 3, 652—658.

Джинс (Jeans J.), 1929, Astronomy and Cosmogony, Cambridge.

Дибай Э. А., 1958, Эволюция глобул в окрестностях горячих звезд, Астрон. ж. 35, 469—478.

Дибай Э. А., 1971, Образование кометообразных туманностей, глобул и связанных с ними звезд, Астрон. ж. 48, 1134—1144.

Дибай Э. А., Каплан С. А., 1976, Размерности и подобие астрофизических величин, «Наука».

Дикке (Dicke R. H.), 1970, Internal rotation of the Sun, Ann. Rev. Astron., Astroph. 8, 297—328.

Долгинов А. З., Яковлев Д. Г., 1975, Tidal flows in binary systems, Astroph. and Sp. Sci. 36, 31—78.

Дубов Э. Е., 1967, Структура нижней хромосферы, Астрон. ж. 44, 342—351.

Дьяков С. П., 1954, Об устойчивости ударных волн, ЖЭТФ 27, 288—295.

Жевакин С. А., 1970, Теория звездных пульсаций, в сб. «Пульсирующие звезды», «Наука», 18—63.

Зан (Zahn J. P.), The dynamical tides in close binaries, *Astron., Astrophys.* 41, 329—344.

Зельдович Я. Б., 1970, Распад однородного вещества на части под действием тяготения, *Астрофизика* 6, 319—335.

Зельдович Я. Б., Пикельнер С. Б., 1969, Фазовое равновесие и динамика газа при объемном нагревании и охлаждении, ЖЭТФ 56, 310—315.

Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П., 1966, Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений, «Наука».

Иванов В. В., 1969, Перенос излучения и спектры небесных тел, «Наука».

Иванов Л. Н., 1971, О конвекции в периодическом гравитационном поле, *Астрофизика* 7, 143—158.

Иванов Л. Н., 1972, Конвективно неустойчивый слой в периодическом гравитационном поле, *Вестник ЛГУ* № 13, 126—133.

Иванова Л. Н., Имшенник В. С., Надёжин Д. К., 1969, Исследование динамики взрыва сверхновой, *Науч. информ. Астросовета АН СССР* 13, 3—109.

Иванова Л. Н., Имшенник В. С., Чечёткин В. М., 1975, Термоядерный взрыв вырожденного углеродного ядра звезды, *Препринт ИПМ* № 31, 1—63.

Иванова Л. Н. и др., 1976, Гравитационный коллапс, слабые взаимодействия и вспышки сверхновых звезд, *Препринт ИПМ* № 23, 1—9.

Имшенник В. С., Надёжин Л. К., 1964, Газодинамическая модель вспышки сверхновой II типа, *Астрон. ж.* 41, 829—841.

Имшенник В. С., Надёжин Д. К., 1974, Предсверхновые, *Науч. информ. Астросовета АН СССР* 29, 26—48.

Имшенник В. С., Сеидов З. Ф., 1970, Устойчивость вращения белого карлика, *Астрофизика* 6, 301—307.

Ирошников Р. С., 1961, Ударные волны в атмосфере RR Лиры, *Астрон. ж.* 38, 623—633.

Ионеема (Yoneyama T.), 1973, Thermal instability in reacting gas, *Publ. Astr. Soc. Japan* 25, 349—373.

Кан (Kahn F. D.) 1954, The acceleration of interstellar gas, *Bull. Astron. Inst. Netherl.* 12, 187—212.

Каплан С. А., 1958, Межзвездная газодинамика, *Физматгиз*.

Каплан С. А., 1959, О космических бессильных полях, *Астрон. ж.* 36, 800—806.

Каплан С. А., 1963, Спектр магнито-гидродинамической турбулентной конвекции, *Астрон. ж.* 40, 1047—1054.

Каплан С. А., Петрухин Н. С., 1965, К теории конвекции в политропной атмосфере с однородным магнитным полем, *Астрон. ж.* 42, 74—77.

Каплан С. А., Пикельнер С. Б., 1963, Межзвездная среда, *Физматгиз*.

Каплан С. А., Пикельнер С. Б., 1974, Large-scale dynamics of the interstellar medium, *Ann. Rev. Astron., Astroph.* 12, 113—133.

Каплан С. А., Пикельнер С. Б., Цытович В. Н., 1974, Plasma physics of the solar atmospheres, *Physics rep.* 15C, 1—82.

Каплан С. А., Подстригач Т. С., 1965, Параметры ударных волн в частично ионизованном газе, *Астрон. ж.* 42, 552—556.

Каплан С. А., Цытович В. Н., 1972, Плазменная астрофизика, «Наука».

Каприотти (Capriotti E. E.), 1973, The structure and evolution of planetary nebulae, *Astroph. J.* 179, 495—516.

Кардашев Н. С., 1964, Магнитный коллапс и природа мощных источников космического радиоизлучения, *Астрон. ж.* 41, 807—813.

Като, Унно (Kato Sh., Unno W.), 1960, Convective instability in polytropic atmospheres, *Publ. Astr. Soc. Japan* 12, 427—440.

Каулинг Т. Г. (Cowling T. G.), 1942, The non-radial oscillations of polytropic stars, *MNRAS* 101, 367—373.

Каулинг Т., 1959, Магнитная газодинамика, ИЛ.

Кафатос (Kafatos M.), 1973, Time-dependent radiative cooling of a hot low-density cosmic gas, *Astroph. J.* 182, 433—447.

Керрьюсидр. (Carrus P., Fox P., Gaas F., Kopal Z.), 1951, The propagation of shock waves in a stellar model with continuous density distribution, *Astroph. J.* 113, 496—518.

Киппенхан, Мейер-Хофмейстер, Томас (Kippenhahn R., Meyer-Hofmeister E., Thomas H. C.), 1970, Rotation in evolving stars, *Astron., Astrophys.* 5, 155—161.

Клемент (Clement M. J.), 1972, Meridian circulation with rapid differential rotation in radiative stellar envelopes, *Astroph. J.* 175, 135—145.

Климишин И. А., 1967, О влиянии периодических ударных волн на распределение плотности в атмосфере пульсирующей звезды, *Астрофизика* 3, 259—265.

Климишин И. А., 1972, Ударні хвилі в неоднорідних середовищах, *Изв. Львовского университета.*

Климишин И. А., Кордуба Б. М., Новак А. Ф., 1972, К исследованию закономерностей движения ионизационных ударных волн в протяженных звездных атмосферах, *Перем. звезды* 18, 435—442.

Ковец (Kovetz A.), 1966, A general variational principle governing the oscillations of gaseous masses in the presence of magnetic fields, *Astroph. J.* 146, 462—470.

Кокс (Cox D. P.), 1972a, Theoretical structure and spectrum of a shock wave in the interstellar medium: The Cygnus Loop. *Astroph. J.* 178, 143—157.

Кокс (Cox D. P.), 1972b, Cooling and evolution of a supernova remnant, *Astroph. J.* 178, 159—168.

Кокс Дж. (Cox J. P.), 1975, Stellar oscillations, stellar stability and application to variable stars, В сб. «Memoires de la Soc. Roy. des Sci. de Liège», Ser. 6, VIII, 129—159.

К о к с Дж. и др. (Cox J. P., Cox A. N., Olsen K. H., King D. S., Eilers D. D.), 1966, Self-excited radial oscillations in thin stellar envelopes, *Astroph. J.* 144, 1038—1068.

К о л г е й т, М а к к и (Colgate S. A., McKee C.), 1969, Early supernova luminosity, *Astroph. J.* 157, 623—643.

К о л г е й т, У а й т (Colgate S. A., White R. H.), 1966, The hydrodynamic behaviour of supernovae explosions, *Astroph. J.* 143, 626—681.

К о л е с н и к И. Г., 1965, Закалка ионизационного равновесия в атмосфере звезды, *Астрон. ж.* 42, 67—73.

К о л е с н и к И. Г., Ф р а н к - К а м е н е ц к и й Д. А., 1964, Анализ распределения энергии в спектре близ бальмеровского предела для нестационарных звезд, *Астрон. ж.* 41, 178—181.

К о м п а н е ц А. С., 1960, Точечный взрыв в неоднородной атмосфере, *ДАН СССР* 130, 1001—1003.

К о п а л (Kopal Z.), 1968, Dynamical tides in close binary systems, *Astroph. and Sp. Sci.* 1, 179—215; 284—300; 411—423.

К о п а л (Kopal Z.), 1972a, The effects of viscous friction on axial rotation of celestial bodies, *Astroph. and Sp. Sci.* 16, 3—51.

К о п а л (Kopal Z.), 1972b, Tidal evolution in close binary systems, *Astroph. and Sp. Sci.* 17, 161—185; 18, 287—305.

К о п а л (Kopal Z.), 1974, On secular stability of tidally distorted stars of arbitrary structure, *Astroph. and Sp. Sci.* 27, 389—418.

К о р о б е й н и к о в В. П., М е л ь н и к о в а Н. С., Р я з а н о в Е. В., 1961, Теория точечного взрыва, *Физматгиз*.

К о р о в я к о в с к и й Ю. П., 1969, 1971, О движении газа в тесных двойных системах, *Астрофизика* 5, 67—73; 7, 71—83;

К о р о в я к о в с к и й Ю. П., 1972, Динамические приливы в тесных двойных системах. 1. Случай изотермической оболочки, *Изв. САО* 4, 115—129.

К о р о в я к о в с к и й Ю. П., 1975, Динамическая теория приливов. Изэнтропическое движение вещества, *Изв. САО* 7, 27—34.

К р а т В. А., 1950, Фигуры равновесия небесных тел, *Гостехиздат*.

К р и с т и (Christy R. F.), 1964, The calculation of stellar pulsation, *Rev. Mod. Phys.* 36, 555—571.

К р и с т и (Christy R. F.), 1966, Pulsation theory, *Ann. Rev. Astron., Astroph.* 4, 353—392.

К у т о (Couteau P.), 1957, Contribution à la théorie du spectre des naines blanches, *Ann. d'Astrophys. Suppl.* N 3, 51.

Л а й о н (Lyon L.), 1976, В stars and the structure of the interstellar medium, *Astroph. Lett.* 17, 81—86.

Л а й т х и л л (Lighthill M. J.), 1952, On sound generated aerodynamically, *Proc. Roy. Soc. A211*, 565—587.

Л а н д а у Л. Д., Л и ф ш и ц Е. М., 1953, *Механика сплошных сред*, *Гостехиздат*.

Л а н д а у Л. Д., Л и ф ш и ц Е. М., 1964, *Статистическая физика*, «Наука».

Л а с к е р (Lasker B. M.), 1967, The energization of the interstellar medium by ionization-limited HII regions, *Astroph. J.* 149, 23—28.

Л а т у р (Latour J.), 1970, Envelope models for A type stars. The density inversion zone with the mixing length theory, *Astron. Astrophys.* 9, 277—287.

Л е б е д и н с к и й А. И., 1946, Структура оболочек новых звезд, *Астрон. ж.* 23, 15—30.

Л е д у (Ledoux P.), 1958, Stellar stability, *Handbuch der Physik* 51, 605—687.

Л е д у, В а л ь р а в е н (Ledoux P., Wahlraven Th.), 1958, Variable stars, *Handbuch der Physik* 51, 353—604.

Л е д у, Ш в а р ц ш и л ь д, С п и г е л (Ledoux P., Schwarzschild M., Spiegel E. A.), 1961, On the spectrum of turbulent convection *Astroph. J.* 133, 184—197.

Л е м б (Lamb T.), 1947, Гидродинамика, Гостехиздат.

Л е р ч (Lerche L.), 1971, I. Kinematic-dynamo theory. *Astroph. J.* 166, 627—638; II. Dynamo action in infinite media with isotropic turbulence, 639—649.

Л и д о в М. Л., 1955, К теории неустановившихся движений газа с учетом сил тяготения, *ПММ* 19, 541—550.

Л и м б е р (Limber D. N.), 1974, Steady state mass loss for Be stars, *Astroph. J.* 192, 439—445.

Л и м б е р, М а л ь б о р о (Limber D. N., Malborough J. M.), 1968, The support of the envelopes of Be stars, *Astroph. J.* 152, 181—194.

Л и н д е н - Б е л л, О с т р а й к е р (Lynden-Bell D., Ostriker J.), 1967, On the stability of differentially rotating bodies. *MNRAS* 136, 293—310.

Л и н д е н - Б е л л, П р и н г л (Lynden-Bell D., Pringle J. E.), 1974, The evolution of viscous disc and the origin of the nebular variables, *MNRAS* 168, 603—637.

Л и ф ш и ц М. А., 1970, Итоги науки: Астрономия. Физика Солнца, ВИНТИ.

Л у и з, М о н н е (Louise R., Monnet G.), 1970, Sur la turbulence dans le regions H II, *Astron. Astrophys.* 8, 486—488.

М а к к и, К о у и (McKee Ch. F., Cowie L. L.), 1975, The interaction between the blast wave of a supernova remnant and interstellar clouds, *Astroph. J.* 195, 715—725.

М а к к р е й, С т е й н (McCray R., Stein R.), 1975, Thermal instability in supernovae shells. *Astroph. J.* 196, 565—570.

М а к ф е р с о н (Macpherson A. K.), 1974, The structure of H I — H II boundary, *Astroph. J.* 192, 369—378.

М а л о в И. Ф., 1972, О возможности ускорения вещества в горячих звездах за счет поглощения в спектральных линиях, *Астрофизика* 8, 227—233.

М а л о в И. Ф., 1974, Об ускорении вещества в звездах Вольфа — Райе за счет томсоновского рассеяния излучения на свободных электронах, *Астрофизика* 10, 575—583.

М а н ф р у а (Manfroid J.), 1971, Instabilité thermique et critère de Jeans, *Bull. Soc. Roy. Sci. de Liège*, N 1—2, 24—36.

М а ф с о н (Mufson S. L.), 1974, The structure and stability of shockwaves in a multiple interstellar medium, *Astroph. J.* 193, 561—574.

Меккле (Mäcke R.), 1968, Modelle für das Übergang-gebiet Chromosphäre — Korona, Mitt. Astron. Gesellschaft 25, 200—214.

Меллан (Mullan D. J.), 1971a, The structure of transverse hydromagnetic shocks in regions of low ionization, MNRAS 153, 145—170.

Меллан (Mullan D. J.), 1971b, Cellular convection in model stellar envelopes, MNRAS 154, 467—489.

Меллан (Mullan D. J.), 1972, Transition from shallow to deep convection zones in stars. Astroph. Lett. 12, N 1, 13—16.

Мельников О. А., Попов В. С., 1970, Звезды типа β Цефея, в сб. «Пульсирующие звезды», «Наука», 282—303.

Мерфи, Вандер Борхт (Murphy J. O., Van der Borcht R.), 1972, Finite amplitude convection under the combined effect of rotation and a magnetic field, Proc. Astr. Soc. Austral. 2, 147—148.

Местел (Mestel L.), 1967, Theories of stellar magnetism, в сб. «Magnetism and Cosmos», Edinb.—Lond., Ed. Oliver and Boyd, 194—208.

Местел (Mestel L.), 1968, Magnetic braking by a stellar wind, MNRAS 138, 359—391.

Местел (Mestel L.), 1970, Меридиональная циркуляция в звездах, в сб. «Внутреннее строение звезд», «Мир», 249—289.

Метьюз (Mathews W. G.), 1965, The time evolution of an H II region, Astroph. J. 142, 1120—1140.

Метьюз, О'Делл (Mathews W. G., O'Dell C. R.), 1969, Evolution of diffuse nebulae, Ann. Rev. Astron., Astroph. 7, 67—98.

Миллс (Mills B. Y.), 1975, Observational aspects of supernova remnants, в сб. «Galactic Radio Astronomy IAU Symp. 60», D. Reidel, 311—327.

Минин И. Н., 1955, Об истечении материи из звезд Вольфа — Райе, в сб. «Труды 4-го совещ. по вопросам космогонии», Изд-во АН СССР, 214—219.

Минин И. Н., 1960, О движении оболочки переменной массы, Астрон. ж. 37, 939—940.

Монин А. С., Яглом А. М., 1966, Статистическая гидромеханика, т. 1, 2, «Наука».

Морозов В. Н., 1973а, О влиянии магнитного поля на динамику оболочек звезд типа Ве, Астрофизика 9, 388—400.

Морозов В. Н., 1973б, Перенос момента количества движения в оболочках звезд при помощи магнитного поля, Астрофизика 9, 567—579.

Мортон (Morton D. C.), 1967, The far-ultraviolet spectra of six stars in Orion, Astroph. J. 147, 1017—1024.

Мортон (Morton D.), 1969, Rocket observations of mass loss from hot stars, Astroph. and Sp. Sci. 3, 117—122.

Мотт-Смит (Mott-Smith H. M.), 1951, The solution of the Boltzman equation for a shock wave, Phys. Rev. 82, 885—903.

Муфель Э. Р., 1948, О происхождении эмиссионных полос в спектрах новых звезд, Астрон. ж. 25, 156—167.

Муфель Э. Р., 1958, 1959, Проблема истечения вещества из стационарных звезд, Изв. Кр. АО 19, 153—164; 21, 24—39.

Мюнч (Münch G.), 1960, Внутренние движения в туманности Ориона, в сб. «Космическая газодинамика», ИЛ, 208—216.

Надежин Д. К., 1975, Гравитационный коллапс железных звезд с массами 2 и 10 M_{\odot} , Препринт ИПМ № 106, 1—43.

Надежин Д. К., 1976, Нейтринное излучение при образовании горячей нейтронной звезды и проблема выброса оболочки, Препринт ИПМ № 26, 1—38.

Нойес (Noyes R. W.), 1967, Observational studies of velocity field in the solar atmosphere and chromosphere. Summary-Introduction, в сб. «V Symp. Cosm. Gasdynam.», Nice 1965, Acad. Press, London — N. Y., 293—320.

Нордлунд (Nordlund A.), 1974, On convection in stellar atmospheres, *Astron., Astrophys.* 32, 407—422.

Нордлунд (Nordlund A.), 1976, A two-component representation of stellar atmospheres with convection, *Astron., Astroph.* 50, 25—39.

Оганесян Р. С., Абрамян М. Г., 1973, К магнитогидродинамической теории равновесия вращающихся самогравитирующих жидких фигур, *Астрон. ж.* 50, 996—1000.

Оджерс, Кушваха (Odgers G. F., Kushwaha R. S.), 1960, Shock waves in the atmosphere of a long-period variable, *Publ. Domin. Astroph. Obs.* 11, 253—258.

Оорт (Oort J. H.), 1951, Взаимодействие оболочек новых и сверхновых звезд с межзвездной средой, в сб. «Problems of Cosmical Aerodynamis», Dayton Ohio (русск. пер.: Проблемы космической аэродинамики, ИЛ, 1953).

Осаки (Osaki Y.), 1974, An excitation mechanism for pulsations in β Cephei stars, *Astroph. J.* 189, 469—477.

Осаки, Хансен (Osaki Y., Hansen C. J.), 1973, Non-radial oscillations of cooling white dwarfs, *Astroph. J.* 185, 277—292.

Острикер (Ostriker J.), 1964, On the oscillations and the stability of a homogeneous compressible cylinder, *Astroph. J.* 140, 1529—1546.

Памятных А. А., 1974, Пульсационная неустойчивость модели звезды главной последовательности с массой 1,5 M_{\odot} , Науч. информ. Астросовета АН СССР 29, 108—117.

Папалоизу, Бат (Papaloizou J. C. B., Bath G. T.), 1975, Stellar stability in close binary systems, *MNRAS* 172, 339—357.

Паркер (Parker E. N.), 1964, Dynamical properties of stellar coronae and stellar winds, *Astroph. J.* 139, 690—709.

Паркер (Parker E. N.), 1965, Динамические процессы в межпланетной среде, «Мир».

Паркер (Parker E. N.), 1966, The dynamical state of the interstellar gas and field, *Astroph. J.* 145, 811—833.

Паркер (Parker E. N.), 1970a, The origin of magnetic fields, *Astroph. J.* 160, 383—404.

Паркер (Parker E. N.), 1970b, The generation of magnetic fields in astrophysical bodies, *Astroph. J.* 162, 665—673.

Паркер (Parker E. N.), 1970c, The origin of solar magnetic fields, *Ann. Rev. Astron., Astroph.* 8, 1—30.

Паркер (Parker E. N.), 1972a, Topological dissipation and the small-scale fields in turbulent gases, *Astroph. J.* 174, 499—510.

Паркер (Parker E. N.), 1972b, Происхождение и динамические эффекты магнитного поля и космических лучей в диске Галактики, в сб. «Космическая газодинамика», «Мир», 198—216.

П а р к е р (Parker R.), 1971, The generation of magnetic fields in astrophysical bodies, *Astroph. J.* 166, 295—300.

П а р с о н с (Parsons S. B.), 1969, Model atmospheres for yellow supergiants, *Astroph. J. Suppl.* 18, 127—165.

П а х о л ь ч и к А. Г., 1962, Проблема гравитационной неустойчивости сжимаемой среды, *Астрон. ж.* 39, 953—960.

П е т р у х и н Н. С., 1969, Исследование влияния излучения на конвекцию в политропной атмосфере, *Астрофизика* 5, 615—622.

П и д д и н г т о н (Piddington J.), 1973, Dynamo theories of the solar and galactic magnetic fields, *Astroph. and Sp. Sci.* 24, 259—267.

П и к е л ь н е р С. Б., 1954, Спектрофотометрическое исследование механизма возбуждения волокнистых туманностей, *Изв. Кр. АО* 12, 93—117.

П и к е л ь н е р С. Б., 1957, Диссипация энергии, нагрев и ионизация ударными волнами межзвездного газа, *Астрон. ж.* 34, 314—320.

П и к е л ь н е р С. Б., 1959, Структура магнито-гидродинамической ударной волны в частично ионизованном газе, *ЖЭТФ* 36, 1536—1541.

П и к е л ь н е р С. Б., 1965, Спиральные ветви и взаимодействующие галактики, *Астрон. ж.* 42, 515—526.

П и к е л ь н е р С. Б., 1966а, Динамика солнечной атмосферы, *УФН* 88, № 3, 505—526.

П и к е л ь н е р С. Б., 1966б, Основы космической электродинамики, «Наука».

П и к е л ь н е р С. Б., 1967, Ионизация и нагрев межзвездного газа субкосмическими лучами: Образование облаков, *Астрон. ж.* 44, 915—929.

П и к е л ь н е р С. Б., 1973, Stellar winds and related phenomena in surrounding nebulae, *Comm. Astroph. Sp. Phys.* 5, 151—158.

П и к е л ь н е р С. Б., Щеглов П. В., 1968, Движение газа в диффузионных туманностях и звездный ветер, *Астрон. ж.* 45, 953—961.

П л а в е ц (Plavec M.), 1958, Dynamical instability of the components of close binary systems, *Mem. Soc. Roy. Sci. de Liège* 20, 411—420.

П л а в е ц (Plavec M.), 1970, Rotation in close binaries, в сб. «Stell. Rotation», *Proc. IAU Coll.*, ed. Sletteback, Dordrecht, 133—146.

П л а в е ц (Plavec M.), 1973, Evolutionary aspects of circumstellar matter in binary systems, в сб. «Extend. atm. and circumst. mat. spectr. binary syst.», Dordrecht — Boston, 216—259.

П о д с т р и г а ч Т. С., 1969, Сильные ударные волны в частично ионизованном водороде, *Укр. физ. журн.* 14, 1367—1377.

П о л о в и н Р. Э., 1960, Ударные волны в магнитной гидродинамике, *УФН* 72, вып. 1, 33—52.

П о н о м а р е н к о Ю. Б., 1969а, О возникновении турбулентности в проводящей жидкости, *Астрон. ж.* 46, 117—122.

П о н о м а р е н к о Ю. Б., 1969б, О генерации магнитного поля звезд конвективными движениями поверхностных слоев, *Астрон. ж.* 46, 376—385.

П о р ф и р ь е в В. В., 1962, Устойчивость вращения звезд, *Астрон. ж.* 39, 1038—1040.

П о т т а ш (Pottasch S.), 1958, Dynamics of bright rims in diffuse nebulae, *Bull. Astron. Netherl.* 14, 29—37.

П р е н д е р г а с т (Prendergast K.), 1960, The motion of the streams in close binary systems, *Astroph. J.* 132, 162—174.

П р е н д е р г а с т, Б е р б и д ж (Prendergast K., Burbidge G.), 1968, On the nature of some galactic X-ray sources, *Astroph. J.* 151, 183—188.

П р е н д е р г а с т, Т а а м (Prendergast K. H., Taam R. E.), 1974, Numerical simulation of the gas flow in close binary systems, *Astroph. J.* 189, 125—136.

П р е с с, В и и т а, С м а р р (Press W., Wiita P., Smarr L.), 1975, Mechanism for inducing synchronous rotation and small eccentricity in close binary systems, *Astroph. J.* 202, L 135—L 137.

Р о д ж е р с (Rogers M. H.), 1956, The propagation and structure of shock waves of varying strength in self-gravitating gas sphere, *Proc. Roy. Soc. A* 235, 120—136.

Р о к с б у р г (Roxburgh J. W.), 1966a, On the fission theory of the origin of binary stars, *Astroph. J.* 143, 111—120.

Р о к с б у р г (Roxburgh J. W.), 1966b, On stellar rotation, Thermally generated magnetic fields, *MNRAS* 132, 201—220.

Р о к с б у р г (Roxburgh J. W.), 1974, Non-uniformly rotating self-gravitating compressible masses with internal meridian circulation. *Astroph. and Sp. Sci.* 27, 425—435.

Р о к с б у р г, Ш т р и т т м а т т е р (Roxburgh J. W., Strittmatter P. A.), 1966, On stellar rotation, The structure of rotating stars, *MNRAS* 133, 345—358.

Р о с с е л а н д С., 1952, Теория пульсаций переменных звезд, ИЛ.

Р о у з, С м и т (Rose W. K., Smith R. L.), 1972, Nova hydrodynamics, *Astroph. J.* 172, 699—712.

С а к у р а и (Sakurai A.), 1956, Propagation of spherical shock waves in stars, *J. Fluid Mech.* 1, 436—453.

С а к у р а и (Sakurai A.), 1960, On a problem of a shock wave arriving at the edge of a gas, *Comm. Pure Appl. Math.* 13, 553—570.

С в и т (Sweet P. A.), 1950, The importance of rotation in stellar evolution, *MNRAS* 110, 548—558.

С г р о (Sgro A. G.), 1975, The collision of a strong shock with a gas cloud: a model for Cassiopeia A, *Astroph. J.* 197, 621—634.

С е в е р н ы й А. Б., 1945, Об устойчивости вращающегося газового шара, *ДАН СССР* 46, № 2, 57—60.

С е в е р н ы й А. Б., 1948, Об устойчивости и колебаниях газовых шаров и звезд, *Изв. Кр. АО* 1, ч. 2, 3—90.

С е д о в Л. И., 1945, О некоторых неустановившихся движениях сжимаемой жидкости, *ПММ* 9, 293—311.

С е д о в Л. И., 1957, О динамическом взрыве равновесия, *ДАН СССР* 112, № 2, 211—212.

С е д о в Л. И., 1965, Методы подобия и размерности в механике, «Наука».

С и л к, В е р н е р (Silk J., Werner M. W.), 1969, Heating of H I regions by soft X-rays, *Astroph. J.* 158, 185—192.

С и м о н, В е й с с (Simon G. W., Weiss N. O.), 1968, Supergranules and the hydrogen convection zone, *Zs. Astroph.* 69, 435—450.

С к а л а ф у р и с (Skalafuris A. J.), 1969, The structure of a shock front in atomic hydrogen, Stability, dissipation and propagation. *Astroph. and Sp. Sci.* 3, 234—257.

С м и т М. (Smith M. G.), 1973, Observations of gas motions in and near the central cavity of the Rosette nebula, *Astroph. J.* 182, 111—120.

С м и т (Smith R. C.), 1970, Meridional circulation in rotating stellar atmospheres, *MNRAS* 148, 275—312.

С о б о л е в В. В., 1947, Движущиеся оболочки звезд, ЛГУ.

С о б о л е в В. В., 1975, Курс теоретической астрофизики, «Наука».

С о м о в Б. В., С ы р о в а т с к и й С. И., 1967, Физические процессы в атмосфере Солнца, вызываемые вспышками, УФН 126, вып. 2, 217—257.

С п и г е л (Spiegel E. A.), 1960, The convective instability of a radiating fluid layer, *Astroph. J.* 132, 716—728.

С п и г е л (Spiegel E. A.), 1963, A generalization of the mixing length theory of turbulent convection, *Astroph. J.* 138, 216—225.

С п и г е л (Spiegel E. A.), 1964, The effect of radiative transfer on convective growth rates, *Astroph. J.* 139, 959—974.

С п и г е л (Spiegel E. A.), 1967, The theory of turbulent convection, в сб. «Aerodynamic phenomena in stellar atmospheres», Acad. Press., N. Y., 348—365.

С п и г е л (Spiegel E. A.), 1971, Convection in stars, Basic Boussinesq Convection, *Ann. Rev. Astron. Astroph.* 9, 323—352.

С п и г е л (Spiegel E. A.), 1972, Convection in stars, Special effects, *Ann. Rev. Astron., Astroph.* 10, 261—304.

С п и г е л, В е р о н и с (Spiegel E. A., Veronis G.), 1960, On the Boussinesq approximation for a compressible fluid, *Astroph. J.* 131, 442—447.

С п и г е л, У н н о (Spiegel E. A., Unno W.), 1962, On the convective growth rates in a polytropic atmosphere, *Publ. Astr. Soc. Japan* 14, 28—32.

С п и т ц е р (Spitzer L.), 1954, Behaviour of matter in space, *Astroph. J.* 120, 1—17.

С п и т ц е р Л., 1965, Физика полностью ионизованного газа, «Мир».

С т а н ю к о в и ч К. П., 1971, Неустановившиеся движения сплошной среды, «Наука».

С т а р р ф и л д (Starrfield S.), 1971, On the cause of the nova outburst, *MNRAS* 152, 307—322.

С т е й н (Stein R. F.), 1975, Thermal instability in supernovae shells, *Astroph. J.* 196, 565—570.

С т о б и (Stobie R. S.), 1969, Cepheid pulsation, *MNRAS* 144, 461—484; 485—510; 511—535.

С т р о к е (Stroka W. C.), 1974. Numerical models of the evolution of supernova remnants: the shell-formation stage, *Astroph. J.* 190, 59—68.

Строке, Лада (Stroka W. C., Lada C. J.), 1975, Emission from supernova remnants, Thermal bremsstrahlung in the Sedov — Taylor phase, *Astroph. J.* **195**, 563—566.

Сыроватский С. И., 1953, Об устойчивости тангенциальных разрывов в магнитогидродинамической среде, *ЖЭТФ* **24**, 622—630.

Сюняев Р. А., Шакура Н. И., 1973, Черные дыры в двойных системах, Наблюдательные проявления, *Astron. Astrophys.* **24**, 337—355.

Талвор (Talwar S. P.), 1959, Hydromagnetic stability of a conducting inviscid incompressible fluid of variable density, *Zs. Astrroph.* **47**, 161—168.

Таранов В. И., 1971, Ударные волны в газовых потоках в тесных двойных системах звезд-карликов, *Астрофизика* **7**, 295—302.

Тейлер (Tayler R. J.), 1973, Convection in rotating stars, *MNRAS* **165**, 39—52.

Тессул, Острайкер (Tassoul J. E., Ostriker J. H.), 1968, 1969, On the oscillations and stability of rotating stellar models, *Astrophys. J.* **154**, 613—626; **155**, 987—997.

Тессул, Пелье (Tassoul J. L., Pellieux G.), 1972, Non-linear condensations in self-gravitating media, A numerical approach, *Astroph. J.* **171**, 485—493.

Тессул Ж., Тессул М. (Tassoul J. L., Tassoul M.), 1972, Non-linear condensations in self-gravitating media, An analytical approach, *Astroph. J.* **171**, 495—501.

Тидман (Tidman D. A.), 1958, Structure of a shock wave in fully ionized hydrogen, *Phys. Rev.* **111**, 1439—1455.

Тревис, Мацushima (Travis L. D., Matsushima S.), 1973, The role of convection in stellar atmospheres, *Astroph. J.* **180**, 975—985; **182**, 189—207.

Томас Р., Атей Р., 1965, Физика солнечной хромосферы, «Мир».

Трехан, Уберои (Trehan S., Uberoi M.), 1972, Magnetically distorted polytropes: structure and radial oscillations, *Astroph. J.* **175**, 161—169.

Уивер (Weaver H.), 1970, в сб. «Interstellar Gas Dynamics», ed. Н. J. Habing (русск. пер. «Космическая газодинамика», «Мир», 1972).

Уитни (Whitney Ch.), 1956, Stellar pulsations, *Ann. d'Astrophys.* **19**, 34—43, 142—164.

Уитни, Скалафурис (Whitney Ch. A., Skalafuris A. J.), 1963, The structure of a shock front in atomic hydrogen, The effects of precursor radiation in the Lyman continuum, *Astroph. J.* **138**, 200—215.

Ульрих (Ulrich R.), 1970, Convective energy transport in stellar atmospheres, *Astroph. and Sp. Sci.* **7**, 71—86; 183—200; **9**, 80—95.

Унно (Unno W.), 1969, Theoretical studies on stellar stability. II Undisturbed convective non-gray atmosphere, *Publ. Astr. Soc. Japan* **21**, 240—262.

У н н о, К а т о, М а к и т а (Unno W., Kato Sh., Makita M.), 1960, Convective instability in polytropic atmospheres, Publ. Astr. Soc. Japan 12, 192—202.

У н н о (Unno W.), 1967, The stellar radial pulsation coupled with the convection, Publ. Astr. Soc. Japan 19, 140—153.

У н н о, С п и г е л (Unno W., Spiegel E. A.), 1966, The Eddington approximation in the radiative heat equation, Publ. Astr. Soc. Japan 18, 85—95.

Ф е д о р о в а А. В., 1973, Потери газа тесными двойными системами, Вестник ЛГУ № 19, 138—144.

Ф и л д (Field G. B.), 1962, Thermal instabilities in the interstellar medium, в сб. «Distrib. and Motion Interstell. Matter Galaxies», N. Y.

Ф и л д (Field G. B.), 1965, Thermal instability, Astroph. J. 142, 531—567.

Ф и л д (Field G. B.), 1972, Теоретическое описание межзвездной среды, в сб. «Космическая газодинамика», «Мир», 64—93.

Ф и л д, Г о л д с м и т, Х а б и н г (Field G. B., Goldsmith D. W., Habing N. J.), 1969, Cosmic-ray heating of the interstellar gas, Astroph. J. 155, L 155—158.

Ф и л д и д р. (Field G. B. and other), 1968, Hydromagnetic shock waves and their infrared emission in HI region. Astroph. J. 151, 953—975.

Ф р а н к - К а м е н е ц к и й Д. А., 1959, Физические процессы внутри звезд, Физматгиз.

Ф р а н к - К а м е н е ц к и й Д. А., 1968, Лекции по физике плазмы, Атомиздат.

Ф р и к е (Fricke K. J.), 1971, On global dynamical stability of rotating stars, Astron., Astrophys. 15, 329—331.

Ф р и к е, К и п п е н х а н (Fricke K., Kippenhahn R.), 1972, Evolution of rotating stars, Ann. Rev. Astron. Astroph. 10, 45—73.

Х а б и н г, Г о л д с м и т (Habing N. J., Goldsmith D. W.), 1971, Heating of the interstellar medium by X-rays and by cosmic rays, Astroph. J. 166, 525—541.

Х а н т е р (Hunter C.), 1964, The development of gravitational instability in a self-gravitating gas cloud, Astroph. J. 139, 570—586.

Х а т ч и н г с, У о к е р, О м о н (Hutchings J. B., Walker G. A., Aumon J. R.), 1971, Rapid spectral variations in Be stars, New techniques and results, IAU Coll. N 15, Bamberg, 279—285.

Х е й л с (Heiles C.), 1975, A modern look at «interstellar clouds», в сб. «Galactic Radio Astronomy IAU Symp. 60», ed. D. Reidel, 13—44.

Х ё р н е р (Höerner S.), 1951, Eine Methode zur Untersuchung der Turbulenz der interstellaren Materie, Zs. Astroph. 30, 17—27.

Х ё р н е р (von Haerner S.), 1958, Instationäre Stossfronten und ihre Wechselwirkung, Fortschr. Phys. 6, 375—425.

Х и л л (Hill S. J.), 1972, Hydrodynamic and radiative-transfer effects on an RR Lyrae atmosphere, Astroph. J. 178, 793—808.

Х о р е д т (Horedt G.), 1970, Gravitational instability of polytropic gas spheres under external pressure, MNRAS 151, 81—86.

Х у а н Ш-Ш., С т р у в е О. (Huang Su-Shu, Struve O.), 1963, Вращение звезд и атмосферная турбулентность, в сб. «Звездные атмосферы», ИЛ, 323—368.

Циммерман (Zimmermann H.), 1968, Zur Theorie der interstellaren Wolken neutralen Wasserstoffs, *Astron. Nachr.* 290, 193—239.

Чандрасекхар (Chandrasekhar S.), 1961, Hydrodynamic and hydromagnetic stability, Chicago Univ. Press.

Чандрасекхар (Chandrasekhar S.), 1964, A general variational principle governing the radial and non-radial oscillations of gaseous masses. *Astroph. J.* 139, 664—674.

Чандрасекхар (Chandrasekhar S.), 1973, Эллипсоидальные фигуры равновесия, «Мир».

Чандрасекхар, Лебовиц (Chandrasekhar S., Lebovitz N. R.), 1963, Non-radiat oscillations and convective instability of gaseous masses, *Astroph. J.* 138, 185—199.

Чандрасекхар, Ферми (Chandrasekhar S., Fermi E.), 1953, Problems of gravitational stability in the presence of a magnetic field, *Astroph. J.* 118, 116—141.

Чепмен С., Каулинг Т., 1960, Математическая теория неоднородных газов, ИЛ.

Читре, Шевив (Chitre S. M., Shaviv G.), 1967, On the inversion of the density gradient at the fringe of the convection zone, *Proc. Nat. Acad. Sci. USA* 57, N 3, 573—579.

Шварцман В. Ф., 1971, Ореолы вокруг черных дыр, *Астрон. ж.* 48, 479—488.

Шварцшильд М., 1961, Строение и эволюция звезд, ИЛ.

Шкловский И. С., 1962, Вспышки сверхновых и межзвездная среда, *Астрон. ж.* 39, 209—215.

Шкловский И. С., 1966, Сверхновые звезды, «Наука».

Штеенбек, Краузе, Радлер (Steenbeck W., Krause F., Radler K. H.), 1966, Berechnung der mittleren Lorentz — Feld — stärke (vкВ) für elektrisch leitendes Medium in turbulenter, durch Coriolis-Kräfte beeinflusster Bewegung, *Zs. Naturforsch.* 21a, 369—376.

Штрийтматтер (Strittmatter P. A.), 1969, Stellar rotation, *Ann. Rev. Astron., Astroph.* 7, 665—684.

Эддингтон (Eddington A. S.), 1926, Internal constitution of the stars, Cambridge.

Эддингтон (Eddington A. S.), 1941, On the cause of Cepheid pulsation, *MNRAS* 101, 182—194.

Эллиот, Миберн (Elliot K. H., Meaburn J.), 1974, Observation of major ionization fronts in M 42 and M 8, *Astroph. and Sp. Sci.* 28, 351—364.

Элмергрин (Elmergreen B. G.), 1976, The ionization of cloud and intercloud hydrogen by O and B stars, *Astroph. J.* 205, 405—408.

Эпик (Öpik E. J.), 1950, Transport of heat and matter by convection in stars, *MNRAS* 110, 559—589.

Эргма Э. В., 1971, Конвекция в оболочках А—F звезд главной последовательности, *Астрофизика* 7, 605—609.

Эргма Э. В., 1972, Нелокальная модель конвекции для звездных оболочек, *Научн. информ. Астросовета АН СССР* 29, 33—43.

Эргма Э. В., Масевич А. Г., 1971, Convection in stars, *Astron. Nachr.* 93, 145—154.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Аномальное сопротивление 31, 32
- Белые карлики 82, 84, 255, 256, 282, 303, 304, 318, 323, 335, 341
- Вариационный принцип 65—68, 73, 77, 79
- Вириальный метод исследования устойчивости 70—73, 77, 82, 83, 242
- Вихрь скорости 22, 103, 106, 132
- Волна простая 21, 39, 40
- разрежения 41, 42, 277, 281
- Волны магнитогидродинамические 36, 105, 187, 258
- магнитозвуковые 36, 105
- плотности 92, 93, 171
- энтропийные 103, 105
- Высота однородной атмосферы (шкала высот) 143, 144, 152, 153, 224, 238, 265, 266, 296
- Вязкость магнитная 123—125, 147
- молекулярная 25—27, 111, 112, 297, 304, 318
- турбулентная 27, 111, 112, 143, 296, 297, 300, 301, 307, 314, 316, 319, 328, 330, 333
- Газомагнитные разрывы 185—188
- Галактическое магнитное поле 132, 133
- Глобулы 216
- Грануляция 227, 229
- Давление излучения 287, 288
- магнитного поля 36, 186
- Динамо механизмы генерации магнитного поля 128, 130—133, 300, 301
- Диффузия магнитного поля 30, 124, 125, 127, 130
- Длина перемешивания 113, 150—155, 221, 222
- Долгопериодические переменные звезды 240, 257, 259—264
- Закалка ионизационного равновесия 283, 284
- Запутывание магнитного поля 125—128
- Затравочное поле 134
- Звезды типа Ве 291, 305—314
- — RR Лирь 235—237, 257, 259, 263, 266
- — RV Тельца 237, 257, 259
- — T Тельца 244
- — U Близнецов 339—341
- — UV Кита 244, 253, 254, 284
- — WR 287—289
- — β Персея 243, 263
- — δ Щита 237
- Зоны критической ионизации 233, 234
- H II 109, 167—175, 180, 181, 205—209, 212, 213, 216, 217, 290
- Инварианты Римана 39—41
- Колебательная неустойчивость 147, 162
- Коллапс ядра звезды 244, 249
- Колмогорова закон 114, 178—180, 230
- Колмогорова — Обухова спектр 121, 127, 151
- Корона Солнца 32, 101, 286, 311
- Корреляционный тензор поля 116—118, 286
- Космические лучи 94—96, 166—170, 176
- Коэффициент непрозрачности 142, 143, 220, 221, 235, 253, 270
- температуропроводности 136, 143, 297
- теплопроводности 136, 156, 173, 338
- Критерий Джинса 88—92, 158
- Шварцшильда 141, 160, 162, 164, 242, 243
- Критическая точка Лагранжа 315
- Лагранжевы координаты 23—25, 235, 275
- Максвелловское распределение 13, 14
- Меридиональная циркуляция 85, 292—299
- Молекулы H_2 188—192
- Молекулярный барьер 299
- Новые звезды 244, 254—256, 271, 275, 280—282, 288, 335

- Области Н I 166, 167, 170, 205, 206,
208, 209, 214
- Перестановочная неустойчивость 147
 П-теорема 56
- Планетарная туманность 32, 109,
155
- Политропа 76, 79, 142, 147
- Полость Роша 315
- Потенциал скорости 22
- Приближение Буссинеска 144, 163,
238
- Проводимость 28—34
- Процесс адиабатический 11, 13, 141,
194, 199
- изобарический 12
- изохорический 12
- изэнтропический 13
- обратимый 11
- Равновесие гидростатическое 74, 136,
141, 160, 220
- локальное термодинамическое 15,
263, 264
- лучистое 15, 141, 142, 220
- механическое 75
- термодинамическое 10, 14, 15, 76,
160
- Равнораспределение энергии 126—
128, 132, 233
- — в ударной волне 47
- Расширение газа в пустоту 41, 42,
58, 277—284
- Ротационная неустойчивость 81
- Рукав Галактики 85, 86, 175, 176
- Сверхадиабатический градиент 140,
143, 144, 154, 219, 338, 340
- Серая фотосфера 141, 142
- Сила плавучести 134, 136, 137, 140,
141, 143, 144, 147, 151, 223, 251
- «Слоновые хоботы» 214—216
- Столкновения с атомами 48, 167,
155, 191
- Столкновения с ионами 48, 167, 191
— электронные 48
- Тензор напряжений 25—27
— потока импульса 18, 27
- Теорема о вирiale 65, 69, 70, 76,
85
- Теплопроводность лучистая 49, 140
— молекулярная 47, 136, 140
- Топологическая диссипация 133
- Ударная адиабата 43
— волна изотермическая 51, 104,
189, 271
- Уравнение Бернулли 22, 23, 307
— теплопроводности 133
- Уравнения Максвелла 29—35
- Фигуры равновесия вращающейся
жидкости 80, 81, 84
- Характеристики 37—39, 263, 265, 327
- Хромосфера Солнца 258, 259
- Хромосферные вспышки 245, 254
- Цефеиды 237, 239, 240, 257, 259,
262, 266
- Число Гартмана 124
— Грассхофа 138
— Маха 115, 191, 192, 258
— Прандтля 138, 143
— Рейнольдса 108, 114, 124, 125,
130, 140, 148, 177, 328
— — магнитное 123, 131
— Релея 138—140, 142—144, 146—
148
— Тейлора 148
- Энтальпия 12, 173, 186