

**ЭЛЕКТРИЧЕСТВО
ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ**

**О. И. Горбунова
А. М. Зайцева
С. Н. Красников**

**ЗАДАЧНИК-
ПРАКТИКУМ
ПО ОБЩЕЙ
ФИЗИКЕ**

*Допущено Министерством просвещения СССР
в качестве учебного пособия
для студентов физико-математических факультетов
педагогических институтов*

Под редакцией проф. Н. В. Александрова

МОСКВА «ПРОСВЕЩЕНИЕ» 1975

Горбунова О. И. и др.

Г67 Задачник-практикум по общей физике. Электричество. Электромагнетизм. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. Под ред. проф. Н. В. Александрова. М., «Просвещение», 1975.

160 с. с ил.

Перед загл. авт.: О. И. Горбунова, А. М. Зайцева, С. Н. Красников.

Книга представляет собой учебное пособие для студентов физических и физико-математических факультетов педагогических институтов, составленное по программе курса общей физики для пединститутов.

Г $\frac{60602 - 552}{103(03) - 75}$ 35 — 75

537

ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемый задачник является продолжением задачника-практикума по разделу «Механика», написанного А. М. Зайцевой. Он предназначен для проведения семинарских занятий по разделам курса общей физики «Электричество» и «Электромагнетизм», а также для самостоятельной работы студентов.

Сборник задач разделен на параграфы, соответствующие темам курса физики. Каждому параграфу предпослано небольшое теоретическое введение с указанием основных законов и формул. Далее следуют вопросы, ответы на которые требуют предварительного изучения студентами материала по учебнику, и приводятся примеры решения задач с подробным анализом. В отличие от первой части в данном сборнике задачи для самостоятельного решения не снабжены краткими указаниями к решению. Авторы считают, что после работы над задачами первой части студенты уже достаточно подготовлены к тому, чтобы после разбора решенных задач перейти к самостоятельному решению. В конце задачника-практикума помещены необходимые таблицы физических величин и ответы к задачам.

Предлагаемое пособие несколько лет апробировалось на занятиях со студентами-физиками Московского ордена Трудового Красного Знамени государственного педагогического института им. В. И. Ленина.

Все критические замечания авторами будут приняты с благодарностью.

§ 1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЗАРЯДЫ. ЗАКОН КУЛОНА

Закон Кулона:

$$\vec{F}_{1,2} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} q_1 q_2 \frac{\vec{r}_{1,2}}{r^3},$$

где $\vec{F}_{1,2}$ — сила, действующая на заряд 2 со стороны заряда 1,
 $\vec{r}_{1,2}$ — радиус-вектор, направленный от заряда 1 к заряду 2,
 ϵ — относительная диэлектрическая проницаемость,
 ϵ_0 — электрическая постоянная ($\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \text{ Ф/м} = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$).

ВОПРОСЫ

1. Почему, держа в руке эбонитовую палочку, ее можно наэлектризовать трением, а лагунный стержень нельзя?

2. Иногда опыты по электростатике не удаются и лектор ссылается на большую влажность воздуха. Правильно ли такое толкование неудачи эксперимента?

3. Если заряженную стеклянную палочку поднести к концу металлического стержня, не касаясь последнего, то свободные электроны металла начнут смещаться к одному из концов стержня. Почему движение электронов с течением времени прекращается, хотя в стержне их имеется практически неисчерпаемый запас?

4. Положительно заряженная стеклянная палочка притягивает подвешенную на нити бумажную гильзу. Можно ли утверждать, что гильза заряжена отрицательно?

5. Та же стеклянная палочка отталкивает легкий шарик, подвешенный на нити. Можно ли утверждать, что шарик заряжен положительно?

6. Сравните силу гравитационного взаимодействия двух электронов с силой их кулоновского взаимодействия. Выясните, как будет меняться отношение силы кулоновского взаимодействия к силе гравитационного взаимодействия двух одинаково заряженных тел при увеличении их массы?

7. Почему при расчете движения небесных тел принимают во внимание их гравитационное взаимодействие и не учитывают кулоновское?

Примеры решения задач

1. Два одинаковых проводящих шарика подвешены на нитях одинаковой длины $l = 1$ м, закрепленных в одной точке. После сообщения шарикам заряда $q_0 = 4 \cdot 10^{-7}$ Кл нити разошлись на угол $\alpha_1 = 60^\circ$. Определите силу тяжести, действующую на каждый шарик. Какова плотность материала шариков, если при погружении шариков в керосин угол расхождения нитей стал $\alpha_2 = 54^\circ$?

Д а н о:

$$q_0 = 4 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$$

$$l = 1 \text{ м}$$

$$\alpha_1 = 60^\circ$$

$$\alpha_2 = 54^\circ$$

$$\varepsilon = 2$$

$$\rho_k = 800 \text{ кг/м}^3$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \text{ Ф/м}$$

$$\rho - ? \quad mg - ?$$

Р е ш е н и е.

Заряд q_0 был сообщен соприкасающимся шарикам одинакового объема, следовательно, заряд каждого шарика $q = \frac{q_0}{2}$.

На каждый шарик в воздухе действуют три силы: сила тяжести $m\vec{g}$, сила электрического отталкивания \vec{F}'_k и сила натяжения нити \vec{F}'_H .

Условие равновесия системы:

$$m\vec{g} + \vec{F}'_k + \vec{F}'_H = 0.$$

Так как все силы, действующие на каждый из шариков, лежат в одной плоскости, выберем прямоугольную систему координат XOY , совместив ее начало с центром шарика (рис. 1.1).

Спроецировав силы на соответствующие оси и учтя знаки проекций, запишем условие равновесия для каждого шарика:

$$\sum F_x = 0; \quad F'_k - F'_H \sin \frac{\alpha_1}{2} = 0,$$

$$\text{или } F'_k = F'_H \sin \frac{\alpha_1}{2}.$$

(1)

$$\sum F_y = 0; \quad F'_H \cos \frac{\alpha_1}{2} - mg = 0,$$

$$\text{или } mg = F'_H \cos \frac{\alpha_1}{2}.$$

Условия равновесия (1) дают:

$$F'_k = mg \operatorname{tg} \frac{\alpha_1}{2}.$$

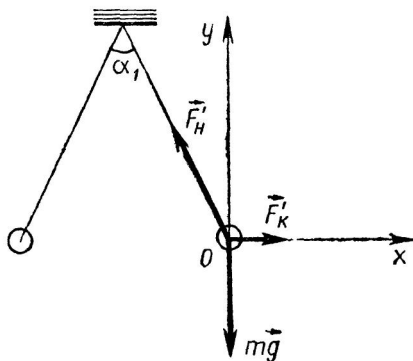


Рис. 1.1

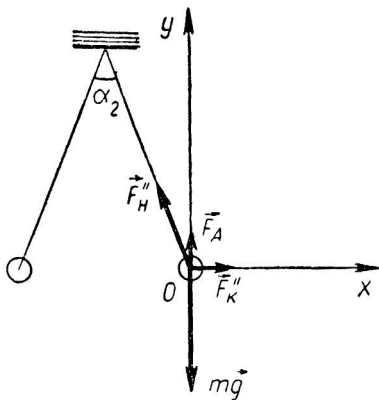


Рис. 1.2

Но по закону Кулона

$$F'_k = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r^2},$$

поэтому, если учесть, что $q = \frac{q_0}{2}$,

а $r = 2l \sin \frac{\alpha_1}{2}$, для силы тяжести получим:

$$mg = \frac{F'_k}{\operatorname{tg} \frac{\alpha_1}{2}} = \frac{q_0^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot 4 \cdot 4l^2 \sin^2 \frac{\alpha_1}{2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha_1}{2}}. \quad (2)$$

При помещении шариков в жидкий диэлектрик сила кулоновского взаимодействия уменьшится в ϵ раз и появится выталкивающая сила

$$F_A = \frac{mg}{\rho} \rho_k,$$

где ρ — плотность материала шарика,
 ρ_k — плотность керосина.

В этом случае равновесие каждого шарика (рис. 1.2) будет описываться следующими уравнениями:

$$\sum F_x = 0; F'_k - F''_H \sin \frac{\alpha_2}{2} = 0, \text{ или } F'_k = F''_H \sin \frac{\alpha_2}{2}.$$

$$\sum F_y = 0; F''_H \cos \frac{\alpha_2}{2} + F_A - mg = 0, \text{ или } mg - F_A = F''_H \cos \frac{\alpha_2}{2}.$$

Отсюда

$$F''_k = (mg - F_A) \operatorname{tg} \frac{\alpha_2}{2},$$

и следовательно:

$$mg - F_A = \frac{q_0^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot 16l^2 \sin^2 \frac{\alpha_2}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha_2}{2}}. \quad (3)$$

Разделив выражение (3) на (2), для $\frac{mg - F_A}{mg}$ найдем:

$$\frac{mg - F_A}{mg} = \frac{\rho - \rho_k}{\rho} = \frac{\sin^2 \frac{\alpha_1}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha_1}{2}}{\epsilon \sin^2 \frac{\alpha_2}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha_2}{2}}. \quad (4)$$

Решив уравнение (4) относительно ρ , получим:

$$\rho = \rho_{\kappa} \frac{\sin^2 \frac{\alpha_2}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha_2}{2} \varepsilon}{\sin^2 \frac{\alpha_2}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha_2}{2} \varepsilon - \sin^2 \frac{\alpha_1}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha_1}{2}} \quad (5)$$

Вычисления в СИ дают:

$$mg = 6,22 \cdot 10^{-4} \text{ Н}; \quad \rho = 2,55 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

Задачи для самостоятельного решения

1.1. Два одинаковых иона в пустоте на расстоянии 10^{-8} м взаимодействуют с силой $9,2 \cdot 10^{-12}$ Н. Сколько «лишних» электронов у каждого иона?

1.2. По теории Бора электрон вращается вокруг ядра по круговой орбите радиусом $0,53 \cdot 10^{-10}$ м в атоме водорода. Определите скорость вращения электрона.

1.3. Два одинаковых заряженных шарика, висят на одинаковых нитях, опускают в жидкий диэлектрик с электрической проницаемостью ε . Каково должно быть соотношение между плотностями диэлектрика (ρ_d) и материала шариков ($\rho_{ш}$), чтобы угол расхождения нитей в воздухе и в жидкости был одинаков?

1.4. На шелковых нитях, образующих угол $\alpha = 60^\circ$, подвешен заряженный шарик массой 10^{-3} кг. Снизу к нему подносят шарик с таким же зарядом (рис. 1.3), в результате чего натяжение нити уменьшается вдвое. Расстояние между шариками 10^{-2} м. Определите заряд каждого из шариков и натяжение нити в обоих случаях.

1.5. Три одинаковых маленьких шарика массой по 0,1 г подвешены в одной точке на шелковых нитях длиной $l = 20$ см. Какие заряды нужно сообщить шарикам, чтобы каждая нить составила с вертикалью угол $\alpha = 30^\circ$?

1.6. Два неподвижных положительных заряда по $+1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл расположены на расстоянии $d = 2 \cdot 10^{-13}$ м друг от друга. Вдоль перпендикуляра, проходящего через середину отрезка, соединяющего эти заряды, движется электрон. В какой точке этого перпендикуляра сила взаимодействия электрона и системы неподвижных зарядов максимальна?

1.7. Два шара, на которых находятся заряды, равные по величине $5 \cdot 10^{-7}$ Кл, но разные по знаку, закреплены в горизонтальной плоскости на расстоянии 0,5 м друг от друга. Если к ним поднести подвешенный на нити шарик массой 10^{-3} кг с зарядом 10^{-7} Кл так, чтобы он был в положении равновесия над отрицательно заряженным шариком на расстоянии 0,5 м от него, то натяжение его нити увеличивается вдвое. Определите угол отклонения нити от вертикали.

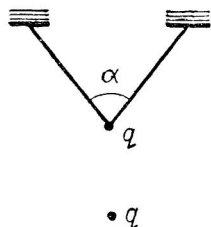


Рис. 1.3

1.8. Четыре положительных заряда по 10^{-7} Кл каждый помещены в вершинах квадрата. Какой отрицательный заряд надо поместить в центр квадрата, чтобы вся система находилась в равновесии? Будет ли это равновесие устойчивым?

1.9. С какой силой взаимодействуют длинная проволока с линейной плотностью заряда 10^{-8} Кл/м и точечный заряд $2 \cdot 10^{-8}$ Кл, находящийся на расстоянии 3 см от проволоки, близко к ее середине? (Задачу решить, используя закон Кулона.)

1.10. Чему равна сила, с которой равномерно заряженное кольцо с линейной плотностью заряда τ действует на положительный ион, попавший в центр кольца?

§ 2. НАПРЯЖЕННОСТЬ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

1. Напряженность поля точечного заряда равна:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{r^3} \vec{r},$$

где q — заряд, создающий поле,

\vec{r} — радиус-вектор, направленный от точечного заряда в рассматриваемую точку.

2. Напряженность поля системы точечных зарядов:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i.$$

3. Напряженность поля равномерно заряженной бесконечной пластины с поверхностной плотностью заряда σ :

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0} \vec{n},$$

где \vec{n} — единичный вектор нормали к поверхности пластины.

4. Напряженность поля равномерно заряженного шара:

а) для точек внутри шара:

$$\vec{E} = \frac{1}{3} \frac{\rho}{\epsilon\epsilon_0} r \frac{\vec{r}}{r},$$

где ρ — объемная плотность зарядов,

r — расстояние от центра шара до рассматриваемой точки,

$\frac{\vec{r}}{r}$ — единичный вектор;

б) для точек вне шара:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{r^3} \vec{r},$$

где q — полный заряд шара,

r — расстояние от центра шара до рассматриваемой точки.

5. Напряженность поля бесконечно длинного, равномерно заряженного цилиндра (для точек, находящихся вне цилиндра):

$$\vec{E} = \frac{1}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{\tau}{r} \cdot \frac{\vec{r}}{r},$$

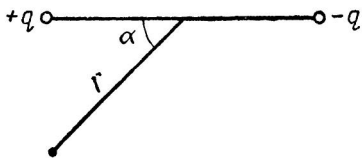


Рис. 2.1

где τ — линейная плотность заряда.

6. У поверхности любого проводника с постоянной поверхностной плотностью заряда σ напряженность поля равна:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0} \vec{n}.$$

7. Напряженность поля диполя в точке, находящейся на расстоянии r от середины плеча диполя (рис. 2.1):

$$E = \frac{ql}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \alpha}.$$

8. Вектор электрического смещения (вектор индукции) и напряженность поля для изотропной среды связаны соотношением

$$\vec{D} = \epsilon\epsilon_0 \vec{E}.$$

9. Теорема Остроградского — Гаусса. Поток вектора электрического смещения сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, охватываемых этой поверхностью:

$$\Phi_e = \int_S D_n ds = \sum_{i=1}^m q_i.$$

ВОПРОСЫ

1. Небольшой шарик несет некоторый заряд. Как изменится напряженность и электрическое смещение вблизи поверхности шарика, если его из воздуха перенести в воду?

2. Поток электрического смещения в поле, созданном зарядами q_1 , q_2 и q_3 , через некоторую поверхность, содержащую точку A , равен нулю. Можно ли утверждать, что на заряд, помещенный в точку A , электрические силы не действуют?

3. Чему равна сила, действующая на заряд q , помещенный в центре равномерно заряженной сферы?

4. Что происходит с диполем, помещенным: а) в однородное электростатическое поле; б) в неоднородное электростатическое поле?

5. Как будет изменяться поток электрического смещения, созданного точечным зарядом, через сферическую поверхность, если заряд перемещать внутри сферы?

6. Чему равен поток вектора напряженности через замкнутую поверхность, если алгебраическая сумма зарядов внутри поверхности равна нулю, но есть поле, созданное внешними зарядами?

7. Алгебраическая сумма зарядов внутри замкнутой поверхности равна нулю. Будет ли равна нулю напряженность поля во всех точках внутри этой поверхности?

8. В каких случаях для расчета напряженности электростатических полей следует применять теорему Остроградского — Гаусса?

9. Как изменится поверхностная плотность зарядов, если заряженную плоскую металлическую пластину свернуть в цилиндр так, чтобы края пластины соединились встык?

10. Проводник представляет собой систему двух шаров радиусами R_1 и R_2 , соединенных проводником (провоолокой). Каково отношение зарядов на шарах и каково отношение их поверхностных плотностей?

11. Почему происходит «стекание» зарядов с заостренных участков проводника?

12. Правильно ли утверждение: «Силовая линия электростатического поля — траектория движения положительного заряда в поле?»

13. Шар из диэлектрика заряжен электричеством с постоянной объемной плотностью ρ . Изобразите графически, как будет меняться напряженность поля; начало координат совместите с центром шара.

Примеры решения задач

1. Два точечных заряда $q_1 = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл и $q_2 = -4 \cdot 10^{-7}$ Кл находятся в керосине на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. Каковы напряженность электростатического поля и электрическое смещение в точке A , находящейся на расстоянии $r_1 = 20$ см от одного и $r_2 = 15$ см от другого заряда?

Д а н о:

$$q_1 = 2 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$$

$$q_2 = -4 \cdot 10^{-7} \text{ Кл}$$

$$d = 0,1 \text{ м}$$

$$r_1 = 0,2 \text{ м}$$

$$r_2 = 0,15 \text{ м}$$

$$\epsilon = 2$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$$

$$E_A - ? \quad D_A - ?$$

Р е ш е н и е.

Полная напряженность электростатического поля в точке A равна:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2,$$

где \vec{E}_1 и \vec{E}_2 — напряженности, создаваемые точечными зарядами q_1 и q_2 в точке A (рис. 2.2).

Модуль вектора \vec{E} может быть определен из треугольника ABC :

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos \varphi. \quad (1)$$

Напряженность поля точечного заряда:

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{q_1}{r_1^2},$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{q_2}{r_2^2}.$$

Из треугольника AKL имеем:

$$\cos \varphi = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1r_2}.$$

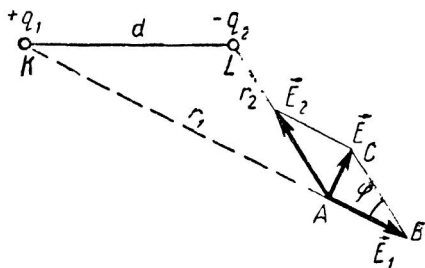


Рис. 2.2

Подставив выражения для E_1 , E_2 и $\cos \varphi$ в уравнение (1), получим:

$$E_A = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \sqrt{\frac{q_1^2}{r_1^4} + \frac{q_2^2}{r_2^4} - \frac{q_1q_2(r_1^2 + r_2^2 - d^2)}{r_1^3 r_2^3}}.$$

Вектор электрического смещения в точке A :

$$\vec{D}_A = \epsilon\epsilon_0 \vec{E}_A.$$

Подстановка числовых данных приводит к результату:

$$E = 6,2 \cdot 10^4 \text{ В/м}; D = 1,09 \cdot 10^{-6} \text{ Кл/м}^2.$$

2. Заряд $q = 15 \cdot 10^{-9}$ Кл равномерно распределен по тонкому кольцу радиусом $R = 0,2$ м. Найдите напряженность электрического поля в точке, находящейся на оси кольца на расстоянии $h = 0,15$ м от его центра.

Д а н о:

$$q = 15 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$R = 0,2 \text{ м}$$

$$h = 0,15 \text{ м}$$

$$\epsilon = 1$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$$

$$E = ?$$

Р е ш е н и е.

Разделим кольцо на одинаковые бесконечно малые участки dl . Заряд каждого участка dq можно считать точечным.

Напряженность электрического поля dE , создаваемого в точке A на оси кольца зарядом dq (рис. 2.3), равна:

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{dq}{r^2}, \quad (1)$$

$$\text{где} \quad r^2 = R^2 + h^2. \quad (2)$$

Полная напряженность поля \vec{E} в точке A , создаваемая зарядом q , согласно принципу суперпозиции равна векторной сумме напряженностей $d\vec{E}_i$ полей, создаваемых всеми точечными зарядами:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^m d\vec{E}_i.$$

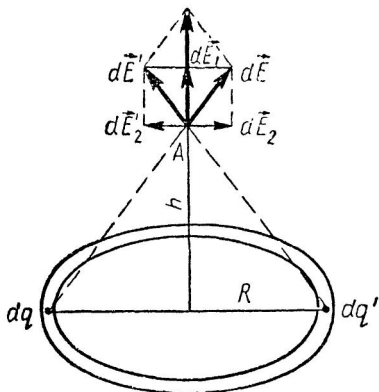


Рис. 2.3

Вектор $d\vec{E}$ разложим на составляющие: вектор $d\vec{E}_1$ (направлен вдоль оси кольца) и вектор $d\vec{E}_2$ (параллелен плоскости кольца).

Тогда
$$\vec{E} = \sum_{i=1}^m d\vec{E}_{i1} + \sum_{i=1}^m d\vec{E}_{i2}$$

Для каждой пары зарядов dq и dq' , расположенных симметрично относительно центра кольца, $d\vec{E}_2$ и $d\vec{E}'_2$ в сумме дадут нуль, и значит

$$\sum_{i=1}^m d\vec{E}_2 = 0.$$

Составляющие $d\vec{E}_1$ для всех элементов направлены одинаково вдоль оси кольца, поэтому полная напряженность в точке, лежащей на оси кольца, также направлена вдоль оси.

Модуль полной напряженности найдем интегрированием:

$$E = \int_L dE_1 = \int_L dE \cos \alpha, \quad (3)$$

где α — угол между вектором $d\vec{E}$ и осью кольца;

$$\cos \alpha = \frac{h}{r} = \frac{h}{\sqrt{R^2 + h^2}}. \quad (4)$$

Используя выражения (1), (2), (4), для E получаем:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^q \frac{dq}{r^2} \cos \alpha = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{h}{(R^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Подстановка числовых данных дает:

$$E = 1,3 \cdot 10^3 \text{ В/м.}$$

3. Коаксиальный кабель имеет внутренний провод диаметром $d_1 = 2$ мм и свинцовую оболочку диаметром $d_2 = 8$ мм. Относительная диэлектрическая проницаемость изоляции $\epsilon = 4$. Заряды внутреннего и наружного провода противоположны по знаку. Линейная плотность заряда $\tau = 3,14 \cdot 10^{-10}$ Кл/м. Определите напряженность электрического поля в точке, находящейся от оси кабеля: а) на расстоянии $r_1 = 3$ мм, б) на расстоянии $r_2 = 8$ мм.

Д а н о:

$$d_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$d_2 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$\varepsilon = 4$$

$$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$$

$$\tau_1 = 3,14 \cdot 10^{-10} \text{ Кл/м}$$

$$\tau_2 = -3,14 \cdot 10^{-10} \text{ Кл/м}$$

$$r_1 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$r_2 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$E_1 - ? \quad E_2 - ?$$

Р е ш е н и е.

Из условия симметрии следует, что линии напряженности лежат в плоскостях, перпендикулярных кабелю, и направлены радиально (рис. 2.4). Следовательно, напряженность поля может быть определена с помощью теоремы Остроградского—Гаусса.

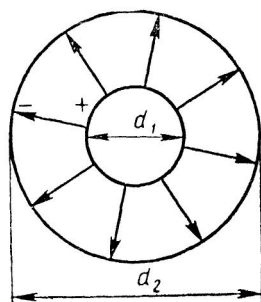


Рис. 2.4

а) Электрическое поле между внутренним и внешним проводом создается лишь зарядом внутреннего цилиндрического проводника. Напряженность этого поля в любой точке между проводниками равна:

$$E_1 = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon} \cdot \frac{\tau_1}{r_1}.$$

Подставив числовые значения, получим:

$$E_1 = 1880 \text{ В/м.}$$

б) Электрическое поле в любой точке вне кабеля создается зарядами как внутреннего, так и внешнего провода. Поэтому

$$E_2 = 0.$$

Задачи для самостоятельного решения

2.1. Три одинаковых положительных заряда q расположены в вершинах равностороннего треугольника со стороной a . Найдите напряженность поля в вершине правильного тетраэдра, для которого этот треугольник служит основанием.

2.2. Четыре заряда расположены в вершинах квадрата со стороной $a = 10^{-1}$ м (рис. 2.5). Какую величину и направление имеет вектор напряженности в центре квадрата, если $q = 10^{-8}$ Кл? Какова величина вектора электрического смещения (индукции) в этой точке?

2.3. Расстояние между двумя параллельными длинными проволоками $a = 14$ см. Проволоки заряжены разноименными зарядами с линейной плотностью $\tau = 10^{-8}$ Кл/м. Определите напряженность поля в точке, удаленной на расстояние $r = 10$ см как от первой, так и от второй проволоки.

2.4. Тонкая проволока длиной $l = 10$ см равномерно заряжена с линейной плотностью

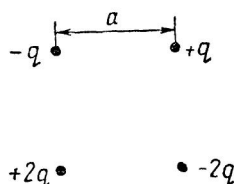


Рис. 2.5

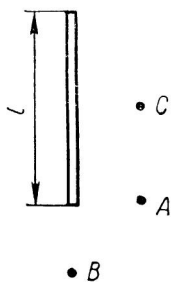


Рис. 2.6

$\tau = 10^{-8}$ Кл/м (рис. 2.6). а) Определите напряженность поля в точке A , находящейся на расстоянии $r = 10$ см от проволоки. б) Какова напряженность в точке B , расположенной на оси проволоки и удаленной от ближайшего конца проволоки на 10 см? в) Определите напряженность в точке C , расположенной на расстоянии $r = 10$ см от проводника, симметрично относительно его концов.

2.5. Металлическому шару радиусом r_1 сообщили заряд q_1 , а шаровому металлическому слою, имеющему общий центр с шаром, заряд q_2 . Внутренний радиус слоя r_2 , внешний r_3 . Как будет меняться напряженность поля в зависимости от расстояния от центра системы? Построить соответствующие графики. Рассмотреть случаи: а) заряды q_1 и q_2 одноименные, б) заряды q_1 и q_2 разноименные.

2.6. Полусфера равномерно заряжена, поверхностная плотность заряда равна σ . Найдите напряженность поля в центре полусферы.

2.7. Плоскость равномерно заряжена, поверхностная плотность заряда равна σ . В середине плоскости имеется круглое отверстие, радиус которого a мал по сравнению с линейными размерами плоскости. Найдите напряженность и вектор электрического смещения в точке, лежащей на перпендикуляре к плоскости, проходящем через центр отверстия; расстояние от центра отверстия до исследуемой точки l .

2.8. Молекулу воды можно рассматривать как диполь длиной $l = 3,9 \cdot 10^{-11}$ м с зарядами, равными заряду электрона. Определите силу взаимодействия двух молекул воды, диполи которых составляют продолжение один другого. Центры молекул отдалены друг от друга на расстояние $r = 10^{-8}$ см. Как зависит сила взаимодействия от расположения зарядов в диполе?

2.9. Молекулу воды можно рассматривать как диполь длиной $l = 3,9 \cdot 10^{-11}$ м с зарядами, равными заряду электрона. Определите напряженность поля, созданного одной молекулой воды на расстоянии $a = 3 \cdot 10^{-9}$ м от середины диполя в точке, лежащей на продолжении диполя (а) и на перпендикуляре к диполю (б).

2.10. В однородном электрическом поле, напряженность которого $E = 3 \cdot 10^4$ В/м, находится диполь длиной $l = 3,9 \cdot 10^{-11}$ м с зарядами, равными заряду электрона. Ось диполя составляет с направлением линий напряженности угол $\alpha = 30^\circ$. Найдите вращающий момент, действующий на диполь.

2.11. Система двух точечных электрических зарядов $q_1 = -10^{-8}$ Кл и $q_2 = 10^{-8}$ Кл имеет электрический момент, равный $p_e = 5 \cdot 10^{10}$ Кл·м. Определите напряженность поля в точках, расположенных на прямой, соединяющей заряды, на расстояниях $r_1 = 5$ см и $r_2 = 2$ м от середины диполя.

2.12. На расстоянии $r = 0,5$ м от центра равномерно заряженной сферы, заряд которой $q = 3 \cdot 10^{-4}$ Кл, находится диполь. Ось

диполя направлена вдоль силовой линии электрического поля сферы. Величина каждого из зарядов диполя равна $q = 10^{-8}$ Кл, а длина диполя $l = 1$ см. Определите силу, действующую на диполь.

2.13. На расстоянии $r = 20$ см от очень длинного прямого проводника, равномерно заряженного с линейной плотностью $\tau = 10^{-4}$ Кл/м, нормально к проводнику расположен диполь, электрический момент которого $p_e = 10^{-11}$ Кл·м. Считая, что длина диполя l много меньше расстояния r , определите поперечную силу, действующую на диполь.

§ 3. ПОТЕНЦИАЛ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ. ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

1. Связь между напряженностью и потенциалом поля выражается формулами:

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}; \quad E = -\text{grad } \varphi.$$

2. Потенциал поля точечного заряда и заряженного шара (для точек, находящихся вне шара):

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}.$$

3. Энергия заряда q , помещенного в точку поля, потенциал которой φ :

$$W_{\text{п}} = q\varphi.$$

4. Работа переноса заряда q в электрическом поле из точки 1 в точку 2:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2),$$

где φ_1 и φ_2 — соответственно потенциалы точек 1 и 2 поля.

5. Разность потенциалов между обкладками конденсаторов: для плоского конденсатора:

$$U = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0} d,$$

где d — расстояние между обкладками конденсатора;
 σ — поверхностная плотность зарядов;

для цилиндрического конденсатора:

$$U = \frac{\tau \ln \frac{R_2}{R_1}}{2\pi\epsilon\epsilon_0},$$

где τ — линейная плотность заряда на пластинах конденсатора,

R_1 и R_2 — радиусы внутренней и внешней обкладок;

для сферического конденсатора:

$$U = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right),$$

где q — заряд конденсатора,

R_1 и R_2 — радиусы внутренней и внешней обкладок.

ВОПРОСЫ

1. Как меняется потенциальная энергия точечного заряда при его приближении к одноименному заряду?

2. Может ли существовать в однородной среде электростатическое поле, вектор напряженности которого \vec{E} будет во всем объеме одинаково направлен, но по величине будет меняться, например, по линейному закону?

3. Почему Землю можно принимать за уровень отсчета потенциала, приписывая ей потенциал, равный нулю?

4. На рисунке 3.1 показано, как расположены эквипотенциальные поверхности некоторого поля. Известно, что $\varphi_1 > \varphi_2$. Укажите примерный ход линий напряженности. В какой области поля напряженность наибольшая?

5. Если известно, что напряженность в какой-то точке поля равна нулю, значит ли это, что и потенциал в этой точке равен нулю?

6. Как будут перемещаться электроны в электростатическом поле: в область высокого или в область низкого потенциала?

7. Электрон, влетевший в конденсатор с некоторой скоростью, по выходе из него имеет большую скорость (рис. 3.2). Как объяснить это явление с точки зрения закона сохранения энергии? Откуда берется «избыток» энергии?

8. Двум одинаковым металлическим шарикам сообщили заряды, соответственно равные $q_1 = 3 \cdot 10^{-5}$ Кл и $q_2 = 15 \cdot 10^{-5}$ Кл. Шарики расположены на расстоянии 1 м друг от друга. Энергия их взаимодействия равна $W_1 = 41,5$ Дж. Шарики соединили идеальным проводником, обладающим весьма малой электроемкостью, заряды на них уравнились, и проводник убрали. После этого энергия их взаимодействия стала равной $W = 72,9$ Дж. Откуда взялась «лишняя» энергия?

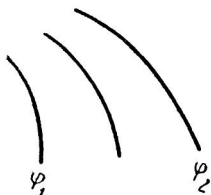


Рис. 3.1

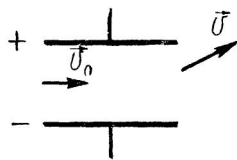


Рис. 3.2

Примеры решения задач

1. Альфа-частица, вылетающая при радиоактивном распаде из ядра атома радия со скоростью $v = 1,6 \cdot 10^7$ м/с, движется к неподвижному ядру натрия. На какое наименьшее расстояние приблизится α -частица к этому ядру?

Д а н о:

$$v = 1,6 \cdot 10^7 \text{ м/с}$$

$$q = 2e$$

$$m_\alpha = 4 m_p$$

$$q_{\text{Na}} = 11e$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

$$r_0 = ?$$

Р е ш е н и е.

Систему ядро натрия— α -частица можно рассматривать как замкнутую и считать ее консервативной, тогда полная энергия частицы, движущейся в потенциальном поле точечного заряда,

$$E = \frac{mv^2}{2} + U = \text{const},$$

где $\frac{mv^2}{2}$ — кинетическая энергия,

U — потенциальная энергия частицы.

Потенциальная энергия частицы при бесконечном удалении ее от заряда, создающего поле, стремится к нулю (рис. 3.3).

Движение возможно до тех пор, пока частица обладает кинетической энергией, т. е. пока $E > U$ (см. рис. 3.3).

Кинетическая энергия α -частицы при приближении к ядру уменьшается. В начальный момент отношение скорости v к скорости света c таково, что $\beta^2 = \left(\frac{v}{c}\right)^2 \ll 1$, следовательно, в данном случае можно не учитывать релятивистский характер движения.

Наименьшее расстояние r_0 , на которое α -частица сможет подойти к ядру натрия, определится из условия:

$$E = U_{r_0},$$

т. е. когда вся кинетическая энергия частицы перейдет в потенциальную.

Но

$$U_{r_0} = \frac{q_\alpha q_{\text{Na}}}{4\pi\epsilon_0 r_0}; \quad \frac{mv^2}{2} = \frac{q_\alpha q_{\text{Na}}}{4\pi\epsilon_0 r_0},$$

или, учитывая данные задачи, получаем:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2e \cdot 11e}{r_0},$$

откуда

$$r_0 = \frac{11e^2}{\pi\epsilon_0 mv^2}.$$

Подстановка числовых данных в СИ дает:

$$r_0 = 6 \cdot 10^{-15} \text{ м.}$$

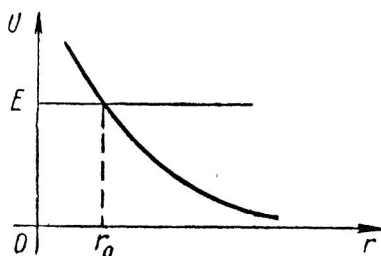


Рис. 3.3

2. Математическому маятнику с массой $m = 10^{-3}$ кг и периодом $T_1 = 1$ с сообщили заряд $q = -10^{-8}$ Кл. Маятник поместили в однородное электрическое поле, созданное плоским конденсатором, пластины которого расположены горизонтально. Период колебаний при этом уменьшился до $T_2 = 0,8$ с. Найдите силу, действующую на маятник со стороны электрического поля; направление электрического поля, разность потенциалов, соответствующую рассматриваемому случаю; плотность зарядов на пластинах. Известно, что расстояние между пластинами большой площади на $\Delta d = 1$ см больше длины нити маятника.

Д а н о:

Р е ш е н и е.

$$T_1 = 1 \text{ с}$$

$$m = 10^{-3} \text{ кг}$$

$$q = -10^{-8} \text{ Кл}$$

$$T_2 = 0,8 \text{ с}$$

$$\Delta d = 10^{-2} \text{ м}$$

Период колебаний маятника в отсутствие электрического поля $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_1}}$, где g_1 — ускорение, сообщаемое маятнику силой тяжести.

Отсюда

$$F — ? \quad U — ? \quad \sigma — ?$$

$$g_1 = \frac{4\pi^2 l}{T_1^2}. \quad (1)$$

При помещении маятника в электрическое поле его период изменится и ускорение g_2 будет определяться так:

$$g_2 = \frac{4\pi^2 l}{T_2^2}. \quad (2)$$

Изменение ускорения $\Delta g = g_2 - g_1$ произошло под действием электрического поля; следовательно, сила, действующая на маятник со стороны однородного электрического поля, равна:

$$F = m\Delta g. \quad (3)$$

На основании соотношений (1) и (2) получаем:

$$g_2 = \frac{T_1^2}{T_2^2} g_1; \quad \Delta g = g_1 \left(\frac{T_1^2}{T_2^2} - 1 \right) \quad (4)$$

и

$$F = mg_1 \left(\frac{T_1^2}{T_2^2} - 1 \right).$$

В результате действия электрического поля ускорение стало больше ускорения свободного падения; следовательно, эта сила направлена так же, как сила тяжести mg . Это возможно в том случае, когда отрицательный заряд $-q$ помещен в поле, напряженность которого направлена вертикально вверх.

Разность потенциалов U между пластинами плоского конденсатора равна:

$$U = Ed. \quad (5)$$

Из определения напряженности

$$E = \frac{F}{q}. \quad (6)$$

Длина маятника из уравнения (1) равна:

$$l_1 = \frac{T_1^2 g_1}{4\pi^2}.$$

Расстояние между пластинами

$$d = l_1 + \Delta d. \quad (7)$$

Подставляя (6) и (7) в уравнение (5), получим:

$$U = \frac{F}{q}(l_1 + \Delta d). \quad (8)$$

Напряженность поля плоского конденсатора

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}.$$

Отсюда

$$\sigma = E\epsilon\epsilon_0 = \frac{F}{q}\epsilon\epsilon_0. \quad (9)$$

Подстановка числовых данных в уравнения (4), (8), (9) дает следующие результаты:

$$F = 0,05 \text{ Н}; \quad U = 1,3 \cdot 10^6 \text{ В};$$

$$\sigma = 4,9 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}.$$

3. В простейшей двухэлектродной лампе катодом служит накаливаемая нить, натянутая вдоль оси цилиндра, являющегося анодом. Диаметр нити катода $d_1 = 0,1$ мм, диаметр цилиндра $d_2 = 10$ мм. Разность потенциалов между катодом и анодом $U = 91$ В. Начальная скорость электронов, покидающих катод, очень мала. Определите: а) ускорение и скорость электронов в точке, отстоящей от оси нити накала на расстоянии $r = 3,5$ мм; б) максимальную энергию, приобретенную электроном.

Д а н о:

$$d_1 = 10^{-4} \text{ м}$$

$$d_2 = 10^{-2} \text{ м}$$

$$r = 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$U = 91 \text{ В}$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

Р е ш е н и е.

а) По второму закону динамики ускорение тела в любой точке поля равно:

$$a = \frac{F}{m}.$$

Но $F = eE$, поэтому

$$a = \frac{eE}{m}. \quad (1)$$

Напряженность поля определяется зарядом катода. Катод можно принять за цилиндр, тогда

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{\tau}{r}, \quad (2)$$

где τ — линейная плотность заряда катода.

Для нахождения τ воспользуемся значением разности потенциалов на цилиндрическом конденсаторе:

$$U = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (3)$$

Отсюда

$$\tau = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 U}{\ln \frac{r_2}{r_1}}.$$

С учетом соотношений (2) и (3) для ускорения a получим выражение:

$$a = \frac{eU}{rm \ln \frac{r_2}{r_1}}. \quad (4)$$

Электрон попадает в ускоряющее поле, которое совершает работу по увеличению его кинетической энергии:

$$\Delta \left(\frac{mv^2}{2} \right) = e(\varphi_0 - \varphi_A),$$

где φ_A — потенциал в точке A ,
 φ_0 — потенциал катода.

Учитывая, что начальная скорость электронов мала, получим:

$$\frac{mv^2}{2} = e \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \ln \frac{r}{r_1}. \quad (5)$$

Подставим значение τ из (3), тогда

$$v^2 = \frac{2eU \ln \frac{r}{r_1}}{m \ln \frac{r_2}{r_1}}. \quad (6)$$

б) Максимальную энергию электрон получит, пройдя наибольшую разность потенциалов, т. е. при достижении анода:

$$W_{\text{макс}} = eU. \quad (7)$$

Проведем вычисления в СИ:

$$a = 10^{15} \text{ м/с}^2; v = 5,4 \cdot 10^6 \text{ м/с};$$

$$W_{\text{макс}} = 1,46 \cdot 10^{-17} \text{ Дж} = 91 \text{ эВ}.$$

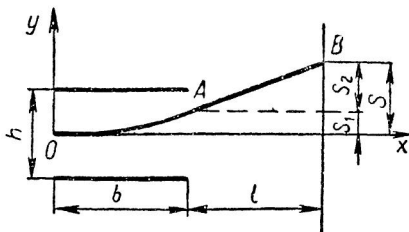


Рис. 3.4

4. В электроннолучевой трубке расстояние от конца управляющих горизонтальных пластин до экрана $l = 25$ см. Длина пластин $b = 6$ см, расстояние между ними $h = 1,8$ см. При разности потенциалов на отклоняющих пластинах $U = 50$ В светящееся пятно на экране смещается на $s = 21$ мм от места, где оно получается в отсутствие разности потенциалов (рис. 3.4). С какой скоростью электроны влетают в поле отклоняющих пластин? (Действие силы тяжести не учитывать.)

Д а н о:

$$l = 0,25 \text{ м}$$

$$b = 6,10^{-2} \text{ м}$$

$$h = 1,8 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$U = 50 \text{ В}$$

$$s = 2,1 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

$$v_0 - ?$$

Р е ш е н и е.

Электрон в электрическом поле отклоняющих пластин движется по параболе.

Сделаем допущение, что электрическое поле отклоняющих пластин однородно и за пределами пластин отсутствует. Выберем систему координат с началом в точке O . Движение электрона вдоль оси X равномерное, поэтому

$$t = \frac{x}{v_0}. \quad (1)$$

В момент попадания электрона в поле отклоняющих пластин $y_0 = 0$ и $v_{y0} = 0$. Уравнение движения на участке OA :

$$m\ddot{y} = eE = e \frac{U}{h}.$$

Откуда

$$m\dot{y} = e \frac{U}{h} t \text{ и } my = \frac{1}{2} e \frac{U}{h} t^2. \quad (2)$$

Заменив t его значением из (1), получаем:

$$y = \frac{1}{2} e \frac{U}{hm} \frac{x^2}{v_0^2}.$$

Отклонение, приобретенное на участке OA (при $x = b$, $y = s_1$):

$$s_1 = \frac{1}{2} e \frac{U}{hm} \frac{b^2}{v_0^2}. \quad (3)$$

На участке AB движение равномерное, прямолинейное:

$$s_2 = l \operatorname{tg} \alpha = l \left(\frac{dy}{dx} \right)_A; \quad \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2} e \frac{2xU}{hmv_0^2};$$

$$\left(\frac{dy}{dx} \right)_A = \frac{eUb}{hmv_0^2} \text{ и } s_2 = l \frac{eUb}{hmv_0^2}. \quad (4)$$

Тогда

$$s = s_1 + s_2.$$

$$s = \frac{eUb}{hmv_0^2} \left(\frac{1}{2} b + l \right);$$

откуда

$$v_0^2 = \frac{eUb}{mhs} \left(\frac{1}{2} b + l \right).$$

Подстановка числовых данных дает $v_0 = 2 \cdot 10^7$ м/с.

Задачи для самостоятельного решения

3.1. Какую нужно совершить работу, чтобы перенести точечный заряд $q = 4 \cdot 10^{-8}$ Кл из точки, находящейся на расстоянии 1 м, в точку, находящуюся на расстоянии 1 см от поверхности шара радиусом 2 см с поверхностной плотностью заряда 10^{-11} Кл/м²?

3.2. Какой полной энергией обладает электрон в атоме водорода, если исходить из теории Бора и принять радиус первой орбиты атома водорода $r = 5,3 \cdot 10^{-9}$ см?

3.3. Медленно движущийся электрон попадает в поле заряженного шара, радиус которого 10 см, заряд $q = 1,1 \cdot 10^{-5}$ Кл. Какую скорость будет иметь электрон, когда он достигнет поверхности шара? Считать, что начальное расстояние электрона от поверхности шара $l \gg r$.

3.4. Пылинка массой $4 \cdot 10^{-10}$ кг с зарядом 10^{-16} Кл попадает в поле заряженного шарика, имея скорость 10 см/с, направленную к центру шарика. На какое расстояние она сможет приблизиться к шару, заряд которого 10^{-9} Кл?

3.5. Даны три заряда $q_1 = q_2 = 2,5 \cdot 10^{-9}$ Кл и $q_3 = -5 \cdot 10^{-9}$ Кл. Первые два заряда находятся в вершинах при острых углах ромба, составленного из двух равносторонних треугольников со стороной $l = 0,25$ м, а третий расположен в вершине при одном из тупых углов ромба. Определите напряженность электрического поля в четвертой вершине ромба. Какая сила будет действовать на заряд $q_4 = -2 \cdot 10^{-9}$ Кл, если его поместить в эту вершину? Определите разность потенциалов между четвертой вершиной ромба и точкой пересечения его диагоналей, а также работу по перенесению заряда q_4 из четвертой вершины ромба в эту точку.

3.6. Положительные заряды $q_1 = 3 \cdot 10^{-5}$ Кл и $q_2 = 6 \cdot 10^3$ Кл находятся в вакууме на расстоянии 3 м друг от друга. Какую работу нужно совершить, чтобы сблизить заряды до расстояния в 0,5 м?

3.7. Заряженная частица, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U = 6 \cdot 10^5$ В, приобрела скорость 5400 км/с. Определите массу частицы, если ее заряд равен $2e$.

3.8. Два заряда $q_1 = +4 \cdot 10^{-7}$ Кл и $q_2 = -6 \cdot 10^{-7}$ Кл находятся на расстоянии 10 см друг от друга. Найдите: а) напряженность поля зарядов в той точке, где потенциал поля равен нулю; б) потенциал той точки поля, где напряженность равна нулю. (Точку считать расположенной на прямой, проходящей через заряды.)

3.9. Цилиндр радиусом 0,2 см и длиной 20 см равномерно заряжен; линейная плотность зарядов на цилиндре $\tau = 5 \cdot 10^{-5}$ Кл/м. Какова разность потенциалов между поверхностью цилиндра и точкой А, равноудаленной от концов цилиндра, если расстояние между точкой А и осью цилиндра: а) $r_1 = 2 \cdot 10^2$ м; б) $r_2 = 0,6$ см.

3.10. Расстояние между двумя металлическими пластинами, площадью 200 см^2 каждая, находящимися в керосине, равно 1 см. Заряд левой пластины $q_1 = 10^{-9}$ Кл, заряд правой $q_2 = 3 \cdot 10^{-9}$ Кл. Определите: а) напряженность поля непосредственно слева от левой пластины; б) напряженность поля между пластинами; в) разность потенциалов между пластинами; г) скорость, с которой электрон, случайно покинувший одну из пластин ($v_0 = 0$), достигнет другой пластины.

3.11. Электрон перемещается от одной пластины плоского конденсатора до другой. Разность потенциалов между пластинами 300 В; расстояние между ними 5 мм. Определите: а) скорость, с которой электрон достигает другой пластины; б) время его движения; в) поверхностную плотность заряда на пластинах. (Начальная скорость электрона мала; зависимость массы электрона от скорости не учитывать.)

3.12. Поверхность нагретой, отрицательно заряженной нити электрон покидает со скоростью $v_0 = 20$ м/с. Какую скорость он будет иметь на расстоянии $R = 2$ см от нее? Линейная плотность заряда нити $\tau = -2 \cdot 10^{-9}$ Кл/м, радиус нити $r = 0,5$ мм.

3.13. В разрядную трубку, заполненную газом под очень низким давлением, впаяны на расстоянии 10 см два плоских электрода: А (анод) и В (катод). Между электродами создана разность потенциалов $U = 5$ В. Из электрода А под действием света вырываются электроны со скоростью $v = 10^5$ м/с. Какое расстояние пройдут эти электроны, прежде чем начнут возвращаться к аноду? С какой скоростью электроны достигнут анода, если этим же светом освещать катод? Поле между электродами считать однородным.

3.14. Длинный цилиндр радиусом $R = 1$ см равномерно заряжен с линейной плотностью $\tau = 10^{-5}$ Кл/м. α -частица, попавшая в поле цилиндра, перемещается вдоль силовой линии от поверхно-

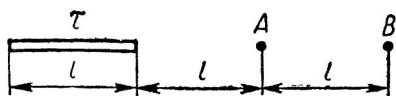


Рис. 3.5

сти цилиндра до точки, находящейся на расстоянии 4 см от его поверхности. Как при этом изменится энергия α -частицы?

3.15. Электрон с начальной скоростью $v_0 = 2 \cdot 10^8$ км/с движется вдоль однородного поля плоского конденсатора. Какова разность потенциалов на обкладках конденсатора, если электрон останавливается, пройдя путь $s = 1,5$ см. Расстояние между пластинами $h = 5$ см. Сколько времени будет двигаться электрон до остановки?

3.16. На отрезке прямого тонкого проводника равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = +10^{-8}$ Кл/см. Определите работу, которую нужно совершить, чтобы заряд $q = +1/3 \cdot 10^{-9}$ Кл перенести из точки B в точку A (рис. 3.5).

3.17. На расстоянии 5 см от бесконечно длинной заряженной нити радиусом 1 мм находится пылинка массой 10^{-9} кг с зарядом $q = 10^{-10}$ Кл. Электрическое поле перемещает ее ближе к нити на 2 см, при этом совершается работа $5 \cdot 10^{-6}$ Дж. Найдите: а) линейную плотность заряда нити; б) скорость заряда, долетевшего до нее. Считайте, что начальная скорость заряда пренебрежимо мала.

3.18. Диполь с электрическим моментом $p_e = 3 \cdot 10^{-10}$ Кл·м свободно устанавливается в однородном электрическом поле напряженностью $E = 1500$ В/см. Какую нужно совершить работу, чтобы повернуть диполь на 180° ?

3.19. Определите работу, которую нужно совершить, чтобы два диполя с электрическими моментами $p_e = 6,2 \cdot 10^{-30}$ Кл·м каждый, расположенные на одной прямой на расстоянии $r = 4 \cdot 10^{-10}$ м, отдалить друг от друга до расстояния, на котором силы взаимодействия диполей практически исчезают.

3.20. Пылинка массой 10^{-10} г взвешена в плоском конденсаторе с воздушным зазором 5 мм при разности потенциалов между пластинами 152 В. Под действием ультрафиолетовых лучей пылинка частично теряет заряд, и для восстановления ее равновесия приходится увеличить разность потенциалов между пластинами на 8 В. Сколько электронов потеряла пылинка?

3.21. Внутри конденсатора с вертикально расположенными пластинами падает пылинка. Вследствие сопротивления воздуха скорость ее падения постоянна и равна $v_1 = 2$ см/с. Расстояние между пластинами $d = 2$ см, масса и заряд пылинки $m = 2 \cdot 10^{-9}$ г, $q = 6,4 \cdot 10^{-17}$ Кл. Пылинка равно удалена от пластин. Через сколько времени после подачи на пластины разности потенциалов $U = 3 \cdot 10^8$ В пылинка достигнет одной из пластин? Какое расстояние она пройдет по вертикали? Как изменится результат, если конденсатор вакуумный (сопротивления движению пылинки нет)?

3.22. В зазор между пластинами плоского конденсатора влетает электрон, пройдя перед этим ускоряющее поле с разностью

потенциалов $2,6 \cdot 10^4$ В. Скорость электрона направлена параллельно пластинам конденсатора. Длина пластин 8 см; расстояние между ними 1 см. На сколько сместится электрон при выходе из зазора между пластинами, если разность потенциалов между ними 200 В?

3.23. Электрон влетел в плоский конденсатор, имея скорость $v = 10^7$ м/с, направленную параллельно пластинам. В момент вылета из конденсатора направление скорости электрона составило угол 35° с первоначальным направлением скорости. Определите разность потенциалов между пластинами, если длина пластин 10 см и расстояние между ними 2 см.

3.24. Электрон, получивший свою скорость под действием разности потенциалов $U = 5 \cdot 10^3$ В, попадает в середину между пластинами плоского конденсатора параллельно пластинам. Какую наименьшую разность потенциалов нужно приложить к конденсатору, чтобы электрон не вылетел из него? Длина конденсатора $b = 5$ см, расстояние между пластинами $d = 1$ см.

3.25. Пучок протонов, часть которых имеет скорость $v_1 = 10^7$ м/с, а другая часть — скорость $v_2 = 10^8$ м/с, попадает в однородное электрическое поле с напряженностью $E = 9000$ В/м; вектор скорости протонов перпендикулярен линиям напряженности поля. На флюоресцирующем экране, расположенном на расстоянии $l = 20$ см от места входа протонов в поле, получаются два пятна. Определите расстояние между пятнами. Изменение массы протонов от скорости не учитывать.

3.26. Определите чувствительность осциллографической трубки с электростатическим отклонением луча, если длина отклоняющих пластин 2 см, расстояние между ними 0,5 см, отклоняющее напряжение 1 В. Отклоняющие пластины расположены на расстоянии 20 см от экрана, напряжение, ускоряющее электроны, 900 В.

§ 4. ПРОВОДНИКИ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ*

ВОПРОСЫ

1. Незаряженный проводник помещен в однородное электрическое поле с напряженностью E_0 . Какова напряженность поля внутри проводника? Каким будет поле внутри заряженного проводника?

2. Два проводника, находящиеся в вакууме, несут разные по величине положительные заряды. Может ли существовать разность потенциалов между этими проводниками, если их привести в соприкосновение?

3. Чему равна работа по перемещению заряда q по поверхности проводника, потенциал которого φ ?

* Введение см. к § 2, 3.



Рис. 4.1

4. Как, имея отрицательно заряженный проводник, наэлектризовать положительным электричеством другой проводник, не меняя заряд первого?

5. Изобразите графически, как расположены эквипотенциальные поверхности и линии напряженности поля, существующего между металлическим заряженным шаром и заземленной проводящей плоскостью.

6. В пространство между пластинами воздушного конденсатора, заряженного до некоторой разности потенциалов, вносится проводник, на котором индуцируется заряд. Затем это пространство заполняется жидким диэлектриком. Изменится ли индуцированный на проводнике заряд? Рассмотреть случаи, когда конденсатор заполняется диэлектриком, будучи отключенным от источника ЭДС, и когда конденсатор остается соединенным с источником.

7. Имеется заряженный до некоторого положительного потенциала изолированный проводник. Приближим к нему на конечное расстояние заземленную проводящую плоскость. Как это отразится на потенциале проводника?

8. Почему при внесении незаряженного проводника в электрическое поле последнее искажается?

9. Может ли заряд с металлического шарика, заряженного до потенциала 1 В, полностью перейти на металлический шар, заряженный до потенциала 1000 В?

10. По оси металлической трубы, сужающейся на участке АВ (рис. 4.1), движется со скоростью \vec{v} заряженная частица. Изменится ли скорость частицы при прохождении сужения?

11. Всегда ли поверхностная плотность зарядов у заряженного металлического шара во всех точках одинакова?

12. Для того чтобы разрядить электроскоп, обычно прикасаются к его стержню пальцем. Всегда ли можно таким способом разрядить электроскоп?

13. В чем суть электростатической защиты?

14. Два металлических шара одинакового радиуса расположены друг от друга на расстоянии, соизмеримом с их радиусом. Одинаковой ли будет величина силы электростатического взаимодействия шаров, если оба шара заряжены одноименно или если они заряжены разноименно?

15. Внутри проводящей незаряженной сферы через достаточно маленькое отверстие внесен шарик с зарядом $+q$. Сфера на короткое время заземляется, затем шарик удаляется из сферы. Во время этих операций шарик со сферой не соприкасался. Каким будет заряд сферы после удаления шарика, где он распределен и каково поле внутри сферы и вне ее?

Примеры решения задач

1. Точечный заряд $q = 10^{-8}$ Кл находится на расстоянии $a = 3$ см от плоской металлической пластины, соединенной с землей. Определите силу взаимодействия между зарядом и пластиной.

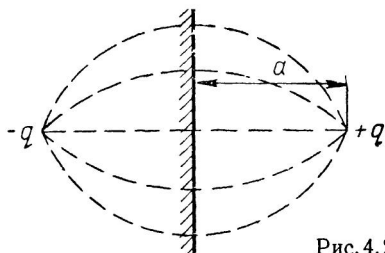


Рис. 4.2

Д а н о:

$$q = 10^{-8} \text{ Кл}$$

$$a = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$\epsilon = 1$$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \text{ Ф/м}$$

F — ?

Р е ш е н и е.

Для решения задачи используем метод зеркальных изображений, основанный на том, что при внесении проводящей заземленной пластины в поле точечного заряда на ней индуцируется заряд, равный данному заряду по величине, но противоположный ему по знаку (рис. 4.2). Сама пластина становится эквипотенциальной поверхностью нулевого потенциала. Действие такой пластины на заряд $+q$ можно заменить действием точечного заряда $-q$, являющегося зеркальным изображением заряда $+q$ в проводящей плоскости. Следовательно, силу взаимодействия между зарядом $+q$ и заземленной пластиной, находящимися на расстоянии a , можно приравнять силе взаимодействия точечных зарядов $+q$ и $-q$, разделенных расстоянием $2a$:

$$F = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{4a^2},$$

$$F = -2,5 \cdot 10^{-4} \text{ Н.}$$

Какой физический смысл имеет знак «—» перед полученным результатом?

2. Точечный заряд $q = 5 \cdot 10^{-9}$ Кл находится на расстоянии 3 см от проводящей заземленной стенки. а) Найдите поверхностную плотность заряда, индуцированного на стенке, в точке, ближайшей к заряду, и в точке, находящейся на расстоянии 5 см от заряда. б) Определите общую величину заряда, индуцированного на стенке.

Д а н о:

$$q = 5 \cdot 10^{-9} \text{ Кл}$$

$$a = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$b = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

σ_1 — ? σ_2 — ? q' — ?

Р е ш е н и е.

а) В точке 1, расположенной в непосредственной близости к поверхности проводника (рис. 4.3), поле должно создаваться точечным зарядом $+q$ и поверхностным зарядом, индуцированным на стенке:

$$\vec{E} = \vec{E}_q + \vec{E}';$$

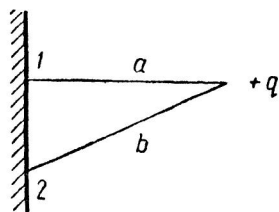


Рис. 4.3

$$E'_q = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a^2}; \quad E' = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0}.$$

Но поле внутри проводника равно нулю; следовательно,

$$\frac{q}{4\pi\epsilon_0 a^2} = -\frac{\sigma_1}{2\epsilon_0},$$

откуда

$$\sigma_1 = -\frac{q}{2\pi a^2}. \quad (1)$$

В точке 2 величина нормальной составляющей напряженности поля точечного заряда

$$E''_q = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 b^2} \cos \alpha, \quad E'' = \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0},$$

где

$$\cos \alpha = \frac{a}{b};$$

и следовательно,

$$\sigma_2 = -\frac{qa}{2\pi b^3}. \quad (2)$$

б) Заряд на кольце радиусом r и шириной dr , выделенном на рассматриваемой стенке:

$$dq = \sigma ds = -\frac{qa \cdot 2\pi r dr}{2\pi b^3}; \quad b^3 = \sqrt{(a^2 + r^2)^3},$$

поэтому

$$dq = -\frac{qardr}{(a^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (3)$$

Полный заряд на стенке q' получим после интегрирования выражения (3):

$$q' = -qa \int_0^{\infty} \frac{rdr}{(a^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{qa}{(a^2 + r^2)^{\frac{1}{2}}} \Big|_0^{\infty} = -q. \quad (4)$$

Таким образом, индуцированный заряд по величине равен заряду q и противоположен ему по знаку.

Вычисления дают:

$$\sigma_1 = -8,8 \cdot 10^{-7} \text{ Кл/м}^2;$$

$$\sigma_2 = -1,9 \cdot 10^{-7} \text{ Кл/м}^2;$$

$$q' = -5 \cdot 10^{-9} \text{ Кл.}$$

Задачи для самостоятельного решения

4.1. Точечные заряды $q_1 = 3 \cdot 10^{-8}$ Кл и $q_2 = 5 \cdot 10^{-8}$ Кл находятся на расстоянии $l = 4,6$ см друг от друга. Между ними на равных от них расстояниях помещена плоская, проводящая заземленная пластина толщиной $d = 0,6$ см. Заряды q_1 и q_2 расположены на прямой, перпендикулярной к поверхности пластины. Определите силу, действующую на пластину. Как изменится величина этой силы, если пластина будет толще? Как физически объяснить такую зависимость силы взаимодействия между зарядами от толщины пластины?

4.2. Докажите, что точечный заряд q и незаряженная заземленная стенка, находящаяся на расстоянии a от заряда, взаимодействуют с такой же по величине силой, как и два заряда q и $-q$, находящиеся на расстоянии $2a$ друг от друга.

4.3. Сравните работу, совершаемую при удалении одного из точечных зарядов $q_1 = 5 \cdot 10^{-8}$ Кл и $q_2 = -5 \cdot 10^{-8}$ Кл, находящихся на расстоянии $l = 2 \cdot 10^{-2}$ м друг от друга, в бесконечность, и работу, совершаемую при удалении в бесконечность заряда $q_1 = 5 \cdot 10^{-8}$ Кл, находящегося на том же расстоянии $l = 2 \cdot 10^{-2}$ м от заземленной проводящей стенки.

4.4. Внутри полый проводящей сферы радиусом r с зарядом Q через маленькое отверстие внесено заряженное тело с зарядом $-q$. Чему равен потенциал точки, находящейся на расстоянии $R > r$ от центра шара?

4.5. Центр незаряженного проводящего шара расположен на расстоянии l от точечного заряда q . Чему равен потенциал шара?

4.6. Точечный заряд $q = +2 \cdot 10^{-9}$ Кл расположен на расстоянии $l = 5$ см от проводящей заземленной стенки. Найдите напряженность поля в точке A , отстоящей от заряда q и от стенки на том же расстоянии l (рис. 4.4).

4.7. Как изменится напряженность поля точечного заряда на расстоянии a от него, если в непосредственной близости к этой точке поместить проводящую заземленную пластину?

4.8. Три изолированные проводящие пластины расположены параллельно друг другу на равных расстояниях $d = 1$ см (рис. 4.5).

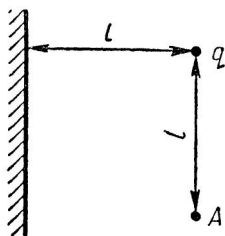


Рис. 4.4

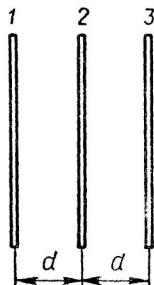


Рис. 4.5

Пластины 1 и 3 соединяют с источником ЭДС в 80 В, причем пластина 1 заземлена. Затем источник отключают, пластину 1 отсоединяют от земли, а пластину 2 заземляют.

Определите: а) разность потенциалов между пластинами 1, 2 и 2, 3; б) разность потенциалов между указанными парами пластин, если после отключения батареи сначала соединить с землей пластину 2, затем отключить от земли пластину 1, а затем и пластину 2; в) напряженность поля между пластинами, если будут проделаны операции, указанные в пунктах а) и б).

4.9. Три одинаковые пластины большой площади расположены параллельно друг другу на расстоянии 1 мм одна от другой. Заряды на пластинах распределены равномерно, поверхностные плотности равны: $\sigma_1 = +2 \cdot 10^{-6}$ Кл/м², $\sigma_2 = +4 \cdot 10^{-6}$ Кл/м² и $\sigma_3 = -6 \cdot 10^{-6}$ Кл/м². Определите разности потенциалов между пластинами и напряженности соответствующих полей.

§ 5. ДИЭЛЕКТРИКИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

1. Количественной мерой поляризации диэлектрика является вектор поляризации \vec{P}_e :

$$\vec{P}_e = \lim_{V \rightarrow 0} \left(\frac{1}{V} \sum_{i=1}^n \vec{p}_{ei} \right),$$

где n — число диполей, содержащихся в объеме V диэлектрика, а \vec{p}_{ei} — электрический момент i -го диполя.

2. Между вектором поляризации и напряженностью внешнего электрического поля существует следующая зависимость:

$$\vec{P}_e = \epsilon_0 \kappa \vec{E}$$

(здесь коэффициент κ — электрическая восприимчивость вещества или поляризуемость единицы объема диэлектрика).

3. Нормальная составляющая вектора поляризации равна поверхностной плотности связанных или поляризационных зарядов:

$$P_{en} = \sigma_p.$$

4. Связь векторов смещения \vec{D} , напряженности \vec{E} и поляризации \vec{P}_e выражается формулой:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}_e.$$

5. Относительная диэлектрическая проницаемость вещества и электрическая восприимчивость связаны уравнением

$$\epsilon = 1 + \kappa.$$

6. Если в электрическое поле плоского конденсатора, созданное зарядами, плотность которых на пластинах конденсатора σ , поместить плоскую пластину из диэлектрика с относительной диэлектрической проницаемостью ε , то плотность связанных зарядов на поверхностях пластины диэлектрика будет определяться выражением:

$$\sigma' = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \sigma.$$

7. Преломление линий напряженности и электрического смещения на границе двух диэлектриков описывается соотношениями:

$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}; \quad \frac{E_{1t}}{E_{2t}} = 1; \quad \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2};$$

$$\frac{D_{1n}}{D_{2n}} = 1; \quad \frac{D_{1t}}{D_{2t}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}.$$

8. Плотность энергии поляризованного диэлектрика

$$\omega_e = \frac{\varepsilon_0 (\varepsilon - 1)}{2} E^2.$$

ВОПРОСЫ

1. В чем состоит различие в поляризации диэлектриков с полярными и неполярными молекулами?

2. Плоский слой диэлектрика заряжен с постоянной объемной плотностью ρ . Как меняется напряженность поля в зависимости от расстояния от какой-либо точки слева от слоя? (Изобразить зависимость $E = f(l)$ графически.)

3. Шар из однородного диэлектрика заряжен с постоянной объемной плотностью. Изобразите графически зависимость напряженности электрического поля от расстояния до центра шара.

4. Чем отличаются друг от друга явления электростатической индукции в проводнике и поляризации диэлектрика?

5. Начертите приблизительное расположение линий индукции и эквипотенциальных поверхностей (отличающихся на постоянную разность потенциалов) в следующих случаях: а) металлический шарик, заряженный положительно, до половины погружен в керосин; б) между двумя пластинами заряженного плоского конденсатора помещен клин из парафина (рис. 5.1).

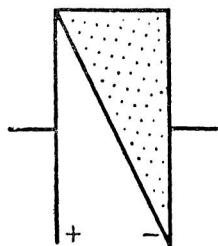


Рис. 5.1

Примеры решения задач

1. Металлическому изолированному шару радиусом $R = 10$ см сообщили заряд $Q = 5 \cdot 10^{-6}$ Кл, после этого поверхность шара покрыли слоем диэлектрика толщиной $h = 2$ см. Чему равна плотность наведенных зарядов на внутренней и внешней поверхностях слоя диэлектрика и полный наведенный заряд, если относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика $\epsilon = 2$?

Д а н о:

$$\begin{aligned} R &= 10 \text{ см} \\ Q &= 5 \cdot 10^{-6} \text{ Кл} \\ h &= 2 \text{ см} \\ \epsilon &= 2 \end{aligned}$$

Р е ш е н и е.

По теореме Остроградского — Гаусса вектор электрического смещения в любой точке диэлектрика:

$$\vec{D} = \frac{Q}{4\pi r^3} \vec{r}, \quad (1)$$

$$\begin{array}{l} \sigma'_1 \text{ — ?} \quad \sigma'_2 \text{ — ?} \\ Q' \text{ — ?} \end{array}$$

где r — радиус гауссовой поверхности, или

$$D = \frac{Q}{4\pi r^2}$$

(это справедливо и для внутренней поверхности диэлектрического слоя).

С другой стороны, вектор электрического смещения и вектор поляризации \vec{P}_e связаны соотношением:

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}_e,$$

откуда

$$\vec{P}_e = \frac{(\epsilon - 1)}{\epsilon} \frac{Q}{4\pi r^2} \frac{\vec{r}}{r}.$$

С учетом равенства (1) получаем:

$$\vec{P}_e = \frac{(\epsilon - 1)}{\epsilon} \frac{Q}{4\pi r^2} \frac{\vec{r}}{r}.$$

Но нормальная составляющая вектора поляризации численно равна плотности наведенных зарядов:

$$\sigma' = (\vec{P}_e \vec{n}).$$

В случае шаровой поверхности $\vec{P}_e \parallel \vec{n}$ и $P_e = \sigma'$. Следовательно, для внутренней поверхности диэлектрика имеем:

$$\sigma'_1 = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \frac{Q}{4\pi R^2};$$

а для внешней:

$$\sigma'_2 = \frac{(\epsilon - 1)}{\epsilon} \cdot \frac{Q}{4\pi (R + h)^2}.$$

Наведенный заряд один и тот же и на внутренней и на внешней поверхности слоя диэлектрика:

$$Q'_1 = Q'_2.$$

$$Q' = \frac{Q(\epsilon - 1)}{\epsilon}.$$

Подставляя данные задачи, получаем:

$$\sigma'_1 = 2,5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2};$$

$$\sigma'_2 = 1,38 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2};$$

$$Q' = Q'_1 = Q'_2 = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ Кл.}$$

Задачи для самостоятельного решения

5.1. Определите плотность связанных зарядов на поверхностях слюдяной пластинки толщиной 0,2 мм, служащей изолятором в плоском конденсаторе, заряженном до напряжения 400 В.

5.2. У поверхности фарфоровой пластинки напряженность поля в воздухе 200 В/см и образует с нормалью к поверхности угол 40° . Определите: а) угол между направлением поля и нормалью к пластинке внутри пластинки; б) напряженность поля в фарфоре; в) плотность фиктивных зарядов на границе фарфор — воздух.

5.3. В керосине на глубине $h = 3$ см от свободной поверхности находится точечный заряд $q = +17 \cdot 10^{-9}$ Кл. Определите: а) плотность связанных зарядов на поверхности керосина над зарядом и на расстоянии $r = 5$ см от заряда; б) общую величину связанного заряда на поверхности керосина.

5.4. Одной из горизонтально расположенных пластинок сообщили заряд $+2 \cdot 10^{-7}$ Кл, другой — заряд $-2 \cdot 10^{-7}$ Кл. Пластинки расположены так близко, что поле между ними можно считать однородным. Нижняя пластинка погружена в жидкий диэлектрик ($\epsilon = 3$). Площадь пластинок 300 см². Определите силы, действующие на каждую из пластинок и на поверхность жидкости.

5.5. На рисунке 5.2 изображена оболочка сферической формы из диэлектрика ($\epsilon = 2$) с постоянной объемной плотностью заряда $\rho = 1 \cdot 10^{-6}$ Кл/м³, $R_1 = 10$ см, $R_2 = 20$ см. Изобразите на графике зависимость $E = f(r)$ ($0 \leq r \leq 30$ см).

5.6. В однородное электрическое поле с напряженностью $E_0 = 10$ В/м вносится стеклянная пластинка так, что угол между \vec{E}_0 и нормалью к пластинке $\alpha_1 = 30^\circ$. Определите: а) напряженность E_2 поля в пластинке и угол между направлением \vec{E}_2 и нормалью к пластинке; б) плотность связанных зарядов σ' , возникших на поверхности пластинки.

5.7. Внутри шара из изотропного диэлектрика с $\epsilon = 7$ создано однородное электрическое поле с напряженностью $E = 100$ В/см.

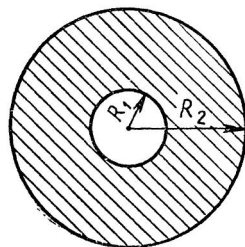


Рис. 5.2

Какова максимальная поверхностная плотность связанных зарядов $\sigma'_{\text{макс}}$?

5.8. Тело в форме куба из диэлектрика с $\epsilon = 40$ (керамика) заряжено с объемной плотностью заряда $\rho = 10^{-8}$ Кл/см³. Ребро куба 10 см. Определите напряженность электрического поля на расстоянии 3 см от центра куба.

§ 6. ЕМКОСТЬ КОНДЕНСАТОРА. ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

1. Емкости плоского, цилиндрического и сферического конденсаторов определяются по формулам:

$$C_{\text{пл}} = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d};$$

$$C_{\text{ц}} = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 l}{\ln \frac{R_2}{R_1}};$$

$$C_{\text{сф}} = \frac{4\pi\epsilon\epsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1},$$

где S — площадь пластин,

d — расстояние между пластинами,

l — длина цилиндрического конденсатора,

R_1 и R_2 — радиусы цилиндров (радиусы сферических обкладок конденсаторов).

2. Емкость уединенного шара

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R.$$

3. Емкость батареи конденсаторов при параллельном соединении:

$$C = \Sigma C_i;$$

при последовательном соединении:

$$C = \frac{1}{\Sigma \frac{1}{C_i}}.$$

4. Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2};$$

5. Плотность энергии электрического поля

$$w = \frac{DE}{2}.$$

ВОПРОСЫ

1. Два проводящих шара различного диаметра приводят в соприкосновение и заряжают. Затем их отводят на значительное расстояние. Будут ли они иметь при этом одинаковые потенциалы?

2. Как находят емкость конденсатора, если между его обкладками расположено несколько различных диэлектрических слоев?

3. Чем отличаются явления в следующих случаях: емкость конденсатора изменяют (изменяя расстояние между обкладками или удаляя диэлектрик) а) после отключения конденсатора от источника напряжения; б) не отключая конденсатор от источника напряжения?

4. Диэлектрические проницаемости вещества заметно изменяются при повышении температуры (обычно убывают). Предположим, что заряженный конденсатор охлаждают, вследствие чего его энергия уменьшается. Куда «исчезает» избыток энергии?

5. Как изменится емкость плоского конденсатора, если между его пластинами поместить проводящую пластинку пренебрежимо малой толщины? Как будет влиять на изменение емкости конденсатора относительное положение введенной пластинки? Будет ли влиять на изменение емкости конденсатора толщина введенной пластинки?

6. Как изменится емкость плоского конденсатора, если между его пластинами поместить: а) слой металла, заполняющего половину пространства между пластинами; б) такой же толщины слой диэлектрика?

7. В заряженный конденсатор вставляют край пластины из диэлектрика. Что произойдет, если пластину предоставить самой себе (трение не учитывать)?

8. Всегда ли электрические емкости двух одинаковых изолированных от земли проводников одинаковы?

9. Воздушный конденсатор заряжают до некоторой разности потенциалов и в заряженном состоянии заливают керосином. Почему и во сколько раз уменьшается энергия конденсатора?

10. Плоский воздушный конденсатор после зарядки отключают от источника напряжения и погружают в керосин. Что произойдет с энергией конденсатора? Нет ли здесь нарушения закона сохранения энергии?

Примеры решения задач

1. Найти емкость земного шара.

Д а н о:

Р е ш е н и е.

$$R = 637 \cdot 10^4 \text{ м}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$$

$$C = ?$$

Земной шар можно считать проводником. Емкость изолированного проводящего шара может быть рассчитана по формуле сферического конденсатора, у которого радиус внешней обкладки стремится к бесконечности:

$$C = 4\pi\epsilon_0 R.$$

2. Покажите, что при малой толщине изолирующего слоя емкость сферического конденсатора можно рассчитать по формуле емкости плоского конденсатора.

Д а н о:

$$\frac{r_1 \rightarrow r_2}{C_{сф} = C_{пл}}$$

Р е ш е н и е.

Емкость плоского конденсатора

$$C_{пл} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d},$$

где d — расстояние между пластинами.

Емкость сферического конденсатора

$$C_{сф} = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_1 r_2}{r_2 - r_1},$$

где r_2 и r_1 — радиусы внешней и внутренней сфер ($r_2 - r_1 = d$).

Так как $r_1 \rightarrow r_2$, то их можно заменить каким-то одним радиусом r , тогда

$$C_{сф} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 4\pi r^2}{d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} = C_{пл}.$$

3. Вычислите общую емкость системы конденсаторов (рис. 6.1). $C_1 = 2 \cdot 10^{-6}$ Ф, $C_2 = 1 \cdot 10^{-6}$ Ф; напряжение подводится к точкам A и B .

Д а н о:

$$C_1 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$C_2 = 1 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$C_{AB} = ?$$

Р е ш е н и е.

Заменяем данную схему эквивалентной (рис. 6.2), где $C_{x_1} = \frac{C_1}{3}$.

Упрощая дальше, получим схему (рис. 6.3), где

$$C_{x_2} = \frac{C_1}{3} + C_2 = \frac{C_1 + 3C_2}{3}.$$

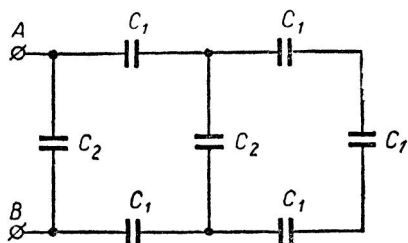


Рис. 6.1

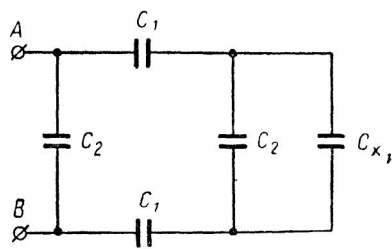


Рис. 6.2

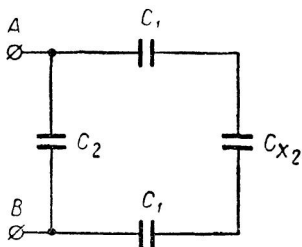


Рис. 6.3

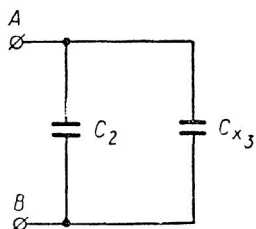


Рис. 6.4

Теперь всю цепь можно представить в виде двух параллельно соединенных конденсаторов (рис. 6.4), где

$$C_{x_3} = \frac{C_1(C_1 + 3C_2)}{5C_1 + 6C_2}.$$

Тогда

$$C = C_2 + C_{x_3} = \frac{3C_1C_2 + C_1^2}{5C_1 + 6C_2} + C_2 = \frac{8C_1C_2 + 6C_2^2 + C_1^2}{5C_1 + 6C_2}.$$

4. Пять конденсаторов одинаковой емкости соединены последовательно в батарею. Параллельно одному из конденсаторов подключен статический вольтметр, емкость которого в два раза меньше емкости каждого конденсатора. Вольтметр показывает 500 В. Какова разность потенциалов на всей батарее?

Д а н о:

$$n = 5$$

$$C_V = \frac{C}{2}$$

$$U_1 = 500 \text{ В}$$

$$U = ?$$

Р е ш е н и е.

Найдем емкость конденсатора и параллельно соединенного с ним вольтметра:

$$C_1 = C + \frac{C}{2} = \frac{3}{2} C.$$

Тогда емкость всей батареи конденсаторов и вольтметра можно подсчитать, пользуясь соотношением:

$$\frac{1}{C_6} = \frac{4}{C} + \frac{2}{3C} = \frac{14}{3C},$$

откуда

$$C_6 = \frac{3}{14} C.$$

Заряд на системе конденсатор — вольтметр $Q = C_1 U_1$, но при последовательном соединении этот заряд будет и на всей батарее. Следовательно, разность потенциалов на батарее

$$U = \frac{Q}{C_6} = \frac{C_1 U_1}{C_6} = \frac{3C U_1 \cdot 14}{2 \cdot 3C} = 7U_1.$$

Подставляя данные задачи, получим:

$$U = 3500 \text{ В.}$$

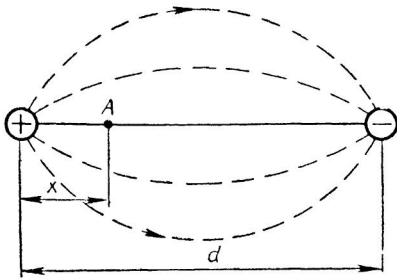


Рис. 6.5

5. Два параллельных цилиндрических провода радиусом $r = 0,5$ мм расположены так, что расстояние между их осями $d = 10$ см. Найдите емкость единицы длины такой системы (система находится в воздухе).

Д а н о:

$$r = 0,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

$$d = 10^{-1} \text{ м}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$$

$$C_1 - ?$$

Р е ш е н и е.

Так как $d \gg r$, то можно считать, что заряды распределены по поверхности проводников равномерно (рис. 6.5).

Напряженность в точке A , находящейся на расстоянии x от положительно заряженного провода

$$E = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{x} + \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{(d-x)},$$

где q_1 — заряд, приходящийся на единицу длины каждого провода.

Разность потенциалов между проводами

$$U = \int_r^{d-r} E dx = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \left[\int_r^{d-r} \frac{dx}{x} + \int_r^{d-r} \frac{dx}{d-x} \right] =$$

$$= \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \left[\ln \frac{d-r}{r} - \ln \frac{r}{d-r} \right] = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{d-r}{r} \right)^2 = \frac{q_1}{\pi\epsilon_0} \ln \frac{d}{r}.$$

Емкость каждой единицы длины такой системы проводов равна:

$$C_1 = \frac{q_1}{U} = \frac{q_1 \pi \epsilon_0}{q_1 \ln \frac{d}{r}} = \frac{\pi \epsilon_0}{\ln \frac{d}{r}}.$$

Вычисления приводят к результату:

$$C_1 = 3,7 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}.$$

6. На плоский воздушный конденсатор подается разность потенциалов $U = 2$ кВ. Размеры пластин 40×60 см, расстояние между ними $d = 0,5$ см. После зарядки конденсатор отключают от источника и затем раздвигают его обкладки так, что расстояние между ними увеличивается вдвое. Определите: а) работу по раздвижению обкладок; б) плотность энергии электрического поля до и после раздвижения обкладок.

Д а н о:

$$S = 0,24 \text{ м}^2$$

$$d = 5,10^{-3} \text{ м}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$$

$$U = 2 \text{ кВ}$$

$$A \text{ —? } w_1 \text{ —? } w_2 \text{ —?}$$

Р е ш е н и е.

Работа по раздвижению пластин равна изменению энергии заряженного конденсатора:

$$A = W_2 - W_1. \quad (1)$$

Энергия конденсатора может быть выражена как

$$W_1 = \frac{C_1 U_1^2}{2} \text{ и } W_2 = \frac{C_2 U_2^2}{2}. \quad (2)$$

Так как конденсатор был отключен от источника, то заряд на его обкладках не изменялся, т. е.

$$C_1 U_1 = C_2 U_2. \quad (3)$$

Емкость конденсатора при первом положении обкладок

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{d}.$$

При раздвижении обкладок

$$C_2 = \frac{\epsilon_0 S}{2d}.$$

Тогда на основании соотношения (3)

$$U_2 = \frac{U_1 C_1}{C_2} = 2U_1.$$

Следовательно, работа по раздвижению обкладок

$$A = W_2 - W_1 = \frac{1}{2} (U_2^2 C_2 - U_1^2 C_1) = \frac{1}{2} (4U_1^2 \frac{C_1}{2} - U_1^2 C_1) = \frac{1}{2} U_1^2 C_1;$$

$$A = 84 \cdot 10^{-5} \text{ Дж.}$$

Плотность энергии электрического поля рассчитывается по формуле

$$w = \frac{\epsilon_0 E^2}{2}.$$

Плотность энергии поля до раздвижения пластин

$$w_1 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{U_1^2}{d_1^2}.$$

Плотность энергии поля после раздвижения пластин

$$w_2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{U_2^2}{d_2^2}, \text{ но } U_2 = 2U_1, \text{ а } d_2 = 2d_1,$$

поэтому

$$w_2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{U_1^2}{d_1^2},$$

т. е. плотность энергии не изменилась.

Задачи для самостоятельного решения

6.1. Два проводящих шара диаметром $d_1 = 0,1$ мм и $d_2 = 0,3$ м каждый соединяются проводником. До соединения на шарах находились заряды $q_1 = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл и $q_2 = 3 \cdot 10^{-8}$ Кл. Каким будет потенциал шаров после их соединения?

6.2. На капельке ртути радиусом 10^{-3} м находится заряд $q = 0,7 \cdot 10^{-13}$ Кл. Десять таких капелек сливаются в одну большую каплю. Определите потенциал этой капли.

6.3. Два одинаковых металлических диска диаметром 0,1 м расположены параллельно друг другу и разделены парафинированной бумагой толщиной $2 \cdot 10^{-4}$ м. Диски сдвинуты так, что центр одного из них находится против края другого (рис. 6.6). Определите емкость такой системы.

6.4. Кружки из металлической фольги и парафинированной бумаги толщиной по 0,1 мм каждый и диаметрами 2, 3, 4, 5 и 6 см наложены друг на друга (рис. 6.7, черным показаны металлические кружки). Определите емкость такой системы.

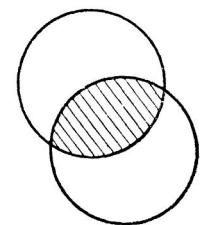


Рис. 6.6

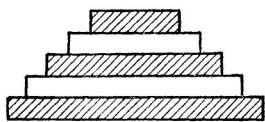


Рис. 6.7

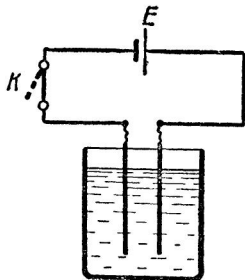


Рис. 6.8

6.5. Батарея из двух последовательно соединенных конденсаторов с емкостями $C_1 = 300$ пФ и $C_2 = 500$ пФ заряжена до разности потенциалов 12 000 В. Определите: а) разность потенциалов на первом и втором конденсаторах; б) количество электричества на обкладках.

6.6. Плоский конденсатор помещен в стеклянный сосуд и подключен к источнику тока (рис. 6.8) с ЭДС $E = 12$ В. Площадь пластин конденсатора $S = 10^{-2}$ м², расстояние между ними $d = 10^{-3}$ м. Определите величину зарядов на пластинах конденсатора в следующих случаях: а) ключ K размыкают и банку заливают трансформаторным маслом ($\epsilon = 2,2$); б) банку заливают маслом, а потом замыкают ключ K . Как будет меняться напряженность поля в конденсаторе при заливании масла в этих двух случаях?

6.7. Пробивное напряжение для прессшпана толщиной 1 мм равно 18 000 В. Два конденсатора с изолирующим слоем из такого прессшпана соединены последовательно. Емкости конденсаторов равны соответственно 1100 и 400 пФ. Будет ли эта система пробита, если подать на нее разность потенциалов 30 000 В?

6.8. Определите емкость плоского конденсатора, между обкладками которого

находится стекло ($d_1 = 10^{-4}$ м), покрытое с обеих сторон слоем парафина толщиной $d_2 = 0,2 \cdot 10^{-4}$ м. Площадь обкладок конденсатора $S = 0,02$ м².

6.9. Две плоские пластинки площадью $S = 200$ см² каждая, заряженные равными по величине зарядами, притягиваются в керосине с силой $F = 2,5 \cdot 10^{-2}$ Н. Расстояние между пластинками очень мало. Определите находящиеся на них заряды.

6.10. Найдите емкость сферического конденсатора, состоящего из двух concentрических сфер радиусами $R_1 = 0,01$ м и $R_2 = 0,0105$ м. Пространство между сферами заполнено маслом ($\epsilon = 4,5$). Какого радиуса должен быть изолированный шар, чтобы он имел емкость, равную емкости рассматриваемого конденсатора?

6.11. При изучении фотоэлектрических явлений используют сферический конденсатор, состоящий из центрального катода — металлического шарика диаметром $d_1 = 1,5 \cdot 10^{-4}$ м и анода — внутренней поверхности сферической колбы диаметром $d_2 = 0,11$ м, посеребренной изнутри. Найдите емкость такого конденсатора.

6.12. На проводящем шаре диаметром $d = 0,6$ см находится заряд $q = 2 \cdot 10^{-8}$ Кл. Шар погрузили в керосин. Определите плотность энергии электрического поля в точках, отстоящих от центра шара на расстояниях 2 и 4 см. (При решении задачи считать, что шар расположен на значительном расстоянии от стенок сосуда.)

6.13. Плоский конденсатор переменной емкости, площадь пластин которого 200 см², заряжен до разности потенциалов $U = 500$ В. Затем одну из пластин конденсатора сдвинули так, что при неизменном расстоянии между пластинами емкость конденсатора уменьшилась в $n = 4$ раза. Определите работу, затраченную на смещение пластины, если расстояние между пластинами $0,2$ см. Какой будет произведенная работа, если уменьшение емкости происходило без отключения конденсатора от источника? Как изменится энергия в первом и втором случае?

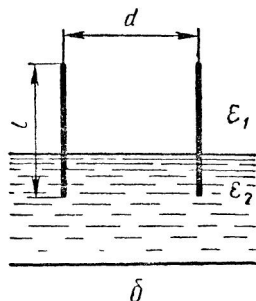
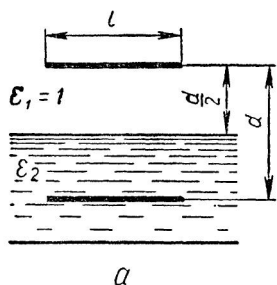


Рис. 6.9

6.14. Плоский конденсатор при горизонтальном расположении его пластин наполовину погружен в жидкий диэлектрик (рис. 6.9, а). Какую часть пластин конденсатора следует погрузить в тот же диэлектрик при вертикальном положении пластин (рис. 6.9, б), чтобы в обоих случаях емкость конденсатора была одной и той же?

Определите соотношение между напряженностями электрических полей в воздухе и в диэлектрике: а) при горизонтальном расположении пластин; б) при вертикальном.

6.15. Разность потенциалов $U = 60$ кВ на батарее из 5 последовательно соединенных конденсаторов емкостью $C = 400$ пФ каждый поддерживают постоянной. При этом один из конденсаторов пробивается. Определите: а) изменение энергии батареи; б) работу разряда; в) работу источника напряжения.

6.16. Два конденсатора, емкости которых $C_1 = 600$ пФ и $C_2 = 1000$ пФ, соединены последовательно. Батарею заряжают до разности потенциалов $U = 20$ кВ. Затем конденсаторы не разряжая соединяют параллельно. Определите работу разряда, происходящего при этом переключении.

6.17. Два одинаковых воздушных конденсатора емкостью $C = 800$ пФ каждый заряжены до разности потенциалов $U = 900$ В. Один из конденсаторов погружают в заряженном состоянии в керосин, после чего конденсаторы соединяют параллельно. Определите работу происходящего при этом разряда.

6.18. Между пластинами плоского конденсатора площадью $S = 500$ см² находится металлическая пластинка такой же площади. Расстояние между обкладками конденсатора $d = 5$ см, толщина пластинки $d_1 = 1$ см. Какую работу нужно совершить, чтобы извлечь эту пластинку из конденсатора, если он подключен к источнику, дающему напряжение $U = 100$ В?

6.19. На плоский воздушный конденсатор с площадью пластин $S = 80 \times 60$ см и с расстоянием между ними $d = 1$ см подана разность потенциалов $U = 6$ кВ. Затем расстояние между пластинами увеличили до 2 см (без отключения конденсатора от источника напряжения). Определите работу по раздвижению пластин и объемную плотность энергии электрического поля до и после раздвижения пластин.

6.20. На систему конденсаторов (рис. 6.10) подано напряжение $U = 200$ В. Заряд, сообщенный системе, оказался равным $q = 6 \cdot 10^{-4}$ Кл. Емкости конденсаторов $C_1 = 4$ мкФ, $C_2 = 8$ мкФ. Определите емкость конденсатора C_3 и энергию каждого конденсатора.

6.21. Плоский конденсатор имеет в качестве изолирующего слоя стеклянную пластинку толщиной $d = 2$ мм и площадью $S = 300$ см². Конденсатор заряжен до разности потенциалов $U = 100$ В, после чего отключен от источника напряжения. Определите работу, которую нужно совершить, чтобы вынуть стеклянную пластинку из конденсатора (трение не учитывать).

6.22. Конденсаторы соединены в батарее (рис. 6.11, а и б). Каковы емкости этих батарей? Покажите, что емкости этих батарей равны, если выполняется условие:

$$\frac{C_1}{C_3} = \frac{C_2}{C_4}$$

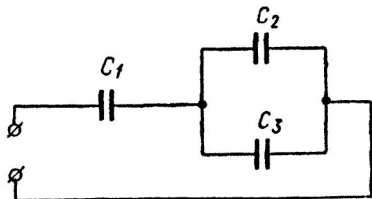


Рис. 6.10

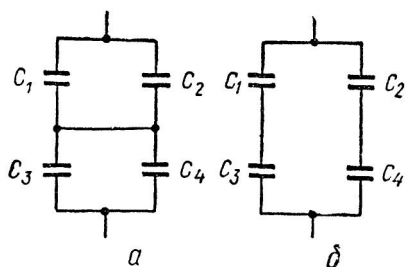


Рис. 6.11

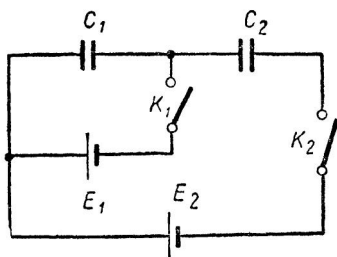


Рис. 6.12

6.23. Два конденсатора емкостью C_1 и C_2 и два источника с ЭДС E_1 и E_2 соединяются так, как показано на рисунке 6.12. Сначала замыкают ключ K_1 , затем его размыкают и замыкают ключ K_2 . Какими станут разности потенциалов на конденсаторах после замыкания ключа K_2 ? Как изменится энергия заряженных конденсаторов после размыкания ключа K_1 и замыкания ключа K_2 ?

6.24. Конденсаторы C_1 и C_2 подключаются к источнику ЭДС E (рис. 6.13). Вначале переключатель находится в положении 1, так что заряжается конденсатор C_1 , затем переключатель занимает положение 2. Как при этом изменится энергия системы конденсаторов? Рассмотрите случаи: $C_1 = C_2$; $C_1 > C_2$; $C_1 < C_2$.

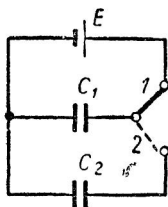


Рис. 6.13

6.25. Конденсатор емкостью C заряжается от источника постоянной ЭДС через сопротивление R . С каким КПД происходит процесс зарядки?

6.26. Принимая протон и электрон, из которых состоит атом водорода, за точечные заряды, находящиеся на расстоянии $l = 5 \cdot 10^{-9}$ см, найдите плотность энергии электрического поля на середине расстояния между ними.

§ 7. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

1. Связь между током и зарядом:

$$I = \frac{dq}{dt},$$

где dq — заряд, переносимый через сечение проводника,
 dt — время прохождения заряда.

2. Плотность тока:

$$j = \frac{dI}{dS}.$$

3. Закон Ома в дифференциальной форме описывает процесс в каждой точке проводника:

$$\vec{j} = \gamma \vec{E},$$

где γ — удельная проводимость проводника.

Закон Ома в интегральной форме для участка цепи, не содержащего ЭДС:

$$I = \frac{U}{R} = GU,$$

где R — сопротивление участка,

G — проводимость.

4. Сопротивление проводника:

$$R = \rho \frac{l}{S} = \frac{l}{\gamma S}$$

(здесь ρ — удельное сопротивление вещества проводника, γ — удельная проводимость).

5. Закон Джоуля — Ленца (мощность, потребляемая на участке цепи):

$$N = I^2 R.$$

Если других эффектов, кроме нагревания проводников, не возникает, то мощность может быть выражена формулой:

$$N = IU = \frac{U^2}{R}.$$

6. Соединение проводников:

при последовательном соединении общее сопротивление

$$R_{\text{пс}} = \Sigma R_i;$$

при параллельном соединении общее сопротивление определяется из формулы

$$\frac{1}{R_{\text{пр}}} = \Sigma \frac{1}{R_i}.$$

7. Зависимость удельного сопротивления проводников от температуры выражается формулой

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t),$$

где ρ_0 — удельное сопротивление при 0°C , α — температурный коэффициент сопротивления (для металлов $\alpha \approx 4,3 \cdot 10^{-3} \text{C}^{-1}$, для электролитов и полупроводников температурный коэффициент α отрицателен).

8. Для поддержания тока в цепи необходимо наличие сторонних сил, причем циркуляция вектора напряженности сторонних сил

$$\oint \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l} \neq 0.$$

9. Закон Ома для участка цепи, содержащего источник сторонних сил:

$$I = \frac{U + E_{\text{ст}}}{R + r}.$$

$E_{\text{ст}} > 0$, если источник способствует протеканию тока по данному участку, и $E_{\text{ст}} < 0$, если он препятствует протеканию тока.

10. Разветвленные цепи рассчитывают по правилам Кирхгофа:

- 1) для узла $\sum I_i = 0$;
- 2) для произвольного замкнутого контура

$$\sum E_k = \sum I_i R_i + \sum I_k r_k.$$

11. Заряд конденсатора в процессе его зарядки (разрядки) изменяется на величину

$$\Delta q = CE \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right] \text{ (зарядка);}$$

$$\Delta q = CE \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \text{ (разрядка),}$$

где $\tau = RC$ — время релаксации;

R — сопротивление, через которое происходит зарядка (разрядка) конденсатора.

ВОПРОСЫ

1. Ток идет по проводнику, форма которого показана на рисунке 7.1. Одинакова или различна напряженность поля в местах с узким и с широким сечением?

2. Вольфрам имеет положительный температурный коэффициент сопротивления, а уголь — отрицательный. Сравните, как изменяется ток в лампах с вольфрамовым и с угольным волоском при их включении.

3. Покажите, что если на участке цепи с сопротивлением R , по которому идет ток I , возникают какие-то другие эффекты, кроме нагревания проводников, то мощность, потребляемая от источника тока, не может быть рассчитана по формуле $N = UI$, где U — разность потенциалов на рассматриваемом участке.

4. Почему сопротивление амперметра должно быть мало по сравнению с сопротивлением цепи, а сопротивление вольтметра велико по сравнению с сопротивлением участка, на котором измеряется напряжение?

5. Цепь постоянного тока состоит из гальванического элемента, некоторого сопротивле-



Рис. 7.1

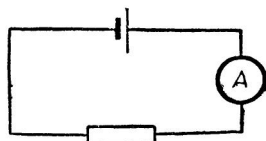


Рис. 7.2

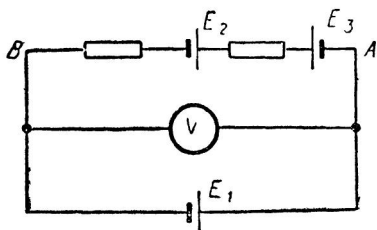


Рис. 7.3

ния и амперметра (рис. 7.2). Для существования тока в такой цепи необходимы сторонние силы, причем

$$\oint \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l} \neq 0.$$

Покажите, на каких участках приведенной цепи произведение $\vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l}$ отлично от нуля.

6. Разность потенциалов на участке AB измеряется вольтметром (рис. 7.3). $E_1 > E_2 > E_3$. Какие знаки должны быть у E_2 и E_3 при записи закона Ома для данного участка?

7. Изобразите графически зависимости от внешнего сопротивления полезной мощности, полной мощности в цепи, мощности, рассеиваемой внутри источника, и КПД источника.

8. В каком случае источники выгодно включать в цепь последовательно и в каком параллельно?

9. Нужно измерить неизвестное сопротивление R_x . Как это сделать, если имеется источник E , вольтметр и амперметр, но внутренние сопротивления источника и измерительных приборов неизвестны?

10. На нагрузке $R = 10^3$ Ом нужно менять напряжение от 0 до 100 В. Какой реостат целесообразно выбрать в качестве потенциометра?

11. Изобразите графически распределение потенциала вдоль простейшей электрической цепи (см. рис. 7.2) и, пользуясь этим распределением, выведите закон Ома для полной цепи.

12. На рисунке 7.4, a , b графически представлено распределение потенциалов в цепи гальванического элемента. В каком случае элемент замкнут и в каком разомкнут?

13. Запишите закон Ома для участка цепи AB (рис. 7.5, a , b) и начертите графики изменения потенциала точек участков цепи для этих двух случаев.

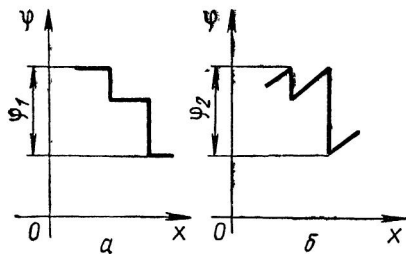


Рис. 7.4

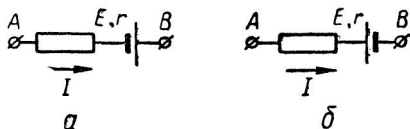


Рис. 7.5

14. Выгодно ли добиваться такого использования гальванического элемента, при котором его КПД будет близок к единице?

15. На рисунке 7.6 схематически показан гальванический элемент, замкнутый на сопротивление R . Параллельно им подключен вольтметр. Сопротивление вольтметра много больше сопротивления R . Как будут меняться ЭДС элемента и показания вольтметра, если электроды элемента постепенно вынимать из электролита?

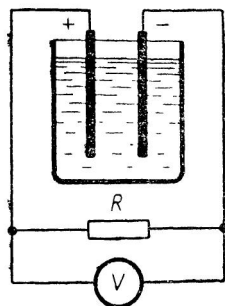


Рис. 7.6

16. Электрическая цепь составлена из источника с малым внутренним сопротивлением, двух постоянных сопротивлений R_1 , R_2 и переменного сопротивления R (рис. 7.7). Начертите примерный график зависимости тока, текущего по сопротивлению R_1 , от сопротивления R . Считать E , R_1 и R_2 известными.

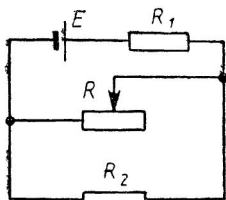


Рис. 7.7

17. При замыкании ключа K (рис. 7.8) по цепи начинает течь ток (электроны движутся по цепи в определенном направлении). Суммарный механический импульс электронов отличен от нуля: $\vec{p} = \Sigma \vec{p}_1 > 0$. Соблюдается ли при этом закон сохранения импульса?

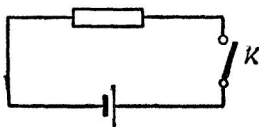


Рис. 7.8

Примеры решения задач

1. Какое количество электричества было перенесено, если ток равномерно возрастал от нуля до 3 А в течение 10 с?

Дано:

$$I_0 = 0$$

$$I = 3 \text{ А}$$

$$\tau = 10 \text{ с}$$

$$q = ?$$

Решение.

Заряд, перенесенный за время dt , и ток связаны формулой $dq = idt$.

В нашем случае ток не остается постоянным, а нарастает равномерно, т. е.

$$i = kt,$$

где $k = \frac{I}{\tau}$ — постоянная величина.

Тогда

$$dq = ktdt$$

и

$$q = \int_0^{\tau} ktdt = \frac{1}{2} k\tau^2.$$

Подстановка числовых данных дает:

$$q = 15 \text{ Кл.}$$

2. Определите температурный коэффициент провода, составленного из алюминиевой проволоки сопротивлением 3 Ом и железной проволоки сопротивлением 2 Ом, соединенных последовательно.

Д а н о:

$$R_{01} = 3 \text{ Ом}$$

$$R_{02} = 2 \text{ Ом}$$

$$\alpha_1 = 4,2 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

$$\alpha_2 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

$$\alpha - ?$$

Р е ш е н и е.

Выразим сопротивления алюминиевой и железной проволок для одной и той же температуры:

$$R_1 = R_{01} (1 + \alpha_1 t),$$

$$R_2 = R_{02} (1 + \alpha_2 t).$$

Найдем изменение сопротивления алюминиевой проволоки $\Delta R_1 = R_{01} \alpha_1 t$ и железной проволоки $\Delta R_2 = R_{02} \alpha_2 t$. Проволоки соединены последовательно, поэтому увеличение полного сопротивления при изменении температуры на $t^\circ\text{C}$ равно:

$$\Delta R = \alpha (R_{01} + R_{02})t.$$

Но, с другой стороны, $\Delta R = \Delta R_1 + \Delta R_2$. Следовательно, температурный коэффициент α может быть определен из соотношения

$$\alpha (R_{01} + R_{02})t = \alpha_1 R_{01} t + \alpha_2 R_{02} t;$$

$$\alpha = \frac{\alpha_1 R_{01} + \alpha_2 R_{02}}{R_{01} + R_{02}}.$$

Подстановка числовых данных дает:

$$\alpha = 4,9 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}.$$

3. В неограниченной среде, удельное сопротивление которой $\rho = 10^2 \text{ Ом}\cdot\text{м}$, находится металлический шар диаметром $D = 0,1 \text{ м}$. Определите сопротивление системы шар — неограниченная среда.

Д а н о:

$$\rho = 10^2 \text{ Ом}\cdot\text{м}$$

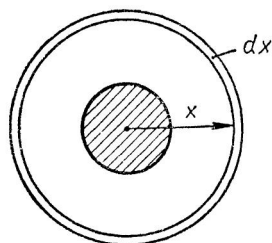
$$D = 0,1 \text{ м}$$

$$R - ?$$

Р е ш е н и е.

Сопротивление сферического слоя радиусом x и толщиной dx (рис. 7.9) равно:

$$dR = \rho \frac{dx}{4\pi x^2}.$$



Полное сопротивление системы шар — неограниченная среда:

$$R = \int dR = \frac{\rho}{4\pi} \int_{\frac{D}{2}}^{\infty} \frac{dx}{x^2} = \frac{\rho}{2\pi D}.$$

Подстановка числовых данных дает:

$$R = 1,5 \cdot 10^2 \text{ Ом}.$$

Рис. 7.9

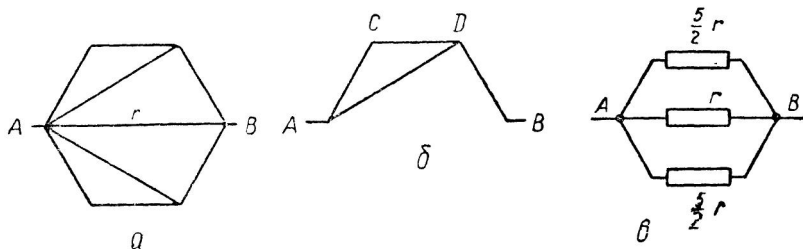


Рис. 7.10

4. Участок цепи состоит из девяти проводников сопротивлением r каждый (рис. 7.10, а). Определите сопротивление всего участка между точками A и B .

Дано:

$$\frac{r_1 = r_2 = \dots = r_9 = r}{R_{AB} = ?}$$

Решение.

Из всего участка цепи выделим часть (рис. 7.10, б). Сопротивление этой части равно сумме сопротивлений участков AD и DB . Сопротивление участка AD , состоящего из параллельно соединенных сопротивлений r_{AD} и $2r$ (AC и CD) равно:

$$R_{AD} = \frac{r \cdot 2r}{r + 2r} = \frac{2}{3} r.$$

Сопротивление же всей выделенной части

$$R'_{AB} = \frac{2}{3} r + r = \frac{5}{2} r.$$

Теперь всю цепь AB можно представить как три параллельно соединенных проводника (рис. 7.10, в). Тогда полное сопротивление

$$R_{AB} = \frac{1}{\frac{1}{\frac{5}{2} r} + \frac{1}{r} + \frac{1}{\frac{5}{2} r}} = \frac{5}{11} r.$$

5. Два гальванических элемента, два вольтметра с большими сопротивлениями и шкалами с нулем посередине подключены к сопротивлению (рис. 7.11, а). При разомкнутом ключе K вольтметры V_1 и V_2 показывают напряжения $U_1 = 1,8$ В и $U_2 = 1,4$ В, причем их стрелки отклоняются вправо. При замыкании ключа K вольтметры показывают напряжения $U'_1 = 1,4$ В и $U'_2 = 0,6$ В при том

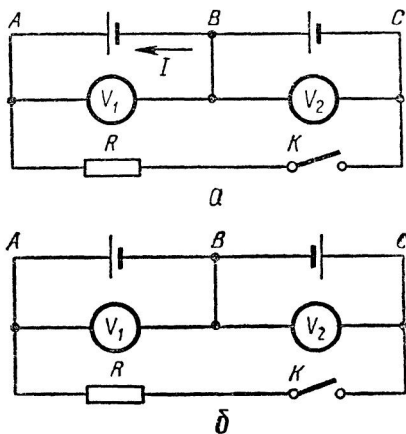


Рис. 7.11

же направлении отклонения стрелок. Что будут показывать вольтметры, если приборы соединить так, как показано на рисунке 7.11, б, и замкнуть ключ K ?

Д а н о:

$$U_1 = 1,8 \text{ В}$$

$$U_2 = 1,4 \text{ В}$$

$$U'_1 = 1,4 \text{ В}$$

$$U'_2 = 0,6 \text{ В}$$

$$\frac{U_1'' - ?}{U_2'' - ?}$$

Р е ш е н и е.

Так как по условию задачи сопротивления вольтметров велики, то их показания при разомкнутом ключе K можно считать равными ЭДС источников:

$$U_1 = E_1; U_2 = E_2.$$

По направлению отклонения стрелок вольтметров можно судить о направлении тока.

При замкнутом ключе K вольтметры показывают разности потенциалов на участках AB и BC , содержащих источники тока. Следовательно, можно применить закон Ома для участка, содержащего источник:

$$I_1 = \frac{\varphi_B - \varphi_A + E_1}{r_1}; \quad I_2 = \frac{\varphi_C - \varphi_B + E_2}{r_2}$$

или

$$\varphi_A - \varphi_B = U'_1 = E_1 - I_1 r_1; \quad I_1 r_1 = E_1 - U'_1. \quad (1)$$

$$\varphi_C - \varphi_B = U'_2 = E_2 - I_1 r_2; \quad I_1 r_2 = E_2 - U'_2. \quad (2)$$

Напряжение на участке, содержащем сопротивление R :

$$I_1 R = U'_1 + U'_2. \quad (3)$$

Соотношения (1), (2) и (3) позволяют выразить сопротивления r_2 и R через r_1 :

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{E_2 - U'_2}{E_1 - U'_1}; \quad E_2 = r_1 \frac{E_2 - U'_2}{E_1 - U'_2}; \quad r_2 = 2r_1.$$

$$\frac{R}{r_1} = \frac{U'_1 + U'_2}{E_1 - U'_1}; \quad R = 5r_1.$$

При переключении приборов (рис. 7.11, б) направление тока в цепи сохранится (так как $E_2 > E_1$). Закон Ома для участков, содержащих источники, в этом случае запишется так:

$$I_2 r_1 = \varphi'_B - \varphi'_A + E_1; \quad I_2 r_2 = \varphi'_C - \varphi'_B - E_2$$

или

$$U_1'' = E_1 - I_2 r_1; \quad U_2'' = -E_2 - I_2 r_2.$$

Ток I_2 может быть определен из закона Ома для полной цепи:

$$I_2 = \frac{E_1 - E_2}{8r_1}.$$

Следовательно, показания вольтметров будут:

$$U_1' = E_1 - \frac{E_1 - E_2}{8} = 1,75 \text{ В}$$

и

$$U_2' = -E_2 - \frac{E_1 - E_2}{4} = -1,5 \text{ В.}$$

Знак «минус» показывает, что стрелка второго вольтметра отклонится влево.

6. Два гальванических элемента с ЭДС E_1 и E_2 , вольтметр с большим сопротивлением и шкалой с нулем посередине и сопротивление R соединены по схеме, показанной на рисунке 7.12. Сопротивление R и внутренние сопротивления каждого из элементов равны между собой. При разомкнутом ключе K стрелка вольтметра отклоняется вправо. Определите, при каком соотношении между E_1 и E_2 стрелка вольтметра при замкнутом ключе K : а) отклонится вправо; б) остановится на нуле; в) отклонится влево.

Д а н о:

$$U_1 > 0$$

$$R = r_1 = r_2$$

$$\text{а) } U_2 > 0$$

$$\text{б) } U_2 = 0$$

$$\text{в) } U_2 < 0$$

$$\frac{E_1}{E_2} - ?$$

Р е ш е н и е.

При разомкнутом ключе K вольтметр (сопротивление которого велико) измеряет ЭДС. При этом потенциал точки B больше потенциала точки A .

При замыкании ключа K в цепи возникает ток (направление показано стрелкой). Его можно определить по закону Ома для полной цепи:

$$I = \frac{E_1 + E_2}{3R}.$$

Вольтметр измеряет разность потенциалов $\varphi_B - \varphi_A = E_2 - IR$ (закон Ома для участка цепи, содержащей ЭДС).

а) Для отклонения стрелки по-прежнему вправо нужно, чтобы φ_B было больше φ_A , т. е. $E_2 > IR$. Но $I = \frac{E_1 + E_2}{3R}$.

Значит, $E_2 > \frac{E_1 + E_2}{3R} R$, или

$$2E_2 > E_1.$$

б) Стрелка вольтметра будет стоять на нуле, если $E_2 = IR$, или $2E_2 = E_1$.

в) Стрелка вольтметра будет отклоняться влево, если потенциал точки A будет больше потенциала точки B :

$$\varphi_B - \varphi_A = E_2 - IR < 0.$$

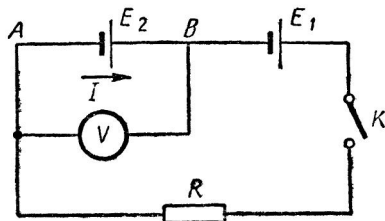


Рис. 7.12

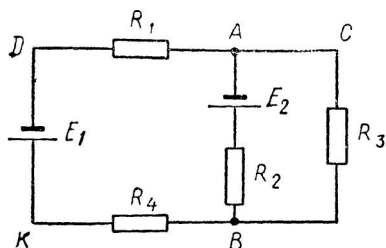


Рис. 7.13

Чтобы выполнялось это условие, нужно, чтобы $IR > E_2$; т. е.

$$\frac{E_1 + E_2}{3R} R > E_2; E_1 > 2E_2.$$

7. В схеме (рис. 7.13) сопротивления подобраны так, что ток через батарею с ЭДС E_1 не идет. $E_1 = 2$ В, $E_2 = 5$ В; $R_3 = 2$ Ом. Внутренними сопротивлениями источников

можно пренебречь. Определите: а) напряжение U_2 на сопротивлении R_2 ; б) ток в сопротивлении R_3 ; в) сопротивления R_1, R_2, R_4 .

Д а н о:

$$E_1 = 2 \text{ В}$$

$$E_2 = 5 \text{ В}$$

$$R_3 = 2 \text{ Ом}$$

$$U_2 - ? \quad I_3 - ?$$

$$R_1, R_2, R_4 - ?$$

Р е ш е н и е.

По условию задачи ток через источник E_1 не идет, следовательно, ток в контуре ABC везде один и тот же: $I_3 = I_2 = I$ (первое правило Кирхгофа).

$$\text{Но} \quad I = \frac{E_2}{R_2 + R_3},$$

или

$$I = \frac{E_1}{R_3}.$$

Используя второе правило Кирхгофа для контура $ABKD$, получаем:

$$IR_2 = E_2 - E_1;$$

следовательно,

$$U_2 = E_2 - E_1.$$

Сопротивление R_2 может быть рассчитано по закону Ома для участка цепи:

$$R_2 = \frac{U_2}{I}.$$

Сопротивления R_1 и R_4 (так как ток через них не идет) могут быть какими угодно.

Подстановка числовых данных дает:

$$U_2 = 3 \text{ В}; I_3 = 1 \text{ А}; R_2 = 3 \text{ Ом}.$$

8. К концам свинцовой проволоки длиной $l = 5$ см и диаметром $d = 0,2$ мм приложено напряжение $U = 100$ В. Какой промежуток времени пройдет до начала плавления проволоки? Точка плавления свинца $t_{\text{пл}} = 327$ °С. Начальную температуру проволоки принять равной нулю. Изменением теплоемкости свинца при нагревании и рассеиванием тепла в окружающее пространство пренебречь.

Д а н о:

$$U = 100 \text{ В}$$

$$l = 0,05 \text{ м}$$

$$d = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

$$t_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$t_{\text{пл}} = 327 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\rho_0 = 22 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$$

$$D = 11300 \text{ кг/м}^3$$

$$c = 1,3 \cdot 10^2 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{ }^\circ\text{C)}$$

$$\alpha = 4,2 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$$

τ — ?

Р е ш е н и е.

В общем случае элементарное количество тепла, выделяемое электрическим током в проволоке за время $d\tau$, равно:

$$dQ = \frac{U^2}{R} d\tau. \quad (1)$$

Сопротивление R меняется с температурой по закону:

$$R = \rho_0 (1 + \alpha t) \frac{l}{S}, \quad (2)$$

где ρ_0 — удельное сопротивление при $0 \text{ }^\circ\text{C}$,
а t — температура в данный момент.

В то же время количество тепла, получаемое проволокой, можно выразить через массу проволоки, ее удельную теплоемкость и изменение температуры:

$$dQ = cm dt = c D l S d\tau. \quad (3)$$

Подставив (2) и (3) в уравнение (1), получим:

$$\frac{U^2 S}{\rho_0 (1 + \alpha t) l} d\tau = D l S c d\tau. \quad (4)$$

Разделим переменные и проинтегрируем:

$$d\tau = \frac{D l^2 c \rho_0}{U^2} (1 + \alpha t) dt.$$

$$\tau = \frac{D l^2 c \rho_0}{U^2} \left(t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \right) \Big|_{t_0}^{t_{\text{пл}}}.$$

Так как $t_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$, то после подстановки пределов интегрирования получаем:

$$\tau = \frac{D l^2 c \rho_0}{U^2} t_{\text{пл}} \left(1 + \frac{1}{2} \alpha t_{\text{пл}} \right).$$

Произведем расчет:

$$\tau = 5 \cdot 10^{-5} \text{ с.}$$

9. Определите работу электрических сил и количество тепла, выделяемое в течение 1 с в следующих случаях: а) в проводе, по которому идет ток 1 А; напряжение между концами провода равно 2 В (рис. 7.14, а); б) в аккумуляторе, который заряжается током

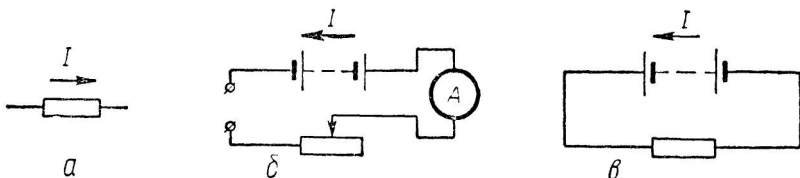


Рис. 7.14

в 1 А; разность потенциалов на полюсах аккумулятора равна 2 В; ЭДС аккумулятора 1,3 В (рис. 7.14, б); в) в батарее аккумуляторов, которая дает на внешнее сопротивление ток в 1 А; разность потенциалов на полюсах аккумулятора равна 2 В; ЭДС батареи 2,6 В (рис. 7.14, в).

Д а н о:

- а) $I = 1 \text{ А}$
 $\Delta\varphi = 2 \text{ В}$
 $I = 1 \text{ А}$
 $\Delta\varphi = 2 \text{ В}$
 $E_1 = 1,3 \text{ В}$
 в) $I = 1 \text{ А}$
 $\Delta\varphi = 2 \text{ В}$
 $E_2 = 2,6 \text{ В}$

$A - ? \quad Q - ?$

Р е ш е н и е.

Во всех случаях работа электрических сил по переносу заряда на некотором участке за время t может быть найдена по формуле

$$A = \Delta\varphi q = \Delta\varphi It.$$

Количество тепла, выделяющееся на участке сопротивлением R , равно $Q = I^2 R t$. По условию задачи во всех случаях $t = 1 \text{ с}$.

а) Рассматривается однородный участок (рис. 7.14, а):

$$A = \Delta\varphi It; \quad Q = I^2 R t, \text{ но } IR = \Delta\varphi \text{ и } Q = \Delta\varphi It.$$

Следовательно, $A = Q$.

Вычисления дают $A = 2 \text{ Дж}$.

б) Аккумулятор заряжается от внешнего источника (рис. 7.14, б). Направление тока в аккумуляторе показано стрелкой. Работа электрических сил по переносу заряда в аккумуляторе

$$A = \Delta\varphi It = 2 \text{ Дж}.$$

Работа по переносу заряда положительна, так как перенос заряда происходит от более высокого потенциала к более низкому.

Тепло выделяется на внутреннем сопротивлении аккумулятора:

$$Q = I^2 r t.$$

Используя закон Ома для участка, содержащего ЭДС, получаем:

$$Ir = \Delta\varphi - E_1$$

и, следовательно,

$$Q = I (\Delta\varphi - E_1)t; \quad Q = 0,7 \text{ Дж}.$$

в) Работу по переносу заряда внутри аккумулятора определяем по формуле

$$A = -\Delta\varphi It; \quad A = -2 \text{ Дж}.$$

Работа отрицательна, так как внутри аккумулятора заряд переносится от полюса с низким потенциалом к полюсу с более высоким потенциалом. Количество тепла, выделяющееся на внутреннем сопротивлении аккумулятора, равно:

$$Q = I^2 r t.$$

По закону Ома

$$Ir = \Delta\varphi - E_2; \quad Q = I (\Delta\varphi - E_2)t; \quad Q = 0,6 \text{ Дж}.$$

10. Аккумуляторная батарея из 120 элементов емкостью 360 А·ч может заряжаться в течение 8 ч. Для зарядки аккумуляторы включают в четыре параллельные группы. Зарядку производят от сети с напряжением 220 В. Электродвижущая сила каждого аккумулятора, в начале зарядки равная 1,8 В, после зарядки должна быть равна 2,7 В. Внутреннее сопротивление каждого аккумулятора можно считать постоянным и равным 0,1 Ом. Какой реостат следует включить в схему для осуществления зарядки при этих условиях?

Д а н о:

$$n = 120$$

$$t = 8 \text{ ч}$$

$$q = 360 \text{ А} \cdot \text{ч}$$

$$U = 220 \text{ В}$$

$$E_1 = 1,8 \text{ В}$$

$$E_2 = 2,7 \text{ В}$$

$$r = 0,1 \text{ Ом}$$

$$R - ? \quad I - ?$$

Р е ш е н и е.

Чтобы выбрать реостат для включения в схему, надо рассчитать ток, который будет по нему проходить, и его сопротивление.

Ток, обеспечивающий зарядку, и, следовательно, проходящий через реостат, равен:

$$I = \frac{q}{t}. \quad (1)$$

В каждой параллельной ветви последовательно включено $\frac{n}{4}$ элементов. Электродвижущая сила в одной ветви будет определять ЭДС всей батареи.

В начале зарядки ЭДС всей батареи

$$E' = \frac{n}{4} E_1. \quad (2)$$

В конце зарядки ЭДС всей батареи

$$E'' = \frac{n}{4} E_2.$$

Сопротивление всей батареи

$$r' = \frac{r \frac{n}{4}}{4} = \frac{rn}{16}. \quad (3)$$

В соответствии со вторым правилом Кирхгофа начало и конец зарядки описываются уравнениями:

$$U - E' = I(R' + r'), \quad U - E'' = I(R'' + r'). \quad (4)$$

Откуда получаем:

$$R' = \frac{U - \frac{n}{4} E_1 - Ir'}{I},$$

$$R'' = \frac{U - \frac{n}{4} E_2 - Ir'}{I}. \quad (5)$$

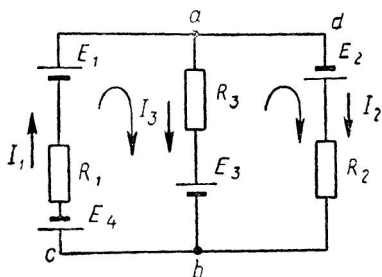


Рис. 7.15

$= 0,3 \text{ Ом}$, $r_2 = 0,4 \text{ Ом}$, $r_3 = 0,1 \text{ Ом}$, $r_4 = 0,2 \text{ Ом}$ включены в цепь (рис. 7.15). $R_1 = 9,5 \text{ Ом}$, $R_2 = 19,6 \text{ Ом}$, $R_3 = 4,9 \text{ Ом}$. Найдите токи в каждой ветви цепи.

Д а н о:

$E_1 = 55 \text{ В}$; $r_1 = 0,3 \text{ Ом}$
 $E_2 = 10 \text{ В}$; $r_2 = 0,4 \text{ Ом}$
 $E_3 = 30 \text{ В}$; $r_3 = 0,1 \text{ Ом}$
 $E_4 = 15 \text{ В}$; $r_4 = 0,2 \text{ Ом}$
 $R_1 = 9,5 \text{ Ом}$
 $R_2 = 19,6 \text{ Ом}$
 $R_3 = 4,9 \text{ Ом}$

$I_1 - ?$ $I_2 - ?$ $I_3 - ?$

Р е ш е н и е.

В схеме неизвестных токов три, следовательно, необходимо составить систему из трех независимых уравнений.

Два уравнения мы получим, применяя второе правило Кирхгофа (так как независимых контуров два — $abca$ и $adba$), а третье уравнение даст первое правило Кирхгофа.

Покажем на схеме направления токов и направление обхода контуров.

Составляем уравнения. При составлении уравнений будем считать ЭДС или направление тока положительными (пишем в уравнении со знаком «плюс»), если направление ЭДС или направление тока совпадает с направлением обхода контура (для второго правила Кирхгофа); ток отрицательным (берем в уравнении первого правила Кирхгофа со знаком «минус»), если он подходит к узловой точке.

Для контура $abca$ (рис. 7.15):

$$E_1 - E_3 - E_4 = I_1 (R_1 + r_1 + r_4) + I_3 (R_3 + r_3); \quad (1)$$

для контура $adba$:

$$E_3 + E_2 = I_2 (R_2 + r_2) - I_3 (R_3 + r_3); \quad (2)$$

для узловой точки a :

$$-I_1 + I_2 + I_3 = 0. \quad (3)$$

Вычисления дают:

$$I = 45 \text{ А};$$

$$R' = 2,94 \text{ Ом}; R'' = 2,34 \text{ Ом}.$$

Для осуществления зарядки аккумуляторов следует взять реостат сопротивлением не менее 3 Ом , выдерживающий ток 45 А .

11. Четыре батареи с электродвижущими силами $E_1 = 55 \text{ В}$, $E_2 = 10 \text{ В}$, $E_3 = 30 \text{ В}$, $E_4 = 15 \text{ В}$ и внутренними сопротивлениями $r_1 = 0,3 \text{ Ом}$, $r_2 = 0,4 \text{ Ом}$, $r_3 = 0,1 \text{ Ом}$, $r_4 = 0,2 \text{ Ом}$ включены в цепь (рис. 7.15). $R_1 = 9,5 \text{ Ом}$, $R_2 = 19,6 \text{ Ом}$, $R_3 = 4,9 \text{ Ом}$. Найдите токи в каждой ветви цепи.

Полученную систему уравнений (1), (2), (3) заменим системой уравнений с числовыми коэффициентами:

$$\begin{aligned} 0 &= -I_1 + I_2 + I_3; \\ 10 &= 10I_1 + 5I_3; \\ 40 &= 20I_2 - 5I_3. \end{aligned}$$

Систему можно решать любым из известных в математике способом, но использование определителей быстрее приводит к цели.

В результате решения получаем:

$$I_1 = 1,28 \text{ А}; I_2 = 1,85 \text{ А}; I_3 = -0,57 \text{ А}.$$

Знак «минус» перед током I_3 показывает, что истинный ток в ветви имеет противоположное направление.

12. От источника, разность потенциалов на клеммах которого $U_0 = 10^5$ В, требуется передать мощность $N = 5 \cdot 10^3$ кВт на расстояние $l = 5$ км. Допустимая «потеря» напряжения в проводах $n = 1\%$. Рассчитайте минимальное сечение S медного провода, пригодного для этой цели.

Д а н о:

$$U_0 = 10^5 \text{ В}$$

$$N = 5 \cdot 10^3 \text{ кВт}$$

$$l = 5 \text{ км}$$

$$n = 1\%$$

$$\rho = 1,7 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{м}$$

$$S = ?$$

Р е ш е н и е.

Сделаем чертёж (рис. 7.16). Здесь U_0 — разность потенциалов на клеммах источника, R_n — нагрузка потребителя, U_R — напряжение на нагрузке.

Напряжение U_0 , снимаемое с клемм источника, частично падает на проводах и частично подается потребителю:

$$U_0 = nU_0 + U_R.$$

Ток на нагрузке R_n и в проводах один и тот же, так как R_n и провода соединены последовательно. Он может быть определен из соотношения:

$$N = IU_0; I = \frac{N}{U_0}. \quad (1)$$

«Потерю напряжения» в проводах можно найти по закону Ома для участка цепи:

$$U_1 = IR,$$

где R — сопротивление проводки.

По условию задачи «падение напряжения» в проводах составляет n процентов от напряжения, даваемого источником, т. е.

$$U_1 = nU_0 \text{ и } nU_0 = IR. \quad (2)$$

Сопротивление проводов R может быть выражено через длину и сечение одного провода:

$$R = \rho \frac{2l}{S} \quad (3)$$

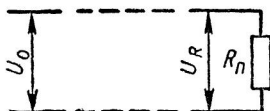


Рис. 7.16

(длина равна $2l$, так как для передачи мощности на расстояние l используются два провода).

Подставив соотношения (1) и (3) в (2), получим:

$$nU_0 = \frac{N}{U_0} \rho \frac{2l}{S},$$

откуда

$$S = \frac{N\rho 2l}{nU_0^2}.$$

Произведем расчет:

$$S = 8,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2.$$

13. С каким коэффициентом полезного действия работает свинцовый аккумулятор, ЭДС которого $E = 2,15 \text{ В}$, если во внешней цепи с сопротивлением $R = 0,25 \text{ Ом}$ идет ток $I = 5 \text{ А}$? Какую максимальную полезную мощность может дать аккумулятор во внешней цепи? Как при этом изменится его КПД?

Д а н о:

Р е ш е н и е.

$$E = 2,15 \text{ В}$$

$$R = 0,25 \text{ Ом}$$

$$I = 5 \text{ А}$$

$$\eta \text{ — ? } N_{\text{макс}} \text{ — ?}$$

По определению коэффициент полезного действия η есть отношение полезной мощности ко всей мощности, выделяемой аккумулятором:

$$\eta = \frac{UI}{EI} = \frac{U}{E} = \frac{E - Ir}{E}, \quad (1)$$

где U — разность потенциалов на полюсах батареи.

Максимальную полезную мощность (мощность, выделяемую на внешнем сопротивлении) источник дает в том случае, когда его внутреннее сопротивление r равно сопротивлению внешнего участка R_1 :

$$R_1 = r = \frac{U}{I} = \frac{E - Ir}{I} \quad (2)$$

При таком сопротивлении ток в цепи равен:

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + r} = \frac{E}{2r}. \quad (3)$$

Следовательно,

$$N_{\text{макс}} = I_1 U_1 = I_1 (E - I_1 r).$$

Используя уравнения (2) и (3), получаем:

$$N_{\text{макс}} = \frac{E^2}{4r} = \frac{E^2 l}{4(E - Ir)}. \quad (4)$$

При этом коэффициент полезного действия

$$\eta' = \frac{E - Ir}{E} = \frac{E - \frac{E}{2}}{E}.$$

Результаты расчета: $\eta = 42\%$; $N_{\text{макс}} = 6,45$ Вт; $\eta' = 50\%$.

Задачи для самостоятельного решения

7.1. Какое количество электричества переносится, если ток убывает от 18 А до нуля, причем за каждые 0,01 с он убывает вдвое?

7.2. Из никелиновой ленты толщиной 0,2 мм и шириной 3 мм нужно изготовить реостат на 2,5 Ом. Какой длины нужно взять ленту и какое максимальное напряжение можно подать на этот реостат, если допустимая плотность тока для никелина $j = 0,2$ А/мм²?

7.3. Угольный стержень соединили последовательно с железным стержнем такой же толщины. При каком соотношении их длин сопротивление такого участка цепи не зависит от температуры?

7.4. Как изменится сопротивление медной проволоки длиной l , если ее растянуть на 0,1%?

7.5. Определите сопротивление мотка медной проволоки сечением $S = 0,1$ мм², масса мотка $m = 0,3$ кг.

7.6. Определите сопротивление медного шара радиусом r между диаметрально противоположными маленькими площадками.

7.7. Проводник из вещества с удельным сопротивлением ρ имеет форму прямого усеченного конуса, высота которого h , а радиусы верхнего и нижнего оснований R_1 и R_2 ($R_1 < R_2$). Определите сопротивление этого проводника между его основаниями.

7.8. Участок цепи состоит из двух сопротивлений (рис. 7.17), одно из которых $R_1 = 50$ Ом постоянно, а другое R_2 может меняться от нуля до 100 Ом. Покажите графически, как будет меняться полное сопротивление участка в зависимости от изменения R_2 в двух случаях: а) R_1 и R_2 соединены параллельно (рис. 7.17, а); б) R_1 и R_2 соединены последовательно (рис. 7.17, б).

7.9. Определите сопротивление сетки (рис. 7.18) в следующих случаях: ток идет от точки А к точке В; ток идет от точки С к точке D. Сопротивление каждого из звеньев сетки принять равным r_0 .

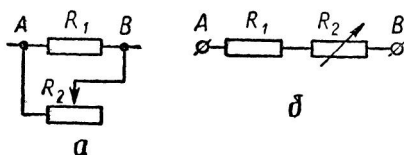


Рис. 7.17

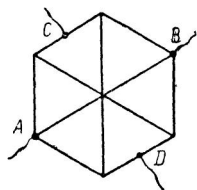


Рис. 7.18

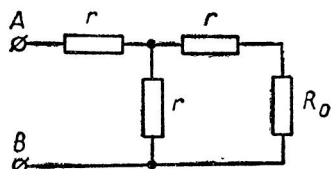


Рис. 7.19

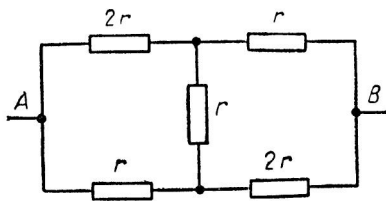


Рис. 7.20

7.10. Какими должны быть сопротивления r (рис. 7.19), чтобы входное сопротивление между зажимами A и B было равно R_0 ? Сопротивление R_0 считать известным.

7.11. Чему равно общее сопротивление цепи между точками A и B (рис. 7.20)?

7.12. Участок электрической цепи составлен из трех кусков провода одинаковой длины, изготовленных из одного и того же материала, соединенных последовательно. Сечения кусков провода соответственно равны 1, 2 и 3 мм². Разность потенциалов на конце участка $U = 12$ В. Найдите разность потенциалов на каждом куске провода.

7.13. В растворе медного купороса ($\rho = 0,4$ Ом·м) ток идет между двумя медными стержнями, оси которых расположены параллельно друг другу на расстоянии $d = 13$ см. Радиус каждого стержня $r = 4$ мм, между ними поддерживается напряжение $U = 12$ В. Определите плотность тока: а) на середине расстояния между стержнями; б) в точке, отстоящей на 10 см от осей обоих стержней.

7.14. Определите разность потенциалов на конденсаторах C_1 и C_2 (рис. 7.21) в следующих случаях: а) ключи K_1 и K_2 замкнуты; б) ключ K_1 замкнут, ключ K_2 разомкнут; в) ключ K_1 разомкнут, ключ K_2 замкнут; $C_1 = 2C_2$; $R_1 = 3R_2$; внутреннее сопротивление батареи ничтожно мало, $E = 60$ В.

7.15. Приборы соединены по схеме, показанной на рисунке 7.22. Сопротивления вольтметров V_1 и V_2 очень велики. Как будут меняться показания вольтметров при изменении сопротивления R_2 от 0 до ∞ ?

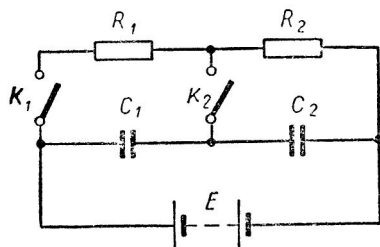


Рис. 7.21

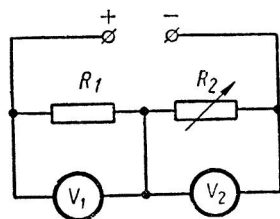


Рис. 7.22

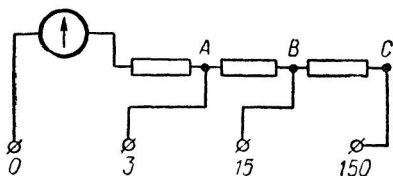


Рис. 7.23

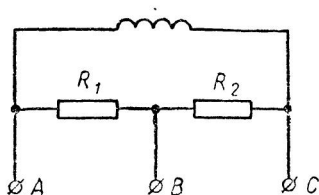


Рис. 7.24

7.16. Вольтметр на 3, 15 и 150 В собран по схеме, представленной на рисунке 7.23. При токе $I = 1$ мА стрелка отклоняется на $\frac{1}{3}$ шкалы. Найдите сопротивления участков AB и BC .

7.17. Когда батарею с неизвестной ЭДС E , имеющую ничтожно малое внутреннее сопротивление, присоединяют к сопротивлению R , амперметр в цепи показывает ток 4 А. Когда последовательно с R включают сопротивление 10 Ом, ток падает до 3 А. Определите E и R . Если батарея обладает внутренним сопротивлением r , то какие опыты нужно проделать, чтобы определить E , R и r .

7.18. Батарея гальванических элементов замкнута на внешнее сопротивление $R_1 = 10$ Ом и дает ток $I_1 = 3$ А. Если вместо сопротивления R_1 включить сопротивление $R_2 = 20$ Ом, то ток станет равным $I_2 = 1,6$ А. Найдите ЭДС и внутреннее сопротивление батареи.

7.19. Зашунтированный амперметр измеряет токи до 10 А. Какой наибольший ток может измерить этот прибор без шунта, если сопротивление амперметра 0,02 Ом и сопротивление шунта 0,005 Ом? Какой длины нужно взять медную проволоку сечением 0,2 мм², чтобы изготовить шунт, уменьшающий чувствительность амперметра в 5 раз?

7.20. Имеется миллиамперметр с сопротивлением $R = 9,9$ Ом, предназначенный для измерения токов не более 10 мА. Что нужно сделать для того, чтобы этим прибором измерять: а) токи до 1 А, б) напряжения до 1 В?

7.21. На рисунке 7.24 показана схема соединений катушки амперметра K и шунтов R_1 и R_2 . Если включить амперметр в цепь, пользуясь клеммами A и B , то цена деления амперметра равна 0,1 А. Если пользоваться клеммами A и C , то цена деления равна 0,02 А. Какова цена деления при пользовании клеммами B и C ?

7.22. В конце зарядки батареи аккумуляторов током $I_1 = 3$ А присоединенный к ней вольтметр показывал напряжение $U_1 = 4,25$ В. В начале разрядки той же батареи током $I_2 = 4$ А вольтметр показал напряжение $U_2 = 3,9$ В. Сопротивление вольтметра очень велико. Определите ЭДС и внутреннее сопротивление батареи.

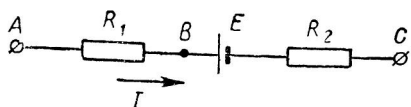


Рис. 7.25

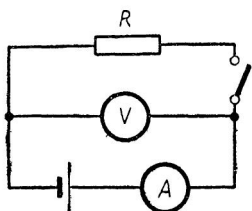


Рис. 7.26

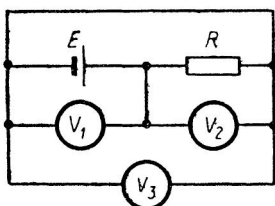
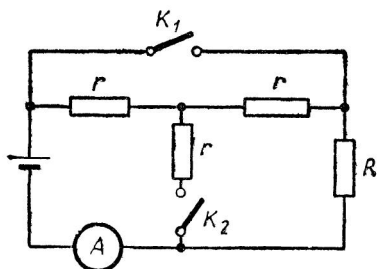
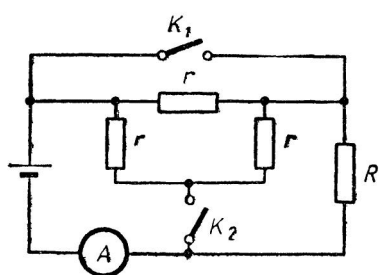


Рис. 7.27



а



б

Рис. 7.28

7.23. На рисунке 7.25 представлен участок цепи, содержащий последовательно соединенные сопротивления $R_1 = 3,7 \text{ Ом}$, $R_2 = 5,6 \text{ Ом}$ и источник ЭДС которого $E = 5 \text{ В}$, а сопротивление пренебрежимо мало. По участку цепи течет ток $I = 1 \text{ А}$. Определите разность потенциалов между точками А и В, В и С, А и С.

7.24. При разомкнутом ключе вольтметр (рис. 7.26) показывает $2,3 \text{ В}$. Когда ключ замыкают, вольтметр и амперметр показывают соответственно $2,1 \text{ В}$ и 2 А . $R_V \gg R$. Какое внутреннее сопротивление имеет элемент?

7.25. Что покажут электростатические вольтметры, включенные, как показано на рисунке 7.27, если $E = 5 \text{ В}$, $R = 100 \text{ Ом}$, а внутреннее сопротивление источника пренебрежимо мало?

7.26. Гальванический элемент дает во внешнем сопротивлении $R_1 = 4 \text{ Ом}$ ток $I_1 = 0,2 \text{ А}$. Если внешнее сопротивление $R_2 = 7 \text{ Ом}$, то элемент дает ток $I_2 = 0,14 \text{ А}$. Какой ток он дает, если его замкнуть накоротко?

7.27. Подберите такое сопротивление R (рис. 7.28, а, б), чтобы при замкнутом ключе K_1 и разомкнутом ключе K_2 амперметр показывал такой же ток, как при замкнутом ключе K_2 и разомкнутом ключе K_1 . Сопротивления источника и амперметра ничтожно малы.

7.28. Источник с ЭДС $E = 2 \text{ В}$ имеет внутреннее сопротивление $r = 0,5 \text{ Ом}$. Определите падение напряжения внутри источника при токе в цепи $I = 0,25 \text{ А}$. Найдите внешнее

сопротивление цепи при этих условиях.

7.29. Найдите разность потенциалов между точками A и B и B и C (рис. 7.29), если $E_1 = 2$ В, $E_2 = 2$ В; $r_1 = 1$ Ом, $r_2 = 1,5$ Ом; $R_1 = 0,5$ Ом и $R_2 = 5$ Ом.

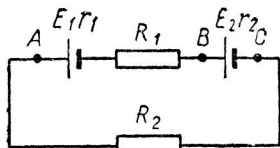


Рис. 7.29

7.30. Что покажет вольтметр (рис. 7.30), если показание амперметра $I = 150$ мА; $E_1 = E_2 = 1,5$ В; $R_1 = R_2 = 20$ Ом и внутренние сопротивления источников и амперметра пренебрежимо малы?

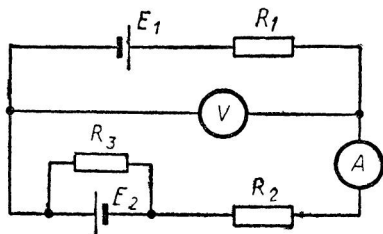


Рис. 7.30

7.31. Два источника с ЭДС $E_1 = 2$ В и $E_2 = 3$ В и внутренними сопротивлениями $r_1 = 1$ Ом и $r_2 = 1,5$ Ом соединены в батарею, к которой подключено сопротивление $R = 20$ Ом (рис. 7.31). Каким одним эквивалентным элементом можно заменить такую батарею?

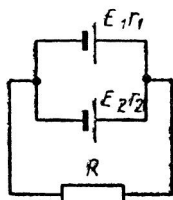


Рис. 7.31

7.32. Что покажет вольтметр с очень большим сопротивлением, если два элемента с ЭДС $E = 1,5$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,5$ Ом каждый соединить так, как показано на рисунке 7.32, а, б? $R = 0,5$ Ом. Как изменятся показания вольтметра, если одну из ЭДС увеличить в два раза?

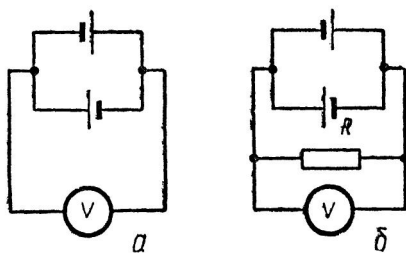


Рис. 7.32

7.33. Цепь состоит из четырех одинаковых источников напряжения с ЭДС $E = 2$ В и внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом каждый и четырех сопротивлений, каждое из которых равно $R_i = 10$ Ом. Что покажет вольтметр с очень большим сопротивлением, включенный между точками 1 и 2, 1 и 6, 5 и 6, 3 и 4 (рис. 7.33)?

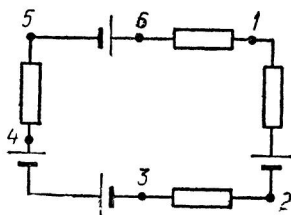


Рис. 7.33

7.34. Несколько одинаковых гальванических элементов соединены в цепь (рис. 7.34). Сопро-

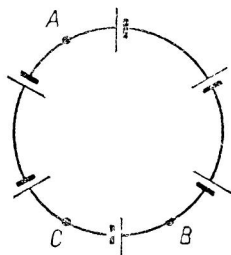


Рис. 7.34

тивление соединительных проводов ничтожно мало. Определите разность потенциалов между любыми точками соединительных проводов, например между A и B или A и C . Решите ту же задачу для случая, когда ЭДС элементов не равны, а внутренние сопротивления пропорциональны их ЭДС. Как изменится первый ответ, если элементы будут обращены друг к другу одноименными полюсами?

7.35. Что покажет вольтметр, сопротивление которого $R_V = 300$ Ом, при включении в схему, изображенную на рисунке 7.35? $E_1 = E_2 = 2,2$ В; $R_1 = 100$ Ом, $R_2 = 200$ Ом, $R_3 = 300$ Ом, $R_4 = 400$ Ом. Внутренним сопротивлением источников можно пренебречь. Что покажет вольтметр с очень большим сопротивлением?

7.36. Имеется 12 элементов с ЭДС $E = 1,5$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,4$ Ом каждый. Как нужно соединить эти элементы, чтобы получить наибольшую силу тока во внешней цепи, имеющей сопротивление $0,3$ Ом? Какой величины будет этот ток?

7.37. Два гальванических элемента с электродвижущими силами E_1 и E_2 и внутренними сопротивлениями r_1 и r_2 соединены параллельно и дают ток во внешней цепи, сопротивление которой равно R . Определите: а) токи в элементах и во внешней цепи; б) внутреннее сопротивление и электродвижущую силу элемента, эквивалентного данной батарее (рассмотрите случаи, когда $E_1 = E_2$ и когда $r_1 = r_2$); в) ток в элементах при коротком замыкании батареи. Найдите условия, при которых второй элемент не будет работать. При каком значении R токи в элементах равны? Всегда ли это возможно?

7.38. При каком соотношении между сопротивлениями и ЭДС в цепи (рис. 7.36) ток через вторую батарею не идет?

7.39. Для сравнения неизвестного напряжения U с ЭДС нормального элемента $E_n = 1,0183$ В применяют схему, показанную на рисунке 7.37. Найдите напряжение U , если известно, что $r_1 + r_2 = 1000$ Ом, $r = 500$ Ом (в это сопротивление включено внутреннее сопротивление элемента и миллиамперметра) и ток в ветви нормального элемента отсутствует при сопротивлении $r_2 = 20$ Ом.

7.40. Источник тока с ЭДС $E_1 = 6$ В и сопротивления $R_1 = 100$ Ом, $R_2 = 50$ Ом, $R_3 = 40$ Ом, $R_4 = 80$ Ом соединены так,

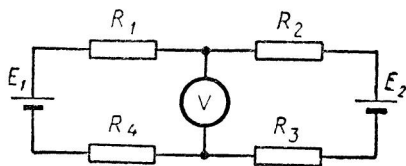


Рис. 7.35

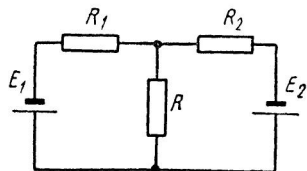


Рис. 7.36

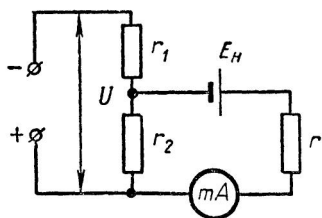


Рис. 7.37

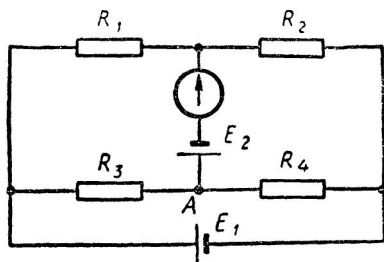


Рис. 7.38

как показано на рисунке 7.38. Какую ЭДС E_2 должен иметь второй источник тока и как он должен быть подключен, чтобы ток через гальванометр не шел? Внутренним сопротивлением источников пренебречь.

7.41. Для градуировки гальванометра применяют схему, представленную на рисунке 7.39. Определите цену деления гальванометра, если при $R_1 = 590$ Ом, $R_2 = 2890$ Ом, $R = 110$ Ом и $R_r = 280$ Ом стрелка гальванометра отклонилась на 30 делений. ЭДС элемента $E = 2,6$ В.

7.42. Сопротивление гальванометра можно определить методом шунтирования. Для этого гальванометр включают в цепь последовательно с магазином сопротивлений (рис. 7.40). Включив сопротивление $R_1 = 400$ Ом, замечают показания гальванометра. Потом гальванометр шунтируют сопротивлением $r = 12$ Ом, и, изменяя сопротивление магазина, добиваются прежнего показания гальванометра. При этом новое сопротивление магазина $R_2 = 150$ Ом. Вычислите по этим данным сопротивление гальванометра R_r .

7.43. Батарея из 40 последовательно соединенных аккумуляторов заряжается от генератора, ЭДС которого $E = 120$ В, внутреннее сопротивление $0,5$ Ом. Во время зарядки разность потенциалов на зажимах батареи измеряется вольтметром с сопротивлением 400 Ом, в цепи имеется добавочное сопротивление 10 Ом, сопротивление всей батареи должно быть $1,5$ Ом. К концу зарядки ЭДС каждого аккумулятора должна быть $2,3$ В. Что в это время будет показывать вольтметр?

7.44. Аккумуляторная батарея, внутреннее сопротивление которой $r = 0,3$ Ом, присоединена для зарядки параллельно с сопро-

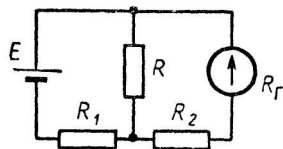


Рис. 7.39

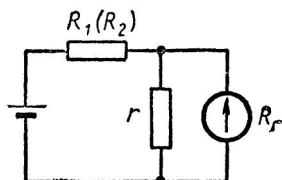


Рис. 7.40

тивлением $R = 21 \text{ Ом}$ к источнику постоянного напряжения $U = 110 \text{ В}$. Ток в цепи 32 А . Определите ЭДС батареи.

7.45. Батарея аккумуляторов, ЭДС которой $E = 12 \text{ В}$, заряжается при напряжении $U = 12,5 \text{ В}$ током $I_1 = 3 \text{ А}$. Принимая, что внутреннее сопротивление при зарядке и при разрядке одинаково и что аккумулятор отдает $\eta = 70\%$ прошедшего через него при зарядке электричества, определите КПД (η_1) аккумулятора: а) при разряде током $I_2 = 3 \text{ А}$; б) при разряде током $I_3 = 0,3 \text{ А}$.

7.46. Удельное сопротивление железа $\rho_{\text{ж}} = 10,0 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ (при 20°C), удельное сопротивление меди при тех же условиях $\rho_{\text{м}} = 1,77 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$. Проводник A составлен из медного и железного проводников длиной $l = 50 \text{ см}$ каждый и поперечного сечения $0,8 \times 0,8 \text{ см}$. Проводник B состоит из железного и медного проводников длиной $l_1 = 1 \text{ м}$ каждый и поперечного сечения $0,4 \times 0,8 \text{ см}$ (рис. 7.41). Определите сопротивление проводников A и B . Если по проводнику A (B) течет постоянный ток, то в проводнике какого материала будет выделяться большая мощность?

7.47. Проводка от магистрали в здание осуществлена проводом, сопротивление которого $R_0 = 0,5 \text{ Ом}$. Напряжение в магистрали постоянно и равно $U_0 = 127 \text{ В}$. Какова максимально допустимая потребляемая в здании мощность, если напряжение на включаемых в сеть приборах не должно падать ниже $U = 120 \text{ В}$?

7.48. Сколько ламп мощностью по 300 Вт каждая, рассчитанных на напряжение $U = 110 \text{ В}$, можно установить в здании, если проводка от магистрали сделана медным проводом общей длиной $l = 100 \text{ м}$ и сечением $S = 9 \text{ мм}^2$ и если напряжение в магистрали поддерживается равным $U_0 = 122 \text{ В}$?

7.49. Ток от магистрали к потребителю подводится по медным проводам, общая длина которых $l = 49 \text{ м}$ и сечение $S = 2,5 \text{ мм}^2$. Напряжение в магистрали $U_0 = 120 \text{ В}$. Потребителем является печь мощностью 600 Вт . Каково сопротивление печи?

7.50. Определите работу тока на участке, не содержащем источников и имеющем сопротивление $R = 12 \text{ Ом}$, если ток в течение $t = 5 \text{ с}$ равномерно увеличивался от $I_1 = 2 \text{ А}$ до $I_2 = 10 \text{ А}$?

7.51. Батарея состоит из пяти последовательно соединенных элементов. Каждый элемент имеет ЭДС $1,5 \text{ В}$ и внутреннее сопротивление $0,3 \text{ Ом}$. При какой нагрузке полезная мощность батареи будет максимальной? Какой при этом ток в нагрузке? Какую полную мощность дает в это время батарея?

7.52. Батарея элементов при замыкании на сопротивление 5 Ом дает ток в 1 А ; ток короткого замыкания равен 6 А . Определите наибольшую полезную мощность, которую может дать батарея.

7.53. Определите ЭДС батареи, внутреннее сопротивление которой

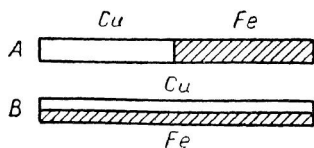


Рис. 7.41

$r = 0,5$ Ом, если при нагрузке 2 Ом она имеет полезную мощность $4,5$ Вт. Можно ли подобрать такое сопротивление нагрузки, чтобы полезная мощность, даваемая батареей, увеличилась в два раза?

7.54. Электродвижущая сила элемента и его внутреннее сопротивление равны соответственно $E = 1,6$ В и $r = 0,5$ Ом. Чему равен КПД элемента при токе $I = 2,4$ А?

7.55. Батарея состоит из $n = 5$ последовательно соединенных элементов с ЭДС $E = 1,4$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,3$ Ом каждый. Определите: а) ток, при котором полезная мощность батареи равна 8 Вт; б) наибольшую полезную мощность батареи.

7.56. Каково внутреннее сопротивление одного аккумулятора, если при смешанном соединении аккумуляторов в две группы, по четыре аккумулятора в каждой группе, на сопротивлении $R = 3$ Ом выделяется такая же мощность, как и в случае последовательного соединения аккумуляторов, замкнутых на то же сопротивление R ?

7.57. При каком сопротивлении внешней цепи источник с ЭДС $E = 10$ В и внутренним сопротивлением $r = 20$ Ом будет отдавать максимальную мощность? Какова величина этой мощности?

7.58. Конденсатор емкостью $C = 3 \cdot 10^{-4}$ мкФ подключается через сопротивление $R = 500$ Ом к источнику постоянного напряжения U_0 . Определите время t , по истечении которого разность потенциалов на конденсаторе составит $0,99 U_0$.

7.59. Конденсатор емкостью $C = 30$ мкФ заряжается от батареи с ЭДС $E = 100$ В через сопротивление $R = 1,5 \cdot 10^6$ Ом. Каково время релаксации? Чему будет равна разность потенциалов на конденсаторе, если с начала зарядки прошло время, равное времени релаксации? Какую долю ЭДС составит эта разность потенциалов?

7.60. Конденсатор емкостью $C = 20$ мкФ заряжается от батареи с ЭДС $E = 70$ В через сопротивление $R = 10^6$ Ом. Постройте примерный график зависимости разности потенциалов на конденсаторе от времени. Какой будет разность потенциалов на конденсаторе через 20 с после начала зарядки?

7.61. Конденсатор емкостью C (рис. 7.42) может заряжаться от источника с ЭДС E через сопротивления R_1, R_2, R_3 , затем разряжаться через те же сопротивления, $R_1 > R_2 > R_3$. Покажите графически, как пойдут кривые $U_3 = f(t)$; $U_p = \varphi(t)$ для разных R . Какую часть ЭДС составит разность потенциалов на конденсаторе, если с начала зарядки прошло время, равное времени релаксации?

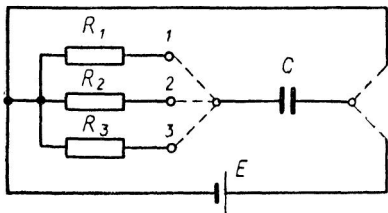


Рис. 7.42

§ 8. ПРИРОДА ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ

1. Плотность электрического тока в металлах:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E},$$

где $\sigma = n \frac{e^2}{m\tau}$ — удельная проводимость металла (здесь n — концентрация электронов в металле,
 τ — среднее время между соударениями электрона с атомами металла — время свободного пробега,
 e и m — заряд и масса электрона).

2. Контактная разность потенциалов на границе двух металлов с концентрацией свободных электронов n_1 и n_2 (по классической электронной теории):

$$U = \frac{kT}{e} \ln \frac{n_1}{n_2} = \frac{A_1 - A_2}{e},$$

где k — постоянная Больцмана;

T — температура спая;

e — заряд электрона;

A_1, A_2 — работы выходов свободного электрона из металлов.

3. Плотность тока насыщения при термоэлектронной эмиссии:

$$j_{\text{н}} = BT^2 e^{-\frac{A}{kT}},$$

где B — эмиссионная постоянная;

A — работа выхода;

T — температура катода,

k — постоянная Больцмана.

4. Закон Фарадея для электролиза:

$$m = \frac{1}{F} \frac{A}{n} q,$$

где m — масса вещества, выделенного на электроде,

A — атомная масса вещества,

n — его валентность,

q — количество электричества, прошедшего через электролит,

$$F = 9,65 \cdot 10^7 \frac{\text{Кл}}{\text{кг} \cdot \text{эКВ}} \text{ — число Фарадея.}$$

5. Плотность электрического тока в жидкостях:

$$\vec{j} = (n_+ q_+ b_+ + n_- q_- b_-) \vec{E},$$

где n_{\pm} — концентрация ионов обоих знаков;

q_{\pm} — заряд ионов;

b_{\pm} — их подвижность.

6. Наличное число пар ионов в газе при непрерывно действующем ионизаторе в условиях подвижного равновесия:

$$n_0 = \sqrt{\frac{N}{\alpha}},$$

где N — число пар ионов, создающихся каждую секунду в единице объема (мощность ионизатора).

α — коэффициент рекомбинации.

7. Плотность электрического тока в газах при постоянной концентрации носителей n_0 :

а) при токе, далеко от насыщения:

$$\vec{j} = n_0 q (b_+ + b_-) \vec{E};$$

б) при токе насыщения:

$$j = 2qNh,$$

где N — мощность ионизатора,

h — расстояние между пластинами конденсатора.

8. Зависимость термоэлектронного тока I_a от анодного напряжения U_a (формула Богуславского — Ленгмюра):

$$I_a = BU_a^{3/2},$$

где B — коэффициент, зависящий от формы и взаимного расположения анода и катода.

ВОПРОСЫ

1. Если приближать отрицательно заряженную палочку к накаливаемой нити электрической лампочки, то нить притягивается к палочке. Когда же приближается положительно заряженная палочка, то нить остается без движения и притягивается лишь в момент удаления положительного заряда. Однако если накал нити очень слабый, то она притягивается и к положительному, и к отрицательному зарядам. В случае же сильного накала нить остается в покое при приближении любого заряда.

Объясните эти явления, принимая во внимание явление термоэлектронной эмиссии, а также то обстоятельство, что внутри лампы имеется некоторое количество газа.

2. Почему необходимо сообщать дополнительную энергию электронам для их выхода из металла?

3. Чему равна сумма скачков потенциалов, если: а) два различных металла имеют один контакт; б) два различных металла имеют два контакта при одинаковой температуре (замкнутая цепь); в) два различных металла имеют два контакта при разных температурах (замкнутая цепь)?

4. В таблице приведены коэффициенты термо-ЭДС для некоторых металлов относительно платины. Как, пользуясь этой таблицей, найти коэффициент термо-ЭДС для любой пары металлов?

Металлы	β , мкВ/°С
Висмут	— 65
Железо	+16
Медь	+ 7,4
Никель	— 16,4
Сурьма	+ 47,0
Константан	— 34,4

5. В каком направлении пойдет ток в горячем спае в термопаре железо — константан?

6. Стержень составлен из трех металлов: части AB и CD из висмута, часть BC из сурьмы (рис. 8.1). Места контактов B и C помещены в герметически закупоренные тройники, соединенные изогнутой трубкой. Что произойдет с жидкостью в этой трубке, если по стержню пропустить ток в указанном направлении?

7. Предполагая, что подвижность ионов в электролитах одинакова, можно считать, что положительные ионы переносят в одну сторону каждую секунду заряд $+q$, а отрицательные ионы в противоположную сторону заряд $-q$. Какому количеству электричества соответствует масса отложившегося на электродах вещества?

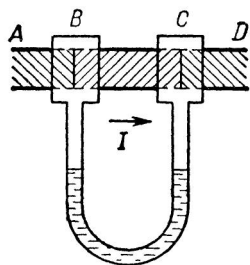


Рис. 8.1

8. При электролизе положительные и отрицательные ионы непрерывно нейтрализуются на соответствующих электродах. Почему же концентрация ионов в электролите остается постоянной?

9. На рисунке 8.2 показана зависимость тока I через электролитическую ванну от напряжения U между электродами. а) Какой физический смысл имеет напряжение U_1 ? б) Каково сопротивление электролита? в) Как изменится график, если концентрация электролита уменьшится? г) Как изменится график, если расстояние между электродами станет меньше?

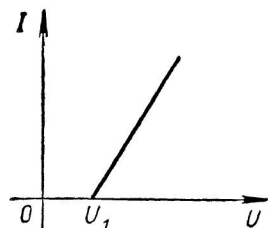


Рис. 8.2

10. Электрохимический эквивалент серебра $k = 1,118$ мг/Кл. По цепи, состоящей из шести одинаковых электролитических ванн с раствором AgNO_3 , течет ток

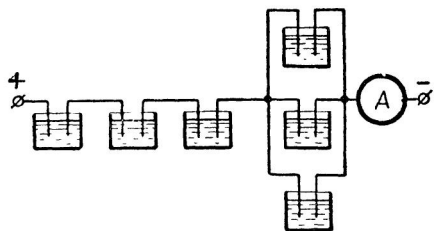


Рис. 8.3

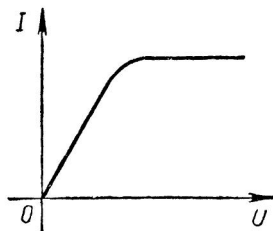


Рис. 8.4

$I = I_A$ (рис. 8.3). Сколько серебра выделится на катоде в каждой ванне за 1 с?

11. На рисунке 8.4 показана зависимость тока I между пластинами плоского конденсатора от напряжения U при несамостоятельном газовом разряде. Как изменится вольтамперная характеристика, если: а) не изменяя ионизатора, увеличить разрядный промежуток (раздвинуть пластины конденсатора); б) не изменяя разрядный промежуток, уменьшить интенсивность ионизатора (заменить ионизатором, дающим меньшее число ионов в 1 с в 1 см^3)?

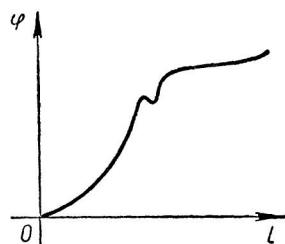


Рис. 8.5

12. На рисунке 8.5 показано распределение потенциала при тлеющем разряде в зависимости от расстояния до катода. В какой области между электродами напряженность поля наибольшая и в какой равна нулю?

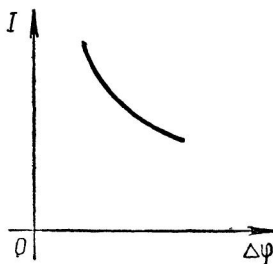


Рис. 8.6

13. На рисунке 8.6 показана зависимость тока при дуговом разряде от разности потенциалов между электродами. Как меняется сопротивление газового промежутка при уменьшении разности потенциалов?

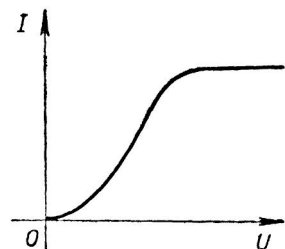


Рис. 8.7

14. На рисунке 8.7 показана вольтамперная характеристика двухэлектродной электронной лампы. а) Сравните данный график с графиком рисунка 8.4. Почему и в чем разница? б) Как изменится график, если увеличить температуру катода?

15. Плотность тока насыщения двухэлектродной электронной лампы при температуре катода T_1 равна j_1 , а при температуре T_2 — j_2 . Можно ли по этим данным определить, из какого металла сделан катод?

16. Какие из вольтамперных характеристик, приведенных на рисунках 8.2, 8.4, 8.6 и 8.7, подчиняются закону Ома?

17. Какие эксперименты убеждают в том, что в металлах свободными носителями зарядов являются электроны, в электролитах — ионы?

18. Перечислите основные недостатки классической электронной теории проводимости металлов.

Примеры решения задач

1. Катушка, содержащая 590 витков медного провода диаметром 0,3 мм, вращается вокруг своей оси, делая 33 оборота в секунду. Диаметр витков катушки 14 см. Концы катушки соединены с баллистическим гальванометром; сопротивление гальванометра и проводов $R_0 = 130$ Ом. При резком торможении катушки гальванометр дает отброс. Какое количество электричества пройдет по цепи при торможении катушки?

Д а н о:

$$n = 590 \text{ витков}$$

$$d_1 = 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$d_2 = 14 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$f = 33 \text{ с}^{-1}$$

$$R_0 = 130 \text{ Ом}$$

Р е ш е н и е.

Пока катушка вращается, электроны в проволоке имеют скорость упорядоченного движения, равную линейной скорости проволоки катушки, удаленной от оси вращения на $\frac{d_2}{2}$:

$$q = ?$$

$$v_0 = 2\pi f \frac{d_2}{2}. \quad (1)$$

При торможении катушки электроны некоторое время продолжают двигаться по инерции, в результате чего в проводнике возникает импульс тока и переносится некоторый заряд:

$$q = \int_0^t i dt. \quad (2)$$

Проводник движется с линейной скоростью v_0 . При торможении катушки с ускорением $\frac{dv}{dt}$ электроны относительно проводника приобретают ускорение $-\frac{dv}{dt}$. Такое же ускорение можно сообщить электронам в неподвижном проводнике, если создать в нем электрическое поле, т. е. приложить к концам проводника длиной l разность потенциалов:

$$U = lE = -l \frac{m}{e} \frac{dv}{dt}. \quad (3)$$

В этом случае по проводнику потечет ток

$$i = \frac{U}{R}. \quad (4)$$

Решение совместно уравнений (1) — (4) позволяет выразить заряд, прошедший через каждое сечение проводника за время торможения t ,

$$q = \int_0^t - \frac{Im}{Re} \frac{dv}{dt} dt = - \int_{v_0}^0 \frac{Im}{Re} dv = \frac{m}{e} \frac{lv}{R}. \quad (5)$$

Длину проводника l и его сопротивление R определим из условия задачи:

$$l = \pi n d_2; R = R_0 + \rho \frac{\pi n d_2 \cdot 4}{\pi d_1^2}.$$

Подставив в формулу (5) значения v_0 , l , R , получим:

$$q = \frac{m}{e} \cdot \frac{n d_2^2 \pi^2 f}{R_0 + 4\rho \frac{n d_2}{d_1^2}}.$$

Расчет дает: $q = 1,1 \cdot 10^{-10}$ Кл.

2. Термопара железо — константан и гальванометр соединены последовательно и включены между точкой A и движком C потенциометра (рис. 8.8). На потенциометр подано напряжение от аккумулятора с ЭДС $E = 2$ В. Полное сопротивление потенциометра $R = 10^4$ Ом. Холодный спай термопары помещен в сосуд Дьюара с тающим льдом. Какова температура горячего спая термопары, если ток в цепи гальванометра равен нулю при таком положении движка, когда сопротивление части потенциометра AC $R_1 = 132,5$ Ом? Сопротивление аккумулятора и подводящих проводов пренебрежимо мало.

Д а н о:

$$E = 2 \text{ В}$$

$$R = 10^4 \text{ Ом}$$

$$R_1 = 132,5 \text{ Ом}$$

$$T_2 = 273 \text{ К}$$

T_1 — ?

Р е ш е н и е.

Термоэлектродвижущая сила зависит от разности температур:

$$E_T = \beta (T_1 - T_2), \quad (1)$$

где β — постоянная термо-ЭДС.

Для определения E_T рассмотрим контур $ACBD$. Если ток в гальванометре равен нулю, то это значит, что разность потенциалов на участке потенциометра AC компенсируется термо-ЭДС термопары:

$$E_T = U_{AC} = IR_1. \quad (2)$$

При отсутствии тока в цепи гальванометра ток во всех участках потенциометра один и тот же и равен:

$$I = \frac{E}{R}. \quad (3)$$

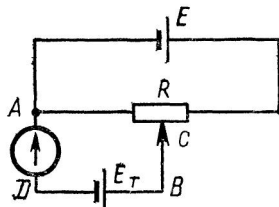


Рис. 8.8

Подставив это значение тока в выражение (2), получим:

$$E_T = E \frac{R_1}{R}. \quad (4)$$

Пользуясь таблицей коэффициентов термо-ЭДС металлов относительно платины (стр. 70), определим β для термопары железо — константан:

$$\beta = [16 - (-34,4)] \cdot 10^{-6} = 50,4 \cdot 10^{-6} \text{ (В/К)}.$$

Решив совместно уравнения (1) и (4), получим температуру горячего спая:

$$T_1 = T_2 + \frac{E}{\beta} \frac{R_1}{R}.$$

Расчет дает: $T_1 = 349,4 \text{ К} = 76,4^\circ\text{С}$.

3. Определите коэффициент диссоциации водного раствора хлористого калия (KCl) с концентрацией $c = 100 \text{ кг/м}^3$. Удельное сопротивление такого раствора при 18°С равно $7,36 \cdot 10^{-2} \text{ Ом}\cdot\text{м}$.

Д а н о:

Р е ш е н и е.

$$c = 100 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho = 7,36 \cdot 10^{-2} \text{ Ом}\cdot\text{м}$$

$$\alpha = ?$$

Коэффициент диссоциации показывает, какая доля всех молекул распалась на ионы:

$$\alpha = \frac{n}{n_0}, \quad (1)$$

где n — концентрация пар ионов,

n_0 — концентрация молекул растворенного вещества.

Если концентрация растворенного вещества c , то в 1 м^3 раствора находится $\frac{c}{\mu}$ киломолей хлористого калия; так как в каждом киломоле содержится $N = 6,02 \cdot 10^{26}$ молекул, то

$$n_0 = \frac{c}{\mu} N. \quad (2)$$

От концентрации пар ионов n зависит электропроводность электролита:

$$\sigma = Zen (b_+ + b_-) = \frac{1}{\rho}.$$

Выразим отсюда n :

$$n = \frac{1}{\rho Ze (b_+ + b_-)}. \quad (3)$$

Подставляя (2) и (3) в (1), получаем:

$$\alpha = \frac{\mu}{\rho Z e (b_+ + b_-) c N}. \quad (4)$$

Из таблиц находим: $\mu = 39 + 35 = 74$ (кг/кмоль)

$$Z = 1$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$b_+ = 6,7 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2/(\text{с} \cdot \text{В})$$

$$b_- = 6,8 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2/(\text{с} \cdot \text{В}).$$

После подстановки всех цифровых данных в формулу (4) получаем:

$$\alpha = 0,77.$$

4. Через водный раствор соляной кислоты пропускают электрический ток 0,5 А в течение 2 мин. Найдите массу образующегося при этом гремучего газа.

Д а н о:

$$I = 0,5 \text{ А}$$

$$t = 120 \text{ с}$$

$m = ?$

Р е ш е н и е.

Масса гремучего газа равна сумме масс водорода $\text{H}_2 (m_1)$ и кислорода $\text{O}_2 (m_2)$, образовавшихся при электролизе подкисленной воды:

$$m = m_1 + m_2. \quad (1)$$

Массу вещества, получившегося при электролизе, можно найти по закону Фарадея:

$$m_1 = \frac{1}{F} \frac{A_1}{n_1} It; \quad m_2 = \frac{1}{F} \frac{A_2}{n_2} It, \quad (2)$$

где F — число Фарадея,

A_1, A_2 — атомная масса водорода и кислорода,

n_1, n_2 — их валентность.

Подставив выражение (2) в уравнение (1), получим:

$$m = \frac{It}{F} \left(\frac{A_1}{n_1} + \frac{A_2}{n_2} \right). \quad (3)$$

Произведем расчет.

Из таблиц:

$$F = 9,65 \cdot 10^7 \frac{\text{Кл}}{(\text{кг} \cdot \text{экв})}; \quad A_1 = 1 \frac{\text{кг}}{\text{кмоль}}; \quad A_2 = 16 \frac{\text{кг}}{\text{кмоль}};$$

$$n_1 = 1; \quad n_2 = 2.$$

$$m = 5,8 \cdot 10^{-6} \text{ кг}.$$

5. Определите электродвижущую силу элемента Даниэля, если цинковый электрод опущен в раствор, содержащий в 1 л 0,1 г·эquiv ионов Zn^{2+} , а медный электрод опущен в раствор, содержащий в 1 л 0,2 г·эquiv ионов Cu^{2+} (скачок потенциалов на границе растворов незначителен).

Д а н о:

$$V = 1 \text{ л}$$

$$c_1 = 0,1 \text{ г·эquiv}$$

$$c_2 = 0,2 \text{ г·эquiv}$$

$E = ?$

Р е ш е н и е.

Электродвижущая сила гальванического элемента равна разности электрохимических потенциалов. Опытным путем установлено, что при комнатной температуре электрохимический потенциал равен:

$$\varphi' = \varphi + 0,058 \lg \frac{c}{n},$$

где φ — нормальный электрохимический потенциал;
 c — концентрация ионов металла, выраженная в долях нормальной концентрации;
 n — валентность.

Рассчитаем электрохимические потенциалы каждого электрода. Нормальные электрохимические потенциалы берем из таблиц:

$$\varphi_{Cu} = 0,61 \text{ В}, \quad \varphi_{Zn} = -0,50 \text{ В}.$$

$$\varphi'_{Cu} = 0,61 + 0,058 \lg \frac{0,2}{2} = 0,59 \text{ (В)};$$

$$\varphi'_{Zn} = -0,50 + 0,058 \frac{\lg 0,1}{2} \approx 0,529 \text{ (В)}.$$

Электродвижущая сила элемента

$$E = \varphi'_{Cu} - \varphi'_{Zn} = 1,19 \text{ В}.$$

6. Атом кислорода однократно ионизируется ударом положительных ионов, имеющих заряд электрона. Какова наименьшая разность потенциалов, которую прошел ион, вызвавший ионизацию, если его масса вместе с «прилипшими» молекулами в 4 раза больше массы атомов кислорода?

Д а н о:

$$q = e$$

$$m = 4 M$$

$\Delta\varphi = ?$

Р е ш е н и е.

Скорость теплового движения во много раз меньше скорости ионизирующей частицы, поэтому можно считать, что до удара атом неподвижен.

Ион массой m в электрическом поле с разностью потенциалов $\Delta\varphi$ приобретает кинетическую энергию:

$$e\Delta\varphi = \frac{mv^2}{2} \quad (1)$$

(предполагаем, что $v \ll c$ и поэтому масса не зависит от скорости).

При столкновении с нейтральным атомом ион передает ему часть своей энергии. Так как атом ионизируется, то соударение нужно считать неупругим. Масса электрона, «выбитого» из атома, $m_e \ll M$, поэтому при небольших скоростях его энергией и импульсом по сравнению с энергией и импульсом ионов кислорода можно пренебречь.

После неупругого соударения иона с атомом кислорода оба иона движутся с одинаковой скоростью. Применим закон сохранения импульса:

$$mv = (m + M)u. \quad (2)$$

По закону сохранения и превращения энергии энергия иона идет на работу ионизации и на сообщение кинетической энергии:

$$\frac{mv^2}{2} = A_{\text{и}} + \frac{(m + M)u^2}{2}. \quad (3)$$

Решая совместно уравнения (2), (3), получаем:

$$\frac{mv^2}{2} = A_{\text{и}} \left(1 + \frac{m}{M}\right). \quad (4)$$

Минимальная кинетическая энергия, которой должна обладать частица для осуществления ударной ионизации атома газа, будет тем ближе к $A_{\text{и}}$, чем меньше масса частицы по сравнению с массой атома. Для электрона эта энергия меньше, чем для любого иона.

Решая совместно уравнения (1) и (4) и учитывая, что $\frac{m}{M} = 4$, получим наименьшую разность потенциалов, которую проходит ион, вызывающий ионизацию:

$$\Delta\varphi = 5 \frac{A_{\text{и}}}{e}.$$

Значение $A_{\text{и}} = 13,56$ эВ берем из таблицы.

Вычисления дают $\Delta\varphi = 67,8$ В.

7. Площадь электродов ионизационной камеры 100 см^2 , расстояние между ними $6,5$ см. Ионизатор образует в 1 см^3 ежесекундно $N = 10^9$ одновалентных ионов каждого знака. Коэффициент рекомбинации $\alpha = 10^{-6} \text{ см}^3 \cdot \text{с}^{-1}$. Подвижность ионов $b_+ = b_- = 1 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$. Какое наибольшее возможное число пар ионов в 1 см^3 камеры? Какой ток пойдет между электродами ионизационной камеры, если приложена разность потенциалов 20 В? Какую долю тока насыщения составляет найденный ток? Через сколько

времени после прекращения действия ионизатора число ионов вследствие рекомбинации уменьшится вдвое?

Д а н о:

$$S = 100 \text{ см}^2$$

$$d = 6,5 \text{ см}$$

$$N = 10^9 \text{ см}^{-3}$$

$$\alpha = 10^{-6} \text{ с}^{-1} \cdot \text{см}^3$$

$$b_+ = b_- = 1 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$$

$$U = 20 \text{ В}$$

$$n' = \frac{n}{2}$$

Р е ш е н и е.

Наибольшее возможное число пар ионов в 1 см^3 камеры получится при условии, что убывание ионов происходит только за счет их рекомбинации.

При наличии равновесия $N = \alpha n_0^2$, откуда

$$n_0 = \sqrt{\frac{N}{\alpha}}. \quad (1)$$

$$n_0 \text{ — ? } I \text{ — ?}$$

$$\frac{I}{I_n} \text{ — ? } t \text{ — ?}$$

Сила тока в отсутствие насыщения равна:

$$I = n_0 e (b_+ + b_-) E S = \sqrt{\frac{N}{\alpha}} e (b_+ + b_-) \frac{U}{d} S. \quad (2)$$

При наличии тока насыщения все создаваемые ионизатором ионы достигают электродов, поэтому

$$I_n = e N d S. \quad (3)$$

Обозначим через dn число ионов, нейтрализующихся вследствие рекомбинации за малый промежуток времени dt , тогда число ионов, пропадающих в единицу времени, равно:

$$\frac{dn}{dt} = -\alpha n^2$$

или

$$\alpha dt = -\frac{dn}{n^2} \quad (4)$$

(знак «—» показывает убывание числа ионов).

В момент прекращения действия ионизатора $t = 0$. Проинтегрировав уравнение (4):

$$\alpha \int_0^t dt = - \int_{n_0}^n \frac{dn}{n^2},$$

получаем:

$$\alpha t = \frac{1}{n} - \frac{1}{n_0}.$$

Откуда

$$t = \frac{n_0 - n}{n_0 n \alpha}. \quad (5)$$

Расчеты дают:

$$n_0 = 3,2 \cdot 10^7 \text{ см}^{-3}; \quad I = 3,3 \cdot 10^{-9} \text{ А}; \quad \frac{I}{I_n} = 34 \cdot 10^{-3}; \quad t = 0,03 \text{ с.}$$

Задачи для самостоятельного решения

8.1. Принимая, что на каждый атом меди и вольфрама приходится один свободный электрон, определите для этих металлов отношение: а) концентраций свободных электронов; б) времен свободного пробега электронов при комнатной температуре; в) средних скоростей упорядоченного движения электронов при одинаковой плотности тока.

8.2. В медном проводнике длиной $l = 2$ м и площадью поперечного сечения $S = 0,4$ мм² идет ток. Мощность, выделяющаяся в проводнике, $P = 0,35$ Вт. Определите число электронов, проходящих за 1 с через поперечное сечение этого проводника, и напряженность электрического поля.

8.3. По железному проводнику течет ток с плотностью $j = 10^4$ А/м². Считая, что на каждый атом металла приходится один свободный электрон, определите: а) среднюю скорость упорядоченного движения электронов (дрейфовую скорость); б) механический импульс электронов в единице объема проводника.

8.4. На аноде двухэлектродной лампы за 1 ч работы выделилось 63 Дж энергии при токе насыщения в лампе 6,3 мА. Считая, что тепло выделяется только за счет кинетической энергии электронов, определите: а) скорость электронов, ударяющихся в анод; б) число электронов, покидающих катод в течение 1 с.

8.5. Определите ток насыщения в электронной лампе с вольфрамовым катодом при таких данных: длина нити накала $l = 3$ см; диаметр $d = 0,1$ мм; температура нити накала 2700 К; эмиссионная постоянная для вольфрама $B = 60$ А/(см²·К²).

8.6. Эмиссионная постоянная для чистого вольфрама равна $B = 60$ А/(см²·К²), для торированного вольфрама $B_1 = 3$ А/(см²·К²). Определите для двухэлектродных ламп, имеющих катоды из таких металлов, отношение плотности токов насыщения при температуре катода 1800 К.

8.7. Какова работа выхода электронов из металла, если повышение температуры нити накала, сделанной из этого металла, от 2000 до 2001 К увеличивает ток в двухэлектродной лампе на 1%?

8.8. Трехэлектродная лампа имеет внутреннее сопротивление 8000 Ом и крутизну характеристики 3 мА/В. Определите: а) коэффициент усиления; б) анодный ток при $U'_a = 120$ В, если при анодном напряжении $U_a = 100$ В он равен 50 мА (напряжение между сеткой и катодом не меняется); в) как следует изменить сеточное напряжение для увеличения анодного тока на 5 мА, если для такого же увеличения анодного тока при постоянном U_c анодное напряжение увеличивают на $\Delta U_a = 40$ В.

8.9. Чему равно отношение числа свободных электронов в единице объема у висмута и сурьмы, если при нагревании одного из сплавов на 100°C возникает термоэлектродвижущая сила $E_T = 0,011$ В? Какой металл имеет больше свободных электронов в единице объема, если ток через нагретый спай идет от висмута к сурьме?

8.10. Термопара висмут — железо сопротивлением $r = 5 \text{ Ом}$ присоединена к гальванометру, сопротивление которого $R = 110 \text{ Ом}$. Какой ток покажет гальванометр, если один спай поместить в пары кипящей воды (при нормальном давлении), а другой в тающий лед?

8.11. Для определения температуры печи в нее вставляют термопару никель — нихром с постоянной $\beta = 5 \cdot 10^{-7} \text{ В} \cdot \text{°C}^{-1}$, присоединенную к гальванометру с внутренним сопротивлением $R = 2 \cdot 10^3 \text{ Ом}$, с чувствительностью 10^{-8} А/дел . Сопротивлением термопары пренебрегите. При температуре второго спая $t_2 = +15^\circ\text{C}$ гальванометр дает отклонение $n = 25$ делений. Какова температура печи t_1 ?

8.12. Две электролитические ванны соединены последовательно. В первой ванне выделился цинк массой $m_1 = 3,9 \text{ г}$, во второй за то же время — железо массой $m_2 = 2,24 \text{ г}$. Цинк двухвалентен. Какова валентность железа?

8.13. Две электролитические ванны соединены последовательно. Зависимость скорости выделения металлов на электродах от времени графически представлена на рисунке 8.9. Известно, что в течение 10 мин выделилось 50 г меди и 150 г неизвестного вещества. Определите электрохимический эквивалент неизвестного металла. Какое это вещество? Установите закон изменения тока от времени.

8.14. Электролитическая ванна с раствором медного купороса присоединена к батарее аккумуляторов с электродвижущей силой 4 В и внутренним сопротивлением 0,1 Ом. Определите: а) количество меди, выделившееся за 10 мин, если ЭДС поляризации равна 1,5 В и сопротивление раствора 0,5 Ом; б) отношение заряда иона меди к его массе. Медь двухвалентна.

8.15. При электролизе раствора разлагается 4,77 г медного купороса за 1 ч. Определите число ионов меди, нейтрализующихся ежесекундно на катоде. Каков заряд каждого иона?

8.16. Две электролитические ванны соединены последовательно. В первой ванне находится раствор хлористого железа (FeCl_2), а во второй — раствор хлорного железа (FeCl_3). Определите массу выделившегося железа и хлора в каждой ванне при прохождении количества электричества $q = 9,65 \cdot 10^7 \text{ Кл}$.

8.17. При электролизе раствора серной кислоты расходуется мощность 37 Вт. Определите сопротивление электролита, если за 500 мин выделяется 0,3 г водорода.

8.18. Какое количество электрической энергии надо израсходовать, чтобы при электролизе раствора AgNO_3 выделилось 500 мг серебра? Разность потенциалов на электродах 4 В.

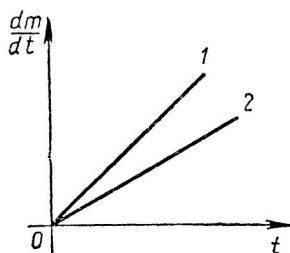
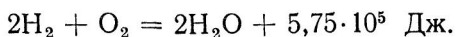


Рис. 8.9

8.19. Реакция образования воды из водорода и кислорода происходит с выделением тепла:



Определите наименьшую разность потенциалов на платиновых электродах, необходимую для электролиза слабого раствора серной кислоты в воде.

8.20. Определите ЭДС элемента Даниэля, если известно, что при соединении 1 г-эquiv цинка с серной кислотой освобождается $5,16 \cdot 10^5$ Дж, а при выделении 1 г-эquiv меди из медного купороса потребляется $4,15 \cdot 10^5$ Дж.

8.21. В растворе медного купороса анодом служит пластина из меди, содержащая 12% примесей. Какая электрическая энергия расходуется для получения 1 кг чистой меди, если напряжение на электролитической ванне 6 В?

8.22. Электропроводность нормального раствора соляной кислоты равна $0,035 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$. Определите коэффициент диссоциации. Какое число ионов каждого знака находится в единице объема раствора?

8.23. В сосуд прямоугольной формы, противоположные стенки которого служат электродами, налит десятипроцентный раствор поваренной соли массой 780 г. Каков коэффициент диссоциации, если сопротивление раствора 6,9 Ом и расстояние между электродами 25 см?

8.24. На рисунке 8.10 изображен прибор для наблюдения движения ионов. В трубку А сначала наливают при закрытом кране водный раствор азотнокислого калия KNO_3 , а трубку В заполняют через воронку водным раствором марганцовокислого калия KMnO_4 . Затем, осторожно открывая кран, впускают в трубку А раствор KMnO_4 . При пропускании тока ионы MnO_4 движутся от катода к аноду и вместе с ними перемещается фиолетовая окраска. Определите подвижность ионов, если в приборе расстояние между электродами 20 см, подводимое напряжение 40 В и через 5 мин после начала опыта разность высот оказывается равной 6 мм.

8.25. Определите диаметр шарика, который, имея тот же заряд, что и ион серебра, движется в слабом водном растворе соли серебра при наличии электрического поля с той же скоростью, как и ион серебра. Принять, что сопротивление среды при движении шарика определяется формулой Стокса и что вязкость раствора такая же, как вязкость воды при 18°C .

8.26. При электролизе раствора серебряной соли (AgNO_3) в течение 1 ч выделилось 9,4 г серебра. Определите ЭДС поляризации, если

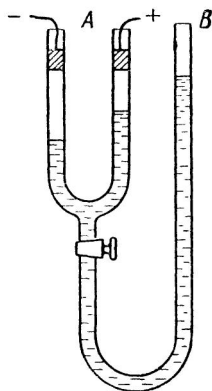


Рис. 8.10

напряжение на зажимах ванны 4,2 В, а ее сопротивление 1,5 Ом.

8.27. Каков электрохимический потенциал системы цинк — раствор, если в растворе содержится 0,1 г $ZnCl_2$ в 100 см³ воды? Считайте диссоциацию полной.

8.28. В раствор серной кислоты на длительное время были опущены две металлические пластины. Когда эти пластины соединили через сопротивление и амперметр, то амперметр показал 0,22 А. После длительной работы элемента ток уменьшился до 0,154 А, а один из электродов покрылся водородом. Считая сопротивление всей цепи постоянным и равным 5 Ом, раствор электролита нормальной концентрации, определите, из каких металлов сделаны электроды. На каком из электродов выделяется водород?

8.29. Какой заряд находится на плоских электродах, опущенных в раствор медного купороса, если ток $I = 0,5$ А и удельное сопротивление раствора $\rho = 0,5$ Ом·м? Диэлектрическая проницаемость раствора $\epsilon = 80,5$.

8.30. При какой наименьшей относительной скорости двух молекул кислорода при неупругом их соударении может произойти однократная ионизация одной из них? Какой наименьшей скоростью должны обладать электроны для получения таких же ионов кислорода?

8.31. Какую разность потенциалов должна пройти α -частица, чтобы двукратно ионизировать атом азота?

8.32. В сосуд с газом поместили такой радиоактивный элемент, что ежесекундно в 1 см³ газа ионизируется 10^{10} молекул. В результате рекомбинации в сосуде установилось равновесие, причем в 1 см³ находится 10^9 положительных ионов. Определите коэффициент рекомбинации. Во сколько раз изменится электропроводность воздуха через 1 с после удаления радиоактивного препарата?

8.33. Рентгеновские лучи ионизируют воздух так, что в 1 см³ ежесекундно образуется 10^9 пар ионов. Коэффициент рекомбинации 10^{-5} см³·с⁻¹. Заряд иона равен заряду электрона. Какую удельную электропроводность имеет ионизированный воздух при равновесии?

8.34. Определите скорость положительных и отрицательных ионов азота, находящихся в атмосферном воздухе на расстоянии $l = 2$ см от оси длинного прямого провода, на котором равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 10^{-10}$ Кл/см. Заряд иона численно равен заряду электрона.

8.35. Воздух между двумя пластинами конденсатора ионизируется. Ток насыщения равен $2 \cdot 10^{-10}$ А. Площадь пластинок 100 см²; расстояние между ними 0,5 см. Коэффициент рекомбинации в данных условиях 10^{-5} см³·с⁻¹. Заряд иона равен заряду электрона. Определите число пар ионов, образующихся за 1 с в 1 см³, и концентрацию ионов через 10 с после удаления ионизатора.

8.36. К источнику высокого напряжения через сопротивление $R = 10^6$ Ом подключен плоский конденсатор емкостью $C = 9 \cdot 10^{-12}$ Ф с расстоянием между пластинами $d = 3$ см. Воздух в пространстве

между пластинами конденсатора ионизируется рентгеновскими лучами так, что в 1 см^3 образуется $n = 10^4$ пар ионов в 1 с. Заряд иона равен заряду электрона. Найдите падение напряжения на сопротивлении R , считая, что между пластинами конденсатора установился ток насыщения.

8.37. За счет естественной радиоактивности в воздухе атмосферы происходит в среднем 10^7 ионизаций в 1 м^3 за 1 с. Коэффициент рекомбинации для воздуха при давлении 760 мм рт. ст. $\alpha = 1,9 \times 10^{-8} \text{ см}^3 \cdot \text{с}^{-1}$. Определите равновесную концентрацию ионов, а также перемещение в вертикальном направлении положительных и отрицательных ионов, если напряженность электрического поля вблизи поверхности Земли $E = 130 \text{ В} \cdot \text{м}^{-1}$.

§ 9. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ТОКА

1. Сила, действующая на элемент тока $I d\vec{l}$, помещенный в магнитное поле с индукцией \vec{B} , равна:

$$d\vec{F} = [I d\vec{l} \vec{B}].$$

2. На контур с током, помещенный в магнитное поле, действует вращающий момент:

$$\vec{M} = [\vec{P}_m \vec{B}],$$

где $\vec{P}_m = ISn_0$ — магнитный момент контура с током,

n_0 — единичный вектор, перпендикулярный к контуру,

S — площадь, охватываемая контуром,

I — ток в контуре.

Если контур с током находится в неоднородном магнитном поле, то, кроме вращающего момента, на него действует ponderomotorная сила, сообщающая ему поступательное движение:

$$F = P_m \frac{\partial B}{\partial x} \cos \alpha,$$

где $\frac{\partial B}{\partial x}$ — градиент индукции поля,

α — угол между \vec{P}_m и \vec{B} .

3. Работа силы Ампера при перемещении проводника с током в магнитном поле равна:

$$dA = Id\Phi,$$

где $d\Phi$ — магнитный поток, пересекаемый проводником с током. Магнитный поток через элементарную площадку dS :

$$d\Phi = (\vec{B} d\vec{S}).$$

4. Напряженность магнитного поля:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu},$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\Gamma}{M}$ — магнитная постоянная,

μ — относительная магнитная проницаемость среды.

5. Закон Био — Савара — Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{1}{r^3} [Id\vec{l} \vec{r}],$$

где $I d\vec{l}$ — элемент тока,

\vec{r} — радиус-вектор, проведенный от элемента проводника к точке, в которой определяется индукция магнитного поля.

Индукция точки поля, созданного проводником с током:

$$\vec{B} = \Sigma d\vec{B}_i.$$

а) Индукция магнитного поля прямого проводника с током конечной длины в произвольной точке A (рис. 9.1) равна:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r_0} (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2).$$

Для бесконечно длинного прямого проводника с током

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_0}.$$

б) Индукция магнитного поля в центре кругового тока радиусом R :

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R} = \frac{\mu\mu_0 P_M}{2\pi R^3}.$$

Индукция магнитного поля в точке, лежащей на оси кругового тока на расстоянии h от его центра:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2} \frac{IR^2}{(R^2 + h^2)^{3/2}} = \frac{\mu\mu_0 P_M}{2\pi (R^2 + h^2)^{3/2}}.$$

в) Индукция магнитного поля в точке, лежащей на оси соленоида:

$$B = \frac{\mu\mu_0}{2} nI (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1)$$

(здесь n — число витков, приходящихся на единицу длины соленоида, α_2, α_1 — углы, образованные положительным направлением оси соле-

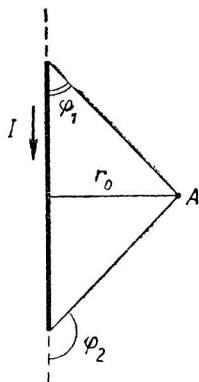


Рис. 9.1

ноида (по направлению вектора \vec{B} в соленоиде) и прямыми от исследуемой точки до концов соленоида).

Для бесконечно длинного соленоида

$$B = \mu\mu_0 nI.$$

6. Закон полного тока. Циркуляция вектора напряженности \vec{H} вдоль замкнутого контура равна алгебраической сумме постоянных токов, охватываемых этим контуром:

$$\oint_L (\vec{H}d\vec{l}) = \sum_{i=1} I_i.$$

ВОПРОСЫ

1. Определите направление силы, действующей на проводник с током в магнитном поле (рис. 9.2, а, б, в, г).

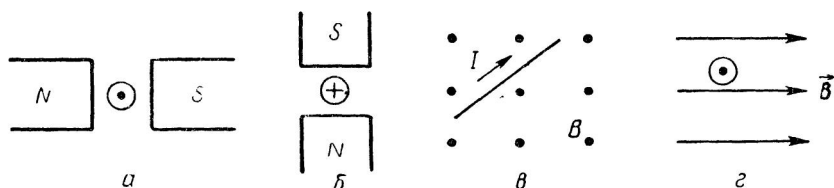


Рис. 9.2

2. Как направлен магнитный момент кругового тока (рис. 9.3)?

3. Как направлена сила, с которой магнитное поле Земли действует в северном полушарии на горизонтальный проводник с током? Рассмотрите случаи: а) проводник расположен в плоскости магнитного меридиана и ток идет с севера на юг; б) проводник перпендикулярен плоскости магнитного меридиана и ток идет с запада на восток?

4. Вдоль длинного прямолинейного магнита расположен гибкий свободный проводник. Какое он займет положение, если по нему пропустить ток?

5. Почему стрелка компаса и виток, обтекаемый током, находящиеся в магнитном поле, совершают колебания около положения равновесия? Как определить это положение равновесия в том и другом случае? Какова ориентация по отношению к линиям индукции поля магнитной стрелки и витка в положении равновесия?

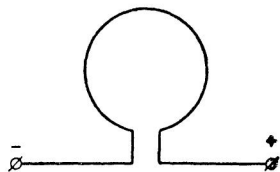


Рис. 9.3

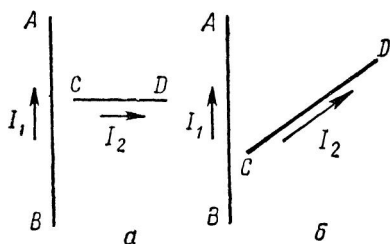


Рис. 9.4

6. Как изменится взаимное расположение проводников при пропускании по ним токов, если свободные проводники лежат: а) в одной плоскости (рис. 9.4, а); б) во взаимно перпендикулярных плоскостях (рис. 9.4, б)?

7. Прямолинейный ток I_2 проходит по оси кругового тока I_1 . С какой силой взаимодействуют токи?

8. Опишите взаимодействие двух одинаковых обручей, имеющих общий центр и расположенных один горизонтально, а другой вертикально, если по этим обручам идут токи одинаковой величины.

9. В горизонтальной плоскости расположен виток неопределенной формы из гибкой проволоки. Виток пронизывается однородным магнитным полем, направленным вертикально вниз. Какую форму примет виток, если по нему пропустить ток? Что изменится при помещении этого витка с током в неоднородное магнитное поле?

10. Сверхпроводящее кольцо, по которому протекает ток, изгибается в две окружности в виде восьмерки и затем складывается вдвое. Как изменится магнитное поле в центре кольца?

11. Сферический конденсатор, заполненный диэлектриком и заряженный до некоторой разности потенциалов, разряжается через свой диэлектрик. Каким будет магнитное поле токов разряда в пространстве между сферами?

12. При какой ориентации контура с током во внешнем магнитном поле поворот контура на 180° производится без совершения работы?

13. Как изменится индукция магнитного поля внутри медной трубы при увеличении тока, текущего по трубе, в 2 раза?

Примеры решения задач

1. Медный провод сечением $S = 2 \text{ мм}^2$, согнутый в виде трех сторон квадрата, может вращаться относительно горизонтальной оси. Провод находится в однородном магнитном поле, направленном вертикально. Когда по проводу течет ток $I = 10 \text{ А}$, провод отклоняется на угол $\alpha = 15^\circ$. Определите индукцию магнитного поля.

Д а н о:

$$S = 2 \text{ мм}^2$$

$$I = 10 \text{ А}$$

$$\alpha = 15^\circ$$

В — ?

Р е ш е н и е.

Изогнутый проводник, повернувшись при включении тока на угол α , остается в равновесии. Следовательно, сумма моментов сил, действующих на него, равна

нулю. Проводник с током находится в магнитном поле и поле тяготения Земли, поэтому на каждую из трех его частей действует сила Ампера и сила тяжести.

Рассмотрим движение проводника относительно неподвижного наблюдателя в системе координат с осью x , направленной по оси вращения, и осью y , направленной вертикально и проходящей через середину проводника CD (рис. 9.5), когда по нему не течет ток.

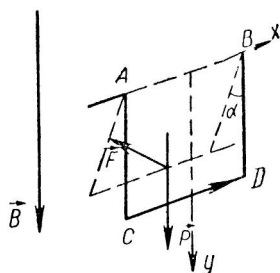


Рис. 9.5

Силы Ампера, действующие на токи, текущие по сторонам AC и DB , равны по величине и противоположны по направлению, радиус-векторы этих сил одинаковы, и поэтому суммарный момент сил, действующих на эти части проводника, равен нулю.

Определим силу Ампера, действующую на часть проводника CD (ток направлен от C к D). Учитывая, что \vec{B} и элемент тока $I\vec{l}$ взаимно перпендикулярны, получим для силы Ампера значение

$$F = IlB. \quad (1)$$

Момент этой силы, действующий на проводник относительно оси, равен:

$$\vec{M}_1 = [\vec{R}_1 \vec{F}_1], \quad (2)$$

где \vec{R}_1 — радиус-вектор, проведенный от оси вращения до точки приложения силы. Расстояние от оси вращения до точки приложения силы равно $R_1 = l$, угол между радиус-вектором \vec{R}_1 и силой \vec{F}_1

$$\varphi_1 = -\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right).$$

Проекция момента силы Ампера на ось x равна:

$$M_1 = -Fl \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right). \quad (3)$$

На проводник в поле тяготения Земли действует сила тяжести

$$P = 3lSDg. \quad (4)$$

Эта сила приложена к центру масс. Для определения радиус-вектора \vec{R}_2 этой силы найдем положение центра масс. В выбранной системе координат координаты центра масс равны соответственно

$$X_0 = 0 \text{ и } Y_0 = \frac{2m \frac{l}{2} + ml}{3m} = \frac{2}{3} l.$$

Следовательно, расстояние от оси вращения до точки приложения силы тяжести $R_2 = \frac{2}{3}l$, угол между радиус-вектором \vec{R}_2 и направлением силы \vec{P} $\varphi_2 = \alpha$.

Проекция момента силы тяжести на ось x

$$M_2 = P \cdot \frac{2}{3} l \sin \alpha = 2 \cdot l^2 SDg \sin \alpha. \quad (5)$$

Сумма проекций моментов сил на ось x при равновесии должна быть равна нулю. Учитывая это и используя уравнения (3) и (5), получим:

$$B = \frac{2SDg}{I} \operatorname{tg} \alpha.$$

Вычисления дают: $B = 9,3 \cdot 10^{-3}$ Т.

2. По трем длинным проводам, расположенным в одной плоскости параллельно друг другу на расстоянии 3 см, текут токи $I_1 = I_2$ и $I_3 = -(I_1 + I_2)$. Определите положение прямой, в точках которой напряженность поля, создаваемого токами, равна нулю.

Д а н о:

$$a = 3 \text{ см}$$

$$I_1 = I_2$$

$$I_1 + I_2 = -I_3$$

$$\Sigma \vec{H}_i = 0.$$

$$x = ?$$

Р е ш е н и е.

Предположим, что провод с током I_3 расположен между проводами с токами I_1 и I_2 . Изобразим токи и определим направления векторов напряженностей, созданных этими токами в точках A , B , C (рис. 9.6, а). Из рисунка видно, что при таком расположении проводников нельзя найти точку, в которой бы $\Sigma \vec{H}_i = 0$.

Предположим, что проводник с током I_3 расположен так, как показано на рисунке 9.6, б. Тогда точка, в которой напряженность магнитного поля, создаваемого тремя токами, будет равна нулю, должна находиться между проводами с токами I_1 и I_2 . Причем это будет не одна точка, а целое семейство точек, расположенных на

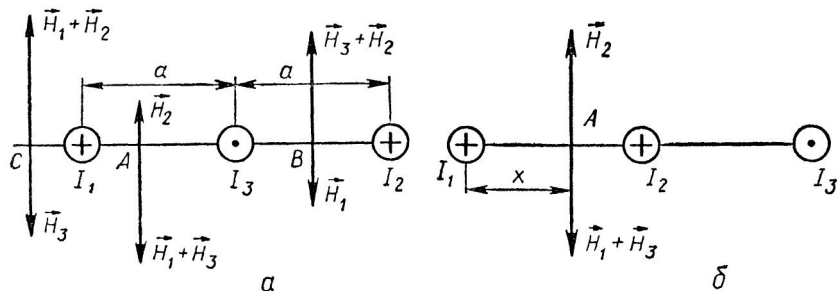


Рис. 9.6

прямой, параллельной проводникам с токами I_1, I_2, I_3 и находящейся с ними в одной плоскости.

Найдем положение этой прямой и ее расстояние от тока I_1 . Так как длина проводников достаточно велика по сравнению с расстояниями a и x , то

$$H_1 = \frac{I}{2\pi x}; \quad H_2 = \frac{I}{2\pi(a-x)}; \quad H_3 = \frac{2I}{2\pi(2a-x)}.$$

Для напряженности магнитного поля справедлив принцип суперпозиции:

$$\vec{H}_A = \vec{H}_1 + \vec{H}_2 + \vec{H}_3.$$

Напряженности \vec{H}_1 и \vec{H}_3 направлены вертикально вниз, а \vec{H}_2 — вверх, поэтому $H_A = H_1 + H_3 - H_2$.

По условию $H_A = 0$, значит,

$$\frac{I}{2\pi x} + \frac{2I}{2\pi(2a-x)} = \frac{I}{2\pi(a-x)}.$$

Решив это уравнение относительно x , получим $x = 2$ см. Таким образом, прямая, в точках которой напряженность магнитного поля равна нулю, расположена на расстоянии 2 см от тока I_1 и 1 см от тока I_2 .

3. По тороидальной катушке с числом витков $N = 1000$ течет ток 5 А. Средний диаметр катушки $d = 40$ см, радиус витков $r = 5$ см. Определите напряженность магнитного поля в точках, находящихся от центра тороида на расстояниях $a_1 = 5$ см, $a_2 = 20$ см и $a_3 = 23$ см.

Д а н о:

$N = 1000$	$a_1 = 5$ см
$I = 5$ А	$a_2 = 20$ см
$d = 40$ см	$a_3 = 23$ см
$r = 5$ см	

$$H_1 \text{ — ? } \quad H_2 \text{ — ?}$$

$$H_3 \text{ — ?}$$

Р е ш е н и е.

Воспользуемся теоремой о циркуляции вектора напряженности магнитного поля. В качестве контуров интегрирования возьмем окружности с центрами в центре тороида и радиусами, равными расстоянию от центра тороида до заданных точек (рис. 9.7).

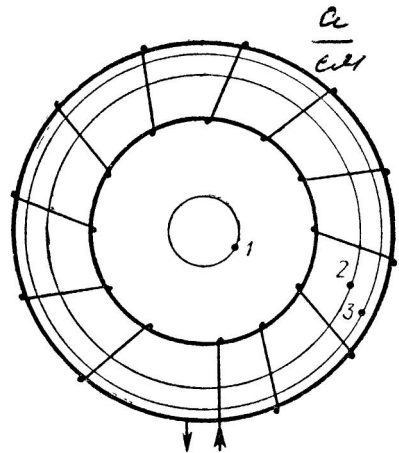


Рис. 9.7

Точка 1 находится на расстоянии 5 см от центра тороида. Окружность, проведенная через эту точку, не будет охватывать тока, поэтому

$$H_1 = 0. \quad (1)$$

Точка 2 лежит на окружности, радиус которой равен среднему радиусу тороида ($2a_2 = d$). Плоскость, охватываемую этим контуром, пересекают N витков с током I , следовательно,

$$\oint_L H dl = NI.$$

Откуда

$$H_2 = \frac{NI}{\pi d}. \quad (2)$$

Точка 3 лежит внутри тороида, но находится на расстоянии

$$a_3 > a_2.$$

Проведя рассуждения, аналогичные предыдущим, получим:

$$H_3 = \frac{NI}{2\pi a_3}. \quad (3)$$

При заданных размерах катушки поле внутри тороида не будет однородным. Оно максимально у внутренней стороны обмотки и уменьшается по мере приближения к наружной стороне обмотки.

Проведем расчет:

$$H_2 = 4 \cdot 10^3 \text{ А/м}; \quad H_3 = 3,46 \cdot 10^3 \text{ А/м}.$$

Задачи для самостоятельного решения

9.1. Между полюсами электромагнита создается однородное магнитное поле с индукцией $B = 7,9 \cdot 10^{-2}$ Т. В поле помещают проводник длиной $l = 70$ см так, что на него действует максимальная сила. Ток в проводнике $I = 10$ А. Определите: а) максимальную силу, действующую на проводник; б) угол, на который надо повернуть проводник, чтобы уменьшить силу в два раза.

9.2. По медному стержню массой $m = 0,14$ кг, лежащему поперек двух рельсов, расположенных друг от друга на расстоянии 0,3 м, проходит ток $I = 50$ А. Коэффициент трения скольжения по рельсам 0,6. Определите минимальную индукцию магнитного поля, при которой проводник начнет скользить по рельсам.

9.3. Проволочная прямоугольная рамка с током закреплена так, что может свободно вращаться вокруг горизонтально расположенной стороны a . Рамка находится в вертикальном однородном магнитном поле с индукцией \vec{B} (рис. 9.8). Определите ток в рамке, если угол наклона рамки к горизонту α . Масса провода a равна m_1 , провода b — m_2 .

9.4. Медный диск радиусом $r = 20$ см и массой $m = 0,5$ кг помещен в однородное магнитное поле с индукцией $B = 10^{-2}$ Т. Диск может вращаться вокруг оси, проходящей через его центр и параллельной магнитному полю. С помощью скользящих контактов по радиусу диска пропускают ток $I = 0,2$ А. Определите: а) работу, которую совершают силы поля при одном обороте диска; б) угловое ускорение диска (трением можно пренебречь).

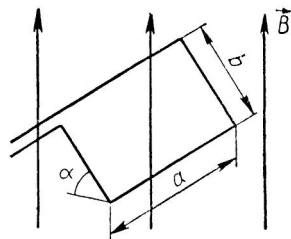


Рис. 9.8

9.5. Электрон в атоме водорода движется вокруг ядра по круговой орбите некоторого радиуса. Зная заряд электрона и его массу, определите отношение магнитного момента P_m эквивалентного кругового тока к величине момента импульса L орбитального движения электрона. Как направлены векторы \vec{P}_m и \vec{L} ?

9.6. Катушка гальванометра, состоящая из 400 витков тонкой проволоки, намотанной на прямоугольном каркасе со сторонами 3 и 2 см, подвешена на нити в магнитном поле с индукцией $B = 79,6 \cdot 10^3$ Т. По катушке течет ток $I = 0,1$ мкА. Определите вращающий момент, действующий на катушку гальванометра, если: а) плоскость катушки параллельна направлению магнитного поля; б) плоскость катушки составляет 60° с направлением магнитного поля.

9.7. Катушка гальванометра, состоящая из 600 витков проволоки, подвешена на нити длиной $l = 10$ см и диаметром $d = 0,1$ мм в магнитном поле с напряженностью $H = 16 \cdot 10^4$ А/м так, что ее плоскость параллельна направлению магнитного поля. При включении тока катушка повернулась на угол $\alpha = 0,5^\circ$. Чему равен этот ток? Стороны рамки катушки равны соответственно $a = 2,2$ см, $b = 1,9$ см. Модуль сдвига материала нити $N = 6 \cdot 10^9$ Н/м².

9.8. Квадратная рамка со стороной $a = 1$ см подвешена на нити подвеса так, что силовые линии магнитного поля параллельны нормали к плоскости рамки. Магнитная индукция поля $B = 1,37 \times 10^{-2}$ Т. Если по рамке пропустить ток $I = 1$ А, то она поворачивается на угол $\alpha = 1^\circ$. Определите коэффициент кручения нити подвеса (вращательный момент, необходимый для того, чтобы вызвать закручивание нити на угол $\Delta\alpha = 1^\circ$).

9.9. Небольшая легкая рамка может вращаться вокруг вертикальной оси. При пропускании тока по виткам, намотанным на рамку, она совершает колебания с периодом T_1 . Эта же рамка, помещенная в магнитное поле соленоида, колеблется с периодом T_2 . Напряженность магнитного поля Земли H , угол наклоения α . Определите напряженность поля внутри соленоида. Затуханием колебаний пренебречь.

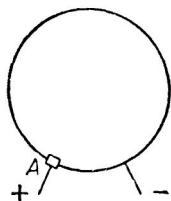


Рис. 9.9

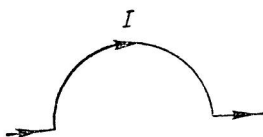


Рис. 9.10

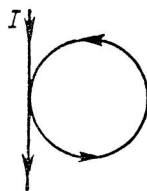


Рис. 9.11

9.10. По кольцу радиусом $R = 4,37$ см, расположенному горизонтально, проходит ток $I = 5$ А. Кольцо, находясь в магнитном поле, меняющемся с высотой, остается неподвижным. Определите градиент магнитного поля в месте расположения кольца. Масса кольца $m = 10$ г.

9.11. По прямолинейному проводнику проходит ток $I = 12$ А. Определите напряженность магнитного поля в точке, равноудаленной от концов проводника длиной l и находящейся на расстоянии $a = 8$ см от оси проводника. Рассмотрите два случая: а) $l = 20$ см и б) $l \gg a$.

9.12. По витку, имеющему форму квадрата со стороной $a = 20$ см, идет ток $I = 5$ А. Определите напряженность магнитного поля в точке пересечения диагоналей и в одной из точек пересечения сторон.

9.13. К двум точкам проволочного кольца подведены идущие радиально провода, соединенные с весьма удаленным источником. Один из контактов подвижен (точка A , рис. 9.9). Как меняется напряженность магнитного поля в центре кольца при перемещении подвижного контакта по кольцу?

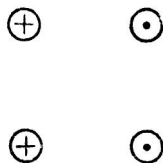
9.14. По тонкому проводу течет ток I (рис. 9.10). Чему равна напряженность магнитного поля в центре полукольца радиусом r , сделанного из этого провода? Какая сила будет действовать на полукольцо, если его поместить в однородное магнитное поле с индукцией \vec{B} , перпендикулярной его плоскости? (Провода, подводящие ток, находятся вне поля.)

9.15. Напряженность магнитного поля в центре витка радиусом $r = 8$ см равна $H = 30$ А/м. Определите напряженность поля: а) на оси витка в точке, расположенной на расстоянии $d = 6$ см от его центра, б) в центре витка, если ему придать форму квадрата, не изменяя тока в нем.

9.16. Прямой бесконечный провод имеет круговую петлю радиусом $r = 8$ см (рис. 9.11). Определите величину тока в проводе, если известно, что напряженность магнитного поля в центре петли $H = 100$ А/м.

9.17. Конденсатор емкостью $C = 10^{-5}$ Ф, периодически заряжается от батареи с ЭДС $E = 100$ В и разряжается через катушку с 32 витками, имеющую форму кольца диаметром $d = 20$ см. Плоскость кольца совпадает с плоскостью магнитного меридиана.

Помещенная в центре кольца горизонтальная магнитная стрелка отклоняется на угол $\alpha=45^\circ$. Переключение конденсатора происходит 100 раз в секунду. Определите горизонтальную составляющую напряженности магнитного поля Земли в данной точке.



9.18. Четыре цилиндрических проводника идут параллельно друг другу, причем центры их поперечных сечений образуют квадрат со стороной $a = 20$ см. По каждому проводу течет ток $I = 20$ А в направлении, показанном на рисунке 9.12. Определите величину и направление вектора \vec{B} в центре квадрата.

Рис. 9.12

9.19. Длинный прямой соленоид с густотой витков 10 см^{-1} намотан на картонный каркас. По виткам его идет ток $I = 5$ А. Определите индукцию поля: внутри соленоида вблизи его середины и в центре одного из оснований.

9.20. Обмотка катушки диаметром $d = 10$ см состоит из плотно прилегающих друг к другу витков тонкой проволоки. Определите минимальную длину катушки, при которой напряженность в середине ее отличается от напряженности бесконечно длинного соленоида, содержащего такое же количество витков на единицу длины, не более чем на 0,5%. Ток, протекающий по обмотке, в обоих случаях одинаков.

9.21. Определите отношение длины l к среднему диаметру обмотки цилиндрической катушки d , при котором, не допуская погрешности свыше 1%, можно для определения напряженности магнитного поля в центре этой катушки пользоваться расчетной формулой для бесконечно длинной катушки.

9.22. По медному цилиндрическому проводу радиусом $r = 2$ см и длиной $l = 3$ м течет ток $I = 50$ А. Определите: а) напряженность магнитного поля в точках, отстоящих от оси провода на расстояниях $r_1 = 0,5$ см и $r_2 = 5$ см; б) магнитный поток, пронизывающий одну из половин осевого сечения провода. Постройте график зависимости напряженности от координаты x , если $0 \leq x \leq r_2$ (начало координат совпадает с осью провода).

9.23. Ток $I = 20$ А идет по полой тонкостенной трубе радиусом $R = 5$ см и возвращается по сплошному проводнику радиусом $r = 1$ мм, расположенному по оси трубы. Длина трубы $l = 20$ м. Пространство между сплошным проводом и трубой заполнено диэлектриком. Определите магнитный поток, пронизывающий диэлектрик. Постройте график зависимости индукции магнитного поля от координаты x , если x меняется в интервале $0 \leq x \leq 2R$ (начало координат совпадает с осью провода).

9.24. По трубе, внутренний и внешний радиусы которой равны соответственно r и R , проходит ток I . Предполагая, что плотность тока по сечению трубы одинакова, определите зависимость напряженности магнитного поля от расстояния до оси трубы для

точек внутри трубы, по сечению трубы и вне трубы. Постройте график.

9.25. Торонд прямоугольного сечения содержит $N = 500$ витков. Наружный диаметр тороида $D = 20$ см, внутренний $d = 10$ см. Ток, протекающий по обмотке, $I = 2,5$ А. Определите: а) максимальное и минимальное значение индукции в тороиде; б) магнитный поток через половину осевого сечения тороида.

9.26. В одной плоскости находятся прямолинейный проводник с током I_1 и прямоугольный контур с током I_2 . Стороны контура a и b , причем сторона a параллельна проводнику с током I_1 и расположена от него на расстоянии c . Определите: а) силы, действующие на провод и контур; б) вращающий момент, действующий на контур; в) магнитный поток, пронизывающий контур.

9.27. По проводникам двухпроводной линии идет ток $I = 2$ А, расстояние между осями провода $d = 8$ см. Определите: а) напряженность магнитного поля в точке M , находящейся на расстоянии $b = 2$ см от одного из проводов (рис. 9.13); б) поток магнитной индукции, пронизывающий квадратную рамку со стороной $a = 5$ см, расположенную в одной плоскости с линией.

9.28. В однородное магнитное поле с напряженностью $H = = 7,95 \cdot 10^3$ А/м помещена квадратная рамка со стороной $a = 4$ см, имеющая $n = 10$ витков. Плоскость рамки составляет с направлением магнитного поля угол $\alpha = 30^\circ$. Определите: а) магнитный поток, пронизывающий рамку; б) работу, совершенную магнитным полем при повороте рамки к положению равновесия, если по виткам пропустить ток $I = 5$ А.

9.29. Виток, по которому течет ток $I = 20$ А, свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,016$ Т. Диаметр витка $d = 10$ см. Какую работу нужно совершить: а) по перемещению витка в область пространства без магнитного поля; б) для поворота витка на угол $\alpha_1 = \frac{\pi}{2}$ и $\alpha_2 = 2\pi$ относительно оси, совпадающей с диаметром? Как в каждом случае меняется потенциальная энергия контура с током?

9.30. Два прямолинейных длинных проводника расположены параллельно на расстоянии $a_1 = 10$ см друг от друга. По проводникам текут токи $I_1 = 20$ А и $I_2 = 30$ А в одном и том же направлении. Какую работу нужно совершить (на единицу длины проводника), чтобы раздвинуть эти проводники до расстояния $a_2 = = 20$ см?

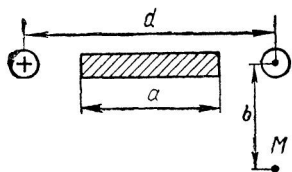


Рис. 9.13

9.31. Два прямолинейных длинных проводника, по которым текут равные токи в одном и том же направлении, расположены параллельно на некотором расстоянии друг от друга. Какой ток течет по проводникам, если для удаления проводников на вдвое большее расстояние нужно совершить работу (на единицу длины) $A = 5,5 \cdot 10^{-5}$ Дж/м?

§ 10. СИЛА ЛОРЕНЦА И ЕЕ ПРОЯВЛЕНИЕ

1. Полная сила Лоренца:

$$\vec{F}_L = q\vec{E} + q[\vec{v}\vec{B}].$$

2. Магнитная сила Лоренца, действующая на заряд, движущийся в магнитном поле с индукцией \vec{B} :

$$\vec{F} = q[\vec{v}\vec{B}].$$

3. ЭДС Холла, возникающая на гранях пластины, по которой идет ток, находящийся в магнитном поле:

$$E_H = \frac{IB_n}{S} h \frac{1}{ne} = \frac{IB_n}{S} hR_H,$$

где B_n — индукция поля, нормального току;

$S = ah$; $R_H = \frac{1}{ne}$ — постоянная Холла,

n — концентрация свободных носителей заряда.

ВОПРОСЫ

1. Как, рассматривая следы заряженных частиц в камере Вильсона, можно определить знак заряда частицы и направление ее импульса?

2. Покажите, что время движения заряженной частицы в циклотроне не зависит от радиуса траектории, по которой движется частица.

3. Какую энергию приобретет заряженная частица с зарядом q в циклотроне, если она n раз пройдет через зазор между дуантами, к которым приложено напряжение $u = U_m \cos \frac{2\pi}{T} t$?

4. Как будет двигаться заряженная частица в циклотроне, если она, обладая большим запасом энергии, влетает в циклотрон с периферии и попадает в щель между дуантами в тот момент, когда там действует тормозящее поле?

5. Какова траектория заряженной частицы, попадающей в неоднородное магнитное поле и движущейся в область сильного поля?

6. Электрон, обладающий скоростью v_0 , попадает в однородное магнитное поле, индукция которого \vec{B} перпендикулярна \vec{v}_0 . Окружность какого радиуса будет описывать электрон?

7. Если заряженная частица, пролетая некоторую область пространства, не отклоняется от первоначального направления дви-

жения, можно ли утверждать, что магнитное поле в этой области пространства отсутствует?

8. Можно ли определить, каким полем вызвано отклонение пучка протонов, попавшего в некоторую область пространства, электрическим или магнитным?

9. Протон и электрон, имеющие одинаковую скорость, попадают в однородное магнитное поле, индукция которого \vec{B} перпендикулярна скорости зарядов. Как будут отличаться траектории заряженных частиц?

10. Протон и электрон, ускоренные одинаковой разностью потенциалов, влетают в однородное магнитное поле. Во сколько раз радиус кривизны траектории протона будет больше радиуса кривизны траектории электрона?

11. Как при помощи эффекта Холла определить концентрацию носителей заряда в веществе, через которое идет ток?

12. Чему равна работа силы, действующей на электрон, движущийся в однородном магнитном поле с индукцией \vec{B} ?

13. Покажите, что какой бы скоростью ни обладал электрон, влетающий в однородное магнитное поле с индукцией \vec{B} , и каков бы ни был угол α между векторами \vec{v} и \vec{B} , время T , за которое он опишет виток винтовой линии, будет одним и тем же.

14. Пучок положительно заряженных ионов, имеющих одинаково направленные, но различные по величине импульсы \vec{p} , попадает из области B , где магнитное поле отсутствует, в область A , где индукция однородного магнитного поля перпендикулярна импульсу ионов. Как будут двигаться ионы в области A ?

15. Пучок протонов, перемещаясь в некоторой области пространства, описывает криволинейную траекторию. Как определить, магнитным или электрическим полем вызвано это искривление траектории?

16. Покажите, что радиус кривизны траектории заряженной частицы, движущейся в однородном магнитном поле, перпендикулярном ее скорости, пропорционален импульсу частицы.

17. Какова форма траектории электрона, движущегося в совпадающих по направлению электрическом и магнитном полях, в случаях, когда: 1) начальная скорость электрона направлена вдоль полей, 2) скорость электрона перпендикулярна к \vec{E} и \vec{B} ?

Примеры решения задач

1. Электрон, имеющий скорость $8 \cdot 10^8$ см/с, влетает в однородное магнитное поле с индукцией $B = 3,14 \cdot 10^{-2}$ Т под углом 30° к ее направлению. Определите радиус и шаг винтовой линии, по которой будет двигаться электрон.

Д а н о:
 $v = 8 \cdot 10^6$ м/с
 $B = 3,14 \cdot 10^{-2}$ Т
 $\alpha = 30^\circ$
 $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл
 $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг

R — ? h — ?

Р е ш е н и е.

Разложим скорость электро-
на (рис. 10.1) на две составляю-
щие: параллельную линиям индукции и перпендикулярную им:

$$\vec{v}_1 = \vec{v} \cos \alpha,$$

$$\vec{v}_2 = \vec{v} \sin \alpha.$$

Благодаря наличию составляющей скорости \vec{v}_2 на электрон действует сила Лоренца, поэтому он движется по окружности, лежащей в плоскости, перпендикулярной магнитному полю. Радиус этой окружности определяется условием

$$\frac{mv_2^2}{R} = ev_2B, \quad (1)$$

так как сила Лоренца является центростремительной силой. Отсюда

$$R = \frac{v_2}{\frac{e}{m} B} = \frac{v \sin \alpha}{\frac{e}{m} B}, \quad (2)$$

Вдоль направления вектора \vec{B} сила не действует, поэтому части-
ца движется равномерно со скоростью

$$v_1 = v \cos \alpha. \quad (3)$$

В результате сложения двух движений электрон движется по винтовой линии радиусом R и шагом винта h :

$$h = v_1 T, \quad (4)$$

где T — период движения по окружности:

$$T = \frac{2\pi R}{v_2}. \quad (5)$$

Учитывая соотношения (2), (3) и (5), из уравнения (4) получаем:

$$h = \frac{2\pi v \cos \alpha}{\frac{e}{m} B}. \quad (7)$$

Вычисления дают:

$$R = 0,07 \text{ м}; \quad h = 0,79 \text{ м}.$$

2. В цилиндрическом магнетроне анод представляет металличе-
ский цилиндр радиусом $b = 1$ см, а катод — металлическую нить

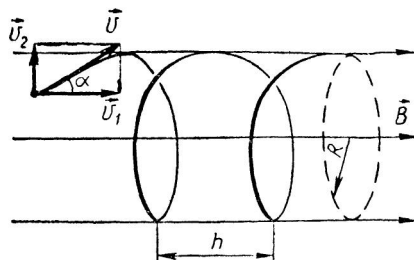


Рис. 10.1

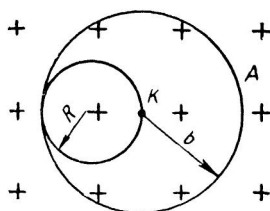


Рис. 10.2

радиусом $a \ll b$, расположенную по оси цилиндра. Постепенно увеличивая индукцию магнитного поля, направленного вдоль оси цилиндра, добились того, что при анодном напряжении $U_a = 100$ В и индукции $B = 6,7 \cdot 10^{-3}$ Т анодный ток стал равен нулю. Какое значение удельного заряда получается по результатам этого опыта?

Д а н о:

$$b = 1 \text{ см}$$

$$U_a = 100 \text{ В}$$

$$B = 6,7 \cdot 10^{-3} \text{ Т}$$

$$I = 0$$

$$\frac{e}{m} \text{ — ?}$$

Р е ш е н и е.

Электроны не достигают анода при индукции поля $B \geq B_{\text{кр}}$. Так как по условию задачи индукция B , при которой ток отсутствует, наименьшая, то $B = B_{\text{кр}}$.

Траектория одного из электронов при $B = B_{\text{кр}}$ изображена на рисунке 10.2 (она касается поверхности анода).

Радиус кривизны траектории (окружности)

$$R = \frac{b}{2}. \quad (1)$$

Сила Лоренца является центростремительной силой:

$$e v B = \frac{m v^2}{R}. \quad (2)$$

Электроны приобретают энергию за счет работы сил электрического поля, т. е.

$$\frac{m v^2}{2} = e U_a. \quad (3)$$

Решая совместно уравнения (1), (2) и (3), получаем:

$$\frac{e}{m} = \frac{8 U_a}{b^2 B^2}. \quad (4)$$

Подстановка данных задачи дает:

$$\frac{e}{m} = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг.}$$

3. В конденсаторе, электроды которого составляют часть коаксиальных цилиндрических поверхностей радиусами $r_1 = 6$ см и $r_2 = 5$ см, вдоль оси цилиндров действует однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,2$ Т (рис. 10.3). Через узкую щель в диафрагме AA в конденсатор влетает α -частица с энергией 1000 эВ. Какую разность потенциалов следует создать между электродами конденсатора, чтобы α -частица прошла в конденсаторе на одина-

ковом расстоянии от электродов? (Внешний электрод имеет отрицательный потенциал.)

Д а н о:

$$r_1 = 6 \text{ см}$$

$$B = 0,2 \text{ Т}$$

$$r_2 = 5 \text{ см}$$

$$W = 1000 \text{ эВ}$$

$$U = ?$$

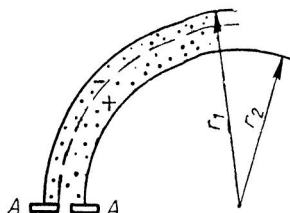


Рис. 10.3

Р е ш е н и е.

На заряженную частицу в конденсаторе действует сила со стороны электрического поля $F_e = qE$ и магнитная сила Лоренца

$$F_m = qvB.$$

Согласно условию задачи α -частица должна двигаться с постоянной по величине скоростью по дуге окружности радиусом

$$r = \frac{r_1 + r_2}{2}.$$

И электрическая, и магнитная силы направлены по радиусу окружности, но в противоположные стороны; следовательно, их равнодействующая обеспечивает центростремительное ускорение:

$$qE + qvB = m \frac{v^2}{r}. \quad (1)$$

(E — напряженность электрического поля на окружности радиусом r .)

Скорость α -частицы может быть определена по ее кинетической энергии:

$$v = \sqrt{\frac{2W}{m}}. \quad (2)$$

Напряженность электрического поля на окружности радиусом r равна:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\epsilon r},$$

где λ — заряд на единице длины конденсатора; его можно определить из выражения для разности потенциалов на цилиндрическом конденсаторе:

$$U = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\epsilon} \ln \frac{r_2}{r_1}; \text{ откуда } \lambda = \frac{U \cdot 2\pi\epsilon_0\epsilon}{\ln \frac{r_2}{r_1}}.$$

Следовательно,

$$E = \frac{U}{r \ln \frac{r_2}{r_1}}. \quad (3)$$

Учтя равенства (2) и (3), равенство (1) можно переписать следующим образом:

$$q \sqrt{\frac{2W}{m}} B - q \frac{U}{r \ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{2W}{r}.$$

Тогда для напряжения на конденсаторе U получаем:

$$U = \frac{r}{q} \ln \frac{r_2}{r_1} \left(q \sqrt{\frac{2W}{m}} B - \frac{2W}{r} \right).$$

Решение дает следующее значение:

$$U = 38,5 \text{ В.}$$

Задачи для самостоятельного решения

10.1. Траектория пучка электронов, движущихся в вакууме в магнитном поле с напряженностью $5,56 \cdot 10^3$ А/м, — окружность радиусом 3 см. Определите скорость и энергию электронов, период обращения и момент импульса.

10.2. Протон, прошедший ускоряющую разность потенциалов 600 В, влетел в однородное магнитное поле с напряженностью, перпендикулярной его скорости и равной $24 \cdot 10^4$ А/м. Определите: а) радиус окружности; б) импульс протона; в) число оборотов в секунду.

10.3. Два иона, имеющие одинаковый заряд и прошедшие одинаковую ускоряющую разность потенциалов, влетели в однородное магнитное поле. Первый ион движется по дуге окружности радиусом 5 см, второй — по дуге окружности радиусом 2,5 см. Определите отношение масс ионов.

10.4. Электрон движется в магнитном поле с индукцией $B = 2 \cdot 10^{-3}$ Т по винтовой линии радиусом $R = 2$ см и шагом $h = 5$ см. С какой скоростью влетел электрон в магнитное поле?

10.5. Каковы нормальное и тангенциальное ускорения электрона, движущегося в совпадающих по направлению электрическом и магнитном полях? Рассмотрите случаи: а) скорость электрона направлена вдоль силовых линий полей; б) скорость электрона перпендикулярна силовым линиям.

10.6. Параксиальный электронный пучок вводится в длинный соленоид, который имеет по $n = 10^3$ витков на 1 м длины. Электроны ускорены напряжением $U = 900$ В. Какой должен быть ток в обмотке соленоида, чтобы электроны, вводимые под небольшим углом к оси, вновь возвращались на ось на расстоянии $L = 0,2$ м от места их введения в магнитное поле?

10.7. В электроннолучевой трубке напряжение между катодом и ускоряющим анодом $U_a = 900$ В. Анод имеет небольшую диафрагму, поэтому пропускает только те электроны, которые движутся по образующим конуса с небольшим углом раскрытия. За анодом электроны движутся в пространстве, свободном от электрического

поля, и попадают на люминесцирующий экран, находящийся на расстоянии 30 см от анода. На трубку надевают снаружи длинный соленоид с числом витков $n = 100$ на 1 см длины, создающий внутри трубки однородное магнитное поле, направленное параллельно оси электронного пучка. При изменении тока, обтекающего соленоид, первоначально размытое изображение пучка на экране периодически стягивается в ярко светящееся пятнышко. Первое хорошо сфокусированное пятнышко получается при токе $I = 0,168$ А. Как объяснить наблюдаемое явление? Найдите по данным опыта удельный заряд электрона.

10.8. Определите индукцию магнитного поля в циклотроне, который используется для сообщения протону энергии 4 МэВ, если максимальный радиус полуокружности внутри дуанта равен $R = 60$ см. Покажите, что промежутки времени, через которые надо менять направление электрического поля между дуантами, не зависят от радиуса полуокружности траектории движения иона.

10.9. Определите промежуток времени, в течение которого протон в циклотроне достигает энергии $W = 4$ МэВ. Начальная скорость протона мала. В моменты перехода протона из одного дуанта в другой напряжение между ними $U = 20\,000$ В. Промежуток между дуантами $d = 1$ см. Зависимостью массы протона от его скорости пренебрегите.

10.10. Диаметр нити накала цилиндрического магнетрона $d = 1$ мм, а цилиндра анода — $D = 2$ см. Между нитью накала и анодом приложена разность потенциалов $U = 100$ В. На колбу магнетрона надет соленоид так, что его ось совпадает с нитью накала. Число витков соленоида $n = 10^3$ м⁻¹. Какой наименьший ток нужно пропустить по соленоиду, чтобы ни один электрон, вышедший из нити без начальной скорости, не долетел до анода?

10.11. Для определения удельного заряда электрона электроннолучевую трубку с отключенной управляющей системой помещают в однородное магнитное поле, перпендикулярное скорости движения электронов. При этом след пучка электронов на экране смещается на $d = 2,5$ см. Определите $\frac{e}{m}$, используя следующие данные: расстояние от ускоряющего анода до экрана $l = 30$ см, скорость электронов $v = 8,8 \cdot 10^8$ см/с и напряженность магнитного поля $H = 20,5$ А/м.

10.12. Электроны в телевизионной трубке имеют энергию $W = 12 \cdot 10^3$ эВ. Ось трубки расположена в плоскости магнитного меридиана так, что электроны движутся горизонтально с юга на север. Вертикальная составляющая индукции магнитного поля Земли $B = 5,5 \cdot 10^{-5}$ Т. Определите: а) в каком направлении будет отклоняться электронный луч; б) каково ускорение каждого электрона; в) на сколько отклонится электронный луч, пройдя расстояние в 20 см внутри телевизионной трубки.

10.13. В одном из ядерных экспериментов протон с энергией в 1 МэВ движется в однородном магнитном поле по круговой тра-

ектории. Какой энергией должны обладать α -частица и дейтрон, чтобы они могли двигаться в этом поле по той же траектории?

10.14. Протон, дейтрон и α -частица, ускоренные некоторой разностью потенциалов, влетают в однородное магнитное поле, вектор магнитной индукции \vec{B} которого перпендикулярен скорости движения частиц. Определите: а) отношение кинетических энергий частиц, б) радиусы кривизны траекторий дейтрона и α -частицы, если радиус траектории протона $R_p = 10$ см.

10.15. В магнитном поле с индукцией $B = 1,2$ Т по круговой орбите радиусом $R = 45$ см движется α -частица. Определите: а) скорость α -частицы, ее кинетическую энергию; б) разность потенциалов, которую должна пройти α -частица, чтобы приобрести такую энергию.

10.16. Электрон и протон ускоряются электрическим полем напряженностью $3 \cdot 10^4$ В/м, действующим на протяжении 10 см; затем они попадают в однородное магнитное поле с индукцией $B = 1$ Т, действующее в плоскости, перпендикулярной электрическому полю. Определите: а) циклические частоты вращения частиц в магнитном поле; б) радиус траектории каждой частицы.

10.17. Из отрицательно заряженной пластины конденсатора, освещаемой светом определенной длины волны, вылетают с малой скоростью в различных направлениях электроны. Расстояние между пластинами конденсатора d , разность потенциалов между ними U . Покажите, что ни один электрон не достигнет положительной пластины конденсатора, если его поместить в магнитное поле, перпендикулярное электрическому полю конденсатора, и индукция которого удовлетворяет условию $B \geq \left(2 \frac{Um}{ed^2}\right)^{1/2}$ (m и e — масса и заряд электрона).

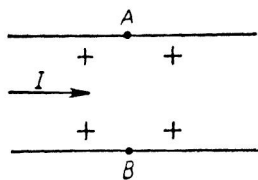


Рис. 10.4

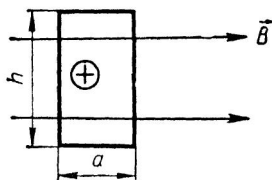


Рис. 10.5

10.18. Однородное электрическое ($E = 300$ В/м) и магнитное ($B = 10^{-4}$ Т) поля взаимно перпендикулярны. Какой должна быть скорость электрона по величине и направлению, чтобы его движение было прямолинейным и равномерным?

10.19. По металлической ленте толщиной $b = 0,1$ мм течет ток $I = 10$ А. Лента помещена в магнитное поле с напряженностью $H = 8 \cdot 10^4$ А/м, перпендикулярной ленте. Определите разность потенциалов между точками A и B (рис. 10.4).

Число электронов в единице объема $n = 9 \cdot 10^{27}$ м $^{-3}$.

10.20. По медной ленте шириной $a = 0,1$ см и высотой $h = 2$ см течет ток $I = 50$ А в направлении, перпендикулярном сечению пластинки (рис. 10.5). Ленту

помещают в однородное магнитное поле с индукцией $B = 2 \text{ Т}$, направленной так, как показано на рисунке. Определите величину напряженности поля Холла, возникающего в проводнике. Концентрация электронов проводимости $n = 1,1 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$.

10.21. Покажите, что при протекании тока по проводнику, находящемуся в однородном магнитном поле с индукцией \vec{B} , нормальной к текущему току, отношение напряженности поля Холла E_H к напряженности поля, обеспечивающего наличие тока в проводнике E , равно:

$$\frac{E_H}{E} = \frac{B}{ne\rho},$$

где n — концентрация электронов проводимости, а ρ — удельное сопротивление проводника.

§ 11. ЭНЕРГИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ. МАГНЕТИКИ

1. Индуктивность катушки:

$$L = k\mu_0\mu \frac{N^2}{l} S,$$

где N — число витков обмотки,

l — длина катушки,

S — площадь сечения катушки,

μ — относительная магнитная проницаемость вещества, заполняющего катушку.

Для длинной катушки ($l \gg d$) $k = 1$. Если длина катушки l соизмерима с ее диаметром d , то следует вводить поправочный множитель k , значение которого для однослойной катушки можно найти в таблице:

$\frac{d}{l}$	0,00	0,02	0,1	0,2	0,33	0,5	1	2	5	100	1000
k	1,00	0,992	0,954	0,92	0,872	0,818	0,688	0,526	0,320	0,203	0,035

При наличии в цепи двух катушек с индуктивностями L_1 и L_2 и взаимной индуктивностью M общая индуктивность системы равна:

$$L = L_1 + L_2 \pm 2M,$$

где $M = K\sqrt{L_1L_2}$,

K — коэффициент связи.

(Знак «+» берется, если поля одинаково направлены.)

2. Энергия магнитного поля:

$$W_m = \frac{1}{2} LI^2.$$

3. Плотность энергии магнитного поля:

$$w_m = \frac{W_m}{V} = \frac{1}{2} \mu_0 \mu H^2 = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0 \mu} = \frac{1}{2} BH.$$

4. Коэффициент взаимной индукции двух катушек (для частного случая, когда две катушки надеты на общий магнитопровод):

$$M = \mu_0 \mu n_1 n_2 l S.$$

(Здесь n_1 и n_2 — плотности намоток катушек — число витков на единицу длины.)

5. Подъемная сила электромагнита:

$$F = \frac{1}{2} B^2 \frac{S}{\mu_0},$$

где S — площадь магнитопровода.

6. Магнитный поток в магнитопроводе с воздушным зазором:

$$\Phi_m = \frac{NI}{\frac{l_c}{\mu_0 \mu_c S_c} + \frac{l_b}{\mu_0 S_b}} \quad (\text{формула Гопкинсонов}),$$

где N — число витков в катушке,

l_c и l_b — длина магнитных силовых линий в сердечнике катушки и в воздушном зазоре,

S_c и S_b — площади сечения магнитного потока в сердечнике и в воздухе.

7. Установившийся ток в цепи с индуктивностью и с сопротивлением:

$$i = \frac{E}{R} \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{L} t\right) \right],$$

где t — время, прошедшее с момента замыкания цепи,

$\frac{L}{R}$ — время релаксации.

8. Ток в цепи с катушкой и сопротивлением при размыкании изменяется по закону:

$$i = I_{\text{макс}} \exp\left(-\frac{R}{L} t\right),$$

где $\frac{L}{R}$ — время релаксации.

9. Намагниченность магнетика — магнитный момент единицы объема:

$$I = \frac{\kappa}{\mu_0} B_0,$$

где κ — магнитная восприимчивость вещества (величина безразмерная),

B_0 — индукция внешнего магнитного поля, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Г/м — магнитная постоянная.

10. Полная индукция в веществе, находящемся в магнитном поле с индукцией \vec{B}_0 :

$$\vec{B} = \vec{B}_0(1 + \kappa) = \vec{B}_0\mu,$$

где $1 + \kappa = \mu$ — относительная магнитная проницаемость.

ВОПРОСЫ

1. Как обеспечивается малая индуктивность реостатов?
2. Какой из электромагнитов (рис. 11.1) имеет большую подъемную силу, если магнитный поток, используемый в обоих случаях, один и тот же?
3. Как можно экранировать магнитное поле?
4. Две катушки соединены последовательно. Зависит ли их общая индуктивность от взаимного расположения?
5. Два соленоида имеют одинаковую длину и одинаковый диаметр. Обмотка обоих соленоидов однослойная, но у первого обмотка имеет большее число витков тонкой проволоки, а у второго — меньшее число витков толстой проволоки. Индуктивность какого соленоида больше?
6. Если последовательно соединенные витки проволоки, число которых достаточно велико, расположить в пространстве хаотически, велика ли будет общая индуктивность витков? При каком условии общая индуктивность этих витков максимальна?

7. Источник напряжения E_1 в цепи с сопротивлением R и индуктивностью L (рис. 11.2) заменили источником E_2 ($E_2 > E_1$). В каком случае ток быстрее достигнет половины своего установившегося значения?

8. Имеются два одинаковых по геометрическим размерам тороида с одинаковым числом витков провода и с сердечниками из одного сорта железа, но у одного сделан небольшой зазор (рис. 11.3). Сравните индукцию, напряженность и плотность потока энергии в точках A, B, C, D , если ток в обмотках один и тот же.

9. На гладкой поверхности стола лежит железный гвоздь; если вблизи гвоздя поместить сильный магнит, то гвоздь при-

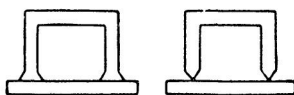


Рис. 11.1

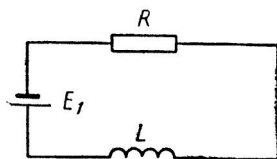


Рис. 11.2

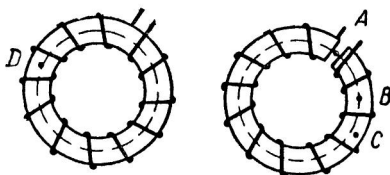


Рис. 11.3

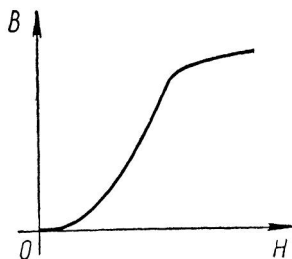


Рис. 11.4

тянется к нему. Почему? Как объяснить наличие кинетической энергии, которой обладает гвоздь перед ударом о магнит?

10. Какую долю от установившегося тока составит ток в цепи с индуктивностью и сопротивлением, если после замыкания цепи пройдет время, равное времени релаксации?

11. Для какого из соленоидов (см. вопрос 5) время релаксации больше?

12. В соленоид, обтекаемый током, вносят железный сердечник, заполняющий всю внутреннюю часть соленоида. Как изменится напряженность и индукция магнитного поля внутри соленоида, если величина тока останется прежней?

13. Как по графику, изображенному на рисунке 11.4, определить индукцию и напряженность, соответствующие максимальному значению магнитной проницаемости ферромагнетика?

Примеры решения задач

1. Двухпроводная линия состоит из двух медных проводов радиусом $a = 1$ мм. Расстояние между осями проводов $d = 5$ см. Определите индуктивность единицы длины такой линии.

Д а н о:

$$a = 10^{-3} \text{ м}$$

$$d = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

L_1 — ?

Р е ш е н и е.

Сделаем чертеж (рис. 11.5). Начало координатной оси совместим с осью левого провода.

Вычислим магнитный поток через площадь, ограниченную осями проводов, для отрезка линии длиной 1 м.

В области $0 < x < a$ (внутри провода) напряженность поля (оно неоднородно):

$$H_1 = \frac{I}{2\pi a^2} x.$$

Индукция в этой области

$$B_1 = \mu_0 \frac{I}{2\pi a^2} x.$$

Так как поле неоднородно, то найдем магнитный поток через

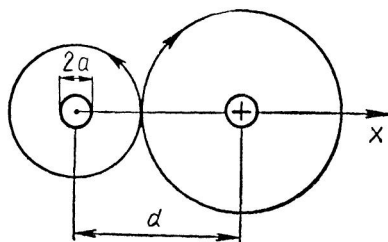


Рис. 11.5

элементарную площадку $dS = l \cdot dx$ (рис. 11.6):

$$d\Phi = \mu_0 \frac{Il}{2\pi a^2} x dx.$$

Тогда поток через площадку $S = la$ можно найти интегрированием:

$$\Phi_1 = \int_0^a \mu_0 \frac{l}{2\pi a^2} x dx = \frac{\mu_0}{4\pi} Il. \quad (1)$$

В области $x > a$ напряженность поля

$$H_2 = \frac{I}{2\pi x},$$

а индукция

$$B_2 = \frac{I\mu_0}{2\pi x}.$$

Значит, поток через остальную часть площади, создаваемый током, идущим по одному проводу, будет равен:

$$\Phi_2 = \int_a^d B_2 \cdot ds = \int_a^d \mu_0 \frac{I}{2\pi x} dx = \mu_0 \frac{I}{2\pi} \ln \frac{d}{a}.$$

Поток через всю площадь $S = ld$, создаваемый током, идущим по одному проводу, найдем суммированием:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{1}{2} + \ln \frac{d}{a} \right) Il.$$

Так как токи в проводах направлены противоположно, то направления полей, создаваемых обоими токами между осями проводов, одинаковы (см. рис. 11.6). Следовательно, полный поток, создаваемый токами, идущими по обоим проводам, будет в два раза больше потока, создаваемого током, идущим по одному проводу:

$$\Phi_{\text{полн}} = 2\Phi = \frac{\mu_0}{\pi} \left(\frac{1}{2} + \ln \frac{d}{a} \right) Il.$$

Индуктивность системы $L = \frac{\Phi}{I}$, поэтому индуктивность единицы длины двухпроводной линии

$$L_1 = \frac{\mu_0}{\pi} \left(\frac{1}{2} + \ln \frac{d}{a} \right).$$

Подставив числовые данные, получаем:

$$L_1 = 1,76 \cdot 10^{-6} \text{ Г} \cdot \text{м}^{-1}.$$

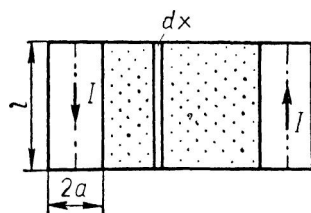


Рис. 11.6

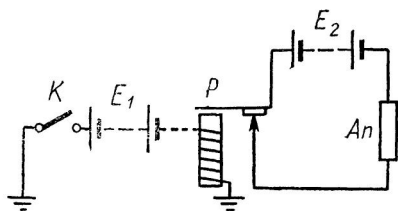


Рис. 11.7

2. На рисунке 11.7 показана схема телеграфной передачи. Аппарат An на станции работает от местной батареи. Ток от батареи включается посредством реле P , приводимом в действие рабочим током из линии. Сколько времени пройдет после включения ключа K до замыкания местной цепи при таких дан-

ных: общее сопротивление всей цепи, включающей линию, $R = 80$ Ом; индуктивность $L = 0,8$ Г; ЭДС батареи $E_1 = 20$ В; для приведения в действие реле требуется ток $I = 0,2$ А?

Д а н о:

$$R = 80 \text{ Ом}$$

$$L = 0,8 \text{ Г}$$

$$E_1 = 20 \text{ В}$$

$$I = 0,2 \text{ А}$$

$t = ?$

Р е ш е н и е.

Линия и электромагнит реле обладают активным сопротивлением и содержат индуктивность, поэтому ток в реле достигает установившегося значения не сразу, а через некоторый промежуток времени t :

$$I = \frac{E_1}{R} \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{L} t\right) \right], \quad (1)$$

здесь $\frac{E_1}{R}$ — установившийся ток; I — ток, необходимый для приведения реле в действие.

Преобразуем выражение (1) так, чтобы выделить искомое время t :

$$\frac{RI}{E_1} = 1 - \exp\left(-\frac{R}{L} t\right), \quad \frac{R}{L} t = \ln \frac{1}{1 - \frac{RI}{E_1}};$$

$$\exp\left(+\frac{R}{L} t\right) = \frac{1}{1 - \frac{RI}{E_1}},$$

откуда

$$t = \frac{L}{R} \ln \frac{1}{1 - \frac{RI}{E_1}}.$$

После подстановки числовых данных найдем

$$t = 0,0126 \text{ с.}$$

3. Удельная магнитная восприимчивость висмута $\kappa' = -1,75 \times 10^{-8}$ м³/кг. Определите магнитную проницаемость висмута и его намагниченность при внесении в магнитное поле напряженностью 10^3 А/м. К какой группе магнетиков относится висмут?

Д а н о:

$$\kappa' = -1,75 \cdot 10^{-8} \text{ м}^3/\text{кг}$$

$$H = 10^3 \text{ А/м}$$

$$\mu - ? \quad I - ?$$

Р е ш е н и е.

Магнитная проницаемость вещества μ связана с магнитной восприимчивостью κ соотношением

$$\mu = 1 + \kappa. \quad (1)$$

Магнитная восприимчивость вещества равна

$$\kappa = \kappa' D, \quad (2)$$

где $D = 9,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ — его плотность.

Намагниченность вещества

$$I = \kappa \mu_0 H. \quad (3)$$

($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Г/м}$ — магнитная постоянная.)

Решая уравнения (1) — (3), получаем:

$$\kappa = -1,7 \cdot 10^{-4}; \quad \mu = 0,99983; \quad I = -2,14 \cdot 10^{-7} \text{ Т.}$$

Висмут относится к группе диамагнитных веществ, так как у него магнитная проницаемость $\mu < 1$ (или магнитная восприимчивость $\kappa < 0$).

4. Кусок железа внесли в магнитное поле напряженностью $H = 10^3 \text{ А/м}$. Определите: а) магнитную проницаемость; б) намагниченность; в) магнитную восприимчивость. Магнитные свойства железа выражены графиком (рис. 11.8). (В дальнейшем мы не будем указывать, в каких задачах надо пользоваться этим графиком.)

Д а н о:

$$H = 2,4 \cdot 10^3 \text{ А/м}$$

$$\mu - ? \quad I - ?$$

$$\kappa - ?$$

Р е ш е н и е.

Магнитная проницаемость ферромагнетика зависит от напряженности магнитного поля:

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H}. \quad (1)$$

По графику (рис. 11.8) определяем, какая индукция существует в данном ферромагнетике при напряженности намагничивающего поля H :

$$B = 1,5 \text{ Т.}$$

Намагниченность ферромагнетика равна:

$$I = B - \mu_0 H. \quad (2)$$

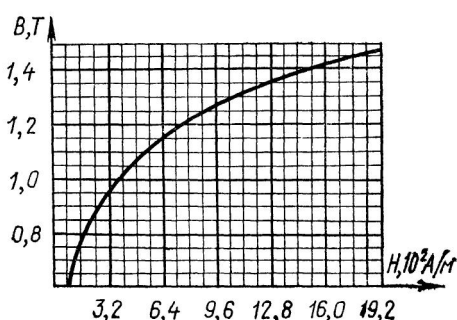


Рис. 11.8

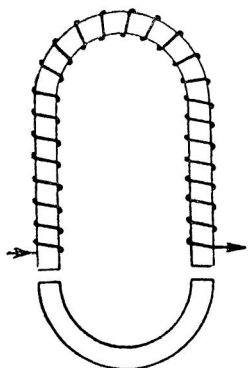


Рис. 11.9

Магнитная восприимчивость равна:

$$\kappa = \frac{I}{\mu H}. \quad (3)$$

Решение уравнений (1) — (3) дает:
из (1) $\mu = 497$; из (2) $I = 1,497$ Т;
из (3) $\kappa = 496$.

4. Общая длина силовых линий в электромагните (рис. 11.9) равна 36 см, а толщина каждого из воздушных зазоров 0,2 мм. Площадь сечения магнитного потока всюду равна 2 см². Обмотка электромагнита имеет 294 витка. При токе 3 А подъемная сила магнита равна 160 Н. Каковы при этих условиях индукция поля и магнитная проницаемость железа?

Д а н о:

$$\begin{aligned} l &= 0,36 \text{ м} \\ h &= 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ м} \\ S' &= 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \\ N &= 294 \\ I &= 3 \text{ А} \\ F &= 160 \text{ Н} \end{aligned}$$

$$\underline{B - ? \quad \mu - ?}$$

Р е ш е н и е.

Подъемная сила электромагнита равна:

$$F = \frac{B^2 S}{2\mu}.$$

Отсюда

$$B = \sqrt{\frac{2\mu_0 F}{S}} = \sqrt{\frac{\mu_0 F}{S'}}, \quad (1)$$

где $S = 2S'$ (у электромагнита два воздушных зазора).

Поток магнитной индукции в неразветвленной магнитной цепи равен:

$$\Phi = \frac{NI}{\frac{l - 2h}{\mu_0 \mu S'} + \frac{2h}{\mu_0 S'}}.$$

Отсюда после преобразований

$$\mu = \frac{B(l - 2h)}{NI\mu_0 - 2Bh}. \quad (2)$$

Расчеты дают:

$$B = 1 \text{ Т}; \quad \mu = 4,9 \cdot 10^2.$$

Задачи для самостоятельного решения

11.1. Определите индуктивность проводника (рис. 11.10). Ток идет по проволоке, диаметр которой $d_1 = 1$ мм, расположенной по оси достаточно тонкой металлической трубки, переходит на дно трубки, к центру которого эта проволока припаяна, и возвращается обратно по поверхности трубки. Диаметр трубки $d_2 = 20$ мм, длина $l = 40$ см.

11.2. Сколько витков надо намотать на картонный цилиндр длиной $l=60$ см, диаметром $d=5$ см, чтобы получить катушку, индуктивность которой $L=6 \cdot 10^{-3}$ Г?

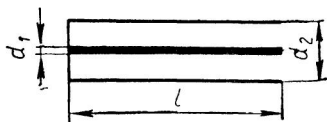


Рис. 11.10

11.3. На круглом деревянном цилиндре имеется обмотка из медной проволоки массой $m=0,05$ кг. Расстояние между крайними витками, равное $l=60$ см, много больше диаметра цилиндра. Сопротивление обмотки $R=30$ Ом. Какова ее индуктивность?

11.4. Какой магнитный поток создает катушка из 1000 витков, имеющая индуктивность $L=5$ Г, если по катушке течет ток $I=0,6$ А?

11.5. Две катушки с индуктивностями $L_1=5$ мГ и $L_2=3$ мГ включены последовательно и расположены так, что их магнитные поля усиливают друг друга. Индуктивность этой системы оказалась равной $L=11$ мГ. а) Чему равна взаимная индуктивность катушек? б) Какова будет индуктивность системы катушек, если, не меняя их расположения, переменить направление тока в одной из них на обратное?

11.6. Однослойная достаточно длинная катушка с железным сердечником разделена на две секции. Измерения индуктивностей отдельных секций дали следующие результаты: для первой секции $L_1=0,04$ Г, для второй — $L_2=0,09$ Г. а) Чему равна индуктивность всей катушки при последовательном включении секций и при согласовании направления токов в них? б) Сколько витков во всей катушке, если в первой секции $N_1=100$ витков?

11.7. На один сердечник намотаны две катушки с индуктивностями $L_1=0,5$ Г и $L_2=0,7$ Г. Если катушки соединить так, что токи в них пойдут в противоположных направлениях, то индуктивность всей системы станет равной нулю. Найдите коэффициент взаимной индукции системы.

11.8. На длинный цилиндр намотаны вплотную две обмотки $1, 1'$ и $2, 2'$ (рис. 11.11). Индуктивность каждой обмотки $L_1=L_2=0,05$ Г. Чему будет равна индуктивность системы, если:

- концы $1'$ и $2'$ соединить, а в цепь включить концы 1 и 2
- концы 1 и $2'$ соединить, а в цепь включить концы $1'$ и 2
- концы $1'$ и $2'$ и 1 и 2 соединить и обе пары концов включить в цепь?

11.9. Определите энергию магнитного поля в железном сердечнике объемом 400 см³, если индукция равна $B=1,2$ Т.

11.10. Какова энергия магнитного поля в катушке длиной $l=50$ см, имеющей 10 000 витков диаметром $d=25$ см, без железного сердечника, если по ней идет ток $I=2$ мА?



Рис. 11.11

У к а з а н и е: воспользуйтесь таблицей, помещенной в начале параграфа, для катушек, у которых l близко к d .

11.11. Обмотка электромагнита сопротивлением $R = 10$ Ом и индуктивностью $L = 0,2$ Г находится под постоянным напряжением. В течение какого промежутка времени t в обмотке выделяется количество тепла, равное энергии магнитного поля в сердечнике?

11.12. На железное кольцо намотана катушка с числом витков $N = 50$ и сопротивлением $R = 10$ Ом. Средний диаметр кольца $d = 16$ см, площадь его сечения $S = 10$ см². На катушку подано напряжение $U = 64$ В. Определите: а) поток магнитной индукции в кольце; б) магнитную проницаемость железа.

11.13. Средняя длина окружности железного кольца $l = 61$ см. В нем сделан прорез $l_1 = 1$ см. На кольцо имеется обмотка с $N = 1000$ витками. Когда по обмотке идет ток $I = 1,5$ А, индукция поля в прорезе равна $B = 0,18$ Т. Определите магнитную проницаемость железа при этих условиях, приняв, что площадь сечения магнитного потока в прорезе в $k = 1,1$ раза больше площади сечения кольца.

11.14. Определите намагниченность платины при внесении в магнитное поле напряженностью 10^4 А/м. Магнитная восприимчивость платины равна $3 \cdot 10^{-4}$.

11.15. Какой индукцией будет характеризоваться магнитное поле напряженностью $5 \cdot 10^3$ А/м, если в него поместить хлористое железо? Хлористое железо имеет магнитную восприимчивость 0,0025.

11.16. С какой силой взаимодействуют два параллельных проводника длиной 10 см, находящиеся в сосуде с хлористым железом на расстоянии 5 см, если по ним идет ток 10 А? Магнитная восприимчивость хлористого железа 0,0025.

11.17. Средний диаметр железного кольца 15 см. Площадь сечения кольца 7 см². На кольцо навито 500 витков провода. Определите: а) магнитный поток в сердечнике при токе 0,6 А; б) величину тока, при которой магнитный поток в кольце равен $8,4 \cdot 10^{-4}$ Вб.

11.18. Два одинаковых железных кольца ($d = 10$ см) имеют обмотки по 100 витков каждая. В одном из колец имеется поперечный прорез длиной $l = 1$ мм. По обмотке сплошного кольца идет ток $I_1 = 2$ А. Какой ток надо пустить по обмотке второго кольца, чтобы создать в нем ту же индукцию? Считайте площади сечения потока индукции в воздухе и в железе одинаковыми.

11.19. Железный сердечник кольцевого соленоида диаметром 20 см имеет зазор в 1 см. При напряженности поля в соленоиде в 9200 А/м индукция в зазоре равна 0,95 Т. Чему будет равна индукция в сердечнике, если железное кольцо сделать сплошным?

11.20. Общая длина линий напряженности в подковообразном электромагните с железным сердечником 100 см. Площадь сечения магнитного потока 6 см². Определите число витков обмотки электромагнита, если при токе в 5 А электромагнит удерживает груз массой 700 г.

11.21. Электромагнит с железным сердечником имеет подъемную силу 250 Н при напряженности 4000 А/м. Какова будет его подъемная сила при вдвое меньшем токе?

11.22. При некоторой силе тока плотность энергии магнитного поля соленоида (без сердечника) равна 0,2 Дж/м³. Во сколько раз увеличится плотность энергии поля при той же силе тока, если в соленоид вставить железный сердечник?

11.23. Определите плотность энергии магнитного поля в железном сердечнике соленоида, если соленоид длиной 60 см и диаметром 50 см имеет 1000 витков. Ток в обмотке 1 А.

§ 12. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

1. ЭДС индукции, возникающая в контуре при изменении магнитного потока, пронизывающего контур, равна:

$$E_{\text{инд}} = - \frac{d\Phi}{dt},$$

где Φ — поток сцепления, т. е. поток, пронизывающий площадь сечения катушки, умноженный на число витков катушки:

$$\Phi = BSN.$$

2. Если ЭДС создается в замкнутом проводящем контуре сопротивлением R , то в нем возникает мгновенный ток:

$$i = \frac{E_{\text{инд}}}{R}.$$

Направление индукционного тока определяется правилом Ленца

3. Полный заряд, протекающий по контуру за все время изменения магнитного потока:

$$\Delta q = \int_0^t i \cdot dt = \frac{1}{R} \int_{\Phi_0}^{\Phi} d\Phi = \frac{\Delta\Phi}{R}.$$

4. Если в однородном магнитном поле перемещается проводник длиной l со скоростью v , то на его концах возникает разность потенциалов:

$$U = Blv.$$

5. ЭДС самоиндукции, возникающая в катушке, по которой течет меняющийся ток, равна:

$$E_{\text{с.инд.}} = - \frac{d\Phi}{dt} = - L \frac{di}{dt},$$

где L — индуктивность катушки.

1. Покажите, что правило Ленца соответствует закону сохранения энергии для процесса электромагнитной индукции.

2. Почему, если вращать медный диск вблизи магнитной стрелки, способной вращаться в плоскости, параллельной плоскости диска, стрелка начинает вращаться в ту же сторону, что и диск?

3. Почему при вращении подковообразного постоянного магнита вокруг собственной поперечной оси расположенный над ним диск приходит во вращение в ту же сторону?

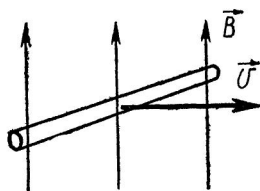


Рис. 12.1

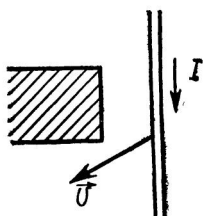


Рис. 12.2

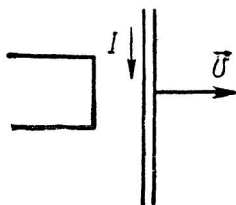


Рис. 12.3

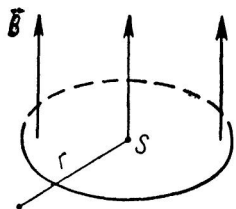


Рис. 12.4

4. Почему при колебаниях металлического маятника между полюсами электромагнита маятник сильно тормозится?

5. Каков принцип получения переменной ЭДС в электрических машинах?

6. В магнитном поле (рис. 12.1) движется проводник со скоростью \vec{v} . Определите знаки ЭДС на концах проводника.

7. На рисунке 12.2 показано направление индукционного тока в проводнике, который движется перпендикулярно чертежу к читателю. Какой полюс магнита изображен на рисунке?

8. Проводник, по которому течет ток (рис. 12.3), перемещается в направлении вектора \vec{v} . Каково направление тока в неподвижном проводящем витке, находящемся в поле проводника с током?

9. Почему сердечники трансформаторов собирают из тонких изолированных друг от друга листов стали?

10. Всегда ли стремятся уменьшить вихревые токи (токи Фуко)? Приведите примеры использования токов Фуко.

11. Внутри однородного (проводящего) кольца магнитный поток равномерно возрастает. Чему будет равна разность потенциалов между двумя любыми точками кольца?

12. В кольцо из диэлектрика вдвигают магнит. Какие изменения в диэлектрике при этом произойдут?

13. В однородном магнитном поле с индукцией \vec{B} , поток которого ограничен круговым сечением площадью S (рис. 12.4), на расстоянии r от осевой линии потока находится α -частица. Индукция поля

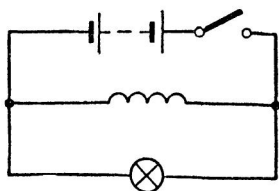


Рис. 12.5

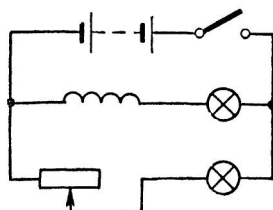


Рис. 12.6

равномерно уменьшается. Как будет вести себя α -частица в этом случае?

14. При демонстрации опыта по возникновению ЭДС самоиндукции при размыкании цепи используют схему, показанную на рисунке 12.5. Каково должно быть отношение активного сопротивления дросселя к сопротивлению лампочки накаливания, чтобы эксперимент был убедительным?

15. При демонстрации опыта по возникновению ЭДС самоиндукции при замыкании цепи используют схему, представленную на рисунке 12.6. Каковы должны быть соотношения между активными сопротивлениями ветвей цепи и каково должно быть значение индуктивности дросселя, чтобы эксперимент был убедительным?

Примеры решения задач

1. Медный обруч массой $m = 5$ кг расположен в плоскости магнитного меридиана. Какое количество электричества индуцируется в нем, если его повернуть вокруг вертикальной оси на 90° ? Горизонтальная составляющая магнитного поля Земли $B_r = 32 \cdot 10^{-3}$ Т.

Д а н о:

$$m = 5 \text{ кг}$$

$$\Delta\phi = 90^\circ$$

$$B_r = 32 \cdot 10^{-3} \text{ Т}$$

$$q = ?$$

Р е ш е н и е.

Количество электричества, индуцируемое в обруче,

$$\Delta q = \frac{\Delta\Phi}{R}; \quad \Delta\Phi = B\Delta S.$$

Положим, что радиус обруча равен r , тогда $S = \pi r^2$ (S — площадь круга, охватываемая обручем). Сопротивление обруча $R = \rho \frac{l}{S_{\text{сеч}}}$ ($S_{\text{сеч}}$ — площадь сечения медного провода), $S_{\text{сеч}} = \frac{V}{l}$ (V — объем, $l = 2\pi r$ — длина средней линии обруча), $V = \frac{m}{D}$ (D — плотность меди).

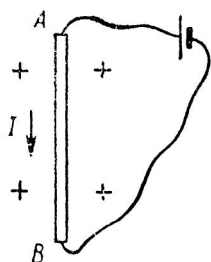


Рис. 12.7

С учетом этих соотношений получим:

$$S_{\text{сеч}} = \frac{m}{D2\pi r}; R = \rho \frac{2\pi r \cdot 2\pi r \cdot D}{m} = \rho \frac{4\pi^2 r^2 D}{m}.$$

Тогда для q будем иметь:

$$q = \frac{B\pi r^2 m}{\rho \cdot 4\pi^2 r^2 D} = \frac{Bm}{4\rho D}.$$

Расчеты дают: $q = 0,053$ Кл.

2. Прямолинейный проводник AB длиной 1,2 м с помощью гибких проводников соединен с источником тока, ЭДС которого $E = 24$ В и внутреннее сопротивление $r = 0,5$ Ом (рис. 12.7). Проводник находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,8$ Т. Вектор индукции перпендикулярен длине проводника. Найдите ток в цепи, если проводник движется перпендикулярно линиям индукции поля со скоростью 12,5 м/с. Во сколько раз изменится величина тока в цепи, если проводник остановится? Сопротивление всей внешней цепи принять равным $R = 2,5$ Ом. Магнитным полем тока в проводнике пренебречь.

Д а н о:

$$\begin{aligned} l &= 1,2 \text{ м} \\ E &= 24 \text{ В} \\ r &= 0,5 \text{ Ом} \\ B &= 0,8 \text{ Т} \\ v &= 12,5 \text{ м/с} \\ R &= 2,5 \text{ Ом} \end{aligned}$$

$$\frac{I_2 - ?}{I_1}$$

Р е ш е н и е.

$$I_1 = \frac{E \pm E_{\text{инд}}}{R + r}.$$

В зависимости от направления движения проводника $E_{\text{инд}}$ может действовать в одном или противоположном направлении с ЭДС источника E .

При движении проводника в магнитном

поле

$$E_{\text{инд}} = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

Найдем изменение магнитного потока:

$$d\Phi = B \cdot dS; dS = l v dt; d\Phi = B l v dt.$$

Тогда

$$E_{\text{инд}} = -B l v;$$

и

$$I_1 = \frac{E \mp B l v}{R + r}; I_1' = 4 \text{ А}; I_1 = 12 \text{ А}.$$

Если проводник остановится, то $I_2 = \frac{E}{R + r} = 8$ А. При остановке проводника ток увеличится в 2 раза или уменьшится в 1,5 раза.

3. Известно, что сила Ампера представляет собой суммарную силу Лоренца, действующую на заряды, создающие ток в проводнике, находящемся в магнитном поле. Однако сила Ампера совершает работу, вызывая перемещение проводника, в то время как сила Лоренца работы не совершает. Как разрешить это противоречие?

Решение.

Кажущееся противоречие связано с тем, что при расчете работы силы Ампера, являющейся суммарной силой Лоренца, действующей на движущиеся заряды, учитывалась не полная скорость электронов, а только их скорость, связанная с движением проводника.

При движении проводника вправо (рис. 12.8) полная скорость движения электронов в проводнике складывается из скорости движения проводника \vec{v} и дрейфовой скорости $\vec{v}_{др}$ под действием электрического поля, созданного источником E (рис. 12.9, а).

Если концентрация электронов в проводнике n и заряд электрона e , то сила Лоренца, действующая на элемент длины проводника dl с поперечным сечением S , равна:

$$\vec{F} = neS dl [(\vec{v}_{др} + \vec{v})\vec{B}],$$

а ее работа за время dt :

$$\begin{aligned} dA &= \vec{F} \cdot (\vec{v}_{др} + \vec{v}) dt = neS [(\vec{v}_{др} + \vec{v})\vec{B}] \cdot (\vec{v}_{др} + \vec{v}) dt dl = \\ &= neS dt dl \{ [\vec{v}_{др}\vec{B}] \cdot \vec{v} + [\vec{v}_{др}\vec{B}] \cdot \vec{v}_{др} + [\vec{v}\vec{B}] \cdot \vec{v} + [\vec{v}\vec{B}] \cdot \vec{v}_{др} \}. \end{aligned} \quad (1)$$

Два слагаемых, стоящих в фигурных скобках: $[\vec{v}_{др}\vec{B}] \cdot \vec{v}_{др}$ и $[\vec{v}\vec{B}] \cdot \vec{v}$, равны нулю по правилу скалярного произведения (рис. 12.9, б), и, следовательно:

$$dA = neS dt dl \{ [\vec{v}_{др}\vec{B}] \cdot \vec{v} + [\vec{v}\vec{B}] \cdot \vec{v}_{др} \}. \quad (2)$$

Но сумма двух этих членов дает также нуль, так как векторы $[\vec{v}\vec{B}]$ и $\vec{v}_{др}$ параллельны, а $[\vec{v}_{др}\vec{B}]$ и \vec{v} антипараллельны и, следовательно, данные члены имеют противоположные знаки.

$\{ [\vec{v}_{др}\vec{B}] \cdot \vec{v} + [\vec{v}\vec{B}] \cdot \vec{v}_{др} \}$ при последовательном векторном и скалярном перемножении дает:

$$-v_{др}Bv + v_{др}Bv = 0.$$

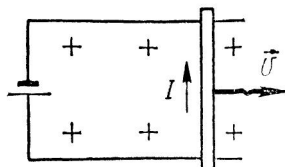


Рис. 12.8

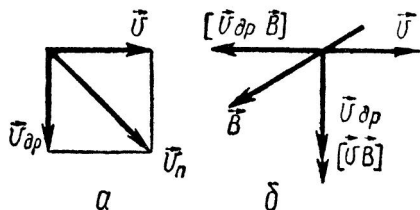


Рис. 12.9

Физический смысл явления следующий: первое слагаемое окончательного выражения (2)

$$neS\vec{v}_{др} [\vec{dl} \vec{B}] \vec{v} dt = I [\vec{dl} \vec{B}] \cdot \vec{v} dt = dA,$$

есть работа силы Ампера на пути vdt (длину проводника dl мы выбрали равной единице). Второе слагаемое $neS\vec{v}_{др} \cdot [\vec{v} \vec{B}] dt$ — работа электродвижущей силы индукции на том же пути и за то же время.

Следовательно, само магнитное поле никакой работы не совершает (работа силы Лоренца равна нулю), но посредством магнитного поля энергия источника с ЭДС E преобразуется в механическую энергию, идущую на перемещение проводника.

Задачи для самостоятельного решения

12.1. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 1$ Т поступательно и равномерно движется проводник длиной $l = 4$ см со скоростью $v = 2$ м/с. Вектор скорости направлен под углом $\alpha = 30^\circ$ к вектору индукции \vec{B} (рис. 12.10). Проводник при своем движении остается перпендикулярным направлению поля. Найдите разность потенциалов на концах проводника.

12.2. Круглый виток радиусом R , сделанный из медной проволоки, площадь поперечного сечения которой S , находится в однородном магнитном поле, напряженность которого за некоторое время меняется до нуля от H . Сколько электронов пройдет через поперечное сечение проволоки за время существования электрического тока?

12.3. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 10^{-1}$ Т вращается квадратная рамка со стороной $a = 20$ см, состоящая из 100 витков медного провода сечением 1 мм². Максимальное значение индукционного тока в рамке 2 А. Определите число оборотов рамки в секунду.

12.4. Виток из проволоки площадью 1 м² расположен перпендикулярно магнитному полю, индукция которого изменяется по закону $B = 0,5 (1 + e^{-t})$ Т. Определите ЭДС индукции в витке как функцию времени.

12.5. Виток радиусом 5 м расположен так, что плоскость его перпендикулярна вектору индукции \vec{B} магнитного поля. Индукция изменяется по закону $B = 5 \cdot 10^{-2} t$ (Т). Определите работу (в электронвольтах), которую совершает индуцируемое электрическое поле при перемещении электрона по витку.

12.6. Квадратная рамка со стороной 1 м вращается в однородном магнитном поле с частотой 5 об/с. Ось вращения рамки перпендикулярна линиям индукции поля.

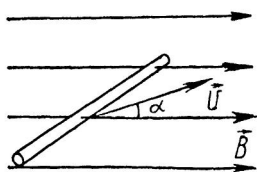


Рис. 12.10

Магнитное поле изменяется по закону $B = 10^{-3} \cos 10\pi t$ (Т). Какая ЭДС индукции возникнет в рамке через 10 с после начала ее вращения, если в начальный момент нормаль к плоскости рамки и вектор \vec{B} составляли угол $\beta = 0$?

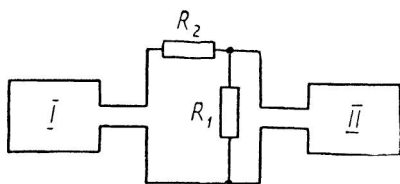


Рис. 12.11

12.7. В переменном магнитном поле находится короткозамкнутая катушка сопротивлением 10 Ом и индуктивностью 0,02 Г. При изменении магнитного потока, пронизывающего катушку, на $1 \cdot 10^{-3}$ Вб ток в катушке изменяется на $2 \cdot 10^{-3}$ А. Какой заряд прошел по виткам катушки за это время?

12.8. Контуры I и II (рис. 12.11) находятся в переменных магнитных полях. Поток вектора индукции в первом контуре изменяется по закону $\Phi_1 = A_1 t$, а во втором контуре — по закону $\Phi_2 = A_2 t$. На остальных участках цепи магнитное поле отсутствует. Найдите токи в этих контурах, если $R_1 = 100$ Ом, $R_2 = 200$ Ом, $A_1 = 100$ Вб/с, $A_2 = 60$ Вб/с.

12.9. Прямолинейный проводник длиной 1,5 м находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 1$ Т. Проводник вращается в плоскости, перпендикулярной линиям индукции поля, со скоростью $\frac{150}{\pi}$ об/с. Определите разность потенциалов на концах проводника как функцию расстояния оси его вращения от одного из концов проводника и вычислите разность потенциалов, если ось вращения проходит: а) через один из концов проводника; б) через середину проводника; в) на расстоянии 1/4 его длины от одного из концов.

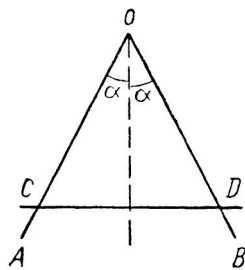


Рис. 12.12

12.10. Проводник AOB, согнутый в точке O под углом 2α (рис. 12.12), помещен в однородное магнитное поле с напряженностью \vec{H} , перпендикулярной его плоскости. Проводник DC движется с постоянной скоростью \vec{v} , оставаясь перпендикулярным биссектрисе угла 2α и касаясь сторон угла AOB. Определите величину тока в контуре, если сопротивление единицы длины контура равно ρ .

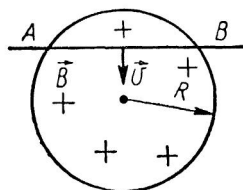


Рис. 12.13

12.11. Кольцо радиусом R , сделанное из проводящего материала, находится в однородном магнитном поле, вектор индукции которого \vec{B} перпендикулярен плоскости кольца. Проводник AB, касающийся кольца, перемещается с постоянной скоростью \vec{v} , оставаясь параллельным своему первоначальному положению (рис. 12.13). Определите

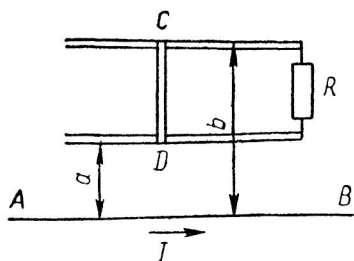


Рис. 12.14

электродвижущую силу индукции, возникающую в этой системе проводников, как функцию времени.

12.12. По прямолинейному проводнику AB течет ток I . Около проводника AB расположены два параллельных ему металлических стержня. Проводник AB и стержни лежат в одной плоскости. Металлические стержни замкнуты сопротивлением R ; по стержням

может скользить поперечный стержень CD (рис. 12.14). Определите: а) величину тока в замкнутой цепи CDR ; б) мощность, затрачиваемую на движение стержня CD , при условии, что скорость движения стержня CD постоянна и равна v . Расстояние стержней от проводника с током равно соответственно a и b ; индуктивностью стержней и сопротивлением R можно пренебречь, сопротивление стержней считать весьма малым; в) какое усилие должно быть приложено к стержню CD , чтобы поддерживать его движение.

12.13. В магнитном поле бесконечно длинного прямого проводника с током I находится прямоугольная рамка, сделанная из металлической проволоки, со сторонами a и b , причем сторона b параллельна проводу с током (рис. 12.15). Ближайшая к проводу с током сторона рамки находится от провода на расстоянии l . Определите среднее значение ЭДС индукции, возникающей в рамке, если рамку удалять от проводника с током параллельно самой себе на расстояние x относительно ее первоначального положения с постоянной скоростью v .

12.14. В магнитном поле бесконечно длинного прямого проводника с током I со скоростью v движется проводник длиной l по направлению, перпендикулярному току. Проводник длиной l во время движения остается параллельным проводнику с током.

1. Найдите ЭДС индукции в проводнике длиной l при любом законе движения.

2. Каков должен быть закон движения проводника l , чтобы ЭДС индукции была постоянной величиной?

3. Вычислите ЭДС индукции в проводнике l при его равномерном движении со скоростью $v = 2$ м/с для момента времени $t = 2$ с от начала движения проводника. Известно, что ток $I = 10$ А, $l = 1$ м, начальное расстояние между проводниками $x_0 = 0,01$ м.

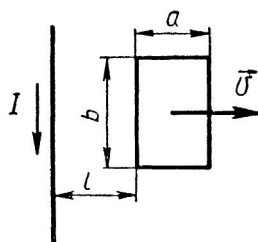


Рис. 12.15

12.15. По длинному проводнику течет ток I . В магнитном поле этого тока находится проволочная квадратная рамка сопротивлением R со стороной a . Центр рам-

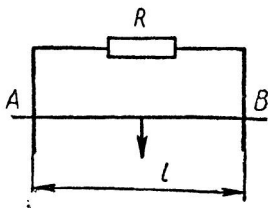


Рис. 12.16

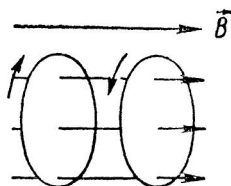


Рис. 12.17

ки находится на расстоянии r_0 от проводника с током. Нормаль к плоскости рамки и вектор индукции магнитного поля составляют угол α . Какое количество электричества протечет по рамке за время изменения тока в проводнике от первоначального значения I до нуля? (Магнитным полем индукционного тока в рамке пренебречь.)

12.16. Верхние концы двух вертикальных длинных проводников, параллельных друг другу и находящихся в однородном магнитном поле, вектор индукции которого \vec{B} перпендикулярен плоскости, в которой лежат проводники, соединены активным сопротивлением R . По проводникам без трения может скользить, падая, горизонтальный проводник AB массой m (рис. 12.16). Расстояние между проводниками l . Определите закон изменения скорости движения проводника AB , пренебрегая сопротивлением проводников.

12.17. Два металлических диска радиусом R , расположенные друг против друга на расстоянии l один от другого (рис. 12.17), вращаются в противоположных направлениях с угловой скоростью ω в однородном магнитном поле, вектор индукции которого \vec{B} перпендикулярен плоскостям дисков. Найдите: а) заряд полученного таким образом конденсатора; б) силу притяжения дисков.

12.18. Индукция магнитного поля изменяется по закону $B = B_0 \cdot 0,01t$ (Т). Вектор индукции перпендикулярен площадке S , ограничивающей его магнитный поток. На расстоянии r от центра площадки находится заряженная частица с зарядом q и массой m . Определите тангенциальное ускорение движения этой частицы.

12.19. Участок цепи (рис. 12.18) имеет следующие параметры: $R=20$ Ом, $L=0,1$ Г. Ток в этом участке изменяется по закону $I=5 \sin \pi t$ (А). Найдите напряжение между точками A и B как функцию времени.

12.20. Разветвленная цепь AB (рис. 12.19) имеет следу-

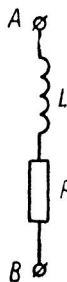


Рис. 12.18

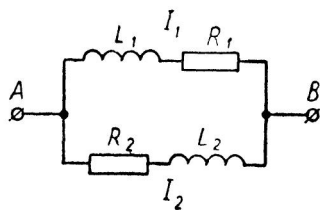


Рис. 12.19

ющие параметры: $L_1 = 0,1$ Г, $L_2 = 0,4$ Г, $R_1 = 10$ Ом. В некоторый момент времени ток $I_1 = 0,2$ А начинает возрастать со скоростью 5 А/с, а ток I_2 , равный 0,8 А, возрастает со скоростью 1,25 А/с. Найдите сопротивление R_2 .

§ 13. ВЫНУЖДЕННЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

1. Действующие значения тока и напряжения определяются из выражения

$$I^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt, \quad U^2 = \frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt,$$

где T — период изменения тока,
 i и u — мгновенные значения тока и напряжения.

2. Действующие значения тока и напряжения для синусоидального тока соответственно равны:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}},$$

где I_m , U_m — амплитуды тока и напряжения.

3. Закон Ома для синусоидального тока:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\dot{Z}}$$

(здесь \dot{I} , \dot{U} , \dot{Z} — комплексные амплитуды тока, напряжения, сопротивления).

4. Свойства трех основных элементов цепей представлены в таблице.

Обозначение	Импеданс (комплексное сопротивление)	Проводимость
R	R	$\frac{1}{R}$
L	$j\omega L$	$-j \frac{1}{\omega L}$
C	$-j \frac{1}{\omega C}$	$j\omega C$

5. При параллельном соединении элементов цепи складываются проводимости, при последовательном соединении — импедансы. Сопротивление цепи Z определяется модулем импеданса (комплексного сопротивления).

Тангенс угла сдвига фаз между током и напряжением равен отношению мнимой части комплексного сопротивления к действительной.

6. Активная мощность электрической цепи для синусоидального тока

$$P = IU \cos \varphi,$$

где I , U — действующие значения тока и напряжения, φ — сдвиг фаз между током и напряжением.

7. При резонансе цепь представляет собой активное сопротивление.

ВОПРОСЫ

1. В цепи имеется переменный ток $i = I_m \sin \omega t$. По какому закону изменяется напряжение в цепи: а) с активным сопротивлением; б) с емкостным сопротивлением; в) с индуктивным сопротивлением? Изобразите графически изменение тока и напряжения во времени и постройте векторную диаграмму для каждого случая.

2. Ток в цепи (рис. 13.1) изменяется по закону $i = I_m \cos \omega t$. Постройте векторную диаграмму напряжений для участка ab . Запишите закон Ома для этого участка. Как определить разность фаз между током и напряжением? Запишите мгновенное значение напряжения между точками a и b .

3. Как физически истолковать тот факт, что при возрастании частоты подаваемого напряжения индуктивное сопротивление катушки переменному току растет, а емкостное сопротивление конденсатора уменьшается?

4. Можно ли получить напряжение на емкости (индуктивности) (см. рис. 13.1) большее, чем напряжение на участке ab ? Какое условие должно выполняться для получения на емкости максимального напряжения?

5. К концам участка cd (рис. 13.2) приложено переменное напряжение, изменяющееся по закону $u = U_m \sin \omega t$. Постройте векторную диаграмму токов. Запишите закон Ома для этого участка. При каком условии участок cd обладает наибольшим сопротивлением? Чему равны в этом случае: а) ток, подводимый к участку; б) отношение проводимостей параллельных ветвей?

6. Как изменится график зависимости амплитуды тока от частоты ω с увеличением активного сопротивления R в последовательном колебательном контуре?

7. Одинаковое ли активное сопротивление будет иметь соленоид с ферромагнитным сердечником при включении в цепь постоянного и переменного токов?

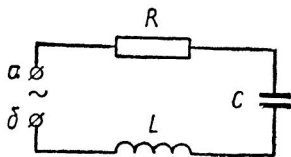


Рис. 13.1

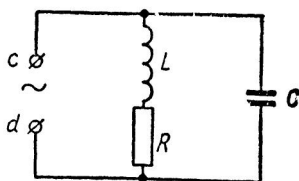


Рис. 13.2

8. Имеются два одинаковых соленоида, один с железным сердечником, другой без сердечника. Сравните активные, индуктивные и полные сопротивления соленоидов.

9. Чему равна мгновенная мощность при наличии переменного тока на участке цепи, имеющей: а) только активное сопротивление; б) только реактивное сопротивление?

10. Чему равна средняя мощность, если на участке цепи включены: а) активное сопротивление; б) реактивное сопротивление; в) активное и реактивное сопротивления?

11. Как определить активное сопротивление участка цепи переменному току, зная мощность, выделяющуюся на этом участке, и показания амперметра?

12. Что можно сказать об энергии, поглощаемой контуром с собственной частотой ω_0 , если на него подается напряжение от генератора с частотой ω_0 ?

13. На деревянное кольцо, диаметр которого $d = 30$ см, а поперечное сечение имеет вид круга, навита обмотка из медной проволоки массой $m = 2$ кг. Обмотку присоединяют сначала к сети постоянного тока, затем к сети переменного тока ($f = 50$ Гц), причем действующее напряжение равно напряжению постоянного тока. В каком случае потребляется большая мощность?

Примеры решения задач

1. Переменный ток, выпрямляемый прибором, пропускающим ток только одну половину периода (рис. 13.3), проходит в течение 10 мин по раствору медного купороса. На электроде выделяется 200 мг меди. Какова амплитуда тока?

Д а н о:

$t = 10$ мин

$m = 200$ мг

Р е ш е н и е.

Количество вещества, выделенное при электролизе, равно:

I_m — ?

$$m = \frac{1}{F} \frac{A}{n} q. \quad (1)$$

Мгновенное значение переменного тока

$$i = I_m \sin \omega t.$$

За период через электролит проходит количество электричества

$$q_1 = \int_0^{T/2} I_m \sin \omega t dt = \frac{I_m}{\omega} (-\cos \omega t) \Big|_0^{T/2} = \frac{I_m T}{\pi}.$$

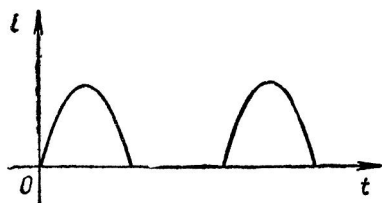


Рис. 13.3

За время t через электролит пройдет заряд, равный

$$q = \frac{q_1 t}{T} = \frac{I_m t}{\pi} \quad (2)$$

Решая совместно уравнения (1) и (2), получаем:

$$I_m = \frac{mnF\pi}{At}$$

Производим расчет:

(значения $F = 9,65 \cdot 10^7$ Кл/(кг·эquiv); $A = 63$; $n = 2$ берем из таблиц)

$$I_m = 3,2 \text{ A.}$$

2. В цепь переменного тока ($f = 50$ Гц) с действующим напряжением 127 В включены параллельно конденсатор емкостью $C = 24$ мкФ и дроссель индуктивностью $L = 0,6$ Г и активным сопротивлением $R = 100$ Ом. Определите действующее значение подводимого к участку тока.

Д а н о:

$$\begin{aligned} U &= 127 \text{ В} \\ f &= 50 \text{ Гц} \\ C &= 24 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} \\ L &= 0,6 \text{ Г} \\ R &= 100 \text{ Ом} \end{aligned}$$

$I = ?$

Р е ш е н и е.

Первый способ:

Начертим схему соединения приборов (рис. 13.4) и построим векторную диаграмму токов (рис. 13.5). При параллельном соединении элементов на каждом из них напряжение одинаковое, поэтому за основное направление возьмем вектор амплитуды напряжения.

Амплитуда тока в конденсаторе I_{mC} опережает амплитуду напряжения на $\frac{\pi}{2}$, амплитуда тока в дросселе I_{mD} отстает от амплитуды напряжения на угол $\alpha = \text{arctg} \frac{\omega L}{R}$. Векторная сумма

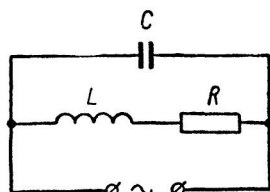


Рис. 13.4

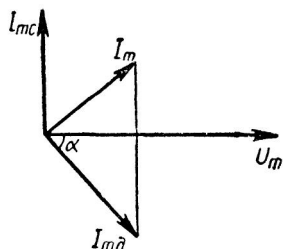


Рис. 13.5

токов I_{mC} и $I_{m\partial}$ определяет подводимый ток I_0 . Из векторной диаграммы очевидно, что

$$I_m^2 = I_{mC}^2 + I_{m\partial}^2 - 2I_{mC} I_{m\partial} \sin \alpha. \quad (1)$$

Перейдем к действующим значениям тока:

$$I^2 = I_C^2 + I_\partial^2 - 2I_C I_\partial \sin \alpha. \quad (2)$$

Токи I_C и I_∂ найдем, применив закон Ома к каждому участку отдельно:

$$I_C = U\omega C; \quad I_\partial = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}. \quad (3)$$

Расчеты дают:

$$\alpha = \arctg \frac{314 \cdot 0,6}{100} = 62^\circ 2'; \quad \sin \alpha = 0,8832;$$

$$I_C = 0,96 \text{ A}, \quad I_\partial = 0,562 \text{ A};$$

$$I = 0,515 \text{ A}.$$

Второй способ:

Для нахождения различных величин в цепях переменного тока удобно пользоваться символическим методом, состоящим в том, что гармонически колеблющиеся физические величины представляются в виде комплексных величин. Этот метод позволяет решение задачи в любой цепи переменного тока получить из соответствующего решения для постоянного тока, если ток, напряжение и ЭДС заменить их комплексными амплитудами, а сопротивление участков — их комплексными сопротивлениями.

Величина подводимого тока зависит от напряжения и полного сопротивления цепи Z :

$$\dot{i} = \frac{\dot{U}}{\dot{Z}}; \quad I = \frac{U}{Z}. \quad (4)$$

Цепь состоит из двух параллельно соединенных участков с комплексными сопротивлениями:

$$\dot{Z}_1 = R + j\omega L; \quad \dot{Z}_1 = (100 + j \cdot 118,4) \text{ Ом}$$

$$\dot{Z}_2 = \left(-j \frac{1}{\omega C}\right); \quad \dot{Z}_2 = -j \cdot 132,5 \text{ Ом}.$$

Полное комплексное сопротивление цепи (импеданс цепи):

$$\dot{Z} = \frac{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}; \quad \dot{Z} = 10^2 (1,32 - j \cdot 2,07) \text{ Ом}.$$

Модуль импеданса определяет полное сопротивление цепи:

$$Z = 246 \text{ Ом}.$$

Действующий ток, подводимый к цепи, находим из уравнения (4):

$$I = 0,515 \text{ A.}$$

3. В цепь переменного тока с действующим напряжением $U = 220 \text{ В}$ ($f = 50 \text{ Гц}$) включены последовательно конденсатор емкостью $C = 18 \text{ мкФ}$, активное сопротивление $R = 10 \text{ Ом}$ и дроссель индуктивностью $L = 0,6 \text{ Г}$, на котором напряжение опережает ток на угол $\alpha = 60^\circ$. Определите: а) мощность, выделяемую на каждом из элементов и во всей цепи; б) коэффициент мощности для всей цепи.

Д а н о:

$$U = 220 \text{ В}$$

$$f = 50 \text{ Гц}$$

$$C = 18 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$$

$$R = 10 \text{ Ом}$$

$$L = 0,6 \text{ Г}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

Р е ш е н и е.

Мощность, поглощаемая каким-либо участком цепи, определяется квадратом действующего значения тока и активным сопротивлением участка:

$$P = I^2 R_{\text{акт.}}$$

Первый способ:

Начертим схему включения приборов (рис. 13.6) и построим векторную диаграмму напряжений (рис. 13.7). При последовательном соединении через все элементы идет одинаковый ток, поэтому за основное направление возьмем вектор амплитуды тока I_m .

Амплитуда напряжения на конденсаторе U_{mC} отстает по фазе от тока на $\frac{\pi}{2}$. Амплитуда напряжения на дросселе U_{mD} опережает по фазе ток на α . Амплитуду напряжения на дросселе разложим на две составляющие: активную $U'_{mD} = U_{mD} \cos \alpha$ (колеблется в фазе с током) и реактивную $U''_{mD} = U_{mD} \sin \alpha$ (опережает ток по фазе на $\frac{\pi}{2}$). Амплитуда полного напряжения в цепи равна векторной сумме напряжений U'_{mD} , U''_{mD} , U_{mC} и U_{mR} .

Амплитуда напряжения, совпадающего по фазе с током:

$$U_{1m} = I (R + R').$$

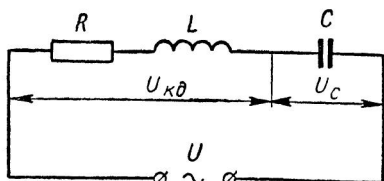


Рис. 13.6

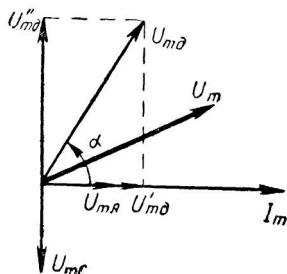


Рис. 13.7

Амплитуда напряжения, опережающего ток на $\frac{\pi}{2}$:

$$U_{2m} = I \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right).$$

Амплитуда полного напряжения:

$$U_m = \sqrt{U_{1m}^2 + U_{2m}^2} = I_m \sqrt{(R + R')^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}. \quad (1)$$

Перейдем к действующим значениям напряжения и тока. Действующее значение тока из уравнения (1) равно:

$$I = \frac{U}{\sqrt{(R + R')^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}. \quad (2)$$

Активное сопротивление дросселя найдем из векторной диаграммы:

$$R' = \frac{\omega L}{\operatorname{tg} \alpha}. \quad (3)$$

Мощность P_1 , выделяемая на конденсаторе, равна нулю (конденсатор не имеет активного сопротивления, поэтому сдвиг фаз между током и напряжением равен $\frac{\pi}{2}$).

Мощность, выделяемая на сопротивлении R :

$$P_2 = I^2 R. \quad (4)$$

Мощность, выделяемая на дросселе:

$$P_3 = I^2 R'. \quad (5)$$

Мощность, выделяемая во всей цепи:

$$P = P_2 + P_3. \quad (6)$$

Коэффициент мощности для всей цепи:

$$\cos \varphi = \frac{P}{IU} \quad (7)$$

Сделаем расчеты:

$$R' = 10,9 \text{ Ом}; \quad I = 9,3 \text{ А}; \quad P_2 = 846 \text{ Вт}; \quad P_3 = 925 \text{ Вт}; \quad P = 1771 \text{ Вт}; \quad \cos \alpha = 0,875.$$

Второй способ:

Цепь состоит из последовательно соединенных участков: конденсатора C (комплексное сопротивление $-j \frac{1}{\omega C}$), активного сопротивления R , дросселя (комплексное сопротивление $R' + j\omega L$).

При последовательном соединении сопротивлений складываются, поэтому комплексное сопротивление цепи (импеданс цепи) равно:

$$\dot{Z} = (R + R') + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right). \quad (8)$$

Для определения активного сопротивления дросселя воспользуемся тем, что тангенс угла сдвига фаз α между током и напряжением определяется отношением мнимой части комплексного сопротивления к действительной. Отсюда активное сопротивление дросселя (действительная часть комплексного сопротивления) равно:

$$R' = \frac{\omega L}{\operatorname{tg} \alpha}. \quad (9)$$

Модуль импеданса (8) определяет полное сопротивление цепи:

$$Z = \sqrt{(R + R')^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}. \quad (10)$$

Действующее значение тока в цепи

$$I = \frac{U}{Z}. \quad (11)$$

Мощность выделяется только на активном сопротивлении. Конденсатор не имеет активного сопротивления, мощность на нем не выделяется:

$$P_1 = 0.$$

Мощность, выделяемая в сопротивлении R :

$$P_2 = I^2 R. \quad (12)$$

Мощность, выделяемая в дросселе:

$$P_3 = I^2 R' = I^2 \frac{\omega L}{\operatorname{tg} \alpha}. \quad (13)$$

Мощность, выделяемая в цепи:

$$P = P_2 + P_3. \quad (14)$$

Коэффициент мощности:

$$\cos \varphi = \frac{P}{IU}. \quad (15)$$

Получаются те же результаты, что и при решении первым способом.

Задачи для самостоятельного решения

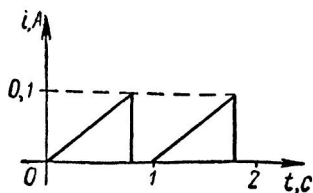


Рис. 13.8

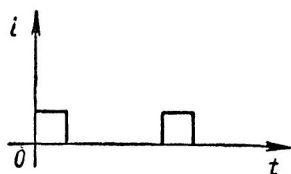


Рис. 13.9

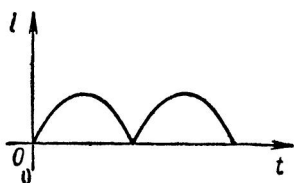


Рис. 13.10

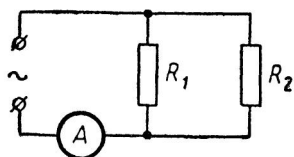


Рис. 13.11

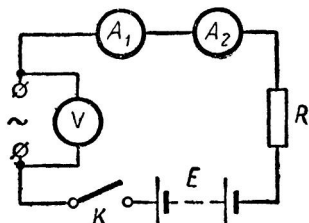


Рис. 13.12

13.1. На рисунке 13.8 показан график пилообразных колебаний в цепи с периодом $T = 1$ с. Ток равномерно нарастает от нулевого до максимального значения $I_0 = 0,1$ А за время $t = 0,8$ с, затем скачком падает до нуля. Определите среднее и действующее значение тока в цепи.

13.2. На рисунке 13.9 показан график прямоугольных импульсов, период которых в 4 раза больше их длительности. Определите действующее и среднее значение тока, если он скачком меняется от 0,5 А до 0.

13.3. Аккумулятор, емкость которого равна $q = 20$ А·ч, заряжают выпрямленным синусоидальным током, график которого показан на рисунке 13.10. Амперметр, включенный в цепь, показывает ток $I = 1,5$ А. Сколько времени надо заряжать аккумулятор? Считайте, что на зарядку используется весь протекающий ток.

13.4. Цепь (рис. 13.11) питается напряжением, изменяющимся по закону $u = 179 \sin 314 t$ (В). $R_1 = 10$ Ом, $R_2 = 25,4$ Ом. Определите показание амперметра и мгновенное значение тока в неразветвленной части цепи.

13.5. Батарея аккумуляторов с ЭДС $E = 40$ В присоединена к сети переменного тока (рис. 13.12) через сопротивление $R = 80$ Ом. Амперметр A_1 — магнитоэлектрической системы, A_2 — тепловой. При замкнутом ключе K вольтметр показывает 120 В. Определите: а) каковы показания амперметров A_1 и A_2 при замкнутом ключе; б) какая энергия выделяется в сопротивлении R за 10 с. Все сопротивления, кроме R , ничтожно малы.

13.6. На приборы, соединенные по схеме рисунка 13.13, подается переменное напряжение. Вольтметр V_1 (электромагнитной системы) показывает

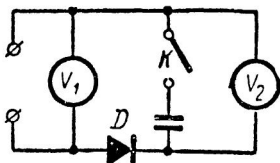


Рис. 13.13

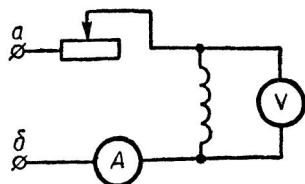


Рис. 13.14

напряжение $U_1 = 100$ В, вольтметр V_2 (магнитоэлектрической системы) имеет очень большое сопротивление. Что показывает вольтметр V_2 при разомкнутом и замкнутом ключе K ? Сопротивлением выпрямителя D в прямом направлении можно пренебречь.

13.7. Какое сопротивление переменному току в 1000 Гц представляет реостат, если его активное сопротивление 100 Ом, число витков 2000, длина 50 см и площадь витка 15 см^2 ?

13.8. Для определения индуктивности катушки собрали схему (рис. 13.14). При подаче между точками a и b постоянного напряжения вольтметр показал 48 В, амперметр — 8 А. При подаче на те же точки переменного напряжения с частотой 50 Гц вольтметр показал 120 В, амперметр — 12 А. Какова индуктивность катушки? Какой сдвиг фаз между напряжением и током?

13.9. В сеть переменного тока (частота 50 Гц) включены последовательно соединенные реостат с сопротивлением $R = 10^3$ Ом и катушка индуктивности, состоящая из железного цилиндрического сердечника с обмоткой из $N = 400$ витков медной проволоки сечением $0,5 \text{ мм}^2$. Катушка имеет длину $l = 40$ см и диаметр $d = 4$ см. В цепи наблюдается сдвиг фаз между напряжением и током $\varphi = 30^\circ$. Определите среднюю магнитную проницаемость μ железа сердечника.

13.10. В сеть переменного тока с частотой $f = 50$ Гц включена катушка с индуктивностью $L = 0,01$ Г и активным сопротивлением $R = 2$ Ом. Пользуясь методом комплексных амплитуд, определите: а) напряжение, обеспечивающее в катушке ток с амплитудой $I_m = 0,5$ А; б) сдвиг фаз между током и напряжением.

13.11. В сеть с амплитудой напряжения 440 В и частотой 50 Гц включены последовательно нормально горящая лампочка накаливания и конденсатор. Какова емкость конденсатора, если на лампочке написано «55 Вт, 110 В»? Какова разность фаз между током и напряжением в цепи?

13.12. На последовательно соединенные реостат и катушку с индуктивностью $L = 0,1$ Г подано напряжение частотой 50 Гц. Между напряжением и током наблюдается сдвиг фаз $\varphi = 30^\circ$. Чему равно сопротивление реостата? Включение какой емкости C последовательно с реостатом могло бы устранить сдвиг фаз?

13.13. Плоский конденсатор залит нитробензолом, обладающим удельным сопротивлением $\rho = 10^7$ Ом·м и электрической проницаемостью $\epsilon = 32$. Найдите разность фаз между током и напряжением при частоте: а) 50 Гц; б) 1000 Гц.

13.14. Определите электрическую проницаемость жидкости, заполняющей плоский конденсатор, если известно, что ее удельное сопротивление $10^9 \text{ Ом}\cdot\text{м}$ и при переходе от постоянного напряжения к напряжению, меняющемуся с частотой 50 Гц , ток, идущий через конденсатор, возрастает в 7 раз.

13.15. В сеть с напряжением 120 В включены последовательно катушка индуктивности с активным сопротивлением 10 Ом и конденсатор. При частоте 50 Гц индуктивное сопротивление равно 2 Ом , емкостное 500 Ом . Определите ток в цепи и напряжение на ее участках при резонансе, который получают, изменяя частоту.

13.16. В сеть с напряжением 220 В включены последовательно катушка индуктивностью 160 мГ и активным сопротивлением 2 Ом и конденсатор емкостью 64 мкФ . Определите ток в цепи, если частота тока 200 Гц . При какой частоте наступит резонанс напряжений и каковы будут при этом ток и напряжение на катушке и конденсаторе?

13.17. В электрическую цепь включены последовательно соединенные активное сопротивление $R = 50 \text{ Ом}$ и индуктивность $L = 0,2 \text{ Г}$. Каким сопротивлением R_1 и индуктивностью L_1 , соединенными параллельно, можно заменить прежние элементы, чтобы в цепи сохранился прежний режим ($i_1 = i$, $\varphi_1 = \varphi$)?

13.18. При сборке схемы с последовательным включением емкости C , индуктивности L и активного сопротивления R допустили ошибку и приборы соединили параллельно. Определите, во сколько раз при этом изменится ток в подводящих проводах, если:

$$\text{а) } \omega L = \frac{1}{\omega C}; \quad \text{б) } \omega L = 2 \frac{1}{\omega C}.$$

13.19. Участок цепи состоит из параллельно соединенных катушки с индуктивностью $L = 1,0 \text{ Г}$ и активным сопротивлением $R = 10^2 \text{ Ом}$ и конденсатора емкостью $C = 4 \text{ мкФ}$. Определите эквивалентное сопротивление участка. Частота подаваемого на участок напряжения 50 гц .

13.20. В сеть с напряжением 127 В (частота 50 Гц) параллельно включены катушка с активным сопротивлением 10 Ом и индуктивностью 1 Г и конденсатор. Определите емкость конденсатора при резонансе. Чему равен при этом общий ток, ток через конденсатор и ток через катушку?

13.21. На участок цепи, состоящий из параллельно соединенных соленоида и конденсатора переменной емкости, подается напряжение в 120 В частотой 50 Гц . Соленоид имеет малое активное сопротивление и индуктивность $1,5 \text{ Г}$. Наименьшее значение полного тока для участка $0,010 \text{ А}$. Определите емкость конденсатора и полное сопротивление участка при резонансе.

13.22. На участок цепи, состоящий из параллельно соединенных дросселя ($L = 1 \cdot 10^{-3} \text{ Г}$, $R = 30 \text{ Ом}$) и конденсатора ($C = 1 \text{ мкФ}$), подается переменное напряжение с действующим значением $U = 220 \text{ В}$. Определите: а) частоту, при которой ток, под-

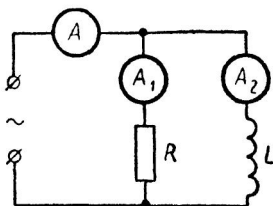


Рис. 13.15

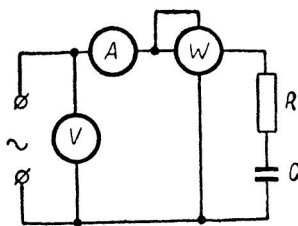


Рис. 13.16

водимый к участку, минимален; б) токи, текущие при этой частоте через дроссель и конденсатор.

13.23. Напряжение на зажимах электрической цепи (рис. 13.15) изменяется по закону $u = 179 \sin 1256 t$ (В). $R = 10$ Ом, $L = 20,2$ мГ. Определите показания амперметров и мгновенное значение тока в неразветвленной части цепи.

13.24. В цепь переменного тока включены последовательно соединенные активное сопротивление R_0 и реактивное сопротивление X . Затем реактивное сопротивление заменили активным той же численной величины. Как изменилась при этом потребляемая цепью мощность?

13.25. Определите потери мощности в проводах от магистрали к потребителю при следующих данных: передаваемая мощность 100 кВт; напряжение в магистрали 220 В; сопротивление проводов 0,01 Ом; сдвиг фаз между током и напряжением 37° .

13.26. Дуга Петрова включена в сеть переменного тока частотой 50 Гц и напряжением 110 В. При горении дуги ее сопротивление 1,4 Ом. Какую индуктивность нужно включить последовательно с дугой для получения тока в 30 А? Какая мощность будет потребляться при этом из сети?

13.27. На участок цепи, состоящий из последовательно соединенных активного сопротивления 15 Ом и дросселя с индуктивностью 0,1 Г и активным сопротивлением 10 Ом, подается напряжение 220 В ($f = 50$ Гц). Какая мощность потребляется участком? Какая мощность будет потребляться участком, если последовательно включить конденсатор, при котором разность фаз между током и напряжением равна нулю? Какую емкость должен иметь конденсатор?

13.28. В сеть переменного тока ($f = 50$ Гц) включены последовательно два дросселя: один с активным сопротивлением 12 Ом и индуктивностью 22 мГ, другой с активным сопротивлением 8 Ом и индуктивностью 9,6 мГ. Ток в цепи равен 5,7 А. Определите: а) мощность, потребляемую каждым дросселем и всей цепью; б) напряжение на зажимах цепи.

13.29. Приборы, включенные в цепь (рис. 13.16), показывают: амперметр 4,2 А, вольтметр 220 В, ваттметр 325 Вт. Определите активное сопротивление R и емкость C .

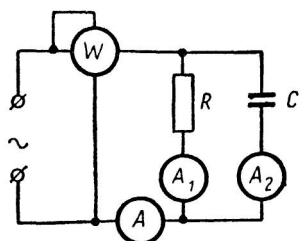


Рис. 13.17

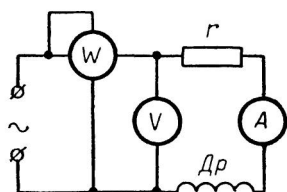


Рис. 13.18

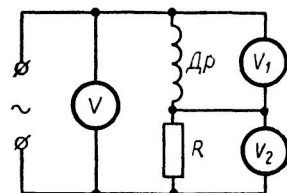


Рис. 13.19

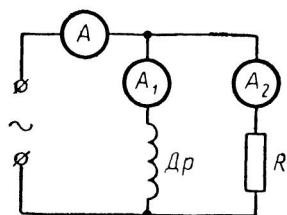


Рис. 13.20

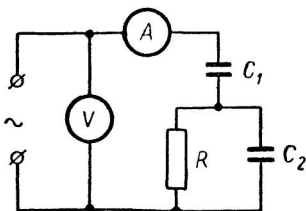


Рис. 13.21

13.30. К электрической цепи (рис. 13.17) подведено переменное напряжение 380 В ($f = 50$ Гц). Активное сопротивление $R = 30$ Ом, емкостное сопротивление составляет 30 Ом. Определите показания приборов.

13.31. Переменное напряжение частотой 50 Гц подается на последовательно соединенные активное сопротивление $r = 22$ Ом и дроссель Dr (рис. 13.18). Приборы, включенные в цепь, показывают: ваттметр 940 Вт, вольтметр 220 В, амперметр 5 А. Определите: а) мощность, выделяемую в дросселе; б) параметры дросселя.

13.32. Коэффициент мощности в цепи с последовательно соединенными конденсатором и активным сопротивлением равен 0,3. Как изменится его величина, если конденсатор и активное сопротивление соединить параллельно?

13.33. Вещество с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 2,8$ употреблено в качестве изолятора в конденсаторе. Конденсатор, находясь под напряжением, поглощает некоторую мощность, причем при $f = 50$ Гц коэффициент мощности $\cos \varphi = 0,1$. Определите удельное сопротивление диэлектрика.

13.34. Мощность, поглощаемую дросселем в цепи переменного тока, можно определить методом трех вольтметров (рис. 13.19). Чему она будет равна, если показания вольтметров и активное сопротивление R известны?

13.35. Мощность, поглощаемую дросселем в цепи переменного тока, можно определить методом трех амперметров (рис. 13.20). Чему она будет равна, если показания амперметров и активное сопротивление известны?

13.36. В схеме, изображенной на рисунке 13.21, $C_1 = 0,4$ мкФ, $C_2 = 0,1$ мкФ, $R = 10^5$ Ом. Вольтметр показывает $U = 120$ В, частота подаваемого напряжения 50 Гц. Определите: а) показание амперметра; б) мощность, выделяющуюся на активном сопротивлении.

§ 14. СОБСТВЕННЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ (ЦЕПИ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ)

1. Уравнение колебаний напряжения в контуре, параметры которого L , C и R :

$$L \frac{d^2 u}{dt^2} + R \frac{du}{dt} + \frac{1}{C} u = 0.$$

Частным решением этого уравнения является выражение

$$u = U_m \exp(-\alpha t) \cos(\omega t + \varphi),$$

где

$$\alpha = \frac{R}{2L} \quad \text{— коэффициент затухания контура,}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \quad \text{— циклическая частота колебаний,}$$

$$\sqrt{\frac{1}{LC}} = \omega_0 \quad \text{— циклическая частота свободных колебаний.}$$

2. Максимальный запас энергии электрического поля равен максимальному запасу энергии магнитного поля контура:

$$\frac{1}{2} L I_m^2 = \frac{1}{2} C U_m^2;$$

во времени максимумы энергии сдвинуты на четверть периода.

3. Добротность колебательного контура

$$Q = \frac{\omega}{2\alpha} = \frac{\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}}{2\alpha};$$

если $\omega_0 \gg \alpha$, то

$$Q = \frac{\omega_0}{2\alpha} = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{R} = \frac{\rho}{R},$$

где

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad \text{— волновое сопротивление контура.}$$

4. Логарифмический декремент затухания

$$\delta = \alpha T.$$

Между добротностью контура и логарифмическим декрементом затухания существует связующая зависимость:

$$Q = \frac{\pi}{\delta}.$$

ВОПРОСЫ

1. Почему в контуре, состоящем из катушки индуктивностью L и конденсатора емкостью C , колебания не прекращаются в тот момент, когда конденсатор разряжается полностью?

2. Почему электромагнитные колебания в реальном контуре затухают?

3. Чем определяется частота колебаний и амплитуда напряжения в контуре, состоящем из индуктивности и емкости, а активное сопротивление пренебрежимо мало?

4. Почему трудно сконструировать контур, рассчитанный на частоту колебаний 0,01 Гц или 10^8 Гц?

5. Каков физический смысл коэффициента затухания контура?

6. Каков физический смысл логарифмического декремента затухания контура?

7. Что такое электрический резонанс и при каком условии он возможен?

8. Как изменятся параметры колебательного контура, если в катушку индуктивности ввести: а) железный сердечник, б) медный сердечник; в) сердечник из диэлектрика?

Примеры решения задач

1. Контур состоит из катушки с индуктивностью $L = 3 \cdot 10^{-5}$ Г и сопротивлением $R = 1$ Ом и конденсатора с емкостью $C = 2 \cdot 10^3$ пкФ. Какую мощность должен потреблять контур, чтобы в нем поддерживались незатухающие колебания, при которых максимальное напряжение на конденсаторе $U_m = 0,5$ В?

Д а н о:

$$L = 3 \cdot 10^{-5} \text{ Г}$$

$$R = 1 \text{ Ом}$$

$$C = 2 \cdot 10^3 \text{ пкФ}$$

$$U_m = 0,5 \text{ В}$$

Р — ?

Р е ш е н и е.

Затухание электромагнитных колебаний обусловлено поглощением электрической мощности на активном сопротивлении контура. Следовательно, для того чтобы колебания в контуре не затухали, нужно потребляемую мощность восполнять за счет источника.

Мощность, поглощаемая на активном сопротивлении катушки:

$$P = I^2 R. \quad (1)$$

Если максимальное напряжение на конденсаторе U_m , то максимальная энергия электрического поля

$$W_e = \frac{1}{2} C U_m^2. \quad (2)$$

Так как колебания в контуре незатухающие, то энергия конденсатора через четверть периода переходит в энергию магнитного поля катушки:

$$W_m = \frac{1}{2} L I_m^2. \quad (3)$$

Приравняв W_e и W_m , получаем:

$$I_m = U_m \sqrt{\frac{C}{L}}.$$

Действующее значение тока связано с амплитудой тока соотношением:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}},$$

откуда

$$I = U_m \sqrt{\frac{C}{2L}}. \quad (4)$$

Подставив выражение для I в формулу для мощности (1), получаем:

$$P = \frac{U_m^2 CR}{2L}.$$

Решение для мощности дает значение:

$$P = 8,3 \cdot 10^{-6} \text{ Вт.}$$

2. В установке, собранной по схеме, изображенной на рисунке 14.1, все сопротивления, кроме $R_1 = 1 \text{ Ом}$ и $R_2 = 50 \text{ Ом}$, ничтожно малы. Индуктивность катушки $L = 0,1 \text{ Г}$, емкость конденсатора $C = 1 \text{ мкФ}$, ЭДС элемента $E = 1,4 \text{ В}$. Ключ K замыкают и, после того как ток в катушке установится, размыкают. Определите: а) начальную энергию колебаний, которые будут иметь место в контуре R, L, C после размыкания ключа K ; б) энергию колебаний через $0,2 \text{ с}$ после размыкания ключа.

Д а н о:

$$R_1 = 1 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 50 \text{ Ом}$$

$$L = 0,1 \text{ Г}$$

$$C = 1 \text{ мкФ}$$

$$E = 1,4 \text{ В}$$

$$t = 0,2 \text{ с}$$

$$\underline{W_0 - ? \quad W - ?}$$

Р е ш е н и е.

После замыкания ключа K в цепи устанавливается ток

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2}. \quad (1)$$

Для контура R, L, C второе правило Кирхгофа запишется в следующем виде:

$$U_C + IR_1 + L \frac{dl}{dt} = 0, \quad (2)$$

но при установившемся токе $\frac{dl}{dt} = 0$,

и тогда напряжение на конденсаторе

$$U_C = -IR_1. \quad (3)$$

Энергия в контуре складывается из энергии заряженного конденсатора и энергии, локализованной в катушке, т. е. полная энергия:

$$W_m = W_e + W_m.$$

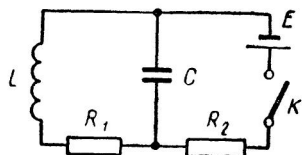


Рис. 14.1

(Здесь $W_m = \frac{1}{2} LI^2$ — энергия магнитного поля и $W_e = \frac{1}{2} CU^2$ — энергия электрического поля.)

Подставляя выражения (1) и (3) в формулу (4), получаем:

$$W_{II} = \frac{1}{2} L \frac{E^2}{(R_1 + R_2)^2} + \frac{1}{2} C \frac{E^2}{(R_1 + R_2)^2} R_1^2 = \frac{1}{2} \frac{E^2}{(R_1 + R_2)^2} (L + CR_1^2).$$

а) Сразу же после размыкания ключа K энергия в контуре будет такой же, какой она была до размыкания, т. е.

$$W_0 = \frac{1}{2} I^2 (L + CR_1^2).$$

б) После размыкания ключа K в контуре L, R_1, C возникнут электрические колебания; так как в контуре есть активное сопротивление R_1 , то колебания будут затухающими и амплитуда тока в контуре будет меняться по закону

$$I = I_m e^{-\alpha t},$$

где коэффициент затухания $\alpha = \frac{R}{2L}$.

Через промежуток времени t после размыкания ключа амплитуда тока будет

$$I = I_m e^{-\frac{R}{2L} t},$$

а энергия в контуре

$$W = \frac{1}{2} I_m^2 \exp\left(-\frac{R}{L} t\right) \cdot (L + CR_1^2) = W_0 \exp\left(-\frac{R}{L} t\right).$$

После вычислений получим:

$$W = 5,2 \cdot 10^{-8} \text{ Дж.}$$

3. Контур с индуктивностью $L = 0,01$ Г, сопротивлением $R = 0,23$ Ом и некоторой емкостью C возбуждается короткими электрическими импульсами. С какой частотой их нужно подавать, чтобы возникающие колебания не накладывались друг на друга?

Д а н о:

$$L = 10^{-2} \text{ Г}$$

$$R = 0,23 \text{ Ом}$$

$\nu = ?$

Р е ш е н и е.

Чтобы не было наложения колебаний друг на друга, нужно очередной импульс подавать в контур тогда, когда колебания от предыдущего импульса уже практически затухнут.

Принято считать, что колебания практически прекращаются, если их энергия уменьшилась в 100 раз, т. е. амплитуда — в 10 раз. Учтя это замечание, получаем: $t = nT$, $x_0 = 10 x$.

Уравнение затухающих колебаний:

$$x = x \exp(-\alpha t).$$

Так как $\alpha = \frac{\delta}{T}$ и $t = nT$, то

$$x = x_0 \exp(-\delta n); \quad 10 = \exp(\delta n) = \exp\left(\frac{\pi}{Q} n\right)$$

или

$$n = \frac{Q}{\pi \lg e} = 0,74 Q.$$

Добротность контура:

$$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Число заметных колебаний:

$$n = 0,74 \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Время существования заметных колебаний:

$$t = nT = 0,74 \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} T = 0,742 \pi \frac{1}{R}.$$

Частота посылки импульсов ν должна удовлетворять условию:

$$\nu < \frac{1}{t} \approx \frac{R}{0,74 \cdot 2\pi L}.$$

Подстановка числовых данных приводит к результату:

$$\nu = 5 \text{ Гц.}$$

Задачи для самостоятельного решения

14.1. Колебательный контур состоит из конденсатора с емкостью $C = 800$ пФ и катушки с индуктивностью $L = 2 \cdot 10^{-3}$ Г. На какую длину волны настроен контур? Сопротивление контура ничтожно мало.

14.2. На какой диапазон частот можно настроить колебательный контур, если его индуктивность $L = 2 \cdot 10^{-3}$ Г, а емкость может меняться от 60 до 480 пФ? Сопротивлением контура можно пренебречь.

14.3. Какую индуктивность надо включить в колебательный контур, чтобы при емкости $C = 2$ мкФ получить звуковую частоту $\nu = 1000$ Гц?

14.4. Напряжение на обкладках конденсатора в колебательном контуре меняется в зависимости от времени по закону

$u = 30 \cos 10^3 \pi t$ (В). Емкость конденсатора $C = 3 \cdot 10^5$ пФ. Найдите: а) период колебаний; б) индуктивность контура; в) закон изменения тока в контуре.

14.5. Ток в колебательном контуре меняется по закону $i = -0,02 \sin 400 \pi t$ (А). Индуктивность контура $L = 1$ Г. Найдите: а) период колебаний; б) емкость контура; в) максимальную разность потенциалов на обкладках конденсатора; г) максимальную энергию магнитного поля; д) максимальную энергию электрического поля.

14.6. Контур состоит из катушки с индуктивностью $L = 10^{-5}$ Г и сопротивлением $R = 14$ Ом и конденсатора емкостью $C = 0,002$ мкФ. Найдите: а) логарифмический декремент затухания колебаний в контуре; б) отношение энергии магнитного поля в катушке к энергии электрического поля в конденсаторе.

14.7. Изменится ли логарифмический декремент затухания, если, не меняя длины катушки в контуре, увеличить число витков в ней в 10 раз (диаметр витков остается без изменения)?

14.8. Колебательный контур состоит из конденсатора с емкостью $C = 7$ мкФ и катушки, индуктивность которой $L = 0,23$ Г и сопротивление $R = 40$ Ом. Конденсатору сообщают заряд $q = 5,6 \cdot 10^{-4}$ Кл. Найдите: а) период колебаний, возникающих в контуре; б) логарифмический декремент затухания колебаний; в) закон изменения разности потенциалов на обкладках конденсатора от времени.

14.9. Колебательный контур состоит из конденсатора с емкостью $C = 0,2$ мкФ и катушки с индуктивностью $L = 5,07 \cdot 10^{-3}$ Г. При каком логарифмическом декременте затухания разность потенциалов на обкладках конденсатора через 10^{-3} с уменьшится в 3 раза? Чему при этом равно сопротивление контура?

14.10. Во сколько раз уменьшится разность потенциалов на обкладках конденсатора за один период колебаний в контуре, если $L = 10^{-2}$ Г, $C = 0,405$ мкФ и $R = 2$ Ом?

14.11. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 2,22 \cdot 10^{-9}$ Ф и однослойной катушки (без сердечника), намотанной из медной проволоки диаметром $d = 0,5$ мм. Длина катушки $l = 20$ см, диаметр катушки $D = 5$ см. Найдите логарифмический декремент затухания колебаний.

14.12. Максимальное напряжение в колебательном контуре, состоящем из катушки с индуктивностью $L = 5 \cdot 10^{-6}$ Г и конденсатора с емкостью $C = 12 \cdot 10^{-9}$ Ф, равно $U_m = 1,2$ В. Активное сопротивление контура мало. Определите: а) действующее значение тока в контуре; б) максимальное значение магнитного потока в катушке, если число витков $N = 28$.

14.13. Какую мощность потребляет контур с активным сопротивлением $0,23$ Ом при поддержании в нем незатухающих колебаний с амплитудой тока $I_m = 0,04$ А?

14.14. Батарея, состоящая из двух конденсаторов с емкостью по 2 мкФ каждый, разряжается через катушку ($L = 1$ мГ, $R =$

= 50 Ом). Возникнут ли при этом колебания, если конденсаторы соединены: а) параллельно; б) последовательно?

14.15. Колебательный контур состоит из катушки с индуктивностью $L = 1 \cdot 10^{-4}$ Г, конденсатора емкостью $C = 4$ мкФ и активного сопротивления $R = 0,5$ Ом. Для создания в нем незатухающих колебаний на конденсаторе нужно поддерживать напряжение $U = 10$ В. Какую мощность следует подводить при этом к контуру?

14.16. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 4$ мкФ, катушки с индуктивностью $L = 0,1$ мГ и активным сопротивлением $R = 2$ Ом. Какова добротность контура? Какую относительную ошибку мы допускаем, вычисляя добротность контура по приближенной формуле: $Q_1 = \frac{\rho}{R}$, где ρ — волновое, а R — активное сопротивление.

14.17. Определите логарифмический декремент затухания контура с емкостью $C = 2 \cdot 10^3$ пФ и индуктивностью $L = 1,5 \cdot 10^{-4}$ Г, если на поддержание в этом контуре незатухающих колебаний с максимальным напряжением $U_m = 0,9$ В требуется мощность $P = 10^{-6}$ Вт.

14.18. В контуре, состоящем из катушки и конденсатора переменной емкости, создаются вынужденные колебания. Если емкость увеличить на 1% по сравнению с емкостью, соответствующей максимальному току, то ток в контуре убывает в 1,5 раза. Определите логарифмический декремент затухания.

14.19. Определите время существования электромагнитных колебаний сверхвысокой частоты ($\nu = 10^{10}$ Гц) в резонаторе, добротность которого $Q = 5 \cdot 10^4$.

14.20. Добротность колебательного контура $Q = 10$. Определите, на сколько процентов отличается частота затухающих колебаний контура ω от частоты собственных колебаний ω_0 ?

14.21. Как зависит энергия, запасенная в контуре, от времени, если для этого контура известна частота ω_0 и добротность Q ? Какая часть запасенной энергии сохранится в контуре через 10^{-3} с, если $\nu = 50$ кГц, а добротность $Q = 100$?

§ 15. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ (ЦЕПИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ)

1. Уравнения плоской электромагнитной волны в среде с удельной проводимостью $\gamma = 0$:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu} \cdot \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} \quad \text{и} \quad \frac{\partial^2 H_y}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu} \cdot \frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2}.$$

2. Скорость распространения электромагнитной волны:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}, \quad \text{где } c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

3. Напряженности составляющих электромагнитной волны связаны соотношением:

$$E_z = \frac{\sqrt{\mu_0 \mu}}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon}} H_y; \quad \frac{H_y}{E_z} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \approx \frac{1}{337} \text{ (для вакуума).}$$

4. Вектор Умова — Пойнтинга — вектор потока энергии:

$$\vec{P} = [\vec{E}\vec{H}].$$

5. Объемная плотность энергии электромагнитной волны

$$\omega = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}.$$

6. Интенсивность электромагнитной волны определяется модулем среднего значения вектора Умова — Пойнтинга за промежутки времени, равный периоду колебания T :

$$I = \frac{1}{2} E_m H_m = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon}{\mu_0 \mu}} E_m^2.$$

7. Импульс электромагнитной волны:

$$\vec{j} = \frac{\vec{P}}{v^2};$$

для вакуума

$$\vec{j} = \frac{\vec{P}}{c^2}.$$

8. Масса произвольного объема электромагнитного поля:

$$m = \frac{W}{c^2},$$

где $W = \omega V$ — энергия рассматриваемого объема поля.

Погонная индуктивность двухпроводной линии:

$$L_1 = 9,2 \mu \lg \frac{2D}{d} \cdot 10^{-7} \frac{\Gamma}{\text{м}};$$

погонная емкость двухпроводной линии:

$$C_1 = \frac{\epsilon}{9,2 \lg \frac{2D}{d} \cdot 9 \cdot 10^9} \frac{\Phi}{\text{м}}.$$

Волновое сопротивление линии:

$$\rho = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}; \quad \rho = 276 \lg \frac{2D}{d} \text{ Ом (при } \epsilon = 1; \mu = 1).$$

Уравнение стоячей волны в разомкнутой линии конечной длины:

$$U_x = U_m \cos \frac{2\pi l}{\lambda} \cos \omega t, \quad I_x = I_m \sin \frac{2\pi l}{\lambda} \cos \omega t.$$

Входное сопротивление разомкнутой линии:

$$Z_{\text{вх}} = -j\rho \operatorname{ctg} \frac{2\pi l}{\lambda} \quad (l - \text{длина линии}).$$

Уравнение стоячей волны в короткозамкнутой линии:

$$U_x = U_m \sin \frac{2\pi l}{\lambda} \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right);$$

$$I_x = I_m \cos \frac{2\pi l}{\lambda} \cos \omega t.$$

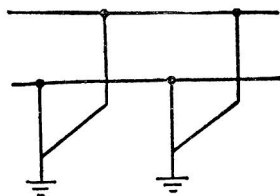


Рис. 15.1

Входное сопротивление короткозамкнутой линии:

$$Z_{\text{вх}} = j\rho \operatorname{tg} \frac{2\pi l}{\lambda} \quad (l - \text{длина линии}).$$

ВОПРОСЫ

1. Какие эксперименты дают ответ на вопрос: продольными или поперечными волнами являются электромагнитные волны?

2. Почему увеличение дальности радиосвязи с космическими кораблями в два раза требует увеличения мощности передатчика в четыре раза, а увеличение дальности действия радиолокатора в два раза требует увеличения мощности передатчика в 16 раз? (Считать, что излучатель передатчика точечный и поглощением энергии радиоволн средой можно пренебречь.)

3. На чем основана возможность изоляции от земли высокочастотной линии с помощью короткозамкнутых отрезков по схеме рисунка 15.1?

Примеры решения задач

1. Для передачи электромагнитной энергии применяются коаксиальные кабели. Покажите, что электромагнитная энергия волны, проходящей через поперечное сечение кабеля за единицу времени, равна энергии, которую за это же время отдает источник, питающий кабель.

Решение.

Коаксиальный кабель представляет собой систему, состоящую из сплошного проводника радиусом r_1 и концентрично расположенного с ним трубчатого проводника радиусом r_2 (рис. 15.2). Пространство между проводниками заполнено диэлектриком. Распределение линий напряженности электрической \vec{E} и магнитной \vec{H} составляющих электромагнитного поля показано на рисунке 15.3.

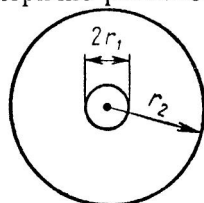


Рис. 15.2

Вне кабеля, как это следует из теоремы

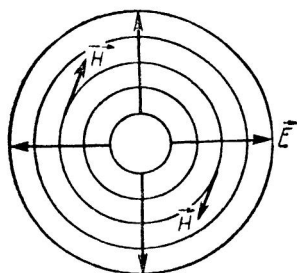


Рис. 15.3

Остроградского — Гаусса и закона полного тока, ни электрического, ни магнитного поля нет.

В точке, находящейся на расстоянии r от оси кабеля ($r_1 < r < r_2$), напряженности электрического и магнитного поля соответственно равны:

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon r}; \quad H = \frac{I}{2\pi r},$$

где τ — линейная плотность заряда на внутреннем (сплошном) проводнике; I — величина тока, текущего по внутреннему проводнику.

Так как векторы \vec{E} и \vec{H} взаимно перпендикулярны, то вектор Умова — Пойнтинга равен:

$$\vec{P} = [\vec{E} \vec{H}] = \frac{\tau I}{4\pi^2\epsilon_0\epsilon r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}.$$

Вектор \vec{P} направлен параллельно оси кабеля.

Энергия, проходящая за единицу времени через элемент площади поперечного сечения кабеля, равна модулю вектора, умноженному на площадь элемента $dS = r \cdot dr \cdot d\phi$ (рис. 15.4):

$$dN = \frac{\tau I}{4\pi^2\epsilon_0\epsilon r^2} r \cdot dr \cdot d\phi.$$

Мощность, передаваемая по всему сечению кабеля:

$$N = \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} dN = \frac{\tau I}{2\pi\epsilon_0\epsilon} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Так как τ — заряд единицы длины кабеля, то его можно выразить как произведение разности потенциалов внутреннего и внешнего проводников кабеля на погонную емкость кабеля:

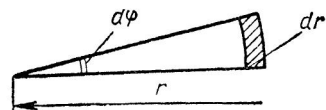


Рис. 15.4

Тогда

$$\tau = UC_1 \left(C_1 = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \right).$$

$$\tau = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon U}{\ln \frac{r_2}{r_1}}.$$

Подставляем значение τ в выражение для мощности и получаем:

$$N = UI.$$

Так же определяется и мощность источника, питающего кабель.

2. Радиостанция мощностью 500 кВт излучает энергию в течение 20 ч в сутки. Найдите массу, соответствующую энергии, излученной этой радиостанцией за 30 суток.

Д а н о:

$$N = 500 \text{ кВт}$$

$$t_1 = 20 \text{ ч}$$

$$t = 30 \text{ сут.}$$

Р е ш е н и е.

Найдем полную энергию, излученную радиостанцией за время ее работы:

$$W = A = Nt.$$

Теперь по формуле релятивистского соотношения массы и энергии можно определить массу, соответствующую излученной энергии:

$$m = \frac{W}{c^2}.$$

Расчет дает: $m = 36 \cdot 10^{-6} \text{ кг} = 96 \text{ мг}$.

3. Двухпроводная короткозамкнутая линия длиной $l = 2 \text{ м}$ состоит из двух параллельных проводов диаметром $d = 3 \text{ мм}$, расположенных на расстоянии $D = 10 \text{ см}$ друг от друга в воздухе. Линия питается от генератора, дающего напряжение с частотой $6 \cdot 10^8 \text{ Гц}$. Какое сопротивление оказывает эта линия генератору?

Д а н о:

$$l = 2 \text{ м}$$

$$d = 3 \text{ мм}$$

$$D = 10 \text{ см}$$

$$\nu = 6 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$$

$$Z_{\text{вх}} = ?$$

Р е ш е н и е.

Двухпроводная линия оказывает генератору сопротивление, равное входному сопротивлению:

$$Z_{\text{вх}} = j\rho \operatorname{tg} \frac{2\pi l}{\lambda}. \quad (1)$$

(Здесь ρ — волновое сопротивление линии; λ — длина распространяющейся в линии электромагнитной волны.)

Находим эти величины:

$$\rho = 276 \operatorname{lg} \frac{2D}{d}; \quad \lambda = \frac{c}{\nu}.$$

Подставляя эти выражения в уравнение (1), получаем:

$$Z_{\text{вх}} = j 276 \operatorname{lg} \frac{2D}{d} \operatorname{tg} \frac{2\pi l \nu}{c}. \quad (2)$$

Вычисления дают для $Z_{\text{вх}}$ следующее значение:

$$Z_{\text{вх}} = 0.$$

Таким образом, линия является последовательным резонансным контуром для генератора.

Задачи для самостоятельного решения

15.1. Докажите, что электрическая энергия, поглощаемая в проводнике при прохождении по нему тока и идущая на нагревание проводника, поступает в него из внешнего электромагнитного поля.

15.2. Плоская гармоническая электромагнитная волна имеет следующие параметры: $E_m = 5 \cdot 10^{-5}$ В/м, $\lambda = 100$ м. Какая энергия переносится волной за $t = 10$ мин через площадку $S = 1$ м², расположенную перпендикулярно скорости распространения волны?

15.3. Воздушный промежуток между внешним и внутренним проводниками коаксиального кабеля заполнили некоторым диэлектриком, вследствие чего скорость распространения электромагнитной волны в кабеле уменьшилась на 25%. Определите относительную электрическую восприимчивость диэлектрика.

15.4. Импульс, переносимый плоской электромагнитной волной через площадку в 10 см² за 5 с, равен 10^{-2} кг·м/с. Определите интенсивность волны.

15.5. Какое давление оказывает плоская электромагнитная волна на преграду, коэффициент отражения которой $R = 0,9$, расположенную под углом $\alpha = 30^\circ$ к направлению распространения волны, если амплитуда напряженности магнитной составляющей волны $H_m = 3 \cdot 10^{-4}$ А/м?

15.6. Разомкнутая двухпроводная линия длиной 12 м резонирует с основной частотой генератора. Найдите, во сколько раз амплитуда напряжения и тока для стоячей электромагнитной волны в точке, отстоящей на расстоянии $x = 5$ м от конца линии, меньше максимальных значений напряжения и тока в линии.

15.7. Определите индуктивность, емкость и волновое сопротивление двухпроводной линии длиной 40 м, изготовленной из провода диаметром 3 мм; расстояние между проводами 15 см.

15.8. Двухпроводная линия представляет собой двужилый кабель (рис. 15.5), $D = 20$ мм, $d = 4$ мм. Диэлектрическая проницаемость изоляции $\epsilon = 4$. Найдите волновое сопротивление кабеля.

15.9. Разомкнутая двухпроводная линия, имеющая волновое сопротивление $\rho = 500$ Ом, подключена к источнику синусоидально-

го напряжения с частотой колебаний $\nu = 2 \cdot 10^8$ Гц. Амплитуда напряжения на конце линии $U_m = 1000$ В. Определите амплитуду тока и напряжения в точке, отстоящей от конца линии на расстоянии $x = 1$ м. Диэлектриком линии служит воздух ($\epsilon = 1$; $\mu = 1$).

15.10. Провода разомкнутой двухпроводной линии расположены на расстоянии $D = 10$ см, диаметр провода $d = 3$ мм, длина линии 2 м. Определите входное сопро-

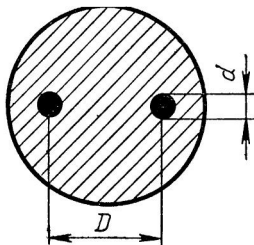


Рис. 15.5

тивление этой линии для генератора, работающего на волне 1,5 м. Линия находится в воздухе.

15.11. Короткозамкнутая двухпроводная линия имеет длину 2 м и состоит из двух проводов диаметром 3 мм каждый при расстоянии между проводами 10 см. Определите входное сопротивление этой линии для генератора, работающего на волне 1,5 м. Линия находится в воздухе.

15.12. Короткозамкнутая линия имеет длину $l = 0,8$ м и состоит из двух проводов диаметром $d = 3$ мм при расстоянии между проводами $D = 10$ см. Какой индуктивности она эквивалентна для генератора, работающего на волне $\lambda = 4$ м?

15.13. Радиопередатчик работает на волне длиной $\lambda = 16$ м. Мощность генератора передатчика $P_0 = 400$ Вт. Электромагнитные колебания от генератора в излучающую антенну передаются по двухпроводной линии длиной 250 м. Линия представляет собой два параллельных провода из меди диаметром 3 мм, расположенных на расстоянии 15 см друг от друга. В линии режим бегущей волны. Определите: а) активное сопротивление антенны; б) коэффициент затухания линии; в) мощность, излучаемую антенной; г) коэффициент полезного действия.

Основные физические постоянные

Постоянная	Обозначение	Значение в СИ
Число Авогадро	N	$6,02 \cdot 10^{26}$ кмоль ⁻¹
Постоянная Больцмана	k	$1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Число Фарадея	F	$9,65 \cdot 10^7$ Кл/кг-экв
Элементарный заряд	e	$1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл
Масса электрона	m	$9,11 \cdot 10^{-31}$ кг
Удельный заряд электрона	e/m	$1,76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг
Постоянная Планка	h	$6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с

Относительные диэлектрические проницаемости (ϵ)

Керосин 2	Стекло 7
Спирт 26	Вода 81
Слюда 7	Парафин 2
Фарфор 6	

Удельные сопротивления и температурные коэффициенты

	ρ , Ом · м	α , °C ⁻¹
Алюминий	$2,8 \cdot 10^{-8}$	$4,2 \cdot 10^{-3}$
Железо	$12 \cdot 10^{-8}$	$6 \cdot 10^{-3}$
Медь	$1,7 \cdot 10^{-8}$	$5 \cdot 10^{-3}$
Никелин	$4 \cdot 10^{-7}$	—
Нихром	$1 \cdot 10^{-6}$	—
Свинец	$22 \cdot 10^{-8}$	$4,2 \cdot 10^{-3}$
Уголь	$4 \cdot 10^{-5}$	$-0,8 \cdot 10^{-3}$
Вольфрам	$4 \cdot 10^{-8}$	

Электрические потенциалы некоторых электродов, В

H ₂ + 0,274	Hg + 1,13
O ₂ + 1,5	Zn - 0,50
Cu + 0,61	K - 2,65
Pb + 0,15	Na - 2,45

Сведения о некоторых ионах

Ионы	Символ	Мас-совое число	Подвижность в электролитах, м ² · В ⁻¹ · с ⁻¹	Работа ионизации, эВ	
				однократ.	двукрат.
Водород	H ⁺	1,01	3,26 · 10 ⁻⁷		
Гелий	He ⁺	4,00			
Азот*	N	14,0	+1,27 · 10 ⁻⁴ ; -1,84 · 10 ⁻⁴	14,47	44,05
Калий	K ⁺	39,1	6,7 · 10 ⁻⁸		
Кислород	O	16,0		13,56	48,56
	O ₂	32,0		12,5	
Натрий	Na ⁺	23,0	4,5 · 10 ⁻⁸		
Сера	S	32,0			
Хлор	Cl ⁻	35,5	6,8 · 10 ⁻⁸		
Железо	Fe	55,9			
Медь	Cu	63,5			
Цинк	Zn	65,4			
Серебро	Ag ⁺	108,0	5,6 · 10 ⁻⁸		
Вольфрам	W	184,0			
	NO ₃ ⁻	62,0	6,4 · 10 ⁻⁸		
	OH ⁻	17,0	1,8 · 10 ⁻⁷		
Воздух*			+1,37 · 10 ⁻⁴ ; -1,91 · 10 ⁻⁴		

* Подвижность положительных (+) и отрицательных (-) ионов при нормальном давлении газа.

Работа выхода электронов из металла, эВ

W 4,54	Pt 5,3
W + Cs 1,6	Pt + Cs 1,4
W + Th 2,63	Cs 1,97

1.1. $n = 2$ электрона.

1.2. $v = 2,1 \cdot 10^6$ м/с.

1.3. $\frac{\rho_{\text{ш}}}{\rho_{\text{л}}} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}$.

1.4. $q = 7,5 \cdot 10^{-9}$ Кл; $F = 5,8 \cdot 10^{-3}$ Н; $F' = 2,9 \cdot 10^{-3}$ Н.

1.5. $q = 4,3 \cdot 10^{-8}$ Кл.

1.6. $x = \pm \frac{d\sqrt{8}}{8}$.

1.7. $\alpha = 56^\circ 06$.

1.8. $q_0 = -0,95 \cdot 10^{-7}$ Кл.

1.9. $F = 1,2 \cdot 10^{-4}$ Н.

1.10. $F = 0$.

2.1. $E = \frac{q\sqrt{8}}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$.

2.2. $E = 2,52 \cdot 10^4$ В/м; $D = 2,24 \cdot 10^{-7}$ Кл/м².

2.3. $E = 2,52 \cdot 10^3$ В/м.

2.4. а) $E_A = 7 \cdot 10^3$ В/м; б) $E_B = 450$ В/м; в) $E_C = 11,6 \cdot 10^3$ В/м.

2.5. Для $R < r_1$ $E = 0$ (рис. 1).

На поверхности шара $E_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2}$.

Для $r_2 < R < r_3$ $E' = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$, где R — переменная величина.

Для $r_2 < R < r_3$ $E = 0$.

На поверхности шарового слоя

$$E_2 = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_3^2}$$

Для $R > r_3$ $E'' = \frac{q_1 + q_2}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$.

2.6. $E = \frac{\sigma}{4\varepsilon_0}$.

2.7. $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0 \sqrt{\frac{a^2}{r^2} + 1}}$.

2.8. $F = \pm 2,11 \cdot 10^{-9}$ Н.

2.9. а) $E = \frac{2\rho}{4\pi\varepsilon_0 a^3}$;

б) $E = \frac{\rho}{4\pi\varepsilon_0 a^3}$, где $\rho = el$.

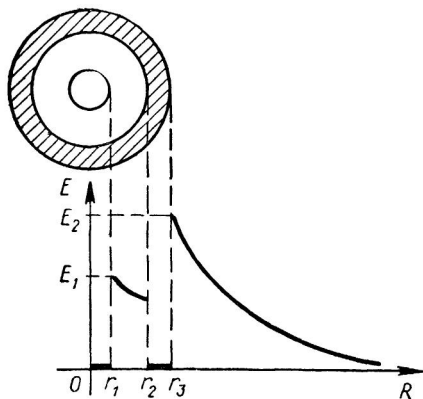


Рис. 1

- 2.10. $M = 9,45 \cdot 10^{-26}$ Н·м.
 2.11. $E_1 = 2,57 \cdot 10^4$ В/м; $E_2 = 0,56$ В/м.
 3.1. $A = 1,47 \cdot 10^{-10}$ Дж.
 3.2. $E = -13,6$ эВ.
 3.3. $v = 5,6 \cdot 10^8$ м/с.
 3.4. $r = 4,5 \cdot 10^{-5}$ м.
 3.5. $E = 360$ В/м; $F = 7,2 \cdot 10^{-7}$ Н; $\Delta\varphi = 149$ В; $A = 3 \cdot 10^{-7}$ Дж.
 3.6. $A = -0,9$ Дж.
 3.7. $m = 1,3 \cdot 10^{-26}$ кг.
 3.8. а) $E = 8,1 \cdot 10^5$ В/м; б) $\varphi = -1,8 \cdot 10^5$ В.
 3.9. а) $\varphi_0 - \varphi_1 = 4,5 \cdot 10^7$ В; б) $\varphi_0 - \varphi_2 = 9,9 \cdot 10^5$ В.
 3.10. а) $E_1 = 1,13 \cdot 10^4$ В/м; б) $E_2 = 5,65 \cdot 10^3$ В/м;
 в) $U = 56,5$ В; г) $v = 4,45 \cdot 10^8$ м/с.
 3.11. а) $v = 1,05 \cdot 10^7$ м/с; б) $t = 10^{-9}$ с; в) $\sigma = 5,3 \cdot 10^{-7}$ Кл/м².
 3.12. $v = 3,1 \cdot 10^6$ м/с.
 3.13. $l = 5,7 \cdot 10^{-4}$ м; $v_A = 1,33 \cdot 10^6$ м/с.
 3.14. $\Delta W = 4,95 \cdot 10^4$ эВ.
 3.15. $U = 38$ В; $t = 1,5 \cdot 10^{-8}$ с.
 3.16. $A = 1,3 \cdot 10^{13}$ эВ.
 3.17. а) $\tau = 5,45 \cdot 10^{-8}$ Кл/м; б) $v = 2,8 \cdot 10^2$ м/с.
 3.18. $A = 9 \cdot 10^{-5}$ Дж.
 3.19. $A = 1,1 \cdot 10^{-20}$ Дж.
 3.20. $\Delta n = 10^4$ электронов.
 3.21. $h = 2$ см; $t = 1$ с.
 3.22. $\Delta h = 12,3 \cdot 10^{-4}$ м.
 3.23. $U = 80$ В.
 3.24. $U_{\text{мин}} = 400$ В.
 3.25. $\Delta s = 1,7 \cdot 10^{-2}$ м.
 3.26. $2,2 \cdot 10^{-3}$ м/В.
 4.1. $F = 9 \cdot 10^{-3}$ Н.
 4.2. $F = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 4a^2}$.
 4.3. $A_1 = 11,2 \cdot 10^{-4}$ Дж. $A_2 = 2,8 \cdot 10^{-4}$ Дж.
 4.4. $\varphi = \frac{Q - q}{4\pi\epsilon_0 R}$.
 4.5. $\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l}$.
 4.6. $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 5l^2} \sqrt{26 - 2\sqrt{5}} = 6,64 \cdot 10^3$ В/м.
 4.7. Напряженность увеличится в два раза.
 4.8. а) $U_{12} = U_{23} = 40$ В;
 б) $U_{12} = 0$; $U_{23} = 40$ В;
 в) $E_{12} = E_{23} = 4 \cdot 10^3$ В/м (а); $E_{12} = 0$; $E_{23} = 4 \cdot 10^3$ В/м (б).
 4.9. $E_{12} = 223 \cdot 10^3$ В/м; $U_{12} = 223$ В;
 $E_{23} = 667 \cdot 10^3$ В/м; $U_{23} = 667$ В.
 5.1. $\sigma_{\text{св}} = 1,06 \cdot 10^{-4}$ Кл/м².
 5.2. а) $78^\circ 46'$; б) $131 \cdot 10^2$ В/м; в) $22,8 \cdot 10^{-8}$ Кл/м².
 5.3. а) $\sigma_A = 5 \cdot 10^{-7}$ Кл/м²; $\sigma_B = 1,08 \cdot 10^{-8}$ Кл/м²;
 б) $q = 5,7 \cdot 10^{-9}$ Кл.
 5.4. $F_1 = -0,101$ Н; $F_2 = 0,025$ Н; $F_3 = 0,033$ Н.
 5.6. а) $E_2 = 5,2$ В/м; $\alpha_2 = 74^\circ$; б) $\sigma' = 6,4 \cdot 10^{-11}$ Кл/м².
 5.7. $\sigma'_{\text{макс}} = (\epsilon - 1)\epsilon_0 E = 5,25 \cdot 10^{-7}$ Кл/м².
 5.8. $E = 4,5$ В/м.
 6.1. $\varphi = 1500$ В.
 6.2. $\varphi = 2,9$ В.
 6.3. $C = 390$ пФ.

6.4. 44,5 пФ.

6.5. а) $\Delta\Phi_1 = 7,5 \cdot 10^3$ В; $\Delta\Phi_2 = 4,5 \cdot 10^3$ В; б) $q = 22,5 \cdot 10^{-7}$ Кл.

6.6. а) $q = 10,6 \cdot 10^{-10}$ Кл; б) $q = 25,4 \cdot 10^{-10}$ Кл.

6.7. Система будет пробита.

6.8. $C = 51,6$ пФ.

6.9. $q = \pm 1,33 \cdot 10^{-7}$ Кл.

6.10. $C = 4,7$ пФ; $R = 4,25$ см.

6.11. $C = 1,67 \cdot 10^{-15}$ Ф.

6.12. $\omega = 5,6 \cdot 10^{-2}$ Дж/м³.

6.13. $A_1 = +\Delta W_1 = 3,32 \cdot 10^{-5}$ Дж; $A_2 = -\Delta W_2 = -2,5 \cdot 10^{-5}$ Дж.

6.14. $k = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_1 + \epsilon_2}$; а) $\frac{E_2}{E_1} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$; б) $E_1 = E_2$.

6.15. а) $\Delta W = 3,6 \cdot 10^{-2}$ Дж; б) $A_p = 3,6 \cdot 10^{-2}$ Дж;

в) $A_H = 7,2 \cdot 10^{-2}$ Дж.

6.16. $A = \Delta W = 4,7 \cdot 10^{-3}$ Дж.

6.17. $A = 5,4 \cdot 10^{-6}$ Дж.

6.18. $A = 1,1 \cdot 10^{-8}$ Дж.

6.19. $A = 38 \cdot 10^{-4}$ Дж.; $w_1 = 16 \cdot 10^{-3}$ Дж/м³; $w_2 = 8 \cdot 10^{-3}$ Дж/м³.

6.20. $C_3 = 12 \cdot 10^{-6}$ Ф; $W_1 = 4,5 \cdot 10^{-2}$ Дж.; $W_2 = 10^{-2}$ Дж.; $W_3 =$
 $= 2,5 \cdot 10^{-3}$ Дж.

6.21. $A = 279 \cdot 10^{-7}$ Дж.

$$6.22. C_a = \frac{(C_1 + C_2)(C_3 + C_4)}{C_1 + C_2 + C_3 + C_4}; \quad C_b = \frac{C_1 C_3}{C_1 + C_3} + \frac{C_2 C_4}{C_2 + C_4}.$$

$$\text{Если } \frac{C_1}{C_3} = \frac{C_2}{C_4} = k, \text{ то } C_a = \frac{C_1 + C_2}{1 + k} = C_b.$$

$$6.23. U'_1 = \frac{E_1 C_1 + E_2 C_2}{C_1 + C_2}; \quad U'_2 = \frac{(E_2 - E_1) C_1}{C_1 + C_2}; \quad \Delta W = \frac{(E_2 - E_1)^2 C_1 C_2}{2(C_1 + C_2)}.$$

$$6.24. \frac{W_2}{W_1} = \frac{C_1 + C_2}{C_2}. \text{ Если } C_1 = C_2, \text{ то } W_2 = 2W_1; \text{ если}$$

$C_1 > C_2$, то $W_2 > 2W_1$; если $C_1 < C_2$, то $W_1 < W_2 < 2W_1$.

6.25. $\eta = 0,5$.

7.1. $q = 0,26$ Кл.

7.2. $l = 3,75$ м; $U_{\text{макс}} = 0,3$ В.

7.3. $I_{\text{ж}} = 44 I_y$.

7.4. 0,17%.

7.5. $R = 57$ Ом.

$$7.6. R = \frac{1}{2\pi r \gamma} - \ln \left(\frac{r}{\sqrt{r^2 - \rho^2}} - \frac{2}{1 - \sqrt{1 - \frac{\rho^2}{r^2}}} \right),$$

где γ — удельная проводимость,

ρ — радиус площадок контактов подводящих проводов к шару.

$$7.7. R = \frac{\rho h}{\pi R_1 R_2}.$$

7.8. Графики представлены на рисунке 2, а, б.

7.9. $R_{AB} = 0,8 r$; $R_{CD} = r$.

$$7.10. r = \frac{R_0}{\sqrt{3}}.$$

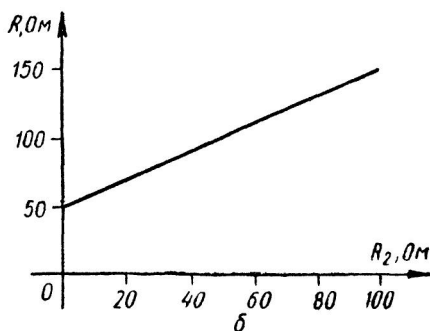
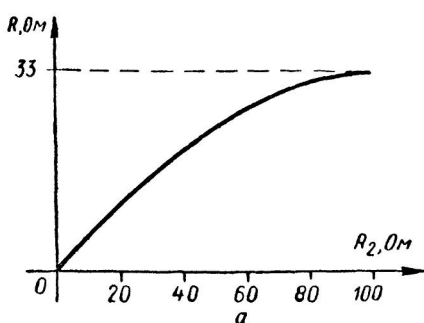


Рис. 2

7.11. $R = \frac{7}{5} r.$

7.12. $U_1 = 6,5 \text{ В}; U_2 = 3,3 \text{ В}; U_3 = 2,2 \text{ В}.$

7.13. а) $j_A = 1,35 \cdot 10^2 \text{ А/м}^2$; б) $j_B = 58 \text{ А/м}^2.$

7.14. а) $U_1 = 45 \text{ В}; U_2 = 15 \text{ В};$ б) $U_1 = 20 \text{ В}, U_2 = 40 \text{ В};$

в) $U_1 = 0; U_2 = 60 \text{ В}.$

7.15. При $R_2 \rightarrow 0 U_1 = U, U_2 = 0,$ при $R_2 \rightarrow \infty, U_1 = 0; U_2 = U.$

7.16. $R_{AB} = 4 \cdot 10^3 \text{ Ом}; R_{BC} = 45 \cdot 10^3 \text{ Ом}.$

7.17. $R = 30 \text{ Ом}; E = 120 \text{ В}.$

7.18. $E = 34,4 \text{ В}; r = 1,43 \text{ Ом}.$

7.19. $I_{\text{макс}} = 2 \text{ А}; l = 58,8 \text{ см}.$

7.20. $R_{\text{ш}} = 0,1 \text{ Ом}; R_{\text{д}} = 90 \text{ Ом}.$

7.21. $\alpha_3 = 0,025 \text{ А/дел}.$

7.22. $E = 4,1 \text{ В}; r = 0,05 \text{ Ом}.$

7.23. $U_{AB} = 3,7 \text{ В}; U_{BC} = 0,6 \text{ В}; U_{AC} = 4,3 \text{ В}.$

7.24. $r = 0,1 \text{ Ом}.$

7.25. $\Delta\varphi_1 = -5 \text{ В}; \Delta\varphi_2 = 5 \text{ В}; \Delta\varphi_3 = 0.$

7.26. $I_{\text{к}} = 0,73 \text{ А}.$

7.27. а) $R = r\sqrt{3};$ б) $R = \frac{r}{\sqrt{3}}.$

7.28. $U = 0,125 \text{ В}; R = 7,5 \text{ Ом}.$

7.29. $\Delta\varphi_{AB} = \Delta\varphi_{BC} = 1,25 \text{ В}.$

7.30. $\Delta\varphi = 1,5 \text{ В}.$

7.31. $r_{\text{эkv}} = 0,6 \text{ Ом}; E_{\text{эkv}} = 2,4 \text{ В}.$

7.32. $\Delta\varphi_a = 0; \Delta\varphi_b = 1,46 \text{ В}; \Delta\varphi'_a = 0,5 \text{ В}; \Delta\varphi'_b = 2,2 \text{ В}.$

7.33. $\Delta\varphi_{12} = 0; \Delta\varphi_{16} = 1,82 \text{ В}; \Delta\varphi_{66} = 1,82 \text{ В}; \Delta\varphi_{34} = 3,64 \text{ В}.$

7.34. $\Delta\varphi = 0; \Delta\varphi' = 0; \Delta\varphi'' = 0$ или $\Delta\varphi'' = E.$

7.35. $\Delta\varphi = 1,1 \text{ В};$ при $R_V \rightarrow \infty \Delta\varphi = 0.$

7.36. Должно быть 4 группы по 3 элемента в каждой;

$$I_{\text{макс}} = 7,5 \text{ А}.$$

7.37. б) $r_{\text{эkv}} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}, E_{\text{эkv}} = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 + r_2}.$

7.38. $\frac{E_2}{E_1} = \frac{R}{R + R_1}.$

7.39. $U = 50 \text{ В}.$

7.40. $E_2 = 2 \text{ В};$ положительным полюсом подключить к точке А.

7.41. $\alpha = 4,2 \text{ мкА/дел}.$

- 7.42. $R_{\Gamma} = 20 \text{ Ом}$.
- 7.43. $\Delta\Phi = 95,5 \text{ В}$.
- 7.44. $E = 100,6 \text{ В}$.
- 7.45. а) $\eta_1 = 64\%$; б) $\eta_2 = 67\%$.
- 7.46. $R_A = 9,2 \cdot 10^{-4} \text{ Ом}$; $R_B = 4,7 \cdot 10^{-4} \text{ Ом}$;
В проводнике A выделяется большая мощность в железной части,
в проводнике B — в медной.
- 7.47. $P = 1680 \text{ Вт}$.
- 7.48. $n = 23 \text{ лампы}$.
- 7.49. $R = 23,3 \text{ Ом}$.
- 7.50. $A = 2480 \text{ Дж}$.
- 7.51. $R = 1,5 \text{ Ом}$; $I = 2,5 \text{ А}$; $P = 18,75 \text{ Вт}$.
- 7.52. $P_{\text{макс}} = 18 \text{ Вт}$.
- 7.53. $E = 3,75 \text{ В}$; $P_{\text{п.макс}} = \frac{E^2}{4r} \approx 7 \text{ Вт}$; следовательно, получить
мощность в 9 Вт невозможно.
- 7.54. $\eta = 25\%$.
- 7.55. а) $I_1 = 2 \text{ А}$; $I_2 = 2,7 \text{ А}$; б) $P_{\text{макс}} = \frac{E^2}{4r}$, $P_{\text{макс}} = 8 \text{ Вт}$.
- 7.56. $r = 0,5 \text{ Ом}$.
- 7.57. $R = 20 \text{ Ом}$; $P_{\text{макс}} = 1,25 \text{ Вт}$.
- 7.58. $t = -RC \ln\left(1 - \frac{U}{U_0}\right)$; $t = 0,64 \text{ с}$.
- 7.59. $\tau = 45 \text{ с}$; $U = 63 \text{ В}$.
- 7.60. $U = 43,4 \text{ В}$.
- 8.1. а) $1,35$; б) $0,31$; в) $0,74$.
- 8.2. $1,26 \cdot 10^{21} \text{ с}^{-1}$; $E = 8,6 \cdot 10^{-3} \text{ В/м}$.
- 8.3. $v_{\text{ср}} = 7,45 \cdot 10^{-15} \text{ м/с}$; $p = 5,67 \cdot 10^{-16} \text{ Н} \cdot \text{с}$.
- 8.4. а) $v = 9,8 \cdot 10^5 \text{ м/с}$; б) $n = 3,94 \cdot 10^{19} \text{ с}^{-1}$.
- 8.5. $4,17 \text{ мкА}$.
- 8.6. $1,12 \cdot 10^{-4}$.
- 8.7. $A = 3,1 \text{ эВ}$.
- 8.8. а) $\mu = 24$; б) $I_a = 52,5 \text{ мА}$; в) $\Delta U_c = 1,67 \text{ В}$.
- 8.9. В сурьме число свободных электронов в единице объема больше
в $3,57$ раза.
- 8.10. 70 мкА .
- 8.11. $t_1 = 10^3 \text{ }^\circ\text{С}$.
- 8.12. 3 .
- 8.13. $1,94 \cdot 10^{-7} \text{ кг/Кл}$; $I = 0,84 \text{ т}$.
- 8.14. а) $8,15 \cdot 10^{-4} \text{ кг}$; б) $3,06 \cdot 10^6 \text{ Кл/кг}$.
- 8.15. $5 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$; $3,2 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$.
- 8.16. $m_{\text{Fe}} = 27,9 \text{ кг}$; $m_{\text{Fe}} = 18,6 \text{ кг}$; $m_{\text{Cl}} = 35,35 \text{ кг}$.
- 8.17. 10^{-3} Ом .
- 8.18. $1,78 \cdot 10^3 \text{ Дж}$.
- 8.19. $1,49 \text{ В}$.
- 8.20. $1,06 \text{ В}$.
- 8.21. $1,52 \cdot 10^3 \text{ Дж}$.
- 8.22. $0,094$; $5,65 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$.
- 8.23. $0,62$.
- 8.24. $5 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2 \cdot \text{В}^{-1} \text{ с}^{-1}$.
- 8.25. $2,7 \cdot 10^{-10} \text{ м}$.
- 8.26. $0,74 \text{ В}$.
- 8.27. $-0,561 \text{ В}$.
- 8.28. Цинк; медь.
- 8.29. $1,78 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$.
- 8.30. $8,65 \cdot 10^3 \text{ м/с}$; $2 \cdot 10^6 \text{ м/с}$.
- 8.31. $56,5 \text{ В}$.
- 8.32. $10^{-6} \text{ см}^3 \cdot \text{с}^{-1}$; 101 .

8.33. $5,25 \cdot 10^{-7} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$.

8.34. $v_+ = 1,14 \text{ м/с}$; $v_- = 1,65 \text{ м/с}$.

8.35. $2,5 \cdot 10^7 \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$; 10^4 см^{-3} .

8.36. $1,46 \cdot 10^{-6} \text{ В}$.

8.37. $2,3 \cdot 10^8 \text{ см}^{-3}$; $s_+ = 4,1 \text{ м}$; $s_- = 5,7 \text{ м}$.

9.1. а) $F_{\text{макс}} = 5,56 \cdot 10^5 \text{ Н}$; б) $\alpha = 30^\circ$.

9.2. $B_{\text{мин}} = 0,055 \text{ Т}$.

9.3. $I = \frac{mgb \text{ ctg } \alpha}{2aB}$.

9.4. а) $A = B I \pi r^2 = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ Дж}$; $\beta = \frac{BI}{m} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-2}$.

9.5. $\frac{1}{2} \mu_0 \frac{e}{m} = 1,15 \cdot 10^5 \text{ В/Н}$.

9.6. а) $1,9 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{м}$; б) $0,855 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{м}$.

9.7. $I = \frac{NHSn\mu_0}{2lHSn\mu_0} = 1,16 \cdot 10^{-5} \text{ А}$.

9.8. $1,37 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{м}$.

9.9. $H_c = \frac{T_1^2}{T_2^3} H \sin \alpha$.

9.10. $\frac{dB}{dx} = \frac{mg}{I\pi R^2} = 3,28 \text{ Т/м}$.

9.11. а) $18,6 \text{ А/м}$; б) $23,8 \text{ А/м}$.

9.12. $H_1 = \frac{4I}{\pi a \sqrt{2}} = 22,6 \text{ А/м}$; $H_2 = \frac{I}{2\pi a \sqrt{2}} = 2,82 \text{ А/м}$.

9.13. 0.

9.14. $H = \frac{I}{2r}$; $F = 2IBr$.

9.15. а) $15,4 \text{ А/м}$; б) $33,6 \text{ А/м}$.

9.16. $I = \frac{2\pi RH}{1 + \pi} = 12,1 \text{ А}$.

9.17. $H_r = \frac{CENn}{d} = 16 \text{ А/м}$.

9.18. $B = \mu_0 \frac{2I}{\pi a} = 8 \cdot 10^{-5} \text{ Т}$; вектор \vec{B} направлен вверх.

9.19. $6,28 \cdot 10^{-3} \text{ Т}$; $3,14 \cdot 10^{-3} \text{ Т}$.

9.20. $l = 1 \text{ м}$.

9.21. $k = \frac{l}{d} > 7$.

9.22. а) 100 А/м ; 159 А/м ; б) $\Phi = \frac{\mu_0 I l}{4\pi} = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ Вб}$.

9.23. $3,13 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$.

9.24. $0 < x < r$; $H_1 = 0$. $r < x < R$;

$H_2 = \frac{I}{2\pi(R^2 - r^2)} \left(x - \frac{r^2}{x}\right)$, $x < R$; $H_3 = \frac{I}{2\pi x}$.

9.25. а) $B_{\text{макс}} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Т}$; $B_{\text{мин}} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ Т}$;

б) $\Phi = \frac{\mu_0 I N (D - d)}{4\pi} \ln \frac{D}{d} = 8,65 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$.

9.26. а) $F_1 = F_2 = \frac{I_1 I_2 \mu_0}{2\pi} \frac{ab}{c(c+b)}$;

б) $M = 0$; в) $\Phi = \frac{\mu_0 I_1 a}{2\pi} \ln \frac{c+b}{c}$.

9.27. а) $H = 17,3 \text{ А/м}$; б) $\Phi = \frac{Ia\mu_0}{\pi} \ln \frac{d+a}{d-a} = 3,8 \cdot 10^{-8} \text{ Вб}$.

9.28. $\Phi = 8 \cdot 10^{-5} \text{ Вб}$; $A = 4 \cdot 10^{-4} \text{ Дж}$.

9.29. а) $A = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}$; б) $A_1 = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}$, $A_2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}$.

9.30. $8,3 \cdot 10^{-5} \text{ Дж/м}$.

9.31. $I = 20 \text{ А}$.

10.1. $v = 36,3 \cdot 10^6 \text{ м/с}$; $W \approx 33 \cdot 10^{-23} \text{ Дж}$; $T \approx 5 \cdot 10^{-9} \text{ с}$;

$K = 99 \cdot 10^{-26} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$.

10.2. а) $R = 0,33 \text{ м}$; б) $\rho = 18 \cdot 10^{-21} \text{ Н} \cdot \text{с}$; в) $v \approx 3 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$.

10.3. $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{4}$.

10.4. $v = \frac{eB}{2\pi m} \sqrt{4\pi^2 R^2 + \hbar^2} \approx 7,6 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

10.5. а) $a_H = 0$, $a_T = \frac{Ee}{m}$; б) $a_H = \frac{evB}{m}$, $a_T = \frac{Ee}{m}$.

10.6. $I = \frac{2\pi \sqrt{2eUm} \cdot \cos \alpha}{\mu_0 \mu n L e} = \frac{1}{4} \cos \alpha \text{ (А)}$; при $\alpha \rightarrow 0 \quad I = \frac{1}{4} \text{ А}$.

10.7. $1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл} \cdot \text{кг}^{-1}$.

10.8. $B = 0,5 \text{ Т}$; $T = \frac{2\pi m}{qB}$.

10.9. $t = \frac{\pi W m_p}{e^2 B U}$. Так как B не задано, то $t = \frac{\pi W m_p}{e^2 U} \cdot \frac{1}{B}$; $t = f(B)$.

10.10. $I_{\text{мин}} \approx 2,4 \text{ А}$.

10.11. $\approx 1,8 \cdot 10^{11} \text{ Кл} \cdot \text{кг}^{-1}$.

10.12. а) электроны отклонятся к востоку; б) $a = 6,4 \cdot 10^{13} \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$;

б) $x = 1 \text{ см}$.

10.13. $W_d = 0,5 \text{ МэВ}$; $W_\alpha = 2 \text{ МэВ}$.

10.14. а) $W_d : W_p : W_\alpha = 1 : 1 : 2$; б) $R_d = 10\sqrt{2} \text{ см}$; $R_\alpha = 10 \text{ см}$.

10.15. а) $v \approx 51 \cdot 10^6 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$; $W_k \approx 44 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$;

б) $U \approx 1400 \text{ В}$.

10.16. а) $\frac{\omega_e}{\omega_p} = 1,8 \cdot 10^3$; б) $R_e = 18 \cdot 10^{-5} \text{ м}$; $R_p = 25 \cdot 10^{-3} \text{ м}$.

10.18. $v = \frac{E}{B} = 3 \cdot 10^8 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$.

10.19. $\varphi_A - \varphi_B \approx 7 \cdot 10^{-7} \text{ В}$.

10.20. $E = 22 \text{ В} \cdot \text{м}^{-1}$.

11.1. $L = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln \frac{d_2}{d_1}$; $L \approx 24 \cdot 10^{-7} \text{ Г}$.

11.2. $N = \sqrt{\frac{Ll}{\mu_0 \mu S}} = \frac{1200}{\pi} \text{ витков}$.

11.3. $L = \frac{\mu_0 R \gamma m}{4\pi \rho l} \approx 5 \cdot 10^{-4} \text{ Г}$ (ρ — плотность меди; γ — ее удельная проводимость).

11.4. $\Phi = 3 \cdot 10^{-3} \text{ Вб}$.

11.5. а) $M = 1,5 \text{ мГ}$; б) $L = 5 \text{ мГ}$.

11.6. а) $L = 0,25 \text{ Г}$; б) $\frac{N_2}{N_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$; $N_2 = 150 \text{ витков}$, $N = N_1 + N_2 = 250 \text{ витков}$.

11.7. $M = \frac{L_1 + L_2}{2} = 0,6 \text{ Г}$.

11.8. а) $L = 0$; б) $L = 0,2 \text{ Г}$; в) $L = 0,05 \text{ Г}$.

11.9. $W = 1,2 \cdot 10^5 \text{ Дж}$.

$$11.10. \mathcal{W} = \frac{k\mu_0\pi}{8l} N^2 d^2 l^2 = 204,5 \pi \cdot 10^{-8} \text{ Дж.}$$

$$11.11. t = \frac{L}{2R} = 0,01 \text{ с.}$$

$$11.12. \text{ а) } \Phi = 1,13 \cdot 10^{-3} \text{ Вб; б) } \mu = 1430.$$

$$11.13. \mu = \frac{Bk(l-l_1)}{NI\mu_0 - Bl_1} = 1400.$$

$$11.14. I = \kappa\mu_0 H = 3,78 \cdot 10^{-6} \text{ Т.}$$

$$11.15. B = \mu_0 (\kappa + 1)H \approx 63 \text{ Т.}$$

$$11.16. 4,01 \cdot 10^{-5} \text{ Н.}$$

$$11.17. \text{ а) } \Phi = 7,98 \cdot 10^{-4} \text{ Вб; б) } I_2 = \frac{H_2 \pi d}{N} = 0,75 \text{ А.}$$

$$11.18. I_2 = \frac{B}{N\mu_0\mu} [\pi d + l(\mu - 1)] \approx 11 \text{ А.}$$

$$11.19. 5,4 \text{ Т.}$$

$$11.20. 50 \text{ витков.}$$

$$11.21. F_2 = 137 \text{ Н.}$$

$$11.22. \text{ Плотность энергии увеличится в 1560 раз.}$$

$$11.23. 881,72 \text{ Дж/м}^3.$$

$$12.1. |U| = \frac{d\Phi}{dt} = Blv \sin \alpha = 4 \cdot 10^{-2} \text{ В.}$$

$$12.2. n = \frac{\mu_0 \mu HRS}{2\rho e}.$$

$$12.3. v \approx 108 \text{ об/с.}$$

$$12.4. E = 0,5 e^{-t} \text{ В.}$$

$$12.5. A = 3,925 \text{ эВ.}$$

$$12.6. E = \pi \cdot 10^{-2} \text{ В.}$$

$$12.7. \Delta q = 94 \cdot 10^{-6} \text{ Кл.}$$

$$12.8. I_1 = 1,6 \text{ А; } I_2 = 1,9 \text{ А.}$$

$$12.9. \text{ а) } |U| = \pi v B l^2 = 33,75 \text{ В; б) } U = 0;$$

$$\text{ в) } |U| = \frac{1}{2} \pi v B l^2 = 16,875 \text{ В.}$$

$$12.10. I = \frac{\mu_0 \mu H v \sin \alpha}{\rho (1 + \sin \alpha)}.$$

$$12.11. |E| = 2Bv \sqrt{vt(2R - vt)}.$$

$$12.12. \text{ а) } |I_1| = \frac{\mu_0 \mu I v}{2\pi R} \ln \frac{b}{a}; \text{ б) } P = I_1^2 R = \left(\frac{\mu_0 \mu I v}{2\pi R^2} \ln \frac{b}{a} \right)^2 R;$$

$$\text{ в) } F = \left(\frac{\mu \cdot \mu I}{2\pi} \cdot \ln \frac{b}{a} \right)^2 v R.$$

$$12.13. |E| = \frac{\mu_0 \mu I v b}{2\pi x} \ln \frac{(l+x)(l+a+x)}{l(l+a)}.$$

$$12.14. 1) E = -\frac{\mu_0 \mu I l v}{2\pi x}; 2) x = x_0 e^{-\frac{2\pi a}{\mu_0 \mu I} t};$$

$$3) |E| = \frac{\mu_0 \mu I l v}{2\pi (x_0 + vt)} = 10^{-6} \text{ В.}$$

$$12.15. q = \frac{\mu \mu_0 I a}{2\pi R} \ln \frac{r_0 + 0,5a \cos \alpha}{r_0 - 0,5a \cos \alpha}.$$

$$12.16. v = \frac{Rmg}{B^2 l^2} \left(1 - e^{-\frac{B^2 l^2}{Rm} t} \right).$$

$$12.17. \text{ а) } q = \frac{1}{2} \pi \varepsilon_0 \varepsilon B \omega \frac{R^4}{l}; \text{ б) } F = \frac{\pi}{6l^2} \varepsilon \varepsilon_0 B^2 \omega^2 R^6.$$

- 12.18. $a_t = 0,005 \frac{qr}{m}$.
- 12.19. $U = IR + L \frac{dI}{dt} = (100,2 + 40t) \text{ В}$.
- 12.20. $R_2 = \frac{1}{I_2} \left(L_1 \frac{\Delta I_1}{\Delta t_1} + I_1 R_1 - L_2 \frac{\Delta I_2}{\Delta t_2} \right) = 0,25 \text{ Ом}$.
- 13.1. $I_{cp} = 0,04 \text{ А}$; $I = 0,052 \text{ А}$.
- 13.2. $I = 0,25 \text{ А}$; $I_{cp} = 0,125 \text{ А}$.
- 13.3. 15 ч.
- 13.4. $I = 17,7 \text{ А}$; $i = 25 \sin 314t \text{ (А)}$.
- 13.5. а) $I_1 = 0,5 \text{ А}$; $I_2 = 1,6 \text{ А}$; б) $\bar{W} = 2060 \text{ Дж}$.
- 13.6. 141 В; 45 В.
- 13.7. 137,5 Ом.
- 13.8. $L = 25,5 \cdot 10^{-3} \text{ Г}$; $\varphi = 53^\circ 10'$.
- 13.9. $\mu = 2840$.
- 13.10. а) $U = 1,33 \text{ В}$; б) $\varphi = 57,5^\circ$.
- 13.11. $C = 0,37 \text{ мкФ}$; $\varphi = 75,5^\circ$.
- 13.12. $R = 54,4 \text{ Ом}$; $C = 100 \text{ мкФ}$.
- 13.13. а) $\varphi_1 = 41,5^\circ$; б) $\varphi_2 = 87^\circ$.
- 13.14. $\varepsilon = 2,5$.
- 13.15. $I = 12 \text{ А}$; $U_C = 380 \text{ В}$; $U_K = 170 \text{ В}$.
- 13.16. $I = 1,18 \text{ А}$; $f = 50 \text{ Гц}$; $I_P = 110 \text{ А}$; $V_G \approx V_K = 5500 \text{ В}$.
- 13.17. $R_1 = 113 \text{ Ом}$; $L_1 = 0,3 \text{ Г}$.
- 13.18. а) $\frac{I_2}{I_1} = R^2 \frac{C}{L}$; б) $\frac{I_2}{I_1} = \sqrt{\frac{(R\omega C)^2 + 1}{\left(\frac{\omega L}{R}\right)^2 + 1}}$.
- 13.19. $Z = 580 \text{ Ом}$.
- 13.20. $C = 10 \text{ мкФ}$; $I = 1,27 \cdot 10^{-2} \text{ А}$; $I_C = 0,4 \text{ А}$; $I_K = 0,4 \text{ А}$.
- 13.21. $C = 6,7 \text{ мкФ}$; $Z = 1,27 \cdot 10^4 \text{ Ом}$.
- 13.22. а) $\omega = 10^4 \text{ с}^{-1}$; б) $I_K = 2,1 \text{ А}$; $I_C = 2,2 \text{ А}$.
- 13.23. $I_1 = 12,7 \text{ А}$; $I_2 = 5 \text{ А}$; $I = 13,6 \text{ А}$; $i = 19,2 \sin(1256t - 0,36) \text{ А}$.
- 13.24. При $|X| > |R_0| P_2 > P_1$; при $|X| < |R_0| P_2 < P_1$.
- 13.25. 3,02 кВт.
- 13.26. $L = 0,01 \text{ Г}$; $P = 1,43 \text{ кВт}$.
- 13.27. $P_1 = 75 \text{ Вт}$; $P_2 = 1930 \text{ Вт}$; $C = 101 \text{ мкФ}$.
- 13.28. а) $P_1 = 390 \text{ Вт}$; $P_2 = 260 \text{ Вт}$; $P = 650 \text{ Вт}$; б) $U = 127 \text{ В}$.
- 13.29. $R = 18,4 \text{ Ом}$; $C = 67 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}$.
- 13.30. $I_1 = 12,7 \text{ А}$; $I_2 = 12,7 \text{ А}$; $I = 17,9 \text{ А}$; $P = 4850 \text{ Вт}$.
- 13.31. а) $P_{др} = 390 \text{ Вт}$; б) $R = 15,6 \text{ Ом}$; $L = 0,073 \text{ Г}$.
- 13.32. 0,954.
- 13.33. $\rho = 1,27 \cdot 10^9 \text{ Ом} \cdot \text{м}$.
- 13.34. $P = \frac{1}{2R} (U^2 - U_1^2 - U_2^2)$.
- 13.35. $P = \frac{R}{2} (I^2 - I_1^2 - I_2^2)$.
- 13.36. а) $8,45 \cdot 10^{-3} \text{ А}$; б) 0,85 Вт.
- 14.1. $\lambda = 2\pi v \sqrt{LC} = 2500 \text{ м}$.
- 14.2. $v_1 = 700 \text{ с}^{-1}$; $v_2 = 1950 \text{ с}^{-1}$.
- 14.3. $L = \frac{1}{4\pi^2 v^2 C} = 12,7 \text{ Г}$.
- 14.4 а) $T = 2 \cdot 10^{-3} \text{ с}$; б) $L \approx 1,7 \text{ Г}$;
в) $i = 9\pi \cdot 10^{-5} \cos\left(10^3 \pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (А)}$.

- 14.5. а) $T = 5 \cdot 10^{-3}$ с; б) $C = 6,3 \cdot 10^{-7}$ Ф; в) $U_m = 25,2$ В; г, д) $W_e = W_m = 2 \cdot 10^{-4}$ Дж.
- 14.6. а) $\delta = 0,62$; б) $\frac{W_m}{W_e} = 1 - \delta = 0,38$.
- 14.7. $\delta_2 = \delta_1$.
- 14.8. а) $T = 8 \cdot 10^{-3}$ с; б) $\delta = 0,7$; в) $U = 80 e^{-\alpha t} \cos 250 \pi t$ (В).
- 14.9. $\sigma = 0,22$; $R = 11,1$ Ом.
- 14.10. $n = e^{-\pi R \sqrt{\frac{C}{L}}} = 1,04$.
- 14.11. $\delta = 0,018$.
- 14.12. а) $I = 0,04$ А; б) $\Phi_m = 1,02 \cdot 10^{-8}$ Вб.
- 14.13. $184 \cdot 10^{-8}$ Вт.
- 14.14. а) Колебания невозможны; б) колебания возникнут.
- 14.15. $P = \frac{U^2 CR}{2L} = 1$ Вт.
- 14.16. 0,08%.
- 14.17. $\delta = \frac{\pi P \sqrt{\frac{L}{C}}}{U_m^2} = 10,8 \cdot 10^{-8}$.
- 14.19. $t = \frac{1,15}{\pi} \cdot 10^{-5}$ с.
- 14.20. 0,125%.
- 14.21. 61%.
- 15.2. $W = \frac{E_m^2 St}{240\pi} = \frac{125}{2\pi} \cdot 10^{-3}$ Дж.
- 15.3. $\kappa = e - 1 = 0,78$.
- 15.4. $\rho = \frac{W}{c}$; $W = ItS$; $I = \frac{\rho c}{tS} = 0,6 \cdot 10^{-3}$ Дж·м⁻²·с⁻¹.
- 15.5. $\rho = 2,6 \cdot 10^{-14}$ Н·м⁻².
- 15.6. $\frac{I_m}{I_{\max}} = \sin \frac{\pi x}{l} = \frac{1}{1,04}$; $\frac{U_m}{U_{\max}} = \cos \frac{\pi x}{l} = \frac{1}{3,86}$.
- 15.7. $L = 7,36 \cdot 10^{-5}$ Г; $C = 24 \cdot 10^{-11}$ Ф; $\rho = 556$ Ом.
- 15.8. $\rho = 48,3$ Ом.
- 15.9. $|I'_m| = 1,73$ А.
 $|U'_m| = 500$ В.
- 15.10. Линия представляет индуктивную нагрузку: $L = \frac{70}{\pi} \cdot 10^{-8}$ Г.
- 15.11. Линия представляет емкостную нагрузку: $C \approx 1$ пФ.
- 15.12. $L \approx \frac{1}{3}$ мкГ.
- 15.13. а) $R = 552$ Ом; б) $\alpha = 22 \cdot 10^{-5}$; в) $P = P_0 e^{-2\alpha t} = 358$ Вт;
г) $\eta = 89,5\%$.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
§ 1. Электрические заряды. Закон Кулона	4
§ 2. Напряженность электростатического поля	8
§ 3. Потенциал электростатического поля. Движение частиц в электростатическом поле	15
§ 4. Проводники в электростатическом поле	25
§ 5. Диэлектрики в электрическом поле	30
§ 6. Электроемкость конденсатора. Энергия электрического поля. . .	34
§ 7. Постоянный электрический ток	43
§ 8. Природа электропроводности	68
§ 9. Магнитное поле тока	83
§ 10. Сила Лоренца и ее проявление	95
§ 11. Энергия магнитного поля. Магнетики	103
§ 12. Электромагнитная индукция	113
§ 13. Вынужденные электрические колебания	122
§ 14. Собственные электромагнитные колебания (Цепи с сосредоточенными параметрами)	135
§ 15. Электромагнитные волны (Цепи с распределенными параметрами). .	141
Справочные таблицы	148
Ответы	150

**Ольга Ивановна Горбунова, Анна Михайловна Зайцева,
Сергей Никифорович Красников**

ЗАДАЧНИК-ПРАКТИКУМ ПО ОБЩЕЙ ФИЗИКЕ

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Редактор В. А. Обменина
Художественный редактор Т. А. Алябьева
Технические редакторы Г. Л. Татура, Е. В. Богданова
Корректоры Л. П. Михеева, В. Г. Соловьева

Сдано в набор 17/XII—1974 г. Подписано к печати 23/IX—1975 г. 60×90¹/₁₆. Бумага типогр. № 1 Печ. л. 10. Уч.-изд. л. 8,97. Тираж 66 тыс. экз. А 05722.
Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Просвещение» Государственного комитета Совета Министров РСФСР по делам издательства, полиграфии и книжной торговли. Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Отпечатано с готовых матриц в типографии им. Смирнова Смоленского областного издательства, полиграфии и книжной торговли, г. Смоленск, пр. им. Ю. Гагарина, 2. Заказ № 2275.

Цена 26 коп.