Элементарные частицы и компенсирующие поля

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И КОМПЕНСИРУЮЩИЕ ПОЛЯ

Сборник статей

Перевод с английского
Д. БЕЛОВА и Н. МИЦКЕВИЧА

Под редакцией
Д. ИВАНЕНКО

ИЗДАТЕЛЬСТВО
«МИР»
Москва 1964

Редакция литературы по физике

ОТ РЕДАКЦИИ

В течение многих лет физики штурмуют проблему элементарных частиц, но, несмотря на отдельные успехи, общей теории элементарных частиц все еще нет. Ее создание остается одной из самых актуальных задач современной теоретической физики. В последние годы возникла и интенсивно разрабатывается теория векторных или компенсирующих полей, строящаяся на основе квантовой теории поля при широком использовании теоретико-групповых методов.

Начало этой серии исследований положила статья американских физиков К. Янга и Р. Миллса (1954), в которой была рассмотрена возможность обеспечить выполнение закона сохранения изоспина, если ввести некоторое «компенсирующее» поле, связанное с изоспином так же, как электромагнитное поле связано с электрическим зарядом.

В 1960 г. вышла важная статья Дж. Сакураи, в которой была изложена общая теория векторных компенсирующих полей и на ее основе предложено объяснение всех трех основных законов сохранения сильных взаимодействий элементарных частиц (причем объяснялся ряд важных эффектов, не имевших тогда удовлетворительного теоретического истолкования). Из этой теории вытекал ряд предсказаний (в нескольких пунктах теперь уже подтвержденных экспериментально).

Вслед за статьей Сакураи появился ряд работ, в которых дискутировались и разрабатывались как принципиальные вопросы нового направления: применение теоретико-групповых методов (М. Гелл-Манн, Х. д'Эспанья и др.), основные свойства новых полей и их квантов («резононов») (Ю. Швингер, А. Салам и Дж. Уорд, Ю. Нееман, Р. Утияма), включение в новую схему всех известных полей, в том числе и гравитационного (А. М. Бродский, Д. Иваненко, Г. А. Соколик, Т. Киблл и др.).

В этой книге собраны основные принципиальные работы и обзоры, посвященные данному направлению, которое, вероятно, сыграет важную роль в построении общей физической теории элементарных частиц и полей.

Теория компенсирующих полей еще не вошла в монографии и учебники. Настоящий сборник является первой на русском языке книгой по этому предмету. Все статьи сборника тесно связаны между собой; благодаря такому подбору он дает достаточно полный обзор основных успехов и задач этой новой, многообещающей области теории элементарных частиц.

Можно надеяться, что сборник будет встречен с интересом в первую очередь физиками, — как теоретиками, так и экспериментаторами, работающими в области элементарных частиц, квантовой теории поля, атомного ядра и космических лучей, а также философами и математиками, желающими познакомиться с новейшими проблемами современной теоретической физики.

ВСТУПИТЕЛЬНАЯ СТАТЬЯ

Теория элементарных частиц и векторные или компенсирующие поля

Д. ИВАНЕНКО

§ 1. История вопроса

Настоящий сборник посвящен одному из новейших направлений современной физики элементарных частиц: теории векторных или компенсирующих полей, все больше привлекающей внимание в самое последнее время. Первая работа в этом направлении, ставшая ныне классической и принадлежащая Янгу и Миллсу (*статья 1* настоящего сборника), не обратила на себя особого внимания, хотя за ней и последовала статья Ли и Янга (*статья 2*), развивавшая идею сопоставления законам сохранения не только изоспина, но и барионного числа некоторых, тогда еще гипотетических, векторных полей подобно тому, как векторное электромагнитное поле сопоставляется закону сохранения заряда — тока (см. также [1]). В ряде работ Швингера, в частности в его парижских лекциях 1957 г., были высказаны близкие идеи о необходимости отыскания полей, динамически реализующих те или иные законы сохранения. Тем самым был сделан новый шаг на пути выяснения физического смысла понятий изотопического спина и изопространства, введенных первоначально Гейзенбергом (1932 г.) скорее лишь в качестве удобного способа совместного описания обоих нуклонов (протона и нейтрона) и начавших приобретать важное значение гораздо позднее, после открытия закона сохранения изоспина в системе нуклонов и π-мезонов (1947 г.). Решающую роль сыграло обширное исследование Сакураи (*статьи 3, 4*), работающего в Ядерном институте имени Энрико Ферми в Чикаго[1]). Заслуга Сакураи заключается, во-первых, в том, что он развил идеи Янга — Миллса — Ли и дал общую теорию векторных полей, сопоставленных всем трем новым законам сохранения: сохранения изоспина, барионного числа и странности, и тем самым—соответственным свойствам инвариантности относительно вращений, фазовых преобразований и инверсий в изопространстве. Во-вторых, Сакураи связал новую теорию с обширным эмпирическим материалом из области элементарных частиц и атомных ядер и сумел, хотя бы предварительно, объяснить ряд важных,

---

[1]) Новейшие результаты Сакураи и других авторов, работающих в обсуждаемой нами области, освещены в сборнике работ теоретической школы в Триесте [114].

дотоле непонятных эффектов (например, факт превращения протона и антипротона при аннигиляции не в 2, а (в среднем) в 5 π-мезонов). Сакураи сделал также ряд сильных и, так сказать, «острых» предсказаний, касающихся существования новых векторных полей или соответствующих «вектонов». Все эти обстоятельства сразу привлекли внимание ко всему данному кругу проблем и в ряде лабораторий были предприняты поиски новых частиц, непосредственное проявление которых ожидалось прежде всего в виде новых резонансов определенного типа, например при рассеянии π-мезонов на протонах. В этой связи мы считаем разумным назвать новые «частицы» — «резононами». Одновременно в 1961 г. были сделаны фундаментальные открытия в области резонансов в системе π-мезонов (группы Альвареца, Уолкера и др.), за которыми последовала прямо-таки лавина работ, выполненных на шести-семи рекордных ускорителях нашего времени (в Брукхейвене и Беркли (США) во Фраскати (Италия), в Сакле (Франция), и в CERN (Швейцария), в ОИЯИ (Дубна) и ИТЭФ (Москва) в СССР и немногие другие) и посвященных открытию и исследованию резононов в области K-мезонов, нуклонов и гиперонов (см. [2]).

Все большее число теоретиков стало присоединяться к новой точке зрения и за последние два с небольшим года в этой области появился ряд ценных исследований, в том числе некоторых наиболее авторитетных авторов: Гелл-Манна (*статьи 5, 6*), Салама (*статьи 8, 9*), Швингера (*статьи 10, 11, 12*). Швингер сосредоточил внимание на важном вопросе о массе новых частиц, показывая, что благодаря сильному взаимодействию резононы (вектоны) могут обладать конечной массой, вопреки первоначальному предположению, что только частицы нулевой массы покоя могут соответствовать точным законам сохранения (например, числа барионов), по аналогии с фотонами (которые сопоставляются точному сохранению электрического заряда). Могло показаться, что конечная масса резононов как-то отражает неабсолютный характер законов сохранения (например, странности), действующих только в области сильных взаимодействий. Эта проблема, по-видимому, разрешенная Швингером, представляла, по мнению Сакураи, одну из основных трудностей новой теории (см. [112]).

Особое направление в теории векторных, компенсирующих полей представляет ее применение к гравитации. Возникает естественный вопрос о возможности трактовать гравитационное поле (сперва хотя бы слабое поле, описываемое симметричным тензором 2-го ранга $h_{\mu\nu}$ и соответствующее гравитонам спина 2) по аналогии с электромагнитным векторным полем фотонов A_ν и новыми векторными полями резононов, как некоторое компенсирующее поле, сопоставленное соответствующему закону сохранения, а значит, и каким-то свойствам инвариантности.

Этот вопрос был рассмотрен независимо с разных сторон и привел к положительному результату. Выяснилось, что гравитационное поле риман-эйнштейновской общей теории относительности действительно можно рассматривать как компенсирующее, сопоставленное законам сохранения, связанным с инвариантностью относительно лоренц-преобразований (Утияма (*статья 14*), Бродский, Иваненко, Соколик [3—4], Киббл (*статья 15*), Фролов [5]). Отметим, что ценная работа Утиямы (1956 г., *статья 14*), в которой развивается общая формальная теория компенсирующих полей и даются применения к гравитации, сперва не привлекла внимания и мимо нее прошел, например, Сакураи (см. также обзор Адамского [6]).

Отметим, что зависимость параметров преобразований в изотопическом пространстве от координат обычного 4-пространства, являющаяся фундаментальной идеей компенсационной теории, со своей стороны может рассматриваться как один из аргументов в пользу объединенного рассмотрения обоих пространств: изо + 4-пространства.

Эта идея, высказанная ранее нами [7—8] и рассмотренная в несколько иных вариантах другими авторами (Райский, Юкава и др.), недавно была положена в основу новой трактовки элементарных частиц де-Бройлем с сотрудниками (Вижье, Бом, Иллион, Абвакс, Такабаяси) [9]. Эти авторы строят модель релятивистского протяженного ротатора, отождествляя внутренние степени свободы с изотопическими. Они дают затем своеобразное обоснование старой теории слияния де-Бройля [10], которая в конце концов находит наилучшую формулировку в лице нелинейной спинорной теории, поскольку нелинейность реализует взаимодействие, необходимое для слияния. Присоединяясь к нелинейной спинорной теории, школа де-Бройля, применяя мощные групповые методы, со своей стороны высказывается в пользу идей компенсационной теории. Эти фундаментальные исследования, продолженные Юкавой с сотр. [11], несомненно, также дадут повод к плодотворным дискуссиям.

Открытие резононов поставило новые задачи перед систематикой частиц, поскольку старые схемы, вообще говоря, оказались слишком ограниченными. Для целей классификации частиц и резононов в настоящее время характерно применение мощных методов теории групп при наиболее полном использовании классических трудов Картана [12] (см. также [13]) по группам Ли (см. [14]). Поэтому мы наряду с основными работами по теории компенсирующих полей даем в настоящем сборнике переводы ряда важных статей и докладов на международных конференциях, посвященных современной групповой трактовке элементарных частиц (Гелл-Манн (*статья 5*), Нееман (*статья 7*), д'Эспанья (*статья 13*)). Следует отметить, что модель Сакаты, положившего в основу систематики сильно взаимодействующих частиц протон, нейтрон и Λ-гиперон, вместе с их античастицами, продолжает оставаться в центре дискуссии, хотя в ряде отношений удачной оказалась новая октетная схема Гелл-Манна. Характерно также дальнейшее развитие в тех или иных направлениях идей теории слияния де-Бройля.

Прежде всего эти идеи (де-Бройля, Вижье, Петье и других французских авторов) развиваются в другом варианте для нелинейного дираковского спинорного уравнения как в наших работах (см. [15]), так и (главным образом) в исследованиях Гейзенберга и его сотрудников (Дюрр, Миттер, Шлидер), а также Жехеньо и др. (см. [16]). Другой вариант нелинейной теории поля развивает Терлецкий [17]. Важную роль в трактовке нелинейной спинорной теории стали играть методы теории сверхпроводимости Бардина—Боголюбова (работы Намбу и Ионес-Лозиньо [18], Бладмена и Клейна [19]), Наумова [113]).

В различных статьях настоящего сборника высказываются разнообразные соображения по поводу нелинейной спинорной теории поля. С другой стороны, модели типа Сакаты развивают, на наш взгляд, иной, близкий по существу вариант слияния, предложенный в свое время Ферми и Янгом, согласно которому все бозоны образуются как тесные комбинации фермионов [20—22].

§ 2. Борьба направлений в теории элементарных частиц

Для лучшего понимания нового векторного, или компенсирующего, направления и статей настоящего сборника сформулируем в самом кратком виде различные направления современной теории элементарных частиц (см. [24—36]).

Прежде всего сообщим основные сведения об известных частицах и резононах в виде таблицы, основанной, в частности, на материалах 11 международной (так называемой «Рочестерской») конференции по физике высоких энергий (Женева, 1962) и на материалах III весенней теоретической школы в Нор-Амберде (Армения, апрель 1963). В таблице приведены округленные значения масс; относительно всех уточнений значений масс, ширин Γ, времен жизни τ, значений спина, изоспина, четностей и конкурирующих обозначений резононов отсылаем к соответствующим публикациям [37—45].

Современная ситуация в теории элементарных частиц характеризуется, с одной стороны, огромными успехами в понимании многих свойств частиц, их взаимодействий и даже в предсказании новых частиц и успешным разделением частиц на семейства, но, с другой стороны, — глубокими трудностями обычной локальной релятивистской квантовой теории поля, ока-

Таблица

	Частица (античастица)	Масса, *Мэв*	τ, *сек* или Γ, *Мэв*	Странность S	Изоспин I	Спин J, (P-четность и G-четность), J^{PG}	Продукты (схема) распада	Возможные другие обозначения
Гравитон	g	0	∞			2		
Фотон	γ	0	∞			1		
Лептоны	$\nu_e\ (\bar{\nu}_e)$	0	∞			1/2		
	$\nu_\mu\ (\bar{\nu}_\mu)$	0	∞			1/2		
	$e^-\ (e^+)$	0,51	∞			1/2		
	$\mu^-\ (\mu^+)$	105,66	$2{,}2\cdot10^{-6}$ *сек*			1/2	$\mu^\pm \to e^\pm + \nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$	
π-мезоны	$\pi^\pm$	139,6	$2{,}5\cdot10^{-8}$ *сек*	0	1	0^-	$\pi^\pm \to \mu^\pm + \nu_\mu;\ e^\pm + \nu_e$	
π	π^0	135,0	$1\cdot10^{-16}$ *сек*	0	1	0^-	$\pi^0 \to 2\gamma$	
ππ-резононы	η^0	548	< 10	0	0	0^{-+}	$\eta^0 \to \pi^+ + \pi^- + \pi^0;\ 2\gamma$	
	$\varrho^{\pm;\,0}$	750	100	0	1	1^{-+}	$\varrho^0 \to 2\pi$	
	ω^0	782	< 15	0	0	1^{--}	$\omega^0 \to 3\pi;\ \gamma$	
	ABC (?)	310	< 25	0	0	0^{++}	$ABC \to 2\pi$	
R_π	F_0	1250	100 ± 50	0	0	2^{++}	$F_0 \to 2\pi$	$F_0 \equiv f_0$
K-мезоны	$K^\pm$	493,9	$1{,}22\cdot10^{-8}$ *сек*	∓ 1	1/2	0^-	$K^\pm \to 2\pi;\ 3\pi;\ \mu + \nu$	
	K_1^0	497,8	$1\cdot10^{-10}$ *сек*	± 1	1/2	0^-	$K_1^0 \to \mu + \nu_\mu + \pi^0$	
K	K_2^0	497,8	$6\cdot10^{-8}$ *сек*	± 1	1/2	0^-	$K_2^0 \to e + \nu_e + \pi^0$	

Продолжение табл.

	Частица (античастица)	Масса, *Мэв*	τ, *сек* или Г, *Мэв*	Странность *S*	Изоспин *I*	Спин *J*, (*P*-четность и *G*-четность), J^{PG}	Продукты (схема) распада	Возможные другие обозначения
K-резононы R_K	K^* $\varphi_{K\overline{K}}$	885 1020	60 30	±1 0	1/2 0	1^- 0^+	$K^* \to K + \pi$ $\varphi_{K\overline{K}} \to K + \overline{K}$	$\varphi_{K\overline{R}} \equiv Z$
Нуклоны *N*	$\bar{p}\,(p)$ $n\,(\bar{n})$	938,2 939,5	$> 10^{27}$ *лет* 10^3 *сек*	0 0	1/2 1/2	$1/2^+$ $1/2^+$	$n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$	
π*N*-резононы R_N	N_{1512} N_{1688} N_{2190} $\Delta_{1238}\,(\overline{\Delta})$ Δ_{1650} Δ_{1920} Δ_{2360}	1512 1688 2190 1238 1650 1920 2360	130 140 200 145 150 185 200	0 0 0 0 0 0 0	1/2 1/2 1/2 3/2 3/2 3/2 3/2	$3/2^-$ $5/2^+$? $3/2^+$ $5/2^-$ 7/2 (?) ?	$N_{1512} \to N + \pi$ $\Delta_{1238} \to N + \pi;\ \overline{N} \to \bar{p} + \pi^-$ $\Delta_{1650} \to N + \pi$	$N_{1512} \equiv N^{**} \equiv N_2^*$ $N_{1688} \equiv N^{***} \equiv N_3^*$ $\Delta_{1238}\,(\overline{\Delta}) \equiv N^*\,(\overline{N}^*) \equiv$ $\equiv N_1^*\,(\overline{N}_1^*)$ $\Delta_{1650} \equiv N^{***} \equiv N_3^*$
Λ-гиперон; Λ	$\Lambda^0\,(\overline{\Lambda}^0)$	1115,4	$2{,}5\cdot 10^{-10}$ *сек*	−1	0	$1/2^+$	$\Lambda^0 \to N + \pi$	
Y_0^*-резононы R_Y	Λ_{1405} Λ_{1520} Λ_{1815}	1405 1520 1815	50 16 120	−1 −1 −1	0 0 0	1/2 (?) $3/2^-$ 5/2 (?)	$\Lambda_{1405} \to \Lambda + 2\pi;\ \Sigma + \pi$ $\Lambda_{1520} \to \Lambda + \pi;\ \Sigma + \pi;\ K + N$	$\Lambda_{1405} \equiv Y^{**}$ $\Lambda_{1520} \equiv Y^{***} \equiv Y_?^*$

Σ-гипероны Σ	$\Sigma^+ (\overline{\Sigma}^+)$ $\Sigma^- (\overline{\Sigma}^-)$ $\Sigma^0 (\overline{\Sigma}^0)$	1189,4 1196,0 1191,5	$0{,}8\cdot10^{-10}$ *сек* $1{,}6\cdot10^{-10}$ *сек* $< 10^{-11}$ *сек*	—1 —1 —1	1 1 1	1/2+ 1/2+ 1/2+	$\left.\right\}\ \Sigma \to N + \pi$ $\Sigma^0 \to \Lambda^0 + \gamma$	
Y_1^*-резононы R_Y	Σ_{1385} Σ_{1680} Σ_{2000}	1385 1680 2000	50 50 ?	—1 —1 ?	1 1 ?	3/2+ (?) ? ?	$\left.\right\}\ \Sigma \to \Sigma + \pi;\ \Lambda + \pi$	$\Sigma_{1385} \equiv Y^* \equiv Y_1^*$
Ξ-гипероны Ξ	$\Xi^0 (\overline{\Xi}^0)$ $\Xi^- (\overline{\Xi}^-)$	1310 1321	$2\cdot10^{-10}$ *сек* $4\cdot10^{-10}$ *сек*	—2 —2	1/2 1/2	? ?	$\Xi^0 \to \Lambda^0 + \pi^0$ $\Xi^- \to \Lambda^0 + \pi^-$	
Ξ резонон R_Y	Ξ_{1535}	1535	$\leqslant 7$	—2	1/2	>1/2(?)	$\Xi \to \Xi + \pi$	$\Xi \equiv \Xi^*$

завшейся, в частности, неспособной построить модель частицы и вывести значения ее массы, электрического заряда и других констант связи. Обилие частиц (около 30 сортов), а также открытие их своеобразных возбужденных состояний или резононов (уже порядка 20) сделало особенно актуальной задачу построения объединенной теории. Несмотря на некоторые успехи (модель Сакаты, схема Гелл-Манна и др., теория слияния, в особенности в нелинейном спинорном варианте), мы еще далеки от достижения подобной, конечно весьма грандиозной, цели, в особенности при необходимом учете гравитации и космологии.

Не удивительно поэтому, что современная ситуация вплоть до начала 1963 г. характеризуется довольно острой борьбой различных направлений, хотя в конце концов, вероятно, как справедливо замечает Гелл-Манн в своем сольвейском докладе [46], каждая из конкурирующих теорий содержит долю истины и в известной мере дополняет одна другую.

Не останавливаясь на истории релятивистской квантовой теории поля, хорошо изложенной, например, в книге Умэдзавы [26], и истории открытия элементарных частиц, охарактеризуем самым кратким образом четыре основных направления: а) лагранжев формализм, б) аксиоматический метод, в) дисперсионный подход и формализм Редже, г) групповой подход.

а) В лагранжевом формализме используются локальные операторы поля, зависящие от пространственно-временных точек и сопоставляемые частицам той или иной массы, спина, четности, изоспина и т. д. С помощью таких операторов строится инвариантный лагранжиан, причем необходимо ограничиваться низшими производными и линейностью. Нелинейные лагранжианы подлежат особому обсуждению. К лагранжианам свободных полей добавляются лагранжианы взаимодействия.

Такое рассмотрение оказалось весьма успешным в квантовой электродинамике, в особенности после того, как неизбежно возникающие бесконечности, обязанные полевой массе и полевому заряду, были изолированы и устранены из вычислений при помощи перенормировки. Это позволило, как известно, объяснить множество эффектов, вплоть до лэмбовского сдвига, аномальных магнитных моментов электрона и μ-мезона и т. д.

Но метод возмущений в своей обычной форме неприменим к сильным взаимодействиям, а в случае слабых взаимодействий сталкивается с трудностями, обусловленными неренормируемостью также и фермионных взаимодействий.

Еще до построения современной теории вакуума на базе перенормировки трудности обычного лагранжева формализма привели Гейзенберга в 1942 г. к формализму S-матрицы рассеяния, которая должна была заменить лагранжев или гамильтонов метод

Формализм S-матрицы действительно оказался весьма мощным методом (однако первоначально — все же в рамках самого лагранжева формализма). Позднее эта идея была обобщена в различных направлениях и действительно позволила покинуть почву лагранжева формализма.

б) Сторонники аксиоматического направления (Вайтман, Хааг, Гольдбергер, Леман, Широков, Капелла и др. [47—69]) ставят во главу угла свободные поля, падающие и исходящие, и анализируют вакуумные средние произведений этих полей, исходя из условий инвариантности, микропричинности и унитарности. При таком подходе S-матрица, связывающая падающие и исходящие поля, вычисляется из неких граничных условий, выбор которых в некотором смысле имитирует установление лагранжианов в предыдущем методе.

в) В методе дисперсионных соотношений (д. с.) наряду с использованием условия унитарности основную роль играет исследование аналитических свойств амплитуд различных процессов. Ударение, сделанное на унитарности и аналитических свойствах S-матрицы, придало развитию теории сильных взаимодействий новый своеобразный характер, в особенности после того, как Мандельстам ввел двойные д. с., рассматривая комплексные значения не только энергии, но также импульса (см. [70]). Это позволило установить множество соотношений между амплитудами процессов рассеяния, фоторождения, порождения частиц при различных реакциях и т. д. В частности, Фрэзер и Фулко [71], изучая электромагнитные формфакторы нуклонов, успешно предсказали существование резонанса в системе двух π-мезонов ($\pi\pi$-резонанс или ϱ-мезон, или ϱ-резонон), что и послужило толчком к дальнейшим поискам резононов.

Весьма успешным оказалось обобщение формализма S-матрицы и д. с. на комплексные значения углового момента, предложенное Редже [72, 73] (см. также [74]). Нерелятивистская теория Редже упругого потенциального рассеяния была обобщена Фруассаром [75] на релятивистский случай. Она показала, что S-матрица может быть одновременно аналитически продолжена в комплексных плоскостях углового момента и энергии. В случае рассеяния на суперпозиции потенциалов типа Юкавы ее полюса оказываются сопоставленными связанным состояниям и резононам. Траектория полюса в плоскости углового момента при изменении энергии соответствует семейству «частиц».

Исходя из этих соображений, Чу и Фраучи [76, 77] выдвинули целую смелую программу теории частиц, в которой все барионы и мезоны (стабильные и нестабильные) сопоставляются полюсам Редже, которые двигаются в плоскости углового момента (см. также [78]). Они же указали на возможность того, что сильные взаимодействия «насыщают» условие унитарности, иначе говоря, что они обладают максимально возможной интенсивностью, совместимой с унитарностью и аналитичностью S-матрицы.

Работы Чу с сотр. написаны в боевом духе и содержат резкие (по-видимому, преувеличенные) замечания относительно будто бы полной устарелости лагранжева формализма и т. д.

К числу достижений «реджистики» следует отнести в первую очередь определение соотношений между амплитудами вероятностей различных процессов рассеяния: $\pi\pi$-, πN-, NN- и т. д. при высоких энергиях и уточнение асимптотики эффективных сечений. Наряду с этим недавние работы французских, американских и итальянских авторов по πN-взаимодействию (именно по реакции $\pi^- + p \rightarrow n + \pi^- + \pi^+$) [44], подтвердив существование уже известного максимума в сечении рассеяния при энергии ~ 800 *Мэв* (ϱ-резонона), обнаружили более слабый максимум при энергии 1260 ± 35 *Мэв*, который интерпретируется как резонон f_0 (или F_0), имеющий спин 2 и, по-видимому, отвечающий предсказаниям этой теории [79, 80]. Претензии крайних представителей дисперсионизма и «реджистики» на построение полной теории элементарных частиц, несомненно, преувеличены, хотя бы ввиду отсутствия последовательного подсчета масс всех частиц и трудностей включения в эту схему слабых взаимодействий, однако этот формализм бесспорно явился весьма стимулирующим шагом в не-лагранжевом варианте теории элементарных частиц. В то же время рассматриваемая в настоящем сборнике теория векторных компенсирующих полей (как и нелинейная спинорная теория) представляет собой своеобразный реванш, так сказать, старой доброй лагранжевой полевой теории элементарных частиц.

г) Ввиду широкого развития, которое получили в настоящее время групповые методы в теории частиц, учитывающей вновь открытые резононы, разумно выделить эти работы в особое направление, хорошо охарактеризованное в докладе д'Эспанья, переведенном в настоящем сборнике (*статья 13*).

Наибольшей популярностью из числа простых компактных групп пользуется сейчас группа SU_3 всех унитарных и унимодулярных матриц в комплексном 3-мерном пространстве. На ее базе строятся модели Сакаты и Гелл-Манна — Неемана.

Не давая динамической картины взаимодействий, это направление позволяет получить ценные сведения для общей классификации частиц и резононов [81].

§ 3. Основные идеи теории векторных компенсирующих полей

Перейдем к краткому изложению основных идей теории векторных компенсирующих полей или, как их иногда называют, полей

Янга — Миллса. В основе теории лежит идея динамической реализации законов сохранения изоспина, барионного числа и странности по аналогии с сохранением заряда — тока. Уравнение непрерывности

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j} = 0,$$

как известно, следует из максвелловских уравнений

$$\Box A_\mu = -j_\mu, \qquad \partial_\mu A_\mu = 0.$$

Ставится задача: установить уравнения новых векторных полей, порождаемых током плотности барионного заряда, а также токами странности и изоспина. Из этих уравнений должен, естественно, вытекать закон сохранения барионного заряда,

$$\frac{\partial j_0{}^{(B)}}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j}^{(B)} = 0$$

и два других аналогичных уравнения, выражающих сохранение странности или гиперзаряда.

Поскольку кванты новых векторных полей, по-видимому, должны обладать неисчезающими массами покоя, естественно, для них записать уравнения Клейна — Гордона с учетом источников. Например, в случае барионного заряда — тока будем иметь

$$\Box B_\mu^{(B)} - \mu_B^2 B_\mu^{(B)} = -j_\mu^{(B)}$$

с добавочными условиями

$$\partial_\mu B_\mu^{(B)} = -\mu_B \varphi,$$

$$\Box \varphi - \mu_B^2 \varphi = 0.$$

Эта система, как легко видеть, приводит к искомому закону сохранения

$$\partial_\mu j_\mu^{(B)} = 0.$$

С другой стороны, электромагнитное поле вводится не только как векторное, но вместе с тем и как компенсирующее, что позволяет обеспечить инвариантность лагранжиана L относительно калибровочных (фазовых) преобразований

$$\varphi \to \psi e^{i\alpha},$$

где ψ — волновые функции. При постоянных α отсюда, как известно, вытекает, согласно теореме Нетер, выражение для тока и закона его сохранения. Рассмотрим, однако, более общий случай, когда фаза α является функцией координат (т. е. когда она является локальной),

$$\alpha = \alpha(x, y, z, t).$$

Тогда в релятивистских уравнениях теории поля, которые все могут быть записаны как уравнения 1-го порядка,

$$\Gamma^\mu \partial_\mu \psi - m\psi = 0,$$

где Γ^μ — некоторые обобщенные матрицы (матрицы Дирака γ^μ, матрицы Кеммера — Дуффина β^μ и т. д.), возникнут члены с производными от фазы, нарушающие инвариантность уравнения или, соответственно, лагранжиана. Для устранения, или компенсации, этих членов необходимо ввести некоторое новое, компенсирующее (вообще говоря, векторное) поле; в случае обычного заряда — тока это будет векторное электромагнитное поле, характеризующееся вектор-потенциалом A_μ, которое одновременно должно преобразовываться градиентным образом

$$A_\mu \to A_\mu + \frac{\partial \alpha}{\partial x^\mu}.$$

Иначе говоря, мы переходим к замене обычной производной от волновой функции на компенсирующую

$$\partial_\mu \to \partial_\mu - ieA_\mu.$$

Глубокая идея Янга — Миллса, Ли, Сакураи, Утиямы, работы которых переведены в настоящем сборнике (*статьи 1—4, 14*), и ряда других авторов заключается в том, что параметры преобразований в изопространстве, приводящих к законам сохранения изоспина, барионного числа или странности, предполагаются теперь локальными, т. е. зависящими от координат обычного 4-пространства Минковского. Рассуждая аналогично предыдущему, мы приходим тогда к необходимости ввести три типа компенсирующих векторных полей, сопоставленных соответственным законам сохранения барионного числа, изоспина и гиперзаряда. Общая теория компенсирующих полей была разработана Утиямой, работа которого,однако, сперва не была учтена ни, например, Сакураи, ни в наших работах (с Бродским и Соколиком). Утияма получил общее выражение для компенсирующей производной в виде

$$\nabla_\mu Q^A = \frac{\partial Q^A}{\partial x^\mu} - T_\alpha{}^A{}_B Q^B A^\alpha{}_\mu,$$

где $T_\alpha{}^A{}_B$ — оператор соответствующей группы, а $A^\alpha{}_\mu$ — потенциал компенсирующего поля. Таким образом, мы видим, что «вектоны» оказались «компенсонами»!

Обобщая эти соображения, мы можем строить новые поля, переходя от постоянных параметров тех или иных групп преобразований к параметрам локализованным, зависящим от координат. Таким путем, например, была рассмотрена группа нейтринной калибровки Тушека — Салама

$$\psi \to e^{-i\gamma_5\alpha}\psi,$$

приводящая к сохранению «нейтринного заряда» [5]. На применении бщей теории к гравитации мы остановимся в § 4.

Основной эмпирический успех компенсационной теории заключается в том, что ряд резононов, по-видимому, действительно соответствует предсказанным и частью независимо открытым частицам подобного типа. К ним относятся прежде всего ω- и ϱ-резононы. Независимо от теории компенсирующих полей поиски этих частиц ранее подсказывались теорией электромагнитных формфакторов нуклона (Намбу, Фрэзер и Фулко, Чу, Стангелини, Фубини и др.) [71, 82—84]. Наряду с этим компенсационная векторная теория указывает, что резононы или вектоны будут играть существенную роль в ядерных силах. Ожидается короткодействующее отталкивание между двумя нуклонами, как частицами с одинаковыми барионными числами и одинаковыми гиперзарядами, в полной аналогии с законом Кулона. Возможно, что здесь кроется объяснение отталкивательной сердцевины барионов, которая обычно вводилась чисто феноменологически.

С другой стороны, возможно, что сильное притяжение между нуклонами и антинуклонами, предсказываемое настоящей теорией, как раз отвечает тенденциям образования π-мезонов в духе идей Ферми — Янга. Вместе с тем следует признать, что включение обычных π-мезонных ядерных сил Юкавы в компенсационную теорию встречает трудности. С новой точки зрения, π-мезоны являются вторичными частицами, а силы Юкавы приобретают несколько феноменологический характер по отношению к фундаментальным взаимодействиям, переносимым вектонами (т. е. резононами или «компенсонами»). В этой связи укажем на интересные исследования Бабикова (Дубна), который строит теорию масс ядер, учитывая как обычные мезонные, так и новые резононные взаимодействия [85].

Рассматривая связь нуклонов с вектонами (резононами) как первичную, Сакураи естественным образом приходит к представлению о превращении нуклона — антинуклона в резононы, которые в свою очередь распадаются на π-мезоны, что непосредственно приводит к объяснению бывшего ранее загадочным факта появления примерно пяти π-мезонов при аннигиляции. В статьях Сакураи и в других работах, переведенных в настоящем сборнике, можно найти дальнейшие эмпирические следствия и предсказания новой теории [86—88].

§ 4. Компенсационная трактовка гравитации

Следует подчеркнуть, что обычно речь идет, так сказать, о «локальной» теории частиц, а не о построении «естественной» картины строения материи во всем известном участке Вселенной, который, по всей видимости, расширяется и в котором по неизвестным еще причинам имеется резкая преимущественная концентрация основных частиц — нуклонов (протонов, нейтронов), образующих ядра, которые вместе с электронами дают атомы. Тем самым обычно молчаливо допускается, что космологические обстоятельства никак не влияют на структуру и поведение отдельных частиц. Иначе говоря, обычная теория сразу исключает, в частности, так называемые «маховские» эффекты, связанные с объяснением инерции тел влиянием масс Вселенной или с наличием возможной анизотропии массы, вызванной влиянием масс Галактики и т. д. Обычно исключалось из рассмотрения даже все гравитационное поле. Однако в последнее время становится все более очевидным, что при построении объединенной теории гравитационное поле (гравитоны) нельзя исключать из системы элементарных частиц (см. [89 — 100]). В пользу этого говорят хотя бы предсказываемые нами трансмутации обычной материи (например, электронов, позитронов, протонов, нейтрино и антинейтрино в гравитоны и обратно) (Иваненко — Соколов [101], Пийр, Владимиров [102], Коркина [103], Уилер [104], Брилл и др.). По замечанию Уилера, проблема подобных превращений материи в кривизну представляет собой один из наиболее фундаментальных вопросов космологии.

Кроме того, необходимо окончательно выяснить возможную роль гравитации в структуре элементарных частиц. Поэтому не удивительно, что в современных статьях по теории частиц все чаще учитываются вопросы гравитации и космологии. Это нашло отражение и в статьях настоящего сборника (Ли и Янг, Гелл-Манн, Сакураи). Далее, например, в работе Ли и Янга (*статья 2*) предсказывается некоторая поправка к закону тяготения Ньютона, обязанная новому векторному полю, порождаемому барионами, и оценивается величина константы связи барионов с новым полем. При этом существенно используются результаты классических экспериментов Этвеша, показавших равенство инертной и тяжелой масс с точностью до $2 \cdot 10^{-8}$.

Таким образом, закономерный быстрый рост интереса к проблемам гравитации, связанный с запуском искусственных спутников и замечательными полетами советских, а затем американских космонавтов, с запросами современной геологии, диктуется также самыми непосредственными запросами различных разделов физики элементарных частиц.

Поскольку теория компенсирующих полей обещает, как мы видели, дать трактовку ранее известных бозонов (фотонов, π- и K-мезонов) и ряда вновь открываемых резононов с единой точки зрения, то возникает естественный вопрос о возможности включить в эту схему и гравитационные поля, также имеющие бозонный характер. Общепризнанной базой трактовки гравитационного поля в настоящее время является эйнштейновская общая теория относительности (ОТО), согласно которой волновая функция гравитационного поля совпадает с метрическим тензором $g_{\mu\nu}$ риманова искривленного пространства. Уравнения поля гласят:

$$R_{\mu\nu}-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R+\Lambda g_{\mu\nu}=-\varkappa T_{\mu\nu},$$

где в правой части стоит источник поля в виде тензора плотности энергии всех видов обычной материи, притом взятых в гравитационном поле. Иначе говоря, уравнения гравитационного поля являются нелинейными, подобно полю Янга — Миллса, сопоставленному изоспину. При этом слабое поле $h_{\mu\nu}$,

$$g_{\mu\nu}=\delta_{\mu\nu}+h_{\mu\nu},$$

вполне аналогично полям обычной материи; ему сопоставляются кванты гравитации со спином 2. Как подчеркнул Картан, риманова геометрия, вообще говоря, соответствует максимальной неоднородности пространства — времени и в этом смысле ОТО не является обобщением специальной теории относительности, основывающейся на определенной группе, именно группе Лоренца. Основная идея компенсационной трактовки гравитационного поля состоит в локализации параметров лоренцова преобразования, т. е. в допущении, что эти параметры не постоянны во всем 4-пространстве, а являются функциями точки:

$$U'_{\mu}=a_{\mu}{}^{\nu}(x_{\lambda})\,U_{\nu}.$$

Тогда, повторяя рассуждения предыдущих параграфов и требуя инвариантности лагранжианов или соответственных уравнений, для компенсации членов типа $\partial a_{\mu}{}^{\nu}/\partial x^{\lambda}$ необходимо ввести некоторое компенсирующее поле, которое замечательным образом оказывается в основном совпадающим с гравитационным полем эйнштейновской ОТО! Компенсационная производная оказывается совпадающей с ковариантной производной римановой геометрии. Непосредственно можно проверить, что в важнейших частных случаях, например в случае уравнения Дирака и Клейна — Гордона, получаются правильные выражения для связи с гравитационным полем соответственно спинорного и псевдоскалярного (скалярного) полей. При этом Утияма (*статья 14*) рассматривал инфинитиземальные преобразования, тогда как в нашей работе [3], по предложению Г. А. Соколика, были использованы конечные преобразования.

Эти соображения были развиты Кибблом (*статья 15*) и Б. Н. Фроловым [5], которые со своей стороны рассмотрели локализацию уже неоднородной группы Лоренца, причем одновременно подвергались преобразованию не только функции поля, но и сами координаты. Характерным при этом является естественное введение тетрад (4-реперов, коэффициентов Ламе)

[105], а также использование формализма, аналогичного методу Палатини и связанного с независимыми вариациями по потенциалам и напряженностям поля.

Важно отметить, что при подобной трактовке источником обобщенного гравитационного поля является наряду с тензором энергии также тензор спинового момента. При этом мы довольно естественно можем перейти от риман-эйнштейновской теории к обобщенному пространству путем учета кручения, определяемого спиновыми членами. Вместе с тем компенсационная производная в общем случае также может включать члены, соответствующие кручению, обобщая тем самым риман-эйнштейновскую ковариантную производную (несимметричные части символов Кристоффеля) [106].

В этой связи отметим, что применение тетрадного формализма не только стимулирует разумное обобщение эйнштейновской ОТО, но может быть с пользой применено в рамках самого искривленного пространства (Мёллер [107], Плебаньский [108], Родичев [109]). Использование в качестве основных гравитационных компонент тетрад $h_\mu(\alpha)$, связанных с обычным метрическим потенциалом $g_{\mu\nu}$ соотношением

$$g_{\mu\nu} = h_\mu(\alpha)\, h_\nu(\alpha),$$

которые являются более элементарными и тем самым, вероятно, более фундаментальными объектами, приводит к естественному введению дополнительных условий, отличающихся от обычно применяемых в ОТО. На этом пути возникают надежды новой трактовки трудной проблемы энергии гравитационного поля, которая до самого последнего времени, несмотря на усилия многих авторов (Эйнштейн, Бергман, Белл, Арновит, Дэзер, Мизнер, Дирак, Зельманов, Мёллер, Мицкевич и др.), не получила убедительного решения. Наиболее элементарные объекты, именно спиноры и с необходимостью вводимые при их параллельном переносе тетрады, разумно взять за фундамент объединенной теории всей известной материи.

В данной связи отметим, что, как показал Родичев, параллельный перенос спиноров в закрученном пространстве по методу, развитому ранее для искривленного пространства (Фок — Иваненко [109, 110]), приведет без всяких пренебрежений к дополнительному нелинейному члену в уравнении Дирака для спиноров. При этом нелинейность оказывается псевдовекторного типа (который, согласно Гейзенбергу, наилучшим образом удовлетворяет различным требованиям инвариантности). Эта весьма интересная теорема Родичева, очевидно, дает геометрическую интерпретацию нелинейного спинорного уравнения, которое, как известно, является весьма перспективной базой построения объединенной теории материи. Таким образом, со всей осторожностью следует заключить, что учет кручения, сводящегося в частном случае к пространству абсолютного параллелизма (Мёллер, Родичев), представляется весьма желательным. Закрученное пространство рассматривалось еще ранее, в 20-х годах, Картаном, Эйнштейном и Вейценбеком, однако без учета спиноров и других характерных черт теории элементарных частиц, поэтому прежние попытки не привели к каким-либо физически разумным результатам.

Наше краткое введение мы можем закончить замечанием о том, что теория компенсирующих векторных полей уже сумела пролить свет на многие фундаментальные проблемы физики элементарных частиц и начала успешно интерпретировать сложный эмпирический материал в области частиц, резононов и атомных ядер. Несомненно, многие стороны компенсационного формализма будут играть немаловажную роль в будущей объединенной, более совершенной теории элементарных частиц.

Перевод статей 1, 2 и 4—15 выполнен Д. В. Беловым, статьи 3 — Н. В. Мицкевичем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lee T. D., Jang C. N., Phys. Rev., **119**, 1410 (1960).
2. Hill R. D., Sci. Amer. No. 1, 39 (1963).
3. Бродский А. М., Иваненко Д., Соколик Г. А., Доклад на IV Всесоюзной межвузовской конференции по физике элементарных частиц (Ужгород, 1961); ЖЭТФ, **41**, 1307 (1961); Acta Physica Hungarica, **14**, 21 (1962).
4. Соколик Г. А., ДАН СССР, **148**, № 3 (1963).
5. Фролов О. О., Доклад на IV Всесоюзной межвузовской конференции по физике элементарных частиц (Ужгород, 1961); Вестник МГУ (в печати).
6. Адамский В. Б., УФН **54**, 609 (1961).
7. Иваненко Д., Соколик Г. А., Nuovo Cimento, **6**, 226 (1957).
8. Бродский А. М., Иваненко Д., ДАН СССР, **120**, 995 (1958); Nucl. Phys., **13**, 447 (1959).
9. de-Broglie L. et al., Phys. Rev., **129**, 451 (1963).
10. de-Broglie L., Théorie generale des particules à spin (Méthode de fusion) 2 ed., Paris, 1954.
11. Katayama O. O., Vigier G. P., Yukawa H., Progr. Theor. Phys., **29**, 468 (1963).
12. Ne'eman O. O., Gauge, Groups and Invariant Theory of Strong Interaction. A Thesis submitted for the degree of Dr. Ph. of University of London. Israel Atomic Energy Commission, August, 1961.
13. Ne'eman O. O., Nucl. Phys., **30**, 347 (1962).
14. Cartan E., La théorie des groupes et la géometrie. L'Enseignment Mathematique, Paris 1927 (см. перевод в сборнике «Об основаниях геометрии», М., 1956).

15. Klein F., Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Vorschungen, Erlangen, 1872 (см. перевод в сборннке «Об основаниях геометрни», М., 1956).
16. Behrends R. E., Dreitlein I., Fronsdal C., Lee B. W., Rev. Mod., Phys., **32**, 477 (1960); 34, 1 (1962).
17. Иваненко Д., вступительная статья к сборннку «Нелинейная квантовая теория поля», ИЛ, 1959.
18. «Нелннейная квантовая теория поля», сборннк статей под ред. Д. Иваненко, ИЛ, 1959.
19. Глазко В. Б., Лерюст Д., Терлецкнй Я. П., Шушурин С. Ф., ЖЭТФ, **35**, 452 (1958).
20. Nambu N., Iones-Lasinio G., Phys. Rev., **122**, 345; **124**, 246 (1962).
21. Bludman S. A., Klein A., Broken Simmetries and Massless Particles, Preprint (1963).
22. Sakata S., Progr. Theor. Phys., **16**, 686 (1956).
23. Окунь Л., Лекцни по теорни снльных взаимодействий, препрннт ОИЯИ, Дубна, 1961.
24. «Новейшее развитие квантовой электродинамики», сборник статей под ред. Д. Иваненко, ИЛ, 1954.
25. Швебер С., Бете Г., Гофман Ф., Мезоны и поля, т. I, Поля; Бете Г. Гофман Ф., Мезоны и поля, т. II, Мезоны, ИЛ, 1957.
26. Умэдзава X., Квантовая теория поля, ИЛ, 1958.
27. Мэтьюс П., Релятивистская квантовая теория взаимодействий элементарных частиц, ИЛ, 1959.
28. Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В., Введение в теорню квантованных полей, М., 1957.
29. Соколов А. А., Введенне в квантовую электродинамнку, М., 1958.
30. Rzewuskii O. O., Field Theory, Warszawa, 1958, Pt. I.
31. Марков М. А., Гипероны и K-мезоны, М., 1958.
32. Проблемы современной теории элементарных частиц, № 2 (Труды III Всесоюзной межвузовской конференции по квантовой теорин полей и теорни элементарных частнц). Ужгород, 1959.
33. Roman R., Theory of Elementary Particles, Amsterdam, 1960.
34. Маршак Р., Сударшан Э., Введение в физнку элементарных частиц, ИЛ, 1962.
35. Смородинскнй Я. А., Элементарные частицы, Изд-во «Знание», М., 1962.
36. Соколов А. А., Элементарные частицы, Изд-во МГУ, М., 1963.
37. Вопросы физики элементарных частиц (Труды Второй весенней школы теоретической и экспериментальной физнки), Ереван, 1962 (см. также труды школ 1961 и 1963 гг.).
38. Querzoli R. et al., Quantum numbers of η-particle, Preprint, Frascati, 1962.

39. Mencuccini C., Querzoli R., Salvini G., Sielvestrini V., Rep. to Conference on High Energy Physics at CERN, 1962, Preprint, Frascati, 1962.
40. Button., Balbfleisch., Zyuch., Maglic B. C., Rosenfeld O. H., Stevenson M. L., Preprint UCRL—9814 (1900).
41. Minami S., Hugget R. W., Phys. Rev. Lett., **9**, 507 (1962).
42. Andersen C. M., Halprin A., Primakoff H., Phys. Rev. Lett., **9**, 512 (1962).
43. Chadwick G. B. et al., Phys. Rev. Lett., **10**, 62 (1963).
44. Veillet G. G. et al., Phys. Rev. Lett., **10**, 29 (1963).
45. Иваненко Д., Старцев А., УФН, **72**, 765 (1960).
46. Gell-Mann M., Symmetry Properties of Fields. Report to Solvay Conference, 1961 (Preliminary Version)., Preprint, California Institute of Technology, Pasadena, Cal., 1961.
47. Araki H., Hepp K., Ruelle D., Helv. Phys. Acta, **35**, 164 (1961).
48. Borchers H. J., Nuovo Cimento, **15**, 784 (1960).
49. Dyson F. J., Phys. Rev., **110**, 579 (1958).
50. Epstein H., Preprint CERN, Aout, 1961.
51. Glaser V., Lehman H., Zimmermann W., Nuovo Cimento, **6**, 1122 (1957).
52. Greenberg O. W., Princeton thesis, 1956.
53. Haag R., Kgl. Danske Videnskab Selskab, Mat-Fys. Medd., **29**, No. 12 (1955); Nuovo Cimento, **14**, 131 (1960).
54. Haag R., Schroer B., Journ. of Math. Phys., **3**, No. 2 (1962).
55. Hagedorn R., Preprint CERN 61-6 (1961).
56. Hall D., Princeton thesis, 1956.
57. Hall D., Wightman A. S., Dan. Mat.-Fys. Medd., **31**, No. 5 (1957).
58. Yang C. N., Feldman D., Phys. Rev., **79**, 972 (1950).
59. Jost R., Helv. Phys. Acta, **30**, 409 (1957); Problemes mathématiques de la théorie quantique des champs, «Colloque de Lille» 1957, CNRS 1959.
60. Kallen A. O. G., Ark. Fys., **2**, 371 (1950); Relations de dispersion et particules élémentaires, Paris, 1960.
61. Lehman H., Symanzik K., Zimmermann W., Nuovo Cimento, **1**, 205 (1955).
62. Lueders G., Kgl. Danske. Videnskab Selskab Mat-fys. Medd., **28**, No. 5 (1954).
63. Паули В., «Нильс Бор и развитие физики», сборник статей под ред. В. Паули, ИЛ, 1958.
64. Ruelle D., Helv. Phys. Acta, **35**, 147 (1962).
65. Schmidt O. W., Baumann K., Nuovo Cimento, **4**, 860 (1956).
66. Wightman A. S., Phys. Rev., **101**, 860 (1956); Cours à l'Université de Paris (1957); «Colloque de Lille» 1957, CNRS 1959; Ecole d'Eté de Trieste, 1962.

67. Широков Ю. М., ЖЭТФ, **44**, 203 (1963).
68. Stapp H. P., Rev. Mod. Phys., 34, 330 (1962).
69. Capella A., Thèse, Paris, 1963.
70. «Новый метод в теории сильных взаимодействий», сборник статей под ред. и со вступительной статьей А. М. Бродского, ИЛ, 1960.
71. Fraser W. R., Fulco G. R., Phys. Rev. Lett., **2**, 365 (1959); Phys. Rev., **117**, 1609 (1960).
72. Regge T., Nuovo Cimento, **14**, 951 (1959); **18**, 947 (1960). (Перевод см. в сборнике[1]) «Теория сильных взаимодействий при больших энергиях», ИЛ, 1963, стр. 55).
73. Bottino A., Longoni A. M., Regge T., Nuovo Cimento, **23**, 954 (1960). (см. ТСВ, стр. 66).
74. Домокош Г., препринт ОИЯИ, Дубна, 1962; ЖЭТФ, **42**, 538 (1962).
75. Froissart M., Phys. Rev., **123**, 1053 (1961). (см. ТСВ, стр. 137).
76. Chew G. F., Frautschi S. C., Phys. Rev. Lett., **5**, 580 (1960); **7**, 394 (1961); **8**, 41 (1962); Phys. Rev., **123**, 1478 (1961). (см. ТСВ, стр. 150).
77. Chew G. F., Frautschi S. C., Mandelstam S., Phys. Rev., **126**, 1202 (1962). (см. ТСВ, стр. 176).
78. Gell-Mann M., Goldberger M. L., Phys. Rev. Lett., **9**, 275 (1962); **10**, 39 (1963).
79. Грибов В., ЖЭТФ, **41**, 667 (1961).
80. Файнберг Е. Л., Померанчук И., Nuovo Cimento (Suppl.) **III**, 652 (1956).
81. Ломсадзе Ю. М., Теоретико-групповое введение в теорию элементарных частиц, М., 1962.
82. Nambu J., Phys. Rev., **106**, 1366 (1957).
83. Chew G. F., Phys. Rev. Lett., **4**, 142 (1960); Rev. Mod. Phys., **33**, 467 (1961).
84. Bergia S., Stanghellini A., Fubini S., Villi C., Phys. Rev. Lett., **6**, 367 (1961). (Перевод см. в книге С. Д. Дрелла и Ф. Захариазена «Электромагнитная структура нуклонов», ИЛ, 1962).
85. Бабиков В. В., препринт ОИЯИ, Д-1128, Дубна, 1962; Доклад на IV всесоюзной межвузовской конференции по физике элементарных частиц (Ужгород, 1961).
86. Namby Y., Sakurai J. J., Phys. Rev. Lett., **9**, 79 (1962).
87. Glashow G., Sakurai J. J., Nuovo Cimento, **25**, 337 (1962).
88. Duerr H. P., Heisenberg W., Quantum Numbers of ω-meson, Preprint, München, 1961.
89. «Новейшие проблемы гравитации», сборник статей под ред. и со вступительной статьей Д. Иваненко, ИЛ, 1961.
90. Уилер Дж., Гравитация нейтрино и вселенная (под ред. и со вступительной статьей Д. Иваненко), ИЛ, 1962.

[1]) Этот сборник в дальнейшем для краткости цитируется как ТСВ. —*Прим. ред.*

91. Синг Дж., Общая теория относительности (под ред. А. З. Петрова), ИЛ, 1963.

92. Петров А. З., Пространства Эйнштейна, М., 1961.

93. Фок В. А., Теория пространства, времени и тяготения, 2-е изд., М., 1961.

94. Вебер Дж., Общая теорня относительностн и гравнтацнонные волны (под ред. и со вступительной статьей Д. Иваненко), ИЛ, 1962.

95. Инфельд Л., Плебаньский Е., Движенне и релятнвизм (под ред. н со вступительной статьей Д. Иваненко), ИЛ, 1962.

96. Тезнсы и программа Первой Советской гравнтацнонной конференцнн, М., 1961.

97. Les théories relativistes de la gravitation (Colloques internationaux du centre national de la recherche scientifique, Royaumon 1959).

98. Witten L., Gravitation: An Introduction to Current Research, New-York — London, 1962.

99. Мак-Витти Т., Общая теория относнтельностн н космологня (под ред. В. В. Судакова), ИЛ, 1961.

100. Jordan P., Schwerkraft und Weltfall, 2 Auflag, Braunschweig, 1955.

101. Иваненко Д., Соколов А., Квантовая теория поля, М., 1959, стр. 650; Классическая теорня поля, М., 1955.

102. Владнмиров Ю. С., ЖЭТФ, 43, 89 (1962); 45, 251 (1963).

103. Коркнна М. А., Украннский физический журнал, 5, 762 (1960).

104. Wheeler T. A., The Universe in the Light of General Relativity, The Monist, 7, No. I (1962).

105. Румер Ю. Б., Исследовання по 5-оптнке, М., 1956, гл. 5.

106. Родичев В. И., ЖЭТФ, 40, 1469 (1961); Известня Вузов, сер. физика, № 6, 118 (1961).

107. Møller C., Доклад на IV Международной гравнтационной конференцнн, Варшава, 1962.

108. Plebansky E., Доклад на IV Международной гравитацнонной конференцин, Варшава, 1962.

109. Роднчев В. И., Теория тяготення Эйнштейна в представленнн ортогональных реперов (автореферат днссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук), М., 1963.

110. Фок В. А., Иваненко Д. Д., Phys. Zs., 30, 648 (1929); Compt. Rend., 188, 1470 (1929).

111. Фок В. А. Zs. f. Phys., 57, 216 (1929).

112. Наумов А., Доклад на V Всесоюзной межвузовской конференции по элементарным частицам (Ужгород, 1963).

113. De Witt., Preprint, Inst. of Field Physics, North California. 1963.

114. Theoretical Physics, Wienna, 1963.

1. СОХРАНЕНИЕ ИЗОТОПИЧЕСКОГО СПИНА И ИЗОТОПИЧЕСКАЯ КАЛИБРОВОЧНАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ

Ч. ЯНГ и Р. МИЛЛС

C. N. Yang, R. L. Mills, Phys. Rev., 96, 191 (1954)

Мы отмечаем, что обычный принцип инвариантности относительно вращений изотопического спина не совместим с концепцией локализованных полей. В связи с этим исследуется возможность инвариантности относительно локальных вращений изотопического спина. Это приводит к формулировке принципа изотопической калибровочной инвариантности и к существованию некоторого поля $\mathfrak{b}$, которое находится в такой же связи с изотопическим спином как электромагнитное поле связано с электрическим зарядом. Поле $\mathfrak{b}$ удовлетворяет нелинейным дифференциальным уравнениям. Квантами поля $\mathfrak{b}$ являются частицы со спином 1, с изотопическим спином 1 и электрическим зарядом $\pm e$ или 0.

1. Введение

Сохранение изотопического спина — концепция, которая в последние годы много дискутируется. Исторически параметр изотопического спина был впервые введен Гейзенбергом [1] в 1932 г. для описания двухзарядовых состояний нуклона (а именно, нейтронного и протонного). К идее о том, что нейтрон и протон соответствуют двум состояниям одной и той же частицы, приводили в то время факт приблизительного равенства их масс и то обстоятельство, что легкие стабильные четные ядра содержат эти частицы в одинаковом количестве. Затем в 1936 г. Брейт, Кондон и Презент [2] установили приблизительную тождественность *pp*- и *np*-взаимодействий в ^1S-состоянии[1]). Естественно было предположить, что эта тождественность имеет место также и для других состояний, в которых могут находиться *np*- и *pp*-системы. Это допущение приводило к понятию полного изотопического спина[2]), который сохраняется при нуклон-нуклонных взаимодействиях. Экспериментальные исследования по уровням легких ядер, проведенные в последние годы [6, 7], решительно свидетельствовали о правильности этого допущения. Как следствие отсюда вытекало, что все сильные взаимодействия, такие, как π-мезон-нуклонное, также должны удовлетворять этому закону сохранения. То обстоятельство, что существует три зарядовых состояния

---

[1]) Швингер [3] показал, что небольшое различие между этими взаимодействиями можно отнести за счет магнитных взаимодействий.

[2]) Впервые полный изотопический спин был введен в работах [4, 5].

π-мезона и что π-мезоны могут быть связаны с нуклонным полем *каждый по отдельности*, приводило к заключению, что π-мезоны имеют изотопический спин, равный 1. Это заключение нашло свое непосредственное подтверждение в эксперименте Гильдебранда [8], сравнившего дифференциальное поперечное сечение процесса $n+p \rightarrow \pi^0+d$ с ранее измеренным сечением процесса $p+p \rightarrow \pi^+ + d$.

Сохранение изотопического спина тождественно требованию инвариантности всех взаимодействий относительно вращений изотопического спина. Это означает, что в тех случаях, когда электромагнитными взаимодействиями можно пренебречь (что мы и будем предполагать в дальнейшем), ориентация изотопического спина не имеет физического значения. В этом случае различение протона и нейтрона становится чисто произвольным. Однако, как обычно, подразумевают, что этот произвол ограничен следующим условием: как только сделан выбор, что называть протоном, а что нейтроном в одной точке пространства—времени, свобода выбора в других пространственно-временны́х точках пропадает.

Как нам представляется, такое положение не совместимо с концепцией локализованного поля, лежащей в основе обычных физических теорий. В настоящей работе исследуется возможность ввести требование, чтобы все взаимодействия были инвариантными относительно *независимых* вращений изотопического спина во всех точках пространства—времени, так что относительная ориентация изотопического спина в двух точках простанства — времени теряет смысл (если пренебречь электромагнитным полем).

Мы хотим подчеркнуть, что весьма сходная ситуация имеет место в отношении обычной калибровочной инвариантности заряженного поля, которое описывается комплексной волновой функцией ψ. Изменение калибровки [9] означает изменение фазового множителя $\psi \rightarrow \psi'$, $\psi' = (\exp i\alpha)\psi$, т. е. изменение, не приводящее к каким-либо физическим следствиям. Так как ψ может зависеть от x, y, z, t, то относительный фазовый множитель функции ψ в двух различных пространственно-временны́х точках совершенно произволен. Иными словами, произвол в выборе фазового множителя имеет локальный характер.

Мы определяем *изотопическую калибровку* как произвол в выборе ориентации оси изотопического спина во всех точках пространства — времени по аналогии с электромагнитной калибровкой, которая представляет собой произвол в выборе комплексного фазового множителя заряженного поля во всех точках пространства — времени. Мы предполагаем далее, что все физические процессы (не затрагивающие электромагнитного поля) инвариантны относительно изотопического калибровочного преобразования

$\psi \to \psi'$, $\psi' = S^{-1}\psi$, где S представляет собой вращение изотопического спина, зависящее от выбора точки в пространстве — времени.

Что касается способа обеспечения инвариантности, то следует заметить, что в электродинамике для компенсации изменения α с изменением x, y, z, t возникает необходимость вводить электомагнитное поле A_μ, которое преобразуется при калибровочном преобразовании по закону

$$A'_\mu = A_\mu + \frac{1}{e}\frac{\partial \alpha}{\partial x_\mu}.$$

Совершенно аналогичным образом мы вводим в случае изотопического калибровочного преобразования некоторое поле B, чтобы скомпенсировать зависимость S от x, y, z, t. Как будет видно из дальнейшего, это естественное обобщение допускает очень небольшой произвол. Уравнения поля, которым удовлетворяют 12 независимых компонент поля B (последние мы будем называть $\mathbf{b}$-полем), и взаимодействие этих компонент с любым полем, имеющим изотопический спин, по существу определяются требованием калибровочной инвариантности аналогично тому, как это происходит в случае свободного электромагнитного поля и его взаимодействия с заряженными полями.

В двух последующих пунктах будет дана математическая формулировка изложенной выше идеи изотопической калибровочной инвариантности. Затем мы перейдем к квантованию уравнений для поля $\mathbf{b}$. В последнем пункте обсуждаются свойства квантов поля $\mathbf{b}$.

2. Изотопическое калибровочное преобразование

Пусть ψ — двухкомпонентная волновая функция, описывающая некоторое поле с изотопическим спином $^1/_2$. При изотопическом калибровочном преобразовании она преобразуется по закону

$$\psi = S\psi', \tag{1}$$

где S — унитарная 2×2-матрица с определителем, равным 1. В соответствии с изложенным в предыдущем пункте потребуем по аналогии со случаем электромагнитного поля, чтобы все производные функции ψ появлялись в следующей комбинации:

$$(\partial_\mu - i\varepsilon B_\mu)\,\psi.$$

Здесь B_μ представляют собой 2×2-матрицы[1]), из которых три эрмитовы ($\mu = 1, 2, 3$) и B_4 антиэрмитова. Требование инвариантности гласит:

$$S(\partial_\mu - i\varepsilon B'_\mu)\,\psi' = (\partial_\mu - i\varepsilon B_\mu)\,\psi. \tag{2}$$

[1]) Мы принимаем $\hbar = c = 1$ и $x_4 = it$. Жирным шрифтом обозначаются векторы в изотопическом, а не в обычном пространстве — времени.

Объединяя (1) и (2), получаем изотопическое калибровочное преобразование для B_μ:

$$B'_\mu = S^{-1}B_\mu S + \frac{i}{\varepsilon} S^{-1} \frac{\partial S}{\partial x_\mu}. \tag{3}$$

Последний член подобен градиентному члену в калибровочном преобразовании электромагнитных потенциалов. По аналогии с процедурой получения калибровочно инвариантных напряженностей поля в электромагнитном случае вводим определение

$$F_{\mu\nu} = \frac{\partial B_\mu}{\partial x_\nu} - \frac{\partial B_\nu}{\partial x_\mu} + i\varepsilon (B_\mu B_\nu - B_\nu B_\mu). \tag{4}$$

Используя (3), легко показать, что при изотопическом калибровочном преобразовании величины $F_{\mu\nu}$ преобразуются по закону [1])

$$F'_{\mu\nu} = S^{-1}F_{\mu\nu}S. \tag{5}$$

Другие простые функции величин B, отличные от (4), не обладают такими простыми трансформационными свойствами.

Изложенный выше ход рассуждений можно применить к любому полю ψ с произвольным изотопическим спином. Для этого нужно лишь использовать другие S-представления вращений в 3-мерном пространстве. Разумно предположить, что различные поля с одинаковыми полными изотопическими спинами, т. е. принадлежащие к одному представлению S, взаимодействуют с одним и тем же матричным полем B_μ. (Это аналогично тому обстоятельству, что электромагнитное поле одинаковым образом взаимодействует со всеми заряженными частицами независимо от их природы. Если бы различные поля взаимодействовали с различными и независимыми полями B, то существовали бы другие законы сохранения, помимо сохранения полного изотопического спина.) Чтобы найти более явную форму для полей B и установить связь между B_μ, соответствующими различным представлениям S, поступим следующим образом.

Уравнение (3) справедливо для любого S и соответствующих ему B_μ. Далее, матрица $S^{-1}\partial S/\partial x_\mu$, входящая в уравнение (3), представляет собой линейную комбинацию T^i ($i = 1, 2, 3$) — матриц

---

[1]) *Замечание в корректуре.* Может показаться, что B_μ вводятся просто как некоторые вспомогательные величины, чтобы обеспечить инвариантность, и что нет необходимости рассматривать их сами по себе как полевые переменные. Но здесь следует подчеркнуть, что такая процедура нарушает принцип инвариантности. Всякую величину, не являющуюся чисто числовой (например, 2, или M, или любое определенное представление матриц γ), следует рассматривать как динамическую переменную и варьировать в лагранжиане для получения соответствующего уравнения движения. Таким образом, величины B_μ следует понимать как независимые поля.

«углового момента» изотопического спина, которые соответствуют изотопическому спину рассматриваемого поля ψ. Следовательно, сами B_μ также содержат линейную комбинацию матриц T^i. Но любая часть B_μ, добавленная к этой, например $\overline{B}_\mu$, представляет собой скалярную или тензорную комбинацию величин T и должна преобразовываться при помощи однородной части уравнения (3): $\overline{B}'_\mu = S^{-1}\overline{B}_\mu S$. Такое поле является посторонним; его допускает принятая нами общая форма для поля B, но оно не имеет отношения к изотопической калибровке. Итак, существенная для нас часть поля B имеет вид

$$B_\mu = 2\mathbf{b}_\mu \cdot \mathbf{T}. \tag{6}$$

(Жирные символы обозначают трехкомпонентные векторы в изотопическом пространстве.) Чтобы связать $\mathbf{b}_\mu$, соответствующие различным представлениям, рассмотрим теперь произведение представлений $S = S^{(a)}S^{(b)}$. Поле B для этой комбинации преобразуется, согласно (3), по формуле

$$B'_\mu = [S^{(b)}]^{-1}[S^{(a)}]^{-1} B_\mu S^{(a)}S^{(b)} + \frac{i}{\varepsilon}[S^{(a)}]^{-1}\frac{\partial S^{(a)}}{\partial x_\mu} + \frac{i}{\varepsilon}[S^{(b)}]^{-1}\frac{\partial S^{(b)}}{\partial x_\mu}.$$

Но сумма $B_\mu^{(a)}$ и $B_\mu^{(b)}$ полей B, соответствующих $S^{(a)}$ и $S^{(b)}$, преобразуется в точности таким же образом; следовательно,

$$B_\mu = B_\mu^{(a)} + B_\mu^{(b)}$$

(плюс возможные члены, которые преобразуются с помощью однородной части (3) и поэтому несущественны, в силу чего и не будут учитываться). Разлагая $S^{(a)}S^{(b)}$ на неприводимые представления, можно видеть, что 12-компонентное поле $\mathbf{b}_\mu$ в уравнении (6) — одно и то же для всех представлений.

Таким образом, чтобы получить взаимодействие между полем ψ произвольного изотопического спина и полем $\mathbf{b}$, следует просто заменить градиент ψ на

$$(\partial_\mu - 2i\varepsilon\mathbf{b}_\mu \cdot \mathbf{T})\psi, \tag{7}$$

где T^i ($i = 1, 2, 3$), согласно данному выше определению, — матрицы «углового момента» изотопического спина для поля ψ.

Заметим, что девять компонент $\mathbf{b}_\mu$ ($\mu = 1, 2, 3$) вещественны, а три компоненты $\mathbf{b}_4$ чисто мнимы. Ковариантные относительно изотопической калибровки полевые величины $F_{\mu\nu}$ можно выразить через $\mathbf{b}_\mu$:

$$F_{\mu\nu} = 2\mathbf{f}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{T}, \tag{8}$$

где

$$\mathbf{f}_{\mu\nu} = \frac{\partial \mathbf{b}_\mu}{\partial x_\nu} - \frac{\partial \mathbf{b}_\nu}{\partial x_\mu} - 2\varepsilon\mathbf{b}_\mu \times \mathbf{b}_\nu. \tag{9}$$

Величины $\mathbf{f}_{\mu\nu}$ преобразуются как компоненты вектора при изотопическом калибровочном преобразовании. Очевидно, одни и те же $\mathbf{f}_{\mu\nu}$ взаимодействуют со всеми полями ψ безотносительно к представлению S, к которому относится ψ.

Соответствующее преобразование величин $\mathbf{b}_\mu$ довольно громоздко. Однако необходимо изучить лишь инфинитиземальные изотопические калибровочные преобразования

$$S = 1 - 2i\mathbf{T}\delta\boldsymbol{\omega}.$$

Для них

$$\mathbf{b}'_\mu = \mathbf{b}_\mu + 2\mathbf{b}_\mu \times \delta\boldsymbol{\omega} + \frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial}{\partial x_\mu}\delta\boldsymbol{\omega}. \qquad (10)$$

3. Уравнения поля

Чтобы записать уравнения для поля $\mathbf{b}$, очевидно, желательно использовать только величины, инвариантные относительно изотопических калибровочных преобразований. По аналогии со случаем электромагнитного поля запишем следующую плотность лагранжиана[1]):

$$-\frac{1}{4}\mathbf{f}_{\mu\nu}\cdot\mathbf{f}_{\mu\nu}.$$

Так как включение поля с изотопическим спином $1/2$ служит хорошей иллюстрацией и не слишком усложняет дело, используем следующую полную плотность лагранжиана:

$$\mathscr{L} = -\frac{1}{4}\mathbf{f}_{\mu\nu}\cdot\mathbf{f}_{\mu\nu} - \bar{\psi}\gamma_\mu(\partial_\mu - i\varepsilon\boldsymbol{\tau}\cdot\mathbf{b}_\mu)\psi - m\bar{\psi}\psi. \qquad (11)$$

Отсюда получаются следующие уравнения движения:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \mathbf{f}_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} + 2\varepsilon(\mathbf{b}_\nu \times \mathbf{f}_{\mu\nu}) + \mathbf{J}_\mu = 0, \\ &\gamma_\mu(\partial_\mu - i\varepsilon\boldsymbol{\tau}\cdot\mathbf{b}_\mu)\psi + m\psi = 0, \end{aligned} \qquad (12)$$

где

$$\mathbf{J}_\mu = i\varepsilon\bar{\psi}\gamma_\mu\boldsymbol{\tau}\psi. \qquad (13)$$

Дивергенция $\mathbf{J}_\mu$ не обращается в нуль. Вместо этого, как легко показать из (13), имеем

$$\frac{\partial \mathbf{J}_\mu}{\partial x_\mu} = -2\varepsilon\mathbf{b}_\mu \times \mathbf{J}_\mu. \qquad (14)$$

---

[1]) По повторяющимся индексам подразумевается суммирование, если явно не оговорено противное. Латинские индексы пробегают значения от 1 до 3; греческие — от 1 до 4.

Если, однако, определить величину

$$\mathfrak{J}_\mu = \mathbf{J}_\mu + 2\varepsilon \mathbf{b}_\nu \times \mathbf{f}_{\mu\nu}, \tag{15}$$

то (12) приводит к уравнению непрерывности

$$\frac{\partial \mathfrak{J}_\mu}{\partial x_\mu} = 0. \tag{16}$$

Здесь $\mathfrak{J}_{1,2,3}$ и $\mathfrak{J}_4$ представляют собой соответственно плотность тока изотопического спина и плотность изотопического спина системы. Уравнение непрерывности обеспечивает независимость полного изотопического спина

$$\mathbf{T} = \int \mathfrak{J}_4 \, d^3x$$

от времени и его лоренц-инвариантность относительно преобразования Лоренца. Важно заметить, что $\mathfrak{J}_\mu$, как и $\mathbf{b}_\mu$, не преобразуется в точности как вектор при вращениях изотопического спина. Полный же изотопический спин

$$\mathbf{T} = -\int \frac{\partial \mathbf{f}_{4i}}{\partial x_i} \, d^3x$$

является интегралом от дивергенции величины $\mathbf{f}_{4i}$, которая преобразуется как истинный вектор при вращениях изотопического спина. Поэтому при общем изотопическом колибровочном преобразовании, если $S \to S_0$ на бесконечно большой сфере, $\mathbf{T}$ будет преобразовываться как вектор изотопического спина.

Определение (15) показывает, что изотопический спин обусловлен как полем спина $^1/_2$ ($\mathbf{J}_\mu$), так и самим полем $\mathbf{b}_\mu$. Поэтому коль скоро изотопический спин является источником поля $\mathbf{b}$, уравнения для поля $\mathbf{b}$ оказываются нелинейными даже в отсутствие поля спина $^1/_2$. Такая ситуация отличается от случая электромагнитного поля, которое само не имеет заряда и, следовательно, удовлетворяет линейным уравнениям в отсутствие заряженного поля.

Гамильтониан, получаемый из (11), как легко показать, положительно определен в отсутствие поля с изотопическим спином $^1/_2$. Доказательство проводится совершенно аналогично тому, как это делается в электродинамике.

Уравнения движения (12) и (13) следует дополнить добавочным условием

$$\frac{\partial \mathbf{b}_\mu}{\partial x_\mu} = 0, \tag{17}$$

которое служит для устранения скалярной части в поле $\mathbf{b}_\mu$. Это, очевидно, налагает некоторое условие на возможные изотопические калибровочные преобразования. А именно, инфинитиземальное изотопическое калибровочное преобразование $S = 1 - i\boldsymbol{\tau}\cdot\delta\boldsymbol{\omega}$ должно удовлетворять следующему условию:

$$2\mathbf{b}_\mu \times \frac{\partial}{\partial x_\mu}\,\delta\boldsymbol{\omega} + \frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial^2}{\partial x_\mu^2}\,\delta\boldsymbol{\omega} = 0. \tag{18}$$

Это — аналог уравнения $\partial^2\alpha/\partial x_\mu^2 = 0$, которому должно удовлетворять калибровочное преобразование $A'_\mu = A_\mu + e^{-1}(\partial\alpha/\partial x_\mu)$ электромагнитного поля.

4. Квантование

При квантовании не удобно использовать изотопически калибровочно инвариантную плотность лагранжиана (11). Это обстоятельство совершенно аналогично соответствующей ситуации в электродинамике, и мы, придерживаясь обычного приема, будем использовать заведомо калибровочно неинвариантную плотность лагранжиана

$$\begin{aligned}\mathscr{L} = &-\frac{1}{2}\frac{\partial\mathbf{b}_\mu}{\partial x_\nu}\frac{\partial\mathbf{b}_\mu}{\partial x_\nu} + 2\varepsilon(\mathbf{b}_\mu\times\mathbf{b}_\nu)\frac{\partial\mathbf{b}_\mu}{\partial x_\nu} - \\ &-\varepsilon^2(\mathbf{b}_\mu\times\mathbf{b}_\nu)^2 + \mathbf{J}_\mu\cdot\mathbf{b}_\mu - \overline{\psi}(\gamma_\mu\partial_\mu + m)\psi,\end{aligned} \tag{19}$$

Как легко показать, уравнения движения, получающиеся из этой плотности лагранжиана, имеют вид

$$\frac{\partial^2}{\partial x_\nu^2}\mathbf{a} + 2\varepsilon\mathbf{b}_\nu \times \frac{\partial}{\partial x_\nu}\mathbf{a} = 0,$$

где

$$\mathbf{a} = \frac{\partial\mathbf{b}_\mu}{\partial x_\mu}.$$

Таким образом, если положить в соответствии с (17) $\mathbf{a} = 0$ и $\partial\mathbf{a}/\partial t = 0$ на какой-либо одной пространственноподобной поверхности, то отсюда следует, что равенство $\mathbf{a} = 0$ будет иметь место для всех моментов времени. Используя это добавочное условие, нетрудно убедиться, что уравнения поля, вытекающие из плотностей лагранжиана (19) и (11), тождественны.

Применим канонический метод квантования для плотности лагранжиана (19). Определив

$$\mathbf{\Pi}_\mu = -\frac{\partial\mathbf{b}_\mu}{\partial x_4} + 2\varepsilon(\mathbf{b}_\mu\times\mathbf{b}_4),$$

получим перестановочные соотношения для одинаковых моментов времени

$$[b_\mu^{\,i}(x), \Pi_\nu^{\,j}(x')]_{t=t'} = -\delta_{ij}\delta_{\mu\nu}\delta^3(x-x'), \tag{20}$$

где b^i_μ $(i=1, 2, 3)$ представляют собой три компоненты $\mathbf{b}_\mu$. Релятивистская инвариантность этих перестановочных соотношений следует из общей схемы канонических методов квантования, данной Гейзенбергом и Паули [10].

Благодаря дополнительному условию гамильтонианы, получаемые из (19) и (11), оказываются тождественными. Плотность гамильтониана имеет вид

$$H = H_0 + H_{int},$$

$$H_0 = -\frac{1}{2}\mathbf{\Pi}_\mu\cdot\mathbf{\Pi}_\mu + \frac{1}{2}\frac{\partial \mathbf{b}_\mu}{\partial x_j}\frac{\partial \mathbf{b}_\mu}{\partial x_j} + \bar{\psi}(\gamma_j\partial_j + m)\psi, \tag{21}$$

$$H_{int} = 2\varepsilon(\mathbf{b}_i\times\mathbf{b}_4)\cdot\mathbf{\Pi}_i - 2\varepsilon(\mathbf{b}_\mu\times\mathbf{b}_j)\frac{\partial \mathbf{b}_\mu}{\partial x_j} + \varepsilon^2(\mathbf{b}_i\times\mathbf{b}_j)^2 - \mathbf{J}_\mu\cdot\mathbf{b}_\mu.$$

Квантованная форма добавочного условия такая же, как в квантовой электродинамике.

5. Свойства b-квантов

Кванты поля b имеют, очевидно, обычный и изотопический спины, равные 1. Мы знаем также их электрический заряд, поскольку все взаимодействия, которые мы допускаем, должны удовлетворять закону сохранения электрического заряда, который является точным законом. Два состояния нуклона, а именно: протон и нейтрон, отличаются на заряд 1. Так как они могут превращаться друг в друга, испуская или поглощая b-квант, то последний должен иметь три зарядовых состояния с зарядами ± 1 и 0. Всякое измерение электрических зарядов, разумеется, связано с привлечением электромагнитного поля, что неизбежно вводит преимущественное направление в изотопическом пространстве во всех пространственно-временных точках. Выбирая изотопическую калибровку таким образом, чтобы это преимущественное направление совпадало с осью z в изотопическом пространстве, мы видим, что для нуклонов

$$Q = \text{Электрический заряд} = e\left(\frac{1}{2} + \varepsilon^{-1}T^z\right)$$

и для b-квантов

$$Q = \frac{e}{\varepsilon}T^z.$$

В этом случае взаимодействие (7) определяет с точностью до аддитивной постоянной электрический заряд для всех полей с произвольным изотопическим спином

$$Q = e(\varepsilon^{-1}T^z + R). \tag{22}$$

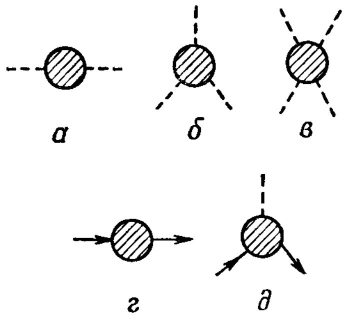
Константы R для двух зарядово-сопряженных полей должны быть равны по величине и противоположны по знаку [11].

Перейдем к вопросу о массе $\mathfrak{b}$-кванта, на который пока нет удовлетворительного ответа. То обстоятельство, что в отсутствие нуклонного поля лагранжиан не содержит величин с размерностью массы, можно рассматривать как аргумент, свидетельствующий о равенстве нулю массы $\mathfrak{b}$-кванта. Однако этот аргумент не вполне убедителен, поскольку, подобно всем полевым теориям, случай поля $\mathfrak{b}$ изобилует расходимостями, и соображения размерности не являются достаточными.

Можно, конечно, попытаться применить к полю $\mathfrak{b}$ методы обращения с бесконечностями, развитые в квантовой электродинамике. Для нашего случая наиболее подходящим является метод Дайсона [12]. Прежде всего нужно перейти к представлению взаимодействия, в котором вектор состояния Ψ удовлетворяет уравнению

Фиг. 1. Элементарные вершины для $\mathfrak{b}$-полей и нуклонных полей.

Пунктирные линии относятся к $\mathfrak{b}$-полю, а сплошные линии со стрелками—к нуклонному полю.



Фиг. 2. Элементарные расходимости.

$$i\,\frac{\partial\Psi}{\partial t}=H_{\mathrm{int}}\Psi,$$

где H_{int} определяется уравнением (21). Тогда матричные элементы матрицы рассеяния можно построить как вклады диаграмм Фейнмана. Эти диаграммы имеют вершинные части трех элементарных типов, показанных на фиг. 1, в отличие от квантовой электродинамики, в которой существуют вершинные части только одного типа. Однако число «примитивных расходимостей» конечно; они изображены на фиг. 2 Одна из них, обозначенная буквой *а*, реализует функцию распространения $\mathfrak{b}$-кванта, а ее сингулярность определяет массу $\mathfrak{b}$-кванта. В электродинамике, опираясь на требование сохранения электрического заряда [13], можно показать, что масса фотона равна нулю. Соответствующего доказательства для случая поля $\mathfrak{b}$ не существует[1]), несмотря на то что имеет место сохранение изотопического спина. Следовательно, мы ничего не можем сказать о массе $\mathfrak{b}$-кванта.

Какие-либо заключения о массе $\mathfrak{b}$-кванта очень важны, чтобы выяснить, не противоречит ли предполагаемое существование поля $\mathfrak{b}$ экспериментальным данным. Так, например, противоречие с имеющимися данными наблюдений возникло бы, если бы масса $\mathfrak{b}$-квантов оказалась меньше массы π-мезонов, ибо в таком случае, помимо прочих доводов, они в изобилии порождались бы при высоких энергиях и те из них, которые несут заряд, жили бы достаточно долго, чтобы быть наблюдаемыми. Если бы, с другой стороны, их масса оказалась больше массы π-мезонов, то они имели бы короткое время жизни (видимо, менее 10^{-20} *сек*), распадаясь на π-мезоны и фотоны, и до сих пор не были бы обнаружены.

ЛИТЕРАТУРА

1. Heisenberg W., Zs. f. Phys., **77**, 1 (1932).
2. Breit, Condon, Present, Phys. Rev., **50**, 825 (1936).
3. Schwinger J., Phys. Rev., **78**, 135 (1950).
4. Wigner E., Phys. Rev., **51**, 106 (1937).
5. Cassen B., Condon E. U., Phys. Rev., **50**, 846 (1936).
6. Lauritsen T., Ann. Rev. Nucl. Sci., **1**, 67 (1952).
7. Inglis D. R., Rev. Mod. Phys., **25**, 390 (1953).
8. Hildebrand R. H., Phys. Rev., **89**, 1090 (1953).
9. Pauli W., Rev. Mod. Phys., **13**, 203 (1941).
10. Heisenberg W., Pauli W., Zs. f. Phys., **56**, 1 (1929).
11. Gell-Mann M., Phys. Rev., **92**, 833 (1953).
12. Dyson F. J., Phys. Rev., **75**, 486, 1736 (1949).

---

[1]) В электродинамике можно формально доказать, что $G_{\mu\nu}k_\nu = 0$, где $G_{\mu\nu}$ определено уравнением (А.12) цитированной работы Швингера [13] ($G_{\mu\nu}A_\nu$ — ток, порождаемый в результате виртуальных процессов произвольным внешним полем A_ν). Никакого соответствующего доказательства для нашего случая не найдено. Это обусловлено тем обстоятельством, что в электродинамике сохранение заряда является следствием только уравнения движения поля электрона совершенно независимо от самого электромагнитного поля. В нашем же случае поле $\mathfrak{b}$ обладает изотопическим спином и такие общие законы сохранения нарушены.

2. СОХРАНЕНИЕ ТЯЖЕЛЫХ ЧАСТИЦ И ОБОБЩЕННЫЕ КАЛИБРОВОЧНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Т. ЛИ и Ч. ЯНГ

T. D. Lee, C. N. Yang, Phys. Rev., 98, 1501 (1955)

Обсуждается возможность калибровочных преобразований для тяжелых частиц.

Существующие в природе законы сохранения распадаются на две различные категории: законы, связанные с инвариантностью по отношению к сдвигам и поворотам пространственно-временны́х координат, и законы, не связанные с такой инвариантностью. К первой категории относятся законы сохранения импульса, энергии и момента импульса. Ко второй — законы сохранения электрического заряда, тяжелых частиц и выполняющиеся приближенно законы сохранения изотопического спина, а возможно, и другие законы [1]. Мы напомним, что закон сохранения электрического заряда — наиболее известный среди законов второй категории, — связан с инвариантностью относительно калибровочных преобразований [2], в которой находит свое отражение невозможность определить фазу комплексной волновой функции заряженной частицы.

Мы намереваемся поставить в этой работе вопрос: не связаны ли все законы второй категории с калибровочной инвариантностью подобного рода? Этот вопрос уже обсуждался в связи с сохранением изотопического спина Янгом и Миллсом [3]. Здесь эта проблема обсуждается в связи с сохранением тяжелых частиц.

Если предположить, что сохранение тяжелых частиц означает инвариантность относительно преобразования

$$\psi_N \to e^{i\alpha}\psi_N, \qquad \psi_P \to e^{i\alpha}\psi_P \tag{1}$$

для волновой функции тяжелых частиц (нейтронов и протонов), то общее калибровочное преобразование (калибровочное преобразование для тяжелых частиц) окажется сходным с преобразованием (1), причем фаза α будет произвольной функцией пространственно-временны́х координат. Инвариантность по отношению к такому преобразованию означает невозможность измерить относительную фазу волновой функции тяжелой частицы в двух различных мировых точках.

С формальной точки зрения такое калибровочное преобразование полностью тождественно калибровочному преобразованию в электродинамике. По этой причине инвариантность теории относительно этого преобразования приводит с необходимостью к существованию нейтрального векторного поля, кванты которого имеют нулевую массу покоя и которое взаимодействует со всеми тяжелыми частицами. «Тяжелочастичный заряд» нуклона для такого поля будет равен $+\eta$, а для антинуклона «тяжелочастичный заряд» равен $-\eta$. Ввиду этого обстоятельства сила, действующая между двумя массивными телами, должна содержать вклад кулоноподобного отталкивания таких «тяжело-частичных зарядов». Тогда полная сила с учетом и гравитационного притяжения будет равна

$$\text{Сила} = -G\left(\frac{M_1M_2}{R^2}\right)+\eta^2\left(\frac{A_1A_2}{R^2}\right). \qquad (2)$$

Здесь M_1, M_2 и A_1, A_2 — соответственно инертные массы и массовые числа двух рассматриваемых тел. Между отдельными ядрами должно также существовать взаимодействие, подобное дипольному магнитному, поскольку в ядре нуклоны постоянно находятся в движении. Однако для макроскопических объектов усреднение по ядерным спинам дает нуль, так что выражение (2) остается верным, если только рассматриваемые тела не вращаются с достаточно большой скоростью.

Отметим теперь, что коэффициент упаковки для различных атомов изменяется таким образом, что отношение M/A изменяется от одного элемента к другому на величину порядка 10^{-3}. Это означает, что отношение наблюдаемой гравитационной массы [включающей вклад члена, пропорционального η^2 в выражении (2)] к инертной массе должно изменяться от элемента к элементу как $10^{-3}\eta^2/G(M_P)^2$, где M_P — масса протона. Эксперименты, весьма тщательно проведенные Этвёшем и сотр. [4], показали, что подобное измененне должно быть менее 10^{-8}. Отсюда

$$\frac{\eta^2}{G(M_P)^2} < 10^{-5}.$$

Следует заметить, что, так как коэффициент упаковки различается сильнее всего у водорода и, например, углерода, при повторении экспериментов Этвёша для водорода и углерода можно достичь более тонкой оценки величины η^2 (примерно на один порядок).

К приведенным выше заключениям и к выражению для силы (2) мы пришли в предположении, что фазовый множитель α в (1) зависит от пространственно-временных координат. При этом предполагалось, что сохранение тяжелых частиц связано с преобразованием конкретного вида (1).

Мы благодарны д-ру Дж. Роберту Оппенгеймеру за интересное обсуждение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Gell-Mann M., Pais A., Proceedings of the Glasgow Conference, July 1954.
2. Pauli W., Rev. Mod. Phys., **13**, 203 (1941).
3. Yang C. N., Mills R. L., Phys. Rev., **96**, 191 (1954) (статья 1 настоящего сборника).
4. Eötvös, Pekár, Fekete, Ann. Phys., **68**, 11 (1922)

3. ТЕОРИЯ СИЛЬНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

ДЖ. САКУРАИ

J. J. Sakurai, Ann. of Phys., 11, 1 (1960)

Существует обширная программа экспериментальных работ по исследованию образования K-частиц при ядерных реакциях и под действием фотонов, по исследованию рассеяния и взаимодействия этих мезонов с ядрами и т. п. Но, говоря между нами, физиками-теоретиками: как мы используем результаты этих исследований? Никак. Перед нами стоит очень серьезная задача... А может быть, результаты экспериментов принесут нам несколько идиотских сюрпризов, а какой-нибудь простак сумеет получить их теоретически из какого-то элементарного правила? То, что мы сейчас делаем, можно сравнить с конструированием тех сложных моделей, которые строились для объяснения спектра водородного атома до того как были раскрыты его простые закономерности.

Р. П. ФЕЙНМАН

Все предлагавшиеся до настоящего времени модели сильных взаимодействий, основанные на свойствах симметрии, не имели глубокой физической базы. Здесь предлагается вместо обычно принимаемых «высших» симметрий (неизбежно отбрасываемых в рамках сильных взаимодействий) использовать *уже установленные точные* свойства симметрии сильных взаимодействий и, рассматривая их более углубленно, чем это делалось прежде, извлечь из них всю возможную информацию. На этой основе предлагается новая теория сильных взаимодействий.

Вслед за Янгом и Миллсом мы принимаем требование, чтобы калибровочные преобразования, связанные с тремя «внутренними» законами сохранения (числа барионов, гиперзаряда и изоспина), были «совместными с локальными полевыми представлениями, лежащими в основе обычных физических теорий». Тогда по аналогии с теорией электромагнетизма возникают три типа взаимодействий, лагранжиан каждого из которых имеет вид линейной комбинации некоторого векторного поля, обладающего ненулевой массой покоя, с рассматриваемым сохраняющимся током. Каждое из этих трех фундаментальных взаимодействий характеризуется своей универсальной константой. Так как (согласно Паису) других точных внутренних свойств симметрии не существует и так как любая претендующая на успех теория должна быть простой, то не может существовать других фундаментальных сильных взаимодействий. Тогда закон сохранения четности в сильных взаимодействиях непосредственно вытекает из закона сохранения четности в трех фундаментальных векторных взаимодействиях. Такие три векторные связи приводят к соответствующим взаимодействиям между токами. Связь типа Юкавы между π- и K-мезонами, с одной стороны, и барионами — с другой, оказывается «феноменологической» и может проистекать, например, из 4-барионного взаимодействия между токами подобно тому, как это было предложено Ферми и Янгом. С этой теорией могут в принципе согласоваться все разумные выводы мезонных теорий типа Чу и Лоу, а также теории релятивистских дисперсионных соотношений, тогда как результаты, полученные на основании релятивистских лагранжианов типа Юкавы, теряют смысл, когда отношение ω/M перестает быть много меньшим единицы.

Простые и непосредственные экспериментальные подтверждения этой теории следует искать в таких процессах, при которых феноменологические связи типа Юкавы могут не играть существенной роли. Фундаментальное взаимодействие токов изоспина дает в статическом пределе короткодействующее отталкивание (притяжение) между двумя частицами всегда, когда их изоспины параллельны (антипараллельны). Отсюда видно, что s-волновое πN-взаимодействие при низких энергиях должно приводить к отталкиванию в состоянии $T=^3/_2$ и к притяжению в состоянии $T=^1/_2$, что и подтверждает эксперимент. При $\pi\Sigma$-рассеянии (случай s-волны) в состоянии $T=0$ возникает сильное притяжение, так что определенно имеется возможность резонанса для s-волны при энергиях порядка порога образования K^-p, в то время как при $T=1$ сдвиг $\pi\Sigma$-фазы, по-видимому, остается малым. С помощью формализма K-метрики Далитца и Туана можно было бы сравнить «идеальный» сдвиг фазы, полученный из такого рода соображений, и «действительный» фазовый сдвиг, найденный из K^-p-реакций. Следует ожидать, что резонансные свойства системы двух π-мезонов в состоянии $T=1$ (p-волна) будут согласовываться с предсказанными Фрэзером и Фулко на основе анализа электромагнитной структуры нуклона. Система трех π-мезонов, так следует ожидать, будет давать два резонанса при $T=0$, $J=1$. Предполагается, что имеющие место при πN-взаимодействиях два «высших резонанса» при $T=^1/_2$ и один резонанс при $T=^3/_2$ могут быть сопоставлены двум 3π-резонансам при $T=0$ и одному 2π-резонансу при $T=1$, предсказываемым нашей теорией. Ожидается, что при всех энергиях множественное порождение π-мезонов должно быть более обильным, чем следует из статистических соображений. Фундаментальная связь с током гиперзаряда приводит к взаимному отталкиванию (притяжению) на малых расстояниях между двумя заряженными частицами, когда их гиперзаряды имеют одинаковый (противоположный) знак. Принимая, что связь с изоспиновым током заметно слабее, чем связь с током гиперзаряда, мы находим, что KN-«потенциал» должен соответствовать отталкиванию, а $\bar{K}N$-«потенциал» — притяжению, причем рассеяние K^+ и K^- с перезарядкой должно происходить относительно редко, по крайней мере в s-состояниях. Все эти выводы, видимо, согласуются с современными экспериментальными данными. Далее мы обсуждаем условия применимости дублетного приближения Паиса. Наша теория дает вероятное объяснение того факта, что сечения совместного порождения малы, а сечения порождения K^--частиц велики. Не представляется неожиданным и тот эмпирический факт, что при NN-столкновениях отношение каналов $(K\bar{K}2N)$ к $(K\Lambda N)+(K\Sigma N)$ в 20—30 раз превышает значение, даваемое простой статистической теорией. Фундаментальная связь с барионным током приводит к короткодействующим силам отталкивания между двумя барионами и притяжения между барионом и антибарионом. Это обстоятельство заставляет ожидать для NN-взаимодействий на малых расстояниях эффекта, подобного эффекту «отталкивающего ядрышка», для всех значений момента импульса и четности как при $T=1$, так и при $T=0$, причем отталкивание может оказаться сильнее для состояния с $T=1$. Простой расчет по методу Томаса позволяет получить спин-орбитальные силы с правильным знаком и разумным порядком величины. Взаимодействия ΛN и ΣN должны характеризоваться на малых расстояниях несколько меньшим отталкиванием, чем NN-взаимодействия. Следует ожидать, что сечения аннигиляции при $N\overline{N}$-столкновениях будут велики даже в области миллиардов электронвольт в противоположность предсказанию Болла и Чу. Не представляется таинственной и наблюдаемая значительная множественность образования π-мезонов при $N\overline{N}$-аннигиляциях. Возможно построить механизм реакции $p + \overline{p} \to \pi^+ + \pi^-$, согласующийся с недавно обнаруженным экспериментальным фактом, что она происходит крайне редко. При релятивистских NN-столкновениях, как ожидается, теории столкновений при высоких энергиях типа Ферми — Ландау — Гейзенберга неприменимы; наша теория в противовес им дает теоретическое обоснование «модели двух возбужденных центров[1]» для пучков при высоких энергиях, предложенной ранее чисто феноменологически.

Короткодействующие силы притяжения между барионом и антибарионом обусловливают механизм образования мезонов из барион-антибарионных пар. Из нашей теории автоматически вытекает динамическое обоснование модели Ферми — Янга — Сакаты — Окуня и модели Голдхабера — Кристи. Предлагаемые здесь принципы позволяют прийти ко всем предположениям, обычно вводимым как постулаты в целях оправдания составных моделей. Оставляя в стороне вопросы о том, какая частица «более элементарна, чем остальные», и какая составная модель справедлива, мы ограничиваемся описанием каждой частицы на основе таких внутренних свойств, как полный гиперзаряд и средний квадратичный барионный радиус. Несмотря на высокую степень симметрии нашей теории и универсальность ее фундаментальных взаимодействий, оказывается возможным с помощью одних только трех упомянутых взаимодействий объяснить весь наблюдаемый спектр масс. Эта теория позволяет тривиальным образом объяснить, почему не существует «элементарных» частиц, барионное число которых превышало бы единицу, если только связь с барионным током является достаточно сильной. Проблема существования мезона с $|S|=2$ оказывается динамической (а не теоретико-групповой) и решается в зависимости от силы связи с током гиперзаряда. Указана возможная причина отсутствия в природе $\pi^{0\prime}$-мезона (зарядового синглета, не-странного бозона). Наша теория естественным и изящным образом осуществляет принцип Паиса экономии констант и субординации взаимодействий.

Мы предлагаем гипотезу о существовании глубокой связи между законом сохранения фермионов и универсальной слабой $V-A$ связью. В отсутствие сильного и электромагнитного взаимодействий одновременно перестают проявляться барионный заряд, гиперзаряд и электрический заряд и лишь знак при γ_5 позволяет делать различие между фермионами и антифермионами (фермионный заряд берется в представлении, в котором матрица γ_5 диагональна). Отсюда видно, как естественно появление в слабых взаимодействиях комбинации $1+\gamma_5$. Исходя из *единого и всеобщего* принципа обобщенной калибровочной инвариантности, можно дать объяснение сохранению четности при сильных взаимодействиях, сохранению четности при электромагнитных взаимодействиях и несохранению четности при слабых взаимодействиях. С точки зрения описываемой теории представляется, что в будущей окончательной теории элементарных частиц все взаимодействия между элементарны-

[1]) В английском оригинале «Two-fire-ball model» (модель двух «огненных шаров», «раскаленных ядер» — *англ.*). — *Прим. ред.*

ми частицами будут истолкованы как проявления пяти фундаментальных связей векторного типа, соответствующих пяти законам сохранения «внутренних качеств» — барионного заряда, гиперзаряда, изоспина, электрического заряда и фермионного заряда. Кратко обсуждаются вопросы гравитации и космологии; мы находим, что комптоновская длина волны гравитона должна быть порядка 10^8 световых лет.

Было бы желательно провести все доступные эксперименты в целях непосредственного обнаружения квантовых проявлений, введенных в нашей теории векторных полей. Особо пристального изучения заслуживают значения Q для π-мезонов, порождаемых в разных комбинациях при $N\overline{N}$-аннигиляциях, и множественное порождение π-мезонов.

I

Несмотря на достигнутый в последние годы быстрый прогресс в экспериментальном изучении свойств сильных взаимодействий между странными частицами, принципиальная теоретическая интерпретация этих взаимодействий не получила существенного развития, если не считать работ, посвященных правилам отбора, предложенным Гелл-Манном [1] и Накано и Нишиджимой [2]. Многие физики предлагали и разрабатывали различные модели, основанные на свойствах симметрии, однако эти модели не дали ни одного ценного предсказания, и если говорить о каком-то существенном достижении в рамках этих работ, то это — чисто негативный результат, полученный Паисом [3, 4]. *Не существует таких внутренних свойств симметрии, которые были бы сильнее, чем налагаемые свойством зарядовой независимости, которое существует во всех приближениях и не противоречит эксперименту.*

Имеются теоретические основания считать, что все предлагавшиеся до настоящего времени модели, основанные на свойствах симметрии, лишены глубокой физической основы. Например, рассмотрим модель «глобальной симметрии» (универсальная π-связь) Гелл-Манна [5] и Швингера [6]. Она продолжает более ранние работы Вигнера [7, 8], в которых обсуждается возможная общность идей сохранения числа барионов и универсальности π-связей по аналогии с электромагнетизмом. Однако π-мезонное поле является не векторным, а псевдоскалярным, и барионная плотность, которая играет роль источника π-мезонного поля, — псевдоскалярной (или псевдовекторной) плотностью, а не сохраняющейся векторной плотностью. Поэтому в мезодинамике отсутствует что-либо аналогичное той тесной связи, которая существует в электродинамике между сохранением электрического заряда, существованием самого электромагнитного поля и универсальностью соответствующего взаимодействия, т. е. анология той связи, которая так изящно выражается через инвариантность относительно калибровочных преобразований, зависящих от *пространственно-временных координат.*

Подобным недостатком страдает и ныне устаревшая модель Швингера [9], в которой π-мезонное поле рассматривается как динамическое проявление гиперзаряда (сумма странности и барионного числа). Если вообще гиперзаряд как-то себя проявляет, то это должно выражаться через существование *векторного* поля, подчиняющегося универсальной связи с сохраняющимся током, образованным полями ненулевого гиперзаряда. К этой возможности мы в дальнейшем еще вернемся. При этом, несмотря на неудачу первоначальной модели Швингера, его оригинальная мысль о необходимости установления связи между *динамическими* свойствами и внутренними качествами частиц (например, гиперзарядом) оказывается весьма глубокой и ею нельзя пренебрегать.

Модель «космической симметрии» (универсальное K-взаимодействие) имела несколько иной raison-d'être [10, 11]. Исходным пунктом соответствующих исследований послужил вопрос о том, как гарантировать сохранение четности при K-взаимодействиях. Разочаровывающий вывод о необходимости серьезно опираться на структуру лагранжианов типа Юкавы, полученный отсюда, заставляет автора (бывшего как раз одним из основателей этой модели) считать ее также не заслуживающей серьезного внимания (несмотря даже на то обстоятельство, что мы исходим из правильной постановки вопроса)[1]. Другие модели [например, модель, основанная на связи констант взаимодействия $G(K\Sigma N) = G(K\Xi\Lambda) \neq 0$, $G(K\Lambda N) = G(K\Xi\Sigma) = 0$] представляются еще менее оправданными с глубокой теоретической точки зрения.

Независимо от того, какую модель мы примем, предлагаемые в ней свойства симметрии немедленно приходится пересматривать при включении новых взаимодействий, если эти последние окажутся, к несчастью, также «сильными». Дело обстоит так, как будто мы постулируем свойства симметрии лишь ради того, чтобы отказаться от них в дальнейшем[2].

Приведенные доводы вместе с указанным ранее выводом Паиса показывают, что вот уже более двух лет мы ведем безнадежную охоту на несуществующие «высшие» свойства симметрии. Потратив на различные модели, использующие свойства симметрии,

---

[1]) В этом отношении автор с благодарностью отмечает конструктивную критику со стороны проф. Ли Тзун-дао.

[2]) В этой связи читателя может заинтересовать следующее замечание проф. А. Салама, во многих отношениях стимулировавшего настоящее исследование: «Теоретические положения классической физики представляются глубоко обоснованными. Возьмем, например, второе начало термодинамики: «Теплота не может самопроизвольно переходить от более холодного тела к более горячему». Сравните это с тем, что делаете вы. Предложив новое свойство симметрии, вы уже через десять секунд пытаетесь сообразить как бы его отбросить».

значительное количество времени (и энергии), автор этих строк пришел к убеждению, что в рамках лагранжианов типа Юкавы не существует простых схем, посредством которых π-мезоны и K-частицы были бы линейно связаны с барионами, и что все предлагавшиеся до настоящего времени модели, основанные на свойствах симметрии, являются не более чем просто *интеллектуальными* упражнениями, лишенными какой-либо *физической* ценности.

Мы склонны, однако, принять замечание Гелл-Манна (если не самую модель Гелл-Манна) о том, что природа проста, если вы знаете, как к ней подойти [12]. Это приводит нас к той точке зрения, что поисков заслуживают простые и изящные конструкции каких-то иных форм, но не лагранжианов типа Юкавы. Возможно, что связи типа Юкавы для π- и K-мезонов представляют собой феноменологические проявления каких-то других взаимодействий, свойства которых эстетически более привлекательны.

Даже не обращаясь к физике странных частиц, мы находим основания думать, что взаимодействие типа Юкавы псевдоскалярного и нуклонного полей не настолько глубоко обосновано с априорно-теоретической точки зрения, как электромагнитное взаимодействие. В случае электромагнетизма сама структура этого взаимодействия и в некотором роде само существование его определяются и вынуждаются требованием *локального* характера инвариантности при калибровочных преобразованиях — инвариантности, приводящей к закону сохранения электрического заряда. Применительно к взаимодействиям типа Юкавы полей нулевого спина аналогичное соображение неизвестно. Значит, пока и поскольку мы считаем псевдоскалярно-псевдоскалярные (или псевдоскалярно-псевдовекторные) связи фундаментальными, остается без ответа следующий вопрос, волновавший автора этой работы еще со времени его первого знакомства с теорией поля: почему «Творец» проявил такую силу воображения, провозгласив «да будет свет», и потерял все свое воображение, когда включал γ_5-связь π-мезонного и нуклонного полей?[1]) Нам представляется, что глубина, простота, красота и изящество, так характерные для истинно физических теорий, могут быть восстановлены здесь лишь при условии отказа от той идеи, что взаимодействие типа Юкавы является фундаментальным.

Тогда следует начать все с самого начала, как будто мы никогда не знали никакой мезонной теории типа Юкавы. Какими принципами следовало бы руководствоваться при создании новой теории

---

[1]) Некоторые теоретики могут предпочесть ту точку зрения, что γ_5-связь столь же хорошо логически обосиоваиа, как и связь электродинамики, в свете перенормируемости в смысле Дайсона.

сильных взаимодействий? Прежде всего корни этой теории должны лежать глубоко в тех законах симметрии, которые *точно* выполняются в отсутствие электромагнитного и слабого взаимодействий. Вместо того, чтобы выдумывать искусственные высшие формы симметрии, следовало бы более серьезно, чем это делалось прежде, разобраться в *уже известных* свойствах симметрии и *извлечь из них всю возможную информацию*. Кроме этого, еще одним руководящим принципом должно быть соображение простоты. Эта статья представляет собой попытку построить новую теорию сильных взаимодействий, исходя из указанных двух принципов.

В п. II обсуждаются три фундаментальных сильных взаимодействия этой теории. В п. III мы исследуем процессы с участием π-мезонов, уделяя особое внимание π-мезон-барионному рассеянию для s-волны. Пункт IV посвящен процессам с участием K-частиц.

В п. V обсуждаются процессы с участием двух барионов и бариона с антибарионом. Пункт VI посвящен более общим и гипотетическим проблемам теории сильных взаимодействий. Вопрос о причинах существования слабых взаимодействий и краткий экскурс в космологию содержатся в п. VII. В п. VIII анализируется, какие направления эксперимента и теории особенно заслуживают дальнейшей разработки. Читатель, не склонный разбираться в массе деталей, может ограничиться резюме этой работы и п. II, VI и VIII без опасения потерять нить рассуждений.

II

Что представляют собой точные законы сохранения в сильных взаимодействиях? Прежде всего сохраняется число барионов минус число антибарионов. Хотя первая формулировка такого закона сохранения барионов (или тяжелых частиц) обычно приписывается Вигнеру [7, 8], уже в полузабытой работе Штюкельберга [13] можно обнаружить первое отчетливое выражение этого закона сохранения. Штюкельберг рассматривает «Erhaltungssatz der schweren Ladung» («закон сохранения тяжелого заряда») наряду с «Erhaltungssatz der electrischen Ladung» («законом сохранения электрического заряда»)[1]. Аналогично тому, как это имеет место в электродинамике, каждый барион несет одну единицу «барионного заряда». Барионный заряд является одной из характеристик (возможно, единственной характеристикой), отличающей фермионы, подверженные сильному взаимодействию, от тех фермионов, которые взаимодействуют *лишь* электромагнитным и (или) слабым образом. Это обстоятельство склоняет нас к выводу, что барион-

[1]) Автор обязан проф. Г. Вентцелю, обратившему его внимание на эту работу Штюкельберга.

ный заряд является *динамическим* качеством, каким-то образом связанным с сильными взаимодействиями, хотя вместе с тем закон сохранения барионов выполняется с изумительной степенью точности при любых взаимодействиях [14].

Во-вторых, существует закон сохранения изоспина, формально выражающий свойства симметрии, обусловленные фактом зарядовой независимости. Этот закон впервые был отчетливо сформулирован Вигнером [15] в связи с рассеянием нуклонов на нуклонах, хотя уже в работе Гейзенберга [16], в которой впервые было введено понятие изоспина, можно усмотреть неявное указание на признание подобного закона. Закон сохранения изоспина представляется строгим для области ядерной физики низких энергий и физики взаимодействия π-мезонов и нуклонов [17, 18]; его справедливость подтверждается также некоторыми реакциями с участием странных частиц [19, 20]. Существует острая потребность в его дальнейшей проверке, но здесь мы примем этот закон в качестве точного в отсутствие электромагнитного и слабого взаимодействий.

Кроме числа барионов B, изоспина T и третьей компоненты вектора изоспина T_3, для окончательной характеристики частицы необходимо по меньшей мере еще одно внутреннее квантовое число. Если, например, известно, что частица имеет $B=0$, $T={}^1/_2$ и $T_3={}^1/_2$, мы еще не можем сказать, будет ли это K^+- или $\overline{K}^0$-мезон. В качестве необходимого нового квантового числа можно выбрать одно из следующих трех: электрический заряд Q, странность $S=2(Q-T_3)-B$ и гиперзаряд $Y=S+B$. Из этих величин электрический заряд представляется не связанным с сильными взаимодействиями, так как лептоны, не подверженные сильным взаимодействиям, способны переносить электрический заряд; к тому же само взаимодействие, с которым тесно связано сохранение электрического заряда, уничтожает одно из точных свойств внутренней симметрии, характерное для сильных взаимодействий. Вместе с тем гиперзаряду, равному 1, соответствует величина изоспина ${}^1/_2$. Тогда из S и Y мы будем считать именно Y третьим фундаментальным внутренним свойством, так как системы с целым изоспином могут быть построены из систем с полуцелым изоспином, но не наоборот. Отметим неявно вводимое нами здесь требование, чтобы число Q всегда было целым, в то время как T может быть и целым, и полуцелым. Одной из величайших загадок физики элементарных частиц является то обстоятельство, что электромагнитное взаимодействие лишает пространство изоспина его изотропии, причем число Q оказывается *иногда сдвинутым* странным образом по отношению к T_3. Как только эта загадка будет решена, наш выбор получит более строгое обоснование. Этот выбор гиперзаряда Y в качестве фундаментального внутреннего качества мы могли бы подкрепить другими более формальными аргументами, однако они едва ли прольют новый свет на существо вопроса[1]).

Теперь возникает вопрос: как формулировать законы сохранения внутренних свойств частиц? Возьмем, например, сохранение барионного заряда. Если имеет место сохранение числа барионов, то не дожно быть ни одной эрмитовой матрицы, связывающей состояние $B=1$ с состоянием $B=0$. Отсюда следует, что относительная фаза состояний $B=0$ и $B=1$ произвольна и не поддается измерению, т. е. теряет физический смысл. Мы можем сделать замену

$$|A\rangle \longrightarrow \exp(iB\lambda)\,|A\rangle, \tag{2}$$

где λ — произвольная вещественная постоянная, а $|A\rangle$ представляет собой состояние с определенным барионным числом. Эта замена не приведет ни к каким физическим следствиям. Преобразование (2) вызывает соответствующее изменение операторов поля

$$\psi \longrightarrow \exp(iB\lambda)\,\psi, \tag{3}$$

где ψ описывает любое поле, причем в случае мезонного поля $B=0$ и для барионного поля $B=1$. Общеизвестно, что требование инвариантности лагранжиана при преобразовании (3) приводит в обычном лагранжевом формализме к закону сохранения полного барионного заряда. Точно так же можно прийти к сохранению гиперзаряда. В случае изоспина мы берем $\psi \longrightarrow \exp(i\mathbf{T}\cdot\boldsymbol{\lambda})\psi$, где $\boldsymbol{\lambda}$ — постоянный вещественный вектор в изопространстве.

Могло бы показаться, что все выводы получены здесь непосредственно. Однако, если глубоко вдуматься в использованный общепринятый формализм, путь наших рассуждений окажется довольно неудовлетворительным. Мы узнали, что изменение фазового множителя барионного поля никак не изменяет физической

---

[1]) Рассмотрим собственные значения G^2, где G — оператор G-сопряжения Мишеля [21] и Ли и Янга [22], эквивалентный оператору инверсии в пространстве изоспина. Мы можем непосредственно показать, что $G^2=(-1)^Y$. Из соображений Вика и др. [23] следует, что ввиду этого равенства не имеет смысла сравнивать фазы систем с $Y=\pm 1$ и $Y=0$, так что сохранение Y становится «правилом сверхотбора» в рамках сильных взаимодействий, если оператор G «хороший». Отметим удивительную аналогию между законами сохранения гиперзаряда Y и сохранения фермионов, вспомнив, что $(UK)^2 = (-1)^n$, где UK — антиунитарный оператор Вигнера отражения времени, а n имеет смысл числа фермионов. Следует упомянуть, что на роль числа $Y = S + B$ впервые указали д'Эспанья и Прентки [24], интерпретировавшие его как «число изофермионов».

ситуации. Однако в уравнении (2) λ является вещественной константой, не зависящей от точки пространства — времени. Не окажется ли также произвольным относительный фазовый множитель состояний, если его взять в двух разных точках пространства — времени, разделенных пространственноподобным интервалом? Почему мы не можем независимо выбирать фазы в различных точках пространства — времени? Иными словами, почему λ в уравнениях (2) и (3) не может оказаться функцией пространственно-временны́х координат? Что заставляет нас умножать на $\exp(iB\lambda)$ все барионные векторы состояния сразу во всей Вселенной? Похоже на то, что мы оказываемся близки к необходимости принятия идеи действия на расстоянии, если всегда будем требовать, чтобы величина фазового множителя бралась одна и та же во всех точках пространства — времени[1]).

Что же касается сохранения изоспина, то по существу те же вопросы и до некоторой степени сходные ответы на них фигурируют в работе Янга и Миллса [25], откуда и была почерпнута главная идея настоящего исследования. Принцип сохранения изоспина приводит к выводу, что абсолютная ориентация изоспина не должна играть никакой роли в физике. Разделение нуклонов на протоны и нейтроны в отсутствие электромагнитного взаимодействия является совершенно произвольным. Таким образом, если в обычном формализме изоспина мы однажды условимся, какую частицу следует называть протоном в одной точке пространства — времени, например здесь, в Чикаго, то перестанет быть вопросом произвола, что следует назвать протоном и в какой-либо другой точке пространства — времени, например в Дубне или в отдаленной галактике. Однако Янг и Миллс замечают, что «это обстоятельство несовместимо с концепцией локализованного поля, лежащей в основе обычных физических теорий». Далее они выясняют возможность потребовать, чтобы все взаимодействия были инвариантными относительно *независимых* поворотов изоспина во всех точках пространства — времени.

В квантовой электродинамике давно уже была признана возможность независимого изменения фазы электрически заряженного поля в любой точке пространства — времени [26]. Допустим, что нам ничего не было известно относительно существования потенциала A_μ. Даже в этом случае мы встретимся с необходимостью введения поля, если потребуем *локальности* так называемого калибровочного преобразования, из инвариантности по отношению к которому следует сохранение электрического заряда. Это новое поле должно быть отождествлено с электро-

---

[1]) Ряд специалистов как будто расходится во мнениях относительно этого сложного пункта.

магнитным полем A_μ, входящим в лагранжиан взаимодействия в универсальной комбинации с сохраняющимся током, построенным в свою очередь из потенциалов электрически заряженных полей. Этот факт следует из того обстоятельства, что одно лишь преобразование

$$\psi \longrightarrow \exp(ie\Lambda(x))\,\psi \qquad (4)$$

не обеспечивает нужной инвариантности, если его не дополнить преобразованием

$$A_\mu \longrightarrow A_\mu + \frac{\partial\Lambda}{\partial X_\mu}\,. \qquad (5)$$

Подобным же образом Янг и Миллс показали, что, исходя из *локального* характера калибровочного преобразования, связанного с сохранением изоспина, мы будем вынуждены ввести векторное поле единичного изоспина. Аналогично с электродинамикой здесь действует универсальная связь с изоспиновым током, который строится из всех полей ненулевого изоспина. Эта идея чрезвычайно глубокая, возможно,— самая глубокая в теоретической физике со времени создания теории Дирака. Ее основное следствие состоит в том, что при наличии закона сохранения некоторого внутреннего свойства должно с необходимостью существовать соответствующее ему взаимодействие векторного типа, иначе этот закон сохранения противоречил бы понятию локализованного поля. Как говорит Швингер, внутренние свойства должны «проявлять себя динамически».

Выражая эту идею более кратко, можно сказать: внутренняя симметрия — ergo динамика. Поразительно, что столь глубокая физическая идея привлекла за последние пять лет так мало внимания.

Можно прямо обобщить идею Янга и Миллса на законы сохранения барионного заряда и гиперзаряда. В результате мы приходим к трем фундаментальным векторным взаимодействиям, соответствующим трем внутренним законам сохранения при сильных взаимодействиях. Вспомним теперь вывод Паиса об отсутствии в природе каких-либо внутренних свойств симметрии, кроме точных свойств. Кроме того, мы склонны верить, что любая плодотворная теория должна быть простой. Это наводит на мысль, что полученные три взаимодействия — единственные, тесно связанные с точными внутренними свойствами симметрии при сильных взаимодействиях — являются *единственными* же «фундаментальными» связями при сильных взаимодействиях. Наконец, ниоткуда не следует с необходимостью существование других фундаментальных сильных взаимодействий.

Мы запишем теперь три фундаментальных лагранжиана взаимодействия в теории сильных взаимодействий[1])

$$\mathcal{L}_T = -f_T \mathbf{B}_\mu^{(T)} \mathbf{J}_\mu^{(T)}, \tag{6}$$

$$\mathcal{L}_Y = -f_Y B_\mu^{(Y)} J_\mu^{(Y)}, \tag{7}$$

$$\mathcal{L}_B = -f_B B_\mu^{(B)} J_\mu^{(B)}. \tag{8}$$

Эти взаимодействия мы назовем соответственно фундаментальной связью с током изоспина (предложенной уже Янгом и Миллсом), фундаментальной связью с током гиперзаряда и связью с барионным током. Потенциалы $\mathbf{B}_\mu^{(T)}$, $B_\mu^{(Y)}$ и $B_\mu^{(B)}$ описывают векторные поля, подобные электромагнитному полю A_μ, а $\mathbf{J}_\mu^{(T)}$, $J_\mu^{(Y)}$ и $J_\mu^{(B)}$ — плотности токов, построенные из потенциалов полей, несущих соответственно изоспин, гиперзаряд и барионный заряд. Следует заметить, что связь с барионным током (8) ранее рассматривалась Ли и Янгом [28] и Фудзи [29]. Для «голых» полей мы получим

$$\mathbf{J}_\mu^{(T)} = i\bar{\psi}_N \frac{\boldsymbol{\tau}}{2} \gamma_\mu \psi_N - \bar{\boldsymbol{\psi}}_\Sigma \times \gamma_\mu \boldsymbol{\psi}_\Sigma + i\bar{\psi}_\Xi \frac{\boldsymbol{\tau}}{2} \gamma_\mu \psi_\Xi + \boldsymbol{\varphi}_\pi \times \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_\pi}{\partial x_\mu} + i\left(\frac{\partial \varphi_k^+}{\partial x_\mu} \frac{\boldsymbol{\tau}}{2} \varphi_\varkappa - \varphi_\varkappa^+ \frac{\boldsymbol{\tau}}{2} \frac{\partial \varphi_k}{\partial x_\mu}\right) + \mathbf{f}_{\mu\nu}^{(T)} \times \mathbf{B}_\nu^{(T)}, \tag{9}$$

$$J_\mu^{(Y)} = i\bar{\psi}_N \gamma_\mu \psi_N - i\bar{\psi}_\Xi \gamma_\mu \psi_\Xi + i\left(\frac{\partial \varphi_\varkappa^+}{\partial x_\mu} \varphi_k - \varphi_k^+ \frac{\partial \varphi_\varkappa}{\partial x_\mu}\right), \tag{10}$$

$$J_\mu^{(B)} = i\bar{\psi}_N \gamma_\mu \psi_N + i\bar{\psi}_\Lambda \gamma_\mu \psi_\Lambda + i\bar{\boldsymbol{\psi}}_\Sigma \gamma_\mu \boldsymbol{\psi}_\Sigma + i\bar{\psi}_\Xi \gamma_\mu \psi_\Xi, \tag{11}$$

$$\mathbf{f}_{\mu\nu} \equiv \frac{\partial \mathbf{B}_\mu^{(T)}}{\partial x_\nu} - \frac{\partial \mathbf{B}_\nu^{(T)}}{\partial x_\mu} - f_T \mathbf{B}_\mu \times \mathbf{B}_\nu. \tag{12}$$

Здесь использованы обычные обозначения; например, $\boldsymbol{\psi}_\Sigma$ представляет собой прямое (кронекеровское) произведение 4-компонентного дираковского спинора в пространстве Минковского и 3-компонентного изовектора в пространстве изоспина. Появление последнего слагаемого в выражении (9), на которое указали в свое время Янг и Миллс, обусловлено тем фактом, что поле $\mathbf{B}_\mu^{(T)}$ само обладает изоспином и поэтому может взаимодействовать с собой. Если бы существовал мезон с $|S| = 2$ ($D^\pm$-мезон?), то мы должны были добавить в выражение (10) соответствующий ток гиперзаряда с коэффициентом 2, так как этот мезон пред-

---

[1]) В этой статье мы везде пользуемся метрикой, при которой $x_\mu y_\mu = \sum_k^3 x_k y_k + x_4 y_4$, где $x_4 = ix_0$. Матрицы γ совпадают с определенными Паули [27], так что $\gamma_\mu = \gamma_\mu^+$.

ставлял бы собой частицу с двойным зарядом. Однако введение нового поля всякий раз, когда бывает открыта новая частица, не соответствует духу науки. Могут сказать, что лучше было бы рассматривать в качестве «элементарных» не все частицы. Если вам хочется рассматривать π-мезон как связанное состояние нуклона и антинуклона, вы можете отбросить в выражении (9) слагаемое $\varphi_\pi \times (\partial\varphi_\pi/\partial x_\mu)$. Здесь важно то обстоятельство, что наши фундаментальные лагранжианы (6) — (8) сохраняют свою ценность вне зависимости от того, верите ли вы в теорию, согласно которой все частицы элементарны, или в теорию, в которой «некоторые элементарные частицы более элементарны, чем другие», *лишь бы вы верили в сохранение изоспина, гиперзаряда и барионного заряда в любой точке пространства — времени.*

Реальные частицы отнюдь не являются «голыми», поэтому можно поставить вопрос: в каком смысле лагранжианы (6) — (8) и токи (9) — (11) продолжают воспроизводить действительность, если в них стоят «одетые» операторы полей? Одна из важнейших особенностей нашей теории состоит в том, что универсальность каждого фундаментального взаимодействия сохраняет свою силу для «одетых» операторов в пределе низких энергий, т. е. что константы связи не подвергаются перенормировке в процессе «одевания». Возьмем к примеру протон. Виртуально он может распадаться на нейтрон и π^+-мезон, однако *в пределе низких энергий* связь потенциала $\mathbf{B}_\mu^{(T)}$ с изоспиновым током физического протона остается той же, что и связь между $\mathbf{B}_\mu^{(T)}$ и током «голого» протона, так как $\mathbf{B}_\mu^{(T)}$ может взаимодействовать как с изоспином π^+-мезона, так и с изоспином нейтрона. Универсальность связей в нашей теории сильно напоминает универсальность, имеющую место в теории с сохраняющимся вектором, предложенной для слабого взаимодействия Герштейном и Зельдовичем [30] и Фейнманом и Гелл-Манном [31].

Заметим также, что универсальность какой-либо из этих трех связей, например связи с барионным током, сохраняется также при «выключении» остальных двух связей (с током гиперзаряда и с током изоспина). Ни одна из предложенных до сих пор моделей сильных взаимодействий, основывающихся на симметрии, не обладала таким свойством. Рассмотрим, например, модель глобальной симметрии. Мы располагаем сведениями о том, что все константы G_π одинаковы в отсутствие K-взаимодействий, однако легко прийти к выводу, что при включении асимметричных K-взаимодействий новые константы G_π должны подвергнуться перенормировке и ввиду этого перестанут быть равны между собой. Именно эти соображения заставляют автора усомниться в заключении Гелл-Манна о том, что глобальная симметрия связана с сохранением числа барионов [5]. В самом деле, может ли глобальная симметрия иметь хоть малейшее отношение к тому сакраментальному закону сохранения, от которого зависит даже наше существование, если она так легко нарушается, лишь только вступают в игру «дальнейшие» сильные взаимодействия? Мы приходим к убеждению, что *единственной «универсальной» схемой сильных взаимодействий, имеющей хоть какой-нибудь смысл, является схема, использующая представление о сохраняющихся векторных токах.*

Мы уже отметили то обстоятельство, что все сильные взаимодействия являются проявлением трех фундаментальных связей (6) — (8). Сохранение четности при сильных взаимодействиях с необходимостью следует из сохранения четности в наших фундаментальных связях. Сохраняет силу также инвариантность относительно обращения времени, так как из требования эрмитовости следует вещественность констант связей f_T, f_Y и f_B. Из CPT-теоремы вытекает также инвариантность нашей теории относительно зарядового сопряжения.

Сделаем несколько замечаний о свойствах трех введенных нами видов B-полей. Ввиду того обстоятельства, что функция $\mathbf{J}_\mu^{(T)}$ четна относительно операции G-сопряжения, а функции $J_\mu^{(Y)}$ и $J_\mu^{(B)}$ в этом смысле нечетны, мы получим

$$G\mathbf{B}_\mu^{(T)}G^{-1} = \mathbf{B}_\mu^{(T)}, \tag{13}$$

$$GB_\mu^{(Y)}G^{-1} = -B_\mu^{(Y)}, \tag{14}$$

$$GB_\mu^{(B)}G^{-1} = -B_\mu^{(B)}. \tag{15}$$

Отсюда видно, что в том случае, когда масса B_T-кванта, соответствующего $B_\mu^{(T)}$-полю, превышает $2\mu_\pi$, B_T-квант *распадается через посредство сильного взаимодействия* на два π-мезона (а при соответствующих энергетических возможностях — на 4 и т. д. π-мезонов); если же массы B_Y- и B_B-квантов превышают $3\mu_\pi$, то эти частицы *распадаются через посредство сильного взаимодействия* на 3π-мезона (или на 5 π-мезонов и т. д.). Если же массы B_Y- и B_B-квантов меньше, чем $3\mu_\pi$, то их реакции распада совпадают с реакциями ϱ^0-мезона, введенного Намбу [32], причем главными каналами распада будут $\pi^0+\gamma$ и $2\pi+\gamma$. В п. VIII мы кратко обсудим проекты возможных экспериментов по обнаружению различных B-квантов со временами жизни порядка $10^{-21} - 10^{-22}$ *сек.*

У разумного читателя теперь должно появиться следующее возражение: B-поля не могут иметь масс покоя, так как массовый член вида $\mu^2 B_\mu^2$ в соответствующих лагранжианах, безусловно, не удовлетворяет наложенным требованиям калибровочной инвариантности. Это возражение является, возможно, наиболее серьезным из всех, относящихся к нашей теории. Мы склонны считать, что массовые члены равны нулю в лагранжианах голых частиц, причем существование эмпирических массовых членов (присутствующих в теории, несмотря на то обстоятельство, что исходные лагранжианы не содержат констант фундаментальной длины) некоторым образом отражает несостоятельность современной теории поля; как известно, эта теория требует задания ненулевой «голой» затравочной массы, если требуется получить отличную от нуля собственную массу[1]).

Таким образом, нас интересует отыскание возможных механизмов образования масс покоя различных B-квантов. Что касается $\mathbf{B}_\mu^{(T)}$-поля, то уже Янг и Миллс указали, что способность этого поля взаимодействовать с самим собой обеспечивает ему возможность ненулевой массы покоя. В случаях $B_\mu^{(Y)}$- и $B_\mu^{(B)}$-полей таких нелинейных взаимодействий нет, откуда можно было бы заключить, что соответствующие им кванты не должны иметь масс покоя по той же самой причине, по какой ее не имеет фотон [34]. Однако этот аргумент *мог бы отпасть*, если бы существовало *эффективное* взаимодействие между полями $B_\mu^{(Y)}$ и $B_\mu^{(B)}$. Например, ввиду возможности распада на 3π-мезона как для B_Y-, так и для B_B-кванта можно рассмотреть процесс, состоящий в том, что B_Y-квант распадается на 3π-мезона, соединяющихся в дальнейшем в новый B_B-квант. (Положение напоминает в этом случае пучок «чистых» K^0-частиц, в котором по прошествии значительного времени появляются $\overline{K}^0$-частицы.) Описанный процесс вполне может составить механизм появления массы покоя как у B_Y-, так и у B_B-квантов. Мы думаем, что надежда получить из фундаментальных лагранжианов, в точности удовлетворяющих принципу калибровочной инвариантности, *эффективные* массовые члены, которые *как будто* нарушают эту калибровочную инвариантность, может быть не такой уж смехотворной надеждой[2]).

В этой связи следует вспомнить интересную работу Ли и Янга [28]. Эти авторы обсуждали экспериментальные последствия возможного существования $B_\mu^{(B)}$-поля *с нулевой массой покоя*

---

[1]) Можно было бы предложить альтернативный подход: использовать с самого начала отличную от нуля массу B-поля и ввести для спасения принципа калибровочной инвариантности некоторое дополнительное скалярное поле по методу, развитому Штюкельбергом [33]. Это в сущности совпадает с идеей работы Фудзи [29]. Однако такой подход не дает ответа на основной вопрос: почему масса покоя фотона равна нулю, в то время как B-кванты имеют ненулевые массы покоя?

[2]) Этот пункт встретил довольно суровую критику со стороны д-ра Р. Е. Берендса, проф. Р. Оппенгеймера и проф. А. Паиса.

квантов. Они заключили, что в этом случае аналогично закону Кулона должен действовать закон отталкивающей силы между двумя нуклонами, убывающий с расстоянием как $1/r^2$. Отсюда следует, что наблюдаемое полное гравитационное притяжение должно иметь вид

$$F = -\frac{GM_1M_2}{r^2} + \frac{f_B^2}{4\pi}\frac{N_1N_2}{r^2}, \tag{16}$$

где M_1 и M_2 — массы покоя двух рассматриваемых объектов, а N_1 и N_2 — соответственно полные числа нуклонов в этих объектах. Масса покоя ядра зависит от энергии связи, в то время как член с коэффициентом f_B^2 содержит лишь атомный номер, и поэтому отношение гравитационной массы к инертной должно было бы меняться от объекта к объекту в связи с изменением коэффициента упаковки. Ли и Янг на основании опытов Этвёша заключили, что для B_B-поля с нулевой массой покоя квантов

$$\frac{f_B^2/4\pi}{GM_N^2} < 10^{-5}. \tag{17}$$

Таким образом, если бы масса покоя B_B-кванта была равна нулю, то связь (8), видимо, не могла бы иметь ничего общего с сильными взаимодействиями. Из тех же соображений мы можем заключить, что при нулевой массе покоя B_Y-квантов связь (7) не имела бы ничего общего с сильными взаимодействиями.

Мы признаем, что не располагаем удовлетворительными решениями проблемы масс различных B-квантов. Мы вынуждены предположить, что все эти массы отличны от нуля, иначе наша теория потерпела бы полный крах. Одной из причин того, что настоящая работа все же была направлена в печать, несмотря на трудность проблемы масс B-квантов, является надежда автора на то, что опубликование этой статьи может стимулировать появление разумных идей в данном направлении[1]).

Полезно отметить, что в классической электростатике, где не возникает вопроса о массе покоя фотонов, можно найти соотношение, иллюстрирующее связь между произвольностью выбора

[1]) В ходе критики этой статьи нам предлагали ввиду вероятной неразрешимости проблемы масс взять, как и прежде, в качестве исходного пункта нашей теории выражения (6)—(8) для B-полей, но уже с ненулевыми массами покоя, отказавшись связывать наши рассуждения с принципом калибровочной инвариантности. Для всех практических целей такой подход был бы удовлетворительным. Однако автор считает, что в любой теории следует приложить все усилия для обоснования фундаментальных связей на базе априорных теоретических оснований.

абсолютной шкалы электростатического потенциала и законом сохранения электрического заряда. Исходя из элементарных, но весьма глубоких соображений, Вигнер [7] показал, что несохранение электрического заряда, взятое вместе с произвольностью абсолютной шкалы электростатического потенциала, противоречит закону сохранения энергии. Из его работы видно, что он затратил много усилий для того, чтобы построить аналогичные рассуждения, приложимые к закону сохранения числа барионов[1]). Трагическая ошибка Вигнера (повторенная, к несчастью, Гелл-Манном и Швингером) состояла в том, что он отождествлял «барионный заряд» с «мезонным зарядом»; такая идентификация служит исходным пунктом теории, ставшей позднее известной под именем теории глобальной симметрии. Мы знаем теперь, что этот путь оканчивается тупиком. В нашей трактовке аналогом электростатического потенциала должна служить продольная компонента нашего $B_\mu^{(B)}$-поля. Следуя Вигнеру, мы можем, по крайней мере в классической «бариостатике», установить связь между законом сохранения числа барионов и произвольностью выбора абсолютной шкалы продольной компоненты $B_\mu^{(B)}$-поля независимо от проблемы массы покоя B_B-частиц[2]). Возможно, что трудность, с которой мы столкнулись, проистекает из того факта, что в фундаментальном формализме квантовой теории полей потенциалы играют важную роль, в то время как в классической теории существенными физическими величинами явля-

---

[1]) См. в особенности примечание 9 в статье [7].

[2]) Этот довод в общих чертах состоит в следующем. Мы допускаем нарушение закона сохранения числа барионов, но считаем при этом, что необходимая для порождения или уничтожения бариона энергия не зависит от выбора абсолютной шкалы бариостатического потенциала. Теперь мы «породим» протон на расстоянии около $0{,}4 \cdot 10^{-13}$ *см* от другого протона. Для этого требуется некоторое количество энергии. Как будет показано в п. V, pp-взаимодействие является на таком расстоянии отталкивательным ввиду нашей связи барионных токов. Однако, по нашему предположению, необходимая для порождения протона энергия не зависит от этого отталкивательного бариостатического потенциала, характерного для pp-взаимодействия на малых расстояниях. Эта энергия равна, следовательно, энергии E, требующейся для порождения протона в любой другой точке. Пусть наша система теперь эволюционирует. Рассматриваемые два протона разлетаются, причем проявляется потенциальная энергия, которую мы связываем с короткодействующим pp-отталкиванием. Когда оба протона достаточно далеко разойдутся, мы вновь уничтожим один из них. Согласно сделанному предположению, конкретный выбор абсолютной шкалы бариостатического потенциала физически несуществен, так что мы вновь получим точно ту же энергию E. Таким образом, мы получили из ничего некоторое количество энергии, связанной с короткодействующим pp-отталкиванием. Придя к такому противоречию с законом сохранения энергии, мы показали, что произвольность выбора абсолютной шкалы бариостатического потенциала требует выполнения закона сохранения барионов.

ются лишь их производные; на это обстоятельство недавно обратили внимание Ааронов и Бом [35].

Ввиду новизны наших идей не слишком удивительно, что предлагаемая теория встречается с трудностями. Было бы вместе с тем прискорбно, если бы ее пришлось отбросить в связи с проблемой массы покоя B-квантов, точно так же, как было бы жаль, если бы была отброшена модель атома Бора ввиду трудностей, связанных с понятием «квантовых скачков». Мы продолжаем свои исследования, предполагая в дальнейшем, что массы различных B-квантов имеют величины от $3\mu_\pi$ до $6\mu_\pi$, так как в случае существования фундаментальной длины вероятно, что ее численное значение близко к величине комптоновской длины волны нуклона, а также потому, что едва ли существуют подобные «частицы» с массами покоя менее $3\mu_\pi$.

Если бы константы связи $f_T^2/4\pi$, $f_Y^2/4\pi$ и $f_B^2/4\pi$ были малыми, то обмен одним B-квантом между двумя токами приводил в каждом случае соответственно к эффективному гамильтониану вида

$$H_T = -\frac{f_T^2}{4\pi\mu_T^2}\,\mathbf{J}_\mu^{(T)}\cdot\mathbf{J}_\mu^{(T)}, \tag{18}$$

$$H_Y = -\frac{f_Y^2}{4\pi\mu_Y^2}\,J_\mu^{(Y)}J_\mu^{(Y)}, \tag{19}$$

$$H_B = -\frac{f_B^2}{4\pi\mu_B^2}\,J_\mu^{(B)}J_\mu^{(B)} \tag{20}$$

ввиду того обстоятельства, что квадрат переданного инвариантного импульса был бы много меньше, чем рассматриваемое значение μ^2. Возникающие взаимодействия между токами напоминают слабую VA-связь.

Здесь следует подчеркнуть, что связь между такими взаимодействиями токов и теориями типа Янга — Миллса обсуждалась ранее Фейнбергом и Гюрши [11]. Один из этих авторов (Гюрши) заметил в сентябре 1958 г. на семинаре в Институте высших исследований в Принстоне, что если все сильные взаимодействия вытекают из предпосылок типа использованных Янгом и Миллсом, то отсюда сразу же следует закон сохранения четности при сильных взаимодействиях. Однако в своей статье эти авторы как будто высказались за то, что выражение (18), а возможно и (19), должно быть введено в качестве возмущения, приводящего к нарушению симметрии чрезвычайно высокого порядка

(6-мерной симметрии Тиомно [36]) для взаимодействий типа Юкавы между π- и K-мезонами[1]).

Как мы покажем далее, численные значения констант связей лежат между 1 и 20, так что выражения (18)—(20) могут служить эффективными гамильтонианами лишь в весьма грубом приближении. Вместе с тем оказывается, что в статическом пределе для «потенциала», обязанного продольной компоненте B-поля, даже при сильной связи получается правильное значение, если исходить из расчетов в борновском приближении. Подобная ситуация известна в электродинамике, где закон Кулона сохранил бы свою силу, даже если бы константа $e^2/4\pi$ была равна не 1/137, а целым 137. Например, статический потенциал, действующий между двумя нуклонами и обязанный фундаментальной барионной связи, имеет обычную форму потенциала Юкавы

$$V = \frac{f_B^2}{4\pi} \frac{\exp(-\mu_B r)}{r} \tag{21}$$

как в пределе сильного, так и в пределе слабого взаимодействий (и вообще в любом другом случае). Соответствующий потенциал для $N\bar{N}$-взаимодействия равен величине (21), взятой с обратным знаком.

В нашей теории единственными «фундаментальными» связями для сильных взаимодействий являются связи (6)—(8). Это означает, что обычная связь типа Юкавы для π- или для K-мезона представляет собой феноменологическое проявление связей (6)—(8). В 1949 г. Ферми и Янг [37] показали, что если существует 4-нуклонное взаимодействие двух токов, подобное 4-фермионной фермиевской связи в случае слабых взаимодействий, то оказывается возможным представить π-мезон как пару нуклон — антинуклон. Более того, они показали, что свойства π-мезона, построенного таким образом, близко сходятся со свойствами π-мезона обычной теории Юкавы в отношении процессов при низких энергиях. Например, нуклоны могут излучать и поглощать и такие одиночные мезоны. В нашем случае ситуация оказывается сложнее, чем в теории Ферми — Янга, так как рассматриваются три взаимодействия между токами. В модели Ферми — Янга существовала возможность вывода как массы π-мезона, так и феноменологической константы взаимодействия типа Юкавы, исходя из одного параметра, характеризующего 4-нуклонную связь. В нашем случае это практически невыполнимо. Мы можем,

[1]) Когда большая часть настоящего исследования была уже выполнена, автор узнал, что Фейнберг и Гюрши рассматривали подобную же теорию, однако оставили ее главным образом ввиду затруднения с массами покоя B-квантов.

не задумываясь, изобразить фейнмановские диаграммы, приводящие к взаимодействию типа Юкавы, однако основывающиеся на этих диаграммах вычисления не могут иметь смысла. В п. VI мы обсудим другие пути, которые также могут привести к выводу связей типа Юкавы.

Несмотря на то что нам не известен путь вывода точного вида взаимодействия типа Юкавы, было бы правильным сказать, что в пределе низких энергий феноменологическая πN-связь типа Юкавы должна иметь обычный вид $i\partial_k\varphi_\pi u_N^+\tau\sigma_k u_N$, так как эта форма основывается лишь на соображениях зарядовой независимости и сохранения четности. На вопрос о том, до каких энергий остается применимым такой эффективный гамильтониан, нельзя дать ответа, не прибегая к подробным вычислениям. Наша теория не противоречит плодотворным сторонам статических мезонных теорий типа Чу—Лоу [38, 39].

Связь между моделью Чу—Лоу и нашей фундаментальной теорией до некоторой степени напоминает связь между такими моделями ядра, как оболочечная модель, и нашими познаниями о фундаментальном нуклон-нуклонном взаимодействии. Большинство из нас считает, что различные модели ядра могут быть в принципе построены на основании наших знаний о нуклон-нуклонном взаимодействии, хотя бы эта задача и была чрезвычайно сложной. Однако мы пользуемся различными моделями, так как они позволяют простым образом рассматривать ядерные уровни и т. п. Подобным же образом вывод модели Чу—Лоу, исходя из наших трех фундаментальных связей, на данном этапе практически невозможен. Однако мы все же можем опираться на эту модель, так как она дает удобный подход к пониманию πN-рассеяния в случае p-волны, фоторождения при низких энергиях и «хвоста» 2-нуклонного потенциала.

Следует ожидать, что сохранят силу и релятивистские дисперсионные соотношения, вывод которых не опирается на конкретную структуру лагранжианов. В πN-рассеянии сохраняется простой полюс при $\omega = -\mu_\pi^2/2M_N$, и если вывод Мандельстама окажется правильным, то амплитуда NN-рассеяния, рассматриваемая как функция переданного импульса, должна сохранять особенность при $q^2 = -\mu_\pi^2$. То обстоятельство, что мы обычно выражаем вычеты для таких особенностей через константу связи, фигурирующую в перенормированном лагранжиане типа Юкавы, не должно означать, что эти дисперсионные соотношения сильно зависят от той конкретной теории, для которой связи типа Юкавы являются основными. С нашей точки зрения, такой вычет представляет собой не что иное, как феноменологический параметр, характеризующий интенсивность протекания весьма сложного процесса, при котором нуклон испускает π-мезон некоторой нефизической энергии, причем все три частицы находятся в своих нормальных массовых состояниях.

С другой стороны, конкретные предсказания, вытекающие из нашей теории (в том случае, если бы мы были в состоянии провести соответствующие вычисления), должны отличаться от конкретных предсказаний, вытекающих из последовательно релятивистских лагранжианов типа Юкавы, в особенности, если отношение ω/M сравнимо с единицей. Уже в значительной степени упрощенные расчеты Ферми и Янга [37], видимо, указывают на это обстоятельство. Если наша теория подтвердится, то вопрос о том, правильна ли псевдоскалярно-псевдоскалярная связь или псевдоскалярно-псевдовекторная связь, потеряет смысл, а самые попытки построения ядерных потенциалов из последовательных релятивистских лагранжианов типа Юкавы приобретут характер чисто теоретических упражнений.

Здесь нам могут возразить следующее: «Чего стоит ваша теория, если все, что она может дать, сводится *в принципе* к ее совместности с плодотворными сторонами мезонных теорий типа Чу — Лоу и релятивистских дисперсионных соотношений?» Однако (в известной мере к нашему собственному удивлению) обнаруживаются новые конкретные и непосредственные экспериментальные данные в ее пользу. В следующих четырех пунктах мы будем искать простые непосредственные критерии для проверки нашей теории и покажем, что она объясняет данные эксперимента именно в тех его областях, в которых обычные теории типа Юкавы не дают простого ответа. Конечно, мы не можем судить, в какой мере сказываются на наших предсказаниях «феноменологические» связи типа Юкавы, и в большинстве случаев наши предсказания ограничиваются качественными утверждениями «да» — «нет». Например, мы можем лишь сказать, положителен или отрицателен знак некоторого сдвига фазы, или может теория или нет дать качественное объяснение некоторой «загадки». Однако если наша теория в десяти случаях дает правильные «да» и «нет», то вероятность случайного характера этого совпадения равна 1/1024.

III

Одной из до сих пор не разгаданных загадок физики π-мезонов низких энергий является своеобразная зависимость πN-рассеяния в случае s-волны от изоспина. Эксперимент дает при $T={}^1/_2$ в s-состоянии притяжение, в то время как при $T={}^3/_2$ имеет место отталкивание, причем

$$\begin{aligned} \delta_1 &\approx 0{,}16\eta, \\ \delta_3 &\approx -0{,}11\eta; \end{aligned} \tag{22}$$

где через η обозначена величина импульса π-мезона в системе центра масс, измеренная в единицах $1/\mu c$ [40]. Все «честные» расчеты, производившиеся на основе псевдоскалярно-псевдоскалярной связи, предсказывают чрезмерно слабую зависимость взаимодействия от изоспина; при этом следует ожидать, что слагаемое, зависящее от изоспина, будет в ω/M раз меньше, чем не зависящая от изоспина часть взаимодействия, что противоречит эксперименту[1]). Могут утверждать, что релятивистская теория дисперсионных соотношений «объяснит» эту загадку, так как в ней можно выразить поперечник рассеяния с перезарядкой через константу связи типа Юкавы, определяемую из рассеяния в случае p-волны и через интеграл по полному сечению [41]. Этот аргумент является, однако, ложным. Для расчета исследуемого соотношения мы должны подставить в правую часть соответствующего уравнения не только сведения о p-волне, но также наблюдаемые данные об s-волне и данные о процессах, протекающих при значительно более высоких энергиях. Таким образом, мы ничего не «объясним» в явлении рассеяния в случае s-волны.

В то же время из нашей теории непосредственно следует объяснение этой старой загадки. «Потенциал» s-состояния, действующий между π-мезоном и нуклоном, пропорционален величине $\frac{1}{2}\mathbf{T}_\pi \cdot \boldsymbol{\tau}_N$, умноженной на положительное число. Так как при $T = \frac{1}{2}$ (антипараллельные изоспины) $\frac{1}{2}\mathbf{T}_\pi \cdot \boldsymbol{\tau}_N = -1$, а при $T = \frac{3}{2}$ (параллельные изоспины) $\frac{1}{2}\mathbf{T}_\pi \cdot \boldsymbol{\tau}_N = \frac{1}{2}$, то для $T = \frac{1}{2}$ имеет место притяжение, а для $T = \frac{3}{2}$ — отталкивание, что согласуется с наблюдениями. Если проводить этот анализ количественно, то множитель $f_T^2/4\pi\mu_T^2$, фигурирующий в нашем гамильтониане взаимодействия изоспиновых токов

$$H = \frac{f_T^2}{4\pi\mu_T^2}\left(\varphi_\pi \times \frac{\partial \varphi_\pi}{\partial x_0}\right) u_N^+ \frac{\boldsymbol{\tau}}{2} u_N, \tag{23}$$

оказывается порядка $0{,}1/\mu_\pi^2$, согласно оценкам Клейна [42] и Дрелла и др. [43]. Принимая массу B_T-частицы порядка $4\mu_\pi$, получаем

$$\frac{f_T^2}{4\pi} \approx 1{,}5. \tag{24}$$

Следует отметить, что при использовании одного лишь гамильтониана (23) силы притяжения в состоянии $T = \frac{1}{2}$ оказываются

[1]) В рамках теории γ_5-связи вошло в обычай объяснять слабость взаимодействия в s-состоянии, вводя различные механизмы «подавления пар». Такие подходы неудовлетворительны; они не в состоянии объяснить, почему зависящая от изоспина составляющая рассеяния в случае s-волны не оказывается во столько же раз меньше, во сколько раз уменьшается не зависящая от изоспина составляющая.

слишком большими, а силы отталкивания в состоянии $T = {}^3/_2$ — слишком слабыми. Для исправления этого положения требуется добавить член вида $\lambda\varphi_\pi^2 u_N^+ u_N$, где $\lambda > 0$. В рамках нашей теории такой не зависящий от изоспина эффективный гамильтониан может быть получен путем итерирования феноменологической связи типа Юкавы. Однако на данном этапе мы вынуждены довольствоваться выводом основных качественных характеристик πN-рассеяния в случае s-волны, а именно получить непосредственно из нашей связи с током изоспина правильные знаки фаз δ_1 и δ_3.

Мы оценили в борновском приближении влияние взаимодействия изоспиновых токов (18) на рассеяние в случае p-волны. Этот эффект оказался пренебрежимо малым. Например, вблизи 33-резонанса фазы δ_{31} и δ_{13} отстоят одна от другой максимум на 5°. Отсюда следует, что наш подход не обесценивает предсказаний обычных статических теорий, успешно объясняющих основные свойства рассеяния в случае p-волны.

Ожидается, что существует значительное различие между $\pi\Sigma$-рассеянием в случае s-волны и πN-рассеянием также для s-волны. Оно вызвано лишь тем обстоятельством, что изоспин Σ-гиперона равен 1, а изоспин нуклона N равен $^1/_2$. При $T = 0$ мы получим $\mathbf{T}_\pi \cdot \mathbf{T}_\Sigma = -2$; это же произведение равно -1 при $T = 1$ и $+1$ при $T = 2$. Отсюда следует, что $\pi\Sigma$-взаимодействие при $T = 0$ характеризуется более сильным притяжением, чем πN-взаимодействие в состоянии $T = {}^1/_2$. Заметим, что в общем случае вычисления взаимодействий в борновском приближении занижают силу притяжения. С помощью формализма теории рассеяния, развитого Эдвардсом и Мэтьюсом [44], мы получили формулу для эффективного поперечника $\pi\Sigma$-рассеяния в случае s-волны. При этом мы рассматривали нуклоны в статическом приближении, используя одномезонный подход; после получения матрицы рассеяния была явно принята во внимание симметрия по отношению к перестановке начальной и конечной мезонной линий. Мы получили следующие выражения:

$$
\begin{aligned}
p \operatorname{ctg} \delta_\alpha &= -\frac{2\pi}{(f_T^2/4\pi\mu_T^2)\, n_\alpha \omega}\left(1 - \frac{\omega}{\omega_\alpha}\right); \\
\omega_\alpha &= -\frac{\pi^2}{(f_T^2/4\pi\mu_T^2)\, N_\alpha \Lambda},
\end{aligned}
\tag{25}
$$

где

$$
\begin{aligned}
n_\alpha &= -2 \quad \text{для} \quad T = 0, \qquad n_\alpha = -1 \quad \text{для} \quad T = 1, \\
N_\alpha &= -\frac{3}{2} \quad \text{для} \quad T = 0, \qquad N_\alpha = -\frac{1}{2} \quad \text{для} \quad T = 1.
\end{aligned}
\tag{26}
$$

Эта формула для эффективного поперечника рассеяния в случае s-волны своеобразна в том отношении, что главным членом в ней является не постоянная, а функция вида $1/\omega$. Это — непосредственное следствие того факта, что эффективный потенциал, существование которого следует из принятого взаимодействия между токами, пропорционален ω. Благодаря такому его свойству определенно вырисовывается возможность существования резонанса в состоянии $T=0$ в случае s-волны. Заметим, что обычное взаимодействие типа $\varphi_\pi^2 u_N^+ u_N$, приводящее к соотношению для эффективного поперечника вида $p \operatorname{ctg} \delta = \mathrm{const}$, ничего подобного не дает. Следует ожидать, что при энергии обрезания $\Lambda \approx 4\mu_\pi$ и величине константы связи $f_T^2/4\pi\mu_B^2$, определенной из πN-рассеяния, резонанс в состоянии $T=0$ будет иметь место при энергиях, близких к порогу осуществления реакции $K^- p$. При таких энергиях в состоянии $T=1$ сдвиг фаз еще остается малым (около 30°), так что разница в сдвиге фаз $\pi\Sigma$-рассеяния в состояниях $T=0$ и $T=1$ будет порядка 60°. Этот вывод в корне противоположен выводам теории глобальной симметрии, согласно которой различие в сдвиге фаз (полученное из одного лишь гамильтониана взаимодействия π-мезонов с барионами) должно быть с необходимостью малым.

Обнаруживается возможность «измерения» этого различия в сдвигах фаз для реакции $K^- + p \to \Sigma^{\pm,\,0} + \pi^{\mp,\,0}$ при низких энергиях, если только относительная четность K- и Σ-частиц противоположна, на что указывают некоторые факты[1]). Самые новейшие исследования[2]) заставляют думать, что обсуждавшееся различие в сдвигах фаз имеет как раз порядок 60°. Однако заключить отсюда, что этот результат прекрасно согласуется с нашей теорией, было бы несколько наивным. Скорее следовало бы проявить максимум осторожности: Далитц и Туан [45] показали, что сам факт существования разрешенного канала $\overline{K}N$-реакций может сильно повлиять на $\pi\Sigma$-рассеяние. Действительно, если $\overline{K}N$-взаимодействие окажется отталкивательным, то мы можем, исходя лишь из соображений унитарности и аналитичности матрицы рассеяния, предсказать существование резонанса в $\pi\Sigma$-системе ниже порога протекания реакции $K^- p$; этот резонанс не имеет никакого отношения к тому резонансу, который можно предсказать, исходя из гамильтониана $\pi\Sigma$-взаимодействия и считая,

---

[1]) Этот вывод следует также из доклада Л. Альвареца [20] и из частного сообщения Леви-Сетти, основанного на предпринимаемых во всем мире попытках обнаружить комплекс $(\Sigma^- n)$.

[2]) S. F. Туан, частное сообщение.

что канала реакции $\overline{K}N$ не существует[1]). К счастью, новейшие эксперименты позволяют заключить, что $\overline{K}N$-взаимодействие характеризуется притяжением [20], откуда следует вывод, что резонанса Далитца — Туана не существует. Более того, можно показать, что в случае правильности так называемого ($b+$) решения Далитца [46] (характеризуемого притяжением), в поддержку которого мы выскажем некоторые теоретические соображения в п. IV, «идеальная» разность сдвигов фаз, полученная в предположении отсутствия $\overline{K}N$-канала, несколько напоминает «действительную картину» этого различия[2]). Когда будут получены более надежные значения эффективных поперечников рассеяния, мы опубликуем более подробное количественное обсуждение этих вопросов.

Приступим теперь к краткому обсуждению возможности существования $\pi\pi$-резонансов. Сам факт возможности «сильного распада» B_T-кванта в теории Янга — Миллса при $J=1$ и $T=1$ с образованием двух π-мезонов обусловливает резонансное поведение системы двух π-мезонов в состоянии с $T=1$ (p-волна). Как показали Фрэзер и Фулко [47], изовекторная составляющая электромагнитной структуры нуклона может быть без труда интерпретирована, если допустить существование такого резонанса при энергии между $4\mu_\pi$ и $5\mu_\pi$ в системе центра масс. Таким образом, существование указанного резонанса может быть тривиальным образом объяснено, если наша теория окажется справедливой[3]). Аналогичным образом следует ожидать, что система трех π-мезонов в состоянии $T=0$, $J=1$ должна обладать двумя резонансами, соответствующими процессам распада B_B- и B_Y-квантов[4]).

Появляется искушение посмотреть, нельзя ли свести так называемые «высшие резонансы» в πN-взаимодействиях к 2π- и 3π-резонансам, обусловленным свойствами наших B-квантов[5]).

---

[1]) Не следует смешивать с нашим резонансом резонанс Далитца — Туана при $\pi\Sigma$-рассеянии. Действительно, наши вычисления, приводящие к $\pi\Sigma$-резонансу в состоянии с $T=0$, имеют смысл лишь для таких систем решений Далитца, из которых нельзя сделать заключения о каком-либо $\pi\Sigma$-резонансе типа Далитца — Туана. Автор благодарен д-ру С. Ф. Туану за интересное обсуждение.

[2]) На это обстоятельство впервые обратили внимание автора проф. М. Росс и д-р Дж. Л. Шоу.

[3]) Автор благодарен проф. Й. Намбу, который указал на эту связь между резонансом Фрэзера — Фулко и свойствами B_T-кванта Янга — Миллса.

[4]) *Замечание при корректуре*: Резонанс системы трех π-мезонов при $T=0$, $J=1$ обсуждал также Чу [109]. Различия между подходом Чу и нашим были разобраны в статье Сакураи [110].

[5]) О современном состоянии экспериментальных исследований этих «высших резонансов» см. работы [48, 49], содержащие ссылки на более ранние исследования.

Можно делать различные «дикие» предположения о том, каким образом могли бы возникать эти наблюдаемые резонансы в нашей теории, однако мы еще не вправе настаивать на отдельных конкретных механизмах. Здесь целесообразно отметить следующие три весьма важных обстоятельства:

1. Имеются два высших резонанса в состоянии $T = {}^1/_2$ и один в состоянии $T = {}^3/_2$. Это обстоятельство может быть связано с тем фактом, что в нашей теории имеется два рода B-квантов с $T = 0$ и один — с $T = 1$.

2. Полные сечения рассеяния π^+p и π^-p изменяются удивительно медленно при энергиях, превышающих энергии этих трех высших резонансов, и мы едва ли располагаем «богатыми спектроскопическими данными» выше 2 *Бэв* для систем с $S = 0$, $B = 1$. Если наблюдаемые резонансы окажутся просто наслоениями знакомых нам 33-резонансов, то можно ожидать обнаружения и дальнейших высших резонансов.

3. Ширина каждого из этих трех высших резонансов настолько мала, что ее едва ли можно объяснить с помощью обычных механизмов.

Переходя теперь к вопросу о множественном порождении π-мезонов, мы можем из общих соображений предсказать, что сечения множественного порождения π-мезонов должны превышать значения, ожидаемые на основании теории Юкавы или статистических методов, даже при энергиях ниже порога образования B-квантов. По-видимому, на эти обстоятельства указывает также эксперимент. Рассмотрим, например, механизм образования двух π-мезонов. Так как нуклон окружен B_T-полем, то в состоянии $T = 1$ непрерывно происходит порождение и уничтожение виртуальных пар π-мезонов. При наличии достаточной энергии эти пары с легкостью становятся реальными. Следует ожидать, что порожденная таким образом пара π-мезонов должна находиться в p-состоянии относительно системы центра масс этих двух π-мезонов. Если фоторождение пар π-мезонов происходит таким же образом, то мы можем ожидать при γp-столкновениях порождения большего числа пар $(\pi^+\pi^-)$, чем $(2\pi^0)$, так как состояние $2\pi^0$ не реализуется при $T = 1$. Было бы интересно экспериментально проверить эти соображения.

IV

Обратимся теперь к различным процессам с участием K-частиц[1]). Здесь ситуация более сложна, чем обсужденное

---

[1]) Автор признателен проф. Р. X. Далитцу за обсуждение вопросов, относящихся к физике K-частиц.

в предыдущем пункте взаимодействие π-мезонов с барионами, так как K-частицы обладают наряду с изоспином также гиперзарядом, а у π-мезонов последний отсутствует.

Рассмотрим прежде всего влияние связи с током гиперзаряда на $K^{\pm}N$-взаимодействия. В полной аналогии с законом Кулона мы получим отталкивание или притяжение между двумя частицами с отличными от нуля гиперзарядами соответственно тому, одноименны или противоположны по знаку эти гиперзаряды. Вспомним, что K-частицы (K^+ и K^0) и нуклоны N (протон p и нейтрон n) несут положительные гиперзаряды, в то время как $\overline{K}$-частицы (K^- и $\overline{K}^0$) и $\Xi^{0,-}$-гиперон несут отрицательные гиперзаряды. Отсюда следует отталкивательный характер KN-взаимодействия и притяжение при $\overline{K}N$-взаимодействии, если только феноменологические силы Юкавы в этих случаях несущественны. Недавние эксперименты показали, что относительная четность Σ- и K-частиц, по-видимому, является противоположной, так же как (предположительно) относительная четность Λ- и K-частиц [50]. Отсюда следует, что феноменологические связи типа Юкавы K-частиц, по-видимому, более существенны при взаимодействии в p-состоянии и что этот наш подход может быть приблизительно верен для взаимодействий в s-состоянии.

Непосредственно из выражения (19) следует эффективный гамильтониан вида

$$H=\frac{f_Y^2}{4\pi\mu_Y^2}\,i\left(\varphi_K^{+}\frac{\partial\varphi_K}{\partial x_0}-\frac{\partial\varphi_K^{+}}{\partial x_0}\varphi_K\right)u_N^{+}u_N. \tag{27}$$

На языке потенциала этот гамильтониан означает, что KN-взаимодействие в s-состоянии является отталкивательным, а при $\overline{K}N$-взаимодействии в s-состоянии имеет место притяжение. Из выражения (27) также следует, что KN- и $\overline{K}N$-взаимодействия не зависят от изоспина, иначе говоря, в обоих состояниях по странности отсутствует рассеяние, сопровождающееся перезарядкой.

Любопытно, что в 1956 г. Кристи [51] в связи со своей составной моделью предложил потенциалы KN- и $\overline{K}N$-взаимодействия, обладающие в точности этими же свойствами[1]). Эти потенциалы встретили тогда критику со стороны Вентцеля, заявившего, что они неосновательны с точки зрения теории поля, рассматривающей $\overline{K}$-частицы в качестве античастиц по отношению к K-частицам, и Кристи был вынужден признать, что его потен-

[1]) Зарождение идеи потенциалов Кристи можно проследить вплоть до давних работ Гольдхабера [52, 53]. Позднее такие потенциалы рассматривал Б. Т. Фельд с сотр. в неопубликованной работе.

циалы плохо согласуются с принципами теории поля. Очевидно, Вентцель имел в виду парное взаимодействие типа Вентцеля, описываемое гамильтонианом

$$H = \lambda \varphi_{\bar{K}}^{*} \varphi_{K} u_{N}^{*} u_{N}, \tag{28}$$

который обеспечивает точную симметрию между K- и $\bar{K}$-частицами, приводя тем самым к одинаковому знаку потенциалов как для KN-, так и для $\bar{K}N$-взаимодействий. Наша теория оправдывает скорее гамильтонианы (27), чем (28), так что потенциалы Кристи восстанавливают свои права в теории поля. Хотелось бы при этом отметить, что обычные псевдоскалярно-псевдоскалярные связи типа Юкавы при $G(K\Lambda N) = \pm G(K\Sigma N)$ приводят к гамильтониану (28), а не (27).

Эксперимент обнаруживает явно отрицательный сдвиг фазы для $K^{+}p$-реакции при $T = 1$. Более того, известно, что рассеяние K^{+}-частиц на нейтронах с перезарядкой в s-состоянии незначительно. Следовательно, KN-взаимодействие в случае s-волны является отталкивательным и в состоянии $T = 1$, и в состоянии $T = 0$ в согласии с нашей теорией. Недавние эксперименты показали наличие существенной интерференции между кулоновским потенциалом и «потенциалом» $K^{-}p$-взаимодействия [20]. Известно, что рассеяние K^{-}-частиц на протонах с перезарядкой имеет малое сечение; отсюда, естественно, следует вывод, что $\bar{K}N$-взаимодействие характеризуется притяжением как при $T = 1$, так и при $T = 0$. (В действительности следует проявлять несколько большую осторожность утверждая, что малость сечения рассеяния K^{-}-частиц на протонах с перезарядкой требует одинакового знака для потенциалов в состоянии с двумя указанными значениями изоспина. Дело в том, что рассеяние с перезарядкой должно обладать малым сечением, если присутствует сильное поглощение, вызванное реакцией $K^{-} + p \rightarrow \Sigma$ (или Λ) $+ \pi$ в обоих изоспиновых состояниях; предельный случай полного поглощения приводит как при $T = 1$, так и при $T = 0$ к равному нулю сечению рассеяния с перезарядкой. Однако более тщательный анализ, проделанный Джексоном и др. [54] и Далитцем [46], приводит к заключению, что вещественные части длин рассеяния для двух изоспиновых состояний при $\bar{K}N$-взаимодействии должны обладать одним и тем же знаком.) Довольно замечательно, что из наших весьма несложных рассуждений, основывающихся на свойствах связи с током гиперзаряда, следуют правильные качественные характеристики как KN-, так и $\bar{K}N$-взаимодействия при низких энергиях.

Ввиду наличия у K-частицы изоспина, естественно, возникает вопрос: что можно сказать об эффектах, которые следует ожидать, исходя из связи с током изоспина? Мы ожидаем здесь появления в дополнение к гамильтониану (27) нового эффективного гамильтониана

$$H = \frac{if_T^2}{4\pi\mu_T^2}\left(\varphi_K^+ \frac{\boldsymbol{\tau}}{2}\frac{\partial\varphi_K}{\partial x_0} - \frac{\partial\varphi_K^+}{\partial x_0}\frac{\boldsymbol{\tau}}{2}\varphi_K\right) u_N^+ \frac{\boldsymbol{\tau}}{2} u_N. \qquad (29)$$

Заметим, что произведение $(\boldsymbol{\tau}/2)(\boldsymbol{\tau}_{KN}/2)$ равно $^1/_4$ при $T=1$ и равно $-^3/_4$ при $T=0$. Следовательно, чтобы полученное выше из одной лишь связи с током гиперзаряда качественное согласие с опытом не нарушилось под действием гамильтониана (29), нужно потребовать, чтобы константа $f_Y^2/4\pi\mu_Y^2$ была больше, чем константа $f_T^2/4\pi\mu_T^2$. Если мы сделаем такое предположение, в наших возможностях будет также сделать более точное предсказание, касающееся KN-рассеяния: отталкивание в состоянии $T=1$ должно быть сильнее, чем в состоянии $T=0$. Такой вывод согласуется с анализом сдвига фаз, проведенным Прайсом и др. [55], которые получили при 125 *Мэв* следующие результаты:

$$\begin{aligned} \delta &= -20^\circ \quad \text{при} \quad T=1, \\ \delta &= -7^\circ \quad \text{при} \quad T=0. \end{aligned} \qquad (30)$$

Для теоретического объяснения этих результатов, по-видимому, достаточно потребовать выполнения соотношения типа $f_Y^2/4\pi\mu_Y^2 \approx \approx 3f_T^2/4\pi\mu_T^2$ между константами связей. Подобным же образом мы приходим к заключению о большем притяжении в состоянии $T=0$ по сравнению с состоянием $T=1$ для $\overline{K}N$-взаимодействия в случае s-волны. С этим, видимо, согласуется $(b+)$-решение Далитца с силами притяжения [45], для которого вещественная часть характеристической длины рассеяния при $T=0$ оказывается больше, чем при $T=1$.

То обстоятельство, что основные качественные характеристики рассеяния K^+- и K^--частиц на нуклонах при низких энергиях согласуются скорее с гамильтонианом (27), чем с (29), указывает на верность в некоторой области дублетной симметрии Паиса (правило $S_1 - S_2$), запрещающей решение с перезарядкой [3]. Легко видеть, что принцип дублетной симметрии Паиса сохраняет силу при наличии связей с током гиперзаряда и с барионным током и нарушается под действием связи с током изоспина. Мы еще вернемся к этому в п. VI.

Заслуживает внимания вопрос о том, в какой мере сохраняют свою силу при более высоких энергиях наши качественные выводы о взаимодействиях $K^\pm$-частиц, полученные в пределе низких энергий. Эксперимент указывает на то, что полные сечения K^+p- и K^+n-рассеяний продолжают оставаться малыми (порядка 15—20 *мбарн*), и на их примерное постоянство вплоть до миллиардов электронвольт, где не обнаружено ни одного максимума. (Одну область подъема кривой, описывающей сечение рассеяния K^+-частиц на нейтронах с перезарядкой, которая, видимо, соответствует только p-волне, можно приписать феноменологическим юкава-связям K- и π-мезонов с барионами.) Это обстоятельство можно качественно понять, вводя отталкивательный короткодействующий потенциал в KN-взаимодействии, так как поперечное сечение рассеяния (определяемое только радиусом действия потенциала) должно оставаться постоянным. В противоположность этому представляется довольно твердо установленным, что не только полное сечение K^-p-рассеяния, но и сечение упругого K^-p-рассеяния превышают величину сечений упругого K^+p-рассеяния при всех энергиях. В этом случае сечение кажущегося упругого K^-p-рассеяния может быть велико вследствие сильного поглощения. Однако не исключено, что сечение $\bar{K}N$-рассеяния может оказаться большим даже при отсутствии каналов поглощения. Например, при 400 *Мэв/с*, когда $\pi\lambda^2 = 20$ *мбарн*, сечение поглощения при $T = 1$ равно примерно 15 *мбарн*, а сечение при $T = 0$ — около 20 *мбарн*, в то время как сечение упругого K^-p-рассеяния достигает 50 *мбарн* [20]. Возвращаясь к языку потенциалов, мы замечаем, что большая величина сечения упругого рассеяния все же может согласоваться с короткодействующим характером взаимодействия, если только потенциал описывает сильное притяжение. Резюмируя, можно сказать, что даже при высоких энергиях имеется некоторая возможность объяснить KN- и $\bar{K}N$-взаимодействия с помощью потенциалов Кристи, т. е. потенциалов одного и того же типа, одной и той же величины, но противоположного знака (соответственно противоположным знакам гиперзаряда); именно этого следовало ожидать, исходя из нашего взаимодействия между токами, обусловленного фундаментальной связью с током гиперзаряда. Другое замечательное обстоятельство заключается в том, что сечение рассеяния K^--частиц с перезарядкой, по-видимому, сохраняет малую величину при всех исследованных до настоящего времени энергиях. Это может составить дополнительное подтверждение справедливости той мысли, что связь с током гиперзаряда, сохраняющая дублетную симметрию Паиса, является основным фактором, ответственным за $\bar{K}N$-рассеяние при всех энергиях (даже в том случае, когда картина искажается сильными эффектами поглощения).

Если подтвердится мысль о том, что общие свойства $K^{\pm}N$-взаимодействий могут быть интерпретированы при помощи связи с током гиперзаряда, то окажется затруднительным получить информацию об обычных константах связи $G^2(K\Lambda N)$ и $G^2(K\Sigma N)$

из релятивистских дисперсионных соотношений, если только не привлечь очень точных данных, чувствительных к присутствию полюсов, связанных с 1Λ- и 1Σ-состояниями. Это положение несколько напоминает случай фоторождения π^+-мезона, при котором было бы затруднительно определить знак и величину полюса, связанного с фотоэлектрическим членом при $\beta_\pi \cos\theta = 1$, если бы не существовало весьма точных данных относительно протекания этого процесса при малых углах (вперед), хотя основные закономерности реакции $\gamma + p \to n + \pi^+$ можно понять, исходя из «катастрофического» члена $(i\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{A}\varphi_{\pi^-})$ и 3—3-резонанса [56]. То обстоятельство, что мы не можем в настоящее время на основании дисперсионных соотношений KN-рассеяния определить даже знаки полюсов, связанных с Λ- и Σ-частицами (которые непосредственно связаны с относительной четностью K- и Λ-частиц, и с таковой K- и Σ-частиц), возможно, проистекает из того факта, что основные свойства KN- и $\overline{K}N$-реакций очень мало зависят от феноменологических связей типа Юкавы K-частиц с ΛN- и ΣN-системами [57].

Рассмотрим теперь реакцию

$$K^- + p \to \Xi + K. \tag{31}$$

Эксперимент дает аномально малое сечение порождения для такого процесса — порядка 25 *мкбарн* для $\Xi^0 K^0$ и менее 15 *мкбарн* для $\Xi^- K^+$ при импульсе K^--частиц, равном 1,7 *Бэв/с* [20]. Если исходить из теории Юкавы, то придется считать, что диаграмма, соответствующая рассеянию K^+- и K^--частиц, должна также описывать образование ΞK-системы, причем это утверждение сохраняет свою силу не только для диаграмм низшего, но и для диаграмм более высоких порядков. Хотя мы и не располагаем значительными сведениями о рассеянии K^+- и K^--частиц при таких высоких энергиях, мы все же можем утверждать, что порядки соответствующих сечений должны составлять 5 *мбарн* для K^+-частиц и по меньшей мере 10 *мбарн* для K^--частиц. (Реакция $K^- + p \to K^- + p + n\pi^0$, где n может, в частности, равняться нулю, имеет сечение, равное $24{,}2 \pm 4{,}6$ *мбарн* [20].) При указанной энергии фазовые пространства KN- и $K\Xi$-систем относятся как 2 : 1, и мы можем заключить, что вероятность процесса (31) должна понизиться в несколько сот раз. Можно было бы сослаться также на то обстоятельство, что требование унитарности S-матрицы ограничивает данный канал при наличии нескольких других конкурирующих каналов, однако все же трудно понять, почему реакция (31) является такой редкой. Можно было бы сказать, что константы связей $G^2(K\Xi\Lambda)$ и $G^2(K\Xi\Sigma)$ намного меньше, чем $G^2(K\Lambda N)$ и $G^2(K\Sigma N)$. Однако если сравнить ΞK-сечения с соответствующими сечениями образования ΛK- и ΣK-систем при πp-столкновениях, первые не окажутся чрезмерно малыми; при сравнимых конечных импульсах K-частиц следует $\sigma(\pi^- + p \rightarrow \Sigma^+ + K^+) \approx 200$ *мкбарн*. Заметим также, что соответствующее сечение образования ΣK-системы при πp-столкновениях быстро растет вблизи порога, однако становится затем постоянным вплоть до самых высоких достигнутых в настоящее время энергий.

Далее мы предлагаем возможное объяснение этих аномалий. Возможно, что как малость, так и пологий ход сечений совместного образования частиц обусловлены тем фактом, что феноменологические связи типа Юкавы для K-частиц содержат «фундаментальные обрезания» на высоких энергиях. Такие же процессы, как $K^- p$- и $K^+ p$-рассеяние, обусловлены не-юкавскими взаимодействиями тока гиперзаряда нуклона с током гиперзаряда K-частиц и не зависят от характера обрезания.

Еще более интересные аномалии связаны с отношением образования $K\Lambda N$- и $K\overline{K}2N$-систем при NN-столкновениях. Недавние эксперименты в Дубне показали, что сечение реакции $N + N \rightarrow K + \overline{K} + 2N + n\pi$ превышает сечение реакции $N + N \rightarrow K + \Lambda + N + n\pi$ приблизительно вдвое при импульсе протонов 6,2 *Бэв/с* (причем в среднем $n \approx 2$), в то время как статистические расчеты Серулуса и Хагедорна дают множитель 1/10 [58, 59]. Большое беспокойство может вызвать, однако, то обстоятельство, что эта тенденция как будто сохраняется и при более низких энергиях вблизи порога образования $K\overline{K}$-систем (при энергии протона, равной 2,5 *Бэв*). Вместе с тем статистическая теория Фиало — Сербера дает при энергии протонов 3 *Бэв* (3,8 *Бэв/с*) отношение сечения $2NK\overline{K}$-процесса к суммарному сечению $(\Lambda NK) + (\Sigma NK)$, равное всего лишь 1/30 [60,61]. Эксперимент дает аномально малую величину сечения образования ΛNK-системы, причем число $K\overline{K}$-порождений исследовалось при энергиях, достигнутых на космотроне. Было обнаружено, что число $K\overline{K}$-порождений хорошо согласуется с образованием ΛK-систем даже вблизи порога $K\overline{K}$-порождения [62] [1]).

Аномалию такого рода трудно объяснить в рамках обычной теории Юкавы. Обыкновенно, следуя Гелл-Манну, приписывают малую величину сечения совместного образования влиянию малости констант $G^2(K\Lambda N)$ и $G^2(K\Sigma N)$, однако в этом случае будет невозможно объяснить, почему так велико сечение $K\overline{K}$-порождения, включающее *дважды* одну из этих констант. В нашей теории механизм порождения $K\overline{K}$-пары несколько необычен. Силь-

---

[1]) Кроме того, см. частное сообщение Колдуэлла (D. O. Caldwell), основанное на данных неопубликованной работы группы M.I.T., работающей на камере Вильсона.

ное B_Y-поле, окружающее нуклон, вызывает непрерывное порождение и уничтожение виртуальных $K\overline{K}$-пар подобно тому, как это имеет место в отношении пар π-мезонов, уже рассматривавшихся в этом пункте. При наличии достаточной энергии такие виртуальные пары могут непосредственно становиться реальными в NN-столкновениях. В противоположность этому обычные $K\overline{K}$-процессы совместного образования частиц происходят при участии феноменологической связи типа Юкавы, причем единица гиперзаряда должна быть передана от бариона к мезону; такая связь вполне может содержать «фундаментальное обрезание» при высоких энергиях.

Подведем итоги. Мы пришли к заключению об уменьшении вероятности процессов, приводящих к передаче гиперзаряда между барионами и мезонами, например процесса совместного образования ΛK- и ΣK-систем при πp- и NN-столкновениях и процесса образования ΞK-систем при K^-p-столкновениях. С другой стороны, по сравнению с прежней теорией представляются более вероятными те процессы, которые не сопровождаются такой передачей гиперзаряда, например рассеяние K^+- и K^--частиц и образование $K\overline{K}$-пар. [Единственным исключением из этого правила является реакция $K^- + p \longrightarrow \Sigma(\Lambda) + n\pi$, где большая величина сечения поглощения может быть обусловлена весьма глубокой потенциальной ямой, соответствующей притяжению и засасывающей K^--частицу в поглощающую «черную пропасть», способствуя тем самым слиянию гиперзарядов противоположных знаков.] Согласно нашей теории, механизмы процессов этих двух типов в корне различны: первый тип осуществляется благодаря феноменологическим связям типа Юкавы, которые, по-видимому, ослабевают при больших энергиях, в то время как второй тип осуществляется с помощью взаимодействий между токами гиперзаряда, более фундаментальных, с нашей точки зрения. Поэтому качественное различие между этими процессами не вызывает большого удивления, хотя мы еще весьма далеки от количественных оценок[1]).

V

Сложность нуклон-нуклонных и нуклон-антинуклонных процессов можно объяснить тем обстоятельством, что в них непосредственно участвуют все три фундаментальные связи. Мы на-

---

[1]) Могут сказать, что это качественное различие объясняется *очень сильным* $\overline{K}K\pi\pi$-взаимодействием, подобным тем, которые рассмотрел Баршай [63]. Однако на основании такого взаимодействия невозможно просто объяснить тот факт, что потенциал KN-взаимодействия является отталкивательным, в то время как потенциал $\overline{K}N$-взаимодействия соответствует притяжению.

чинаем рассмотрение NN-взаимодействий, используя лишь связь с барионным током и связь с током гиперзаряда.

Так как нуклон является носителем и гиперзаряда, и барионного заряда, представляется затруднительным отделить эффекты, которые должна вызывать связь с током гиперзаряда, от эффектов, обусловленных связью с барионным током, если только масса μ_Y не отличается значительно от μ_B. Полагая $\mu_Y = \mu_B$, мы получаем статический центральный потенциал, действующий между двумя нуклонами и определяемый продольными компонентами B_B- и B_Y-полей, взятыми в следующей комбинации[1]):

$$V = \frac{f_B^2 + f_Y^2}{4\pi} \frac{e^{-\mu_B r}}{r}. \tag{32}$$

Соответствующая сила, действующая между двумя нуклонами, будет сильно отталкивательной на расстояниях, меньших $1/\mu_B$, как в состоянии $T = 1$, так и в состоянии $T = 0$ *вне зависимости от величины момента импульса и четности.* Мы думаем, что таким образом может быть объяснено существование так называемой «отталкивательной сердцевины». (Леви впервые предложил считать, что отталкивательная сердцевина обусловлена сингулярной частью потенциала, вызванного обменом одним π-мезоном [64]. Заметим, что в этом случае, как следует из простых соображений, хотя мы и получаем для четных моментов L отталкивательную сердцевину: $(\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2)(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2) = 3$, но для нечетных L мы должны получить глубокую притягивающую яму: $(\boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2)(\boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2) = -9$ или -1. Излишне говорить, что это положение совершенно неудовлетворительно; потенциалы притяжения такого типа могут привести к нефизическим связанным состояниям[2]). Прямое вычисление по методу Томаса[3]), основанное на нашей теории, позволяет получить следующий потенциал спин-орбитального взаимодействия:

$$V_{LS} = \frac{f_B^2 + f_Y^2}{4\pi} \frac{1}{2M_N^2} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \frac{e^{-\mu_B r}}{r} (\mathbf{S} \cdot \mathbf{L}). \tag{33}$$

Отметим прежде всего, что получающаяся спин-орбитальная сила имеет правильный знак. Мы можем сравнить ее со спин-орби-

---

[1]) Кроме того, в нем может присутствовать интерференционный член вида $f_B f_Y$.

[2]) Иногда используют потенциал, в котором характерная для теорий типа Леви — Гартенхауза большая притягивающая яма в триплетных нечетных состояниях заменяется искусственно вводимой бесконечной отталкивательной стенкой. При этом иногда утверждают, что такой подход основан на теории поля. Однако указанный прием не имеет какого бы то ни было теоретико-полевого обоснования в рамках физики π-мезонов.

[3]) *Замечание при корректуре*: Возможность одновременного объяснения отталкивательной сердцевины и спин-орбитальной силы при постулировании существования нейтрального векторного мезона обсуждал также Брейт [111].

тальной силой, полученной Сигнеллом и др. [65], использовавшими тот же потенциал типа Томаса — Юкавы с радиусом действия, соответствующим $^1/_2\mu_\pi$. Полагая $\mu_B = 2\mu_\pi$, мы получаем соотношение $(f_B^2 + f_Y^2)/4\pi \approx 20$. Истинное значение этой константы вполне может оказаться еще больше, так как весьма вероятно, что масса μ_B имеет порядок $4\mu_\pi$ [1]). Спин-орбитальная сила еще более короткого радиуса действия была рассмотрена Гаммелом и Талером [66], однако их результаты, к сожалению, не представляется возможным сравнить с нашими, так как в них используется потенциал типа Юкавы, а не потенциал типа Томаса — Юкавы. Весьма любопытным (хотя, возможно, случайным) фактом является возможность получить значения константы связи $f_B^2/4\pi \approx 30$, если принять, что π-мезон представляет собой систему, состоящую из нуклона и антинуклона, связанных посредством B_B-поля, как отметил ранее Фуджи [29]. Соотношение $f_B^2/4\pi \gg \gg f_Y^2/4\pi$ интересным образом вызывает появление различия масс нуклона N и Ξ-частицы; это будет видно из п. VI.

Заметим, что мы сделали в высшей степени простую вещь. Ни один физик *в действительности* не думает, что отталкивательная сердцевина образована бесконечно жесткой стенкой с соответствующим этой сердцевине радиусом. Слегка «смягчив» эту сердцевину (как это имеет место в нашей теории, в которой эффект сердцевины обусловлен существованием сильного короткодействующего отталкивательного потенциала типа Юкавы), мы тотчас же можем получить спин-орбитальную силу, просто взяв томасовскую производную от потенциала, обусловливающего эффект сердцевины [2]). Автор считает, что такие простые эффекты, как эффект отталкивательной сердцевины и спин-орбитальная сила, должны иметь простое происхождение [3]).

---

[1]) *Замечание при корректуре*: В этой статье мы рассматриваем только спин-орбитальные силы томасовского типа, обусловленные отталкивательным статическим потенциалом. Спин-орбитальная сила, обусловленная полем «радиации» (так называемая брейтовская часть), в два раза превосходит томасовскую часть (имея, к счастью, одинаковый с нею знак). Это, по-видимому, приводит к константе $(f_B^2 + f_Y^2)/4\pi \approx 7$, если μ_B, $\mu_Y \sim 4\mu_\pi$, как показано в статье Дж. Сакураи [112]. См. также работы Дж. Брейта [113—116].

[2]) По-видимому, аналогичное предложение было выдвинуто Дж. Е. Брауном. Автор благодарен д-ру Дж. М. Чэйрапу и проф. Р. Эме за информацию о работе Брауна.

[3]) Из элементарных соображений можно без труда заключить, что в случае существования отталкивательной сердцевины для всех значений момента импульса, четности и изоспина, если к тому же эта сердцевина обусловлена простыми причинами, необходимо выводить ее из нейтрального векторного поля с эффективной связью векторного типа. Нейтральное скалярное поле приводит к неправильному знаку сил. Псевдовекторное, псевдоскалярное и тензорное поля дают чередование отталкивания и притяжения в зависимости от спиновых состояний. Поля с $T = 1$ приводят к чередованию отталкивания и притяжения в зависимости от изоспиновых состояний.

Включим теперь связь с током изоспина. Так как величина константы $f_B^2/4\pi$ намного превышает величину $f_T^2/4\pi$, то связь с током изоспина не слишком сильно влияет на значение силы между двумя нуклонами, если только $\mu_T \gg \mu_B$, μ_Y. Если же масса μ_T меньше, чем μ_B (или μ_Y), то возможна модификация потенциала (32) с учетом зависимости от изоспина, что усиливает отталкивание в состоянии с $T=1$ и ослабляет отталкивание в состоянии с $T=0$ на расстояниях, лежащих между $1/\mu_{B,Y}$ и $1/\mu_T$. Это соответствует появлению отталкивания сначала в состоянии с $T=1$, а уже затем с $T=0$, когда мы повышаем энергию частиц в NN-рассеянии. Подобным же образом при $\mu_T < \mu_{B,Y}$ спин-орбитальная сила возрастает при $T=1$ и ослабевает при $T=0$. До настоящего времени нет никаких экспериментальных данных о существовании спин-орбитальной силы в состоянии с $T=0$; мы предсказываем существование этой силы как при $T=1$, так и при $T=0$, причем ее знак совпадает с тем, который дает оболочечная модель, хотя спин-орбитальная сила при $T=0$ может быть более слабой.

Наша теория указывает на возможность нового направления в исследовании проблемы ядерных сил. Вместо того чтобы предполагать существование на некотором расстоянии от центра нуклона бесконечной стенки и произвольно постулировать вне этой стенки потенциал вида $(\mathbf{L}\cdot\mathbf{S})$, можно использовать сильный короткодействующий отталкивательный центральный потенциал типа Юкавы (лишь слабо зависящий от изоспина и вовсе не зависящий от четности) вместе с потенциалом вида $(\mathbf{L}\cdot\mathbf{S})$, который, однако, теперь представляет собой не что иное, как томасовскую производную сильно отталкивательного центрального потенциала. Излишне говорить, что «хвост» потенциала, действующего между двумя нуклонами, должен совпадать с бесспорной частью потенциала Такетани, Гартенхауза и др. Такой анализ не может оказаться пустой потерей времени, даже если любой потенциал, основывающийся на статике [и простой связи вида $(\mathbf{L}\cdot\mathbf{S})$], теряет силу в области высоких энергий.

Силы, действующие в ΛN- и ΣN-системах на коротких расстояниях, должны следовать из потенциала (32) при замене в нем константы $f_B^2+f_Y^2$ просто на f_B^2, так как ни Λ-, ни Σ-частица не обладают гиперзарядом. Отсюда видно, что ΛN- и ΣN-силы должны быть «менее отталкивательными» на коротких расстояниях, чем NN-силы. Свойства сердцевин Λ- и Σ-гиперонов, с одной стороны, и нуклонов — с другой, должны быть различными, но это различие не может быть велико, если $f_B^2 \gg f_Y^2$.

В полной аналогии с законом Кулона потенциал $N\overline{N}$-взаимодействия равен на коротких расстояниях взятому с обратным знаком потенциалу (32). Он характеризуется весьма глубокой притягивающей ямой с радиусом, примерно равным $1/\mu_B$. Следует ожидать, что другие взаимодействия барионов с антибарионами также должны характеризоваться сильным притяжением на коротких расстояниях, хотя силы в $\overline{\Lambda}N$- и $\overline{\Sigma}N$-системах могут характеризоваться не столь сильным притяжением, как $\overline{N}N$-силы.

Очень сильное короткодействующее притяжение между нуклонами и антинуклонами может увлечь антинуклон в глубокую притягивающую яму нуклона даже в области высоких энергий. Поэтому следует ожидать, что сечение аннигиляции должно быть велико даже в области миллиардов электронвольт в противоположность теории Болла — Чу, в которой увлечение антинуклона в область аннигиляции определяется лишь притяжением большого радиуса действия, обусловленным G-сопряженным потенциалом обмена одним π-мезоном [67] [1]). (Следует подчеркнуть, что в нашей теории наряду с характерной глубокой потенциальной ямой, соответствующей короткодействующим силам притяжения, существует дальнодействующий G-сопряженный потенциал Болла — Чу.) Мы ожидаем, что сечения $\overline{p}p$- и $\overline{n}p$-реакций будут убывать с увеличением энергии до ~ 40 *Мэв* в согласии с теорией Болла и Чу, а затем будут оставаться большими вплоть до области миллиардов электронвольт. Если бы механизм, предложенный Боллом и Чу, был единственным механизмом «захвата» антинуклона, то сечение процесса аннигиляции должно было бы уменьшаться в области миллиардов электронвольт примерно до значения 10 *мбарн*, характерного для геометрического поперечного сечения «черной пропасти». В нашем случае этого не происходит ввиду

---

[1]) Дюрр [68] и Теллер [69] уже рассматривали векторное поле, напоминающее введенное нами. Наша теория, однако, коренным образом отличается от теории Дюрра — Теллера в трех важных пунктах. Прежде всего наш потенциал (32) и соответствующий потенциал спин-орбитальных сил (33) являются короткодействующими в отличие от потенциалов, использованных этими авторами. Во-вторых, Дюрр и Теллер рассматривали еще скалярное поле, приводящее к силам *притяжения* большого радиуса действия *как для* NN-, *так и для* $N\overline{N}$-взаимодействий. Ничего подобного в нашей теории нет. В-третьих, скалярное и векторное поля этих авторов непосредственно обусловливают основные свойства ядерного вещества, такие, как свойства насыщения и эффективную массу. Это последнее предположение в корне противоречит нашему подходу, так как мы считаем, что основные свойства ядерного вещества удается понять лишь на основе фундаментального взаимодействия между нуклонами, относительно дальнодействующая составляющая которого соответствует обычному взаимодействию типа Юкавы π-мезонов с нуклонами. Отметим также, что критические замечания Фейнмана в адрес гамильтониана теории Дюрра — Теллера, связанные с тем, что он не дает низшего энергетического состояния, а также с тем, что «мир в этой модели как-нибудь должен провалиться сквозь щель», не относится к нашей теории, так как указанные трудности проистекают исключительно из свойств скалярного поля теории Дюрра — Теллера.

большой глубины потенциальной ямы. Отметим также, что сечение $\bar{p}p$-реакций (как рассеяния, так и аннигиляции) должно быть несколько меньше сечения $\bar{n}p$-реакций, так как существует некоторое дополнительное притяжение в случае $T=0$, обусловленное связью с током изоспина. Нам представляется, что все эти носящие чисто качественный характер следствия предлагаемой теории находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными [70].

Одна из загадок физики антинуклона состоит в том, что реакция

$$p+\bar{p} \longrightarrow \pi^{+}+\pi^{-}, \tag{34}$$

происходит, по-видимому, чрезвычайно редко. По сообщению группы, работающей в Беркли на пропановой пузырьковой камере, среди 3000 актов аннигиляции в пучке антипротонов с импульсом ~ 1 *Бэв/с*, не было обнаружено ни одного, соответствующего реакции (34); по-видимому, сходное положение отмечено и группой, работающей на водородной пузырьковой камере[1]). Для определенности мы будем считать, что частота реакции (34) по сравнению со всеми другими процессами имеет порядок 1/10 000. Естественно возникает вопрос: чем может быть вызван столь фантастический спад аналитически продолженной в смысле Мандельстама амплитуды $\pi^{\pm}p$-рассеяния? Одно из наиболее вероятных объяснений сводится к тому, что теория Юкавы, очень хорошо оправдывающая себя в случае $\pi^{\pm}p$-рассеяния при низких энергиях, оказывается совершенно неприменимой, когда импульс π-мезона достигает порядка 1 *Бэв/с* и больше. В рамках нашей теории, в которой взаимодействие типа Юкавы π-мезона не играет фундаментальной роли, такая ситуация не является неожиданной[2]).

Наряду с упомянутым выше таинственным обстоятельством мы должны одновременно объяснить и другую загадку физики антинуклонов. Согласно данным наблюдений, средняя кратность порождения π-мезонов при $p\bar{p}$-аннигиляции приблизительно равна 5. Эта цифра слишком высока по сравнению с ожидаемой согласно статистической теории при разумном объеме области взаимодействия. Чтобы спасти статистическую теорию, оказывается необходимым рассматривать сферу радиусом $2{,}2/\mu_{\pi}$ [71]. Однако даже при столь неестественно большом радиусе взаимодействия канал,

---

[1]) Автор благодарен проф. Б. Т. Фелду, обратившему его внимание на этот вопрос, а также проф. С. Голдхаберу и мисс Дж. Баттон за содержательные беседы о современном состоянии экспериментальных исследований.

[2]) Если эта точка зрения оправдается, то отсюда следовало бы, что реакция $K^{-}+p \rightarrow \Sigma+\pi$ должна происходить в области миллиардов электронвольт много реже, чем реакция $K^{-}+p \rightarrow \Sigma+n\pi$ $(n>1)$.

приводящий к образованию $\pi^+\pi^-$-пары, дает эффект, минимум в пять раз отличающийся от результатов опыта[1]).

Мы хотим предложить новую модель $N\bar{N}$-аннигиляции, которая сводится к следующему. Так же как при электрон-позитронной аннигиляции порождаются два или три фотона, при $p\bar{p}$-аннигиляции будут порождаться два или три B-кванта. В нашей теории такое предложение выглядит естественным, так как ожидается, что эффективные взаимодействия B-полей с нуклон-антинуклонной парой будут значительно более сильными, чем феноменологическое взаимодействие типа Юкавы π-мезонного поля. Вот некоторые вероятные реакции в s-состояниях, совместимые с правилами отбора:

$$\begin{aligned}
{}^1S_0^1 &\to 2B^0_{B,\,Y} \to (\pi^+\pi^-\pi^0)+(\pi^+\pi^-\pi^0),\\
{}^1S_0^3 &\to B^0_{B,\,Y}+B^0_T \to (\pi^+\pi^-\pi^0)+(\pi^+\pi^-),\\
{}^3S_1^1 &\to B^0_{B,\,Y}+B^+_T+B^-_T \to (\pi^+\pi^-\pi^0)+(\pi^+\pi^0)+(\pi^-\pi^0),\\
{}^3S_1^3 &\to B^+_T+B^-_T \to (\pi^+\pi^0)+(\pi^-\pi^0).
\end{aligned}\tag{35}$$

Здесь использовано «спектроскопическое» обозначение ${}^{(2S+1)}L_J^{(2T+1)}$. Аннигиляция с образованием $\pi^+\pi^-$-пары была бы возможной только в том случае, если бы $p\bar{p}$-пара порождала лишь один B^0_T-мезон, однако это маловероятно, ибо такой B^0_T-квант с необходимостью был бы виртуальным. Таким образом, наблюдаемая высокая средняя кратность порождения π-мезонов (равная 5) хорошо согласуется с нашей моделью.

Если бы можно было непосредственно наблюдать π^0-мезоны, то оказалась бы возможной прямая проверка нашей модели путем сопоставления кратностей Q для различных комбинаций π-мезонов. К сожалению, при экспериментах на пузырьковой камере, проведенных до настоящего времени, можно изучать только корреляции между заряженными π-мезонами. Согласно экспериментальным данным, угловые корреляции одноименных пар ($\pi^+\pi^+$ или $\pi^-\pi^-$) значительно отличаются от угловых корреляций разноименных пар ($\pi^+\pi^-$) [73]. На основании реакций (35) следует

[1]) Интересное альтернативное предложение выдвинули Коба и Такеда [72]. Они взяли значительно меньший объем области взаимодействия, в котором происходит аннигиляция, но подчеркнули, что следует принять в расчет также и π-мезоны «облаков», которые были, так сказать, «оставлены в стороне». Согласно их оценке, около двух или трех π-мезонов могло бы порождаться при аннигиляции в области сердцевин и около двух π-мезонов — из «облаков». Однако мы пришли к выводу, что для согласования с экспериментальными данными по $\pi^+\pi^-$-рассеянию вероятность того, что «облака» не испускают ни одного π-мезона, должна быть приблизительно 0,03% (приписывая вероятности испускания двух π-мезонов при аннигиляции в области сердцевины порядок 30%), в то время как их оценка, основанная на расчетах промежуточной связи, дает 12%.

ожидать, что корреляционные эффекты различны для одноименных и разноименных пар, однако невозможно решить, соответствует ли экспериментально наблюдаемая картина нашей модели. Поскольку вполне возможно объяснять наблюдаемые корреляции различными способами (например, с помощью статистики Бозе), то возникает настоятельная необходимость экспериментального определения энергий и направлений вылета π^0-мезонов наряду с энергиями и направлениями вылета $\pi^{\pm}$-мезонов.

Вернемся теперь к нуклон-нуклонным взаимодействиям, чтобы рассмотреть распределеиие π-мезонов в пучках высоких энергий. В обычных теориях NN-столкновений при самых высоких энергиях, как это было предложено Ферми [74], Гейзенбергом [75], Беленьким и Ландау [76] и другими исследователями, рассматривается образование двумя сталкивающимися нуклонами *единого* «возбужденного центра»[1]), из которого по мере достижения соответствующих равновесных состояний последовательно испускаются различные частицы. Мы хотели бы указать, что такая модель не может реализоваться. Соударяющиеся нуклоны имеют барионный заряд одного знака, и вследствие сильного отталкивания между одноименными барионными зарядами они не могут слиться в единый «возбужденный центр» с барионным числом 2. Возбуждение центра с барионным числом 2 не может существовать по тем же причинам, по каким не может существовать «супербарион» с барионным числом большим 1; этот вопрос мы обсудим более полно в п. VI. Решающий аргумент заключается в том, что энергия, обусловленная отталкивательиым потенциалом, присущим системе с $B=2$, слишком велика для того, чтобы такая система вообще могла существовать. Вместо одного «возбужденного центра», как это имеет место в теориях типа Ферми — Ландау — Гейзенберга, мы принимаем модель двух «возбужденных центров», каждый из которых имеет барионное число 1. Ожидается, что каждый «возбужденный центр» будет испускать π-мезоны (непосредственно или, вероятнее всего, в результате распада различных B-квантов) изотропно по отношению к центру этого «возбужденного центра» и не изотропно по отношению к центру масс всей системы.

Полученные на эксперименте высокоэнергичные струи ($E > 10^3$ *Бэв*) были исследованы Чоком с сотр. [77], Коккони [78] и Ньу [79]; все эти авторы пришли независимо к следующим интересным выводам[2]):

---

[1]) В английском оригинале «fire ball» («огнениый шар», раскаленное ядро — англ.). — *Прим. ред.*

[2]) Автор признателен проф. Дж. Нишимуре за интересиую дискуссию свойств пучков высоких энергий.

1. Простые механизмы столкновения типа Ферми — Ландау — Гейзенберга с одним центром не могут объяснить экспериментальных данных, если дополнительно не сделать предположений о неестественно сложных угловых распределениях.

2. Существуют *два* центра, которые движутся в противоположных направлениях с одинаковыми скоростями; π-мезоны испускаются независимо и изотропно относительно каждого из этих двух центров.

Таким образом, наша теория дает некоторое теоретическое обоснование модели «двух возбужденных центров», первоначально выдвинутой из чисто феноменологических соображений.

Следует ожидать, что модель «одного возбужденного центра» сохранит свою приложимость к $N\bar{N}$-столкновениям, при которых объединяются два разноименных барионных заряда. Представляет интерес экспериментальная проверка этого случая.

VI

Мысль о том, что взаимодействие Юкавы, возможно, не является «фундаментальным», высказывалась ранее по разным поводам. Как упоминалось в п. II, уже в 1949 г. Ферми и Янг [37] показали, что подход, базирующийся на 4-нуклонном взаимодействии фермиевского типа, приводит для π-мезонов низких энергий к теории, очень напоминающей обычную теорию Юкавы. Модель Ферми — Янга не нашла всеобщего признания главным образом по той причине, что она требует «клея для объяснения клея». Основной вопрос состоит в том, как обосновать существование клея, обеспечивающего взаимодействие нуклонов с антинуклонами. Модели Сакаты [80] и Окуня [81] представляют собой естественные обобщения модели Ферми — Янга на случай странных частиц. (Близкие модели были предложены Леви и Маршаком [82] и Марковым [83].) Эти модели позволяют без труда записать лоренц-инвариантные 4-барионные связи, в которых фигурируют только Λ-гипероны и нуклоны N, и подсчитать количество Λ- и $\bar{\Lambda}$-частиц, чтобы выяснить, какие странные частицы соответствуют тем или иным связанным состояниям. Более трудно и в то же время гораздо важнее, теоретически обосновать *динамику* рассматриваемой модели. Аналогичные критические замечания относятся и к модели Голдхабера — Кристи [51, 53], в которой «элементарными» служат только K-частицы, π-мезоны и нуклоны. Легко сосчитать число K- и $\bar{K}$-частиц, однако трудно найти динамический принцип, который смог бы объяснить, почему KN-система не обладает связанными состояниями, в то время как у $\bar{K}N$-системы имеются два таких состояния.

Приятно удивляет, что наша теория весьма естественным образом обеспечивает динамическую основу для различных составных моделей. В модели Ферми — Янга — Сакаты — Окуня барион-барионное взаимодействие должно быть отталкивательным на коротких расстояниях, чтобы исключить существование «супербариона» с барионным числом, большим единицы, в то время как барион-антибарионное взаимодействие должно иметь характер сильного притяжения, чтобы пара барион-антибарион была в состоянии объединиться в один мезон. Наша связь с барионным током выполняет в точности эту функцию. «Клей для склеивания клея» естественным образом появляется при попытке локально сформулировать принцип сохранения барионов, как это уже отмечал Фуджи [29]. Относительно малую массу π-мезона по сравнению с K-частицей можно объяснить тем обстоятельством, что вследствие добавочного притяжения, вызванного связью с током гиперзаряда, $N\bar{N}$-взаимодействию соответствуют более значительные силы притяжения, чем $N\bar{\Lambda}$-взаимодействию. В модели Голдхабера — Кристи отталкивание при KN-взаимодействии и притяжение в случае $\bar{K}N$-взаимодействия имеют общее происхождение: они следуют из связи с током гиперзаряда. Малость разности масс между Λ- и Σ-частицами непосредственно вытекает из того обстоятельства, что связь с током изоспина существенно слабее связи с током гиперзаряда. При этом Λ-частица должна быть легче Σ-гиперона, так как, согласно нашей теории, $\bar{K}N$-взаимодействию при $T=0$ (изоспины антипараллельны) присущи более значительные силы притяжения, чем $\bar{K}N$-взаимодействию при $T=1$ (изоспины параллельны). Таким образом, все произвольные допущения, которые приходилось вводить для спасения различных моделей составных частиц, можно, если принять нашу теорию, объяснить тривиальным образом, исходя из основных принципов.

Хотелось бы, несмотря на эти соображения, высказать мысль, что вопросы о том, какие из элементарных частиц «более элементарны, чем другие», и о том, какая из моделей составных частиц более правильна, не имеют особенно глубокого смысла. Мы основываемся на том, что если энергия связи достаточно велика, чтобы стать сравнимой с суммой энергий покоя свободных частиц, образующих систему, то эти «элементарные» составные части полностью теряют свою первоначальную индивидуальность. Взяв, например, π-мезон, представляющий собой, согласно модели Ферми — Янга, связанную систему нуклона и антинуклона, мы не можем даже сказать, где локализованы эти нуклон и антинуклон. Даже если бы удалось обнаружить местоположение нуклона, он очень сильно отличался бы в рассматриваемой связанной системе от свободного нуклона, и даже если бы π-мезон был составлен из нуклона и антинуклона, «структура» такого π-мезона (согласно соображениям специалистов по дисперсионным соотношениям) определялась бы главным образом состояниями с наименьшими массами, на которые может распадаться этот π-мезон, а именно 3π-состоянием, 5π-состоянием и т. д., но не $N\bar{N}$-состоянием. Эту ситуацию следовало бы противопоставить случаю дейтрона, в котором с помощью рассеяния электронов на дейтроне можно определить местонахождение протона и в очень хорошем приближении уяснить себе электромагнитную структуру дейтрона, коль скоро электромагнитные структуры протона и нейтрона известны. Можно возразить, что в той мере, в какой это возможно, следует в качестве критерия элементарности частиц брать их стабильность. Но это соображение неверно, хотя бы потому, что дейтрон стабилен, тогда как свободный нейтрон нестабилен. Кроме того, нетрудно убедиться, что модель Сакаты — Окуня сохраняет свою эффективность, даже если в качестве «элементарных» рассматривать Ξ- и Λ-частицы вместо нуклонов и Λ-частиц, что уже было отмечено Окунем [81].

В конце концов, что такое элементарные частицы? Это не что иное, как системы с радиусом менее 10^{-13} *см*, характеризующиеся определенными внутренними свойствами. Чтобы охарактеризовать сильно взаимодействующую частицу, необходимо лишь конкретизировать ее внутренние свойства — такие, как барионное число, гиперзаряд и изоспин. Если бы мы смогли достаточно детально исследовать «структуру» бариона, то можно было бы говорить о среднеквадратичном радиусе барионного заряда не менее обоснованно, чем мы говорим о среднеквадратичном радиусе электрического заряда протона, однако мы никогда не были бы в состоянии сказать, состоит ли Ξ-гиперон из двух Λ-частиц и одного антинуклона в соответствии с моделью Сакаты — Окуня или из двух $\bar{K}$-частиц и одного нуклона, как это предполагается в модели Голдхабера — Кристи.

Теперь ради наглядности представим себе три сорта субстанций типа флуидов, которые можно назвать «праматерией» [1]) и которые соответствуют трем типам внутренних качеств. Чтобы образовать, например, Λ-гиперон, мы будем соединять кусочки барионной «праматерии», пока не получим барионный заряд, равный 1, имея при этом в виду, что полный спин должен получиться равным $^1/_2$. Хотя полный гиперзаряд Λ-частицы должен быть равным 0, плотность гиперзаряда физической Λ-частицы не обязана тождественно обращаться в нуль ввиду существования виртуаль-

[1]) Автор благодарен проф Р. Эме, предложившему этот немецкий термин «Urschmiere» (буквально «первичная смазка» — «праматерия» — нем.), который был ранее использован Гейзенбергом в несколько иной связи.

ных процессов типа $\Lambda \rightleftarrows N+\bar{K}$ и $\Lambda \rightleftarrows \Xi+K$. Энергия покоя Λ-частицы в первом приближении равна энергии, которая требуется для образования «чистого бариона» путем объединения кусочков барионной «праматерии». Подход к собственной энергии частицы с точки зрения «праматерии» напоминает одну интересную работу Хуанга [84] (появившуюся под влиянием более ранней работы Вайскопфа [85]), в которой этот автор сделал попытку интерпретировать диаграммы собственной электромагнитной энергии нуклона в обычном формализме с помощью «полуклассической» энергии, которую следует приписать нуклону, чтобы обосновать его электромагнитные свойства.

Нужно признать, что при подходе с точки зрения «праматерии» вычисление феноменологических констант взаимодействия типа Юкавы оказывается значительно труднее, чем при рассмотрении при помощи составной модели Ферми — Янга. Это объясняется тем обстоятельством, что у нас нет надежного формализма, который позволил бы решить вопрос о том, как перестраиваются различные типы «праматерии» в том случае, когда происходит взаимодействие типа Юкавы. В случае модели Ферми — Янга достаточно обычной теории поля, чтобы оценить константу $G^2(\pi NN)$ с помощью всего одной постоянной, какой бы грубой ни была такая оценка. В нашей теории положение прямо противоположно: мы не располагаем даже подходящим языком, пригодным для описания весьма сложного процесса испускания π-мезона нуклоном.

Рассмотрим теперь спектр масс сильно взаимодействующих частиц, принимая в качестве массы элементарной частицы энергию, необходимую для объединения соответствующих кусочков «праматерии» различного рода. Связь с барионным током представляет собой самую значительную из трех фундаментальных связей, действующих при сильных взаимодействиях. Поэтому мы ожидаем, что масса любого бариона приблизительно определяется одной только связью с барионным током и равна энергии, необходимой для объединения кусочков барионной «праматерии» вплоть до получения единичного барионного заряда. Тот эмпирический факт, что величины масс различных барионов имеют одинаковые порядки, согласуется с нашей идеей, что две другие связи, предположительно снимающие полное вырождение барионных состояний, слабее, чем данная связь. Как мы уже видели в п. V константа $f_B^2/4\pi$, определенная из величины спин-орбитальной связи в pp-взаимодействии, в 2000 раз превышает 1/137. Это, возможно, имеет какое-то отношение к тому экспериментальному факту что масса типичного бариона, например Λ-частицы, в 2000 раз превышает массу электрона. Однако здесь снова следует вспомнить о «μ-проблеме», что заставит нас не слишком доверять этому спекулятивному построению.

В действительности, кроме связи с барионным током, существуют еще две сильные связи. Вырождение барионных состояний снимается, лишь только мы включаем связь с током гиперзаряда и связь с током изоспина. Можно было бы ожидать, что разность масс нуклона и Ξ-гиперона должна остаться равной нулю, так как нуклон и Ξ-гиперон обладают одинаковыми модулями гиперзаряда $|Y|$ и одинаковыми изоспинами. Но это может оказаться и неверным по следующей причине. Мы уже заметили в п. II, что поля $B_\mu^{(Y)}$ и $B_\mu^{(B)}$ одинаково преобразуются при G-сопряжении. Это, вообще говоря, означает наличие эффекта интерференции между связью с барионным током и связью с током гиперзаряда. В частности, квант B_Y-поля может превратиться при $T=0$ в систему трех π-мезонов, которая в свою очередь превращается в квант B_B-поля. Таким образом, нуклон (или Ξ-гиперон) может излучить B_Y-квант, в дальнейшем поглощаемый в виде B_B-кванта. Этот процесс сразу же приводит к снятию $N\Xi$-вырождения. Ввиду сильного характера этих связей такой довод не следует понимать слишком буквально, однако стоит заметить, что наблюдаемое большое различие масс нуклона N и Ξ-гиперона не противоречит нашей теории в силу соотношения $f_B^2/4\pi \gg f_Y^2/4\pi$, благодаря которому члены, пропорциональные $f_B f_Y$, могут быть более существенными, чем члены, пропорциональные f_Y^2, что согласуется с эмпирическим спектром масс, согласно которому член с первой степенью гиперзаряда доминирует над членом с Y^2[1]). Излишне говорить, что разность масс Λ- и Σ-гиперонов непосредственно вытекает из того обстоятельства, что Σ-частицы способны взаимодействовать с $B_\mu^{(T)}$-полем, а Λ-частицы не способны. На этом основании наша теория в согласии с экспериментом предсказывает, что масса Σ-гиперона должна быть больше массы Λ-гиперона. Факт относительно небольшого различия масс Λ- и Σ-частиц также можно было бы предвидеть, исходя из того, что связь с током изоспина, ответственная за $\Lambda\Sigma$-расщепление,

---

[1]) Действительное положение вещей может оказаться еще сложнее. При наличии полной симметрии между нуклоном и Ξ-гипероном возможность использования «праматерии» в качестве исходного пункта наших рассуждений (но не рассуждений Окуня—Сакаты) реализуется лишь при обязательном отсутствии $B_Y B_B$-интерференции при выключенном электромагнитном взаимодействии, если только кванты $B_\mu^{(Y)}$- и $B_\mu^{(B)}$-поля стабильны. Это обстоятельство следует из инвариантности полного лагранжиана сильного взаимодействия относительно преобразования (А) Фейнберга и Берендса [86]: $N \longleftrightarrow \Xi$, $K \longleftrightarrow K_G$, $B_Y \longleftrightarrow -B_Y$, $B_B \longleftrightarrow B_B$. Однако тот факт, что распад с помощью сильного взаимодействия на три π-мезона не запрещен ни для B_Y-квантов, ни для B_B-квантов, *может* обесценить этот довод, базирующийся на такой «подстановочной» инвариантности. Автор признателен проф. Дж. Фейнбергу, указавшему на возможность $N\Xi$-вырождения при нашем подходе, использующем «праматерию».

является самой слабой из всех трех фундаментальных сильных связей.

Итак, при наличии одной лишь связи с барионным током все барионные состояния оказываются вырожденными. Совместное действие связи с током гиперзаряда и связи с барионным током понижает энергию покоя одного из барионов с $|Y|=1$ (именно нуклона N) и повышает энергию другого (именно Ξ-гиперона), не задевая $\Lambda\Sigma$-вырождения. Связь с током изоспина разделяет Σ- и Λ-состояния и вносит дальнейшие изменения в энергии покоя нуклона и Ξ-гиперона.

Основной пункт, который следовало бы подчеркнуть, заключается в том, что, несмотря на высокую степень универсальности и симметрии наших фундаментальных связей, представляется вероятным, что этих трех связей *достаточно* для объяснения наблюдаемого спектра масс. В теории, основывающейся на связях типа Юкавы, это не имеет места. При равенстве всех G_π и равенстве всех G_K вырождение барионных состояний, существовавшее в отсутствие взаимодействий, продолжало бы сохраняться и в их присутствии. Предпринимались различные попытки приписать разные внутренние четности различным частицам и сохранить при этом без изменения совпадающие друг с другом значения констант. Такой подход едва ли согласуется с духом универсальной теории сильных взаимодействий. Приравнивание друг другу неперенормированной константы псевдоскалярно-псевдоскалярной связи и неперенормированной константы скалярно-скалярной связи не приводит ни к каким *физически интересным* соотношениям.

Перейдем теперь к спектру масс бозонов. Вспомним, что π-мезон, обладающий $T=1$, не имеет гиперзаряда, тогда как K-мезон, для которого $T={}^1/_2$, несет гиперзаряд. Не удивительно, что π-мезон имеет меньшую массу, чем K-мезон; дело в том, что связь с током изоспина слабее, чем связь с током гиперзаряда. Заметим также, что, несмотря на необходимость строгого равенства нулю плотности барионного заряда π-мезона, плотность барионного заряда K-частицы не равна нулю тождественно. Это может служить добавочной причиной того, что K-мезон тяжелее, чем π-мезон. Воображаемый зарядовый синглет, бозон с $Y=0$, который можно обозначить через $\pi^{0\prime}$, еще ни разу не наблюдался. (Различие между $\pi^{0\prime}$- и $\pi^{\pm,0}$-мезонами совершенно аналогично различию между Λ- и $\Sigma^{\pm,0}$-гиперонами, причем $\pi^{0\prime}$-мезон не следует отождествлять с нашими B-квантами, которые представляют собой зарядовые синглеты B_Y^0 и B_B^0 и играют совсем другую роль в физике сильных взаимодействий.) В рамках нашей теории нет никаких оснований для существования $\pi^{0\prime}$-мезона, так как этой частице нельзя сопоставить какую-либо «праматерию». Но если

$\pi^{0\prime}$-мезону не должны быть присущи какие-либо внутренние качества, то у него не должно быть собственной энергии. Если он не имеет спина, то его, возможно, удастся отождествить с состоянием вакуума. Попутно отметим, что в рамках модели Ферми—Янга—Сакаты—Окуня было бы трудно объяснить, почему $\pi^{0\prime}$-мезон не существует.

Можно задаться вопросом, есть ли в нашей теории место еще для каких-то новых «элементарных» частиц. Недавно обсуждалась возможность существования зарядового синглета $S = \pm 2$, который обозначается как $D^{\pm}$[87]. Эта частица должна была бы нести две единицы гиперзаряда. Наша теория может сказать о ней только, что если она существует, то ее масса должна быть больше массы K-частицы, поскольку D-частица, имея гиперзаряд 2, обладала бы большей энергией покоя, чем K-частица с $Y = 1$, подобно тому, как сфера, несущая двойной заряд, обладает удвоенной электростатической энергией по сравнению со сферой, несущей единичный электрический заряд. В нашей теории вопрос о существовании $D^{\pm}$-частицы представляет собой *динамическую*, а не теоретико-групповую проблему. При достаточной силе связи с током гиперзаряда в принципе невозможно образование частиц, несущих две единицы гиперзаряда, по той же причине, по какой мыльный пузырь может нести лишь ограниченный по величине электрический заряд.

Подобным же образом можно рассмотреть и вопрос о существовании «сверхбариона» — *элементарной* частицы, барионное число которой превышает 1. Тот эмпирический факт, что частиц с барионным числом, равным 2, как будто бы не существует, представляется нам не более загадочным, чем факт отсутствия сверхтяжелых ядер. Точно так же как кулоновы силы отталкивания препятствуют образованию ядер с $Z > 100$, так и образованию элементарной частицы с барионным числом, равным 2, препятствует то обстоятельство, что связь с барионным током является довольно сильной. *Поистине* же загадочным является вопрос о том, почему значения константы $f_B^2/4\pi$ и «фундаментальной длины» (по-видимому, связанной с массой μ_B и массами прочих элементарных частиц) «организованы» именно таким образом, что существование «супербариона» оказывается невозможным.

Из данных эксперимента, а также на основании известного спектра масс мы заключили, что должны выполняться соотношения

$$\frac{f_B^2}{4\pi} > \frac{f_Y^2}{4\pi} > \frac{f_T^2}{4\pi}. \qquad (36)$$

В связи с этим обстоятельством вновь вспоминается вопрос, не реализуется ли в природе в области сильных взаимодействий предложенный Паисом принцип иерархии взаимодействий, имеющих различные свойства симметрии [89]. В том случае, когда «включена» только связь с барионным током, все барионы оказываются равноправными, и имеет место симметрия относительно всех перестановок этих восьми барионов, которую можно назвать «октетной симметрией» (ее не следует смешивать с глобальной симметрией). При включении связи с током гиперзаряда октетная симметрия нарушается, однако легко проверить, что дублетная симметрия Паиса [3, 4] при этом сохраняется. (Напомним, что принцип дублетной симметрии Паиса приводит к тому, что Λ- и Σ-гипероны можно рассматривать с одинаковым основанием и как два дублета, и как один синглет и один триплет, а K^{+}- и K^{0}-мезоны можно рассматривать либо как два синглета, либо как один дублет. Подчеркнем, что основы принципа Паиса дублетной симметрии лежат в групповых свойствах 4-мерного пространства изоспина и никак не связаны с существованием лагранжианов типа Юкавы, точно так же, как фундаментальная идея, лежащая в основе принципа зарядовой независимости, совершенно не зависит от конкретного выбора лагранжианов[1]). Полезно заметить, что дублетная симметрия Паиса — самая слабая из симметрий после зарядовой независимости — выполняется при включении двух наиболее сильных из наших трех фундаментальных связей. Заметим также, что мы не постулировали принцип дублетной симметрии Паиса с самого начала, а получили его, так сказать, в виде «подарка» при «выключении» связи с током изоспина.

Предположение о применимости принципа дублетной симметрии Паиса содержалось в признании того факта, что различие масс Λ- и Σ-гиперонов является наименьшим по кратности различием масс неэлектрического происхождения для всех пар сильно взаимодействующих частиц [3]. В высшей степени естественно утверждать, что существует связь между тем свойством, благодаря которому различаются Σ- и Λ-гипероны, и той связью, которая нарушает принцип дублетной симметрии Паиса. Излишне говорить, что различие между Σ- и Λ-гиперонами в основном сводится к наличию изоспина у Σ-частиц и отсутствию его у Λ-частиц. Как уже было указано, вводимая нами связь с током изоспина, обусловливающая различие между Σ- и Λ-гиперонами, нарушает принцип дублетной симметрии Паиса.

Хотя связь с током гиперзаряда нарушает «октетную симметрию» связи с барионным током, она не уничтожает универсальности этой связи. Подобным же образом связь с током изоспина не уничтожает универсального характера ни связи с барионным током, ни связи с током гиперзаряда, хотя и нарушает

[1]) Автор благодарен проф. А. Паису за неоднократное напоминание об этом обстоятельстве.

принцип дублетной симметрии Паиса в применении к этим двум связям. Поэтому в присутствии всех сильных взаимодействий мы все так же имеем лишь три универсальные постоянные. Отказавшись от идеи о фундаментальности связей типа Юкавы для π- и K-мезонов, мы впервые сумели естественным и изящным образом включить в теорию как принцип Паиса иерархии взаимодействий [89], так и принцип Паиса экономии констант [90] [1]).

Связанный с наиболее сильной из наших трех сильных связей закон сохранения числа барионов носит абсолютный характер постольку, поскольку рассматриваются лишь периоды времени, максимальная длительность которых не превышает 10^{23} лет. Закон сохранения гиперзаряда, связанный со второй по силе связью, «соблюдается» минимальным электромагнитным взаимодействием, но нарушается «слабыми» взаимодействиями, которые на много порядков слабее электромагнитного. Закон сохранения изоспина, связанный с самым слабым из наших трех сильных взаимодействий, нарушается как при электромагнитных, так и при слабых взаимодействиях. Эти соображения наводят на мысль о возможном существовании связи между границами приложимости всякого закона сохранения и силой соответствующего взаимодействия. Рассуждая подобным образом, ряд авторов уже выдвигал предположение о том, что чем сильнее связь, тем более высокую симметрию она допускает [90, 91]. Такие гипотезы и предположения, возможно, связаны с нашей теорией гораздо более органическим образом, чем с какими-либо иными теориями, так как самое существование связи коренным образом связано с соответствующим законом сохранения [2]).

VII

Если предлагаемая теория окажется верной, то возникнет естественный вопрос: не основываются ли *все* фундаментальные взаимодействия, существующие в природе, на законах сохранения внутренних свойств? [3]). Кроме трех законов сохранения при сильных взаимодействиях и закона сохранения электрического заряда, существует закон сохранения числа лептонов. Но ввиду того обстоятельства, что закон сохранения числа барионов является

[1]) Все предыдущие попытки в этом направлении терпели жестокую неудачу, приводя лишь к внутренним противоречиям и нагромождению ненужных деталей.

[2]) До создания настоящей теории автор скептически относился к идеям такого рода, так как в прежних теориях невозможно было объяснить, почему так хорошо был обоснован конкретный вид электромагнитного (возможно, также и слабого) взаимодействия, в то время как в отношении сильных взаимодействий этого нельзя было сказать.

[3]) Автор обязан проф. Г. Вентцелю за удачную постановку вопроса, послужившую стимулом исследования, рассмотренного в этом пункте.

абсолютным в рамках применимости физики элементарных частиц вообще, сохранение числа лептонов представляется эквивалентным сохранению числа всех фермионов. Заметим, что для барионов, как и для лептонов, характерно слабое взаимодействие, а среди бозонов не существует таких, которые бы взаимодействовали *только* слабым образом. Это наводит на мысль, что существует глубокая связь между происхождением слабых взаимодействий и законом сохранения числа фермионов [1]).

Предположим, что все массы подвержены сильным и электромагнитным взаимодействиям. Против этого можно выдвинуть два возражения. Во-первых, признавая общепринятую теорию поля, приходится считать собственную энергию δm во всех случаях пропорциональной затравочной массе. Однако этой общепринятой теории поля не следует доверять во всех деталях, и мы надеемся, что некоторый подход (подобный нашей концепции «праматерии») приведет к такой теории, в которой массы будут возникать «из ничего», как только в ней будет задана константа «фундаментальной длины». Кроме того, остается открытой «μ-проблема»; допустим, что эта загадка также каким-то образом решена.

Теперь ставится следующий вопрос: чем отличаются друг от друга фермион и антифермион? Паули [95] показал, что для лишенного массы покоя нейтрино понятие частица — античастица определяется неудовлетворительным образом. Дело в том, что связывающее частицы и античастицы преобразование

$$\begin{gathered}\psi \to a\psi + b\gamma_5 C\bar{\psi}^T,\\ C\gamma_\mu^T C^{-1} = -\gamma_\mu,\\ |a|^2 + |b|^2 = 1\end{gathered} \tag{37}$$

переводит исходный гамильтониан в некоторый эквивалентный ему новый гамильтониан без каких-либо видимых физических изменений. Здесь наша теория вносит новое положение, именно: даже в случае барионов, электронов и μ-мезонов мы не можем отличить фермионы от антифермионов, если выключены сильное и электромагнитное взаимодействия. Это объясняется тем, что при стремлении к нулю констант связей сильного и электромагнитного взаимодействий исчезают такие внутренние свойства, как число барионов и электрический заряд, определяющие обычно различие между фермионами и антифермионами. Таким образом, в отсут-

---

[1]) Предыдущие попытки в этой области отражены в работах Бладмена [92] и Салама и Уорда [93]. Возможную связь между принципом калибровочной инвариантности и векторной природой слабых взаимодействий впервые обсуждал Янг [94], когда сведения об опыте Аллена и его сотрудников, касающемся отдачи ядра Ar^{35}, еще циркулировали в форме неподтвержденных слухов.

ствие сильного и электромагнитного взаимодействий все фермионы становятся подобными нейтрино.

Когда нужно записать сохраняющийся ток фермионного заряда для случая $m=0$, $f_B=f_Y=f_T=e=0$, прежде всего следует построить состояние «истинного фермиона». Оператор фермионного заряда Q_F обладает следующим свойством:

$$CQ_F|\Psi\rangle = -Q_F C|\Psi\rangle, \tag{38}$$

где C — оператор зарядового сопряжения. Мы склонны думать, что понятие фермионного заряда связано с некоторой внутренней степенью свободы дираковского спинора. Поэтому мы ищем оператор Q_F в виде одной из матриц Дирака. Говоря на языке операторов поля, мы пытаемся найти величину Γ_F, удовлетворяющую соотношению

$$C(\overline{\Gamma_F\psi})^T = -\Gamma_F C\bar{\psi}^T, \tag{39}$$

где Γ_F представляет собой линейную комбинацию шестнадцати независимых матриц Дирака. Можно непосредственно показать, что такой величиной Γ_F, удовлетворяющей условию (39) и не зависящей от ориентации пространственно-временны́х осей, является сумма $ai+b\gamma_5$, где a и b — вещественные числа. Слагаемое ai не соответствует структуре матрицы фермионного заряда, диагональные элементы которой должны быть действительными. Ввиду того обстоятельства, что собственные значения матрицы заряда должны быть равны ± 1, мы приходим к единственно возможному случаю: $a=0$, $b=\pm 1$. Не теряя общности, можно определить истинное фермионное состояние таким образом, чтобы выполнялось условие $b=1$; при этом лептоны и барионы обычной теории окажутся истинными фермионами, а не антифермионами. Тот факт, что одновременно с матрицей γ_5 диагонализируется и оператор фермионного заряда, означает, что в отсутствие сильного и электромагнитного взаимодействий провести различие между фермионами и антифермионами или между веществом и антивеществом можно только на основании знака матрицы γ_5, или, что то же, лишь различая «правое» и «левое». [Заметим, что преобразование Паули (37) никогда не приводит к перемешиванию состояний с положительной и с отрицательной спиральностью для частиц с $m=0$.]

Сохраняющийся ток фермионного заряда имеет вид

$$J_\mu = \frac{1}{2}\bar{\psi}\gamma_\mu(1+\gamma_5)\psi. \tag{40}$$

Построенный на основании выражения (40) гамильтониан взаимодействия между токами описывает уже знакомое 4-фермионное взаимодействие универсальной $V-A$ теории. Нужно признаться, что автор не имеет представления о том, как быть со следующими проблемами: почему такие нейтральные токи, как $(\bar{\nu}\nu)$ и $(\bar{e}\mu)$, не фигурируют в теории слабых взаимодействий; почему наблюдаемая величина связи между $(\bar{\Lambda}p)$ и $(\bar{e}\nu)$ значительно меньше величины связи между $(\bar{n}p)$ и $(\bar{e}\nu)$; почему μ-мезон не может распадаться на электрон и фотон; почему вообще существует μ-мезон, а его масса в 207 раз превышает массу электрона. Автор не представляет себе также, как можно рассчитать, исходя из основных связей для сильных и слабых взаимодействий, такие величины, как отношение C_A и C_V при β-распаде ядер и параметры асимметрии различных видов распада Σ-гиперонов. Однако при всем этом не трудно представить себе, что в будущей правильной теории, возможно, будет фигурировать цепочка рассуждений, подобная изложенной в этой работе. Во всяком случае нас вознаграждает уже тот факт, что развитая в этой статье точка зрения приводит к некоторому единому толкованию сохранения четности при сильных и электромагнитных взаимодействиях и несохранения ее при слабых взаимодействиях, причем все это на базе *единого* принципа обобщенной калибровочной инвариантности. До этого нам приходилось обращаться к структуре лагранжианов типа Юкавы, чтобы «объяснить» сохранение четности при сильных взаимодействиях [96—98, 10, 11], к калибровочной инвариантности в случае электромагнитных взаимодействий с сохранением четности [97], а для «вывода» несохранения четности при слабой $V-A$ связи мы были вынуждены апеллировать к спиральной инвариантности [99] или к инвариантности по отношению к изменению знака массы [100].

Обсудив проблему слабых взаимодействий, мы, естественно, обращаемся к вопросу о том, как укладываются гравитационные взаимодействия в нашу общую схему[1]). Согласно результатам опытов Этвёша, величина связи гравитационного поля с материей пропорциональна инертной массе, которая по существу тождественна энергии покоя. Мы приходим, таким образом, к предположению о существовании глубокой взаимосвязи между законом сохранения энергии и самым существованием гравитационного взаимодействия. Будучи динамическим проявлением энергии, гравитационное поле должно быть связано с плотностью энергии — импульса. Так как сверх этого существует энергия самого гравитационного поля, то это поле способно взаимодействовать само с собой точно так же, как $B_\mu^{(T)}$-поле с $T=1$ Янга — Миллса (являющееся динамическим проявлением изоспина) способно

---

[1]) Многие специалисты, по-видимому, считают остальную часть этого пункта полностью лишенной смысла.

взаимодействовать само с собой. Предполагая, что такая связь с собой приводит к образованию массы (этот пункт крайне противоречив), мы можем определить массу гравитона, исходя из массы B_T-кванта, и искомые константы связи, если, конечно, существует лишь одна константа фундаментальной длины. Тогда масса гравитона должна быть приблизительно в 10^{39} раз меньше массы B_T-кванта, так как безразмерная гравитационная константа связи GM_N^2 в 10^{39} раз меньше, чем $f_T^2/4\pi$.

Если гравитон имеет массу покоя, то следует ожидать, что гравитационный потенциал имеет вид потенциала Юкавы, а не ньютоновского потенциала, причем его радиус действия определяется комптоновской длиной волны гравитона. Если бы эта комптоновская длина имела порядок величины радиуса солнечной системы, то все наши рассуждения оказались бы бесполезными, так как закон всемирного тяготения Ньютона хорошо выполняется при расчетах орбит различных планет вплоть до Нептуна и Плутона, а в последнее время и орбит искусственных спутников. Оказывается, однако, что из наших простых вычислений следует радиус действия гравитационного потенциала порядка $3 \cdot 10^8$ световых лет, если $\mu_T = 4\mu_\pi$. (Нужно отметить, что величину, обратную квадрату длины волны гравитона, можно связать с космологической постоянной Эйнштейна Λ, которая в обычных космологических теориях вводится чисто произвольным образом.) Полученная величина несколько меньше (хотя и ненамного), чем радиус вселенной Хаббла, порядок поперечника которой равен $5 \cdot 10^9$ световых лет. Таким образом, наши соображения могут представлять интерес для космологии. В случае гравитона с нулевой массой (если только плотность массы не падает быстрее, чем как $1/r^2$) локальные свойства пространства определяются распределением материи в далеких галактиках, и интеграл $G \int dr\, d\Omega\, \varrho r^2/r$ сильно расходится. Однако в нашей теории имеет место как бы экранировка гравитационного потенциала, и галактики, удаленные значительно больше чем на $3 \cdot 10^8$ световых лет, на данную точку не действуют.

Наша дискуссия космологических следствий, вытекающих из взаимодействий элементарных частиц, осталась бы неполной, если бы мы не рассмотрели головоломки, касающейся факта загадочного перевеса положительно заряженных барионов в известной нам Вселенной. Значит ли это, что на самом деле существуют какие-то «антигалактики» [101]? Если ответ на этот вопрос должен быть отрицательным, то естественно было бы спросить: существует ли взаимодействие, нарушающее закон сохранения барионов и характеризующееся масштабом времени, намного превышающим период $4 \cdot 10^{23}$ лет (современный нижний предел времени жизни протона [14]? Взаимодействие такого рода, если оно к тому же нарушает закон сохранения энергии, вполне может оказаться тем самым взаимодействием, которое определило порождение Вселенной. Наблюдаемый загадочный факт преобладания числа нуклонов над числом антинуклонов можно объяснить как непосредственное следствие вакуумных флуктуаций, вызываемых этим в чрезвычайной степени слабым взаимодействием, при котором не существует ни сохранения числа барионов, ни сохранения энергии.

Окончательная физическая теория должна объяснять все, что происходит во Вселенной — от πN-рассеяния в случае s-волны и до космологии включительно.

VIII

Автора смущает один вопрос: почему до сих пор никто не сделал попытки рассмотреть изложенный здесь подход? Возможно, если бы обычное, типа Юкавы, объяснение процессов с участием π-мезонов низких энергий и взаимодействий между нуклонами при низких энергиях не было столь успешным, наша теория была бы предложена много лет назад.

Представим себе студента первых курсов (или экспериментатора, не испытывающего особого почтения к высокоумным теориям), обладающего воображением, но не обученного так называемой мезонной теории. Его отношение к процессам, происходящим с элементарными частицами, на первых порах лишено какой-либо теоретической предвзятости, и он восхищен стройностью законов природы, которые можно понять, исходя из законов сохранения изоспина, гиперзаряда и числа барионов. Он пытается наглядно представить себе эти сохраняющиеся величины с помощью более привычных для него классических образов. Например, он представляет себе изоспин как нечто вроде классического диполя (или витка с током) и утверждает, что должно иметь место отталкивание (притяжение) между двумя изоспинами, если они параллельны (антипараллельны). Рассматривая свойства πN-рассеяния, он скажет: «Хотя я и не могу объяснить 33-резонанс, я все же *могу* объяснить, почему рассеяние в случае s-волны является отталкивательным при $T = {}^3/_2$ (изоспины параллельны) и характеризуется притяжением при $T = {}^1/_2$ (изоспины антипараллельны)». Познакомившись с рассеянием нуклонов на нуклонах при высоких энергиях, он утверждает, что отталкивательная сердцевина на малых расстояниях обусловлена отталкиванием между двумя одноименными барионными зарядами по аналогии с электростатикой. Он не понимает истинного смысла уравнения Дирака, однако из формулы в учебнике Шиффа заключает, что короткодействующий спин-орбитальный потенциал при pp-рассеянии имеет верный знак. Обратившись к $K^{\pm}N$-взаимодействию он замечает, что его простая идея, основанная на аналогии с законом Кулона, о взаимном отталкивании двух одноименных гиперзарядов и притяжении разноименных блестяще подтверждается. Наш студент становится более уверенным в себе и задается вопросом, не может ли мезон состоять из бариона и антибариона. Это, рассуждает он, возможно, так как частицы, несущие разноименные барионные заряды, должны взаимно притягиваться.

Содержится ли в соображениях этого студента-младшекурсника доля истины? Он предлагает по меньшей мере весьма простое объяснение явлений сильного взаимодействия именно в той области, где обычные теории типа Юкавы не дают простого объяснения. Этот студент похож на фейнмановского «простака», нашедшего простое идиотское правило, которое наконец-то эффективно работает. «Простак» решается сделать то, что должны были бы, но почему то забыли, делать более ученые и умудренные теоретики. Конечная цель физики элементарных частиц должна была состоять не просто в фиксации на комплексной плоскости всех сингулярностей, соответствующих каждому процессу рассеяния или порождения, и не бесконечные дискуссии о состоятельности или несостоятельности современной теории поля. Целью физики должна быть, выражаясь словами Швингера, «выработка полной динамической теории элементарных частиц на основе немногих общих принципов» и получение при этом «удобного базиса для поисков более адекватного описания явлений природы» [6].

Предположительно наша теория одновременно удовлетворяет почти всем принципам, когда-либо предложенным на основе простых теоретических соображений мыслителями, глубоко анализировавшими физику элементарных частиц. Она в определенном смысле основывается на убеждении Гейзенберга в том, что после правил отбора и принципов инвариантности соображение простоты должно оставаться единственным руководящим принципом [102]. В ней нашла применение фундаментальная идея Швингера [5, 9] о необходимости «динамических проявлений» таких внутренних свойств, как барионный заряд (у Швингера = нуклонный заряд) и гиперзаряд. Наша теория реализует надежду Вигнера и Гелл-Манна на существование универсального взаимодействия, связанного с сохранением числа барионов [5, 7, 8]. Она отвечает на юмористический вопрос, который задал Паули[1]) в январе 1957 г: «Почему это господь, проявляя себя «сильным» образом, все же

[1]) «Частное» сообщение В. Ф. Вайскопфу.

остается симметричным относительно замены левого на правое?»; кроме того, теория одновременно удовлетворяет Ли и Янга, указавших, что приемлемый ответ на этот вопрос Паули не должен зависеть от конкретной структуры лагранжиана взаимодействия (т. е. от ограничений одними только связями типа Юкавы, не содержащими производных). Наша теория единственным и изящным образом осуществляет два принципа Пайса — принцип экономии констант [88] и принцип иерархии взаимодействий [87]; она также по-своему напоминает нам о замечании Фейнмана о том, что новые идеи надо создавать, задавая вопрос, что было бы, если бы история пошла другим путем [103]. Автору кажется, что приведенные теоретические аргументы вместе с упомянутыми выше экспериментальными фактами дают веские основания утверждать, что эта теория не совсем лишена смысла и что, если даже она в конце концов окажется ошибочной, все же стоит выяснить различные ее следствия.

Существует целый ряд новых экспериментальных и теоретических направлений, которые ждут своего изучения.

1. Должны быть предприняты все возможные попытки для того, чтобы экспериментально обнаружить непосредственные квантовые проявления введенных в нашей теории трех типов векторных полей. Недавно Бернардини и др. [104] предприняли во Фраскати попытку проверить возможное существование нейтрального бозона X^0, имеющего массу меньше $3{,}5\mu_\pi$ и образующегося при реакции $\gamma+p\to X^0+p$. Их ответ оказался отрицательным. Несмотря на большую вероятность того, что наши B-кванты обладают много бóльшими массами, чем те, которые возможно детектировать при этом эксперименте, мы ввиду исключительной важности соответствующих результатов предлагаем повторно провести эксперимент, проделанный во Фраскати. К сожалению, при более высоких энергиях обнаружение таких частиц в опытах типа проведенных во Фраскати становится более затруднительным, так как в этих опытах из-за существования многих возможных каналов множественного порождения π-мезонов были рассмотрены лишь протоны отдачи[1]). Более плодотворным может оказаться исследование значений частоты порождения π-мезонов (Q) для случая двух π-мезонов ($\pi^+\pi^-$, $\pi^\pm\pi^0$) и трех π-мезонов ($\pi^+\pi^-\pi^0$) при процессах нуклон-антинуклонной аннигиляции (см. п. V), а также в процессах множественного образования π-мезонов при γp-, πp- и pp-столкновениях[2]). Такие экспери-

[1]) Автор благодарен за это замечание д-ру К. Беркельману.

[2]) Интересно заметить, что, как ранее заключил Гупта, эксперименты по множественному порождению π-мезонов при высоких энергиях скорее подчеркивают, чем исключают, возможность существования частиц, немедленно распадающихся на π-мезоны.

7 Заказ № 982

менты можно осуществить в камере с тяжелой жидкостью или, как предложил Глэзер [105], с помощью весьма сложной мозаики счетчиков, работающих на электронную вычислительную машину, запрограммированную на обнаружение кинематических корреляций между различными π-мезонами.

2. С теоретической точки зрения следовало бы обратить внимание на возможные механизмы, обусловливающие наличие массы у различных B-квантов. Особенно важно объяснить, почему B_Y- и B_B-кванты обладают массами покоя, в то время как фотон такой массы не имеет.

3. Ввиду того обстоятельства, что наши B-кванты немедленно распадаются с помощью сильного взаимодействия на 2π- и на 3π-мезона, следовало бы разработать квантовую теорию «метастабильных полей». С практической точки зрения эти B-кванты можно рассматривать как «резонансы». Остается открытым вопрос, в какой мере способны такие нестабильные кванты переносить требуемые нашей теорией качества [1]).

4. Более чем когда-либо ранее, мы нуждаемся в вычислительных методах, применимых в случае чисто релятивистских сильных взаимодействий. В этой статье были рассмотрены только статистические эффекты, но даже и в этом случае удалось сделать только грубые оценки. Для того чтобы получать количественные выводы в области высоких энергий, необходимо явным образом учесть динамические эффекты. Как только появится адекватный вычислительный метод, мы сразу сможем, например, решить $\pi\pi$-проблему с помощью самых исходных принципов. Возможно, удалось бы выразить фигурирующую в уравнении Чу — Манделстама постоянную λ [107] через фундаментальные константы нашей теории.

5. Следовало бы попытаться объяснить два высоких резонанса с $T=1/2$ и один высокий резонанс с $T=3/2$ в πN-взаимодействии при высоких энергиях с помощью предсказываемых нашей теорией «фундаментальных резонансов» — двух при $T=0$ (три π-мезона) и одного при $T=1$ (два π-мезона).

6. Может быть удастся объяснить основные черты электромагнитной структуры нуклона на базе наших трех фундаментальных резонансов. В частности, ожидается, что два 3π-резонанса при $T=0$ и $J=1$ должны играть важную роль в изоскалярных свойствах нуклона. Можно надеяться, что наша теория сможет объяснить, почему радиус распределения изовекторного заряда и радиус распределения изоскалярного заряда велики, тогда как изоскалярный момент много меньше изовекторного момента.

---

[1]) Автор признателен проф. Р. Эме, обратившему его внимание на эту проблему.

7. Некоторые феноменологические параметры физики K-частиц, такие, как длина рассеяния в $K^{-}N$-реакциях и сдвиг фазы s-волны при $K^{+}N$-рассеянии, более тесно связаны с фундаментальными постоянными, фигурирующими в нашей теории, чем $G^2(K\Lambda N)$ и $G^2(K\Sigma N)$; они поэтому заслуживают более пристального внимания. Должна быть разрешена известная неоднозначность $K^{-}N$-реакции, отмеченная Далитцем.

8. Следует вновь обратиться к исследованию pp-рассеяния при высоких энергиях. Отталкивательная сердцевина образована не бесконечно жесткой стенкой; эта нефизическая стенка должна быть заменена на сильный короткодействующий не зависящий от четности потенциал типа Юкавы. Нужно исследовать $\mathbf{L}\cdot\mathbf{S}$-силы, естественным образом возникающие при взятии томасовской производной от короткодействующего отталкивательного потенциала. Аналогичное исследование необходимо провести также и в случае $T=0$.

9. В физике антинуклонов существует, по-видимому, ряд загадок. Почему сечения аннигиляции так велики не только при 100 *Мэв*, но и в области миллиардов электронвольт? Почему так высока средняя множественность образования π-мезонов в процессах аннигиляции? Почему так удивительно редко протекает реакция $p+\bar{p}\to\pi^{+}+\pi^{-}$? Эти вопросы волнуют нас в такой же степени, как загадка τ- и θ-частиц четыре года назад. Однако независимо от того, содержат ли зерно истины возможные решения, предложенные в п. V, представляется правдоподобным, что наметки удовлетворительной интерпретации этих загадочных явлений знаменуют собой наступление новой эпохи в нашем понимании сильных взаимодействий в области миллиардов электронвольт.

10. Нужно предвидеть возможность разногласий с выводами из статистических теорий. Как уже было упомянуто, статистическая теория дает неразумные ответы по поводу отношения каналов $(K\bar{K}2N)$ и $(K\Lambda(\Sigma)N)$ при NN-столкновениях относительно числа π-мезонов при $N\bar{N}$-аннигиляциях (а возможно, и при πN- и NN-столкновениях) и относительно углового распределения π-мезонов в пучках высокой энергии. Может быть, существуют еще многие другие, более явные отклонения от выводов статистической теории, которые послужат в поддержку нашей точки зрения. Огромный интерес представляют дальнейшие исследования в области высоких энергий, обнаруживающие так много совершенно неожиданных фактов, бросающих вызов старой теории. Однако такого рода сюрпризы едва ли оправдывают строительство дорогостоящих ускорителей.

11. Следует изучить явление распада сильно взаимодействующих частиц на сильно взаимодействующие частицы, осуще-

ствляющееся слабым образом, например процессы $K \rightarrow 2\pi$ или 3π и $\Lambda \rightarrow N + \pi$. Особенно важно было бы при этом выяснить, следуют ли из нашей теории естественным путем простые феноменологические правила (например, правило отбора $\Delta T = {}^1/_2$). Надо было бы исследовать причины выполнения при ядерном β-распаде соотношения $|C_A/C_V| > 1$.

12. Наконец, обратимся к трудным и жгучим вопросам. Откуда появляются сами фундаментальные константы взаимодействия? Что обусловливает резкий разрыв по силе между слабой и другими связями? Почему единица барионного заряда связана с половиной единицы спина? Почему электический и барионный заряды «квантуются»? Почему взаимодействие фермионных зарядов (т. е. слабое взаимодействие) приводит к нарушению законов сохранения гиперзаряда и изоспина, но не нарушает ни сохранения числа барионов, ни сохранения электрического заряда? К этим вопросам можно добавить много других. Может быть, в заключение этой работы уместно процитировать следующее замечание Юкавы [108], глубокая интуиция и проницательность которого наложили свой отпечаток на всех тех, кто работал в области мезонной теории, насчитывающей уже более 25 лет от роду: «Если вы посмотрите на весь отряд элементарных частиц вместе с новооткрытыми частицами, вы обнаружите, что самая знакомая нам частица — фотон — в некотором роде оказывается и самой незнакомой. Одна из загадок фотона связана с принципом зарядовой независимости, который, по-видимому, в полной мере остается применимым и в теории мезон-нуклонных и нуклон-нуклонных взаимодействий, и в более широкой теории элементарных частиц вообще. Однако включение электромагнитного взаимодействия лишает пространство изотопического спина его изотропии. Это кажется мне крайне странным. Я не вижу пока, как подойти к объяснению этой удивительной загадки, и не смогу питать глубокого доверия к концепции пространства изоспина до тех пор, пока не будет предложена хорошая идея, как объяснить особенности электромагнитного взаимодействия».

Благодарности

Отдельные части этой статьи основаны на исследованиях, проведенных при Институте высших исследований в Принстоне, а также при Летней школе теоретической физики университета Колорадо. Автор искренне благодарит проф. Р. Оппенгеймера и проф. У. Е. Бриттина за стимулирующую атмосферу, сложившуюся в этих институтах, а также выражает признательность Национальному научному фонду и Министерству военно-воздушного флота США за финансовую поддержку.

Если же эта теория окажется правильной, то автор хотел бы выразить свою глубокую благодарность д-ру Ф. Гюрши, терпеливо объяснявшему ему фундаментальные идеи, содержащиеся в статье Янга и Миллса; эта теория никак не могла бы появиться на свет, если бы не стимулирующие беседы автора с д-ром Гюрши осенью 1958 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Gell-Mann M., Phys. Rev., **92**, 833 (1953).
2. Nakano T., Nishijima K., Progr. Theor. Phys. (Kyoto), **10**, 581 (1953).
3. Pais A., Phys. Rev., **110**, 574 (1958).
4. Pais A., Phas. Rev., **110**, 1480 (1958).
5. Gell-Mann M., Phys. Rev., **106**, 1296 (1957).
6. Schwinger J., Ann. of Phys., **2**, 407 (1957).
7. Wigner E. P., Proc. Amer. Phil. Soc., **93**, 521 (1949).
8. Wigner E. P., Proc. Natl. Acad. Sci. U. S., **38**, 449 (1952).
9. Schwinger J., Phys. Rev., **104**, 1164 (1956).
10. Sakurai J. J., Phys. Rev., **113**, 1679 (1959).
11. Feinberg G., Gürsey F., Phys. Rev., **114**, 1153 (1959).
12. Gell-Mann M., в книге «Hearings before the Subcommittee on Legislation of the Joint Committee on Atomic Energy», Congress of the United States, Washington, D. C., 1958.
13. Stueckelberg E. C. G., Helv. Phys. Acta, **11**, 299 (1938).
14. Reines F., Cowan C. L., Jr., Kruse H. W., Phys. Rev., **109**, 609 (1958).
15. Wigner E. P., Phys. Rev., **51**, 106 (1937).
16. Heisenberg W., Zs. f. Phys., **77**, 1 (1932).
17. Hildebrand R. H., Phys. Rev., **89**, 1090 (1953).
18. Понтекорво Б. М., Сообщение на 8-й ежегодной Международной конференции по физике высоких энергий (Киев, 1958).
19. Crawford F. S. et. al., Phys. Rev. Lett., **3**, 394 (1959).
20. Alvarez L., Сообщение на 8-й ежегодной Международной конференции по физике высоких энергий (Киев, 1958).
21. Michel L., Nuovo Cimento, (9) **10**, 319 (1953).
22. Lee T. D., Yang C. N., Nuovo Cimento, (10), **3**, 749 (1956).
23. Wick G. C., Wightman A. S., Wigner E. P., Phys. Rev., **88**, 101 (1952).
24. D'Espagnat B., Prentki J., Nucl. Phys., **1**, 33 (1956).
25. Yang C. N., Mills R. L., Phys. Rev., **96**, 191 (1954) (статья 1 настоящего сборника).
26. Pauli W., Rev. Mod. Phys., **13**, 203 (1941).
27. Pauli W., Encyclopedia of Physics, Vol. 5. Berlin, 1958, p. 143.
28. Lee T. D., Yang C. N., Phys. Rev., **98**, 1501 (1955) (статья 2 настоящего сборника).

29. Fujii Y., Progr. Theor. Phys. (Kyoto), **21**, 232 (1959).
30. Герштейн С. С., Зельдович Я. Б., ЖЭТФ, **29**, 698 (1955).
31. Feynman R. P., Gell-Mann M., Phys. Rev., **109**, 193 (1958).
32. Nambu Y., Phys. Rev., **106**, 1366 (1957).
33. Stueckelberg E. C. G., Helv. Phys. Acta, **11**, 225 (1938).
34. Schwinger J., Phys. Rev., **76**, 790 (1949).
35. Aharonov Y., Bohm D., Phys. Rev., **115**, 485 (1959).
36. Tiomno J., Nuovo Cimento, (10), **6**, 69 (1957).
37. Fermi E., Yang C. N., Phys. Rev., **76**, 1739 (1949).
38. Chew G. F., Low F. E., Phys. Rev., **101**, 1570 (1956).
39. Chew G. F., Low F. E., Phys. Rev., **101**, 1579 (1956).
40. Orear J., Phys. Rev., **100**, 288 (1955).
41. Goldberger M. D., Miyazawa H., Oehme R., Phys. Rev., **99**, 986 (1955).
42. Klein A., Phys. Rev., **99**, 938 (1955).
43. Drell S. D., Friedman M. H., Zachariasen F., Phys. Rev., **104**, 236 (1956).
44. Edwards S. F., Matthews P. T., Phil. Mag., (8), **2**, 176 (1957).
45. Dalitz R. H., Tuan S. F., Phys. Rev. Lett., **2**, 425 (1959).
46. Dalitz R. H., в книге «Proceedings of 1958 Annual International Conference on High-Energy Physics at CERN», CERN, Geneva, 1958, p. 187.
47. Frazer W. R., Fulco J. R., Phys. Rev. Lett., **2**, 365 (1959).
48. Brisson J. C., Detoef J., Falk-Vairant P., van Rossum L., Valladas G., Yuan L. C. L., Phys. Rev. Letters., **3**, 561 (1959).
49. Longo M. J., Helland J. A., Hess W. N., Moyer B. J., Perez-Mendez V., Phys. Rev. Lett., **3**, 568 (1959).
50. Block M. M., Bruecker E. B., Hughes I. S., Kikuchi T., Meltzer C., Anderson F., Revsner A., Harth E. M., Leitner J., Cohn H. O., Phys. Rev. Lett., **3**, 291 (1959).
51. Christy R. F., в книге «Proceedings of the Seventh Annual Rochester Conference on High-Energy Physics», New York, 1956, Ch. IX, p. 1.
52. Goldhaber M., Phys. Rev., **92**, 1279 (1953).
53. Goldhaber M., Phys. Rev., **101**, 433 (1956).
54. Jackson J. D., Ravenhall D. G., Wyld H. W., Jr., Nuovo Cimento, (10), **9**, 834 (1958).
55. Price O. R., Stork D. H., Ticho H. K., Phys. Rev. Lett., **1**, 212 (1958).
56. Taylor J. G., Moravcsik M. J., Uretsky J. L., Phys. Rev., **113**, 689 (1959).
57. Karplus R., Kerth L., Kycia T., Phys. Rev. Lett., **2**, 510 (1959).
58. Steinberger J., Сообщение на 8-й ежегодной Международной конференцнн по фнзике высоких энергий (Киев, 1958 г.).

59. Cerulus F., Hagedorn R. (будет опубликовано).
60. Failho G. E., Phys. Rev., **105**, 328 (1957).
61. Serber R., в книге «Proceedings of the Seventh Annual Rochester Conference on High-Energy Physics», New York, 1956, Ch. V, p. 1.
62. Dechand C. O., Phys. Rev., **115**, 1730 (1959).
63. Barshay S., Phys. Rev., **109**, 2160 (1958).
64. Levy M. M., Phys. Rev., **88**, 725 (1952).
65. Signell P. S., Zinn R., Marshak R. E., Phys. Rev. Lett., **1**, 416 (1958).
66. Gammel J., Thaler R., Phys. Rev., **107**, 291 (1957).
67. Ball J. S., Chew G. F., Phys. Rev., **109**, 1385 (1958).
68. Duerr H. P., Phys. Rev., **103**, 469 (1956).
69. Teller E., в книге «Proceedings of the Sixth Annual Rochester Conference on High-Energy Physics», New York, 1956, Ch. VII, p. 18.
70. Segré E., Сообщение на 8-й ежегодной Международной конференции по физике высоких энергий, Киев, 1958.
71. Horwitz N., Miller D., Murray J., Tripp R., Phys. Rev., 115, 472 (1959).
72. Koba Z., Takeda G., Progr. Theor. Phys. (Kyoto), **19**, 269 (1958).
73. Goldhaber G., Fowler W. B., Goldhaber S., Hoang T. F., Kalogeropoulos T. E., Powell W. M., Phys. Rev. Lett., **3**, 181 (1959).
74. Fermi E., Phys. Rev., **81**, 683 (1951).
75. Heisenberg W., в книге «Vorträge über Kosmische Strahlung», Berlin, 1953, S. 148.
76. Беленький С. С., Ландау Л. Д., Nuovo Cimento, (10), Suppl. 1, **3**, 15 (1956).
77. Ciok P., Coghen T., Gierula J., Holynski R., Jurak A., Miesowicz M., Saniewska T., Nuovo Cimento, **10**, 741 (1958).
78. Cocconi G., Phys. Rev., **111**, 1699 (1958).
79. Niu K., Nuovo Cimento, **10**, 994 (1958).
80. Sakata S., Progr. Theor. Phys. (Kyoto), **16**, 686 (1956).
81. Окунь Л. Б., в книге «Proceedings of the 1958 Annual International Conference on High-Energy Physics at CERN», CERN, Geneva, 1958, p. 223.
82. Levy M. M., Marshak R. E., Nuovo Cimento, **11**, 366 (1954).
83. Марков М. А., в книге «Proceedings of the Sixth Annual Rochester Conference on High-Energy Physics», New York, 1956, Ch. VIII, p. 30.
84. Huang K., Phys. Rev., **101**, 1173 (1956).
85. Weisskopf V. F., Phys. Rev., **56**, 72 (1939).
86. Feinberg G., Behrends R. E., Phys. Rev., **115**, 745 (1959).
87. Yamanouchi T. Phys. Rev. Lett., **3**, 480 (1959).
88. Pais A., Proc. Natl. Acad. Sci. U. S., **40**, 484 (1954).
89. Pais A., Phys. Rev., **110**, 574 (1958).

90. Lee T. D., «Conservation Laws in Weak Interactions», Nevis-50, Columbia University (не опубликовано).
91. Oppenheimer R., в книге «Proceedings of the Seventh Annual Rochester Conference on High-Energy Physics», New York, 1957, Ch. IX, p. 27.
92. Bludman S. A., Nuovo Cimento (10), **9**, 433 (1958).
93. Salam A., Ward J. C., Nuovo Cimento, **11**, 568 (1959) (статья 8 настоящего сборника).
94. Yang C. N., в книге «Proceedings of the Seventh Annual Rochester Conference on High-Energy Physics», New York, 1956, Ch. IX, p. 25.
95. Pauli W., Nuovo Cimento (10), **6**, 204 (1957).
96. Feinberg G., Phys. Rev., **108**, 878 (1957).
97. Gupta S. N. Canad. Journ. Phys., **35**, 1309 (1957).
98. Соловьев В. Г., ЖЭТФ, **33**, 537, 796 (1957).
99. Sudarshan E. C. G., Marshak R. E., Phys. Rev., **109**, 1860 (1958).
100. Sakurai J. J., Nuovo Cimento (10), **7**, 649 (1958).
101. Burbidge G. R., Hoyle F., Nuovo Cimento (10), **4**, 558 (1956).
102. Heisenberg W., Rev. Mod. Phys., **29**, 269 (1957).
103. Feynman R. P., в книге «Proceedings of the Seventh Annual Rochester Conference on High-Energy Physics», New York, 1957, Ch. IX, p. 42.
104. Bernardini C., Querzoli R., Salvini G., Silverman A., Stoppini G., Nuovo Cimento (10), **14**, 268 (1959).
105. Glaser D. A., «Proceedings of the Argonne Accelerator Users Group Meeting», June, 1959 (не опубликовано).
106. Gupta S. J., Phys. Rev., **111**, 1698 (1958).
107. Chew G. F., Mandelstam S. (будет опубликовано).
108. Yukawa H., Rev. Mod. Phys., **29**, 213 (1957).
109. Chew G. F., Phys. Rev. Lett., **4**, 142 (1960).
110. Sakurai J. J., Nuovo Cimento (10), **16**, 388 (1960).
111. Breit G., Proc. Natl. Acad. Sci., **46**, 746 (1960).
112. Sakurai J. J., Phys. Rev., **119**, 1784 (1960).
113. Breit G., Phys. Rev., **34**, 55 (1929).
114. Breit G., Phys. Rev., **51**, 248 (1937).
115. Breit G., Phys. Rev., **51**, 778 (1937).
116. Breit G., Phys. Rev., **53**, 153 (1938).

4. ВЕКТОРНАЯ ТЕОРИЯ СИЛЬНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

(доклад на заседании
Американского физического общества)

ДЖ. САКУРАИ

J. J. Sakurai, University of Chicago, EFINS-60-63[1])

Дается сжатое и простое изложение основ векторной теории сильных взаимодействий. Обсуждается ряд приложений теории, в частности анализируется различие между обычным $\pi\pi$-резонансом и $\pi\pi$-резонансом, обусловленным векторной частицей изоспина $T=1$, связанной с сохраняющимся током изоспина.

Содержание моего доклада весьма проблематично, но он может представлять интерес как с теоретической, так и экспериментальной точек зрения. Исследования, на которых основан доклад и которые частично были недавно опубликованы в последнем номере Ann. of. Phys. [1], возникли под влиянием идей многих авторов — Вигнера [2], Янга и Миллса [3], Ли и Янга [4], Швингера [5, 6], Гелл-Манна [7], Фуджи [8] и ряда других[2]). Все эти авторы, так же как и я, занимались вопросом о возможной связи между законами сохранения таких внутренних качеств, как изоспин и барионное число, с одной стороны, и динамикой взаимодействия элементарных частиц — с другой.

Заметим прежде всего, что в электродинамике основное взаимодействие принимает весьма определенную форму, в которой сохраняющаяся величина, именно электрический заряд, сама реализуется динамически в хорошо установленной универсальной связи между сохраняющимся током $j_\mu^{(e.\,m.)}$ и векторным полем A_μ. Аналогично этому при изучении области слабых взаимодействий все чаще возникают соображения относительно принципиально важной роли, которую играют понятия сохраняющихся или почти сохраняющихся токов; о существовании векторных полей, обусловливающих различные слабые процессы; о том, что слабые связи, не меняющие странности, являются универсальными, и о том, что существует принцип, определяющий форму фунда-

---

[1]) Доклад сделан на специальном заседании Американского физического общества 24 ноября 1960 г. [Резюме см. Bull. Amer. Phys. Soc., **5**, 414 (1960).] Текст доклада (не предназначавшийся для публикации) размножен в виде препринта в 1963 г. Институтом ядерных исследований имени Э. Ферми.

[2]) Я отмечаю с благодарностью ценные дискуссии, которые я имел с Ф. Гюрши на начальной стадии этих исследований.

ментального слабого взаимодействия и аналогичный принципу минимальной электромагнитной связи [9, 11].

Если мы теперь обратим внимание на так называемые сильные взаимодействия, то возникают довольно естественно следующие вопросы. Почему идея сохраняющихся токов столь глубоко связана только с динамикой электромагнитных и слабых взаимодействий, но не сильных взаимодействий? Почему электрическому заряду соответствует динамическая реализация, но ее нет в случае того, что мы могли бы назвать «барионным» зарядом? Почему фундаментальные сильные взаимодействия — не векторного типа? Почему они не оказались универсальными? Почему в природе существуют определенные принципы, позволяющие установить форму электромагнитных и, возможно, основных слабых взаимодействий, в то время как для сильных взаимодействий не существует какого-либо аналогичного принципа?

Сейчас я буду следовать ходу рассуждений Вигнера [2], заметившего, что по сути дела существуют два способа определения электрического заряда частиц. В первом случае мы рассматриваем электрический заряд как простую аддитивную величину, сохраняющуюся в любой реакции. Например, из реакции

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu + \bar{\nu}'$$

мы узнаем, что заряд μ^+-мезона будет равен $+1$, если из других опытов было известно, что заряды частиц: e^+, ν, $\bar{\nu}'$ соответственно равны $+1$, 0, 0. Как подчеркнули Фейнберг и Гольдхабер [12], этому методу присуща внутренняя ограниченность, ибо ввиду отсутствия процессов типа

$$p \rightarrow e^+ + \pi^0$$

никогда не существует возможности определить относительные заряды частиц p и e^+. Вообще если понятие электрического заряда сводится только к подобному аддитивному числу, то всякую линейную комбинацию *числа* электрического заряда (и барионного заряда) можно было бы рассматривать как «новый» электрический заряд

$$Q' = aQ + bB.$$

Если закон сохранения лептонного числа, обозначаемого через L, также является «абсолютным», то комбинация

$$Q'' = aQ + bB + CL$$

не менее хороша и пригодна.

Но здесь чрезвычайно важно отметить наличие того, что Вигнер называет вторым методом определения электрического заряда частиц. Пучок частиц просто помещают во внешнее электрическое поле и измеряют отклонение этого пучка. Именно этим способом было выяснено, что заряд протона равен по величине заряду электрона с точностью до $4 \cdot 10^{19}$.

Из экспериментов мы знаем, что обе частицы, протон и электрон, весьма стабильны, их времена жизни превосходят соответственно $\tau_e > 10^{17}$ лет, $\tau_p > 10^{24}$ лет: именно благодаря этому мы с вами и можем присутствовать здесь. Ввиду того что электрон и протон — самые легкие частицы, обладающие электрическим зарядом 1 и соответственно барионным числом, равным 1, то их устойчивость всегда приписывают закону сохранения электрического заряда и аналогичному закону сохранения барионного числа. Вигнер рассуждает следующим образом. По существу глубокие причины существования законов сохранения электрического заряда и числа барионов не известны. Но допустим, что оба закона сохранения имеют одинаковые причины и что эти причины ведут к одинаковым следствиям. Далее, в обычном формализме понятие «барионного заряда» ассоциируют только с аддитивным числом, что приводит к глубокому различию между самой сутью электрического заряда и барионного числа, поскольку в случае барионного числа не существует чего-либо аналогичного второму методу Вигнера определения заряда частиц [1]). Однако если вигнеровская аналогия вообще имеет какой-либо смысл, то должно существовать поле, которое специфическим образом взаимодействует с барионными зарядами.

В этой связи Вигнер еще в 1952 г. предложил отождествить барионный заряд с π-мезонным зарядом, так что связь π-мезонов с различными барионами становилась универсальной. Отсюда возникла так называемая модель «глобальной симметрии», развитая Гелл-Манном [7] и Швингером [6]. Однако эта гипотеза встретила ряд трудностей. Прежде всего, записывая универсальную связь π-мезонов с барионами по Гелл-Манну, мы получаем коэффициент $\sqrt{2}$ перед членом $\bar{p}n\pi^{+}$, коэффициент 0 перед $\pi^0\bar{\Lambda}^0\Lambda^0$, коэффициент -1 перед $\bar{\Sigma}^{-}\Sigma^{-}\pi^0$ и т. д. Эти неуклюжие множители возникают в связи с тем, что π-мезоны образуют зарядовый триплет, а эти множители устанавливаются на базе только изоспиновых соображений, которые, по-видимому, не имеют ничего общего с сохранением числа барионов. Можно образовать линейные комбинации типа $(\Lambda^0 - \Sigma^0)/\sqrt{2}$ для того, чтобы Λ и Σ выгля-

---

[1]) Заметьте, что задание барионного числа не может быть однозначным, если оба закона сохранения — числа барионов и числа лептонов — абсолютны. Мы можем спасти положение, потребовав, чтобы все барионы, по определению, были тяжелее 900 *Мэв*; но что нам придется делать, если экспериментаторы обнаружат слабо взаимодействующий фермион с массой $(m_\mu/m_e)^2 m_e \approx 22$ *Бэв*?

дели более похоже на нуклоны, но откуда мы знаем априори, какую из линейных комбинаций следует выбрать? [1]). Таким образом, довольно нелепо утверждать, что в π-мезонном поле мы находим динамическую реализацию единичного барионного заряда. Во-вторых, если бы даже удалось установить принцип, позволяющий определить природу связи с π-мезонами, то все равно отсутствовал бы какой-либо принцип для определения природы связей с K-мезонами, которые, как подчеркнул Пайс, с необходимостью должны иметь асимметричный характер [14] [2]). В-третьих, поскольку K-связи должны по самой своей природе нарушать первоначальную симметрию π-связей, то даже если бы затравочные константы π-связей были равны в отсутствие K-связей, перенормированные константы π-связей после включения K-полей стали бы различными. Эту ситуацию полезно противопоставить электромагнитному случаю, где заряд протона равен заряду позитрона с фантастической степенью точности, несмотря на то что протон может взаимодействовать сильным образом с π-мезонами, тогда как позитрон не может.

Из этих соображений ясно, что попытка Вигнера и др. отождествить барионный заряд с π-мезонным зарядом неудовлетворительна, а аналогии, использованные здесь, оказались поверхностными [3]). Подробный анализ показывает, что указанный поверхностный характер аналогий коренится в отсутствии в данной теории понятия сохраняющегося тока. Подобная теория не могла привести к успеху, поскольку поле π-мезонов связано с некоторой величиной, имеющей характер псевдоскалярной плотности, а не сохраняющейся векторной плотности.

Следует всю проблему рассмотреть с несколько иной точки зрения. Напомним, что в электродинамике уравнение непрерывности для электрического заряда

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{j}$$

---

[1]) Наиболее общее зарядово-независимое взаимодействне типа Юкавы между π, Λ и Σ с положительной относнтельной четностью $\Lambda-\Sigma$ можно запнсать в виде линейной комбинацин двух «протнвоположных» взаимодействий дублетного типа (см. уравнение (9) в статье Сакураи [1]).

[2]) Возможно построить теорию, в которой как связи π, так н связн K будут обладать весьма высокой симметрией, но в этом случае должна существовать связь (связи) не типа Юкавы, которая (которые) нарушает эту высокую снмметрию. Во всяком случае, поиски более высоких симметрий выглядят, по выражению Панса, «агонией самоубнйцы».

[3]) На поверхностный характер этой аиалогии уже указывал Гелл-Манн [7]. См. также замечание Б. Феррари в работе [15].

вытекает из уравнений Максвелла, которые можно в соответствующих единицах записать как

$$\nabla \times \mathbf{B} - \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mathbf{j}, \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = \varrho,$$

или, через вектор-потенциал, как

$$\Box^2 A_\mu = -j_\mu^{(\text{e. m.})}, \quad \partial_\mu A_\mu = 0.$$

В противоположность этому в обычном формализме уравнение непрерывности для барионного заряда стоит, так сказать, само по себе. Подобная асимметрия неуклюжа и чревата неудобствами.

Указанное различие легко устранить, если существует некоторое векторное поле $B_\mu^{(B)}$, связанное с током плотности барионного заряда — тока $j_\mu^{(B)}$. Рассмотрим уравнение

$$\Box^2 B_\mu^{(B)} - \mu_B^2 B_\mu^{(B)} = -j_\mu^{(B)}$$

с дополнительным условием Штюкельберга [16] [1])

$$\partial_\mu B_\mu^{(B)} = -\mu_B \varphi,$$

$$\Box^2 \varphi - \mu_B^2 \varphi = 0.$$

Тогда уравнение непрерывности для барионного заряда

$$\partial_\mu j_\mu^{(B)} = 0$$

вытекает из уравнений поля аналогично случаю электромагнетизма. Мы выбрали поле $B_\mu^{(B)}$ так, что оно имеет массу, поскольку из опыта известно, что сильные взаимодействия носят короткодействующий характер [2]).

Все эти соображения говорят в пользу нового принципа возникновения фундаментальных сильных связей, который можно назвать «принципом минимальных связей». Как мы знаем из электродинамики, собственно электромагнитные взаимодействия могут быть получены путем подстановки в лагранжиан свободного поля

$$\partial_\mu \to \partial_\mu - ieA_\mu$$

для всех полей, обладающих электрическим зарядом e. Аналогично этому потребуем подстановки [4, 8]

$$\partial_\mu \to \partial_\mu - if_B B_\mu^{(B)}$$

---

[1]) В квантованной теории дополнительное условие следует наложить на вектор состояния. Относительно более подробного анализа формализма Штюкельберга см. [8, 17].

[2]) Если бы поле $B_\mu^{(B)}$ не обладало массой, то либо подобное поле не существовало бы, либо же взаимодействие между полем $B_\mu^{(B)}$ и барионами было слабее их гравитационного взаимодействия по крайней мере в 10^5 раз (см. статью Ли и Янга [4]).

для всех полей с барионным зарядом f_B. Мы знаем, что в дополнение к сохранению барионного числа процессы в области сильных взаимодействий удовлетворяют другим законам сохранения, именно сохранению изоспина и странности (S). Кроме того, известно, что эффективные сечения и спектр масс зависят от изоспина и странности так же, как и от барионного числа. Таким образом, естественно прийти к мысли, что существуют еще две фундаментальные сильные связи, которые можно получить аналогичным образом. Вместо того чтобы рассматривать сохранение странности, представляется более естественным ввести то, что Швингер называет сохранением гиперзаряда, поскольку гиперзарядное число Y, определенное как

$$Y = S + B,$$

более похоже на электрический заряд, в том смысле, что Y принимает значения $+1$ (K, N), -1 ($\overline{K}$, Ξ), 0 (π, Λ, Σ). Поэтому мы производим подстановку

$$\partial_\mu \to \partial_\mu - i f_T B_\mu^{(T)} T$$

для всех полей с изоспином T [3] и подстановку

$$\partial_\mu \to \partial_\mu - i f_Y B_\mu^{(Y)}$$

для всех полей, обладающих гиперзарядом f_Y[1]). Этим способом мы сконструировали связи трех фундаментальных типов в сильном взаимодействии:

$$f_B B_\mu^{(B)} j_\mu^{(B)}, \qquad j_\mu^{(B)} = i\overline{N}\gamma_\mu N + i\overline{\Lambda}\gamma_\mu\Lambda + \ldots,$$

$$f_T B_\mu^{(T)} j_\mu^{(T)}, \qquad j_\mu^{(T)} = i\overline{N}\gamma_\mu \frac{\tau}{2} N + i\,(i\overline{\Sigma}\gamma_\mu\Sigma) + \ldots,$$

$$f_Y B_\mu^{(Y)} j_\mu^{(Y)}, \qquad j_\mu^{(Y)} = i\overline{N}\gamma_\mu N - i\overline{\Xi}\gamma_\mu\Xi.$$

В дополнение к фундаментальным связям векторного типа существуют феноменологические тензорные связи типа паулиевского момента. Удивительно, что тензорная связь поля $B_\mu^{(T)}$ с нуклоном определяется изовекторной частью магнитного формфактора нукло-

---

[1]) Мысль о том, что при наличии гиперзаряда должны существовать динамические проявления этого факта, была впервые высказана Швингером [5]. Однако его гипотеза в первоначальной форме не выдерживает критики, если только K-частицы не существуют в вырожденных состояниях противоположной четности.

на, которая в пределе передачи малых импульсов принимает вид $f_T(\mu_p - \mu_n)/4M_N$ (где μ_p и μ_n — аномальные моменты протона и нейтрона в естественных единицах) в полной аналогии с теорией слабых взаимодействий, основанной на сохраняющемся векторном токе [18]. Этот эффект можно назвать «сильным магнетизмом». При этом мы сознательно отбрасываем π-мезоны и K-частицы в фундаментальном лагранжиане, поскольку более привлекательно рассматривать их как связанные системы барионов и антибарионов типа $N\overline{N}$ и $N\overline{\Lambda}$ в духе соображений[1]) Ферми и Янга [19], Сакаты [20] и Окуня [21]. Другими словами, обычные π- и K-мезоны оказываются своеобразными «функциями», тогда как трудно уловимые векторные мезоны являются «реальными объектами». Обычные связи типа Юкавы для π- и K-мезонов с барионами отражают феноменологическую картину наших фундаментальных связей; как хорошо известно, успешные выводы статической модели типа Чу и Лоу и дисперсионных соотношений не зависят от вопроса, «элементарен» π-мезон или нет. Отметим, что хотя π-мезон и не относится к основным частицам, в нашей теории существует эффективная связь поля $B_\mu^{(T)}$ с π-мезонами вида

$$f_T B_\mu^{(T)} (\pi \times \partial_\mu \pi),$$

поскольку π-мезоны обладают изоспином 1. Аналогичные соображения имеют место для K-частиц, обладающих изоспином $^1/_2$ и гиперзарядом 1.

Каким образом будут проявлять себя в лабораторных опытах поля векторных мезонов? Прежде всего укажем, что частицы, соответствующие этим полям, должны иметь спин 1 и странность 0. Они, вероятно, будут иметь довольно большую массу (более двух или трех масс π-мезона), ввиду чего будут быстро распадаться в результате сильных взаимодействий на π-мезоны, иначе они были бы обнаружены как почти устойчивые частицы. Простые соображения симметрии, основанные на инвариантности относительно зарядового сопряжения и сохранении изоспина, показывают, что частица $B_\mu^{(T)}$ имеет те же свойства симметрии, что и 2π-мезонная система с $T = 1$, $J = 1$, а две другие частицы ($B_\mu^{(B)}$ и $B_\mu^{(Y)}$) подобны 3π-мезонным системам с $T = 0$, $J = 1$. Другими словами, наши гипотетические векторные мезоны возникают как резонансы в 2π- и 3π-мезонных системах. В самом деле, имеется некоторое указание на то, что зарядово-триплетный век-

---

[1]) Вопрос о том, следует ли трактовать все барионы как равноправные или же следует некоторые из них считать «более элементарными, чем другие» (как в модели Сакаты—Окуня), в настоящее время еще не выяснен.

торный мезон B_T был обнаружен в эксперименте Абашьяна, Бута и Кроу [22]:

$$p+d \longrightarrow \underbrace{(\pi^+\pi^-)}_{B_T^0?} + \mathrm{He}^3,$$

$$p+d \longrightarrow \underbrace{(\pi^+\pi^0)}_{B_T^+?} + \mathrm{H}^3,$$

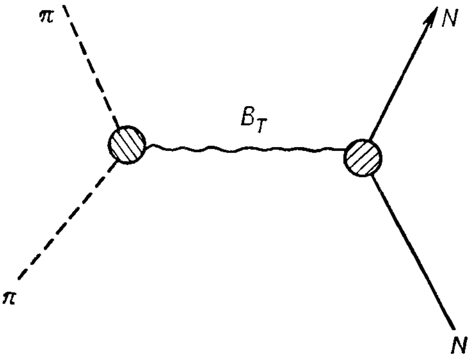
причем масса частицы B_T равна примерно $\mu_T \approx 2{,}2\mu_\pi$.

Теоретики располагают несколькими методами поиска и исследования таких частиц типа резонансов. Например, эти гипотетические частицы должны пролить свет на природу ядерных сил на малых расстояниях. Если связь изоспинового типа окажется более слабой, чем связь барионного тока и связь гиперзарядного тока, то мы должны ожидать короткодействующего отталкивания между частицами с одинаковыми барионными зарядами и одинаковыми гиперзарядами (именно между двумя нуклонами) в тесной аналогии с законом Кулона; это может оказаться объяснением природы феноменологического отталкивающего керна. С другой стороны, между нуклонами и антинуклонами $N - \overline{N}$ силы на малых расстояниях, как ожидается, ведут к сильному притяжению, которое и объясняет механизм образования связанной системы, т. е. π-мезона из N и $\overline{N}$, а существование $N - N$ спин-орбитальной силы представляет собой естественное следствие теории векторных мезонов так же, как существование тензорной силы между двумя барионами $N - N$ является естественным следствием псевдоскалярной мезонной теории.

При рассеянии π-мезонов на нуклонах обмен посредством $\pi\pi$-резонанса, аналогичного B_T резонансу, оказывает влияние на часть πN-амплитуды, зависящую от изоспина; в самом деле, механизм, показанный на фиг. 1, *а*, по существу разрешает загадку изоспиновой зависимости при рассеянии s-волны, так долго смущавшую физиков. Частицу B_T можно также искать при исследовании эффекта, обусловленного полюсом в амплитуде np-рассеяния (см. фиг. 1, *б*); важно подчеркнуть в данной связи, что в *физической* области влияние полюса B_T^+ гораздо более ярко выражено, чем влияние полюса π^+, поскольку вклад псевдоскалярного полюса должен по необходимости исчезать при $\cos\theta \to -1$, в то время как вклад векторного полюса при $\cos\theta \to -1$ будет быстро возрастать. Как было уже отмечено Ларсеном [23] в Беркли, угловое распределение np-рассеяния при 710 *Мэв* можно понять лучшим образом при наличии полюса, соответствующего состоянию с массой, примерно равной двум массам π-мезона, в дополнение к обычному полюсу, соответствующему единичному π-мезону.

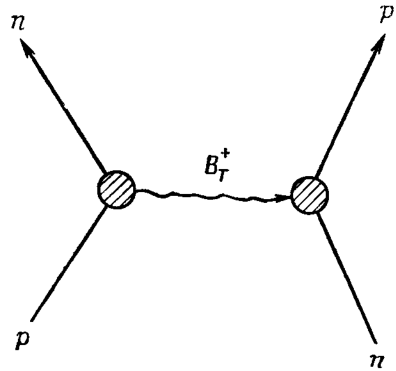
Поскольку многие авторы уже рассматривали $\pi\pi$-резонанс, по-видимому, имеет смысл подчеркнуть различие между обычным $\pi\pi$-резонансом и $\pi\pi$-резонансом для нашей векторной частицы с $T=1$, связанной с сохраняющимся изоспиновым током.

Ввиду требования универсальности, налагаемого гипотезой сохраняющегося векторного тока, константа связи, характеризующая взаимодействие между B_T и π-мезоном, должна быть равна



$$f_T^2 T_\pi \frac{\tau_N}{2} = \begin{cases} -f_T^2 & \text{для} \quad T=\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} f_T^2 & \text{для} \quad T=\frac{3}{2} \end{cases}$$

Фиг. 1, *а*



$$\frac{(\sqrt{2})^2 f_T^2}{4}$$

Фиг. 1, *б*

константе связи, характеризующей взаимодействие между B_T и N, коль скоро изоспиновые множители приняты надлежащим образом во внимание[1]). В противоположность этому при обычном подходе к $\pi\pi$-резонансу подобное простое соотношение не имеет места. Можно проверить правильность указанного требования универсальности, сравнивая константы связи, определенные из изоспиновой зависимости πN-рассеяния и максимума в направлении назад для np-рассеяния при высоких энергиях (фиг. 1). Из πN-рассеяния получаем

$$\frac{f_T^2}{4\pi} \sim 0{,}7.$$

Метод и параметры, используемые при вычислении этого значения, по существу совпадают с таковыми у Боукока, Коттингема

---

[1]) Строго говоря, универсальность имеет место при $q^2=0$, а не при $q^2=-\mu_T^2$, где q^2 — значение квадрата переносимого импульса. Аналогичная ситуация в области слабых взаимодействий рассматривалась в работах [24—26].

и Лурье [27, 28] [1]) с той только разницей, что мы понизили массу $\pi\pi$-резонанса для согласования с экспериментом Абашьяна, Бута и Кроу [22]. Кроме того, если допустить, что ярко выраженный пик в направлении назад обязан целиком полюсу B_T, то из данных Ларсена [23] для углового распределения для np-рассеяния при 710 *Мэв* получаем

$$\frac{f_T^2}{4\pi} \sim 0{,}55.$$

Более строгий метод определения константы связи $f_T^2/4\pi$ из np-эксперимента заключается в использовании известной процедуры экстраполяции, при которой принимаются в расчет оба полюса, обязанные B_T и π. Такого рода исследование мы проводим в настоящее время с А. Сривастава; первое предварительное значение для константы связи (ошибки очень велики) равно $f_T^2/4\pi \sim 0{,}7$. Резюмируя, можно сказать, что требование универсальности, по-видимому, согласуется с имеющимися эмпирическими данными [2]). Конечно, подобное согласие не следует рассматривать как окончательное ввиду грубости сделанных предположений и использованных экспериментальных данных; я привел этот пример, однако, для иллюстрации конкретного физического различия между трактовкой $\pi\pi$-резонанса в p-волне со стороны теоретиков тихоокеанского побережья и моим новым методом.

Я хотел бы также добавить, что влияние одного только полюса B_T недостаточно для объяснения спин-орбитальной силы между нуклонами $N-N$, или, более точно говоря, для объяснения наблюдаемой большой вещественной части коэффициента $i(\sigma_1+\sigma_2)\hat{n}$ при pp-рассеянии. Это обстоятельство является обнадеживающим,

---

[1]) Связь их параметров с нашим дается соотношением $3C_1/t_R = -f_T^2/4\pi\mu_T^2$.

[2]) Если $f_T^2/4\pi$ дано, то заманчиво рассчитать ширину $\pi\pi$-резонанса по «скорости распада» $B_T \to 2\pi$. Однако в теории существует неопределенность, связанная с подобным расчетом; «универсальная» константа связи, которую мы ввели, на самом деле определяется при $q^2=0$, а не при $q^2=-\mu_T^2$. Если допустить, что вещественная часть вершинной функции для феноменологической связи

$$B_\mu^{(T)}(\pi \times \partial_\mu \pi)$$

не изменяется в интервале $q^2=0$ и $q^2=-\mu_T^2$, то мы получим $\Gamma = f_T^2/48\pi$ в обозначениях Фрезера и Фулко [29, 30] (см., например, работы [31, 32]). Следовательно, $\Gamma \sim 0{,}06$. Это приводит к брейт-вигнеровской ширине

$$\Gamma_{BW} = \frac{8\Gamma_p^3}{\mu_T^2} \sim 1{,}5 \text{ Мэв}.$$

поскольку в нашу теорию могут быть включены также другие векторные мезоны[1]).

С более принципиальной философской точки зрения существует и более глубокое отличие нашего подхода к векторным мезонам, которые подобны резонансам, от трактовки других авторов (Фрэзер и Фулко [29, 30], Боукок, Коттингем и Лурье [27], Намбу [34], Чу [35], Брейт [36] и др.). Я не ввожу рассматриваемых векторных частиц специально для объяснения структуры нуклонов, ядерных сил на весьма малых расстояниях или изоспиновой зависимости πN-рассеяния и т. д. Напротив, я ввожу эти частицы, полагая, что в сильных взаимодействиях должно существовать больше динамики—не только двойные дисперсионные соотношения и унитарность; я полагаю, что если мы имеем дело с взаимодействием, то должны существовать принципы, позволяющие его описать. Мы не должны будем слишком удивляться, если идеи Вигнера [2], Швингера [5], Янга и Миллса [3] и др. относительно того, что сохраняющиеся внутренние качества должны обладать динамической реализацией, будут играть более важную роль в дальнейшем развитии физики элементарных частиц, чем соображения, касающиеся аналитических свойств амплитуд рассеяния в s- и t-переменных. В заключение я настойчиво предлагаю экспериментаторам использовать каждую возможность обнаруживать корреляции между двумя и тремя π-мезонами при NN-столкновениях, γp-столкновениях, $N\bar{N}$-аннигиляциях барионов и антибарионов и т. д.[2]). Совершенно независимо от вопроса о правильности или неправильности деталей охарактеризованной здесь теории, нет сомнений, что наше окончательное понимание явлений в области сильных взаимодействий будет решающим образом зависеть от наличия или отсутствия 2π-мезонных и 3π-мезонных резонансов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Sakurai J. J., Ann. of Phys., 11, 1 (1960) (статья 3 настоящего сборника).
2. Wigner E. P., Proc. Natl. Acad. Sci., U. S., 38, 449 (1952); Proc. Amer. Phil. Soc., 93, 521 (1949).

[1]) Однако прежний анализ спин-орбитальной силы в терминах одного лишь нейтрального векторного мезонного поля [33] следует несколько модифицировать, если $\mu_T < \mu_{Y,\,B}$. Спин-орбитальная сила для $T=1$ всегда ведет к притяжению, в то время как часть спин-орбитальной силы, обязанная $T=0$, дает, как ожидают, притяжение на весьма малых расстояниях, но ведет к отталкиванию на расстояниях $\sim 1/\mu_T$.

[2]) Векторные мезоны могут также порождаться в значительных количествах при аннигиляции электронов и позитронов; мы сможем наблюдать это, когда будут получены встречные пучки.

3. Yang C. N., Mills R. L., Phys. Rev., **96**, 191 (1954) (статья 1 настоящего сборника).
4. Lee T. D., Yang C. N., Phys. Rev., **98**, 1501 (1955) (статья 2 настоящего сборника).
5. Schwinger J., Phys. Rev., **104**, 1164 (1956).
6. Schwinger J., Ann. of Phys., **2**, 407 (1957).
7. Gell-Mann M., Phys. Rev., **106**, 1296 (1957).
8. Fujii Y., Progr. Theor. Phys. (Kyoto), **21**, 232 (1959).
9. Bludman S. A., Nuovo Cimento, **9**, 433 (1958).
10. Salam A., Ward J. C., Nuovo Cimento, **11**, 568 (1959) (статья 8 настоящего сборника).
11. Gell-Mann M., в книге «Proceedings of the Tenth Annual Conference on High-Energy Physics» (в печати).
12. Feinberg G., Goldhaber M., Proc. Natl. Acad. Sci., U. S., **45**, 1301 (1959).
13. Sakurai J. J., Phys. Rev., **115**, 1304 (1959).
14. Pais A., Phys. Rev., **110**, 574, 1480 (1958).
15. Ferrari B., в книге «Proceedings of the Seventh Annual Rochester Conference on High-Energy Physics», New York, 1957.
16. Stückelberg E. C. G., Helv. Phys. Acta, **11**, 225 (1938).
17. Glauber R. J., Progr. Theor. Phys. (Kyoto), **9**, 295 (1953).
18. Gell-Mann M., Phys. Rev., **111**, 362 (1958).
19. Fermi E., Yang C. N., Phys. Rev., **76**, 1739 (1949).
20. Sakata S., Progr. Theor. Phys. (Kyoto), **16**, 686 (1956).
21. Окунь Л. Б., в книге «Proceedings of the 1958 Annual International Conference on Hygh-Energy Physics at CERN», CERN, Geneva, 1959, p. 223.
22. Abashian A., Booth N. E., Crowe K. M., Phys. Rev. Lett., **5**, 258 (1960).
23. Larsen R. R., Ph. D. Thesis at the University of California, preprint, Berkeley Cal., USRL-9292 (1960).
24. Feynman R. P., Gell-Mann M., Phys. Rev., **109**, 193 (1958).
25. Okubo S., Nuovo Cimento, **13**, 292 (1959).
26. Bernstein J., Gell-Mann M., Michel L., Nuovo Cimento, **16**, 560 (1960).
27. Bowcock J., Cottingham W. N., Lurié D., Nuovo Cimento, **16**, 918 (1960).
28. Bowcock J., Cottingham W. N., Lurié O., Phys. Rev. Lett., **5**, 386 (1960).
29. Frazer W. R., Fulco J. R., Phys. Rev. Lett., **2**, 365 (1954).
30. Frazer W. R., Fulco J. R., Phys. Rev., **117**, 1609 (1960).
31. Lee B. W., Vaughn M. T., Phys. Rev. Lett., **4**, 578 (1960).
32. Itabashi K. et al., Progr. Theor. Phys. (Kyoto), **24**, 529 (1960).
33. Sakurai J. J., Phys. Rev., **119**, 1784 (1960).
34. Nambu Y., Phys. Rev., **106**, 1366 (1957).
35. Chew G. F., Phys. Rev. Lett., **4**, 142 (1960).
36. Breit G., Proc. Natl. Acad. Sci., U. S., **46**, 746 (1960).

5. ВОСЬМИМЕРНЫЙ ФОРМАЛИЗМ: ТЕОРИЯ СИММЕТРИЙ В СИЛЬНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ

М. ГЕЛЛ-МАНН

M. Gell-Mann, Report CTSL-20, California Institute of Technology (Preliminary version circulated Jan. 20, 1961), March 15, 1961

Мы еще раз попытаемся здесь, аналогично теории глобальной симметрии, трактовать 8 известных барионов как супермультиплет, вырожденный в пределе относительно некоторой симметрии, но расщепляющийся в изотопические спиновые мультиплеты благодаря члену, нарушающему симметрию. Мы не будем стремиться дать подробное описание нарушений симметрии, но сопоставим ее феноменологически самим разностям масс, предполагая существование некоторой аналогии с разностью масс в случае $\mu - e$.

Мы назовем описываемую симметрию унитарной; она соответствует «унитарной группе» в трех измерениях подобно тому, как зарядовая независимость соответствует «унитарной группе» в двух измерениях. Восемь инфинитиземальных генераторов этой группы образуют простую алгебру Ли совершенно аналогично трем компонентам изотопического спина. В этом важном смысле унитарная симметрия является простейшим обобщением зарядовой независимости. Тогда барионы, естественно, соответствуют восьмимерному неприводимому представлению группы; включение разностей масс приводит к появлению известных мультиплетов.

В аналогичный набор восьми частиц входят также π-мезон и K-мезон наряду с предсказываемым псевдоскалярным χ^0-мезоном, обладающим $I = 0$. Тогда в пределе унитарной симметрии можно определить форму связей с потенциалом Юкавы для π-, K- и χ-мезонов.

Наиболее привлекательной чертой подобной схемы является возможность описать систему восьми векторных мезонов в рамках единой теории типа Янга — Миллса (с массовым членом). Как и в теории Сакураи, мы имеем здесь триплет векторных ρ-мезонов, связанных с током изоспина, наряду с синглетным векторным мезоном ω^0, связанным с током гиперзаряда. Кроме того, появляется пара дублетов M и $\overline{M}$ странных векторных мезонов, связанных с меняющими странность токами, которые сохраняются, если пренебречь разностями масс. Для системы восьми векторных мезонов в симметричном пределе остается только одна константа связи. Имеются некоторые экспериментальные указания на существование ω^0 и M, тогда как ϱ, по-видимому, является известным $\pi\pi$-резонансом в состоянии с $I=1$, $J=1$. В данную схему можно естественным образом включить девятый векторный мезон, связанный с барионным током.

Наиболее важное предсказание теории носит качественный характер и состоит в том, что все восемь барионов должны иметь одинаковый спин и четность и что псевдоскалярные и векторные мезоны должны образовывать «октеты» с возможными добавочными «синглетами». Если в случае введения перенормированных констант связи восьми векторных мезонов симметрия не слишком сильно нарушается, то оказывается возможным сделать ряд конкретных предсказаний относительно экспериментальных результатов.

Математический формализм унитарной группы мы рассматриваем при помощи трех фиктивных «лептонов»: ν, e^-, μ^-, которые могут и не иметь ничего общего с реальными лептонами. Если же они с ними связаны, то это может прояснить механизм слабых взаимодействий.

1. Введение

В течение ряда лет представлялось вполне возможным, что сильно взаимодействующие частицы, сгруппированные в известные изотопические мультиплеты, должны указывать на следы высшей симметрии, которая оказывается каким-то образом нарушенной. С точки зрения высшей симметрии 8 известных барионов являются вырожденной системой и образуют супермультиплет. Когда высшая симметрия нарушается, возникает расщепление на Ξ, Σ, Λ и N и не нарушенными остаются только законы сохранения изоспина, странности и числа барионов. Первый из этих законов частично нарушается при наличии электромагнитных взаимодействий, а второй — при слабых взаимодействиях; только законы сохранения числа барионов и электрического заряда оказываются абсолютными. Попыткой развить конкретно эти идеи явилась схема глобальной симметрии [1, 2], в которой высшая симметрия имела место при взаимодействиях π-мезонов, но нарушалась в случае K-мезонов. Разности масс барионов приписывались тогда связям с K-мезонами, характер симметрии которых не уточнялся и интенсивность которых предполагалась существенно меньшей, чем в случае π-мезонов.

Теория глобальной симметрии не имела большого успеха в экспериментальных предсказаниях и обладала рядом недостатков. Оставалось необъясненным специфическое распределение изотопических мультиплетов среди наблюдаемых мезонов и барионов. Произвольные K-связи (которые в действительности не являются особенно слабыми) вносили ряд феноменологических констант. Более того, как отмечалось в работе [1] и было вновь подчеркнуто недавно Сакураи в его замечательных статьях [3, 4], предсказывающих векторные мезоны, глобальная модель не приводит к прямой зависимости между физическими связями и токами соответственных сохраняющихся операторов симметрии.

Вместо теории глобальной симметрии мы вводим здесь новую модель высшей симметрии элементарных частиц, которая не имеет упомянутых недостатков, но обладает рядом достоинств. Отметим, что группа изотопического спина совпадает с группой всех унитарных 2×2-матриц, определитель которых равен единице. Каждую из этих матриц можно записать в виде $\exp(iA)$, где A — эрмитова 2×2-матрица. Поскольку имеются три независимые эрмитовые 2×2-матрицы (например, матрицы Паули), изотопический спин имеет три компоненты.

Наша группа высшей симметрии является простейшим обобщением изоспина, именно группы всех унитарных 3×3-матриц с определителем, равным единице. Имеются восемь независимых 3×3-матриц с исчезающим следом, ввиду чего новый «унитарный спин» имеет восемь компонент. Первые три из них как раз и представляют собой компоненты изоспина, а восьмая пропорциональна гиперзаряду Y (который равен $+1$ для N и K; -1 для Ξ и $\overline{K}$; и 0 для Λ, Σ и π и т. д.); остальные четыре играют роль операторов, изменяющих странность.

Так же как изоспин имеет трехмерное представление (спин равен 1), так и группа «унитарного спина» имеет восьмимерное неприводимое представление, которое мы будем просто обозначать через *8*.

В нашей теории супермультиплет барионов соответствует этому представлению. При ослаблении симметрии I и Y еще сохраняются в противоположность четырем другим компонентам унитарного спина; тогда супермультиплет расщепляется на Ξ, Σ, Λ и N; таким путем до некоторой степени объясняется распределение мультиплетов и природа странности и гиперзаряда.

Псевдоскалярные мезоны также сопоставляются представлению *8*. В случае уменьшения симметрии они превращаются в мультиплеты K-, $\overline{K}$-, π- и χ-мезонов, где χ-мезон — нейтральный изосинглетный мезон, существование которого мы предсказываем. Рассматривать ли PS-мезоны как фундаментальные частицы или как связанные состояния, все равно их связи в случае потенциала типа Юкавы в пределе «унитарной симметрии» можно описать с помощью всего двух параметров связи.

Векторные мезоны вводятся весьма естественным образом посредством обобщения калибровочного принципа Янга и Миллса [5]. Здесь мы также имеем супермультиплет восьми мезонов соответственно представлению *8*. В пределе унитарной симметрии и при «выключенной» массе этих векторных мезонов получается полностью калибровочно инвариантная и минимальная теория, подобная электромагнетизму. Если включить массу, то калибровочная инвариантность ослабляется (калибровочная функция уже больше не будет зависеть от пространственно-временны́х координат), но сохранение унитарного спина по-прежнему остается точным. Источниками векторных мезонов служат сохраняющиеся токи восьми компонент унитарного спина[1]).

При уменьшении симметрии восемь векторных мезонов расщепляются на триплет ϱ (связанный со все еще сохраняющимся током изоспина), на синглет ω (связанный с также еще сохраняющимся током гиперзаряда) и, наконец, на пару дублетов M, $\overline{M}$ (связанных с током, изменяющим странность, который уже больше не сохраняется). Обе частицы ϱ и ω уже обсуждал Сакураи. Предположительно ϱ-мезон совпадает с $\pi\pi$-резонансом ($I=1$; $J=1$), который постулировали Фрэзер и Фулко [8] (см. также [9]) для объяснения изовекторных электромагнитных формфакторов нуклона. Однако ω-мезон, несомненно, представляет собой либо частицу, имеющую $I=1$, $J=0$, либо 3π-резонанс, предсказанный Намбу [10], а позднее Чу [11] и другими авторами при попытке объяснить изоскалярные формфакторы нуклона. Странный мезон M, возможно, совпадает с частицей K^*, которую наблюдали Олстон и др. [12].

Таким образом мы предсказываем, что 8 барионов будут обладать одинаковым спином и четностью, что K — псевдоскаляр, что частицы ϱ и ω существуют и имеют свойства, приписанные им Сакураи, а также что существуют χ и M. Но, кроме этих качественных предсказаний, мы получаем ряд правил симметрии, связанных с теорией унитарного спина. Однако все они нарушены вследствие нарушения унитарной симметрии (чем бы оно ни было вызвано), и найти пути экспериментального исследования эффектов, обусловленных подобной нарушенной симметрией, — довольно деликатная проблема.

Кроме восьми векторных мезонов, связанных с унитарным спином, можно представить себе девятый, инвариантный отно-

---

[1]) После того, как был разослан предварительный вариант этой работы (январь 1961 г.), автор узнал, что аналогичная теория была выдвинута независимо и одновременно Нееманом [6]. Более ранние применения 3-мерной унитарной группы в связи с моделью Сакаты были изложены И. Онуки на Рочестерской конференции по физике высоких энергий (1960 г.) Близкие вопросы рассмотрели также Салам и Уорд [7]. Автор приносит благодарность д-ру Нееману и проф. Саламу за сообщенные ими результаты.

сительно группы унитарного спина мезон, который вследствие этого не является вырожденным даже в пределе унитарной симметрии в противоположность первым восьми. Мы назовем этот мезон B^0. По-видимому, он также существует и связан с барионным током. Он совпадает с мезоном, предсказанным Теллером [13] и позднее Сакураи [3], и объясняет главную долю эффекта отталкивания между нуклонами, обусловленного жестким керном, и притяжения между нуклонами и антинуклонами на самых малых расстояниях. В следующем пункте мы начнем изложение «восьмимерного» формализма с обсуждения унитарной симметрии для фиктивных «лептонов», которые, возможно, и не имеют ничего общего с реальнымм лептонами, но помогают разъяснить физические идеи довольно наглядным образом. Если между ними и реальными лептонами действительно существует параллель, то, как мы вкратце покажем в п. 6, это может пролить некоторый свет на природу слабых взаимодействий. Пункт 3 посвящен представлению *8* и барионам, п. 4 — псевдоскалярным мезонам и п. 5 — теории векторных мезонов.

Ожидаемые физические свойства предсказанных мезонов рассматриваются в п. 7 вместе с рядом экспериментов, в которых эти свойства играют роль. В п. 8 обсуждается сложный вопрос нарушения симметрии, степени этого нарушения и возможности исследования симметрии.

2. «Лептоны» как модель унитарной симметрии

Для простоты мы начнем обсуждение унитарной симметрии с «лептонов», хотя на самом деле наша теория построена для барионов, мезонов и сильных взаимодействий. Частицы, которые мы рассматриваем здесь в целях математического развития формализма, не обязательно должны иметь что-либо общее с реальными лептонами, хотя некоторые параллели довольно многозначительны. Рассмотрим три лептона: ν, e^-, μ^- и их античастицы. Нейтрино рассматриваются на той же основе, что и два других лептона, хотя опыт говорит, что если трактовать нейтрино как 4-компонентное дираковское поле, то лишь две компоненты его участвуют в физическом взаимодействии (более того, могут существовать два типа нейтрино: одно связанное с электроном, другое — с μ-мезоном).

Насколько мы знаем, электрические и слабые взаимодействия абсолютно симметричны относительно e^- и μ^-, которые отличаются, однако, от ν. Заряженные частицы e^- и μ^- разделены таинственной разностью их масс. Эту разность мы не будем приписывать какому-либо взаимодействию или пытаться здесь как-либо ее объяснять. (Тому, кто все же захочет сопоставить эту разность масс некоторому взаимодействию, возможно, придется ввести связь, которая становится существенной только при чрезвычайно высоких энергиях и в настоящее время имеет лишь академический интерес.) Однако мы допускаем, что разность масс $\mu - e$ связана с другим, не менее таинственным механизмом, который вызывает нарушения унитарной симметрии барионов и мезонов и приводит к расщеплению супермультиплетов на изотопические мультиплеты. Для практических целей все эти расщепления мы включим в механические массы рассматриваемых частиц.

Хорошо известно, что в современной квантовой электродинамике никому не удалось объяснить разность масс $e - \nu$ как электромагнитный эффект. Не составляя предвзятой точки зрения относительно физического происхождения разностей масс, мы будем строить теорию, считая, что эта разность «включается» вместе с зарядом электрона. Если теперь «выключить» разность масс $\mu - e$, а также электромагнитные и слабые взаимодействия, то у нас останется физически идеализированная теория трех дираковских в точности одинаковых частиц, лишенных массы покоя и каких-либо известных связей. Эта «пустотная» модель оказывается, однако, идеальной с математической точки зрения; с физической стороны она подсказывается аналогией с сильно взаимодействующими частицами, поскольку основную барионную массу и сильные взаимодействия барионов с мезонами следует ввести как раз на соответствующей ступени полной унитарной симметрии. Конечно, симметричная модель инвариантна при всех унитарных преобразованиях трех состояний ν, e^-, μ^-.

Допустим сперва для простоты, что у нас имеются только две частицы: ν и e^-. Каждое унитарное преобразование можно единственным образом разделить на два, первое из которых дает умножение на некоторый фазовый множитель для обеих частиц и второе, с определителем, равным 1, оставляет инвариантным произведение фазовых множителей частиц ν и e^-. Инвариантность относительно первого типа преобразований соответствует сохранению лептонов ν и e^-; ее можно рассмотреть отдельно от инвариантности относительно класса преобразований второго типа (их математики называют унитарной унимодулярной группой в двух измерениях).

Каждое преобразование первого типа можно записать через матрицу $\exp i\varphi \cdot 1$, где 1 — единичная 2×2-матрица. Инфинитиземальное преобразование имеет вид $1 + i(\delta\varphi) \cdot 1$, так что единичная матрица является инфинитиземальным оператором подобных преобразований. Преобразования второго типа порождаются аналогичным образом тремя независимыми бесследными 2×2-матрицами, в качестве которых можно взять три паулиевские матрицы изотопического спина: τ_1, τ_2, τ_3. Таким образом, мы имеем

$$1+i\sum_{k=1}^{3}\delta\theta_k\frac{\tau_k}{2} \tag{2.1}$$

в качестве общего инфинитиземального преобразования второго типа. Симметрия относительно всех преобразований второго типа совпадает с симметрией относительно τ_1, τ_2, τ_3, другими словами, с симметрией изотопического спина или зарядовой независимостью. Весь формализм теории изоспина можно затем построить, рассматривая трансформационные свойства этого дублета или спинора (ν, e^-) и более сложных объектов, которые преобразуются как комбинации двух или более таких лептонов.

Матрицы Паули τ_k являются эрмитовыми и удовлетворяют соотношениям

$$\begin{gathered}\operatorname{Sp}\tau_i\tau_j=2\delta_{ij},\\ [\tau_i,\ \tau_j]=2ie_{ijk}\tau_k,\quad \{\tau_i,\ \tau_j\}=2\delta_{ij}\cdot 1.\end{gathered} \tag{2.2}$$

Обобщим теперь идею изотопического спина, включая третий объект, μ^-. Мы снова разделяем унитарные преобразования лептонов на преобразования, определяемые единичной 3×3-матрицей 1 и соответствующие сохранению лептонов, и другие преобразования, которые определяются 8 независимыми бесследными 3×3-матрицами, образующими «унитарную унимодулярную группу» в трех измерениях. Типичную систему 8 подобных матриц можно построить по аналогии с 2×2-матрицами Паули. Мы будем называть их $\lambda_1, \ldots, \lambda_8$; эти матрицы и приведены в приложении 1. Они являются эрмитовыми и имеют следующие свойства:

$$\begin{aligned}&\operatorname{Sp}\lambda_i\lambda_j=2\delta_{ij},\\ &[\lambda_i,\ \lambda_j]=2if_{ijk}\lambda_k,\\ &\{\lambda_i,\ \lambda_j\}=\frac{4}{3}\delta_{ij}\cdot 1+2d_{ijk}\lambda_k,\end{aligned} \tag{2.3}$$

где f_{ijk} вещественны и полностью антисимметричны, подобно символам Кронекера e_{ijk} в уравнении (2.2), тогда как d_{ijk} вещественны и полностью симметричны. Эти свойства следуют из уравнений

$$\begin{gathered}\operatorname{Sp}\lambda_k[\lambda_i,\ \lambda_j]=4if_{ijk},\\ \operatorname{Sp}\lambda_k\{\lambda_i,\ \lambda_j\}=4d_{ijk},\end{gathered} \tag{2.4}$$

которые получены из (2.3). Неисчезающие элементы f_{ijk} и d_{ijk} приведены в приложении 2 для нашего выбора λ_i. Четные и нечетные перестановки индексов соответствуют умножению f_{ijk} на ±1 соответственно и умножению d_{ijk} на $+1$.

По аналогии с (2.1) общее инфинитиземальное преобразование второго типа имеет, конечно, вид

$$1+i\sum_i \delta\theta_i \frac{\lambda_i}{2}. \tag{2.5}$$

Инвариантность относительно восьми λ_i соответствует, наряду с сохранением лептонов, полной «унитарной симметрии» трех лептонов. Следует заметить, что λ_1, λ_2, λ_3 соответствуют τ_1, τ_2, τ_3 для ν и e^-, но не для μ-мезона. Поэтому если игнорировать симметрию между (ν, e^-) и μ-мезоном, мы все же будем иметь сохранение изотопического спина. Будет сохраняться также λ_8, которое коммутирует с λ_1, λ_2 и λ_3 и диагонально в нашем представлении. Диагонализировать можно не больше двух λ одновременно; здесь мы выбрали для этого λ_3 (3-ю компоненту обычного изоспина) и λ_8, которая подобна странности или гиперзаряду, поскольку она различает изотопический синглет μ^- от изотопического дублета (ν, e^-) и коммутирует с изоспином.

Далее, включение массы μ-мезона нарушает симметрию относительно λ_4, λ_5, λ_6 и λ_7, т. е. относительно «изменяющих странность» компонент «унитарного спина», однако лептонное число, «изотопический спин» и «странность» при этом будут сохраняться. Электромагнитные взаимодействия (при учете массы электрона) нарушат сохранение λ_1 и λ_2, оставляя сохраняющимися только лептонное число λ_3 и странность. Наконец, слабые взаимодействия разрешают изменение странности (например, при μ-мезонном распаде), но лептонное число n_l и электрический заряд по-прежнему будут сохраняться:

$$Q=\frac{e}{2}\left(\lambda_3+\frac{\lambda_8}{\sqrt{3}}-\frac{4}{3}n_l\right), \tag{2.6}$$

где n_l — число лептонов минус число антилептонов, для ν, e^- и μ^- равное $+1$ (т. е. матрица 1). Мы видим, что картина вполне соответствует требованиям теории барионов и мезонов. Сопоставим им симметрию относительно группы унитарного спина и припишем сильные связи и основные симметричные массы. Затем включим расщепление масс, снимая симметрию относительно 4, 5, 6 и 7-й компонент унитарного спина, но оставляя сохраняющимися барионное число, странность и изотопический спин. Учет взаимодействий разрушает симметрию относительно 1-й и 2-й компонент спина, а слабые взаимодействия нарушают сохранение странности.

В конце концов остается только сохранение заряда и числа барионов.

3. Математическая трактовка барионов

В случае изотопического спина I известно, что различные возможные зарядовые мультиплеты соответствуют неприводимым представлениям простой алгебры 2×2-матриц, описанной выше для (ν, e^-). Каждый мультиплет имеет $2I+1$ компонент, где квантовое число I отличает одно представление от другого и дает собственные значения $I(I+1)$ оператора $\sum_{i=1}^{3} I_i^2$, который коммутирует со всеми элементами группы изоспина и, в частности, со всеми элементами инфинитиземальной группы $1+i\sum_{i=1}^{3}\delta\theta_i I_i$. Операторы I_i представлены внутри мультиплета эрмитовыми $(2I+1)\times(2I+1)$-матрицами, которым соответствуют те же перестановочные соотношения

$$[I_i, I_j] = ie_{ijk}I_k, \tag{3.1}$$

что и 2×2-матрицам $\tau_i/2$. Случаю $I=1/2$ как раз и соответствует $I_i=\tau_i/2$ внутри дублета.

Если исходить из дублетного представления, то все другие представления можно построить, рассматривая суперпозиции частиц, которые трансформируются подобно основному дублету. Так, например, античастицы e^+, $-\bar{\nu}$ также образуют дублет (обратить внимание на знак «минус» при антинейтрино!). Взяв комбинацию $(e^+e^- + \bar{\nu}\nu)/\sqrt{2}$, мы получим синглет, т. е. одномерное представление, для которого все $I_i=0$.

Обозначая нейтрино и электрон через e_α $(\alpha=1, 2)$, можно описать синглет как $(1/\sqrt{2})\,\bar{e}_\alpha e_\alpha$, или, более сжато, $(1/\sqrt{2})\,\bar{e}e$. Три компоненты триплета можно образовать, взяв

$$e^+\nu = \frac{1}{2}\bar{e}(\tau_1 - i\tau_2)e, \qquad \frac{e^+e^- - \bar{\nu}\nu}{\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\bar{e}\tau_3 e \quad \text{и} \quad \nu e^- = \frac{1}{2}\bar{e}(\tau_1 + i\tau_2)e.$$

Произведя перегруппировку, мы получим как раз $(1/\sqrt{2})\,\bar{e}\tau_j e$ $(j=1, 2, 3)$. Среди этих трех состояний 3×3-матрицы I_i^{jk} для трех компонент I задаются выражениями

$$I_i^{jk} = -ie_{ijk}. \tag{3.2}$$

Обобщим теперь эти известные результаты на систему трех состояний: ν, e^-, μ^-. Назовем их l_α $(\alpha=1, 2, 3)$ и положим $\bar{l}l=\bar{l}_\alpha l_\alpha$. Определим для этой системы $F_i=\lambda_i/2$ (где $i=1, 2, \ldots$ $\ldots, 8)$ так же, как в случае изоспина определялось $I_i=\tau_i/2$.

Восемь величин F_i служат в этом случае компонентами оператора унитарного спина $\boldsymbol{F}$, и мы будем применять эти же обозначения во всех представлениях. Первые три компоненты $\boldsymbol{F}$ совпадают с тремя компонентами изотопического спина $\boldsymbol{I}$ во всех случаях, а F_8 будет всегда равняться помноженному на $\sqrt{3}/2$ гиперзаряду Y (линейно связанному со странностью). Тогда компоненты $\boldsymbol{F}$ будут во всех представлениях подчиняться тем же перестановочным соотношениям

$$[F_i, F_j] = if_{ijk} F_k, \tag{3.3}$$

что и в случае простого лептонного представления, в котором $F_i = \lambda_i/2$ [ср. с перестановочными соотношениями (2.3)]. Однако свойства следов и антикоммутаторов будут сходными в различных представлениях не в большей мере, чем в случае $\boldsymbol{I}$. Мы видим, что соотношения (3.1) представляют собой просто частный случай (3.3) при значениях индексов 1, 2 и 3, поскольку как раз для этих значений индексов все f равны соответствующим e.

Здесь необходимо обратить внимание на важное различие между унитарным или $\boldsymbol{F}$-спином и изотопическим, т. е. $\boldsymbol{I}$-спином. В то время как простое изменение знака $\bar{\nu}$ позволяет построить из $\bar{e}_\alpha$ дублет, преобразующийся под действием $\boldsymbol{I}$ так же как e_α, в случае $\boldsymbol{F}$-спина, когда мы рассматриваем три антилептона $\bar{l}_\alpha$ вместе с тремя лептонами l_α, ничего подобного сделать нельзя. Правда, антилептоны дают представление для $\boldsymbol{F}$, но это представление, выражаясь математическим языком, *неэквивалентно* лептонному представлению, хотя оно и трехмерно. Причину этого легко усмотреть: при переходе от лептонов к антилептонам собственные значения электрического заряда, третьей компоненты $\boldsymbol{I}$ и лептонного числа — все меняют знак, ввиду чего меняют знак и собственные значения F_8. Но для лептонов они равнялись $1/2\sqrt{3}$, $1/2\sqrt{3}$ и $-1/\sqrt{3}$; следовательно, в случае антилептонов они образуют другую систему и не существует преобразования подобия, которое могло бы перевести одно представление в другое. Мы будем обозначать лептонное представление через $\mathbf{3}$ и антилептонное—через $\bar{\mathbf{3}}$.

Рассмотрим теперь другую систему «частиц» L_α, которые преобразуются в точности, как лептоны l_α относительно группы унитарного спина, и возьмем их античастицы $\bar{L}_\alpha$. Будем следовать изложенному выше для изоспина и дублета e методу. Прежде всего построим состояние $(1/\sqrt{3})\bar{L}_\alpha l_\alpha$, или $(1/\sqrt{3})\bar{L}l$.

Так же как состояние $\bar{e}e/\sqrt{2}$ давало одномерное представление для $\boldsymbol{I}$, в котором все I_i исчезали, так и $\bar{L}l/\sqrt{3}$ дает одномерное представление для $\boldsymbol{F}$, в котором исчезают все F_i. Назовем это одномерное представление *1*. Теперь по аналогии с $\bar{e}\tau_i e/\sqrt{2}$ ($i=1, 2, 3$) образуем $\bar{L}\lambda_i l/\sqrt{2}$ ($i=1, 2, \ldots, 8$). Эти состояния преобразуются под действием $\boldsymbol{F}$ подобно неприводимому представлению размерности 8, которое мы называем *8*. В этом представлении 8×8-матрицы F_i^{jk} восьми компонент F_i унитарного спина определяются аналогично (3.2) соотношением

$$F_i^{jk} = -if_{ijk}. \tag{3.4}$$

Когда мы строили изотопический триплет из двух изодублетов в рассуждениях, приведших к (3.2), нам пришлось рассматривать линейные комбинации величин $\bar{e}\tau_i e/\sqrt{2}$, чтобы получить простые состояния с определенными электрическими зарядами и т. д. Здесь вновь необходимо проделать аналогичную процедуру. Применяя знак «$\sim$» для обозначения слов «преобразуется подобно» (какому-то объекту), определяем

$$\begin{aligned}
\Sigma^+ &\sim \frac{1}{2}\bar{L}(\lambda_1 - i\lambda_2)\,l \sim D^+\nu,\\
\Sigma^- &\sim \frac{1}{2}\bar{L}(\lambda_1 + i\lambda_2)\,l \sim D^0 e^-,\\
\Sigma^0 &\sim \frac{1}{\sqrt{2}}\bar{L}\lambda_3 l \sim \frac{D^0\nu - D^+e^-}{\sqrt{2}},\\
p &\sim \frac{1}{2}\bar{L}(\lambda_4 - i\lambda_5)\,l \sim S^+\nu,\\
n &\sim \frac{1}{2}\bar{L}(\lambda_6 - i\lambda_7)\,l \sim S^+e^-,\\
\Xi^0 &\sim \frac{1}{2}\bar{L}(\lambda_6 + i\lambda_7)\,l \sim D^+\mu^-,\\
\Xi^- &\sim \frac{1}{2}\bar{L}(\lambda_4 + i\lambda_5)\,l \sim D^0\mu^-,\\
\Lambda &\sim \frac{1}{\sqrt{2}}\bar{L}\lambda_8 l \sim \frac{D^0\nu + D^+e^- - 2S^+\mu^-}{\sqrt{6}}.
\end{aligned} \tag{3.5}$$

Наиболее ясно смысл того, что мы делаем, выражен в последнем столбце, где мы ввели обозначения D^0, D^+, S^+ для $\bar{L}$-частиц, аналогичных $\bar{l}$-частицам $\bar{\nu}$, e^+ и μ^+. Здесь D обозначает дублет, а S — синглет по отношению к изотопическому спину. Пользуясь последним столбцом, легко видеть, что изотопические спины, электрические заряды и гиперзаряды мультиплетов в точности совпадают с теми, которые мы обычно приписываем указанным барионам.

Поэтому мы говорим, что 8 известных барионов образуют один вырожденный супермультиплет по отношению к группе унитарного спина. Если ввести возмущение, которое преобразуется подобно разности масс $\mu - e$, то супермультиплет как раз распадется на известные мультиплеты (конечно, D отщепится от S одновременно с отходом e^-, ν от μ^-). Разумеется, возможен другой тип бариона, именно нейтральный синглет, преобразующийся подобно $(1/\sqrt{3})\bar{L}l$. Если подобная частица существует, она должна быть очень тяжелой и крайне стабильной. В настоящее время нет никаких указаний на ее существование.

Мы не будем приписывать физического смысла «частицам» l и $\bar{L}$, из которых были сконструированы барионы. Высказанные до настоящего момента соображения являются на самом деле лишь математическим введением к свойствам унитарного спина.

4. Псевдоскалярные мезоны

Мы предположили, что барионные поля N_j преобразуются подобно октету *8* относительно группы $\boldsymbol{F}$, так что матрицы $\boldsymbol{F}$ для барионных полей определяются соотношением (3.4). Потребуем теперь, чтобы все мезоны преобразовывались под действием $\boldsymbol{F}$ так, что сильные связи оказались бы $\boldsymbol{F}$-инвариантными. Если 8 π_i-мезонов имеют связи типа Юкавы, то они должны быть связаны комбинациями типа $\bar{N}\theta_i N$ через некоторые матрицы θ_i. Мы должны исследовать теперь, как подобные билинейные формы преобразуются под действием $\boldsymbol{F}$. Говоря математическим языком, в п. 3 мы рассмотрели прямое произведение $\bar{3}\times 3$-представлений $\bar{3}$ и 3 и нашли, что оно сводится к прямой сумме *8* и *1*. Мы отождествили *8* с барионами и на время оставили в стороне *1*. Теперь необходимо исследовать $\bar{8}\times 8$. Легко показать, что на самом деле $\bar{8}$ эквивалентно *8*, т. е. здесь ситуация не та, что в случае $\bar{3}$ и 3. (Заметим, что в представлении *8* значения Y, I_3, Q и т. д. расположены симметрично относительно нуля.) Таким образом, антибарионы по существу преобразуются так же, как барионы, и следует проделать редукцию прямого произведения 8×8. Обычная теория групп приводит к результату

$$8\times 8 = 1 + 8 + 8 + 10 + \overline{10} + 27, \qquad (4.1)$$

где $\overline{27} = 27$ (это может иметь место только, если размерность есть куб целого числа). Представление *27* распадается при включении разностей масс на изотопический синглет, триплет и квинтет с $Y=0$, дублет и квартет с $Y=1$, дублет и квартет с $Y=-1$, триплет с $Y=2$ и триплет с $Y=-2$. Представление *10* распадается при тех же условиях на триплет с $Y=0$, дублет с $Y=-1$, квартет с $Y=+1$ и синглет с $Y=+2$. Сопряженное представление $\overline{10}$ будет, конечно, выглядеть таким же образом с равными, но противоположными значениями Y. Ни одно из этих представлений не напоминает в какой-либо заметной мере известных мезонов.

Представление *8*, встречающееся дважды, имеет один и тот же вид и для мезонов и для барионов. Очень привлекательно сопоставить его известным мезонам π, K, $\overline{K}$ плюс один новый псевдоскалярный мезон $I=0$, $Y=0$, соответствующий Λ в случае барионов. Назовем этот мезон χ^0 и допустим, что он существует, обладая довольно малой массой Таким образом, мы отождествили известные псевдоскалярные мезоны с октетом теории унитарной симметрии так же, как это имело место для барионов. Представления *1*, *10*, $\overline{10}$, *27* также могут соответствовать мезонам и даже псевдоскалярным, но (предположительно) они обладают гораздо большими массами; некоторые (или даже все) массы, возможно, так велики, что будут физически нелепыми.

Для описания восьми псевдоскалярных мезонов, принадлежащих представлению *8*, мы положим, так же как и в (3.5), что

$$\begin{aligned}
&\chi^0=\pi_8, && K^+=\frac{\pi_4-i\pi_5}{\sqrt{2}},\\
&\pi^+=\frac{\pi_1-i\pi_2}{\sqrt{2}}, && K^0=\frac{\pi_6-i\pi_7}{\sqrt{2}},\\
&\pi^-=\frac{\pi_1+i\pi_2}{\sqrt{2}}, && \overline{K^0}=\frac{\pi_6+i\pi_7}{\sqrt{2}},\\
&\pi^0=\pi_3, && K^-=\frac{\pi_4+i\pi_5}{\sqrt{2}}.
\end{aligned}\tag{4.2}$$

Мы знаем теперь, что матрицы F, связывающие π_j, совпадают с теми, которые связывают N_j, именно $F_i^{jk}=-if_{ijk}$. Для того чтобы связать инвариантным образом 8 мезонов с 8 барионами (например, через γ_5), необходима связь вида

$$2ig_0\overline{N}\gamma_5\theta_i N\pi_i, \tag{4.3}$$

для которой имеет место соотношение

$$[F_i,\ \theta_j]=if_{ijk}\theta_k. \tag{4.4}$$

Далее, двойное появление *8* в уравнении (4.1) обеспечивает существование двух независимых систем восьми 8×8-матриц θ_i, подчиняющихся соотношению (4.4). Одна из этих систем, очевидно, состоит из самих F_i. Нетрудно найти другую систему, если вернуться к коммутаторам и антикоммутаторам λ-матриц в представлении *3* [уравнение (2.3)]. Подобно тому как мы образовывали $F_i^{jk}==if_{ijk}$, определим

$$D_i^{jk}=d_{ijk}. \tag{4.5}$$

Легко показать, что все D также удовлетворяют соотношению (4.4). Отметим, что, в то время как F-матрицы являются мнимыми и антисимметричными относительно выбранного базиса, D-матрицы вещественны и симметричны.

В чем же теперь заключается физическое различие между установлением связи для псевдоскалярных мезонов π_i при помощи D_i и при помощи F_i? Оно заключается в симметрии относительно операции

$$\begin{aligned} R\colon\ & p\longleftrightarrow\Xi^-, \quad n\longleftrightarrow\Xi^0, \quad \Sigma^+\longleftrightarrow\Sigma^-, \quad \Sigma^0\longleftrightarrow\Sigma^0, \quad \Lambda\longleftrightarrow\Lambda, \\ & K^+\longleftrightarrow\pm K^-, \quad K^0\longleftrightarrow\pm\overline{K^0}, \quad \pi^+\longleftrightarrow\pm\pi^-, \quad \pi^0\longleftrightarrow\pm\pi^0, \quad \chi^0\longleftrightarrow\pm\chi^0. \end{aligned} \tag{4.6}$$

Операция R не является членом унитарной группы, но представляет собой некоторое отражение. На языке N_i можно говорить, что операция R изменяет знак второй, пятой и седьмой частиц; заметим, что λ_2, λ_5, λ_7 мнимые, тогда как другие λ вещественны. Из приложения 2 можно видеть, что при подобных переменах знака f_{ijk} нечетно, а d_{ijk} четно.

Возможно, что в пределе унитарной симметрии связь для псевдоскалярных мезонов будет инвариантной относительно R, подобно унитарной группе. В этом случае мы выбираем в (4.6) либо знак «плюс» и связь типа D, либо знак «минус» и связь F. Обе возможности иллюстрированы в приложении 3.

Если выделить только одну систему (случай R-инвариантности), то она, по-видимому, окажется D-связью, поскольку последняя приводит к сильному взаимодействию $\Lambda\pi\Sigma$ (в то время как F-связь не дает в этом случае ничего), а наличие взаимодействия $\Lambda\pi\Sigma$ наилучшим образом объясняет связи Λ-частиц в гиперъядрах. В общем случае можно записать связь типа Юкавы (рассматривая ее как основную или феноменологическую в зависимости от того, элементарны π_i-мезоны или нет) в форме

$$L_{\text{int}} = 2ig_0\overline{N}\gamma_5\,[\alpha D_i + (1-\alpha)\,F_i]\,N\pi_i. \tag{4.7}$$

Отметим, что не существует никаких возможностей сделать обе связи ΛKN и ΣKN гораздо меньше связи $N\pi N$. Так как данные по фоторождению K-мезонов по-видимому, показывают, что эффективные константы связи в случаях ΛKN и ΣKN меньше, чем в случае $N\pi N$ (фактически это в свое время послужило основой схемы глобальной симметрии), мы должны заключить, что наша симметрия довольно сильно нарушена. Мы вернемся к этому вопросу в п. 7.

Простой способ получать численные множители из приложений 3 и 4 для векторных мезонов обеспечивает использование приложения 5, которое дает трансформационные свойства мезонов и барионов в терминах воображаемых «лептонов» и «L-частиц» п. 3. Здесь можно сделать интересное замечание относительно разностей масс барионов. Если допустить, что они преобразуются как разность масс $\mu - e$, т. е. как восьмая компонента унитарного спина, то останутся только две возможные матрицы, связанные с разностью масс F_8 и D_8. Это приводит к следующему правилу сумм для масс барионов:

$$\frac{1}{2}(m_N + m_\Xi) = \frac{3}{4} m_\Lambda + \frac{1}{4} m_\Sigma, \tag{4.8}$$

которое весьма хорошо выполняется для наблюдаемых масс—гораздо лучше, чем соответствующее соотношение теории глобальной симметрии. Однако нет особых оснований надеяться, что аналогичные правила сумм будут выполняться для мезонов.

5. Векторные мезоны

Возможные трансформационные свойства векторных мезонов относительно группы F будут аналогичны тем, которые мы уже рассмотрели в псевдоскалярном случае. Вновь, по-видимому, вполне безопасно игнорировать представления *27*, *10* и $\overline{10}$ и оставить только *1* и два типа *8*. Векторный мезон, который преобразуется согласно *1*, будет иметь $Q=0$, $I=0$, $Y=0$ и будет связан с полным барионным током $i\overline{N}\gamma_\mu N$, который строго сохраняется. Весьма возможно, что подобный мезон существует и играет большую роль. Возможность его существования предсказана довольно давно.

Напомним, что сохранение барионов связано с инвариантностью теории относительно инфинитиземельных преобразований вида

$$N \to (1 + i\varepsilon) N, \tag{5.1}$$

где ε — постоянная. Это — калибровочная инвариантность первого рода. Рассмотрим однако возможность инвариантности также и второго рода, которую рассматривали Янг и Ли [14]. Тогда следовало бы считать ε функцией координат пространства — времени. В лагранжиане свободных барионов

$$L_N = -\overline{N}(\gamma_\alpha \partial_\alpha + m_0) N, \tag{5.2}$$

вследствие этого добавится новый член

$$L_N \to L_N - i\overline{N}\gamma_\alpha N \partial_\alpha \varepsilon, \tag{5.3}$$

который может быть скомпенсирован только при условии существования нейтрального векторного мезонного поля B_α, связанного с током $\overline{N}\gamma_\alpha N$:

$$L_B = -\frac{1}{4}(\partial_\alpha B_\beta - \partial_\beta B_\alpha)^2,$$

$$L_{\mathrm{int}} = if_0 \overline{N}\gamma_\alpha N B_\alpha, \tag{5.4}$$

причем B_α испытывает калибровочное преобразование

$$B_\alpha \to B_\alpha + \frac{1}{f_0}\partial_\alpha \varepsilon. \tag{5.5}$$

Как указали Янг и Ли, подобный векторный мезон будет лишен массы, и если он существует с какой-либо достаточно заметной константой связи, то это должно приводить к своего рода антигравитации для барионов, но не для лептонов,—в противоречии с экспериментом. Мы, однако, будем придерживаться взгляда, что существуют векторные мезоны, связанные с калибровочно инвариантным лагранжианом, дополненным массовым членом, который нарушает калибровочную инвариантность второго рода, оставляя неизменными калибровочную инвариантность первого рода и соответствующий закон сохранения. Подобное положение вещей рассматривали Глэшоу [15], Салам и Уорд [16] и др., а специально в данной связи — Сакураи [3].

Векторный мезон, преобразующийся согласно *1*, будет как раз подобного типа. Теллер [13], Сакураи [3] и др. обсуждали возможность того, что подобный мезон окажется весьма тяжелым и будет сильно связывать между собой барионы и антибарионы, давая псевдоскалярные мезоны, согласно модели сложных частиц Ферми — Янга [17]. Мы не исключаем подобную возможность, однако не будем ее здесь рассматривать. В случае если эта идея верна, то связи типа Юкавы (4.7) следовало бы рассматривать скорее как феноменологические, а не основные; с точки зрения практических приложений большой разницы, видимо, нет.

Перейдем к рассмотрению представления типа *8*. Октет векторных мезонов будет расщеплен на изотопический дублет с $Y=1$, который мы назовем M (по аналогии с K — —, символ L уже использован для обозначения π или μ); соответствующий дублет $\overline{M}$ будет аналогичен $\overline{K}$; триплет ϱ с $Y=0$ аналогичен π; наконец, синглет ω^0 с $Y=0$ аналогичен χ^0. Мы предварительно отождествим M с мезоном K^*, о котором сообщали Олстон и др. [12], обладающим массой 884 *Мэв*, шириной $\Gamma \approx 15$ *Мэв* и распадающимся на $\pi + K$.

Подобная небольшая ширина, конечно, указывает скорее на векторное, чем на скалярное состояние. Векторный мезон ϱ можно отождествить, как предполагал Сакураи, с $\pi\pi$-резонансом при $I=1$, $J=1$, который рассмотрели Фрезер и Фулко [7] в связи с электромагнитной структурой нуклона. Существование ω^0 было постулировано Намбу [10], Чу [12] и др. на основании аналогичных соображений.

Для октета векторных мезонов мы в принципе снова можем выбирать между связями типа D и F. Однако здесь не возникает вопроса, какая из теорий более целесообразна. Ток $i\overline{N}F_j\gamma_\alpha N$ — это ток F-спина барионов, а в пределе унитарной симметрии полный ток F-спина строго сохраняется. (Сохранение токов, меняющих странность типа F_4, F_5, F_6, F_7, нарушается при включении разностей масс, сохранение F_2 и F_3 — электромагнитными взаимодействиями и, наконец, сохранение F_3 и F_8 по отдельности — при включении слабых взаимодействий. Конечно, ток электрического заряда

$$Q = e\left(F_3 + \frac{F_8}{\sqrt{3}}\right) \tag{5.6}$$

строго сохраняется.) Сакураи уже выдвигал допущение, что ρ связано с током изоспина, а ω — с током гиперзаряда. В дополнение к этому мы предлагаем рассматривать странные векторные мезоны M как связанные с изменяющими странность компонентами тока F-спина и принимаем, что вся система полностью инвариантна относительно F впредь до включения разностей масс. Таким образом, три константы связи (подходящим образом определенные) остаются приближенно равными даже в присутствии разностей масс. Отметим теперь, что сами векторные мезоны обладают F-спином и вносят поэтому вклад в ток, служащий их источником. Проблема построения нелинейной теории подобного рода была полностью решена для случая изотопического спина Янгом и Миллсом [5] и Шоу [1]). Необходимо лишь обобщить их результаты (для трех векторных мезонов) на случай F-спина и восьми векторных мезонов.

Заметим, кстати, что теория Янга — Миллса неприводима в том смысле, что все 3 векторных мезона связаны неразрывно друг с другом. Мы всегда можем построить «приводимую» теорию, добавляя другие независимые векторные мезоны типа поля B_α, рассмотренного выше в связи с барионным током. Нахождение системы всех неприводимых полей типа Янга — Миллса — интересная математическая задача. Глэшоу и автор [18] показали, что эта проблема полностью аналогична задаче отыскания всех простых алгебр Ли, которую математики решили довольно долгое время назад. Возможными размерностями оказываются 3, 8, 10, 14, 15, 21 и т. д. Наше обобщение метода Янга — Миллса является простейшим возможным. Но вернемся теперь, как говорят французы, к «нашим баранам», т. е. в данном случае к 8 векторным мезонам. Прежде всего мы построим полностью калибровочно инвариантную

[1]) Неопубликованное сообщение.

теорию, а затем введем член с массой мезонов. Обозначим 8 полей через $\varrho_{i\alpha}$, так же как мы обозначали 8 псевдоскалярных полей через π_i.

Можем изобразить N_i, π_i и $\varrho_{i\alpha}$ в виде векторов в 8-мерном пространстве. (Индекс α относится здесь к четырем пространственно-временным компонентам векторного поля.) Применим наш полностью антисимметричный тензор f_{ijk} для определения смешанного произведения

$$(\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B})_i = f_{ijk}A_jB_k. \tag{5.7}$$

Калибровочное преобразование второго рода, аналогичное уравнениям (5.1) и (5.5), производится с 8-компонентной калибровочной функцией $\boldsymbol{\varphi}$:

$$\begin{aligned}
&\boldsymbol{N}\to\boldsymbol{N}+\boldsymbol{\varphi}\times\boldsymbol{N},\\
&\boldsymbol{\varrho}_\alpha\to\boldsymbol{\varrho}_\alpha+\boldsymbol{\varphi}\times\boldsymbol{\varrho}_\alpha-(2\gamma_0)^{-1}\partial_\alpha\boldsymbol{\varphi},\\
&\boldsymbol{\pi}\to\boldsymbol{\pi}+\boldsymbol{\varphi}\times\boldsymbol{\pi}.
\end{aligned} \tag{5.8}$$

Для полноты мы включили сюда псевдоскалярное мезонное поле, трактуя его как элементарное. В дальнейшем мы не будем выписывать πN-связей и возможных $\pi\pi$-связей, поскольку они не существенны и могут быть просто добавлены в конце. Затравочное значение параметра связи равно γ_0.

Определим калибровочно ковариантные напряженности поля соотношением

$$\boldsymbol{G}_{\alpha\beta}=\partial_\alpha\boldsymbol{\varrho}_\beta-\partial_\beta\boldsymbol{\varrho}_\alpha+2\gamma_0\boldsymbol{\varrho}_0\times\boldsymbol{\varrho}_\beta. \tag{5.9}$$

Тогда калибровочно инвариантный лагранжиан (к которому, как предполагается, добавлен член с массой векторного мезона) сводится просто к выражению

$$\begin{aligned}
L=&-\frac{1}{4}\boldsymbol{G}_{\alpha\beta}\cdot\boldsymbol{G}_{\alpha\beta}-m_0\overline{\boldsymbol{N}}\cdot\boldsymbol{N}-\overline{\boldsymbol{N}}\gamma_\alpha(\partial_\alpha\boldsymbol{N}+2\gamma_0\boldsymbol{\varrho}_\alpha\times\boldsymbol{N})-\\
&-\frac{1}{2}\mu_0^2\boldsymbol{\pi}\cdot\boldsymbol{\pi}-\frac{1}{2}(\partial_\alpha\boldsymbol{\pi}+2\gamma_0\boldsymbol{\varrho}_\alpha\times\boldsymbol{\pi})(\partial_\alpha\boldsymbol{\pi}+2\gamma_0\boldsymbol{\varrho}_\alpha\times\boldsymbol{\pi}).
\end{aligned} \tag{5.10}$$

Как обычно, между векторными мезонами имеются трилинейные и квадрилинейные взаимодействия, а также трилинейные и квадрилинейные связи с псевдоскалярными мезонами. Последние вместе с основной связью векторных мезонов и барионов в пределе нулевых разностей масс характеризуются единственным параметром связи γ_0. Симметричные связи $\boldsymbol{\varrho}_\alpha$ с билинейными токами барионов и псевдоскалярных мезонов сведены в приложении 4. В п. 7 мы используем их, предсказывая ряд приближенных соотношений между экспериментальными величинами, характеризующими векторные мезоны.

Как и в случае псевдоскалярных связей, различные векторные связи будут иметь несколько различные значения, если включить разности масс, а некоторые связи, исчезающие в (5.10), вновь появятся, но с малыми коэффициентами. Говоря об экспериментальных перенормированных константах связи (рассчитанных для физических масс векторных мезонов), мы будем применять обозначения $\gamma_{N\Lambda M}$, $\gamma_{NN\rho}$ и т. д. В пределе унитарной симметрии все неисчезающие константы становятся равными друг другу.

6. Слабые взаимодействия

До настоящего момента роль лептонов в унитарной симметрии была чисто символической. Хотя мы ввели математическое понятие F-спина для ν, e^- и μ^-, этот спин не был связан с 8 векторными мезонами, которые компенсируют калибровку F-спина для барионов и мезонов. Вероятно, если вообще смотреть на это серьезно, его следует рассматривать как некоторый другой спин, но имеющий те же самые математические свойства. Отметим еще другой момент, который, возможно, является существенным. До сих пор мы не вводили явно в нашу схему фотон и оператор заряда, с которым он связан. Их следует ввести задним числом наряду с соответствующим калибровочным преобразованием, которое послужило моделью для более специфических калибровочных преобразований нашей теории. Если слабые взаимодействия переносятся [19] векторными бозонами X_α и порождаются их собственным калибровочным преобразованием, то эти бозоны и калибровки, очевидно, также не были учтены [20, 21]. Подобные соображения могут побудить при известной склонности к спекулятивным теоретическим идеям заинтересоваться вопросом о возможности сопоставления каждому виду взаимодействия собственного типа калибровки и собственной системы векторных частиц, а также о возможности того что алгебраические свойства этих калибровок не будут согласовываться одни с другими.

Когда мы проводим параллель между «F-спином» лептонов и F-спином барионов и мезонов или обсуждаем слабые взаимодействия, мы исследуем явления, выходящие за рамки нашей схемы. Все сказанное в этом пункте следует рассматривать только как первые наброски возможной будущей теории; сказанное относится также к любой физической интерпретации математического формализма, развитого в п. 2 и 3.

Мы ограничимся в дальнейшем случаем слабых обменных токов заряда, вернее их векторной частью. Детальное рассмотрение слабых аксиальных векторных токов может потребовать более сложных соображений и даже учета новых мезонов [22] (скаляры и/или аксиальные векторы), характерных для очень высоких энергий.

Слабый векторный ток лептонов можно точно представить как $\bar{\nu}\gamma_\alpha e + \bar{\nu}\gamma_\alpha \mu$. Обращаясь к общей схеме барионов (3.5), мы обнаруживаем, что барионный ток, имеющий те же трансформационные свойства относительно F, состоял бы из двух частей, одна из которых, аналогичная $\bar{\nu}\gamma_\alpha e$, имела бы $|\Delta I| = 1$ и $\Delta S = 0$, а другая, аналогичная $\bar{\nu}\gamma_\alpha \mu$, имела бы $|\Delta I| = {}^1/_2$ и $\Delta S/\Delta Q = +1$. Эти свойства в точности совпадают с теми, которые мы привыкли связывать со слабыми взаимодействиями барионов и мезонов.

Однако тот же самый тип тока, который мы взяли для лептонов, может быть приписан воображаемыми бозонами L из п. 3. Допустим, что он имеет ту же интенсивность. Тогда в зависимости от относительного знака слабых токов лептонов и бозонов L, матрицы в системе барионов могут быть типа F или D. Допустим, что в случае $\Delta S = 0$ относительный знак приводит нас к F. Тогда результирующий ток будет как раз одной компонентой тока изотопического спина и аналогичный результат будет справедлив для мезонов. Таким образом, мы получим сохраняющийся векторный ток, который был предложен раньше [19] для объяснения отсутствия перенормировки константы Ферми.

В случае $\Delta S = 1$, беря тот же знак, мы можем получить почти сохраняющийся векторный ток, изменяющий странность, или ток $F_4 + iF_5$. Дальнейшие соображения в этом направлении могли бы привести к теории слабых взаимодействий.

7. Свойства новых мезонов

Теория, изложенная выше в общих чертах, достаточно обоснована только в области сильных взаимодействий, и мы ограничимся сейчас предсказаниями лишь относительно взаимодействий барионов и мезонов. Мы предсказываем существование восьми барионов с одинаковыми спинами и четностью, следуя системе частиц N, Λ, Σ, Ξ. Аналогично, беря π-мезоны и их константы связи, мы предсказываем псевдоскалярный мезон K и новую частицу χ^0, связанные по схеме уравнения (4.7) (при отсутствии разности масс); мы предсказываем также связь π-мезонов с гиперонами, согласно тому же уравнению.

Теперь в пределе унитарной симметрии возникает огромное число правил отбора и интенсивности. Например, для реакции *пс*-мезон + барион $\longrightarrow$ *пс*-мезон + барион имеется только семь независимых амплитуд. Аналогично барион-барионные силы оказываются весьма симметричными. Однако видимая малость $g_1^2/4\pi$ для $NK\Lambda$ и $NK\Sigma$ по сравнению со случаем $N\pi N$ свидетельствует о том, что унитарная симметрия сильно нарушена, если допустить, что она вообще имеет место. Таким образом, следует в основном доверять лишь качественным предсказаниям теории; в п. 8 мы остановимся на вопросе количественной проверки.

Наиболее отчетливым новым предсказанием для теории псевдоскалярных мезонов является существование частицы χ^0, которая должна распадаться на 2γ подобно π^0, если только ее масса не окажется достаточно большой для того, чтобы стала заметной вероятность ее возможного перехода в $\pi^+ + \pi^- + \gamma$. [В последнем случае мы должны иметь $(\pi^+\pi^-)$ в нечетном состоянии.] Реакция $\chi^0 \to 3\pi$ запрещена благодаря сохранению I и C. Для достаточно тяжелых χ^0 возможен распад $\chi^0 \to 4\pi$, хотя он и подавляется центробежными барьерами.

Обратимся теперь к векторным мезонам со связями типа системы, данной в приложении 4. Как и Сакураи, мы предсказываем ϱ-мезон, предположительно идентичный с резонансом Фрэзера и Фулко, а также ω-мезон, связанный с гиперзарядом. Кроме того, мы предсказываем странный векторный мезон M, который, возможно, совпадает с частицей K^*, предложенной Олстоном и др.

Некоторые из этих частиц нестабильны по отношению к сильным взаимодействиям, и их физические константы связи с продуктами распада даются ширинами распада. Например, для $M \to K + \pi$ мы имеем

$$\Gamma_\mu = 2\,\frac{\gamma^2_{MK\pi}}{4\pi}\,\frac{k^3}{m^2_M}\,, \tag{7.1}$$

где k — импульс одного из мезонов распада. Мы ожидаем, конечно, что угловая зависимость относительно поляризации окажется типа $\cos^2\theta$, а отношение зарядов будет равно $2:1$ в пользу $K^0 + \pi^+$ или $K^+ + \pi^-$. Для $\pi\pi$-резонанса при $I = 1$, $J = 1$ получается распад $\varrho \to 2\pi$ с шириной

$$\Gamma_\rho = \frac{8}{3}\,\frac{\gamma^2_{\rho\pi\pi}}{4\pi}\,\frac{k^3}{m^2_\rho} \tag{7.2}$$

Приняв значение $m_\rho = 4{,}5 m_\pi$, мы получили бы $\Gamma \approx m_\pi (\gamma^2/4\pi)$ и для согласия с теорией Боукока и др. [9] следовало бы взять величину $\gamma^2/4\pi$ порядка $^2/_3$. Допуская затем, что масса M в самом деле лежит в области 880 *Мэв*, из уравнения (7.1) получаем

$$\Gamma_M \approx \frac{\gamma^2}{4\pi}\cdot 50\ \textit{Мэв}.$$

Если значение ширины лежит вблизи 15 *Мэв*, то оба значения $\gamma^2/4\pi$ действительно будут одинакового порядка.

Информацию о константах векторной связи можно получить несколькими другими способами. Допуская вместе с Сакураи и Далитцем, что Y^* (масса около 1380 *Мэв*, распад вида $Y^* \to \pi +$

$+\Lambda$), предложенный¹) Олстоном и др. [24], представляет собой связанное состояние $\overline{K}$ и N в потенциале, сопоставляемом обмену ω и ϱ, при помощи простой шредингеровской теории можно грубо оценить соответствующие константы связи. В шредингеровском приближении (разумеется, довольно грубом) потенциал равен

$$V\,(\text{триплет}) \approx -3\,\frac{\gamma_{NN\omega}\gamma_{KK\omega}}{4\pi}\,\frac{e^{-m_\omega r}}{r} + \frac{\gamma_{NN\rho}\gamma_{KK\rho}}{4\pi}\,\frac{e^{-m_\rho r}}{r}\,. \qquad (7.3)$$

Если ω имеет массу около 400 *Мэв*, на что указывает изоскалярный формфактор нуклона, то мы получим при обоих $\gamma^2/4\pi$ правильную связь порядка $^2/_3$.

Если этот анализ содержит элемент истины, то в качестве наиболее важного результата отсюда вытекает вид синглетного потенциала

$$V\,(\text{синглет}) \approx -3\,\frac{\gamma_{NN\omega}\gamma_{KK\omega}}{4\pi}\,\frac{e^{-m_\omega r}}{r} - 3\,\frac{\gamma_{NN\rho}\gamma_{KK\rho}}{4\pi}\,\frac{e^{-m_\rho r}}{r}\,. \qquad (7.4)$$

Синглетный партнер частицы Y^* должен иметь энергию гораздо меньше самой Y^*. Назовем его Y_s^*. Если его энергия связи превышает примерно 100 *Мэв*, то он метастабилен и распадается прежде всего на $\Lambda+\gamma$, поскольку $\Lambda+\pi$ запрещено зарядовой независимостью. Следовательно, Y_s^* представляет собой своего рода двойник Σ^0 с $I=0$ и другой массой; он, возможно, приводит к некоторым осложнениям в опытах по порождению Σ^0 при высоких энергиях. Если (из-за обусловленного поглощением сдвига уровней) Y_s^* не лежит значительно ниже Y^*, то возможно его обнаружение тем же способом, что и Y^* — посредством наблюдения его распада на $\pi+\Sigma$.

Связанные системы типа Y^* и Y_s^* будут встречаться не только для $\overline{K}N$, но также для $K\Xi$ (в пределе унитарной симметрии они совпадают).

Константы векторной связи встречаются также во многих важных полюсах. (Для нестабильных мезонов они, конечно, не являются истинными полюсами, если не произвести аналитического продолжения амплитуды рассеяния на второй лист; в этом случае они представляют собой полюсы при комплексных энергиях. Однако они ведут себя почти так же, как истинные полюсы,

¹) Более ранняя попытка провести аналогию между лептонами и барионами при слабых взаимодействиях была предпринята Гамбой, Маршаком и Окубо [22] и Ямагучи (не опубликовано). [См. также доклады 8-й ежегодной Международной конференции по физике высоких энергий (Киев, 1959). — *Прим. ред*.] Д-р Глэшоу сообщил, что схема, предложенная Ямагучи, имеет много общего с рассматриваемой нами.

если ширины состояний векторных мезонов малы.) Для реакций $\pi^- + p \to \Lambda + K^0$ и $\pi^- + p \to \Sigma + K$ имеет место полюс при $q^2 = -m_M^2$. Пик K в направлении вперед уже наблюдался в некоторых из этих реакций; при высоких энергиях он должен существовать во всех подобных случаях. Аналогичным образом при высоких энергиях должен наблюдаться полюс при $q^2 = -m_\pi^2$ в реакции $K + N \to M + N$; его интенсивность можно предсказать, исходя непосредственно из ширины M. В реакциях $\pi + N \to \Lambda + M$ и $\pi + N \to \Sigma + M$ имеется полюс при $q^2 = -m_K^2$; измерение его величины позволит определить константы связи $g_{NK\Lambda}^2/4\pi$ и $g_{NK\Sigma}^2/4\pi$ для K-мезона.

В рассеянии πN мы можем измерить полюс, обусловленный обменом ϱ-мезоном. В процессах рассеяния KN и $\overline{K}N$ имеются полюсы, обязанные обмену через ϱ и ω; они могут быть разделены, поскольку в реакции с обменом заряда имеет место лишь первый из них. В рассеянии NN с обменом заряда, кроме привычного π-мезонного полюса, имеется еще добавочный полюс, обязанный ϱ-мезону. В отсутствие обмена зарядом ситуация становится неимоверно сложной, поскольку возникает ряд полюсов от π, ϱ, ω, χ и B.

Когда полюсной член включает барионную вершину для испускания или поглощения векторного мезона, следует помнить о существовании «сильного магнитного» члена, аналогичного моменту типа Паули, а также о перенормированной константе связи для векторного мезона. В ближайшем будущем мы должны получить значительную новую информацию о векторных мезонах.

8. Нарушения унитарной симметрии

Мы уже упоминали, что внутри унитарной схемы невозможно получить значения обеих констант связи K-мезона с $N\Lambda$ и $N\Sigma$ значительно меньше 15, если не вводить существенных нарушений симметрии. Однако эксперименты по фоторождению K-частиц, по-видимому, свидетельствуют о том, что имеет место именно такого рода ситуация. Если даже унитарная симметрия и существует как исходная форма, то любой механизм, обусловливающий возникновение разности масс, по всей видимости, приводит одновременно и к значительному разбросу среди перенормированных констант связи. Хотя значение энергии связи Λ-частиц в гиперъядрах указывает, что связь $\pi\Lambda\Sigma$ есть величина того же порядка, что и связь πNN, но аномально малые перенормированные константы связи K-мезонов указывают, что количественная проверка унитарной симметрии будет весьма трудной.

Как же обстоит дело с векторными мезонами? Рассмотрим сначала поля ϱ и ω, которые связаны с сохраняющимися токами.

Для типичных связей этих полей мы имеем соотношения

$$\gamma^2_{\rho\pi\pi} = \gamma_0^2 Z_3(\varrho)\,[V^{\varrho}_{\pi}(0)]^{-2}, \tag{8.1}$$

$$\gamma^2_{\rho NN} = \gamma_0^2 Z_3(\varrho)\,[V^{\varrho}_{1}(0)]^{-2}, \tag{8.2}$$

$$\gamma^2_{\omega NN} = \gamma_0^2 Z_3(\omega)\,[V^{\omega}_{1}(0)]^{-2} \tag{8.3}$$

и т. д. Здесь каждая перенормированная константа связи записана в виде произведения затравочной константы, перенормировочного множителя, обязанного поляризации вакуума, и квадрата формфактора, вычисленного для случая нулевого передаваемого импульса.

Суть дела заключается в том, что в случае передачи нулевого импульса отсутствует перенормировка вершины, так как токи источников сохраняются. Например, для проверки гипотезы, что ϱ действительно связан с током изоспина, необходимо убедиться, что γ_0^2 из (8.1) совпадает с γ_0^2 из (8.2). Возможно измерить (например, при помощи «полюсных экспериментов» и при помощи измерений ширины $\pi\pi$-резонанса) перенормированные константы в левых частях равенств. Так или иначе величины V^2 будут порядка 1 и их отношения можно измерить путем анализа электромагнитных формфакторов [25].

Таким образом, оказывается возможной экспериментальная проверка «универсальности» между (8.1) и (8.2), но этот путь позволяет проверить только ту часть теории, которую уже предложил Сакураи, т. е. теорию связи ϱ с током изоспина. Для проверки самой унитарной симметрии необходимо сравнить (8.2) с (8.3), но при этом мы столкнемся с отношением $Z_3(\varrho)/Z_3(\omega)$, которое принесет с собой ряд трудностей. Конечно, можно надеяться, что это отношение будет достаточно близким к 1 и согласие окажется превосходным, однако следовало бы иметь иной, лучший способ количественной проверки унитарной симметрии.

В случае M-мезона ситуация оказывается менее благоприятной, поскольку ток источников M не сохраняется, когда существует разность масс. Каждой связи M соответствует вершинный фактор перенормировки, который усложняет сравнение величин связи.

Интересная возможность возникает в случае, если слабый векторный обменный ток, изменяющий заряд, в самом деле соответствует току $F_4 \pm iF_5$ при $|\Delta S| = 1$, подобно тому, как в случае $\Delta S = 0$ мы представляли его заданным через сохраняющийся ток $F_1 \pm iF_2$, и если токи обоих типов ($\Delta S = 0$ и $|\Delta S| = 1$) есть токи одинаковой величины, подобно токам $e\nu$ и $\mu\nu$. В этом случае лептонные распады с $|\Delta S| = 1$ обнаруживают факторы перенормировки, которые должны быть каким-то образом связанными с факторами перенормировки вершин для M-мезонов, поскольку токи источников предполагаются одинаковыми. Тогда из экспериментальных данных по распаду $K \to \pi +$ лептоны следует, что фактор перенормировки при квадрате амплитуды есть величина порядка $^1/_{20}$. В распадах $\Lambda \to p +$ лептоны и $\Sigma^- \to n +$ лептоны оба тока, векторный и аксиально-векторный, по-видимому, будут иметь факторы перенормировки, сравнимые по величине.

Ширина реакции распада M на $K + \pi$, если она на самом деле приближенно равна 15 *Мэв*, говорит в пользу того, что перенормированная константа связи $\gamma^2_{K\pi M}/4\pi$ *не* будет значительно меньше, чем $\gamma^2_{\rho\pi\pi}/4\pi \approx {^2/_3}$, так что в настоящее время нет указаний на то, что существуют подобные малые множители в константах связи M. Однако интересно выяснить, каким окажется значение константы связи $\gamma^2_{N\Lambda M}/4\pi$, если его определять из полюса реакции $\pi^- + p \to \Lambda + K^0$.

Итак, мы видим, что перспективы количественной проверки унитарной симметрии довольно туманны, так же как в случае любой другой повышенной симметрии, которая нарушается при включении разностей масс или при сильных взаимодействиях. Самую большую надежду, по-видимому, надо возлагать на возможность прямого изучения отношений затравочных констант в экспериментах весьма высоких энергий и передач импульса, гораздо больших, чем все массы [26]. Однако теоретическое исследование этого вопроса ограничено рамками перенормируемых теорий. В настоящее время теории типа Янга — Миллса с массой представляются не перенормируемыми [27], [28] и никто не предложил способа исправить подобное положение вещей.

Во всяком случае, построение удовлетворительной теории векторных мезонов является серьезным вызовом для теоретиков. Полезно заметить, что трудности в теориях типа Янга — Миллса связаны с наличием массы. Масса же приводит к нарушению симметрии и в случае калибровочной инвариантности первого рода. Как и в случае μe-взаимодействия, может быть, именно масса приводит к нарушению симметрии. Подобно этому, массы нуклонов и π-мезонов вызывают нарушение сохранения любого аксиально-векторного тока в теории слабых взаимодействий. Весьма возможно, что новый подход к массам покоя элементарных частиц приведет к решению многих нынешних трудностей.

В заключение автор очень рад поблагодарить д-ра С. Л. Глэшоу и проф. Р. П. Фейнмана за их действенную помощь и многочисленные новые идеи. Но, разумеется, они никак не ответственны за ошибки и дефекты предлагаемой в этой статье теории. Беседы с проф. Р. Блоком относительно алгебр Ли были для автора также весьма поучительны.

Приложения

1. Набор матриц λ_i

$$\lambda_1=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&0\end{pmatrix},\quad \lambda_2=\begin{pmatrix}0&-i&0\\i&0&0\\0&0&0\end{pmatrix},\quad \lambda_3=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&-1&0\\0&0&0\end{pmatrix},$$

$$\lambda_4=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&0\\1&0&0\end{pmatrix},\quad \lambda_5=\begin{pmatrix}0&0&-i\\0&0&0\\i&0&0\end{pmatrix},\quad \lambda_6=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix},$$

$$\lambda_7=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&-i\\0&i&0\end{pmatrix},\quad \lambda_8=\begin{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{3}}&0&0\\0&\frac{1}{\sqrt{3}}&0\\0&0&\frac{-2}{\sqrt{3}}\end{pmatrix}.$$

2. Не равные нулю элементы f_{ijk} и d_{ijk}. При перестановке любой пары индексов f_{ijk} нечетны, а d_{ijk} четны

ijk	f_{ijk}	ijk	d_{ijk}
123	1	118	$1/\sqrt{3}$
147	1/2	146	1/2
156	$-1/2$	157	1/2
246	1/2	228	$1/\sqrt{3}$
257	1/2	247	$-1/2$
345	1/2	256	1/2
367	$-1/2$	338	$1/\sqrt{3}$
458	$\sqrt{3}/2$	344	1/2
678	$\sqrt{3}/2$	355	1/2
		366	$-1/2$
		377	$-1/2$
		448	$-1/(2\sqrt{3})$
		558	$-1/(2\sqrt{3})$
		668	$-1/(2\sqrt{3})$
		778	$-1/(2\sqrt{3})$
		888	$-1/\sqrt{3}$

3а. Взаимодействия типа Юкавы для превдоскалярных мезонов с барионами в предположении связи только через D

$$\frac{L_{\text{int}}}{ig_0}=\pi^0\left\{\bar{p}\gamma_5 p-\bar{n}\gamma_5 n+\frac{2}{\sqrt{3}}\overline{\Sigma^0}\gamma_5\Lambda+\frac{2}{\sqrt{3}}\overline{\Lambda}\gamma_5\Sigma^0-\overline{\Xi^0}\gamma_5\Xi^0+\overline{\Xi^-}\gamma_5\Xi^-\right\}+$$

$$+\pi^+\left\{\sqrt{2}\,\bar{p}\gamma_5 n+\frac{2}{\sqrt{3}}\overline{\Sigma^+}\gamma_5\Lambda+\frac{2}{\sqrt{3}}\overline{\Lambda}\gamma_5\Sigma^--\sqrt{2}\,\overline{\Xi^0}\gamma_5\Xi^-\right\}+\text{э. с.}$$

$$+K^{+}\left\{-\frac{1}{\sqrt{3}}\bar{p}\gamma_5\Lambda+\bar{p}\gamma_5\Sigma^0+\sqrt{2}\,\bar{n}\gamma_5\Sigma^- -\frac{1}{\sqrt{3}}\bar{\Lambda}\gamma_5\Xi^- +\overline{\Sigma^0}\gamma_5\Xi^- + \right.$$
$$\left. +\sqrt{2}\,\overline{\Sigma^+}\gamma_5\Xi^0\right\}+\text{э. с.}$$
$$+K^{0}\left\{-\frac{1}{\sqrt{3}}\bar{n}\gamma_5\Lambda-\bar{n}\gamma_5\Sigma^0+\sqrt{2}\,\bar{p}\gamma_5\Sigma^+ -\frac{1}{\sqrt{3}}\bar{\Lambda}\gamma_5\Xi^0 -\overline{\Sigma^0}\gamma_5\Xi^0 + \right.$$
$$\left. +\sqrt{2}\,\overline{\Sigma^-}\gamma_5\Xi^-\right\}+\text{э. с.}$$
$$+\chi^{0}\left\{-\frac{1}{\sqrt{3}}\bar{p}\gamma_5 p-\frac{1}{\sqrt{3}}\bar{n}\gamma_5 n-\frac{2}{\sqrt{3}}\bar{\Lambda}\gamma_5\Lambda+\frac{2}{\sqrt{3}}\overline{\Sigma^+}\gamma_5\Sigma^+ + \right.$$
$$\left. +\frac{2}{\sqrt{3}}\overline{\Sigma^0}\gamma_5\Sigma^0+\frac{2}{\sqrt{3}}\overline{\Sigma^-}\gamma_5\Sigma^- -\frac{1}{\sqrt{3}}\overline{\Xi^0}\gamma_5\Xi^0-\frac{1}{\sqrt{3}}\overline{\Xi^-}\gamma_5\Xi^-\right\}.$$

3б. Взаимодействия типа Юкавы для псевдоскалярных мезонов с барионами в предположении связи только через F

$$\frac{L_{\text{int}}}{ig_0}=\pi^0(\bar{p}\gamma_5 p-\bar{n}\gamma_5 n+2\overline{\Sigma^+}\gamma_5\Sigma^+ -2\overline{\Sigma^-}\gamma_5\Sigma^- +\overline{\Xi^0}\gamma_5\Xi^0-\overline{\Xi^-}\gamma_5\Xi^-)+$$
$$+\pi^+(\sqrt{2}\,\bar{p}\gamma_5 n-\sqrt{2}\,\overline{\Xi^0}\gamma_5\Xi^- -2\overline{\Sigma^+}\gamma_5\Sigma^0+2\overline{\Sigma^0}\gamma_5\Sigma^-)+\text{э. с.}$$
$$+K^+(-\sqrt{3}\,\bar{p}\gamma_5\Lambda+\sqrt{3}\,\bar{\Lambda}\gamma_5\Xi^- -\bar{p}\gamma_5\Sigma^0-\sqrt{2}\,\bar{n}\gamma_5\Sigma^- +\overline{\Sigma^0}\gamma_5\Xi^- +$$
$$+\sqrt{2}\,\overline{\Sigma^+}\gamma_5\Xi^0)+\text{э. с.}$$
$$+K^0(-\sqrt{3}\,\bar{n}\gamma_5\Lambda+\sqrt{3}\,\bar{\Lambda}\gamma_5\Xi^0+\bar{n}\gamma_5\Sigma^0-\sqrt{2}\,\bar{p}\gamma_5\Sigma^+ -\overline{\Sigma^0}\gamma_5\Xi^0+$$
$$+\sqrt{2}\,\overline{\Sigma^-}\gamma_5\Xi^-)+\text{э. с.}$$
$$+\chi^0(\sqrt{3}\,\bar{p}\gamma_5 p+\sqrt{3}\,\bar{n}\gamma_5 n-\sqrt{3}\,\overline{\Xi^0}\gamma_5\Xi^0-\sqrt{3}\,\overline{\Xi^-}\gamma_5\Xi^-).$$

4. Трилинейные связи ϱ-мезонов с π-мезонами и нуклонами

$$\frac{L_{\text{int}}}{i\gamma_0}=M_\alpha^+\{-\sqrt{3}\,\bar{p}\gamma_\alpha\Lambda+\sqrt{3}\,\bar{\Lambda}\gamma_\alpha\Xi^- -\bar{p}\gamma_\alpha\Sigma^0-\sqrt{2}\,\bar{n}\gamma_\alpha\Sigma^- +\overline{\Sigma^0}\gamma_\alpha\Xi^- +$$
$$+\sqrt{2}\,\overline{\Sigma^+}\gamma_\alpha\Xi^0-\sqrt{3}\,K^-\partial_\alpha\chi^0+\sqrt{3}\,\chi^0\partial_\alpha K^- -K^-\partial_\alpha\pi^0+$$
$$+\pi^0\partial_\alpha K^- -\sqrt{2}\,\overline{K^0}\partial_\alpha\pi^- +\sqrt{2}\,\pi^-\partial_\alpha\overline{K^0}\}+\text{э. с.}$$
$$+M_\alpha^0\{-\sqrt{3}\,\bar{n}\gamma_\alpha\Lambda+\sqrt{3}\,\bar{\Lambda}\gamma_\alpha\Xi^0+\bar{n}\gamma_\alpha\Sigma^0-\sqrt{2}\,\bar{p}\gamma_\alpha\Sigma^+ -\overline{\Sigma^0}\gamma_\alpha\Xi^0+$$
$$+\sqrt{2}\,\overline{\Sigma^-}\gamma_\alpha\Xi^- -\sqrt{3}\,\overline{K^0}\partial_\alpha\chi^0+\sqrt{3}\,\chi^0\partial_\alpha K^0+\overline{K^0}\partial_\alpha\pi^0-$$
$$-\pi^0\partial_\alpha\overline{K^0}-\sqrt{2}\,K^-\partial_\alpha\pi^+ +\sqrt{2}\,\pi^+\partial_\alpha K^-\}+\text{э. с.}$$
$$+\varrho_\alpha^+\{\sqrt{2}\,\bar{p}\gamma_\alpha n-\sqrt{2}\,\overline{\Xi^0}\gamma_\alpha\Xi^- -2\overline{\Sigma^+}\gamma_\alpha\Sigma^0+2\overline{\Sigma^0}\gamma_\alpha\Sigma^- +\sqrt{2}\,K^-\partial_\alpha K^0-$$
$$-\sqrt{2}\,K^0\partial_\alpha K^- -2\pi^-\partial_\alpha\pi^0+2\pi^0\partial_\alpha\pi^-\}+\text{э. с.}$$

$$+\varrho^0_\alpha\{\bar p\gamma_\alpha p-\bar n\gamma_\alpha n+2\overline{\Sigma^+}\gamma_\alpha\Sigma^+-2\overline{\Sigma^-}\gamma_\alpha\Sigma^-+\overline{\Xi^0}\gamma_\alpha\Xi^0-\overline{\Xi^-}\gamma_\alpha\Xi^-+$$
$$+K^-\partial_\alpha K^+-K^+\partial_\alpha K^--\overline{K^0}\partial_\alpha K^0+K^0\partial_\alpha\overline{K^0}+2\pi^-\partial_\alpha\pi^+-2\pi^+\partial_\alpha\pi^-\}+$$
$$+\omega^0_\alpha\{\sqrt{3}\,\bar p\gamma_\alpha p+\sqrt{3}\,\bar n\gamma_\alpha n-\sqrt{3}\,\Xi^0\gamma_\alpha\Xi^0-\sqrt{3}\,\Xi^-\gamma_\alpha\Xi^-+\sqrt{3}\,K^-\partial_\alpha K^+-$$
$$-\sqrt{3}\,K^+\partial_\alpha K^-+\sqrt{3}\,\overline{K^0}\partial_\alpha K^0-\sqrt{3}\,K^0\partial_\alpha\overline{K^0}\}.$$

5. Трансформационные свойства барионов и мезонов в предположении связи псевдоскалярных мезонов только через D

$$K^+\sim\frac{\mu^+\nu+S^+\overline{D^0}}{\sqrt{2}},$$
$$K^0\sim\frac{\mu^+e^-+S^+D^-}{\sqrt{2}},$$
$$\pi^+\sim\frac{e^+\nu+D^+\overline{D^0}}{\sqrt{2}},$$
$$\pi^0\sim\frac{\bar\nu\nu+e^+e^--D^0\overline{D^0}-D^+D^-}{2},$$
$$\pi^-\sim\frac{\bar\nu e^-+D^0D^-}{\sqrt{2}},$$
$$\chi^0\sim\frac{\bar\nu\nu+e^+e^--2\mu^+\mu^-+D^0\overline{D^0}+D^+D^--2S^+S^-}{\sqrt{12}},$$
$$\overline{K^0}\sim\frac{e^+\mu^-+D^+S^-}{\sqrt{2}},$$
$$K^-\sim\frac{\bar\nu\mu^-+D^0S^-}{\sqrt{2}};$$

$$p\sim S^+\nu,\qquad n\sim S^+e^-,$$
$$\Sigma^+\sim D^+\nu,\qquad \Sigma^0\sim\frac{D^0\nu-D^+e^-}{\sqrt{2}},$$
$$\Sigma^-\sim D^0e^-,\qquad \Lambda\sim\frac{D^0\nu+D^+e^--2S^+\mu^-}{\sqrt{6}},$$
$$\Xi^0\sim D^+\mu^-,\qquad \Xi^-\sim D^0\mu^-.$$

$$M^+\sim\frac{\mu^+\nu-S^+\overline{D^0}}{\sqrt{2}},$$
$$M^0\sim\frac{\mu^+e^--S^+D^-}{\sqrt{2}}.$$

$$\varrho^{+} \sim \frac{e^{+}\nu - D^{+}\overline{D^{0}}}{\sqrt{2}},$$

$$\varrho^{0} \sim \frac{\bar{\nu}\nu - e^{+}e^{-} - D^{0}\overline{D^{0}} + D^{+}D^{-}}{2},$$

$$\varrho^{-} \sim \frac{\bar{\nu}e^{-} - D^{0}D^{-}}{\sqrt{2}},$$

$$\omega^{0} \sim \frac{\bar{\nu}\nu + e^{+}e^{-} - 2\mu^{+}\mu^{-} - D^{0}\overline{D^{0}} - D^{+}D^{-} + 2S^{+}S^{-}}{\sqrt{12}},$$

$$\overline{M}^{0} \sim \frac{e^{+}\mu^{-} - D^{+}S^{-}}{\sqrt{2}},$$

$$M^{-} \sim \frac{\bar{\nu}\mu^{-} - D^{0}S^{-}}{\sqrt{2}}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Gell-Mann M., Phys. Rev., **106**, 1296 (1957).
2. Schwinger J., Ann. of Phys., **2**, 407 (1957).
3. Sakurai J. J., Ann. of Phys., **11**, 1 (1960) (статья 3 настоящего сборника).
4. Sakurai J. J., Vector Theory of Strong Interactions (препринт, статья 4 настоящего сборника).
5. Yang C. N., Mills R., Phys. Rev., **96**, 191 (1954) (статья 1 настоящего сборника).
6. Ne'eman Y., Nucl. Phys, **26**, 222 (1961) (статья 7 настоящего сборника).
7. Salam A., Ward J., Nuovo Cimento, **19**, 165 (1961) (статья 9 настоящего сборника).
8. Frazer W. R., Fulco J. R., Phys. Rev., **117**, 1609 (1960).
9. Bowcock J., Cottingham W. N., Lurie D., Phys. Rev. Lett., **5**, 386 (1960).
10. Nambu Y., Phys. Rev., **106**, 1366 (1957).
11. Chew G. F., Phys. Rev. Lett., **4**, 142 (1960).
12. Alston M. et al. (будет опубликовано).
13. Teller E., Proceedings of the Rochester Conference, 1956.
14. Yang C. N., Lee T. D., Phys. Rev., **98**, 1501 (1955) (статья 2 настоящего сборника).
15. Glashow S. L., Nuclear Physics, **10**, 107 (1959).
16. Salam A., Ward J. C., Nuovo Cimento, **11**, 568 (1959) (статья 8 настоящего сборника).
17. Fermi E., Yang C. N., Phys. Rev., **76**, 1739 (1949).
18. Glashow S. L., Gell-Mann M., Ann. Phys., **15**, 437 (1961) (статья 6 настоящего сборника).

19. Feynman R. P., Gell-Mann M., Phys. Rev., **109**, 193 (1958).
20. Bludman S., Nuovo Cimento, **9**, 433 (1958).
21. Gell-Mann M., Levy M., Nuovo Cimento, **16**, 705 (1960).
22. Gell-Mann M., Выступление на Рочестерской конференции по физике высоких энергий, 1960.
23. Gamba A., Marshak R. E., Okubo S., Proc. Nat. Acad. Sci., **45**, 881 (1959).
24. Alston M., Alvarez L. W., Eberhard P., Good M. L., Graziano W., Ticho H. K., Wojcicki S. G., Phys. Rev. Lett., **5**, 518 (1960).
25. Gell-Mann M., Zachariasen F., Form Factors and Vector Mesons, Phys. Rev., **124**, 953 (1961).
26. Gell-Mann M., Zachariasen F., Broken Symmetries and Bare Coupling Constants, Phys. Rev., **123**, 1065 (1961).
27. Kamefuchi, Umezawa, Nucl. Phys., **23**, 399 (1961).
28. Salam, Komar, Nucl. Phys., **21**, 624 (1960).

6. КАЛИБРОВОЧНЫЕ ТЕОРИИ ВЕКТОРНЫХ ЧАСТИЦ

Л. ГЛЭШОУ И М. ГЕЛЛ-МАНН

S. L. Glashow, M. Gell-Mann, Ann. of Phys., 15, 437 (1961)

В настоящей работе исследуется возможность обобщения теории Янга — Миллса. Точнее говоря, мы разыскиваем теории векторных бозонов, инвариантные относительно непрерывных групп линейных преобразований, зависящих от координат. Все такие теории можно представить как суперпозицию некоторых «простых» теорий; показано, что каждая «простая» теория связана с простой алгеброй Ли. Массовые члены для векторных бозонов можно ввести ценой нарушения калибровочной инвариантности с зависящими от координат калибровочными функциями.

В качестве примеров подробно исследуются теории, соответствующие трем простым алгебрам Ли, именно те, которые допускают в точности два коммутирующих квантовых числа. Одна из этих теорий могла бы найти применение в физике сильных взаимодействий, если бы имела место некоторая фундаментальная суперсимметрия, выходящая за рамки зарядовой независимости (в этом случае нарушающейся).

Обсуждается также теория слабых взаимодействий с промежуточным векторным бозоном. Так называемую модель «шизона» оказывается невозможным совместить с требованиями частичной калибровочной инвариантности. Однако возможно найти некоторую формальную теорию с четырьмя промежуточными бозонами, которая частично калибровочно инвариантна и дает приближенно правило $|\Delta I| - {}^1/_2$.

1. Введение

Электромагнитное взаимодействие элементарных частиц чрезвычайно просто. Оно имеет универсальные константу связи и форму, подчиняется принципу калибровочной инвариантности. Действительно, исходя из идеи инвариантности при калибровочных преобразованиях с калибровочными функциями, зависящими от координат, можно установить существование некоторого связанного с сохраняющимся током векторного поля, масса которого равна нулю. Если все заряженные поля подчиняются одному и тому же калибровочному преобразованию, то электрические заряды всех частиц совпадают.

То обстоятельство, что слабые взаимодействия имеют векторный характер, если не говорить о несохранении четности, и приблизительно универсальны по силе, привело многих физиков к мысли, что эти взаимодействия могут реализовываться посредством векторных полей [1; 2] и что, возможно, весьма полезна параллель между ними и электромагнетизмом, может быть, даже вплоть до идеи калибровочной инвариантности [3—6].

Сильные взаимодействия, по-видимому, также оказываются в какой-то мере универсальными. Более того, приближенные законы сохранения изотопического спина и странности, а также точный закон сохранения барионного числа в известном смысле аналогичны закону сохранения заряда, и это наводит на мысль о том, что здесь могут действовать определенные принципы калибровочной инвариантности. До последнего времени думали, что сильные связи не являются векторными по своему характеру, однако сейчас становится все более очевидным, что существуют объекты (типа $\pi\pi$-резонанса с $I=1$, $J=1$), которые можно интерпретировать как векторные мезоны и которые могут играть весьма существенную роль в сильных взаимодействиях [7,8] (см. также [9]).

Построение теорий слабого и сильного взаимодействий по аналогии с электродинамикой наталкивается на две большие трудности. Одна из них заключается в том, что некоторые из токов, фигурирующих в теории, не сохраняются. Токи изотопического спина и странности, которые будут входить в уравнения векторной теории сильных связей, перестают сохраняться как только принимаются в учет электромагнитные и слабые взаимодействия, а сохранение слабого тока нарушается не только в присутствии электромагнитных полей, но также (если речь идет об аксиально векторной части лагранжиана и части, изменяющей странность) за счет масс и, вероятно, за счет сильных взаимодействий.

Другая трудность состоит в следующем. Фотоны не имеют массы (как это и должно быть для квантов в теории, в которой имеет место общая калибровочная инвариантность с калибровочной функцией, зависящей от координат). Векторные же частицы, осуществляющие сильное и слабое взаимодействия (если такие частицы вообще существуют), должны обладать массой.

Таким образом, возникает идея о теории [3—9], которая была бы частично калибровочно инвариантной. Во всех случаях имеем лагранжиан, подобный электромагнитному, полностью инвариантный относительно зависящих от координат калибровочных преобразований, плюс другие члены. Эти остальные члены оказываются двух типов:

а) члены, нарушающие полную калибровочную инвариантность, но не затрагивающие законов сохранения и инвариантности относительно не зависящих от координат калибровочных преобразований;

б) члены, нарушающие всякую калибровочную инвариантность вместе с законом сохранения.

В случае когда закон сохранения выполняется точно (сохранение числа барионов), члены типа «б», разумеется, отсутствуют.

Итак, идея частичной калибровочной инвариантности выдвигает ряд вопросов, к которым мы вкратце вернемся в п. 7. В настоящий же момент сосредоточим внимание на вопросе построения полностью калибровочно инвариантной части теории.

Сопоставление векторного мезонного поля некоторой отдельной величине типа барионного числа в точности следует модели электромагнитного взаимодействия с зарядом, поскольку в таком случае имеет место полная калибровочная инвариантность. Но как только мы переходим к случаю трех некоммутирующих величин типа компонент тока изотопического спина, ситуация становится иной и возникает необходимость в более тонкой теории. Поле промежуточного векторного мезона теперь несет изотопический спин 1, и ток его собственного изотопического спина вносит вклад в источник. Таким образом, теория векторного мезонного поля оказывается нелинейной. Задача построения такой теории была решена Янгом и Миллсом [10] и Шоу[1]).

В двух следующих пунктах мы рассмотрим простой случай заряда или барионного числа и более сложный случай изотопического спина. Затем в п. 4 перейдем к главной теме этой работы — описанию всех возможных непосредственных обобщений теории Янга — Миллса. Интерес к таким обобщениям понятен, ибо ни в случае сильных, ни в случае слабых взаимодействий не известно, сколько в точности промежуточных векторных полей может принимать в них участие (если таковые вообще нужны). Как пример такого рода подхода было рассмотрено предположение [11 — 13], что в слабых взаимодействиях участвуют четыре таких (эрмитовых) поля — так называемая модель шизона, обеспечивающая правила $|\Delta \mathbf{I}| = {}^1/_2$ и $\Delta S = 0, \pm 1$ для нелептонных слабых взаимодействий барионов и мезонов. В п. 7 будет показано, что идея частичной калибровочной инвариантности приводит к весьма жестким ограничениям для моделей с четырьмя полями; в действительности эти ограничения настолько сильны, что делают невозможным построить такую модель шизона, которая соответствовала бы калибровочным принципам, развиваемым в настоящей работе.

Классификация обобщенных теорий Янга — Миллса обсуждается в п. 4 и описывается далее в п. 5; в п. 6 рассматриваются некоторые примеры; наконец, в п. 7 вкратце затрагиваются некоторые возможные физические приложения.

2. Однопараметрическая калибровочная теория

Калибровочный формализм электромагнитной теории хорошо известен. Обобщение, связанное с переходом от заряда к барион-

---

[1]) R. Shaw, неопубликованная работа.

ному числу, рассмотрели Янг и Ли [14]. Как явствует из этой работы, такое обобщение не будет противоречить эксперименту лишь в случае парадоксально малой константы связи или в случае нарушения калибровочной инвариантности, например за счет наличия массового члена в уравнениях векторного поля. Дадим обзор этого метода.

Начнем со случая некоторой аддитивной величины типа заряда или барионного числа, которую обозначим через Q. Пусть поля $\psi_a(x)$ уничтожают частицы заряда Q_a и порождают их античастицы. Обсудим инвариантность при инфинитиземальных калибровочных преобразованиях:

$$\psi_a(x) \to \psi_a(x) - iQ_a\Lambda(x)\psi_a(x). \tag{2.1}$$

Всегда, когда на ψ_a действует оператор дифференцирования по координате ∂_α, последняя будет испытывать преобразование

$$\partial_\alpha \to \partial_\alpha - iQ_a\partial_\alpha\Lambda \quad (\text{на } \psi_a). \tag{2.2}$$

Чтобы скомпенсировать это изменение, вводятся некоторое векторное поле $A_\alpha(x)$, претерпевающее калибровочное преобразование

$$A_\alpha(x) \to A_\alpha(x) - \partial_\alpha\Lambda(x), \tag{2.3}$$

и плотность лагранжиана поля L_A, инвариантная при этом преобразовании, скажем

$$L_A = -\frac{1}{4}(\partial_\alpha A_\beta - \partial_\beta A_\alpha)^2. \tag{2.4}$$

Пусть лагранжиан в отсутствие поля A_α и взаимодействий с ним будет $L_0(\psi_a)$, и пусть он сохраняет Q. Тогда «минимальный» калибровочно инвариантный лагранжиан, содержащий A_α, будет равен

$$L = \tilde{L}_0(\psi_\alpha) + L_A, \tag{2.5}$$

где $\tilde{L}$ получается из L_0 заменой

$$\partial_\alpha \to \partial_\alpha - iQ_aA_\alpha(x) \quad (\text{на } \psi_a). \tag{2.6}$$

Очевидно, что (2.5) дает калибровочно инвариантный лагранжиан, причем описанная процедура получения лагранжиана является обычной. Но что мы подразумеваем под словом «минимальный»? Дело в том, что к лагранжиану (2.5) можно было бы добавить новые калибровочно инвариантные члены, содержащие напряженности поля $\partial_\alpha A_\beta - \partial_\beta A_\alpha$. Однако в случае электромагнетизма природа, по-видимому, не использует такие члены.

Для примера рассмотрим дираковскую частицу с зарядом e, для которой ψ является спинором и плотность свободного лагранжиана имеет вид

$$L_0 = -\bar{\psi}(\gamma_\alpha\partial_\alpha + m_0)\psi. \tag{2.7}$$

Подстановка (2.6) дает обычное взаимодействие

$$ie\bar{\psi}\gamma_\alpha A_\alpha\psi, \tag{2.8}$$

но не дает паулиевского момента. Вообще говоря, мы полагаем, что эффективные паулиевские моменты нуклонов возникают из обычного электрического взаимодействия с мезонным облаком, окружающим нуклон, а не из соответствующего члена в лагранжиане

$$i\mu\bar{\psi}\sigma_{\alpha\beta}\psi\,(\partial_\alpha A_\beta - \partial_\beta A_\alpha). \tag{2.9}$$

Тем самым делается попытка [15] установить некоторый принцип минимального электромагнитного взаимодействия, согласно которому электромагнитное поле взаимодействует с электрическим зарядом только обычным путем [как в (2.6)], а не с помощью специальных зависящих от поля членов в основном лагранжиане типа (2.9).

Трудность, связанная со всякой попыткой дать определенную математическую формулировку принципу минимального электромагнитного взаимодействия, заключается в следующем [16,17]. Различные плотности лагранжиана (отличающиеся на дивергенции от 4-векторов) могут приводить к одним и тем же уравнениям движения. Однако если выбрать таким путем некоторый новый лагранжиан L_0, то получающееся электромагнитное взаимодействие (и уравнения движения, учитывающие электромагнитное поле) может стать существенно иным. Тем самым можно получить член (2.9), соответствующий моменту Паули, при помощи «минимальной» процедуры (2.6), если добавить к обычному L_0 в (2.7) член

$$\frac{2\mu}{e}\,\partial_\alpha\,(\bar{\psi}\sigma_{\alpha\beta}\partial_\beta\psi). \tag{2.10}$$

Отсюда видно, что процедура (2.6) определяет «минимальное» взаимодействие только в том случае, если исходная плотность лагранжиана L_0 сама выбрана некоторым «минимальным» образом. Мы должны приписать известный физический смысл L_0 и говорить, что (2.7) правильно описывает дираковскую частицу, а добавление члена (2.10) приводит к неправильной плотности лагранжиана для дираковской частицы, несмотря на то что уравнением движения при отсутствии электромагнитного поля в обоих случаях служит обычное уравнение Дирака.

Конечно, мы пока еще не определили какого-либо четкого пути для нахождения «минимального» L_0 во всех случаях. Однако эта трудность не ограничивается проблемой электромагнитных взаимодействий. Даже без электромагнитных и без сильных и слабых взаимодействий все еще следует приписывать физический смысл лагранжиану L_0, поскольку он определяет гравитационное взаимодействие. Если, добавив к L_0 некоторый член типа (2.10), строить обычным образом тензор энергии — импульса — натяжений, то результат, получаемый при учете добавки, не будет совпадать с первым. Действительно, гравитационные взаимодействия конструируются из L_0 посредством процедуры, очень сходной с процедурой (2.6) для электромагнитного поля.

Вернемся к теории, которая характеризуется плотностью лагранжиана (2.5). Уравнения движения для поля A_α имеют вид

$$\Box^2 A_\alpha - \partial_\alpha \partial_\beta A_\beta = -\frac{D\widetilde{L}_0(\psi_a)}{DA_\alpha} = -j_\alpha, \tag{2.11}$$

где D/DA_α обозначает лагранжеву производную[1]) $\partial/\partial A_\alpha - \partial_\beta \partial/\partial(\partial_\beta A_\alpha)$. Формулу для тока можно выразить иначе следующим образом. Рассмотрим некоторое калибровочное преобразование, при котором поля ψ преобразуются согласно (2.1), а A_α *не преобразуются*. Обозначим частные производные по Λ и $\partial_\alpha \Lambda$ при таком преобразовании через

$$\left[\frac{\partial}{\partial \Lambda}\right]_{\delta A=0} \quad \text{и} \quad \left[\frac{\partial}{\partial(\partial_\alpha \Lambda)}\right]_{\delta A=0}.$$

Далее замечаем, что поскольку $\widetilde{L}_0$ полностью калибровочно инвариантен, производная

$$\left[\frac{\partial}{\partial(\partial_\alpha \Lambda)}\right]_{\delta A=0}$$

равна взятой со знаком минус производной, которая получается, когда $\delta\psi_a = 0$ и *только* компоненты A_α подвергаются калибровочному преобразованию. Но эта производная равна в точности $-D/DA_\alpha$. Таким образом,

$$j_\alpha = \left[\frac{\partial \widetilde{L}_0}{\partial(\partial_\alpha \Lambda)}\right]_{\delta A=0}. \tag{2.12}$$

Ток вычисляется из лагранжиана (либо $\widetilde{L}_0$, либо L) путем некоторого калибровочного преобразования, действующего *только* на поля ψ_a и не затрагивающего A_α.

Отметим далее [6], что при каждом локальном калибровочном преобразовании вследствие уравнений Эйлера — Лагранжа для самих полевых переменных эти уравнения оказываются справед-

[1]) Здесь используется классический, а не квантовый принцип действия. Тем самым вариационные производные берутся по величинам, являющимся c-числами. Хотя мы игнорируем трудности, возникающие из-за некоммутативности квантованных полей, наши результаты, по-видимому, не зависят от этого обстоятельства и применимы в надлежащим образом сформулированной кваитовой теории.

ливыми и для калибровочной функции, хотя она и не является полевой переменной. Таким образом,

$$\partial_\alpha j_\alpha = \partial_\alpha \left[\frac{\partial \widetilde{L}_0}{\partial (\partial_\alpha \Lambda)} \right]_{\delta A=0} = \left[\frac{\partial \widetilde{L}_0}{\partial \Lambda} \right]_{\delta A=0} = \frac{\partial \widetilde{L}_0}{\partial \Lambda}. \qquad (2.13)$$

Но лагранжиан инвариантен при калибровочных преобразованиях с постоянной калибровочной функцией. Следовательно, ток сохраняется:

$$\partial_\alpha j_\alpha = \frac{\partial \widetilde{L}_0}{\partial \Lambda} = 0. \qquad (2.14)$$

Возвращаясь к уравнению движения (2.11), мы видим, что можно наложить добавочное условие $\partial_\alpha A_\alpha = 0$.

Наконец, константу движения $-i \int j_4 d^3x$ можно отождествить с зарядом Q. До сих пор мы рассматривали уравнения движения с классических позиций; в квантовой механике Q является оператором и удовлетворяет перестановочным соотношениям

$$[\psi_a, Q] = Q_a \psi_a. \qquad (2.15)$$

Теперь, когда обрисована в общих чертах полностью калибровочно инвариантная теория, можно обсудить, что произойдет, если добавить к L некоторый член, нарушающий общую калибровочную инвариантность, но сохраняющий калибровочную инвариантность первого рода, т. е. с постоянной Λ. В качестве простого примера возьмем массовый член векторного мезона

$$-\frac{1}{2} \mu_0^2 A_\alpha A_\alpha.$$

Очевидно, единственным следствием учета такого члена будет то, что уравнение движения (2.11) примет вид

$$(\Box^2 - \mu_0^2) A_\alpha - \partial_\alpha \partial_\beta A_\beta = -j_\alpha, \qquad (2.16)$$

в то время как выражение (2.12) для тока и закон сохранения (2.14) останутся без изменений. Мы имеем векторный мезон, связанный с сохраняющимся током, в «частично калибровочно инвариантной» теории.

3. Трехпараметрическая калибровочная теория Янга и Миллса

Теперь перейдем от простого случая заряда или барионного числа к случаю изотопического спина **I**, подчиняющегося перестановочным соотношениям

$$[I_i, I_j] = i e_{ijk} I_k. \qquad (3.1)$$

На этот раз наши поля ψ обладают изотопическим спином. Рассмотрим для простоты поле N с изотопическим спином $^1/_2$ (нуклон) и поле π с изотопическим спином 1 (π-мезон) [10]. Соотношения, аналогичные (2.15), имеют вид

$$[N,\ I_i]=\frac{\tau_i N}{2},\qquad [\pi_j,\ I_i]=-ie_{ijk}\pi_k, \tag{3.2}$$

а инфинитиземальные калибровочные преобразования, аналогичные (2.1), будут тогда иметь вид

$$N(x)\longrightarrow N(x)-i\gamma_0\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\Lambda}(x)N(x),\qquad \boldsymbol{\pi}(x)\longrightarrow\boldsymbol{\pi}(x)+2\gamma_0\boldsymbol{\Lambda}(x)\times\boldsymbol{\pi}(x). \tag{3.3}$$

(Через γ_0 обозначено затравочное значение параметра взаимодействия.) При таких преобразованиях производные по координатам, действующие на поля N и π, претерпевают изменения

$$\partial_\alpha\longrightarrow\partial_\alpha-i\gamma_0\boldsymbol{\tau}\cdot\partial_\alpha\boldsymbol{\Lambda}\quad(\text{на } N),\qquad \partial_\alpha\longrightarrow\partial_\alpha+2\gamma_0\partial_\alpha\boldsymbol{\Lambda}\times\quad(\text{на } \pi) \tag{3.4}$$

в соответствии с (2.2).

Чтобы построить калибровочно инвариантную теорию, необходимо ввести некоторое векторное поле $\mathbf{A}_\alpha(x)$ с изотопическим спином 1. Калибровочное преобразование этого поля существенно отличается от (2.3), так как $\mathbf{A}_\alpha$ обладает изотопическим спином, тогда как фотон не имеет заряда. Таким образом, это поле не только смещается на градиент Λ, но также претерпевает изотопическое вращение, как это имеет место для $\boldsymbol{\pi}(x)$ в (3.3). Поэтому калибровочное преобразование имеет вид

$$\mathbf{A}_\alpha(x)\longrightarrow\mathbf{A}_\alpha(x)-\partial_\alpha\boldsymbol{\Lambda}(x)+2\gamma_0\boldsymbol{\Lambda}(x)\times\mathbf{A}_\alpha(x). \tag{3.5}$$

Для плотности лагранжиана поля следует выбрать выражение, инвариантное относительно этого калибровочного преобразования. Заметим, что величина

$$\mathbf{G}_{\alpha\beta}\equiv\partial_\alpha\mathbf{A}_\beta-\partial_\beta\mathbf{A}_\alpha+2\gamma_0\mathbf{A}_\alpha\times\mathbf{A}_\beta \tag{3.6}$$

преобразуется по закону

$$\mathbf{G}_{\alpha\beta}\longrightarrow\mathbf{G}_{\alpha\beta}+2\gamma_0\boldsymbol{\Lambda}\times\mathbf{G}_{\alpha\beta}. \tag{3.7}$$

Таким образом, простейшим калибровочно инвариантным лагранжианом будет

$$L_A=-\frac{1}{4}\mathbf{G}_{\alpha\beta}\cdot\mathbf{G}_{\alpha\beta}, \tag{3.8}$$

который, разумеется, нелинеен в отличие от (2.4). В уравнении движения, вытекающем из (3.8), источник поля A играет роль тока изотопического спина самого этого поля.

Теперь, когда задан лагранжиан $L_0(N, \pi)$, не содержащий поля A, но сохраняющий изотопический спин, можно ввести «минимальную» калибровочно инвариантную плотность лагранжиана, содержащую A:

$$L = \widetilde{L}_0(N, \pi) + L_A, \tag{3.9}$$

где $\widetilde{L}_0$ получается из L_0 при помощи подстановок

$$\begin{aligned} \partial_\alpha &\to \partial_\alpha - i\gamma_0 \boldsymbol{\tau}\cdot\mathbf{A}_\alpha \quad (\text{на } N), \\ \partial_\alpha &\to \partial_\alpha + 2\gamma_0 \mathbf{A}_\alpha \times \quad (\text{на } \boldsymbol{\pi}), \end{aligned} \tag{3.10}$$

аналогичных (2.6).

Ток, являющийся источником поля $\mathbf{A}_\alpha$, задается формулой

$$2\gamma_0 \mathbf{I}_\alpha = \left[\frac{\partial \widetilde{L}_0}{\partial(\partial_\alpha \Lambda)}\right]_{2\gamma_0 \mathbf{A}\times\mathbf{A}}, \tag{3.11}$$

несколько отличной от (2.12); этот ток сохраняется, причем аналогом заряда служит выражение

$$-i2\gamma_0 \int \mathbf{I}_4\, d^3x = 2\gamma_0 \mathbf{I}. \tag{3.12}$$

Если теперь добавить общий для трех типов векторного мезона массовый член

$$-\left(\frac{\mu_0^2}{2}\right)\mathbf{A}_\alpha \cdot \mathbf{A}_\alpha,$$

то калибровочная инвариантность нарушится (исключая случай постоянной Λ), но ток изотопического спина все еще будет сохраняться. К сожалению, при добавлении массы утрачивается перенормируемость теории, по крайней мере в обычном смысле [18, 19].

4. Обобщения

Теперь можно взяться за решение нашей основной проблемы, проблемы классификации теорий, являющихся непосредственными обобщениями теории Янга — Миллса. Представим себе совокупность N полей, таких, как два вида нуклонов и три вида π-мезонов в п. 3, для которых операция калибровки соответствует некоторому линейному преобразованию, как в (3.3). Можно записать для нашего обобщения

$$\psi_i(x) \to \psi_i(x) - 2i\gamma_0 \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{N} M_j^{ik} \Lambda_j(x)\, \psi_k(x). \tag{4.1}$$

Наши n независимых калибровочных функций $\Lambda_j(x)$ можно взять вещественными, а M_j в данном случае пусть будут произвольными комплексными $N \times N$-матрицами.

Плотность лагранжиана $L_0(\psi_i)$ предполагается инвариантной относительно преобразований (4.1) с постоянными калибровочными функциями Λ_j. В таком случае преобразование (4.1) должно быть унитарным, а матрицы M_j — эрмитовыми. Производные по координатам, действующие на ψ, претерпевают изменение согласно формуле

$$\partial_\alpha \to \partial_\alpha - 2i\gamma_0 \sum_{j=1}^{n} M_j (\partial_\alpha \Lambda_j). \tag{4.2}$$

Чтобы скомпенсировать это изменение, вводим n эрмитовых полей $A_{\alpha i}$, компенсирующих калибровочные функции Λ_i. Вместо (3.5) имеем

$$A_{\alpha i}(x) \to A_{\alpha i}(x) - \partial_\alpha \Lambda_i(x) + 2\gamma_0 \sum_{j,\,k=1}^{n} c_{ijk} \Lambda_j(x) A_{\alpha k}(x), \tag{4.3}$$

где все индексы в c_{ijk} пробегают значения от 1 до n. Величины c должны быть вещественными, чтобы обеспечить эрмитовость полей A. Теперь нужно определить свойства c_{ijk}, которые позволили бы реализовать метод Янга — Миллса.

Прежде всего необходимо найти калибровочно инвариантный лагранжиан для $A_{\alpha i}$. Будем искать напряженность поля, которая преобразовывалась бы по простому закону, подобно $\mathbf{G}_{\alpha\beta}$ в (3.7); положим

$$G_{\alpha\beta i} \equiv \partial_\alpha A_{\beta i} - \partial_\beta A_{\alpha i} + 2\gamma_0 \sum_{j,\,k=1}^{n} b_{ijk} A_{\alpha j} A_{\beta k}. \tag{4.4}$$

Закон преобразования этой величины, вообще говоря, очень сложен. Используя правило суммирования, получаем

$$G_{\alpha\beta i} \to G_{\alpha\beta i} + 2\gamma_0 (c_{ijk} - b_{ijk}) \partial_\alpha \Lambda_j A_{\beta k} - 2\gamma_0 (c_{ijk} + b_{ikj}) \partial_\beta \Lambda_j A_{\alpha k} +$$
$$+ 2\gamma_0 c_{ijk} \Lambda_j (\partial_\alpha A_{\beta k} - \partial_\beta A_{\alpha k}) + 4\gamma_0^2 (b_{ijm} c_{ikl} + b_{ilj} c_{jkm}) \Lambda_k A_{\alpha l} A_{\beta m}. \tag{4.5}$$

Чтобы получить закон, аналогичный (3.7), нужно положить

$$b_{ijk} = c_{ijk}, \quad b_{ikj} = -c_{ijk},$$
$$b_{ijm} c_{jkl} + b_{ilj} c_{jkm} = c_{ikj} b_{jlm}.$$

В этом случае имеем

$$G_{\alpha\beta i} \to G_{\alpha\beta i} + 2\gamma_0 c_{ijk} \Lambda_j G_{\alpha\beta k}, \tag{4.6}$$

где

$$G_{\alpha\beta i} = \partial_\alpha A_{\beta i} - \partial_\beta A_{\alpha i} + 2\gamma_0 c_{ijk} A_{\alpha j} A_{\beta k}, \tag{4.7}$$

$$c_{ijk} = -c_{ikj}, \tag{4.8}$$

$$c_{ijm} c_{jkl} + c_{ilj} c_{jkm} + c_{ikj} c_{jml} = 0. \tag{4.9}$$

Теперь плотность лагранжиана

$$L_A = -\frac{1}{4} G_{\alpha\beta i} G_{\alpha\beta i} \tag{4.10}$$

будет действительно калибровочно инвариантной при условии, что

$$c_{ijk} = -c_{kji}. \tag{4.11}$$

Таким образом, необходимыми и достаточными условиями для построения обобщенного поля Янга — Миллса оказываются следующие условия:

$$c_{ijk} \text{ — полностью антисимметричны и вещественны,} \tag{4.12а}$$

$$c_{ijm}c_{klj} + c_{kjm}c_{lij} + c_{ljm}c_{ikj} = 0. \tag{4.12б}$$

Сама теория Янга — Миллса оказывается частным случаем при $n = 3$ и $c_{ijk} = e_{ijk}$, что, очевидно, удовлетворяет условиям (4.12).

Теперь нужно связать поле $A_{\alpha i}$ с током, порождаемым калибровочным преобразованием (4.1) величин ψ_i. Необходимо построить из $L_0(\psi_i)$ полностью калибровочно инвариантную величину $\tilde{L}_0(\psi_i)$. Чтобы калибровочные преобразования (4.2) и (4.3) компенсировали друг друга, используем при построении $\tilde{L}_0$ из L условие, аналогичное (3.10):

$$\partial_\alpha \to \partial_\alpha - 2i\gamma_0 \sum_{i=1}^{n} M_i A_{\alpha i} \quad (\text{на } \psi). \tag{4.13}$$

При унитарном преобразовании (4.1), которое можно записать в виде

$$\psi \to \psi - 2i\gamma_0 \Big(\sum_j M_j \Lambda_j\Big) \psi,$$

величины M преобразуются по правилу

$$M_i \to M_i - 2i\gamma_0 \sum_j [M_i, M_j] \Lambda_j, \tag{4.14}$$

в то время как ∂_α и $A_{\alpha i}$ преобразуются, соответственно, как в (4.2) и (4.3). Таким образом, (4.13) дает калибровочно инвариантную плотность лагранжиана $\tilde{L}_0$ в том и только в том случае, когда

$$[M_i, M_j] = i c_{ijk} M_k \tag{4.15}$$

(по повторяющимся индексам подразумевается суммирование). Очевидно, это выражение представляет собой некоторое обобщение перестановочного соотношения (3.1) для изотопического спина.

Для того чтобы c_{ijk} определяли перестановочное соотношение (4.15), они должны подчиняться двум условиям. Во-первых, правило

$$[M_i, M_j] = -[M_j, M_i] \tag{4.16}$$

говорит о том, что c_{ijk} должно быть антисимметричным по i и j; но это уже известно из (4.12а). Во-вторых, должно выполняться тождество Якоби

$$[M_i, [M_j, M_k]] + [M_j, [M_k, M_i]] + [M_k, [M_i, M_j]] = 0, \tag{4.17}$$

которое как раз и дает (4.12б). Остается условие, чтобы c_{ijk} было антисимметричным не только по i и j, но и по другим парам индексов. К обсуждению следствий этого последнего условия мы еще вернемся.

Предположим, что все значения индекса k можно разделить на две группы, такие, что $c_{ijk}=0$, если i относится к одной группе, а j — к другой. Тогда поля $A_{i\alpha}$ одной группы и поля $A_{j\alpha}$ другой группы не связаны друг с другом никаким из рассмотренных калибровочных преобразований. Точно так же операторы M_i, принадлежащие одной группе индексов, коммутируют с M_j, относящимися к другой группе. В этом случае мы имеем дело с линейной суперпозицией двух совершенно независимых теорий Янга — Миллса, которые могут иметь существенно различные константы взаимодействия и не быть непосредственно физически связанными друг с другом. Можно было бы ограничиться рассмотрением одной из них.

Можно пойти даже дальше. Предположим, что наша теория не упрощаема в указанном смысле. Мы можем осуществить любое вещественное вращение в n-мерном пространстве $A_{i\alpha}$, поворачивая одновременно M_i и калибровки Λ_i. [Свойства (4.12) величины c_{ijk} не изменяются при таком вращении.] В результате такого вращения может оказаться, что наша теория является упрощаемой. В таком случае ограничимся рассмотрением одной из частей, на которые распадается новая упрощаемая теория. Будем продолжать этот процесс, пока не получим неупрощаемой теории Янга — Миллса, такой, для которой индексы никаким вращением в n-мерном пространстве нельзя разбить на две группы значений, не связанных величинами c_{ijk}. В дальнейшем мы будем иметь дело с такими неупрощаемыми, или «простыми» теориями; теория самого общего вида может быть построена из них путем обычной суперпозиции и вращения.

Простые теории с более чем одним векторным мезоном имеют одно важное свойство — они характеризуются единой универсальной константой связи. Чтобы убедиться в этом, рассмотрим два различных мультиплета фермионов $\psi^{(1)}$ и $\psi^{(2)}$, которые оба связаны с $A_{\alpha i}$ посредством (4.13), но, возможно, с различными константами связи $\gamma_{(1)}$ и $\gamma_{(2)}$. Мерность матриц $M_{(1)}$ и $M_{(2)}$, действующих на $\psi^{(1)}$ и $\psi^{(2)}$, определяется условием (4.15). Из требования инвариантности взаимодействия при одновременных вращениях $\psi^{(\lambda)}$, согласно (4.1), и $A_{\alpha i}$, согласно (4.3), ясно, что: а) либо $A_{\alpha i}$ можно разделить на две группы, одна из которых взаимодействует только с $\psi^{(1)}$, а другая — только с $\psi^{(2)}$ — такая теория не может быть простой; б) либо $c_{ijk} \equiv 0$ — это возможно только в том случае, когда теория представляет собой суперпозицию одной или нескольких тривиальных однопараметрических теорий; в) либо $\gamma_{(1)} \equiv \gamma_{(2)}$ — нетривиальная простая теория должна также быть и универсальной[1]).

Далее, как нетрудно показать, условие полной антисимметричности величины c_{ijk} эквивалентно условию

$$\mathrm{Sp}\, M_i M_j = (\mathrm{const})\, \delta_{ij} \tag{4.18}$$

для «простой» теории[2]). Для первоначальной теории Янга — Миллса, в которой M_i ($i = 1, 2, 3$) представляют собой матрицы изотопического спина, равенство (4.18), очевидно, выполняется.

Теперь можно сформулировать необходимые и достаточные условия существования простой обобщенной калибровочной теории. Необходимо найти алгебраическую систему, например систему величин S_i ($i = 1, \ldots, n$), определяемую коммутатором $[S_i, S_j]$, который подчиняется условию антисимметрии (4.16) и тождеству Якоби (4.17), а также соотношению

$$[S_i, S_j] = i c_{ijk} S_k$$

с вещественными, полностью антисимметричными c_{ijk}. Кроме того, никаким вещественным вращением S^i нельзя привести к системе, которую можно было бы расщепить на две коммутирующие части.

Алгебраическую систему такого рода всегда можно представить различными наборами эрмитовых матриц M_i, подчиняющихся

---

[1]) Замечательная универсальность электрического заряда была бы более понятна, если бы фотон оказался не просто синглетом, а был бы членом некоторого семейства векторных мезонов, соответствующего простой частично калибровочно инвариантной теории. Один из авторов (Глэшоу) выражает признательность Г. Фейнбергу, с которым он имел беседу по этому вопросу.

[2]) Определим $d_{ijk} = -i\, \mathrm{Sp}\, M_i [M_j, M_k]$ и $g_{kl} = \mathrm{Sp}\, M_k M_l$. Очевидно, что d_{ijk} вещественны и полностью антисимметричны, g_{kl} вещественны и симметричны и $d_{ijk} = \sum_l g_{il} c_{ljk}$. В этом случае справедливо очевидное утверждение: если $g_{il} = A\delta_{il}$, то $d_{ijk} = Ac_{ijk}$, где c — полностью антисимметричные величины. Для доказательства обратной теоремы диагонализируем g_{il} путем ортогонального преобразования полей $A_{i\alpha}$. Тогда $g_{il} = F_i \delta_{il}$ и $d_{ijk} = F_i c_{ijk}$. Но d и c полностью антисимметричны, следовательно, $d_{jik} = F_j c_{jik} = F_i c_{ijk}$ и $F_j = F_i$, если i и j связаны отличным от нуля коэффициентом c_{ijk}. Однако для *простой* теории мы можем таким путем свести все элементы один к другому и тем самым доказать, что все F_i равны между собой. Таким образом, $g_{il} = A\delta_{il}$ (если, конечно, c_{ijk} отличны от нуля; в противном случае имеет место однопараметрическая теория).

тем же самым правилам, а также условию (4.18). Построение теории Янга—Миллса тогда следует развитой выше схеме.

Рассматриваемые алгебраические системы хорошо известны в математике. Одна из них с $n=1$, $c_{ijk}=0$ тривиальна; мы ее рассмотрели в п. 2. Все другие системы, включая случай Янга—Миллса с $n=3$, $c_{ijk}=e_{ijk}$, называются простыми алгебрами Ли (строго говоря, простыми алгебрами Ли в специальном случае вещественной формы). В качестве таковых они уже полностью классифицированы. Известны все возможные алгебры и изучены их представления через эрмитовы матрицы M_i. В следующем пункте мы рассмотрим эту классификацию и некоторые простые случаи.

Связь теории Янга—Миллса с алгебрами Ли рассматривал Утияма [20], однако он не упоминает о тех жестких ограничениях алгебры Ли, которые необходимо ввести, чтобы получить теорию векторного мезона с положительными вероятностями[1]).

5. О простых алгебрах Ли

Прежде всего перечислим все простые алгебры Ли по Картану [21]. Каждую из них можно, конечно, рассматривать как алгебру инфинитиземальных операторов, образующих непрерывную группу, которую называют простой группой Ли.

А. Прежде всего имеется бесконечная последовательность унитарных унимодулярных групп $SU(\nu)$ $(\nu=2, 3, 4, \ldots)$; группа $SU(\nu)$ состоит из всех унитарных преобразований с равным 1 детерминантом в ν-мерном комплексном пространстве. В этом случае инфинитиземальные операторы изоморфны эрмитовым $\nu\times\nu$-матрицам с равным нулю следом; очевидно, имеется ν^2-1 независимых матриц такого типа, и, следовательно, алгебра имеет ν^2-1 элементов S_i. Таким образом, $n=\nu^2-1$.

Мы уже построили, кстати говоря, представление S_i наинизшего ранга при помощи матриц M_i; мы просто используем ν^2-1 эрмитовых $\nu\times\nu$-матриц с равным нулю следом. Их, конечно, можно выбрать так, чтобы выполнялось условие (4.18). Более

---

[1]) Заметим, что если при помощи калибровочных методов строится теория тяготения Эйнштейна, то заключения будут несколько иными. Вместо изотопического вращения здесь осуществляется 4-мерная трансляция в каждой точке пространства. Таким образом, вместо изотопического индекса i мы имеем другой лоренцев индекс β, дающий тензорное поле $A_{\alpha\beta}$ или $h_{\alpha\beta}$. Однако метрика в изотопическом пространстве должна быть положительно определенной, чтобы обеспечить положительные вероятности; метрика же в пространстве Минковского содержит и положительные и отрицательные члены, в силу чего отпадает забота о положительных вероятностях. Такая ситуация, хотя и имеет место в теории тяготения, в калибровочной теории векторных полей не может быть приемлемой.

того, это представление является неприводимым. (Во избежание недоразумений заметим, что *алгебра* элементов в S_i уже *простая*; никаким вещественным вращением в n-мерном пространстве $A_{i\alpha}$ нельзя подразделить ее на две части, которые не связывались бы коэффициентами c_{ijk}. Однако *представление* алгебры посредством $N\times N$-матриц M_i может быть *приводимым*. Иными словами, может иметь место некоторое унитарное преобразование в N-мерном пространстве величин ψ, которое приводит все M_i одновременно к ящичной форме и дает возможность выявить представление более низкого ранга рассматриваемой алгебры. Если такая редукция невозможна, представление является неприводимым.)

Алгеброй изотопического спина является алгебра $SU(2)$; здесь $n=2^2-1=3$ и $S_i=I_i$ $(i=1, 2, 3)$. Неприводимое представление при помощи удовлетворяющих (4.18) эрмитовых 2×2-матриц $\tau_i/2$ с равным нулю следом есть известное представление спина $^1/_2$. Известны также все другие неприводимые представления, которые классифицированы по значению $I(I+1)$ матрицы $\sum\limits_{i+1}^{3} M_i^2$, коммутирующей со всеми I_i. Представление I $(I=0, 1, 2, \ldots)$ соответствует изотопическому спину I и имеет размерность $2I+1$.

Б. Имеется бесконечная последовательность групп вращений $O(\nu)$ в вещественном ν-мерном пространстве $(\nu=7, 8, 9, \ldots)$. Мы опустили $O(2)$, так как это есть как раз однопараметрическая группа, соответствующая электромагнитному полю, и этот вырожденный случай не включается математиками в простые группы Ли. Группа $O(3)$ — группа 3-мерных вращений, и, как известно, она по существу совпадает с группой SU_2 изотопического спина. 4-мерная группа вращений $O(4)$ оказалась не простой; она эквивалентна прямому произведению $O(3)\times O(3)$. Группы $O(5)$ и $O(6)$ опущены по той причине, что они по существу совпадают с $\mathrm{Sp}(2)$ (см. ниже) и $SU(4)$ соответственно. Таким образом, мы начинаем с $O(7)$. Размерность n алгебры $O(\nu)$ определяется точно числом инфинитиземальных вращений $\nu(\nu-1)/2$. Фактически кососимметричные $\nu\times\nu$-матрицы инфинитиземальных вращений (мнимые и антисимметричные) образуют неприводимое матричное представление алгебры группы.

В. Третья бесконечная последовательность простых групп Ли — это последовательность симплексных групп $\mathrm{Sp}(\nu/2)$ с $\nu=4, 6, 8, 10, 12, \ldots$. Алгебра инфинитиземальных элементов $\mathrm{Sp}(\nu/2)$ является алгеброй кососимплексных $\nu\times\nu$-матриц [1]). Мы снова имеем

[1]) Мы называем $\nu\times\nu$-мерную матрицу M кососимплексной, если она унитарна и $M^TAM=A$, где $\|A_{ij}\|=\pm\delta_{\nu,\, i+j}$ в зависимости от того, $i>j$ или $j>i$. Иначе $\mathrm{Sp}(\nu/2)$ можно определить как группу унитарных преобразова-

естественное неприводимое представление алгебры $\nu \times \nu$-матриц. Заметим, что $\mathrm{Sp}(1)$ опущена, поскольку эта группа представляет собой то же самое, что и $SU(2)$.

Г. Наконец, имеется еще пять простых групп Ли и соответствующих алгебр Ли. Они называются особыми алгебрами Ли, и их обозначения и размерности таковы: $G_2 - 14$, $F_4 - 52$, $E_6 - 78$, $E_7 - 133$, $E_8 - 240$.

В нашем перечне каждая простая алгебра Ли (за исключением особых, для которых можно сделать то же самое) была определена указанием одного из ее матричных представлений. В каждом случае предполагалось, что n $\nu \times \nu$-матриц определяющего представления должны быть эрмитовыми и удовлетворять соотношению (4.18). Тогда получается простая алгебра Ли в «вещественной форме» с вещественными, полностью антисимметричными c_{ijk}. В каждом случае мы фиксируем значение константы в (4.18) для определяющего представления; тем самым задается мерность величин M и c.

Для всякой данной алгебры Ли матрица $\Sigma_i M_i^2$, коммутирующая [как легко видеть из (4.15)] со всеми M_i, равна некоторому числу для каждого неприводимого представления. (Такая ситуация обычна для алгебры изотопического спина, как было упомянуто выше.) Пусть величина $\Sigma_i M_i^2$ для представления R будет равна V_R. Тогда константа в (4.18) для этого представления равна $V_R d_R/n$, где d_R — мерность представления.

В нашей обобщенной теории Янга — Миллса различные поля ψ, связанные с $A_{i\alpha}$, распадаются на мультиплеты, каждый из которых соответствует неприводимому представлению алгебры. До тех пор, пока симметрия сохраняется при калибровочных преобразованиях *с постоянной калибровочной функцией*, мультиплеты вырождены. Число частиц в мультиплете равно, конечно, мерности представления.

Далее, n векторных полей $A_{i\alpha}$ представляет n векторных частиц, которые также образуют вырожденный мультиплет. Они также соответствуют неприводимому представлению алгебры, называемому сопряженным представлением, с той же мерностью, что и сама алгебра. (Например, в случае изотопического спина, для которого $n = 3$, сопряженное представление — это представление с изотопическим спином 1 и векторные мезоны образуют здесь изотопический триплет.) Матрицы сопряженного представления легко построить. Они просто имеют вид

$$M_i^{jk} = -ic_{ijk} \quad \text{(для сопряженного представления).} \qquad (5.1)$$

ний на $\nu/2$ кватернионах. В этом случае операторами группы $\mathrm{Sp}(\nu/2)$ являются антиэрмитовы $(\nu/2 \times \nu/2)$-матрицы над полем кватернионов; очевидно, существует $\nu(\nu+1)/2$ таких матриц.

Справедливость этой формулы очевидна из сравнения трансформационных свойств $A_{i\alpha}$ (4.3) при постоянной калибровочной функции и трансформационных свойств ψ_i (4.1). Пусть в сопряженном представлении

$$\mathrm{Sp}\, M_i M_j = A\delta_{ij} \qquad \text{(сопряженное представление).} \tag{5.2}$$

Тогда A определяет мерность алгебры. Это произвольная положительная константа; из сказанного ранее ясно, что она равна значению $\Sigma_i M_i^2$ для сопряженного представления. Для любых линейных комбинаций S и T величин S_i можно определить скалярное произведение

$$(S, T) = \mathrm{Sp}\, M(S)\, M(T) \qquad \text{(сопряженное представление.)} \tag{5.3}$$

Тогда имеем

$$(S_i, S_j) = A\delta_{ij}, \qquad iAc_{ijk} = (S_k, [S_i, S_j]).$$

Можно было бы теперь характеризовать каждую простую алгебру Ли при помощи констант c_{ijk}, однако они подвержены произвольным ортогональным преобразованиям в n-мерном пространстве величин $A_{i\alpha}$. Инвариантную характеристику, удобную с физической точки зрения, можно построить следующим образом. (Ниже приводятся без доказательства известные математические результаты [22].)

Каждая простая алгебра имеет некоторое определенное максимальное число f элементов, коммутирующих друг с другом; будем называть f рангом алгебры. Элементы S_i алгебры можно тогда перенумеровать следующим образом:

$$C_1, C_2, \ldots, C_f; \quad \frac{E_1+E_{-1}}{\sqrt{2}}, \quad \frac{E_2+E_{-2}}{\sqrt{2}}, \ldots, \frac{E_g+E_{-g}}{\sqrt{2}};$$
$$\frac{E_1-E_{-1}}{\sqrt{2}\, i}, \ldots, \frac{E_g-E_{-g}}{\sqrt{2}\, i}.$$

Здесь $g=(n-f)/2$; величины C представляют собой максимальный набор коммутирующих элементов; величины E не являются вещественными и представляются неэрмитовыми матрицами, но E_α и $E_{-\alpha}$ представляются эрмитово сопряженными матрицами. Соответствующие векторные поля—комплексные. Величины E можно выбрать так, чтобы они обладали следующими свойствами[1]):

$$(E_\alpha, E_\beta) = A\delta_{\alpha, -\beta}, \tag{5.4}$$

$$[C_i, E_\alpha] = \lambda_i^\alpha E_\alpha, \tag{5.5}$$

$$[E_\alpha, E_{-\alpha}] = \Sigma_i \lambda_i^\alpha C_i, \tag{5.6}$$

$$\lambda_i^\alpha = -\lambda_i^{-\alpha}, \tag{5.7}$$

[1]) Величины C_i и E_α известны как базис Вейля алгебры Ли.

Величины C_i аналогичны I_z в алгебре изотопического спина, а $E_{\pm\alpha}$ аналогичны операторам $I_{\pm}$, поднимающим и опускающим индексы. Величины λ_i^α являются возможными разностями собственных значений операторов C_i в любом представлении. Они вещественны, и их можно рассматривать как $n-f$ различных ненулевых векторов в вещественном f-мерном пространстве.

Набор $(n-f)/2$ комплексных векторных полей, соответствующих E_α, дает $n-f$ векторных частиц, обладающих определенными значениями величин C_i, а именно λ_i^α. Таким образом, в теории Янга — Миллса два заряженных мезона имеют $I_z = \pm 1$.

Векторы λ_i^α в вещественном f-мерном пространстве C_i называются корнями. Их длины и углы между ними представляют собой инвариантные свойства алгебры (за исключением общего масштаба длины, пропорционального $\sqrt{A}$). Можно определить скалярное произведение корней

$$\langle\alpha, \beta\rangle = \Sigma_i \lambda_i^\alpha \lambda_i^\beta. \tag{5.8}$$

Прибавляя к одному из корней λ_i^β целые кратные $k\lambda_i^\alpha$ других корней, можно найти новые корни. Если это имеет место, то всегда только для некоторой серии последовательных целых чисел $k = p_{\beta\alpha}, \ldots, q_{\beta\alpha}$. Очевидно, $p \leqslant 0$ и $q \geqslant 0$. Если $q \geqslant 1$, то $\lambda_i^\beta + \lambda_i^\alpha$ является корнем. Такая ситуация существенна для коммутационных свойств величин E_α:

$$[E_\alpha, E_\beta] = 0, \text{ если } \beta \neq -\alpha \text{ или если } \lambda_i^\alpha + \lambda_i^\beta \text{ не является корнем;} \tag{5.9}$$

$$[E_\alpha, E_\beta] = iN_{\alpha\beta}E_\gamma, \text{ если } \lambda_i^\alpha + \lambda_i^\beta = \lambda_i^\gamma; \tag{5.10}$$

$$N_{\alpha\beta}^2 = \frac{1}{2}\langle\alpha, \alpha\rangle q_{\beta\alpha}(1 - p_{\beta\alpha}); \tag{5.11}$$

$$N_{\alpha\beta} = N_{-\alpha, -\beta}. \tag{5.12}$$

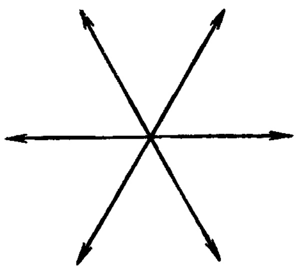
Даже при наличии условия (5.12) все еще необходимо устанавливать относительные знаки величин E, а также принимать некоторое условие относительно знаков $N_{\alpha\beta}$. Но не считая этого обстоятельства, алгебра теперь полностью и инвариантно описывается ее рангом и скалярными произведениями ее корней друг на друга. В этом случае можно построить перестановочные соотношения для всех C и E.

В обобщенной теории Янга — Миллса, связанной с простой алгеброй Ли, мы переходим к новому представлению частиц. Вместо n вещественных полей $A_{i\alpha}$ здесь имеется f вещественных полей, связанных с токами коммутирующих величин, и еще $(n-f)/2$ комплексных полей, связанных с токами поднимающего и опускающего индексы операторов для этих коммутирующих величин. Для описания перестановочных соотношений и амплитуд трилинейных связей между векторными мезонами здесь вместо c_{ijk} имеются величины λ_i^α и $N_{\alpha\beta}$. (Возвращаясь обратно к вещественной и мнимой частям комплексных полей, можно непосредственно получить c_{ijk} в некоторой частной форме.) Частицы, соответствующие комплексным полям, переносят значения λ_i^α величин C_i, и, поскольку C_i сохраняются, испускание векторной частицы изменяет величину C_i для остающейся системы на λ_i^α; λ_i^α действительно представляют собой возможные разности собственных значений для C_i независимо от представления.

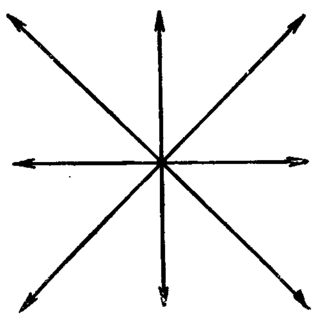
В следующем пункте мы рассмотрим некоторые примеры простых алгебр Ли, анализируя их методом корней.

6. Примеры простых алгебр Ли

Простые алгебры Ли наинизшей мерности — это алгебры групп $SU(2)$ с $n=3$; $SU(3)$ с $n=8$; $\mathrm{Sp}(2)$ с $n=10$; G_2 с $n=14$; $SU(4)$ с $n=15$; $\mathrm{Sp}(3)$ с $n=21$; $O(7)$ с $n=21$; $SU(5)$ с $n=24$; $O(8)$ с $n=28$; $SU(6)$ с $n=35$; $\mathrm{Sp}(4)$ с $n=36$ и $O(9)$ с $n=36$. Трудно предположить, чтобы какая-либо алгебра Ли более высокой размерностн могла представить физический интерес.



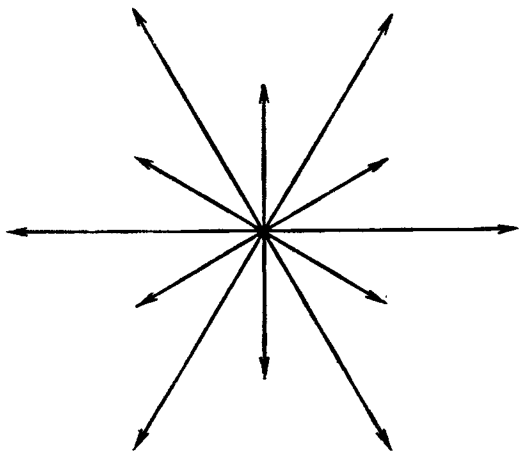
Фиг. 1. Векторные корни алгебры SU (3).



Фиг. 2. Векторные корни алгебры $\mathrm{Sp}(2)=O(5)$.

Алгебра $SU(2)$, или $O(3)$, или $\mathrm{Sp}(1)$ — это как раз алгебра изотопического спина, имеющая ранг 1. Следующие три алгебры — единственные алгебры ранга 2 — мы используем в качестве примеров. (Следует, однако, упомянуть, что следующая за ними алгебра группы $SU(4)$ или $O(6)$ ранга 3 имеет прямое отношение к физике. Это алгебра матриц Дирака, след которых равен нулю, и в то же время алгебра старой теории Вигнера ядерных супермультиплетов [23].) Корнями трех алгебр ранга 2 являются 2-мерные векторы, изображенные на фиг. 1—3. Как уже указывалось, ориентация и общий масштаб длины произвольны.

Во всякой алгебре удобно расположить один из корней вдоль первой оси и надлежащим выбором константы A нормировать его длину на единицу. Для $SU(3)$ безразлично, какой из корней мы ориентируем таким образом. Для каждого из двух других



Фиг. 3. Векторные корни алгебры G_2.

случаев имеются две неэквивалентные возможности; можно выбрать либо длинный, либо короткий вектор.

Если вдоль первой оси расположен «первый» корень с длиной, равной 1, то элементы E_1, E_{-1} и C_1 образуют компоненты $J_+/\sqrt{2}$, $J_-/\sqrt{2}$ и J_z углового момента, что легко видеть из перестановочных соотношений (5.5) и (5.6). Кроме того, вторая коммутирующая величина C_2 коммутирует со всеми тремя компонентами $\mathbf{J}$.

Рассмотрим алгебру $SU(3)$. Используя наше соглашение о расположении векторов, можно рассчитать компоненты шести корней на фиг. 1:

$$(1,\ 0),\quad (-1,\ 0),\quad \left(\frac{1}{2},\ \sqrt{\frac{3}{2}}\right),\ \left(-\frac{1}{2},\ \sqrt{\frac{3}{2}}\right),$$
$$\left(\frac{1}{2},\ -\sqrt{\frac{3}{2}}\right),\ \left(-\frac{1}{2},\ -\sqrt{\frac{3}{2}}\right).$$

Коммутирующие элементы C_1, C_2 можно рассматривать как принадлежащие некоторому «корню» (0, 0). Что касается изотопического спина $\mathbf{J}$ и C_2, то для 8 векторных мезонов будем иметь следующее: некоторый триплет с $C_2=0$, синглет с $C_2=0$, дублет с $C_2=\sqrt{3/2}$ и дублет с $C_2=-\sqrt{3/2}$. Триплет связан с током $\mathbf{J}$-спина, синглет — с C_2-током, два дублета — с токами поднимающего и опускающего индексы операторов, которые изменяют $\mathbf{J}$ на $1/2$ и C_2 на $\pm\sqrt{3/2}$.

Всякое представление алгебры можно проанализировать в терминах величин $\mathbf{J}$ и C_2. Рассмотрим, например, определяющее представление мерности 3. Чтобы включить все перечисленные выше операторы, оно должно содержать некоторый синглет и дублет со значениями C_2, различающимися на $\sqrt{3/2}$.

Для нахождения величин $N^2_{\alpha\beta}$, определяющих коммутаторы в (5.10), следует выяснить, какие из корней на фиг. 1 можно сложить, чтобы при этом получались новые корни. Очевидно, единственный такой случай реализуется двумя корнями, расположенными под углом 120° один к другому; при сложении они дают корень, лежащий между ними. Из фигуры видно, что числа p и q в уравнении (5.11) в этом случае равны соответственно 0 и 1. Таким образом, $N^2_{\alpha\beta}=1/2\,\langle\alpha,\alpha\rangle$.

Теперь обратимся к 10-мерной алгебре, корни которой изображены на фиг. 2. Если взять в качестве вектора (1, 0) один из коротких векторов, то система корней дается как

$$(\pm 1,\ 1),\quad (0,\ 1),\quad (\pm 1,\ -1),\quad (0,\ -1),\quad (\pm 1,\ 0).$$

Учитывая два векторных мезона, связанных с C_1 и C_2, которые оба рассматриваются как (0, 0), мы имеем триплет с $C_2=0$, триплет с $C_2=+1$, триплет с $C_2=-1$ и синглет с $C_2=0$.

Если рассматривать алгебру как принадлежащую группе Sp (2), то получится 4-мерное определяющее представление, которое соответствует с точки зрения проведенного выше анализа дублету с $C_2=+1/2$ и дублету с $C_2=-1/2$. Если же алгебра рассматривается в связи с $O(5)$, то определяющее представление будет 5-мерным и будет состоять, говоря на нашем языке, из двух синглетов с $C_2=\pm 1$ и одного триплета с $C_2=0$.

Рассмотрим теперь другую возможность, взяв в качестве вектора (1, 0) один из длинных векторов. В этом случае 10-мерное сопряженное представление соответствует двум дублетам с $C_2=\pm 1/2$, трем синглетам с $C_2=\pm 1$, 0 и одному триплету с $C_2=0$; 4-мерное представление дает дублет с $C_2=0$ и два синглета с $C_2=\pm 1/2$, а 5-мерное представление дает два дублета с $C_2=\pm 1/2$ и синглет с $C_2=0$. В следующем пункте будет приведено не лишенное интереса физическое приложение этих случаев.

При оценке $N^2_{\alpha\beta}$ для 10-мерной алгебры мы сталкиваемся с двумя различными случаями, когда сложение двух корней дает третий корень. Как видно из фиг. 2, можно сложить длинный вектор с коротким, расположенным к нему под углом 135°, и получить при этом короткий вектор, расположенный под углами 45° к этому длинному. С другой стороны, можно сложить два коротких вектора, расположенных под прямым углом друг к другу, и получить в результате длинный вектор, лежащий между ними. В обоих случаях N^2 оказывается равным норме короткого вектора.

Наконец, обратимся к фиг. 3, изображающей систему корней группы G_2 [1]). Здесь имеются четыре различных случая, когда сложение двух корней дает третий. Для трех из этих случаев N^2 в $^3/_2$ раза больше нормы короткого вектора. В четвертом случае складываются два длинных вектора, расположенных под углом 120° друг к другу, и получается длинный вектор, лежащий между ними; N^2 равно удвоенной норме короткого вектора.

Здесь **J**-спин вновь можно выбрать двумя способами. Если используется короткий вектор, сопряженное представление соответствует синглету и триплету с $C_2=0$, двум квартетам с $C_2=\pm\sqrt{^3/_2}$ и двум синглетам с $C_2=\pm\sqrt{3}$. Если же в качестве вектора (1, 0) берется длинный вектор, то получается четыре дублета с $C_2=\pm(1/2\sqrt{3})$, $\pm(\sqrt{^3/_2})$, синглет и триплет с $C_2=0$ и два синглета с $C_2=\pm\sqrt{3}$.

Для каждой из трех алгебр, взятых нами в качестве примеров, можно определить все представления низшей мерности, проанализировать их в терминах **J** и C_2 и рассчитать матричные элементы различных операторов. Вся процедура представляет собой прямое обобщение того, что мы проделали в случае изотопического спина.

7. Возможные физические приложения

Сакураи [7] обсудил картину сильных взаимодействий, основанную на использовании векторных мезонов, в которой участвует суперпозиция трех простых калибровочных теорий. Мы имеем здесь однопараметрическую теорию мезона ω^0, связанного с током гиперзаряда, трехпараметрическую теорию мезона ρ, связанного с током изотопического спина, и другую однопараметри-

---

[1]) Теория сильных взаимодействий барионов и мезонов, инвариантной группой для которой служит группа G_2, была предложена Берендсом и Сирлином [24]. Они не рассматривали возможность введения векторных калибровочных полей, связанных с каждым из 14 сохраняющихся токов, чтобы обеспечить инвариантность при зависящих от координат преобразованиях.

ческую теорию мезона B^0, связанную с барионным током. Во всех трех случаях калибровочная инвариантность с переменной калибровочной функцией нарушается мезонным массовым членом некоторого вида. В первых двух случаях сохранение самого тока, отвечающее калибровочной инвариантности с постоянной калибровочной функцией, нарушается соответственно слабыми и электромагнитными взаимодействиями.

Если допустить, чтобы очень большие эффекты, такие, к какому приводит разность масс $N - \Lambda$, или какая-либо иная причина, нарушали калибровочную инвариантность с постоянной калибровочной функцией, то можно рассмотреть теории, в которых играют роль более высокие симметрии, чем изотопический спин, и сохраняются в первую очередь токи, изменяющие странность. Тогда в калибровочной теории будут иметь место странные векторные мезоны и, возможно, придется иметь дело с обобщенными теориями Янга — Миллса типа описанных выше.

Было выдвинуто предположение [8], что для такого рода теории можно использовать 8-мерную алгебру группы $SU(3)$. Роль спина $\mathbf{J}$, о котором шла речь в предыдущем пункте, здесь играет изотопический спин $\mathbf{I}$, а C_2 рассматривается как умноженный на $\sqrt{3/2}$ гиперзаряд. В этом случае барионы N, Ξ, Λ и Σ, если они все имеют одинаковые спины и четность, могут образовать неприводимое представление алгебры. Это может иметь место и в отношении псевдоскалярных мезонов K, $\overline{K}$, π и χ, где χ — гипотетический изотопический синглет с равной нулю странностью. Векторные мезоны калибровочной теории, которые следуют той же схеме, состоят из ϱ- и ω^0-мезонов Сакураи и пары странных дублетов M и $\overline{M}$. Источниками странных мезонов служат изменяющие странность токи, сохранение которых нарушается такими факторами, как разность масс барионов.

С другой стороны, можно предположить, что барионный супермультиплет не состоит из N, Ξ, Λ и Σ. Используя алгебру группы $SU(3)$, можно было бы взять 3-мерное неприводимое представление, считая, что оно соответствует N и Λ [25].

Можно было бы даже использовать 10-мерную алгебру $\mathrm{Sp}(2)$, взяв один из длинных векторов в качестве корня $(1, 0)$, как было описано в предыдущем пункте. Если при этом интерпретировать $\mathbf{J}$ как $\mathbf{I}$, а C_2 как половину гиперзаряда, то барионы N, Λ и Ξ могли бы соответствовать 5-мерному неприводимому представлению.

Помимо сильных взаимодействий, можно рассмотреть возможное приложение векторных калибровочных теорий к слабым связям.

Так как указаний на существование сохраняющих заряд слабых взаимодействий между лептонами нет, то можно было бы попытаться описать все слабые взаимодействия при помощи $J_\alpha^+ J_\alpha$-модели, в которой участвуют две промежуточные векторные частицы $X^\pm$. Поскольку операторы, связанные с X^+ и X^-, не могут коммутировать, алгебраическая система не будет замкнутой и теория не будет относиться к типу рассматриваемых нами теорий.

Обсуждалась возможность [4, 5] исправить положение, вводя электромагнитное поле как третий член триплета Янга — Миллса с $X^\pm$. Введение гигантской массы для $X^\pm$ могло бы полностью разрушить симметрию и объяснить короткий радиус действия и ничтожную величину слабых взаимодействий. Основная трудность, встречающаяся на этом пути, состоит в том, что операторы порождения X^+ и X^- нарушают сохранение четности, и трудно сделать их коммутатор равным оператору электрического заряда, который сохраняет четность. Для лептонов эта задача может быть решена только путем введения четвертого нейтрального калибровочного поля [26]. В получающейся «непростой» $(3 \oplus 1)$-теории фотон должен быть отождествлен с некоторой линейной комбинацией синглетного калибровочного поля и одного из членов триплета.

Другая трудность заключается в том, что в теории, где слабые взаимодействия определяются именно $X^\pm$-частицами, нельзя обосновать правило $|\Delta \mathbf{I}| = {}^1/_2$ для нелептонных, нарушающих странность слабых взаимодействий барионов и мезонов. Можно, однако, попытаться «забыть» о лептонах и ввести для барионов и мезонов сохраняющие заряд слабые взаимодействия через нейтральные частицы X.

Если используется один X^0, то связанная с ним часть оператора, изменяющая странность, должна приводить как к $\Delta S = +1$, так и к $\Delta S = -1$, чтобы быть эрмитовой. В этом случае в результирующем слабом взаимодействии нельзя избежать появления случая $|\Delta S| = 2$, что приводит к затруднениям с разностью масс $K_1^0 - K_2^0$.

В модели «шизона» [11 — 13] случай $|\Delta S| = 2$ исключается путем использования наряду с $X^\pm$ двух нейтральных частиц X: X^0 и $\overline{X}^0$. Пусть, например, X^+ связана с оператором B, X^- — с B^+, X^0 — с A и $\overline{X}^0$ — с A^+. Положим теперь $B = B_0 + B_1$, где B_0 сохраняет странность и изменяет изотопический спин на 1, а B_1 понижает странность на 1 и изменяет изотопический спин на ${}^1/_2$. Аналогично $A = A_0 + A_1$, где A_0 сохраняет S и дает $|\Delta \mathbf{I}| = 0$, 1, в то время как A_1 дает $\Delta S = -1$, $|\Delta \mathbf{I}| = {}^1/_2$. Операторы B_1 и A_1 выбираются так, чтобы они являлись «партнерами» по изотопическому спину; то же справедливо для B_0 и той части A_0, которая дает $|\Delta \mathbf{I}| = 1$. Тогда легко подобрать относительные значения величин B_1 и A_1, B_0 и A_0, чтобы получить для нелептонных, нарушающих странность слабых взаимодействий правила $|\Delta\mathbf{I}| = {}^1/_2$, $|\Delta S| = 1$.

К сожалению, как мы сейчас увидим, к модели «шизона» оказывается невозможным применить калибровочные принципы, рассматриваемые в этой статье.

Единственными 4-мерными теориями нашего типа оказываются те, которые состоят из суперпозиции четырех 1-мерных теорий или из суперпозиции одной 3-мерной и одной 1-мерной теорий. В первом случае все четыре оператора A, B, A^+ и B^+ должны коммутировать, что, очевидно, невозможно. Во втором случае при учете сохранения заряда (и при подходящей нормировке и выборе произвольной фазы у A) должны иметь место следующие перестановочные соотношения:

$$\begin{gathered}\left[B, \frac{1}{2}(A+A^+)\right] = B,\\ [B, A-A^+] = 0,\\ [B^+, B] = \frac{1}{2}(A+A^+),\\ [A+A^+, A-A^+] = 0,\end{gathered} \tag{7.1}$$

характерные для $(3 \oplus 1)$-теории. Записав последнее уравнение в виде $[A, A^+] = 0$ и взяв часть этого уравнения, соответствующую $\Delta S = 0$, будем иметь

$$[A_0^+, A_0] + [A_1^+, A_1] = 0. \tag{7.2}$$

Далее, A_1 — оператор, понижающий странность. Предположим, что во взаимодействии участвует конечное число частиц. Рассмотрим те частицы с наинизшей странностью, которые связаны с какой-либо частицей более высокой странности. Для всех таких частиц (рассматриваемых как состояния Ψ_i) имеем

$$A_1\Psi_i = 0. \tag{7.3}$$

С другой стороны, $A_1^+\Psi_i$ не может быть равным нулю для всех Ψ_i, так как некоторые из частиц связаны с состояниями, имеющими более высокую странность. Таким образом,

$$\sum_i (\Psi_i [A_1, A_1^+] \Psi_i) > 0. \tag{7.4}$$

Но тогда по (7.2) имеем

$$\sum_i (\Psi_i, [A_0^+, A_0] \Psi_i) > 0, \tag{7.5}$$

что невозможно, так как матрицы A_0 и A_0^+ сохраняют странность и связывают состояния Ψ_i только с состояниями той же группы; тем самым выражение в (7.5) представляет собой след коммутатора двух конечных матриц и обращается в нуль. Таким образом, алгебраическая система модели «шизона» не имеет интересных представлений.

Интересно, что если тем не менее настойчиво попытаться согласовать наши калибровочные представления с теорией слабых взаимодействий с четырьмя частицами X, которая объясняла бы правило $|\Delta \mathbf{I}| = 1/2$ и разность масс $K_1^0 - K_2^0$, то оказывается возможным построить некоторую модель, удовлетворяющую этим требованиям. Как обычно, мы должны навести порядок среди лептонов, для которых, по всей видимости, отсутствуют нейтральные токи, и перейти к непосредственной трактовке барионов и мезонов.

Для начала забудем о разности масс $K_1^0 - K_2^0$ и допустим случай $|\Delta S| = 2$. Тогда можно использовать просто три векторных поля: X^+, связанное с B; X^-, связанное с B^+, и X^0, связанное с A. Позже мы включим поле Y^0, связанное с некоторым оператором C. Частицы X описываются первоначальной трехпараметрической теорией Янга — Миллса. Как и прежде, имеем $B = B_0 + B_1$, но на этот раз $A = A_0 + A_1 + A_1^+$.

Перестановочные соотношения теории Янга — Миллса

$$\begin{gathered} [B,\ A] = B, \\ [B^+,\ B] = A \end{gathered} \tag{7.6}$$

дают для всей системы величин A_0, A_1, B_0, B_1 странности S и заряда Q некоторую алгебру, которая (если ввести упрощение, взяв в качестве A_0 некоторую линейную функцию от S и Q) эквивалентна алгебре группы $SU(3)$. (Заметим, что пока мы *не вводим* никаких правил для изотопического спина: это еще более усложнило бы алгебру.) В этом случае можно построить теорию, используя наинизшее представление $SU(3)$, содержащее три частицы, в качестве которых мы берем n, p и Λ.

Введем «вращающиеся» частицы [6, 27]

$$\begin{gathered} n' = n\cos\theta + \Lambda\sin\theta, \\ \Lambda' = \Lambda\cos\theta - n\sin\theta \end{gathered} \tag{7.7}$$

и будем работать только с лево-вращающимися частями $(1+\gamma_5)/2n' = n'_L$ и т. д. этих полей. Затем мы связываем только p_L и n'_L с $B = \tau'_-$, $B^+ = \tau'_+$, $A = \tau'_z$, где матрицы τ' ничуть не отличаются от обычных τ-матриц, но только с p_L, n'_L в качестве базиса. Получаем следующие токи:

$$\begin{gathered}\bar{p}_L \gamma_\alpha n'_L = \bar{p}_L \gamma_\alpha n_L \cos\theta + \bar{p}_L \gamma_\alpha \Lambda_L \sin\theta, \\ \bar{n}'_L \gamma_\alpha p_L = \bar{n}_L \gamma_\alpha p_L \cos\theta + \bar{\Lambda}_L \gamma_\alpha p_L \sin\theta, \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{p} \gamma_\alpha p_L - \bar{n}'_L \gamma_\alpha n_L) = \frac{1}{\sqrt{2}} \{\bar{p}_L \gamma_\alpha p_L - \\ - \bar{n}_L \gamma_\alpha n_L \cos^2\theta - \bar{\Lambda}_L \gamma_\alpha \Lambda_L \sin^2\theta - \\ - \cos\theta \sin\theta (\bar{\Lambda}_L \gamma_\alpha n_L + \bar{n}_L \gamma_\alpha \Lambda_L)\},\end{gathered} \tag{7.8}$$

которые приводят к взаимодействиям с $\Delta S = 0$, $|\Delta S| = 1$ и $|\Delta S| = 2$.

Взаимодействие с $|\Delta S| = 1$ содержит как $|\Delta \mathbf{I}| = {}^1/_2$, так и $|\Delta \mathbf{I}| = {}^3/_2$. Однако если θ мало, то взаимодействие с $|\Delta \mathbf{I}| = {}^1/_2$ будет порядка θ, в то время как взаимодействие с $|\Delta \mathbf{I}| = {}^3/_2$ будет порядка θ^3. В этом случае изменяющее странность взаимодействие слабее, чем сохраняющее странность, и взаимодействие с $|\Delta \mathbf{I}| = {}^3/_2$ слабее, чем с $|\Delta \mathbf{I}| = {}^1/_2$, но отлично от нуля[1]).

Остается еще исключить вклад $|\Delta S| = 2$ в разность масс $K_1^0 - K_2^0$. Это можно сделать [28], устраняя непосредственно скалярную часть взаимодействия с $|\Delta S| = 2$. Если связать между собой с *надлежащей константой* четвертый бозон Y^0 и ток

$$i\bar{n}_R \gamma_\alpha \Lambda_R - i\bar{\Lambda}_R \gamma_\alpha n_R, \tag{7.9}$$

в котором теперь используются только право-вращающиеся поля, то все взаимодействие с $|\Delta S| = 2$ можно сделать чисто псевдоскалярным и имеющим порядок θ^2. Это не приведет к разности масс $K_1^0 - K_2^0$, но даст некоторую очень малую вероятность процесса $\Xi \to N + \pi$.

Рассмотренная модель не претендует на то, чтобы быть глубокой физической теорией, однако она хорошо иллюстрирует идею калибровочного метода. То обстоятельство, что мы пришли к столь мало привлекательной модели, по-видимому, свидетельствует о том, что либо частичная калибровочная инвариантность неприменима к слабым взаимодействиям (например, там могла бы иметь силу простая $J_\alpha^+ J_\alpha$-теория), либо мы упускаем из виду какой-то важный аспект теории.

---

[1]) Отметим, что сумма квадратов констант связи с заряженными токами, сохраняющими странность, и с заряженными токами, изменяющими странность, в точности равна квадрату универсальной константы связи. Если бы калибровочный принцип можно было распространить на лептоны — по крайней мере для заряженных токов, — то равенство между G_V и G_μ уже не свидетельствовало бы об универсальности, так как в этой теории $G_V^2 + G_\Lambda^2 = G_\mu^2$ (G_Λ — *неперенормированная* константа связи для β-распада Λ).

Мы обсудили несколько путей, следуя которым можно представить сильные взаимодействия в рамках частично калибровочно инвариантной теории, и дали набросок некоторой формальной неполностью калибровочно инвариантной модели слабых взаимодействий. Вообще говоря, «слабые» и «сильные» калибровочные симметрии не будут взаимно согласуемыми. Также будет иметь место противоречие с электромагнитной калибровочной симметрией— противоречие, которое следует разрешить в пользу электромагнетизма, так как его калибровочная инвариантность является точной. Мы не ставили задачу описать три типа взаимодействия совместно, но лишь предприняли попытку выяснить, как могла бы выглядеть симметрия каждого из этих типов взаимодействия в идеальном предельном случае, когда отсутствуют эффекты, нарушающие симметрию.

ЛИТЕРАТУРА

1. Feynman R. P., Gell-Mann M., Phys. Rev., **109**, 193 (1958).
2. Schwinger J., Ann. Phys., **2**, 407 (1957).
3. Bludgman S., Nuovo Cimento, (10), **9**, 433 (1958).
4. Glashow S. L., Nucl. Phys., **10**, 107 (1959).
5. Salam A., Ward J. S., Nuovo Cimento, (10), **11**, 568 (1959) (статья 8 настоящего сборника).
6. Gell-Mann M., Lévy M., Nuovo Cimento, (10), **16**, 705 (1960).
7. Sakurai J., Ann. Phys., **11**, 1 (1960) (статья 4 настоящего сборника).
8. Gell-Mann M., «The Eightfold Way: A Theory of Strong Interaction Symmetry», California Institute of Technology, Synchrotron Laboratory, Report No. CTSL-20 (1961) (статья 5 настоящего сборника).
9. Ne'eman Y., Nucl. Phys. **26**, 222 (1961) (статья7 настоящего сборника).
10. Yang C. N., Mills R., Phys. Rev., **96**, 191 (1954) (статья 1 настоящего сборника).
11. Lee T. D., Yang C. N., Phys. Rev., **119**, 1410 (1960).
12. Treiman S. B., Nuovo Cimento, (10), **15**, 916 (1959).
13. Gell-Mann M., Bull. Am. Phys. Soc., 4, 256 (T) (1959).
14. Yang C. N., Lee T. D., Phys. Rev., **98**, 1501 (1955). (Статья 2 настоящего сборника).
15. Gell-Mann M., Nuovo Cimento, Suppl. (10), 4, 848 (1956).
16. Ventzel G., доложено М. Гольдбергером, «Proceedings of the 1960 Conference on High Energy Physics at Rochester», New York, 1960.
17. Bollini C. G., Nuovo Cimento, (10), **14**, 560 (1959).
18. Umezawa H., Kamefuchi S., Nucl. Phys., **23**, 399 (1961).
19. Komar A., Salam A., Nucl. Phys., **21**, 624 (1960).
20. Utiyama R., Phys. Rev., **101**, 1597 (1956) (статья 14 настоящего сборника).
21. Cartan E., Sur la Structure des Groupes de Transformations Finis et Continus, тези Париж, 1894; 2-е изд. 1933.

22. «The Sophus Lie Seminars, 1954—1955». École Normale Supérieure, Paris, 1955.
23. Wigner E., Phys. Rev., **51**, 106 (1937).
24. Behrends R. E., Sirlin A., Phys. Rev., **121**, 324 (1961).
25. Salam A. (в печати).
26. Glashow S. L., Nucl. Phys., 22, 579 (1961).
27. Feynman R. P., Gell-Mann M., Proc. 2nd Intern. Conf. Peaceful Uses of Atomic Energy (1958).
28. Glashow S. L., Phys. Rev. Lett., **6**, 531 (1961).

7. ВЫВОД СИЛЬНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ ИЗ ПРИНЦИПА КАЛИБРОВОЧНОЙ ИНВАРИАНТНОСТИ

Ю. НЕЕМАН

J. Ne'eman, Nucl, Phys., **26**, 222 (1961)

Предлагается представление для барионов и бозонов, базирующееся на алгебре Ли 3-мерных матриц с нулевым следом. Это дает возможность ввести сильные взаимодействия с участием восьми векторных бозонов как следствие принципа калибровочной инвариантности. Высказывается ряд дальнейших соображений о связи излагаемой теории с электромагнитными и слабыми взаимодействиями.

1. Введение

В последнее время появились две теории, Сакураи [1] и Салама и Уорда [2], в которых авторы, следуя Янгу и Миллсу [3], получают сильные взаимодействия из принципа калибровочной инвариантности. Теория Сакураи опирается на три отдельных, не связанных между собой с точки зрения теории групп, калибровочных преобразования: для изоспина, гиперзаряда и барионного заряда. Салам и Уорд постулируют единое калибровочное преобразование — некое 8-мерное вращение, связывая изоспин и гиперзаряд через представление Тиомно [4].

Существенным преимуществом последней теории является то, что из нее вытекают члены типа Юкавы, обеспечивающие возможность порождения отдельных π- и K-мезонов. Такие члены обычно не возникают из бозонных токов, а их появление в теории Салама — Уорда [2] обусловлено дополнительным введением скаляр-изоскалярного σ-мезона и допущением, что он имеет отличное от нуля ожидаемое значение для вакуума. С другой стороны, члены бозонного тока, не содержащие σ, приводят к слабым взаимодействиям, поскольку именно порождение и последующее поглощение σ-мезонов создают сильную связь. В 9-мерном варианте, в котором калибровочное преобразование связано с ограниченными вращениями, фигурируют 13 векторных бозонов, из которых 7 реализуют сильные взаимодействия; остальные могли бы осуществлять слабые взаимодействия, хотя до настоящего времени не найден способ вводить несохранение четности в слабых взаимодействиях, не затрагивая при этом также сильных взаимодействий. Семь векторных бозонов, определяющих сильные взаимодействия, можно отождествить с семействами K- и π-мезонов; в теории Сакураи они заменяются семейством π-мезонов и двумя синглетами.

Последующее изложение представляет собой попытку сформулировать некоторое единое калибровочное преобразование, уменьшая в то же время число векторных бозонов. Такое преобразование, разумеется, также приводит к восьми полям, реализующим взаимодействия, семь из которых подобны семи упомянутым выше, а восьмое довольно сходно с B_y-синглетом Сакураи. Однако здесь упускается еще одно важное обстоятельство, именно в этой теории нет места для σ-мезона и, следовательно, отсутствуют члены, соответствующие единичным π-мезонам.

Чтобы свести до минимума число параметров калибровочного преобразования, а тем самым и число векторных бозонов, порождаемых этим преобразованием, мы отказываемся от обычного подхода, при котором поля трактуются как векторные компоненты в евклидовом изопространстве, и рассматриваем вместо этого алгебраическое матричное многообразие. В этой схеме поля все еще образуют векторные наборы, но уже в пространстве самих операторов группы, причем инвариантность лагранжианов достигается путем образования следов матричных произведений.

Кроме того, мы отказались от вращений, и используем группу, впервые исследованную Икедой, Огавой и Онуки [6] в связи с построением связанных состояний в модели Сакаты. В настоящей работе эта группа используется совершенно в ином аспекте, поскольку наши предположения относительно представления фермионов не следуют предписаниям указанной модели.

2. Матричный формализм

Будем использовать 8-мерное векторное пространство P на полупростой алгебре Ли для 3×3-матриц X_{ij} из работы [6]. Исключая тождественное преобразование, будем использовать в качестве базиса восемь линейно независимых величин $\mathbf{u}^i \in \mathbf{U}$, определяемых следующими формулами:

$$\mathbf{U}\begin{cases} \mathbf{u}^1=\frac{1}{2}\sqrt{2}(X_{(31)}-iX_{[31]}), & \mathbf{u}^4=\frac{1}{2}\sqrt{2}(X_{(31)}+iX_{[31]}),\\ \mathbf{u}^2=\frac{1}{2}\sqrt{2}(X_{(23)}-iX_{[23]}), & \mathbf{u}^3=\frac{1}{2}\sqrt{2}(X_{(23)}+iX_{[23]}),\\ \mathbf{u}^5=\frac{1}{2}\sqrt{2}(X_{(12)}+iX_{[12]}), & \mathbf{u}^6=\frac{1}{2}\sqrt{2}(X_{(12)}-iX_{[12]}\\ \mathbf{u}^7=\frac{1}{2}(X_{11}-X_{22}), & \mathbf{u}^8=\frac{1}{6}\sqrt{3}(X_{11}+X_{22}-2X_{33}), \end{cases} \qquad (1)$$

$$X_{ij}^{\alpha\beta}=\frac{1}{2}\delta_{i\alpha}\delta_{j\beta}(1-i)+\frac{1}{2}\delta_{i\beta}\delta_{j\alpha}(1+i),$$

$$X_{(ij)}=\frac{1}{2}(X_{ij}+X_{ji}),\quad X_{[ij]}=\frac{1}{2}(X_{ij}-X_{ji}),$$

где индексы α и β определяют элементы матриц. Величины X_{ij} эрмитовы, тогда как базисные матрицы $\mathbf{U}_i$ не эрмитовы все, кроме $\mathbf{u}^7$ и $\mathbf{u}^8$, которые диагональны. Поле $\mathbf{U}$ может содержать только два линейно независимых диагональных элемента, а 2-мерное подпространство $P_d \in P$, построенное на совокупности всех диагональных элементов, можно представить как вещественное евклидово 2-пространство. В этом 2-пространстве $\mathbf{u}^7$ и $\mathbf{u}^8$ ортогональны: они не только коммутируют друг с другом, поскольку $[\mathbf{u}'_d, \mathbf{u}''_d] = 0$ для всех $\mathbf{u}'_d, \mathbf{u}''_d \in P_d$, но каждый из них коммутирует с некоторым 3-вращением, построить которое можно, приняв другое $\mathbf{u}$ за некое M_z. В комплексе (1) такого рода 3-вращение образует форма $U_a(\mathbf{u}^5, \mathbf{u}^6, \mathbf{u}^7)$, так что

$$[\mathbf{u}^8, \mathbf{u}^a] = 0. \tag{2}$$

Мы будем использовать также другой базис $\mathbf{U}'$, отличающийся от $\mathbf{U}$ только в P_d:

$$\mathbf{U}' \begin{cases} \mathbf{u}^{i'} = \mathbf{u}^i, \quad i = 1, 2, \ldots, 6, \\ \mathbf{u}^{7'} = -\frac{1}{2}\left(\mathbf{u}^7 - \sqrt{3}\,\mathbf{u}^8\right), \\ \mathbf{u}^{8'} = \frac{1}{2}\sqrt{3}\left(\mathbf{u}^7 + \frac{1}{3}\sqrt{3}\,\mathbf{u}^8\right), \end{cases} \tag{3}$$

где снова $\mathbf{u}^{7'}$ и $\mathbf{u}^{8'}$ ортогональны и $\mathbf{u}^{8'}$ коммутирует с 3-вращением $U_b(\mathbf{u}^2, \mathbf{u}^3, \mathbf{u}^{7'})$:

$$[\mathbf{u}^{8'}, \mathbf{u}^b] = 0. \tag{4}$$

Теперь определим метрику g_{ij} в пространстве P

$$g_{ij} = \begin{vmatrix} & & & 1 & & & & \\ & & 1 & & & & & \\ & 1 & & & & & & \\ 1 & & & & & & & \\ & & & & & 1 & & \\ & & & & 1 & & & \\ & & & & & & 1 & \\ & & & & & & & 1 \end{vmatrix}, \tag{5}$$

так что

$$\sum_{i=1}^{8} g_{ij}\mathbf{u}^i = \mathbf{u}_j = \widetilde{\mathbf{u}}^j. \tag{6}$$

Заметим, что

$$2\,\mathrm{Sp}\,\{\widetilde{\mathbf{u}}^i \mathbf{u}^i\} = 2\,\mathrm{Sp}\,\{\mathbf{u}^i \widetilde{\mathbf{u}}^i\} = 1. \tag{7}$$

Таким образом,

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}=2\mathrm{Sp}\left\{\sum_{i,\,j=1}^{8} g_{ij}A^i\mathbf{u}^iB^j\mathbf{u}^j\right\}\equiv\sum_{i,\,j} g_{ij}A^iB^j \tag{8}$$

образует скалярное произведение в пространстве P.

При использовании нашей алгебры для унитарных преобразований мы будем брать в качестве базиса инфинитиземальных операторов эрмитов комплекс V:

$$\mathbf{V}\begin{cases}\mathbf{V}^{14}=\frac{1}{2}\sqrt{2}(\mathbf{u}^1+\mathbf{u}^4), & \mathbf{V}^{41}=\frac{1}{2}i\sqrt{2}(\mathbf{u}^1-\mathbf{u}^1),\\ \mathbf{V}^{23}=\frac{1}{2}\sqrt{2}(\mathbf{u}^2+\mathbf{u}^3), & \mathbf{V}^{32}=-\frac{1}{2}i\sqrt{2}(\mathbf{u}^2-\mathbf{u}^3),\\ \mathbf{V}^{56}=\frac{1}{2}\sqrt{2}(\mathbf{u}^5+\mathbf{u}^6), & \mathbf{V}^{65}=-\frac{1}{2}i\sqrt{2}(\mathbf{u}^5-\mathbf{u}^6),\\ \mathbf{V}^7=\mathbf{u}^7, & \mathbf{V}^8=\mathbf{u}^8,\end{cases} \tag{9}$$

так что

$$\sum_{k=1}^{8} A_V{}^kB_V{}^k=\sum_{i=1}^{8} A_U{}^iB_{U,i}, \tag{10}$$

т. е. скалярное произведение (8) в базисе V имеет евклидову форму.

При унитарном преобразовании $E^{(m_V)}=\exp(i\varepsilon^{m_V}\mathbf{V}^{m_V})$ (m_V — единичный или двойной индекс в $\mathbf{V}$) компонента $A^k\mathbf{u}^k$ преобразуется по формуле

$$\sum_{l=1}^{8}\delta_{(m_V)}A^l\mathbf{u}^l=i\varepsilon^{m_V}A^k\left[\mathbf{V}^{m_V},\,\mathbf{u}^k\right]=i\varepsilon^{m_V}A^k\sum_{l=1}^{8} f^l_{m_V,k}\,\mathbf{u}^l,$$

и для

$$E=\exp\left(i\sum_m \varepsilon^{m_V}\mathbf{v}^{m_V}\right), \tag{11}$$

мы получаем следующие вариации:

$$\delta A^l=i\sum_{m_V}\varepsilon^{m_V}\sum_{k=1}^{8} f^l_{m_V,\,k}A^k. \tag{12}$$

Величины $f^l_{(m_V,k)}$ определяют 8×8-представление нашей алгебры в пространстве P:

$$C^{l,k}_{m_V}=f^l_{m_V,k}, \tag{13}$$

так что выражение (12) принимает в пространстве P вид

$$\delta A^l=i\sum_{m_V=1}^{8}\varepsilon^{m_V}\sum_{k=1}^{8} C^{l,k}_{m_V}A^k,$$

или

$$\delta \mathbf{A} = i \sum_{m_V} \varepsilon^{m_V} C_{m_V} \mathbf{A} = i \sum_{i,j} g_{ij} \varepsilon^i C^j \mathbf{A}, \tag{14}$$

где мы вернулись обратно к базису $\mathbf{U}$ и $\mathbf{U}'$.

3. Поля и взаимодействия

Определим квантовые операторы

$$\mathbf{I}(C_5, C_6, C_7), \quad I_z = C^7, \quad Q = \frac{2}{3}\sqrt{3}C^{8'}, \quad Y = \frac{2}{3}\sqrt{3}C^8 \tag{15}$$

и запишем поля как векторы в пространстве P

$$\begin{gathered}\boldsymbol{\psi}(p, n, \Xi^0, \Xi^-, \Sigma^+, \Sigma^-, \Sigma^0, \Lambda), \quad \overline{\boldsymbol{\psi}}(\overline{\Xi^-}, \overline{\Xi^0}, \overline{n}, \overline{p}, \overline{\Sigma^-}, \overline{\Sigma^+}, \overline{\Sigma^0}, \overline{\Lambda}), \\ \boldsymbol{\varphi}(K^+, K^0, \overline{K^0}, \overline{K^-}, \pi^+, \pi^-, \pi^0, \pi^{0'}), \quad \overline{\boldsymbol{\varphi}} = \boldsymbol{\varphi}\end{gathered} \tag{16}$$

или в матричной форме

$$\boldsymbol{\psi} = \frac{1}{2}\sqrt{2} \begin{vmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2}\Sigma^0 + \frac{1}{6}\sqrt{6}\Lambda & \Sigma^+ & p \\ \Sigma^- & -\frac{1}{2}\sqrt{2}\Sigma^0 + \frac{1}{6}\sqrt{6}\Lambda & n \\ \Xi^- & \Xi^0 & -\sqrt{\frac{2}{3}}\Lambda \end{vmatrix},$$

$$\overline{\boldsymbol{\psi}} = \frac{1}{2}\sqrt{2} \begin{vmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2}\,\overline{\Sigma^0} + \frac{1}{6}\sqrt{6}\,\overline{\Lambda} & \overline{\Sigma^-} & \overline{\Xi^-} \\ \overline{\Sigma^+} & -\frac{1}{2}\sqrt{2}\,\overline{\Sigma^0} + \frac{1}{6}\sqrt{6}\,\overline{\Lambda} & \overline{\Xi^0} \\ \overline{p} & \overline{n} & -\sqrt{\frac{2}{3}}\,\overline{\Lambda} \end{vmatrix}, \tag{17}$$

$$\boldsymbol{\varphi} = \frac{1}{2}\sqrt{2} \begin{vmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2}\,\pi^0 + \frac{1}{6}\sqrt{6}\pi^{0'} & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & -\frac{1}{2}\sqrt{2}\,\pi^0 + \frac{1}{6}\sqrt{6}\pi^{0'} & K^0 \\ \overline{K^-} & \overline{K^0} & -\sqrt{\frac{2}{3}}\pi^{0'} \end{vmatrix}.$$

Лагранжианы свободных полей имеют вид

$$L^0_\psi = -\overline{\boldsymbol{\psi}} \cdot (\gamma^\mu \partial_\mu + m_\psi)\boldsymbol{\psi}, \qquad L^0_\varphi = -\frac{1}{2}(\partial^\mu \boldsymbol{\varphi} \cdot \partial_\mu \boldsymbol{\varphi} + m_\varphi^2 \boldsymbol{\varphi} \cdot \boldsymbol{\varphi}). \tag{18}$$

Мы постулируем инвариантность этих лагранжианов относительно унитарного калибровочного преобразования:

$$E = \exp\left[i \sum_{m_V} \varepsilon^{m_V}(x) C^{m_V}\right] \tag{19}$$

и следуем далее уже ставшей общепринятой методике Янга и Миллса [3] и Утиямы [7], перегруппировывая совокупность операторов C в терминах базиса $\mathbf{U}$.

Полный лагранжиан примет вид

$$L_{\text{полн}} = L_{\psi}{}^{0} + L_{\varphi}{}^{0} + L_{\psi}{}^{\mathcal{J}} + L_{\varphi}{}^{\mathcal{J}} + L_{B}{}^{0}, \tag{20}$$

$$L_{\psi}{}^{\mathcal{J}} = -\sum_{i=1}^{8}\sum_{n=1}^{8} \bar{\psi}^{n}\gamma^{\mu}C_{i}\psi_{n}B_{\mu}{}^{i}, \tag{21}$$

$$L_{\varphi}^{\mathcal{J}} = -\sum_{\substack{i=1\\ j=1}}^{8}\sum_{n=1}^{8} (\partial_{\mu}\bar{\varphi}_{n} + C_{i}\bar{\varphi}_{n}B_{\mu}{}^{i})\, C_{j}\varphi^{n}B^{j\mu}. \tag{22}$$

Величины B_{μ}^{i} определяют семейство восьми векторных бозонов, которые имеют следующие изобарные свойства и свойства странности:

$$\begin{array}{llll} B_{\mu}{}^{1} \to K^{+}, & B_{\mu}{}^{2} \to K^{0}, & B_{\mu}{}^{3} \to \overline{K^{0}}, & B_{\mu}{}^{4} \to \overline{K^{-}}, \\ B_{\mu}{}^{5} \to \pi^{+}, & B_{\mu}{}^{6} \to \pi^{-}, & B_{\mu}{}^{7} \to \pi^{0}, & B_{\mu}{}^{8} \to \pi^{0\prime}. \end{array} \tag{23}$$

Таким образом, мы получили то же самое семейство векторных бозонов, которое Салам и Уорд вывели из калибровочного преобразования как 8-мерное вращение плюс некоторое добавочное взаимодействие типа $\pi^{0\prime}$. Обозначая, как и в работе [2], семейство типа K через Z_{μ},

$$Z_{\mu} = (Z_{\mu}{}^{+},\ Z_{\mu}{}^{0}),\quad \bar{Z}_{\mu} = (\bar{Z}_{\mu}{}^{-},\ \bar{Z}_{\mu}{}^{0}),$$

типа π — через V_{μ}^{i}, где

$$V_{\mu}^{\pm} = \frac{1}{2}\sqrt{2}\,(V_{\mu}{}^{1} \pm iV_{\mu}{}^{2}),\quad V_{\mu}{}^{0} = V_{\mu}{}^{3},$$

и типа $\pi^{0\prime}$ — через $B_{\mu}{}^{8} = X_{\mu}{}^{0}$, получаем

$$L_{B}^{0} = -\frac{1}{4}(\mathbf{F}_{\mu\nu}\mathbf{F}^{\mu\nu}), \tag{24}$$

$$\mathbf{F}_{\mu\nu} = \mathbf{H}_{\mu\nu} + \mathbf{G}_{\mu\nu}, \tag{24$'$}$$

$$\mathbf{H}_{\mu\nu} = \partial_{\mu}\mathbf{B}_{\nu} - \partial_{\nu}\mathbf{B}_{\mu}, \tag{24$''$}$$

$$G_{\mu\nu}^{Z} = \frac{1}{2}\{Z_{\mu}(\mathbf{V}_{\nu}\cdot\boldsymbol{\tau} + \sqrt{3}X_{\nu}{}^{0}) - (\mathbf{V}_{\mu}\cdot\boldsymbol{\tau} + \sqrt{3}X_{\mu}{}^{0})^{\sim}Z_{\nu}\},$$

$$G_{\mu\nu}^{\bar{Z}} = -\frac{1}{2}\{\bar{Z}_{\mu}(\mathbf{V}_{\nu}\cdot\boldsymbol{\tau} + \sqrt{3}X_{\nu}{}^{0})^{\sim} - (\mathbf{V}_{\mu}\cdot\boldsymbol{\tau} + \sqrt{3}X_{\mu}{}^{0})\bar{Z}_{\nu}\}, \tag{24$'''$}$$

$$G_{\mu\nu}^{V} = i\mathbf{V}_{\mu} \times \mathbf{V}_{\nu} + \frac{1}{2}\{\bar{Z}_{\mu}\boldsymbol{\tau}Z_{\nu} - Z_{\mu}\boldsymbol{\tau}\bar{Z}_{\nu}\},$$

$$G_{\mu\nu}^{X} = \frac{1}{2}\sqrt{3}\{\bar{Z}_{\mu}Z_{\nu} - Z_{\mu}\bar{Z}_{\nu}\}.$$

В 3-пространстве матричных элементов **U** имеем

$$\mathbf{B}_\mu = \frac{1}{2}\sqrt{2}\begin{vmatrix} \frac{1}{2}\sqrt{2}V_\mu^0 + \frac{1}{6}\sqrt{6}X_\mu^0 & V_\mu^+ & Z_\mu^+ \\ V_\mu^- & -\frac{1}{2}\sqrt{2}V_\mu^0 + \frac{1}{6}\sqrt{6}X_\mu^0 & Z_\mu^0 \\ \bar{Z}_\mu^- & \bar{Z}_\mu^0 & -\sqrt{\frac{2}{3}}X_\mu^0 \end{vmatrix}. \tag{25}$$

4. Дискуссия

Лагранжианы взаимодействий фермионов и бозонов дают полную систему известных сильных взаимодействий (плюс взаимодействия с участием $\pi^{0\prime}$) через члены второго порядка типа произведений тока на ток, но с отсутствием простых процессов типа Юкавы для π- или K-мезонов.

По своим общим свойствам наш лагранжиан обнаруживает известное сходство с теорией Сакураи [1]. Член V_μ напоминает B_T^μ (бозон, соответствующий току изоспина) в теории Сакураи и точно так же X_μ^0 сходен с B_Y^μ (бозонный синглет, соответствующий току гиперзаряда). С другой стороны, в нашей теории отсутствует $B_B{}^\mu$ (синглет барионного тока), но зато появляется некое семейство Z_μ, которого нет у Сакураи.

Заметим, что из структуры нашей группы непосредственно вытекает соотношение между константами связи; для V- и X-полей оно имеет вид $f_X = f_V\sqrt{3}$, что согласуется с феноменологическим заключением Сакураи (сделанным на основании KN- и $\bar{K}N$-взаимодействий при низких энергиях): $(1/4\pi m_X^2)f_X^2 = (3/4\pi m_V^2)f_V^2$, если предположить, что массы имеют близкие значения. Наше поле X^0 не взаимодействует с (Σ, Λ), а поле V не взаимодействует с Λ, так что имеет место некое расщепление $(N\Xi)$, Σ, Λ. Но хотя взаимодействия X и Z с N и Ξ имеют противоположные знаки, мы не можем из-за отсутствия B_B^μ повторить в нашей схеме ту простую интерпретацию происхождения расщепления масс N-Ξ, которую дал Сакураи. Наша калибровочная теория позволяет объяснить S-волновую часть πN-рассеяния. Мы замечаем также, что лагранжиан L_B^0 в (24), содержащий выражение $G_{\mu\nu}^i G_i^{\mu\nu}$, дает члены, определяющие эффективную массу (в смысле массы полей $A_\mu^\pm$ в ранней работе Салама и Уорда [8]) для V_μ, Z_μ и X_μ (из $G_{\mu\nu}^Z$ и $G_{\mu\nu}^{\bar{Z}}$), в то время как в работе Сакураи [1] такие члены для синглета B_Y и B_B отсутствуют. Из лагранжиана $L_\varphi{}^{\mathcal{J}}$ следует, что если массы достаточно велики, то существуют быстрые распады

$$Z \to K + \pi,$$
$$V \to 2\pi \text{ или } V \to K + K \quad \text{(четная комбинация } G\text{)},$$
$$X \to K + \overline{K} \quad \text{(нечетная комбинация } G\text{)}.$$

Отметим, что существует возможность $m_X \approx m_V$.

С точки зрения лагранжева формализма, нам кажется, предпочтительнее иметь один закон сохранения для некоторого «заряда», обладающего свойствами тензора второго ранга в трех измерениях (как это и имеет место), чем три отдельных не связанных друг с другом закона сохранения. Это обстоятельство приобретает еще большее значение в свете необходимости включить в теорию на последующих этапах ее развития электромагнитные и слабые взаимодействия. В теории Сакураи последние приводят к двум новым, независимо друг от друга сохраняющимся величинам Q и I, хотя соотношение $Q = I_Z + {}^1/_2 Y$, по-видимому, означает, что взаимодействия не вполне независимы (на то же указывает правило $|\Delta \mathbf{I}| = {}^1/_2$ для слабых взаимодействий). Нам представляется, что «эстетическое» значение теории Сакураи и идеи «праматерии» возросло бы, если бы было доказано существование одного типа «праматерии» вместо пяти.

Рассмотренное калибровочное преобразование не дало нам непосредственно какого-либо лагранжиана, описывающего электромагнитные и слабые взаимодействия. Тем не менее интересно выяснить связь между ними и нашим преобразованием. Это можно сделать, использовав (3) и записав в этом базисе наш принцип калибровочной инвариантности и векторные бозоны. Получим

$$B_\mu^{8'} \to A_\mu, \tag{26}$$

$$\mathbf{B}'_\mu = \frac{1}{2}\sqrt{2}\begin{vmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}}A_\mu & V_\mu^+ & Z_\mu^+ \\ V_\mu^- & \frac{1}{2}\sqrt{2}B_\mu^{7'} - \frac{1}{6}\sqrt{6}A_\mu & Z_\mu^0 \\ \overline{Z}_\mu^- & \overline{Z}_\mu^0 & -\frac{1}{2}\sqrt{2}B_\mu^{7'} - \frac{1}{6}\sqrt{6}A_\mu \end{vmatrix}. \tag{26'}$$

Лагранжиан взаимодействия, соответствующий (26), будет тождественно совпадать с электромагнитным лагранжианом. Это приводит к условиям

$$|\Delta \mathbf{I}| = 0,\ 1, \quad |\Delta I_Z| = 0, \quad |\Delta Y| = 0, \tag{27}$$

хотя все квантовые числа, разумеется, полностью сохраняются, если добавить остающиеся взаимодействия из P_d, реализуемые $B_\mu^{7'}$.

Этот последний бозон с квантовыми числами типа (27) принадлежит вместе с $B_\mu{}^2$ и $B_\mu{}^3$ (векторными бозонами типа K^0 и $\overline{K^0}$) к подпространству, определяемому $\mathbf{U}_b$ в формуле (4). Из формулы (4) следует, что $B_\mu{}^{8'}$ является единственной матрицей в P_d, ортогональной подпространству $\mathbf{U}_b$. Если, следуя трактовке Салама и Уорда слабых взаимодействий, предположить, что из некоторого отличного от нуля вакуумного ожидаемого значения b для поля K_1^0 вытекает закон $|\Delta\mathbf{I}| = {}^1/_2$, то в нашей схеме слабые взаимодействия могли бы осуществляться подсемейством $B_\mu{}^2$, $B_\mu{}^3$. Таким образом, подсемейство $\mathbf{U}_b$, по-видимому, определяет реализацию слабых взаимодействий как некоторого вторичного эффекта с несохранением четности; однако независимо от конкретного механизма, это не может оказать влияния на электромагнитные взаимодействия, генерируемые ортогональным калибровочным преобразованием. Тем не менее у нас отсутствуют какие-либо указания, которые давали бы возможность объяснить, почему сильные взаимодействия, осуществляющиеся калибровочным преобразованием $\mathbf{U}$, должны сопровождаться более слабыми взаимодействиями при переходе к другому базису $\mathbf{U}'$.

Наконец, сделаем последнее замечание, касающееся $\pi^{0'}$. С точки зрения структуры группы он относится к спиноро-подобной подгруппе (т. е. к K, а не к π). Как видно из (2), его матричное представление коммутирует с представлением π-мезона. Он не взаимодействует непосредственно с π-мезонами, но взаимодействует со всеми K-мезонами. Если предположить, что все компоненты вектора φ имеют одну и ту же четность, то $\pi^{0'}$ оказывается псевдоскалярной частицей, которая быстро распадается на $K^+ + \overline{K}^- + \pi^+$ (через посредство Z_μ) или на $K^+ + \overline{K}^- + \pi^0$ (опять же через Z_μ) и т. д. при условии, что ее масса достаточно велика. С другой стороны, если бы эта частица была скаляром, то она могла бы играть ту же роль в умеренно сильных взаимодействиях, которую вакуумный распад σ-мезона играет во всех сильных взаимодействиях в работе [2]. Фактически в этом случае она была бы тождественной σ'-частице, предложенной в одном из вариантов в работе [2].

Автор выражает признательность проф. А. Саламу за обсуждение проблемы. Когда автор представил ему настоящую работу, проф. Салам ознакомил автора с проведенным им исследованием по унитарной теории модели Саката, рассмотренной с точки зрения калибровочного преобразования, в результате которого получается сходное семейство векторных бозонов.

Вскоре после завершения работы над настоящей статьей мы получили препринт проф. М. Гелл-Манна, который дает дальнейшее развитие варианта, использующего 8-мерное представление для барионов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Sakurai J. J., Ann. Phys., **11**, 1 (1961) (статья 3 настоящего сборника).
2. Salam A., Ward J. C., Nuovo Cimento, **19**, 165 (1961) (статья 9 настоящего сборника).
3. Yang C. N., Mills H., Phys. Rev., **96**, 192 (1954) (статья 1 настоящего сборника).
4. Tiomno J., Nuovo Cimento, **6**, 1 (1957).
5. Schwinger J., Ann. Phys., **2**, 407 (1957).
6. Ikeda M., Ogawa S., Ohnuki Y., Progr. Theor. Phys., **22**, **5**, 719 (1959).
7. Utiyama R., Phys. Rev., **101**, 1597 (1956) (статья 14 настоящего сборника).
8. Salam A., Ward J., Nuovo Cimento, **11**, 4, 568 (1959) (статья 8 настоящего сборника).
9. Salam A., Ward J., Nuovo Cimento (в печати).

8. СЛАБЫЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

А. САЛАМ и ДЖ. УОРД

A. Salam, J. C. Ward, Nuovo Cimento, XI, 568 (1959)

Постулат «локальной зависимости» в зарядовом 3-пространстве приводит к необходимости ввести три поля со спинами 1. Одно из этих полей можно отождествить с электромагнитным полем, а два других, как можно показать, охватывают все известные слабые взаимодействия; тем самым слабые взаимодействия объединяются с электромагнитными. В предлагаемой теории учитывается, что при слабых взаимодействиях в отличие от электромагнитных нарушаются законы сохранения четности и странности.

1

Недавно д'Эспанья, Прентки и Салам [1][1]) развили гипотезу, согласно которой существует 3-мерное зарядовое пространство Q и все элементарные частицы соответствуют его скалярному и векторному представлениям.

Как показали эти авторы, слабые взаимодействия, возможно, проявляют полную симметрию относительно вращений в Q-пространстве. При электромагнитных и сильных взаимодействиях полная симметрия нарушается, однако эти взаимодействия инвариантны относительно вращений вокруг одной особой оси в этом пространстве («зарядовой оси»), так что Q_z всегда сохраняется.

Здесь мы предприняли попытку подойти к идее зарядового 3-пространства с новой точки зрения. Следуя идеям, впервые выдвинутым Швингером [2], мы показываем, что слабые и электромагнитные взаимодействия, при которых сохраняется четность, взятые вместе образуют единый комплекс, проявляющий полную симметрию относительно вращений в Q-пространстве. Эта полная симметрия нарушается, с одной стороны, при не сохраняющих четность слабых взаимодействиях (γ_5-инвариантность) и, с другой стороны, при сильных взаимодействиях. Мы идем дальше в вопросе об инвариантности электромагнитных и (сохраняющих четность) слабых взаимодействий относительно вращений в Q-пространстве, а именно выдвигаем гипотезу, согласно которой ориентацию всех

---

[1]) При дальнейших ссылках эта статья будет сокращенно обозначаться как ЭСП. Идеи, подобные изложенным в ЭСП, были выдвинуты Г. Такеда (будет опубликовано). В ЭСП Q-пространство именуется M-пространством.

трех зарядовых осей можно выбирать произвольно во всех пространственно-временных точках.

Известно, что если считать ориентацию осей в обычном 2-пространстве[1]) полей Φ и Φ^* (или полей Φ_1 и Φ_2, где $\Phi = \Phi_1 + i\Phi_2$) произвольной во всех пространственно-временных точках, то возникает необходимость ввести электромагнитное поле. Точно так же наша «3-мерная калибровочная инвариантность» приводит к необходимости ввести в Q-пространстве триплет полей, содержащий, помимо электромагнитного поля, два заряженных векторных бозе-поля[2]). Как будет показано, форма взаимодействия этих заряженных полей такова, что они позволяют описать слабые взаимодействия.

2

Начнем с рассмотрения вопроса об обобщенном калибровочном преобразовании[3]). Пусть ψ — некоторый вектор в зарядовом пространстве ($\psi = \psi_1, \psi_2, \psi_3$, где ψ_1, ψ_2, ψ_3 — три ферми-поля), который преобразуется по формуле

$$\psi' = S\psi. \tag{1}$$

Если S — функция x, y, z, t, то для обеспечения инвариантности необходимо, чтобы все производные ψ появлялись в следующей комбинации:

$$(\partial_\mu - i\varepsilon B_\mu)\,\psi, \tag{2}$$

где B_μ представляют собой 3×3-матрицы и преобразуются по закону

$$B'_\mu = S^{-1} B_\mu S + \frac{i}{\varepsilon} S^{-1} \frac{\partial S}{\partial x_\mu}.$$

Если обозначить через Q_i совокупность трех матриц вращения в Q-пространстве, то можно записать

$$B_\mu = \mathbf{A}_\mu(x)\cdot\mathbf{Q}$$

---

[1]) Априорно более привлекательно связывать заряд с группой, имеющей триплетную, а не дублетную структуру, как в обычной теории Это связано с тем, что инфинитиземальные матрицы, описывающие вращения в пространстве трех измерений, имеют собственные значения $\pm 1, 0$ (а не ± 1) и, таким образом, можно получить заряды *всех* заряженных частиц в рамках единой формулировки. Этим замечанием мы обязаны проф. М. Фирцу.

[2]) Это впервые сделано Швингером (см. [2]). Разница между работой Швингера и нашей работой состоит в том, что у нас заряженные бозе-поля естественным образом вытекают из 3-мерной зарядовой калибровки, причем запись лагранжиана взаимодействия допускает известный произвол.

[3]) Математический аппарат, изложенный в этом пункте, совершенно аналогичен формализму, использованиому в работе [3] и в диссертации Р. Шоу (Кембридж, 1954, ие опубликоваио). Янг и Миллс рассматривали возможность обобщенного калибровочного преобразования в 3-мерном изотопическом, а не зарядовом пространстве.

и определить величины

$$\mathbf{f}_{\mu\nu} = \mathbf{e}_{\mu\nu} - \mathbf{S}_{\mu\nu}, \tag{3}$$

где

$$\mathbf{e}_{\mu\nu} = \frac{\partial \mathbf{A}_\mu}{\partial x_\nu} - \frac{\partial \mathbf{A}_\nu}{\partial x_\mu}, \tag{4}$$

$$\mathbf{S}_{\mu\nu} = \varepsilon (\mathbf{A}_\mu \times \mathbf{A}_\nu). \tag{5}$$

Знак «$\times$» символизирует векторное произведение.

Легко проверить, что величина

$$F_{\mu\nu} = \mathbf{f}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{Q}$$

преобразуется по закону

$$F'_{\mu\nu} = S^{-1} F_{\mu\nu} S. \tag{6}$$

Поле $\mathbf{A}$ (или альтернативно поле $\mathbf{f}_{\mu\nu}$) появляется как непосредственное следствие нашего требования, чтобы S зависело от x, y, z, t.

Лагранжиан для поля $\mathbf{A}$, инвариантный относительно зарядовой калибровки, имеет вид

$$-\frac{1}{4} \mathbf{f}_{\mu\nu} \mathbf{f}_{\mu\nu}. \tag{7}$$

Члены $S_{\mu\nu}$ необходимы для обеспечения инвариантности. Аналогично работе [3] плотность полного лагранжиана равна

$$-\frac{1}{4} \mathbf{f}_{\mu\nu} \mathbf{f}_{\mu\nu} - \bar{\psi} \gamma_\mu (\partial_\mu - i\varepsilon \mathbf{Q} \mathbf{A} \mu) \psi - m\bar{\psi}\psi. \tag{8}$$

Заметим что

$$\mathbf{J} = \bar{\psi} \mathbf{Q} \psi = -i (\bar{\psi} \times \psi),$$

так что член, описывающий взаимодействие в (8), имеет вид

$$\mathbf{J} \cdot \mathbf{A} = \varepsilon \bar{\psi} \times \gamma_\mu \psi \cdot \mathbf{A}.$$

Легко убедиться, что добавочное условие

$$\frac{\partial \mathbf{A}_\mu}{\partial x_\mu} = 0 \tag{9}$$

совместимо с уравнениями движения, получаемыми из лагранжиана, а также, что «ток»

$$\mathscr{J}_\mu = \mathbf{J}_\mu + \varepsilon \mathbf{A}_\nu \times \mathbf{f}_{\mu\nu} \tag{10}$$

удовлетворяет уравнению непрерывности

$$\frac{\partial \mathscr{J}_\mu}{\partial x_\mu} = 0. \tag{11}$$

Таким образом, величина

$$\mathbf{Q}=\int \mathcal{Y}_4\, d^3x$$

не зависит от времени. Как легко убедиться, компоненты поля **A** несут заряды $+\varepsilon$, 0, $-\varepsilon$.

Выбирая некоторую произвольную зарядовую ось и вводя определение

$$A^{\pm}=\frac{1}{\sqrt{2}}(A_1 \mp iA_2), \quad A^0=A_3 \tag{12}$$

и аналогичные определения для $\psi^{\pm}$, ψ^0, мы замечаем, что

$$\frac{1}{2}(f^1_{\mu\nu}f^1_{\mu\nu}+f^2_{\mu\nu}f^2_{\mu\nu})=(e^+_{\mu\nu}-S^+_{\mu\nu})(e^-_{\mu\nu}-S^-_{\mu\nu})=$$

$$=\left[\left(\frac{\partial}{\partial x_\nu}-i\varepsilon A^0_\nu\right)A^+_\mu-\left(\frac{\partial}{\partial x_\mu}-i\varepsilon A^0_\mu\right)A^+_\nu\right]\left[\left(\frac{\partial}{\partial x_\nu}+i\varepsilon A^0_\nu\right)A^-_\mu-\right.$$

$$\left.-\left(\frac{\partial}{\partial x_\mu}+i\varepsilon A^0_\mu\right)A^-_\nu\right],$$

в то время как

$$-\frac{1}{4}f^3_{\mu\nu}f^3_{\mu\nu}=-\frac{1}{4}e^0_{\mu\nu}e^0_{\mu\nu}+\frac{1}{2}S^0_{\mu\nu}e^0_{\mu\nu}-\frac{1}{4}S^0_{\mu\nu}S^0_{\mu\nu}.$$

Если отождествить A^0_μ и $e^0_{\mu\nu}$ с электромагнитным полем, то лагранжиан $-{}^1/_4\, \mathfrak{f}_{\mu\nu}\mathfrak{f}_{\mu\nu}$ будет представлять собой сумму членов, смысл которых состоит в следующем:

1) Член $-{}^1/_4 e^0_{\mu\nu}e^0_{\mu\nu}$ есть лагранжиан свободного максвелловского поля.

2) Члены вида $-{}^1/_2(\partial^+_\nu A^+_\mu-\partial^+_\mu A^+_\nu)(\partial^-_\nu A^-_\mu-\partial^-_\mu A^-_\nu)$, где $\partial^{\pm}=[(\partial/\partial x)\mp i\varepsilon A^0]$, описывают обычное электромагнитное взаимодействие заряженных полей A^+ и A^-.

3) Члены вида $-{}^1/_4 S^0_{\mu\nu}S^0_{\mu\nu}={}^1/_4\varepsilon^2(A^+_\mu A^-_\nu-A^-_\mu A^+_\nu)^2$ играют в известном смысле роль «массовых» членов для заряженных полей A^+, A^-.

4) Член ${}^1/_2 S^0_{\mu\nu}e^0_{\mu\nu}=-i/2(A^+_\mu A^-_\nu-A^+_\nu A^-_\mu)e^0_{\mu\nu}$ представлял бы собой аномальный магнитный момент Паули для полей A^+, A^-, если бы эти поля имели массу.

При такой ситуации поле A само по себе становится крайне интересным. Одну из его компонент можно отождествить с максвелловским полем, а две другие представляют заряженные частицы, обладающие «аномальным магнитным моментом», причем вместо обычного массового члена $-\mu^2A^+A^-$ мы имеем более сложный (квадратичный) член

$$\frac{\varepsilon^2}{2}[(A^+_\mu A^-_\mu)^2-(A^+_\mu)^2(A^-_\mu)^2].$$

Даже при наличии взаимодействия с другими частицами добавочное условие имеет прозрачный вид

$$\frac{\partial \mathbf{A}_\mu}{\partial x_\mu} = 0.$$

Теория допускает перенормировку. По-видимому, это единственная теория заряженных векторных мезонов, для которой это так. Заметим, наконец, что

$$-\bar{\psi} \times \psi \cdot \mathbf{A} = (\bar{\psi}^+ \psi^+ - \bar{\psi}^- \psi^-) A_0 + (\bar{\psi}_0 \psi^- - \bar{\psi}^+ \psi_0) A^+ + \text{э. с.}$$

3

Сделаем предположение, что $L_1 = (e^+, \nu, e^-)$ образует вектор в зарядовом пространстве. Если

$$e^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_1 \mp i\psi_2), \quad \psi_3 = \nu,$$

где три функции ψ представляют собой поля Майораны, то член с производной в свободном лагранжиане будет иметь вид

$$\bar{\psi} \gamma \partial \psi,$$

что приводит к некоторому взаимодействию с полем $\mathbf{A}$ типа $\bar{\psi} \times \psi \cdot \mathbf{A}$. Выпишем его полностью:

$$[\bar{e}^+ \gamma_\mu \nu - \bar{\nu} \gamma_\mu e^-] A_\mu^+ + \text{э. с.} + [\bar{e}^+ \gamma_\mu e^+ - \bar{e}^- \gamma_\mu e^-] A_\mu^0. \tag{14}$$

Последний член представляет электромагнитное взаимодействие, а два первых могли бы описывать слабое взаимодействие пары (e, ν). Однако до сих пор в теории ничто не приводило к выделению какой-либо преимущественной оси в зарядовом пространстве.

Теперь мы сделаем это, потребовав, чтобы лагранжиан нейтрино оставался инвариантным при преобразовании

$$\nu \to \gamma_5 \nu, \tag{15}$$

поскольку масса нейтрино должна быть равной нулю. Это требование инвариантности, в частности, приводит к тому, что первый член в L_{int} принимает вид

$$\frac{1}{2} [\bar{e}^+ \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu - \bar{\nu} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) e^-] A_\mu^+.$$

Тем самым калибровка нейтринного поля, становясь несовместной с 3-мерной калибровкой в зарядовом 3-пространстве, выделяет некоторую ось в зарядовом пространстве и (в данном случае) приводит к нарушению четности при взаимодействии полей A_μ^+,

A_μ^-. Возможность калибровки поля нейтрино вытекает из того обстоятельства, что нейтрино в отличие от электрона имеет нулевую массу. Таким образом, наличие массы в известном смысле не совместимо с симметрией относительно вращений в зарядовом 3-пространстве; в том факте, что все известные заряженные частицы имеют ненулевые массы, отражается существование в зарядовом пространстве некоторой преимущественной оси.

Можно рассмотреть второй лептонный вектор $L_2=(\mu^+, \nu', \mu^-)$, где ν' калибруется по закону $\nu' \to -\gamma_5\nu'$[1]). Лагранжиан взаимодействия для полей L_2 имеет вид $-\varepsilon\overline{\mathbf{L}}_2 \times \mathbf{L}_2 \cdot \mathbf{A}$. В этом случае через посредство полей A^+, A^- оказывается возможной реакция $\mu \to e+\nu+\nu'$, причем наш лагранжиан взаимодействия дает именно те значения спиральности, которые наблюдаются.

Главная проблема, которая остается нерешенной, — это вопрос о массе полей $A^\pm$. До появления в (14) члена, нарушающего четность, в нашей теории поля $A^\pm$, с одной стороны, и A^0 — с другой, ничем не различались. Заряженные поля (несмотря на член $-(\varepsilon^2/2)[(A_\mu^+A_\mu^-)^2-(A_\mu^+)^2(A_\mu^-)^2]$), не приобретали бы собственной массы за счет своих взаимодействий[2]). Члены, нарушающие четность, приводят к возможности того, что собственные массы полей A^+, A^- уже не будут равны нулю. Перенормировка заряда для A^+- и A^--взаимодействий также становится отличной от перенормировки A^0-взаимодействий.

Мы предполагаем вернуться к этой проблеме в одной из последующих статей. Здесь же мы просто заметим, что если бы $\varepsilon^2/4\pi$ было равно $1/137$, то поля A^+, A^- должны были бы иметь эффективную массу $\sim\sqrt{\varepsilon^2/g}$ (т. е. около $30m_p$). Отметим, что квадратичный член типа собственной массы имеет вид $\alpha\varepsilon^2\Lambda^2$, где Λ — параметр обрезания. Таким образом, $\varepsilon^2\Lambda^2 \approx \varepsilon^2/g$ дает $\Lambda \approx 350m_p$. Это значение для параметра обрезания не представляется чрезмерно большим.

4. Барионы и мезоны

Определим для π- и K-мезонов векторы π и $\mathbf{K}$ в зарядовом пространстве, образованные из π^+-, π^0-, π^-- и K^+-, K_1^0-, K^--частиц соответственно. Точнее,

$$\pi^0=\pi^3, \quad \pi^\pm=\frac{1}{\sqrt{2}}(\pi^1 \mp i\pi^2), \qquad K_1^0=\frac{1}{\sqrt{2}}(K^0+\overline{K}^0).$$

---

[1]) В некотором смысле ν и ν' — «нейтрино-близнецы».

[2]) Это действительно было проделано в наинизшем порядке приближения С. Камефучи (частное сообщение). Он проверил также тот факт, что добавление членов, нарушающих четность, приводит к появлению эффективной массы у полей $A^\pm$.

Взаимодействие с полем A имеет вид

$$-\varepsilon(\partial\boldsymbol{\pi}\times\boldsymbol{\pi}\cdot\mathbf{A})-\varepsilon^2[\mathbf{A}^2\boldsymbol{\pi}^2-(\mathbf{A}\cdot\boldsymbol{\pi})^2]$$

для π-мезонов и аналогично для K-мезонов. Относительно барионов сделаем фундаментальное предположение, что массы всех «голых» барионов равны между собой. Определяя

$$Y_1=\frac{1}{\sqrt{2}}(\Lambda^0+\Sigma),\quad Y_2=\frac{1}{\sqrt{2}}(\Lambda^0-\Sigma^0),$$

запишем два барионных вектора

$$\mathbf{B}_1=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}p+\Sigma^-\\ i(p-\Sigma^-)\\ n+Y_1\end{pmatrix},\quad \mathbf{B}_2=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}\Sigma^++\Xi^-\\ i(\Sigma^+-\Xi^-)\\ Y_2+\Xi^0\end{pmatrix}.$$

Свободный лагранжиан барионов можно записать в следующей форме:

$$\overline{\mathbf{B}}_1D\mathbf{B}_1+\overline{\mathbf{B}}_2D\mathbf{B}_2+\overline{B}_{s1}DB_{s1}+\overline{B}_{s2}DB_{s2}]+$$
$$+[\overline{\mathbf{B}}{}_1^cD\mathbf{B}_1^c+\overline{\mathbf{B}}{}_2^cD\mathbf{B}_2^c+\overline{B}{}_{s1}^cDB_{s1}^c+\overline{B}{}_{s2}^cDB_{s2}^c].$$

В этой формуле

$$B_{1s}=\frac{1}{\sqrt{2}}[n-Y_1],\quad B_{2s}=\frac{1}{\sqrt{2}}(Y_2-\Xi^0),$$

D — оператор Дирака, $\mathbf{B}^c$ — зарядово сопряженный вектор. (При использовании матриц Дирака в представлении Майораны спинор, зарядово сопряженный с $\psi=\psi_1+i\psi_2$, будет иметь вид $\psi^c=\psi_1-i\psi_2$.)

Отметим одно существенное отличие от случая лептонов. Каждый из наших векторов $\mathbf{B}_1$, $\mathbf{B}_2$ и т. д. имеет в качестве компонент комплексные поля. Для лептонов же ($\mathbf{L}_1$, $\mathbf{L}_2$), так же как и для π- и K-мезонов, соответствующие векторы в зарядовом пространстве были вещественными. Комплексность $\mathbf{B}_1$, $\mathbf{B}_2$ обусловливается законом сохранения числа барионов. Таким образом, в отношении к барионам можно придерживаться двух совершенно различных концепций. Можно считать, что имеется по существу четыре независимых вектора $\mathbf{B}_1$, $\mathbf{B}_2$, $\mathbf{B}_1^c$ и $\mathbf{B}_2^c$ в зарядовом пространстве, причем закон сохранения числа барионов требует, чтобы, например, $\mathbf{B}_1$ и $\mathbf{B}_2$ появлялись в теории симметрично. С другой стороны, можно расщепить каждый из векторов $\mathbf{B}_1$ и $\mathbf{B}_2$ на вещественную и мнимую части и иметь дело с четырьмя получающимися векторами. Решающее обстоятельство состоит в том, что заряженных барионов четыре, а именно P, Σ^-, Σ^+ и Ξ^-, так что до открытия новых частиц мы не могли бы прийти к идее о векторах в зарядовом пространстве.

Вращение в зарядовом пространстве приводит к следующему лагранжиану взаимодействия:

$$\varepsilon\,[\overline{\mathbf{B}}_1\mathbf{B}_1\cdot\mathbf{A}+\overline{\mathbf{B}}_2\mathbf{B}_2\cdot\mathbf{A}]-\varepsilon\,[\overline{\mathbf{B}}_1^c\mathbf{B}_1^c+\overline{\mathbf{B}}_2^c\mathbf{B}_2^c]\cdot\mathbf{A}. \qquad (12)$$

Этот лагранжиан формально объединяет электромагнитные взаимодействия и взаимодействия, которые могли бы отвечать (через поля A^+, A^-) за β-распад и распад гиперонов. Однако здесь пока учитываются только распады, обусловленные слабыми взаимодействиями, при которых сохраняется четность.

С другой стороны, как было выяснено при рассмотрении лептонов, постулирование γ_5-инвариантности взаимодействий нейтрино выделяет некоторое направление в зарядовом пространстве, а также симметризует в выражении для слабых лептонных взаимодействий члены, сохраняющие и нарушающие четность. Таким образом, оказывается, что γ_5-инвариантный лагранжиан для нейтрино является в то же время и γ_5-симметризованным в смысле Салама [4][1]).

По определению, некоторый член в лагранжиане «γ_5-симметризован», если преобразование $\psi\to\gamma_5\psi$, $m\to -m$ осуществляется для всех присутствующих полей *независимо*, а результаты суммируются [2]). Поскольку лагранжиан взаимодействия лептона с полем A оказывается «γ_5-симметризованным» в упомянутом выше обобщенном смысле, представляется необходимым «γ_5-симметризовать» также барионный лагранжиан. Таким образом,

$$p,\ Y_1,\ \Sigma^-\to\gamma_5\,(p,\ Y_1,\ \Sigma). \qquad (13)$$

Априорно комплекс (Σ^+, Y_2, Ξ^-) мог бы преобразовываться и с $+\gamma_5$ и с $-\gamma_5$, но Y_1 и Y_2 связаны между собой и поэтому представляется более естественным принять, что $(\Sigma^+,\ Y_2,\ \Xi^-)\to\to(\gamma_5\,(\Sigma^+,\ Y,\ \Sigma^-)$. После такой симметризации выражение для электромагнитного взаимодействия не изменяется [именно, $\bar{p}\gamma_\mu p\to {}^1/_2(\bar{p}\gamma_\mu p-\bar{p}\gamma_5\gamma_\mu\gamma_5 p)=\bar{p}\gamma_\mu p$, в то время как $\bar{p}\gamma_\mu n\to\to{}^1/_2(\bar{p}\,(1-\gamma_5)\,n)$]. Теперь необходимо ввести сильные взаимодействия барионов и мезонов и убедиться, что при таких взаимодействиях заряд сохраняется в обычном смысле. Этот пункт весьма важен, так как мы не хотим, записывая сильные взаимодействия, использовать комбинации векторов $\mathbf{B}_1$ и $\mathbf{B}_2$ (а также синглеты

---

[1]) Заметим, что «γ_5-симметризация» не является синонимом «γ_5-инвариантности» лагранжиана, хотя в некоторых особых случаях эти понятия и могут быть эквивалентными.

[2]) При наличии бозе-полей со спином 0 одновременно с преобразованием $\psi\to\gamma_5\psi$ следует осуществить преобразование $\varphi\to-\varphi$. Все общепринятые лагранжианы сильных и слабых взаимодействий оказываются γ_5-симметризованными.

13 Заказ № 982

B_{s1}, B_{s2}) и т. п. Если бы такие комбинации использовались и при этом сильные взаимодействия были инвариантными относительно вращений в зарядовом 3-пространстве, то между этими взаимодействиями, с одной стороны, и слабыми и электромагнитными взаимодействиями — с другой, не существовало бы никаких различий в отношении обычной странности, изотопического спина и т. п. Иными словами, необходимо установить некий критерий, который гарантировал бы сохранение заряда в обычном смысле даже в том случае, когда сильные взаимодействия не инвариантны относительно вращений в зарядовом пространстве.

Нетрудно сформулировать критерий такого рода. Среди полей **A** γ_5-симметрия выделяет компоненту A^0, причем дивергенция тока $\mathcal{J}_\mu^{(0)}$ равна нулю. Здесь $\mathcal{J}_\mu^{(0)}$ равно третьей компоненте выражения

$$\varepsilon\,(\overline{\mathbf{L}}_1\mathbf{L}_1+\overline{\mathbf{L}}_2\mathbf{L}_2+\overline{\mathbf{B}}_1\mathbf{B}_1+\overline{\mathbf{B}}_2\mathbf{B}_2-\overline{\mathbf{B}}{}_1^c\mathbf{B}_1^c-\overline{\mathbf{B}}{}_2^c\mathbf{B}_2^c)+$$
$$+\,(\text{Члены, содержащие поля } \pi,\ K \text{ и } A)$$

[см. уравнение (10)]. Таким образом, оператор заряда можно определить, как обычно:

$$Q=\int \mathcal{J}_4^0\,d^3x.$$

Если потребовать теперь, чтобы гамильтониан H_s для всех сильных взаимодействий коммутировал с Q (а также удовлетворял закону сохранения числа барионов), то заряд будет сохраняться в обычном смысле, даже если H_s не инвариантен относительно вращений в Q-пространстве. Таким образом, оказывается вполне приемлемым обычный, инвариантный относительно изотопических вращений лагранжиан с восемью различными константами связи:

$$g_1\overline{N}N\pi+g_2\overline{\Lambda}\Sigma\pi+g_3\overline{\Sigma}\Sigma\pi+\ \ldots\ +g_5\overline{N}K\Lambda+g_6\overline{N}K\Sigma+\ldots\,.$$

Эти сильные взаимодействия снимают вырождение массы барионов в свободном лагранжиане.

5

Простой лагранжиан взаимодействия, который можно символически записать в виде

$$\overline{\mathbf{L}}\mathbf{L}+\overline{\mathbf{B}}\mathbf{B}+\pi\pi+\mathbf{K}\mathbf{K}+\mathbf{A}\mathbf{A})\cdot\mathbf{A},$$

включает как электромагнитные, так и слабые взаимодействия. Для слабых взаимодействий γ_5-симметризация дает члены, нарушающие четность, в то время как члены, соответствующие электромагнитному взаимодействию, по-прежнему будут сохранять четность. Слабые взаимодействия определенным образом нарушают закон сохранения странности, что не имеет места для электромагнитных взаимодействий.

Имеется также ряд законов сохранения [уравнение (10)] для токов, соответствующих слабым взаимодействиям. Они сходны с законами сохранения, полученными ранее Гелл-Манном [5], а также Герштейном и Зельдовичем [6].

Идея о возможности объединения слабых и электромагнитных взаимодействий, восходящая, как было отмечено, к Швингеру [2], часто обсуждалась в приватных собеседованиях с точки зрения возможности связать возникающие поля A с каким-либо калибровочным преобразованием типа Янга — Миллса. В этой связи трудно переоценить степень плодотворного влияния других авторов на наши исследования. Особенно хотелось бы упомянуть д-ра С. Л. Глэшоу, который в частной беседе с нами высказывал подобные идеи, а также отметить недавний препринт Г. Майера (Дубна), посвященный этой теме.

ЛИТЕРАТУРА

1. d'Espagnat B., Prentki J., Salam A., Nucl. Phys., **5**, 447 (1958).
2. Schwinger J., Ann. of Phys., **2**, 407 (1957).
3. Yang C. N., Mills R. L., Phys. Rev., **96**, 191 (1954) (статья I настоящего сборника).
4. Salam A., Phys. Rev., Lett. (будет опубликовано).
5. Gell-Mann M., Phys. Rev. (будет опубликовано).
6. Герштейн С. С., Зельдович Я. Б., ЖЭТФ, **29**, 698 (1958).

9. КАЛИБРОВОЧНАЯ ТЕОРИЯ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

А. САЛАМ И ДЖ. УОРД

A. Salam, J. C. Ward, Nuovo Cimento **XIX**, 165 (1961)

В настоящей работе предлагается теория слабых и сильных взаимодействий, исходным пунктом которой является идея о том, что реализуются только такие взаимодействия, которые вытекают из обобщенных калибровочных преобразований.

1. Введение

Одна из актуальных проблем современной теории поля состоит в том, чтобы установить, какие из полей «элементарны» в некотором фундаментальном смысле и какие — нет. Столь же, если не более, важна задача найти некий общий принцип описания фундаментальных взаимодействий полей. По-видимому, единственным принципом такого рода, существующим в настоящее время, является принцип калибровочной инвариантности. Всегда, когда существует какая-либо симметрия, связанное с нею калибровочное преобразование определенным образом приводит к постулированию некоторого взаимодействия, осуществляющегося при посредничестве того или иного числа промежуточных частиц. В настоящее время известно множество попыток осмыслить все известные элементарные взаимодействия в рамках такого рода подхода. В одной из более ранних работ [1] авторы рассмотрели калибровочное преобразование в 3-мерном «зарядовом пространстве» с целью получить слабые и электромагнитные взаимодействия. Недавно Сакураи [2], руководствуясь аналогичными идеями, постулировал существование пяти промежуточных векторных мезонов, которое позволяют объяснить сильные взаимодействия.

Все эти попытки имеют определенные слабые стороны. Наша более ранняя попытка [1] интерпретировать слабые и электромагнитные взаимодействия приводила единственным образом только к сохраняющим четность взаимодействиям. Кроме того, слабые взаимодействия не подчинялись правилу $\Delta I = {}^1/_2$. У Сакураи лагранжиан сильных взаимодействий страдает тем недостатком, что он не содержит членов типа Юкавы, определяющих испускание барионами отдельных π- и K-мезонов.

Здесь мы хотим пересмотреть проблему. Наш основной постулат состоит в том, что можно получить выражения для сильных, слабых и электромагнитных взаимодействий (со всеми их правильными свойствами симметрии и с определенностью в вопросе их относительной силы), осуществляя локальные калибровочные преобразования над членами типа кинетической энергии в свободном лагранжиане всех частиц. Это утверждение соответствует некой идеальной ситуации, которая реализована, по крайней мере в настоящей работе, далеко не полностью.

Тем не менее излагаемый метод может представить известный интерес.

2. Одна простая модель

Рассмотрим систему π-мезон — нуклон. Следуя Швингеру, предположим, что существует скаляр-изоскалярная частица σ. Запишем члены типа кинетической энергии для свободного лагранжиана в виде

$$N_L^+\gamma_4\gamma_\mu\partial_\mu N_L + N_R^+\gamma_4\gamma_\mu\partial_\mu N_R + \frac{1}{2}(\partial_\mu\boldsymbol{\pi})(\partial_\mu\boldsymbol{\pi}) + \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma)^2, \qquad (1)$$

где

$$N_L = \frac{1}{2}(1+\gamma_5)N,$$

$$N_R = \frac{1}{2}(1-\gamma_5)N.$$

Следуя предположению, выдвинутому Швингером [3] и Гелл-Манном и Леви [4], можно рассматривать $\begin{pmatrix} N_L \\ N_R \end{pmatrix}$ как спинор и $\begin{pmatrix} \sigma \\ \boldsymbol{\pi} \end{pmatrix}$ как 4-вектор в некотором 4-мерном евклидовом пространстве. Поскольку в таком пространстве имеет место 6 вращений, то калибровочный принцип приводит к шести полям X, Y со следующими взаимодействиями:

$$\begin{aligned} L_{\text{int}} = {} & \frac{1}{2}\left(\sigma\frac{\partial\boldsymbol{\pi}}{\partial x_\mu} - \frac{\partial\sigma}{\partial x_\mu}\boldsymbol{\pi} + \boldsymbol{\pi}\times\frac{\partial\boldsymbol{\pi}}{\partial x_\mu} - \frac{\partial\boldsymbol{\pi}}{\partial x_\mu}\times\boldsymbol{\pi}\right)\cdot\mathbf{X}_\mu + \\ & + iN_L^+\gamma_4\gamma_\mu\boldsymbol{\tau}\cdot\mathbf{X}_\mu N_L + \frac{1}{8}(\mathbf{X}\cdot\boldsymbol{\pi})^2 + \frac{1}{8}(\boldsymbol{\pi}\times\mathbf{X})^2 + \frac{1}{8}\mathbf{X}^2\sigma^2 + \\ & + \frac{1}{2}\left[\left(\sigma\frac{\partial\boldsymbol{\pi}}{\partial x_\mu} - \frac{\partial\sigma}{\partial x_\mu}\boldsymbol{\pi}\right) + \left(\boldsymbol{\pi}\times\frac{\partial\boldsymbol{\pi}}{\partial x_\mu} - \frac{\partial\boldsymbol{\pi}}{\partial x_\mu}\times\boldsymbol{\pi}\right)\right]\cdot\mathbf{Y}_\mu + \\ & + iN_R^+\gamma_4\gamma_\mu\boldsymbol{\tau}\cdot\mathbf{Y}_\mu N_R + \frac{1}{8}(\mathbf{Y}\cdot\boldsymbol{\pi})^2 + \frac{1}{8}(\boldsymbol{\pi}\times\mathbf{Y})^2 + \frac{1}{8}\mathbf{Y}^2\sigma^2. \end{aligned} \qquad (2)$$

«Свободный» лагранжиан для поля **X** имеет вид

$$\left[\left(\frac{\partial}{\partial x_\mu}\mathbf{X}_\nu - \mathbf{X}_\mu\times\mathbf{X}_\nu\right) - \left(\frac{\partial}{\partial x_\nu}\mathbf{X}_\mu - \mathbf{X}_\nu\times\mathbf{X}_\mu\right)\right]^2.$$

Аналогичное выражение имеет место для поля $\mathbf{Y}$. Записанный лагранжиан взаимодействия можно представить в несколько отличной форме, вводя поля

$$\frac{1}{2}(\mathbf{X}+\mathbf{Y})=\mathbf{u},$$

$$\frac{1}{2}(\mathbf{X}-\mathbf{Y})=\mathbf{v}.$$

Получим

$$L_{\text{int}}=\left[\left(\boldsymbol{\pi}\times\frac{\partial\boldsymbol{\pi}}{\partial x_\mu}-\frac{\partial\boldsymbol{\pi}}{\partial x_\mu}\times\boldsymbol{\pi}\right)+N^+\gamma_4\gamma_\mu\boldsymbol{\tau}N\right]\cdot\mathbf{u}+$$
$$+\left[\sigma\frac{\partial\boldsymbol{\pi}}{\partial x_\mu}-\frac{\partial\sigma}{\partial x_\mu}\boldsymbol{\pi}+N^+\gamma_4\gamma_\mu\gamma_5\boldsymbol{\tau}N\right]\cdot\mathbf{v}+\text{ Члены, квадратичные по } \mathbf{u} \text{ и } \mathbf{v}. \qquad (3)$$

Часть лагранжиана, содержащую σ, мы намереваемся связать с сильными взаимодействиями, а остальную часть — со слабыми взаимодействиями. Лептоны (e^+, ν, e^-) и (μ^+, ν', μ^-) образуют 3-векторы в рассматриваемом пространстве, и калибровочное преобразование просто свяжет их с полем $\mathbf{u}$. Константа сильной связи получится, если предположить, что ожидаемое значение σ для вакуума ($\langle\sigma\rangle_0$) отлично от нуля и равно $(g_s/2M_N)(1/g_\omega)$[1].

Таким образом, члены лагранжиана, содержащие $\sigma(\partial\pi/\partial x_\mu)\cdot\mathbf{v}$ и $M^+\gamma_4\gamma_\mu\gamma_5\boldsymbol{\tau}\cdot\mathbf{v}N$, вместе взятые дают обычное псевдовекторное сильное взаимодействие типа Юкавы с испусканием единичных π-мезонов. Это не значит, что мы рассматриваем σ как альтернативное выражение для константы сильной связи. Вполне возможно, что σ-частицы испускаются (и поглощаются) как физические частицы.

Отметим, что в этой модели слабые взаимодействия сохраняют четность. Это неудовлетворительная ситуация, по-видимому, сохраняется и в дальнейшей разработке теории[2].

3. Обобщение на случай странных частиц

В рассмотренной выше модели σ и $\boldsymbol{\pi}$ образовывали 4-вектор в 4-мерном евклидовом многообразии, в то время как N_L и N_R представляли собой 4-спинор. Для включения K-мезонов в нашу

---

[1]) Отметим, что члены $\sigma^2(X^2+Y^2)$ в лагранжиане (2) могут дать массовые члены для u- и v-частиц.

[2]) Теория слабых взаимодействий, недавно предложенная Гелл-Манном и Левн [4], была успешно построена путем отождествления членов, содержащих только $\mathbf{X}_\mu$ в лагранжиане (2) с лагранжианом слабых взаимодействий, при которых имеет место сохраненне странности. Калибровочные преобразования, дающне $\mathbf{Y}_\mu$-поля, эти авторы не рассматривали.

схему ее можно непосредственно расширить, рассматривая σ-, π- и K-частицы как вектор в некотором 8-мерном пространстве, а 16 барионов (8 барионов, разложенные на свои правые и левые компоненты) — как 16-компонентный спинор в этом пространстве.

Используемый нами формализм был в основном развит Тиомно [5]. Начнем с краткого изложения этого формализма. Запишем

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(\Lambda^0-\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\Sigma})=\begin{pmatrix} Z^0 & \Sigma^+ \\ \Sigma^- & Y^0\end{pmatrix}=(\Sigma_2,\ \Sigma_1),$$

$$K^+=K_1-iK_2,\quad K^0=K_3-iK_4.$$

Если все константы K-связей равны, то обычный псевдоскалярный (или псевдовекторный) лагранжиан сильных K-заимодействий можно записать в виде

$$L_K=(N^+\Xi^+)(i\gamma_4\gamma_5)\begin{pmatrix} K^0 & K^+ \\ K^- & -\overline{K}^0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\Sigma_1\\ \Sigma_2\end{pmatrix}+\text{э. с.} \tag{4}$$

Положим $\psi=\begin{pmatrix} N\\ \Xi\\ \Sigma_1\\ \Sigma_2\end{pmatrix}$, тогда этот лагранжиан L_K будет равен

$$\sum_{\alpha=1}^{4}\psi^+ i\gamma_4\gamma_5\Gamma_\alpha K_\alpha\psi, \tag{5}$$

где

$$\boldsymbol{\Gamma}=\begin{pmatrix} & \boldsymbol{\tau}\times 1 \\ \boldsymbol{\tau}\times 1 & \end{pmatrix},\quad \Gamma_4=\begin{pmatrix} & i\times 1 \\ -i\times 1 & \end{pmatrix}. \tag{6}$$

Эти Г-матрицы представляют собой 8×8-матрицы, принадлежащие некоторому 6- или 7-мерному многообразию. Спинор ψ есть 8×1-столбец.

При помощи ψ можно записать и обычные псевдоскалярные (или псевдовекторные) π-взаимодействия.

Определим дополнительно матрицы

$$\Gamma_{5,6,7}=\begin{pmatrix} 1\times\boldsymbol{\tau} & & & \\ & 1\times\boldsymbol{\tau} & & \\ & & -1\times\boldsymbol{\tau} & \\ & & & -1\times\boldsymbol{\tau}\end{pmatrix}=\tau_3\times 1\times\boldsymbol{\tau}. \tag{7}$$

Матрицы Γ_1, Γ_2, ..., Γ_7 антикоммутируют. Если константы всех π-связей равны (и, в частности, если $g_{\mu N}=-g_{\pi\Sigma\Sigma}$), то L_π можно записать в виде

$$L_\pi=\sum_{\alpha=5,6,7}\psi^+ i\gamma_4\gamma_5(\Gamma_\alpha\pi_\alpha)\psi. \tag{8}$$

Ясно, что π- и K-мезоны образуют вектор в некотором 7-мерном пространстве.

На этом мы кончаем краткое резюме формализма Тиомно. Теперь можно применить метод, аналогичный рассмотренному в п. 2, и получить выражение, которое будет содержать члены типа

$$\sigma \frac{\partial \pi}{\partial x_\mu} \cdot \mathbf{V}_\mu, \quad \sigma \frac{\partial K_\alpha}{\partial x_\mu} Z_\alpha, \quad \sum_{\alpha=1}^{4} \psi^+ (i\gamma_4\gamma_\mu\gamma_5)\, \Gamma_\alpha Z_\alpha \psi,$$

позволяющие записать эффективный лагранжиан типа Тиомно для псевдовекторных сильных взаимодействий. Запишем

$$L_f = \psi_L^\dagger \gamma_4\gamma_\mu \partial_\mu \psi_L + \psi_R^\dagger \gamma_4\gamma_\mu \partial_\mu \psi_R + \\ + \frac{1}{2} [\partial_\mu \sigma + (\partial_\mu \pi)^2 + (\partial_\mu K_\alpha)^2]. \tag{9}$$

Шестнадцати-компонентная величина $\begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix}$ образует спинор в 8-мерном пространстве. Набор антикоммутирующих матриц Дирака для такого пространства можно взять в виде

$$\begin{aligned} \Gamma^{(8)}_{1,2,3} &= \tau_1 \times (\tau_1 \times \tau) \times 1, \\ \Gamma^{(8)}_4 &= \tau_1 \times (\tau_2 \times 1) \times 1, \\ \Gamma^{(8)}_{5,6,7} &= \tau_1 \times (\tau_3 \times 1) \times \tau, \\ \Gamma^{(8)}_8 &= \tau_2 \times 1 \times 1 \times 1. \end{aligned} \tag{10}$$

В 8-мерном пространстве существует 28 вращений. Семь из этих вращений ($\sigma \to \sigma + \varepsilon \cdot \pi + \varepsilon_\alpha K_\alpha$, $\pi \to \pi - \varepsilon\sigma$ и т. д.) с соответствующими спинорными матрицами вращения

$$\frac{1}{2i} (\Gamma^{(8)}_8 \Gamma^{(8)}_\alpha - \Gamma^{(8)}_\alpha \Gamma^{(8)}_8)$$

дают

$$L_{\text{int}} = \frac{1}{2} \left(\sigma \frac{\partial \pi}{\partial x_\mu} v_\mu + \sigma \frac{\partial K_\alpha}{\partial x_\mu} Z_\alpha - \frac{\partial \sigma}{\partial x_\mu} \pi \cdot \mathbf{v} - \frac{\partial \sigma}{\partial x_\mu} K_\alpha Z_\alpha \right), \tag{11}$$

т. е. лагранжиан Тиомно с $(i\gamma_4\gamma_\mu\gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v}_\mu)$ вместо $(i\gamma_4\gamma_5 \boldsymbol{\tau} \cdot \pi)$ и $(i\gamma_4\gamma_\mu\gamma_5 \Gamma_\alpha Z_{\alpha,\mu})$ вместо $(i\gamma_4\gamma_5 \Gamma_\alpha K_\alpha)$. Поля $\mathbf{V}_\mu$ и $\mathbf{Z}_\mu$ ведут себя в отношении изотопического спина и т. п. в точности так же, как π- и K-мезоны.

Поскольку эти семь матриц вращения не образуют алгебры Ли, лагранжиан взаимодействия должен содержать 21 другое поле, соответствующее 21 остающемуся вращению. С точки зрения п. 2 эти последние дают только слабые взаимодействия. Общий анализ этих выражений недавно дал Гюрши [6], который также принимает формализм Тиомно и строит теорию слабых взаимодействий, аналогичную теории Гелл-Манна и Леви.

С нашей точки зрения, может оказаться более выгодным рассмотреть два поля σ и σ', так чтобы (σ, π) представляло собой 4-вектор, а (σ', K_α) — 5-вектор. Получающийся в этом случае лагранжиан сильных взаимодействий содержал бы два параметра связи $\langle\sigma\rangle_0$ и $\langle\sigma'\rangle_0$. Пространства $\langle\sigma, \pi\rangle$ и (σ', K_α) будут в известном смысле двумя (несвязанными) компонентами некоторого 9-мерного пространства. Даже в случае лагранжиана Тиомно можно рассматривать π- и K-мезоны как частицы, соответствующие несвязанным компонентам 7-мерного пространства. Так, если заменить $\Gamma_\alpha \pi_\alpha$ в формуле (8) на $\Gamma'_\alpha \pi_\alpha$, где $\Gamma'_\alpha = \mathbf{1} \times \mathbf{1} \times \boldsymbol{\tau}$ (т. е. $g_{\pi N} = +g_{\pi\Sigma\Sigma}$), то мы увидим, что π и K больше не образуют 7-вектора. Следует ограничить разрешенные вращения таким образом, чтобы π-мезоны не трансформировались в K-мезоны.

Возвращаясь к 9-мерному пространству, замечаем, что если (σ, π) образует 4-мерное, а (σ', K) — 5-мерное подпространства, то, очевидно, полное число промежуточных бозонов будет $6 + 10 = 16$. Семь из них будут осуществлять сильные (псевдовекторые) взаимодействия и девять — слабые (векторные) взаимодействия. Все эти взаимодействия сохраняют четность и изотопический спин.

4. Правило $\Delta|\mathbf{I}| = \frac{1}{2}$

Простой способ ввести нарушение закона сохранения странности, совместимый с правилом $\Delta|\mathbf{I}| = {}^1/_2$, состоит в том, чтобы учесть следующее. Другое поле, кроме σ (или σ'), которое может иметь отличное от нуля вакуумное ожидаемое значение, — это поле, соответствующее частице θ^0 ($CP = +1$). В использованных выше обозначениях $\langle K_4\rangle \neq 0$ и было бы фактически пропорционально g_ω даже в обычной теории. Таким образом, все сохраняющие странность члены типа $\overline{\Lambda} N \boldsymbol{\tau} \cdot \pi K$ описывают также матричные элементы для слабого, сохраняющего четность распада $\Lambda \to N + \pi$ в согласии с правилом $\Delta T = {}^1/_2$, если взять вакуумное ожидаемое значение для K-мезона.

Не равное нулю вакуумное ожидаемое значение для θ^0 идеальным образом реализует идею спуриона Вентцеля, так что вводить добавочные поля для нарушения сохранения странности, возможно, и не потребуется.

Из изложенного выше явствует, что для реализации сильных взаимодействий необходимы 7 полей (3 с трансформационными свойствами π-мезонов и 4 с трансформационными свойствами K-мезонов). Число полей, необходимых для реализации слабых взаимодействий, зависит от используемой модели. Однако несохранение четности во всей этой теории остается загадкой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Salam A., Ward J. C., Nuovo Cimento, **11**, 569 (1959) (статья 8 настоящего сборника).
2. Sakurai J., Ann. of Phys., **11**, 1 (1960) (статья 3 настоящего сборника).
3. Schwinger J., Ann. of. Phys., **2**, 407 (1957).
4. Gell-Mann M., Levy M., Nuovo Cimento, **14**, 705 (1960).
5. Tiomno J., Nuovo Cimento, **6**, 69 (1957).
6. Gürsey F. (препринт).

10. КАЛИБРОВОЧНАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ И МАССА

Ю. ШВИНГЕР

J. Schwinger, Phys. Rev., **125**, 397 (1962)

Показано, что калибровочная инвариантность векторного поля не означает с необходимостью равенства нулю массы соответствующих частиц, если связь с векторным током достаточно сильна. Это обстоятельство, возможно, позволит лучше понять сохранение нуклонного заряда как появление калибровочной инвариантности без явного противоречия с фактами, связанными с частицами, имеющими нулевую массу.

Означает ли требование калибровочной инвариантности для векторного поля, связанного с динамическим током, что существуют соответствующие частицы нулевой массы? Хотя на этот вопрос всегда дается утвердительный ответ (см., например, [1]), автор убедился, что необходимой связи между этими двумя обстоятельствами нет, как только отбрасывается предположение о слабости связи. Таким образом, впервые можно открыть путь к пониманию сохранения нуклонного (барионного) заряда как свойства калибровочной инвариантности совершенно аналогично случаю электрического заряда [2].

Один из возможных источников прежней ошибки можно указать сразу. Калибровочно инвариантная система не является непрерывным пределом системы, которая не удовлетворяет требованиям группы преобразований с произвольной функцией. Скачкообразное изменение свойств инвариантности приводит к соответствующей прерывности динамических степеней свободы и перестановочных соотношений для операторов. Нельзя сделать никаких надежных выводов о спектре масс калибровочно инвариантной системы, исходя из свойств системы, представляющейся близкой, но обладающей более узкой группой инвариантности. Конечно, если рассматривать векторное поле, связанное с сохраняющимся векторным током, где калибровочная инвариантность нарушается так называемым массовым членом с параметром m_0, то нетрудно показать [3], что спектр масс должен простираться ниже m_0. Наименьшее значение массы тогда становится сколь угодно малым при приближении m_0 к нулю. Однако, если m_0 строго равно нулю, перестановочные соотношения, или аналогичные свойства, на которых основан этот вывод, становятся совершенно иными, и доказательство теряет силу.

Если постулировать инвариантность относительно произвольного калибровочного преобразования, то следует строго отличать числовые калибровочные функции и операторные калибровочные функции, так как различные операторные калибровки с квантовомеханической точки зрения неэквивалентны. В каждой системе координат существует определенный калибровочный оператор, характеризуемый 3-мерной поперечностью (радиационная калибровка), для которого существует стандартное операторное выражение в векторном пространстве с положительной нормой и вероятностной физической интерпретацией. В том случае, когда теория сформулирована в терминах вакуумных ожидаемых значений величин T-произведений операторов и функций Грина, свобода формального калибровочного преобразования может быть восстановлена [4]. Однако функции Грина для других калибровок имеют более сложное операторное представление и вообще лишены свойства положительности, присущего радиационной калибровке.

Рассмотрим простейшую функцию Грина, связанную с полем $A_\mu(x)$, которую можно получить из неупорядоченного произведения

$$\langle A_\mu(x)\, A_\nu(x')\rangle = \int \frac{(dp)}{(2\pi)^3}\, e^{ip(x-x')}\, dm^2 \eta_+(p)\, \delta(p^2+m^2)\, A_{\mu\nu}(p),$$

где множитель $\eta_+(p)\,\delta(p^2+m^2)$ накладывает на спектр состояний ограничение $m \geqslant 0$ и условие положительности энергий. Благодаря тому что асимметрия между пространством и временем зависит от калибровки, условие неотрицательности матрицы $A_{\mu\nu}(p)$ удовлетворяется ввиду самой структуры выражения, связанного с радиационной калибровкой (ось времени определена единичным вектором n_μ):

$$A_{\mu\nu}{}^R(p) = B(m^2)\left[g_{\mu\nu} - \frac{(p_\mu n_\nu + p_\nu n_\mu)(np) + p_\mu p_\nu}{p^2 + (np)^2}\right].$$

Здесь $B(m^2)$ — вещественное неотрицательное число; оно подчиняется правилу сумм

$$1 = \int_0^\infty dm^2 B(m^2),$$

которое представляет собой общее выражение всех основных перестановочных соотношений для операторов, взятых в один и тот же момент времени.

Из уравнений поля следует, что величины вакуумного ожидания произведений токов $\langle j_\mu(x)\, j_\nu(x')\rangle$ имеют аналогичный вид в терминах неотрицательной матрицы

$$j_{\mu\nu}(p) = m^2 B(m^2)\,(p_\mu p_\nu - g_{\mu\nu} p^2).$$

Важнейшее следствие того, что эти выражения содержат множитель m^2, заключается в отсутствие значения $m=0$ в спектре вакуумных флуктуаций векторного тока. Это определяет $B(m^2)$ для $m>0$, но оставляет неопределенным возможный вклад дельта-функции в точке $m=0$

$$B(m^2)=B_0\delta(m^2)+B_1(m^2).$$

Неотрицательная постоянная B_0 тогда определяется правилом сумм

$$1=B_0+\int\limits_0^\infty dm^2 B_1(m^2).$$

Теперь ясно, что вакуумные флуктуации вектора A_μ состоят из двух частей. Одна, при $m>0$, непосредственно связана с соответствующими флуктуациями тока, а другая, при $m=0$, может быть связана с флуктуациями чистого поля излучения, которое поперечно как в 3-мерном, так и в 4-мерном смысле и не сопровождается током. Представим, что вектор тока содержит переменный числовой множитель. Если его положить равным нулю, мы имеем $B_1(m^2)=0$ и $B_0=1$, т. е. лишь поле излучения. При достаточно малом ненулевом значении параметра B_0 будет незначительно меньше 1, что, возможно, как раз и имеет место в случае электромагнитного поля. Кроме того, может оказаться, что электродинамическая связь достаточно существенна и приводит к появлению небольшой величины B_0, которая ведет себя как очень слабая связь. Можем ли мы дальше увеличивать величину переменного параметра, пока $\int dm^2 B_1(m^2)$ не достигнет своего предельного значения (единицы), при котором $B_0=0$ и состояния $m=0$ исчезают из спектра A_μ? Общее требование калибровочной инвариантности не кажется теперь существенным в этом сугубо динамическом вопросе.

Будет ли отсутствие безмассовых частиц указывать на существование стабильных частиц с единичным спином и ненулевой массой? Не обязательно, так как спектр вакуумных флуктуаций A_μ становится тождественным спектру j_μ, который определяется всеми динамическими свойствами полей, участвующих в этом токе. Для особенно интересного случая векторного поля, связанного с током нуклонных зарядов, в приближении сильного взаимодействия соответствующий спектр аналогичен состояниям с $N=T=Y=0$, $R_T=-1$, $J=1$ и отрицательной четностью. Он непрерывен и начинается с точки, соответствующей трем

π-мезонам[1]). Вполне возможно, конечно, что $B(m^2)$ имеет более или менее четкий максимум, который можно приблизительно характеризовать как нестабильную частицу[2]). Существенный момент, однако, заключается в формулировке той точки зрения, что наблюдаемый на опыте физический мир проявляется в результате динамических процессов между основными первичными полями и что соответствие между этими основными полями и наблюдаемыми частицами может быть довольно отдаленным в противоположность обычно предполагаемому непосредственному соответствию.

ЛИТЕРАТУРА

1. Schwinger J., Phys. Rev., **75**, 651 (1949).
2. Lee T. D., Yang C. N., Phys. Rev., **98**, 1501 (1955) (статья 2 настоящего сборника).
3. Johnson K., Nucl. Phys., **25**, 435 (1961).
4. Schwinger J., Phys. Rev., **115**, 721 (1959).
5. Maglić B. C., Alvarez L. W., Rosenfeld A. H., Stevenson M. L., Phys. Rev. Lett., **7**, 178 (1961).

---

[1]) Тот факт, что радиус результирующего ядерного взаимодействия очеиь мал, вместе с качественным предположеиием, что одинаковые нуклоииые заряды отталкиваются, показывают, что векторное поле, определяющее иуклоиный заряд, является решающим фактором в вопросе ядерной стабильности.

[2]) *Замечание в корректуре:* Об экспериментальном доказательстве существоваиия нестабильиых частиц такого типа недавно сообщилн Маглик, Алварес, Розенфельд и Стевенсон [5].

11. НЕАБЕЛЕВЫ КАЛИБРОВОЧНЫЕ ПОЛЯ. ПЕРЕСТАНОВОЧНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Ю. ШВИНГЕР

J. Schwinger, Phys. Rev., **125**, 1043 (1962)

Для неабелевых векторных калибровочных полей возникает вопрос, означает ли с необходимостью калибровочная инвариантность существование физических частиц, лишенных массы. В качестве предварительного шага в изучении этого вопроса использовался принцип наименьшего действия для получения независимых динамических переменных таких калибровочных полей и перестановочных соотношений между ними.

1. Введение

Хорошо известно, что калибровочная инвариантность непосредственно связывает электромагнитные поля $A_\mu(x)$, $F_{\mu\nu}(x)$ с набором всех полей $\chi(x)$, несущих электрический заряд. Это внутреннее свойство описывается конечной чисто мнимой эрмитовой матрицей q с целыми собственными значениями. Калибровочное преобразование включает произвольную числовую функцию $\lambda(x)$. Это преобразование является линейным и однородным для заряженных полей $\chi(x)$, но оно же оказывается неоднородным для калибровочного поля $A_\mu(x)$

$$\chi(x) \longrightarrow e^{iq\lambda(x)}\chi(x),$$
$$A_\mu(x) \longrightarrow A_\mu(x) + \partial_\mu\lambda(x),$$
$$F_{\mu\nu}(x) \longrightarrow F_{\mu\nu}(x).$$

Такие преобразования образуют абелеву группу, в которой калибровочная функция

$$\lambda(x) = \lambda^{(1)}(x) + \lambda^{(2)}(x)$$

описывает суперпозицию двух отдельных преобразований. Целочисленный спектр заряда связан с компактной структурой этой группы, имеющей топологию круга. Калибровочная инвариантность означает, что локальное сохранение заряда не является следствием уравнений движения полей, имеющих заряд, а представляет собой тождество, характерное для дифференциальных уравнений калибровочного поля.

В этом обычном случае калибровочное поле не заключает в себе внутреннего свойства, с которым оно связано. Примером иного рода может служить гравитационное поле; оно связано с энергией и импульсом, в которые должны давать вклад все физические системы. С другой стороны, однако, требование общей координатной инвариантности совершенно аналогично требованию калибровочной инвариантности. Существует и промежуточная возможность, при которой калибровочное поле связано с некоторыми внутренними свойствами и несет скорее эти внутренние, а не пространственно-временные свойства. Тогда калибровочное поле при пространственно-временных преобразованиях сохраняет те же свойства, что и электромагнитное поле. На это указывают тензорные обозначения $\varphi_{\mu a}$, $G_{\mu\nu a}$, где индекс $a = 1, \ldots, n$ относится к внутреннему пространству. Для гравитационного поля последний является, кроме того, и координатным индексом, что требует более сложных свойств для пространственно-временных преобразований в случае таких полей.

Калибровочные преобразования поля $\chi(x)$, несущего некоторые внутренние свойства, представляются в виде конечных линейно независимых матриц T_a, $a = 1, \ldots, n$; в общем случае такие преобразования можно явно определить лишь для бесконечно малых преобразований

$$\chi(x) \to \left[1 + i \sum_{a=1}^{n} T_a \delta\lambda_a(x)\right] \chi(x).$$

Если эти преобразования образуют группу, то два последовательных инфинитиземальных преобразования, переставленные в обратном порядке, можно связать через другое такое преобразование. Это подразумевает существование перестановочных соотношений

$$[T_b, T_c] = \sum_{a=1}^{n} T_a t_{acb},$$

причем постоянные

$$t_{abc} = -t_{abc}$$

должны характеризовать структуру группы.

Утверждение, что калибровочное поле также несет эти внутренние свойства, выражается бесконечно малым преобразованием

$$\varphi_\mu(x) \to \left[1 + i \sum_{a=1}^{n} t_a \delta\lambda_a(x)\right] \varphi_\mu(x) + \partial_\mu \delta\lambda(x),$$

$$G_{\mu\nu}(x) \to [1 + i \sum t_a \delta\lambda_a(x)]\, G_{\mu\nu}(x),$$

в котором используется n-мерное внутреннее пространство. Однородное преобразование $G_{\mu\nu}$ означает, что матрицы t_a удовлетворяют групповым перестановочным соотношениям

$$[t_b, t_c] = \sum_{a=1}^{n} t_a t_{abc}.$$

Но неоднородные преобразования φ_μ также должны представлять структуру группы. Соответствующим условием будет

$$\sum_{bc} [(t_b)_{ac}\delta\lambda_b^{(1)} \partial_\mu \delta\lambda_c^{(2)} - (t_b)_{ac} \delta\lambda_b^{(2)} \partial_\mu \delta\lambda_c^{(1)}] = \partial_\mu [\sum_{bc} t_{abc} \delta\lambda_b^{(1)} \delta\lambda_c^{(2)}],$$

которое означает, что

$$(t_b)_{ac} = t_{abc}.$$

Итак, матрицы t_a получаются из структурных постоянных группы. Чтобы подтвердить, что эти матрицы подчиняются групповым перестановочным соотношениям, перепишем их в матричной форме

$$[T_b, T] = Tt_b.$$

Тогда

$$[T_b, [T_c, T]] - [T_c, [T_b, T]] = T [t_b, t_c],$$

откуда следует также, что

$$[[T_b, T_c], T] = T\, \Sigma_a t_a t_{abc},$$

и искомый результат следует из линейной независимости T-матриц.

Общее представление о пространстве внутренних свойств можно сформулировать в виде требования, что группа симметрии этого пространства замкнута в отличие от открытой группы Лоренца. Тогда все матричные представления можно сделать унитарными, так что матрицы T_a будут эрмитовыми. Это относится и к матрицам t_a, которые образуют n-мерное представление. Следует также отметить, что структурные постоянные, связанные с эрмитовыми T-матрицами, мнимы, и, таким образом, мнимые эрмитовы матрицы t должны быть антисимметричными:

$$(t_b)_{ac} = t_{abc} = -t_{cba}.$$

Это свойство в сочетании с условием

$$t_{abc} = -t_{acb}$$

означает полную антисимметрию ряда из n^3 чисел t_{abc}. Чтобы получить ненулевые матрицы t, необходимо, чтобы $n \geqslant 3$, и при $n = 3$ структура неабелевой группы оказывается идентичной структуре группы вращений 3-мерного евклидова пространства[1]).

[1]) Неабелевы калибровочные группы были впервые рассмотрены в этом смысле Янгом и Миллсом [1].

Концепция внутренней группы симметрии уже давно рассматривается как возможная основа для описания не пространственно-временных свойств физических частиц. Идея применения таких групп к калибровочным преобразованиям векторных полей привлекательна, но, по-видимому, приводит к трудностям сразу, как только принимается, что калибровочные поля дают соответствующие частицы, лишенные массы. Единственным известным примером физической частицы такого класса является фотон. Трудно согласиться, что это возражение будет преодолено полным уничтожением [2] калибровочной инвариантности, которая служит единственным обоснованием введения калибровочных полей. Но эту дилемму можно обойти. Автор уже отмечал, что если связь достаточно сильна, то калибровочно инвариантные системы электромагнитного, или, выражаясь более общо, абелева типа, не требуют наличия сопутствующих частиц с нулевой массой [3]. Вопрос заключается в том, существует ли аналогичная возможность для неабелевых групп. Для рассмотрения этой проблемы необходимо по крайней мере полное знание операторных свойств калибровочного поля, рассматриваемого в качестве физической квантовомеханической системы без ссылок на приближение слабой связи. Такие перестановочные соотношения неизвестны. И совершенно не тривиален вопрос о существовании внутренне не противоречивой квантовой теории поля вообще для систем допускающих неабелеву калибровочную группу. Но на этот вопрос нельзя ответить, пока не найден набор перестановочных соотношений, так как до этого момента остается неизвестной с необходимой полнотой природа операторного описания — необходимого элемента полноты. Цель данной статьи состоит в том, чтобы установить такие перестановочные соотношения, однако мы не будем касаться более трудного вопроса о согласованности.

2. Принцип наименьшего действия

Чтобы построить инвариантную функцию Лагранжа в обычной форме для производных первого порядка, необходимо скомбинировать антисимметричный тензор эрмитовых операторов $G_{\mu\nu}$ с одинаковым образом преобразующейся дифференциальной формой эрмитовых операторов φ_μ. К сожалению, в случае электромагнетизма антисимметричный градиент, или ротор, не подходит, так как инфинитиземальное калибровочное преобразование такого выражения будет иметь вид

$$\partial_\mu\varphi_\nu - \partial_\nu\varphi_\mu \to \left[1 + i \sum\nolimits_a t_a \delta\lambda_a\right] (\partial_\mu\varphi_\nu - \partial_\nu\varphi_\mu) + \\ + i \sum\nolimits_a t_a (\varphi_\nu \partial_\mu \delta\lambda_a - \varphi_\mu \partial_\nu \delta\lambda_a)$$

и последний член не дает вклада при преобразовании $G_{\mu\nu}$. Мы таким образом приходим к рассмотрению компенсирующего калибровочного преобразования для выражения

$$i(\varphi_\mu . t\varphi_\nu),$$

где использовано векторное обозначение в n-мерном пространстве. Компонентами этого вектора будут

$$i(\varphi_\mu . t_b \varphi_\nu) = \sum_{ac} \varphi_{\mu a} . i t_{abc} \varphi_{\nu c}.$$

Кроме того, точка обозначает симметризованное произведение операторов

$$\varphi_{\mu a} . \varphi_{\nu c} = \frac{1}{2}\{\varphi_{\mu a}, \varphi_{\nu c}\},$$

так что все выражение представляет собой эрмитов оператор. Ввиду абсолютной антисимметрии t_{abc} этот же вектор можно, кроме того, записать в виде

$$i(\varphi_\mu . t\varphi_\nu) = -i\,{}^\backprime t\varphi'_\mu . \varphi_\nu = -i\varphi'_\mu . t\varphi'_\nu = -i(\varphi_\nu . t\varphi_\mu).$$

Здесь использовано обозначение для матрицы

$${}^\backprime t\varphi' = \sum\nolimits_a t_a \varphi_a$$

с элементами

$$(t\varphi)_{bc} = \sum\nolimits_a t_{bac}\varphi_a.$$

Записывая калибровочное преобразование ротора в этих обозначениях, имеем

$$\partial_\mu\varphi_\nu - \partial_\nu\varphi_\mu \to (1 + i\,{}^\backprime t\delta\lambda')(\partial_\mu\varphi_\nu - \partial_\nu\varphi_\mu) + i(\varphi_\nu t\partial_\mu\delta\lambda) - i(\varphi_\mu t\partial_\nu\delta\lambda);$$

сравним это выражение со следующим:

$$i(\varphi_\mu . t\varphi_\nu) \to i(\varphi_\mu . t\varphi_\nu) - (\varphi_\mu . [t, {}^\backprime t\delta\lambda']\,\varphi_\nu) - i(\varphi_\nu t\partial_\mu\delta\lambda) + i(\varphi_\mu t\partial_\nu\delta\lambda).$$

Свойства перестановочных соотношений t-матриц записываются в виде

$$(\varphi_\mu . [t, {}^\backprime t\delta\lambda']\,\varphi_\nu) = {}^\backprime t\delta\lambda'(\varphi_\mu . t\varphi_\nu),$$

что приводит к требуемому результату:

$$\partial_\mu\varphi_\nu - \partial_\nu\varphi_\mu + i(\varphi_\mu . t\varphi_\nu) \to (1 + i\,{}^\backprime t\delta\lambda')[\partial_\mu\varphi_\nu - \partial_\nu\varphi_\mu + i(\varphi_\mu . t\varphi_\nu)].$$

Возможная функция Лагранжа имеет вид

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2} G^{\mu\nu} . [\partial_\mu\varphi_\nu - \partial_\nu\varphi_\mu + i(\varphi_\mu . t\varphi_\nu)] + \frac{1}{4} f^2 G^{\mu\nu} G_{\mu\nu} + k^\mu . \varphi_\mu + \mathcal{L}(\chi),$$

где подразумевается скалярное произведение векторов во внутреннем пространстве. Дополнительная функция Лагранжа

$$\mathcal{L}(\chi) = \frac{i}{4}(\chi A^\mu \partial_\mu \chi - \partial_\mu \chi A^\mu \chi) - \mathscr{H}(\chi)$$

соответствует системам, имеющим свойства, представленные матрицами T_a. Последние, кстати говоря, оказываются, между прочим, мнимыми и антисимметричными, если все поля выбраны эрмитовыми. Поток этих свойств описывается эрмитовым вектором тока

$$k_a^\mu(x) = -\frac{1}{2} i\chi(x) A^\mu T_a \chi(x),$$

вид которого следует из требования калибровочной инвариантности. Если $\mathscr{H}(\chi)$ — калибровочный скаляр, а кинематические матрицы A^μ действуют исключительно в пространстве — времени, или

$$[A^\mu, T_a] = 0,$$

то лагранжиан $\mathscr{L}(\chi)$ при инфинитиземальном калибровочном преобразовании ведет себя следующим образом:

$$\mathscr{L}(\chi) \to \mathscr{L}(\chi) - k^\mu \partial_\mu \delta\lambda.$$

Принимая во внимание однородность калибровочного преобразования тока

$$k^\mu \to (1 + i\text{`}t\delta\lambda\text{'})\, k^\mu,$$

которое следует из свойств перестановочных соотношений T-матриц

$$[T, \text{`}T\delta\lambda\text{'}] = \text{`}t\delta\lambda\text{'}T,$$

можно видеть, что выражение $k^\mu \varphi_\mu$ дает компенсирующий член. Безразмерная величина f^2 служит произвольной константой связи. Мы покажем, что она должна быть положительной.

До тех пор, пока не установлены свойства перестановочных соотношений операторов поля, функция Лагранжа $\mathscr{L}$, или оператор действия

$$W_{12} = \int_{\sigma_2}^{\sigma_1} (dx)\, \mathscr{L},$$

построенные из формальных соображений инвариантности, имеют лишь эвристическое значение, давая с помощью принципа наименьшего действия

$$\delta W_{12} = G_1 - G_2$$

соблазнительный способ построения ковариантных уравнений поля и операторов инфинитиземальных преобразований. Рассмотрим сначала инфинитиземальные калибровочные преобразования одного χ-поля

$$\delta W_{12} = \int (dx)\, [-k^\mu \partial_\mu \delta\lambda + \varphi_\mu . i\text{`}t\delta\lambda\text{'} k^\mu],$$

которое требует существования общего закона сохранения

$$\partial_\mu k^\mu - i`t\varphi_\mu'.k^\mu = 0$$

и оператора инфинитиземального преобразования

$$G_\lambda = \int d\sigma_\mu\,(-k^\mu\delta\lambda) = \int (d\mathbf{x})\,(-k^0\delta\lambda).$$

Смысл последнего выражается в следующем:

$$\left(\frac{1}{i}\right)[\chi,\ G_\lambda] = \delta\chi = i`T\delta\lambda'\chi,$$

что дает перестановочное соотношение

$$x^0 = x^{0'} : [\chi(x),\ k_a^0(x')] = \delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}')\,T_a\chi(x).$$

Соответствующая интегральная форма имеет вид

$$[\chi(x),\ K_a] = T_a\chi(x),$$

где

$$K_a = \int d\sigma_\mu k_a^\mu = \int (d\mathbf{x})\,k_a^0.$$

Эти эрмитовы операторы подчиняются групповым перестановочным соотношениям

$$[K_b,\ K_c] = \sum_a K_a t_{abc}.$$

Они, однако, не являются константами движения, так как k^μ не подчиняются истинному уравнению сохранения.

Полученные из принципа наименьшего действия дифференциальные уравнения калибровочного поля имеют вид

$$\partial_\mu\varphi_\nu - \partial_\nu\varphi_\mu + i\,(\varphi_\mu.t\varphi_\nu) = f^2G_{\mu\nu}$$

и

$$\partial_\nu G^{\mu\nu} - i`t\varphi_\nu'.G^{\mu\nu} = k^\mu.$$

Эти уравнения можно выразить также в матричной форме:

$$[\partial_\mu - i`t\varphi_\mu',\partial_\nu - i`t\varphi_\nu'] = -if^2`tG_{\mu\nu}',$$

$$[\partial_\nu - i`t\varphi_\nu',\ `tG^{\mu\nu}'] = `tk^\mu',$$

где следует четко представлять, что коммутаторы относятся только к координатным и матричным индексам; операторы же в противоположность этому перемножаются симметричным образом. При такой записи операторов инфинитиземальное калибровочное преобразование обеспечивается ортогональным преобразованием с матрицей $1 + i`t\delta\lambda'$. Вследствие антисимметричности $G^{\mu\nu}$ вектор

$$j^\mu = k^\mu - i\,(\varphi_\nu.tG^{\mu\nu})$$

имеет нулевую дивиргенцию

$$\partial_\mu j^\mu = 0,$$

и, таким образом, константами движения служат эрмитовы операторы

$$T_a = \int d\sigma_\mu j^\mu_a = K_a - i \int (d\mathbf{x})\, \varphi_k . t_a G^{0k}.$$

Естественно ожидать, что эти операторы также подчиняются групповым перестановочным соотношениям, однако проверку этого предположения следует отложить до того момента, когда будут конкретизированы свойства операторов калибровочного поля.

Уравнения поля можно разбить на явные уравнения движения

$$\partial_0 \varphi_k = \partial_k \varphi_0 - i`t\varphi_k' . \varphi_0 + f^2 G_{0k},$$
$$-\partial_0 G^{0k} = -\partial_l G^{kl} + i`t\varphi_l' . G^{kl} - i`t\varphi_0' . G^{0k} + k^k$$

и уравнения связи

$$f^2 G_{kl} = \partial_k \varphi_l - \partial_l \varphi_k + i\,(\varphi_k . t\varphi_l),$$
$$\partial_k G^{0k} = i`t\varphi_k' . G^{0k} + k^0.$$

Последние показывают, что ни G_{kl}, ни продольная составляющая 3-мерного вектора G^{0k} не являются независимыми динамическими переменными. Поэтому полезно записать

$$G^{0k} = G^{0kT} + G^{0kL},$$

где

$$\partial_k G^{0kT} = 0$$

и

$$G^{0kL} = -\partial^k \psi.$$

В обычных 3-мерных обозначениях уравнение, определяющее эрмитов оператор $\psi(x)$, имеет вид

$$-\nabla^2 \psi + i`t\varphi' \cdot \nabla . \psi = i`t\varphi' : \mathbf{G}^T + k^0.$$

Это замечание можно использовать в уравнении движения для φ^k, взяв дивергенцию

$$\partial_0 \nabla \cdot \varphi - i`t\varphi_0' . \nabla \cdot \varphi = \nabla^2 \varphi_0 - i`t\varphi' \cdot \nabla . \varphi_0 - f^2 \nabla \cdot \mathbf{G}.$$

Но мы должны все еще считаться с произвольностью калибровочного преобразования, которая указывает на невозможность полностью определить φ^k и φ^0 с помощью уравнений поля. Чтобы получить конечный набор операторов, выберем определенный вид калибровки. Естественно напрашивается трехмерно поперечная, или радиационная, калибровка

$$\partial_k \varphi^k = \nabla \cdot \varphi = 0,$$

которая выделяет из очевидных уравнений движения новое уравнение связи

$$-\nabla^2\varphi^0 + i`t\varphi'\cdot\nabla.\varphi^0 = -f^2\nabla^2\psi;$$

последнее может служить для определения φ^0.

Теперь ясно, что независимыми динамическими переменными калибровочного поля являются поперечные 3-мерные векторы φ_a^k и G_a^{0kT} в полной аналогии с электродинамикой. Если вариация φ^k производится с учетом радиационной калибровки

$$\partial_k\delta\varphi^k = 0,$$

то в операторе порождения присутствует только поперечная часть G^{0k}

$$G_\varphi = -\int (d\mathbf{x})\, G^{0k^T}\delta\varphi_k;$$

смысл этого оператора ясен из уравнений

$$\left(\frac{1}{i}\right)[\varphi_k(x),\ G_\varphi] = \delta\varphi_k(x),$$

$$\left(\frac{1}{i}\right)[G^{0kT}(x),\ G_\varphi] = 0.$$

Объединяя эти соотношения с аналогичными свойствами альтернативного оператора порождения

$$G_{G^T} = \int (d\mathbf{x})\, \varphi_k\delta G^{0kT},$$

мы получаем полный набор перестановочных соотношений для основных динамических переменных калибровочного поля

$$x^0 = x^{0'} : [\varphi_{ka}(x),\ \varphi_{lb}(x')] = 0,$$

$$[G_a^{0k}(x)^T,\ G_b^{0l}(x')^T] = 0,$$

$$i\,[\varphi_{ka}(x),\ G_b^{0l}(x')^T] = \delta_{ab}\delta_k^l\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}'))^T.$$

За исключением многомерности внутреннего пространства, эти перестановочные соотношения идентичны перестановочным соотношениям электромагнитного поля.

Возможность получать основные перестановочные соотношения чрезвычайно важна, так как она обеспечивает уверенность, что операторы, выбранные в качестве основных динамических переменных, действительно позволяют образовать операторы, дающие полный операторный базис, в чем и заключается основная роль динамических переменных как операторов. Иначе говоря, это делает явными инфинитиземальные преобразования группы квантовых трансформаций, которая вместе с координатой и другими инвариантными группами глубоко характеризует физическую систему.

Теперь можно подтвердить то, что ранее мы могли лишь предполагать. Вклад градиентного поля в операторы $\mathbf{T}_a$ включает лишь поперечные составляющие G^{0k}, так как φ^k не расходится. Каноническая структура перестановочных соотношений требует, чтобы

$$\left[-i \int (d\mathbf{x})\, \varphi \cdot t_a \mathbf{G}^T,\ -i \int (d\mathbf{x})\, \varphi \cdot t_b \mathbf{G}^T \right] = -i \int (d\mathbf{x})\, \varphi \cdot [t_a,\ t_b]\, \mathbf{G}^T.$$

Это вместе с условием кинематической независимости между градиентным полем и другими системами

$$x^0 = x^{0'} : [\varphi_a^k(x),\ k_b^0(x')] = [G_a^{0k}(x)^T,\ k_b^0(x')] = 0$$

подтверждает, что сохраняющиеся $\mathbf{T}$-операторы подчиняются групповым перестановочным соотношениям

$$[\mathbf{T}_b,\ \mathbf{T}_c] = \sum_a \mathbf{T}_a t_{abc}.$$

Чтобы закончить эту часть исследования, следует получить явное операторное выражение продольной части G^{0k} и φ^0. Рассмотрим ($x^0 = x^{0'}$) уравнение

$$(-\nabla^2 + i'l\varphi(x)' \cdot \nabla).\ [\psi(x),\ \varphi(x')] = i'l\varphi(x)' \cdot [\mathbf{G}^T(x),\ \varphi(x')]$$

и заметим, что его решение не накладывает никаких требований на свойства операторов, так как оно относится к полностью коммутативным в один и тот же момент времени составляющим $\varphi(x)$. Соответствующая функция Грина определяется дифференциальным матричным уравнением

$$[-\nabla^2 + i't\varphi(x)' \cdot \nabla]\, \mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x},\ \mathbf{x}') = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}'),$$

в котором указанная функциональная зависимость от φ обеспечивает также зависимость от времени. Самосопряженный характер определяющего уравнения требует симметрии этой вещественной функции

$$\mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x},\ \mathbf{x}')_{ab} = \mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x}',\ \mathbf{x})_{ba}.$$

Теперь вернемся к уравнению для ψ и отбросим симметризацию φ с ψ, что дает

$$[-\nabla^2 + i't\varphi' \cdot \nabla]\, \psi = i't\varphi' : \mathbf{G}^T + k^0 + ih(\varphi),$$

где $h(\varphi)$ — эрмитова функция φ. При решении этого уравнения последний член дает косо-эрмитову функцию φ, которая исчезает при комбинировании ψ с идентичным эрмитово сопряженным оператором. В результате получаем симметризованное выражение

$$\psi(x) = \int (d\mathbf{x}')\, \mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x},\ \mathbf{x}')\, [i't\varphi_k(x)'\, G^{0k}(x')^T + k^0(x')],$$

или, в более символической форме,

$$\psi = \mathscr{D}_\varphi\,[i`t\varphi' : \mathbf{G}^T + k^0].$$

Не существенно, производится ли симметризация φ с $\mathbf{G}^T$ независимо, как это было сделано, или одновременно с симметризацией произведения в $\mathscr{D}_\varphi$. Именно

$$A\,(B_{\bullet}C) - (A_{\bullet}B)_{\bullet}\,C = \frac{1}{4}\,[[A,\ C],\ B],$$

что равно нулю, если в качестве A, B и C взять соответственно $\mathscr{D}_\varphi$, φ и $\mathbf{G}^T$.

Вид полного оператора G^{0i}, как было установлено, символически записывается как:

$$\mathbf{G} = (1 - \nabla\mathscr{D}_\varphi i`t\varphi') : \mathbf{G}^T - \nabla\mathscr{D}_\varphi k^0,$$

или, совершенно эквивалентно, в следующих вариантах:

$$\mathbf{G} = [1 + \nabla\mathscr{D}_\varphi\,(\nabla - i`t\varphi')] : \mathbf{G}^T - \nabla\mathscr{D}_\varphi k^0 =$$

$$= \mathbf{G}^T : [1 + (\nabla - i`t\varphi')\,\mathscr{D}_\varphi\nabla] - \nabla\mathscr{D}_\varphi k^0,$$

связь между которыми обеспечивается симметричностью $\mathscr{D}_\varphi$. Значение выражений в скобках разъясняется уравнениями

$$\nabla\cdot[1 + (\nabla - i`t\varphi')\,\mathscr{D}_\varphi\nabla] = 0$$

и

$$(\nabla - i`t\varphi')\cdot[1 + \nabla\mathscr{D}_\varphi\,(\nabla - i`t\varphi')] = 0.$$

Коммутатор между φ и $\mathbf{G}$ в один и тот же момент времени непосредственно выражается как

$$i\,[\varphi_{ka}(x),\ G_b^{0l}(x')] = [\delta_k^l\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') - (\partial_k - i`t\varphi_k(x)')\,\mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x},\ \mathbf{x}')\,\partial'^l]_{ab},$$

где последний оператор градиента действует на функцию, находящуюся слева от него.

Вид $\varphi_a^0(x)$ следует из уравнения

$$(-\nabla^2 + i`t\varphi'\cdot\nabla)_{\bullet}\varphi^0 = f^2\nabla\cdot\mathbf{G},$$

решением которого является

$$\varphi^0 = f^2\mathscr{D}_{\varphi\bullet}\nabla\cdot\mathbf{G},$$

или

$$\varphi^0 = f^2\mathscr{D}_\varphi i`t\varphi'\cdot[1 + \nabla\mathscr{D}_\varphi\,(\nabla - i`t\varphi')] : \mathbf{G}^T + f^2\,(\mathscr{D}_\varphi - \mathscr{D}_\varphi i`t\varphi'\cdot\nabla\mathscr{D}_\varphi)\,k^0.$$

Отсюда непосредственно следует, что коммутатор

$$\left(\frac{1}{i}\right)[\varphi^0,\ \varphi] = f^2\mathscr{D}_\varphi i`t\varphi'\cdot[1 + \nabla\mathscr{D}_\varphi\,(\nabla - i`t\varphi')].$$

Символическое уравнение для этого коммутатора имеет следующий ясный смысл коммутатора в один и тот же момент времени:

$$\left(\frac{1}{i}\right)[\varphi_a^0(x),\ \varphi_b^k(x')] = f^2\,[\mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x},\ \mathbf{x}')\,i't\varphi^k(x')' +$$
$$+\int(d\mathbf{x}'')\,\mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x},\ \mathbf{x}'')\,i't\varphi(x'')'\,\nabla''\mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x}'',\ \mathbf{x}')\,(-\partial'^k - i't\varphi^k(x')')]_{ab}.$$

Если выражение для φ^0 подставить в уравнение для $\partial_0\boldsymbol{\varphi}$, мы получим фундаментальное уравнение движения для поперечной составляющей

$$-\partial_0\boldsymbol{\varphi} = f^2\,[1 + (\nabla - i't\boldsymbol{\varphi}')\,\mathscr{D}_\varphi\nabla] : \mathbf{G},$$

или, эквивалентно,

$$-\partial_0\boldsymbol{\varphi} = f^2\{[1 + (\nabla - i't\boldsymbol{\varphi}')\,\mathscr{D}_\varphi\nabla]\cdot[1 + \nabla\mathscr{D}_\varphi(\nabla - i't\boldsymbol{\varphi}')]\} : \mathbf{G}^T -$$
$$- f^2\,[1 + (\nabla - i't\boldsymbol{\varphi}')\,\mathscr{D}_\varphi\nabla]\,i't\boldsymbol{\varphi}'\mathscr{D}_\varphi k^0.$$

Использование этого уравнения движения дает коммутатор в один и тот же момент времени

$$[i\partial_0\boldsymbol{\varphi},\ \boldsymbol{\varphi}] = f^2\,[1 + (\nabla - i't\boldsymbol{\varphi}')\,\mathscr{D}_\varphi\nabla]\cdot[1 + \nabla\mathscr{D}_\varphi(\nabla - i't\boldsymbol{\varphi}')].$$

Если ввести произвольную вещественную числовую поперечную векторную функцию $\mathbf{a}_a(\mathbf{x})$ и определить эрмитов оператор

$$A(x^0) = \int(d\mathbf{x})\,\mathbf{a}.\boldsymbol{\varphi},$$

то этот коммутатор принимает вид

$$[i\partial_0 A,\ A] = f^2\int(d\mathbf{x})\,\mathbf{b}.\mathbf{b},$$

где эрмитов вектор $\mathbf{b}$ определяется как

$$\mathbf{b} = [1 + \nabla\mathscr{D}_\varphi(\nabla - i't\boldsymbol{\varphi}')]\cdot\mathbf{a}.$$

Однако ожидаемое значение в вакууме для такого коммутатора не может никогда быть отрицательным:

$$\langle[[A,\ P^0],\ A]\rangle = 2\langle AP^0A\rangle > 0,$$

и, следовательно,

$$f^2 > 0.$$

Наконец, мы укажем коммутатор в один и тот же момент времени:

$$i\,[G_a^{0k}(x),\ G_b^{0l}(x')] = [\partial^k\mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x},\ \mathbf{x}')_{\mathbf{.}}\,i'tG^{0l}(x')' +$$
$$+ i'tG^{0i}(x)'_{\mathbf{.}}\mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x},\ \mathbf{x}')\,\partial'^l]_{ab},$$

предоставляя доказательство читателю.

ЛИТЕРАТУРА

1. Yang C. N., Mills R., Phys. Rev., **96**, 191 (1954) (статья 1 настоящего сборника).
2. Sakurai J., Ann. Phys., **11**, 1 (1960) (статья 3 настоящего сборника).
3. Schwinger J., Phys. Rev., **125**, 397 (1962) (статья 10 настоящего сборника).

12. НЕАБЕЛЕВЫ КАЛИБРОВОЧНЫЕ ПОЛЯ. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ИНВАРИАНТНОСТЬ

Ю. ШВИНГЕР

J. Schwinger, Phys. Rev., 127, 324 (1962)

В качестве простого критерия лоренц-инвариантности в квантовой теории поля устанавливается условие для коммутатора между плотностью энергии и плотностью импульса. С его помощью формулируется в релятивистски инвариантном радиационно-калибровочном виде взаимодействие неабелева векторного калибровочного поля с ферми-полем спина —$^1/_2$.

1. Введение

Исторически теория калибровочных полей сыграла роль сильнейшего вызова релятивистской квантовой теории поля. С первых же шагов общей квантовой электродинамики, связанных с именами Гейзенберга и Паули, возник целый ряд трудностей, причина которых заключалась в отсутствие производных по времени от некоторых переменных поля в лагранжиане, что сделало тщетным применение простейшей канонической схемы квантования к этому случаю. Можно различить два выхода из этой ситуации. Первый из них — это рассматривать физическую систему такой, как она есть; произвол, связанный с калибровочной группой, истолковывается в том смысле, что не все компоненты поля в данный момент времени являются фундаментальными динамическими переменными, а последние удается указать. Будем называть эту точку зрения методом радиационной калибровки[1]). Для этого метода характерно стремление выявить квантовую природу системы, хотя бы даже ценой того, что лоренц-инвариантность теории перестает быть непосредственно очевидной. Для второго подхода важность этих двух моментов совершенно противоположна. Хотя в этом случае существует несколько вариантов теории, всем им присуща необходимость видоизменить физическую систему так, чтобы ограничить группу калибровочных преобразований и таким путем распространить статус фундаментальных динамических переменных на все компоненты поля. Состояния, имеющие физический интерес, необходимо затем отнести к состояниям этой расширенной системы. Теории такого рода все вместе мы будем называть методом лоренцевой калибровки (см., например, [2]).

---

[1]) О недавнем обсуждении с этой точки зрения проблем гравитационного поля см. статью Арновита, Дезера и Мизнера [1].

Обычно утверждают, что оба метода эквивалентны, но что метод лоренцевой калибровки более прост для расчетов. Однако против обоснованности использования метода лоренцевой калибровки в качестве базиса общей теории говорит большой опыт, согласно которому природа квантового векторного пространства состояний системы с бесконечным числом степеней свободы тесно связана с динамикой, и нельзя гарантировать, что существует операторное преобразование, связывающее состояния различных динамических систем[1]). По этой причине, а также на основании убеждения в том, что метод, внутренне адекватный физической системе, предпочтительнее искусственного метода изображения физической системы посредством какого-либо иного кинематического или динамического формализма, мы отказываемся от всех теорий лоренцевой калибровки, как от неподходящих для того, чтобы обеспечить описание калибровочно-инвариантной системы полей в терминах адекватных ей фундаментальных операторов.

Метод радиационной калибровки обладает 3-мерной структурой, и его лоренц-инвариантность необходимо проверять с помощью явных вычислений. В случае электромагнитного поля или в случае абелева калибровочного поля можно легко вывести калибровочное преобразование операторов, которого требует преобразование Лоренца. Всесторонняя ковариантность теории может быть тогда проверена непосредственно. Подобная программа очень усложняется в случае калибровочных полей, в частности, в силу неопределенности лагранжиана, причем такой, которая влияет на лоренц-трансформационные свойства. Таким образом, поскольку необходимо выбрать из всевозможных приемлемых 3-мерных теорий одну удовлетворительную, возникает настоятельная необходимость в простом критерии лоренц-инвариантности. Такой критерий мы и собираемся получить в настоящей работе.

2. Условие для коммутатора

Рассмотрим полевую систему, фундаментальные динамические переменные которой подчиняются в равные моменты времени коммутационному или антикоммутационному соотношению вида

$$x^0 = x^{0\prime}: \quad [\chi(x),\ \chi(x')]_\pm = c(\mathbf{x} - \mathbf{x}'),$$

где $c(\mathbf{x} - \mathbf{x}')$ — числовая матричная функция. Пусть система характеризуется эрмитовым оператором плотности $T^0_k(x)$ $(k = 1,\ 2,\ 3)$ и импульса, причем пусть операторы импульса

$$P_k = \int (d\mathbf{x})\, T^0{}_k(x)$$

[1]) Некоторые замечания подобного рода сделал Хааг [3].

и углового момента

$$J_{kl} = \int (d\mathbf{x}) [x_k T^0{}_l - x_l T^0{}_k]$$

подчиняются перестановочным соотношениям, соответствующим группе 3-мерных трансляций и вращений:

$$[P_k, P_l] = 0,$$
$$-i [P_k, J_{lm}] = \delta_{km} P_l - \delta_{kl} P_m,$$
$$-i [J_{kl}, J_{mn}] = \delta_{km} J_{ln} - \delta_{lm} J_{kn} - \delta_{kn} J_{lm} + \delta_{ln} J_{km}.$$

Смысл этих операторов как операторов трансляций и вращений можно также выразить в виде следующих соотношений:

$$[\chi(x), P_k] = \left(\frac{1}{i}\right) \partial_k \chi(x),$$
$$[\chi(x), J_{kl}] = \left[x_k \left(\frac{1}{i}\right) \partial_l - x_l \left(\frac{1}{i}\right) \partial_k + S_{kl} \right] \chi(x),$$

где конечномерные эрмитовы спиновые матрицы S_{kl} подчиняются перестановочным соотношениям для углового момента.

Теперь мы в качестве достаточного условия инвариантности относительно группы собственных ортохронных преобразований Лоренца утверждаем, что эрмитов оператор плотности энергии $T^{00}(x)$ подчиняется в равные моменты времени условию для коммутатора[1])

$$-i [T^{00}(x), T^{00}(x')] = -(T^0{}_k(x) + T^0{}_k(x')) \partial^k \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')$$

по крайней мере для систем, которые мы рассматриваем, т. е. для систем полей, спин которых равен $^1/_2$ или 1. Вместе с тем необходимо, конечно, чтобы оператор $T^{00}(x)$ был 3-мерной скалярной функцией операторов поля в данный момент времени и не зависел явно от координат.

Последнее свойство означает, что оператор энергии

$$P^0 = \int (d\mathbf{x}) T^{00}(x)$$

подчиняется соотношению

$$[P^0, P_k] = [P^0, J_{kl}] = 0.$$

Более того, три инфинитиземальных оператора преобразования Лоренца

$$J^0{}_k = \int (d\mathbf{x}) [x^0 T^0{}_k - x_k T^{00}] = x^0 P_k - \int (d\mathbf{x}) x_k T^{00},$$

---

[1]) Я не обнаружил в литературе каких-либо подобных утверждений. Хотя работа Дирака [4], конечно, имеет к этому непосредственное отношение, но применимость ее к тензору $T_{\mu\nu}$ в ней специально отрицается.

очевидно, образуют 3-мерный вектор, и, таким образом,

$$-i\,[J^0{}_k,\; J_{lm}] = \delta_{km}J^0{}_l - \delta_{kl}J^0{}_m;$$

в добавление к этому

$$-i\,[J^0{}_k,\; P_l] = \int (d\mathbf{x})\, x_k \partial_l T^{00} = -\delta_{kl}P^0.$$

В системе перестановочных соотношений для десяти инфинитиземальных операторов неоднородной группы Лоренца

$$[P_\mu,\; P_\nu] = 0,$$
$$-i\,[P_\mu,\; J_{\nu\lambda}] = g_{\mu\lambda}P_\lambda - g_{\mu\nu}P_\lambda,$$
$$-i\,[J_{\mu\nu},\; J_{\lambda k}] = g_{\mu\lambda}J_{\nu k} - g_{\nu\lambda}J_{\mu k} - g_{\mu k}J_{\nu\lambda} + g_{\nu k}J_{\mu\nu}$$

недостает коммутаторов $[P^0,\, J^0{}_k]$, $[J^0{}_k,\, J^0{}_l]$ и именно эти коммутаторы можно установить из условия для коммутатора с плотностью энергии.

После интегрирования по 3-мерной области изменения переменной x' условие для коммутатора приобретает вид

$$-i\,[T^{00}(x),\; P^0] = -\partial_k T^{0k}(x),$$

что фактически означает введение локального сохранения энергии

$$\partial_0 T^{00} + \partial_k T^{0k} = 0.$$

Последующее интегрирование по переменным x (после умножения на x_k) дает

$$-i\,[x^0 P_k - J^0{}_k,\; P^0] = -\int (d\mathbf{x})\, x_k \partial_l T^{0l},$$

или

$$-i\,[P^0,\; J^0{}_k] = P_k.$$

Если добавочный множитель x'_l ввести и при интегрировании по x', то в результате мы получаем

$$-i\,[T^{00}(x),\; x^0 P_l - J^0{}_l] = -T^0{}_l(x) - \partial_k\,[x_l T^{0k}(x)],$$

что эквивалентно следующему равенству:

$$[T^{00}(x),\; J^0{}_l] = \left[x^0\left(\frac{1}{i}\right)\partial_l - x_l\left(\frac{1}{i}\right)\partial^0\right] T^{00}(x) + 2iT^0{}_l(x).$$

Это есть выражение тензорного характера $T^{\mu\nu}(x)$ в терминах инфинитиземальных преобразований. Умножение на x_k и последующее интегрирование по x теперь дает

$$-i\,[J^0{}_k,\; J^0{}_l] = -\int (d\mathbf{x})\,(x_k T^0{}_l - x_l T^0{}_k) = -J_{kl},$$

что завершает набор перестановочных соотношений, которым подчиняются инфинитиземальные лоренцовы операторы.

Эти свойства унитарной группы совместно с инвариантностью фундаментальных перестановочных соотношений для поля относительно унитарных преобразований заключают в себе содержание требования лоренца-инвариантности.

Можно заметить, что коммутаторное уравнение для плотности энергии могло бы содержать добавочные члены, которые не дают вклада в различные 3-мерные интегралы. Однако подобные члены не появляются для систем, которые мы сейчас рассматриваем[1]), а именно для векторных калибровочных полей, взаимодействующих с полем спина $^1/_2$.

3. Оператор плотности энергии

Фундаментальными динамическими переменными нашей системы являются эрмитово ферми-поле $\psi(x)$ со спином $^1/_2$ и поперечная часть векторного эрмитова бозе-поля $\varphi_k(x)$, $G^{0kT}(x)$ $(k=1,\ 2,\ 3)$. Первое из них подчиняется антикоммутационному соотношению в равные моменты времени

$$x^0=x^{0\prime}:\quad \{\psi(x),\ \psi(x')\}=\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}'),$$

которое играет роль матричного уравнения по четырем спинорным индексам. Это поле также имеет добавочную внутреннюю сложность, которая позволяет реализовать свойства, представленные n мнимыми антисимметричными матрицами T_a, имеющими следующие групповые коммутационные свойства:

$$[T_b,\ T_c]=\sum_{a=1}^{n} T_a t_{abc}.$$

Матрица (n-мерная)

$$t_b=(t_{abc})$$

также подчиняется этому групповому закону коммутации.

Поперечные векторные поля коммутируют с ψ в заданный момент времени и подчиняются перестановочным соотношениям

$$[\varphi_k(x),\ \varphi_l(x')]=[G^{0kT}(x),\ G^{0lT}(x')]=0,$$
$$i\,[\varphi_k(x),\ G^{0lT}(x')]=[\delta^l{}_k\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}')]^T.$$

Это — матричные уравнения в n-мерном внутреннем пространстве, к которому относятся матрицы t_b. Употребляются также поля, определяемые соотношениями

$$f^2G_{kl}=\partial_k\varphi_l-\partial_l\varphi_k+i\,(\varphi_k t\varphi_l)$$

---

1) Это обсуждение представляет собой продолжение предыдущей работы [5].

и

$$\partial_k G^{0k} - i`t\varphi_k'.G^{0k} = k^0 = \frac{1}{2}\psi T\psi,$$

где

$$G^{0k} = G^{0kT} - \partial^k \Psi.$$

Явное выражение для G^{0k} дается символически в виде

$$\mathbf{G} = [1 + \nabla \mathscr{D}_\varphi (\nabla - i`t\varphi')]:\ \mathbf{G}^T - \nabla \mathscr{D}_\varphi k^0,$$

причем

$$(-\nabla^2 + i`t\varphi(x)' \cdot \nabla)\,\mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x},\ \mathbf{x}') = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}').$$

В качестве возможных выражений для плотности энергии и импульса рассматриваемой системы предлагаются следующие эрмитовы операторы:

$$T^0{}_k(x) = \frac{1}{2}\psi(x).\left[\left(\frac{1}{i}\right)\partial_k - `T\varphi_k(x)'\right]\psi(x) +$$
$$+ \frac{1}{2}\partial^l\left[\frac{1}{4}\psi(x)\,\sigma_{kl}\psi(x)\right] + f^2 G^{0m}(x).G_{km}(x) = T^0{}_k(x)^F + T^0{}_k(x)^B$$

и

$$T^{00}(x) = \frac{1}{2}\psi(x).\alpha^k\left[\left(\frac{1}{i}\right)\partial_k - `T\varphi_k(x)'\right]\psi(x) -$$
$$-\frac{1}{2}im\psi(x)\,\beta\psi(x) + \frac{1}{2}f^2\left[(G^{0k}(x))^2 + \frac{1}{2}(G^{kl}(x))^2\right] + t_\varphi(\mathbf{x}) =$$
$$= T^{00}(x)^F + T^{00}(x)^B.$$

Отметим, что бозе- и ферми-члены требуют соответственно симметризации и антисимметризации. Скалярную функцию $t_\varphi(\mathbf{x})$ мы здесь конкретизировать не будем. Ее определение представляет собой существенный результат настоящей работы. Матрицы Дирака β и α^k действительны и соответственно симметричны и антисимметричны. Спиновые матрицы

$$\sigma_{kl} = \left(\frac{1}{2i}\right)[\alpha_k,\ \alpha_l]$$

мнимы и антисимметричны.

Чтобы удостовериться в наличии у $T^0{}_k$ правильных 3-мерных трансформационных свойств, заметим, что

$$f^2 G^{0m}(x).G_{km}(x) = G^{0m}(x).\partial_k\varphi_m(x) + k^0(x)\,\varphi_k(x) - \partial_m[G^{0m}(x).\varphi_k(x)],$$

где проведено упорядочение симметризованных произведений. Таким образом,

$$T^0{}_k(x) = \frac{1}{2}\psi(x).\left(\frac{1}{i}\right)\partial_k\psi(x) + \frac{1}{2}\partial^l\left[\frac{1}{4}\psi(x)\,\sigma_{kl}\psi(x)\right] +$$
$$+ G^{0m}(x).\partial_k\varphi_m(x) - \partial_m[G^{0m}(x).\,\varphi_k(x)]$$

и, следовательно,

$$P_k = \int (d\mathbf{x})\, T^0{}_k = \int (d\mathbf{x}) \left[\frac{1}{2} \psi \cdot \left(\frac{1}{i}\right) \partial_k \psi + G^{0mT} \cdot \partial_k \varphi_m \right],$$

что выражает оператор импульса через канонические переменные. Отсюда сразу получаем

$$[\chi(x),\ P_k] = \left(\frac{1}{i}\right) \partial_k \chi(x),$$

где χ может быть ψ, φ_l или G^{0lT}. Аналогично

$$J_{kl} = \int (d\mathbf{x}) \left\{ \frac{1}{2} \psi \cdot \left[x_k \left(\frac{1}{i}\right) \partial_l - x_l \left(\frac{1}{i}\right) \partial_k + \frac{1}{2} \sigma_{kl} \right] \psi + \right.$$
$$\left. + G^{0mT} \cdot (x_k \partial_l - x_l \partial_k)\, \varphi_m + G^0{}_k{}^T \cdot \varphi_l - G^0{}_l{}^T \cdot \varphi_k \right\},$$

откуда получаем

$$[\psi(x),\ J_{kl}] = \left[x_k \left(\frac{1}{i}\right) \partial_l - x_l \left(\frac{1}{i}\right) \partial_k + \frac{1}{2} \sigma_{kl} \right] \psi(x),$$

$$[\varphi^m(x),\ J_{kl}] =$$
$$= \left[x_k \left(\frac{1}{i}\right) \partial_l - x_l \left(\frac{1}{i}\right) \partial_k \right] \varphi^m(x) - i\delta_k{}^m \varphi_l(x) + i\delta_l{}^m \varphi_k(x)$$

и аналогичное уравнение для $G^{0mT}(x)$. Эти соотношения обеспечивают надлежащие трансформационные свойства у P_k и J_{kl}, а тем самым и справедливость перестановочных соотношений для инфинитиземальных операторов группы 3-мерных трансляций и вращений.

Здесь полезно отметить, что плотность импульса должна подчиняться перестановочным соотношениям в равные моменты времени вида

$$-i\, [T^0{}_k(x),\ T^0{}_l(x')] =$$
$$= -T^0{}_k(x')\, \partial_l \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') - T^0{}_l(x)\, \partial_k \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') + \tau_{kl}(x,\ x'),$$

где

$$\tau_{kl}(x,\ x') = -\tau_{lk}(x',\ x)$$

и

$$\int (d\mathbf{x})\, \tau_{kl}(x,\ x') = \int (d\mathbf{x})\, [x_k \tau_{lm}(x,\ x') - x_l \tau_{km}(x,\ x')] = 0.$$

Последние соотношения представляют собой условия, выполнение которых необходимо в силу уравнений инфинитиземальных преобразований:

$$[T^0{}_k(x),\ P_l] = \left(\frac{1}{i}\right) \partial_l T^0{}_k(x),$$

$$[T^0{}_m(x),\ J_{kl}] =$$
$$= \left[x_k \left(\frac{1}{i}\right) \partial_l - x_l \left(\frac{1}{i}\right) \partial_k \right] T^0{}_m(x) - i\delta_{km} T^0{}_l(x) + i\delta_{lm} T^0{}_k(x),$$

которые определяют также и коммутационные свойства P_k и J_{kl}. Эрмитовы операторы $\tau_{kl}(x,\ x')$ должны исчезать при конечных

$|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|$, но в общем случае они не равны тождественно нулю для полевых систем с ненулевым спином. Заметим только, что для систем, которые здесь обсуждаются, $\tau_{kl}(x, x')$ состоит из членов, содержащих производные от $\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}')$ не выше второго порядка.

Как легко убедиться, вклад ферми-поля в плотность энергии подчиняется условию для коммутатора

$$-i\,[T^{00}(x)^F,\ T^{00}(x')^F] = -(T^0{}_k(x)^F + T^0{}_k(x')^F)\,\partial^k\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}').$$

Для того чтобы вычислить, например, $[T^{00}(x)^F,\ T^{00}(x')^B]$, вычислим сначала $[T^{00}(x)^F,\ G^{0l}(x')]$; этот коммутатор отличен от нуля благодаря свойствам коммутатора

$$i\,[\varphi_k(x),\ G^{0l}(x')] = \delta^l{}_k\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}') - [\partial_k - i`t\varphi_k(x)`]\,\mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x},\ \mathbf{x}')\,\partial'^l$$

и операторов плотности $k^0{}_a$, содержащихся в $G^{0l}(x')$. В результате объединения получим просто

$$-i\,[T^{00}(x)^F,\ G^{0l}(x')] = \delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}')\,k^l(x),$$

где

$$k_a{}^l(x) = \frac{1}{2}\,\psi(x)\,\alpha^l T_a\psi(x).$$

Из этого следует

$$-i\left[T^{00}(x)^F,\ \frac{1}{2}(G^{0l}(x'))^2\right] = \delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}')\,k_l(x)\,G^{0l}(x).$$

Здесь слева и справа мы имеем функции, симметричные по x и x'. Таким образом,

$$[T^{00}(x)^F,\ T^{00}(x')^B] + [T^{00}(x)^B,\ T^{00}(x')^F] = 0.$$

Возвращаясь к вычислению $[T^{00}(x)^B,\ T^{00}(x')^B]$, видим, что

$$-i\,[f^2G_{kl}(x),\ G^{0m}(x')] = -[\partial_k - i`t\varphi_k(x)`]\,\delta_l{}^m\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}') +$$
$$+ [\partial_l - i`t\varphi_l(x)`]\,\delta_k{}^m\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}') - i`tG_{kl}(x)`\mathscr{L}_\varphi(\mathbf{x},\ \mathbf{x}')\,\partial'^m,$$

и, поскольку

$$(G_{kl}(x)\,tG_{kl}(x)) = 0,$$

мы получаем

$$-i\left[\frac{1}{4}f^2(G_{kl}(x))^2,\ G^{0m}(x')\right] = -G^{km}(x)\,[\partial_k - i`t\varphi_k(x)`]\,\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}').$$

В результате

$$\left(\frac{1}{i}\right)\left[\frac{1}{4}f^2(G_{kl}(x))^2,\ \frac{1}{2}f^2(G^{0m}(x'))^2\right] +$$
$$+\left(\frac{1}{i}\right)\left[\frac{1}{2}f^2(G^{0m}(x))^2,\ \frac{1}{4}f^2(G_{kl}(x'))^2\right] =$$
$$= -[T^0{}_k(x)^B + T^0{}_k(x')^B]\,\partial^k\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}').$$

Проверка условия для коммутатора была бы завершена, если бы было известно, что

$$\left[\frac{1}{2}f^2(G^{0k}(x))^2+t_\varphi(\mathbf{x}),\ \frac{1}{2}f^2(G^{0l}(x'))^2+t_\varphi(\mathbf{x}')\right]=0.$$

Вспомним коммутатор

$$i\,[G^{0k}(x),\ G^{0l}(x')]=\partial^k\mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x},\ \mathbf{x}')\,.\,i\text{‘}tG^{0l}(x')\text{’}+i\text{‘}tG^{0k}(x)\text{’}\,.\,\mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x},\ \mathbf{x}')\,\partial'^l;$$

одно из важнейших следствий его состоит в том, что в отличие от аналогичного образования из G_{kl} член

$$(G^{0k}(x)\,tG^{0k}(x))$$

не исчезает. Действительно,

$$(G^{0k}(x)\,tG^{0k}(x))=-\sum_a t_a\partial_k\mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x},\ \mathbf{x})\,t_a.G^{0k}(x),$$

где дифференцируется только первая переменная в функции $\mathscr{D}_\varphi$. Мы просто выпишем результаты вычисления $[(G^{0k}(x))^2,\ (G^{0l}(x'))^2]$, предлагая читателю повторить выкладки:

$$-i\left[\frac{1}{2}(G^{0k}(x))^2,\quad \frac{1}{2}(G^{0l}(x'))^2\right]=$$

$$=-\gamma_\varphi(\mathbf{x},\ \mathbf{x}')_k.G^{0k}(\mathbf{x}')+G^{0k}(\mathbf{x}).\gamma_\varphi(\mathbf{x}',\ \mathbf{x})_k,$$

где

$$f^2\gamma_\varphi(\mathbf{x},\ \mathbf{x}')^k=\left(\frac{1}{i}\right)[t_\varphi(\mathbf{x}),\ G^{0k}(\mathbf{x}')]$$

и

$$t_\varphi(\mathbf{x})=\frac{1}{8}f^2\sum_a \mathrm{Sp}\,[t_a\partial^k\mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x},\ \mathbf{x})\,t_a\partial_k\mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x},\ \mathbf{x})].$$

Этот результат означает, что существует функция $t_\varphi(\mathbf{x})$ такая, что набор операторов $^1/_2\, f^2(G^{0k}(x))^2+t_\varphi(\mathbf{x})$ коммутативен для всех $\mathbf{x}$.

Чтобы подчеркнуть тесную зависимость, которая должна иметь место между двумя членами $^1/_2 f^2(G^{0k}(x))^2$ и $t_\varphi(\mathbf{x})$, выпишем сумму, образующую положительно определенный эрмитов оператор

$$\frac{1}{2}f^2\sum_a\left[G_a{}^{0k}(x)-\frac{1}{2}\mathrm{Sp}\,t_a\partial^k\mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x},\ \mathbf{x})\right]\left[G_a{}^{0k}(x)+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}\mathrm{Sp}\,t_a\partial^k\mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x},\ \mathbf{x})\right]=\frac{1}{2}f^2(G^{0k}(x))^2+t_\varphi(\mathbf{x}),$$

где, как следует вспомнить, элементы матрицы t_a являются мнимыми числами. Возможность подобного представления эквивалентна установлению тождества

$$\sum_a [\operatorname{Sp} t_a \partial^k \mathscr{D}_\varphi (\mathbf{x}, \mathbf{x}),\ G_a{}^{0k}(x)] =$$

$$= -\frac{1}{2} \sum_a \Big[\operatorname{Sp} [t_a \partial^k \mathscr{D}_\varphi (\mathbf{x}, \mathbf{x})\, t_a\, \partial^k \mathscr{D}_\varphi (\mathbf{x}, \mathbf{x}) \Big] -$$

$$-\frac{1}{2} \sum_a [\operatorname{Sp} t_a \partial^k \mathscr{D}_\varphi (\mathbf{x}, \mathbf{x})]^2.$$

Для его проверки необходима следующая теорема:

$$\sum_a \operatorname{Sp} [t_a \partial^k \mathscr{D}_\varphi (\mathbf{x}, \mathbf{x})\, t_a\, (\partial^k \mathscr{D}_\varphi (\mathbf{x}, \mathbf{x}) - \mathscr{D}_\varphi (\mathbf{x}, \mathbf{x})\, \partial^k)] =$$

$$= \sum_a [\operatorname{Sp} t_a \partial^k \mathscr{D}_\varphi (\mathbf{x}, \mathbf{x})]^2.$$

4. Трансформационные свойства поля

Теперь, когда мы располагаем явным выражением для операторов[1]) P^0 и $J^0{}_k$ можно вывести уравнения движения и выяснить поведение переменных поля при лоренцевых преобразованиях. Рассмотрим вначале ферми-поле $\psi(x)$ и заметим, что ($x^0 = x^{0\prime}$).

$$[\psi(x),\ k^0(x')] = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')\, T\psi(x),$$

вследствие чего

$$[\psi(x),\ G^{0l}(x')] = -\partial'^l \mathscr{D}_\varphi (\mathbf{x}', \mathbf{x})\, T\psi(x).$$

Тогда получаем

$$i\partial_0 \psi(x) = [\psi(x),\ P^0] = \text{‘}T\varphi^0(x)\text{’}.\psi(x) +$$

$$+ \alpha^k \left[\left(\frac{1}{i}\right) \partial_k - \text{‘}T\varphi_k(x)\text{’} \right] \psi(x) - im\beta\psi(x),$$

где

$$\varphi^0(x) = f^2 \int (d\mathbf{x}')\, \mathscr{D}_\varphi (\mathbf{x}, \mathbf{x}').\partial'_l G^{0l}(x').$$

Это уравнение движения также выражается в виде

$$\{\alpha^\mu [\partial_\mu - i\text{‘}T\varphi_\mu(x)\text{’}] + \beta m\}.\psi(x) = 0,$$

[1]) Несмотря на критику метода лоренцовой калибровки, представляется разумным предположить, что если не прибегать к каким-либо использованиям норм вектора состояния ввиду их бесконечности, то не встретится никаких формальных трудностей в лоренц-калибровочном подходе, аналогичном тому, который Ферми предложил для электромагнитного поля. Соответственно следует показать, что исключение продольной части в лоренц-калибровочном подходе позволяет найти оператор энергии для метода радиационной калибровки. Это последнее нам и удалось сделать.

где

$$\alpha^0 = 1.$$

При вычислении коммутатора для произвольного оператора поля $F(x)$ с J_{0l} удобно представить J_{0l} в виде

$$J_{0l} = x_0 P_l - x_l P_0 + \int (d\mathbf{x}')(x'_l - x_l) T^{00}(x'),$$

откуда

$$[F(x), J_{0l}] = \left[x_0 \left(\frac{1}{i}\right) \partial_l - x_l \left(\frac{1}{i}\right) \partial_0 \right] F(x) + \\ + \int (d\mathbf{x}')(x'_l - x_l)[F(x), T^{00}(x')].$$

В результате применения этой процедуры к $\psi(x)$ получим

$$[\psi(x), J_{0l}] = \left[x_0 \left(\frac{1}{i}\right) \partial_l - x_l \left(\frac{1}{i}\right) \partial_0 + \frac{1}{2}\sigma_{0l} \right] \psi(x) + \\ + \text{`}T\Lambda_l(x)\text{'}.\psi(x),$$

где

$$\Lambda_l(x) = f^2 \int (d\mathbf{x}') \mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{x}').\partial'_k [(x'_l - x_l) G^{0k}(x')]$$

является операторной калибровочной функцией. Мы, кроме того, определили

$$\sigma_{0l} = -i\alpha_l.$$

Аналогичные вычисления можно проделать для плотности $k^0(x)$ с помощью перестановочного соотношения в равные моменты времени

$$[k_b{}^0(x), k_c{}^0(x')] = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \sum_a k_a{}^0(x) t_{abc}.$$

Находим

$$i\partial_0 k^0(x) = \text{`}t\varphi^0(x)\text{'}.k^0(x) + \left[ \left(\frac{1}{i}\right) \partial_l - \text{`}t\varphi_l(x)\text{'} \right] k^l(x),$$

или

$$[\partial_\mu - i\text{`}t\varphi_\mu(x)\text{'}].k^\mu(x) = 0,$$

и закон лоренц-преобразования

$$[k^0(x), J_{0l}] = \left[x_0 \left(\frac{1}{i}\right) \partial_l - x_l \left(\frac{1}{i}\right) \partial_0 \right] k^0(x) - \\ - ik_l(x) + \text{`}t\Lambda_l(x)\text{'}.k^0(x).$$

Также получим

$$[k_m(x), J_{0l}] = \left[x_0 \left(\frac{1}{i}\right) \partial_l - x_l \left(\frac{1}{i}\right) \partial_0 \right] k_m(x) - \\ - i\delta_{ml} k^0(x) + \text{`}t\Lambda_l(x)\text{'}.k_m(x).$$

Возвращаясь к поперечному векторному полю $\varphi_k(x)$, сперва заметим, что

$$i\left[\varphi_k(x),\ \frac{1}{2}(G^{0m}(x'))^2\right]=\{\delta_{km}\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}')-$$
$$-[\partial_k-i`t\varphi_k(x)']\,\mathscr{L}_\varphi(\mathbf{x}\mathbf{x}')\,\partial'_m\}.G^{0m}(x'),$$

где ∂'_m все также действует на функцию слева от него. Отсюда сразу следует, что

$$\partial_0\varphi_k(x)=f^2G_{0k}(x)+[\partial_k-i`t\varphi_k(x)'].\varphi_0(x),$$

или эквивалентно

$$f^2G_{0k}=\partial_0\varphi_k-\partial_k\varphi_0+(\varphi_0 it\varphi_k),$$

и

$$[\varphi_k(x),\ J_{0l}]=\left[x_0\left(\frac{1}{i}\right)\partial_l-x_l\left(\frac{1}{i}\right)\partial_0\right]\varphi_k(x)-$$
$$-i\delta_{kl}\varphi^0(x)+\left[\left(\frac{1}{i}\right)\partial_k-`t\varphi_k(x)'\right].\Lambda_l(x).$$

Ввиду того что обе стороны последнего уравнения не должны содержать членов с дивергенцией, мы получаем, в частности,

$$0=\partial_l\varphi^0-\partial_0\varphi_l+(\nabla^2-i`t\varphi'\cdot\nabla)\,\Lambda_l,$$

что дает, как в этом можно непосредственно убедиться, еще одно выражение для операторной калибровочной функции

$$\Lambda_l(x)=\int(d\mathbf{x}')\,\mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x},\mathbf{x}').[\partial'_l\varphi^0(x')-\partial_0\varphi_l(x')].$$

С помощью этого выражения можно выразить лоренц-трансформационные свойства φ_k в символической форме

$$[\varphi_k,\ J_{0l}]=[1+(\nabla-i`t\varphi')\,\mathscr{D}_\varphi\nabla]_{km}\cdot\left\{\left[x_0\left(\frac{1}{i}\right)\partial_l-\right.\right.$$
$$\left.\left.-x_l\left(\frac{1}{i}\right)\partial_0\right]\varphi^m-i\delta_l{}^m\varphi^0\right\},$$

откуда становится понятным происхождение калибровочного операторного преобразования в калибровочном требовании поперечности излучения. С этим тесно связан закон преобразования для $G_{km}(x)$, так как

$$f^2\delta G_{km}=(\partial_k-i`t\varphi_k')\,\delta\varphi_m-(\partial_m-i`t\varphi_m')\,\delta\varphi_k,$$

и в результате вычисления получаем

$$[G_{km}(x),\ J_{0l}]=\left[x_0\left(\frac{1}{i}\right)\partial_l-x_l\left(\frac{1}{i}\right)\partial_0\right]G_{km}(x)+$$
$$+i\delta_{kl}G_{0m}(x)-i\delta_{ml}G_{0k}(x)+`t\Lambda_l(x)'.G_{km}(x).$$

До настоящего момента лоренц-трансформационные свойства выступают в сравнительно простом виде. В добавление к геометрическим преобразованиям различные поля подвержены операторному калибровочному преобразованию. Это положение, конечно, было бы вполне справедливым по отношению к абелевым калибровочным полям, но для временны́х компонент неабелева калибровочного поля это не верно. Если рассмотреть поле $G^{0k}(x)$, то из уже использованных коммутационных свойств видно, что

$$-i[G^{0k}(x), T^{00}(x')] = G^{mk}(x')[\partial_m' - i't\varphi_m(x')']\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}') -$$
$$-\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}')k^k(x) - f^2 i'tG^{0k}(x)'.[\mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{x}')\partial'^l.G^{0l}(x')] + r_\varphi{}^k(\mathbf{x}, \mathbf{x}'),$$

где последние два члена появляются в результате вычисления

$$-i\left[G^{0k}(x), \frac{1}{2}f^2(G^{0l}(x'))^2 + t_\varphi(\mathbf{x}')\right].$$

Обозначение функции $r_\varphi{}^k(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ предвосхищает ее структуру. Напомним, что оператор ∂'^l действует на функцию, стоящую слева от него. В результате интегрирования по x' мы получаем уравнение движения

$$\partial_0 G^{0k}(x) = i't\varphi_0(x)'.G^{0k}(x) - [\partial_l - i't\varphi_l(x)']G^{lk}(x) - k^k(x) + r_\varphi{}^k(\mathbf{x}),$$

в то время как дополнительный множитель $x_l' - x_l$ приводит к формуле лоренц-преобразования

$$[G^{0k}(x), J_{0l}] = \left[x_0\left(\frac{1}{i}\right)\partial_l - x_l\left(\frac{1}{i}\right)\partial_0\right]G^{0k}(x) + iG^k{}_l(x) +$$
$$+ 't\Lambda_l(x)'.G^{0k}(x) + ir_\varphi{}^k{}_l(\mathbf{x}).$$

Здесь введены определения

$$r_\varphi{}^k(\mathbf{x}) = \int (d\mathbf{x}')\, r_\varphi{}^k(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$$

и

$$r_\varphi{}^k{}_l(\mathbf{x}) = \int (d\mathbf{x}')(x_l' - x_l)\, r_\varphi{}^k(\mathbf{x}, \mathbf{x}').$$

Новые трансформационные свойства операторов $G^{0k}(x)$ связаны, таким образом, с появлением функции $r_\varphi{}^k(\mathbf{x}, {}'\mathbf{x})$.

Эту функцию можно вычислить, заметив, что

$$-f^2G^{0k}(x).[i'tG^{0k}(x).'(\mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{x}')\partial'^l.G^{0l}(x'))] +$$
$$+ G^{0k}(x).r_\varphi{}^k(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = -i\left[\frac{1}{2}(G^{0k}(x))^2, \frac{1}{2}f^2(G^{0l}(x'))^2 +\right.$$
$$\left. + t_\varphi(\mathbf{x}')\right] = i[t_\varphi(\mathbf{x}), G^{0l}(x')].G^{0l}(x'),$$

так что достаточно идентифицировать коэффициенты при $G^{0k}(x)$ после упрощения первого члена. В достаточно простом виде результат можно представить в форме утверждения, что

$$r_\varphi{}^k(\mathbf{x}, \mathbf{x}')_a = -\frac{1}{8} f^2 \sum_{bc} [it_a \partial^k \mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{x}')]_{bc} \times$$
$$\times \operatorname{Sp}[t_b \mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \partial'^l t_c \partial'^l \mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x}', \mathbf{x})] +$$
$$+\frac{1}{4} f^2 \sum_b \operatorname{Sp}\{t_a t_b \mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \partial'^l i [G_b{}^{0k}(x), \partial'^l \mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x}', \mathbf{x})]\}.$$

В этом и в предыдущих преобразованиях были использованы следующие соотношения:

$$i[\partial^k \mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{x}')_{ab}, G_c{}^{0l}(x'')] - i[\partial''^l \mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x}'', \mathbf{x}')_{cb}, G_a{}^{0k}(x)] =$$
$$= -[\partial^k \mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{x}'') it_c \partial''^l \mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x}'', \mathbf{x}')]_{ab} -$$
$$-[\partial^k \mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{x}') it_b \mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x}', \mathbf{x}'') \partial''^l]_{ac} -$$
$$-[\mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x}', \mathbf{x}) \partial^k it_a \mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{x}'') \partial''^l]_{bc}.$$

Нужно отметить еще одно свойство функции $r_\varphi{}^k(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$. Как следует из самого определения,

$$[\partial_k - i\text{`}t\varphi_k(x)\text{'}] r_\varphi{}^k(\mathbf{x}, \mathbf{x}') =$$
$$= \sum_{ab} t_b t_a \frac{1}{4} [\varphi_a{}^k(x), [G_b{}^{0k}(x), f^2 \mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \partial'^l{}_{\bullet} G^{0l}(x')]] -$$
$$-\sum_{ab} t_a t_b \frac{1}{4} [G_b{}^{0k}(x), [\varphi_a{}^k(x), f^2 \mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \partial'^l{}_{\bullet} G^{0l}(x')]].$$

Заметим, что вычисление этих двойных коммутаторов, разумеется, дало бы функцию поля φ, но мы не будем выписывать явного результата, так как для нас важна коммутационная структура, а она такова, что сокращенное уравнение

$$[\partial_k - i\text{`}t\varphi_k(x)\text{'}]_{\bullet} G^{0k}(x) = k^0(x)$$

сохраняется и во времени и при лоренц-преобразовании. Таким образом, последовательное, член за членом, вычисление

$$[(\partial_k - i\text{`}t\varphi_k(x)\text{'})_{\bullet} G^{0k}(x) - k^0(x), J_{0l}]$$

дает в конце концов нуль только в силу предполагаемого свойства

$$[\partial_k - i\text{`}t\varphi_k(x)\text{'}] r_\varphi{}^k{}_l(\mathbf{x}) + r_{\varphi l}(\mathbf{x}) =$$
$$= -\sum_{ab} t_b t_a \frac{1}{4} [\varphi_{ka}(x), [G_b{}^{0k}(x), \Lambda_l(x)]] +$$
$$+\sum_{ab} t_a t_b \frac{1}{4} [G_b{}^{0l}(x), [\varphi_{ka}(x), \Lambda_l(x)]],$$

что, между прочим, равно также

$$\sum_{ab} t_b t_a \frac{1}{4} [\varphi_{ka}(x), [\Lambda_{lb}(x), G^{0k}(x)]] -$$
$$- \sum_{ab} t_a t_b \frac{1}{4} [\Lambda_{lb}(x), [\varphi_{ka}(x), G^{0k}(x)]].$$

Полная плотность внутреннего свойства, представленного матрицами T_a и t_a, дается соотношением

$$j_a{}^0(x) = \partial_k G_a{}^{0k}(x) = k_a{}^0(x) - i(\varphi_k(x).t_a G^{0k}(x)),$$

а соответствующая интегральная величина описывается постоянным эрмитовым оператором

$$\mathbf{T}_a = \int (d\mathbf{x})\, j_a{}^0(x).$$

Если вклад в этот интеграл эффективно ограничен специально выбранной областью, то скалярная функция $\Psi(x)$, определяющая продольную компоненту $G^{0k}(x)$:

$$G^{0k} = G^{0kT} - \partial^k \Psi,$$

должна в асимптотике вести себя как

$$|\mathbf{x}| \to \infty: \quad \Psi_a(x) \sim \frac{1}{4\pi |\mathbf{x}|} \mathbf{T}_a.$$

Однако производная по времени от G^{0k} не содержит столь медленно исчезающего члена, и мы можем определить ток j^k, подчиняющийся закону сохранения

$$\partial_0 j^0 + \partial_k j^k = 0,$$

в виде

$$j^k(x) = -\partial_0 G^{0k}(x) - \partial_l G^{lk}(x) = k^k(x) +$$
$$+ i(\varphi_0(x).tG^{0k}(x)) + i(\varphi_l(x)\, tG^{lk}(x)) - r_\varphi{}^k(\mathbf{x}).$$

Мы видим, что здесь также содержится функция $r_\varphi{}^k(\mathbf{x})$.

Хотя в противоположность $k^\mu(x)$ ток $j^\mu(x)$ подчиняется локальному закону сохранения, плотность $j^0(x)$ не обладает в отличие от $k^0(x)$ локальным характером по отношению к перестановочным соотношениям в равные моменты времени. Имеем

$$[j^0(x), j^0(x')] = -\text{‘}tj^0(x)\text{’}\,\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}') +$$
$$+ \partial_k \partial_l' i\,[\text{‘}t\varphi^k(x)\text{’}\mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{x}')\text{‘}.tG^{0l}(x')\text{’} -$$
$$- \text{‘}tG^{0k}(x)\text{’}.\mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{x}')\text{‘}t\varphi^l(x')\text{’}].$$

Добавочный член типа дивергенции не вносит вклада в интегральные величины, и мы вновь подтверждаем коммутационные свойства $\mathbf{T}$-операторов

$$[\mathbf{T}_b,\ \mathbf{T}_c]=\sum_a \mathbf{T}_a t_{abc},$$

получая

$$[j^0(x),\ \mathbf{T}_a]=t_a j^0(x).$$

Лоренц-трансформационные свойства j^μ более сложны, чем те же свойства k^μ. Например,

$$[j^0(x),\ J_{0l}]=\left[x_0\left(\frac{1}{i}\right)\partial_l-x_l\left(\frac{1}{i}\right)\partial_0\right]j^0(x)-ij_l(x)+$$
$$+\text{‘}t\Lambda_l(x)\text{’}.j^0(x)+\text{‘}t\,\partial_k\Lambda_l(x)\text{’}.G^{0k}(x)+i\partial_k r_\varphi{}^k{}_l(\mathbf{x}).$$

Переписав это в виде

$$[j^0(x),\ J_{0l}]=\left(\frac{1}{i}\right)\partial_k\,[\delta_l{}^k x_0 j^0(x)+x_l j^k(x)+$$
$$+i\text{‘}t\Lambda_l(x)\text{’}.G^{0k}(x)-r_\varphi{}^k{}_l(\mathbf{x})],$$

можно убедиться в лоренц-инвариантности сохраняющихся $\mathbf{T}$-операторов

$$[\mathbf{T}_a,\ J_{0l}]=0.$$

Рассмотрим в заключение лоренц-трансформационные свойства поля $\varphi^0(x)$. Можно начать с явного выражения

$$\varphi^0(x)=f^2\int(d\mathbf{x}')\,\mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x},\ \mathbf{x}').\partial'_k G^{0k}(x'),$$

которое, кстати говоря, дополняет

$$\varphi^k(x)=f^2\int(d\mathbf{x}')\,\mathscr{D}_\varphi(\mathbf{x},\ \mathbf{x}')\,\partial'_l G^{kl}(x'),$$

но проще вернуться к дифференциальному уравнению

$$f^2G_{0k}=\partial_0\varphi_k-(\partial_k-i\text{‘}t\varphi\text{’}_k).\varphi_0.$$

Исходя из известных свойств φ_k и G_{0k}, можно теперь найти

$$[\varphi^0(x),\ J_{0l}]=\left[x_0\left(\frac{1}{i}\right)\partial_l-x_l\left(\frac{1}{i}\right)\partial_0\right]\varphi^0(x)-$$
$$-i\varphi_l(x)+i\,[\partial_0-i\text{‘}t\varphi_0(x)\text{’}].\Lambda_l(x)+i\varrho_{\varphi l}(\mathbf{x}),$$

где

$$[\partial_k-i\text{‘}t\varphi_k(x)\text{’}]\,\varrho_{\varphi l}(\mathbf{x})=-f^2r_{\varphi kl}(\mathbf{x})+$$
$$+\sum_{ab}t_bt_a\frac{1}{4}\,[\varphi_{ka}(x),\,[\Lambda_{lb}(x),\ \varphi^0(x)]]-$$
$$-\sum_{ab}t_at_b\frac{1}{4}\,[\Lambda_{lb}(x),\ [\varphi_{ka}(x),\ \varphi^0(x)]],$$

и дивергенция от этого уравнения дает аддитивную добавочную функцию поля $\boldsymbol{\varphi}$, которая выходит за пределы элементарных геометрических и масштабных преобразований. Асимптотическое поведение $\varphi^0(x)$ определяется, согласно дифференциальному уравнению

$$-\nabla^2\varphi^0 = f^2 j^0 - \nabla\cdot(i' t \boldsymbol{\varphi}' \varphi^0),$$

в виде

$$|\mathbf{x}| \to \infty: \quad \boldsymbol{\varphi}^0(x) \sim \frac{1}{4\pi|\mathbf{x}|} f^2 \mathbf{T}.$$

Замечание, добавленное в корректуре.

Коммутационным уравнениям для плотности энергии можно дать общую динамическую основу путем изучения той модификации в законе сохранения, которую может произвести наличие внешнего гравитационного поля. Также подразумевается выполнение некоторых минимальных допущений о локальности времени. При аналогичном выводе коммутатора для плотности заряда в равные моменты времени из уравнения сохранения тока нужно рассматривать такие системы, для которых ток не является явной функцией производной по времени от внешнего векторного потенциала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Arnowitt R., Deser S., Misner C. W., Phys. Rev., **117**, 1595 (1960).
2. Jauch J. M., Rohrlich F., Theory of Photons and Electrons, Reading, Mass., 1955.
3. Haag R., Kgl. Danske Videnskab. Selskab. Mat.-Fys. Medd., **29**, No. 12 (1955).
4. Dirac P. A. M., Phys. Rev., **73**, 1092 (1948).
5. Schwinger J., Phys. Rev., **125**, 1043 (1962) (статья 11 настоящего сборника).

13. ГРУППОВЫЕ МЕТОДЫ В ТЕОРИИ ЧАСТИЦ

(доклад раппортера на 11-й Международной конференции по физике высоких энергий, ЦЕРН, Женева, 1962)

Б. д' ЭСПАНЬА

B. d' Espagnat, 11th. International High-Energy Physics Conference at CERN, CERN-Geneva, 4365/TH. 283, 24 July, 1962

1. Определения

а. Общие требования. Разрешите мне коротко резюмировать общие положения. Группы, исследовавшиеся в последние годы, практически все являются *компактными группами* Ли, которые, помимо всего прочего, непрерывны и описываются унитарными матрицами $U^{+}U = 1$. Поэтому не возникает проблем, связанных с инвариантностью теории свободного поля. Кроме того, это оказалось удачным ограничением с точки зрения практических применений, поскольку мы располагаем весьма ограниченным выбором между группами или семействами групп. Благодаря этому вопрос о том, которая (если вообще какая-либо) из них применима в физике, в принципе может быть решен путем последовательного исключения.

Относительно менее важным пунктом является *унимодулярность*: должны ли мы требовать выполнения условия $\det UU = 1$ или нет? У меня нет времени обсудить этот вопрос, однако я замечу, что на практике это не приводит к особым различиям, так что можно поступать как угодно. Золотым правилом здесь может служить сокращение до минимума необходимых математических выкладок. Если потребовать, чтобы условие $\det U = 1$ *выполнялось* (что обычно приводит к упрощению), то оказывается, что барионное число B нельзя включить в группу, а его сохранение следует ввести как отдельный постулат.

б. Определение. Возьмем в качестве примера группу изоспина, которая соответствует O_3, т. е. 3-мерным вращениям. Здесь мы имеем серию

представлений,	$I=0$	$1/2$	1	$3/2$	...
с которыми связаны					
мультепклты,	Λ	N, K	Σ, π	N^*	...
причем число компонент каждого из них дает					
размерность	1	2	3	4	...
каждого представления.					

Что касается самой группы, то она имеет определенное *число параметров*, которое, конечно, совпадает с числом инфинитиземальных операторов X_K ($X_K = I_K$ для изоспина). Это число равно 3 для O_3, 6 для O_4, 8 для SU_3 и т. д. Все это достаточно хорошо известно. Менее привычными, но крайне важными для нас будут следующие понятия.

1. *Ранг* группы, представляет собой число независимых *аддитивных* квантовых чисел, сохранение которых определяется инвариантностью относительно преобразованной группы. Например, изоспин образует группу ранга 1, потому что в этом случае имеется только одно подобное число, именно I_3 (I не будет аддитивным в нашем смысле: это длина вектора).

2. *Регулярное представление* группы. Пусть $\psi = \begin{vmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{vmatrix}$ — *какой-то* изоспиновый мультиплет (N, π и т. д.). Рассмотрим три объекта: ψ, I_K, ψ. Эти объекты образуют вместе триплет, т. е. дают базис представления 3 данной группы. Представление, которое можно построить таким методом, называют регулярным (или «сопряженным») представлением. Его мерность, разумеется, равна числу параметров группы.

В случае групп, более широких, чем изоспиновая, для которых изоспин оказывается подгруппой, представления связаны с *супермультиплетами*. Каждый супермультиплет, конечно, возникает как соединение изоспиновых мультиплетов. В табл. 1 дается основная информация относительно наиболее полезных групп.

Здесь SU_3 является группой унитарных унимодулярных 3×3-матриц; G_2 — первая из особых групп Картана: O_n — группа вращений в n-мерном пространстве.

Таблица 1

Группа	Число параметров	Ранг	Размерности представлений
$SU_2 \approx O_3$	3	1	$1, 2, \boxed{3}, 4, 5, \ldots$
SU_3	8	2	$1, 3, \boxed{8}, 10, \ldots$
O_5	10	2	$1, 4, 5, \boxed{10}, \ldots$
G_2	14	2	$1, 7, \boxed{14}, \ldots$

в. Частично сохраняющиеся токи и векторные мезоны. Пусть $X_1, \ldots, X_K, \ldots$ — инфинитиземальные операторы группы. Если лагранжева функция L инвариантна относительно этой группы, то легко показать, что токи вида

$$J_\alpha^{(k)} = \sum_i \{\bar{\psi}_i X_K \gamma_\alpha \psi_i + i\,[\varphi_i^* X_K\, \partial_\alpha \varphi_i - (\partial_\alpha \varphi_i^*)\, X_K \varphi_i]\},$$

сохраняются, т. е. что удовлетворяются соотношения вида

$$\frac{\partial J_\alpha^{(k)}}{\partial x_\alpha} = 0$$

(здесь суммирование $\sum\limits_i$ распространяется на все поля супермультиплета ψ_i, φ_i, которые входят в L). В случае изоспина эти три величины J представляют собой обычные сохраняющиеся векторные токи. В случае более широкой группы непосредственно видно, что число подобных токов J как раз равняется числу параметров группы и что в самом деле благодаря методу их образования *они входят в регулярное представление* группы.

Тогда легко показать [1], что, образуя коммутаторы этих токов друг с другом в один и тот же момент времени, можно перестраивать перестановочные соотношения между X_k, т. е. *алгебру* группы.

Идя дальше в этом направлении, можно сопоставить векторные мезоны частично сохраняющимся токам. Этого можно достичь, так же как в обычной электродинамической теории калибровочной инвариантности, вводя зависимость параметров группы от координат, иначе говоря, применяя так называемый прием Янга — Миллса [2, 3], обобщенный на группы, имеющие более широкий смысл, чем группа изоспина [1, 4, 5]. Тогда эти векторные мезоны также будут сведены в регулярном представлении. К сожалению, мы не знаем истинного смысла приема Янга — Миллса, а его связь с квантованными полями и тяжелыми векторными бозонами подвергалась сомнению, в частности новые соображения в этом направлении высказали Огиевецкий и Полубаринов, а на данной конференции — также Тейлор.

2. Парадный вход и черный ход

Я хочу подчеркнуть, что на самом деле имеются по крайней мере два входа, через которые теория групп может рассчитывать проникнуть в пределы физики элементарных частиц.

«Парадным входом» можно назвать, скажем, область сильных взаимодействий, а «черным ходом» — теорию токов слабых взаимодействий. Вы вправе, разумеется, поменять местами эти вывески. Я постараюсь описать здесь, что мы увидим, входя через одну из этих дверей, и поставить важный вопрос: принадлежат ли обе двери одному и тому же дому? Но давайте сперва сравним области сильных и слабых взаимодействий.

а. **Подход через сильные взаимодействия.** Основная идея здесь заключается в том, что по тем или иным причинам сильные взаимодействия оказываются, пусть довольно грубо, инвариантными относительно некоторой группы, более широкой, чем группа изоспина. Конечно, многие чисто количественные следствия подобной инвариантности, такие, как равенство масс, эффективных сечений и т. д., могут не радовать из-за сознания грубого характера нашего приближения. Но если мы хотим построить полезную модель, следует установить нечто вроде необходимого минимума требовательности.

Например, можно сказать, что если группа приводит к некоторому качественному предсказанию, запрещая какую-то конкретную реакцию, то эта реакция в действительном мире должна встречаться менее часто, чем разрешенная реакция с той же кинематикой.

Если *даже и подобное утверждение* оказалось бы неверным, то у нас вообще ничего не осталось бы.

Допустим теперь, что каждая физическая частица входит (по крайней мере в удовлетворительном приближении) в некоторое определенное представление.

Тогда каждое квантовое число, введенное через инварианты группы, имеет непосредственный физический смысл. Но, как хорошо известно, в области сильных взаимодействий нет признаков того, сохраняются какие-либо иные аддитивные квантовые числа, кроме I_3 и гиперзаряда U (не говоря о барионном числе B, о котором уже шла речь).

Это привносит весьма сильное требование:

Ранг группы должен быть равным 2

Но существует всего четыре подобные группы

$$O_4,\ SU_3,\ O_5,\ G_2,$$

так что выбор ограничен и жизнь должна бы стать легче.

Разрешите мне здесь вставить замечание: ввиду того что симметрия группы сильно нарушается, может случиться, что некоторые физические частицы связаны с двумя представлениями. Тогда группа не обязательно должна иметь ранг 2, что, как отметили Ли и Янг [6], открывает путь спасения глобальной симметрии. Я не смогу сейчас обсудить эти вопросы, поэтому сделаю явное допущение, что подобные обстоятельства не имеют места.

Тогда мы действительно находим ситуацию, упомянутую выше. На этом я заканчиваю дополнительное замечание.

б. Метод токов слабого взаимодействия. Этот подход, обязанный Гелл-Манну, базируется на совершенно ином принципе. Мы используем здесь векторные токи слабого взаимодействия, которые представляют собой, в принципе, измеримые величины, и коммутируем их друг с другом в одинаковые моменты времени. Это дает новые токи, которые мы в свою очередь коммутируем с исходными, и продолжаем подобную процедуру до тех пор, пока она не перестанет давать новых токов. Если природа окажется милостивой, то это случится после конечного числа операций. То, что мы получим, будет образовывать алгебру Ли, соответствующую группе с конечным числом параметров. Таким образом, мы имеем метод построения группы, которая практически не зависит от наличия сильных взаимодействий и в которую, следовательно, такие взаимодействия могут вносить сколько угодно нарушений. Группа, введенная подобным образом, вовсе не обязательно должна иметь ранг 2. С другой стороны, легко показать, что благодаря самому методу построения *группа допускает векторные токи слабого взаимодействия в качестве своего регулярного представления*. Это обстоятельство оказывается весьма суровым требованием, поскольку векторные токи слабых взаимодействий становятся ныне хорошо известными. Недавние эксперименты висконсинской и падуанской групп [7], а также некоторых других [8] установили существование *векторных* токов, соответствующих как изменению изоспина $|\Delta I| = {}^3/_2$, так и $|\Delta I| = {}^1/_2$ (существование *аксиальных* токов, связанных с изменением $|\Delta I| = {}^1/_2$, хорошо известно из распада K_μ, но это, конечно, информация, никак не связанная с предыдущим).

в. Один дом или разные дома? Если случайным образом оба эти подхода приведут к одной и той же группе, то тем самым они укрепят друг друга, что окажется весьма отрадным. Но приведут ли они? Что ж, нужно просто выяснить, которая (если какая-нибудь вообще) из четырех групп, перечисленных в п. «а», будет содержать связанные с изменениями изоспина $|\Delta I| = {}^3/_2$ и $|\Delta I| = {}^1/_2$ токи в их регулярных представлениях? Ответ на наш вопрос, к сожалению, тот, что *ни одна из них* не содержит этих токов. Однако не будем отступать! В конце концов, принципы обоих подходов весьма различны и ниоткуда не следует, что они оба должны устоять или пасть одновременно; также не обязательно они оба (если оба окажутся разумными) должны приводить с необходимостью к одним и тем же группам. В конце концов они могут оказаться «входами в различные дома». Так или иначе, мы вправе рассмотреть их отдельно.

3. Метод «токов слабого взаимодействия»

В табл. 2 классифицированы группы, согласно свойствам изотопического спина, соответственно их регулярным представлениям. В этой таблице мы встречаем много «старых знакомых».

Таблица 2

Ранг / $\lvert\Delta I\rvert$	2	3	4	...
$\frac{3}{2}$	G_2	O_7	O_8 $SU_3 \otimes G_2$	
$\frac{1}{2}$ и $\frac{3}{2}$	Нет		$O_5 \otimes G_2$	

Первый столбец здесь включен для полноты, а также потому, что, по моему мнению, существование *векторных* токов типа $\lvert\Delta I\rvert = {}^1/_2$ установлено экспериментально с меньшей достоверностью, чем существование токов типа $\lvert\Delta I\rvert = {}^3/_2$. Если, однако, брать экспериментальные данные, не делая критической переоценки, то в конце концов можно забыть об этом столбце. Следующую ставку нужно сделать тогда на группу O_7. Эту группу довольно давно рассмотрели Тиомно [9], Берендс [10], Пизли [11] и многие другие авторы. Конечно, группа O_7 непригодна в области сильных взаимодействий, однако можно было предположить, что сильные взаимодействия связаны только с некоторой подгруппой группы O_7. Тогда мы вновь возвращаемся к группе G_2. Важность G_2 в связи со слабыми и сильными взаимодействиями впервые подчеркнули Берендс и Сирлин [12]. Группа SU_3, к сожалению, хотя и являются подгруппой O_7, однако ведет к неверным значениям изотопического спина. Гюрши [13] некоторое время назад предложил модель, базирующуюся на группе O_8. Эта модель очень привлекательна, поскольку приводит не только к векторным, но также к аксиально векторным токам с определенными предсказаниями относительно значений изотопического спина. Здесь также подгруппа сильных взаимодействий совпадает с G_2. Все эти модели имеют один общий пункт: они содержат требование, чтобы наряду с векторными токами типа $\lvert\Delta I\rvert = {}^3/_2$ существовали векторные токи, изменяющие странность, типа $\lvert\Delta S\rvert = 2$, $\Delta I = 0$. Таким образом, существование реакции

$$\Xi \to N + e + \nu \qquad (1)$$

становится весьма вероятным. Модель Гюрши дает дополнительно еще предсказание о том, что не существует аксиальных токов типа $|\Delta I| = {}^3/_2$ или типа $|\Delta S| = 2$. Проверить эти предсказания можно было бы, исследуя угловые корреляции реакции (1) или отношения различных каналов в распаде K_{l_4} [1]. В принципе нужно было бы исследовать значения изотопического спина, связанные с группами высших рангов, в их более высоких представлениях. До сих пор это, однако, не осуществлено.

4. Метод «сильных взаимодействий»

а. Возможная связь с теорией S-матрицы. Поскольку лагранжев формализм оказывается ныне дискредитированным, мы крайне нуждаемся в каком-либо современном методе описания наших приближенных симметрий. Доклад, который представили на эту конференцию Куткоски, Калькар и Таржэн, возможно, следует рассматривать как некоторое указание в этом направлении. В своей работе они применяют группу SU_n при произвольном n. С помощью расчета типа «зашнуровки» [2]) они показывают, что допущение о том, что барионы находятся в так называемом «фундаментальном» представлении мерности n, а векторные и псевдоскалярные мезоны — в «регулярном» представлении, не содержит внутренних противоречий. Для этой цели они прежде всего допускают, что такие мезоны существуют. Затем они исследуют силы, возникающие между барионом и антибарионом или двумя бозонами, которые обусловлены обменом такими мезонами. Эти силы оказываются силами притяжения и достигают наибольшего значения, когда система находится в состоянии, соответствующем регулярному представлению. Таким путем они конструируют мезоны и, в частности, векторные мезоны, существование которых постулировалось при доказательстве, и получают согласие в смысле распределения частиц по представлениям.

Разумеется, ценность таких расчетов не ограничена группами типа SU_n и указанными выше допущениями; фактически и сами авторы получили также интересные результаты для октетной модели в SU_3 и для других групп.

Миямото проделал довольно близкую работу, хотя по духу она все-таки ближе к первоначальной модели Сакаты. В ней он показывает известную предпочтительность трактовки мезонов как сложных частиц, а барионов—как элементарных. Силу, связывающую барионы и антибарионы, он также приписывает главным образом одному из векторных мезонов, возникающих согласно

---

1) Частная информация М. Гелл-Манна и А. Сирлина.

2) «Bootstrap» — («шнурок ботинка» — англ.). — *Прим. ред.*

этой модели. Таким образом, в этом пункте теория вновь оказывается самосогласованной. Миямото подсчитал, каковы должны быть значения констант связи, для того чтобы распределение масс частиц действительно соответствовало наблюдаемому.

б. Слабые взаимодействия. Поскольку группа была определена, исходя из сильных взаимодействий, мы располагаем здесь полной свободой в смысле сопоставления токов слабых взаимодействий любому представлению. Но Радикатти, Рюгг и Шпейзер в докладе на нынешней конференции предложили ограничить свободу выбора следующим образом: если слабый ток, связанный с лептонами, берется в качестве одного из членов данного представления, то все остальные члены данного представления (или по крайней мере те, которые соответствуют одному и тому же ΔQ) должны также принимать участие в лептонных слабых взаимодействиях. Это — *весьма слабое требование* (которым мы фактически уже и пользуемся), но интересно, что оно все же приводит к любопытному предсказанию, а именно: если существуют токи типа $\Delta S = -\Delta Q$, то токи типа $|\Delta S| = 2$ также должны появиться. Другими словами, теория групп, с какой бы стороны вы к ней ни подходили, по-видимому, всегда указывает, что реакция (1), весьма возможно, будет иметь место с заметной вероятностью.

в. Возможные схемы симметрии. Мы приводим в табл. 3 схемы симметрии вместе с соответствующими группами (указывая и основных авторов).

Таблица 3

O_4	SU_3		O_5	G_2
$N-\Xi$ симметрия	($N\Lambda$) Саката	Октет	($N\Lambda\Xi$) Квартет	($N\Sigma\Xi$)
Салам и Полкинг-хорн [14]	Онуки и др. [15] Весс [16] Ямагучи [17] Окунь [18] Салам и Уорд [5] Гелл-Манн [1]	Нееман [19] Гелл-Манн [20]	Берендс, Дрейтлейн, Фронсдал и Б. Ли [21]	Берендс и Сирлин [12]

Я не буду обсуждать первую из этих схем. Это вполне добротная схема, против которой нет никаких серьезных возражений, кроме того, что она слишком устарела.

г. Общие свойства группы SU_3. Это, как вы знаете, любимая группа теоретиков. Модель Сакаты включает три фундаментальных бариона p, n и Λ в представление *3*, тогда мезоны попадают в представление *8*. Октетная схема сводит все частицы в представлении *8*. Таким образом, обе теории предсказывают одинаковые результаты для мезонов. По сути дела это означает, что мезоны, имеющие один и тот же спин и четность, должны появляться в системе типа октетов, как показано в табл. 4.

Таблица 4

I	U	0^-	1^-	0^+???
0	0	η	ω	(K^0K^0)
1	0	π	ϱ	ζ
$\frac{1}{2}$	1	K	$K^{*\prime}$	K^*
$\frac{1}{2}$	-1	$\bar{K}$	$K^{*\prime}$	K^*

Это хорошо согласуется с экспериментом. Более того, по-видимому, между массами частиц данного октета имеет место замечательное соотношение. Эта знаменитая формула масс [1 — 22] является наиболее изящным результатом приложений группы SU_3. Но она была получена по теории возмущений при расчете в первом приближении, так что в общем-то никто не понимает, почему она столь хороша. Заметим, наконец, что *векторные мезоны* находятся в *регулярном представлении*, как и следовало ожидать, если верить в теорию, представляющую собой обобщение метода Янга — Миллса.

д. Модель Сакаты. До этого момента модель Сакаты и октетная теория оставались равноценными. Но модель Сакаты дает больше предсказаний, что в принципе весьма приятно, однако таит в себе и опасность, делая теорию более уязвимой. По этому поводу я должен сообщить вам печальную новость, а именно, что положение модели Сакаты ныне весьма неутешительно, как видно из следующих обстоятельств. Речь идет об экспериментальных фактах, полученных в политехнической школе в Париже и в CERN'е в Женеве, где проводятся исследования по аннигиляции нуклонов $\bar{p}p$ в состоянии покоя. Недавно Моррисон сообщил мне следующие данные относительно вероятностей порождения различных пар частиц при указанной аннигиляции

$$\begin{array}{ccc} & \bar{p}p & \\ \swarrow & \downarrow & \searrow \\ \pi^+\pi^- & K^+K^- & K_1^0K_2^0 \\ 6 & :\ 2\ : & 1 \end{array}$$

Нас специально интересуют сейчас последние два канала, кинематика которых практически одинакова. Теперь я открою горькую правду: Левинсон, Липкин, Мешков, Мунир, Салам [23] показали, что в модели Сакаты последняя реакция запрещена. Положение вещей представляется весьма серьезным. Почему мы (в данном подходе со стороны сильных взаимодействий) отбрасывали группы высших рангов? Именно потому, что они приводят к правилам отбора, которые, по-видимому, не имеют места в природе—вспомним, например, знаменитое замечание Пайса относительно дублетной симметрии

$$\begin{array}{lccc} \text{Теория:} & & K^-p & \\ & \downarrow\!\!\!\!\times & & \downarrow \\ & \Sigma^+\pi^- & & \Sigma^-\pi^+ \\ \text{Эксперимент:} & 1 & : & 1\ ! \end{array}$$

Так вот, здесь мы имеем дело с запретом в точности такого же рода, и, как вы видите, природа снова не подчиняется ему. Поэтому представляется лишь последовательным отбросить схему Сакаты. И тем не менее я не хочу быть слишком категоричным. Возможно, мы еще не достигли достаточно высоких энергий. Я просто хочу подчеркнуть, что для полноты картины и окончательного решения нам нужно знать *спин каскадного гиперона* Ξ. Это связано с тем обстоятельством, что в модели Сакаты единственное подходящее место для Ξ-гиперона — это вместе с π-мезон-нуклонным $3-3$-резонансом, что требует, конечно, значения спина $^3/_2$, тогда как в других моделях Ξ-гиперон объединяется с нуклоном и должен иметь спин $^1/_2$.

е. Схема, связанная с группой O_5. Прежде чем вернуться к октету, рассмотрим сперва схемы, связанные с O_5. Легко покончить с первой из них ($N\Lambda\Xi$). Она сходна с моделью Сакаты, поскольку ее можно рассматривать как составную модель сложных частиц, в которой, однако, N и Ξ играют более симметричную роль. Оказывается, что судьба этой схемы так же фатальна, как и сакатовской, поскольку легко показать, что она тоже запрещает реакцию аннигиляции $\bar{p}p \to K_1^0 K_2^0$, о которой сообщил Моррисон.

Вторая схема объединяет N и Ξ, а также K и $\bar{K}$ в одно 4-мерное представление. Картина здесь оказывается несколько более хитроумной. Прежде всего разрешите мне сказать, что это вполне добротная схема. Из ряда ее достоинств укажем следующие: 1) здесь не требуется, чтобы массы π-мезонов и K-мезонов были одинаковы; 2) эта схема весьма естественным образом запрещает реакцию $Y_1^* \not\to \Sigma + \pi$.

Однако она, возможно, окажется ошибочной, поскольку запрещает распад

$$\bar{p} + p \not\to K_1^0 + K_1^0 + x\pi^0 \quad (x\text{—произвольное число}).$$

Это предсказание легко проверить, и на первый взгляд экспериментальная ситуация выглядит довольно неутешительной. В самом деле, данные, полученные в CERN'е и Политехнической школе и любезно сообщенные мне Арментеросом, свидетельствуют примерно о сотне таких событий. Однако прежде чем сделать окончательный вывод, нужно: 1) произвести сравнение с соответствующими данными по заряженным K-мезонам; 2) попробовать учитывать только события при действительно высоких энергиях. Я бы не стал поэтому говорить, что эта схема опровергнута, но хотел бы подчеркнуть, что у нас есть средства исключить ее, и мы должны исследовать эту возможность.

ж. Группа G_2 и октеты. Допустим для простоты, что результат проверки, о которой мы только что говорили, окажется отрицательным. Тогда в конце этого, к сожалению, самого неполного обзора мы останемся только с двумя лишь моделями: *октетной* схемой и группой G_2, из которых и придется выбрать максимум одну. При этом выборе мезоны не могут особенно помочь, если мы не верим в прием Янга — Миллса. А если верим, то группа G_2 непригодна, поскольку векторные мезоны должны были бы находиться в регулярном представлении *14*, которое, как мы уже видели, не содержит значений изоспина $I = {}^1/_2$. Но если мы не верим в прием Янга — Миллса, тогда все восемь мезонных семейств могут быть, конечно, расщеплены на синглеты и триплеты: для этой цели нужно просто заменить в табл. 4 пунктирную линию сплошной.

Теперь можно подумать о *барионных резонансах*. Я полагаю, что в будущем, когда их удастся полностью проанализировать, они помогут нам в решении вопроса о выборе групп. Сейчас, однако, оказывается, что эти резонансы можно включать разными способами в различные схемы. По этой причине, а также ввиду недостатка времени я не буду обсуждать их в этом докладе.

Наконец, можно обратиться к процессам при высоких энергиях, асимптотическим значениям эффективных сечений, к формфакторам и т. д. Здесь ввиду отсутствия какой-либо надежной теории позвольте мне стать на наивную точку зрения, по которой групповые симметрии могут проявляться отчетливее, когда значения энергий и т. д. будут на несколько порядков выше разностей масс. Если это так, то табл. 5 резюмирует некоторые простые предсказания, вытекающие как из модели октетов, так и из анализа группы G_2, а также некоторые простые предсказания, следующие из рассмотрения на базе одной лишь группы G_2 (причем мне неизвестны какие-либо простые предсказания октетной модели, которые не вытекали бы и из анализа группы G_2).

Таблица 5

Некоторые предсказания в области высоких энергий		
для октета и G_2 вместе	только для G_2	
$\sigma_{K^-p} = \sigma_{\pi^-p}$ (полные сечения, см. [24])		
$\dfrac{\sigma(K^-p \to \Xi^0 K^0)}{\sigma(K^-p \to \Sigma^- \pi^+)} = 1$ (см. [24])	$\dfrac{\sigma(K^-p \to \Xi^0 K^0 + x\pi^0)}{\sigma(K^-p \to \Sigma^- \pi^+ + x\pi^0)} = 1$	
$\dfrac{\sigma(\bar{p}p \to \bar{\Xi}^0 \Xi^0)}{\sigma(\bar{p}p \to \bar{\Sigma}^- \Sigma^-)} = 1$	$\dfrac{\sigma(K^-p \to nK^0 + x\pi^0)}{\sigma(K^-p \to \Sigma^+ K^- + x\pi^0)} = 1$	$x\pi^0$ = Произвольное число π^0-частиц
$\dfrac{\sigma(\Sigma^+p \to \Sigma^+ n\pi^+)}{\sigma(\Sigma^+p \to p\Xi^0 K^+)} = 1$ (см. [25])	$\dfrac{\sigma(\bar{p}p \to \bar{\Xi}^0 \Xi^0 + x\pi^0)}{\sigma(\bar{p}p \to \bar{\Sigma}^- \Sigma^- + x\pi^0)} = 1$	
	$\dfrac{\sigma(\bar{p}p \to K^0 K^0 + x\pi^0)}{\sigma(\bar{p}p \to \pi^+ \pi^- + x\pi^0)} = 1$	
	и т. д.	

5. Заключение

Как мы видим, группа G_2 весьма привлекательна, поскольку она, так сказать, выступает «открыто» с определенными, свойственными только ей одной предсказаниями, которые возможно проверить. Следовательно, при допущении, что подобный общий подход вообще верен, мы можем рассчитывать рано или поздно отыскать *правильную* группу. Октетная же модель, наоборот, ведет себя, как робкая особа, которая не склонна сама заявлять о себе[1]).

1) Октетная модель допускает также большую свободу выбора магнитных моментов (см. работы [26, 27]).

Мы, однако, можем заставить ее полностью высказаться, либо проверяя сложные соотношения, указанные в левом столбце табл. 5, либо анализируя барионные резонансы, когда они будут лучше изучены. У меня уже нет времени входить здесь в детали этого вопроса, но я хотел бы заметить, что ситуация в этой области представляется довольно благоприятной. В частности, этот новый объем Ξ^*, по-видимому, удачно входит в схему (см. замечание Гелл-Манна в связи с докладом Сноу). Так или иначе я хотел бы отметить для экспериментаторов, что как бы мы не рассматривали наши группы, мы всегда будем ожидать ка́ких-то Ξ^*. Поэтому мы будем благодарны за открытие даже одного такого объекта, но будем просить их представить нам больше.

ЛИТЕРАТУРА

1. Gell-Mann M., Phys. Rev., **125**, 1067 (1962).
2. Yang C. N., Mills R., Phys. Rev., **96**, 191 (1954) (статья 1 настоящего сборника).
3. Sakurai J. J., Ann. of Phys., **11**, 1 (1960) (статья 3 настоящего сборника).
4. Glashow S. L., Gell-Mann M., Ann. of Phys., **15**, 437 (1961) (статья 6 настоящего сборника).
5. Salam A., Ward J. C., Nuovo Cimento, **20**, 419 (1961) (статья 9 настоящего сборника).
6. Lee T. D., Yang C. N., Phys. Rev., **122**, 1954 (1961) (статья 3 настоящего сборника).
7. Ely P. P., Powell W. M., Baldo-Ceolin M., Calimani E., Ciampolillo S., Fabri O., Farini F., Filippi, C., Huzita H., Miara G., Camerini W., Fry W. F., Natali S., Proceedings of the Aix-en-Provence, Conference on Elementary Particles, Saclay, France.
8. Barbaro-Galtieri A., Barkas W. H., Heckman M. H., Patrick J. W., Smith F. M., Phys. Rev. Lett., **9**, 26 (1962).
9. Tiomno J., Nuovo Cimento, **6**, 69 (1957).
10. Behrends R. E., Nuovo Cimento, **11**, 424 (1959).
11. Peaslee D. C., Phys. Rev., **117**, 873 (1960).
12. Behrends R. E., Sirlin A., Phys. Rev., **121**, 324 (1961).
13. Gürsey F., Ann. of Phys., **12**, 91 (1961).
14. Salam A., Polkinghorne J., Nuovo Cimento, **2**, 685 (1955).
15. Ikeda M., Ogawa S., Ohnuki Y., Progr. Theor. Phys. (Kyoto), **22**, 715 (1959).
16. Wess J., Nuovo Cimento, **10**, 15 (1960).
17. Yamaguchi Y., Progr. Theor. Phys. Suppl., **11**, 1 (1959).
18. Окунь Л., Ann. Rev. of Nucl. Sci., **9**, 61 (1959).
19. Ne'eman Y., Nucl. Phys., **26**, 222 (1961).

20. G e l l-M a n n M., California Institute of Technology, Synchrotron Laboratory, Rep. No. CTSL-20 (1961) (статья 5 настоящего сборника).
21. B e h r e n d s R. E., D r e i t l e i n J., F r o n s d a l C., L e e B. W., Rev. Mod. Phys., **34**, 1 (1962).
22. O k u b o S., (будет опубликовано).
23. L e v i n s o n C. A., L i p k i n M. J., M e s h k o v S., S a l a m A., M u n i r R., Phys. Rev. Lett., **1**, 125 (1962).
24. F r e u n d P. G. O., M o r a l e s A., R u e g g H., S p e i s e r D., Nuovo Cimento, **25**, 307 (1962).
25. Л е в и н с о н С. А., Л и п к и н М. И., М е ш к о в С., Nuovo Cimento, **23**, 236 (1962).
26. C o l e m a n S., G l a s h o w S. L., Phys. Rev. Lett., **6**, 423 (1961).
27. C a b b i b o N., G a t t o R., Nuovo Cimento, **21**, 872 (1961).

14. ИНВАРИАНТНАЯ ТЕОРИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Р. УТИЯМА

R. Utiyama, Phys. Rev., **101**, 1597 (1956)

В настоящей работе рассматриваются некоторые системы полей, которые инвариантны относительно определенной группы преобразований, зависящей от n параметров. Постулируя инвариантность этих систем полей относительно более широкой группы преобразований, которая получается заменой параметров исходной группы набором произвольных функций, мы получаем общее правило, при помощи которого вполне конкретным путем вводится некоторое новое поле, для которого имеет место определенный тип взаимодействия с исходными полями. Трансформационные свойства этого нового поля относительно расширенной группы определяются из требования инвариантности. Получены также возможные типы уравнений этих новых полей, вытекающие из какого-либо определенного закона сохранения, обусловленного инвариантностью. В качестве примеров с этой точки зрения рассмотрены электромагнитное и гравитационное поля, а также поле Янга—Миллса.

1. Введение

Формы взаимодействия между некоторыми известнымм полями возможно определить, постулируя инвариантность относительно некоторой группы преобразований. Рассмотрим, например, электромагнитное взаимодействие заряженного поля $Q(x)$, $Q^*(x)$. Электромагнитное взаимодействие входит в лагранжиан посредством учета членов

$$\frac{\partial Q}{\partial x^\mu} - ieA_\mu Q \quad \text{или} \quad \frac{\partial Q^*}{\partial x^\mu} + ieA_\mu Q^*. \tag{1}$$

Легко проверить, что при таком выборе (1) комбинаций Q, Q^* и A_μ система оказывается калибровочно инвариантной, если она инвариантна относительно фазового преобразования

$$Q \longrightarrow \varepsilon^{i\alpha} Q, \quad Q^* \longrightarrow Q^* e^{-i\alpha}, \quad \alpha = \text{const}. \tag{2}$$

Идя обратным путем, можно однозначно прийти к комбинации (1), рассуждая следующим образом. Прежде всего предположим, что лагранжиан $L(Q, Q_{,\mu})$ инвариантен относительно фазового преобразования (2) с постоянной фазой. Заменим это фазовое преобразование более общим преобразованием, введя вместо постоянной фазы α фазу $\alpha(x)$. Чтобы лагранжиан продолжал оставаться инвариантным относительно этого обобщенного преобразования, необходимо ввести электромагнитное поле при помощи комбинации (1). Вид этой комбинации и трансформационные свойства A_μ при калибровочном преобразовании однозначно определяются из постулата калибровочной инвариантности лагранжиана $L(Q, Q_{,\mu}, A_\mu)$.

Этот подход использовали Янг и Миллс [1], которые ввели таким способом некое новое поле $\mathbf{B}_\mu$, взаимодействующее с полями, изотопические спины которых не равны нулю. Таким же способом можно ввести и гравитационное поле.

Представляет интерес исследовать этот подход в более общем случае, так как если имеется некоторая система полей $Q^A(x)$, инвариантная относительно какой-либо группы преобразований, зависящей от параметров $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$, то с точки зрения изложенного выше появляется возможность ввести вполне определенным путем некоторое новое поле, скажем $A(x)$. При этом будут однозначно определены трансформационные свойства этого нового поля и форма его взаимодействия с полями Q.

Будем называть взаимодействия, полученные таким способом, «взаимодействиями первого класса», а все прочие взаимодействия будем относить к «взаимодействиям второго класса». Взаимодействия электромагнитного, гравитационного и $\mathbf{B}_\mu$-полей — первого класса, а мезон-нуклонные взаимодействия относятся, по крайней мере на данной стадии исследования, ко второму классу.

Главной целью настоящей работы является изучение следующего вопроса. Рассмотрим некоторую систему полей $Q^A(x)$, инвариантную относительно некоторой группы преобразований G, зависящей от параметров $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$. Предположим, что эта группа заменяется более широкой группой G', которая получается при замене параметров ε исходной группы на набор произвольных функций $\varepsilon(x)$, и потребуем, чтобы рассматриваемая система была инвариантна относительно преобразований этой расширенной группы G'. Сможем ли мы в таком случае, используя только упомянутый выше постулат инвариантности, дать ответ на следующие вопросы:

1. Какого типа будет поле $A(x)$, вводимое на основе требования инвариантности?
2. Как преобразуется это новое поле A при преобразованиях группы G'?
3. Какова будет форма взаимодействия между полем A и исходным полем Q?
4. Можно ли определить новый лагранжиан $L'(Q, A)$ по исходному $L(Q)$?
5. Какие типы уравнений поля A окажутся допустимыми?

Решению этих проблем посвящен п. 2. В п. 3—5, следуя схеме п. 2, мы рассматриваем заново хорошо известные примеры взаимодействий первого класса. При этом обнаруживается определенная аналогия между трансформационными свойствами электромагнитного поля A_μ, поля Янга — Миллса $\mathbf{B}_\mu$ и символами Кристоффеля $\Gamma_{\mu\nu}{}^\lambda$ общей теории относительности. Более того, выясняется причина появления в выражении для напряженности поля Янга — Миллса квадратичного члена $\mathbf{B}_\mu \times \mathbf{B}_\nu$, который имеет большое сходство с соответствующим членом, фигурирующим в тензоре Римана — Кристоффеля $R^\lambda{}_{\mu\nu\rho}$, а именно с членом $\Gamma\Gamma - \Gamma\Gamma$ в R.

В стандартных учебниках по общей теории относительности ковариантная производная тензора вводится при помощи понятия параллельного переноса. С другой стороны, как будет выяснено в п. 5, ковариантная производная любого тензора или спинора может быть получена из требования инвариантности относительно «обобщенных преобразований Лоренца», получающихся в результате замены шести параметров обычной группы Лоренца шестью произвольными функциями от x. Для получения таких ковариантных производных нет необходимости использовать в явной форме понятие параллельного переноса.

Отметим далее, что установленная выше классификация взаимодействий в известном смысле условна. То или иное взаимодействие второго класса могло бы перейти в первый класс, если бы нам удалось найти соответствующую группу преобразований, при помощи которой это взаимодействие включалось бы в общую схему п. 1. Так, например, если бы взаимодействие между мезонами и нуклонами удалось истолковать в терминах взаимодействий первого класса, то, по-видимому, открылись бы более широкие перспективы для интерпретации взаимодействий между новыми нестабильными частицами и нуклонами.

2. Общая теория

Рассмотрим некоторую совокупность полей $Q^A(x)$ $(A = 1, 2, \ldots, N)$ с некоторой плотностью лагранжиана

$$L(Q^A,\ Q^A{}_{,\mu}),\quad Q^A{}_{,\mu} = \frac{\partial Q^A}{\partial x^\mu}.$$

Постулируем, что интеграл действия, распространенный на некоторую 4-мерную область Ω:

$$I = \int_\Omega L d^4x,$$

должен быть инвариантным относительно следующего инфинитиземального преобразования:

$$Q^A \to Q^A + \delta Q^A,$$

где

$$\delta Q^A = T_{(a),}{}^A{}_B\, \varepsilon^a Q^B, \tag{1.1}$$

ε^a — инфинитиземальный параметр ($a = 1, 2, \ldots, n$),

$T_{(a),}{}^A{}_B$ — постоянный коэффициент.

Кроме того, предполагается, что преобразование (1.1) образует группу Ли G, зависящую от n параметров ε^a.

В таком случае должна существовать определенная совокупность постоянных величин $f_b{}^a{}_c$, называемых «структурными константами», которые определяются формулой

$$[T_{(a)}, T_{(b)}]^A{}_B = T_{(a),}{}^A{}_C T_{(b)}{}^C{}_B - T_{(b),}{}^A{}_C T_{(a),}{}^C{}_B = f_a{}^c{}_b T_{(c),}{}^A{}_B. \tag{1.2}$$

Эти константы $f_b{}^a{}_c$ обладают следующими важными свойствами:

$$\begin{gathered} f_a{}^m{}_b f_m{}^l{}_c + f_b{}^m{}_c f_m{}^l{}_a + f_c{}^m{}_a f_m{}^l{}_b = 0, \\ f_a{}^c{}_b = -f_b{}^c{}_a. \end{gathered} \tag{1.3}$$

Соотношения (1.3) можно легко вывести из тождества Якоби и определения (1.2).

Далее, из инвариантности I относительно преобразования (1.1) и того факта, что эта инвариантность должна иметь место в произвольной области Ω, следует, что сама плотность лагранжиана также должна быть инвариантной. Иными словами,

$$\delta L \equiv \frac{\partial L}{\partial Q^A}\delta Q^A + \frac{\partial L}{\partial Q^A{}_{,\mu}}\delta Q^A{}_{,\mu} \equiv 0. \tag{1.4}$$

Символ «$\equiv$» означает, что δL равно нулю во всякой мировой точке и что соотношение не зависит от поведения Q^A и $Q^A{}_{,\mu}$. Подставляя (1.1) в (1.4), получаем

$$\frac{\partial L}{\partial Q^A} T_{(a),}{}^A{}_B Q^B + \frac{\partial L}{\partial Q^A{}_{,\mu}} T_{(a),}{}^A{}_B Q^B{}_{,\mu} \equiv 0 \quad (a = 1, 2, \ldots, n), \tag{1.5}$$

так как параметры ε не зависят друг от друга. Эти n тождеств представляют собой необходимые и достаточные условия инвариантности I относительно преобразований группы G.

Принимая во внимание уравнение поля Q^A, получаем из (1.5) следующие n законов сохранения:

$$\frac{\partial J^\mu{}_a}{\partial x^\mu} = 0, \quad J^\mu{}_a = \frac{\partial L}{\partial Q^A{}_{,\mu}} T_{(a),}{}^A{}_B Q^B. \tag{1.6}$$

Эти законы сохранения легко получить, записав (1.5) в виде

$$\left\{\frac{\partial L}{\partial Q^A} - \frac{\partial}{\partial x^\mu}\left(\frac{\partial L}{\partial Q^A{}_{,\mu}}\right)\right\}\delta Q^A + \frac{\partial}{\partial x^\mu}\left[\frac{\partial L}{\partial Q^A{}_{,\mu}}\delta Q^A\right] \equiv 0.$$

Первый член $\{\ldots\}\,\delta Q^A$, обращается в нуль в силу уравнений поля.

Рассмотрим теперь вместо (1.1) следующее преобразование:

$$\delta Q^A(x) = T_{(a),}{}^A{}_B \varepsilon^a(x)\, Q^B, \tag{1.1'}$$

где

$T_{(a),}{}^A{}_B$ — константа,

$\varepsilon^a(x)$ — произвольная инфинитиземальная функция.

В этом случае δL не обращается в нуль, а принимает вид

$$\delta L \equiv \{(1.5)\}_a \varepsilon^a(x) + \frac{\partial L}{\partial Q^A{}_{,\mu}} T_{(a),}{}^A{}_B Q^B \frac{\partial \varepsilon^a}{\partial x^\mu},$$

или вследствие тождества (1.5)

$$\delta L \equiv \frac{\partial L}{\partial Q^A{}_{,\mu}} T_{(a),}{}^A{}_B Q^B \frac{\partial \varepsilon^a}{\partial x^\mu}. \tag{1.5'}$$

Чтобы сохранить инвариантность лагранжиана при преобразовании (1.1'), необходимо ввести новое поле

$$A'^J(x) \quad (J = 1, 2, \ldots, M)$$

таким путем, чтобы правая часть формулы (1.5') взаимно уничтожилась с тем вкладом, который даст это новое поле A'^J.

Обозначим новый лагранжиан через

$$L'(Q^A, Q^A{}_{,\mu}, A'^J)$$

и рассмотрим следующее преобразование:

$$\begin{aligned} \delta Q^A &= T_{(a),}{}^A{}_B Q^B \varepsilon^a(x), \\ \delta A'^J &= U_{(a)}{}^J{}_K A'^K \varepsilon^a(x) + C^J{}_{,}{}^\mu{}_a \frac{\partial \varepsilon^a}{\partial x^\mu}, \end{aligned} \tag{1.7}$$

где коэффициенты U и C — неизвестные константы, которые будут определены позднее. Кроме того, потребуем, чтобы новый интеграл действия I' был инвариантен относительно преобразования (1.7). Теперь наша задача состоит в том, чтобы дать ответ на пять вопросов, сформулированных во введении.

Из постулата инвариантности получаем следующее тождество:

$$\delta L'(x) \equiv \frac{\partial L'}{\partial Q^A} \delta Q^A + \frac{\partial L'}{\partial Q^A{}_{,\mu}} \delta Q^A{}_{,\mu} + \frac{\partial L'}{\partial A'^J} \delta A'^J \equiv 0.$$

Подставляя сюда выражение (1.7) и учитывая произвольность выбора ε^a и $\partial\varepsilon^a/\partial x^\mu$, видим, что каждый коэффициент при ε и $\partial\varepsilon/\partial x$ должен тождественно обращаться в нуль. Таким образом, имеем следующие тождества:

$$\frac{\partial L'}{\partial Q^A} T_{(a),}{}^A{}_B Q^B + \frac{\partial L'}{\partial Q^A{}_{,\mu}} T_{(a)}{}^A{}_B Q^B{}_{,\mu} + \frac{\partial L'}{\partial A'^J} U_{(a)}{}^J{}_{K,} A'^K \equiv 0, \tag{1.8}$$

$$\frac{\partial L'}{\partial Q^A{}_{,\mu}} T_{(a),}{}^A{}_B Q^B + \frac{\partial L'}{\partial A'^J} C^J{}_{,}{}^\mu{}_a \equiv 0. \tag{1.9}$$

Для того чтобы было возможным однозначно определить зависимость L' от A'^J, число компонент A'^J должно быть равным числу уравнений (1.9), т. е.

$$M = 4n.$$

Кроме того, матрица $C^{J}{}_{,}{}^{\mu}{}_{a}$ должна быть несингулярной. Тогда будет существовать обратная C-матрица, определяемая условиями

$$C^{J}{}_{,}{}^{\mu}{}_{a}\, C^{-1a}{}_{\mu,K} = \delta^{J}{}_{K}, \qquad C^{-1a}{}_{\mu,J} C^{J}{}_{,}{}^{\nu}{}_{b} = \delta^{a}{}_{b}\delta^{\nu}{}_{\mu},$$

и (1.9) можно переписать в виде

$$\frac{\partial L'}{\partial A^{a}{}_{\mu}} + \frac{\partial L'}{\partial Q^{A}{}_{,\mu}} T_{(a),}{}^{A}{}_{B} Q^{B} \equiv 0,$$

где мы положили

$$A^{a}{}_{\mu} = C^{-1a}{}_{\mu,J} A'^{J}.$$

Таким образом, A'^{J} будут встречаться в L' только в следующих комбинациях:

$$\nabla_{\mu} Q^{A} \equiv \frac{\partial Q^{A}}{\partial x^{\mu}} - T_{(a),}{}^{A}{}_{B} Q^{B} C^{-1a}{}_{\mu,J} A'^{J},$$

или

$$\nabla_{\mu} Q^{A} \equiv \frac{\partial Q^{A}}{\partial x^{\mu}} - T_{(a),}{}^{A}{}_{B}\, Q^{B} A^{a}{}_{\mu}. \tag{1.10}$$

Для величин $A^{a}{}_{\mu}$, используемых теперь вместо A'^{J}, закон преобразования принимает вид

$$\delta A^{a}{}_{\mu} = S_{(c)}{}^{a,}{}_{\mu,}{}^{\nu}{}_{b} A^{b}{}_{\nu} \varepsilon^{c}(x) + \frac{\partial \varepsilon^{a}}{\partial x^{\mu}}. \tag{1.11}$$

где

$$S_{(c)}{}^{a,}{}_{\mu,}{}^{\nu}{}_{b} = C^{-1a}{}_{\mu,J} U_{(c)}{}^{J}{}_{K} C^{K}{}_{,}{}^{\nu}{}_{b}.$$

Итак, новый лагранжиан должен иметь вид

$$L'(Q^{A}, Q^{A}{}_{,\mu}, A^{a}{}_{\mu}) = L''(Q^{A}, \nabla_{\mu} Q^{A}).$$

Следовательно, будут выполняться соотношения:

$$\frac{\partial L'}{\partial Q^{A}} = \frac{\partial L''}{\partial Q^{A}}\bigg|_{\nabla Q = \mathrm{const}} - \frac{\partial L''}{\partial \nabla_{\mu} Q^{B}}\bigg|_{Q = \mathrm{const}} T_{(a),}{}^{B}{}_{A} A^{a}{}_{\mu},$$

$$\frac{\partial L'}{\partial Q^{A}{}_{,\mu}} = \frac{\partial L''}{\partial \nabla_{\mu} Q^{A}}\bigg|_{Q = \mathrm{const}},$$

$$\frac{\partial L'}{\partial A'^{J}} = -\frac{\partial L''}{\partial \nabla_{\nu} Q^{A}}\bigg|_{Q = \mathrm{const}} T_{(b),}{}^{A}{}_{B} Q^{B} C^{-1b}{}_{\nu,J}.$$

Принимая во внимание эти формулы, тождества (1.8) можно записать в такой форме:

$$\frac{\partial L''}{\partial Q^A}\bigg|_{\Delta Q=\mathrm{const}} T_{(a),}{}^A{}_B Q^B + \frac{\partial L''}{\partial \nabla_\mu Q^A}\bigg|_{Q=\mathrm{const}} T_{(a),}{}^A{}_B \nabla_\mu Q^B +$$

$$+\frac{\partial L''}{\partial \nabla_\mu Q_A}\bigg|_{Q=\mathrm{const}} Q^B A^b{}_\nu \{[T_{(a)}T_{(b)}]^A{}_B \delta^\nu{}_\mu - S_{(a)}{}^{d,}{}_{\mu,}{}^\nu{}_b T_{(d),}{}^A{}_B\} \equiv 0. \quad (1.12)$$

Если положить[1])

$$L''(Q^A, \nabla_\mu Q^A) = L(Q^A, \nabla_\mu Q^A),$$

т. е. взять в качестве L'' лагранжиан, который получается в результате замены в исходном лагранжиане L обычной производной $\partial Q^A/\partial x^\mu$ на «ковариантную производную» $\nabla_\mu Q^A$, то в силу тождества (1.5) первый и второй члены в (1.12) взаимно уничтожаются. Остающиеся члены в (1.12) можно переписать, используя групповое свойство (1.2) следующим образом:

$$\frac{\partial L}{\partial \nabla_\mu Q^A}\bigg|_{Q=\mathrm{const}} Q^B A^b{}_\nu \{f_a{}^d{}_b \delta^\nu{}_\mu - S_{(a)}{}^{d,}{}_{\mu,}{}^\nu{}_b\} T_{(d),}{}^A{}_B \equiv 0.$$

Тем самым определяются неизвестные коэффициенты S, для которых получаем формулу

$$S_{(a)}{}^{c,}{}_{\mu,}{}^\nu{}_b = \delta^\nu{}_\mu f_a{}^c{}_b. \quad (1.13)$$

Используя это выражение для S, легко убедиться в ковариантном характере производной $\nabla_\mu Q^A$; именно

$$\delta \nabla_\mu Q^A = T_{(a),}{}^A{}_B \varepsilon^a(x) \nabla_\mu Q^B. \quad (1.14)$$

Теперь перейдем к вопросу о возможном типе лагранжиана для свободного поля A. Обозначим его через

$$L_0(A^a{}_\mu, A^a{}_{\mu,\nu}), \quad A^a{}_{\mu,\nu} = \frac{\partial A^a{}_\mu}{\partial x^\nu}.$$

Требование инвариантности L_0 относительно преобразования (1.11) приводит к ряду тождеств:

$$\frac{\partial L_0}{\partial A^a{}_\mu} f_b{}^a{}_c A^c{}_\mu + \frac{\partial L_0}{\partial A^a{}_{\mu,\nu}} f_b{}^a{}_c A^c{}_{\mu,\nu} \equiv 0, \quad (1.15)$$

$$\frac{\partial L_0}{\partial A^a{}_\mu} + \frac{\partial L_0}{\partial A^b{}_{\nu,\mu}} f_a{}^b{}_c A^c{}_\nu \equiv 0, \quad (1.16)$$

$$\frac{\partial L_0}{\partial A^a{}_{\mu,\nu}} + \frac{\partial L_0}{\partial A^a{}_{\nu,\mu}} \equiv 0. \quad (1.17)$$

[1]) Этот частный выбор L'' обусловлен требованием, чтобы в случае, когда поле A предполагается равным нулю, мы получали исходный лагранжиан L.

Как видно из (1.17), производная от A могла бы фигурировать в L_0 в комбинации

$$A^a{}_{[\mu,\,\nu]} \equiv \frac{\partial}{\partial x^\mu} A^a{}_\nu - \frac{\partial}{\partial x^\nu} A^a{}_\mu.$$

Поэтому (1.16) можно переписать в виде

$$\frac{\partial L_0}{\partial A^a{}_\mu} \equiv \frac{\partial L_0}{\partial A^c{}_{[\nu,\,\mu]}} f_a{}^c{}_b A^b{}_\nu. \tag{1.16'}$$

Тождество (1.16′) означает, что производная от A встречается в L_0 только в определенной комбинации

$$F^a{}_{\mu\nu} = \frac{\partial A^a{}_\nu}{\partial x^\mu} - \frac{\partial A^a{}_\mu}{\partial x^\nu} - \frac{1}{2} f_b{}^a{}_c \left(A^b{}_\mu A^c{}_\nu - A^b{}_\nu A^c{}_\mu\right). \tag{1.18}$$

Наконец, подставляя (1.16) в первый член формулы (1.15), получаем

$$\frac{1}{2} \frac{\partial L_0}{\partial F^a{}_{\nu\mu}} \left\{ f_c{}^a{}_b A^b{}_{[\nu,\,\mu]} + \frac{1}{2} \left(f_d{}^a{}_b f_c{}^d{}_e - f_d{}^a{}_e f_c{}^d{}_b\right) \left(A^b{}_\nu A^e{}_\mu - A^b{}_\mu A^e{}_\nu\right) \right\} \equiv 0,$$

или в силу (1.3)

$$\frac{1}{2} \frac{\partial L_0}{\partial F^a{}_{\mu\nu}} f_c{}^a{}_b F^b{}_{\mu\nu} \equiv 0 \tag{1.19}$$

см. приложение I). Поскольку L_0 определяется выражением вида

$$L_0\left(A, \frac{\partial A}{\partial x}\right) \equiv L_0'\left(A^a{}_\mu,\ F^a{}_{\mu\nu}\right),$$

то будут иметь место соотношения:

$$\left.\frac{\partial L_0}{\partial A^a{}_{\nu,\,\mu}}\right|_{A=\mathrm{const}} = \left.\frac{\partial L_0'}{\partial F^a{}_{\mu\nu}}\right|_{A=\mathrm{const}},$$

$$\left.\frac{\partial L_0}{\partial A^a{}_\mu}\right|_{\partial A/\partial x=\mathrm{const}} = \left.\frac{\partial L_0'}{\partial A^a{}_\mu}\right|_{F=\mathrm{const}} - \left.\frac{\partial L_0'}{\partial F^b{}_{\mu\nu}}\right|_{A=\mathrm{const}} f_a{}^b{}_c A^c{}_\nu.$$

Из этих соотношений и формулы (1.16) следует, что

$$\left.\frac{\partial L_0'}{\partial A^a{}_\mu}\right|_{F=\mathrm{const}} \equiv 0.$$

Таким образом, L_0 должно быть функцией только от F и удовлетворять тождеству (1.19).

Как легко видеть, трансформационные свойства F определяются формулой

$$\delta F^a{}_{\mu\nu} = \varepsilon^b(x) f_b{}^a{}_c F^c{}_{\mu\nu}, \tag{1.20}$$

которую нетрудно проверить, используя (1.3).

Определим теперь некоторую совокупность матриц $M_{(1)}$, $M_{(2)}, \ldots, M_{(n)}$ следующим образом:

(a, b)-элемент $M_{(c)} \equiv M_{(c)}{}^a{}_b = f_c{}^a{}_b \qquad (a, b, c = 1, 2, \ldots, n)$.

Эти матрицы осуществляют представление степени n для операторов группы Ли G, поскольку соотношение (1.3) можно записать в виде

$$[M_{(a)},\ M_{(b)}]^l{}_c = f_a{}^m{}_b M_{(m)},{}^l{}_c.$$

Таким образом, формула (1.20) показывает, что n величин $F^1_{\mu\nu}$, $F^2_{\mu\nu}$, ..., $F^n{}_{\mu\nu}$ преобразуются коградиентно преобразованию Q.

До сих пор мы не использовали уравнений поля для A и Q. Вариацию полной плотности лагранжиана

$$L_T = L_0(F) + L(Q, \nabla Q)$$

можно переписать в виде

$$\frac{\delta L_T}{\delta Q^A}\delta Q^A + \frac{\delta L_T}{\delta A^a{}_\mu} f_b{}^a{}_c \varepsilon^b A^c{}_\mu - \frac{\partial}{\partial x^\mu}\left(\frac{\delta L_T}{\delta A^a{}_\mu}\right)\varepsilon^a +$$
$$+ \frac{\partial}{\partial x^\mu}\left\{\frac{\partial L}{\partial \nabla_\mu Q^A}\delta Q^A + \frac{\partial L_0}{\partial F^a{}_{\mu\nu}}\delta A^a{}_\nu + \frac{\delta L_T}{\delta A^a{}_\mu}\varepsilon^a\right\} \equiv 0, \qquad (1.21)$$

где использованы следующие сокращенные обозначения:

$$\frac{\delta L_T}{\delta Q^A} = \frac{\partial L_T}{\partial Q^A} - \frac{\partial}{\partial x^\mu}\left(\frac{\partial L_T}{\partial Q^A{}_{,\,\mu}}\right), \quad \frac{\delta L_T}{\delta A^a{}_\mu} = \frac{\partial L_T}{\partial A^a{}_\mu} - \frac{\partial}{\partial x^\nu}\left(\frac{\partial L_T}{\partial A^a{}_{\mu,\,\nu}}\right).$$

Выберем теперь произвольные функции $\varepsilon^a(x)$ таким образом, чтобы значения всех ε и $\partial\varepsilon/\partial x$ обращались в нуль на поверхности, ограничивающей область интегрирования Ω. Тогда интеграл по области Ω от вариации (1.21) примет вид

$$\int_\Omega K\, d^4x \equiv 0, \qquad (1.22)$$

где

$$K = \frac{\delta L_T}{\delta Q^A}\delta Q^A + \frac{\delta L_T}{\delta A^a{}_\mu} f_b{}^a{}_c \varepsilon^b A^c{}_\mu - \frac{\partial}{\partial x^\mu}\left(\frac{\delta L_T}{\delta A^a{}_\mu}\right)\varepsilon^a$$

(интегрирование члена в (1.21), имеющего вид дивергенции, дает нуль в силу нашего специального выбора ε). Так как функции ε внутри области Ω можно выбирать произвольным образом, то K должно равняться нулю в каждой точке этой области, как легко видеть из (1.22).

Следовательно, тождество (1.21) распадается на следующие два тождества:

$$K \equiv 0 \qquad (1.23)$$

и

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu}\left\{\frac{\partial L}{\partial \nabla_\mu Q^A}\delta Q^A + \frac{\partial L_0}{\partial F^a{}_{\mu\nu}}\delta A^a{}_\nu + \frac{\delta L_T}{\delta A^a{}_\mu}\varepsilon^a\right\} \equiv 0. \qquad (1.24)$$

Из (1.24) имеем

$$\frac{\partial}{\partial x^{\mu}}\left\{\frac{\partial L}{\partial \nabla_{\mu} Q^{A}} T_{(a)},{}^{A}{}_{B} Q^{B}+\frac{\partial L_{0}}{\partial F^{b}{}_{\mu\nu}} f_{a}{}^{b}{}_{c} A^{c}{}_{\nu}+\frac{\delta L_{T}}{\delta A^{a}{}_{\mu}}\right\} \equiv 0, \tag{1.25}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \nabla_{\mu} Q^{A}} T_{(a)},{}^{A}{}_{B} Q^{B}+\frac{\partial L_{0}}{\partial F^{b}{}_{\mu\nu}} f_{a}{}^{b}{}_{c} A^{c}{}_{\nu}+\frac{\partial L_{T}}{\partial A^{a}{}_{\mu}} \equiv 0 \tag{1.26}$$

и

$$\frac{\partial L_{0}}{\partial F^{a}{}_{\mu\nu}}+\frac{\partial L_{0}}{\partial F^{a}{}_{\nu\mu}} \equiv 0.$$

Положим

$$J^{\mu}{}_{a}=\frac{\partial L_{T}}{\partial A^{a}{}_{\mu}}. \tag{1.27}$$

Тогда в силу (1.26)

$$J^{\mu}{}_{a} \equiv -\left(\frac{\partial L}{\partial \nabla_{\mu} Q^{A}} T_{(a)},{}^{A}{}_{B} Q^{B}+\frac{\partial L_{0}}{\partial F^{b}{}_{\mu\nu}} f_{a}{}^{b}{}_{c} A^{c}{}_{\nu}\right) \tag{1.28}$$

и (1.25) принимает вид

$$\frac{\partial J^{\mu} a}{\partial x^{\mu}} \equiv \frac{\partial}{\partial x^{\mu}}\left\{\frac{\delta L_{T}}{\delta A^{a}{}_{\mu}}\right\}. \tag{1.29}$$

Если использовать уравнение поля

$$\frac{\delta L_{T}}{\delta A^{a}{}_{\mu}}=0,$$

то получим закон сохранения «тока»:

$$\frac{\partial J^{\mu}{}_{a}}{\partial x^{\mu}}=0 \qquad (a=1,2, \ldots, n). \tag{1.30}$$

Мы получили общее правило, дающее конкретный способ вводить новое поле A, если имеет место некоторый закон сохранения типа (1.6) или если система оказывается инвариантной относительно некоторой группы Ли, зависящей от некоторых параметров.

В последующих пунктах будет рассмотрен в качестве примеров основной группы Ли ряд конкретных групп, а именно: 1) фазовое преобразование заряженного поля, 2) группа вращения в пространстве изотопического спина и 3) группа Лоренца.

3. Группа фазовых преобразований и электромагнитное поле

Рассмотрим некоторое заряженное поле Q, Q^*. Лагранжиан этой системы предполагается инвариантным относительно фазового преобразования

$$\delta Q^{A}=i \alpha Q^{A}, \quad \delta Q^{A *}=-i \alpha Q^{A *},$$

где α — некоторая вещественная постоянная. Так как эта однопараметрическая группа коммутативна, то структурная константа, конечно, равна нулю. Заменяя константу α некоторой скалярной функцией $\lambda(x)$, вводим векторное поле $A_\mu(x)$. Трансформационные свойства $A_\mu(x)$ описываются формулой

$$\delta A_\mu = \frac{\partial\lambda}{\partial x^\mu}$$

в соответствии с общим законом (1.11). Новый лагранжиан L' имеет вид

$$L' = L(Q, Q^*, \nabla_\mu Q, \nabla_\mu Q^*),$$

где $\nabla_\mu Q$ и $\nabla_\mu Q^*$ определяются выражениями

$$\nabla_\mu Q^A = \frac{\partial Q^A}{\partial x^\mu} - iA_\mu Q^A, \quad \nabla_\mu Q^{A*} = \frac{\partial Q^{A*}}{\partial x^\mu} + iA_\mu Q^{A*},$$

так как в нашем случае

$$T^A{}_B = i\delta^A{}_B \text{ для } Q^A, \quad T^A{}_B = -i\delta^A{}_B \text{ для } Q^{A*}.$$

Лагранжиан L_0 для свободного поля A_μ будет равен

$$L_0 = L_0(F_{\mu\nu}),$$

где

$$F_{\mu\nu} = \frac{\partial A_\nu}{\partial x^\mu} - \frac{\partial A_\mu}{\partial x^\nu}.$$

Ток J^μ можно получить из двух различных выражений:

$$J^\mu = \frac{\partial L_T}{\partial A_\mu} = -i\left(\frac{\partial L}{\partial\nabla_\mu Q^A} Q^A - \frac{\partial L}{\partial\nabla_\mu Q^{A*}} Q^{A*}\right).$$

4. Группа вращения в пространстве изотопического спина и поле Янга — Миллса

В качестве примера рассмотрим систему полей протона и нейтрона

$$\psi^\alpha = \begin{pmatrix}\psi^1\\ \psi^2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{Протон}\\ \text{Нейтрон}\end{pmatrix}.$$

Лагранжиан в зарядово независимой теории инвариантен относительно вращения в 3-мерном пространстве изотопического спина. При таком вращении

$$\delta\psi^\alpha = i\sum_{c=1}^{3}\varepsilon^c\tau_{(c)}{}^\alpha{}_\beta\psi^\beta, \quad \delta\bar\psi_\alpha = -i\sum_{c=1}^{3}\varepsilon^c\bar\psi_\beta\tau_{(c)}{}^\beta{}_\alpha, \qquad (3.1)$$

где $\tau_{(1)}$, $\tau_{(2)}$ и $\tau_{(3)}$ — обычные матрицы изотопического спина.

В этом случае общее выражение для величины T, определенной в п. 2, сводится к матрицам τ, а именно

$$T_{(c)},{}^{A}{}_{B}\longrightarrow i\tau_{(c)},{}^{\alpha}{}_{\beta}\qquad\left(\begin{matrix}\alpha,\ \beta=1,\ 2\\ c=1,\ 2,\ 3\end{matrix}\right).$$

Заменяя параметры ε^{a} функциями $\varepsilon^{a}(x)$, вводим поле Янга—Миллса

$$B^{c}{}_{\mu}(x)\qquad(c=1,\ 2,\ 3),$$

которое войдет в лагранжиан в следующей комбинации [см. (1.10)]:

$$\nabla_{\mu}\psi^{\alpha}=\frac{\partial\psi^{\alpha}}{\partial x^{\mu}}-i\tau_{(c)},{}^{\alpha}{}_{\beta}\psi^{\beta}B^{c}{}_{\mu}. \tag{3.2}$$

Вариация величины $B^{c}{}_{\mu}$ записывается в виде [см. (1.10) и (1.13)]:

$$\delta B^{c}{}_{\mu}=f_{a}{}^{c}{}_{b}\varepsilon^{a}(x)\,B^{b}{}_{\mu}+\frac{\partial\varepsilon^{c}}{\partial x^{\mu}}, \tag{3.3}$$

где $f_{a}{}^{c}{}_{b}$ определяется соотношением

$$[i\tau_{(a)},\ i\tau_{(b)}]=f_{a}{}^{c}{}_{b}\,i\tau_{(c)}. \tag{3.4}$$

Производная от $B^{a}{}_{\mu}$ может войти только в комбинации (см. (1.18)]

$$F^{a}{}_{\mu\nu}=\frac{\partial B^{a}{}_{\nu}}{\partial x^{\mu}}-\frac{\partial B^{a}{}_{\mu}}{\partial x^{\nu}}-\frac{1}{2}f_{b}{}^{a}{}_{c}\,(B^{b}{}_{\mu}B^{c}{}_{\nu}-B^{b}_{\nu}B^{c}{}_{\mu}). \tag{3.5}$$

Вариации величин $\nabla_{\mu}\psi$ и $F^{a}{}_{\mu\nu}$ имеют следующий вид:

$$\delta\nabla_{\mu}\psi^{\alpha}=i\varepsilon^{c}\tau_{(c)},{}^{\alpha}{}_{\beta}\nabla_{\mu}\psi^{\beta}, \tag{3.6}$$

а

$$\delta F^{a}{}_{\mu\nu}=\varepsilon^{c}f_{c}{}^{a}{}_{b}\,F^{b}{}_{\mu\nu}.$$

Как было установлено в п. 2, $F^{a}{}_{\mu\nu}$ ведет себя как вектор по отношению к группе вращения, т. е. изотопический спин B-поля равен 1. Выражение для тока имеет вид [см. (1.25) и (1.24)]

$$J^{\mu}{}_{c}=\frac{\partial L_{T}}{\partial B^{c}{}_{\mu}}=-i\,\frac{\partial L}{\partial\nabla_{\mu}\psi^{\alpha}}\tau_{(c)},{}^{\alpha}{}_{\beta}\psi^{\beta}-\frac{\partial L_{0}}{\partial F^{a}{}_{\mu\nu}}f_{c}{}^{a}{}_{b}\,B^{b}{}_{\nu}.$$

5. Группа Лоренца и гравитационное поле

Рассмотрим систему полей $Q^{A}(x)$, определенную в некоторой лоренцовой системе отсчета. Предположим также, что интеграл действия

$$I=\int L\,(Q^{A},\ Q^{A}{}_{,k})\,d^{4}x$$

инвариантен относительно преобразования Лоренца. Далее, введем наряду с рассматриваемой системой (x) некоторую произвольную криволинейную систему координат u^{μ} ($\mu=1,\ 2,\ 3,\ 4$). В дальнейшем величины, отнесенные к x-системе (локальная лоренцова система координат) и криволинейной u-системе, мы будем помечать соответственно латинскими и греческими индексами.

Квадрат инвариантной длины бесконечно малого интервала имеет вид

$$ds^2 = g^*_{ik}\, dx^i\, dx^k = g_{\mu\nu}\, du^\mu\, du^\nu,$$

где

$$g^*_{11} = g^*_{22} = g^*_{33} = -g^*_{44} = 1, \quad g^*_{ik} = 0 \text{ при } i \neq k$$

и

$$g_{\mu\nu}(u) = \frac{\partial x^i}{\partial u^\mu} \frac{\partial x^k}{\partial u^\nu} g^*_{ik}.$$

Введем две группы функций согласно формулам

$$h^k{}_\mu(u) = \frac{\partial x^k}{\partial u^\mu}$$

и

$$h_k{}^\mu(u) = \frac{\partial u^\mu}{\partial x^k}. \tag{4.1}$$

Тогда будут выполняться следующие соотношения:

$$g^*_{kl} h^k{}_\mu h^l{}_\nu = g_{\mu\nu}(u), \quad g_{\mu\nu} h_k{}^\mu h_l{}^\nu = g^*_{kl}, \quad h_k{}^\mu h^l{}_\mu = \delta^l{}_k,$$
$$g^{kl*} h_k{}^\mu h_l{}^\nu = g^{\mu\nu}(u), \quad g^{\mu\nu} h^k{}_\mu h^l{}_\nu = g^{kl*}, \quad h_k{}^\mu h^k{}_\nu = \delta^\mu{}_\nu,$$
$$\det(g_{\mu\nu}) = g = -h^2 \equiv -[\det(h^k{}_\mu)]^2.$$

Поднятие и опускание индексов обоих типов можно осуществлять при помощи $g_{\mu\nu}$ и $g^{\mu\nu}$ или g^*_{kl} и g^{kl*}. Геометрический смысл величин $h^k{}_\mu$ и $h_k{}^\mu$ очевиден. Введение мирового 4-вектора[1]) $h_1{}^\mu$, $h_2{}^\mu$, $h_3{}^\mu$ и $h_4{}^\mu$ соответственно задает в каждой мировой точке и некоторую локальную лоренцову систему отсчета. Разумеется, при всяком преобразовании Лоренца локальные системы во всех мировых точках преобразуются одинаково, а именно:

$$x^k \to x^k + \varepsilon^k{}_l x^l,$$
$$h_k{}^\mu \to h_k{}^\mu + \delta h_k{}^\mu, \quad \varepsilon^{kl} = -\varepsilon^{lk},$$
$$\delta h_k{}^\mu = -\varepsilon^l{}_k h_l{}^\mu.$$

Учитывая этот геометрический смысл величин h, можно, используя $h_k{}^\mu$ или $h^k{}_\mu$, преобразовывать всякий мировой тензор в соответствующий локальный тензор, определенный относительно

---

[1]) Под мировым вектором понимается вектор, определенный по отношению к u-системе.

локальной системы отсчета, и наоборот. Например,

$$Q^k(u) = h^k{}_\mu(u)\, Q^\mu(u), \quad Q^\mu(u) = h_k{}^\mu(u)\, Q^k(u),$$

где использовано сокращенное обозначение

$$Q^k(u) = Q^k\{x(u)\}.$$

При таком подходе интеграл действия можно записать в следующем виде:

$$I = \int \mathfrak{L}\,(Q^A(u),\ Q^A{}_{,\mu}(u),\ h^k{}_\mu(u))\, d^4u,$$

где $\mathfrak{L}$ определяется формулой

$$\mathfrak{L} = L\,(Q^A(u),\ h_k{}^\mu(u)\, Q^A{}_{,\mu}(u))\, h, \tag{4.2}$$

а $Q^A{}_{,\mu}$ означает производную

$$\frac{\partial Q^A(u)}{\partial u^\mu}.$$

Величина Q^A в (4.2) не преобразована в соответствующую мировую величину по той причине, что если Q^A будет спинором, то такое преобразование станет вообще невозможным, поскольку спинор допускает корректное определение только относительно лоренцовой системы отсчета.

Теперь интеграл действия I оказывается инвариантным по отношению к двум типам преобразований [2, 3], а именно:

1) к преобразованию Лоренца

$$\begin{gathered} \delta h^k{}_\mu = \varepsilon^k{}_l\, h^l{}_\mu, \\ \delta Q^A = \frac{1}{2} T_{(kl)},{}^A{}_B\, Q^B\, \varepsilon^{kl}, \\ u^\mu \text{ не изменяются,} \end{gathered} \tag{4.3}$$

где $T_{(kl)},{}^A{}_B$ представляет собой (A, B)-элемент $N \times N$-матрицы $T_{(kl)}$, являющейся представлением оператора группы преобразований Лоренца. Матрица $T_{(kl)}$ удовлетворяет соотношению

$$[T_{(kl)},\ T_{(mn)}] = \frac{1}{2} f_{kl},{}^{ab}{}_{mn}\, T_{(ab)}, \quad T_{(kl)} = -T_{(lk)};$$

2) к общему точечному преобразованию

$$\begin{gathered} u^\mu \longrightarrow u^\mu + \lambda^\mu(u) = u'^\mu, \\ \lambda^\mu(u) \text{ — произвольная функция } u, \\ \delta h^k{}_\mu = -\frac{\partial \lambda^\nu}{\partial u^\mu}\, h^k{}_\nu, \\ \delta Q^A(u) \equiv Q^{A\prime}(u') - Q^A(u) = 0, \\ \delta Q^A{}_{,\mu} = -\frac{\partial \lambda^\nu}{\partial u^\mu}\, Q^A{}_{,\nu}. \end{gathered} \tag{4.4}$$

Теперь наш лагранжиан (4.2) имеет вид, который позволяет применить к нему общий метод, развитый в п. 2, если задаваемые функции $h^k{}_\mu$ рассматривать как совокупность полевых переменных, удовлетворяющих условию

$$\frac{\partial h^k{}_\mu}{\partial u^\nu} = \frac{\partial h^k{}_\nu}{\partial u^\mu} \tag{4.5}$$

и преобразующихся при преобразованиях группы Лоренца по формуле (4 3). Инвариантность I при преобразованиях (4.3) и (4.4) будет иметь место даже в том случае, когда не требуется выполнение условия (4.5). Единственное назначение этого условия заключается в том, чтобы обеспечить возможность находить наиболее простую и наиболее удобную систему координат $(x^1, \ldots, x^4)$. В самом деле, если заменить параметры ε^{ik} произвольными функциями $\varepsilon^{ik}(u)$, то после преобразования Лоренца, зависящего от этих функций, соотношение (4.5) уже не будет выполняться.

Условие (4.5) исключает возможность приложения общего метода п. 2 к нашей задаче. В соответствии с этим мы будем рассматривать величины h как некую совокупность *16 независимых заданных функций.*

Следуя схеме п. 2, введем «обобщенное преобразование Лоренца», зависящее от произвольных функций $\varepsilon^{ik}(u)$, вместо первоначальных параметров ε^{ik}. Будем предполагать, что при этом преобразовании Q^A и $h^k{}_\mu$ преобразуются по формулам

$$\begin{aligned} \delta Q^A &= \frac{1}{2}\,\varepsilon^{kl}(u)\, T_{(kl),}{}^A{}_B\, Q^B, \\ \delta h^k{}_\mu &= \varepsilon^k{}_l(u)\, h^l{}_\mu. \end{aligned} \tag{4.6}$$

В таком случае для сохранения инвариантности I относительно преобразования (4.6) необходимо ввести некоторое новое поле

$$A^{kl}{}_\mu(u) = -A^{lk}{}_\mu(u),$$

обладающее в согласии с (1.11) следующими трансформационными свойствами:

$$\delta A^{kl}{}_\mu = \frac{1}{4} f_{ab,}{}^{kl}{}_{hg}\, \varepsilon^{ab}(u)\, A^{hg}{}_\mu + \frac{\partial \varepsilon^{kl}}{\partial u^\mu} = \varepsilon^k{}_m A^{ml}{}_\mu + \varepsilon^l{}_m A^{km}{}_\mu + \frac{\partial \varepsilon^{kl}}{\partial u^\mu}. \tag{4.7}$$

Новый лагранжиан будет иметь вид

$$\mathfrak{L}(Q^A,\ \nabla_\mu Q^A,\ h^k{}_\mu) = hL\{Q^A,\ (h_k{}^\mu \nabla_\mu Q^A)\}, \tag{4.8}$$

где (см. [4])

$$\nabla_\mu Q^A = \frac{\partial Q^A}{\partial u^\mu} - \frac{1}{2} A^{ki}{}_\mu\, T_{(kl),}{}^A{}_B\, Q^B. \tag{4.9}$$

[см. (1.10)]. Множители $^1/_2$ в (4.9) и $^1/_4$ в (4.7) возникают по той причине, что при суммировании по немым индексам в этих выражениях одни и те же вклады учитываются два или соответственно четыре раза.

В результате «общего преобразования Лоренца», при котором локальные системы отсчета в различных мировых точках преобразуются по-разному, соотношение (4.5) теряет силу. Так как это соотношение выполняется только в том случае, когда пространство — время плоское, то мы вынуждены рассматривать его как некоторое риманово пространство с метрикой

$$g_{\mu\nu}(u) = h^k{}_\mu h_{k\nu},$$

и аффинной связностью

$$\Gamma_{\mu\nu}{}^\lambda = \frac{1}{2} g^{\lambda\sigma}\left(\frac{\partial g_{\sigma\mu}}{\partial u^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\sigma}}{\partial u^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial u^\sigma}\right).$$

В связи с этим следует ожидать, что существует некоторое соотношение, связывающее $A^{ki}{}_\mu$ и $h^k{}_\mu$.

Чтобы получить это соотношение, рассмотрим в качестве примера локальный тензор

$$Q^{kl}(u)\ (= Q^A).$$

Согласно (4.9),

$$\nabla_\mu Q^{kl} = \frac{\partial Q^{kl}}{\partial u^\mu} - A^{km}{}_\mu Q_m{}^l - A^{lm}{}_\mu Q^k{}_m.$$

Используя величины h, это выражение можно записать в виде

$$\nabla_\mu Q^{k\nu} = \frac{\partial Q^{k\nu}}{\partial u^\mu} - A^{km}{}_\mu Q_m{}^\nu + \Gamma'{}_{\rho\mu}{}^\nu Q^{k\rho}, \tag{4.10}$$

где

$$Q^{k\nu} = h_m{}^\nu Q^{km},$$

$$\Gamma'{}_{\nu\mu}{}^\rho = h_l{}^\rho \frac{\partial h^l{}_\nu}{\partial u^\mu} - h_k{}^\rho h_{l\nu} A^{kl}{}_\mu. \tag{4.11}$$

В общем случае из (4.9) легко получить соотношение

$$\begin{aligned}
\nabla_\mu Q^{kl\ldots,\rho\sigma\ldots}{}_{ab\ldots,\alpha\beta\ldots} &= \frac{\partial}{\partial u^\mu} Q^{kl\ldots,\rho\sigma\ldots}{}_{ab\ldots,\alpha\beta\ldots} - \\
&- A^k{}_{i\mu} Q^{il\ldots,\rho\sigma\ldots}{}_{ab\ldots,\alpha\beta\ldots} - A^l{}_{i\mu} Q^{ki\ldots,\rho\sigma\ldots}{}_{ab\ldots,\alpha\beta\ldots} - \ldots + \\
&+ A^i{}_{a\mu} Q^{kl\ldots,\rho\sigma\ldots}{}_{ib\ldots,\alpha\beta\ldots} + A^i{}_{b\mu} Q^{kl\ldots,\rho\sigma\ldots}{}_{ai\ldots,\alpha\beta\ldots} + \ldots \\
&+ \Gamma'{}_{\lambda\mu}{}^\rho Q^{kl\ldots,\lambda\sigma\ldots}{}_{ab\ldots,\alpha\beta\ldots} + \Gamma'{}_{\lambda\mu}{}^\sigma Q^{kl\ldots,\rho\lambda\ldots}{}_{ab\ldots,\alpha\beta\ldots} + \ldots \\
&- \Gamma'{}_{\alpha\mu}{}^\lambda Q^{kl\ldots,\rho\sigma\ldots}{}_{ab\ldots,\lambda\beta\ldots} - \Gamma'{}_{\beta\mu}{}^\lambda Q^{kl\ldots,\rho\sigma\ldots}{}_{ab\ldots,\alpha\lambda\ldots} - \ldots
\end{aligned} \tag{4.12}$$

Это выражение представляет собой не что иное, как обычную ковариантную производную, с той лишь разницей, что для латинских индексов вместо обычной связности Γ используется $A^{kl}{}_{\mu}$, а для греческих индексов вместо Γ фигурирует наше Γ'. Таким образом, для мирового тензора $Q^{\mu\nu\dots}$ наша «ковариантная производная» соответствует обычной ковариантной производной со связностью Γ', а именно:

$$\nabla_\mu Q^{\rho\nu} = \frac{\partial Q^{\rho\nu}}{\partial u^\mu} + \Gamma'_{\sigma\mu}{}^{\rho} Q^{\sigma\nu} + \Gamma'_{\sigma\mu}{}^{\nu} Q^{\rho\sigma} \equiv \delta_\mu Q^{\rho\nu},$$

где δ_μ означает обычную ковариантную производную. Формулу, связывающую A и h, можно получить, заметив, что

$$\nabla_\mu g^{kl*} = -A^{kl}{}_{\mu} - A^{lk}{}_{\mu} = 0 = h^k{}_\rho h^l{}_\nu \nabla_\mu g^{\rho\nu} = h^k{}_\rho h^l{}_\nu \delta_\mu g^{\rho\nu}.$$

Отсюда следует, что

$$\delta_\mu g^{\rho\nu} = \frac{\partial g^{\rho\nu}}{\partial u^\mu} + \Gamma'_{\sigma\mu}{}^{\rho} g^{\sigma\nu} + \Gamma'_{\sigma\mu}{}^{\nu} g^{\rho\sigma} = 0. \tag{4.13}$$

Если предположить, что[1])

$$\Gamma'_{\mu\nu}{}^{\rho} = \Gamma'_{\nu\mu}{}^{\rho},$$

то можно разрешить (4.13) относительно Γ'. Получим

$$\Gamma'_{\mu\nu}{}^{\rho} = \frac{1}{2} g^{\rho\sigma} \left(\frac{\partial g_{\sigma\mu}}{\partial u^\nu} + \frac{\partial g_{\nu\sigma}}{\partial u^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial u^\sigma} \right) \equiv \Gamma_{\mu\nu}{}^{\rho}$$

---

[1]) В общем случае, если не предполагать симметрии $\Gamma'_{\mu\nu}{}^{\lambda} = \Gamma'_{\nu\mu}{}^{\lambda}$, (4.13) приводит к следующему выражению для Γ':

$$\Gamma'_{\mu\nu}{}^{\rho} = \Gamma_{\mu\nu}{}^{\rho} - (B^{\rho}{}_{\mu,\nu} + B^{\rho}{}_{\nu,\mu}) + B_{\mu\nu}{}^{\rho},$$

где Γ — обычный символ Кристоффеля, а B — произвольный тензор, антисимметричный по двум индексам: $B_{\mu\nu,\rho} = -B_{\nu\mu,\rho}$ (см. [5]). Следовательно, наше новое поле $A^{kl}{}_{\mu}$ (или $A_{\rho\nu,\mu} = h_{k\rho} h_{l\nu} A^{kl}{}_{\mu}$) можно следующим образом представить в терминах h, $\partial h/\partial u$ и B:

$$A_{\rho\nu,\mu} = h_{l\rho} \frac{\partial h^l{}_\nu}{\partial u^\mu} - \Gamma_{\nu\mu,\rho} + B_{\rho\nu,\mu} + B_{\rho\mu,\nu} - B_{\nu\mu,\rho}.$$

Правая часть этого равенства антисимметрична по ϱ и ν, так как

$$\left(h_{l\rho} \frac{\partial h^l{}_\nu}{\partial u^\mu} - \Gamma_{\nu\mu,\rho} \right) + (\nu \rightleftarrows \varrho) = \frac{\partial g_{\rho\nu}}{\partial u^\mu} - \Gamma_{\nu\mu,\rho} - \Gamma_{\rho\mu,\nu} = 0.$$

Следовательно, антисимметричность $A_{\rho\nu,\mu}$ по ϱ и ν не накладывает никаких ограничений на характер симметрии величины B. Если теперь положить $B=0$, то получим соотношение (4.14). С другой стороны, если пространство — время плоское, то в силу равенства $\partial h^l{}_\nu/\partial u^\mu = \partial h^l{}_\mu/\partial u^\nu$ (или эквивалентного равенства $h_{l\rho} \partial h^l{}_\nu/\partial u^\mu = \Gamma_{\nu\mu,\rho}$) A будет иметь вид

$$A_{\rho\nu,\mu} = B_{\rho\nu,\mu} + B_{\rho\mu,\nu} - B_{\nu\mu,\rho}.$$

или

$$h_l{}^\rho \frac{\partial h^l{}_\nu}{\partial u^\mu} - A^\rho{}_{\nu,\,\mu} = \Gamma_{\nu\mu}{}^\rho, \qquad (4.14)$$

где

$$A^\rho{}_{\nu,\,\mu} = h_k{}^\rho h_{l\nu} A^{kl}{}_{,\,\mu}.$$

Формула (4.14) и есть искомое соотношение.

Из (4.14) следует, что $A^\rho{}_{\nu,\,\mu}$ ведет себя при общем точечном преобразовании (4.4) как мировой тензор третьего ранга, так как неоднородный член

$$-\frac{\partial^2\lambda^\rho}{\partial u^\nu\,\partial u^\mu},$$

появляющийся из вариации $\delta\Gamma$, компенсируется членом $\delta(h\,\partial h/\partial u)$. Поэтому $A^{kl}{}_\mu$ будет ковариантным мировым вектором по отношению к u-преобразованиям (4.4). При этом, как легко видеть, наша «ковариантная производная» ∇_μ действительно оказывается ковариантной относительно обоих типов преобразований, а именно: относительно любого «общего преобразования Лоренца» и любого u-преобразования (4.4).

Итак, получено общее выражение для ковариантной производной без использования понятия параллельного переноса. В частности, если Q^A — спинорное поле ψ, то

$$\nabla_\mu\psi = \frac{\partial\psi}{\partial x^\mu} - \frac{i}{4} A^{kl}{}_\mu\,[\gamma_k,\ \gamma_l]\,\psi,$$

где γ_k — обычные матрицы Дирака.

Теперь рассмотрим лагранжиан $\mathfrak{L}_0$ свободного поля A:

$$\mathfrak{L}_0\left(h^k{}_\mu,\ A^{kl}{}_\mu, \frac{\partial A^{kl}{}_\mu}{\partial u^\nu}\right),$$

в котором $h^k{}_\mu$ необходимы для поднятия и опускания тензорных индексов обоих типов. Из постулата инвариантности $\mathfrak{L}_0$ относительно «общего преобразования Лоренца» следует, что $\mathfrak{L}_0$ должен иметь форму

$$\mathfrak{L}_0\,(h^k{}_\mu,\ F^{kl}{}_{\mu\nu}),$$

где F определяется формулой

$$F^{kl}{}_{\mu\nu} = \frac{\partial A^{kl}{}_\nu}{\partial u^\mu} - \frac{\partial A^{kl}{}_\mu}{\partial u^\nu} - \frac{1}{4} f_{ab,}{}^{kl}{}_{mn}\,(A^{ab}{}_\mu A^{mn}{}_\nu - A^{ab}{}_\nu A^{mn}{}_\mu) =$$

$$= \frac{\partial A^{kl}{}_\nu}{\partial u^\mu} - \frac{\partial A^{kl}{}_\mu}{\partial u^\nu} + A^{kb}{}_\mu A^l{}_{b\nu} - A^{kb}{}_\nu A^l{}_{b\mu}. \qquad (4.15)$$

Можно формально записать это соотношение следующим образом:

$$F^{kl}{}_{\mu\nu} = \nabla_\mu A^{kl}{}_\nu - \nabla_\nu A^{kl}{}_\mu - A^{kb}{}_\mu A^l{}_{b\nu} + A^{kb}{}_\nu A^l{}_{b\mu}, \qquad (4.15')$$

где $\nabla_\mu A^{kl}{}_\nu$ будет не локальным тензором второго ранга, а ковариантным мировым тензором (по индексам μ и ν). Используя выражение (4.15′), можно доказать следующее соотношение (см. приложение II):

$$F^{kl}{}_{\mu\nu} = h^{l\lambda} h^k{}_\alpha R^\alpha{}_{\lambda\mu\nu}, \qquad (4.16)$$

где R — тензор кривизны Римана — Кристоффеля,

$$R^\alpha{}_{\lambda\mu\nu} = \frac{\partial\Gamma_{\lambda\mu}{}^\alpha}{\partial u^\nu} - \frac{\partial\Gamma_{\lambda\nu}{}^\alpha}{\partial u^\mu} + \Gamma_{\lambda\mu}{}^\beta\,\Gamma_{\beta\nu}{}^\alpha - \Gamma_{\lambda\nu}{}^\beta\,\Gamma_{\beta\mu}{}^\alpha. \qquad (4.17)$$

Наш лагранжиан содержит вместе с $h^k{}_\mu$ также величины A и $\partial A/\partial u$, однако можно показать, что $A^{kl}{}_\mu$ появляются в $\mathfrak{L}_0$ только в комбинации F.

До сих пор мы рассматривали $h^k{}_\mu$ как некоторые заданные функции. Поведение $h^k{}_\mu$ в общей теории относительности определяется уравнениями поля, которые выводятся из вариационного принципа.

Полная плотность лагранжиана теперь имеет вид

$$\mathfrak{L}_T\left(Q^A, \nabla_\mu Q^A, h^k{}_\mu, \frac{\partial h^k{}_\mu}{\partial u^\nu}, \frac{\partial^2 h^k{}_\mu}{\partial u^\nu \partial u^\lambda}\right) = $$
$$= \mathfrak{L}(Q^A, \nabla_\mu Q^A, h^k{}_\mu) + \mathfrak{L}_0(h^k{}_\mu, F^{kl}{}_{\mu\nu}).$$

Уравнения поля для Q и h записываются как[1])

$$\frac{\delta\mathfrak{L}}{\delta Q^A} = 0$$

[1]) При учете $B_{\mu\nu,\rho}$ тензор Римана — Кристоффеля определяется той же формулой (4.17), но с Γ' вместо Γ, где Γ' — связность, определенная в примечании 1 на стр. 266. В этом случае, помимо уравнений поля для Q и h, имеет место также следующее уравнение:

$$\frac{\delta\mathfrak{L}_T}{\delta B_{\mu\nu,\lambda}} = \frac{1}{2}\frac{\partial\mathfrak{L}}{\partial A^{kl}{}_\rho}\frac{\partial A^{kl}{}_\rho}{\partial B_{\mu\nu,\lambda}} + \frac{1}{4}\frac{\partial\mathfrak{L}_0}{\partial F^{kl}{}_{\alpha\beta}}\frac{\partial F^{kl}{}_{\alpha\beta}}{\partial B_{\mu\nu,\lambda}} -$$
$$-\frac{1}{4}\frac{\partial}{\partial u^\rho}\left\{\frac{\partial\mathfrak{L}_0}{\partial F^{kl}{}_{\alpha\beta}}\frac{\partial F^{kl}{}_{\alpha\beta}}{\partial(B_{\mu\nu,\lambda}/\partial u^\rho)}\right\} = 0.$$

Разумеется, во всех этих уравнениях для полей Q, h и B вместо Γ используется связность Γ'. Тождества (4.18) и (4.19) также остаются справедливыми в этом случае, так как B инвариантно относительно «общего преобразования Лоренца». Поэтому введение поля B не поможет избежать тривиального тождества $\mathfrak{M}^u{}_{ik} \equiv 0$.

и

$$\frac{\delta \mathfrak{L}_T}{\delta h^i{}_\mu} = \frac{\partial \mathfrak{L}_T}{\partial h^i{}_\mu} - \frac{\partial}{\partial u^\nu}\left(\frac{\partial \mathfrak{L}_T}{\partial h^i{}_{\mu,\nu}}\right) + \frac{\partial^2}{\partial u^\nu \partial u^\lambda}\left(\frac{\partial \mathfrak{L}_T}{\partial h^i{}_{\mu,\nu\lambda}}\right) = 0,$$

где

$$h^i{}_{\mu,\nu} = \frac{\partial h^i{}_\mu}{\partial u^\nu}, \quad h^i{}_{\mu,\nu\lambda} = \frac{\partial^2 h^i{}_\mu}{\partial u^\nu \partial u^\lambda}.$$

Тождества, соответствующие (1.23) и (1.24), выглядят следующим образом:

$$\frac{\delta \mathfrak{L}_T}{\delta Q^A}\delta Q^A + \frac{\delta \mathfrak{L}_T}{\delta h^i{}_\mu}\delta h^i{}_\mu \equiv 0 \tag{4.18}$$

и

$$\frac{\partial \mathfrak{M}^\mu}{\partial u^\mu} \equiv 0, \tag{4.19}$$

где

$$\mathfrak{M}^\mu = \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial \nabla_\mu Q^A}\delta Q^A + \frac{\partial \mathfrak{L}_T}{\partial h^i{}_{\rho,\mu}}\delta h^i{}_\rho + \\ + \frac{\partial \mathfrak{L}_T}{\partial h^i{}_{\rho,\mu\nu}}\delta h^i{}_{\rho,\nu} - \frac{\partial}{\partial u^\nu}\left(\frac{\partial \mathfrak{L}_T}{\partial h^i{}_{\rho,\mu\nu}}\right)\delta h^i{}_\rho. \tag{4.20}$$

Коэффициент при $\partial^2\varepsilon/\partial u^2$ в (4.19) тождественно обращается в нуль:

$$\frac{\partial \mathfrak{L}_T}{\partial h^i{}_{\rho,\mu\nu}} h_{k\rho} - \frac{\partial \mathfrak{L}_T}{\partial h^k{}_{\rho,\mu\nu}} h_{i\rho} \equiv 0$$

и, таким образом, $\mathfrak{M}^\mu{}_{ik}$ принимает вид

$$\mathfrak{M}^\mu = \frac{1}{2}\varepsilon^{ik}\mathfrak{M}^\mu{}_{ik},$$

$$\mathfrak{M}^\mu{}_{ik} = \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial \nabla_\mu Q^A} T_{(ik),}{}^A{}_B Q^B + \\ + \left[\left\{\frac{\partial \mathfrak{L}_T}{\partial h^i{}_{\rho,\mu}} h_{k\rho} + \frac{\partial \mathfrak{L}_T}{\partial h^i{}_{\rho,\mu\nu}} h_{k\rho,\nu} - \frac{\partial}{\partial u^\nu}\left(\frac{\partial \mathfrak{L}_T}{\partial h^i{}_{\rho,\mu\nu}}\right) h_{k\rho}\right\} - \{k \rightleftarrows i\}\right].$$

Подставляя это выражение в (4.19), мы приходим к тривиальному результату

$$\frac{\partial \mathfrak{M}^\mu{}_{ik}}{\partial u^\mu} \equiv 0, \tag{4.21}$$

поскольку

$$\mathfrak{M}^\mu{}_{ik} \equiv 0.$$

Благодаря появлению в (1.24) эйлеровой производной $\delta L/\delta A$ можно было в рамках общей теории п. 2 получить неисчезающий «ток». Однако в рассматриваемом случае эйлерова производная в $\mathfrak{M}$ не входит. Поэтому здесь при получении «тока» уравнения поля не играют никакой роли.

Обычные уравнения гравитационного поля выводятся из лагранжиана

$$\mathfrak{L}_0 = hR,$$

где R определяется как

$$R = g^{\mu\nu}R_{\mu\nu} = h_l{}^{\mu}h_k{}^{\nu}\mathrm{F}^{kl}{}_{\mu\nu}, \qquad R_{\mu\nu} = R^{\lambda}{}_{\mu\nu\lambda}.$$

Производя варьирование по h, получаем

$$\frac{\delta\mathfrak{L}_0}{\delta h^i{}_\mu} + \frac{\delta\mathfrak{L}}{\delta h^i{}_\mu} = 0.$$

Как нетрудно проверить, выполняется следующее соотношение:

$$\frac{\delta\mathfrak{L}_0}{\delta h^i{}_\mu}\delta h^i{}_\mu = \frac{\delta\mathfrak{L}_0}{\delta g_{\rho\mu}} h_{i\rho}\delta h^i{}_\mu + \frac{\partial}{\partial u^\mu}\left\{\frac{\partial\mathfrak{L}_0}{\partial g_{\rho\sigma,\,\mu}} h_{i\rho}\delta h^i{}_\sigma\right\},$$

где (см. [7])

$$\frac{\delta\mathfrak{L}_0}{\delta g_{\rho\sigma}} = -h\left(R^{\rho\sigma} - \frac{1}{2}g^{\rho\sigma}R\right) = -\mathfrak{G}^{\rho\sigma}.$$

Таким образом,

$$h_{i\sigma}\mathfrak{G}^{\rho\sigma} = -\mathfrak{T}^{\rho}{}_i,$$

где

$$\mathfrak{T}^{\rho}{}_i = -\frac{\delta\mathfrak{L}}{\delta h^i{}_\rho},$$

так что окончательно

$$\mathfrak{G}^{\rho\sigma} = -\mathfrak{T}^{\rho\sigma}.$$

В этой формуле $\mathfrak{T}$ представляет собой плотность симметричного тензора энергии — импульса исходного поля Q. Симметричность $\mathfrak{T}$ легко доказать следующим образом.

Так как лагранжиан $\mathfrak{L}$ поля Q инвариантен относительно «общего преобразования Лоренца», то имеет место тождество, подобное (4.18):

$$\frac{\delta\mathfrak{L}}{\delta Q^A}\delta Q^A + \frac{\delta\mathfrak{L}}{\delta h^i{}_\mu}\delta h^i{}_\mu \equiv 0.$$

Используя в этом тождестве уравнения поля Q, имеем

$$\mathfrak{T}_{ik} = \frac{\delta\mathfrak{L}}{\delta h^i{}_\mu}h_{k\mu} = \frac{\delta\mathfrak{L}}{\delta h^k{}_\mu}h_{i\mu} = \mathfrak{T}_{ki}.$$

Из этого соотношения легко видеть, что

$$\mathfrak{T}^{\mu\rho} = h^{i\mu}h^{k\rho}\mathfrak{T}_{ik} = \mathfrak{T}^{\rho\mu}.$$

Приложение I

Условие (1.19)

В этом приложении мы покажем, как строится инвариант из величин $F^a{}_{\mu\nu}$.

Рассмотрим некоторую величину G_a, трансформационные свойства которой относительно преобразования (1.20) контраградиентны трансформационным свойствам $F^a{}_{\mu\nu}$. Так как величина

$$G_a F^a{}_{\mu\nu},$$

по определению, инвариантна, то δG_a определяется следующей формулой:

$$\delta G_a = -\varepsilon^c f_c{}^b{}_a G_b.$$

Например, величина

$$K_{a,\,\mu\nu} = f_a{}^l{}_m f_l{}^m{}_b F^b{}_{\mu\nu}$$

преобразуется контраградиентно к величине $F^a{}_{\mu\nu}$, так как $\delta K_{a,\,\mu\nu}$ имеет вид

$$\delta K_{a,\,\mu\nu} = f_a{}^l{}_m f_l{}^m{}_b \delta F^b{}_{\mu\nu} = f_a{}^i{}_m f_l{}^m{}_b f_j{}^b{}_k F^k{}_{\mu\nu} \varepsilon^j.$$

При учете соотношения (1.3) последнее выражение принимает вид

$$\delta K_{a,\,\mu\nu} = f_a{}^l{}_m \left(f_k{}^b{}_l f_b{}^m{}_j + f_l{}^b{}_j f_b{}^m{}_k\right) F^k{}_{\mu\nu} \varepsilon^j.$$

Снова используя (1.3), преобразуем первый член этого выражения:

$$\delta K_{a,\,\mu\nu} = f_k{}^b{}_l \left(f_j{}^m{}_a f_m{}^l{}_b + f_a{}^m{}_b f_m{}^l{}_j\right) F^k{}_{\mu\nu} \varepsilon^j - f_k{}^m{}_b f_a{}^l{}_m f_l{}^b{}_j F^k{}_{\mu\nu} \varepsilon^j.$$

Так как второй член взаимно уничтожается с последним, то

$$\delta K_{a,\,\mu\nu} = -\varepsilon^j f_j{}^m{}_a f_m{}^l{}_b f_l{}^b{}_k F^k{}_{\mu\nu} = -\varepsilon^j f_j{}^m{}_a K_{m,\,\mu\nu}.$$

Пусть $F^a{}_{\mu\nu}$ — контравариантный, а $K_{a,\,\mu\nu}$ — ковариантный векторы относительно преобразования (1.20). Кроме того, будем считать, что величина $f_b{}^a{}_c$ контравариантна по индексу a и ковариантна по индексам b и c. Тогда, как нетрудно видеть, $f_b{}^a{}_c$ будет постоянным и инвариантным тензором, поскольку

$$\delta f_b{}^a{}_c = \varepsilon^j \left(f_j{}^a{}_k f_b{}^k{}_c - f_j{}^k{}_b f_k{}^a{}_c - f_j{}^k{}_c f_b{}^a{}_k\right),$$

а это выражение обращается в нуль в силу соотношения (1.3). Следовательно, наше предположение относительно трансформационных свойств $f_b{}^a{}_c$ совместно с ковариантным характером $K_{a,\,\mu\nu}$. Используя величину

$$g_{ab} = f_a{}^l{}_m f_l{}^m{}_b = g_{ba}$$

и обратную ей величину g^{ab}, можно легко построить тензорную алгебру, подобную той, которая применяется в теории относительности. Так, например, будут существовать инварианты

$$H_{\mu\nu,\,\rho\sigma} = g_{ab}F^a{}_{\mu\nu}F^b{}_{\rho\sigma} = H_{\rho\sigma,\,\mu\nu}.$$

В случае группы вращения в 3-мерном пространстве изотопического спина (см. п. 3) компоненты $f_b{}^a{}_c$ будут иметь следующие значения:

$$\begin{cases} f_1{}^3{}_2 = f_3{}^2{}_1 = f_2{}^1{}_3 = -1, \\ f_i{}^l{}_k = -f_k{}^l{}_i, \\ \quad \text{прочие } f = 0. \end{cases}$$

Следовательно,

$$g_{ab} = 2\delta_{ab}$$

и

$$H_{\mu\nu,\,\rho\sigma} = 2\delta_{ab}F^a{}_{\mu\nu}F^b{}_{\rho\sigma}.$$

Другой хорошо известный пример дает группа Лоренца. В этом случае

$$\frac{1}{4} f_{jk,}{}^{ab}{}_{cd} f_{ab.}{}^{cd}{}_{lm} = g^*{}_{jl}g^*{}_{km} - g^*{}_{jm}g^*{}_{kl}$$

и

$$H_{\mu\nu,\,\rho\sigma} = \frac{1}{24} F^{jk}{}_{\mu\nu} f_{jk,}{}^{ab}{}_{cd} f_{ab,}{}^{cd}{}_{lm} F^{lm}{}_{\rho\sigma} =$$

$$= \frac{1}{2} F^{jk}{}_{\mu\nu} F^{lm}{}_{\rho\sigma} g^*{}_{jl} g^*{}_{km} = \frac{1}{2} F^{jk}{}_{\mu\nu} F_{jk,\,\rho\sigma}.$$

Если L_0 — функция единственного инварианта $H_{\mu\nu,\,\beta\sigma}$, то легко доказать тождество

$$\frac{\partial L_0}{\partial F^a{}_{\mu\nu}} f_c{}^a{}_b F^b{}_{\mu\nu} \equiv 0. \tag{1.19}$$

В самом деле, левую часть (1.19) можно записать в такой форме:

$$\frac{1}{4} \frac{\partial L_0}{\partial H_{\rho\sigma,\,\alpha\beta}} \frac{\partial H_{\rho\sigma,\,\alpha\beta}}{\partial F^a{}_{\mu\nu}} f_c{}^a{}_b F^b{}_{\mu\nu} =$$

$$= \frac{1}{4} \frac{\partial L_0}{\partial H_{\rho o,\,\mu\nu}} F^d{}_{\rho\sigma} F^b{}_{\mu\nu} \left(g_{ad} f_c{}^a{}_b + g_{ab} f_c{}^a{}_d\right).$$

Выражение в скобках обращается в нуль в силу (1.3). Таким образом, действительно существует семейство лагранжианов L_0, которые являются функциями только от $F^a{}_{\mu\nu}$ и удовлетворяют условию (1.19).

Приложение II

Доказательство соотношения $F^{kl}{}_{\mu\nu} = h^{l\lambda}h^k{}_\alpha R^\alpha{}_{\lambda\mu\nu}$

Величина $F^{kl}{}_{\mu\nu}$ определяется формулой

$$F^{kl}{}_{\mu\nu} = \nabla_\mu A^{kl}{}_\nu - \nabla_\nu A^{kl}{}_\mu - A^{kb}{}_\mu A^l{}_{b\nu} + A^{kb}{}_\nu A^l{}_{b\mu}. \tag{II.1}$$

Согласно общему правилу (4.12),

$$\nabla_\mu A^{kl}{}_\nu = h^k{}_\rho h^l{}_\sigma \delta_\mu A^{\rho\sigma}{}_\nu, \tag{II.2}$$

где δ_μ — обычная ковариантная производная с символами Кристоффеля в качестве связности. В силу (4.14) $A^{\rho\sigma}{}_{,\nu}$ можно представить в виде

$$A^{\rho\sigma}{}_{,\nu} = g^{\sigma\lambda} A^\rho{}_{\lambda,\nu} = g^{\sigma\lambda} h_l{}^\rho \left(\frac{\partial h^l{}_\lambda}{\partial u^\nu} - \Gamma_{\nu\lambda}{}^\alpha h^l{}_\alpha \right).$$

Если рассматривать $h^l{}_\lambda$ просто как мировой ковариантный вектор, не обращая внимания на локальный индекс l, то выражение в круглых скобках в последней формуле оказывается как раз обычной ковариантной производной величины $h^l{}_\lambda$. Таким образом,

$$A^{\rho\sigma}{}_{,\nu} = g^{\sigma\lambda} h_l{}^\rho \delta_\nu h^l{}_\lambda.$$

С другой стороны, из (4.14) вытекает соотношение

$$\delta_\nu h^l{}_\lambda = A^l{}_{m,\nu} h^m{}_\lambda, \tag{II.3}$$

поэтому

$$\delta_\mu A^{\rho\sigma}{}_{,\nu} = g^{\sigma\lambda} \delta_\mu (h_l{}^\rho \delta_\nu h^l{}_\lambda).$$

При учете (II.3) последнее выражение принимает вид

$$\delta_\mu A^{\rho\sigma}{}_{,\nu} = g^{\sigma\lambda} h_l{}^\rho \delta_\mu \delta_\nu h^l{}_\lambda - A^m{}_{l,\mu} A^l{}_{k,\nu} h_m{}^\rho h^{k\sigma}.$$

Подставляя это выражение в (II.2) и затем в (II.1), получаем

$$F^{kl}{}_{\mu\nu} = h^{l\lambda} (\delta_\mu \delta_\nu - \delta_\nu \delta_\mu) h^k{}_\lambda.$$

Как известно, по определению тензора Римана — Кристоффеля, для любого ковариантного вектора V_ρ справедливо соотношение

$$(\delta_\mu \delta_\nu - \delta_\nu \delta_\mu) V^\lambda = R^\rho{}_{\lambda\mu\nu} V_\rho.$$

Отсюда

$$F^{kl}{}_{\mu\nu} = h^{l\lambda} h^k{}_\alpha R^\alpha{}_{\lambda\mu\nu}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Yang C. N., Mills R. L., Phys. Rev., **96**, 191 (1954) (статья 1 настоящего сборника).
2. Utiyama R., Progr. Theor. Phys., **2**, 38 (1947).
3. Rosenfeld L., Ann. Phys., **5**, 113 (1930).
4. Belinfante F. J., Physika, **7**, 305 (1940).
5. Husimi K., Proc. Nat. Res. Council of Japan, **4**, 81 (1943).
6. Schrödinger E., Space-time Structure, Cambridge, 1950.
7. Pauli W., Encyklopaedie der Mathematischen Wissenschaften, Leipzig, 1922 (см. перевод: Паули В., Теория относительности, М.—Л., 1947).

1/4 18 Заказ № 982

15. ЛОРЕНЦ-ИНВАРИАНТНОСТЬ И ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ

Т. КИББЛ

T. W. B. Kibble, Journ. of Math. Phys., 2., 212 (1961)

В настоящей работе изложен формализм, позволяющий прийти к введению гравитационного поля, исходя из требования лоренц-инвариантности лагранжиана. В качестве обобщения рассуждений Утиямы вводится 10-параметрическая группа лоренц-преобразований, включающих вариации как координат, так и переменных поля. В этом случае нет необходимости априорно вводить криволинейные координаты и риманову метрику, причем новые полевые переменные, вводимые в ходе рассуждений, содержат компоненты 4-репера $h_k{}^{\mu}$ и коэффициенты «локальной аффинной связности» $A^i{}_{j\mu}$. Обобщенные преобразования, для которых 10 параметров становятся произвольными функциями положения, могут быть интерпретированы как общие координатные преобразования и вращения тетрадной системы. Показано, что свободный лагранжиан для новых полей является функцией двух ковариантных величин, аналогичных $F_{\mu\nu}$ для электромагнитного поля, а его простейшей возможной формой является как раз обычная плотность скалярной кривизны, выраженная через $h_k{}^{\mu}$ и $A^i{}_{j\mu}$. Этот лагранжиан выражается через производные первого порядка и является аналогом лагранжиана Палатини в 4-реперном формализме. В отсутствие материи он дает известные уравнения $R_{\mu\nu}=0$ для пустого пространства, но в присутствии материи появляется отличие от обычной теории (впервые отмеченное Вейлем), возникающее в результате того, что в лагранжиане поля материи появляются $A^i{}_{j\mu}$, так что уравнение движения, связывающее $A^i{}_{j\mu}$ с $h_k{}^{\mu}$, изменяется. В частности, это означает, что хотя ковариантные производные метрического тензора исчезают, коэффициенты аффинной связности $\Gamma^{\lambda}{}_{\mu\nu}$ оказываются все-таки несимметричными. Эта теория может быть выражена и через коэффициенты связности Кристоффеля; в этом случае в лагранжиане присутствуют добавочные члены, квадратичные по «спиновой плотности» $S^k{}_{ij}$. Эти члены почти наверняка слишком малы, чтобы разница между предсказаниями предлагаемой и обычной теорий могла быть замечена экспериментально.

1. Введение

Уже давно выяснено, что существование некоторых полей, в частности электромагнитного, может быть связано с инвариантными свойствами лагранжиана (см., например, книгу Вейля [1]). Так, если лагранжиан инвариантен относительно фазового преобразования $\psi \to e^{ie\lambda}\psi$ и если мы хотим сделать его инвариантным относительно общего калибровочного преобразования, при котором λ является функцией x, то необходимо ввести новое поле A_{μ}, преобразующегося так, что $A_{\mu} \to A_{\mu} - \partial_{\mu}\lambda$, и заменить $\partial_{\mu}\psi$ в лагранжиане на «ковариантную производную» $(\partial_{\mu} + ieA_{\mu})\,\psi$. Аналогичные соображения в случае вращений изотопического спина привели Янга и Миллса [2] к триплету векторных полей. Таким образом, идея связать существование гравитационного поля с лоренцевой инвариантностью лагранжиана становится весьма привлекательной. Утияма [3] предложил метод, приводящий к введению 24 новых полевых переменных $A^{ij}{}_{\mu}$. Эти переменные вытекают из рассмотрения однородных лоренц-преобразований, определяемых шестью параметрами ε^{ij}. Однако для этого необходимо было априорно ввести криволинейные координаты и группу 16-ти параметров $h_k{}^{\mu}$. Сначала $h_k{}^{\mu}$ считались заданными функциями x, а затем рассматривались как полевые переменные и интерпретировались как компоненты 4-реперной системы в римановом пространстве. Такой путь нельзя считать удовлетворительным, так как цель такого рода исследования состоит как раз в том, чтобы обосновать введение переменных гравитационного поля, зависящих от метрики, и аффинной связности. Новые полевые переменные $A^{ij}{}_{\mu}$ были последовательно связаны с символами Кристоффеля $\Gamma^{\lambda}{}_{\mu\nu}$ в римановом пространстве, но это могло быть сделано единственно на основе произвольного предположения, что величины $\Gamma'^{\lambda}{}_{\mu\nu}$, вычисленные из $A^{ij}{}_{\mu}$, симметричны.

Цель настоящей статьи — показать, что 4-реперные компоненты $h_k{}^{\mu}$, так же как коэффициенты «локальной аффинной связности» $A^{ij}{}_{\mu}$, можно ввести как новые переменные поля, аналогичные A_{μ}, если рассмотреть полную 10-параметрическую группу неоднородных преобразований Лоренца вместо ограниченной 6-параметрической группы. Это означает, что необходимо рассматривать преобразования координат и полевых переменных, которые будут требовать некоторых изменений в рассуждениях, но это также означает, что требуется только одна система координат и что риманову метрику не обязательно вводить априорно. Интерпретацию теории для риманова пространства можно при желании провести позже. Исходной точкой нашего изложения будет обычная формулировка лоренц-инвариантности (включая трансляционную инвариантность) для прямоугольных координат в плоском пространстве. В той мере, в какой это возможно, мы будем следовать аналогии с калибровочным преобразованием и для сравнения дадим в п. 2 краткое обсуждение линейных преобразований переменных поля. Это будет по существу краткое резюме рассуждений Утиямы, хотя ударение будет перенесено на другое, в частности, в вопросе о ковариантных и нековариантных законах сохранения.

В п. 3 обсуждается инвариантность относительно преобразований Лоренца, а в п. 4 мы обобщим рассуждения, вводя соответствующую группу, в которой десять параметров становятся произвольными функциями положения. Мы покажем, что для сохранения инвариантности лагранжиана необходимо ввести 40 новых переменных, так чтобы можно было построить соответствующую ковариантную производную. Для того чтобы интеграл действия стал инвариантным, фактически требуется, чтобы лагранжиан был скорее плотностью инварианта, а не инвариантом, поэтому инвариант надо умножить на подходящую и единственным образом определенную функцию новых полей. В п. 5 рассматриваются возможные формы свободного лагранжиана для новых полей. Как и в случае электромагнитного поля, мы выбираем лагранжиан наинизшей степени, который удовлетворяет требованиям инвариантности.

Геометрическая интерпретация в терминах риманова пространства описана в п. 6. Мы покажем, что полученный свободный лагранжиан в точности совпадает с обычной плотностью скалярной кривизны, но выраженной через коэффициенты аффинной связности $\Gamma^{\lambda}{}_{\mu\nu}$, не обязательно симметричные. Фактически в том случае, когда материя отсутствует, эти коэффициенты симметричны, что следует из уравнений движения, но в присутствии материи они содержат антисимметричную часть, которая выражается через «спиновую плотность» $\mathfrak{S}^{\mu}{}_{ij}$. Таким образом, имеет место различие между описываемой теорией и обычной метрической теорией гравитации Это различие было впервые отмечено Вейлем [4], а сравнительно недавно обсуждено Сциамой [5]. Оно обусловлено тем, что наш свободный лагранжиан — первого порядка по производным и содержит величины $h_k{}^{\mu}$ и $A^{ij}{}_{\mu}$ в качестве независимых переменных. Можно реинтерпретировать теорию в терминах коэффициентов связности Кристоффеля ${}^0\Gamma^{\lambda}{}_{\mu\nu}$ или их локального аналога ${}^0A^{ij}{}_{\mu}$, что и осуществляется в п. 7. В этом случае в лагранжиане появляются добавочные члены, квадратичные по $\mathfrak{S}^{\mu}{}_{ij}$ и пропорциональные гравитационной постоянной.

2. Линейные преобразования

Рассмотрим совокупность переменных поля $\chi_A(x)$ [которые мы будем трактовать как элементы матрицы-столбца $\chi(x)$] с лагранжианом

$$L(x) \equiv L\{\chi(x),\ \chi_{,\mu}(x)\},$$

где $\chi_{,\mu} = \partial_{\mu}\chi$, и возьмем линейные преобразования вида

$$\delta\chi = \varepsilon^a T_a \chi, \tag{2.1}$$

где ε^a суть n бесконечно малых постоянных параметров, а T_a суть n заданных матриц, удовлетворяющих тем же перестановочным соотношениям, что и операторы группы Ли

$$[T_a, T_b] = f_a{}^c{}_b T_c.$$

Лагранжиан будет инвариантным относительно этих преобразований, если выполняются n тождеств

$$\left(\frac{\partial L}{\partial \chi}\right) T_a \chi + \left(\frac{\partial L}{\partial \chi_{,\mu}}\right) T_a \chi_{,\mu} \equiv 0, \tag{2.2}$$

что мы и будем предполагать. Заметим, что производную $\partial/\partial\chi$ следует рассматривать как матрицу-строку. Из уравнений движения получаем n законов сохранения

$$J^\mu{}_{a,\mu} = 0,$$

где «токи» определяются следующим образом[1]):

$$J^\mu{}_a \equiv -\left(\frac{\partial L}{\partial \chi_{,\mu}}\right) T_a \chi. \tag{2.3}$$

Далее, относительно более общих преобразований вида (2.1), для которых параметры ε^a становятся произвольными функциями координат, лагранжиан перестает быть инвариантным, потому что производные преобразуются согласно формуле

$$\delta\chi_{,\mu} = \varepsilon^a T_a \chi_{,\mu} + \varepsilon^a{}_{,\mu} T_a \chi \tag{2.4}$$

и члены с $\varepsilon^a{}_{,\mu}$ не уничтожаются. Действительно, мы получаем

$$\delta L \equiv -\varepsilon^a{}_{,\mu} J^\mu{}_a.$$

Однако можно построить некий измененный лагранжиан, который будет инвариантным, если заменить $\chi_{,\mu}$ в L величиной $\chi_{;\mu}$, преобразующейся следующим образом:

$$\delta\chi_{;\mu} = \varepsilon^a T_a \chi_{;\mu}. \tag{2.5}$$

Для этой цели[2]) необходимо ввести $4n$ новых полевых переменных $A^a{}_\mu$, которые преобразуются с помощью $\varepsilon^a{}_{,\mu}$. Действительно, если положить

$$\chi_{;\mu} \equiv \chi_{,\mu} + A^a{}_\mu T_a \chi, \tag{2.6}$$

---

[1]) В нашем определении $J^\mu{}_a$ имеют противоположные знаки по сравнению с теми, которые они имели по определению Утиямы [3]. Это произошло потому, что в нашем случае аналогичными величинами для трансляций оказываются $T^\mu{}_\nu$, а не $-T^\mu{}_\nu$. Это изменение можно рассматривать как изменение знака у ε^a и T_a, причем в формуле (2.6) также имеет место соответствующее изменение знаков. Наш способ имеет еще то дополнительное преимущество, что коэффициенты «локальной аффинной связности» $A^i{}_{j\mu}$, определенные в п. 4, задают ковариантные производные в той же форме, что и коэффициенты связности Кристоффеля $\Gamma^\lambda{}_{\mu\nu}$.

[2]) Детальное рассмотрение можно найти в статье Утиямы [3].

то условие (2.5) определяет единственным образом трансформационные свойства нового поля. Эти свойства следующие:

$$\delta A^a{}_\mu = \varepsilon^b f_b{}^a{}_c A^c{}_\mu - \varepsilon^a{}_{,\mu}. \tag{2.7}$$

Таким способом мы получаем инвариантный лагранжиан

$$L'\{\chi,\ \chi_{,\mu},\ A^a{}_\mu\} \equiv L\{\chi,\ \chi_{;\mu}\}.$$

Выражение $\chi_{;\mu}$ можно назвать ковариантной производной от χ относительно преобразований (2.1). Ковариантные токи можно определить как

$$J'^\mu{}_a \equiv -\left(\frac{\partial L'}{\partial A^a{}_\mu}\right) \equiv -\left(\frac{\partial L}{\partial \chi_{;\mu}}\right) T_a \chi, \tag{2.8}$$

где L считается функцией χ и $\chi_{;\mu}$. Эти токи преобразуются линейно согласно формуле

$$\delta J'^\mu{}_a = -\varepsilon^b f_b{}^c{}_a J'^\mu{}_c,$$

а их ковариантные дивергенции обращаются в нуль, как можно показать, исходя из уравнений движения и тождеств (2.2):

$$J'^\mu{}_{a;\mu} \equiv J'^\mu{}_{a,\mu} - A^b{}_\mu f_b{}^c{}_a J'^\mu{}_c = 0.$$

Два ковариантных дифференцирования, вообще говоря, не коммутируют. Из (2.6) следует, что

$$\chi_{;\mu\nu} - \chi_{;\nu\mu} = F^a{}_{\mu\nu} T_a \chi,$$

где

$$F^a{}_{\mu\nu} \equiv A^a{}_{\mu,\nu} - A^a{}_{\nu,\mu} - f_b{}^a{}_c A^b{}_\mu A^c{}_\nu. \tag{2.9}$$

В отличие от $A^a{}_\mu$, выражение $F^a{}_{\mu\nu}$ ковариантно и преобразуется по закону

$$\delta F^a{}_{\mu\nu} = \varepsilon^b f_b{}^a{}_c F^c{}_{\mu\nu}.$$

Поэтому его ковариантную производную можно определить очевидным образом. Она удовлетворяет циклическому тождеству

$$F^a{}_{\mu\nu;\rho} + F^a{}_{\nu\rho;\mu} + F^a{}_{\rho\mu;\nu} \equiv 0.$$

Остается найти свободный лагранжиан L_0 для новых полей. Ясно, что лагранжиан L_0 должен быть инвариантен сам по себе. А это, как нетрудно видеть [3], означает, что он должен содержать $A^a{}_\mu$ только через ковариантные комбинации $F^a{}_{\mu\nu}$. Наиболее простой такой лагранжиан имеет вид [1])

$$L_0 = -\frac{1}{4} F^a{}_{\mu\nu} F_a{}^{\mu\nu}, \tag{2.10}$$

[1]) Сюда, разумеется, может входить постоянный множитель, на который и надо было бы умножить лагранжиан (2.10); этот множитель мы не записываем, так как его всегда можно устранить элементарным переопределением $A^a{}_\mu$ и T_a.

где тензорные индексы поднимаются с помощью метрического тензора плоского пространства $\eta^{\mu\nu}$ с диагональными элементами $(1, -1, -1, -1)$, а индекс a опускается с помощью метрики[1])

$$g_{ab} \equiv f_a{}^c{}_d f_c{}^d{}_b,$$

связанной с группой Ли (за исключением, конечно, случая однопараметрической группы). Ясно, что этот лагранжиан не единственный. От него требуется только, чтобы он был скаляром как в координатном, так и в пространстве группы Ли; к нему можно было бы добавить члены более высокой степени по $F^a{}_{\mu\nu}$. Однако представляется разумным выбрать лагранжиан наинизшей степени, которая удовлетворяет условиям инвариантности.

При таком выборе свободного лагранжиана L_0, как (2.10), уравнения движения для новых полей имеют вид

$$F_a{}^{\mu\nu}{}_{;\nu} = J'^{\mu}{}_a.$$

Благодаря антисимметрии величин $F_a{}^{\mu\nu}$ можно определить другой ток, который сохраняется в строгом смысле

$$(J'^{\mu}{}_a + j^{\mu}{}_a)_{,\mu} = 0, \tag{2.11}$$

где

$$j^{\mu}{}_a \equiv A^b{}_\nu f_b{}^c{}_a F_c{}^{\mu\nu}.$$

Этот добавочный ток $j^{\mu}{}_a$ можно рассматривать как ток самого нового поля $A^a{}_\mu$, так как он допускает представление в следующем виде [ср. (2.8)]:

$$j^{\mu}{}_a \equiv -\left(\frac{\partial L_0}{\partial A^a{}_\mu}\right) \equiv -\left(\frac{\partial L_0}{\partial A^b{}_{\nu,\mu}}\right) f_a{}^b{}_c A^c{}_\nu. \tag{2.12}$$

Заметим, однако, что это не ковариантная величина. Для того чтобы получить точный закон сохранения, надо пожертвовать ковариантностью тока.

3. Преобразования Лоренца

Рассмотрим теперь инфинитиземальные вариации координат и переменных поля

$$\begin{aligned} x^\mu &\longrightarrow x'^\mu = x^\mu + \delta x^\mu, \\ \chi(x) &\longrightarrow \chi'(x') = \chi(x) + \delta\chi(x). \end{aligned} \tag{3.1}$$

Удобно учесть возможность того, что лагранжиан может явно зависеть от x. Тогда при вариациях (3.1) L изменяется на ве-

[1]) Это рассмотрение применимо только к полупростым группам, поскольку во всяком другом случае g_{ab} имеет сингулярности. (Я признателен референту за это замечание.)

личину

$$\delta L' \equiv \left(\frac{\partial L}{\partial \chi}\right)\delta\chi + \left(\frac{\partial L}{\partial \chi_{,\mu}}\right)\delta\chi_{,\mu} + \left(\frac{\partial L}{\partial x^\mu}\right)\delta x^\mu,$$

где $\partial L/\partial x^\mu$ означает частную производную при фиксированном χ. Иногда бывает полезно рассматривать также вариацию при фиксированном x:

$$\delta_0\chi = \chi'(x) - \chi(x) = \delta\chi - \delta x^\mu \chi_{,\mu}. \tag{3.2}$$

В частности, очевидно, что δ_0 коммутирует с ∂_μ, откуда

$$\delta\chi_{,\mu} = (\delta\chi)_{,\mu} - (\delta x^\nu)_{,\mu}\chi_{,\nu}. \tag{3.3}$$

Интеграл действия по пространственно-временнóй области Ω

$$I(\Omega) \equiv \int\limits_\Omega L(x)\, d_4 x$$

преобразуется при вариации координат и переменных поля (3.1) следующим образом:

$$I'(\Omega) \equiv \int\limits_\Omega L'(x')\, \|\partial_\nu x'^\mu\|\, d_4 x.$$

Таким, образом, интеграл действия по произвольной области инвариантен, если (см. [6])

$$\delta L + L(\delta x^\mu)_{,\mu} \equiv \delta_0 L + (L\delta x^\mu)_{,\mu} \equiv 0. \tag{3.4}$$

Это, безусловно, типичный закон преобразования плотности инварианта.

Рассмотрим теперь частный случай преобразований Лоренца

$$\delta x^\mu = \varepsilon^\mu{}_\nu x^\nu + \varepsilon^\mu, \quad \delta\chi = \frac{1}{2}\varepsilon^{\mu\nu}S_{\mu\nu}\chi, \tag{3.5}$$

где ε^μ и $\varepsilon^{\mu\nu} = -\varepsilon^{\nu\mu}$ суть 10 вещественных инфинитиземальных параметров, а $S_{\mu\nu}$ — матрицы, удовлетворяющие условиям

$$S_{\mu\nu} + S_{\nu\mu} = 0,$$

$$[S_{\mu\nu},\ S_{\rho\sigma}] = \eta_{\nu\rho}S_{\mu\sigma} + \eta_{\mu\sigma}S_{\nu\rho} - \eta_{\nu\sigma}S_{\mu\rho} - \eta_{\mu\rho}S_{\nu\sigma} \equiv \frac{1}{2}f_{\mu\nu}{}^{k\lambda}{}_{\rho\sigma}S_{k\lambda}.$$

Из (3.3) имеем

$$\delta\chi_{,\mu} = \frac{1}{2}\varepsilon^{\rho\sigma}S_{\rho\sigma}\chi_{,\mu} - \varepsilon^\rho{}_\mu\chi_{,\rho}. \tag{3.6}$$

Кроме того, поскольку $(\delta x^\mu)_{,\mu} = \varepsilon^\mu{}_\mu = 0$, условие инвариантности интеграла действия (3.4) снова сводится к $\delta L \equiv 0$ и дает 10 тождеств (ср. [7])

$$\frac{\partial L}{\partial x^\rho} \equiv L_{,\rho} - \left(\frac{\partial L}{\partial \chi}\right)\chi_{,\rho} - \left(\frac{\partial L}{\partial \chi_{,\mu}}\right)\chi_{,\mu\rho} \equiv 0, \tag{3.7}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \chi}S_{\rho\sigma}\chi + \left(\frac{\partial L}{\partial \chi_{,\mu}}\right)(S_{\rho\sigma}\chi_{,\mu} + \eta_{\mu\rho}\chi_{,\sigma} - \eta_{\mu\sigma}\chi_{,\rho}) \equiv 0. \tag{3.8}$$

Очевидно, эти тождества являются аналогами тождеств (2.2), и мы будем предполагать, что они удовлетворяются. Заметим, что тождества (3.7), выражающие условие трансляционной инвариантности, эквивалентны требованию, чтобы L не зависело явно от x, как и можно было бы предвидеть.

Уравнения движения можно, как и раньше, использовать для получения 10 законов сохранения, следующих из этих тождеств, именно:

$$T^{\mu}{}_{\rho,\mu}=0, \quad (S^{\mu}{}_{\rho\sigma}-x_{\rho}T^{\mu}{}_{\sigma}+x_{\sigma}T^{\mu}{}_{\rho})_{,\mu}=0,$$

где

$$T^{\mu}{}_{\rho}\equiv\left(\frac{\partial L}{\partial\chi_{,\mu}}\right)\chi_{,\rho}-\delta^{\mu}{}_{\rho}L, \quad S^{\mu}{}_{\rho\sigma}\equiv-\left(\frac{\partial L}{\partial\chi_{,\mu}}\right)S_{\rho\sigma}\chi.$$

Так мы найдем законы сохранения энергии, импульса и углового момента.

Поучительно изучить эти преобразования также с помощью вариации $\delta_0\chi$, которая в этом случае равна

$$\delta_0\chi=-\varepsilon^{\rho}\partial_{\rho}\chi+\frac{1}{2}\varepsilon^{\rho\sigma}(S_{\rho\sigma}+x_{\rho}\partial_{\sigma}-x_{\sigma}\partial_{\rho})\chi.$$

Сравнивая это выражение с (2.1), мы видим, что роль матриц T_a выполняют дифференциальные операторы $-\partial_{\mu}$ и $S_{\rho\sigma}+x_{\rho}\partial_{\sigma}-x_{\sigma}\partial_{\rho}$. Таким образом, по аналогии с определением (2.3) токов $J^{\mu}{}_{a}$ можно было бы ожидать, что токами в этом случае будут величины

$$J^{\mu}{}_{\rho}\equiv\left(\frac{\partial L}{\partial\chi_{,\mu}}\right)\chi_{,\rho}, \quad J^{\mu}{}_{\rho\sigma}\equiv S^{\mu}{}_{\rho\sigma}-x_{\rho}J^{\mu}{}_{\sigma}+x_{\sigma}J^{\mu}{}_{\rho},$$

отвечающие соответственно параметрам ε^{ρ} и $\varepsilon^{\rho\sigma}$. Однако условие инвариантности (3.4), выраженное через δ_0, не будет иметь простого вида $\delta_0L\equiv0$, причем добавочный член $\delta x^{\rho}L_{,\rho}$ обусловливает появление члена $L_{,\rho}$ в тождествах (3.7) и, следовательно, члена $\delta^{\mu}{}_{\rho}L$ в $T^{\mu}{}_{\rho}$.

4. Обобщенные преобразования Лоренца

Рассмотрим теперь обобщенные преобразования (3.5), в которых параметры ε^{μ} и $\varepsilon^{\mu\nu}$ — произвольные функции координат. Более удобно провести эквивалентный анализ, используя в качестве независимых функций $\varepsilon^{\mu\nu}$ и

$$\xi^{\mu}\equiv\varepsilon^{\mu}{}_{\nu}x^{\nu}+\varepsilon^{\mu}, \qquad 117$$

так как это позволяет избежать явного появления x и, кроме того, дает возможность рассмотреть обобщенные преобразования с $\xi^{\mu}=0$, но не равными нулю $\varepsilon^{\mu\nu}$, так что преобразования координат и поля можно полностью разделить. При этом удобно использовать латинские индексы для ε^{ij} (и для матриц S_{ij}), оставляя греческие для ξ^μ и x^μ. Таким образом, рассматриваемые преобразования имеют вид:

$$\delta x^\mu = \xi^\mu, \quad \delta\chi = \frac{1}{2}\varepsilon^{ij}S_{ij}\chi \tag{4.1}$$

или

$$\delta_0\chi = -\xi^\mu\chi_{,\mu} + \frac{1}{2}\varepsilon^{ij}S_{ij}\chi. \tag{4.2}$$

Наши обозначения подчеркивают сходство между ε^{ij}-преобразованиями и линейными преобразованиями, рассмотренными в п. 2. Только такие преобразования и были рассмотрены Утиямой [3]. Очевидно, что четыре функции ξ^μ определяют общее координатное преобразование. Геометрический смысл параметров ε^{ij} будет выяснен в п. 6.

Согласно нашему условию, дифференциальный оператор ∂_μ должен иметь греческий индекс. Однако если в выражение для лагранжиана L войдут два сорта индексов, это создаст некоторые неудобства, поэтому мы будем рассматривать L как заданную функцию χ и χ_k (без запятой) [1]), удовлетворяющую тождествам (3.7) и (3.8). Тогда исходный лагранжиан получается при замене

$$\chi_k = \delta_k{}^\mu\chi_{,\mu}.$$

Он, конечно, не инвариантен относительно обобщенных преобразований (4.1), но позже мы получим инвариантное выражение, заменяя χ_k подходящей величиной $\chi_{;k}$.

Преобразование величины $\chi_{,\mu}$ определяется следующей формулой:

$$\delta\chi_{,\mu} = \frac{1}{2}\varepsilon^{ij}S_{ij}\chi_{,\mu} + \frac{1}{2}\varepsilon^{ij}{}_{,\mu}S_{ij}\chi - \xi^\nu{}_{,\mu}\chi_{,\nu}, \tag{4.3}$$

и, следовательно, исходный лагранжиан преобразуется согласно закону

$$\delta L \equiv -\xi^\rho{}_{,\mu}J^\mu{}_\rho - \frac{1}{2}\varepsilon^{ij}{}_{,\mu}S^\mu{}_{ij}.$$

Заметим, что сюда входит именно $J^\mu{}_\rho$, а не $T^\mu{}_\rho$, так как мы не включили добавочный член $L(\delta x^\mu)_{,\mu}$ в (3.4). Левая часть выраже-

[1]) Заметим, что вследствие использования латинских индексов для S_{ij} различные тензорные компоненты χ также должны иметь латинские индексы; в качестве матриц Дирака для спинорных компонент должны выступать γ^k.

ния (3.4) в действительности имеет вид

$$\delta L + L(\delta x^\mu)_{,\mu} \equiv -\xi^\rho{}_{,\mu}T^\mu{}_\rho - \frac{1}{2}\varepsilon^{ij}{}_{,\mu}S^\mu{}_{ij}.$$

Найдем теперь видоизмененный лагранжиан, с которым интеграл действия будет инвариантным. Только что упомянутый выше добавочный член отличается от всех, с которыми мы сталкивались раньше, тем, что он содержит L и не содержит $\partial L/\partial \chi_k$. В частности, он включает вклады в L от членов, не содержащих производных. Очевидно, его нельзя устранить с помощью замены обычной производной на какую-либо ковариантную. По этой причине мы будем решать задачу в два приема. Сначала мы избавимся от неинвариантности, возникающей вследствие того, что $\chi_{,\mu}$ — не ковариантная величина, и получим некоторое выражение L', удовлетворяющее условию

$$\delta L' \equiv 0. \qquad (4.4)$$

Потом ввиду того, что условие (3.4) инвариантности интеграла действия требует, чтобы лагранжиан был плотностью инварианта, а не инвариантом, мы заменим L' величиной $\mathfrak{L}'$, которая удовлетворяет условию

$$\delta\mathfrak{L}' + \xi^\mu{}_{,\mu}\mathfrak{L}' \equiv 0. \qquad (4.5)$$

Первую часть этой программы можно выполнить, заменив χ_k в лагранжиане L на «ковариантную производную» $\chi_{;k}$, которая преобразуется по закону

$$\delta\chi_{;k} = \frac{1}{2}\varepsilon^{ij}S_{ij}\chi_{;k} - \varepsilon^i{}_k\chi_{;i}. \qquad (4.6)$$

Тогда из тождеств (3.8) будет следовать условие (4.4). Для того чтобы сделать это, необходимо ввести 40 новых полевых переменных. Рассмотрим сначала ε^{ij}-преобразования и исключим член $\varepsilon^{ij}{}_{,\mu}$ в (4.3), положив[1])

$$\chi_{|\mu} \equiv \chi_{,\mu} + \frac{1}{2}A^{ij}{}_\mu S_{ij}\chi, \qquad (4.7)$$

где $A^{ij}{}_\mu = -A^{ji}{}_\mu$ суть 24 новых полевых переменных. Затем можно наложить условие

$$\delta\chi_{|\mu} = \frac{1}{2}\varepsilon^{ij}S_{ij}\chi_{|\mu} - \xi^\nu{}_{,\mu}\chi_{|\nu}, \qquad (4.8)$$

---

[1]) Наше $A^{ij}{}_\mu$ отличается по знаку от используемого Утиямой [3] (ср. примечание 1 на стр. 277).

которое единственным образом определяет трансформационные свойства $A^{ij}{}_{\mu}$. Эти свойства следующие:

$$\delta A^{ij}{}_{\mu} = \varepsilon^{i}{}_{k} A^{kj}{}_{\mu} + \varepsilon^{j}{}_{k} A^{ik}{}_{\mu} - \xi^{\nu}{}_{,\mu} A^{ij}{}_{\nu} - \varepsilon^{ij}{}_{,\mu}. \tag{4.9}$$

Положение с последним членом в (4.3) несколько иное. Член, содержащий $\varepsilon^{ij}{}_{,\mu}$, неоднороден в том смысле, что он зависит от χ, а не от $\chi_{,\mu}$, как и второй член в (2.4); о последнем же члене этого сказать нельзя[1]). Соответственно закон преобразования (4.8) для $\chi_{|\mu}$ также однороден. Это означает, что для получения некоторого выражения $\chi_{;\mu}$, преобразующегося согласно (4.6), следует добавить к $\chi_{|\mu}$ член, содержащий не χ, а саму производную $\chi_{|\mu}$. Другими словами, мы можем просто умножить $\chi_{|\mu}$ на некоторое новое поле:

$$\chi_{;k} \equiv h_{k}{}^{\mu} \chi_{|\mu}. \tag{4.10}$$

Здесь $h_{k}{}^{\mu}$ суть 16 новых полевых переменных, которые, согласно (4.6), имеют следующие трансформационные свойства:

$$\delta h_{k}{}^{\mu} = \xi^{\mu}{}_{,\nu} h_{k}{}^{\nu} - \varepsilon^{i}{}_{k} h_{i}{}^{\mu}. \tag{4.11}$$

Необходимо заметить, что поля $h_{k}{}^{\mu}$ и $A^{ij}{}_{\mu}$ на этом этапе являются совершенно независимыми и не связанными друг с другом, хотя, конечно, уравнения движения позволят установить эту связь.

Мы нашли инвариантный лагранжиан L'. Теперь можно легко получить инвариантную плотность $\mathfrak{L}'$, умножая лагранжиан на подходящую функцию уже введенных полей:

$$\mathfrak{L}' \equiv \mathfrak{H} L'.$$

В этом случае соотношение (4.5) удовлетворяется при условии, что величина $\mathfrak{H}$ сама является плотностью инварианта:

$$\delta \mathfrak{H} + \xi^{\mu}{}_{,\mu} \mathfrak{H} \equiv 0.$$

---

[1]) Причину этого можно усмотреть, исходя из вариации $\delta_0 \chi$, определенной в (4.2). Аналогами матриц T_a здесь являются $-\partial_{\mu}$ и S_{ij}, поэтому следует ожидать, что последний член в (4.3) будет содержать производную χ_{μ}. По аналогии с (2.6) следовало бы ожидать, что ковариантная производная имеет вид

$$\chi_{;k} = \delta_{k}{}^{\mu} \chi_{,\mu} + \frac{1}{2} A^{ij}{}_{k} S_{ij} \chi - A^{\mu}{}_{k} \partial_{\mu} \chi.$$

Благодаря присутствию производных первый и последний член можно объединить в форме комбинации вида $h_{k}{}^{\mu} \chi_{,\mu}$, где $h_{k}{}^{\mu} = \delta_{k}{}^{\mu} - A^{\mu}{}_{k}$. Затем, полагая $A^{ij}{}_{k} = h_{k}{}^{\mu} A^{ij}{}_{\mu}$, мы приходим к той же форме для $\chi_{;k}$, которая приведена в тексте.

Легко видеть, что единственная функция новых полей, подчиняющаяся этому закону преобразования и не содержащая производных, это функция

$$\mathfrak{H} = [\det(h_k{}^\mu)]^{-1},$$

где произвольный постоянный множитель выбран так, чтобы $\mathfrak{H}$ обращалась в единицу при $h_k{}^\mu$, равной $\delta_k{}^\mu$ [1]).

Окончательно наш модифицированный лагранжиан имеет следующий вид:

$$\mathfrak{L}\{\chi,\ \chi_{,\mu},\ h_k{}^\mu,\ A^{ij}{}_\mu\} \equiv \mathfrak{H}L\{\chi,\ \chi_{;k}\}.$$

(Штрих можно опустить, не опасаясь путаницы.) Может возникнуть вопрос, является ли этот лагранжиан единственным в том же самом смысле, как модифицированный лагранжиан L' в п. 2. Легко видеть, что лагранжиан действительно определен неоднозначно. Причина этого лежит в том, что если два исходных лагранжиана L_1 и L_2 отличаются только на дивергенцию некоторой функции и поэтому эквивалентны, то видоизмененные лагранжианы $\mathfrak{L}_1$ и $\mathfrak{L}_2$ не обязательно эквивалентны. Рассмотрим для примера лагранжиан некоторого вещественного скалярного поля

$$L_1 = \pi^k\varphi_{,k} - \frac{1}{2}\pi^k\pi_k - \frac{1}{2}m^2\varphi^2, \tag{4.12}$$

записанный в форме, использующей производные первого порядка. Он эквивалентен лагранжиану

$$L_2 = -\pi^k{}_{,k}\varphi - \frac{1}{2}\pi^k\pi_k - \frac{1}{2}m^2\varphi^2, \tag{4.13}$$

но соответствующие модифицированные лагранжианы различаются на величину

$$\begin{aligned}\mathfrak{L}_1 - \mathfrak{L}_2 &\equiv \mathfrak{H}(\pi^k\varphi)_{;k} = \\ &\equiv \mathfrak{H}h_k{}^\mu[(\pi^k\varphi)_{,\mu} + A^k{}_{i\mu}\pi^i\varphi],\end{aligned} \tag{4.14}$$

которая не является явной дивергенцией. Следовательно, для того чтобы определить модифицированный лагранжиан $\mathfrak{L}$ полностью, необходимо уточнить, какую из возможных эквивалентных форм исходного лагранжиана следует брать. Вопрос о выборе правильной формы лагранжиана обсуждается в приложении.

Как и в п. 2, можно определить модифицированные токи через $L \equiv L\{\chi,\ \chi_{;k}\}$:

$$\mathfrak{T}^k{}_\mu \equiv \frac{\partial\mathfrak{L}}{\partial h_k{}^\mu} \equiv \mathfrak{H}b^i{}_\mu\left\{\left(\frac{\partial L}{\partial\chi_{;k}}\right)\chi_{;i} - \delta^k{}_iL\right\}, \tag{4.15}$$

$$\mathfrak{S}^\mu{}_{ij} \equiv -2\left(\frac{\partial\mathfrak{L}}{\partial A^{ij}{}_\mu}\right) \equiv -\mathfrak{H}h_k{}^\mu\left(\frac{\partial L}{\partial\chi_{;k}}\right)S_{ij}\chi, \tag{4.16}$$

[1]) Умножение всего лагранжиана на постоянный коэффициент, разумеется, совершенно не играет роли.

где $b^i{}_\mu$ — величина, обратная $h_i{}^\mu$ и удовлетворяющая соотношениям

$$b^i{}_\mu h_i{}^\nu = \delta_\mu{}^\nu, \quad b^i{}_\mu h_j{}^\mu = \delta^i{}_j.$$

Для того чтобы выразить в простой форме «законы сохранения», которым удовлетворяют эти токи, удобно расширить определение ковариантной производной $\chi_{|\mu}$ (а не $\chi_{;k}$). Первоначально ковариантная производная определяется для χ и поэтому тривиальным образом распространяется на любую другую величину, которая инвариантна относительно ξ^μ-преобразований и изменяется линейно при ε^{ij}-преобразованиях. Мы хотим распространить это понятие на любую величину, изменяющуюся линейно при ε^{ij}-преобразованиях, попросту игнорируя ее трансформационные свойства при ξ^μ-преобразованиях. Так, например, мы имели бы

$$h_i{}^\mu{}_{|\nu} \equiv h_i{}^\mu{}_{,\nu} - A^k{}_{i\nu} h_k{}^\mu \tag{4.17}$$

в соответствии с трансформационным законом величины $h_i{}^\mu$ при ε^{ij}-преобразовании. Будем называть эту величину ε-ковариантной производной. В дальнейшем будет определена другая ковариантная производная, которая учитывает также свойства при ξ^μ-преобразованиях.

Легко вычислить коммутатор двух операторов ε-ковариантного дифференцирования[1]). Он равен

$$\chi_{|\mu\nu} - \chi_{|\nu\mu} = \frac{1}{2} R^{ij}{}_{\mu\nu} S_{ij} \chi, \tag{4.18}$$

где

$$R^i{}_{j\mu\nu} \equiv A^i{}_{j\mu,\,\nu} - A^i{}_{j\nu,\,\mu} - A^i{}_{k\mu} A^k{}_{j\nu} + A^i{}_{k\nu} A^k{}_{j\mu}.$$

Эта величина ковариантна относительно ε^{ij}-преобразований и удовлетворяет циклическому тождеству

$$R^i{}_{j\mu\nu\,|\rho} + R^i{}_{j\nu\rho\,|\mu} + R^i{}_{j\rho\mu\,|\nu} \equiv 0.$$

Таким образом, она обнаруживает большое сходство с $F^a{}_{\mu\nu}$. Заметим, что величина $R^{ij}{}_{\mu\nu}$ антисимметрична по обеим парам индексов.

С помощью ε-ковариантной производной законы сохранения можно выразить следующим образом:

$$(\mathfrak{T}^k{}_\nu h_k{}^\mu)_{|\mu} + \mathfrak{T}^k{}_\mu h_k{}^\mu{}_{|\nu} = \frac{1}{2} \mathfrak{S}^\mu{}_{ij} R^{ij}{}_{\mu\nu}, \tag{4.19}$$

$$\mathfrak{S}^\mu{}_{ij\,|\mu} = \mathfrak{T}_{i\mu} h_j{}^\mu - \mathfrak{T}_{j\mu} h_i{}^\mu. \tag{4.20}$$

---

[1]) Заметим, что этого нельзя было бы сделать, не расширяя определения, так как необходимо знать, каким образом следует обращаться с индексом в $\chi_{|\mu}$. Здесь, как и в п. 2, мы просто игнорируем его.

5. Свободный лагранжиан гравитационного поля

Теперь мы исследуем величину $\chi_{;k}$, а не $\chi_{|\mu}$. Как и прежде, ковариантную производную любой величины, преобразующейся подобно χ, можно определить аналогичным образом. Теперь, в частности, $\chi_{;k}$ сама (в отличие от $\chi_{|\mu}$) является такой величиной, и поэтому, не расширяя определения ковариантной производной, можно вычислить коммутатор $\chi_{;kl}-\chi_{;lk}$. Однако эту величину не удается получить простым умножением $\chi_{|\mu\nu}-\chi_{|\nu\mu}$ на $h_k{}^{\mu}h_l{}^{\nu}$, как можно было бы ожидать. Причина этого заключается в том, что, вычисляя $\chi_{;kl}$, мы дифференцируем $h_k{}^{\mu}$ в $\chi_{;k}$ и, кроме того, прибавляем добавочный член $A^i{}_{k\mu}$ из-за наличия индекса k. Таким образом, получаем

$$\chi_{;kl}-\chi_{;lk}=\frac{1}{2}R^{ij}{}_{kl}S_{ij}\chi-C^i{}_{kl}\chi_{;i}, \tag{5.1}$$

где

$$R^{ij}{}_{kl}\equiv h_k{}^{\mu}h_l{}^{\nu}R^{ij}{}_{\mu\nu}, \tag{5.2}$$

$$C^i{}_{kl}\equiv(h_k{}^{\mu}h_l{}^{\nu}-h_l{}^{\mu}h_k{}^{\nu})\,b^i{}_{\mu|\nu}. \tag{5.3}$$

Заметим, что выражение (5.1) не просто пропорционально χ, но содержит также[1] $\chi_{;i}$.

Найдем теперь свободный лагранжиан новых полей. Ясно, что $\mathfrak{L}_0$ должен быть плотностью инварианта, и если положим

$$\mathfrak{L}_0\equiv\mathfrak{H}L_0,$$

то легко видеть, как и в случае линейных преобразований, что инвариант L_0 должен быть функцией только ковариантных величин $R^{ij}{}_{kl}$ и $C^i{}_{kl}$. Как и прежде, $\mathfrak{L}_0$ имеет много возможных форм. Разница между этим случаем и предыдущим в том, что все индексы у этих выражений — одного и того же типа (в отличие от случая $F^a{}_{\mu\nu}$), благодаря чему можно свернуть верхние индексы с нижними. Фактически условие скалярности L_0 в каждом из двух различных пространств свелось теперь к условию, чтобы L_0 было скаляром в одном пространстве. Это, в частности, означает, что существует линейный инвариант, не имеющий аналога из предыдущего случая, именно

$$R\equiv R^{ij}{}_{ij}.$$

Кроме того, здесь имеется несколько квадратичных инвариантов. Однако если вновь выбрать в качестве L_0 выражение наинизшей возможной степени, то мы придем к свободному лагранжиану[2]

$$\mathfrak{L}_0=\frac{1}{2}\mathfrak{H}R, \tag{5.4}$$

[1]) Это — еще один пример того факта, что при ξ^{μ}-преобразованиях производные играют роль матриц T_a (ср. примечание 1 на стр. 284).

[2]) Мы используем единицы, в которых $\varkappa=1$ (и $c=\hbar=1$).

который отличается от лагранжиана (2.10) только тем, что он линеен по производным.

При таком выборе лагранжиана уравнения движеиия для новых полей суть

$$\mathfrak{H}\left(R^{ik}{}_{jk}-\frac{1}{2}\delta^{i}{}_{j}R\right)=-\mathfrak{T}^{i}{}_{\mu}h_{j}{}^{\mu}, \tag{5.5}$$

$$-[\mathfrak{H}(h_i{}^{\mu}h_j{}^{\nu}-h_j{}^{\mu}h_i{}^{\nu})]_{|\nu}\equiv\mathfrak{H}(h_k{}^{\mu}C^{k}{}_{ij}-h_j{}^{\mu}C^{k}{}_{ik}-h_i{}^{\mu}C^{k}{}_{kj})=\mathfrak{S}^{\mu}{}_{ij}. \tag{5.6}$$

Из (5.6) можио сразу получить точный закои сохранения

$$(\mathfrak{S}^{\mu}{}_{ij}+\mathfrak{f}^{\mu}{}_{ij})_{,\mu}=0, \tag{5.7}$$

где

$$\mathfrak{f}^{\mu}{}_{ij}\equiv\mathfrak{H}A^{k}{}_{i\nu}(h_j{}^{\mu}h_k{}^{\nu}-h_k{}^{\mu}h_j{}^{\nu})-\mathfrak{H}A^{k}{}_{j\nu}(h_i{}^{\mu}h_k{}^{\nu}-h_k{}^{\mu}h_i{}^{\nu}).$$

Эту величииу можно представить в форме

$$\mathfrak{f}^{\mu}{}_{ij}\equiv-2\left(\frac{\partial\mathfrak{L}_0}{\partial A^{ij}{}_{\mu}}\right)\equiv-\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\mathfrak{L}_0}{\partial A^{mn}{}_{\nu,\mu}}\right)f_{ij}{}^{mn}{}_{kl}A^{kl}{}_{\nu},$$

которая аналогична (2.12) [ср. (4.16)]. Уравнение (5.7) является, пожалуй, удивительным результатом, поскольку величину $\mathfrak{S}^{\mu}{}_{ij}$ можно вполне резонно интерпретировать как спиновую плотность поля материи (см. [8]), и, таким образом, (5.8) играет роль закона сохранения спина и безотносительно к орбитальному угловому моменту. В действительности, однако, орбитальный момент появляется в соответствующем «ковариантном законе сохранения» (4.20), поэтому «спиновую» часть гравитационного поля можно рассматривать как возникающую из этого источника. Тем не менее уравнение (5.7) отличается от других формулировок закона сохранения углового момента в том отношении, что координаты не входят в него в явном виде.

Можно было бы также получить из уравнения (5.5) точный закон сохранения

$$[h_k{}^{\nu}(\mathfrak{T}^{k}{}_{\mu}+\mathfrak{t}^{k}{}_{\mu})]_{,\nu}=0, \tag{5.8}$$

но в выборе $\mathfrak{t}^{k}{}_{\mu}$ допустима значительная свобода. Наиболее естественным определением по аналогии с (4.15) было бы

$$\mathfrak{t}^{k}{}_{\mu}\equiv\frac{\partial\mathfrak{L}_0}{\partial h_k{}^{\mu}}.$$

Эта величина, безусловно, удовлетворяет уравнеиию (5.8). Однако в этом случае выражение в круглых скобках само исчезает, так что закон (5.8) оказывается в сущности тривиальным. Мы не будем далее дискутировать вопрос о правильном выборе $t^k{}_\mu$, так как это выходит за рамки статьи[1]).

Следует отметить, что уравнение (5.6) может быть по крайней мере в принципе разрешено относительно $A^{ij}{}_\mu$. В простом случае, когда $\mathfrak{S}^\mu{}_{ij}$ обращается в нуль, находим[2])

$$\begin{aligned} A_{ij\mu} = {}^0A_{ij\mu} &\equiv \frac{1}{2} b^k{}_\mu (c_{kij} - c_{ijk} - c_{jki}), \\ c^k{}_{ij} &\equiv (h_i{}^\mu h_j{}^\nu - h_j{}^\mu h_i{}^\nu)\, b^k{}_{\mu,\,\nu}, \end{aligned} \tag{5.9}$$

Вообще, если записать

$$\mathfrak{S}^\mu{}_{ij} \equiv \mathfrak{H} h_k{}^\mu S^k{}_{ij},$$

то

$$A_{ij\mu} = {}^0A_{ij\mu} - \frac{1}{2} b^k{}_\mu (S_{kij} - S_{ijk} - S_{jki} - \eta_{ki} S^l{}_{lj} - \eta_{kj} S^l{}_{il}). \tag{5.10}$$

Если исходный лагранжиан L первого порядка по производным, то $S^k{}_{ij}$ не зависит от $A^{ij}{}_\mu$ и (5.10) представляет собой решение в явном виде. Иначе же $A^{ij}{}_\mu$ содержится и в правой части этого уравнения. Мы закончим этот пункт рассмотрением лагранжиана полей $A^a{}_\mu$, введенных в п. 2, где были введены также компоненты «гравитационного» поля $h_k{}^\mu$ и $A^{ij}{}_\mu$. Оперируя с преобразованиями Лоренца, нельзя рассматривать величины $A^a{}_\mu$ просто как компоненты χ, ибо при линейных преобразованиях необходимо сохранить инвариантность. Чтобы найти правильный вид лагранжиана, следует рассмотреть одновременно эти линейные преобразования и преобразования Лоренца. Это можно сделать, когда матрицы T^a коммутируют с S_{ij} — условие, которое на практике всегда выполняется. Тогда мы приходим к выводу, что χ_k в L должно быть заменено на производную, инвариантную как при преобразованиях (2.1), так и при преобразованиях (4.1), а именно на

$$\chi_{;\,k} = h_k{}^\mu \left(\chi_{,\,\mu} + \frac{1}{2} A^{ij}{}_\mu S_{ij} \chi + A^a{}_\mu T_a \chi \right).$$

Коммутатор $\chi_{;\,kl} - \chi_{;\,lk}$ содержит при этом добавочный член

$$F^a{}_{kl} T^a \chi,$$

где

$$F^a{}_{kl} \equiv h_k{}^\mu h_l{}^\nu F^a{}_{\mu\nu},$$

---

[1]) В обычной метрической теории гравитации хорошо известно, что возможны многие определения псевдотензора энергии (см., например, статью Бергманна [9]).

[2]) Здесь ${}^0A^{ij}{}_\mu$ представляют собой коэффициенты кручения по Риччи (см., например, работу Фока [10]).

а $F^a{}_{\mu\nu}$ дается выражением (2.9). Важно отметить, что производные величин $A^a{}_\mu$ в $F^a{}_{\mu\nu}$ — это обычные, а не ковариантные производные. (Мы увидим в следующем пункте, что обычный и ковариантный роторы не равны друг другу, ввиду того что коэффициенты аффинной связности, вообще говоря, несимметричны.) Как и прежде, легко видеть, что любая инвариантная функция $A^a{}_\mu$ должна зависеть только от $F^a{}_{kl}$, поэтому простейший свободный лагранжиан для $A^a{}_\mu$ имеет вид

$$-\frac{1}{4}\mathfrak{H}F^a{}_{kl}F_a{}^{kl}. \tag{5.11}$$

6. Геометрическая интерпретация

До сих пор мы не придали никакой геометрической интерпретации преобразованию (4.1) и новым полям $h_k{}^\mu$ и $A^{ij}{}_\mu$. Между тем подобная интерпретация весьма полезна, так как она позволяет сравнить нашу теорию с известной метрической теорией гравитации.

Теперь ξ^μ-преобразования будут общими преобразованиями координат. Согласно (4.11), $h_k{}^\mu$ преобразуется при этих преобразованиях как контрвариантный вектор, а $b^k{}_\mu$ и $A^{ij}{}_\mu$ — как ковариантные векторы. Величина

$$g_{\mu\nu} \equiv b^k{}_\mu b_{k\nu} \tag{6.1}$$

представляет собой ковариантный симметричный тензор, поэтому ее можно интерпретировать как метрический тензор риманова пространства. Кроме того, она инвариантна относительно ε^{ij}-преобразования. Очевидно, греческие индексы можно рассматривать как индексы мирового тензора, причем для поднятия или опускания этих индексов необходимо, разумеется, использовать тензор $g_{\mu\nu}$ вместо метрического тензора пустого пространства $\eta_{\mu\nu}$. Легко видеть, что скалярная плотность $\mathfrak{H}$ равна $(-g)^{1/2}$, где $g = \det(g_{\mu\nu})$.

Далее, с точки зрения тождества (6.1) $h_k{}^\mu$ и $b^k{}_\mu$ являются соответственно контрвариантными и ковариантными компонентами 4-репера в римановом пространстве (см., например, [11])]. Поэтому ε^{ij}-преобразования следует интерпретировать как вращения 4-репера, а латинские индексы — как локальные тензорные индексы относительно этого 4-репера. Исходное поле χ можно разложить на локальные тензоры и спиноры [12] умножением на $h_k{}^\mu$ или на $b^k{}_\mu$, а из полученных тензоров можно образовать соответствующие мировые тензоры. Например, из локального вектора можно построить мировые векторы

$$v^\mu = h_i{}^\mu v^i, \quad v_\mu = b^i{}_\mu v_i. \tag{6.2}$$

Использование одного и того же символа v в применении к локальному и мировому векторам не вызовет путаницы, так как эти векторы отличаются типом индексов [фактически мы уже использовали это обстоятельство в (5.2)]. Заметим, что $v_\mu = g_{\mu\nu}v^\nu$, так что равенства (6.2) совместны с выбором метрики (6.1). Мы будем часто использовать эту связь мировых тензоров с данными локальными тензорами, не оговаривая ее явно каждый раз.

Компоненты поля $A^i{}_{j\mu}$ естественно назвать коэффициентами «локальной аффинной связности» относительно 4-репера, так как они определяют ковариантные производные локальных тензоров и спиноров[1]). В случае локального вектора эти производные имеют вид

$$v^i{}_{|\nu} = v^i{}_{,\nu} + A^i{}_{j\nu}v^j, \quad v_{j|\nu} = v_{j,\nu} - A^i{}_{j\nu}v_i. \tag{6.3}$$

Можно заметить, что соотношение (4.10) между $\chi_{|\mu}$ и $\chi_{;k}$ того же типа, что и (6.2), и, согласно оговоренному выше условию, можно было бы просто записать

$$\chi_{;\mu} = \chi_{|\mu}. \tag{6.4}$$

Однако сохраним два различных обозначения, так как мы намереваемся расширить определение ковариантной производной несколько иным образом, чем это было сделано в п. 4. Естественно определить ковариантную производную мирового тензора через ковариантную производную соответствующего локального тензора. Так, например, для того чтобы определить ковариантные производные мировых векторов (6.2), нужно образовать мировые тензоры, соответствующие (6.3). Это дает

$$v^\lambda{}_{;\nu} \equiv h_i{}^\lambda v^i{}_{|\nu} = v^\lambda{}_{,\nu} + \Gamma^\lambda{}_{\mu\nu}v^\mu,$$
$$v_{\mu;\nu} \equiv b^i{}_\mu v_{i|\nu} = v_{\mu,\nu} - \Gamma^\lambda{}_{\mu\nu}v_\lambda,$$

где

$$\Gamma^\lambda{}_{\mu\nu} \equiv h_i{}^\lambda b^i{}_{\mu|\nu} \equiv -b^i{}_\mu h_i{}^\lambda{}_{|\nu}. \tag{6.5}$$

Заметим, что такое определение $\Gamma^\lambda{}_{\mu\nu}$ эквивалентно требованию равенства нулю ковариантных производных от компонент 4-репера

$$h_i{}^\lambda{}_{;\nu} \equiv 0, \quad b^i{}_{\mu;\nu} \equiv 0. \tag{6.6}$$

Для некоторой величины α, преобразующейся по закону

$$\delta\alpha = \frac{1}{2}\varepsilon^{ij}S_{ij}\alpha + \xi^\lambda{}_{,\mu}\Sigma_\lambda{}^\mu\alpha. \tag{6.7}$$

ковариантная производная определяется следующим образом (см., например, [11]):

$$\alpha_{;\nu} \equiv \alpha_{,\nu} + \frac{1}{2}A^{ij}{}_\nu S_{ij}\alpha + \Gamma^\lambda{}_{\mu\nu}\Sigma_\lambda{}^\mu\alpha, \tag{6.8}$$

1) Ср. со статьей Схоутена [13].

а ε-ковариантную производную, определенную в п. 4, можно получить из (6.8), просто опустив последний член. Заметим, что эти две производные совпадают только для чисто локальных тензоров и спиноров. Легко получить выражение для коммутатора двух ковариантных дифференцирований

$$\alpha_{;\mu\nu}-\alpha_{;\nu\mu}=\frac{1}{2}R^{ij}{}_{\mu\nu}S_{ij}\alpha+R^{\rho}{}_{\sigma\mu\nu}\Sigma_{\rho}{}^{\sigma}\alpha-C^{\lambda}{}_{\mu\nu}\alpha_{;\lambda},$$

где $R^{\rho}{}_{\sigma\mu\nu}$ и $C^{\lambda}{}_{\mu\nu}$ определяются обычным образом через $R^{i}{}_{j\mu\nu}$ и $C^{i}{}_{kl}$. Обе эти величины — мировые тензоры, и их не трудно выразить[1]) через $\Gamma^{\lambda}{}_{\mu\nu}$:

$$R^{\rho}{}_{\sigma\mu\nu}=\Gamma^{\rho}{}_{\sigma\mu,\,\nu}-\Gamma^{\rho}{}_{\sigma\nu,\,\mu}-\Gamma^{\rho}{}_{\lambda\mu}\Gamma^{\lambda}{}_{\sigma\nu}+\Gamma^{\rho}{}_{\lambda\nu}\Gamma^{\lambda}{}_{\sigma\nu}, \tag{6.9}$$

$$C^{\lambda}{}_{\mu\nu}=\Gamma^{\lambda}{}_{\mu\nu}-\Gamma^{\lambda}{}_{\nu\mu}. \tag{6.10}$$

Отсюда видно, что $R^{\rho}{}_{\sigma\mu\nu}$ есть тензор Римана, построенный из коэффициентов аффинной связности $\Gamma^{\lambda}{}_{\mu\nu}$.

Из (6.6) следует, что

$$g_{\mu\nu;\,\rho}\equiv 0, \tag{6.11}$$

так что истолкование величин $\Gamma^{\lambda}{}_{\mu\nu}$ как коэффициентов аффинной связности в римановом пространстве не приводит к противоречиям. Однако определение (6.5), очевидно, не гарантирует симметричность этих коэффициентов, поэтому в общем случае они не совпадают с символами Кристоффеля. Скалярная кривизна R имеет обычный вид

$$R\equiv R^{\mu}{}_{\mu},\quad R_{\mu\nu}\equiv R^{\lambda}{}_{\mu\lambda\nu},$$

поэтому свободный лагранжиан гравитационного поля совпадает с обычным, за исключением того, что входящие в него $\Gamma^{\chi}{}_{\mu\nu}$ несимметричны. Заметим, что было бы неправильно понимать 64 компоненты $\Gamma^{\lambda}{}_{\mu\nu}$ как независимые переменные, так как мы имеем лишь 24 компоненты $A^{ij}{}_{\mu}$. Действительно, на величины $\Gamma^{\lambda}{}_{\mu\nu}$ наложены ограничения в виде 40 тождеств (6.11). Следовательно, здесь нет противоречия с хорошо известным фактом, что лагранжиан Палатини первого порядка с несимметричными $\Gamma^{\lambda}{}_{\mu\nu}$ не дает (6.11) в качестве уравнений движения.

Уравнения (5.5) и (5.6) можно переписать в виде

$$\mathfrak{H}\left(R_{\mu\nu}-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R\right)=-\mathfrak{T}_{\mu\nu}, \tag{6.12}$$

$$\mathfrak{H}C^{\lambda}{}_{\mu\nu}=\mathfrak{S}^{\lambda}{}_{\mu\nu}-\frac{1}{2}\delta^{\lambda}{}_{\mu}\mathfrak{S}^{\rho}{}_{\rho\nu}-\frac{1}{2}\delta^{\lambda}{}_{\nu}\mathfrak{S}^{\rho}{}_{\mu\rho}. \tag{6.13}$$

[1]) Эти выражения представляют собой обобщение результата Утиямы [3] на случай несимметричной связности.

Из уравнений (6.10) и (6.13) видно, что коэффициенты аффинной связности $\Gamma^{\lambda}{}_{\mu\nu}$ в пустом пространстве симметричны и поэтому равны символам Кристоффеля ${}^{0}\Gamma^{\lambda}{}_{\mu\nu}$. (Они являются аналогами мировых тензоров ${}^{0}A^{i}{}_{j\mu}$.) В этом случае $R_{\mu\nu}$ — симметричный тензор, и уравнения (6.12) переходят в известные уравнения Эйнштейна для пустого пространства

$$R_{\mu\nu}=0.$$

Однако в присутствии материи коэффициенты $\Gamma^{\lambda}{}_{\mu\nu}$ становятся несимметричными и их антисимметричная часть дается выражением (6.13). В этом случае тензор $R_{\mu\nu}$ также несимметричен, и соответственно несимметрична плотность тензора энергии $\mathfrak{T}_{\mu\nu}$, ибо $h_k{}^{\mu}$ входят в $\mathfrak{L}$ не только через симметричные комбинации $g^{\mu\nu}$. Таким образом, данная теория несколько отличается от обычной в направлении, впервые указанном Вейлем [4]. В следующем пункте мы рассмотрим эту разницу более подробно [5].

Наконец, мы можем переписать ковариантные законы сохранения, используя мировые тензоры. Удобно определить свертку

$$C_{\mu}\equiv C^{\lambda}{}_{\mu\lambda},$$

ибо тогда ковариантная дивергенция плотности вектора будет иметь вид

$$\mathfrak{f}^{\mu}{}_{;\mu}=\mathfrak{f}^{\mu}{}_{,\mu}+C_{\mu}\mathfrak{f}^{\mu}. \tag{6.14}$$

Законы сохранения запишутся как

$$\mathfrak{T}^{\nu}{}_{\mu;\,\nu}-C_{\nu}\mathfrak{T}^{\nu}{}_{\mu}+C^{\lambda}{}_{\mu\nu}\mathfrak{T}^{\nu}{}_{\lambda}=\frac{1}{2}R^{\rho\sigma}{}_{\mu\nu}\mathfrak{S}^{\nu}{}_{\rho\sigma},$$

$$\mathfrak{S}^{\mu}{}_{\rho\sigma;\,\mu}-C_{\mu}\mathfrak{S}^{\mu}{}_{\rho\sigma}=\mathfrak{T}_{\rho\sigma}-\mathfrak{T}_{\sigma\rho}.$$

Легко видеть, что эта запись несколько сложнее записи через ε-ковариантную производную.

7. Сравнение с метрической теорией

В этом пункте мы будем для простоты предполагать, что в лагранжиан L входят только производные первого порядка, так что (5.10) представляет собой явный вид решения относительно $A^{ij}{}_{\mu}$. Различие между описываемой нами и обычной теориями возникает из-за того, что мы используем лагранжиан первого порядка $\mathfrak{L}_0$, в котором $h_k{}^{\mu}$ и $A^{ij}{}_{\mu}$ — независимые переменные. Наша ситуация полностью аналогична той, которая возникает в любой теории с взаимодействием, зависящим от производных. В лагранжиане первого порядка «импульсы» $A^{ij}{}_{\mu}$ не равны в точности производным от «координат» $h_k{}^\mu$, или, другими словами, величинам ${}^0A^{ij}{}_\mu$. Таким образом, взаимодействие, которое выглядит простым в случае лагранжиана первого порядка, будет более сложным, если использовать лагранжиан второго порядка, и наоборот.

Лагранжиан второго порядка можно получить, подставив вместо $A^{ij}{}_\mu$ его выражения, из (5.10). Это дает

$$\mathfrak{L}' = {}^0\mathfrak{L} + {}^0\mathfrak{L}_0 + {}^1\mathfrak{L},$$

где ${}^0\mathfrak{L}$ и ${}^0\mathfrak{L}_0$ получаются из $\mathfrak{L}$ и $\mathfrak{L}_0{}'$ при замене $A^{ij}{}_\mu$ на ${}^0A^{ij}{}_\mu$ (или, что эквивалентно, замене $\Gamma^\lambda{}_{\mu\nu}$ на ${}^0\Gamma^\lambda{}_{\mu\nu}$), а ${}^1\mathfrak{L}$ — добавочный член, квадратичный по $S^k{}_{ij}$:

$$^1\mathfrak{L} = \frac{1}{8}\, \mathfrak{H}\, (2S_{ijk}S^{jki} - S_{ijk}S^{ijk} + 2S^i{}_{ik}S_j{}^{jk} \qquad (7.1)$$

В этом лагранжиане только $h_k{}^\mu$ и χ рассматриваются как независимые переменные. Уравнения движения будут эквивалентны полученным ранее уравнениям, если в последних устранить все $A^{ij}{}_\mu$, используя выражения (5.10).

С другой стороны, лагранжиан обычной метрической теории дается выражением

$$\mathfrak{L}'' = {}^0\mathfrak{L} + {}^0\mathfrak{L}_0$$

без добавочных членов (7.1). Если записать этот лагранжиан в первом порядке с помощью включения добавочных независимых переменных $A^{ij}{}_\mu$, то результат окажется идентичным приведенному нами выражению, за исключением того, что в него войдут еще члены, равные (7.1), но с противоположным знаком.

Итак, мы видим, что единственное различие между двумя теориями заключается в присутствии или отсутствии членов «прямого взаимодействия». Далее, если бы мы не положили $\varkappa = 1$, то лагранжиан $\mathfrak{L}_0$ имел бы множитель $\varkappa^{-1}$, а члены (7.1) — множитель $\varkappa$. Поэтому эти члены крайне малы по сравнению с другими членами взаимодействия. В частности, для дираковского электрон-позитронного поля они были бы пропорциональны выражению (см. приложение)

$$\varkappa\bar{\psi}\gamma_k\gamma_5\psi\bar{\psi}\gamma^k\gamma_5\psi.$$

Эти члены по форме напоминают фермиевское взаимодействие, но по величине они гораздо меньше, так что обусловленное ими различие между предсказаниями двух теорий, по-видимому, не доступно экспериментальной проверке. Следовательно, мы должны заключить, что для всех практических целей представленная здесь теория эквивалентна обычной.

Автор выражает признательность д-ру Андерсону, д-ру Хиггсу и д-ру Сьяме за полезные обсуждения и сделанные замечания.

Приложение

В этом приложении мы обсудим остающуюся неоднозначность в выборе модифицированного лагранжиана. В п. 4 было отмечено, что общековариантные лагранжианы, полученные из двух эквивалентных лагранжианов L_1 и L_2, вообще говоря, не будут эквивалентными. Теперь можно видеть, что в действительности они отличаются на ковариантную дивергенцию. Таким образом, (4.14) можно записать в виде

$$\mathfrak{L}_1-\mathfrak{L}_2=(\mathfrak{H}h_k{}^{\mu}\pi^k\varphi)_{;\mu},$$

но в силу (6.14) оно не представляет собой обычной дивергенции. Очевидно, что в общем случае изменение L на дивергенцию должно изменить $\mathfrak{L}$ на ковариантную дивергенцию величины, которая представляет собой плотность вектора при координатных преобразованиях и инвариант при всех других преобразованиях. В этом и состоит причина различия между общим случаем и случаем линейных преобразований, рассмотренных в п. 2.

Исследуем теперь возможность выбора такого критерия, который позволит выделить некоторую конкретную форму L и тем самым определить $\mathfrak{L}$ полностью. Очевидно, строгого единого критерия для выбора того или иного лагранжиана нет, но аргументы в пользу того или иного конкретного выбора можно указать.

Наиболее естественным было бы потребовать, чтобы лагранжиан был записан в симметризованной форме первого порядка, предложенной Швингером [15]. В случае скалярного поля, рассмотренного в п. 4, эта последняя имеет вид

$$L=\frac{1}{2}(L_1+L_2).$$

Она соответствует симметричному положению φ и π^k в теории. Однако этот выбор лагранжиана в действительности не может считаться правильным, так как в некоторых случаях φ и π^k нельзя рассматривать таким образом. В самом деле, существует одно важное различие между этими двумя лагранжианами: $\mathfrak{L}_2$ зависит от $A^{ij}{}_{\mu}$, тогда как $\mathfrak{L}_1$ не зависит. Соответственно для L_1 величина $S^k{}_{ij}$ обращается в нуль, а для L_2 имеет вид

$$S^k{}_{ij}=(\delta^k{}_i\pi_j-\delta^k{}_j\pi_i)\,\varphi.$$

Конечно, законы сохранения в этих двух случаях одинаковы, благодаря тому что соответственно различаются и величины $T^k{}_i$. Далее, тензор $S^k{}_{ij}$ часто интерпретируется как спиновая плотность [15], следовательно, в этих двух случаях мы имеем различные разбиения полного момента на орбитальную и спиновую части. Обычно скалярное поле рассматривается как поле бесспиновых частиц, поэтому естественно ожидать, что $S^k{}_{ij}$ обратится в нуль. Это соображение может, таким образом, служить некоторым критерием, на основе которого мы выбираем L_1, а не L_2. В этом случае предпочтение отдается «волновой функции» φ, а не «импульсу» π^k и в лагранжиан включаются только производные от φ. Таким образом, мы достигаем того, что тензор спина обращается в нуль, поскольку матрицы S_{ij} равны нулю для скалярного поля φ, а не для векторного поля π^k. Можно заметить, что выбор лагранжиана L_1 становится автоматическим, если выписать лагранжиан во втором порядке только через φ:

$$L_1' = \frac{1}{2}\varphi_{,k}\varphi^{,k} - \frac{1}{2}m^2\varphi^2,$$

что дает модифицированный лагранжиан

$$\mathfrak{L}_1' = \frac{1}{2}\mathfrak{H}\,(g^{\mu\nu}\varphi_{,\mu}\varphi_{,\nu} - m^2\varphi^2),$$

эквивалентный[1]) $\mathfrak{L}_1$. Этот лагранжиан следует сопоставить с формой второго порядка лагранжиана $\mathfrak{L}_2$, которая имеет вид

$$\mathfrak{L}_2' = \frac{1}{2}\mathfrak{H}^{-1}(\mathfrak{H}h_i{}^{\mu}\varphi)_{;\mu}(\mathfrak{H}h^{i\nu}\varphi)_{;\nu} - \frac{1}{2}\mathfrak{H}m^2\varphi^2$$

и, очевидно, отличается от $\mathfrak{L}_1'$ на ковариантную дивергенцию.

Эти соображения как будто бы дают разумный критерий, но их нельзя считать решающими. Ибо, хотя тензор спина, полученный из L_2, и не равен нулю, пространственные компоненты полного спина

$$\mathcal{S}_{ij} = \int d_3xS^0{}_{ij} \quad (i \neq 0,\ j \neq 0)$$

равны нулю. Таким образом, L_1 и L_2 отличаются только значениями спиновой части $(0i)$-компонент полного углового момента. Действительно, легко видеть, что всякое добавление дивергенции к L изменит лишь $(0i)$-компоненты $\mathcal{S}_{ij}$. И поскольку не совсем ясно, какой смысл следует придавать разделению этих компонент на «орбитальную» и «спиновую» части, естественно

[1]) Здесь $\mathfrak{L}_1$ представляет собой «линеаризацию» $\mathfrak{L}_1'$ в смысле Киббла и Полкингхорна [16].

поставить вопрос, можно ли ожидать, что спиновая часть исчезает для частиц со спином 0. Но даже при учете этого замечания наиболее разумно выбрать L_1.

Для поля со спином 1 соответствующий выбор приводит к лагранжиану

$$L_1 = -\frac{1}{2} f^{ij} (a_{i,\,j} - a_{j,\,i}) + \frac{1}{4} f^{ij} f_{ij} + \frac{1}{2} m^2 a_i a^i;$$

другими словами, выбор оказывается опять-таки эквивалентным выбору лагранжиана второго порядка только по членам a_i. Это дает величину

$$S^k{}_{ij} = a_i f_j{}^k - a_j f_i{}^k,$$

которую естественно определить как спиновую плотность[1]). Модифицированный лагранжиан можно выразить только через компоненты мирового вектора a_μ:

$$\mathfrak{L} = -\frac{1}{4} \mathfrak{H} g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} (a_{\mu;\,\nu} - a_{\nu;\,\mu}) (a_{\rho;\,\sigma} - a_{\sigma;\,\rho}) + \\ + \frac{1}{2} \mathfrak{H} m^2 g^{\mu\nu} a_\mu a_\nu. \qquad (\text{П.1})$$

Необходимо отметить, что лагранжиан электромагнитного поля нельзя получить, положив просто $m=0$ в (П.1). Дело в том, что производные в (П.1) являются ковариантными, и так как компоненты $\Gamma^\lambda{}_{\mu\nu}$ несимметричны, ковариантный ротор не равен обычному (хотя оба, конечно, тензоры). На самом деле, выражение (П.1) с $m=0$ не было бы калибровочно инвариантным. Причина этого заключается в том, что здесь a_i рассматриваются просто как компоненты χ, тогда как A_μ вводится вместе с гравитационными полевыми переменными для того, чтобы обеспечить калибровочную инвариантность[2]).

Для спинорного поля равноправие ψ и $\bar\psi$ очевидным образом приводит к требованию, чтобы был выбран симметризованный лагранжиан вида

$$L = \frac{1}{2} (\bar\psi i \gamma^k \psi_{,\,k} - \bar\psi_{,\,k} i \gamma^k \psi) - m \bar\psi \psi.$$

Такой лагранжиан приводит к следующему выражению для спиновой плотности:

$$S_{kij} = \frac{1}{2} \varepsilon_{kijl} \bar\psi i \gamma^l \gamma_5 \psi.$$

---

[1]) Ср. со статьями Белинфанте [12] и Сциамы [5].

[2]) Отсюда вытекает довольно странное следствие, состоящее в том, что в случае электромагнитного поля тензор «спина» $S^k{}_{ij}$ обращается в нуль, поскольку лагранжиан не зависит от $A^{ij}{}_\mu$.

Так как лагранжиан $\mathfrak{L}$ должен быть эрмитово сопряженным, мы не можем включить в него производные только от ψ. Имеется, однако, другая возможность: мы можем ввести различие между лево- и правосторонними компонентами $\psi_{\pm} = {}^1/_2(1 \pm i\gamma_5)\psi$, рассматривая одну из них подобно φ и другую подобно π^k. Это приводит к лагранжиану

$$L = \frac{1}{2}\bar{\psi}i\gamma^k(1+i\gamma_5)\psi_{,k} - \frac{1}{2}\bar{\psi}_{,k}i\gamma^k(1-i\gamma_5)\psi - m\bar{\psi}\psi.$$

Лагранжиан такого вида может показаться довольно неестественным, но о нем необходимо упомянуть, ибо существуют и другие соображения, обосновывающие неравноправное рассмотрение ψ_+ и ψ_- (см. [17]).

ЛИТЕРАТУРА

1. Weyl H., Gruppentheorie und Quantenmechanik, 2te Verl., Leipzig, 1931, S. 89.
2. Yang C. N., Mills R. L., Phys. Rev., **96**, 191 (1954) (статья 1 настоящего сборника).
3. Utiyama R., Phys. Rev., **101**, 1597 (1956) (статья 14 настоящего сборника).
4. Weyl H., Phys. Rev., **77**, 699 (1950).
5. Sciama D. W., в книге «Festschrift for Infeld», New York, 1960.
6. Rosenfeld L., Ann. d. Phys., **5**, 113 (1930).
7. Rosenfeld L., Ann. inst. Henri Poincaré, **2**, 25 (1931).
8. Belinfante H. J., Physica, **6**, 887 (1939).
9. Bergmann P. G., Phys. Rev., **112**, 287 (1958).
10. Фок В. А., Zs. f. Phys., **57**, 261 (1929).
11. Weyl H., Zs. f. Phys., **56**, 330 (1929).
12. Belinfante H. J., Physica, **7**, 305 (1940).
13. Schouten J. A., Journ. Math. Phys., **10**, 239 (1931).
14. Schrödinger E., Space-time Structure, New York, 1950.
15. Schwinger J., Phys. Rev., **91**, 713 (1953).
16. Kibble T. W. B., Polkinghorne J. C., Nuovo Cimento, **8**, 74 (1958).
17. Feynman R. P., Gell-Mann M., Phys. Rev., **109**, 193 (1958).

СОДЕРЖАНИЕ

От редакции 5

Д. Иваненко. Теория элементарных частиц и векторные или компенсирующие поля (вступительная статья) 7

1. Ч. Янг и Р. Миллс. Сохранение изотопического спина и изотопическая калибровочная инвариантность 28

2. Т. Ли и Ч. Янг. Сохраиение тяжелых частиц и обобщенные калибровочные преобразования 39

3. Дж. Сакураи. Теория сильных взаимодействий 42

4. Дж. Сакураи. Векторная теория сильных взаимодействий . . 105

5. М. Гелл-Манн. Восьмимерный формализм: Теория симметрий в сильных взаимодействиях 117

6. Л. Глэшоу и М. Гелл-Манн. Калибровочные теории векторных частиц 147

7. Ю. Нееман. Вывод сильных взаимодействий из принципа калибровочной инвариантности 176

8. А. Салам и Дж. Уорд. Слабые и электромагнитные взаимодействия 186

9. А. Салам и Дж. Уорд. Калибровочная теория элементарных взаимодействий 196

10. Ю. Швингер. Калибровочная инвариантиость и масса 203

11. Ю. Швингер. Неабелевы калибровочные поля. Перестановочные соотношения 207

12. Ю. Швингер. Неабелевы калибровочные поля. Релятивистская инвариантность 219

13. Б. д'Эспанья. Групповые методы в теории частиц 236

14. Р. Утияма. Инвариантная теория взаимодействия 250

15. Т. Киббл. Лоренц-инвариантность и гравитационное поле . . . 274

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ
и
КОМПЕНСИРУЮЩИЕ ПОЛЯ

(*Сборник*)

Редактор *В. Захаров*
Художник *Н. А. Липин*
Художественный редактор *Е. И. Подмарькова*
Технический редактор *Т. Л. Сухорукова*
Корректор *Т. А. Палладина*

Сдано в производство 26/VIII 1963 г.
Подписано к печати 18/XII 1963 г.
Бумага $60\times90/_{16}$=9,4 бум. л.
18,8 печ. л.
Уч.-изд. л. 16,9. Изд. № 2/1786
Цена 1 р. 38 к. Зак. 982

ИЗДАТЕЛЬСТВО
«МИР»
Москва, 1-й Рижский пр., 2

Московская типография № 16 «Главполиграфпрома»
Государственного комитета Совета Министров
СССР по печати
Москва, Трехпрудный пер., 9