

СЗ  
Д406

28

*Макс Джеммер*

**ПОНЯТИЕ  
МАССЫ**

**В КЛАССИЧЕСКОЙ  
И СОВРЕМЕННОЙ  
ФИЗИКЕ**

*Max Jammer*

**CONCEPTS  
OF MASS**

**in classical and modern  
physics**

HARVARD UNIVERSITY PRESS  
AMBRIDGE-MASSACHUSETTS, 1961

*Макс Джеммер*

# **ПОНЯТИЕ МАССЫ**

**В классической  
и современной  
физике**

**ПЕРЕВОД И КОММЕНТАРИИ  
ДОКТОРА ФИЛОСОФСКИХ НАУК  
Н. Ф. ОВЧИННИКОВА**

**ИЗДАТЕЛЬСТВО «ПРОГРЕСС»**

**Москва · 1967**

*Редакция литературы по вопросам философии*

$\frac{1-5-2}{3-67}$

## ОТ РЕДАКЦИИ

Книга Макса Джеммера «Понятие массы в классической и современной физике» представляет собой серьезное историческое и теоретическое исследование одного из фундаментальных понятий естествознания. Автор книги — известный на Западе историк науки, работы которого отличаются основательностью и полнотой исторического анализа. К его книге «Понятие пространства. История теорий пространства в физике», вышедшей в свет в 1954 году, А. Эйнштейн написал предисловие, в котором он, давая высокую оценку работы М. Джеммера, как бы подводит итоги своим воззрениям в связи с этим фундаментальным понятием физики. В другой своей книге «Понятие силы» М. Джеммер непосредственно обращается к методологическим вопросам, возникающим в связи с анализом рассматриваемого им понятия. В 1966 году вышла в свет его новая работа «Концептуальное развитие квантовой механики».

Предлагаемая нашему читателю в русском переводе книга М. Джеммера «Понятие массы» содержит подробный исторический анализ этого понятия, в котором естественнонаучные и философские аспекты взаимно дополняют друг друга. Автор привлекает обширный фактический материал из истории философии и естествознания. Начиная рассмотрение с истоков научного знания, он подробно анализирует процесс становления физического понятия массы. Выявляя три этапа в концептуальном развитии научного понятия — этап формирования, систематизации и формализации, — М. Джеммер рисует историческую картину его закономерного развития. Эта содержательная картина развития одного из фундаментальных понятий физики представляет значительный интерес с точки зрения методологических исследований структур-

ных и генетических законов научного знания. Рассмотрение связи понятия массы с понятиями материи и движения, выявление его отношения к понятиям пространства и времени — все это делает книгу М. Джеммера ценной для читателя, интересующегося вопросами истории науки и философскими проблемами естествознания. Книга М. Джеммера, надо полагать, привлечет внимание и специалистов-физиков, для которых фундаментальные физические понятия являются не только предметом специального анализа, но и философских размышлений в связи с основаниями науки.

Некоторые положения автора книги, касающиеся философской интерпретации понятия массы и закономерностей его развития, требуют пояснения и критической оценки. Такие пояснения и оценки даются в комментариях к русскому переводу, составленных Н. Ф. Овчинниковым. Соответствующие места, к которым даны комментарии, в тексте книги отмечены звездочкой (\*).

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Книга эта служит трем целям.

1. В ней предполагается дать возможно полное изложение исторического развития понятия массы. Хотя это понятие является важным для физики и для философии науки, тем не менее оно, очевидно, до сих пор не было предметом цельного и последовательного исторического исследования. В настоящей книге подчеркивается существенная и концептуальная эволюция этого понятия. Исторический метод здесь не является преобладающим методом, и чисто хронологические аспекты рассматриваются как второстепенные.

2. Историческое исследование не рассматривается как самоцель. Справедливо сказано, что «одна из наиболее удивительных черт истории физики заключается в той путанице, которая связана с определением исходного понятия динамики, а именно понятия массы»<sup>1</sup>. Критический исторический анализ классических понятий и определений массы и проведение ясного различия между инертной и гравитационной (активной и пассивной) массой приведет, надо надеяться, к более глубокому раскрытию этого понятия и к более высокому уровню оценки его роли и значения в физике.

3. Абсолютно полное разъяснение понятия массы является, очевидно, нелегкой задачей, так как общий и до некоторой степени проблематический характер оснований точного и однозначного определения понятия вызывает серьезные проблемы и приводит к спорным результатам. Адекватное представление этих трудностей есть конечная цель монографии.

Глава IV книги представляет собой расширенный вариант лекции, которую я прочитал в Вашингтоне перед Американской ассоциацией научных исследований. На семинаре в Институте единства науки в Бостоне

---

<sup>1</sup> G. B u r n i s t o n B r o w n, Gravitational and inertial mass, «American Journal of Physics», 28, 475 (1960).

(Массачусетс) я имел возможность обсудить главы V, VI и XII. Я благодарен проф. К. С. Смиту (Институт исследований металлов Чикагского университета), проф. Г. Холтону (физический факультет Гарвардского университета) и проф. И. Б. Коуену (факультет истории науки Гарвардского университета) за их ценные замечания по этим главам и за другие подобного рода замечания. Я весьма обязан проф. А. Грюнбауму (философский факультет Питсбургского университета), Г. Старру и моим коллегам по физическому факультету Бостонского университета за их поддержку и советы. Я должен выразить свою благодарность проф. Н. Розену (физический факультет, Технион, Хайфа) за его содействие в правке корректур и Й. Д. Ельдер, научному редактору издательства Гарвардского университета, за тщательную подготовку рукописи к изданию.

*Макс Джеммер*

*Физический факультет,  
Бар-Иланский университет  
Рамат-Ган, Израиль  
Апрель, 1961.*

## ВВЕДЕНИЕ

Предметом настоящего исследования является то, что обычно рассматривается в физике как коэффициент пропорциональности, или коэффициент инерции.

Для экспериментатора, занятого активными исследованиями, понятие массы кажется не вызывающим трудностей. Мыслительный аппарат экспериментатора с самого начала его обучения постоянно приспособлялся и привыкал к беспрепятственному употреблению этого понятия. Трудности, связанные с его применением, если вообще и возникали, то рассматривались во вводной части академических курсов. Даже в современной теории элементарных частиц и в современной теории поля, где понятие массы играет важную роль в связи с некоторыми трудностями, о которых и в настоящее время едва ли можно сказать, что они успешно преодолены, внимание физика привлекает не понятие массы как таковое, а его математическая трактовка или математическое представление.

С другой стороны, вообще допускается, что для элементарных курсов физики понятие массы является довольно трудным и запутанным. Ни один учебник и ни один лекционный курс, кажется, не дает логически и научно бесспорного изложения этого понятия. Действительно, масса — это одно из тех основных понятий, реальное значение которого полностью раскрывается и постигается только постепенно в процессе трактовки и плодотворного обсуждения разнообразных явлений, к которым оно относится.

Одна из причин этих трудностей заключается, конечно, в том, что масса — довольно абстрактное понятие. Иногда полагают, что масса подобно температуре тесно связана с непосредственным наблюдением или чувственным восприятием. Так, например, Рудольф Карнап при обсуждении эмпирического значения теоретических понятий говорит о «непрерывной линии от терминов, которые

непосредственно связаны с наблюдением, как, скажем, масса и температура, до более отвлеченных терминов, подобных электромагнитному полю и пси-функции»<sup>1</sup>. Поскольку это касается массы, такая характеристика, по крайней мере с точки зрения современной физики, кажется неоправданной. В восемнадцатом столетии, в период «субстанционального понимания материи»<sup>2</sup>, масса и материя практически отождествлялись. Сопrotивление материи давлению, ее твердость и непроницаемость или то, что Лейбниц называл антитипией, рассматривались обычно как чувственные и непосредственно воспринимаемые свойства массы. Современное понятие массы, однако, в противоположность понятиям температуры, света и силы, не имеет никакого чувственного образа и непосредственно не проявляет себя ни в каком мыслимом эксперименте. Оно представляет собой абстрактную конструкцию<sup>3</sup> не в меньшей степени, чем электромагнитное поле\*. Действительно, в современной теории поля (равно как и в классической электромагнитной теории материи Абрагама и Лоренца) полю в методологическом отношении отдают предпочтение в сравнении с массой, так как предпринимается попытка описать последнюю в терминах первого. Вторая трудность, связанная с понятием массы, состоит в том, что это понятие претерпевает различные превращения. «Массу можно сравнить с актером, который появляется на сцене в различных масках, но никогда в своем чистом виде. Действительно, масса — подобно богу — представляется в трех лицах. Она может появиться в роли гравитационного заряда, инерции или энергии, но никогда масса не выступает в своем неприукрашенном виде»<sup>4</sup>. Связанная с этим множественность форм массы является, если

<sup>1</sup> R u d o l f C a r n a p, The methodological character of theoretical concepts, в: «Minnesota studies in the philosophy of science», ed. H. Feigl and M. Scriven (University of Minnesota Press, Minneapolis, 1959), vol. I, p. 39.

<sup>2</sup> Это выражение взято у Германа Вейля, «Philosophy of mathematics and natural science» (Princeton University Press, Princeton, 1949), p. 165.

<sup>3</sup> Об этом см.: H e n r y M a r g e n a u, «The nature of physical reality» (McGraw-Hill, New York, Toronto, London, 1950), p. 69.

<sup>4</sup> H e r b e r t L. J a c k s o n, Presentation of the concept of mass to beginning physics students, «American Journal of Physics», 27, 278 (1959).

пользоваться другим выражением из традиционной теологии, ее вездесущностью, то есть ее универсальным проявлением во всех областях физики. Это, разумеется, вызывает другую проблему. Артур Пап в своих «Элементах аналитической философии» ссылается на эти трудности, когда говорит: «Известно, что физик, не обращая внимания на тонкости, будет, не задумываясь, определять массу как тенденцию или силу тела сопротивляться изменению состояния (ускорения), а говорить о массе электрона, конечно, неуместно»<sup>5</sup>.

Эти трудности, а равным образом и другие — более технического свойства — оправдывают полный историко-критический анализ этого важнейшего понятия, в особенности учитывая то, что до сих пор не было опубликовано никакого детального и связанного исследования по этому вопросу\*. Хотя, естественно, имеются некоторые пункты соприкосновения с нашими предыдущими публикациями по основным понятиям пространства и времени в физике<sup>6</sup>, тем не менее настоящая книга является самостоятельным и независимым исследованием и не предполагает знания предшествующих публикаций.

Мы твердо убеждены, что критический анализ современного понятия массы, ведущий к полному выяснению его научного значения, может быть дан только посредством исторического подхода. Это понятие формировалось на основе понятия инертной массы, разработанного Кеплером и Ньютоном в семнадцатом столетии. Однако ввиду того что инертная масса у Кеплера внутренне связана с доклассическим понятием *количества материи* и так как последнее понятие в течение долгого времени постоянно преследовало физическую теорию, исчерпывающий анализ понятия массы на исторической основе должен, очевидно, также включать рассмотрение предшествующих и сопутствующих понятий.

Для современного мышления *количество материи* есть в лучшем случае метафизическое понятие, в проти-

---

<sup>5</sup> Arthur Pap, Elements of analytical philosophy (Macmillan, New York, 1949), p. 137.

<sup>6</sup> Max Jammer, Concepts of space (Harvard University Press, Cambridge, 1954); немецкое издание: «Das Problem des Raumes» (Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1960); «Concepts of force» (Harvard University Press, Cambridge, 1957).

воположность чисто научному понятию массы; но раньше оно трактовалось, как предполагает само название, как мера количества материи. Ранняя история нашего понятия предполагает, таким образом, необходимость обсуждения общей проблемы о величине (*how much*) материи или субстанции, проблемы, которая занимала многих естествоиспытателей и философов.

Классическое понятие субстанции, определенное как нечто не требующее для своего существования никаких других вещей<sup>7</sup>, выраженное менее метафизически и более физически, предполагает рассмотрение материи как носителя изменяющихся свойств, причем этот носитель сам не подвержен никаким изменениям. Материя является, таким образом, чем-то абсолютным, подобно тому как ньютоновское пространство было абсолютным, не подверженным воздействию со стороны материальных объектов<sup>8</sup>. В силу того же принципа неподверженности воздействиям она является также чем-то инвариантным, неизменным и вечным. Поиски человеком сохранения и вневременности, которые выражаются в некоторых религиозных учениях, стремящихся к вечности и бессмертию, находят аналогию и идеал в абсолютности и сохранении материи. Не удивительно поэтому, что самая ранняя формулировка понятия *количества материи* возникает в связи с концептуальным анализом проблемы пресуществления в евхаристии. Кроме того, понятие *количества материи* как критерий того, сколько имеется (*how much*) материи, очевидно могло не выполнять своей функции, так как любое измерение — возможно, за исключением определения длины в классической физике — в конечном счете базируется на обмене энергией<sup>9</sup> и предполагает взаимодействие. То, что в принципе не может подвергаться воздействию, не может быть измерено. А. Майер, которой мы обязаны за ее исследование об Эгидии Римском и его понятии *количества материи*, утвер-

<sup>7</sup> «Разумеея субстанцию, мы можем разуметь лишь вещь, которая существует так, что не нуждается для своего существования ни в чем, кроме самой себя». Р е н е Д е к а р т, Избранные произведения, М., 1950, стр. 448.

<sup>8</sup> См. предисловие Альберта Эйнштейна к «Concepts of space» (сноска 6).

<sup>9</sup> «Операция измерения всегда предполагает возмущение измеряемого объекта» (Луи де Бройль).

ждает, что «никогда не было достигнуто действительного разъяснения понятия *количества материи* или логического определения, ведущего к количественному операциональному определению массы»<sup>10</sup>. С нашей точки зрения, количественное определение материи, по существу, невозможно. Материя как таковая, если действительно в науке существует какая-либо необходимость в таком понятии, остается непостижимым и непонятным осадком научного анализа и как таковая неизмерима. Только свойства, принадлежащие материи, так сказать, доступны количественной оценке. Если количество материи определяется через количественный аспект одного из ее свойств, то *количество материи*, очевидно, будет зависеть от этого свойства, выбранного в качестве критерия. В классической физике, например, чисто случайно обнаружилось, что два различных свойства материи — инерция и гравитационный заряд — приводят к одной и той же количественной оценке. Если же выбрать в качестве критерия инерцию и теплоемкость, то они, конечно, дали бы различные численные результаты.

Общепринято, что масса в смысле инертной массы введена в физику Исааком Ньютоном. Как мы детально покажем, понятие инертной массы было результатом постепенного развития, которое началось с Иоганна Кеплера и завершилось Леонардом Эйлером. Хотя понятие инертной массы, несомненно, является продуктом семнадцатого столетия, его глубокие корни могут быть прослежены до неоплатонической инертности и неактивности материи в противоположность жизненности и спонтанейности разума. Древняя метафизическая противоположность материи и духа была прототипом физического противопоставления массы и силы. Несмотря на то, что ньютоновская динамика много сделала для освобождения указанных понятий от метафизического влияния, она тем не менее оставила некоторые трудности неустранимыми.

---

<sup>10</sup> Anneliese Maier, Die Vorläufer Galileis im 14. Jahrhundert (Storia e Letteratura, Rome, 1941), S. 51:

«Aber trotz all dem ist es nie zu einer wirklichen begrifflichen Klärung der *quantitas materiae* gekommen, oder gar zu einer Definition, die tatsächlich eine quantitative Erfassung der Masse ermöglicht hätte».

В современных фундаментальных исследованиях, начатых — поскольку это касается понятия массы — Сен-Венаном и Эрнстом Махом, сделана попытка разрешить эти трудности и достигнуты важные результаты.

Тем временем определенные успехи в области электромагнитных и оптических явлений привели к понятию поля как элементарной категории физики, первоначально равноправной с категориями материи и энергии (массы и силы), а затем даже более глубокой и фундаментальной. Для этого упадка механического воззрения было симптоматично понятие электромагнитной массы, провозглашенное в конце девятнадцатого столетия с наибольшим энтузиазмом Максом Абрагамом, для которого инерция была лишь электромагнитным эффектом. Хотя эта точка зрения обнаружила свою несостоятельность, тем не менее такие исследования по теории поля дали замечательный стимул в развитии понятия массы и привели к далеко идущим обобщениям.

Появление специальной теории относительности положило начало радикальному видоизменению понятия массы и привело к неожиданному объединению ранее различных категорий массы и энергии. Три различных понятия массы — инертная, активная и пассивная гравитационные массы, — которые в классической физике различались в понятиях, но фактически отождествлялись, в общей теории относительности также рассматриваются как эквивалентные, хотя и на другой основе. Состояние понятия массы в квантовой механике и в физике элементарных частиц все еще до некоторой степени покрыто тайной; объяснение этого понятия является одним из главных объектов так называемых единых теорий поля. Обсуждением роли массы в современных высокоабстрактных пространственных теориях материи заканчивается настоящая монография.

ЭТИМОЛОГИЯ СЛОВА «МАССА»

Настоящая глава не представляет собой законченную часть историко-критического анализа понятия массы, так как *слово*, а не *понятие* является ее предметом. Читатель при желании может опустить эту главу без ущерба для понимания последующего. В данной главе обсуждаются донаучные значения слова «масса» и его эквивалентов в классических языках, исследуется древнее употребление этого термина и высказываются предположения относительно его этимологии.

Автор полностью осознает предположительный характер и спорность существенных положений главы.

Слово «масса» или его латинский эквивалент *massa* употребляется в физике с начала семнадцатого столетия<sup>1</sup>, но в качестве технического термина оно было использовано еще в середине четырнадцатого столетия Альбертом Саксонским в его «*Quaestiones super octo libros Physicorum*»<sup>2</sup>.

Наше современное слово «масса» (французское — *masse*, немецкое — *Masse*, русское — масса, испанское — *masa*), как оно употребляется в физике, несомненно, происходит от латинского *massa*, означающего первоначально кусок теста или пасты. В настоящее время в современном языке, равно как еще в среднеанглийском, под этим термином понимается кусок, в более общем смысле конгломерат или агрегат тел<sup>3</sup>.

<sup>1</sup> Ср. John Harris (1667?—1719), *Lexicon technicum or an universal English dictionary of arts and sciences*, vol. I (London, 1704): «Масса — это слово употребляется натурфилософами для выражения количества материи в любом теле».

<sup>2</sup> Part 1, quaestio VI (Venice, 1516; Paris, 1516, 1518).

<sup>3</sup> Ср., например, Maundeville (XIV, 158): «Человек находит... твердые алмазы в массе, которая обнаруживается в золоте», цитировано по Henry Bradley, *A new English dictionary on historical principles*, ed. Sir J. A. H. Murray (London, 1904—

Такое значение это слово имело также в церковнолатинском языке <sup>4</sup>.

В латинском переводе Библии IV века (Вульгáта) встречаются слова: *massa caricaum* (Первая книга Царств, 25 : 18), *massa ficorum* (Четвертая книга Царств, 20 : 7), оба в смысле «фиговые лепешки», и *massa palatharum* (Вторая книга Царств, 16:1), а также без определенного значения — «*Tulit Daniel picem... fecitque massas*» (Книга пророка Даниила, 14:26) <sup>5</sup>. *Massa* в смысле пасты или теста — очевидно не заквашенного — употребляется в Первом послании к Коринфянам, 5:6: «Разве не знаете, что малая закваска квасит все тесто» <sup>6</sup>.

*Massa* в комбинации с названием металлов часто встречается в латинском языке, например *aurea massa* в «*Codex Junstinianaeus*», XII, 23, 7, 7, или в «*Codex Theodosianus*», VI, 30, 7, 7. Подобные примеры употребления слова *massa* встречаются у Овидия, Вергилия, Плиния, Марциала и Ювенала <sup>7</sup>. Исидор Севильский в своей «Этимологии» <sup>8</sup> определяет слово *massa* в связи со специальными ссылками на металлургию: «Имеется три рода серебра,

---

1908), vol. 6, p. 206. См. также, книгу Экклесиаста 22: 15, в англ. переводе Библии 1611 г.: «Песок, соль и массу железа легче снести, чем bestолокового человека».

<sup>4</sup> См. *Quintus Septimus Florens Tertullianus*, *De praescriptione haereticorum*, chap. 3, ed. Franciscus Oehler, vol. 2 (Leipzig, 1854): «*massa frumenti*», p. 5; или *Gregorius Turonensis*, *De cursu stellarum ratio*, ed. V. Krusch, в: «*Monumenta germaniae historia*», vol. 1, part 2 (Hanover, 1885), p. 867.

<sup>5</sup> Cp. *Prophetia Danielis*, *Biblica sacra vulgatae editionis*, ed. Valentinus Loch, vol. 3 (Ratisbonn, 1895), p. 202.

<sup>6</sup> См. также Послание к Галатам, 5 : 9 и различные значения слова *massa* в: *Albert Blaise*, *Dictionnaire latin-français des auteurs chrétiens* (Strasbourg, 1954).

<sup>7</sup> *Ovid*, *Metamorphoses*, 11, 112: «*contactu glaeba potenti massa fit*»; 8,666: «*massa lactis*». *Virgil*, *Georgicon*, 1,275: «*massa picis*». *Pliny*, 36,6, 8 (49): «*marmor, non in columnis crustisve, sed in massa*»; 31,7, 39 (78): «*massa salis*». *Martial*, *Epigrammata*, 8, 64, 9: «*massa lactis alligati*». *Juvenal*, *Saturae*, 6, 421: «*cum lassata gravi ceciderunt brachia massa*», где *massa* — синоним веса.

<sup>8</sup> «*Sancti Isidori Hispalensis episcopi etymologiarum libri XX*», кн. 16, гл. 18; «*Patrologiae cursus completus*», ed. Migne, vol. 82 (Paris, 1850), p. 585: «*Tria autem sunt genera argenti, et auri, et aeris: signatum, factum, infectum. Signatum est quod in nummis est; factum est, quod in vasis et signis; infectum, quod in massis, quod et grave dicitur, id est, massa*».

золота и меди: отчеканенное, обработанное и необработанное. Отчеканенное — в монетах, обработанное — в вазах и статуях, необработанное — в массах...» Важно заметить, что в латинском языке слово *moles* часто является синонимом слова *massa*; так, например, у Плиния<sup>9</sup> оба термина обозначают материю, которая занимает некоторый объем.

Нет сомнения, что латинское слово *massa* производно от греческого *maza* (μάζα), обозначающего «ячменное зерно». Ясно, что латинский термин имеет более общее значение, чем его греческий оригинал<sup>10</sup>. *Maza* — общепринятое слово в греческой литературе во времена Геродота<sup>11</sup> — обозначало особого рода хлеб, худший по качеству, чем пшеничный хлеб (*artos*). Эсхил в своем «Агамемноне»<sup>12</sup> употребляет этот термин в характерной комбинации — «есть хлеб раба». Гиппократ определенно подчеркивает различие между более качественным хлебом (*artos*) и грубой ячменной лепешкой (*maza*), когда говорит: «Если приходит весна... хлеб заменяется ячменной лепешкой»<sup>13</sup>. Аристофан в комедии «Ахарняне»<sup>14</sup> и особенно во «Всадниках»<sup>15</sup> употребляет слово *maza* в его грубом значении и весьма неделикатно замечает, что *maza* при описанных условиях даже не годится для еды, а скорее — после того как из нее удалили мякиш — используется в качестве ложки для супа. Этот термин

---

<sup>9</sup> Pliny, 36, 8, 1.

<sup>10</sup> См. A. Ernout, A. Meillet, *Dictionnaire étymologique de la langue latine* (Klincksieck, Paris, 1951), p. 692: «La mot latin a pris des l'abord un sens plus large que l'original grec, et il en est devenu indépendant...»

<sup>11</sup> «Herodoti historiarum libri IX», ed. H. R. Dietsch vol. 1 (Leipzig, 1860), p. 107: «Его замешивают как для лепешек» («Hate mazan mazaменос»). Слово *maza* действительно встречается в «Epiragrammata», приписываемой Гомеру: «Homeri opera et reliquia», ed. D. M. Monro (Oxford, 1901), p. 1004. См. также Гесиод, Труды и дни, стих. 819.

<sup>12</sup> Aeschylus, *Agamemnon* 1041, ed. Eduard Fränkel (Oxford, Clarendon Press, 1950), vol. 1, p. 152.

<sup>13</sup> Hippocrates, *Regimen in health*, trans. W. H. S. Jones (Loeb Classical Library; Harvard University Press, Cambridge, 1953) vol. 4, p. 45.

<sup>14</sup> «Aristophanes in English verse», trans. Arthur S. Way, (London, 1927), vol. 1, p. 37.

<sup>15</sup> Ibid., pp. 102, 104.

также широко употреблялся Ксенофонтом, Платоном и Лукианом<sup>16</sup>. Но довольно обсуждать греческий оригинал нашего современного слова «масса».

До сих пор наши этимологические заключения были хорошо обоснованы. Однако, отыскивая источник греческого слова *masa*, мы сталкиваемся с расходящимися и до некоторой степени противоречивыми интерпретациями. Георг Курциус производит этот термин от слова *masso* (месить) с корнем *mag-* и рассматривает возможное отношение этого слова к слову *mâc-eria*<sup>17</sup>. Нечто подобное делает Эмиль Бойсек в своем «Этимологическом словаре греческого языка», когда он производит это слово от *mag-ia*<sup>18</sup>.

Другая теория предложена Шипли, который указывает на происхождение греческого слова от древнееврейского *mazza* (מַצָּה), означающего пресный хлеб у израильтян<sup>19</sup>. Эрик Партридж<sup>20</sup> также рассматривает возможность семитского или даже хамитского происхождения. Эрнст Ассман был первым филологом, который связал греческое слово *masa* с древнееврейским. В статье «О предьстории Крита»<sup>21</sup> он исследует факт семитского (набатеи и сабины) влияния на древний Крит и через Крит — на Спарту. Указывая, что образ жизни Спарты во времена Ликурга следовал до некоторой степени критскому образцу, Ассман, в частности, обсуждает обычай общей еды — *aiklon* (αικλον),

<sup>16</sup> «Xenophontis De Cyri disciplina libri VIII», кн. 6, гл. 2, 28, ed. I. G. Schneider, vol. 1 (Leipzig, 1815), p. 451; Plato, Republica, 2, 372b; «Luciani Samosatensis opera», ed. C. Jacobitz, vol. 1 (Leipzig, 1921), p. 57.

<sup>17</sup> Georg Curtius, Grundzüge der griechischen Etymologie (Leipzig, 1858), Teil I, S. 289: «Возможно, что слово *mâc-eria* употреблялось в смысле глинобитного сооружения».

<sup>18</sup> Emile Boisacq, Dictionnaire étymologique de la langue grecque (Winter, Universitätsverlag, Heidelberg, 1950), p. 599. См. также Osthoff, Studien zur Lehre von der Wurzelweiterung und Wurzelvariation (Upsala, 1891, Upsala universitets arsskrift), S. 1—294, где слово произведено от *smē-k-*, родственного *mâcer*, *mager*, означающего «порошкообразный».

<sup>19</sup> Joseph T. Shipley, Dictionary of word origin (Phil. Library, New York, ed. 2, 1945), p. 225.

<sup>20</sup> Eric Partridge, A short etymological dictionary of modern English (Routledge and Kegan Paul, London, 1958), p. 384.

<sup>21</sup> Ernst Assmann, Zur Vorgeschichte von Kreta, «Philologus» (Zeitschrift für das klassische Alterthum), 67, 161—201 (Leipzig, 1908).

во время которой ели особого рода хлеб — *маза* (μαζα)<sup>22</sup>. В отношении названия этой еды Курциус и Мейер<sup>23</sup> согласны, что его этимологическое объяснение лежит, вероятно, вне пределов индогерманских языков. Действительно, *aiklon*, по всей видимости, происходит от семитского корня *akalu*, как, например, в древнееврейском *aklah* (есть). Подобным образом, утверждает Ассман, греческое слово *маза* есть лишь древнееврейское *маzza*. Возможность параллелизма в этимологии двух соотносящихся терминов — *aiklon* и *маза* — придает, конечно, некоторую достоверность неточному, противоречивому решению.

Диаметрально противоположная гипотеза, поскольку это касается направления заимствования, предложена Гордоном в его статье «Гомер и Библия». Гордон пишет, ссылаясь на эпическую поэзию Крита (Krt. 83—84, 174—175):

«Критский текст свидетельствует, что печение большого количества хлеба, предназначенного для громадного движущегося войска, достойно поэмы. Это объясняет то особое значение, которое придается печению мацы (*mazza*) — несемитское слово, означающее «пресный хлеб» — в описании исхода из Египта. Родственное этому слову греческое *маза* — ячменная лепешка — указывает на заимствование из древнееврейского через филистимлян, которые могли ввести критский обычай, как свидетельствует критский эпос. Интересно заметить, что военные порядки воинственных филистимлян преобразовались в культовые явления в иудаизме»<sup>24</sup>.

Термин *mazza* часто встречается в Библии, особенно в связи с жертвоприношениями: Книга Бытия, 19:3; Исход, 12:15, 18, 39, 23:15; 34:18; Левит, 2:4; 7:12, 8:2, 26; Книга Чисел, 6:15; Второзаконие, 16:3, равно как и в Исаии, 5:11. Все эти ссылки содержат две центральные идеи: 1) «Семь дней ешь с нею опресноки, хлеба бедствия, ибо ты с поспешностью вышел из земли Египет-

---

<sup>22</sup> «В этом семитском названии общей еды спартанцев также имеется слово хлеб (*маза*), в котором определено усматривается еврейское слово *mazza* — незаквашенный хлеб, похожий на иудейскую мацу». Там же, стр. 199.

<sup>23</sup> См. Georg Curtius, *Gründzüge der griechischen Etymologie*, S. 679; см. также «Principles of Greek etymology», ed. 5, vol. 2 (London, 1886), p. 327; Leo Meyer, *Handbuch der griechischen Etymologie*, Band 1 (Leipzig, 1922), S. 20.

<sup>24</sup> Cyrus H. Gordon, *Homer and Bible*, «Hebrew Union College Annual», vol. 24 (1955), p. 61. См. «Antiquity, A Quarterly Review of Archaeology», 30, 24—25 (1956).

ской»<sup>25</sup> — это исторический довод. В связи с жертвоприношениями возникает, однако, другой: 2) «Не изливай крови жертвы Моей на квасное»<sup>26</sup>. Высказывается мнение<sup>27</sup>, что запрещение подношения заквашенного хлеба при жертвенном ритуале основывается на древней концепции, согласно которой процесс брожения является, в сущности, процессом гниения. Закваска становилась, таким образом, символом дьявольского влияния и морального разложения. Иисус, согласно книге От Матфея, говорит: «берегитесь закваски фарисейской и саддукейской»<sup>28</sup>. Однако более явная параллель проводится в Первом послании к Коринфянам: «Итак, очистите старую закваску, чтобы быть вам новым тестом, так как вы бесквасны, ибо Пасха наша, Христос заклан за нас. Посему станем праздновать не со старой закваскою, не с закваскою порока и лукавства, но с опресноками чистоты и истины»<sup>29</sup>.

Дополнительное подтверждение правильности этой интерпретации можно усмотреть в том факте, что в некоторых религиозных уставах древнего Рима жрецам Юпитера, так называемым *flamines maiores Dialis*, не разрешалось дотрагиваться до закваски (*zume*) или до заквашенного пшеничного хлеба (*aleuron*). Плутарх<sup>30</sup>, объясняя это запрещение, ссылается на процесс брожения, рассматриваемый как гниение. Это уничтожение заквашенного хлеба и общепринятое мнение, что во время «тайной вечери»<sup>31</sup> ели именно незаквашенный хлеб, возможно, объясняет тот факт, что святой хлеб евхаристии был в последующие столетия главным образом незаквашенным хлебом, или мацой (*mazza*).

---

<sup>25</sup> Библия, Второзаконие, 16 : 3.

<sup>26</sup> Библия, Исход, 23 : 18, 34 : 25, Левит, 2 : 4, 11; 7 : 12.

<sup>27</sup> «Bibel-Lexikon», ed. Herbert Haag (Benziger Verlag, Zürich, 1956), p. 1097.

<sup>28</sup> Библия, От Матфея, 16 : 11.

<sup>29</sup> Библия, Первое послание к Коринфянам, 5 : 7, 8.

<sup>30</sup> *Plutarch*, *Quaestiones romanae*, 109; См. также «*Convivalium disputationum*», 3, 10, 3.

<sup>31</sup> П. Фибиг [*P. Fiebig*, «*Theologische Literaturzeitung*», 59, 416 (1934)] указывает, что понятие *artos*, упомянутое в описании «тайной вечери», не исключает термина *azumon* (незаквашенный хлеб) и что, следовательно, появление термина *artos* не устраняет возможности того, что «вечеря» была пасхальной едой.

Действительно, допустимо, что само название службы евхаристии *mass* (староанглийское *maesse*) не происходит, как обычно утверждается, от латинского *missa* (причастие прошедшего времени от глагола *mittere* — посылать, отпускать) в заключительной фразе службы: «*Ite, missa est*». В «Новоанглийском словаре...»<sup>32</sup> после ссылки на Исидора Севильского, «который предположил, что первоначально ссылались на отпуск новообращенного, который был подготовлен к службе евхаристии», добавлено: «Это объяснение не разделяется современными учеными... Было выдвинуто несколько других теорий, но ни одна из них не получила широкого признания». Один из главных аргументов тех в конгрегации, которые не имели намерения причащаться, против выведения слова *mass* из слова *dismissal* (*missio*), заключается, возможно, в том, что обычно в случае, подобном данному, скорее конкретный объект — в данном примере объект жертвоприношения — дает свое имя ритуалу, чем фраза из самого ритуала. Действительно, до шестого столетия *mass* называлась *oblatio* (подношение, жертвоприношение) — термин, употребляемый в кельтском языке того времени (*offeren* на валлийском, *корнуэльском*, *ирландском*, *шотландском* языках). Подобным образом в современном английском языке обычно говорят: «*The sacrifice of the mass*» («жертвоприношение чего-то»). Тем не менее допущение связи слова *mass* в смысле религиозного обряда со словом *mazza* кажется не совсем правдоподобным.

Было также показано<sup>33</sup>, что институт евхаристической мессы, равно как и его название, первоначально возник из святого причащения хлебом, как это было установлено в митраизме — серьезном сопернике христианства в Римской империи. Хлеб круглой формы, напоминающий пиршество Митры и Гелиоса и дарующий участие в великом блаженстве самого бога, был назван словом *mizd*, происходящим от староперсидского *muazda*, которое претендует на то, чтобы быть прототипом евхаристического

---

<sup>32</sup> «New English dictionary on historical principles», p. 205 см. сноску 3).

<sup>33</sup> См. J. A. M a g n i, *The ethnological background of the Eucharist*, «American Journal of Religions, Psychology and Education 4, 1—47 (1910); См. также J. T. S h i p l e y, *Dictionary of word origin*.

hostia<sup>34</sup>. Если апостол Павел, как показал Гарднер<sup>35</sup>, был действительно основателем института евхаристии, то нет ничего невозможного в том, что он находился под влиянием елевсинских мистерий в Афинах или Коринфе или, возможно, ранее в Тарсусе, его родном городе, центре поклонения Митре.

Резюмируя наше исследование, кажется, пора теперь обратиться к этимологии древнееврейского слова *mazza*. К несчастью, мы располагаем малонадежной информацией. Древнееврейские филологи, в общем, верили, что это слово происходит от *mazzaz* (давить, всасывать, осушать). Это можно найти, например, у Гезениуса в его хорошо известном «Словаре Ветхого завета»<sup>36</sup>. Бенч утверждает, что *mazza* является производной от семитского корня *mss* (незрелый, невкусный)<sup>37</sup>. Недавно Ранд выдвинул теорию, согласно которой это слово возникло от древнееврейского корня *pazzaḥ*, эквивалента арабского *paḍa*, означающего скорость и быстроту действия<sup>38</sup>.

Другое мнение было выражено Ягудой, для которого древнееврейское слово *mazza* является, «несомненно, словом, заимствованным от египетского *ms·t* или *msw·t*, означающего сорт хлеба или лепешки, в более широком значении — пиццу»<sup>39</sup>. Наконец, Мунтнер в статье из книги, посвященной проф. Крауссу<sup>40</sup>, предполагает, что древнееврейский термин произошел от ассирийского *mazu* (разбухать, расширяться в пространстве). Если бы послед-

<sup>34</sup> См. Franz Cumont, *Textes et monuments figurés relatifs aux mystères de Mithra* (Brussels, 1896—1899); Heinrich Seel, *Die Mithrageheimnisse während der vor- und urchristlichen Zeit* (Aarau, 1823). Последний выводит слово *mass* или *missa* непосредственно из *mizd*.

<sup>35</sup> Percy Gardner, *The Origin of the Lord's Supper* (London, 1893).

<sup>36</sup> Wilhelm Gesenius, *Hebräisch-Deutsches Handwörterbuch zum Alten Testament* (Leipzig, 1810—1812); Aufl. 17, Berlin, 1949); English trans. by E. Robinson (Clarendon Press, Oxford, 1957).

<sup>37</sup> Bruno Bantsch, *Handkommentar zum Alten Testament* (Göttingen, 1903), S. 98.

<sup>38</sup> Abraham Rand, On the term *mazza*, «Leshonenu», 22, 81—82, (Hebrew Academy of Language, 1957/58).

<sup>39</sup> A. S. Yahuda, *The language of the Pentateuch in its relation to Egyptian*, vol. 1 (Oxford, 1933), p. 95.

<sup>40</sup> Süßmann Muntner, *Mazza and Maza*, «Professor S. Krauss jubilee volume» (R. Mass, Jerusalem, 1937), p. 159.

нее предположение могло быть доказанным и была бы показана несомненная связь между древнееврейским *mazza* и греческим *μαζα*, то окончательное родство физического термина «масса» с древним понятием пространственного протяжения выявило бы интересный параллелизм с арабским термином *maddah* (протяженность, имеющая измерение), который был использован в мусульманской философии <sup>41</sup> в смысле материи. В связи с нашим обсуждением небезынтересно заметить, что арабский перевод платоновского *εκταγεῖον* <sup>42</sup> (пластическое вещество, применяемое для изготовления оттисков, масса в широком смысле) был *hamirah*, первоначально означавший незаквашенный хлеб <sup>43</sup>.

Настоящее филологическое исследование — может быть, интересное само по себе — было предпринято в основном с целью показать, что *слово* *mass* возникло либо от греческого *μαζα* (ячменная лепешка или обыкновенный хлеб), или, возможно, от древнееврейского *mazza* (незаквашенный хлеб).

В главе IV мы покажем, как первое явное определение понятия массы (еще в смысле *количества материи*) возникло из логического анализа, касающегося евхаристического пресуществления святого хлеба.

Таким образом, говоря исторически, слово и понятие имеют общее происхождение.

---

<sup>41</sup> См., например, *A v i c e n n a*, *Shifa'*, 1, 6, или: A. M. G o i - c h o n, *Lexique de la langue philosophique d'Ibn Sina* (Desclée-de Brouwer, Paris, 1938), par. 404.

<sup>42</sup> P l a t o, *Timaeus* 50 C; *Theatetus*, 191, c, d.

<sup>43</sup> H. A. W o l f s o n, *Arabic and Hebrew terms for matter and element*, «*Jewish Quarterly Review*», 38, 47—61 (1947).

## Глава II

### СОДЕРЖАЛОСЬ ЛИ В ДРЕВНЕМ МЫШЛЕНИИ ПОНЯТИЕ МАССЫ?

Вероятно, первыми физическими величинами, которые должны были подвергаться процессу измерения, были пространство и время — расстояние и длительность. Однако уже в доисторические времена возникновение взаимной торговли и расширение обмена товаров вызвало пути и способы измерения также и количества товаров, таких, как зерно и металлы, для которых простой счет по одному был практически неудобным. Практическая необходимость привела, таким образом, к идее количества материи — исторической предшественнице нашего понятия массы.

В древности могли применяться два метода измерения и оба действительно применялись: определение веса и определение объема.

Употребление весов, несомненно, восходит к доисторическим временам. В древнеегипетской религии Озириса подчеркивалась важность весов при обложении налогом и как средство оценки<sup>1</sup>. В Библии (Книга Бытия, 23 : 16) мы читаем: «И отвесил Авраам Ефрону серебра, сколько он объявил вслух сынов Хетовых, четыреста сиклей серебра, какое ходит у купцов». Эта фраза, очевидно, относится ко времени, когда деньги еще взвешивались. Монеты как средство обмена, сберегающее время и делающее повторное взвешивание излишним, кажется, были введены в седьмом столетии до нашей эры.

Интересно, что самая ранняя единица измерения — за исключением, конечно, естественных единиц времени и длины (день, месяц, ступня и т. п.) — была не единица

<sup>1</sup> «Book of the dead», chap. 125, Papyrus Nobseni; см. фотографии папирусов в Британском музее: Department of Oriental Antiquities, ff. 33, 1876. См. также Thomas Ibel, Die Wage im Altertum und Mittelalter (Erlangen, 1908); Lenk, Die Messkunde als nationales und internationales Problem (1926).

веса, а единица объема, о чем говорит знаменитая серебряная ваза из коллекции принца Лагашского (около 2800 г. до н. э.). Ее емкость, как это указано в надписи, выгравированной на ее поверхности, служила в качестве определения десяти *силей* (приблизительно 5 литров). С другой стороны, в ту эпоху единицы веса все еще значительно отличались друг от друга в зависимости от места и времени. Только во времена ассирийского царя Салманасара V, (726—722 гг. до н. э.), в качестве стандартной меры веса была провозглашена *мина*<sup>2</sup> (около 1000 граммов).

И тем не менее количество товаров измерялось, как правило, в различных единицах<sup>3</sup>. Большое разнообразие древних единиц веса — факт, который до сих пор отражается в метрологии древних наций на Востоке, — нельзя объяснить одним лишь отсутствием в те времена международных отношений. Такое разнообразие является, скорее, выражением господствующей философии, преобладающей в древнем мышлении в отношении понятия веса: вес не представляется, как это имеет место в современной науке, в качестве динамического универсального количества или силы, пропорциональной количеству материи или массе (в одном и том же месте), но, скорее, как свойство тел, подобное цвету, запаху или хрупкости.

Пьер Бутру в статье по истории принципов динамики до Ньютона<sup>4</sup> утверждает, что, вероятно, именно такое понимание веса было ответственным за ошибочное заключение Аристотеля, касающееся свободного падения тяжелых тел. Вес материальной частицы, согласно этой концепции, зависит от того, является ли частица частью большого и массивного объекта или маленького и легкого. Перипатетическое воззрение, состоящее в том, что тяжелые тела падают быстрее, чем легкие, оказывается, таким образом, гарантированным от последующего обвинения в непоследовательности (которое фактически появилось в семнадцатом столетии): два равных, относительно лег-

<sup>2</sup> В то время употреблялись две различного рода *мины* — тяжелая *мина* и легкая *мина*, которая составляла примерно половину первой.

<sup>3</sup> Hans Joachim von Alberti, *Mass und Gewicht* (Akademieverlag, Berlin, 1957), S. 25.

<sup>4</sup> Pierre Boutroux, *L'histoire des principes de la dynamique avant Newton*, «Revue de Métaphysique», 28, 660 (1921).

ких тела, рассматриваемые в отдельности друг от друга, должны, согласно учению перипатетиков, падать со сравнительно небольшой скоростью; однако те же самые тела, рассматриваемые как части сложного объекта (двойного веса), должны иметь бóльшую скорость падения. В мышлении древних вес был скорее интенсивной, чем экстенсивной величиной. В системе перипатетической мысли вес, следовательно, не мог рассматриваться как мера количества материи с универсальной применимостью к любого рода материалам. Кроме того, вес не мог играть роли количества материи, так как процедура взвешивания необходимо предполагала соответствие или пропорциональность между весом и количеством. Но такое соотношение было абсолютно недопустимо, ибо элементы, подобные огню, или их составляющие обладали врожденной легкостью.

Для философии и естественных наук в противоположность ремеслу и коммерции вес не был мерой количества материи. В таком случае, естественно, возникает вопрос, может ли, согласно Аристотелю, в качестве такой меры служить объем или масса. В своей «Физике» Аристотель утверждает следующее: «И материя тела, как большого, так и малого, одна и та же. Это ясно из следующего: когда возникает воздух из воды, та же самая материя становится другим телом не путем присоединения чего-либо, а просто: что было в потенции, становится актуальным. И обратное превращение воды и воздуха идет таким же образом: один раз из малой величины в большую, другой — в малую из большой»<sup>5</sup>.

Изменения объема не отражаются на тождественности материи, и, следовательно, объем, подобно весу, не может служить мерой «количества материи».

Но было ли действительно у Аристотеля понятие *количества материи*? Могло ли это понятие неизменного количества (how much) материи получить смысл, если Аристотель не имел в своем распоряжении никакого операционального критерия для его количественного определения? Мы утверждаем, что понятие *количества материи* как предполагающее принцип сохранения — несмотря на его важность в позднейшей схоластической философии —

---

<sup>5</sup> А р и с т о т е л ь, Физика, IV, 9, 217а, Соцэкгиз, 1937.

является чуждым первоначальной системе понятий Аристотеля. Прежде всего аристотелева физика является еще наукой о природе, о явлениях роста и возникновения в ней не проводится никакой разграничительной линии между органической и неорганической материей. В трудах Аристотеля сам термин «материя» (*hylē*) означал первоначально «дерево», «лес» и, вероятно, родствен индогерманскому слову *sulw* (плодородный) совершенно так же, как наш современный термин *matter* или *materia* (*materies*) означал первоначально «строевой лес» и родствен термину *mater* (источник роста)<sup>6</sup>. Таким образом, уже сама терминология указывает на органическую интерпретацию и понимание субстрата<sup>7</sup> «физических» явлений. Итак, в органической материи имеет место рост и разрушение, увеличение и уменьшение субстанции; не признается никакого количественного постоянства или сохранения. Это увеличение или уменьшение — и это существенно важно в нашей связи, — согласно воззрению Аристотеля, совместимо в понятии с сохранением и идентичностью субстанции, и именно в этом смысле необходимо понимать приведенное выше утверждение из «Физики»<sup>8</sup>. Идея, состоящая в том, что органический рост есть процесс увеличения (поглощения, ассимиляции) внешней материи, представляет собой механическую идею, которая возникла первоначально из классических экспериментов по обмену веществ, поставленных в семнадцатом столетии Я. Б. ван-Гельмонтом (1577—1644) и С. Санторио (1561—1636).

<sup>6</sup> Что аристотелевский термин *hylē* еще не носит организмического значения, может быть показано на примере употребления этого термина у Гомера: «Илиада», 15 : 273, 2 : 455, 23 : 127, 24 : 784, 20 : 491, 11 : 155, 18 : 320, 15 : 606, 16 : 766; «Одиссея», 5 : 470, 17 : 316, 104, 6 : 128, 9 : 234; Г е с и о д, Труды и дни, 420, 511, 490, 1010, 422, 807, 591. См. также А р и с т о т е л ь, Физика, II, 9, 200b; «Метафизика», VIII, 6,1042a. *Materia* или *materies* использовалось Цицероном, Сенекой и Плинием как перевод слова *hyle*. Ноткер Лабен (N o t k e r L a b e o, Teutonicus, 950—1022), ранний переводчик на старонемецкий «Hermeneutica» Аристотеля, «De consolatione philosophiae» Бозция и «De nuptiis Philologiae et Mercurii» Капелла переводит слово *materia* словом *zimber*, как это делает Экхарт (1260—1329).

<sup>7</sup> Это до сих пор находит отражение в нашем термине «тело» (*corpus*, Кōrper, *corps*), употребляемом — до некоторой степени парадоксально — даже в традиционной формулировке закона инерции.

<sup>8</sup> См. А р и с т о т е л ь, Физика, IV, 7, 214a.

Будучи убежденными, что понятие массы в смысле количества материи было чуждо мышлению Аристотеля, мы поставим вопрос, обладал ли Аристотель по крайней мере некоторым приближенным понятием динамической или инертной массы. Этот вопрос обсуждает Маршалл Кледжетт<sup>9</sup> и в противоположность Волвиллу и Дюгему дает на него отрицательный ответ. Автор данной книги полностью принимает аргументы Кладжетта. Тот факт, что движение для Аристотеля есть результат действия двух сил — движущей силы и силы сопротивления, и притом обе силы внешни самому телу<sup>10</sup>, — кажется, решает вопрос. Отрицание Аристотелем наличия врожденного сопротивления (инертной массы) движущей (ускоряющей) силе явно содержится в «De caelo» (III, 2, 301b)<sup>11</sup>, где он показывает необходимость для каждого тела иметь определенный вес (или легкость) на основе фундаментальных законов своей динамики. Используя современную терминологию, можно сказать, что динамика Аристотеля является логически последовательной теорией движения либо в гравитационном поле, либо в сопротивляющейся среде: в случае движения в вакууме (существование которого Аристотель не признавал) и в отсутствии гравитации его теория нарушается, и это происходит благодаря отсутствию понятия динамической массы.

Отрицание Аристотелем возможности внутреннего, активного сопротивления материи движущей силе есть следствие его метафизического понимания материи, согласно которому ее характерной чертой должна быть способность испытывать воздействие, то есть быть движимой<sup>12</sup>. «Что касается материи, то она (qua matter) пассивна»<sup>13</sup>. Для наших целей нет необходимости обсуждать дальнейшее усложнение аристотелевой теории первичной и вто-

---

<sup>9</sup> Marshall Clagett, Giovanni Marliani and late medieval physics (Columbia University Press, New York, 1944), p. 125f.

<sup>10</sup> См. Max Jammer, Concepts of force (Harvard University Press, Cambridge, 1957), p. 39—40.

<sup>11</sup> Aristotle, On the heavens, trans. W. K. C. Guthrie (Loeb Classical Library; Harvard University Press, Cambridge, 1939), p. 279.

<sup>12</sup> Aristotle, De generatione et corruptione, II, 9, 335b.

<sup>13</sup> Ibid., 324b.

ричной материи <sup>14</sup>. Однако один аспект, который в самой аристотелевой теории материи оставлен неразработанным, заслуживает рассмотрения. Это — проблема соотношения между материей и величиной, особенно пространственной величиной, протяжением. Аристотель несколько раз характеризует материю как протяженное тело (*soma*). *Soma* в соответствии с нашим предыдущим обсуждением организмического характера аристотелевой физики обозначает только человеческое тело — либо мертвое (*cadaver*), как в «Илиаде» (3:23 и 7:79), либо живое, как у Гесиода в «Трудах и днях» (540) <sup>15</sup>. Аристотель употребляет этот термин в соответствии с определением, данным в «Физике»: «...согласно определению, тело есть то, что ограничено поверхностью» <sup>16</sup>, то есть в смысле геометрического объема трех измерений.

С другой стороны, многие высказывания Аристотеля, как, например, в «Метафизике» (VII, 3, 1029a), подтверждают, что первая материя не является телом и не имеет никакой величины: «Под материей я разумею то, что само по себе не обозначается ни как определенное по существу, ни как определенное по количеству, ни как обладающее каким-либо из других свойств, которыми бывает определено сущее» <sup>17</sup>. Симплиций был поставлен в тупик этим очевидным противоречием. «Если материя есть тело, — говорит он, — то она должна быть некоторым количеством (*poson*) и обладать величиной (*memegethysmenon*)» <sup>18</sup>. Кроме того, вывод Аристотелем существования материи из превращений четырех элементов как общего субстрата изменяющихся качеств горячего, холодного, влажного и сухого служили для Симплиция доказательством того, что материя Аристотеля телесна и протяженна. Пытаясь разрешить эту дилемму, он полагал, что первая материя непротяженна по существу, но посредством промежуточных

---

<sup>14</sup> См., например, Augustin Mansion, *Introduction à la physique Aristotélicienne* (Vrin, Louvain, Paris, 1945), chap. 5.

<sup>15</sup> Только начиная с Эмпедокла и атомистов этот термин принимает свое последнее, универсальное значение.

<sup>16</sup> Аристотель, *Физика*, III, 5, 204b. См. также «*De caelo*», I, 1, 268a; «*Метафизика*», V, 6, 1016b; «*Топика*», IV, 5, 142b.

<sup>17</sup> «*Dico autem materiam, quae per se ipsam neque quid neque quantum nec aliud quippiam dicitur, quibus ens determinatur*».

<sup>18</sup> «*Simplicii in Aristotelis Physicorum libros quattuor priores commentaria*» (Berlin, 1882), S. 229.

телесных форм может быть протяженной и, таким образом, становится нижележащим субстратом четырех элементов.

«Не можем ли мы поэтому допустить, что тело является двойственным. С одной стороны, оно существует в соответствии с формой и причиной и как очерченное посредством протяженностей. С другой стороны, оно характеризуется напряжениями и ослаблениями и неограниченностью бестелесной, сотворенной и интеллигибельной природы. Это не бытие, определенное тремя измерениями, но нечто совершенно исчезнувшее и рассеянное, всесторонне текущее из бытия в небытие. Имея в виду такую протяженность, мы должны допустить существование материи и телесной формы, которая измеряет и ограничивает бесконечную и неограниченную природу такой протяженности и которая останавливает все ее стремления уйти из бытия»<sup>19</sup>.

Критика Симплицием теории материи Аристотеля рассмотрена здесь с некоторой подробностью потому, что он ввел понятие телесной формы как выражение количества — идея чрезвычайно важная для средневековой философии. Необходимо также отметить, что нововведение Симплиция характеризует пространственное протяжение как первое и главное измеримое свойство материи. Подобно Симплицию, перипатетики позднее приняли пространственное протяжение как количественную меру материи. Существенным было первое определение тела, данное Евклидом во II книге его «Начал», которое считалось хорошо применимым не только в геометрии, но и в физике: «Тело есть то, что имеет длину, ширину и глубину»<sup>20</sup>.

Возникает, конечно, вопрос, имело ли это определение действительное значение также и для физики. Разумеется, поскольку дело касалось сравнения количеств одного и того же однородного материала. Но в то время редко возникала необходимость сравнивать различные вещества. Три рода явлений могли показать недостаточность этого подхода — эксперименты по столкновению или удару, центробежные эффекты и локальные вариации гравитационного притяжения. То, что действительно дало основу для динамического понятия массы, находилось вне сферы древней и средневековой науки.

Если для перипатетиков пространственное протяжение могло служить мерой количества материи, то платоники

<sup>19</sup> Ibid., S. 230.

<sup>20</sup> «Solidum est quod longitudinem et latitudinem et altitudinem habet».

и неоплатоники, конечно, не испытывали никакого затруднения в этом отношении. В отождествлении Платоном физических тел с миром геометрических форм в его фундаментальной идее геометризации физики геометрическое протяжение является одним и однородным инвариантом, который всегда и повсюду остается тем же самым <sup>21</sup>.

«Пусть бы кто, отлив из золота всевозможные фигуры, не переставал переливать их каждую во все остальные, а кто-нибудь другой, указывая на одну из них, спросил, что это такое: в видах истины гораздо безопаснее было бы сказать, что это золото, но не называть треугольник и всякие другие фигуры, как бы они действительно существовали, ибо в минуту их признания они уже меняют свою форму, и удовлетворяются хоть тем, если они могут принять безопасно понятие *такого*. То же скажем и о сущности, принимающей в себя все тела: ее надобно назвать всегда тождественною, потому что она ни в каком случае не выступает из своей природы. Она постоянно все в себя принимает и никогда, никаким образом и никакой не усваивает формы в уподоблении тому, что в нее входит; ибо назначение ее по природе в том, чтобы служить всему (принимающему образ) материалом, который получает движение и внешние формы от входящего, и под его действием представляется то таким, то другим» <sup>22</sup>.

Пространство как форма (the matrix) всех вещей неизменно и, следовательно, является для Платона надежным количественным индикатором.

Уже в античности сильной оппозицией этим идеям были возражения стоиков, подчеркивавшие различие между пространством и телом. Но каково же в действительности различие между ними? Ясно, утверждали они, что тело есть нечто большее, чем математическая протяженность, физика больше, чем геометрия. Не получаем ли мы понятие геометрической протяженности путем абстракции от физических тел? Ответ был найден в *антитипии*, то есть в сопротивлении тела механическому давлению, которое, согласно учению стоиков, предотвращает всеобщее смешение всех элементов <sup>23</sup>. Скептик Секст Эмпирик в не-

---

<sup>21</sup> J. B a s s f r e u n d, Über das Prinzip des Sinnlichen oder die Materie bei Plato (Leipzig, 1886), S. 48; J. S. K ö n i t z e r, Über Verhältnis, Form und Wesen der Elementarkörper in Platos Timaeus (New-Ruppin, 1846).

<sup>22</sup> П л а т о н, Тимей 50А.

<sup>23</sup> Ср. P l o t i n u s, Enneads, 6, 1, 26; S e x t u s E m p i r i c u s, Against the mathematicians, 10, 221; P l u t a r c h, Against Colotes, гл. 16, 1116D. Эпикур приписывает материи *antitypia* в противоположность *eixis* (отсутствие сопротивления) пустоты.

скольких местах характеризует физическое тело как нечто обладающее величиной, формой, сопротивлением и весом <sup>24</sup>. Первые два атрибута относятся к телу как геометрическому протяжению, а другие два атрибута составляют геометрическую основу физического тела. Однако во всех этих спекуляциях ни вес, ни сопротивление не рассматривались в качестве того, что можно назвать экстенсивной величиной, могущей быть использованной в качестве меры количества материи. Эти атрибуты, включая величину и форму, являются для древних философов, как неоднократно разъясняет Плотин <sup>25</sup>, скорее формами, а не субстратом, который воспринимает формы. Элементарная материя, материя в своем существе, не может быть описана количественным способом — в полную противоположность ньютоновской и современной физике, которые видят свою задачу в сведении качеств к количественным аспектам и которые не рассматривают количество как особого рода качество (или форму). Это фундаментальное отличие концептуальных воззрений древних мыслителей от воззрений современной науки объясняет отсутствие понятия *количества материи* в древности, тогда как в современной науке величина инертной массы — современная мера *количества материи* — играет весьма важную роль.

Кроме того, могут утверждать, что древнее понятие количества материи как применение формы является чем-то аналогичным воззрению современной физики. Как известно в настоящее время, каждое измерение предполагает взаимодействие между измеряемым объектом, с одной стороны, и регистрирующими аппаратами или приборами — с другой. Длина, продолжительность или масса в современной физике в противоположность классической (ньютоновской) физике не являются существенными свойствами упомянутого объекта, но представляют собой результат некоторых физических операций. Эти операции являются взаимодействиями либо сильными, как, например, при определении импульса элементарной частицы, либо слабыми, как, например, при определении температуры макроскопического тела. Следует добавить, что каждая измеряемая физическая величина должна вызывать некоторое физиче-

<sup>24</sup> *Sextus Empiricus*, *Against the mathematicians*, 1, 21; 10, 240, 257; 11, 226.

<sup>25</sup> *Plotinus*, *Enneads*, 3, 6, 17; 2, 4, 8.

ское действие, некоторый обмен энергией. Ньютоновская физика, в сущности, также содержит эту идею. Она требует, однако, двух важных допущений: 1) воздействие, производимое измерительным прибором на объект измерения, может быть (по крайней мере в принципе) сколь угодно малым, и это воздействие можно учесть; 2) определение длины и объема (так же как и временных интервалов) рассматривалось как свободное от такого взаимодействия благодаря тому, что пространственное протяжение и временная длительность трактовались как чисто геометрические, а не физические величины. Квантовая механика и теория относительности в современной физике устранили эти ограничения. Теперь если материя рассматривается как абсолютно пассивная, инертная и во всех отношениях как неактивный субстрат материального мира, то понятие количества материи в смысле измеримой характеристики физического объекта становится *contradictio in adjecto*. Пассивность материи не позволяет дать ей количественную оценку. Количественное определение материи для Платона и, как мы видели выше, для Симплиция есть результат введения формы; для современной физики это есть результат операций.

Отсутствие понятия количества материи в древней философии и науке — не считая практических методов определения объема и веса — не рассматривалось как противоречие общему утверждению принципа сохранения материи. Вопрос об экспериментальной проверке такого принципа, поставившего проблему состава, никогда не возникал, так как этот принцип рассматривался лишь в его космологических аспектах<sup>26</sup>. Принцип постоянства материи получил существенное обоснование в метафизике Демокрита: «Из ничего ничего не возникает, и ничто превращается в ничто»<sup>27</sup>. Подобным образом Плутарх цитирует Эмпедокла, приписывая ему:

---

<sup>26</sup> Аристотель обсуждает этот принцип только попутно и довольно неявно в том месте в «Физике» (I, 9, 192a), которое поставило в затруднение Симплиция; в другом месте (191b) он высказывает принцип «ex nihilo nihil fit» для абсолютно «несущего», но не в отношении случайно «не-сущего».

<sup>27</sup> Diogenes Laertius, De clarorum philosophorum vitis, (Paris, 1850), IX, 44, p. 283; «Nihil ex eo quod non sit fieri, neque in id quod haudquaquam sit corrumpi». Аристотель приписывает эту идею Анаксагору; см. «Физика», I, 4, 187a.

«Глупые! Мысль у них неглубокая,  
Если они думают, что может произойти то, чего не было сначала,  
Или что что-либо погибает и исчезает вполне»<sup>28</sup>.

Часто цитируемая формулировка принципа несотворимости материи есть известное утверждение Лукреция, которое представляет собой отправной пункт в его знаменитой философской поэме «О природе вещей»: «Из ничего не творится ничто по божественной воле»<sup>29</sup>. В качестве своего второго знаменитого принципа он утверждает неразрушимость материи: «На тела основные природа все разлагает опять и в ничто ничего не приводит»<sup>30</sup>. Применяя эти принципы к своему учению об атомах и пустоте, он говорит:

«И наконец, почему мы видим, что многие вещи  
Весом тяжелее других, по объему несколько не меньших?  
Ведь коль в клубке шерстяном содержится столько же тела,  
Сколько и в слитке свинца, то и весить он столько же должен,  
Ибо все книзу давить является признаком тела,  
Наоборот: пустота по природе своей невесома»<sup>31</sup>.

Приведенное здесь место из поэмы ясно показывает, что система понятий у Лукреция существенно отличается от аристотелианского образа мыслей. Прежде всего, в соответствии с допущением, что все атомы обладают весом<sup>32</sup>, последний не рассматривается больше как случайное свойство материи, но становится ее универсальным атрибутом. Во-первых, в приведенных стихах отмечается пропорциональность между количеством материи (*quantum corporis*), с одной стороны, и весом (*pendere*) — с другой. Таким образом, для Лукреция вес мог служить мерой количества материи, а принцип неразрушимости материи мог получить операциональную интерпретацию как принцип сохранения веса.

То, что такая идея имеет известное основание, можно убедиться из произведений Лукиана (125—180 гг. н. э.). В своей «Жизни Демонакса» (один из киников второго

<sup>28</sup> «Досократики», ч. II, Казань, 1915, стр. 180.

<sup>29</sup> Лукреций, О природе вещей, Изд. АН СССР, 1946, книга 1, стих 150, стр. 15.

<sup>30</sup> Там же, кн. 1, стих 210.

<sup>31</sup> Там же, стих 360.

<sup>32</sup> В настоящее время не все специалисты согласны с утверждением, что древний атомизм приписывал атомам вес как универсальное свойство материи.

столетия н. э.) Лукиан описывает острый ум Демонакса: «Он обычно свободно давал пронизательные ответы даже на те вопросы, которые считаются неразрешимыми. Некоторые пытались поставить его в глупое положение, спрашивая: «Если я сожгу сто фунтов дров, то сколько фунтов дыма я получу?»—«Взвесьте золу, все остальное будет дымом»<sup>33</sup>. Но эти идеи оставались, однако, изолированными утверждениями. В античности сохранение веса никогда в явном виде не выражалось в качестве научного принципа. И такого рода идеи в действительности никогда не служили основой для образования понятия количества материи в техническом смысле.

Могут, возможно, возразить, что эксперименты и теории в гидростатике — особенно те, которыми занимался Архимед, — должны были привести через понятия удельного веса и плотности к понятию массы. Что касается понятий плотности и разрежения, то можно показать, что эти понятия трактовались первоначально как изменяющиеся качества в значительной мере на том же основании, что и цвет, запах и другие свойства материи. Готифредус, Марсилий и Помпанатус в своих схоластических исследованиях процесса уплотнения и разрежения утверждали, что в этих явлениях первоначальные свойства разлагаются и возникают новые свойства, тогда как Скотист, Гервеус и Буридан настаивали на том, что здесь имеет место постепенное накопление новых свойств<sup>34</sup>. Нельзя положиться и на схоластические утверждения, подобные следующему: «*In raro parvum est de materia sub magnis dimensionibus, et in denso multum sub parvis*» («В разреженном состоянии бывает мало материи при больших размерах, и в сгущенном состоянии много при малых»). Понятие плотности в его точном определении как отношение массы к объему возникло сравнительно недавно и восходит к Леонарду Эйлеру. Понятие удельного веса как веса, отнесенного к стандарту воды, введено значительно раньше<sup>35</sup>; оно

<sup>33</sup> «The works of Lucian of Samosata», trans. H. W. Fowler and F. G. Fowler (Oxford University Press, London, 1905), vol. 3, p. 9.

<sup>34</sup> См. A n t o n i u s R u b i u s, De generatione et corruptione (commentary), Lyons, 1614, book 1, chap. 5, quaest. 2, number 26, 27.

<sup>35</sup> K. B. H o f m a n n, Kenntnisse der klassischen Völker von den physikalischen Eigenschaften des Wassers, «Sitzungsberichte der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien», 163, 17 (1909); E. O. von L i p p m a n n, Abhandlungen und Vorträge zur

было упомянуто в тринадцатом столетии в псевдоархимедовом трактате «De ponderibus», но употреблялось уже Абд ал-Рахманом ал-Мансуром ал-Кхазини (1120) в его «Книге весов мудрости»<sup>36</sup> и еще раньше Мухамедом ибн-Ахмад Аль-Бируни (873—1048) в его «Айн-Акбари»<sup>37</sup>.

Хотя идея удельного веса неявно содержалась в трактате Архимеда по гидростатике<sup>38</sup>, тем не менее этот термин никогда не употреблялся и не определялся Архимедом. Современные авторы учебников и популяризаторы науки часто приписывают Архимеду не только понятие удельного веса, но также понятие плотности. Эта ошибка, возможно, обусловлена следующей филологической неточностью. Греческий текст трактата Архимеда «О плавающих телах» стал известен только с 1899 года. До этого времени были в употреблении латинские переводы, такие, как переводы Вильяема из Мёрбеке (иногда приписываемый Тарталья), Барроу, Торелли<sup>39</sup>. В этих переводах архимедовский термин *onkos* (объем) переводился как *moles*, а последний интерпретировался как масса. Другая возможная причина этой ошибки состоит в том, что многие учебники по физике излагают принцип Архимеда непосредственно после рассмотрения фундаментальных понятий механики, в числе которых содержится понятие массы<sup>40</sup>. Витрувий в своем

---

*Geschichte der Naturwissenschaften*, Abh. 2 (Leipzig, 1913), S. 175; H. Schelenz, *Zur Geschichte der Volumgewichts-Ermittlung*, «*Chemiker Zeitung*», 39, 913 (1915).

<sup>36</sup> «*Kitab mizan al-hikma*» (1121—1122). Ср. N. K h a n i k o f f, *Analysis and extracts of the Book of the balance of wisdom*, «*Journal of the American Oriental Society*», 6, 1—128 (1859).

<sup>37</sup> J. J. C l e m e n t - M u l l e t, *Pesanteur spécifique de diverses substances minérales* (отрывки из «Айн-Акбари»), в: «*Journal Asiatique*», 11, 379—406 (1858). Ср. также E i l h a r d W i e d e m a n n, *Über die Kenntnisse der Muslime auf dem Gebiete der Mechanik und Hydrostatik*, «*Archiv für die Geschichte der Naturwissenschaften*», 2, 394—398 (1910).

<sup>38</sup> Архимед, *Сочинения*, М., 1962, стр. 329.

<sup>39</sup> W i l l i a m o f M o e r b e k e (с. 1215 — с. 1286), *De iis quae in humido vehuntur* (Bologna, 1565); I s a a c B a r r o w, *Archimedis opera* (London, 1675), p. 246; J. T o r e l l i, *Archimedis quae supersunt omnia* (Oxford, 1792).

<sup>40</sup> Например, Менденгал, Ив, Кейс и Саттон [C. E. M e n d e n h a l l, A. S. E v e, D. A. K e y s and R. M. S u t t o n, *College physics* (Heath, Boston, 1944), p. 116] начинают обсуждение принципа Архимеда следующими словами: «Пусть камень с массой *m* привязан к пружинным весам...»

трактате «Об архитектуре»<sup>41</sup> рассказывает хорошо известную историю открытия Архимедом его гидростатического принципа: «...Говорят, что он взял две массы такого же веса, как корона...» Здесь слово «масса» употребляется в смысле «кусок», «болванка», но не как научный термин в современном его значении. Это, возможно, является дополнительной причиной ошибочного приписывания Архимеду понятий плотности и массы.

Мы, таким образом, видим, что гидродинамика в древности, ее понятия и ее терминология не опровергают наш вывод о том, что в античности не было понятия массы ни в смысле количества материи, ни в смысле динамической массы\*.

---

<sup>41</sup> Marcus Vitruvius Pollio, *De architectura*, trans. F. Granger (Loeb Classical Library; Harvard University Press, Cambridge, 1934), vol. 2, p. 204—205.

## ПОНЯТИЕ ИНЕРЦИИ У НЕОПЛАТОНИКОВ

В философии Платона и его последователей, несомненно, присутствовал пифагорейский элемент, который привел к геометризации физики, к философскому отождествлению материи и пространства и, таким образом, к количественному определению материи посредством измерения объема или массы. Однако для научных и технических приложений эти выводы оказались неприменимыми. Последующее развитие науки не могло воспринять эти идеи, в особенности как основу для понятия массы.

Другое направление мысли, возникшее из объединения платонизма с иудейско-христианской философией в раннем средневековье, оказалось более важным для последующего развития данного понятия. С исторической точки зрения любопытен и до некоторой степени парадоксален процесс, который привел к тому, что в этом направлении мысли само углубление в духовную и нематериальную природу реальности породило идею, которая в дальнейшем развитии научного мышления образовала основу материалистической философии. Стремясь показать, что вся сила и жизнь имеют свой источник в интеллекте и божестве, неоплатонизм и иудейско-христианская философия низвели материю до совершенно пассивного «нечто» и наделили ее инерцией в смысле абсолютного отсутствия внутренней активности или формы. Аристотелевская идея лишенности (у самого Аристотеля это понятие нейтрального, безразличного) стала предикатом испорченности и унижения. Но именно это понятие инерции с возникновением классической механики в семнадцатом столетии и в результате постепенного устранения из него унижительного эмоционального значения стало основным критерием динамического поведения материи и, таким образом, основой для понятия инертной массы.

В противоположность стоикам, Плотин — ранний основатель неоплатонизма — проводит различие между материей и телом (телесностью). Тело для него есть нечто составное, и материя представляет собой его элемент<sup>1</sup>. В качестве нетелесно существующей материя есть не что иное, как только «воображение и фантом существования». Природа, рассматриваемая обычно как активность материи, в действительности представляет собой то, что, будучи добавленным к материи, придает ей субстанциальность. Типично неоплатоническая характеристика материи дана Платином в следующем высказывании:

«Материя — мимолетный пустяк, и таковы же вещи, которые выявляются в ней — они просто тени теней. Подобно тому как изображение в зеркале находится в одном месте, а предмет — в другом, так материя кажется полной, в то время как она пуста и ничего не содержит, хотя и кажется, что содержит все вещи. Копии и тени реальных вещей, которые проходят в ней и выходят из нее, проникают в нее, как в бесформенную тень. Они видимы в ней потому, что она не имеет никакой собственной формы; кажется, что они воздействуют на нее, но они ничего не производят, так как они немощны и слабы и не обладают никакой силой сопротивления. Но и материя не имеет никакой подобной силы; они идут сквозь нее как вода, не оставляя следа»<sup>2</sup>.

Материя здесь все еще матрица всех форм. Но к этому уже добавлена новая мысль: материальный субстрат физического существования, характеризуемый только своей пассивностью, становится наделенным протяжением посредством вторжения субстанциальных форм, о которых уже было упомянуто в связи с Симплицием. Прокл — другой значительный представитель неоплатонизма на Востоке — принимает учение Платина, но с одним важным видоизменением: пассивность, или инерция, материи простирается из ее протяженности. «Для материи характерно то, что в качестве тела она не сохраняет имеющуюся у нее разделенность, которая означает способность подвергаться воздействию, и эта способность имеет место в каждой ее части, вплоть до бесконечности»<sup>3</sup>.

<sup>1</sup> Plotinus, *Enneads* 3, book 6, chap. 7: «Est igitur (materia) incorporea, quoniam corpus posterius est atque compositum, et ipsa una cum alio complet corpus», «Plotini opera omnia», ed. G. F. Creutzer (Oxford, 1835), p. 566.

<sup>2</sup> Ibid.

<sup>3</sup> Proclus, *The elements of theology*, ed. E. R. Dodds (Oxford University Press, 1933), p. 75.

Таким образом, протяжение, согласно воззрениям Прокла, равнозначно неограниченной делимости. В силу этого нечто бесконечно делимое есть предмет внешней активности по отношению к бесконечному протяжению и, следовательно, пассивное по природе. Согласно Проклу, протяжение как делимость приводит, таким образом, к пассивности, или инерции.

Логический переход от пространственного протяжения к инерции (в смысле абсолютной пассивности) находит более явное выражение в философии так называемых «Братьев Чистоты», тайной философской и политической организации, основанной в Басре в конце десятого столетия. Их философия, весьма вероятно, испытала влияние неоплатонизма. Как стало известно, отдельные выдержки из произведений Плотина и Прокла достигли мусульман в качестве псевдоэпиграфических сочинений в арабском переводе в середине девятого столетия<sup>4</sup> и содействовали неоплатонизации Аристотеля в мусульманской философии. Платоновское отождествление материи с пространственным протяжением полностью воспринято «Братями Чистоты». Протяжение рассматривается как атрибут материи, который характеризует ее сущность. «Философы говорят: тело есть вещь, которая имеет длину, ширину и глубину. Вещь здесь относится к материи, т. е. к субстанции, а длина, ширина и глубина — к форме, посредством которой материя становится трехмерным телом»<sup>5</sup>. Однако имеется следующее важное нововведение: «Покой более соответствует понятию материи, чем движение, так как материя, хотя и имеет шесть сторон (т. е. три измерения), не может двигаться одновременно по всем шести направлениям; движение в одном направлении не имеет преимущества перед другими направлениями, поэтому неподвиж-

---

<sup>4</sup> Книги 4—6 (частично) платиновских «Энеид» были переведены на арабский язык Наимой ибн Абдалахом Абдал-Мезихом примерно в 840 г. и известны под названием «Теология Аристотеля». «Institutio theologica» Прокла (частично) послужила ядром «Liber de causis», которая была переведена на арабский язык примерно в 1850 г.

<sup>5</sup> См. Friedrich Dieterici, Die Lehre von der Weltseele, в: «Die Philosophie der Araber im 9. und 10. Jahrhundert», Band 8 (Leipzig, 1872), S. 127. См. также в той же серии «Die Naturanschauung und Naturphilosophie der Araber», Band 5 (Leipzig, 1876), S. 3; «Die Anthropologie», Band 7 (Leipzig, 1871), S. 21.

ность есть характеристика материи». Инерция материи как неподвижность является, таким образом, на основе принципа достаточного основания следствием ее пространственного протяжения.

К тому же выводу, хотя и на другом основании, пришел Габироль (Авенцеброль) — испанско-еврейский философ одиннадцатого столетия, которого вообще рассматривали как первого представителя неоплатонизма на Западе. Хотя, согласно Мунку<sup>6</sup>, Габироль, очевидно, непосредственно не был знаком с трудами Плотина и Прокла, нельзя отрицать<sup>7</sup> их влияние на его систему мышления. Так, для Габироля количество и в особенности пространственное протяжение противопоставляется активности и исключает какую бы то ни было активность. В своем «Fons vitae» он проводит различие между телесным и материальным, но в отличие от Плотина, для которого материя занимает самое низшее положение в уровнях существования, Габироль представляет себе материю как субстанцию, лежащую в основе всего существующего, за единственным исключением самого бога. Чем ниже располагается материя от ее самого высокого уровня — духа, тем более телесной она становится. Наинизший род материи — телесный мир — характеризуется пространственным протяжением и является инертным. «Количество избавляет субстанцию от обсуждения ее сущности благодаря ее массивности и периферийности»<sup>8</sup>. «Подобно тому как влага задерживает распространение огня, а облака — распространение света, так протяжение предотвращает всякую активность материи»<sup>9</sup>. Это соотношение между протяженностью и отсутствием активности, инерцией и неподвижностью проявляет себя, согласно Габиролю, в простом повседневном опыте: чем больше простран-

---

<sup>6</sup> S a l o m o n M u n k, *Mélanges de philosophie juive et arabe* (Paris, 1859), p. 240.

<sup>7</sup> M. J o ë l, *Ibn Gabirol's Bedeutung für die Geschichte der Philosophie*, «*Monatsschrift für die Geschichte und Wissenschaft des Judentums*», 6 (1857), перепечатано в: M. J o ë l, *Beiträge zur Geschichte der Philosophie* (Breslau, 1876).

<sup>8</sup> «Fons vitae», ed. Clemens Bäumker; «*Beiträge zur Geschichte der Philosophie des Mittelalters*», Band 3 (Münster, 1895), S. 198: «*Quantitas est prohibens ne substantia conferat suam essentiam, propter crassitudinem quantitatis et suam circumscriptionem*».

<sup>9</sup> *Ibid.*, Band 2, S. 41.

ственная протяженность объекта, тем он тяжелее; чем тяжелее объект, тем он менее подвижен <sup>10</sup>. Для философии Габироля происхождение инерции телесной материи было логическим следствием из ее наинизшего положения в иерархии бытия. Всякая активность для своего осуществления необходимо предполагает некоторый субагент, нечто, лежащее на более низком уровне, на что направлена эта активность. Так как телесная материя представляет собой существование наинизшего рода, она не может иметь никакого субстрата, на который могла бы действовать, и, таким образом, необходимо остается инертной.

Это низведение понятия материи до принципа недеятельности и инерции еще раньше встречается у Плотина <sup>11</sup> и особенно у Филона из Александрии. Для Филона материя является даже принципом греховности (*cheirōn ousia*) <sup>12</sup>, она лишена чистоты и поэтому никогда не может вступать в непосредственное соприкосновение с богом. Эта позиция, согласно которой следует опасаться материи, объясняет, почему Филон принимает совершенно небиблейское и нееврейское платоническое понятие несотворимости материи <sup>13</sup>.

Другого рода принижение материи, относящееся к современным Филону воззрениям, заключается в том, что материя рассматривается как лишенная красоты. Возможно, что раньше всех эту мысль высказал Плотин, для которого материя как вместительница формы сама с необходимостью бесформенна. Так как красоту может иметь только форма, материя безобразна, но не в смысле деформированного или лишённого фигуры бытия, а, скорее, в смысле бытия бесформенного и грубого <sup>14</sup>.

Хотя «Комментарии к „Тимею“» Кальцидия, оказавшие решающее влияние на раннюю философию Запада, содержали строго аристотелеву теорию материи, тем не

---

<sup>10</sup> Ibid. «Discipulus: Quod signum est quod quantitas substantiam in qua subsistit retinet a motu? Magister: Signum huius rei invenies in re manifesta, quia omne corpus, quanto magis accreverit eius quantitas, erit gravius ad movendum et ponderosius... quantitas est causa efficiens ponderositatis et prohibens a motu».

<sup>11</sup> P l o t i n u s, *Enneads*, 1, 8, 3; 6, 7, 28.

<sup>12</sup> «Philonis Judaei opera omnia» (Leipzig, 1828), «De creatione principum», 7.

<sup>13</sup> P h i l o, *De sacrificiis Abelis et Caim*,

<sup>14</sup> P l o t i n u s, *Enneads*, 1, 6, 2.

менее учение о материи в ранней патристике и схоластической философии было первоначально смесью неоплатонизма (преимущественно платиновского толка) и христианско-теологических элементов.

Вся средневековая философия рассматривает материю в платино-филоновском духе — как инертное, бесформенное, грубое бытие. Это обнаруживается при детальном изучении Беда Достопочтенного<sup>15</sup>, Алкуина<sup>16</sup>, Рабана Мавра<sup>17</sup>, Ремигиуса Ауксерского<sup>18</sup>, Ансельма Кентерберийского<sup>19</sup>, Гонория Августодуненсиса<sup>20</sup>, Гуго из собора св. Виктора<sup>21</sup>, Роберта Пуллюса<sup>22</sup>, Пьера Абеяра<sup>23</sup>, Петра Ломбардского<sup>24</sup>, Петра Пиктавена<sup>25</sup>, Петра Коместора<sup>26</sup> и Вильяма Кончского<sup>27</sup>.

Все это, конечно, могло бы слишком далеко завлечь нас в рассмотрении того, как платиновское понятие материи непрерывно проходит через эту многотомную литературу. Достаточно привести два примера, не упомянутых в только что приведенных ссылках. В трактате двенадцатого столетия, озаглавленном «*De mundi universitate libri duo*»<sup>28</sup> и приписываемом Бернару Шартрскому, но написанном, вероятно, Беренгаром Сильвестром Турским, материя рассматривается как бесформенная, инертная и беспорядочная масса элементов. Она подобна чудовищному

<sup>15</sup> «Hexaameron», book 1, «Opera omnia» J. P. Migne, Patrologia latina, vol. 91, p. 15A, B.

<sup>16</sup> «Interrogationes et responsiones in Genesin», Migne, vol. 100, p. 519 B.

<sup>17</sup> «Commentaria in Genesin», book 1, Migne, vol. 107, p. 446B.

<sup>18</sup> «Commentarius in Genesim», part 1, Migne, vol. 131, p. 55A, B.

<sup>19</sup> «Monologium», chap. 7, Migne, vol. 158, p. 153C, D.

<sup>20</sup> «Hexaameron», chap. 1, Migne, vol. 172, p. 225A.

<sup>21</sup> «Adnotationes elucidatoriae in Pentateuchon», chap. 5, Migne, vol. 175, p. 34B, C.

<sup>22</sup> «Sententiarum libri octo», book 2, chap. 1, Migne, vol. 186, p. 717D.

<sup>23</sup> «Expositio in Hexaameron», Migne, vol. 178, p. 733 C, 735 A.

<sup>24</sup> «Sententiarum libri quatuor», book 2, Migne, vol. 192, p. 675.

<sup>25</sup> «Sententiarum libri quinque», book 2, chap. 7, Migne, vol. 211, p. 958 C.

<sup>26</sup> «Historia libri Genesis» (Historia scholastica, chap. 1), Migne, vol. 198, p. 1055 B.

<sup>27</sup> «Elementa philosophiae», chap. 1.

<sup>28</sup> Book 2, chap. 1, verse 5: «Ecce, inquit, mundus, o natura, quem de antiquo seminario, quem vultu vetui, quem de massa confusionis excepi», «Bibliotheca philosophorum mediae aetatis», ed. C. S. Barch and J. Wrobel (Innsbruck, 1876), p. 33.

хаосу греков и безвидной и пустой Земле Библии <sup>29</sup>. Алан Инсулийский (XIII век) в своей энциклопедической поэме «Anticlaudian» описывает грубую природу «безобразной материи», говорит о ее «неприглядном виде» и «жалком уродстве», но также и о ее «стремлении к лучшему виду и к более приятному проявлению» <sup>30</sup>. Это как раз та характеристика материи, которую имел в виду Иоганн Кеплер — основатель нашего современного понятия инертной массы, когда он писал: «Все телесное вещество или материя во всем мире имеет то свойство, или, скорее, порок, что она слишком грузна и груба, чтобы двигаться из одного места в другое» <sup>31</sup>.

---

<sup>29</sup> Библия, Бытие, 1 : 2.

<sup>30</sup> Alanus ab Insulis (of Ryssel), *Anticlaudian* (Venice, 1582), 492B, 534D, 442B, 492C.

<sup>31</sup> Johannes Kepler, *Annotations to Aristotle's «De motu terrae»* (ex manuscriptis Pulkoviensibus), «Opera omnia», ed. C. Frisch (Frankfort and Erlangen), vol. 7 (1868), p. 746.

ПОНЯТИЕ КОЛИЧЕСТВА МАТЕРИИ  
В СРЕДНЕВЕКОВОМ МЫШЛЕНИИ

Формирование понятия количества материи в тринадцатом столетии внутренне связано с некоторыми схоластическими видоизменениями аристотелевой теории материи. Как мы уже видели, эта теория была до некоторой степени проблематичной и неопределенной в рамках оригинальных трудов самого Аристотеля.

Согласно Аристотелю и схоластам, бытие вообще разделялось на существующее в себе и существующее в другом. Последняя категория бытия была названа акциденцией. Таким образом, акциденция может существовать через другое или может быть причиной другого. Во втором случае она может быть названа формой. Процесс взаимного превращения элементов — например, превращение воды в воздух или воздуха в воду — в философии Аристотеля был процессом взаимной замены противоположностей (элементов). Но противоположности эти не могут просто обмениваться; одна противоположность может восстановиться только там, где разрушена другая. Само по себе разрушение, или разрушение вещи, не может вызвать возникновение другой вещи (новой противоположности). Следовательно, необходимо постулировать существование некоего субстрата, в котором может происходить этот обмен противоположностей.

Этот субстрат, образующий телесные объекты, или тела, не рассматривается как совершенно бесформенное в себе бытие. Он представляет собой уже нечто большее, чем бесформенная материя Плотина — недостойный объект неоплатонических и иудейско-христианских космологических спекуляций. Это есть комбинация первой материи и формы. Такая специфическая форма называлась, вообще говоря, телесной формой<sup>1</sup>. Таким образом, элементарная

---

<sup>1</sup> См. главу II, стр. 30 наст. изд.

материя — общий субстрат четырех элементов — являлась первой материей и телесной формой. Согласно Аристотелю, сама первая материя непротяженна, в то время как элементарная материя как субстанция элементов, естественно, должна рассматриваться как протяженная. Но тогда возникает вопрос: каково взаимоотношение между телесной формой и протяжением?

Средневековое мышление предложило несколько ответов на этот вопрос. Авиценна (Ибн Сина)<sup>2</sup> отождествлял телесную форму с предрасположением первой материи принимать пространственное протяжение или трехмерность. Согласно Газали (аль-Газали), телесная форма есть связность или массивность<sup>3</sup> материи, и эта форма образует только основу трехмерности<sup>4</sup> материи. Для Аверроэса (Ибн Рошд) телесная форма является не определенной трехмерностью — протяжением как таковым в трехмерном пространстве, но неизменяющейся и измеримой трехмерностью, на которую он обычно ссылается как на «определенную трехмерность». Определенная измеримость акцидентальна; она есть способность бытия увеличиваться или уменьшаться; неопределенная измеримость есть форма, существенная для материи.

Аверроэс подчеркивает важность этого различия в своем трактате «О субстанции небесной сферы»<sup>5</sup>. Исследуя материю и форму небесных тел, Аверроэс принимает положение Аристотеля, что индивидуальное различие в существах реализуется в материи посредством формы<sup>6</sup>. Но Аверроэс

---

<sup>2</sup> «Die Metaphysik Avicennas», ed. and trans. M. Horten (Halle and New York, 1907), part. 2, «Die Substanz», chap. 2, p. 100. Отождествление телесной формы со стремлением к трехмерности, выдвинутое Авиценой, было воспринято Ибн Туфейлем, Хаваризми, Горгани и Фаруки.

<sup>3</sup> Массивность — термин, употребленный Вольфсоном в связи с понятием телесной формы у Газали — является точным переводом слова *itsal*, если вспомнить значение слова *massa* (=paste). См. H. A. Wolfson, *Crescas' critique of Aristotle* (Harvard University Press, Cambridge, 1929), p. 101.

<sup>4</sup> *Al-Ghazali, Maqasid al falacifa*, ed. G. Beer (Leiden, 1888).

<sup>5</sup> *Averroes, Sermo de substantia orbis*. Закончено около 1178 г. Оригинал арабского текста утерян. В 1953 г. опубликован перевод на еврейском языке, сделанный Артуром Гайманом («Ma'amar be'ezem ha-galgal», Harvard University, 1953).

<sup>6</sup> См. Aristotle, *Parts of animals*, I, 3, 643a.

добавляет, что само существование различных объектов одной и той же субстанциальной формы предполагает делимость материи. Первоматерия поэтому независимо от субстанциальной формы должна быть наделена делимостью, или количеством<sup>7</sup>.

Мозес Нарбоннский в комментариях к трактату Аверроэса следующим образом пересказывает возражения Аверроэса на утверждения Авиценны и Газали:

«Авиценна полагает, что тело — это термин, применяемый к субстанциальности, которая обладает возможностью того, что три неопределенных измерения... фиксируются в ней. Именно это он понимает под вещественностью, которая является первой формой, существующей в материи, еще неразличимой посредством какой-либо другой формы. Эта вещественность не происходит из природы протяжения, которое может изменяться, увеличиваться и уменьшаться, как, например, в случае трехмерного воска, который изменяется под влиянием внешних воздействий, или в случае воздуха, который уменьшается (в количестве). Все тела обычно имеют вещественную форму, и поэтому говорят, что каждое является телом. Они различаются благодаря специфическим формам, из-за которых их называют особыми телами. Вещественная форма не идентична сцеплению, так как тело может быть разделено и тем не менее остается телом... Отсюда ясно, что Авиценна допускает различие между вещественной формой и протяженностью и вещественная форма не является сцеплением, как думает Газали, а сцепление в свою очередь не является существенно необходимым для ее природы. Но вещественная форма есть нечто другое, так как первоматерия не устраняет ее, в то время как протяженность изменяется, увеличивается и уменьшается...

Но Аверроэс возражает против этого, утверждая, что протяженности являются вещественной формой и что первоматерия не устраняет, но только удаляет их границу и их пределы и они становятся определенными протяженностями. Так как протяженности увеличиваются и уменьшаются, сами по себе они не изменяются»<sup>8</sup>.

Эта полемика относительно природы вещественной формы важна для нас по нескольким причинам. Во-первых, она выражает общую тенденцию поисков чего-то такого, что характеризует сущность материи и тем не менее отличается от пространственного протяжения. Во-вторых, понятие неопределенных протяженностей у Аверроэса,

<sup>7</sup> «Quoniam si non haberet dimensionem, non reciperet insimul formas diversas numero, nec formas diversas specie, sed in eodem tempore non inveniretur nisi una forma» (см. сноску 5).

<sup>8</sup> Moses ben Joshua of Narbonne, Commentary to the Hebrew text of «De substantia orbis», quoted from A. Hyman, p. 218 (см. сноску 5).

правда в несколько измененном виде, становится важным элементом в определении понятия *количества материи* — первого явного определения понятия массы. Наконец, в-третьих, Аверроэс в своей критике понятия вещественной формы у Авиценны утверждает, что субстанция, согласно Авиценне, уже должна обладать актуальной формой и, таким образом, должна быть актуальным бытием (без добавления других форм). Этот вывод, однако, противоречил бы тезису Аристотеля, согласно которому элементы не возникают из актуального бытия. Аверроэс, далее, утверждает, что если бы Авиценна интерпретировал телесную форму просто как способность первоматерии к естественному движению и просто как тенденцию двигаться к своему естественному месту, тогда его теория стала бы последовательной и ее можно было бы принять<sup>9</sup>.

Это утверждение, несмотря на то что оно сделано Аверроэсом более или менее случайным образом, является весьма примечательным. Оно намекает на возможность представить себе сущность материи в ее динамическом поведении. С исторической точки зрения оно представляет собой самое первое, хотя еще и весьма неопределенное, выражение динамического понятия массы\*. Однако для времени, непосредственно следующего за Аверроэсом, его понятие неопределенных протяженностей имело весьма важное значение.

Новый толчок пришел со стороны теологических спекуляций. Как мы уже показали в историческом анализе другого основного понятия физики<sup>10</sup>, теологические рассуждения и схоластические размышления имели решающее влияние на формирование научных понятий. Проблема веры, откровения, причинности и в особенности задача примирения эсхатологической и чудотворной традиции с рациональным мышлением были важными факторами в этом отношении.

Для понятий материи и массы были важны следующие три теологических предмета обсуждения: творение, смерть и пресуществление. Они соответствовали натурфилософским проблемам возникновения, аннигиляции и трансму-

<sup>9</sup> «Die Epitome der Metaphysik», übers. S. Van Den Bergh (Leiden, 1924), S. 63—67.

<sup>10</sup> См. M a x J a m m e r, Concepts of space, p. 25—50.

тадии материи и, следовательно, имели также отношение к принципу сохранения материи в его первоначальной метафизической форме.

«Материя не может возникать и не может уничтожаться, так как все, что возникает, возникает из материи, а все, что исчезает, исчезает в материю»<sup>11</sup>. Это утверждение есть схоластический вариант принципа сохранения материи. Однако должен возникнуть вопрос, как согласовать этот принцип с догмой о божественном творении мира. Проблема была решена ограничением применимости принципа областью самого сотворенного мира: «Ничто сотворенное не может творить материю»<sup>12</sup>.

Другой, возможно, более сложный пример этой теологико-научной связи заключается в проблеме, вызванной следующим местом из Библии: «И навел Господь Бог на человека крепкий сон; и когда он уснул, взял одно из ребер его и закрыл то место плотию. И создал Господь Бог из ребра, взятого у человека, жену и привел ее к человеку» (Бытие, 2 : 21, 22). Сотворение Евы в связи с принципом сохранения материи ставит натурфилософскую проблему. Вильям Конческий<sup>13</sup> уже имеет дело с этой проблемой, а Эгидий Римский обсуждает результаты, формулируя вопрос: «Возможно ли было создать Еву из ребра Адама без добавления материи?»<sup>14</sup>

Что касается второй теологической темы, а именно смерти, то принцип сохранения материи, казалось, часто служил рациональным обоснованием веры в воскрешение тела. Тацян, апологет христианства второго столетия, провозгласил, что, хотя его тело может быть сожжено, тем не менее Вселенная сохранит материю его тела в форме пепла<sup>15</sup>. Тертуллиан в своем трактате «О воскрешении

<sup>11</sup> «De natura materiae», chap. 1, art. 6, в: «Textus philosophici Friburgenses», № 3, ed. Joseph M. Wyss (Louvain and Fribourg, 1953): «Materia non est generabilis nec corruptibilis, quia omne quod generatur, generatur ex materia, et quod corrumpitur, corrumpitur in materiam». В противоположность Виссу М. Грабманн приписывает этот текст св. Фоме.

<sup>12</sup> Ibid., art 13: «Creatura igitur materiam creare non potest».

<sup>13</sup> William of Conches, *Dragmaticon philosophiae* (Dialogus de substantiis physicis), Straasburg, 1567.

<sup>14</sup> «Quodlibet», book 2, question 11: «Utrum de costa Adae sine additione materiae potuerit fieri Eva?»

<sup>15</sup> T a t i a n, *Address to the Greeks* (Oratio ad Graecos), ed. E. Schwartz (Leipzig, 1888), 6, 6; см. Migne, Series Graeca, vol. 6.

тела»<sup>16</sup>, написанном в начале третьего столетия нашей эры, из неуничтожимости материи выводит возможность восстановления тела после смерти.

Наконец, третья теологическая тема — догма пресуществления. В какой мере эта догма существенна для понятия воскресения — Игнатий называл хлеб евхаристии «лекарством бессмертия и противоядием против смерти»<sup>17</sup>, — этот вопрос не имеет специального значения для обсуждения нашей проблемы. Здесь важно только показать, как из анализа понятий, относящихся к пресуществлению хлеба евхаристии, возникает идея *количества материи*.

В ранний период развития церкви понятие евхаристии было неясным и неопределенным. В девятом столетии был написан первый систематический трактат по евхаристии «О теле и крови бога»<sup>18</sup> французским монахом Пасхазием Радбертусом. Пасхазий настаивает на том, что хлеб и вино превращаются в тело и кровь Христа благодаря святости, и это превращение недоступно чувствам. С того времени философско-теологическое значение евхаристии и других употребляемых здесь понятий постепенно уточнялось вплоть до полного их принятия Четвертым собором в 1215 году. Схоластическая теология должна была столкнуться с проблемой, как согласовать учение Аристотеля о субстанции и акциденциях с христианской догмой пресуществления<sup>19</sup>, согласно которой вся субстанция хлеба превращается в тело Христа и вся субстанция вина — в кровь, в то время как акциденции (свойства) хлеба и вина остаются сами по себе. Петр Ломбардский<sup>20</sup>

---

<sup>16</sup> Quintus Septimus Florens Tertullianus, Liber de resurrectione carnis, chap. 11; Migne, Series Latina, vol. 2, p. 809.

<sup>17</sup> Ignatius, Epistles to the Ephesians, 20. «Pharmacum immortalitatis, antidotum non moriendi»; Migne, Patrologia Graeca, vol. 5, p. 755.

<sup>18</sup> Paschasius Radbertus, De corpore et sanguine domini (около 831); см. La Bigne, Bibliotheca veterum patrum, vol. 6 (Paris, 1609); Migne, vol. 120, p. 1255—1350.

<sup>19</sup> Термин «пресуществление» («transubstantiation») появился, вероятно, первоначально в «Exposition of the Canon of the Mass», приписываемой Петру Дамiani, около 1072 г.

<sup>20</sup> Petrus Lombardus, Sententiarum libri quatuor, book 4, distinction 11 («Quomodo fiat ista conversio»); см. Migne, Series Latina, vol. 192, p. 1096.

еще не ставит вопроса относительно онтологической трактовки субстанции и акциденций в евхаристии. Александр Галесский, первый теолог, включивший в свое учение не только логику, но и физику Аристотеля, отвергает идею пресуществления (то есть *допущение*, что Христос превращает хлеб и вино в свое тело), или идею аннигиляции субстанции, и говорит о переходе<sup>21</sup>; постоянство акциденций представляется ему чудом. Оставалось совершенно непонятным, как эти акциденции, подобные весу, плотности, цвету, запаху жертвы, которые в качестве акциденций не имеют никакого независимого существования, могут продолжаться существовать? Рациональный ответ на этот вопрос казался Александру невозможным.

Однако Фома Аквинский пытался продвинуть решение этой проблемы. В третьей части «Комментариев к книге сентенций Петра Ломбардского»<sup>22</sup> Фома — первоначально с оговорками — употребляет понятие Аверроэса о неопределенных протяженностях. В последующих разделах тех же «Комментариев»<sup>23</sup> он как будто полностью принимает учение Аверроэса об определенных и неопределенных протяженностях и, наконец, в своем объяснении воскрешения<sup>24</sup> употребляет эти понятия без всяких оговорок.

В трактате «Изложение книги Боэция о троице»<sup>25</sup> Фома ссылается на понятие неопределенных протяженностей как на основу для принципа индивидуализации. Наконец, в своем главном сочинении «Summa theologica» он использует понятие Аверроэса для решения проблемы пресуществления. В третьей части этого сочинения (вопрос 77, пункт 1) он доказывает сначала, что акциденции

---

<sup>21</sup> Alexander Halesius, *Summa universae theologiae* (Venice, 1575), book 4, ques. 38.

<sup>22</sup> «Commentaria in IV librum sententiarum magist. Petri Lombardi», distinctio 3, questio 1, articulus 4, в: «Sancti Thomae Aquinatis Opera Omnia», vol. 6 (Parma, 1857), p. 415.

<sup>23</sup> «Non enim una pars materiae diversas formas oppositas et disparatas simul recipere potest. Sed impossibile est in materia intelligere diversas partes, nisi praeintelligatur in materia quantitas dimensiva ad minus interminata»; Distinctio 12, qu. 1, art. 1: «Utrum accidentia sine subjecto esse Deus facere possit»; *Ibid.*, p. 653—655.

<sup>24</sup> Distinctio, 44, ques. 1, art. 1, p. 1075.

<sup>25</sup> «Sancti Thomae de Aquino Expositio super Librum Boethii de Trinitate», ed. B. Becker (Leiden, 1955), p. 143, ques. 4, art. 2.

в евхаристическом причастии остаются без субъекта <sup>26</sup>, а в пункте 2 он критически ставит вопрос: «Является ли в этом причастии протяженное количество хлеба и вина субъектом других акциденций?» <sup>27</sup>. На этот вопрос дается следующий ответ: «За исключением протяженной величины, все акциденции, которые остаются в причастии, не находятся в субстанции, но находятся в протяженной величине хлеба и вина как в субъекте» <sup>28</sup>.

Решение Фомой Аквинским проблемы пресуществления ведет к некоторой неопределенности и расплывчатости в употреблении термина «акциденция», а также к затуманиванию аверроистического различия между неопределенными и определенными протяженностями. Не существует больше действительной принадлежности субъекту, акциденции освященной жертвы не присущи субстанции. Акциденцию характеризует лишь ее склонность быть чему-либо присущей. Эта уловка в определении способствует постепенно развивающейся трактовке акциденций как независимых реальностей. В истории номинализма этот процесс ведет к важному результату, а именно понятие акциденции без субъекта, которому она присуща, не приводит ни к какому противоречию <sup>29</sup>.

Учитывая все сказанное, мы теперь можем понять, каким образом Эгидий Римский <sup>30</sup>, ученик Фомы Аквинского, образовал понятие *количества материи* как меры

---

<sup>26</sup> «S. Thomae Aquinatis Summa Theologica», vol. 5 (Tourin, 1886), p. 139.

<sup>27</sup> Ibid.

<sup>28</sup> Ibid.

<sup>29</sup> См., например, теорию акциденций Николая из Отрекура. J. M a r é c h a l, Point de départ de la métaphysique (Paris, 1944), vol. 1, p. 172; T. L a p p e, Beiträge zur Geschichte der Philosophie des Mittelalters, Band. 6, Teil 2 (Münster, 1908), S. 29—30. Зависимость акциденций от субстрата обсуждали также мутазилиты Абу-ль-Худхаил и Аль-Юба-и-Аль-Сахили [«Maqasid al-falasifa», ed. Ritter (Istanbul, 1929—1930), p. 310—312 («Maqalat al-Islamiyyin wa'khtilaf al-Musallin)]. См. также al-Y u w a y m i, Al-Irshad, ed. Luciani (Paris, 1938), p. 13. Подобный процесс придания реальности акциденциям, независимым от субстрата, можно усмотреть и в наше время в отказе Эйнштейна от эфира, что привело к приписыванию «пустому пространству» по крайней мере трех «акциденций» — скорости  $3 \cdot 10^{10}$  см/сек, удельного сопротивления 377 ом и средней кривизны, пока еще не измеренной точно.

<sup>30</sup> См. N. M a t t i o l i, Studio critico sopra Egidio Romano, Antologia Agostiana (Rome, 1896), vol. 1.

массы или материи, независимое от определения объема или веса <sup>31</sup>.

Отправной пункт для Эгидия, как разъяснено в 44-й теореме его «Теорем о теле Христа» <sup>32</sup>, есть томистическая проблема сохранения акциденций в евхаристической жертве, в особенности акциденций уплотнения и разрежения. Объяснение, даваемое Фомой Аквинским того, что количество берется в качестве субъекта для этих акциденций, не является для Эгидия удовлетворительным. В случае например, конденсации (то есть воспринимаемого увеличения плотности) это изменение само является количественным, и количество как изменяющееся количество не может быть акцидентом количества как субъекта, подвергающегося изменению. Трудности устраняются, если допустить, что речь идет не об одном и том же количестве. Другими словами, если мы допустим, что существуют два различного рода количества, тогда один род может содержать в себе (в качестве субъекта) изменения другого рода (в качестве акциденций); в этом случае не возникает никакой логической непоследовательности. Эта теория «двойных величин» объясняет, таким образом, конденсацию — даже в отсутствии субстанции — как отношение двух количеств, которые названы определенными и неопределенными величинами. При этом первые величины соответствуют объему, вторые — тому, что позднее было названо *количеством материи*.

«Необходимо понять, что в материи хлеба и вина, как и во всей земной материи, имеется два количества и два рода величин: определенные и неопределенные величины. Различию материи по количеству соответствует различие по объему... Если можно показать, что нет такого количества, при котором материя занимала бы определенный объем, и если мы можем установить, что величина количества материи предшествует ее объемной величине и в величине первого рода (как в субъекте) заключена величина второго рода, тогда легко...» <sup>33</sup> решить проблему пресуществления.

<sup>31</sup> Список произведений Эгидия см. в: G. Boffito, *Saggio di bibliographica Aegidiana* (Florence, 1911), а о понятии количества материи у Эгидия см. Anneliese Maier, *Die Vorläufer Galileis im 14. Jahrhundert* (Storia e Letteratura, Rome, 1949).

<sup>32</sup> Aegidius Romanus, *Theoremata de Corpore Christi* (completed 1276); ср. E. Hoesedez, *Richard de Middleton* (Louvain, 1925), p. 460.

<sup>33</sup> «Notandum ergo, quod in materia panis et vini et in materia omnium generabilium et corruptibilium est duplex quantitas et duplex genus dimensionum. Sunt enim ibi dimensiones determinatae et indeterminatae: est enim materia generabilium et corruptibilium

Таким образом, Эгидий принимает терминологию Аверроэса и говорит об определенных и неопределенных величинах, но значение этих терминов у него несколько другое: *dimensiones indeterminatae* означает теперь *количество материи*, а *dimensiones determinatae* — объем, количественно измеримый и пространственно определенный. Это различие, поясняет Эгидий, следует из того, что изменение одной величины не предполагает изменения другой, как, например, в случае разрежения, когда определенная величина растет, а количество материи остается неизменным. Их существенная разнородность, утверждает он, следует также из того факта, что внешний агент может действовать один, без участия другого, как, например, в упомянутом случае расширения объема под действием силы. В самом деле, в соответствии с принципом сохранения материи не существует никакой природной силы, которая могла бы воздействовать на неопределенные величины.

Эгидий считал необходимым настаивать на онтологическом первенстве неопределенных величин. Это служило ему для объяснения сгущения и разрежения хлеба евхаристии, так как, с его точки зрения, неопределенная величина выступает в роли субъекта для определенных величин или, если употреблять более современную терминологию, масса (как количество материи) является носителем пространственного протяжения. Интересно заметить, что в противоположность картезианской физике классическая механика семнадцатого столетия полностью восприняла эту точку зрения, хотя и на другой основе. Фундаментальным понятием ньютоновской физики является понятие массы частицы (без пространственного протяжения), а не понятие элементарного объема без массы!\*

*tanta et tanta et occupat tantum et tantum locum... Si ergo ostendere poterimus quod non est eadem quantitas per quam materia est tanta et per quam occupat tantum locum, et rursum, si poterimus declarare quod quantitas illa, per quam res est materia tanta, praecedit quantitatem illam, per quam materia occupat tantum locum, et quod in prima quantitate... tamquam in subiecto fundatur alia quantitas... facile erit...» Proposition 44, «Theoremata de Corpore Christi» [42 leaves; Balthasar de Hyrubia (Rubbera), Bologna, 1481], Boston Medical Library, Boston, Mass. Эгидий поясняет эти доводы в своих комментариях к восьмой книге «Физики» Аристотеля (1277) («Commentaria in octo libros phisicorum Aristoteles») IV, 9, и в своих «Метафизических вопросах» (Metaphysicales quaestiones), кн. 8, вопрос 5,*

Эгидий, таким образом, постулирует наличие новой количественной меры материи, которая отличается от измерения через объем. Едва ли нужно упоминать, что понятие веса в натурфилософии Эгидия, развивающейся еще в аристотелианской манере, не может играть роль такой меры. Нововведением Эгидия явилось совершенно новое понятие величины в современном специальном смысле этого слова. А. Майер называет это понятие, «несомненно, одной из наиболее современных идей в схоластической натурфилософии»<sup>34</sup>. И однако, несмотря на ясное изложение Эгидием своих идей, его нововведение не получило широкого признания среди схоластов. После 1289 года Эгидий сам отказался от своих идей относительно нового понятия количества материи. В своем «Quodlibet»<sup>35</sup> он решительно отказывается от своих прежних утверждений и рассматривает неопределенные величины в соответствии с Аверроэсом как то, в силу чего материя занимает пространство, а определенные величины — как то, в силу чего материя занимает определенное пространство или объем. Ни его современники, ни его последователи не восприняли нововведения. Если оно вообще и упоминается, то главным образом с целью опровержения. Так, Фома Саттонский, представитель английской томистической школы, в конце тринадцатого столетия критикует теорию Эгидия в «Quodlibet» и провозглашает существенную идентичность двух величин<sup>36</sup>. Годфри Фонтанеский, который пользовался большой популярностью в средние века, ссылается в своем «Quodlibet» (XI) на решение Эгидием евхаристической проблемы, но в конечном счете допускает существование только одной величины у материи, которая зависит от плотности субстанции. Таким образом, понятие, которое благодаря отсутствию у него операционального значения, во всяком случае, обнаружило бы неприемлемость для современной науки; оно просуществовало очень недолго. Нововведение Эгидия было, однако, первым явным определением нового количественного аспекта материи, и как таковое оно важно для исторического исследования понятия массы\*.

---

<sup>34</sup> A n n e l i e s e M a i e r, Die Vorläufer Galileis im 14. Jahrhundert, S. 46.

<sup>35</sup> «Aegidii Columnae Romani quodlibeta», ed. De Coninck (Louvain, 1646), IV, 1.

<sup>36</sup> «Quodlibet» II, question 18,

## ФОРМИРОВАНИЕ ПОНЯТИЯ ИНЕРТНОЙ МАССЫ

Понятие количества материи продолжало играть немаловажную роль в средневековой науке, хотя оно и редко удостоивалось точного определения. Например, теория импульса, развитая Буриданом и его школой в четырнадцатом столетии, требует понятия количества материи для того, чтобы описать экспериментальный факт, состоящий в том, что действие одной и той же силы вызывает различные движения, заставляя камень двигаться дальше, чем перо или кусок железа, дальше, чем кусок дерева того же размера. Объяснение, выдвинутое Буриданом, исходит из допущения, что

«...причина этого заключается в том, что вместилище всех форм и природных особенностей находится в материи и обуславливается материей. Следовательно, чем больше имеется материи, тем больше импульс может получить тело и большей интенсивности. В плотном и тяжелом теле при прочих равных условиях имеется больше перво-материи, чем в разреженном и легком»<sup>1</sup>.

Идея Буридана о пропорциональности между импульсом и количеством материи согласуется с общим правилом количественного соответствия между формой и материей<sup>2</sup>. Это правило рассматривается как применимое не только к субстанциальным формам, но также и к силам и вообще к таким величинам, как импульс, теплота, холод, сухость. Буридан поясняет, что бóльшая способность к импульсу у бóльшего вращающегося мельничного колеса служит при прочих равных условиях причиной более трудной

<sup>1</sup> Buridan, *Quaestiones super octo libros Physicorum*, book 8, question 12 (Paris, 1509); английский перевод 12-го вопроса в кн.: Marshall Clagett, *The science of mechanics in the Middle Ages* (University of Wisconsin Press, Madison, 1959), документ 8 (2), p. 535.

<sup>2</sup> «Forma multiplicatur et dividitur secundum multiplicationem et divisionem materiae in qua est». Буридан ссылается на эту пропорциональность еще раз в книге 7 своих комментариев по физике, вопросы 7 и 8 (см. сноску 1).

остановки его движения, чем у меньшего колеса. Согласно Буридану и его школе, количество материи, представленное в теле, существенно определяет сопротивление, которое оказывает физический объект движущей силе. Хотя здесь сопротивление все еще, как и у Аристотеля, рассматривается как реальная сила, все же эта теория импульса поразительно близко подходит к понятию инертной массы. Однако импульс еще не был количеством движения, а сопротивление еще не было инерцией.

Подобный пример неявного признания количества материи в связи с теорией импульса можно найти в «Вопросах по восьмой книге физики Аристотеля» Альберта Саксонского<sup>3</sup> и в «Трактате о небе и мире» Николая Орезмского<sup>4</sup>.

Другим предметом, естественно требовавшим применения нашего понятия, была проблема разрежения и плотности, которая сама по себе и независимо от ее использования в теологии продолжала привлекать внимание средневековой науки. Так, Ричард Свайнсхед уделил значительное место вопросу разрежения и уплотнения в своей «Книге исчислений». «Вещь уменьшает свою плотность пропорционально отношению ее величины к ее материи и увеличивает свою плотность согласно отношению ее материи к ее величине»<sup>5</sup>. В следующем высказывании можно усмотреть предвосхищение или аналогию с уравнением непрерывности в классической теории поля:

«Если два тела имеют разные размеры и различную плотность и отношение величины более плотного тела к величине другого меньше, чем отношение их соответствующих плотностей, если они приобретают или теряют плотность с равной скоростью, то более плотное тело будет терять или приобретать величину более медленно, чем разреженное тело»<sup>6</sup>.

Линн Торндайк в статье об «Анонимном трактате из шести книг по метафизике и натурфилософии»<sup>7</sup>, написан-

<sup>3</sup> Albertus de Saxonia, *Quaestiones super octo libros Physicorum* (Venice, 1500?).

<sup>4</sup> Nicole Oresme, *Le livre du ciel et du monde*, ed. A. D. Menut and A. J. Denomy, «*Mediaeval studies*», vols. 3—5 (Toronto 1941—1943).

<sup>5</sup> Richard Swineshead, *Liber calculationum* (Padua, 1477), fol. 17r. Цит. по: Lynn Thorndike, *A history of magic and experimental science*, vols. 3 (Columbia University Press, New York, 1934), p. 378.

<sup>6</sup> *Ibid.*, fol. 21v.

<sup>7</sup> «*Philosophical Review*», 11, 317—340 (1931).

ном в четырнадцатом столетии, замечает, что «нечто приближающееся к понятию массы, кажется, содержится в утверждении, что многие древние и современные (ученые) различают *непрерывное количество, или вес, и определенное количество*».

Эти примеры показывают, что еще до возникновения классической механики в шестнадцатом и восемнадцатом столетиях понятие количества материи было необходимым для формулировки физических законов. Но хотя эта необходимость сильно ощущалась, тем не менее само это понятие было еще неопределенным и туманным. Даже итальянская философия естествознания эпохи Возрождения, которая в целом внесла важный вклад в систему понятий современной науки, удивительно мало сделала для разъяснения этой ситуации. Галилей, например, в сочинении «Пробирщик», излагая свою философию науки, замечает:

«Как только я представляю себе какую-либо материальную или телесную субстанцию, я сразу же чувствую необходимость мыслить ее как ограниченную, имеющую ту или иную форму, как большую или малую в отношении к другим вещам и находящуюся в некотором определенном месте и в некоторое данное время; как существующую в движении или в покое; как соприкасающуюся или не соприкасающуюся с другими телами; как существующую в виде одной, нескольких или многих. Я не могу отделить субстанцию от этих условий, как бы ни напрягал свое воображение»<sup>8</sup>.

Галилей перечисляет здесь первичные свойства материи: форму, размер, местоположение, соприкосновение, число, движение. Все эти свойства являются геометрическими (форма, размер, местоположение, соприкосновение), арифметическими (число) или кинематическими (движение). В этом списке совершенно отсутствует указание на какой-либо негеометрико-временной аспект материи. Только Эвангелиста Торричелли — долгое время спустя после разъяснения понятия массы Кеплером — добавляет массу в качестве величины, характеризующей первичные свойства материи. Сантиллана в интересном примечании к изданию «Диалогов о главнейших системах мира»<sup>9</sup>

<sup>8</sup> «Discoveries and opinions of Galileo», trans. Stillman Drake (Doubleday, New York, 1957), p. 274.

<sup>9</sup> Galileo Galilei, Dialogue on the great world systems, ed. Giorgio de Santillana (University of Chicago Press, Chicago, 1953), p. 252.

Галилея описывает воззрения Галилея на массу следующим образом.

«Таким образом, имеются математические свойства, присущие материи. Но масса, несмотря на то что она поддается математическому выражению, не является одним из таких свойств, так как она представляет собой лишь другое название для самой материи и позволяет отличать материю от абстрактной материи, которая геометрична. Физическая реальность и масса — это два названия для одной и той же вещи, которая обладает движением, в то время как геометрические формы не обладают им. Следовательно, масса не может быть определена в терминах чего-либо другого; она первична».

Имеется, однако, несколько мест в работах Галилея, которые предполагают идею инертной массы. В «Диалогах о главнейших системах мира» Сальвиати, например, спрашивает: «Не существует ли в теле, кроме естественной склонности к противоположному пределу (в тяжелом теле, имеющем тенденцию двигаться вниз, существует сопротивление движению вверх), еще и другое внутреннее и естественное свойство, которое заставляет его сопротивляться движению»<sup>10</sup>. Галилей еще не мог ясно осознать, что это и есть то «внутреннее свойство», которое приводит к независимости скорости падающего тела от его веса — результат, для проверки которого он провел свои исторические эксперименты с металлическим шаром на наклонной плоскости.

Физика Галилея не выработала точной формулировки и даже не обнаружила явного признания того, что, кроме длины и времени, необходимо обосновать наиболее фундаментальное понятие классической физики. Только кеплеровская астрономия заполнила этот пробел и, таким образом, закончила возведение основания, на котором гений Ньютона смог построить величественное здание классической механики.

Обработывая точные данные наблюдений Тихо Браге, Кеплер пришел к выводу, что необходимо отказаться от традиционного понятия кругового и равномерного движения небесных тел. В 1609 году он открыл, что допущение эллиптических орбит для планетных движений вполне согласуется с теми данными наблюдений, которыми он располагал. Замена кругов эллипсами вызвала, однако, новые трудности. Круговое движение со времен Платона

---

<sup>10</sup> Ibid., p. 228.

считалось естественным движением планет в силу простоты, совершенства и непрерывности <sup>11</sup>. Кеплер, естественно, должен был столкнуться со следующей проблемой: является ли движение планет по эллипсу естественным движением? Действительно ли понятие естественности есть первичное понятие или оно сводимо к причинному отношению, основанному на более фундаментальных законах природы? Поиски динамического объяснения планетных движений стали, таким образом, основным занятием Кеплера.

В нашем историческом анализе понятия силы <sup>12</sup> было показано, как Кеплер в поисках такого динамического объяснения развил идею физической силы из рудиментарного понятия «сила жизни», используя принцип «нематериального начала». Этому способствовало астрономическое исследование зависимости скорости планеты от расстояния. Формирование понятия массы у Кеплера шло тем же путем, что и формирование понятия силы. Существуют два дополнительных аспекта одного и того же мыслительного процесса. Именно таким образом понятие массы дополняет понятие силы. Понятие силы у Кеплера развилось из идеи активности разума, души или чистой формы, понятие массы — из понятия материи. Традиционное противопоставление *формы* и *материи* явилось общей основой для двух понятий. Кеплер обнаружил, что фактор, действующий противоположно активной силе, должен находиться в самой материи, так как, согласно неоплатонической традиции, природа материи именно такова, что она оказывает сопротивление реализации формы.

Первое упоминание о таком сопротивлении материи движению и о тенденции к покою, присущей материи, содержится в работе Кеплера «О новой звезде» <sup>13</sup>. Он еще

---

<sup>11</sup> См., например, «Сочинения Платона», Тимей и Критий, Киев, 1883, стр. 101, 102. 40; Aristotle, De caelo, 268b, 15—21, 269a, 19—20, 24—26, 270b, 32—33; Аристотель, «Физика», 223b, 21—24, 241b, 20, 265a, 15; Simplicius, Commentarium in Aristotelis De caelo, 498a, 46b, 3.

<sup>12</sup> M a x J a m m e r, Concepts of force, p. 81—93.

<sup>13</sup> K e p l e r, De immensitate sphaerae fixarum in hypothesis Copernici: deque Novi Sideris magnitudine, «Opera omnia», ed. C. Frisch (Frankfort and Erlangen), vol. 2, (1859): «Nam quietem quidem loci seu ambientis corporis affectant renitentia et quodam quasi pondere (quid ridetis coelestium inexperti philosophastri,

не употребляет термина «инерция», но объясняет сопротивление по аналогии с весом. Несколько лет спустя он проводит между ними более существенное различие<sup>14</sup>. В своей «Новой астрономии с комментариями о движении Марса»<sup>15</sup> Кеплер выводит материальную природу планет из их несомненной и внутренне присущей им склонности к отсутствию движения. В тех же «Комментариях» он использует понятие массы (которое он обозначает *moles*) в динамическом смысле как сопротивление взаимному притяжению:

«Если поместить два камня в каком-либо месте мира вблизи друг от друга и вне сферы влияния третьего тела, то два камня, подобно двум магнитам, сойдутся друг с другом в некотором промежуточном месте, притягивая один другого на расстоянии, пропорциональном массе другого»<sup>16</sup>.

Интересно заметить, что это утверждение могло в принципе служить операциональным определением отношений масс, аналогичным до некоторой степени сравнительно недавнему определению Маха (относительной) массы. Но как мы уже заметили, в связи с подобной ситуацией при рассмотрении формирования понятия силы Кеплером<sup>17</sup> такая методологическая трактовка была еще чужда концептуальной схеме Кеплера. Действительно, Кеплер нигде не ссылается на приведенное утверждение, сделанное им в «Новой астрономии». Важным свойством материи остается для него присущая ей тенденция оставаться на своем месте. В «*Tertius interveniens*» (1610) он подчеркивает:

*rerum imaginarium copia locupletes, verarum egentissimi?), ex quo singulis suae obveniunt periodi temporum (nam quod motorem attinget, is unicus est et uniformiter movet).*

<sup>14</sup> «*Epitome astronomiae Copernicanae*» (1618), book 4, part. 3, «*Opera Omnia*», vol. 6 (1896), p. 374: «*Pondus ergo tribuis planetae? Dictum est in superioribus pro pondere considerandum esse naturalem illam materialem renitentiam seu inertiam...*»

<sup>15</sup> «*Astronomia nova aitiologetos seu physica coelestis, tradita commentariis de motibus Stellae Martis*» (1609), part 3, chap. 34, «*Opera Omnia*», vol. 3 (1860), p. 305: «*Necesse est igitur, ut planetariorum globorum natura sit materiata, ex adhaerente proprietate inde a rerum principio prona ad quietem seu ad privationem motus.*»

<sup>16</sup> *Ibid.*, p. 151: «*Si duo lapides in aliquo loco mundi collocarentur propinqui invicem extra orbem virtutis tertii cognati corporis, illi lapides ad similitudinem duorum magneticorum corporum coirent loco intermedio, quilibet accedens ad alterum tanto intervallo, quanta est alterius moles, in comparatione.*»

<sup>17</sup> М а х J а м м е r, *Concepts of force*, p. 88—89.

«Что касается меня, то я утверждаю, что небесные тела имеют свойство находиться в одном и том же месте в небе, где бы они ни были найдены, если они не совершают движения»<sup>18</sup>.

В «Сокращении коперниковой астрономии» (1618), первом учебнике по коперниканской астрономии, проявляется явное влияние неоплатонического мышления на убеждения Коперника: «Любое небесное тело в силу его материальности обладает природной неспособностью двигаться из одного места в другое, т. е. природной инерцией покоя, в каком бы месте оно ни находилось»<sup>19</sup>.

Превращение метафизических спекуляций в физическое мышление — процесс, делающий особенно важным вклад Кеплера в образование современных научных понятий, — совершается в следующем заключении.

«Если бы материя небесных тел не обладала инерцией, подобной весу, то не требовалось бы почти никакой силы для того, чтобы привести их в движение; ничтожной силы было бы достаточно для того, чтобы сообщить им бесконечную скорость. Так как, однако, периоды планетных обращений занимают определенное время (некоторые планеты имеют более короткий период, а другие более длинный), то ясно, что материя должна иметь инерцию, которая объясняет эти различия»<sup>20</sup>.

Не будет, конечно, преувеличением сказать, что подобное утверждение качественно предвосхищает второй закон Ньютона.

---

<sup>18</sup> «Opera Omnia», vol. 1 (1858), p. 590: «Für mein Person sage ich, dass die Sternkugeln diese Art haben, dass sie an einem jeden Ort des Himmels, da sie jedesmal angetroffen werden, stillstehen würden, wann sie nicht getrieben werden solten».

<sup>19</sup> «Opera Omnia», vol. 6 (1896), p. 341: «Globus aliquid coelestis habet tamen ratione suae materiae naturalem adinamiam transeundi de loco in locum, habet naturalem inertiam seu quietem qua quiescit in omni loco, ubi solitarius collocatur».

<sup>20</sup> «De causis planetarum», ibid., p. 342: «Nam si nulla esset inertia in materia globi coelestis, quae sit ei velut quoddam pondus, nulla etiam opus esset virtute ad globum movendum: et posita vel minima virtute ad movendum, iam causa nulla esset, quin globus in momento verteretur. Iam vero cum globorum conversiones fiant in certo tempore, quod in alio planeta est longius, in alio brevius. Hinc apparet, inertiam materiae non esse ad virtutem motricem, ut nihil ad aliquid». К этому месту имеется примечание: «Unde probas, materiam coelestium corporum reniti suis motoribus et ab iis, velut in libra pondera a facultate sua motrice? Probatur hoc primo ex periodicis temporibus convolutionis globorum singulorum circa suos axes, ut Telluris tempore diurno, Solis tempore 25 dierum circiter».

Несколькими страницами ниже Кеплер описывает процесс движения как столкновение двух противоположных факторов. Он объясняет, что в движении планет «имеет место борьба перемещающей силы Солнца и импотенции, или материальной инерции, планет» <sup>21</sup>. Таким образом, инерция, согласно Кеплеру, означает не только неспособность материи к перемещению самой себя из одного места в другое, но имеет также активный аспект: она «противоположна» сообщенному извне движению. И это сопротивление, или противоположность движению, находится в прямой зависимости от количества материи. «Инерция, или противоположность движению, есть характеристика материи; она тем больше, чем больше количество материи в данном объеме» <sup>22</sup>.

Это утверждение Кеплера чрезвычайно важно с исторической точки зрения. Мы видим здесь связь понятия количества материи у схоластов (в терминологии Кеплера — *coria materiae*) с его новым понятием инертной массы. Существует, конечно, возможность интерпретировать выражение «количество материи, содержащейся в данном объеме» как обозначающее плотность; в таком случае, очевидно, можно сказать, что Кеплер имеет в виду свою инерцию как величину, пропорциональную плотности материи. Эта интерпретация находит некоторое подтверждение в примечании, которое Кеплер добавил во втором издании (1621) своего труда «Введение в трактат о мире, содержащее в себе тайну Вселенной», первоначально опубликованного в 1596 году:

«Планетные тела... не следует рассматривать как математические точки, но, очевидно, как материальные тела, наделенные чем-то подобным весу или, точнее, внутренней способностью сопротивления движению, которая определяется объемом тела и плотностью его материи» <sup>23</sup>.

---

<sup>21</sup> Ibid., p. 345—346: «At dictum est hactenus, praeter hanc vim Solis vectoriam esse etiam naturalem inertiam in planetis ipsis ad motum, qua fit, ut inclinati sint, materiae ratione, ad manendum loco suo. Pugnans igitur inter se potentia solis victoria et impotentia planetae seu inertia materialis».

<sup>22</sup> Ibid., p. 174—175: «Materiae enim... propria inertia, repugnans motui, eaque tanto fortior, quanto major est copia materiae in angustum coacta spatium».

<sup>23</sup> «Opera omnia», vol. 1, p. 161: «Corpora planetarum in motu seu translatione sui circa Solem non sunt consideranda ut puncta mathematica, sed plane ut corpora materiata et cum quodam quasi

Хотя Кеплер еще не осуществил научной систематизации нового понятия — это сделал Ньютон несколько десятилетий спустя, — тем не менее он придал понятию материи как инертной массы его научную значимость. Возможно, что именно это обстоятельство имел в виду Лейбниц, когда утверждал, что не кто иной, как Кеплер, первый выдвинул идею инерции и что Декарт заимствовал это понятие у Кеплера. Необходимо, однако, допустить, что у Кеплера понятие инерции относится исключительно к невозможности спонтанейного движения или к сопротивлению переходу из состояния покоя в состояние движения (ускорение). В уже ранее цитированном утверждении<sup>24</sup> он явно говорит о «грузности» материи и ее неспособности перемещаться из одного места в другое. Инерция в смысле сохранения однажды сообщенного телу движения едва ли рассматривалась Кеплером. Приписывать Кеплеру идею инерции, как это сделал Лейбниц, — значит способствовать путанице понятий, в особенности если говорить об инерции в связи с инерцией Декарта, которая первоначально представлялась как сохранение количества движения. «Инерцию Кеплера» можно вывести из более общей «картезиано-ньютоновской инерции» только в том случае, если покой и равномерное движение рассматривать как динамически эквивалентные и физически идентичные состояния, описываемые в различных системах отсчета. Но Кеплер был еще, конечно, далек от такой релятивистской трактовки. Именно такое смешение понятий побудило Огюста Конта назвать принцип инерции «законом Кеплера»<sup>25</sup>.

Для того чтобы оценить в полном значении вклад Кеплера в развитие понятия инертной массы, важно сравнить концептуальную схему Кеплера с соответствующей схоластической схемой шестнадцатого столетия. Действительно, Вильям Альввик, Николай Орезмский, Буридан,

---

pondere (ut in libro de stella nova scripsi) hoc est, in quantum sunt praedita facultate renitendi motui intrinsecus illato pro mole corporis et densitate materiae.

<sup>24</sup> Johannes Kepler, Annotations to Aristotle's «De motu terrae» (см. гл. III, сноску 31).

<sup>25</sup> О. Конт, Курс положительной философии, т. I, СПб., 1900, стр. 228.

Альберт Саксонский и другие широко использовали <sup>26</sup> такие понятия, как «склонность к покою», «склонность к неподвижности», «склонность к противоположности движения» в своих дискуссиях относительно небесных движений. Так как, однако, с их точки зрения, движущие силы позади небесных сфер оставались духовными, все их дискуссии не затрагивали «природных сил»; речь шла лишь о «волевых силах», не имеющих отношения к физическим законам. Соединив инерцию с количеством материи, Кеплер превратил метафизическое понятие неактивности в нечто такое, что в его время могло рассматриваться как научное понятие.

---

<sup>26</sup> Ср. Anneliese Maier, *Zwischen Philosophie und Mechanik* (Storia e Letteratura, Rome, 1958), S. 189—236.

### СИСТЕМАТИЗАЦИЯ ПОНЯТИЯ МАССЫ

Для истории образования понятий полезно различать три стадии развития: 1) концептуализация (то есть процесс формирования); 2) систематизация (включение научного понятия в синтаксис научной системы); 3) формализация (формальное определение понятия в структуре дедуктивного представления науки). Эти стадии, конечно, взаимопроникают друг друга, и часто они настолько неразделимы, что их дифференциация становится безнадежной задачей. Кроме того, они не всегда выступают в указанном хронологическом порядке <sup>1</sup>.

Поскольку речь идет о понятии массы, его первая стадия — стадия концептуализации, — как мы уже видели в предыдущей главе, была в значительной мере результатом исследований Иоганна Кеплера. Вторая стадия осуществилась спустя долгое время, так что практически имел место разрыв в развитии. Причину этой задержки следует приписать подъему картезианской физики в первой половине семнадцатого столетия.

В противоположность мнению Лейбница Декарт не только не заимствовал понятие инерции у Кеплера, но он даже устранил эту идею из своей системы понятий относительно физической Вселенной. В письме к Мерсенну в декабре 1638 года он писал: «Я не признаю никакой инерции или природного сопротивления в телах» <sup>2</sup>. Единственное место, где он оценивает свою позицию в отношении этого понятия, содержится в письме к Бюне от 10 апреля 1639 года. В этом письме он обсуждает случай

---

<sup>1</sup> Особенно это очевидно в современной физике. Например, при открытии Дираком позитрона формализация предшествовала концептуализации.

<sup>2</sup> «Oeuvres de Descartes», ed. Charles Adam and Paul Tannery (Cerf, Paris), vol. 2 (1898), p. 466—467: «Je ne reconnais aucune Inertie ou tardiveté naturelle dans les corps».

удара тела о Землю, которая содержит, скажем, в тысячу раз больше материи, чем само тело. Благодаря тому факту, что в процессе удара передается количество движения, сообщающее Земле только тысячную часть скорости тела, можно сказать, что «в этом смысле чем больше материи содержит тело, тем большей природной инерцией оно обладает»<sup>3</sup>.

В своих «Началах философии», где дано систематическое изложение его научных теорий, Декарт совершенно игнорирует это внутреннее свойство материи. Согласно Декарту, сущность материи заключается в пространственном протяжении; геометрия и принцип сохранения момента (точнее, декартова количества движения) управляют поведением физических объектов. Протяженность есть единственный существенный атрибут материи<sup>4</sup>. Даже если речь идет о столкновении тел, которые в нашей современной терминологии обладают инертными массами, Декарт применяет выражения: «Если бы тело *C*, обладающее несколько большей величиной, чем *B*...» или «Если, наоборот, покоящееся тело *C* сколько-нибудь меньше *B*...»<sup>5</sup>

Количество материи для Декарта есть объем. Вес и тяжесть представляют собой в его теории результат довольно сложной кинетики и являются просто случайными характеристиками, в общем случае непропорциональными количеству материи<sup>6</sup>. Трудно понять, как мог Декарт игнорировать тот факт, что два геометрически равных тела, подобных сплошному и пустотелому шарам равного радиуса, двигаются различным образом при взаимодействии с некоторым третьим телом.

Декартова концепция материи как протяженности вступила также в противоречие с современной ему теоло-

---

<sup>3</sup> Ibid., p. 543—544: «Et pour ceque, si deux corps inégaux reçoivent autant de mouvement l'un que l'autre, cette pareille quantité de mouvement ne donne pas tant de vitesse au plus grand qu'au plus petit, on peut dire, en ce sens, que plus un corps contient de matière, plus il a d'Inertie Naturelle».

<sup>4</sup> См. Р е н е Д е к а р т, Избранные произведения, М., 1950, стр. 466.

<sup>5</sup> Там же, стр. 493, 494.

<sup>6</sup> «Ejus quantitatem non respondere quantitati materiae cujusque corporis. Unde fit, ut ex sola gravitate non facile possit aestimari, quantum in quoque corpore materiae terristris contineatur»; «Principia philosophiae», part. 4, section 25; «Oeuvres», vol. 8, p. 214.

гисей. Если природа материи заключается в протяженности и если нет никакого посетителя этой протяженности, то томистическое (а также у Эгидия) объяснение евхаристического пресуществления теряет, так сказать, свое основание. То, что такое возражение было действительно выдвинуто против Декарта, видно из письма Габриеля Тибо к Мерсенну: «Если количество не отличается от телесной субстанции, так как после превращения хлеба и вина воспринимается количество, то что тогда представляет собой эта субстанция?»<sup>7</sup> Отождествление материи с протяженностью лишает евхаристическую догму реального содержания. Имея в виду несовместимость теории Декарта с христианским учением, Конгрегация внесла его труды в список запрещенных книг 20 ноября 1663 года<sup>8</sup>.

Кеплерово понятие инерции как свойства, внутренне присущего покоящейся материи, отрицалось не только Декартом и его школой, но также, например, и Пьером Гассенди, противником картезианского рационализма. В своем сочинении «*De motu impresso a motore translato*» он критикует Кеплера<sup>9</sup> и пытается показать, обращаясь к колебательному движению маятника, что материя не оказывает никакого сопротивления движению.

Эти аргументы, однако, еще до эпохи Ньютона не встретили всеобщего одобрения. В то время произошли фундаментальные изменения в понятии динамики свободного падения. Эти изменения в особенности усилили позицию Кеплера. Схоласты в соответствии с Аристотелем рассматривали вес как фактор, присущий самому тяжелому телу. В другом отношении их теория легкости испытывала серьезные концептуальные трудности. Как указал Дикстерус<sup>10</sup>, такая позиция не способствовала развитию той идеи, что материя имеет присущую ей пассивность. Однако если рассматривать тяжесть скорее

---

<sup>7</sup> Письмо к Мерсенну (апрель 1647), «*Oeuvres*», vol. 5, p. 69. См. также письмо Арно к Декарту (*De re quanta a locali extensione non distincta*) от 3 июня 1648 г. *Ibid.*, vol. 5, p. 190.

<sup>8</sup> См. G. Daniel, *Le voyage du monde de Descartes* (Paris, ed. 3, 1720), p. 140—143.

<sup>9</sup> «*De motu impresso a motore translato*», 1st letter, sec. 15, «*Opera omnia*» (Florence, 1727), vol. 3.

<sup>10</sup> E. I. Dicksterhuis, *Die Mechanisierung des Welthildes* (Springer, Berlin, Göttingen, Heidelberg, 1956), S. 409.

как внешнюю активность, чем внутренний принцип движения, тогда положение меняется.

Новое понятие тяжести, выдвинутое Дж. А. Борелли и И. Бекманом, дало основу для динамического понятия массы. Балиани в своем «De motu gravium» (1638) проводит различие между активным принципом, внешним по отношению к гравитирующему телу, и пассивным принципом, внутренне присущим материи. Их строгая пропорциональность мешает более тяжелому телу догонять легкое в процессе свободного падения.

Другим приближением, ведущим к понятию инертной массы, было исследование центробежных сил. Христиан Гюйгенс в своем трактате «О центробежной силе»<sup>11</sup> исследовал величину центростремительной силы вращающегося или обращающегося тела. Когда частицы движутся с равной скоростью по окружностям равного радиуса, то, полагал он, центростремительные силы относятся друг к другу, как веса или величины тел. В современной терминологии центростремительная сила выражается формулой  $F = m \frac{v^2}{r}$ . Силы, действующие на два тела, движущиеся с одной и той же скоростью  $v$  по окружностям одного и того же радиуса  $r$ , очевидно, удовлетворяют соотношению  $F_1 : F_2 = m_1 : m_2$ . Это именно то соотношение, которое имел в виду Гюйгенс, когда он говорил о величине тел<sup>12</sup>.

Еще более важным в окончательном обосновании нового понятия инертной массы было систематическое исследование явлений удара как упругих, так и неупругих тел, проведенное Марси, Валлисом, Вреном и Гюйгенсом. И хотя термин «масса» не употреблялся в первых описаниях и исследованиях таких явлений удара, тем не менее ясно, что идея массы присутствовала здесь неявным образом. Рассмотрим, например, исследование Гюйгенсом упругого прямого удара двух «неравных» тел  $A$  и  $B$ , описанное

---

<sup>11</sup> Christiaan Huygens, De vi centrifuga (Opustula postuma; Leiden, 1703). Гюйгенс закончил исследование кругового движения около 1659 г. и опубликовал свои выводы в 1673 г. Полный текст этого исследования появился, однако, посмертно — в 1703 г.

<sup>12</sup> Henry Crew, The rise of modern physics (Williams & Wilkins, Baltimore, 1928), p. 121. Генри Круз усматривает в этом утверждении Гюйгенса первое количественное понятие массы.

в сочинении «О движении тел под действием удара» (1668). В теореме IX своей книги Гюйгенс показывает, как найти скорости тел  $A$  и  $B$  после удара в зависимости от их начальных скоростей. В его выводе, очевидно, было необходимо принять во внимание отношение инертных масс тел  $A$  и  $B$ , а сам вывод основан на том, что в современной терминологии называется принципом сохранения кинетической энергии (известен Гюйгенсу уже в 1652 году). Текст теоремы IX ясно показывает, что Гюйгенсу был известен этот факт; но, не имея еще ясного термина для выражения этой идеи, он мог говорить только о «величинах»  $A$  и  $B$ : «подобно тому, как  $B$  относится к величине  $A$ »<sup>13</sup>. Наконец, важное открытие было сделано в 1671 году Жаном Рише, который полагал, что вес тела есть функция места. Это открытие должно быть упомянуто как экспериментальное обоснование правильности концептуального базиса.

Кеплеровская концепция инерциального поведения материи, важные заключения, полученные от экспериментов по удару тел и динамике вращательного движения — все эти тенденции и результаты соединились в работе Исаака Ньютона и привели к систематизации понятия массы. Ньютон, который предпочитает говорить о количестве материи или просто о теле<sup>14</sup>, дает следующее определение понятию массы в «Математических началах натуральной философии»: «Количество материи (масса) есть мера таковой, устанавливаемая пропорционально плотности и объему ее»<sup>15</sup>. К этому определению добавляется следующее пояснение:

«Воздуха двойной плотности в двойном объеме вчетверо больше, в тройном — вшестеро. То же относится к снегу или порошкам, когда они уплотняются от сжатия или таяния. Это же отно-

<sup>13</sup> «Propositio IX. Datus corporibus duobus inaequalibus, directe sibi occurrentibus...; invenire celeritates quibus utraque post occursum ferentur... Dividatur  $AB$  in  $C$  ut sit  $AC$  ad  $CB$ , sicut  $B$  ad  $A$  magnitudine...» «Oeuvres complètes de Christiaan Huygens» (The Hague, 1929), vol. 16, p. 65. О важности исследований явления удара для формирования фундаментальных понятий классической механики см. М а х J а м м е r, Concepts of force, p. 126.

<sup>14</sup> См. В. Г. Ф р и д м а н, Об учении Ньютона о массе. «Успехи физических наук», т. 61, вып. 3, 1957.

<sup>15</sup> И. Н ь ю т о н, Математические начала натуральной философии, в: «Собрание трудов академика А. Н. Крылова», т. VII, 1936, стр. 23. Далее везде даются ссылки на это издание.— Ред.

сится и ко всякого рода телам, которые в силу каких бы то ни было причин уплотняются. Однако при этом я не принимаю в расчет той среды, если таковая существует, которая свободно проникает в промежутки между частицами. Это же количество я подразумеваю в дальнейшем под названием *тело* или *масса*. Определяется масса по весу тела, ибо она пропорциональна весу, что мной найдено опытами над маятниками, произведенными точнейшим образом, как о том сказано ниже».

Прежде чем обсуждать в деталях это ньютоновское определение массы, необходимо сослаться на некоторые утверждения Ньютона, относящиеся к этой проблеме. Понятие плотности было не совсем точно определено в первом издании «Начал». Только в третьей книге, «Система мира», «тела одинаковой плотности» определяются как тела, «инерция которых пропорциональна их массам»<sup>16</sup>. Определение 2 вводит количество движения или, по современной терминологии, импульс: «Количество движения есть мера такового, устанавливаемая пропорционально скорости и массе». К этому добавляется следующее разъяснение: «Количество движения целого есть сумма количества движения отдельных частей его; значит, для массы вдвое большей при равных скоростях оно двойное, при двойной же скорости — четверное». Определение 3 описывает *vis insita*, или врожденную силу материи, как «*присущую ей способность сопротивления, по которой всякое отдельно взятое тело, поскольку оно предоставлено самому себе, удерживает свое состояние покоя или равномерного прямолинейного движения*»<sup>17</sup>. Особенно важно пояснение, данное этому определению:

«Эта сила всегда пропорциональна массе (*suo corpori*), и если отличается от инерции массы (*inertia massae*), то разве только воззрением на нее.

От инерции материи происходит, что всякое тело с трудом выводится из своего покоя или движения. Поэтому «врожденная сила» могла бы быть весьма вразумительно названа силой инерции (*vis inertiae*). Эта сила проявляется телом, единственно лишь когда другая сила, к нему приложенная, производит изменение в его состоянии. Проявление этой силы может быть рассматриваемо двояко: и как сопротивление (*resistentia*), и как напор (*impetus*). Как сопротивление — поскольку тело противится действующей на него силе, стремясь сохранить свое состояние; как напор — поскольку то же тело, с трудом уступая силе сопротивляющегося ему препятствия, стремится изменить состояние этого препятствия. Спро-

<sup>16</sup> Там же, стр. 414.

<sup>17</sup> Там же, стр. 125.

тивление обычно приписывается телам покоящимся, напор — телам движущимся. Но движение и покой при обычном их рассмотрении различаются лишь в отношении одного к другому, ибо не всегда находится в покое то, что таковым простому взгляду представляется»<sup>18</sup>.

Наконец, важно заметить, что три закона движения, которые следуют после этих определений, в явной форме не содержат понятия массы<sup>19</sup>.

Ньютоновское определение массы и инерциальной силы стали предметом бесчисленных комментариев и часто подвергались резкой критике. Интересное замечание было сделано Лесёром и Жакье в женевском издании «Начал» в 1739 году. Ссылаясь на определение 3, они утверждают, что сила инерции является свойством материи, инвариантным относительно движения или покоя. Переход от покоя к движению, говорят они, представляет собой столкновение с тем же самым воздействием на часть тела, как и переход от движения к покою<sup>20</sup>. Выраженное в современной терминологии, их утверждение означает, что инерциальное сопротивление инвариантно относительно преобразований равномерно движущихся систем отсчета. В отношении ньютоновского определения массы Лесёр и Жакье замечают, что количество материи есть агрегат или сумма всех материальных частиц, из которых составлено тело. Если нет никаких промежутков между частицами, то, поясняют они, масса и объем тождественны<sup>21</sup>.

<sup>18</sup> Там же, стр. 25—26.

<sup>19</sup> Во втором законе используется понятие движения, в котором, согласно определению 2, в неявной форме содержится понятие массы. Объяснение, следующее за определением 8 величины центростремительной силы, является единственным местом в первых частях «Начал», где явно упоминается понятие массы как количества материи, кроме цитированного выше определения понятия массы. [В русском переводе «Начал» слова «количество материи» переведены словом «масса» (см. «Собрание трудов академика А. Н. Крылова», т. VII, стр. 28—29). — *Прим. перев.*]

<sup>20</sup> «*Vis illa inertiae eadem est in corporibus motis et quiescentibus; tam enim resistunt corpora actioni qua a quiete ad motum concitantur quam actioni qua a motu ad quietem reducuntur. Eadem equippe vis reguritur ad motum datum producendum et ad eundem extinguendum.*» «*Philosophiae naturalis principia mathematica*», ed. Thomas LeSeur and Franciscus Jacquier (Glasgow, ed. 2, 1760), p. 4.

<sup>21</sup> *Ibid.*, p. 1: «*In corpore dato materiae quantitatem seu massam a corporibus magnitudine, aut volumine seu mole distingui oportet. Materiae quantitas est aggregatum, seu summa omnium materiae*

Если ньютоновское определение не рассматривать как определение неизвестного через неизвестное, то можно заключить, что для Ньютона понятие плотности было первоначальным понятием и оно предшествовало понятию массы <sup>22</sup>. Эта интерпретация защищается Розенбергером <sup>23</sup>, а также Блоком <sup>24</sup>, которые указывают в этой связи на знаменитые эксперименты Бойля по сжимаемости воздуха, в которых понятие плотности играет важную роль и с которыми Ньютон был, несомненно, знаком. Подобным образом Г. Кру указывает, что во времена Ньютона плотность (отождествляемая с удельным весом), длина и время были тремя фундаментальными величинами в физике, а не масса, длина и время, как это имеет место в наши дни. «В такой системе,— пишет он,— естественно и логически допустимо определять массу в терминах плотности» <sup>25</sup>. Коуэн выражает согласие с точкой зрения Кру с некоторыми оговорками. Согласно Коуэну, интерпретация Кру должна была бы находиться в согласии с атомистическими воззрениями, из которых следует, что плотность в качестве фундаментального свойства тела представляет собой число частиц в единице объема. Но, добавляет Коуэн, «к сожалению, Ньютон благоразумно умалчивает относительно этого вопроса, и сделанные нами предположения не могут быть

---

*particularum quibus compositum est corpus... Si nulla sint inter solidas corporis partes admixta foramina, massa et volumen non differunt».*

<sup>22</sup> Сэр Уильям Томсон и Питер Гатри Тейт [W. Thomson, P. G. Tait, *Treatise on natural philosophy*, vol. 1, part 1 (Cambridge, 1879), p. 220] замечают, что «в действительности это определение дает нам скорее определение плотности, чем определение массы». Интересно отметить, что даже в двадцатом столетии некоторые авторы все еще определяют массу в терминах плотности и зачастую плотность в терминах массы. См. P. G. Tait and W. J. Steele, *Treatise on the dynamics of a particle* (Macmillan, London, 1900), p. 42; E. J. Andrews and H. N. Howland, *Elements of physics* (Macmillan, London, 1903), p. 11; E. A. Bower, *An elementary treatise on analytical mechanics* (Van Nostrand, New York, 1904), p. 6.

<sup>23</sup> Ferdinand Rosenberger, *Isaac Newton und seine physikalischen Principien* (Leipzig, 1895), Teil 3, S. 173, 192.

<sup>24</sup> Leon Bloch, *La philosophie de Newton* (Paris, 1908), p. 140: «Cette idée n'a pas besoin d'être expliquée, Newton la considère comme claire par elle-même et il s'en sert pour définir les autres».

<sup>25</sup> Henry Crew, *The rise of modern physics*, ed. 2 (1935), p. 127 (см. сноску 12).

подтверждены прямыми высказываниями из „Начал“<sup>26</sup>. Точно так же Берт видит в опытах Бойля основания к тому, чтобы Ньютон использовал понятие плотности при определении понятия массы. «В самом деле,— говорит Берт,— выбрав для ее определения в качестве окончательного свойства тел то из них, которое было более знакомо ему, чем известные в настоящее время, он едва ли мог поступить лучше»<sup>27</sup>.

Подобная интерпретация была выдвинута Хоппе. Согласно этой интерпретации, Ньютон сделал допущение, что все фундаментальные частицы, из которых построена материя, имеют одинаковую плотность и один и тот же размер; плотность различных тел должна быть, таким образом, пропорциональной числу частиц в равных объемах. Плотность, следовательно, в качестве универсальной константы должна была быть более фундаментальным понятием, чем масса, и предшествовать ей<sup>28</sup>. Хотя такая интерпретация может получить некоторое подтверждение в ньютоновском разъяснении, следующим за определением 2, и может также следовать из комментариев Лесёра и Жакье<sup>29</sup>, тем не менее некоторые места из «Оптики» Ньютона, в частности, едва ли совместимы с интерпретацией Хоппе в пунктах, указанных Кеджори<sup>30</sup>.

Приведем следующее утверждение Ньютона из его «Оптики», которое Кеджори не цитирует, хотя оно в этой связи особенно важно: «Бог в состоянии сотворить частицы

---

<sup>26</sup> I. B e r n a r d C o h e n, Franklin and Newton (American Philosophical Society, Philadelphia, 1956), p. 115.

<sup>27</sup> E d w i n A r t h u r B u r t t, The metaphysical foundation of modern science (Doubleday, New York, 1954), p. 241.

<sup>28</sup> E d m u n d H o p p e, «Archiv für Geschichte der Mathematik, der Naturwissenschaften und der Technik (новая серия)», 11, 354—361 (1929). Хоппе полагает, что это понятие плотности восходит к Бойлю, Гассенди, Кеплеру и Лубину.

<sup>29</sup> «Philosophiae naturalis principia mathematica», p. 3 (см. сноску 20): «Cum autem motus totius corporis sit aequalis summae motuum singularum Massae partium, seu elementorum, patet manente celeritate, motum totius massae crescere prout crescit numerus elementorum massae aequalium, seu quantitatem motus esse proportionalem massae».

<sup>30</sup> «Sir Isaac Newton's Mathematical principles of natural philosophy and his System of the world». Motte's translation revised by F. Cajori (University of California Press, Berkeley, 1947), Appendix, p. 638.

материи различных размеров и фигур и в нескольких отношениях к пространству и, возможно, различных плотностей и сил»<sup>31</sup>. Это высказывание важно не только потому, что оно явно противоречит допущению Хоппе, но также и потому, что своеобразное сопоставление «плотностей и сил» может подтвердить другую интерпретацию, которую мы изложим позднее. «Силы» здесь суть *vis inertiae*, о которых Ньютон упомянул несколькими строчками выше цитируемого места: «Эти частицы обладают не только *vis inertiae*, сопровождаемые пассивным законом движения как естественным результатом этой силы...»<sup>32</sup> Более детальное изучение понятия плотности, имевшее место в эпоху Ньютона, показывает, что мнение Хоппе несостоятельно<sup>33\*</sup>.

Совершенно другой подход к интерпретации ньютоновского определения массы был предпринят Энрикесом<sup>34</sup>. Пусть *G* представляет собой группу механических операций, содержащую перемещения, деления, перестановки, сжатия и расширения. Согласно Энрикесу, перед Ньютоном стояла задача найти аддитивный инвариант по отношению к группе *G*. Допустим, что части любых двух данных тел могут быть сделаны «равными» в том смысле, что одна из них может быть заменена другой посредством преобразований группы *G*. Выбирается стандартное тело *A* таким образом, что для каждой его части масса определяется как пропорциональная объему. Тогда для любого данного однородного тела *B* плотность находится в обратном

---

<sup>31</sup> I. Newton, *Optiks* (Dover, New York, 1952), p. 403—404. Соответствующее место в русском издании «Оптики»: «Бог вначале дал материи форму твердых, массивных, непроницаемых, подвижных частиц таких размеров и фигур и с такими свойствами и пропорциями в отношении к пространству, которые более всего подходили бы к той цели, для которой он создал их» (И. Ньютон, *Оптика*, М., 1954, стр. 303).

<sup>32</sup> *Ibid.*, p. 401. Соответствующее место в русском издании «Оптики»: «*Vis inertiae* есть пассивный принцип, посредством которого тела пребывают в их движении или покое...» (стр. 301).

<sup>33</sup> Ценная информация по истории понятия плотности в семнадцатом столетии содержится в статье *Helène Metzger*, *Newton: Sa définition de la quantité de matière et la loi de la conservation de la masse*, «*Archeion, Archivio di Storia della Scienza*», 9, 243—256, 1928.

<sup>34</sup> *Federigo Enriques*, *Problems of science*, trans. K. Royce (Open Court, Chicago, 1914), p. 269—271.

отношении его объема к тому из преобразованных элементов, который равен части от А. В этом смысле масса в конечном счете определяется как произведение объема и плотности. Но хотя оправдание Энрикесом ньютоновского определения логически безупречно, тем не менее оно звучит слишком искусственно и в значительной степени является гипотезой *ad hoc*, чтобы быть принятым в качестве исторической истины.

В противоположность этим попыткам найти некоторое логическое обоснование ньютоновскому определению понятия массы, Фолькман решительно возражает против ньютоновского определения, осуждая его как содержащее логический круг, так как плотность в свою очередь может быть определена только как масса в единице объема<sup>35</sup>. Фолькман замечает: «Ньютон писал, что он не определяет время, пространство, место и движение как вещи хорошо известные всем. Ньютон с тем же правом мог бы заявить: „Я не определяю массу“»<sup>36</sup>.

Фолькман в этой критике Ньютона следует Эрнсту Маху, который в своей «Механике»<sup>37</sup> характеризует ньютоновское определение как «несчастное» (*unglücklich*). Решительное возражение Маха против ньютоновского определения понятия массы объясняется не только логическим кругом в этом определении, это возражение направлено и против употребления терминов, подобных количеству материи, которые для Маха вообще не имеют никакого физического смысла. Действительно, необходимо отметить, что до критики Маха термины «количество материи», «масса» и т. п. употреблялись самым некритическим образом. Так, например, Брэгэм, член Королевского общества, писал в своих комментариях к «Началам»: «Определения — их восемь — содержат определение количества материи, которое относится к ее объему и плотности, при этом плотность выражает отношение массы материи к ее объему»<sup>38</sup>.

<sup>35</sup> Paul Volkman, Erkenntnistheoretische Grundzüge der Naturwissenschaften und ihre Beziehungen zum Geistesleben der Gegenwart (Teubner, Leipzig und Berlin, Aufl. 2, 1910), S. 359.

<sup>36</sup> Ibid., S. 126.

<sup>37</sup> Э. Мах, Механика. Историко-критический очерк ее развития, СПб, 1909.

<sup>38</sup> Henry, Lord Brougham, Analytical view of Sir Isaac Newton's Principia (London, 1855), p. 13.

Проблема ньютоновского определения массы может быть, конечно, объяснена ссылкой на то, что Ньютон просто заимствовал у Кеплера идею, выраженную в его труде «Введение в трактат о мире, содержащее в себе тайну Вселенной»<sup>39</sup>, где Кеплер указывает на объем тела и на плотность его материи как на составные факторы инерции. Однако более критический анализ трудов Ньютона требует, по-видимому, другого объяснения. Необходимо иметь в виду, что в ньютоновской концепции материи доминируют два первоначально независимых понятия — количество материи и инерция. В своих правилах умозаключений, изложенных в книге III «Начал», Ньютон следующим образом характеризует универсальные свойства всех тел: *«Такие свойства тел, которые не могут быть ни усиливаемы, ни ослабляемы и которые оказываются присущими всем телам, над которыми возможно производить испытание, должны быть почитаемы за свойства всех тел вообще»*<sup>40</sup>. Протяженность, непроницаемость и подвижность присущи телу в целом в силу того, что эти свойства существуют в его частях. Они являются свойствами, применимость которых, можно сказать, распространяется как на фундаментальные частицы, так и на макроскопические тела, состоящие из этих частиц. Согласно Ньютону, то же самое относится и к инерции, тогда как тяготение, благодаря тому что оно уменьшается с расстоянием от центрального тела, не относится к универсальным свойствам материи. «Я отнюдь не утверждаю, — говорит Ньютон, — что тяготение существенно для тел. Под врожденной силой я разумею единственно только силу инерции. Она неизменна. Тяжесть при удалении от Земли уменьшается»<sup>41</sup>.

Протяженность, непроницаемость и подвижность несли ту же функцию и в теории материи Декарта; твердость была существенна для атомистической философии. Но каким образом врожденная сила, *vis insita* или *vis inertiae*, стала универсальным свойством материи? Хотя, как утверждает Ньютон, «неактивная сила» воздействует

---

<sup>39</sup> J. Kepler, «Opera omnia», ed. C. Frisch (Frankfort and Erlangen), vol. I (1858), p. 161.

<sup>40</sup> И. Ньютон, Математические начала натуральной философии, стр. 503.

<sup>41</sup> Там же, стр. 504.

только тогда, когда другая сила стремится изменить состояние тела, тем не менее эта сила как таковая существует в теле все время как бы в состоянии спячки. Требование ее существования исторически обусловлено. Хорошо известно, что догалилеевская физика не смогла сформулировать закон инерции и открытие этого закона должно было дожидаться времен Беекмана, Гассенди и Декарта\*. Частично это объясняется концептуальной несовместимостью этого закона со схоластическим требованием: «Покоящаяся причина вызывает покой». За исключением немногих авторов, таких, как Альгазен или Оливий, средневековая философия рассматривала причинный процесс как мгновенный и считала, что исчезновение причины ведет немедленно к исчезновению следствия. Движение, следовательно, предполагает действующую силу в течение того времени, пока оно существует.

В механике Ньютона причиной равномерного движения является инерция, которая в неявной форме играет роль «действующей силы». В самом деле, инерция представляет собой не только сопротивление изменению движения, но является также «силой, упорно сохраняющей движение»<sup>42</sup>. Кроме того, она не является силой в общепринятом смысле этого слова. В схоластической философии сила без сопротивления никогда не может вызвать (конечного) движения. В механике Ньютона сила без противоположной силы, согласно принципу равенства действия и противодействия, не имеет смысла. Инерция, таким образом, приобретает характер реальной силы только в изменении движения. Различные тела, согласно Ньютону, оказывают различные сопротивления. В настоящее время классическая, или, как обычно говорят, ньютоновская, механика рассматривает это сопротивление изменению движения, различное для различных тел, но постоянное для одного и того же тела, как окончательную и абсолютную характеристику данного тела. «Инертная масса», как называют этот абсолютный параметр, становится, таким образом, несводимой величиной, от которой зависят другие параметры, но которая сама ни от чего не зависит. Но для самого Ньютона это не так! Ньютон постулировал пропорциональность между инер-

---

<sup>42</sup> Там же.

цией и другой фундаментальной характеристикой данного тела — количеством материи<sup>43</sup>. Таким образом, для Ньютона — в противоположность «ньютоновской механике» — инертная масса является редуцированным свойством физических тел, зависящим от их количества материи. Для Ньютона понятие количества материи еще имеет физический смысл. Если тела равного объема обладают различными инерционными силами, то их количество материи также должно быть различным. Фактор «интенсивности», в общем случае независимый от объема, рассматривался как ответственный за различное количество материи в телах равного объема. И этот фактор, в силу того что свойство инерции является универсальным, должен быть также характеристикой предполагаемых мельчайших частиц. В чисто интенсивном, количественном смысле этот фактор, несводимый подобно понятию сродства в классической химии, отождествлялся Ньютоном с плотностью.

Конечно, всегда трудно определить точно, идет ли речь о двух понятиях или только об одном, когда устанавливается общая пропорциональность между количеством материи и инерцией. Тщательная проверка, например, текста книги III «Начал» ясно показывает, что именно количество материи в первоначальном смысле этого слова определяет величину гравитационного притяжения<sup>44</sup>. Это также наводит на мысль, что, постулируя пропорциональность между количеством материи и инерцией, Ньютон находился под влиянием работы Балиани «О гравитационном движении»<sup>45</sup>, хотя доказательства этого малоубедительны.

Тот факт, что тяжесть, или вес, пропорциональна количеству материи для данного места, был показан Ньютоном с помощью серии опытов, которые он описал в книге III (предложение VI, теорема VI)<sup>46</sup>. Ньютон

---

<sup>43</sup> См. пояснение Ньютона, цитированное после определения 3, стр. 71—72 данной книги.

<sup>44</sup> «Все тела по соседству с Землею тяготеют к Земле, и притом пропорционально количеству материи каждого из них» (И. Ньютон, Математические начала..., стр. 504).

<sup>45</sup> Это допущение было сделано в статье Чайлда «Ньютон и искусство открытия», в кн.: «Isaac Newton: 1642—1727», ed. W. J. Greenstreet (Bell, London, 1927), p. 127.

<sup>46</sup> И. Ньютон, Математические начала..., стр. 514—515.

Заготовил две равные деревянные кадочки; одну из них он наполнил деревом, а в другую поместил точно такой же груз из золота в центре качаний. Используя эти кадочки в качестве маятников с равными длинами подвеса, он заметил, что их периоды равны. Ньютон пишет: «Будучи помещены рядом, они при равных качаниях шли взад и вперед вместе в продолжение весьма долгого времени». Отсюда он заключил, что «количество материи в золоте относится к количеству материи в дереве... как вес одного к весу другого». Рассуждения Ньютона, выраженные в современной доэйнштейновской терминологии, состояли в следующем. Для маятника длины  $L$  в области, где постоянная свободного падения  $g$ , период  $T$ , выражается формулой  $T = 2\pi (L/g)^{1/2}$ ; с другой стороны, вес  $W$  и количество материи  $m$  связаны соотношением  $W = mg$ . Таким образом,  $T = 2\pi (mL/W)^{1/2}$  или  $W/m = 4\pi^2 L/T^2$ . Так как эксперименты показывают, что полученное отношение  $L/T^2$  не зависит от того, из какого материала — дерева, золота, свинца, стекла, песка или пшеницы — изготовлены маятники, то отношение  $W/m$  между весом и количеством материи постоянно. Ньютон заканчивает описание своих экспериментов замечанием, что «разность количества материи, даже меньшая одной тысячной доли всего тела, могла бы быть с ясностью обнаружена этими опытами».

Эти эксперименты, повторенные более тщательным образом Ф. В. Бесселем в 1832 году <sup>47</sup>, объясняют употребление весов для сравнения или определения величины масс.

Несмотря на пропорциональность, вес и масса совершенно различные понятия. И это было экспериментально показано Жаном Рише. Посланный Французской академией в Кайенну (Французская Гвиана) с целью произвести астрономические наблюдения для определения солнечного параллакса и осуществить измерения, он заметил,

---

<sup>47</sup> F. W. B e s s e l, Studies on the length of the seconds pendulum; его же: «Experiments on the force with which the earth attracts different kinds of bodies»; см. «Abhandlungen der Preussischen Akademie» (1826 и 1830); см. также «Poggendorffs Annalen der Physik und Chemie» 25, 1—14 (1832) и 26, 401—411 (1833). Среди веществ, использованных Бесселем, были метеорное железо и метеорные камни.

что его маятниковые часы отставали в сравнении со средним движением Солнца ежесуточно на  $2\frac{1}{2}$  минуты <sup>48</sup>. Ньютон ссылается на эти наблюдения в своих «Началах» в предложении XX под названием: «Найти и сравнить между собой веса тел в разных областях Земли» <sup>49</sup>. Вес, который до тех пор рассматривался вообще как фундаментальное и часто существенное свойство материи, обнаружил свою сводимость к массе и ускорению. Количество материи, или масса, и вес стали сразу же двумя совершенно различными понятиями. Техническое значение первого понятия как массы и его резкое противопоставление весу хотя неявно и содержалось в «Началах», тем не менее впервые было ясно подчеркнуто И. Бернулли в его сочинении «Размышления о природе колебаний» <sup>50</sup>. В этой работе И. Бернулли утверждает, что масса, умноженная на ускорение свободного падения, есть вес тела.

---

<sup>48</sup> «Observations... par Monsieur Richer de l' Académie Royale des Sciences», «Mémoires», vol. 7, part 1 (Paris, 1729), p. 233—326.

<sup>49</sup> И. Н ь ю т о н, Математические начала..., стр. 537.

<sup>50</sup> «Opera omnia» (Lausanne and Geneva, 1742), vol. 2, p. 169: «Ex ratione materiae quantitatis, quam vocabo massam vel molem, et ex ratione gravitatum acceleratricium; componendo namque duas posteriores nascitur ratio ponderum».

ФИЛОСОФСКИЕ ВИДОИЗМЕНЕНИЯ  
НЬЮТОНОВСКОГО ПОНЯТИЯ МАССЫ

Систематизация Ньютоном понятия массы и выяснение его отношения к понятию веса имело решающее значение не только для развития механики и физики, но и для науки вообще. В механике масса стала рассматриваться в качестве фундаментальной характеристики тел и в конечном счете отождествляться с телом. «Определение физических тел как масс было значительным достижением, необходимым в современной механике, вслед за природой пространства, исследовавшейся Галилеем и Декартом, и природой времени, описанной Барроу»<sup>1</sup>.

В области химии систематизация массы способствовала ниспровержению алхимии и дала основу для возникновения современной количественной химии. Необходимо напомнить, что вес для алхимика был несущественным свойством материи: увеличение веса с необходимостью не связывалось с притоком дополнительной материи. Другими словами, количество материи необязательно должно изменяться, если, например, свинец становится золотом и увеличивается в весе в процессе своей трансмутации. Алхимики были убеждены, что небольшое количество магистериума может превратить несколько фунтов свинца в тысячи фунтов золота<sup>2</sup>, и очень редко рекомендовали весы в качестве инструмента исследований. Николай Кузанский в своем диалоге «О статических опытах»<sup>3</sup> рассматривает взвешивание как наиболее надежный и наиболее точный метод исследования, так как Бог

<sup>1</sup> Edwin Arthur Burt t, *The metaphysical foundations of modern science* (Doubleday, New York, 1954), p. 240.

<sup>2</sup> Johannes Wislicenus, *Die Chemie und das Problem der Materie* (Leipzig, 1893), S. 24.

<sup>3</sup> Nicholas o Cusa, *Opera omnia*, Hrsg. C. Baur (Leipzig, 1937).

сотворил мир в соответствии с «мерой, числом и весом»<sup>4</sup>. Но мнение Николая Кузанского было исключением. Использование весов в качестве систематического метода в химических и физических исследованиях получило свое научное обоснование и логическое оправдание только в работах Ньютона и в особенности благодаря выявлению пропорциональности между массой и весом.

Такое мнение не было неоспоримым даже спустя значительное время после опубликования «Начал». В этом можно убедиться, если изучить, например, теорию материи Лейбница. В 1716 году в своем пятом письме к Кларку Лейбниц писал: «Что касается ртути, то она в самом деле содержит приблизительно в 14 раз больше тяжелой материи, чем вода того же объема, но из этого не следует, что она в абсолютном смысле содержит в 14 раз больше материи»<sup>5</sup>.

Теория материи у Лейбница и в особенности его понятие массы являются чрезвычайно сложными. Кутюра в своей интересной статье «Система Лейбница, изложенная Кассирером»<sup>6</sup> заявляет, что введение понятия массы принадлежит Лейбницу<sup>7</sup>. В то же время Мах решительно отрицает, что Лейбниц имел понятие массы<sup>8</sup>. Каким же образом могло случиться, что два таких проницательных исследователя, как Кутюра и Мах, так очевидно противоречат друг другу?

Оригинальное лейбницевское понятие массы существенно отличается от ньютоновского понятия. В письме (апрель 1669 года) к Якобу Томазию, своему любимому

---

<sup>4</sup> Ibid., «Liber sapientiae», chap. 11, sec. 21.

<sup>5</sup> «Полемика Г. В. Лейбница и С. Кларка по вопросам философии и естествознания (1715—1716)», Л., 1960, стр. 75.

<sup>6</sup> См. Louis Couturat, «Revue de métaphysique et de morale» 11, 83—99, (1903).

<sup>7</sup> «L'invention du concept de masse ne constituait pas seulement un progrès capital de la mécanique: elle permettait à Leibniz de dissocier complètement l'idée de matière de l'idée d'étendue, puisque le coefficient appelé masse est une quantité numérique, et non une grandeur spatiale»\*.

<sup>8</sup> Э. Мах, Механика, стр. 253: «Настоящее понятие массы Лейбниц столь же мало имеет, как и Декарт. Он говорит о теле (corpus), о тяжести (moles), о телах неравной величины, но одного и того же удельного веса и т. д. Только во второй статье (1695) встречается раз выражение «massa», заимствованное, вероятно, у Ньютона».

учителю в Лейпцигском университете, Лейбниц писал: «Первоначальная материя представляет собой саму массу, в которой нет ничего, кроме протяженности и антитипии, или непроницаемости»<sup>9</sup>. Лейбницевская теория материи может быть понята только в свете его учения о монадах. Первоначальная материя (*materia prima*), согласно Лейбницу, не является телом, но присуща «бытию монады». Вторичная материя (*materia secunda*), напротив, не имеет отношения к самим монадам, но принадлежит группе или скоплению монад; это основано на онтологическом отношении между монадами подчиненными и господствующими; подчиненные монады рефлектируют благодаря своей природе с меньшей степенью ясности и являются также более пассивными. Они в свою очередь содержат также вторичную материю, благодаря тому что другие монады подчиняются им, и так до бесконечности. Полностью инертная материя становится, таким образом, предельным понятием.

Лейбниц применяет те же самые термины первичной и вторичной материи и к воспринимаемому миру, то есть миру как объекту физического исследования, а не метафизических размышлений. Первоначальная материя, или масса, как говорит Лейбниц в своем письме к Томазию, является в данном случае абстракцией; она представляется просто как тело, занимающее пространство и препятствующее другим телам занимать то же самое пространство. Протяженность и антитипия (излюбленный термин Лейбница для обозначения непроницаемости<sup>10</sup>) являются,

---

<sup>9</sup> «*Materia prima est ipsa Massa in qua nihil aliud quam extensio et antitypia seu impenetrabilitas*». «Letter to Jacob Thomasius, April 1669», в: «*Die philosophischen Schriften von G. W. Leibniz*» (Berlin, 1880), Bd. 4, S. 165. Утверждение Маха, поскольку речь идет о дате (1695), является, как мы видим, ошибочным.

<sup>10</sup> «*Commentatio de anima brutorum, Opera philosophica quae extant, latine, gallica, germanica omnia*», ed. J. E. Erdmann (Berlin, 1840), part 1, p. 463. В письме к Вагнеру (*Epistola ad Wagnerum de vi activa corporis*, 1710) Лейбниц писал: «*Principium activum non tribui a me materiae nudae sive primae, quae mere passiva est, et in sola antitypia et extensione consistit*». («Активный принцип, по моему, не свойствен материи в чистом виде, которая совершенно пассивна, непроницаема (*antitypia*) и протяженна»); *Ibid.*, p. 466. Термин «антитипия» первоначально употреблялся Плутархом и Секстом Эмпириком и имел в то время единственное значение — твердости.

таким образом, атрибутами первоначальной материи. В другом случае Лейбниц сохраняет за вторичной материей термин «масса», который, по его мнению, является менее абстрактным понятием в силу того, что к нему добавлен признак активности. Так, в письме к Иоганну Бернулли Лейбниц характеризует первоначальную материю посредством слова *moles*, а вторичную материю выражает словом *massa*: «Материя в себе, или *moles*, которая может быть названа первичной материей, не есть субстанция и не есть даже агрегат субстанций, но представляет собой нечто несовершенное. Вторичная материя, или масса, не может рассматриваться в качестве одной субстанции, но как множество субстанций»<sup>11</sup>. Масса представляет собой собрание нескольких сущностей, подобно сачку с рыбой или стаду овец. Она есть свойство множества и как таковая принадлежит единичному только в частном случае. В этом отношении понятие массы подобно понятию пространства, которое, согласно Лейбницу, образуется путем гипостазирования системы отношений и приписывания ей онтологического существования<sup>12</sup>.

Хотя первоначально масса просто характеризует твердость, тем не менее она играет важную роль в воспринимаемом мире. Дело в том, что нельзя понять поведение физических тел, если, кроме протяженности и непроницаемости, не допустить существование некоторого свойства тел, благодаря которому «большое тело труднее привести в движение, чем малое тело»<sup>13</sup>. Лейбниц, хорошо

---

<sup>11</sup> «Leibnizens mathematische Schriften», Hrsg. G. I. Gerhardt (Halle, 1856), Bd. 3, Teil 2, S. 537: «*Materia ipsa per se, seu moles, quam materiam primam vocare possis, non est substantia; imo nec aggregatum substantiarum, sed aliquid incompletum. Materia secunda, seu massa, non est substantia, sed substantiae; ita non grex, sed animal; non piscina, sed piscis, substantia una est*». Точно такое же различие в терминах содержится и в его «*De ipsa natura, sive de vi insita actionibusque creaturarum*», «Opera omnia», vol. 2, part 2, p. 54.

<sup>12</sup> См. Мах J a m m e r, Concepts of Space, p. 114—117. Лейбницевское понятие массы как понятие класса снова появляется в кинематической теории Р. И. Босковича. См. L. L. Whyte, Boscovich and particle theory, «Nature» 179, 284—285 (1957).

<sup>13</sup> «Мы замечаем в материи свойство, которое называют естественной инерцией. В соответствии с этим свойством тело некоторым образом сопротивляется движению; при этом необходимо приложить некоторую силу, чтобы привести его в движение (даже если

знавший о том, что в картезианской физике отсутствует это фундаментальное понятие, приписывает, таким образом, инерцию массе в качестве вторичной материи. Одна геометрия не может описать пространственно-временное поведение тел, взаимодействующих друг с другом<sup>14</sup>. В соответствии с физическим опытом понятие инертной массы становится для Лейбница теоретической необходимостью, и эта необходимость опирается на эмпирическую достоверность равенства причины и действия.

Трудно оценить, до какой степени лейбницевское понятие массы, как оно здесь описано, непосредственно обусловлено трудами Ньютона. Что касается Кеплера, которого он часто упоминает в этой связи, то Лейбниц, конечно, обязан многому из его физических размышлений. Понятие массы у Лейбница, излагаемое в его «Динамике силы и законов телесной природы» (1689), которую он начал писать во время своей поездки в Рим, все больше и больше приближается к понятию Ньютона<sup>15</sup>. Действительно, в этот период определение массы Лейбницем, несмотря на его открытую оппозицию к ньютоновской теории гравитации, является полностью ньютоновским: «Массы движущихся тел относятся друг к другу как их объемы и плотности или как протяженность и концентрация материи»<sup>16</sup>.

Лейбниц всегда настаивал на том, что его физика должна находиться в согласии с его теологическим учением, и при этом без допущения какого-либо взаимного

---

не принимать во внимание его вес), и большое тело труднее поддается движению, чем маленькое тело» [*Journal des sçavans*] (18 juin 1691), p. 259. Ср. «Opera», p. 142, сноска 10].

<sup>14</sup> «Если бы тела характеризовались лишь размерами и положением, как представляют это геометры, то в соответствии с одним лишь понятием изменения эти размеры были бы полностью независимы от изменения, и результаты взаимодействия тел должны были бы объясняться лишь геометрическими конфигурациями движения, что полностью противоречит опыту» («*Leibnizens mathematische Schriften*», Bd. 6, S. 240).

<sup>15</sup> Именно в Риме через «*Acta eruditorum*» Лейбниц получил первую информацию о «Началах» Ньютона.

<sup>16</sup> «*Dynamica de potentia et legibus naturae corporea*», part 1, chap. 2, proposition 3: «*Moles mobilium, vel ipsa mobilia, sunt in ratione composita voluminum et densitatem, seu extensionum et intensionum materiae*»; ср. «*Leibnizens mathematische Schriften*», Bd. 6, S. 298.

влияния. Нельзя применять никаких духовных принципов для объяснения физических явлений, и никакие физические законы не могут быть использованы для интерпретации религиозных событий. Показ того, что религиозное событие возможно, что оно логически совместимо с законами физики, не означает объяснения его посредством физики. Следовательно, если Лейбниц использует понятие массы как врожденное свойство материи наряду с протяженностью и непроницаемостью для того, чтобы показать физическую возможность таинства евхаристии, то он тем самым не нарушает своих принципов: «В откровенной теологии я пытаюсь показать не фактическую истинность, но возможность таинства... возможность троицы, воплощения и евхаристии»<sup>17</sup>.

Протяженность, настаивает Лейбниц, предполагает нечто простирающееся, нечто расширяющееся и непрерывное. В молоке это белизна, в алмазе твердость; в телах вообще существует, таким образом, нечто, предшествующее протяженности, а именно действие и движение. Будучи в состоянии оказывать сопротивление, даже если речь идет только о противодействии изменению движения, масса сама должна быть источником силы, динамической сущностью<sup>18</sup>. Таким образом, масса в окончательно развитой системе Лейбница становится носителем или вместилищем активности и энергии.

Обозревая ретроспективно различные фазы лейбницевого понятия массы, в их формулировках, соответствующих различным аспектам его философской системы,

---

<sup>17</sup> «Die philosophischen Schriften von G. W. Leibniz», Bd. 1, S. 61, 75: «In Theologia Revelata übernehme ich zu demonstriren, nicht zwar veritatem (denn die flaut a revelatione), sondern possibilitatem mysteriorum, contra insultos infidelium et Atheorum, dadurch sie von allen contradictionibus vindicirt werden, nehlich possibilitatem Trinitatis, incarnationis, Eucharistiae... Ich aber bin endlich durch tieffe untersuchungen dahin kommen, dass ich possibilitatem mysteriorum Eucharistiae, wie sie in Concilio Tridentino erkläret werden, salva philosophiae emendata, welches vielen unglaublich vorkommen wird, zu demonstriren mir getraue. Ich will weissen vi principiorum philosophiae emendatae necesse est, ut datur in omni corpore principium intimum incorporeum substantiale a mole distinctum, et hoc illud esse, quod veteres, quod Scholastici substantiam dixerint, etsi nequiverint se distincte explicare multo minus sententiam suam demonstrare»\*.

<sup>18</sup> M a x J a m m e r, Concepts of force, chap. 9.

а также эволюцию самого понятия от непротяженного атомизма до энергетического динамизма, нетрудно понять, что для философа оно представляет собой предмет, несомненно достоверный, а для ученого — предмет методологически необоснованный. Противоречие между Кутюра и Махом в связи с этим может получить объяснение.

Динамическая интерпретация массы, данная Лейбницем, ведет по крайней мере к одному важному результату для физической науки: эта интерпретация подчеркивает проблематичность логического статуса и физического значения несколько парадоксального понятия силы инерции и, таким образом, ведет к элиминации этого понятия Иммануилом Кантом.

Для Ньютона масса была носителем силы инерции, а количество материи было пропорционально этой силе. В семнадцатом и восемнадцатом столетиях понятие силы инерции не было математической фикцией или искусственным построением, каким оно рассматривается в настоящее время в связи с принципом Д'Аламбера<sup>19</sup> или в связи с инерциальным поведением весомой материи при преобразованиях координатных систем. Это была физически существующая онтологическая реальность, сравнимая с любой другой известной физической силой, и она играла в то время важную роль в трактатах по механике.

Исследование Кантом онтологического и методологического статуса силы инерции было его главным вкладом в фундаментальные проблемы физики. Удивительно, что, несмотря на обширную литературу по всевозможным аспектам кантовской философии, на этот важный вклад Канта, кажется, еще не обращалось внимание. Проблема массы и ее отношение к инерции является главным предметом четырех произведений Канта, три из которых относятся к докритическому периоду.

В «Мыслях об истинной оценке живых сил»<sup>20</sup>, впервые опубликованных в 1746 году, Кант предлагает следовать

---

<sup>19</sup> В современной формулировке принципа Д'Аламбера силой инерции обычно называется величина  $-d(mv)/dt$ . Результирующая инерциальных сил и приложенных сил известна как эффективная сила, работа которой равна нулю для возможных перемещений, допускаемых связями системы.

<sup>20</sup> См. И. Кант, Сочинения в шести томах, т. 1, «Мысль», М., 1963.

Аристотелю и Лейбницу, приписывая каждому физическому телу врожденную силу, которой оно обладает еще до протяжения. «Не было бы никакого пространства и никакого протяжения, если бы субстанции не обладали никакой силой действовать вовне. Ибо без этой силы нет никакой связи, без связи — никакого порядка и, наконец, без порядка нет никакого пространства»<sup>21</sup>.

В «Физической монадологии», в которой еще видно влияние Лейбница и Вольфа, Кант сводит непроницаемость материи (положение восьмое) и ее инерцию (положение одиннадцатое) к силам, присущим материи. Каждый элемент физического тела обладает инерциальной силой в той мере, которая изменяется от элемента к элементу<sup>22</sup>. В первом королларии к положению одиннадцатому Кант еще характеризует силу инерции как особого рода движущую силу, а во втором королларии он определяет массу как величину этой силы<sup>23</sup>.

Однако два года спустя в «Новой теории движения и покоя» (1758) Кант выдвигает первые возражения против обоснованности понятия силы инерции. Напомним, что Ньютон в своих пояснениях к третьему определению «Начал» применяет понятие силы инерции в случае столкновения двух тел — в качестве противодействия «инертного» тела давящей силе. Кант, который до этого следовал Ньютону, в данном случае ставит интересный вопрос: как может быть внезапно нарушено равновесие действующих на тело сил, и именно так, что при этом возникает сила, которая действует в противоположном направлении в сравнении с приближающимся телом? Пытаясь свести обсуждаемое явление к принципу действия и противодействия, благодаря которому покоящееся тело должно рассматриваться как движущееся относительно приближающегося тела<sup>24</sup>, Кант делает вывод, что хотя понятие

---

<sup>21</sup> См. И. К а н т, Соч. т. 1, стр. 69.

<sup>22</sup> Там же, стр. 333: «Сила инерции любого элемента по сравнению с силой инерции элемента какого-нибудь другого вида может быть либо меньшей, либо большей».

<sup>23</sup> Там же: «Масса тел есть не что иное, как количество силы инерции, посредством которой они либо сопротивляются движению, либо, будучи приведены в движение с известной скоростью, в состоянии сообщить телу определенный импульс».

<sup>24</sup> Там же, стр. 382: «Но так как я доказал, что то, что ошибочно рассматривалось как состояние покоя по отношению к уда-

силы инерции и удобно для формулировки и выводов законов механики, тем не менее это понятие, в сущности, излишне. Наконец, в «Метафизических началах естествознания»<sup>25</sup>, опубликованных спустя пять лет после «Критики чистого разума», Кант полностью отвергает ньютоновское понятие силы инерции, несмотря на тот факт, что самим предметом этой работы были философские основания механики Ньютона. Поскольку движение может противостоять движению, а не покою<sup>26</sup>, то не инерция материи (ее неспособность двигаться) оказывает сопротивление движущей силе. Сила, которая сама не вызывает движения, представляет собой слово, не имеющее смысла<sup>27</sup>. Понятие силы инерции должно быть устранено из естествознания, замечает Кант, несмотря на прославленное имя того, кто ввел это понятие. И не просто в силу парадоксальности названия, но потому, что сам термин заключает в себе противоречие. Вместо силы инерции Кант постулирует закон инерции, полагая, что этот закон соответствует категории причинности: любое изменение в состоянии движения имеет внешнюю причину<sup>28</sup>. Что же можно сказать относительно понятия массы, которое первоначально Кант не отличал от величины этой силы? Согласно Канту, количество материи теперь есть величина активности в определенном объеме, а масса есть количество материи, рассматриваемой в то же время как активность<sup>29</sup>. В теореме 1 Кант определенно заявляет: «Количество материи в сравнении со всякой другой измеряется количеством движения

---

рящему телу, в действительности есть по отношению к нему некоторое движение, то ясно само собой, что упомянутая сила инерции придумана без всякой нужды и что при каждом ударе имеет место движение одного тела по направлению к другому телу, которое с равной степенью силы двигается навстречу первому, чем очень легко и понятно объясняется равенство действия и противодействия без всякой необходимости придумать еще какой-то особый вид силы природы. При всем том эта общепринятая сила чрезвычайно удобна для того, чтобы безошибочно и легко вывести из нее все законы движения».

<sup>25</sup> И. К а н т, Соч., т. 6.

<sup>26</sup> Там же, стр. 160.

<sup>27</sup> Там же.

<sup>28</sup> Там же.

<sup>29</sup> Там же, стр. 143.

при данной скорости»<sup>30</sup>. Хотя изложение этих идей Кантом не всегда достаточно ясно и современный читатель может не найти здесь дополнительной информации операционального значения, тем не менее очевидно, что Кант вполне осознавал проблематичный характер ньютоновского понятия массы. Элиминация Кантом метафизического понятия *vis inertiae* или *vis insita* подготовила путь для более положительного подхода к понятию массы.

---

<sup>30</sup> И. К а н т, Соч., т. 6, стр. 143.

СОВРЕМЕННОЕ ПОНЯТИЕ МАССЫ

Для философии природы восемнадцатого и девятнадцатого столетий было характерно то, что называлось субстанциальным понятием материи: материальные объекты рассматривались как содержащие субстанциальный субстрат, лежащий в основе всей физической реальности. К тому же этот субстрат рассматривался как абсолютный, так как он имел функцию носителя изменяющихся свойств, данных нам в ощущениях, не испытывая сам никакого воздействия со стороны этих свойств, подобно тому как ньютоновское пространство было абсолютным, действуя в качестве инерциальной системы по отношению ко всем материальным объектам и не испытывая никакого воздействия со стороны последних. Сохранение тождественности физических объектов во времени, несмотря на изменчивость воспринимаемых нами свойств, относилось к субстанциальности материи.

Постепенно с признанием инертной массы обнаружилось, что эти метафизические построения получают научное основание в принципе сохранения массы. Конечно, в «Началах» Ньютона уже содержалась в неявном виде идея того, что количество материи сохраняется в процессе развития материальной системы. Методологическая важность этого принципа была подчеркнута Кантом, который поместил его в один ряд с законами движения <sup>1</sup>, отметив при этом, что «общая метафизика» полагает принцип сохранения массы как постулат. Действительно, этот принцип рассматривался как существенный элемент древней идеи неразрушимости и несотворимости материи, выраженной ранними атомистами — Эмпедоклом, Аристотелем, Лукрецием и др.

---

<sup>1</sup> И. К а н т, Метафизические начала естествознания, Соч., т. 6, стр. 148.

Новое подтверждение принципа было дано в восемнадцатом столетии химическими исследованиями Антуана Лавуазье. В своем трактате «Элементы химии», опубликованном в 1789 году <sup>2</sup>, Лавуазье показал, что принцип сохранения массы применим также и к химическим реакциям: «Ничто не создается ни при искусственных, ни при естественных операциях, и можно принять за правило принцип, что в каждом процессе в начальный и конечный момент находится неизменное количество материи»<sup>3\*</sup>. Лавуазье иллюстрирует действие этого принципа на примере процесса брожения вина, в котором вес, или масса, первоначальных веществ (вода, сахар, дрожжи) равен весу компонентов, полученных в результате брожения (отстоявшийся напиток, углекислый газ). После опубликования результатов этих исследований были предприняты количественные исследования множества других химических реакций с использованием весов, и этот принцип сразу же был принят первыми сторонниками новой химии. Тем временем стало известно, что вес тел находится в зависимости от их положения на земной поверхности, из чего было ясно, что в физических и химических процессах в действительности сохраняется не вес, а масса. Более того, так как масса рассматривалась в качестве универсальной и единственно универсальной характеристики физических тел, которая сохранялась, то понятие массы для всех практических целей отождествлялось с понятием субстанции. Оно, таким образом, стало основным понятием в субстанциальной концепции материи. Еще в 1896 году Фрейшине в своих очерках по философии науки заявлял: «Если бы мне необходимо было дать определение материи, то я бы сказал: „Материя есть все то, что имеет массу, или все то, что требует силы для того, чтобы прийти в движение“»<sup>4</sup>.

И все же, несмотря на определяющую роль этого понятия, ему не было дано никакого формального определения. Обычно его рассматривали как синоним понятия

<sup>2</sup> «Traité élémentaire de chimie».

<sup>3</sup> Цит. по А. Л. Лавуазье, Мемуары, Л., 1931, стр. 26. (Предисловие).

<sup>4</sup> Charles de Freychinet, Essais sur la philosophie des sciences (Paris, 1896), p. 168: «Si j'avais à définir la matière, je dirais: la matière est tout ce qui a de la masse, ou tout ce qui exige de la force pour acquérir du mouvement».

количества материи, не объясняя, как измерить это количество, и не применяя какую-либо другую операциональную интерпретацию. Так, в физическом словаре Бриссона масса определяется как количество материи, которое содержит тело<sup>5</sup>. В физическом словаре Сиге де ла Фона дается почти такое же определение массы<sup>6</sup>. Учебники и трактаты по механике в восемнадцатом столетии не предлагают никаких лучших определений массы.

Единственное исключение в этом отношении представляет собой «Механика» Леонарда Эйлера, написанная с особой целью построения рациональной механики как науки на основе аксиом, определений и логической дедукции. Посредством такой науки Эйлер пытался продемонстрировать аподиктический характер ньютоновой механики. Для истории понятия массы «Механика» Эйлера имеет исключительное значение, так как она образует логический переход от первоначального ньютоновского понятия массы, основанного на понятии силы инерции, к более современному абстрактному понятию как численному коэффициенту, характеризующему отдельное физическое тело и определяемому посредством отношения силы к ускорению.

Предположение 7 первой книги «Механики» устанавливает закон инерции для покоящихся тел, который, согласно Эйлеру, может быть доказан посредством принципа достаточного основания. «Нет никаких оснований для того, чтобы тело скорее двигалось в одном направлении, нежели в другом»<sup>7</sup>.

---

<sup>5</sup> M. Brisson, Dictionnaire raisonné de physique (Paris, 1781), vol. 2, p. 108: «Masse. On appelle ainsi, en physique, la quantité de matière propre que contient un corps».

<sup>6</sup> Sigaud de la Fond, Dictionnaire de physique (Paris, 1781), vol. 3, p. 121: «On entend en physique par la masse d'un corps la quantité de matière qu'il contient».

<sup>7</sup> Л. Эйлер, Основы динамики точки, М.-Л., 1938, стр. 68: «Теорема. Тело, находящееся в состоянии абсолютного покоя, должно вечно пребывать в покое, если не получит побуждения к движению от внешней причины».

Доказательство. Если мы допускаем, что это тело находится в бесконечном пространстве и при этом в пустоте, то ясно, что нет никакого основания, почему бы оно начало двигаться в том или другом направлении. Отсюда следует: так как нет достаточного основания, почему бы оно стало двигаться, то оно всегда должно будет оставаться в покое». Принцип достаточного

Вторым интересным для нас является также предположение 17: «Сила инерции в любом теле пропорциональна количеству материи, которое содержит тело». В этом, конечно, видно влияние ньютоновского пояснения к определению 3 в «Началах». До сих пор Эйлер следует Ньютону. Но в доказательстве предположения 17 появляется новая идея. Эйлер описывает силу инерции (силу, благодаря которой тело сохраняет свое состояние покоя или равномерного и прямолинейного движения) как определяемую силой, которая понуждает выводить тело из его состояния покоя или состояния движения. Различные тела требуют различных сил, пропорционально их количеству материи<sup>8</sup>. Таким образом, количество материи или масса определяются посредством движущих сил — идея, которая в последующих главах «Механики»,

основания неоднократно применялся для «доказательства» закона инерции как для покоящихся тел, так и для тел, движущихся равномерно. См. наши замечания о «Братьях Чистоты» (стр. 40), а также: А р и с т о т е л ь, Физика, IV, 8, 215a—215b (аргументы против пустоты); И. К а н т, Метафизические начала естествознания, часть 3, теорема 3; А. Ш о п е н г а у э р, Мир, как воля и представление, М.-П., т. 1, М., 1900; Д. К. М а к с в е л л, Материя и движение, М., 1924, глава 3; J. le Rond d'Alembert, Traité de dynamique, part 1, chap. 1, law 2; R. H. L o t z e, System der Philosophie (Metaphysik), Leipzig, 1874, S. 311; K. K r o m a n, Unsere Naturerkenntnis (Copenhagen, 1883); E. D ü h r i n g, Logik und Wissenschaftstheorie (Leipzig, 1878). S. 280. Критику такого рода доказательств см. в: Ф. Ф р а н к, Философия науки, М., 1960, стр. 205—207; F. P o s k e, Der empirische Ursprung und die Allgemeingültigkeit des Beharrungsgesetzes, «Vierteljahrsschrift für wissenschaftliche Philosophie», 8, 385—404 (1884); P. J o h a n n e s o n, Das Beharrungsgesetz (Berlin, 1896); W. W u n d t, Die Physikalischen Axiome und ihre Beziehung zum Causalprincip (Erlangen, 1866), S. 40; H. S t r e i n i t z, Die physikalischen Grundlagen der Mechanik (Leipzig, 1883), S. 53; K. L a s s w i t z, Atomistik und Kriticismus (Braunschweig, 1878), S. 78.

<sup>8</sup> Л. Эйлер, Основы динамики точки, стр. 116—117.

*Т е о р е м а. Сила инерции каждого тела пропорциональна количеству материи, из которой оно состоит.*

*Д о к а з а т е л ь с т в о.* Сила инерции есть присущее каждому телу стремление оставаться в своем состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения. Она определяется той силой, которая необходима, чтобы вывести тело из его состояния. Различные же тела в одинаковой мере выводятся из своего состояния силами, которые пропорциональны количествам материи, заключающимся в этих телах. А так как силы инерции этих тел пропорциональны этим силам, то, следовательно, они пропорциональны и количествам материи».

равно как и в его «Теории движения твердых тел» (1760), приобретает все большее значение. Так, в пояснении 2 к определению массы (определение 15)<sup>9</sup> Эйлер утверждает, что материя (масса) тела измеряется не его объемом, но силой, необходимой для того, чтобы привести тело в данное движение (ускорение). Здесь, следовательно, впервые имеет место выражение хорошо известной формулы: «Сила равна массе, умноженной на ускорение», и это выражение служит точным определением понятия массы.

Определение понятия массы как отношения силы к ускорению было широко принято, в особенности во французской школе математических физиков. Большинство трактатов по рациональной механике в девятнадцатом столетии, подобных трактатам Ж. М. К. Дюамеля<sup>10</sup> или Г. А. Резаля<sup>11</sup>, начинают свои обсуждения с этого определения. П. Аппель, например, в своем классическом «Трактате по рациональной механике» пишет следующее: «Масса материальной точки представляет собой постоянное отношение, которое существует между интенсивностью постоянной силы и ускорением, приобретенным этой точкой под действием этой силы»<sup>12</sup>.

Однако развитие современных фундаментальных исследований, начавшихся в середине девятнадцатого столетия с появлением неевклидовой геометрии и изучением ее логических оснований, привело также к тщательному изучению оснований физики. В частности, принципы механики Ньютона стали предметом критических исследований физиков, математиков и философов, таких, как Сен-Венан, Рич, Андрад, Кирхгоф, Мах, Герц и Пуанкаре. Возраставшее влияние на естествознание новых позитивистских воззрений привело на первых порах, как мы знаем<sup>13</sup>, к основательной критике понятия силы. То, что в ньютоновской физике играло централь-

<sup>9</sup> Л. Эйлер, Основы динамики точки, стр. 137.

<sup>10</sup> «Cours de mécanique» (Paris, 1845—1846), vol. 1, p. 93.

<sup>11</sup> «Traité de mécanique générale» (Paris, 1873—1881), vol. 1, p. 132.

<sup>12</sup> Paul Appell, Traité de mécanique rationnelle (Paris, 1893), vol. 1, p. 87: «La masse d'un point matériel est donc le rapport constant qui existe entre l'intensité d'une force constante et l'accélération qu'elle imprime au point».

<sup>13</sup> Мах J a m m e r, Concepts of force, p. 200—240.

ную роль, рассматривалось теперь как темное метафизическое понятие, которое должно быть устранено из науки. Было провозглашено, что кинематика как своеобразный сплав геометрии и времени обладает логическим и методологическим преимуществом в сравнении с динамикой. Сведение динамических понятий к кинематическим стало важной задачей теоретической механики.

Одним из ранних исследований, выполненных в этом духе, были «Принципы механики, основанные на кинематике» Сен-Венана, опубликованные в 1851 году. В этой работе, а также в ряде статей, опубликованных в «Comptes rendus», Сен-Венан возражает против традиционного понятия количества материи как лишенного физического значения. В то же время масса является для него вполне законным физическим понятием, определяемым кинематическим способом: масса данного тела представляет собой число его частей, которые при взаимном столкновении с произвольным телом, принятым за единицу, сообщают друг другу равные и противоположно направленные скорости. Или более точно: «Масса тела есть отношение двух чисел — числа частей данного тела к числу частей стандартного тела. При этом части, будучи разделенными, при взаимном попарном столкновении сообщают друг другу равные и противоположно направленные скорости»<sup>14</sup>.

Если два тела, будучи брошены навстречу друг другу, имеют равные скорости или удаляются друг от друга с равными скоростями, то их массы равны. Сен-Венан обобщает это определение. Если  $v_1$  и  $v_2$  представляют собой скорости до столкновения,  $v_1 + \Delta v_1$ ,  $v_2 + \Delta v_2$  — скорости после столкновения и если  $m_1$  и  $m_2$  — массы в ньютоновском смысле, то, согласно принципу сохранения количества движения,

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 (v_1 + \Delta v_1) + m_2 (v_2 + \Delta v_2)$$

или

$$m_1 \Delta v_1 + m_2 \Delta v_2 = 0.$$

Следовательно,

$$m_2 : m_1 = |\Delta v_1| : |\Delta v_2|.$$

---

<sup>14</sup> B a r r é d e S a i n t - V e n a n t, Mémoire sur les sommes et les différences géométriques et sur leur usage pour simplifier la mécanique, «Comptes rendus», 21, 620 (1845).

Сен-Венан использует это последнее уравнение в качестве отправного пункта для определения равенства масс: два тела имеют равные массы, если после столкновения равны приращения их скоростей. Исходное условие в определении Сен-Венана — а именно концептуальное расчленение двух тел на элементы с равными массами — позднее было опущено, и последняя формула была взята в качестве определения отношения масс двух тел. Андрад в статье, озаглавленной «Основные идеи механики»<sup>15</sup>, и в своих «Лекциях по физической механике», опубликованных в Париже в том же, 1898 году, рассматривает формулу

$$m_2 : m_1 = |\Delta v_1| : |\Delta v_2|$$

как единственное не вызывающее возражений определение массы<sup>16</sup>.

В 1867 году Эрнст Мах, один из наиболее красноречивых проповедников поднимающегося антиметафизического отношения к науке, настаивал на необходимости нового определения массы. Заметка из пяти страниц «Об определении массы», в которой он впервые изложил свои идеи по поводу данного предмета, была отвергнута «Анналами физики» Поггендорфа, но год спустя, в 1868 году, была опубликована в «Трудах по экспериментальной физике»<sup>17</sup>.

В соответствии с основным положением своего учения, что чистая наука как абстрактная количественная запись фактов не связана с элементами опыта самого по себе, но, скорее, с функциональными отношениями, посредством которых они контролируются, Мах, подобно своему предшественнику Сен-Венану, отвергает понятие количества материи более категорично, чем понятие материи, поскольку это касается науки. Однако понятие массы как математической величины, удовлетворяющей некоторым урав-

<sup>15</sup> «Revue philosophique de la France et de l'étranger», 46, 399—419 (1898).

<sup>16</sup> «Leçons de mécanique physique» (Paris, 1898), p. 53.

<sup>17</sup> E r n s t M a c h, Über die Definition der Masse, «Carl's Repertorium der Experimentalphysik», 4, 355—359 (1868). Перепечатано в кн.: «Die Geschichte und die Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit» (Prag, 1872). Позднее мы выясним, каким образом подход Маха к понятию массы связан с принципом сохранения энергии или, как называет его Мах, «принципом невозможности вечного двигателя».

нениям теоретической физики, остается весьма удобным для науки<sup>18</sup>.

Методологическая ценность этого понятия проистекает из того, что, хотя его интерпретация как количества материи представляет собой незаконный выход за пределы опыта, оно все же является специфической константой рассматриваемого физического тела. Это означает, в частности, что определение этого понятия и его обоснование должны быть независимы от каких-либо физических гипотез относительно того, что в ньютоновской физике называлось полем сил.

Поэтому для того чтобы получить кинематическое определение понятия силы, Мах рассматривает две частицы *A* и *B*, взаимодействующие друг с другом, но тем не менее не испытывающие воздействия со стороны всех других частиц во Вселенной. Это допущение, поясняет он, представляет собой законную экстраполяцию от опыта. В своей «Механике» он называет это утверждение опытным принципом. Мы сошлемся здесь на соответствующее место и процитируем его полностью:

«а. Опытный принцип. Противопоставленные друг другу тела вызывают друг в друге при известных, определенных в экспериментальной физике условиях противоположные *ускорения* в направлении соединяющей их линии...

б. Определение. Отношение масс двух тел есть отрицательное обратное отношение их взаимных ускорений.

с. Опытный принцип. Отношения масс не зависят от рода физических состояний тел (будь то электрические, магнитные и т. д. состояния), обуславливающих взаимное их ускорение; они остаются также одними и теми же, безразлично, получены ли они опосредованно или непосредственно.

---

<sup>18</sup> Ernst Mach, Die Prinzipien der Wärmelehre (Leipzig, 1900), S. 363: «Wenn ich mich bemühe, alle metaphysischen Elemente aus den naturwissenschaftlichen Darstellungen zu beseitigen, so meine ich damit nicht, dass alle bildlichen Vorstellungen, wo dieselben nützlich sein können, und eben nur als Bilder aufgefasst werden, ebenfalls beseitigt werden sollen. Noch weniger ist aber eine antimetaphysische Kritik als gegen alle bisherigen wertvollen Grundlagen gerichtet anzusehen. Man kann z. B. ganz wohl gegen den metaphysischen Begriff „Materie“ starke Bedenken haben, und hat doch nicht nötig den wertvollen Begriff „Masse“ zu eliminieren, sondern kann denselben etwa in der Weise, wie ich es in der „Mechanik“ getan habe, festhalten, gerade deshalb, weil man durchschaut hat, dass derselbe nichts als die Erfüllung einer wichtigen Gleichung bedeutet»\*.

d. Опытный принцип. Ускорения, которые вызывают несколько тел  $A, B, C \dots$  в каком-нибудь теле  $K$ , друг от друга не зависят...  
 e. Определение. Движущая сила есть произведение из величины массы какого-нибудь тела на вызванное в нем ускорение»<sup>19</sup>.

Далее мы дадим несколько модернизированный анализ понятия массы, осуществленный Махом, точно придерживаясь оригинального текста.

Пусть  $a_{A/B}$  обозначает ускорение частицы  $A$ , полученное от частицы  $B$ , и  $a_{B/A}$  — ускорение частицы  $B$ , полученное от  $A$ . Опыт показывает, что (1) эти ускорения имеют противоположные направления и (2) что отрицательное обратное отношение, обозначенное  $m_{A/B}$ , является положительной численной константой, независимой от соответствующего положения или движения частиц:

$$m_{A/B} = -\frac{a_{B/A}}{a_{A/B}} = \text{положительная константа.} \quad (1)$$

Если частицу  $B$  удалить и заменить ее третьей частицей  $C$ , взаимодействующей с  $A$ , то мы получим подобным образом

$$m_{A/C} = -\frac{a_{C/A}}{a_{A/C}} = \text{другая положительная константа.} \quad (2)$$

Если взаимодействуют только частицы  $C$  и  $B$ , то

$$m_{C/B} = -\frac{a_{B/C}}{a_{C/B}} = \text{третья положительная константа.} \quad (3)$$

Далее, из опыта мы узнаем, как доказывает Мах на основании описанного им мысленного эксперимента, что эти три выражения для масс удовлетворяют следующему соотношению:

$$m_{A/B} = m_{A/C} m_{C/B}. \quad (4)$$

Следовательно, каждое выражение для масс может быть представлено как отношение двух положительных чисел:

$$m_{A/B} = \frac{m_A}{m_B}, \quad m_{A/C} = \frac{m_A}{m_C}, \quad m_{C/B} = \frac{m_C}{m_B}, \quad (5)$$

где новые константы  $m_A, m_B, m_C$ , любая из которых может быть произвольно принята за единицу, будут называться относительными массами соответственно частиц  $A, B$  и  $C$ . Уравнения (1), (2), (3) в этом случае будут

<sup>19</sup> Э. Мах, Механика, стр. 210—211.

читаться следующим образом:

$$m_A a_{A/B} = -m_B a_{B/A}, \quad (1')$$

$$m_A a_{A/C} = -m_C a_{C/A}, \quad (2')$$

$$m_C a_{C/B} = -m_B a_{B/C}. \quad (3')$$

Эти уравнения показывают, что в произведении относительной массы любой частицы на ускорение, вызванное другой частицей, первый множитель независим от выбора другой частицы. Уравнения (1') и (2'), например, показывают, что математическое описание взаимодействия частицы  $A$  с частицей  $B$  или с частицей  $C$  в обоих случаях связывает с частицей  $A$  одну и ту же относительную массу  $m_A$ . Наконец, если одну из этих частиц взять в качестве стандартной частицы, приняв ее относительную массу за единицу (скажем,  $m_A = 1$ ), тогда другие относительные массы (в нашем случае  $m_B$  и  $m_C$ ) могут быть названы просто массами частиц.

Транзитивность отношений масс, другими словами, справедливость уравнения (4) легче всего может быть показана, согласно Э. Маху, в частном случае равных масс, к которому можно свести все другие случаи. Равными массами являются, конечно, массы, которые при столкновении частиц вызывают взаимно равные и противоположно направленные ускорения. Вопрос, таким образом, сводится к тому, что может быть названо «транзитивной проблемой»: являются ли две массы, скажем,  $m_A$  и  $m_B$ , равными друг другу, если они порознь равны третьей массе, скажем,  $m_C$ ?

Положение, содержащееся в уравнении (4), логически эквивалентно положительному ответу на «транзитивную проблему». Это вытекает из следующих соображений: на основании уравнения (2'),  $m_A = m_C$  предполагает

$$a_{A/C} = -a_{C/A}, \quad (2'')$$

а на основании уравнения (3')  $m_B = m_C$  предполагает

$$a_{C/B} = -a_{B/C}. \quad (3'')$$

Далее, если также  $m_A = m_B$ , то на основании уравнения (1')

$$a_{A/B} = -a_{B/A}. \quad (1'')$$

Другими словами, все шесть ускорений  $a$  являются в этом случае антисимметричными относительно своих знаков. Но тогда, очевидно, выполняется следующее уравнение:

$$-\frac{a_{B/A}}{a_{A/B}} = \left( -\frac{a_{C/A}}{a_{A/C}} \right) \left( -\frac{a_{B/C}}{a_{C/B}} \right), \quad (6)$$

которое представляет собой точную формулировку уравнения (4).

Для того чтобы показать, что опыт исключает возможность отрицательного ответа на «транзитивную проблему», Мах использует следующий мысленный эксперимент. Допустим, говорит он, что три упругих тела  $A$ ,  $B$  и  $C$  могут двигаться по абсолютно гладкому и неподвижному кольцу<sup>20</sup>. Предполагая, что  $m_{A/B} = 1$  (то есть  $m_A = m_B$ ) и  $m_{B/C} = 1$  (то есть  $m_B = m_C$ ), получаем из опыта, что  $m_{A/C} = 1$ . Если мы сообщим некоторую скорость телу  $A$ , то оно передаст такую же скорость при помощи удара телу  $B$  в силу первого допущения. А тело  $B$  в свою очередь передаст такую же скорость телу  $C$  в силу второго предположения. Далее, если бы  $m_C$  было больше, чем  $m_A$ , то тело  $A$  получило бы большую скорость, так как кинетическая энергия системы увеличилась бы в противоречии с опытом или в противоречии с «принципом невозможности вечного двигателя»<sup>21</sup>. Если бы  $m_A$  было меньше, чем  $m_C$ , то обратное направление движения привело бы к тому же самому результату.

Мах сам говорит<sup>22</sup>, что его идеи первоначально игнорировались или прямо отвергались. Однако со времени опубликования «Лекций по механике» Кирхгофа (1874—1876), программная цель которых состояла в «законченном и простейшем способе описания движения, имеющего место в природе»<sup>23</sup>, и благодаря большому авторитету Кирхгофа воззрения Маха становились все более популярными и наконец они были провозглашены (в особенности в позитивистских школах) как значительный успех в развитии механики.

<sup>20</sup> Э. Мах, Механика, стр. 184.

<sup>21</sup> Ernst Mach, Über die Definition der Masse (см. сноску 17).

<sup>22</sup> Э. Мах, Механика, стр. 225.

<sup>23</sup> Gustav Kirchhoff, Vorlesungen über Mechanik (Leipzig, 1876).

Одно из самых ранних возражений маховскому определению массы состояло в замечании относительно неясности выражения «при известных, определенных в экспериментальной физике условиях», которое имеется в первом опытном принципе Маха. Относятся ли эти условия к выявлению особой системы отсчета? Более того, не может ли оказаться, что критерием выбора приемлемой системы отсчета является понятие массы?

Действительно, тот факт, что массовое отношение  $m_{A/B}$  зависит от системы отсчета  $S$ , может быть легко показан. Наблюдатель, система отсчета которого  $S'$  движется с ускорением  $a$  относительно  $S$ , определяет массовое отношение двух частиц  $A$  и  $B$  следующим образом:

$$m'_{A/B} = - \frac{a'_{B/A}}{a'_{A/B}},$$

где  $a'_{B/A} = a_{B/A} - a$  и  $a'_{A/B} = a_{A/B} + a$ . Его массовое отношение связано, следовательно, с  $m_{A/B}$  посредством уравнения

$$m'_{A/B} = m_{A/B} \frac{1 - (a/a_{B/A})}{1 + (a/a_{A/B})}. \quad (7)$$

Так как состояние движения наблюдателя не отражается на условии «изолированности» материальной системы, содержащей частицы  $A$  и  $B$ , то ясно, что каждый наблюдатель получает, вообще говоря, различное значение массового отношения. Действительно, для любого произвольно данного положительного числа  $y$  преобразование координатной системы может быть установлено для любых двух данных частиц таким образом, что по отношению к преобразованной системе  $y$  станет массовым отношением этих частиц. Новая система отсчета приобретает движение относительно первоначальной системы с ускорением

$$a = \frac{m_{A/B} \cdot y}{(m_{A/B}/a_{B/A}) + (y/a_{A/B})}, \quad (8)$$

где  $m_{A/B}$ ,  $a_{A/B}$  и  $a_{B/A}$  являются величинами, как они определены выше, по отношению к первоначальной системе. С другой стороны, можно показать — и это не будет тривиальным результатом, — что если в системе отсчета  $S$  две частицы имеют равные массы, то они будут иметь

равные массы в любой другой системе  $S'$ . Полагая  $m_A = m_B$  (то есть  $m_{A/B} = 1$ ) в уравнении (7) при антисимметрии ускорений  $a_{A/B}$  и  $a_{B/A}$  по отношению к их знакам, получим  $m'_{A/B} = 1$  или  $m'_A = m'_B$ . Интересно отметить, что современные учебники по механике, которые вводят понятие массы более или менее в соответствии с Махом, не подчеркивают важности того факта, что определение массы зависит от выбора системы отсчета.

Более того, обобщая эти результаты, можно показать<sup>24</sup>, что для любой данной динамической системы с массами  $m_1, m_2, \dots, m_n$  (относительно системы отсчета  $S$ ) и для любого произвольно взятого ряда  $n$  положительных скалярных величин  $m'_1, m'_2, \dots, m'_n$  может быть найдена система отсчета  $S'$ , относительно которой эти  $n$  скалярных величин могут быть интерпретированы как массы данных частиц.

Было также выдвинуто возражение, что определение Маха предполагает существование сил, природа которых не известна. Не является ли допущение «индуцирования» ускорений темным, если не сказать таинственным, элементом во всем ходе мыслей, который находится в явном противоречии с собственными принципами Маха? Так, Фолькман ставит вопрос о законности фундаментального допущения Маха о том, что любые два тела, расположенные друг перед другом, воздействуют друг на друга с противоположно направленными ускорениями вдоль линии, соединяющей эти тела<sup>25</sup>. Вульф, защищая Маха<sup>26</sup>, предполагает, что динамическое допущение Маха можно заменить несомненным экспериментальным фактом, состоящим в том, что при центральном столкновении двух тел они вызывают друг у друга противоположные ускорения, направленные по прямой, соединяющей центры тяжести этих тел.

---

<sup>24</sup> P a u l A p p e l, Sur la notion d'axes fixes et de mouvement absolu, «Comptes rendus», 166, 513—516 (1918).

<sup>25</sup> P a u l V o l k m a n n, Über Newton's «Philosophiae naturalis principia mathematica» und ihre Bedeutung für die Gegenwart, «Sitzungsberichte der physikalische-ökonomischen Gesellschaft in Königsberg» (1898). См. также «Beiblätter zu den Annalen der Physik und Chemie» (1898), S. 917—918; «Einführung in das Studium der theoretischen Physik» (Leipzig, 1900).

<sup>26</sup> T. W u l f, Zur Mach'schen Massendefinition, «Zeitschrift für physikalischen und chemischen Unterricht», 12, 205—208 (1899).

Другая трудность, которую необходимо было преодолеть, состояла в допущении Махом динамически изолированной системы, состоящей только из двух тел  $A$  и  $B$ . Говорилось, что такого рода изолированная система практически редко встречается. Какова же тогда польза от операционального определения, если его предпосылки не выполняются в природе? Астрономические бинарные системы (двойные звезды), если они локализованы на достаточном расстоянии от других звезд, могут, конечно, быть взяты в качестве представителей таких изолированных систем в природе. Математическое описание движения их компонентов является, однако, довольно сложной задачей. Было естественно обобщить процедуру Маха, перейдя от системы, состоящей из двух частиц, к системе, состоящей из произвольного конечного числа частиц, рассматривая, например, Солнечную систему, которая является, возможно, наиболее известной приближенно изолированной системой, как одну из таких систем в природе. Однако такое обобщение порождает некоторые трудности, на что указал Пендс<sup>27</sup> и некоторые другие авторы. Ускорение  $a_A$  частицы  $A$  необходимо сначала разложить на компоненты  $a_{A/B}$ ,  $a_{A/C}$ ,  $\dots$ ,  $a_{A/N}$  в направлении прямой, соединяющей  $A$  с  $B$ ,  $C$ ,  $\dots$ ,  $N$ , и то же самое необходимо сделать для  $a_B$ ,  $a_C$  и т. д. Далее, необходимо допустить, что величина каждого из этих компонентов зависит исключительно от положения двух частиц, что отмечено соответствующими индексами. Для последующего изложения будет удобнее придать численные индексы каждой частице. Так, частица  $A$  будет иметь индекс 1, частица  $B$  — индекс 2 и т. д. В таком случае  $a_k$ , векторное ускорение  $k$ -й частицы (при  $k = 1, 2, \dots, n$ ), может быть представлено следующим выражением:

$$\mathbf{a}_k = \sum_{i=1}^n \alpha_{ki} \mathbf{u}_{ki} \quad (\alpha_{kk} = 0), \quad (9)$$

где  $\mathbf{u}_{ki}$  представляет собой единичный вектор, направленный от  $k$ -й частицы к  $i$ -й частице, и  $\alpha_{ki}$  являются

---

<sup>27</sup> C. G. P e n d s e, A note on the definition and determination of mass in Newtonian mechanics, «Philosophical Magazine», 24, 1012—1022 (1937). Его же: «On mass and force in Newtonian mechanics», в: «Philosophical Magazine», 29, 477—484 (1940).

численными коэффициентами. Величины  $a_k$  и  $u_{ki}$  определяются путем измерения;  $\alpha_{ki}$  не известны и должны быть определены.

Выражения (9) образуют систему из  $n$  векторных уравнений в трехмерном пространстве или систему из  $3n$  алгебраических линейных уравнений для  $n(n-1)$  неизвестных  $\alpha_{ki}$ . Поэтому  $\alpha_{ki}$  можно определить только при условии, если  $n(n-1) \leq 3n$ , то есть если  $n \leq 4$ . Но так как  $\alpha_{ki}$  определяется относительными массами или массовыми отношениями, ясно, что процедура Маха теряет свой смысл для системы из пяти и более частиц. Для компланарных ускорений и движений, примером которых могут служить ускорения и движения в Солнечной системе, эта процедура теряет свое значение для четырех, а для коллинеарных ускорений — и для трех частиц.

В 1939 году Пендс на основе третьего закона движения Ньютона<sup>28</sup> следующим образом обобщил эти выводы. Пусть дано  $n$  частиц с соответствующими массами  $m_k$  ( $k=1, 2, \dots, n$ ) и пусть  $F_{ki}u_{ki}$  будут силы, направленные на  $k$ -ю частицу со стороны  $i$ -й частицы по направлению единичного вектора  $u_{ki}$  от  $k$ -й к  $i$ -й частице. По третьему закону Ньютона  $F_{ki} = F_{ik}$ . Уравнение движения для  $k$ -й частицы записывается следующим образом:

$$m_k a_k = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n F_{ki} u_{ki}.$$

Существуют  $3n$  различных однородных линейных независимых алгебраических уравнений для  $n + \frac{1}{2}n(n-1)$  неизвестных ( $n$  масс  $m_k$  и  $\frac{1}{2}n(n-1)$  сил  $F_{ki}$ ). Поэтому решение вообще неопределенно только при  $n \geq 6$ . Более того, если наблюдения проведены в  $r$  различные моменты времени, то число уравнений может достигнуть  $3nr$ , в то время как число неизвестных в силу предполагаемого постоянства масс во времени равно только  $n + \frac{1}{2}n(n-1)r$ . Уравнения, таким образом, будут иметь неопределенные решения для любого  $r$ , если  $n \geq 8$ . Наконец, если динамическая система из  $n$  масс является

<sup>28</sup> C. G. P e n d s e, A further note on the definition and determination of mass in Newtonian mechanics, «Philosophical Magazine», 27, 51—61 (1939).

динамически изолированной, то есть линейные и угловые моменты сохраняются, то  $6r$  однородных линейных алгебраических уравнений

$$\sum_{k=1}^n m_k \mathbf{a}_k(t) = 0,$$

$$\sum_{k=1}^n m_k [\mathbf{r}_k(t) \times \mathbf{a}_k(t)] = 0,$$

выполняющиеся в  $r$  различные моменты времени  $t$ , определяют (с точностью до коэффициента пропорциональности) массовые отношения однозначным образом, если эти уравнения независимы при условии  $r > 1/6 (n - 1)$ . Таким образом, при некоторых условиях массы динамической системы могут быть определены, если при этом обеспечено достаточное число наблюдений.

Если игнорировать столь тонкие, как только что описанные, трудности, то можно справедливо рассматривать определение массы Махом как приемлемое операциональное определение теоретической конструкции. Путем обоснования правил соответствия между теоретической конструкцией массы и серией ясно определенных операций (измерений ускорения), теоремы теоретической механики, поскольку это касается понятия массы, становятся значимым рядом предложений. Среди философов, первыми понявших важность маховского определения массы, следует упомянуть У. Клиффорда и К. Пирсона. В своей работе «Общий смысл точных наук»<sup>29</sup>, опубликованной в 1885 году в «Международной научной серии» (Лондон), Клиффорд определяет понятие массы в манере Маха. Пирсон в своей некогда популярной «Грамматике науки», опубликованной первоначально в 1889 году в «Современной научной серии» (Лондон), говорит о «научном понятии массы», которое весьма близко к маховскому понятию<sup>30</sup>. С другой стороны, Дюринг в «Критической истории общих принципов механики»<sup>31</sup>, опубликованной

<sup>29</sup> W. K. Clifford, The common sense of the exact sciences (London, 1885), chap. 5, sec. 11, p. 241. Вновь перепечатано Давером (Нью Йорк, 1955).

<sup>30</sup> К. Пирсон, Грамматика науки, СПб., 1911, стр. 351—360.

<sup>31</sup> Е. Дюринг, Критическая история общих принципов механики, М., 1893.

пять лет спустя после появления маховского определения массы, все еще отождествляет массу с количеством материи <sup>32</sup>, основывая свои аргументы на том, что может быть названо аддитивностью массы. Два тела, говорит он, сходные друг с другом во всех отношениях, при объединении их каким-либо способом обладают вдвое большей массой в качестве составного тела. При этом масса самих компонентов не меняется. Это свойство, продолжает он, обеспечивает методологическое основание и логическую автономность понятия массы, ее независимость от науки механики. Хотя количественное определение является предметом динамики, добавляет он, само понятие массы предшествует такому определению, и без такого предварительного понятия процедура, ведущая к численному определению, потеряла бы смысл <sup>33</sup>. В свете этих положений не удивительно, что известный в свое время философский словарь все еще давал определение понятия массы как количества материи <sup>34</sup>. Другим сравнительно недавним примером (1949) является книга А. Ф. Иоффе «Основные представления современной физики», переведенная на английский язык в Москве. Цель этой книги, сформулированная автором, состоит в подтверждении учения диалектического материализма данными современной физики. Так как понятие массы играет важную роль в современной материалистической философии, особенно интересно знать, как известный советский физик представляет себе идею массы. Масса, по определению Иоффе, является «мерой количества материи»\*.

Вообще, однако, необходимо заметить, что учебники по физике, написанные или опубликованные с начала столетия, только в редких случаях сохраняют неопределенное понятие массы как количества материи. Среди более чем 140 трактатов и учебников по физике, просмотренных с этой целью в 1918 году Эдвардом Хантингтоном <sup>35</sup>, только в одной книге масса определяется просто

---

<sup>32</sup> Там же, стр. 174—175.

<sup>33</sup> Там же, стр. 175.

<sup>34</sup> E l i B l a n c, Dictionnaire de philosophie (Paris, 1909), p. 804: «Ce qu'on peut dire de plus clair peut-être c'est que la masse d'un corps est la quantité de matière de ce corps».

<sup>35</sup> См. «Bibliographical note on the use of the word mass in current textbooks», «American Mathematical Monthly», 25, 1—15 (1918).

как количество материи <sup>36</sup>. Большинство исследованных учебников вводят понятие массы как частное от деления силы на ускорение или посредством операции взвешивания на весах. Около 10 из этих 140 учебников более или менее близко следуют процедуре Маха. Неопубликованное статистическое изучение учебников по физике и трактатов по механике (или динамике), выполненное автором настоящей книги, за период с 1920 по 1960 год ясно показывает, что значительно возрос процент книг, в которых масса определяется посредством взаимных ускорений.

Логические и методологические аспекты маховского определения были в дальнейшем разработаны в особенности логическими позитивистами, такими, как Рудольф Карнап <sup>37</sup> и Филипп Франк <sup>38</sup>. Карнап показал, каким образом отношение равенства масс (соответствующее равным ускорениям) является транзитивным и симметричным отношением, а неравенство масс — транзитивным и асимметричным отношением, находясь, таким образом, в соответствии с правилом, которое он назвал топологическим определением и которое позволяет однозначно связать численное значение с обсуждаемым свойством.

Некоторые теоретики выбирали различные подходы к точному операциональному определению массы. Следуя Эйлеру в его концепции массы как отношения силы к ускорению, они не возражали против использования силы как физически содержательного понятия. Одно из наиболее подробных изложений этого направления было представлено Максвеллом в его книге «Материя и движение» <sup>39</sup>. Для определения равных масс Максвелл допускает «что возможно сделать так, чтобы сила, с которой одно тело действует на другое, была одинаковой величины в различных случаях». Так, если одна и та же резиновая тесьма или, например, одна и та же упругая пружина, растянутая на одну и ту же длину, сообщает в конце единицы времени одну и ту же скорость двум телам, то

---

<sup>36</sup> Alexander Ziwet, *Theoretical mechanics*, (New York, 1906).

<sup>37</sup> Rudolf Carnap, *Physikalische Begriffsbildung* (Karlsruhe, 1926), S. 42—43.

<sup>38</sup> Ф. Франк, *Философия науки*, М., 1960, стр. 198—204, 245—246.

<sup>39</sup> Д. К. Максвелл, *Материя и движение*, М., 1924, стр. 29.

массы этих тел по определению равны. Существует единственное определение равных масс, которое может быть допущено в динамике, и оно применимо ко всем материальным телам, из чего бы они ни были сделаны <sup>40</sup>. Посредством метода сравнения, основанного на аддитивности массы, и посредством калибровки, массы различных тел могут быть сравнимы. Устанавливая определенную единицу массы, можно получить шкалу для измерения масс. Для метода Максвелла характерно то, что в нем уже предполагается понятие силы для определения понятия массы. Мы уже видели, что определение Маха как раз стремится избежать этого шага.

Горячим сторонником этой идеи предшествования силы в определении массы был А. Гёфлер. В комментариях к «Метафизическим основаниям естествознания» Канта и в статье, опубликованной Венским философским обществом <sup>41</sup>, Гёфлер опирается в определении понятия массы и ее измерении на определение понятия силы или напряжения: «Масса в один грамм представляет собой тело, которое под действием силы в одну дину приобретает ускорение в один *см/сек<sup>2</sup>*» <sup>42</sup>. Гёфлер обосновывает это определение массы следующим замечанием: «Величина „дина“ как единица силы логически предшествует понятию „один грамм массы“» <sup>43</sup>.

Гёфлер, полагавший, что психологически-дидактическое рассмотрение подкрепляет его идею, был не одинок в своей позиции. За несколько лет до него К. Энгельмейер <sup>44</sup> опубликовал во «Французском и иностранном

---

<sup>40</sup> Там же, стр. 30.

<sup>41</sup> Alois Höfler, Studien zur gegenwärtigen Philosophie der Mechanik, «Veröffentlichungen der philosophischen Gesellschaft an der Universität zu Wien», Bd. 3b, 1900.

<sup>42</sup> Alois Höfler, Hrsg., Kants Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft (Leipzig), 1900, S. 76.

<sup>43</sup> Alois Höfler, «Einige Bemerkungen über das C.G.S.-System im Unterricht», «Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht», 11, 79 (1898).

<sup>44</sup> Clémentitch de Engelmeyer, Sur l'origine sensorielle des notions mécaniques, «Revue philosophique de la France et de l'étranger», 39, 511—517 (1895): «Les études psychophysiologiques démontraient que notre expérience de chaque jour nous prépare mieux à comprendre la notion de la force que celle de la masse. Pour ma part je crois qu'il en est ainsi. La masse alors rentre-rait parmi les autres grandeurs dérivées» (p. 517).

философском обозрении» интересное исследование относительно сенсорного происхождения научных понятий, применяемых в механике. В этом исследовании он подчеркивает, «что наш повседневный опыт способствует лучшему восприятию понятия силы, чем понятия массы... Масса, таким образом, должна взять на себя роль производного понятия». Вместо конвенциональной системы *CGS*, которую вслед за Гауссом называют «абсолютной системой»<sup>45</sup>, Энгельмейер предлагает «дидактическую систему», основанную на длине (*L*) времени (*T*) и силе (*F*) как основных размерностях. При этом масса оказывается производной величиной с размерностью  $FT^2L^{-1}$ .

В целях исторической точности и полноты необходимо упомянуть и о третьем направлении в определении понятия массы. Речь идет о методе, ссылка на который уже была сделана в связи с различными интерпретациями ньютоновского определения массы. Он основан на чисто умозрительном допущении, что последние частицы всех веществ, в сущности, одни и те же. Согласно этому допущению, масса тела определяется просто как число материальных точек. «Энциклопедия Джонсона»<sup>46</sup> и «Большая энциклопедия»<sup>47</sup> определяют массу как «число одинаковых частиц».

Впервые подобное определение массы было выдвинуто Генрихом Герцем в его «Принципах механики»: «Число материальных частиц в любой части пространства, сравнимое с числом материальных частиц, находящихся в некоторой выбранной части пространства в определенное время, называется массой, содержащейся в первой части пространства»<sup>48</sup>. Герц, однако, уточняет свое определение следующим замечанием: «Число материальных

---

<sup>45</sup> K. F. G a u s s, *Intensitas vis magneticae ad mensuram absolutam revocata* (Göttinger Abhandlungen, 1832); перепечатано в «Werke» (Leipzig), 1863—1903, Bd. 5, S. 81—118. В действительности Гаусс принимает длину, массу и ускорение в качестве основных величин.

<sup>46</sup> «A. J. Johnson's new universal cyclopedia» (New York, 1893—1895), vol. 2, p. 875, «Dynamics».

<sup>47</sup> «La grande encyclopédie», Paris, 1896—1902, vol. 23, p. 371, «Mass: astronomy».

<sup>48</sup> Г. Г е р ц, *Принципы механики*, изложенные в новой связи, М., 1959, стр. 62.

частиц в пространстве, выбранном для сравнения, можно и нужно выбирать бесконечно большим. Масса отдельных частиц будет тогда в соответствии с определением бесконечно малой. Поэтому масса в любом объеме может принимать любое рациональное или иррациональное значение». Это несколько парадоксальное утверждение — как может рациональное число частиц быть иррациональным? — может найти свое объяснение в герцевском понятии материальной частицы. Это понятие не рассматривается как атомная единица или как невидимый элемент, но просто как понятие внутренней интуиции, с помощью которого «мы однозначно соотносим определенную точку пространства в данный момент времени с определенной точкой пространства в любой другой момент времени»<sup>49</sup>. Другими словами, благодаря своей неразрушимости и неизменяемости материальная частица является носителем тождественности и с математической точки зрения остается таковой на том же основании, что и точка в геометрии Евклида. Поскольку, однако, говорит Герц, мы представляем себе массы как символы для обозначения объектов внешнего опыта, предшествующее определение должно быть дополнено процедурой, определяющей соотношение между чувственными восприятиями. Такой процедурой, согласно Герцу, является в соответствии с предыдущим теоретическим определением, измерение массы путем взвешивания: «Массы движущихся осязаемых тел мы определяем при помощи весов»<sup>50</sup>.

Таким образом, операциональное герцевское определение массы принадлежит, несомненно, к тому классу определений, которые связаны с взвешиванием. Как мы уже упоминали, в большом числе учебников в начале нашего столетия равенство масс и масса вообще определялись при помощи рычажных весов. В качестве типичного примера приведем определение равенства масс, данное Гано: «Два тела имеют равные массы, если при взвешивании их на идеальных весах в вакууме они уравновешивают друг друга»<sup>51</sup>. Определение массы Пикаром посредством

---

<sup>49</sup> Там же.

<sup>50</sup> Там же, стр. 155.

<sup>51</sup> «Ganot's Physics», trans. by Atkinson and Reinold (Longmans, New York, 1906, ed. 17), p. 15.

деформации упругого стержня может быть отнесено к той же категории определений<sup>52</sup>.

Определение массы через вес является, возможно, бесспорным методом с практической точки зрения, так как представляет собой наиболее действенный способ определения масс обычных физических объектов. Однако с дидактической точки зрения этот метод легко приводит к смешению массы и веса. С методологической точки зрения в этом способе используется чисто случайный аспект классической физики — пропорциональность гравитационной и инертной массы для определения последней. Если, например, закон тяготения Ньютона записать в виде  $F = GM^nm^n/r^2$ , где  $M$  и  $m$  представляют собой массы взаимно притягивающихся тел,  $r$  — расстояние между ними,  $G$  — гравитационную постоянную, а  $n$  — число, отличное от единицы, тогда ясно, что отношение весов двух объектов будет равным  $n$ -й степени отношения их масс.

Подобные определения стали бы менее бесспорными, если бы ученые в явном виде высказали допущение, что их определения не претендуют на выражение характеристической особенности определяемого, но являются лишь определениями через абстракцию. Так, например, Гарольд Джеффрис утверждает: «Мы объединяем в один класс тела, находящиеся в равновесии с одним и тем же телом, и абстрактное свойство массы. Если в этом случае тело уравнивает одно и то же тело, уравновешенное посредством  $n$  наших стандартных грузов, то мы говорим, что его масса составлена из  $n$  этих грузов»<sup>53</sup>.

Довольно софистическая аргументация относительно происхождения понятия массы, опирающаяся также на понятие силы, была дана в 1911 году А. Лэмпа<sup>54</sup>. Прежде всего, заявляет Лэмпа, эксперименты с машиной Атвуда показывают, что постоянная сила вызывает равномерно ускоренное движение. Если  $F$  обозначает ускоряющую

---

<sup>52</sup> E m i l e P i c a r d, Quelques réflexions sur la mécanique (Paris, 1902), p. 43.

<sup>53</sup> H a r o l d J e f f r e y s, Scientific inference (Macmillan, New York and London, 1931), p. 89.

<sup>54</sup> A n t o n L a m p a, Eine Ableitung des Massenbegriffs, «Lotos, Naturwissenschaftliche Zeitschrift» (Prag), 59, 303—312 (1911).

силу,  $a$  — ускорение тела  $B$ , то функциональное отношение между  $F$ ,  $a$  и характеристическим свойством  $B$  принимает вид:

$$F = f(B, a). \quad (10)$$

Для того чтобы определить структуру функции  $f$ , прибегают к помощи экспериментов с хорошо известным прибором для демонстрации центробежной силы, в котором центробежная сила, действующая на тело, скользящее вдоль гладкого горизонтально вращающегося стержня, уравновешивается грузом, помещенным на том же стержне симметрично относительно оси вращения и привязанным при помощи шнура к вращающемуся телу. Если удвоить, утроить и т. д. число вращений в секунду, то центростремительное ускорение, как показывает кинематика, увеличится в 4, 9 и т. д. раз, оставляя при этом расстояние  $r$  тела от оси вращения постоянным. Далее, эксперименты показывают, что тело  $B$  уравновешивается учетверенным, удевятиренным и т. д. первоначальным весом. Центробежная сила, таким образом, пропорциональна центростремительному ускорению и уравнение (10) должно отвечать такому условию:

$$nF = f(B, na), \quad (11)$$

которое может удовлетворяться, если

$$F = a\varphi(B), \quad (12)$$

где  $\varphi(B)$  является характеристическим свойством  $B$  и определяет ускорение под действием  $F$ . Функция  $\varphi$  в уравнении (12) может быть определена теперь ссылкой на эксперименты с двумя скользящими металлическими телами  $B_1$  и  $B_2$ , имеющими веса  $G_1$  и  $G_2$ , связанными шнуром и скользящими по одному и тому же горизонтальному вращающемуся стержню. В случае равновесия центробежные силы уравновешивают друг друга независимо от числа вращений в секунду:

$$F_1 = a_1\varphi(B_1) = F_2 = a_2\varphi(B_2). \quad (13)$$

Если расстояния по радиусу от  $B_1$  и  $B_2$  до оси вращения представляют  $R_1$  и  $R_2$ , а угловая скорость есть  $\omega$ , тогда  $a_1 = R_1\omega^2$ ,  $a_2 = R_2\omega^2$ , так что на основании уравнения (12)

$$R_1\varphi(B_1) = R_2\varphi(B_2). \quad (14)$$

Сопоставление радиусов  $R_1$  и  $R_2$  с весами  $G_1$  и  $G_2$  тел  $B_1$  и  $B_2$  показывает, что  $R_1G_1 = R_2G_2$ . Поэтому из уравнения (14) следует

$$\frac{\varphi(B_1)}{G_1} = \frac{\varphi(B_2)}{G_2}. \quad (15)$$

Другими словами,

$$\varphi(B) = CG, \quad (16)$$

где  $C$  представляет собой константу, не зависящую от какого-либо выбора тела  $B$ . Уравнение (12) показывает теперь, что

$$F = aCG. \quad (17)$$

Это дает возможность подсчитать ускорение  $a$  тела весом  $G$ , вызванное данной силой  $F$ , и определить константу  $C$ . Наконец, для того чтобы определить  $C$ , уравнение (8) применяется к случаю свободного падения, в котором ускоряющей силой является вес  $G$  самого тела  $B$ :

$$G = gCG, \quad (18)$$

где  $g$  — ускорение свободного падения. Это уравнение дает

$$C = 1/g, \quad (19)$$

и, следовательно, характеристическое свойство  $\varphi(B)$  тела  $B$  обнаруживается как  $G/g$ , которое называется массой тела  $B$ . Излишне говорить, что определение массы, данное Лэмпа, интересное с концептуальной точки зрения, слишком сложно для того, чтобы служить введением в это важное, фундаментальное понятие.

Если для некоторых теоретиков в начале столетия основным понятием было понятие силы, а не понятие массы, то для В. Оствальда таким понятием была энергия, которая рассматривалась в качестве исходного фундаментального понятия физической науки. Масса, таким образом, должна была определяться в терминах энергии. В своей «Натурфилософии»<sup>55</sup> Оствальд ставит вопрос, является ли энергия движения физического объекта, если не считать ее зависимости от скорости, функцией каких-либо других изменяющихся величин. Утвердительный ответ на этот вопрос демонстрируется простым примером: кусок пробки и камень брошены в нас с одной

<sup>55</sup> В. О с т в а л ь д, Натурфилософия, М., 1902.

и той же скоростью. По опыту мы знаем, что удар камня будет значительно сильнее, чем удар пробки. Мы также знаем из опыта, что для сообщения некоторой скорости камню требуется больше работы (энергии). «Это особое свойство, от которого, как и от скорости, зависит энергия движущегося тела, называется массой»<sup>56</sup>. Таким образом, масса для Оствальда является просто емкостью для кинетической энергии, подобно тому как удельная теплоемкость представляет собой емкость для тепловой энергии. Выражаясь математически, масса определяется и измеряется при помощи отношения

$$\frac{E}{\frac{1}{2}v^2},$$

где  $E$  — кинетическая энергия, а  $v$  — скорость движущегося объекта.

В лекции, прочитанной в 1895 году на научном конгрессе в Любеке, Оствальд подчеркнул связь между своим понятием массы и своей общей «энергетикой», согласно которой весомая и осязаемая материя является лишьместилищем энергии. Оствальдовское определение массы вскоре было обобщено Тюрином<sup>57</sup>, выведено за пределы механических явлений и распространено на электромагнитные процессы. Оствальдовское представление массы физического объекта в терминах энергии и скорости, его объема в терминах сжимаемости и его формы в терминах упругости представляет собой одну из заключительных стадий в развитии, которое началось с сенсуалистической философии Локка и которое навсегда положило конец субстанциальному понятию материи. То, что мы ощущаем, не является больше сомнительной и в себе совершенно неопределенной «материей», относительно которой прежние сторонники классической механики полагали, что в области точных количественных определений она дана посредством их понятия *количества материи*, или *силы инерции*. Пассивный и индифферентный субстрат свойств теперь устранен. Объект представляет собой только то, чем он является, — источник активности, способ воздействия на наши органы чувств. Эта тенденция

<sup>56</sup> Там же, стр. 136.

<sup>57</sup> V. von Tü r i n, Über die Grundsätze und Hauptbegriffe der Mechanik, «Annalen der Naturphilosophie», 5, 378—394 (1906).

в направлении десубстанциализации материи до некоторой степени в неявной форме содержалась уже в маховском понятии массы. Это, несомненно, одно из основных положений в концепции массы у Оствальда в рамках его натурфилософии\*.

Обозревая ситуацию в начале настоящего столетия, мы оказываемся перед лицом смущающего нас выбора между различными определениями массы. Сложность ситуации была полностью осознана современными учеными и исследователями, и проблема массы была предметом многих дискуссий в специальных журналах и предметом многих дебатов на научных конференциях. Итальянское физическое общество, например, полагало, что необходимо обратиться к выдающимся теоретикам механики в этой стране (механика, как и геометрия, получила в то время в Италии сильное развитие) для разъяснения ситуации. В результате Г. Ванни, Л. Силла, К. Горетти, Е. Алессандрини, М. Асколи, Ф. Бонетти, Д. Мацотто, Г. Кастельново и другие приняли участие в 1907 году в дискуссии о понятии массы и о его изложении в элементарных курсах механики. Протокольная запись этих дискуссий появилась в печати под названием «О понятии массы в начальном курсе механики» в журнале «Nuovo cimento» за тот же год<sup>58</sup>. По вопросу о том, как ввести понятие массы в курсах механики, не было достигнуто полного согласия. И действительно, этот вопрос остается предметом обсуждения и в настоящее время.

---

<sup>58</sup> «Nuovo cimento», [5] 14, 80—124 (1907).

ПОНЯТИЕ МАССЫ В АКСИОМАТИЧЕСКОЙ  
МЕХАНИКЕ

Современная аксиоматизация механики, подобно аксиоматизации многих других областей науки (за исключением чисто математических дисциплин, таких, как алгебра или геометрия), не была результатом необходимости, вытекающей из существа специальных исследований предмета данной науки. Скорее, она была осуществлена для того, чтобы удовлетворить общую философско-эстетическую потребность в законченной концептуальной структуре, характеризуемой высокой степенью математико-логической строгости. В сравнении, например, с аксиоматизацией биологии<sup>1</sup>, музыки<sup>2</sup> или психологии<sup>3</sup> аксиоматизация механики кажется относительно легкой задачей, так как за исключением нескольких динамических понятий и понятия времени геометрическое рассмотрение играло в ней преобладающую роль, а геометрия является одной из наиболее строгих аксиоматических систем в научном мышлении.

Одним из таких динамических понятий, которые отличают собственно механику от геометрии, является как раз понятие массы. Можно поэтому ожидать, что аксиоматические исследования в механике, возможно, приведут к логическому и методологическому разъяснению нашего понятия.

Как мы уже видели в предыдущей главе, в качестве основы для определения понятия массы могут быть выбраны различные физические законы или гипотезы. Если

<sup>1</sup> J. H. Woodger, *The axiomatic method in biology* (Camb. Univ. Press, New York, 1937).

<sup>2</sup> Susanne K. Langer, *A set of postulates for the logical structure of music*, «*Monist*», 39, 561—570 (1929).

<sup>3</sup> J. H. Woodger, *The formalization of a psychological theory*, «*Erkenntnis*», 7, 195—198 (1937).

масса взята в качестве производного понятия в рамках дедуктивной системы, то эти законы или гипотезы должны получить объяснение и быть включены в формализацию. Для того чтобы избежать трудностей, связанных с такой процедурой, естественно принять понятие массы в качестве первоначального понятия. Действительно, в наиболее развитой аксиоматизации механики <sup>4</sup> понятие массы принимается в качестве первоначального понятия в дополнение к неопределенным понятиям положения, времени и частицы (или совокупности частиц). Такой подход полностью адекватен разъяснению формальных и аналитических аспектов системы. Если, однако, ставится в качестве условия «метааксиоматическое» требование соответствия между первоначальными понятиями (на формальном, аксиоматическом уровне) и наблюдаемыми величинами (на операциональном, эмпирическом уровне) — требование, которое, естественно, не имеет никакой аналогии с аксиоматизацией чисто математических теорий, — тогда понятие массы становится необходимо определенным в формализованной системе.

Трудности, возникающие при рассмотрении массы как определенного понятия, могут, очевидно, быть сведены к минимуму, если физический закон или гипотеза, лежащие в основе определения, максимально просты. Гермес в своих попытках аксиоматизировать механику в соответствии с вышеупомянутым требованием увидел в механизме неупругого столкновения (при условии сохранения импульса) простейший физический закон, ведущий к формализованному определению массы <sup>5</sup>. Далее мы изложим в сжатом и несколько упрощенном виде доклад, прочитанный Гермесом <sup>6</sup> на Международном симпозиуме по аксио-

<sup>4</sup> Например, J. C. C. McKinsey, A. C. Sugar, and P. Suppes, *Axiomatic foundations of classical particle mechanics*, «Journal of Rational Mechanics and Analysis», 2, 253—272 (1953). См. также H. Rubin and P. Suppes, *Axioms of relativistic particle mechanics*, «Pacific Journal of Mathematics», 4, 563—601 (1954).

<sup>5</sup> Hans Hermes, *Eine Axiomatisierung der allgemeinen Mechanik (Forschungen zur Logik und zur Grundlegung der exacten Wissenschaften, Heft 3, Leipzig, 1938)*.

<sup>6</sup> Hans Hermes, *Zur Axiomatisierung der Mechanik*, в: «The axiomatic method, Proceedings of an International Symposium», ed. L. Henkin, P. Suppes, and A. Tarski (North Holland, Amsterdam, 1959), p. 282—290.

матическому методу, состоявшемся в Калифорнийском университете (с 26 декабря 1957 года по 4 января 1958 года).

Временные сечения мировой линии непротяженной частицы, названные мгновенными точечными массами, обозначаются через  $x, y, \dots$ . Две мгновенные точечные массы  $x, y$ , принадлежащие одной и той же (физической) частице, — другими словами, два временных сечения мировой линии одной и той же частицы — называются «генетически тождественными» и соответственно обозначаются через  $Gxy$ . Если  $S$  есть инерциальная система отсчета, то  $CSxy$  выражает тот факт, что мгновенные точечные массы  $x$  и  $y$  сталкиваются в неупругом ударе за время  $t$  по отношению к системе  $S$ , в которой их общая скорость после столкновения равна нулю. Наконец,  $Vel - Svtx$  обозначает скорость  $x$  по отношению к  $S$  непосредственно перед столкновением в момент времени  $t$ . Отношение масс двух частиц, данное Гермесом, принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \text{Определение: Масса } \alpha x x_0 =_{\text{Df}} \bigvee_{S t y y_0 v v_0} (Gxy \wedge Gx_0 y_0 \wedge \\ \wedge CSxy y_0 \wedge Vel - Svt y \wedge Vel - Sv_0 t y_0 \wedge \alpha |v| = \\ = |v_0|) \vee (Gxx_0 \wedge \alpha = 1). \end{aligned}$$

В этом определении  $\bigvee$  есть квантор существования,  $\vee$  — символ логической дизъюнкции, а  $\wedge$  — символ логической конъюнкции. На нетехническом языке это определение будет звучать следующим образом: «Масса  $x$  в  $\alpha$  раз больше, чем масса  $x_0$ » означает, что «существует система  $S$ , мгновение  $t$  и мгновенные точечные массы  $y, y_0$ , генетически тождественные соответственно  $x, x_0$ , скорости которых (непосредственно перед столкновением)  $v$  и  $v_0$  находятся в отношении  $|v_0| : |v| = \alpha$ . Если  $x$  и  $x_0$  генетически тождественны, то отношение масс равно единице».

Для того чтобы полностью понять это определение, вспомним, что непосредственно перед столкновением частицы движутся с общей скоростью. Таким образом, может быть найдена инерциальная система, относительно которой общая скорость равна нулю. Для этой системы  $S$  классический закон сохранения записывается (в общепринятых символах) следующим образом:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0$$

или

$$m_1 : m_2 = |v_2| : |v_1|,$$

где  $v_1$  и  $v_2$  — скорости до столкновения. Так, если  $|v_0| = \alpha |v|$ , то частица с мгновенной точечной массой  $x$  обладает массой в  $\alpha$  раз большей, чем частица, мгновенная точечная масса которой  $x_0$ . Проще говоря, это составляет содержание выше приведенного определения. Для того чтобы это только что определенное отношение между  $x$  и  $x_0$  было действительно отношением двух чисел, необходимо ввести дополнительную аксиому:

*Аксиома:* Масса  $\alpha x \wedge$  Масса  $\beta x \wedge$  Масса  $\gamma x \rightarrow \alpha\beta\gamma = 1$ ,

где  $\rightarrow$  есть символ импликации. На основе этой аксиомы и других постулатов можно доказать несколько важных теорем:

*Теорема:*  $CStx_1x_2 \rightarrow CStx_2x_1$ .

*Теорема:* Масса  $\alpha x x_0 \rightarrow \alpha \neq 0$ .

*Теорема:* Масса  $\alpha x x_0 \rightarrow$  Масса  $\frac{1}{\alpha} x_0 x$ .

*Теорема:* Масса  $\alpha x x_0 \wedge Gx y \wedge Gx_0 y_0 \rightarrow \alpha = \beta$ .

Смысл и физическое значение этих теорем легко понять. Последняя теорема, например, утверждает, что выбор мгновенных точечных масс не зависит от численного отношения масс частиц, которые представлены этими мгновенными точечными массами.

Подход Гермеса, подобно подходу Маха, определяет понятие массы, конечно, только в той мере, в какой он описывает процедуру, связывающую положительное число (отношение масс) с данной совокупностью двух частиц. Это важно для логической полноты процесса, но не приносит какого-либо дополнительного проникновения в физический смысл данного понятия. Можно, конечно, утверждать, что это и есть все то, что требуется. Согласно этой точке зрения, физическая наука является лишь системой соглашений или описаний, посредством которых числа сопоставляются некоторым операциям или процедурам наблюдения, и предметом исследования становится функциональная зависимость между этими числами. Физический смысл понятия сводится, таким образом,

к математическим отношениям, в которые число, связанное с понятием, вступает с числами, относящимися к другим понятиям или явлениям. Аналитический аппарат, применяемый для выяснения значения понятия, должен, таким образом, основываться на методах статистических расчетов.

Первое приближение к такого рода подходу, поскольку это касается понятия массы, было сделано Пендсом в 1939 году. Рассматривая изолированную систему, состоящую из  $n$  масс  $m_1, m_2, \dots, m_n$ , которые в ньютоновской физике удовлетворяют уравнению

$$\sum_{k=1}^n m_k \ddot{\mathbf{r}}_k = 0, \quad (1)$$

Пендсе ставит вопрос: необходимо ли «предполагать свойство инерции, то есть существование  $n$  положительных чисел, связывая каждое число с одной частицей и произвольно выбирая одно из чисел?.. Если кто-либо сделает это допущение, то его работа будет сводиться к подсчету отношений масс частиц и взаимодействия между ними. Его проблемой будет проблема вычислений»<sup>7</sup>. Если для Пендсе величины  $m_k$  в уравнении (1) все еще имели значение масс  $n$  частиц, как это ранее предполагалось согласно определению Маха, то Саймон использует уравнение (1) и соответствующее уравнение для сохранения момента импульса

$$\sum_{k=1}^n m_k (\mathbf{r}_k \times \ddot{\mathbf{r}}_k) = 0 \quad (2)$$

в качестве определения величин  $m_k$  на основе статистических расчетов по аналогии с методами, употребляемыми в эконометрике<sup>8</sup>.

Обычно предметом любого исследования в динамике является вычисление движений или траекторий рассма-

<sup>7</sup> C. G. P e n d s e, A further note on the definition and determination of mass in Newtonian mechanics, «Philosophical Magazine», 27, 55 (1939).

<sup>8</sup> См. C. K o o p m a n s, ed., «Statistical inference in dynamic economic models» (Wiley, New York, Chapman & Hall, London, 1950), 1—265; A. W a l d, Selected papers in statistics and probability (McGraw-Hill, New York, Toronto, London, 1955), 569—575.

триваемых частиц. Саймон<sup>9</sup> оборачивает проблему и пытается из известных наблюдаемых движений вывести физическое значение математических величин, посредством которых исчисляется движение. С точки зрения вышеупомянутого метааксиоматического требования, которое Саймон полностью принимает, понятия, подобные силе или моменту вращения, поскольку эти понятия относятся к ненаблюдаемым величинам, должны быть определяемыми понятиями<sup>10</sup>. Следовательно, уравнения (1) и (2) не могут рассматриваться как выведенные из закона силы, но они должны быть взяты в качестве определения для «изолированных» движений при условии, если скалярные величины  $m_k$  являются положительными. Предполагая возможность только положительных масс, Саймон вводит понятие массы, сопровождая это следующими предварительными определениями:

*Определение 1.* Движение ( $\pi$ ) есть конечный точечный ряд,  $\{P_i\}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), на котором определена для  $t_1 \leq t \leq t_2$  регулярная векторная функция  $\mathbf{r}_i(t) = \mathbf{r}_i[x_i(t), y_i(t), z_i(t)]$ . Здесь  $x, y, z, t$  — действительные числа, и  $x, y, z$  — однозначные функции от  $t$ .

*Определение 2.* Вектор  $\mathbf{r}_i(t)$  называется положением  $P_i$  в момент  $t$  движения ( $\pi$ ).

*Определение 3.* Если существует скалярный ряд  $\{m_i\}$ ,  $m_i > 0$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), постоянный по отношению

к  $t$ , такой, что (a)  $\sum_{i=1}^n m_i \ddot{\mathbf{r}}_i(t) \equiv 0$ , (b)  $\sum_{i=1}^n m_i [\mathbf{r}_i(t) \times$

$\times \ddot{\mathbf{r}}_i(t)] \equiv 0$  (оба выражения тождественные в  $t$ ), тогда ряд  $\{P_i\}$  вместе с объединенными векторами  $\{\mathbf{r}_i(t)\}$  и скалярами  $\{m_i\}$  называется собственным изолированным движением  $[[\pi]]$ .

*Определение 4.* Элемент  $P_i$  вместе с функциями  $\mathbf{r}_i$  и  $m_i$ , определенными на нем, называется точечной массой или частицей в  $[[\pi]]$ .

Таким образом, частица в аксиоматической системе Саймона определяется как точка (понятие точки есть

<sup>9</sup> Herbert A. Simon, The axioms of Newtonian mechanics, «Philosophical Magazine», 38, 888—905 (1947).

<sup>10</sup> Herbert A. Simon, The axiomatization of classical mechanics, «Philosophy of Science», 21, 340—343 (1954).

первоначальное понятие в этой системе), связанная с траекторией  $\mathbf{r}_i$  и положительным скаляром  $m_i$ . Понятие массы вводится посредством следующего определения.

*Определение 5.* Положительный скаляр  $m_i$  называется массой  $P_i$  в  $[[\pi]]$ .

Величины  $m_i$  определения 3 не являются необходимо и единственным образом определенными, как это уже было показано Пендсом<sup>11</sup> при помощи равномерно вращающегося правильного многоугольника с  $n$  сторонами, вершины которого являются местами частиц с массами  $m_1, m_2, \dots, m_n$ . Необходимое и достаточное условие для единственности масс  $m_i$  (разумеется, с точностью до коэффициента пропорциональности) дается следующей теоремой.

*Теорема.* Массы являются единственным образом определенными, если и только если не существует никакого надлежащего подмножества ( $\pi'$ ) от множества движения ( $\pi$ ), на котором может быть определено изолированное движение.

Движение называется дизъюнктивным, если  $\ddot{\mathbf{r}}_i(t) = 0$ . Движение фиксированных звезд представляет собой с хорошим приближением дизъюнктивное движение. Это следует из только что приведенной теоремы, согласно которой массы дизъюнктивного движения не являются единственным образом определенными. Проблема, состоящая в том, как выбрать подходящую систему отсчета, относительно которой массы при их однозначном определении имели бы свой обычный физический смысл, может быть решена, согласно Саймону, только посредством дополнительной физической гипотезы.

*Физическая гипотеза.* Существует класс галилеевых систем отсчета, по отношению к которым движение фиксированных звезд (за исключением двойных звезд) является дизъюнктивным.

Масса, определенная по отношению к такой системе отсчета, называется ньютоновской инертной массой.

Согласно представленной здесь формализации механики, массы определяются путем математических вычислений как численные коэффициенты в некоторых определен-

---

<sup>11</sup> C. G. P e n d s e, A further note on the definition and determination of mass in Newtonian mechanics (см. сноску 7).

ных уравнениях, которые характеризуют определенные классы движений или систем. Концепция Маха относительно понятия массы как математической величины, которая просто удовлетворяет важному уравнению<sup>12</sup>, полностью реализована в представлении этого понятия Саймоном.

Однако с точки зрения современного понимания самих определений могут быть выдвинуты некоторые возражения против логической обоснованности саймоновского способа определения массы. Со времени важных исследований Тарского о параллелизме между аксиомами, теоремами и доказательствами, с одной стороны, и первоначальными понятиями, определяемыми терминами и определениями — с другой<sup>13</sup>, вопрос о том, являются ли первоначальные понятия данной дедуктивной теории взаимонезависимыми, стал предметом методологического изучения, так же как и проблема логической независимости аксиом (равно как их полнота и последовательность) стала важной темой фундаментальных исследований после опубликования (1899) Гильбертом «Оснований геометрии»<sup>14</sup>.

Тарский вводит экстралогическую константу  $a$  как поддающуюся определению по отношению к системе предложений  $X$  (например, дедуктивной теории) в терминах  $b_1, b_2, \dots$  системы  $B$  (на основе  $X$ ), если  $a$  и термины  $B$  встречаются в системе  $X$  и если по крайней мере одно предложение следующей структуры выводимо из предложений  $X$ :

$$(x) : x = a \cdot \equiv \cdot \phi(x; b_1, b_2, \dots),$$

где  $\phi$  обозначает любую функцию предложения, которая содержит  $x$  как единственно изменяющуюся величину и в которой экстралогическими константами (первоначальными или определенными) являются только  $b_1, b_2, \dots$  из  $B$ . Если описать содержание вышеприведенной формулы без использования символического языка, то можно

<sup>12</sup> Ernst Mach, Die Prinzipien der Wärmelehre: «...nichts als die Erfüllung einer wichtigen Gleichung...»

<sup>13</sup> Alfred Tarski, Z badań metodologicznych nad definiowalnością terminów, «Przegląd filozoficzny», 37, 438—460 (1934). См. также A. Tarski, Logic, semantics, metamathematics] (Oxford University Press, New York, 1956), chap. 10.

<sup>14</sup> Д. Гильберт, Основания геометрии, М.—Л., 1948.

сказать следующее: « $\phi$  представляет собой определение  $a$ , если для каждого  $x$ ,  $x$  удовлетворяет  $\phi$ , если и только если  $x$  тождествен  $a$ ». На основе этого определения самой процедуры определения может быть доказана следующая теорема.

*Теорема.* Термин  $a$  поддается определению в только что описанном смысле, если и только если формула

$$(x_1, x_2) : \phi(x_1 : b_1, b_2, \dots) \cdot \phi(x_2 : b_1, b_2, \dots) \rightarrow x_1 = x_2$$

является логически доказуемой <sup>15</sup>.

Используя метод Падоа <sup>16</sup>, мы в состоянии проверить, будет ли данный термин в дедуктивной теории первоначальным или поддающимся определению. В применении процедуры Тарского к аксиоматизации механики Саймоном пусть  $\phi$  обозначает конъюнкцию уравнений (а) и (б) в определении 3 (см. стр. 123),  $B$  обозначает систему траекторий частиц для  $t_0 \leq t \leq t_1$ , а  $x$  обозначает скаляры  $(m_1, m_2, \dots, m_n)$ , которые удовлетворяют  $\phi$  в терминах  $B$ . Так как, вообще говоря (как, например, в случае дизъюнктивного движения только одной частицы), численные значения масс не являются однозначно определенными, то вышеупомянутая теорема показывает, что понятие массы в процедуре Саймона не поддается определению в смысле Тарского и Падоа. Таким образом, понятие массы, несмотря на то что оно означает ненаблюдаемую величину, должно быть первоначальным понятием.

Для того чтобы избежать такого неудовлетворительного заключения, Саймон предложил интересное разрешение этой трудности в докладе, представленном Между-

<sup>15</sup> Эта теорема представляет собой простое видоизменение теоремы 2, как показано Тарским; см. A. T a r s k i, *Logic, semantics, metamathematics*, chap. 10, 303.

<sup>16</sup> A. P a d o a, *Essai d'une théorie algébrique des nombres entiers, précédé d'une introduction logique à une théorie déductive quelconque*, «Bibliothèque du Congrès International de Philosophie» (Paris, 1901), vol. 3; см. также «Un nouveau système irréductible de postulats pour l'algèbre», в: «Comptes rendus du Deuxième Congrès International des Mathematiciens» (Paris, 1902), p. 249—256.

О методе Падоа см. E. W. B e t h, *The foundations of mathematics* (North Holland, Amsterdam, 1959), chap. 4, sec. 34; chap. 7, sec. 55; chap. 11, sec. 94; J. C. C. M c K i n s e y, *On the independence of undefined ideas*, «Bulletin of the American Mathematical Society», 41, 291—297 (1935); P. S u p p e s, *Introduction to logic* (Van Nostrand, Princeton, New York, Toronto, London, 1958), p. 169.

народному симпозиуму по аксиоматическому методу<sup>17</sup>. Видоизменив точность определений Тарского, Саймон ввел определение, которое он назвал общей определимостью.

*Определение.* Формула  $\phi(x; b_1, b_2, \dots)$  обобщенно определяет экстралогическую константу  $a$ , если для каждого  $x$  при условии, когда  $x$  тождествен  $a$ ,  $x$  удовлетворяет  $\phi$ . Или на языке символической логики:

$$(x) : x = a \rightarrow \phi(x; b_1, b_2, \dots).$$

Введение импликации (вместо эквивалентности, по выражению Тарского) исключает доказательность выше упомянутой теоремы и, таким образом, лишает законной силы применение метода Падоа для исследования логической (общей) определимости понятия массы.

Введение понятия массы посредством статистических расчетов заслуживает некоторых дальнейших замечаний. Как мы уже видели, никакие попытки формализовать механику Ньютона на основе точного и явного определения массы не принесли большого успеха. Это произошло потому, что такого рода определения либо должны были основываться на понятии силы как первоначальном понятии, либо предполагать некоторый динамический закон, который явно или неявно снова ведет к понятию силы. К этому следует добавить трудности, связанные с неопределенностью выявления соответствующей инерциальной системы. Уайтхед справедливо замечает: «Мы получаем наше знание о силах, имея некоторую теорию массы, а наше знание относительно массы мы имеем на основании некоторой теории относительно сил»<sup>18</sup>. Хотя ньютоновская механика является простейшей теорией, какую физика когда-либо создавала, и хотя для обычных физических объектов средних масштабов механика Ньютона в высшей степени справедлива, тем не менее ее логическая структура не поддается попыткам полного логического анализа, если допустить, что такой анализ предполагает явное определение содержащихся в этой структуре фундаментальных понятий\*.

<sup>17</sup> См. «The axiomatic method, Proceedings of an International Symposium», p. 446 (сноска 6).

<sup>18</sup> A. N. Whitehead, An enquiry concerning the principles of natural knowledge (Cambridge University Press, New York, 1919), p. 18.

С точки зрения этой ситуации, вероятно, оправданным будет не настаивать на явном определении основных понятий до построения теории, но, скорее, необходимо принять значимость этих понятий *посредством* конструирования самой теории. В противоположность чисто гипотетико-дедуктивной теории, например аксиоматизированной геометрии, где первоначальные понятия (подобные точке, прямой линии и т. д.) могут быть взяты как неявно определяемые системой аксиом данной теории <sup>19</sup>, в механике должны быть рассмотрены и определены семантические правила и соотношения с опытом, и, если даже определяемое носит характер неявного, в конечном счете оно должно поддаваться определению в его количественных аспектах посредством обращения к операциональным определениям. Действительно, уже маховское определение массы согласуется с этим принципом. Мах не говорил, что представляет собой масса реально, но, скорее, продвигал неявное определение понятия в направлении количественного определения к некоторой операциональной процедуре. Более того, его определение, будучи эквивалентным третьему закону Ньютона, является составной частью теории механики, а не предшествует ей. Метод статистического вывода, показанный на примере определения массы Саймоном, ясно и прозрачно выражает ту идею, что только путем внутренних отношений с другими понятиями теории — в данном случае с эмпирически определяемыми ускорениями — определение массы становится действительно значимым.

---

<sup>19</sup> См. «Journal of Symbolic Logic», 7, 92 (1942).

ПОНЯТИЕ ГРАВИТАЦИОННОЙ МАССЫ

Определения массы в терминах веса являются, строго говоря, определениями гравитационного понятия массы. В настоящей главе, однако, будут рассмотрены только те понятия, которые характеризуют массу и динамическое поведение материи посредством ссылки на закон тяготения.

С тех пор как Ньютон в книге III (предложения I — VIII) своих «Начал» сформулировал закон тяготения, согласно которому каждая частица во Вселенной притягивает каждую другую частицу с силой, обратно пропорциональной квадрату их расстояния друг от друга и «пропорциональной некоторому количеству материи, которое они содержат»<sup>1</sup>, гравитация стала рассматриваться как универсальное свойство материи (подобно инерции).

То, что гравитационная сила пропорциональна массе притягивающегося тела (которая в последующем будет называться пассивной гравитационной массой), Ньютон вывел из экспериментального факта, состоящего в том, что Юпитер воздействует на свои спутники, Солнце — на планеты, а Земля — на Луну и на тела на ее поверхности таким образом, что их ускорения равны на равных расстояниях от соответствующего центрального тела. В этом случае из принципа равенства действия и противодействия следует, что эта сила пропорциональна также массе центрального тела (она будет называться активной гравитационной массой). Против первой части рассуждений Ньютона интересные возражения были выдвинуты Викаром<sup>2</sup>, который охарактеризовал утверждение Ньютона

---

<sup>1</sup> И. Ньютон, Математические начала..., стр. 518.

<sup>2</sup> E. Vicair, Sur la loi de l'attraction astronomique et sur les masses des divers corps du système solaire, «Comptes rendus», 74, 790—794 (1874).

как недостаточно обоснованное. Ньютон, говорит он, рассматривает только силы, которые действуют между большим телом, с одной стороны, и маленьким телом — с другой. Но при этих условиях, полагает Викар, однородная функция масс, которая представляет собой более общую структуру, чем та, которая предложена Ньютоном, одинаково хорошо ведет к тем же самым результатам, по крайней мере в первом приближении. Викар иллюстрирует свое утверждение путем тейлоровского представления такой функции.

Так как гравитационное притяжение есть универсальное свойство материи, то закон тяготения может быть использован для определения и измерения того, что обычно называется активной гравитационной массой, и это будет более детально обсуждаться несколько далее (стр. 133 и сл.).

Одним из очевидных методов определения этих масс гравитирующей системы является, например, метод, описанный Нарликар<sup>3</sup>. Пусть  $n$  частиц системы, массы которых  $m_1, m_2, \dots, m_n$ , должны быть определены, локализованы во времени  $t$  в точках  $[x_1(t), y_1(t), z_1(t)]$ ,  $[x_2(t), y_2(t), z_2(t)]$ ,  $\dots$ ,  $[x_n(t), y_n(t), z_n(t)]$  и пусть  $a_{xk}(t)$  будут компонентами ускорения частицы  $k$  вдоль оси  $x$  в данный момент. Тогда

$$a_{xk}(t) = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n \frac{m_i [x_i(t) - x_k(t)]}{r_{ik}^3(t)}, \quad (1)$$

где  $r_{ik}(t)$  — наблюдаемое расстояние между частицей  $i$  и частицей  $k$  в момент времени  $t$ ,

$$r_{ik}(t) = \{[x_i(t) - x_k(t)]^2 + [y_i(t) - y_k(t)]^2 + [z_i(t) - z_k(t)]^2\}^{1/2}, \quad (2)$$

а гравитационная постоянная принята за единицу. Если  $n - 1$  наблюдений в  $n - 1$  различные моменты времени

<sup>3</sup> V. V. Narlikar, The concept and determination of mass in Newtonian mechanics, «Philosophical Magazine», 27, 33—36 (1939).

представлены  $n - 1$  независимыми уравнениями (1), то  $n - 1$  отношений масс могут быть найдены из измерений ускорений и расстояний путем соответствующих преобразований.

Более абстрактное и менее элементарное определение массы в терминах гравитации было предложено Р. де Сосюром<sup>4</sup> в 1904 году на Международном философском конгрессе в Женеве. Пусть вектор  $\mathbf{F}$  обозначает напряженность гравитационного поля, а  $d\mathbf{S}$  — элемент замкнутой поверхности, внутри которой находятся частицы с общей массой  $M$ . Тогда, согласно теореме Гаусса,

$$\int \int \mathbf{F} d\mathbf{S} = -4\pi GM, \quad (3)$$

где  $G$  — гравитационная постоянная. Если последнюю снова принять за единицу, то теорема Гаусса может быть выражена так: масса, замкнутая данной поверхностью, равна гравитационному потоку, проходящему сквозь эту поверхность, деленному на  $4\pi$ .

Принимая принцип предшествования силы в сравнении с массой, Сосюр конструирует полную и последовательную теорию механики на основе двух фундаментальных понятий — движения и принуждения (*mouvement et contrainte*). Если  $A$  представляет собой геометрическую фигуру в пространстве (точка, линия и т. п.), то непрерывное протяжение  $A$  в одном измерении является (одномерной) последовательностью  $A$ , в двух измерениях — конгруенцией  $A$ . Движение есть результат объединения последовательности с одномерной изменяющейся величиной (временем), принуждение — результат объединения конгруентности с двухмерной изменяющейся величиной, потоком силы (или «стационарным потоком», по терминологии Сосюра). Мера движения есть последовательность, деленная на время (т. е. скорость), мера принуждения есть поток, деленный на конгруентность (т. е. сила). Сила есть вектор, нормальный к конгруенции, скорость тангенциальна последовательности. Наконец, масса (про-

---

<sup>4</sup> René de Saussure, *Les fondements de la mécanique, «Rapports et comptes rendus, Congrès International de Philosophie», 11th session (Geneva, 1904).*

изводное понятие) определяется потоком ( $\Phi$ ), деленным на  $4\pi$ . Затем Сосюр показывает <sup>5</sup>, каким образом закон тяготения Ньютона может быть выведен из этих допущений и определений.

Ньютоновская механика, строго говоря, различает три рода массы <sup>6</sup>: (1) *инертную массу*, которая определяется на основании второго закона движения Ньютона через ее противодействие независимой от массы силе; (2) *активную гравитационную массу*, определяемую как материальный источник гравитационного поля или как массу, которая индуцирует гравитацию, подобную массе Сосюра, или массе, которая проявляется в уравнении Пуассона; и, наконец, (3) *пассивную гравитационную массу*, определяемую как материальный объект гравитационного притяжения, или как массу, склонную к восприятию гравитации. Традиционная классическая механика провозглашает универсальную пропорциональность для всех трех родов массы. Пропорциональность инертной массы тела его пассивной гравитационной массе впервые была сформулирована Ньютоном на основе его экспериментов с маятниками <sup>7</sup> и экспериментально подтверждена со все возрастающей точностью Бесселем <sup>8</sup>, Этвешем <sup>9</sup>, Пекаром <sup>10</sup>, Саутернсом <sup>11</sup>, Зеemanом <sup>12</sup> и другими.

Сравнительно недавно Вестфалем была высказана мысль о возможности проверки универсальной пропорциональности между инертной и пассивной гравитацион-

---

<sup>5</sup> René de Saussure, Les bases physiques et logiques de la mécanique, «Revue scientifique de Paris» (1905).

<sup>6</sup> См. H. Bondi, Negative mass in general relativity, «Reviews of Modern Physics», 29, 423—428 (1947).

<sup>7</sup> И. Ньютон, Математические начала..., стр. 392.

<sup>8</sup> F. W. Bessel, «Astronomische Nachrichten», 10, 97 (1833).

<sup>9</sup> R. v. Eötvös, Untersuchungen über Gravitation und Erdmagnetismus, «Annalen der Physik», 59, 354—400 (1896); «Mathematische und naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn», 8, 65—103 (1890).

<sup>10</sup> R. v. Eötvös, D. Pekár, and E. Fekete, Beiträge zum Gesetze der Proportionalität von Trägheit und Gravität, «Annalen der Physik», 68, 11—66 (1922).

<sup>11</sup> L. Southern, A determination of the ratio of mass to weight for a radioactive substance, «Proceedings of the Royal Society», 84, 325—344 (1910).

<sup>12</sup> P. Zeeman, «Proceedings of the Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam», 20, 542 (1917).

ной массами с помощью астрономического метода, основанного на так называемых гармонических законах Кеплера<sup>13</sup>.

В то же время универсальная пропорциональность активной и пассивной гравитационной масс одного и того же тела есть следствие третьего закона Ньютона (действие равно противодействию), что может быть показано на примере следующих рассуждений. Если через  $m_{a1}$  и  $m_{p1}$  обозначить активную и пассивную гравитационные массы тела 1, а через  $m_{a2}$  и  $m_{p2}$  — соответствующие массы тела 2, то сила тяготения, воздействующая на тело 2, дается выражением

$$F_2 = G \frac{m_{a1} m_{p2}}{r^2},$$

а сила тяготения, воздействующая на тело 1, выражается

$$F_1 = G \frac{m_{a2} m_{p1}}{r^2},$$

где, как обычно принято,  $G$  — гравитационная постоянная, а  $r$  — расстояние между двумя телами (знаком или направлением пренебрегают). Далее, согласно третьему закону Ньютона,  $F_1 = F_2$ , что приводит к  $m_{a1}/m_{p1} = m_{a2}/m_{p2}$ .

Таким образом, если пропорциональность между инертной массой и пассивной гравитационной массой чисто эмпирическая и случайная черта классической физики, то пропорциональность между активной и пассивной гравитационной массами глубоко коренится в самих принципах ньютоновской механики.

Как указал Бонди,<sup>14</sup> чисто эмпирическим фактом является то обстоятельство, что инертная и гравитационная массы положительны или, более точно, что они обладают лишь одного рода полярностью. Поучительно рассмотреть различные возможности, вытекающие из пренебрежения этим фактом. Если мы допустим, например, что инертная масса, как обычно, имеет положительную полярность, а гравитационные массы, подобно электрическим зарядам, положительную или отрицательную полярность, тогда, очевидно, реакция материи на негра-

<sup>13</sup> W. Westphal, Die Möglichkeit einer Prüfung des Satzes von der Gleichheit der trägen und der schweren Masse auf astronomischer Grundlage, «Die Naturwissenschaften», 10, 260 (1922).

<sup>14</sup> См. H. Bondi, Negative mass in general relativity (сноска 6).

витационные силы осталась бы прежней. В то же время подобные массы притягивались, а различные массы отталкивались бы друг от друга (так как закон гравитационного притяжения Ньютона является «обратным» закону Кулона). Если бы инертная масса была отрицательной, а гравитационная масса положительной, то материя с такого рода строением вела бы себя под действием всех сил, гравитационных и негравитационных, прямо противоположно тому, что нам известно из природы.

Существование отрицательных гравитационных масс серьезно рассматривалось как решение некоторых трудностей, когда ньютоновский закон тяготения был применен ко Вселенной в целом. Первый, кто обратил внимание на такого рода трудности, был, по-видимому, Карл Нейман <sup>15</sup>. Двадцать лет спустя та же самая проблема математически более строгим образом была поставлена Г. Зелигером <sup>16</sup>. Число силовых линий, сходящихся из бесконечности к телу с (пассивной гравитационной) массой  $m$ , пропорционально  $m$  (по аналогии с электростатикой). Допустим, что материя во Вселенной имеет однородное распределение со средней плотностью  $\rho$  и неограниченно простирается в пространстве; в таком случае  $\frac{4}{3}\pi r^3$  линий пересекают поверхность сферы радиуса  $r$ . Так как площадь поверхности  $4\pi r^2$ , то плотность силовых линий, т. е. интенсивность гравитации, равна  $\frac{1}{3}\rho r$ , и эта интенсивность возрастает прямо пропорционально радиусу сферы. Поскольку центр последней может быть выбран сколь угодно далеко, интенсивность гравитационного поля с необходимостью была бы бесконечной в любой данной точке пространства. Ввиду такой парадоксальной ситуации Зелигер пришел к следующему выводу: «Закон тяготения Ньютона, несомненно, не является совершенно

---

<sup>15</sup> Carl Neumann, Über die den Kräften elektrodynamischen Ursprungs zuzuschreibenden Elementargesetze, «Abhandlungen der math.-phys. Classe der köngl. sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften», 10, 417—524 (Leipzig, 1874).

<sup>16</sup> H. Seeliger, Über das Newton'sche Gravitationsgesetz, «Astronomische Nachrichten», 137, 129—136 (1895); «Sitzungsberichte der math.-phys. Classe der köngl. bayrischen Akademie der Wissenschaften zu München», 26, 373—400 (1896); См. также «Astronomische Nachrichten», 138 (№ 3292).

строгим, он должен быть видоизменен посредством некоторых коэффициентов, благодаря чему эти трудности будут устранены»<sup>17</sup>. Первым допущением такого рода «дополнительных коэффициентов» было введение экспоненциального (поглощающего) множителя по аналогии с законом распределения Лапласа<sup>18</sup>. Закон Ньютона в этом случае читается, согласно Зелигеру, следующим образом:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} e^{-\lambda r}.$$

Допущение Зелигера вскоре было оставлено по следующей причине. Численное значение поправочного коэффициента могло быть вычислено из прецессии перигелия Меркурия; это значение, однако, если использовать для вычисления прецессию перигелия других планет, ведет к результатам, не соответствующим данным наблюдения. Были предложены и другие многочисленные видоизменения формулы Ньютона, но они имели еще меньший успех. Ввиду такого рода неудач Фёппл предпринял своеобразную попытку преодолеть эти трудности. В статье, озаглавленной «О возможном обобщении закона тяготения Ньютона»<sup>19</sup>, Фёппл ввел понятие «отрицательной массы». Следует отметить, что уже Пирсон в своем «гидродинамическом» объяснении гравитации и магнетизма говорил о притягательных и отталкивающих гравитационных силах<sup>20</sup> и об «обратном магнетизме». Но именно Фёппл развил логически последовательную теорию положительных и отрицательных масс по аналогии с положитель-

<sup>17</sup> «Astronomische Nachrichten», 137, 134 (1895).

<sup>18</sup> Pierre Simon Marquis de Laplace, *Traité de mécanique céleste*, в: «Oeuvres complètes» (Académie des Sciences, Paris, 1882), vol. 5, p. 448.

<sup>19</sup> August Föppl, Über eine mögliche Erweiterung des Newton'schen Gravitations-Gesetzes, «Sitzungsberichte der math.-phys. Classe der K. B. Akademie der Wissenschaften zu München», 27, 93—99 (1897).

<sup>20</sup> Karl Pearson, On the motion of spherical and ellipsoidal bodies in fluid media, «Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics», 20, 60—80, 184—211 (1885). См. также K. Pearson, Ether squirts, «American Journal of Mathematics», 13, 309—362 (1891), где он говорит о материи, созданной в равных и противоположных по знаку количествах, и где он полагает, что быстро удаляющаяся звезда «1830 Возничия» с самым большим собственным движением, известным в то время, возможно, состоит из отрицательных масс и благодаря этому выталкивается из нашей области пространства.

ными и отрицательными зарядами максвелловской теории электромагнитного поля.

По аналогии с вектором  $\mathbf{E}$  в теории электромагнитного поля гравитационное поле в данной точке пространства определяется неаксиальным вектором  $\mathbf{V} = -\text{grad } \varphi$ , где  $\varphi$  — гравитационный потенциал в точке, равный  $-Gm/r$ . Хорошо известное выражение Максвелла для плотности энергии поля  $\frac{1}{2} \epsilon_0 \mathbf{E}^2$  с точки зрения «обратного» закона тяготения Кулона должно быть видоизменено в  $e_0 - \frac{1}{2} cV^2$ , где постоянная  $e_0$  представляет собой плотность энергии для  $\mathbf{V} = 0$ , а  $c = \frac{1}{4}\pi G$ . Необходимость введения  $e_0$  для случая «обратного» закона Кулона была отмечена еще Максвеллом <sup>21</sup>. Сумма общей гравитационной энергии во Вселенной дается посредством выражения

$$T = T_0 - \frac{1}{2}c \iiint V^2 d\tau,$$

где

$$T_0 = \iiint e_0 d\tau,$$

и интегрирование производится по всему пространству. Согласно теореме Грина,

$$\iiint V^2 d\tau = 4\pi \iiint \varphi \rho d\tau,$$

где  $\rho$  — плотность активной массы, что вместе с  $d\tau$  дает активную гравитационную массу, содержащуюся в  $d\tau$  <sup>22</sup>.

Допустим теперь, говорит Фёппл, что  $\rho$  или точечные массы  $q$  могут быть либо положительными, либо отрицательными. Все наши заключения останутся справедливыми. Смещение точечной массы  $q_1$  на  $d\mathbf{r}$  изменяет общую поле-

<sup>21</sup> J a m e s C l e r k M a x w e l l, Scientific papers (Cambridge, 1890), vol. 1, p. 570. Первоначально статья была опубликована в: «Transactions of the Royal Society» (London) 155, 492 (1865).

<sup>22</sup> Так как  $4\pi\rho = \text{div } \mathbf{V}$ , а  $\mathbf{V} = -\text{grad } \varphi$ , то

$$\begin{aligned} \iiint \varphi \rho d\tau &= \frac{1}{4\pi} \iiint \varphi \text{div } \mathbf{V} d\tau = \frac{1}{4\pi} \iiint [\text{div}(\varphi\mathbf{V}) - \\ &- \mathbf{V} \text{grad } \varphi] d\tau = \frac{1}{4\pi} \left\{ \iiint \varphi V_n d\sigma + \iiint V^2 d\tau \right\} = \\ &= \frac{1}{4\pi} \iiint V^2 d\tau. \end{aligned}$$

вую энергию  $T$  на

$$\delta T = c q_1 \int \int \int \frac{\rho}{r^3} \mathbf{r} d\tau \delta \mathbf{r}.$$

Если  $F$  есть сила, необходимая для смещения, то сохранение энергии требует, чтобы

$$\mathbf{F} \delta \mathbf{r} + \delta T = 0$$

или

$$\mathbf{F} = -c \int \int \int \frac{q_1 \rho}{r^3} \mathbf{r} d\tau,$$

или для двух точечных масс

$$\mathbf{F} = -c \frac{q_1 q_2}{r^3} \mathbf{r},$$

что представляет собой ньютоновский закон тяготения.

При помощи введения отрицательных масс как приемников гравитационных силовых линий в противоположность положительным массам как их источникам вышеуказанные трудности, конечно, устраняются, так как каждая силовая линия простирается только от источника до приемника. Тот факт, что мы не наблюдаем взаимного отталкивания масс, может быть объяснен, полагает Фёппл, правдоподобным допущением, что отрицательные массы, оттолкнутые положительными массами, преобладающими в нашей области пространства, удалились на расстояния, недоступные для нашего опыта.

Гипотеза Фёппла ведет к интересным результатам: постоянная  $e_0$  благодаря притяжению однородных масс необходимо достигает по крайней мере максимума величины  $|^{1/2} c V^2|$ , и вследствие этого в межзвездном пространстве, где  $V$  примерно равно нулю, плотность энергии становится «непомерно» высокой.

Фёппл хорошо понимает, что его понятие массы существенно отличается от понятия инертной массы.

«Там, где я говорю о массе,— замечает он,— я имею в виду под этим термином не величину, проявляющуюся в законе инерции или в фундаментальном уравнении движения, но, скорее, материальный субстрат Вселенной, поскольку он носитель гравитационных явлений. Следовательно, масса в этой связи синоним источника потока силы, подобно тому как это имеет место в теории электричества»<sup>23</sup>.

<sup>23</sup> August Föppl, Über eine mögliche Erweiterung des Newton'schen Gravitations-Gesetzes, p. 96 (сноска 19).

Понятие отрицательной гравитационной массы, введенное Пирсоном и Фёпплом, вскоре стало предметом многочисленных философских спекуляций. Шустер, например, в статье, озаглавленной «Потенциальная материя — праздный вымысел», опубликованной в «Nature»<sup>24</sup>, предлагает вообразить мир, в котором атомы являются источниками, посредством которых в трехмерное пространство втекает невидимый флюид. Постоянное творение этого флюида в источниках компенсируется его исчезновением в равном числе приемников. «Эти приемники могут образовывать другую совокупность атомов, возможно равную нашей собственной во всех отношениях, кроме одного: они взаимно притягивались бы друг к другу, но отталкивались бы от материи, с которой мы имеем дело на Земле». Шустер говорит далее об этих «антиатомах» как об «антиматерии» и рассматривает возможность того, что посредством слияния материи с антиматерией может произойти нейтрализация не только гравитации, но также и инерции. Такого рода «потенциальная материя» образуется по аналогии с исчезновением кинетической энергии и ее превращением в потенциальную энергию в качестве сохраняющегося запаса. «Не является ли наша не в меру превозносимая аксиома сохранения массы иллюзией, основанной на ограниченном опыте нашего непосредственного окружения?» Этим вопросом он заключает свои спекулятивные построения.

Для современного физика, изучающего космологические гипотезы непрерывного творения и ядерную динамику античастиц, предположения, подобные гипотезе Шустера, могут показаться чем-то большим, чем фантазия, хотя, конечно, понятие антиматерии у Шустера не совпадает с современным понятием античастиц. И все же он не стал бы переоценивать научное значение такого рода спекуляций. Однако результаты серьезных научных исследований часто приближаются к наиболее фантастическому полету воображения. Так, Кемпффер в недавних исследованиях относительно принципа Маха<sup>25</sup>, следуя некоторым предположениям Моррисона и Голда, рассматривает

---

<sup>24</sup> «Nature», 58, 367 (1898).

<sup>25</sup> F. A. K e m p f f e r, On possible realizations of Mach's program, «Canadian Journal of Physics», 36, 151—159 (1958).

возможность того, что в дополнение к положительной гравитационной покоящейся массе материи и отрицательной гравитационной покоящейся массе антиматерии существует третьего рода гравитационная масса, но не «потенциальная масса» Шустера, а «кинетическая масса», которая имеет один и тот же знак как для материи, так и для антиматерии и которая исчезает как для материи, так и для антиматерии в состоянии покоя. Более точно, предполагается, что это именно то взаимодействие кинетических масс во Вселенной, посредством которого инерция как материи, так и антиматерии находит объяснение в соответствии с космологическим принципом Маха.

Я должен, однако, заметить, что Шифф в статье опубликованной в 1959 году «Гравитационные свойства антиматерии»<sup>26</sup> выдвинул ряд важных аргументов в пользу допущения, что *все* частицы материи, равно как и антиматерии, имеют положительные покоящиеся массы и положительные пассивные гравитационные массы.

Если, согласно принципу Маха, инерция является эффектом, зависящим от распределения материи, то любая асимметрия в распределении материи в пространстве должна вызвать анизотропию инерции: инерционное поведение макроскопических и микроскопических тел должно быть неодинаковым в различных направлениях. Наша Солнечная система занимает, как известно, ясно выраженное периферическое положение по отношению к Галактике. Поэтому весьма вероятно — если только справедлив принцип Маха, — что инерционная реакция земных объектов или пробных частиц является функцией их направления по отношению к центру Галактики. Выражаясь математически, масса перестает быть скалярной и становится тензорной величиной в ее отношении к векторным величинам силы и ускорения, имеющим направление.

Преимущество рассмотрения массы как тензора было отмечено, хотя и в другой связи, Дюнгеном в 1945 году<sup>27</sup>, который предложил интерпретировать массу как тензор

---

<sup>26</sup> «Proceedings of the National Academy of Science», Washington, D. C., 45, 69—80 (1959).

<sup>27</sup> F. H. v a n d e n D u n g e n, Sur la notion de masse, «Akadémie Royale de Belgique, Bulletin de la classe des sciences», 31, 666—668 (1945).

второго ранга первоначально в интересах упорядочивания обозначений. Дюнген указал, что фундаментальное уравнение классической механики —  $md^2x^i/dt^2 = F^i$ , — записанное, как обычно, в терминах контравариантных векторов и правильное после перестановки  $dx^i$ , по определению, представляет собой контравариантные векторы. С другой стороны, скалярная величина работы определяется из уравнения  $dW = F_i dx^i$  в терминах ковариантных компонентов вектора силы. Таким образом, требуется метрика для того, чтобы преобразовать контравариантные компоненты в ковариантные.

Если масса определяется как тензор  $m_{ij}$ , то ковариантный импульс  $p_i$  может быть выражен уравнением  $p_i = m_{ij} dx^j/dt$  (суммирование по повторяющимся индексам  $j$ ) и основной закон движения может быть записан в виде  $dp_i/dt = F_i$ . Если пренебречь эффектом направления (действие принципа Маха), как это имеет место в статье Дюнгена, то тензор массы для прямоугольных систем координат сводится к диагональному тензору  $m_{ij} = m\delta_{ij}$  ( $\delta_{ij}$  — символы Кронекера). Кинетическая энергия частицы выражается как инвариант  $\frac{1}{2} m_{ik} (dx^i/dt) (dx^k/dt)$ , и ее преобразование в косые координаты упрощается. Процедура легко может быть обобщена на релятивистскую массу, величина которой зависит от скорости. Но кроме такого разрастания системы обозначений, развиваемая процедура не дает никакого дальнейшего проникновения в физический смысл понятия массы.

Если, однако, масса представляется как тензор для того, чтобы экспериментально исследовать возможность эффекта направления в инерционной реакции материи, то результаты такого эксперимента продемонстрировали бы не только законность дискуссии относительно принципа Маха, но также пролили бы свет на понятие массы как на эффект индукции.

В экспериментальном исследовании анизотропии инерции Коккони и Сальпетер<sup>28</sup> предполагают, что вклад галактической материи в инертную массу земных объектов является максимальным, если эти объекты ускоряются

---

<sup>28</sup> G. Cocconi and E. Salpeter, A search for anisotropy of inertia, «Nuovo cimento», 10, 646—651 (1958).

в направлении (или от) <sup>29</sup> к центру Галактики, и минимальным, если они ускоряются перпендикулярно этому направлению. Тензор массы  $m_{ij}$  характеризуется посредством направления трех основных осей и соответствующих диагональных элементов  $m_{ii}$ . Если диагональный элемент, соответствующий основной оси в направлении галактического центра, выбран как  $m + \Delta m$  (а диагональные элементы для двух других осей взяты как  $m - \frac{1}{2} \Delta m$ , след от  $m$ ), то вклад анизотропии  $\Delta m/m$  может быть оценен на основе количественной формулировки принципа Маха. С этой целью Коккони и Сальпетер предполагают, что этот вклад зависит линейно от производящей инерцию массы  $M$  и является обратно пропорциональным  $k$ -ой степени расстояния. Кроме того, должна быть постулирована ограниченность сферы действия (в соответствии с радиусом Вселенной  $R$  в космологии). Если  $\rho$  есть средняя плотность материи внутри этой сферы действия, тогда, очевидно, изотропная часть инерции  $m$  пропорциональна

$$\int_0^R \frac{4\pi r^2 \rho dr}{r^k} = \frac{4\pi \rho}{3-k} R^{3-k}.$$

Если при добавлении массы  $M$  на расстоянии  $r$  от пробной частицы эта масса обуславливает анизотропный вклад  $\Delta m$ , то в таком случае ясно, что

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{M}{r^k} \frac{3-k}{4\pi R^{3-k}}.$$

При  $\rho = 10^{-28} \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$ ,  $R = 10^{28} \text{ см}$  ( $= cT$ , где  $T^{-1}$  есть постоянная Хаббла, а  $c$  — скорость света) и предполагая  $k = 1$ , величина  $\Delta m/m$  будет порядка  $10^{-7}$  по отношению к Галактике; если  $k = 0,25$ , то  $\Delta m/m \sim 10^{-11}$ .

В принципе такой эффект должен наблюдаться во множестве макроскопических явлений, например при суточной вариации периода кварцевых часов. Так как, однако, в настоящее время точность измерений, необходимая для обнаружения эффекта, пока еще низка, поскольку

<sup>29</sup> Если бы инертная масса в направлении движения к центру Галактики отличалась от инертной массы в противоположном направлении, то обыкновенные силы перестали бы быть консервативными.

это касается макроскопических наблюдений, то Кокони и Сальпетер предложили микроволновое измерение зеемановского расщепления уровней одного электрона с различными ориентациями магнитного поля относительно центра Галактики. В этих измерениях может быть получена точность порядка одной части к  $10^{11}$ . Карелли<sup>30</sup> предложил оптически точные измерения явлений двойной рефракции в жидкости или газе в видимой области (предполагая две перпендикулярные плоскости движения электронов). К сожалению, решающий эксперимент<sup>31</sup> еще не осуществлен и вопрос о справедливости принципа Маха, равно как интерпретация массы в соответствии с этим принципом, остается еще интригующей проблемой.

---

<sup>30</sup> A. Carelli, On Mach's principle, «Nuovo cimento», 13, 853—856 (1959).

<sup>31</sup> Кокони и Сальпетер предложили также использовать эффект Мёссбауэра для того, чтобы увеличить точность измерения  $\Delta m/m$  до  $10^{-14}$ . См. «Physical Review Letters», 4, 176—177 (1960).

### ПОНЯТИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ МАССЫ

Мысль о том, что инерция в конечном счете представляет собой электромагнитное явление и что инертная масса, в сущности, является эффектом индукции, имеет свое основание в исследовании электродинамики движущихся зарядов. Хотя тензор напряженности электромагнитного поля Максвелла в качестве пространственной составляющей тензора энергии-импульса электромагнитного поля в неявной форме содержал идею, ведущую к этому новому понятию, как это известно в настоящее время, но не было известно до появления теории относительности, тем не менее только в 1881 году Дж. Дж. Томсон в статье «Об электрических и магнитных эффектах, произведенных движением наэлектризованных тел»<sup>1</sup> рассмотрел возможность сведения инерции к электромагнетизму. Томсон исследует случай движения электростатически заряженной сферы через неограниченную среду с удельной индуктивностью (диэлектрической постоянной)  $\epsilon$ . Для того чтобы подсчитать ток смещения, образованный движением заряда, Томсон предполагает, что (1) распределение заряда по поверхности носителя остается неизменным в процессе движения и (2) что электрическое поле, увлекающееся вперед с движущимся носителем, остается без искажения. То, что первое допущение является верным, а второе ошибочным, было показано только пятнадцать лет спустя Муртоном<sup>2</sup>.

Так как, согласно теории Максвелла, электрическое смещение (то есть ток смещения) обуславливает те же самые эффекты, что и обыкновенный электрический ток, то возникает магнитное поле, которое может быть подсчитано на основании вектора-потенциала, соответствующего

---

<sup>1</sup> «Philosophical Magazine», 11, 229—249 (1881).

<sup>2</sup> «Philosophical Magazine», 41, 488 (1896).

току смещения. Из напряженностей электрического и магнитного полей Томсон, таким образом, смог вычислить энергию окружающего электромагнитного поля. Эта энергия, согласно принципу сохранения, должна быть восполнена за счет движения заряженного носителя. Так как движение этого носителя служит источником энергии, то ясно, что он должен испытывать сопротивление при движении сквозь диэлектрик. Поскольку рассеяние энергии при движении сквозь среду исключается, так как допускается, что среда не обладает электропроводностью, то испытываемое сопротивление должно быть аналогичным сопротивлению твердого тела, движущегося в идеальной жидкости. «Другими словами, оно должно быть эквивалентным увеличению массы движущейся заряженной сферы»<sup>3</sup>.

Для Томсона, как мы видим, возникающее сопротивление является только «эквивалентным увеличению массы»; он представляет себе процесс таким образом, «как если бы» масса увеличивалась. Он еще мыслит по аналогии с классической гидродинамикой; в данном случае сферическая частица с массой  $m$ , погруженная в несжимаемую жидкость, сквозь которую она движется со скоростью  $v$ , приобретает в добавлении к своей собственной кинетической энергии  $\frac{1}{2}mv^2$  еще и энергию  $\frac{1}{2}\mu v^2$ ; таким образом, общая энергия, сообщенная всей системе, может быть записана в виде  $\frac{1}{2}(m + \mu)v^2$ . «Наличие жидкости создает поэтому кажущийся эффект увеличения массы сферы»<sup>4</sup>, и  $\mu$  в механике жидкостей часто называется «индуцированной массой»<sup>5</sup>.

Как показал Томсон в своей статье, возможное увеличение массы  $\mu$  в случае сферы радиуса  $a$  и заряда  $e$  дается выражением

$$\mu = \frac{4}{15} \frac{e^2}{ac^2}. \quad (1)$$

<sup>3</sup> «Philosophical Magazine», 11, 230 (1881).

<sup>4</sup> D. E. Rutherford, Fluid mechanics (Oliver and Boyd, Edinburgh and London; Interscience Publishers Inc., New York, 1959), p. 103.

<sup>5</sup> См., например, R. J. Seeger, Fluid mechanics, в: «Handbook of physics», ed. E. U. Condon and H. Odishaw (McGraw-Hill, New York, Toronto, London, 1958), p. 3—18.

Для оценки порядка величины  $\mu$  по отношению к обычной инертной массе  $m$  движущегося тела Томсон подсчитал кажущееся увеличение массы Земли при ее движении по орбите вокруг Солнца, полагая, что Земля заряжена максимально возможным потенциалом. Он показал, что  $\mu$  составляет только  $7 \cdot 10^8$  г — «масса, величина которой совершенно незначительна в сравнении с массой Земли»<sup>6</sup>. Мы приводим этот пример и это высказывание для того, чтобы показать, что Томсон на этой стадии все еще далек от обобщения своих результатов и интерпретирует всю инертную массу как «индуцированную массу». Важно также заметить, что, согласно заключению Томсона,  $\mu$  не зависит от скорости  $v$  движущегося тела.

Непосредственно после опубликования статьи Томсона Фитцджеральд указал<sup>7</sup>, что ток смещения Томсона, используемый в его расчетах, не согласуется с условием циркуляции Максвелла и что только ток, составленный из этого тока смещения и конвекционного тока, возникающего благодаря движению самого заряда, действительно удовлетворяет этому условию.

Важным улучшением результата Томсона было исследование Оливера Хевисайда «Об электромагнитных эффектах, возникающих при движении электрических зарядов через диэлектрик»<sup>8</sup>, опубликованное в 1889 году. Это исследование привело к результатам, которые включали в себя более высокие степени в выражении  $v/c$ . В современном варианте решение Хевисайда может быть представлено следующим образом. Точечный заряд  $q$  движется в положительном направлении оси  $x$  в системе координат  $(x, y, z)$  с постоянной скоростью  $v$ . Для того чтобы подсчитать энергию электромагнитного поля, обусловленную одним движением, то есть энергию избыточную в сравнении с энергией электростатического поля, соответствующей стационарному заряду, теория Максвелла требует подсчета величины  $\frac{1}{8} \pi \iiint \mathbf{H}^2 d\tau$ , где  $\mathbf{H}$  представляет

<sup>6</sup> «Philosophical Magazine», 11, 234 (1881).

<sup>7</sup> George Francis FitzGerald, The scientific writings of the late George Francis FitzGerald, collected and edited with a historical introduction by Joseph Larmor (Longmans, Green, London, 1902). Первоначально статья появилась в «Proceedings of the Royal Dublin Society», 3, 250 (1881).

<sup>8</sup> «Philosophical Magazine», 27, 324—339 (1889).

собой вектор магнитного поля, определенный посредством уравнений Максвелла из токов конвекции и смещения, связанных с движением точечного заряда. Так как вектор скорости  $v$  направлен по оси  $x$ , то легко показать, что уравнения Максвелла налагают на вектор-потенциал  $A$  следующие условия:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A_x}{\partial t^2} - \nabla^2 A_x = \frac{4\pi}{c} \rho v, \quad A_y = 0, \quad A_z = 0, \quad (2)$$

где  $\rho$  — объемная плотность заряда, которая в современных обозначениях может быть взята в отношении к  $q$  на основании уравнения  $\rho = q\delta(r - r_0)$ , где  $r_0$  — положение вектора заряда, а  $\delta$  обозначает функцию Дирака. Путем преобразования в новую координатную систему  $(\xi, \eta, \zeta)$ , которая связана с движущимся зарядом и сокращается в направлении движения в соответствии с множителем  $\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2}$ , так что

$$\xi = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} (x - vt), \quad \eta = y, \quad \zeta = z,$$

предыдущее уравнение для  $A_x$  превращается в простое уравнение Пуассона

$$\frac{\partial^2 A_x}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 A_y}{d\eta^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial \zeta^2} = -\frac{4\pi}{c} \rho v, \quad (3)$$

которое может получить решение для  $A_x$ . Для единичного заряда  $q$  компонента  $x$  вектора-потенциала  $A_x$  — если осуществлено обратное преобразование в первоначальную координатную систему  $(x, y, z)$  — дается посредством выражения

$$A_x = \frac{q\beta}{[x^2 + (1 - \beta^2)(y^2 + z^2)]^{1/2}},$$

где  $\beta = v/c$ . Если компоненты вектора-потенциала известны, уравнение

$$\mathbf{H} = \text{curl } \mathbf{A}$$

определяет величину компонентов вектора магнитного поля  $\mathbf{H}$ . В таком случае легко проверить, что

$$H^2 = \frac{q^2 (1 - \beta^2) \beta^2 (y^2 + z^2)}{[x^2 + (1 - \beta^2)(y^2 + z^2)]^3} \quad (4)$$

или

$$H^2 = (q^2 \beta^2 \sin^2 \theta) / r^4,$$

где сферические координаты  $r$  и  $\theta$  определяются посредством соотношений

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2, \quad \sin^2 \theta = \frac{y^2 + z^2}{x^2 + y^2 + z^2}$$

и остаются только члены порядка  $\beta^2$ .

Хевисайд высказал предположение (ошибочное, как указал позднее Серль<sup>9</sup>), что приведенный только что расчет для  $H^2$  остается верным и в том случае, когда  $q$  интерпретируется не как точечный заряд, но как заряд, распределенный по поверхности идеально проводящей сферы радиуса  $a$ . Дополнительная энергия  $\Delta U$  электромагнитного поля вне движущейся сферы в результате ее движения дается выражением

$$\begin{aligned} \Delta U &= \frac{1}{8\pi} \int \int \int H^2 d\tau = \\ &= \frac{q^2 \beta^2}{8\pi} \int_a^\infty \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{\sin^2 \theta}{r^4} r^2 \sin \theta d\theta d\varphi dr \end{aligned}$$

или окончательно<sup>10</sup>

$$\Delta U = \frac{q^2 v^2}{3ac^2}. \quad (5)$$

Сравнивая это выражение с  $\frac{1}{2}\mu v^2$ , Хевисайд получил для возрастания массы следующую величину:

$$\mu = \frac{2q^2}{3ac^2}. \quad (6)$$

Так как общая электромагнитная энергия  $U_0$  вне стационарной сферы с поверхностным зарядом  $q$  и радиусом  $a$

<sup>9</sup> G. F. C. Searle, On the steady motion of an electrified ellipsoid, «Philosophical Magazine», 44, 329—341 (1897). См. также G. F. C. Searle, Problems in electric convection, в: «Philosophical Transactions of the Royal Society of London», [A], 187, 675—713 (1897).

<sup>10</sup> Уравнение (5) может быть получено и элементарным путем из закона Био и Савара (иногда этот закон называют законом Лапласа или законом Ампера), согласно которому напряженность магнитного поля (в гауссовых единицах) на расстоянии  $r$  от заряда  $q$ , движущегося со скоростью  $v$ , равна  $H = qv \sin \theta / cr$ , где  $\theta$  = угол между  $v$  и  $r$ . Энергия поля в элементарном объеме  $d\tau$  дается выражением  $dU = (1/8\pi)H^2 d\tau$ . Подстановка величины  $H$  и интегрирование по всему пространству вне сферической частицы приводит к уравнению (5). Если допустить, что заряд  $q$  распределен по всему объему сферы, то результат будет другим, с множителем порядка единицы.

равна  $q^2/2a$ , как это легко показать простым интегрированием, то результаты Хевисайда могут быть выражены следующим образом: увеличение массы движущейся сферы с однородным распределением поверхностного заряда равно  $4/3$  ее энергии стационарного поля  $U_0$ , деленной на  $c^2$ .

Для Хевисайда — в противоположность Томсону — это увеличение массы представляет собой физически значимое явление, не простую аналогию механической инерции, но инерциальный эффект *sui generis*. Действительно, Хевисайд ясно говорит об «электрической силе инерции»<sup>11</sup>.

Публикация статьи Хевисайда положила начало оживленному соревнованию между механикой и электромагнитной теорией за первенство в физике. Эра механических интерпретаций электромагнитных явлений, начатая Вильямом Томсоном (лордом Кельвином) и Максвеллом в их поисках механических моделей эфира, достигла к этому времени своего расцвета. Научные журналы 90-х годов были наводнены статьями, в которых предпринимались попытки свести электромагнетизм к механике или гидродинамике. Вера в то, что все силы в природе в конечном счете только различные проявления одной и той же фундаментальной силы, вдохновляла многих ученых на поиски таких принципов унификации. Так, например, механическая теория электромагнитного поля Корна, базирующаяся на теории пульсирующих сфер К. А. Бьеркнеса<sup>12</sup> и первоначально опубликованная в книге под названием «Теория гравитации и электромагнитных явлений на основе гидродинамики»<sup>13</sup>, приобрела большую известность в мире науки того времени. В 1917 и 1918 годах журнал «Physikalische Zeitschrift» все еще продолжал публиковать статьи Корна и других авторов по поводу этой и подобных теорий<sup>14</sup>.

---

<sup>11</sup> «Philosophical Magazine», 27, 332 (1889).

<sup>12</sup> «Göttinger Nachrichten» (1876), S. 245; «Comptes rendus», 84, 1375 (1877); «Nature», 24, 360 (1881).

<sup>13</sup> A. K o r n, Eine Theorie der Gravitation und der elektrischen Erscheinungen auf Grundlage der Hydrodynamik (Berlin, Aufl. 1, 1894; Aufl. 2, 1896; Aufl. 3, 1898).

<sup>14</sup> Мы упомянем здесь только статьи Корна, опубликованные в течение 1917 и 1918 годов: «Механическая теория электромагнитных полей», в: «Physikalische Zeitschrift», 18, 323—326, 341—345, 504—507, 539—542, 581—584 (1917); 19, 10—13, 201—203, 234—237, 426—429 (1918).

Эти механические теории электромагнетизма натолкнулись теперь на соперничество электромагнитных теорий механики. Поиски концептуального единства были руководящей идеей многих теоретиков в начале столетия в исследовании методологических возможностей нового подхода, основанного на электромагнитном понятии массы. Более того, глубоко мыслящие теоретики, возможно, рассматривали огромное число публикаций предлагаемых механических теорий электромагнетизма как симптом несомненной бесполезности всех попыток движения в этом направлении и приветствовали новый подход в противоположном направлении. Так, например, Больцман в своих «Лекциях о принципах механики», ссылаясь на вновь развитую теорию электронов, замечает следующее:

«Эта теория не претендует на то, чтобы объяснить понятие массы и силы, закон инерции и т. п. из чего-то более простого, что само может быть легко понято. Фундаментальные понятия этой теории и ее основные законы, несомненно, останутся столь же необъяснимыми, как и с механической точки зрения. Однако польза выведения всей науки механики из понятий, так или иначе необходимых для объяснения электромагнетизма, может быть, столь же важна, как если бы, наоборот, электромагнитные явления объяснялись на основе механики. Возможно, что первый путь приведет к большим успехам»<sup>15</sup>.

Одним из первых горячих сторонников электромагнитного понятия массы был Вильгельм Вин. В статье «О возможности электромагнитного обоснования механики»<sup>16</sup>, опубликованной в знаменитой юбилейной книге Лоренца, Вин первоначально допускает, что Максвелл, Кельвин и Герц предпочли естественный путь и взяли механику в качестве основы для объяснения уравнений Максвелла. Однако в свете все возрастающей сложности механических моделей, предложенных с этой целью, Вин полагает, что более обещающим для будущего развития физической тео-

---

<sup>15</sup> Ludwig Boltzmann, Vorlesungen über die Prinzipie der Mechanik (Leipzig, 1897); цит. по 2-му изданию (Лейпциг, 1904), часть 2, стр. 138—139.

<sup>16</sup> Wilhelm Wien, Über die Möglichkeit einer elektromagnetischen Begründung der Mechanik, в: «Recueil de travaux offerts par les auteurs à H. A. Lorentz (The Hague, 1900), p. 96—107.

рии является рассмотрение электромагнитных уравнений как основы для выведения законов механики <sup>17</sup>.

Ссылаясь на электрическую силу инерции Хевисайда, Вин обобщает этот результат и выражает свое твердое убеждение в выводимости механической теории из теории электромагнитной. «Инерция материи, которая, если не считать гравитации, дает независимое определение массы, может быть выведена без дополнительных гипотез из часто теперь применяемого понятия электромагнитной инерции» <sup>18</sup>.

Вывод инертной массы у Вина основывается на расчетах Серля относительно энергии поля, произведенного движущимся эллипсоидом Хевисайда <sup>19</sup>. Если  $U$  есть энергия поля, соответствующая такому эллипсоиду, движущемуся со скоростью  $v$ , и если  $U_0$  есть энергия, соответствующая покоящемуся эллипсоиду, то на основе результатов Серля

$$U = U_0 \frac{1 + \frac{1}{3} \beta^2}{(1 - \beta^2)^{1/2} \arcsin \beta}. \quad (7)$$

Разлагая это выражение в ряд по степеням  $\beta$ , Вин получает

$$U = U_0 \left( 1 + \frac{2}{3} \beta^2 + \frac{16}{45} \beta^4 + \dots \right). \quad (8)$$

Следовательно, возрастание энергии в результате движения электрического заряда равно в первом приближении

$$\frac{2}{3} U_0 \beta^2 = \frac{2}{3c^2} U_0 v^2 = \frac{1}{2} \mu v^2 \quad (9)$$

а инертная масса —

$$\mu = \frac{4}{3} \frac{U_0}{c^2}. \quad (10)$$

<sup>17</sup> Ibid., S. 97: «Viel aussichtsvoller als Grundlage für weitere theoretische Arbeit scheint mir der umgekehrte Versuch zu sein, die elektromagnetischen Grundgleichungen als die allgemeineren anzusehen, aus denen mechanischen zu folgern sind».

<sup>18</sup> Ibid., S. 101: «Die Trägheit der Materie, welche neben der Gravitation die zweite unabhängige Definition der Masse giebt, lässt sich ohne weitere Hypothesen aus dem bereits vielfach benutzten Begriff der elektromagnetischen Trägheit folgern».

<sup>19</sup> Этот термин, введенный Сирли (см. сноску 9), обозначает сплюснутый сфероид, главные оси которого имеют отношение  $(1 - \beta^2) : 1 : 1$ . При движении со скоростью  $v$  его поле идентично с полем точечного заряда, величина которого и скорость такие же, как у сфероида.

Вин, таким образом, подтверждает результаты Хевисайда для небольших скоростей  $v$ , но отмечает, что для более высоких скоростей должны быть приняты во внимание другие члены ряда: электромагнитная масса зависит от скорости.

Последующее развитие электромагнитного понятия массы, в особенности как это описывается его наиболее красноречивым защитником Максом Абрагамом, внутренне связано с открытием в 1884 году Пойнтингом его знаменитой теоремы<sup>20</sup> относительно переноса энергии в электромагнитном поле, а также с понятием электромагнитного импульса, теоретическая важность которого была предсказана Пуанкаре<sup>21</sup>, но в деталях разработана только самим Абрагамом<sup>22</sup>.

Исследования электромагнитной природы инертной массы Абрагамом ограничивались механикой электрона, который в то время — в особенности в работах В. Кауфмана — был предметом многочисленных экспериментальных исследований. Однако молчаливо предполагалось, что полученные выводы могут быть применены к положительным зарядам и, таким образом, распространены на материю вообще. В главе своего известного учебника «Теория электричества»<sup>23</sup>, носящей название «Основные гипотезы динамики электрона и электромагнитная картина мира», Абрагам указывает, что объектом его исследований является развитие динамики электрона, которая может объяснить эксперименты Кауфмана на чисто электромагнитной основе.

---

<sup>20</sup> John Henry Poynting, «Philosophical Transactions», 175, 343 (1884). Теорема Пойнтинга была самостоятельно открыта Хевисайдом, см. «The Electrician», 14, 178, 306 (1885). В русской научной литературе эта теорема часто связывается с именем Н. А. Умова\*.

<sup>21</sup> Henri Poincaré, La théorie de Lorentz et le principe de réaction, «Recueil de travaux offerts par les auteurs à H. A. Lorentz», p. 252—278, в особенности стр. 276—277.

<sup>22</sup> Понятие «электромагнитного импульса» было введено Абрагамом в его статье «Динамика электрона», опубликованной в «Göttinger Nachrichten» (1902), стр. 20—41, и впервые в его статье «Принципы динамики электрона», «Annalen der Physik», 10, 105—179 (1903).

<sup>23</sup> Max Abraham, Theorie der Elektrizität (Teubner, Leipzig, 1905), Bd. 2, Abt. 16; «Die Grundhypothesen der Dynamik des Elektrons und das elektromagnetische Weltbild», S. 139.

Отталкиваясь от уравнений Максвелла и от так называемой формулы Лоренца для плотности силы  $\mathbf{f}$  (сила на единицу объема, направленная со стороны поля на материальную частицу)

$$\mathbf{f} = \rho \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{H} \right), \quad (11)$$

Абрагам показал, что, например,  $x$ -компонента плотности силы дается выражением

$$f_x = \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{xz}}{\partial z} - \frac{dg_x^{(f)}}{dt}, \quad (12)$$

где  $T_{xx}$ ,  $T_{xy}$ , ... представляют собой компоненты электромагнитного тензора напряженности, а  $g_x^{(f)}$  — плотность электромагнитного импульса поля, то есть <sup>24</sup>,

$$\mathbf{g}^{(f)} = \frac{1}{4\pi c} \mathbf{E} \times \mathbf{H}. \quad (13)$$

Общая сила  $\mathbf{F}$ , направленная со стороны поля на материальную систему, равна объемному интегралу по плотности силы

$$\mathbf{F} = \int \int \int \mathbf{f} d\tau \quad (14)$$

и, согласно закону Ньютона, может быть выражена как производная по времени от общего материального или механического импульса  $\mathbf{G}^{(m)}$ . Следовательно,  $x$ -компонента  $\mathbf{F}$  удовлетворяет уравнению

$$\frac{dG_x^{(m)}}{dt} = \int \int \int \left( \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{xz}}{\partial z} \right) d\tau - \frac{dG_x^{(f)}}{dt}, \quad (15)$$

где  $\mathbf{G}^{(f)}$ , общий электромагнитный импульс поля, равен объемному интегралу плотности импульса поля. На основании теоремы дивергенции Гаусса можно показать, что интеграл по тензору дивергенции стремится к нулю (если ограничивающая поверхность выбрана достаточно удаленной). Абрагам, таким образом, получил закон сохранения линейного импульса для электромагнитного поля:

$$\frac{dG^{(m)}}{dt} = - \frac{dG^{(f)}}{dt}. \quad (16)$$

---

<sup>24</sup> Как показывает это уравнение, вектор Пойнтинга является носителем не только энергии, но и импульса — факт, который, как мы увидим в следующих двух главах, находит свое объяснение только в специальной теории относительности.

Абрагам далее подсчитал импульс поля  $\mathbf{G}^{(f)}$  для электрона, движущегося со скоростью  $\mathbf{v}$  вдоль положительной оси  $x$  покоящейся координатной системы. Используя закон Био — Савара,  $\mathbf{H} = (1/c) \mathbf{v} \times \mathbf{H}$  и элементарные векторные тождества, он получил для  $x$ -компоненты следующее выражение:

$$g_x^{(f)} = \frac{v}{6\pi c^2} E^2. \quad (17)$$

А так как при симметричном рассмотрении  $G_x^{(f)}$  и  $G_y^{(f)}$  равны нулю, то для общего импульса поля мы имеем:

$$\mathbf{G}^{(f)} = \frac{v}{6\pi c^2} \int \int \int E^2 d\tau. \quad (18)$$

Таким образом, если  $U_0$  означает общую энергию поля, а именно  $\frac{1}{8} \pi \int \int \int E^2 d\tau$ , то

$$\mathbf{G}^{(f)} = \frac{4}{3} \frac{U_0}{c^2} \mathbf{v}. \quad (19)$$

Из этих расчетов Абрагам сделал следующие выводы. Если скорость электрона  $\mathbf{v}$  постоянна по величине и направлению, то  $\mathbf{G}^{(f)}$  точно так же постоянен, и его производная по времени равна нулю. Из уравнения (16), закона сохранения линейного импульса вещества и поля, следует в таком случае, что  $\mathbf{G}^{(m)}$  также постоянен. Согласно Абрагаму, это и есть электромагнитная интерпретация закона инерции. В своей фундаментальной статье «Принципы динамики электрона» он дает формулировку электромагнитного варианта закона инерции в следующих словах:

«Если с самого начала движение электрона было равномерным и чисто переносным и если его скорость была меньше скорости света, то для продолжения равномерного движения не требуется никаких внешних сил или моментов вращения»<sup>25</sup>.

---

<sup>25</sup> M a x A b r a h a m, Prinzipien Dynamik des Elektrons, «Annalen der Physik», 10, 105—179 (1903): «Für das Elektron gilt demnach das erste Axiom Newtons in folgender Fassung: War die Bewegung des Elektrons von Anbeginn an eine gleichförmige, rein translatorische, und war die Geschwindigkeit kleiner als die Lichtgeschwindigkeit, so ist, um die Bewegung gleichförmig zu erhalten, keine äussere Kraft oder Drehkraft erforderlich» (S. 142).

Если скорость электрона увеличивается или уменьшается без изменения направления, то вектор  $dG^{(f)}/dt$  точно так же сохраняет свое направление и его величина дается выражением:

$$\frac{dG^{(f)}}{dt} = \frac{dG^{(f)}}{dv} \frac{dv}{dt} = \mu w, \quad (20)$$

где  $w$  — кинематическое ускорение, а  $\mu$  — электромагнитная масса. В таком случае из уравнения (16) следует, что электрон является объектом воздействия силы, которая направлена против движения и которая по величине равна ускорению, умноженному на электромагнитную массу.

Абрагам рассматривает электрон как жесткую сферу с однородным распределением заряда (независимо от того, объемный он или поверхностный). Он категорически возражает против идеи деформируемости электрона, так как такое допущение

«означает, что благодаря деформации была бы совершена механическая работа и, кроме электромагнитной энергии, необходимо было включить в описание и внутреннюю энергию электрона. В этом случае была бы невозможна электромагнитная интерпретация теории катодных или беккерелевых лучей — чисто электромагнитного явления — и необходимо было бы с самого начала отказаться от электромагнитного обоснования механики».

Для такого электрона Абрагам вычисляет лагранжиан  $L$ , проводя различие между магнитной и электрической энергиями, а из лагранжиана он определяет импульс точно таким же образом, как это делается в современной теории поля. Наконец, определяя продольную массу  $\mu_{\parallel}$  как отношение производной по времени от импульса и ускорения в направлении движения, а поперечную массу  $\mu_{\perp}$  как соответствующее отношение в направлении, перпендикулярном движению, Абрагам получает следующий результат <sup>26</sup>:

$$\begin{aligned} \mu_{\parallel} &= \frac{q^2}{2ac^2\beta^2} \left( \frac{2}{1-\beta^2} - \frac{1}{\beta} \ln \frac{1+\beta}{1-\beta} \right), \\ \mu_{\perp} &= \frac{q^2}{2ac^2\beta^2} \left( \frac{1+\beta^2}{2\beta} \ln \frac{1+\beta}{1-\beta} - 1 \right). \end{aligned} \quad (21)$$

<sup>26</sup> Подробное обоснование этих формул см. также в работах: K. S c h w a r z s c h i l d, Zur Elektrodynamik (Teil 3, «Über die Bewegung des Electrons»), в: «Göttingen Nachrichten» (1903), S. 245—278; A. S o m m e r f e l d, Zur Elektronentheorie, «Göttingen Nachrichten» (1904), S. 1—10.

Для малых скоростей

$$\mu_{\parallel} = \mu_{\perp} = \mu_0 = \frac{2q^2}{3ac^2}, \quad (22)$$

что было результатом Хевисайда [уравнение (6)].

Допустим теперь, что в добавление к вышеупомянутому действию силы имеет место другая внешняя сила  $\mathbf{K}$ , действующая на электрон, и пусть также электрон обладает вдобавок к электромагнитной массе еще и обыкновенной механической массой  $m$  (материальной массой Лоренца). В таком случае уравнение движения читается следующим образом:

$$\mathbf{K} - \mu \mathbf{w} = m \mathbf{w} \quad (23)$$

или

$$K = (m + \mu) \mathbf{w} = M \mathbf{w}, \quad (24)$$

где  $M$  в качестве коэффициента ускорения в уравнении силы является эффективной массой, равной, как мы видим, сумме механической и электромагнитной масс.

В более общем случае, когда ускорение направлено не в направлении движения, уравнение (24) должно быть заменено на более общее:

$$\mathbf{K} = (m + \mu_{\parallel}) \mathbf{w}_{\parallel} + (m + \mu_{\perp}) \mathbf{w}_{\perp} = M_{\parallel} \mathbf{w}_{\parallel} + M_{\perp} \mathbf{w}_{\perp}, \quad (25)$$

где  $\mu_{\parallel}$  — продольная, а  $\mu_{\perp}$  — поперечная электромагнитные массы,  $M_{\parallel}$  — продольная, а  $M_{\perp}$  — поперечная эффективные массы, а  $\mathbf{w}_{\parallel}$  и  $\mathbf{w}_{\perp}$  — компоненты ускорения в направлении, параллельном и перпендикулярном движению.

Чисто электромагнитная теория массы должна теперь показать, что введение механической массы  $m$  было ничем не оправдано. С точки зрения Абрагама, эксперименты Кауфмана, о которых сейчас пойдет речь, подтверждают этот вывод. Аргументы Абрагама состоят в следующем. Механическая масса  $m$ , согласно динамике Ньютона, не зависит от скорости, в то время как электромагнитная масса благодаря множителю  $(1 - v^2/c^2)^{-1/2}$  зависит от скорости. Если же экспериментальные данные обнаруживают для эффективной массы  $M$  ту же самую зависимость

---

gen Nachrichten», (1904), S. 99—130, 366—439; там же (1905), стр. 201—235; см. также Г. А. Л о р е н ц, Теория электронов, М., 1953, стр. 65—74.

от скорости, что и для электромагнитной массы  $\mu$ , то механическая масса  $m$  с необходимостью равна нулю.

В более точном виде эти аргументы могут быть представлены следующим образом. Из уравнения (21) мы знаем, что

$$\mu_{\perp} = \frac{3\mu_0}{4\beta^2} \left( \frac{1+\beta^2}{2\beta} \ln \frac{1+\beta}{1-\beta} - 1 \right), \quad (26)$$

то есть  $\mu_{\perp}$  есть функция от  $v$ . Из экспериментов с электронами, движущимися с различными известными скоростями  $v_1$  и  $v_2$ , может быть найдено отношение  $r$  соответствующих эффективных поперечных масс

$$r = \frac{m + \mu_{\perp}(v_1)}{m + \mu_{\perp}(v_2)}. \quad (27)$$

В то же время из уравнения (26) может быть подсчитано отношение  $s$  двух соответствующих электромагнитных поперечных масс:

$$s = \frac{\mu_{\perp}(v_1)}{\mu_{\perp}(v_2)}. \quad (28)$$

Исключая  $\mu_{\perp}(v_2)$  из последних двух уравнений, получаем

$$\frac{m}{\mu_{\perp}(v_1)} = \frac{s-r}{s(r-1)}. \quad (29)$$

Таким образом, если экспериментально найденное отношение  $r$  совпадает — в пределах возможных ошибок опыта — с теоретическим отношением  $s$ , то масса  $m$  должна рассматриваться как равная нулю. Более того, если электромагнитная масса равна сумме масс системы отдельных зарядов или, другими словами, если предполагается аддитивность массы, о которой Лоренц сказал, что наудачу взятые поля зарядов не накладываются друг на друга, тогда достигается чисто электромагнитное объяснение кинетической реакции электрона или любой другой частицы с подобным строением. Второй закон движения Ньютона будет в этом случае следствием теории электромагнитного поля Максвелла.

Действительно ли знаменитые эксперименты Кауфмана в физическом институте Гёттингена по отклонению электронов одновременно электрическим и магнитным полями и его определение отношения  $e/m$  подтвердили вывод Абрагама? В первом сообщении о своих эксперимен-

тах <sup>27</sup>, суммируя результаты, Кауфман устанавливает, что электромагнитная масса  $\mu$ , которую он называет кажущейся, имеет тот же порядок величины, что и механическая масса  $m$ , которую он называет реальной; однако с возрастанием скорости кажущаяся масса значительно превосходит по величине реальную массу. Ввиду этих результатов Кауфман полагает, что допущение различного распределения заряда на (или в) электроны может вести к заключению, что реальная масса равна нулю. Во второй статье, озаглавленной «Об электромагнитной массе электрона» <sup>28</sup>, он уточняет свои рассуждения и приходит к выводу, что масса электрона представляет собой электромагнитное явление. Между тем в статье, озаглавленной «Динамика электрона» <sup>29</sup>, Абрагам возражал против терминологии Кауфмана. «Частое употребление терминов «кажущаяся» и «реальная» массы ведет к путанице, — предостерегал он, — так как кажущаяся масса в механическом смысле является реальной, а реальная масса, очевидно, нереальной» <sup>30</sup>. На этом основании указывалось, что, строго говоря, электромагнитная масса является не скаляром, а тензором с симметрией эллипсоида вращения <sup>31</sup>. Ссылаясь на эксперименты Кауфмана, Абрагам заканчивает свою статью следующими словами: «Инерция электрона возникает из электромагнитного поля».

В том же году в выступлении на научной конференции в Карлсбаде Абрагам торжественно провозгласил: «Масса электрона имеет чисто электромагнитную природу» <sup>32</sup>.

Генрик Антон Лоренц, приветствовавший этот вывод как «несомненно один из наиболее важных результатов современной физики» <sup>33</sup>, допускал, однако, что «мы свободны приписать каждому электрону весьма малую материаль-

---

<sup>27</sup> Walter Kaufmann, Die magnetische und elektrische Ablenkbarkeit der Becquerelstrahlen und die scheinbare Masse der Elektronen, «Göttingen Nachrichten» (1902), S. 143—155.

<sup>28</sup> Walter Kaufmann, Über die elektromagnetische Masse des Elektrons, «Göttinger Nachrichten» (1902), S. 291—296.

<sup>29</sup> Max Abraham, Die Dynamik des Elektrons (сноска 22).

<sup>30</sup> Ibid., S. 24.

<sup>31</sup> Ibid., S. 28.

<sup>32</sup> «Physikalische Zeitschrift», 4, 57 (1902), «Verhandlungen der 74. Naturforscherversammlung in Karlsbad»: «Die Masse des Elektrons ist rein elektromagnetischer Art».

<sup>33</sup> Г. А. Лоренц, Теория электронов, стр. 76.

ную массу, например равную одной сотой доле электромагнитной массы». Хотя Лоренц и сознавал неубедительность экспериментального обоснования утверждения Абрагама, тем не менее он, по-видимому, полностью присоединился к его точке зрения на основе принципа простоты.

Таким образом, программа электромагнитной теории массы получила полное обоснование; некогда весомые атомы и молекулы были сведены к положительным и отрицательным зарядам, а их инерционное поведение объяснено на основе электромагнетизма. Предстояло обобщить и распространить этот метод на молекулярные и гравитационные силы. Вся физическая Вселенная была бы тогда простой суммой положительных и отрицательных зарядов и их магнитных полей, все процессы в природе сводились к конвекционным токам и их излучениям, а «вещество» мира лишалось бы своей субстанциальности.

Теория электромагнитной массы вскоре обратила на себя внимание ученого мира. И хотя едва ли эта теория считалась когда-либо общепринятой, тем не менее многие выдающиеся физики выразили ей свое одобрение. Так, Пуанкаре в своей книге «Наука и метод» заявляет следующее: «То, что мы называем массой, есть одна лишь фикция; всякая инерция — электромагнитного происхождения»<sup>34</sup>. Бухерер, повторивший эксперименты Кауфмана с целью проверки, считал, что «масса телесных атомов в конечном счете окажется просто фиктивной»<sup>35</sup>. Конвей, профессор математической физики университетского колледжа в Дублине, в статье, озаглавленной «Электромагнитная масса»<sup>36</sup>, развил на основе понятия кватернионов теорию тензора электромагнитной массы, или «квадратичной массы». Комсток<sup>37</sup>, Гаркинс и Вильсон<sup>38</sup> рассматри-

---

<sup>34</sup> А. Пуанкаре, Наука и метод, СПб, 1910, стр. 170.

<sup>35</sup> А. Н. Бухерер, Mathematische Einführung in die Elektrophysik (Teubner, Leipzig, 1904), S. 2.

<sup>36</sup> Arthur William Conway, Selected papers (Dublin Institute for Advanced Studies, Dublin, 1953), p. 45. Первоначально статья была опубликована в: «Scientific Transactions of the Royal Dublin Society» [12], 9, 51 (1907).

<sup>37</sup> Daniel F. Comstock, The relation of mass to energy, «Philosophical Magazine», 15, 1—21 (1908).

<sup>38</sup> William D. Harkins, Ernst D. Wilson, Wechselseitige Elektromagnetische Masse und die Struktur des Atoms, «Zeitschrift für anorganische und allgemeine Chemie», 95, 1—19 (1916).

вают физику атома на основе электромагнитного понятия массы.

Первоначальный энтузиазм, с которым была встречена эта теория, вскоре, однако, пошел на убыль, так как становилось все яснее, что электромагнитная теория массы не в состоянии дать плодотворные обобщения, справедливые для материи, построенной не только из электронов. Более того, экспериментальное обоснование зависимости массы электрона от скорости его движения, которое до сих пор было основным подтверждением электромагнитной концепции, нашло новую интерпретацию в теории относительности, революционизировавшей науку.

Для развития понятия массы и, следовательно, для развития физической теории вообще электромагнитная теория материи имела особенно важное значение. До ее появления и физики и философы придерживались того, что называлось субстанциальным понятием физической реальности. Физическое тело, согласно этой точке зрения, есть прежде всего то, чем оно является; поведение физического тела непосредственно проявляется в его действии исключительно на основе его внутренней, инвариантной и постоянной природы, физическим выражением которой служит масса, а количественной мерой — величина инертной массы. Электромагнитная концепция лишила материю этой внутренней природы, ее субстанциальной массы. Хотя заряд до некоторой степени и выполняет функцию массы, тем не менее реальное поле физической активности составляют не тела, но, как показали Максвелл и Пойнтинг, окружающая среда\*. Поле есть местонахождение энергии, и материя перестает быть капризным диктатором физических событий, так как первенство субстанции устранено, интерпретация массы как количества материи или, точнее, рассмотрение инертной массы как меры количества материи утратило всякий смысл. Понятие электромагнитной массы было не только одной из ранних полевых концепций в современном смысле этого слова, но это понятие достаточно полно выражало фундаментальный принцип современной физики и современной философии материи: материя делает то, что она делает не потому, что она есть то, чем она является, но она есть то, чем она является потому, что она делает то, что она делает.

ПОНЯТИЕ МАССЫ В ТЕОРИИ  
ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

С точки зрения теории относительности поразительным образом обнаруживается, как инертная масса внутренним образом соотносится со всей структурой физической теории. Так как специальная теория относительности исключает из своего рассмотрения какие бы то ни было ссылки на гравитационные явления, предметом настоящей главы будет только инертная масса.

Для более глубокого проникновения в релятивистское понятие массы вернемся прежде всего к некоторым классическим чертам этого понятия. С этой целью мы примем элементарное (дорелятивистское) различие между сохранением (во времени) и инвариантностью и ковариантностью по отношению к преобразованиям координат, несмотря на тот факт, что законы сохранения в конечном счете выражают инвариантность по отношению к некоторым операциям симметрии. (Сохранение импульса или момента импульса есть следствие инвариантности гамильтониана по отношению к трансляциям или вращениям в пространстве, сохранение энергии следует из инвариантности при трансляции во времени, сохранение заряда — из инвариантности по отношению к градиентным преобразованиям и т. д.)

Будем считать, что величина  $Q$  «сохраняется», если численное значение  $Q$  не зависит от времени. Будем называть функцию  $F$  инвариантом по отношению к группе преобразований  $T$  (кратко —  $T$ -инвариантом), если значение  $F$  не изменяется при произвольных преобразованиях  $T$ , совершаемых над аргументами  $F$ . Наконец, пусть  $P(x, y, z, \dots)$  будет предложением, содержащим параметры  $x, y, z, \dots$ , и пусть эти последние подвергаются произвольным преобразованиям, принадлежащим группе преобразований  $S$ , так что  $x$  становится  $x'$ ,  $y$  становится

$y'$ ,  $z$  становится  $z'$ . Если предложение  $P'(x', y', z')$  имеет ту же самую логико-математическую структуру в  $x', y', z', \dots$ , какую  $P(x, y, z, \dots)$  имеет в  $x, y, z, \dots$ , то мы назовем  $P'$  формальным инвариантом, или ковариантом по отношению к группе преобразований  $S$ , или, кратко,  $S$ -ковариантом. Мы полностью сознаем известный недостаток логической строгости по отношению к представленной здесь терминологии, но ради простоты не будем подвергать бóльшей формализации наши дальнейшие рассуждения<sup>1</sup>.

Начнем с некоторых исторических замечаний. Одним из фундаментальных предложений классической механики является теорема сохранения импульса, ее выполнимость следует из второго и третьего законов движения Ньютона. Ограничиваясь системами из двух тел — из  $F_1 = m_1 a_1$  и  $F_2 = m_2 a_2$  — вместе с принципом действия и противодействия  $F_1 = -F_2$  получаем

$$m_1 a_1 + m_2 a_2 = 0$$

или — после интегрирования —

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = \text{const.}$$

Последнее выражение представляет собой запись принципа сохранения импульса ( $m$ ,  $u$ ,  $a$  и  $F$  обозначают соответственно массу, скорость, ускорение и силу).

Ньютон, ссылаясь на этот принцип мимоходом, как на закон сохранения центра тяжести, в пояснении 4 к своим законам движения пишет:

«Центр тяжести системы двух или нескольких тел от взаимодействия тел друг на друга не изменяет ни своего состояния покоя, ни движения; поэтому центр тяжести системы всех действующих друг на друга тел (при отсутствии внешних действий и препятствий) или находится в покое, или движется равномерно и прямолинейно»<sup>2</sup>.

Хотя Лагранж в своей «Аналитической механике»<sup>3</sup>, ссылаясь на приведенное место, приписывает Ньютону

<sup>1</sup> Более строгую трактовку см. в: J. C. C. McKinsey and P. Suppes, On the notion of invariance in classical mechanics, «British Journal for the Philosophy of Science», 5, 290—302 (1955).

<sup>2</sup> И. Ньютон, Математические начала..., стр. 47.

<sup>3</sup> Ж. Лагранж, Аналитическая механика, т. I, М., 1950, стр. 316.

открытие этого принципа, известно, что уже Декарт<sup>4</sup> установил его (правда, не в полной формулировке) и что Гюйгенс, Мариотт, Валлис и Врен использовали этот принцип в своих исследованиях удара тел<sup>5</sup>. Д'Аламбер и в особенности Лагранж полностью сознавали фундаментальное значение этого принципа для ньютоновой механики. Этот принцип имеет значение и для маховского определения массы, как мы уже видели выше.

После краткого отступления вернемся теперь к дорелятивистскому понятию массы. Механика Ньютона утверждает постоянство массы как для отдельного тела, так и для системы тел, а также ее инвариантность по отношению к преобразованиям Галилея. Увеличение или уменьшение массы всегда интерпретировалось в классической физике как приток и отток материи, что является, конечно, естественнонаучным выражением принципа неразрушимости материи при отождествлении материи и массы, как уже неоднократно отмечалось.

С целью дальнейших ссылок и в отличие от новых данных теории относительности мы произведем формальное доказательство некоторых теорем, относящихся к дорелятивистскому понятию массы и его связи с группой преобразований Галилея  $G$ :

$$x' = x - vt, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t. \quad (1)$$

*Теорема А.* Масса является  $G$ -инвариантом.

*Доказательство.* Наше доказательство основывается на определении массы как отношения силы к ускорению.  $G$ -инвариант силы есть следствие того факта, что ньютоновские силы представляют собой функцию только расстояния, а расстояния в свою очередь являются  $G$ -инвариантами ( $x'_2 - x'_1 = x_2 - x_1, \dots$ ).  $G$ -инвариантность ускорения непосредственно следует из уравнений (1).

<sup>4</sup> Рене Декарт, Избранные произведения, М., 1950, «Начала философии», стр. 485: «Когда одна частица материи движется вдвое скорее другой, а эта последняя по величине вдвое больше первой, то в меньшей столько же движения, сколько и в большей из частиц; и что насколько движение одной частицы замедляется, настолько же движение какой-либо иной возрастает».

<sup>5</sup> Более детально см. R e n é D u g a s, La mécanique au XVIIe siècle (Editions du Griffon, Paris, Neuchatel 1954).

Таким образом, масса как отношение двух  $G$ -инвариантных величин сама является  $G$ -инвариантом.

*Теорема В.* Теорема сохранения импульса есть  $G$ -ковариантное предложение.

*Доказательство.* Рассмотрим столкновение двух тел с массами  $m_1$  и  $m_2$ . Пусть скорости двух тел перед столкновением будут  $u_1$  и  $u_2$ , а после столкновения соответственно  $\bar{u}_1$  и  $\bar{u}_2$ . Относительно принятой системы отсчета  $R$  теорема сохранения импульса утверждает, что

$$\sum_{i=1}^2 m_i u_i = \sum_{i=1}^2 m_i \bar{u}_i. \quad (2)$$

По отношению к системе отсчета  $R'$ , движущейся с постоянной скоростью  $\mathbf{v}$  относительно первой системы, скорости перед столкновением и после столкновения даются с помощью формул:

$$u'_i = u_i - \mathbf{v}; \quad \bar{u}'_i = \bar{u}_i - \mathbf{v} \quad (3)$$

(при  $i = 1$  или  $2$ ), как это следует из уравнений (1). Подставляя эти величины в уравнение (2), мы получаем

$$\sum m_i (\bar{u}'_i + \mathbf{v}) = \sum m_i (\bar{u}_i + \mathbf{v}) \quad (4)$$

или

$$\sum m_i u'_i = \sum m_i \bar{u}'_i. \quad (5)$$

Так как, согласно теореме А,  $m_i = m'_i$ , то

$$\sum m'_i u'_i = \sum m'_i \bar{u}'_i, \quad (6)$$

что и является теоремой сохранения линейного импульса для  $R'$ .

*Теорема С.* Масса не зависит от скорости.

*Доказательство.* Рассмотрим столкновение идентичных и абсолютно неупругих тел в системе отсчета  $R$ . Пусть их скорости в системе  $R$  перед столкновением будут  $u_1 = u$  и  $u_2 = -u$ . После столкновения их скорости равны нулю. С точки зрения системы  $R'$  их скорости перед столкновением равны

$$u'_1 = u - \mathbf{v}, \quad u'_2 = -u - \mathbf{v}. \quad (7)$$

Общий импульс перед столкновением будет

$$m' (u'_1) u'_1 + m' (u'_2) u'_2. \quad (8)$$

который на основании теоремы *B* представляет собой векторную величину в направлении  $\mathbf{v}$ . Таким образом,

$$m'(u'_1) \mathbf{u}'_1 + m'(u'_2) \mathbf{u}'_2 = \alpha \mathbf{v}. \quad (9)$$

Принимая во внимание уравнение (7), получаем:

$$m'(u'_1) (\mathbf{u} - \mathbf{v}) + m'(u'_2) (-\mathbf{u} - \mathbf{v}) = \alpha \mathbf{v}. \quad (10)$$

В общем случае это возможно лишь при

$$m'(u'_1) = m'(u'_2), \quad (11)$$

что доказывает справедливость теоремы по отношению к системе  $R'$ . Из теоремы *A* получаем, что независимость массы от скорости сохраняется в любой галилеевой системе.

Напомним таким образом дорелятивистские положения, вернемся теперь к рассмотрению понятия массы с точки зрения специальной теории относительности. В развитии релятивистского понятия массы можно различить три различных этапа, связанных с именами Эйнштейна, Льюиса и Толмена и, наконец, Минковского.

В своей исторической статье «К электродинамике движущихся тел»<sup>6</sup> Эйнштейн развил понятие массы, зависящей от скорости, из электродинамических соображений. Обосновав в кинематической части статьи так называемые уравнения преобразований Лоренца, Эйнштейн рассматривает в «Электродинамической части» (часть II) движение частицы с зарядом  $e$  и массой  $m_0$ , «поскольку ее движение является медленным». В параграфе, озаглавленном «Динамика (слабо ускоренного) электрона», Эйнштейн дает уравнения

$$\begin{aligned} m_0 \frac{d^2 x}{dt^2} &= e E_x, \\ m_0 \frac{d^2 y}{dt^2} &= e E_y, \\ m_0 \frac{d^2 z}{dt^2} &= e E_z, \end{aligned} \quad (12)$$

которые описывают переход заряженной частицы из состояния покоя в состояние движения по отношению к системе отсчета  $R$ . Для того чтобы найти закон движения частицы, имевшей первоначально скорость  $v$  по отношению к

<sup>6</sup> А. Эйнштейн, К электродинамике движущихся тел, Собрание научных трудов, т. I, М., 1965.

системе  $R$ , Эйнштейн рассматривает ситуацию с точки зрения системы  $R'$ , движущейся со скоростью  $v$  относительно  $R$ . В этой системе  $R'$ , ситуация идентична случаю перехода от состояния покоя к состоянию движения (в  $R$ ). Согласно принципу относительности,

$$\begin{aligned} m_0 \frac{d^2 x'}{dt'^2} &= e E'_x, \\ m_0 \frac{d^2 y'}{dt'^2} &= e E'_y, \\ m_0 \frac{d^2 z'}{dt'^2} &= e E'_z. \end{aligned} \quad (13)$$

Масса частицы по отношению к системе  $R'$  снова становится массой медленно движущейся частицы и на основании принципа относительности должна быть равной  $m_0$ . При помощи уравнений Лоренца предшествующие уравнения могут быть теперь преобразованы в координатах  $R$ , давая для движения вдоль оси  $O_x$  следующие уравнения:

$$\begin{aligned} m_0 \gamma^3 \frac{d^2 x}{dt^2} &= e E'_x, \\ m_0 \gamma^2 \frac{d^2 y}{dt^2} &= e E'_y, \\ m_0 \gamma^2 \frac{d^2 z}{dt^2} &= e E'_z, \end{aligned} \quad (14)$$

где  $\gamma$  равна  $(1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ . Так как правые члены уравнений (14) «являются компонентами поперечной силы, действующей на электрон, причем эти компоненты рассматриваются в координатной системе, которая в данный момент движется вместе с электроном с такой же, как у электрона, скоростью», сравнение <sup>7</sup> с традиционной формулой — масса  $\times$  ускорение = силе — показывает, что продольная масса равна  $\gamma^3 m_0$ , а поперечная —  $\gamma^2 m_0$ :

$$\text{Продольная масса} = \frac{m_0}{(1 - v^2/c^2)^{3/2}}, \quad (15)$$

$$\text{Поперечная масса} = \frac{m_0}{(1 - v^2/c^2)^{1/2}}. \quad (16)$$

<sup>7</sup> В связи с настоящим определением силы Эйнштейном см. M a x P l a n c k, Das Prinzip der Relativität und die Grundgleichungen der Mechanik, «Berichte der Deutschen Physikalischen Gesellschaft», 4, 136—141 (1906).

Замечание Эйнштейна, что «мы будем получать другие значения масс при другом определении силы и ускорения»<sup>8</sup>, ясно показывает, что он сознавал произвольность своего определения массы. Действительно, если силы определить таким образом, что законы импульса и энергии принимают простейшую форму, тогда в силу тожде-

$$\gamma^3 \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left( \gamma \frac{dx}{dt} \right)$$

уравнение (14) приняло бы форму:

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{m_0 v}{(1 - v^2/c^2)^{1/2}} \right] = \text{вектор силы.} \quad (17)$$

Сравнивая это выражение с первоначальным ньютоновским определением силы как меры изменения импульса и определяя массу как коэффициент при скорости в выражении для импульса, мы видим, что зависимость массы от скорости дается общей формулой:

$$m = \frac{m_0}{(1 - v^2/c^2)^{1/2}}. \quad (18)$$

Такой результат, жизненно важный для самой механики, был получен из заключений, основывающихся на электромагнитной теории Максвелла — Герца, и в нем, вообще говоря, чувствовался серьезный и близкий подход к теории относительности. Таким образом, было естественным исследовать вывод уравнения (18) без обращения к немеханическим теориям. Выполнение этой задачи представляет собой вторую стадию в развитии релятивистского понятия массы.

В статье, опубликованной в 1909 году и озаглавленной «Принцип относительности и неньютоновская механика»<sup>9</sup> Льюис и Толмен дали вывод уравнения (18), основанный на теореме сохранения импульса и на уравнениях преобразований Лоренца. Они рассматривают две системы отсчета  $a$  и  $b$ , движущиеся равномерно по направлению общей оси  $x$ .

<sup>8</sup> А. Эйнштейн, К электродинамике движущихся тел, стр. 34 (сноска 6).

<sup>9</sup> Gilbert N. Lewis and Richard C. Tolman, «Philosophical Magazine», 18, 510—523 (1909).

«Экспериментатор  $A$  в первой системе изготавливает шар из твердого материала объемом в один кубический сантиметр и приводит его в движение со скоростью  $1 \text{ см/сек}$  по направлению к системе  $b$  (перпендикулярно линии относительного движения двух систем). В другой системе экспериментатор  $B$  изготавливает из того же материала подобный шар объемом в  $1 \text{ см}^3$  в своих единицах, и сообщает ему, также в своих единицах, скорость в  $1 \text{ см/сек}$  по направлению к  $a$ . Эксперимент планируется таким образом, что шары должны столкнуться и, отскочив, изменить первоначальные пути. Так как две системы полностью симметричны, что очевидно на основании принципа относительности, то (алгебраическое) изменение скорости первого шара, как оно измерено экспериментатором  $A$ , равно изменению скорости второго шара, как оно измерено экспериментатором  $B$ . Может случиться, что наблюдатель  $A$ , рассматривающий себя покоящимся, приходит к выводу, что реальное изменение скорости шара  $b$  отличается от изменения скорости его собственного шара, так как он помнит, что в то время как единица длины остается одной и той же в поперечном направлении в обеих системах, единица времени длиннее в движущейся системе.

Скорость измеряется в сантиметрах в секунду и так как секунда длиннее в движущейся системе, в то время как сантиметр в рассматриваемом направлении остается одним и тем же в обеих системах, то наблюдатель  $A$ , использующий единицы своей собственной системы, приходит к выводу, что изменение скорости шара  $b$  меньше в отношении  $(1 - \beta^2)^{1/2}:1$ , чем изменение скорости шара  $a$ . Изменение скорости каждого шара, умноженное на его массу, дает изменение импульса. Далее, на основании закона сохранения импульса, экспериментатор  $A$  полагает, что каждый шар испытывает одно и то же изменение импульса, и поэтому, так как он уже решил, что шар  $b$  испытывает меньшее изменение скорости в отношении  $(1 - \beta^2)^{1/2}:1$ , он должен прийти к заключению, что масса шара в системе  $b$  больше, чем масса его собственного шара в отношении  $1:(1 - \beta^2)^{1/2}$ . На основании этого он должен допустить, что масса тела возрастает с увеличением его скорости»<sup>10</sup>.

Мы еще раз видим, что масса определяется таким образом, чтобы удовлетворять некоторому математическому уравнению. В данном случае этим уравнением является закон сохранения импульса,  $G$ -инвариантность которого молчаливо предполагается Льюисом и Толменом.

Кэмпбелл в своей статье «Теория относительности и сохранение импульса» критикует рассуждения в только что процитированном отрывке. В особенности он направляет свои возражения против неопределенности таких выражений, как «реальное изменение скорости», используемых двумя авторами. «Когда он (Толмен) приступает

<sup>10</sup> Ibid., p. 517.

к подсчету «реального изменения», — говорит Кэмпбелл, — не объясняя, что он понимает под этим термином, я подозреваю, что он употребляет слова, которым не может сопоставить какого-либо значения»<sup>11</sup>. Хотя это настойчивое требование большей точности утверждений, несомненно, справедливо, тем не менее Кэмпбелл, конечно, ошибался в своих возражениях против результатов этих исследований. Его утверждение, что результат для случая столкновения по линии относительного движения необоснован, было вскоре опровергнуто другой статьей Толмена в 1912 году<sup>12</sup>, в которой он выводит уравнение (18) для случая прямого столкновения по общему направлению движения двух систем отсчета.

Между тем Эпштейн строгим образом вывел формулу для столкновения тел, движущихся перпендикулярно друг другу<sup>13</sup>. Общий случай упругого столкновения двух движущихся тел был предметом детального исследования для Ф. Юттнера<sup>14</sup> на основе чисто механических рассуждений.

Все эти исследования предполагают справедливость принципа сохранения импульса и дают вывод зависимости массы от скорости на основании тонко продуманных мысленных экспериментов. Их общий отправной пункт состоит в следующей теореме, которая может быть сравнима с теоремами  $A - C$ :

*Теорема D.* Если теорема сохранения импульса представляет собой  $L$ -ковариантное предложение, то масса не может быть независимой от скорости.

*Доказательство.* Рассмотрим идеально неупругое столкновение двух одинаковых тел, движущихся по направлению оси  $x$  в системе отсчета  $R$  с равными и противоположно направленными скоростями  $u_1 = u$ , а  $u_2 = -u$ .

<sup>11</sup> Norman Campbell, «Philosophical Magazine», 21, 626—630 (1911).

<sup>12</sup> Richard C. Tolman, Non-Newtonian mechanics, the mass of a moving body, «Philosophical Magazine», 23, 375—380 (1912).

<sup>13</sup> Paul S. Epstein, Über relativistische Statik, «Annalen der Physik», 36, 779—795 (1911). Вывод формулы (18) дается в разделе 4 этой статьи. Современный вариант вывода Эпштейна см. в: П. Г. Бергман, Введение в теорию относительности, М., 1947, стр. 124—130.

<sup>14</sup> Ferencz Jüttner, Die Gesetze des Stosses in der Lorentz-Einsteinschen Relativtheorie, «Zeitschrift für Mathematik und Physik», 62, 410—433 (1913).

После удара их скорости равны нулю. По отношению к системе отсчета  $R'$ , движущейся относительно  $R$  по направлению общей оси  $x$  со скоростью  $v$ , скорости двух тел будут равны до столкновения

$$u'_1 = \frac{u-v}{1-uv/c^2}, \quad u'_2 = \frac{-u-v}{1+uv/c^2}, \quad (19)$$

и после столкновения

$$\bar{u}'_1 = \bar{u}'_2 = -v, \quad (20)$$

как это следует из уравнений преобразования Лоренца. Допустим, что масса не зависит от скорости. Из этого допущения и  $L$ -ковариантного закона сохранения мы получаем для  $R'$

$$m'u'_1 + m'u'_2 = m'\bar{u}'_1 + m'\bar{u}'_2. \quad (21)$$

Подставляя из уравнений (19) и (20) и сокращая не зависящую от скорости массу  $m'$ , будем иметь:

$$\frac{u-v}{1-uv/c^2} + \frac{-u-v}{1+uv/c^2} = -2v. \quad (22)$$

Полагая  $v = u$ , получаем

$$\frac{2u}{1+u^2/c^2} = 2u. \quad (23)$$

Последнее выражение показывает, что наше допущение о независимости массы от скорости несовместимо с  $L$ -ковариантностью теоремы сохранения.

Таким образом, теория относительности оказалась перед выбором: либо отбросить Лоренц-ковариантную теорему сохранения линейного импульса, либо принять вывод, что масса есть величина, зависящая от скорости. Вторая альтернатива оказалась более удобной в методологическом отношении.

В развитии этих идей до сих пор еще не получило полного применения понятие четырехмерного вектора, посредством которого теория относительности и в особенности релятивистская динамика могут быть представлены значительно яснее и философски более удовлетворительно, как мы знаем об этом со времени опубликования в 1908 году работы Минковского, составившей эпоху<sup>15</sup>. На языке

<sup>15</sup> Г. Минковский, Пространство и время, «Успехи физических наук», т. 69, вып. 2, 1959, стр. 303—320.

четырёхмерных векторов — и это представляет собой третью стадию из упомянутых выше — динамические свойства частицы характеризуются при помощи так называемого вектора энергии-импульса  $P^i$ , который постулируется, во-первых, всегда параллельным четырёхмерной скорости  $U^i [= dx/d\tau, dy/d\tau, dz/d\tau, d(ict)/d\tau$ , где  $d\tau$  есть элемент пространства-времени] и, во-вторых, постоянным во времени для свободной частицы. Эти условия предполагают, что

$$P^i = m_0 U^i, \quad (24)$$

где  $m_0$  является инвариантом, так называемой собственной массой (или массой покоя) частицы. На основании соотношения  $d\tau = dt (1 - \beta^2)^{1/2}$  пространственными компонентами  $P^i$  будут

$$P^1 = \frac{m_0 dx/dt}{(1 - \beta^2)^{1/2}}, \quad P^2 = \frac{m_0 dy/dt}{(1 - \beta^2)^{1/2}}, \quad P^3 = \frac{m_0 dz/dt}{(1 - \beta^2)^{1/2}} \quad (25)$$

или в трёхмерном обозначении

$$\mathbf{P} = \frac{m_0}{(1 - \beta^2)^{1/2}} \mathbf{v}. \quad (26)$$

Отождествляя — как в классической механике — коэффициент при скорости в выражении импульса с массой частицы, мы получаем

$$m = \frac{m_0}{(1 - \beta^2)^{1/2}}. \quad (27)$$

Можно также дать формальное доказательство сохранения (постоянства во времени) собственной массы свободной частицы (в отсутствии взаимодействия). Так как

$$\frac{dP^i}{d\tau} = \frac{dm_0}{d\tau} U^i + m_0 \frac{dU^i}{d\tau} = 0, \quad (28)$$

то умножение на  $U^i$  даёт

$$\frac{dm_0}{d\tau} U^i U^i + m_0 \frac{dU^i}{d\tau} U^i = 0. \quad (29)$$

Второе слагаемое в левой части этого уравнения обращается в нуль благодаря постоянству длины четырёхмерного вектора. Следовательно,

$$\frac{dm_0}{d\tau} = 0, \quad (30)$$

или, так как  $d\tau = dt(1 - \beta^2)^{1/2}$ ,

$$\frac{dm_0}{dt} = 0. \quad (31)$$

Вывод уравнения (27) с помощью исчисления четырехмерных векторов раскрывает, как это сделано в только что рассмотренном случае столкновения частиц, концептуальный характер зависимости массы от скорости, имеющий смысл определения\*. Именно новое соотношение между пространством и временем, другими словами, кинематика Лоренца — Минковского приводит к своеобразной функциональной зависимости импульса от скорости и, следовательно, к зависимости массы от скорости. Это не новое свойство материи, которое было открыто, и не таинственная или скрытая черта природы, обнаруженная наукой.

И все же не подвергалось ли релятивистское уравнение (27) экспериментальной проверке? Действительно, поскольку электромагнитная теория Абрагама вела к функциональной зависимости массы от скорости и эта зависимость отличалась от соответствующей зависимости в теории относительности, было предпринято большое число экспериментальных исследований начиная с 1906 года с целью выбора между конкурирующими теориями.

Как мы уже видели <sup>16</sup>, в электромагнитной теории материи зависимость поперечной массы от скорости дается формулой

$$m = f_1(\beta),$$

где

$$f_1(\beta) = \frac{3}{4} \frac{m_0}{\beta^2} \left( \frac{1 + \beta^2}{2\beta} \ln \frac{1 + \beta}{1 - \beta} - 1 \right).$$

С другой стороны, в теории относительности

$$m = f_2(\beta),$$

где

$$f_2(\beta) = m_0(1 - \beta^2)^{-1/2}.$$

Развертывая  $f_1(\beta)$  и  $f_2(\beta)$  в степенные ряды по  $\beta$ ,

$$f_i(\beta) = f_i(0) (1 + a_{i1}\beta + a_{i2}\beta^2 + \dots) \quad (i = 1, 2),$$

<sup>16</sup> См. стр. 155 данной книги.

легко заметим, что в теории Абрагама  $a_{11} = 2/5$ ,  $a_{12} = 9/35$ , в то время как в теории Эйнштейна  $a_{21} = 1/2$  и  $a_{22} = 3/8$ . Поэтому измерение отношения заряда к массе  $e/m$  как функции от  $v = \beta c$  должно обеспечить возможность выбора.

Первоначальные эксперименты Кауфмана, как мы уже видели, были с энтузиазмом интерпретированы как экспериментальное подтверждение концепции массы Абрагама. Так, например, Шварцшильд начинает свою статью «Об электродинамике»<sup>17</sup> с утверждения: «Теория Абрагама необычайно строгим образом получила подтверждение в опытах, осуществленных Кауфманом». Но уже начиная с 1908 года различные эксперименты, и в особенности выполненные Бухерером<sup>18</sup>, определенно говорили в пользу релятивистской концепции. Зависимость электромагнитной массы от скорости стала предметом многочисленных экспериментов и еще более многочисленных дискуссий<sup>19</sup>. Среди этих исследований необходимо отметить наиболее важные работы Висса и Коттона<sup>20</sup>,

---

<sup>17</sup> K. Schwarzschild, Zur Elektrodynamik, «Göttinger Nachrichten», (1903), S. 245—278. В подлиннике это утверждение выглядит следующим образом: «Herr Abrahams Theorie hat sich an den Versuchen von Herrn Kaufmann in der erstaunlichsten Weise bewährt».

<sup>18</sup> A. H. Bucherer, Messungen an Becquerelstrahlen. Die experimentelle Bestätigung der Lorentz-Einsteinschen Theorie, «Physikalische Zeitschrift», 9, 755—762 (1908); Die experimentelle Bestätigung des Relativitätsprinzips, «Annalen der Physik», 28, 513—536 (1909); Nachtrag zu meiner Arbeit «Bestätigung des Relativitätsprinzips», «Annalen der Physik», 29, 1063 (1909); A. Vestelmeyer, Bemerkungen zu der Abhandlung Herrn A. H. Bucherers «Die experimentelle Bestätigung des Relativitätsprinzips», «Annalen der Physik», 30, 166—174 (1909); A. H. Bucherer, Antwort auf die Kritik des Herrn A. Bestelmeyer bezüglich meiner experimentellen Bestätigung des Relativitätsprinzips, «Annalen der Physik», 30, 974—986 (1909); A. Vestelmeyer, Erwiderung auf die Antwort des Herrn A. H. Bucherer, «Annalen der Physik», 32, 231—235 (1910).

<sup>19</sup> Взаимный обмен мнений между Бухерером и Бестельмейером является лишь примером. Сравнительно недавно детальный анализ метода Бухерера был проведен Цаном и Списом в их статье «Критический анализ классических экспериментов по релятивистскому изменению массы электрона», см. «Physical Review», 53, 511—521 (1938). Авторы приходят к заключению, что фильтры скоростей, примененные Бухерером, были несовершенны, так что разложение для скоростей, больших  $0,7c$ , было слишком слабым, чтобы получить убедительный результат.

<sup>20</sup> «Journal de Physique», 6, 429 (1907).

Классена <sup>21</sup>, Вольца <sup>22</sup>, Гмелина <sup>23</sup>, Гупки <sup>24</sup>, Гюи и Ратновского <sup>25</sup>, Малассеза <sup>26</sup>, Шефера <sup>27</sup> и Неймана <sup>28</sup>. Подобным образом измерения отношения заряда к массе электростатически ускоренных электронов, выполненные в 1921 году Гюи и Лаванши <sup>29</sup>, эксперименты по ядерной спектроскопии, осуществленные в 1940 году М. Роджерсом, Мак-Рейнольдсом и Ф. Роджерсом <sup>30</sup>, определение отношения заряда к массе протонов, которое проделали Гров и Фокс на 140-дюймовом синхроциклотроне в Карнегийском технологическом институте в 1953 году, — три наиболее значительных эксперимента такого рода за последние 40 лет — были интерпретированы как определенный ответ в пользу релятивистской формулы. Однако Фараго и Яноши <sup>31</sup>, еще раз проверившие все экспериментальные доказательства, пришли к заключению, что эксперименты, выполненные до сих пор, «подтверждают

<sup>21</sup> «Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft», 10, 700 (1908).

<sup>22</sup> K. W o l z, Die Bestimmung von  $e/m$ , «Annalen der Physik», 30, 273—288 (1909).

<sup>23</sup> P. G m e l i n, Der Zeemaneffekt einiger Quecksilberlinien in schwachen Magnetfeldern, «Annalen der Physik», 28, 1079—1087 (1909).

<sup>24</sup> E. H u p k a, Beitrag zur Kenntnis der trägen Masse bewegter Elektronen, «Annalen der Physik», 31, 169—204 (1910).

<sup>25</sup> C. E. G u y e, S. R a t n o v s k y, Sur la variation de l'inertie de l'électron en fonction de la vitesse dans les rayons cathodiques et sur le principe de relativité, «Comptes rendus» 150, 326—329 (1910). На стр. 329 авторы заявляют: «Принцип относительности находится в согласии с опытом».

<sup>26</sup> «Annales de Chimie et de Physique», 23, 231 (1911).

<sup>27</sup> C. S c h ä f e r, Die träge Masse schnell bewegter Elektronen, «Physikalische Zeitschrift», 14, 1117—1118 (1913).

<sup>28</sup> G. N e u m a n n, Die träge Masse schnell bewegter Elektronen, «Annalen der Physik», 45, 529—579 (1914). Подводя итоги ситуации, в 1914 году Нейман приходит к выводу, что для  $0,4 \leq \beta \leq 0,7$  метод отклонения говорит в пользу релятивистского изменения, но для  $0,7 \leq \beta \leq 0,8$  никакого определенного вывода не может быть сделано.

<sup>29</sup> C. E. G u y e, C. L a v a n c h y, «Mémoires de la Société de Physique de Genève», 39, 315 (1921).

<sup>30</sup> M. M. R o g e r s, A. W. M c R e y n o l d s and F. T. R o g e r s, A determination of the masses and velocities of three radium B beta-particles, «Physical Review», 57, 379—383 (1940).

<sup>31</sup> P. S. F a r a g ó and L. J á n o s s y, Review of the experimental evidence for the law of variation of the electron mass with velocity, «Nuovo cimento», 5, 1411—1436 (1957).

справедливость релятивистской формулы со значительно меньшей строгостью, чем это предполагается в подобных случаях». Действительно, с их точки зрения, только исследование тонкой структуры водородоподобного спектра подтверждает уравнение теории относительности с высокой степенью точности.

Так как эксперименты со свободными электронами, кажется, до сих пор не дали достаточного основания для выбора между формулой Абрагама и формулой Эйнштейна и так как спектроскопические обоснования, будучи к тому же косвенными, относятся только к довольно узкой области скоростей, то вполне строгое непосредственное доказательство этой чрезвычайно важной зависимости массы от скорости все еще остается предметом серьезных забот экспериментальной физики. Однако все согласны с тем, что проблема заключается лишь в увеличении технической точности.

Далее, возможно ли в таком случае, чтобы зависимость массы от скорости, будучи простым определением или конвенциональным постулатом, стала фактической, эмпирически достоверной и экспериментально измеримой ситуацией?

Эта специфическая проблема была подвергнута обсуждению К. Фогтгером в статье, озаглавленной «Изменчивость массы в теории относительности»<sup>32</sup>. Фогтер противопоставляет физика-позитивиста, утверждающего, что «изменчивость массы так же мало подтверждается измерением, как и что-либо другое, если измерение означает произвольное познание отношений во внешнем мире», физика-реалисту, у которого «изменчивость массы есть измеримое отношение и как таковое достоверно и удовлетворяет формуле теории относительности». Автор настоящей книги не согласен с выводом Фогтера, что «изменчивость массы по теории относительности не является однозначно определенной, так как скорость  $v$  и тело отсчета, к которому она относится, не могут быть установлены единственным образом, и, таким образом, экспериментальное подтверждение должно вести к *contradictio in adjecto*. Реальность, которая подтверждается так неопре-

---

<sup>32</sup> Karl Vogtherr, The variability of mass in the theory of relativity, «Methodos», 9, 199—207 (1957).

деленно, которая является «такой» и в то же самое время «другой», представляется немыслимой»<sup>33</sup>. Решение проблемы состоит, вероятно, в следующем. Подобно тому как дорелятивистское определение инертной массы было частью и областью физической теории как целого, экспериментальное определение массы в теории относительности чрезвычайно тесно связано с множеством операций и интерпретаций и не должно рассматриваться в качестве изолированного факта.

Чтобы пояснить эту точку зрения, обсудим более детально «экспериментальное подтверждение зависимости массы от скорости в теории относительности». В упомянутых уже классических экспериментах электроны высоких скоростей, обладающие зарядом  $e$  и испускаемые радиоактивными источниками или искусственно ускоренные, подвергаются воздействию электрического и магнитного полей  $E$  и  $H$ . Прежде всего путем нормируемого равновесия пучка между пластинами конденсатора, где электрическая сила  $eE$  погашается магнитной силой  $evH$ , скорость  $v$  определяется как  $E/H$ . Далее, на основании измерения радиуса кривизны  $r$  электронного пучка вне конденсатора определяется отношение  $e/m(v)$  из уравнения

$$evH = m(v)v^2/r.$$

Таким образом выявляется соотношение между  $m(v)$  и  $v$ , о котором, если оно соответствует уравнению (27), говорят, что оно «подтверждает зависимость массы от скорости». Однако вышеприведенное уравнение может также быть написанным и в таком виде:

$$ev(1 - v^2/c^2)^{1/2}H = m_0v^2/r,$$

т. е. без упоминания идеи «изменчивости массы». В таком случае в экспериментах по отклонению проверялось бы сравнительно сложное отношение между  $r$  и  $v$ , в котором  $e$  и  $m_0$  брались бы в качестве констант. Более того, результаты экспериментов по отклонению могут быть интерпретированы как обнаружение зависимости заряда  $e$  от скорости, на что было указано Бушем в его статье «Сила между движущимися зарядами»<sup>34</sup>. Возможность другой

<sup>33</sup> Ibid., p. 203.

<sup>34</sup> V. Bush, The force between moving charges, «Journal of Mathematics and Physics», 5, 129 (1925—26).

интерпретации этих эмпирических результатов была показана также О'Рейлли <sup>35</sup>.

Мы, таким образом, представляем себе, что неопределенность в интерпретации эмпирических данных есть результат того, что обсуждаемые понятия носят характер определений. Поскольку, однако, приняты конкретные, хотя и произвольные, определения теоретических понятий, процесс подтверждения — в пределах одной и той же теории — теряет свою неопределенность и становится единственно значимой операцией. То, что основные понятия имеют характер определения, имеет свою аналогию в интерпретации экспериментальных результатов. Момент произвольности операции в конструировании понятий теории снова выступает в описательной интерпретации эмпирических данных. Масса в теории относительности является просто результатом некоторых операций, определения, или спецификации, которых внутренне связаны с пространственно-временными представлениями. Только благодаря этим связям результат измерительных операций действительно зависит от скорости.

С увеличением скорости масса возрастает. Таким образом, очевидно, что все ассоциации с понятием количества материи, которое исторически предшествовало понятию массы, являются полностью потерянными, как это уже произошло в электромагнитной теории материи. Иначе мы должны будем прийти к выводу, что движение порождает материю — результат, против которого решительно выступил Буллиальд еще в 1639 году <sup>36</sup>.

<sup>35</sup> Alfred O'Rahilly, *Electromagnetics, a discussion of fundamentals* (Cork University Press, Cork; Longmans, Green, London, New York, 1938). См. также Parry Moon and Dominica Eberle Spencer, *The new electrodynamics and its bearing on relativity*, в: «Kritik und Fortbildung der Relativitätstheorie» (Akademische, Druck- und Verlagsanstalt, Graz, 1958), S. 144—159.

<sup>36</sup> Ismael Bullialdus (Boulliaud), *Philosophae dissertationis de vero systemate mundi libri quatuor* (Amsterdam, 1639). В своем исследовании ускорения (и тяжести) свободного падения (кн. I, гл. 4) Буллиальд критикует теорию, согласно которой тело в процессе падения и благодаря падению приобретает дополнительную тяжесть. Если бы это было так, говорит он, то «отсюда следовало бы, что посредством локального движения можно произвести нечто подобное материи; это, однако, ошибочно, так как на основании локального движения можно только утверждать «где», но нельзя получить никакой новой субстанции».

Так как электромагнитная теория Максвелла с исторической точки зрения была самой ранней теорией поля, достигшей высокой степени последовательности и логической зрелости, то не удивительно, что современное развитие понятия массы внутренне связано с различными фазами этой теории. Не только электромагнитное понятие массы, как это предполагается в самом названии, развито из этой теории, но, как мы уже видели в предыдущей главе, и понятие массы в теории относительности исторически и по существу<sup>1</sup> возникло из того же источника. Электромагнитная теория Максвелла выдвинула также, хотя и менее непосредственным образом, другое понятие массы, названное одним из величайших открытий двадцатого века<sup>2</sup>.

Максвелл показал, что работа, необходимая для создания электромагнитного поля, может рассматриваться как эквивалентная энергии, образованной в пространстве и обладающей плотностью  $w$ ,

$$w = \frac{1}{8\pi} (\mathbf{E}^2 + \mathbf{H}^2), \quad (1)$$

где  $\mathbf{E}$  — вектор электрического поля,  $\mathbf{H}$  — вектор магнитного поля. Эта формула применима также и к нестатическому полю, где в соответствии с законом сохранения энергии она должна течь из одного места в другое, чтобы компенсировать изменения, происходящие в данной области пространства. Энергия, переносимая

---

<sup>1</sup> Так как уравнения Лоренца, будучи основой для вывода зависимости массы от скорости, описывают те преобразования, по отношению к которым уравнения Максвелла являются ковариантными.

<sup>2</sup> E d m u n d W h i t t a k e r, History of the theories of aether and electricity (Nelson, Glasgow, 1953), vol. 2, p. 51.

в единицу времени через единицу площади, как показал Д. Г. Пойнтинг в 1884 году<sup>3</sup>, дается вектором

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} \mathbf{E} \times \mathbf{H}.$$

Правда, еще до Пойнтинга перенос энергии ассоциировался с электрическим током, но при этом электрическая энергия рассматривалась как заключенная в проводник, по которому она передавалась. В теории потока энергии Пойнтинга перенос энергии больше не связывался с проводником. Область распространения энергии — это окружающая среда или пустое пространство. Энергия, таким образом, отрывается от материи, поднимая свой онтологический статус от простого случайного свойства механической или физической системы до независимого ранга автономного существования, а материя перестает быть необходимым проводником для ее переноса.\* В результате такого изменения, приведшего к эмансипации энергии, мысль о том, что физическое значение имеет только разница в энергии, должна быть отброшена, и, как мы увидим позднее, энергии необходимо приписать абсолютное значение. В противоположность другим теориям, а именно теориям дальнего действия, согласно которым энергия исчезает в точке *A* пространства и появляется в точке *C* при отсутствии какого-либо процесса в промежуточной точке *B*, новая теория электромагнитного поля наделяет энергию непрерывным существованием как во времени, так и в пространстве. Комментируя идеи Пойнтинга, Лодж выражает это следующим образом:

«Согласно новому допущению, мы можем пометить кусок энергии и проследить его движение и изменение его формы, подобно тому как мы можем пометить кусок материи, чтобы узнать его в другом месте и при других обстоятельствах; и путь, по которому движется энергия, можно обсуждать с такой же определенностью, с какой мы говорим о ее непрерывном существовании, и это подобно тому ощущению, с каким мы обсуждаем маршрут несколько задержавшегося багажа, который прибыл на станцию назначения, но в несколько потрепанном и преобразованном виде»<sup>4</sup>.

<sup>3</sup> «Philosophical Transactions», 175, 343 (1884).

<sup>4</sup> Oliver Lodge, On the identity of energy in connection with Mr. Poynting's paper on the transfer of energy in an electromagnetic field; and on the fundamental forms of energy, «Philosophical Magazine», 19, 482 (1885).

Такой взгляд на природу энергии не был, однако, общепринятым. Например, Герц в своем «Исследовании о распространении электрической силы»<sup>5</sup> все еще ставит вопрос о физическом смысле утверждений о локализации энергии или о непрерывности ее распространения. «Так как исследования такого рода, — говорит он, — до сих пор не проведены даже по отношению к простым энергетическим превращениям в самой обычной механике (однако такая возможность допускается. — *М. Д.*), неясность понятий, связанная с таким рассмотрением, еще требует своего разъяснения»<sup>6</sup>. Гельм поддержал Герца в его требовании дальнейшего исследования проблемы, если рассматривать перенос энергии как реальный физический процесс. Если, однако, такой перенос представлять себе просто как аналогию или как некоторое словесное описание уравнения

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\operatorname{div} S, \quad (2)$$

то при этом не возникает никаких концептуальных трудностей. Гельм отвергает первую альтернативу, так как он полагает, что приписывание энергии субстанциального существования означает «сомнительное отклонение от ясных и отчетливых первоначальных концепций Роберта Майера. Ничто не является абсолютным, только отношения доступны науке»<sup>7</sup>.

Программа, которую наметил Герц, была выполнена — по крайней мере для механики упруго деформируемых тел — Густавом Ми в его «Очерке общей теории энергетических превращений»<sup>8</sup>. В этой публикации, важность которой для развития современной физики едва ли можно переоценить, Ми показал, что не только жидкость, движущаяся под давлением, перемещается путем передачи энергии и переносит энергию пропорционально своему

<sup>5</sup> Heinrich Hertz, Untersuchungen über die Ausbreitung der elektrischen Kraft, «Gesammelte Werke» (Leipzig, 1894), Bd. 2, S. 234.

<sup>6</sup> Ibid., S. 293.

<sup>7</sup> Georg Helm, Die Energetik nach ihrer geschichtlichen Entwicklung (Leipzig, 1898), S. 362: «Es existiert kein Absolutes, nur Beziehungen sind unserer Erkenntnis zugänglich».

<sup>8</sup> Gustav Mie, Entwurf einer allgemeinen Theorie der Energieübertragung, «Wiener Sitzungsberichte», 107, 1113—1182 (1898).

давлению и скорости, но также любая деформация упруго сжатого тела порождает энергетический поток строго определенной величины. Так, в приводном ремне, соединяющем мотор с машиной, потребляющей энергию, энергетический поток, текущий в направлении, противоположном движению натянутой части ремня, является математически строго определенной величиной. Показывая универсальную применимость уравнения непрерывности (2), Ми заявляет, что энергия может быть легко представлена как жидкость, распространяющаяся в пространстве, с плотностью  $w$  и текущая потоком плотности  $S$ . «Все энергетические изменения являются, следовательно, реальными энергетическим потоками»<sup>9</sup>. Однако Ми не делал отсюда окончательных выводов. Материя и энергия были для него различными аспектами физической реальности. Сходство между его результатами относительно потока энергии и гидродинамическим уравнением непрерывности было, с его точки зрения, только случайным<sup>10</sup>.

«Скорость материального объекта, находящегося в движении, может быть установлена на основании инерционных эффектов, таких, как удар, центробежные силы и т. п. Эти эффекты делают возможным измерение скорости жидкости, находящейся в движении, не обращаясь, например, к помощи измерений интенсивности потока. Никто, однако, не говорит об инерции энергии, находящейся в движении»<sup>11</sup>.

Только два года спустя Пуанкаре опубликовал статью, озаглавленную «Теория Лоренца и принцип противодействия»<sup>12</sup>, в которой он характеризовал электромагнитную энергию как «поток, обладающий энергией». Он впервые показал, что электромагнитное излучение обладает общим импульсом, равным вектору Пойнтинга, деленному на квадрат скорости света:

$$g = S/c^2. \quad (3)$$

<sup>9</sup> Ibid., S. 1129. Точное определение понятия «wirklicher Energiestrom» см. во вводной части к указанной статье.

<sup>10</sup> Ibid.: «Ich bemerke dabei ausdrücklich, dass die Ähnlichkeit zwischen diesem Satz und dem von der Continuität der Masse nur eine ganz äusserliche ist».

<sup>11</sup> Ibid., S. 1121: «Niemand hat aber jemals von einer Trägheit bewegter Energie gesprochen».

<sup>12</sup> Henri Poincaré, La théorie de Lorentz et le principe de réaction, «Archives Néerlandaises des sciences exactes et naturelles», 2, 232 (1900).

Положив в таком случае  $S$  равным  $Ec$ , где  $E$  — электромагнитная энергия, поглощенная телом с массой  $m$ , он применил закон сохранения импульса для вычисления скорости отдачи поглощающего тела:

$$mv = S/c^2 = (E/c^2)c. \quad (4)$$

Таким образом, масса или инерция электромагнитного излучения на основании анализа размерностей в уравнении (4) равна  $E/c^2$ . Однако Пуанкаре возражает против той идеи, что эта масса обладает характером неразрушимой субстанции. Он говорит:

«Мы можем рассматривать электромагнитную энергию как фиктивную жидкость, плотность которой  $w$  и которая перемещается в пространстве в соответствии с законом Пойнтинга. Необходимо только допустить, что эта жидкость неразрушима»<sup>13</sup>.

Сравнительно недавно Айвс в своей статье, озаглавленной «Определение соотношения между массой и энергией»<sup>14</sup>, детально перестроил статью Пуанкаре в свете «принципа относительности Пуанкаре»<sup>15</sup> и показал, что аргументы Пуанкаре, если только следовать их конечным выводам, с необходимостью ведут к следующему соотношению между электромагнитной энергией и инерцией:

$$m = E/c^2, \quad (5)$$

где  $m$  — изменение инертной массы, а  $E$  — рассматриваемая энергия (поглощенная или испущенная).

В 1904 году Газенэрль<sup>16</sup> показал, что электромагнитная энергия  $E$ , заключенная в пустой полости с идеально отражающими стенками, ведет себя, когда полость находится в движении, как если бы она имела массу, пропорциональную  $E$ <sup>17</sup>.

<sup>13</sup> Ibid., p. 256.

<sup>14</sup> «Journal of the Optical Society of America», 42, 540—543 (1952).

<sup>15</sup> См. Henri Poincaré, L'état actuel et l'avenir de la physique mathématique, «Congress of Arts and Sciences» (St. Louis, September 24, 1904); перепечатано в: «La Revue des Idées» (November 15, 1904).

<sup>16</sup> Fritz Hasenöhr, Zur Theorie der Strahlung in bewegten Körpern, «Annalen der Physik», 15, 344—370 (1904); 16, 589—592 (1905); «Wiener Sitzungsberichte», 113, 1039 (1904).

<sup>17</sup> В статье 1904 года коэффициент пропорциональности был равен  $8/3 c^2$ ; в статье 1905 года— $4/3 c^2$ .

Обычно говорят, что «с полной общностью теорема об инертности энергии была впервые установлена Эйнштейном в 1905 г.»<sup>18</sup>. При этом ссылаются на статью Эйнштейна «Зависит ли инерция тела от содержащейся в нем энергии?»<sup>19</sup>. На основе уравнений электромагнитного поля Максвелла — Герца Эйнштейн утверждает, что «если тело отдает энергию  $E$  в виде излучения, то его масса уменьшается на  $E/c^2$ »<sup>20</sup>. Обобщая этот результат на все энергетические превращения, Эйнштейн заключает: «Масса тела есть мера содержащейся в нем энергии»<sup>21</sup>.

Курьезным случаем в истории научного мышления является тот факт, что собственный вывод Эйнштейном формулы  $E = mc^2$ , как он дан в его статье в «Annalen der Physik», был логически ошибочным. Действительно, то, что для неспециалиста известно как «наиболее знаменитая математическая формула из когда-либо открытых» в науке<sup>22</sup>, было всего лишь результатом *petitio principii*, то есть аргументом, основанным на выводе из положения, которое само еще требует доказательства. Разумеется, это утверждение ни в малейшей степени не умаляет важности вклада Эйнштейна в эту проблему, так как соотношение между массой и энергией есть необходимое следствие теории относительности и может быть выведено из фундаментальных принципов этой теории различными способами, а не только с помощью того метода, который применил Эйнштейн в своей первоначальной публикации. Логическая необоснованность вывода Эйнштейна была показана Айвсом<sup>23</sup>.

Вывод Эйнштейна базируется на сравнении общей и кинетической энергии тела и лучистой энергии в двух системах отсчета —  $S$  и  $S'$ . В системе отсчета  $S$  тело находится в покое; по отношению к системе  $S'$  тело движется со скоростью  $v$ . Если  $E_0$  и  $E'_0$  представляют собой общую энергию тела перед излучением соответственно

<sup>18</sup> Макс Борн, Атомная физика, М., 1965, стр. 72.

<sup>19</sup> Альберт Эйнштейн, Собрание научных трудов, т. I, М., 1965, стр. 36—38.

<sup>20</sup> Там же, стр. 38.

<sup>21</sup> Там же.

<sup>22</sup> William Cahn, Einstein (Citadel Press, New York, 1955), p. 26.

<sup>23</sup> «Journal of the Optical Society of America», 42, 540—543 (1952).

по отношению к системам  $S$  и  $S'$ , а  $E_1$  и  $E'_1$  — соответственно энергию после излучения,  $T'_0$  и  $T'_1$  — кинетическую энергию тела по отношению к системе  $S'$  перед и после излучения, а  $E$  — лучистую энергию излучения, подсчитанную в системе  $S$ , тогда, как справедливо доказал Эйнштейн,

$$(E'_0 - E_0) - (E'_1 - E_1) = E \left[ \frac{1}{(1 - v^2/c^2)^{1/2}} - 1 \right]. \quad (6)$$

Если, далее,  $m_0$  и  $m_1$  обозначают массу тела относительно системы соответственно до и после излучения, то

$$T'_0 = m_0 c^2 \left[ \frac{1}{(1 - v^2/c^2)^{1/2}} - 1 \right] \quad (7)$$

и

$$T'_1 = m_1 c^2 \left[ \frac{1}{(1 - v^2/c^2)^{1/2}} - 1 \right]. \quad (8)$$

Эйнштейн в этом пункте ошибочно полагает  $E'_0 - E_0$  равной  $T'_0 + C$  ( $C$  является константой) и  $E'_1 - E_0$  равной  $T'_1 + C$ , и таким образом получает посредством вычитания и на основании уравнения (6)

$$T'_0 - T'_1 = E \left[ \frac{1}{(1 - v^2/c^2)^{1/2}} - 1 \right] \quad (9)$$

и в качестве приближения

$$T'_0 - T'_1 = \frac{1}{2} \frac{E}{c^2} v^2. \quad (10)$$

Принимая во внимание уравнения (7) и (8), он должен был бы получить

$$T'_0 - T'_1 = (m_0 - m_1) c^2 \left[ \frac{1}{(1 - v^2/c^2)^{1/2}} - 1 \right], \quad (11)$$

которое в комбинации с уравнением (6) должно дать

$$(E'_0 - E_0) - (E'_1 - E_1) = \frac{E}{(m_0 - m_1) c^2} (T'_0 - T'_1), \quad (12)$$

или прийти к тому, чтобы рассматривать следующие два отношения как различные:

$$E'_0 - E_0 = \frac{E}{(m_0 - m_1) c^2} (T'_0 + C)$$

$$E'_1 - E_1 = \frac{E}{(m_0 - m_1) c^2} (T'_1 + C). \quad (13)$$

Сравнивая уравнение (13) с допущением Эйнштейна, а именно

$$E'_0 - E_0 = T'_0 + C \text{ и } E'_1 - E_1 = T'_1 + C$$

(в статье Эйнштейна кинетическая энергия  $T$  обозначается через  $K$ , а энергия излучения  $E$  — через  $L$ ), мы видим, что Эйнштейн произвольно допускает, что

$$\frac{E}{(m_0 - m_1) c^2} = 1, \quad (14)$$

которое, строго говоря, требует доказательства<sup>24</sup>.

Эквивалентность массы и энергии в теории относительности для случая изменения кинетической энергии легко может быть показана следующим образом. Приращение кинетической энергии  $dE_k$  дается произведением силы  $F$  и смещения  $ds$ :

$$dE_k = F ds = \frac{d(mv)}{dt} ds = v d(mv) = v^2 dm + mv dv. \quad (15)$$

Используя уравнение преобразования массы  $m = m_0 \times (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ , мы получаем после возведения в квадрат и соответствующих упрощений

$$m^2 c^2 = m^2 v^2 + m_0^2 c^2, \quad (16)$$

которое после дифференцирования и сокращения общего множителя  $2m$  дает

$$c^2 dm = v^2 dm + mv dv. \quad (17)$$

Сравнение с уравнением (15) показывает, что

$$dE_k = c^2 dm, \quad (18)$$

---

<sup>24</sup> Я должен заметить, однако, что, кроме цитированной статьи (сноска 19), Эйнштейн доказывает эквивалентность массы и энергии в следующих статьях: «Закон сохранения движения центра тяжести и инерция энергии»; см. Альберт Эйнштейн, Собрание научных трудов, т. I, стр. 39—44; «Об инерции энергии, требуемой принципом относительности», там же, стр. 53—64; «Элементарный вывод эквивалентности массы и энергии», там же, т. II, стр. 416—423.

и после интегрирования

$$E_k = mc^2 - m_0c^2. \quad (19)$$

Если  $m_0c^2$  можно интерпретировать как некоторую форму энергии, как энергию строения или энергию покоя, или если вся энергия может быть сведена к ее кинетической форме, то в таком случае масса и энергия были бы только различными названиями для одной и той же физической сущности\*. Хотя физика могла еще показать, что только электромагнитная энергия излучения и кинетическая энергия обладают инерцией, философы поспешили обобщить эти результаты и стали утверждать универсальную тождественность массы и энергии. Среди наиболее ревностных проповедников этой идеи были представители монистической школы мышления, которые воспользовались такой возможностью в своих поисках единой концептуальной модели мира. Так, Густав Лебон в книге, опубликованной в 1905 году, говорил о «дематериализации материи и превращении ее в энергию»<sup>25</sup>, а Оливье провозгласил в 1906 году: «Масса тела есть синоним его энергии»<sup>26</sup>. Позднее Бертран Рассел в своей хорошо известной работе «Человеческое познание» заявил:

«Масса есть только форма энергии, и нет основания думать, что материя не может растворяться в других формах энергии. Не материя, а энергия является основоположной в физике»<sup>27</sup>.

Но как часто случается, философия с присущей ей тенденцией к обобщению предвосхищает и предсказывает результаты, разработка и подтверждение которых еще остаются предметом немалых усилий со стороны точных наук. Как заметил однажды Уайтхед, «философия строит соборы еще до того, как рабочие заложили камень».

<sup>25</sup> Густав Лебон, Эволюция материи, СПб, 1909, стр. 71. Утверждение Геннемана, что «динамический атомизм» Шеллинга (1775—1854) «находит в уравнении  $E = mc^2$  удивительное подтверждение», является, на мой взгляд, незаконным перенесением современных научных концепций в послекантовский идеализм, который благодаря спекулятивной природе и темному языку сам способствовал разнообразным интерпретациям. См. Gerhard Henneemann, Naturphilosophie im 19. Jahrhundert (Verlag Karl Albert, Freiburg and Munich, 1959), S. 36.

<sup>26</sup> Julius von Olivier, Monistische Weltanschauung (Naumann, Leipzig, 1906), S. 2.

<sup>27</sup> Бертран Рассел, Человеческое познание, его сфера и границы, М., 1957, стр. 327.

Действительно, физика прошла долгий путь, прежде чем была показана универсальная тождественность массы и энергии. Макс Планк <sup>28</sup> в 1907 году дал правильный вывод соотношения между массой и энергией, основанный на импульсе излучения Пуанкаре. В 1908 году Комшток на основе электродинамических соображений показал, что формула  $E = 3/4 mc^2$  находится в согласии с первоначальными результатами Томсона и Газенэрля <sup>29</sup>. В том же году Льюис в статье, озаглавленной «Пересмотр фундаментальных законов материи и энергии» <sup>30</sup>, путем вывода из теории давления излучения получил уравнение  $dE = c^2 dm$ . Поль Ланжевен в 1913 году впервые применил соотношение между массой и энергией к ядерной физике в своем объяснении отклонения атомных весов от целых чисел <sup>31</sup>. Ленц <sup>32</sup>, Зоммерфельд <sup>33</sup> и Смекаль <sup>34</sup> были первыми из тех, кто понял всеобщее значение этого соотношения для ядерной физики.

Вопрос о том, с какой степенью точности первоначальные количественные измерения в ядерных реакциях подтверждали соотношение между массой и энергией, подробно обсуждался Бейнбриджем в 1933 году <sup>35</sup>.

Несмотря на общее признание соотношения между массой и энергией как формулы с универсальным значением, оставался еще открытым вопрос, может ли вся масса без остатка превращаться в энергию. Окончательный утвердительный ответ на этот вопрос был дан в 1933

---

<sup>28</sup> «Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften, physik.-mathem. Klasse», 13 (June 1907).

<sup>29</sup> Daniel F. Comstock, The relation of mass to energy, «Philosophical Magazine», 15, 1—21 (1908).

<sup>30</sup> «Philosophical Magazine», 16, 705—717 (1908).

<sup>31</sup> П. Ланжевен, Избранные произведения, М., 1949, стр. 216—254.

<sup>32</sup> W. Lenz, Über ein invertiertes Bohrsches Modell, «Sitzungsberichte der mathem.-phys. Klasse der K. B. Akademie der Wissenschaften zu München» (1918), S. 355—365.

<sup>33</sup> Arnold Sommerfeld, Atombau und Spektrallinien (Brunswick, 1919), S. 538.

<sup>34</sup> Adolf Smekal, Über die Dimensionen der  $\alpha$ -Partikel, «Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften in Wien», 129, 455—481 (1920).

<sup>35</sup> Kenneth T. Bainbridge, The equivalence of mass and energy, «Physical Review», 44, 123 (1933).

году Блэккетом и Оккиалини <sup>36</sup> в их знаменитых экспериментах по образованию пар и на основании симметричного отображения этого явления, а именно аннигиляции материи. В 1934 году Клемперер <sup>37</sup> показал, что позитрон и электрон могут аннигилировать и тем самым произвести энергию, по величине равную  $2m_0c^2 (= 10^6 \text{ ev})$ . Сравнительно недавно многочисленные эксперименты с антипротонами и антинейтронами принесли дальнейшее подтверждение этому открытию. Не будет преувеличением сказать, что развитие современной ядерной физики было бы невозможно без использования эквивалентности массы и энергии. Браунбек <sup>38</sup> показал в 1937 году, что экспериментальная проверка этого соотношения столь основательна, что эквивалентность массы и энергии не следует больше рассматривать как теорему, выводимую из других принципов, имеющих менее непосредственное и менее строгое эмпирическое подтверждение, но она, подобно закону сохранения энергии, должна быть взята в качестве одного из фундаментальных принципов физики.

Новое понимание, достигнутое в теории относительности и подкрепленное ядерной физикой, пролило свет на понятие энергии. Прежде всего, так как материя превращается в энергию \*, энергия благодаря этому потеряла свою классическую неопределенность, если иметь в виду аддитивную константу. Она стала физической величиной с абсолютным значением. Электромагнитное понятие массы предстало в новом свете. Открылась возможность понять, что в действительности делали Томсон, Хевисайд, Лоренц, Вин и Абрагам. Стало ясно, что они имели дело с релятивистской динамикой поля <sup>39</sup>. Благодаря смеще-

---

<sup>36</sup> P. M. S. Blackett and G. P. S. Occhialini, «Proceedings of the Royal Society», London, 139, 699 (1933).

<sup>37</sup> O. Klemperer, Annihilation radiation of the positron, «Proceedings of the Cambridge Philosophical Society», 30, 347—354 (1934); M. Deutsch, Annihilation of swift positrons, «Physical Review», 72, 729—730 (1947).

<sup>38</sup> Werner Braunbeck, Die empirische Genauigkeit des Mass-Energie Verhältnisses, «Zeitschrift für Physik», 107, 1—11 (1937).

<sup>39</sup> Необходимо заметить, что уравнения Максвелла являются лоренц-ковариантными, если относящиеся сюда величины рассматриваются как компоненты мировых векторов или мировых тензоров.

нию электрического заряда электростатическое поле порождает магнитное поле, и оба эти поля производят поток энергии и импульса. Не удивительно поэтому, что сторонники электромагнитного понятия материи выводили существование инерции пропорциональной  $E/c^2$ . Оставалось не ясным, почему в действительности они пришли к выводу, что  $m = (4/3)E/c^2$ <sup>40</sup>, а не  $m = Ec^2$ , как того требует теория относительности.

Интересно отметить, что прошло более 15 лет, прежде чем был достигнут прогресс в разъяснении причин этого расхождения, и возможно, даже в настоящее время это разногласие не выяснено окончательно. В 1922 году Ферми в статье, озаглавленной «Исправление серьезного расхождения между теорией электромагнитной массы и теорией относительности»<sup>41</sup>, а позднее, в 1936 году, Вильсон в статье «Масса конвекционного поля и закон массы-энергии Эйнштейна»<sup>42</sup> пытались решить проблему, принимая во внимание воздействие материального субстрата поля и упругие напряжения в окружающей среде. Подобно тому как энергетический поток в натянутом ремне (как об этом говорилось выше в связи с теорией Ми) устанавливается в направлении, противоположном направлению движения ремня, точно так же и движение заряженной частицы производит энергетический поток, который добавляет к общему импульсу отрицательный член. Инерция системы поэтому уменьшается благодаря (отрицательному) поправочному члену, равному приблизительно  $e^2/6\pi\epsilon_0 c^2$ , то есть одной трети энергии поля частицы, так что величина общей инерции в соответствии с теорией относительности становится равной  $m = E/c^2$ . Этот подход к согласованию электромагнитной теории массы Абрагама — Лоренца с теорией относительности остается, однако, неудовлетворительным, поскольку отделение неэлектромагнитных сил от электромагнитных не является лоренц-инвариантным. Причина этой несовме-

---

<sup>40</sup> См., например, результат Хевисайда, гл. XI, уравнение (6).

<sup>41</sup> Enrico Fermi, *Correzione di una grave discrepanza tra la teoria delle masse elettromagnetiche e la teoria della relatività*, «Rendiconti dei Lincei», 31, 184—187, 306—309 (1922).

<sup>42</sup> W. Wilson, *The mass of a convected field and Einstein's mass-energy law*, «Proceedings of the Physical Society», 48, 736—740 (1936).

стимости теории Абрагама — Лоренца с нашей современной точкой зрения лежит в определении электромагнитной массы Абрагамом в терминах энергии поля, суммированной по пространству только вне (изменяемого) объема (движущейся) частицы, в то время как релятивистски правильное определение должно основываться на общем тензоре энергии-импульса, который включает в себя тензор материи.

Как мы уже видели, превращение электронно-позитронной пары, например, в гамма-излучение или явление, симметричное этому превращению, представляет собой неоспоримое экспериментальное подтверждение положения теории относительности о том, что масса и энергия взаимным образом и полностью превратимы друг в друга\*.

Такая ситуация вызывает следующие фундаментальные вопросы. Не являются ли две взаимно изменяющиеся сущности одной и той же сущностью? Не является ли тождеством то, что обычно называют эквивалентностью? Поэтому не будут ли масса и энергия просто синонимами для одной и той же физической реальности, которая — по аналогии с термином «волница», придуманным Эддингтоном для описания электрона с точки зрения корпускулярно-волнового параллелизма в волновой механике, — может быть названа «массэргией»?

Для того чтобы дать удовлетворительные и исчерпывающие ответы на эти вопросы, необходимо принять во внимание следующие соображения. В дорелятивистской физике особенно важное значение имели три основных закона сохранения: 1) сохранение импульса (ньютоновский закон сохранения центра тяжести: см. гл. XII), 2) сохранение массы (закон Лавуазье; см. гл. VIII) и 3) сохранение энергии (Роберт Майер, 1842 год, и Герман Гельмгольц, 1847 год). Если учесть, что импульс есть трехмерная векторная величина, то эти законы сохранения образуют пять уравнений или условий, которым должен подчиняться любой физический процесс.

В теории относительности взамен этого имеется только один закон сохранения: сохранение четырехмерного вектора энергии-импульса  $P^\mu$ . Это равносильно четырем уравнениям или условиям. Так, вместо двух отдельных дорелятивистских законов сохранения массы и энергии в теории относительности имеется только *один* закон

сохранения массы или энергии («массэргии»). В особенности нарушается строгая выполнимость закона Лавуазье. Так как теплота реакции  $Q$  в качестве энергии также имеет массу, то ясно, что в экзотермической реакции (дорелятивистская) масса уменьшается, а в эндотермической реакции — увеличивается.

Рассмотрим, например, кинетическое действие между двумя взаимодействующими молекулами с массами  $m_{01}$  и  $m_{02}$ , появляющимися после взаимодействия с массами  $m_{03}$  и  $m_{04}$ . Предположим для простоты, что движение совершается по направлению оси  $x$ , так что закон сохранения импульса содержит только одно уравнение. Опишем явление сначала на основании дорелятивистских представлений, а затем на основании представлений теории относительности.

На основании дорелятивистской интерпретации мы имеем:

Сохранение массы, или закон Лавуазье:

$$m_{01} + m_{02} = m_{03} + m_{04}. \quad (20)$$

Сохранение импульса:

$$m_{01}v_1 + m_{02}v_2 = m_{03}v_3 + m_{04}v_4. \quad (21)$$

Сохранение энергии:

$$\frac{1}{2} m_{01}v_1^2 + \frac{1}{2} m_{02}v_2^2 = \frac{1}{2} m_{03}v_3^2 + \frac{1}{2} m_{04}v_4^2 + Q. \quad (22)$$

В этих уравнениях  $v_n$  представляет собою скорость частицы, обладающей массой  $m_{0n}$ , а  $Q$  — теплоту реакции (положительная или отрицательная). Если  $m_{0n}$  и  $v_n$  даны для  $n = 1, 2, 3$ , тогда  $m_{04}$  определяется на основании уравнения (20),  $v_4$  — из уравнения (21), а  $Q$  — с помощью уравнения (22).

На основании интерпретации теории относительности мы имеем:

Сохранение четырехмерного вектора энергии-импульса:

$$P_1^\mu + P_2^\mu = P_3^\mu + P_4^\mu. \quad (23)$$

Если  $U_n^k$  является  $k$ -ой компонентой четырехмерного вектора частицы, имеющей массу  $m_{0n}$ , то уравнение (23)

дает для пространственных компонент при  $\mu = 1$

$$m_{01}U_1^1 + m_{02}U_2^1 = m_{03}U_3^1 + m_{04}U_4^1. \quad (24)$$

Так как в нашем случае  $U_n^k = v_n(1 - v_n^2/c^2)^{-1/2}$ , мы получаем

$$\frac{m_{01}v_1}{(1 - v_1^2/c^2)^{1/2}} + \frac{m_{02}v_2}{(1 - v_2^2/c^2)^{1/2}} = \frac{m_{03}v_3}{(1 - v_3^2/c^2)^{1/2}} + \frac{m_{04}v_4}{(1 - v_4^2/c^2)^{1/2}} \quad (25)$$

и для  $\mu = 4$  (временные компоненты)

$$\frac{m_{01}c^2}{(1 - v_1^2/c^2)^{1/2}} + \frac{m_{02}c^2}{(1 - v_2^2/c^2)^{1/2}} = \frac{m_{03}c^2}{(1 - v_3^2/c^2)^{1/2}} + \frac{m_{04}c^2}{(1 - v_4^2/c^2)^{1/2}}. \quad (26)$$

Уравнение (25) выражает сохранение импульса, а уравнение (26) — сохранение массы или энергии («массэргии») <sup>43</sup>. Необходимо заметить, что в уравнении (26) нельзя добавить никакого дополнительного члена, так как уравнение устанавливает сохранение общей энергии. Допустим теперь на некоторый момент, что закон Лавуазье

$$m_{01} + m_{02} = m_{03} + m_{04} \quad (27)$$

справедлив также и в релятивистской физике. И пусть  $m_0$  и  $v_n$  будут даны для  $n = 1, 2$  и  $3$ . Тогда  $m_{04}$  определится при помощи уравнения (20) а  $v_4$  — при помощи уравнения (25). Но в таком случае уравнение (26) будет вообще несовместимым с предшествующими уравнениями. Итак, динамика теории относительности, признавая изменяемость собственной массы в процессах взаимодействия между частицами системы, опровергает закон Лавуазье\*.

Интересно отметить, что в конце прошлого столетия, задолго до появления теории относительности, строгая выполнимость закона Лавуазье была уже поставлена под сомнение. Крейхгауэр, возможно, был первым, кто в 1890—1891 годах выразил сомнение относительно абсолютной выполнимости этого закона на основании результатов некоторых экспериментов с реакциями, содержа-

<sup>43</sup> В выводе уравнения (26) из уравнения (24) обычно используются следующие соотношения:

$$P_1^4 = m_{01}U_1^4 = m_{01} \frac{dx_1^4}{ds} = \frac{m_{01}}{(1 - v_1^2/c^2)^{1/2}} \frac{d(ict)}{cdt} = \frac{m_{01}c^2}{(1 - v_1^2/c^2)^{1/2}}$$

и соответствующие соотношения для  $P_2^4, P_3^4, P_4^4$ .

щими ртуть, бром и йод<sup>44</sup>. Несколько позднее Г. Ландольт начал свою серию экспериментов по восстановлению сернистого серебра, в ходе которых, как думал он, обнаружилось ощутимое различие между массами до реакции и после реакции<sup>45</sup>. Эти различия, по его мнению, были больше, чем ошибки, которые можно было бы приписать его методу взвешивания. Проблема, далее, была исследована Гензелем<sup>46</sup> и Хейдвейлером<sup>47</sup>, которые пришли к выводу, что «может быть с определенностью установлено, что имеет место различие в массах в случае реакции железа на медном купоросе»<sup>48</sup>. Те, кто твердо верил в справедливость закона Лавуазье, пытались объяснить эти расхождения вторичными эффектами. Так, например, утверждалось, что в тех экспериментах, где имели дело с соединениями железа, расхождения представляли собой проявление еще неизвестной связи между электромагнитными и гравитационными силами, причем возможность такой связи предполагалась уже Фарадеем<sup>49</sup>. Позднее, однако, было выяснено, что эффекты плавучести, возникающие благодаря тепловому расширению сосудов с образцами, приводят к неточностям процесса взвешивания<sup>50</sup>.

В настоящее время известно, что любая обычная процедура взвешивания, известная в прошлом веке или

---

<sup>44</sup> «Verhandlungen der physicalischen Gesellschaft zu Berlin» 10, 13—16 (1891).

<sup>45</sup> H. L a n d o l t, Untersuchungen über etwaige Änderungen des Gesamtgewichtes chemisch sich umsetzender Körper, «Zeitschrift für physikalische Chemie», 12, 1—11 (1893). См. также «Naturwissenschaftliche Rundschau», 15, 66 (1900).

<sup>46</sup> «Inaugural-dissertation» (Breslau, 1899).

<sup>47</sup> A d o l f H e y d w e i l l e r, Über Gewichtsänderung bei chemischer und physikalischer Umsetzung, «Annalen der Physik», 5, 394—420 (1901).

<sup>48</sup> Ibid., S. 417: «Als sicher festgestellt kann man also die Gewichtsänderung betrachten: bei der Wirkung von Eisen auf Kupfersulfat in saurer oder basischer Lösung, bei der Auflösung von saurem Kupfersulfat und bei der Wirkung von Kaliumhydroxyd auf Kupfersulfat».

<sup>49</sup> F. S a n f o r d and L. R a y, «Physical Review», 5, 247 (1897); 7, 236 (1898).

<sup>50</sup> См. D. P e k a r, Das Gesetz der Proportionalität von Trägheit und Gravitation, «Naturwissenschaften» (7. Jahrgang, 1919), S. 327; См. также W. R o t h, ibid., S. 416.

В настоящее время, недостаточно чувствительна, чтобы обнаружить вес или массу, соответствующие теплоте реакции  $Q$  в химическом процессе<sup>51</sup>. В действительности только неточность инструментов и ошибки методов взвешивания были ответственны за подозрения, питаемые к закону Лавуазье на пороге нашего столетия. Однако следует заметить, что в результате этих исследований априорная необходимость закона Лавуазье давно уже стала проблематичной. Так, например, Вильгельм Оствальд в одной из своих лекций по натурфилософии, прочитанных в Лейпцигском университете в 1901 году, заявил, ссылаясь на закон Лавуазье:

«Имеет ли этот закон силу во всей своей строгости, этого нельзя решить а priori, и различные попытки представить его как логическую необходимость — чем занимался и такой пронизательный мыслитель, как Шопенгауэр, — сводятся к некоторого рода онтологическому доказательству. Ибо они покоятся на следующей аргументации. Под материей следует подразумевать неизменяющегося носителя различных изменяющихся свойств; следовательно, массе, представляющей основное свойство материи, должна быть присуща неизменяемость. Но так же можно доказать наперекор истине, что материя не может изменять своего пространства, так как наполнение пространства есть также основное свойство материи»<sup>52</sup>.

После такого исторического отступления вернемся теперь к нашему принципиальному вопросу. В свете того факта, что в теории относительности имеется только один закон сохранения массы или энергии («массэргии»), точный ответ на этот вопрос состоит в следующем: масса и энергия тождественны, это синонимы для одного и того же физического субстрата.\*

Однако природа не всегда проявляет себя со всей строгостью теоретических построений. В обширной области физических процессов — за исключением ядерных явлений и процессов взаимодействия фундаментальных частиц — масса тела, поскольку она определяется при помощи процедуры взвешивания, и его энергия, поскольку она определяется при помощи совершённой работы

---

<sup>51</sup> В экзотермической реакции  $2\text{H}_2 + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{H}_2\text{O} + Q$ , масса  $Q$  (117 кал) имеет порядок  $10^{-12}$  г для реагирующей массы в 36 г.

<sup>52</sup> См. В. Оствальд, *Философия природы*, СПб., 1903, стр. 203.

или через произведенную или поглощенную теплоту, сохраняются отдельно друг от друга. Природа обычно ведет себя таким образом, как если бы существовали два отдельных закона сохранения.

Были времена, когда состоятельный бизнесмен имел два отдельных банковских счета: долгосрочный счет, содержащий в себе большую часть богатства и не подвергающийся влиянию со стороны ежедневных коммерческих сделок, и краткосрочный счет, подвергающийся быстрым ежедневным изменениям. Подобным образом «массэргия» в подавляющем большинстве физических процессов при обычных условиях имеет два слоя, или два способа проявления — пассивный, или связанный способ, при котором она не принимает участия в том, что обычно называется «энергетическими превращениями», и активный способ, при котором она подвергается этим превращениям.

Так как преобладающая часть «массэргии» тела принадлежит пассивной компоненте и только ничтожно малая доля — активной, то недостаточная чувствительность процедур взвешивания позволяет говорить о сохранении массы. Равным образом калориметрические и другие подобные методы дают основание говорить о сохранении энергии в смысле дополнительности. Таким образом, с практической точки зрения сохранение дорелятивистского деления на массу и энергию остается до некоторой степени все еще справедливым.

Необходимо, однако, иметь в виду, что деление «массэргии» на пассивную компоненту (массу) и на активную компоненту (энергию) зависит от рассматриваемых обстоятельств. В обычных химических реакциях энергия внутренних электронных оболочек — в добавление к внутриядерной энергии — является частью пассивной компоненты, в то время как в процессах с высокой температурой (при полной ионизации атомов) она является частью активной компоненты. В ядерных реакциях, в которых происходит перегруппировка нуклонов, внутриядерная энергия становится частью активной компоненты, в то время как собственная масса нуклонов все еще образует запас пассивной компоненты. Наконец, в физике элементарных частиц деление на массу и энергию теряет свой смысл, так как частицы могут превращать свою

собственную массу в энергию либо полностью, либо частично.\*

Дорелятивистское различие между массой и энергией как двух взаимно исключающих и существенно различных категорий существования, подобно многим другим понятиям, коренится также в психологико-биологической природе человеческого организма. Чувствительность человеческого организма к таким «энергетическим» воздействиям, как электромагнитное излучение (с помощью зрения) или акустические колебания (с помощью слуха), значительно более высока, чем его чувствительность к восприятиям массы, то есть его ответ на инерционные и гравитационные эффекты. Рассмотрим, например, чувствительность сетчатки человеческого глаза по отношению к энергии излучения. Было показано<sup>53</sup>, что максимальная чувствительность глаза (при длине световой волны около 5100 Å) может быть обнаружена под действием примерно 5 квантов, энергия которых составляет около  $10^{-11}$  эрг, в то время как тактильное восприятие инерционных или гравитационных эффектов, скажем весового давления в один грамм, может быть обнаружено при энергии около  $10^{21}$  эрг (1 грамм =  $c^2$  эрг). Сенсорные аппараты человека оказываются в  $10^{32}$  раз более чувствительными к энергетическим восприятиям, чем к восприятиям эффектов, связанных с массой\*\*.

Если бы это отношение было порядка единицы, а не  $10^{32}$ , то тождественность массы и энергии была бы очевидным фактом опыта. Человеческий глаз, воспринимающий свет от солнца, ощущал бы в этом случае и удары фотонов. Ассоциация во времени и пространстве привела бы, таким образом, человеческий разум к воззрению на массу и энергию как на различные аспекты одной и той же физической сущности<sup>54</sup>.

В заключение этой главы можно поставить вопрос: почему в обычных физико-химических процессах значительная часть «массэргии» тела остается скрытой и неак-

---

<sup>53</sup> S. Hecht, S. Shlär and M. H. Pirenne, Energy, quanta, and vision, «Journal of General Physiology», 25, 819 (1942).

<sup>54</sup> Friedrich Dessauer, Kleine Notiz über den menschlichen Standort gegenüber dem Materie-Energieproblem, «Helvetica Physica Acta», 15, 108—110 (1942).

тивной и только бесконечно малое ее количество принимает участие в энергетических превращениях? Почему физический субстрат не ведет себя всегда так, как это имеет место в физике элементарных частиц? Ответ на этот вопрос лежит за пределами теории относительности. Его следует искать в квантово-механических аспектах динамики атома, в существовании стационарных состояний и дискретных энергетических уровней. В этом основная причина того, что классическое понятие массы еще сохраняется в качестве пережитка. Это есть *phenomenon bene fundatum* (прочно укоренившееся явление), как однажды Лейбниц охарактеризовал массу.

ПОНЯТИЕ МАССЫ В КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ  
И ТЕОРИИ ПОЛЯ

Хотя логико-математические основания нерелятивистской квантовой механики конечного числа степеней свободы — по крайней мере с технической точки зрения — достаточно разработаны для последовательной формулировки дедуктивной теории, тем не менее семантическая интерпретация и в особенности методологическая роль наблюдаемых величин все еще остается неопределенной. Никогда, кажется, основательно не выяснялся логико-методологический статус понятия массы в структуре классической квантовой механики.

Обычная процедура состоит в том, что понятие массы непосредственно переносится из классической механики в различные представления квантовой механики. Масса, таким образом, выступает как особого рода параметр в формулировках квантово-механических проблем, трактуемых посредством операторов и функций состояния. Вопрос, не является ли сама масса наблюдаемой величиной или чем-то выводимым из наблюдаемых величин и не представима ли она при помощи операторов подобно другим наблюдаемым величинам, вообще говоря, даже не ставится.

Можно показать, что дефиниция и установление массы в ньютоновской манере могут быть на законном основании приняты в квантовой механике, так как уравнения движения Ньютона, согласно хорошо известным теоремам Эренфеста и других или согласно принципу соответствия, являются — по крайней мере в качестве «теорем о среднем» — логическим следствием фундаментальных уравнений квантовой динамики<sup>1</sup>. Необходимо, однако, понимать,

<sup>1</sup> P. Ehrenfest, Bemerkung über die angenäherte Gültigkeit der klassischen Mechanik innerhalb der Quantenmechanik, «Zeitschrift für Physik», 45, 455—457 (1927). См. также A. E. R u r k, «Journal of the Optical Society of America» 16, 40—43 (1928) и «Physical Review», 31, 533—538 (1928).

что теоремы Эренфеста обнаруживают только аналогию между динамическим поведением волнового пакета и поведением ньютоновской частицы; в концептуальном отношении они не сводят первый к последней. Принцип соответствия, кроме того, несмотря на его историческое и эвристическое значение для развития квантовой теории не составляет неотъемлемой части самой теории. В самом деле, строгое выведение принципов квантовой механики из классической физики невозможно, несмотря на тот факт, что волновая механика Шрёдингера переходит в классическую механику частиц подобно тому как физическая оптика переходит в геометрическую. Не существует и не может существовать логического вывода уравнения Шрёдингера из классической механики.

Возможно, будет менее спорным рассматривать  $m$  в основных уравнениях квантовой механики сначала просто как параметрическую характеристику специального типа частиц, к которым эти уравнения относятся, и физически определять ее в качестве коэффициента инерции в дальнейшем развитии теории. Предварительная интерпретация параметра  $m$  и его операциональное определение могут быть даны при помощи уравнения Луи де Бройля для дифракционного процесса

$$\lambda = \frac{h}{mv}, \quad (1)$$

где длина волны  $\lambda$  измеряется на основании дифракционной картины, а  $v$  — при помощи одного из конвенциональных методов определения скорости. Параметру  $m$  в уравнении (1) первоначально не придавали никакого инерциального смысла. Затем возник вопрос, может ли интерпретация  $m$  как инерциального коэффициента выводиться из одних лишь волновых свойств материи и излучения. Действительно, можно показать<sup>2</sup>, что уравнение Луи де Бройля, соотношение между энергией и частотой  $E = h\nu$  и уравнения лоренцевых преобразований ведут к инерциальной интерпретации коэффициента  $m$  в уравнении (1). Интересно, что такое выведение инерционных свойств материи из ее волновых аспектов, по-видимому, не являет-

<sup>2</sup> Richard Schlegel, Wave and inertial properties of matter, «American Journal of Physics», 22, 77—82 (1954).

ся удовлетворительной процедурой для введения понятия массы в классическую квантовую механику, потому что инертная масса появляется здесь как релятивистский эффект.

Более последовательным и созвучным духу квантовой механики подходом, является, возможно, приписывание плотности непосредственно волновой функции с расщеплением по номинально бесконечному волновому фронту. Интегрирование этой плотности по всему трехмерному пространству дало бы тогда значение массы частицы, представленной волной или волновым пакетом. Такое определение массы в квантовой механике было и в самом деле разработано Эддингтоном<sup>3</sup> в его переформулировке принципа исключения путем приписывания некоторого значения насыщения для плотности элементарной волновой функции.

Поправки, полученные Ферми и Вильсоном в их попытке примирить электромагнитную интерпретацию массы с теорией относительности, содержат, как мы уже видели, определенные положения, чуждые электромагнитной теории. Резонно задать вопрос: нельзя ли такое обращение за помощью к чуждым электромагнетизму положениям рассматривать как указание на то, что одна электромагнитная теория не способна объяснить инерционные свойства материи?

Исследуем эту проблему с позиций современной теории поля. В классической физике понятие массы частицы, вообще говоря, было независимым от понятия поля. Частицы и поля рассматривались как два существенно различных фактора. Частицы были источниками поля и испытывали действие со стороны поля, но не были частями поля. Масса появлялась в уравнениях движения в форме параметра, который был характеристикой частицы при обсуждении и который описывал ее инерциальное поведение. Массу в этом смысле называли механической массой частицы и обозначали через  $m_m$ . Электромагнитная масса, обсуждавшаяся в главе XI, была в действительности исключением, так как ее происхождение предполагалось лежащим всецело во взаимодействии между зарядом

<sup>3</sup> A r t h u r E d d i n g t o n, A new derivation of the quadratic equation for the masses of the proton and electron, «Proceedings of the Royal Society», 174, 16—41 (1940).

частицы и электромагнитным полем. Масса в этой теории была производным понятием, но заряды и поле были еще взаимно несводимыми и существенно различными агентами. Масса частицы, которая, как предполагалось, возникает при взаимодействии с полем частицы (с «собственным полем») или считалась порожденной только этим полем, была названа полевой массой и обозначалась через  $m_f$ .

Теория, в которой полная масса частицы есть ее полевая масса, будет называться масс-унитарной. Следуя Борну и Инфельду <sup>4</sup>, мы будем называть некоторую теорию унитарной, если она постулирует существование только одной физической сущности. Унитарная теория поля всегда масс-унитарна, но не всякая масс-унитарная теория является обязательно унитарной. Электромагнитная теория массы, например, была попыткой сформулировать масс-унитарную теорию, но она не была унитарной теорией, так как заряды и поля были взаимно несводимыми понятиями <sup>5</sup>. Масс-унитарная теория должна удовлетворять следующим условиям:

- (1) Полная энергия  $U_f$  поля, порождаемого частицей, должна быть конечной (то есть нерасходящейся) величиной.
- (2)  $U_f/c^2$  должна быть равна экспериментально определяемому значению массы частицы.
- (3) Импульс  $G_f$  должен быть конечной (то есть нерасходящейся) величиной.
- (4)  $G_f$  и  $U_f$  должны образовывать четырехмерный вектор.
- (5) Теория должна приводить к уравнениям движения частицы.
- (6) Теория должна давать значение спина частицы, совпадающее с экспериментальным.

Так как спин частицы представляет собой квантово-механический эффект, условие (6) приложимо только к квантово-полевым теориям, но не к классическим теориям

---

<sup>4</sup> M. Born and L. Infeld, *Foundations of the new field theory*, «Proceedings of the Royal Society», 144, 425 (1934).

<sup>5</sup> Терминология в научной литературе в этом отношении непоследовательна. Французские теоретики обычно используют термин *théorie unitaire* в смысле английского *unified theory*; см., например, A. Lichnerowicz, *Théories relativistes de la gravitation et de l'électromagnétisme* (Paris, 1955), p. 150. Ржевуский использует термин «унитарный» в смысле нашего «масс-унитарный» и т.д.; J. Rzewuski, *Field theory* (Warsaw, 1958), p. 259.

поля, которые мы будем обсуждать первыми. Для того чтобы проверить, является ли классическая теория электромагнитного поля масс-унитарной, напомним, что импульс  $P_m$  и энергия  $E$  (или, более точно,  $\frac{iE}{c}$ ) частицы (электрона) образуют четырехмерный вектор. Если  $F_{ik}$  — тензор электромагнитного поля<sup>6</sup>, а  $f_k$  — плотность силы Лоренца, то

$$f_k = \frac{1}{4\pi} F_{kn} \frac{\partial F_{nr}}{\partial x_r}. \quad (2)$$

Известно, что  $f_k$  связано с тензором энергии-импульса электромагнитного поля  $T_{mn}$  уравнением

$$f_k = \frac{\partial T_{kn}}{\partial x_n}, \quad (3)$$

где

$$T_{kn} = \frac{1}{4\pi} \left( F_{kr} F_{rn} + \frac{1}{4} \delta_{kn} F_{qp} F_{qp} \right). \quad (4)$$

Интегрируя левую часть уравнения (3) по инвариантному четырехмерному объему  $d\Omega = dx_1 dx_2 dx_3 dx_4$  ( $dx_4 = icdt$ ), получим

$$ic \int \int \int \int f_1 dV dt = ic \int F_x dt = ic G_{mx}, \quad (5)$$

где  $F_x$  есть  $x$ -компонента силы, действующей на частицу, а  $G_{mx} = P_{mx}$  есть  $x$ -компонента (механического) импульса частицы. Для временной компоненты получим

$$ic \int \int \int \int f_4 dV dt = - \int w dV = -E, \quad (6)$$

где  $w$  обозначает плотность энергии. Так как интегрирование четырехмерного вектора по инвариантному объему  $d\Omega$  не разрушает тензорного характера четырехмерного вектора, то становится ясно, что импульс и энергия частицы снова комбинированы в четырехмерный вектор.

<sup>6</sup> См. Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц, Теория поля, М., 1960, стр. 76—79. Повторение индексов предполагает суммирование.

Вычисляя интеграл в правой части уравнения (3), получим для пространственных компонент

$$\begin{aligned} & ic \int \int \int \int \frac{\partial T_{1n}}{\partial x_n} dV dt = \\ & = ic \int \int \int \int \left( \frac{\partial T_{1x}}{\partial x} + \frac{\partial T_{1y}}{\partial y} + \frac{\partial T_{1z}}{\partial z} + \frac{\partial T_{14}}{ic dt} \right) dV dt = \\ & = ic \int dt \oint T_{1N} d\sigma - \frac{i}{c} \int S_x dV = ic \int dt \oint T_{1N} d\sigma - ic G_x^{(f)}, \quad (7) \end{aligned}$$

где интеграл от дивергенции преобразуется в поверхностный интеграл с помощью формулы Гаусса и где  $S_x$  есть  $x$ -компонента вектора Пойнтинга, а  $G_x^{(f)}$  —  $x$ -компонента импульса поля. Для временной компоненты подобное вычисление дает выражение

$$\int dt \oint S_N d\sigma + E^{(f)}, \quad (8)$$

где  $E^{(f)} = U_f$  есть полная энергия поля. Приравнявая (7) и (8) к (5) и (6), находим, что

$$P_{mx} = G_{mx} = -G^{(f)} + \int dt \oint T_{xN} d\sigma, \quad (9)$$

$$-E = E^{(f)} + \int dt \oint S_N d\sigma. \quad (10)$$

Интегрирование в последних двух уравнениях дается по времени потоков энергии и импульса через поверхность  $\sigma$ , таким образом, зависит от истории системы во все предшествующие моменты времени. Они не могут быть интерпретированы как импульс или энергия электромагнитного поля. Поэтому  $C^{(f)}$  и  $U_f$  — импульс и энергия электромагнитного поля — не являются компонентами четырехмерного вектора и не могут быть отождествлены с импульсом и энергией частицы. Другими словами, полевая масса  $m_f$  не может быть отождествлена с механической массой  $m_m$ , и классическая теория электромагнитного поля не является масс-унитарной.

Тот результат, что в случае электромагнитного поля компоненты импульса поля  $G_1^{(f)} = G_x^f, \dots, G_4^{(f)} = E^{(f)} = U_f$  не образуют четырехмерный вектор, следует также непосредственно из теоремы, которую, согласно Густаву

Ми<sup>7</sup>, обычно называют теоремой Лауэ. Если  $T_{kn}^0$  есть тензор энергии-импульса, а  $dV^0$  — трехмерный объем по отношению к системе отсчета, в которой заряженная частица (электрон), порождающая поле, покоится, то  $G_k^{(f)}$  является четырехмерным вектором, если и только если  $\int T_{rs}^0 dV^0 = 0$  для всех  $r = s$ , за исключением  $r = s = 4$ .

Далее, в системе, относительно которой частица покоится, вектор магнитного поля исчезает, плотность полной энергии покоя равна  $T_{44}^0 = (1/8 \pi) E^2$  и, как мы знаем из максвелловского тензора напряжений,  $T_{11}^0 = (1/4 \pi)(E_x^2 - 1/2 E^2)$ . Таким образом,  $\int T_{44}^0 dV^0 = (1/8 \pi) \int E^2 dV = U^0$ , и  $\int T_{11}^0 dV^0 = -1/3 U^0 \neq 0$ . Следовательно, теорема Лауэ неприменима к электромагнитному полю,  $G_k^{(f)}$  не есть четырехмерный вектор и условие (4) для масс-унитарных полей не выполняется.

Поэтому любая попытка построить масс-унитарную теорию поля должна начинаться с далеко идущей модификации фундаментальных уравнений Максвелла для электромагнитного поля. Следует признать, что большинство из таких переформулировок теории Максвелла — Лоренца

<sup>7</sup> Gustav Mie, Grundlagen einer Theorie der Materie «Annalen der Physik», 40, 7 (1913). Теорема Лауэ может быть доказана при помощи уравнений преобразования для тензора энергии-импульса:  $T_{14} = i\beta\gamma^2 (T_{11}^0 - T_{44}^0)$  и  $T_{44} = \gamma^2 (T_{44}^0 - \beta^2 T_{11}^0)$ , где вследствие сферической симметрии покоящегося поля должны учитываться только диагональные члены. Здесь  $G_k^{(f)}$  определяется с помощью  $(i/c) \int T_{k4} dV$ . Таким образом,  $G_k^0 = 0$  для  $k = 1, 2, 3$ , а  $G_4^0 = (i/c) \int T_{44} dV = (i/c) E^{(f)}$ . Если  $G_k^{(f)}$  есть четырехмерный вектор, то он удовлетворяет уравнениям преобразования  $G_1^{(f)} = -i\beta\gamma G_4^0 = (\beta\gamma/c) \int T_{44}^0 dV^0$  и  $G_4^{(f)} = (i\gamma/c) \int T_{44}^0 dV^0$ . Кроме того, мы имеем  $G_1^{(f)} = (i/c) \int T_{14} dV = (\gamma\beta/c) \int (T_{44}^0 - T_{11}^0) dV^0$  и  $G^{(f)} = (i\gamma/c) \int (T_{44}^0 - \beta^2 T_{11}^0) dV^0$  вместе с  $dV = \gamma dV^0$ . Сравнение показывает, что  $\int T_{11}^0 dV^0 = 0$ .

направлены не столько на масс-унитарный вывод электронной массы, сколько выполнены с несколько иными целями. Они мотивированы желанием преодолеть определенные трудности, касающиеся природы квантовой электродинамики. Современная квантовая электродинамика, развитая Дираком<sup>8</sup>, Гейзенбергом и Паули<sup>9</sup>, Иорданом и Ферми, основана на понятиях электромагнитного поля и электронно-позитронного поля и является как теорией поля, так и теорией элементарных частиц. Состояния квантованного электромагнитного поля ассоциируются с фотонами, а состояния квантованного электронно-позитронного поля — с электронами. На ранней стадии развития этой теории было ясно, что собственная энергия электрона в самом нижнем порядке расчета по теории возмущений оказывается расходящейся величиной<sup>10</sup>. И хотя эта расходимость на основании дираковской теории дырок вследствие подавления части собственной энергии вакуума имела только логарифмическую природу — в противоположность линейной расходимости классической собственной энергии, — неизбежное следствие бесконечности массы для элементарной частицы, казалось, делало теорию бесполезной для всех практических целей. Чтобы облегчить разрешение этих трудностей с расходимостью, полагали, что в первую очередь желательно пересмотреть классическую электромагнитную теорию так, чтобы избавиться от этих бесконечностей в классической области, и надеялись на то, что квантование такой модифицированной классической теории приведет затем к последовательной квантовой электродинамике.

В то время одним из самых успешных подходов казалась борновская нелинейная теория электромагнитного

---

<sup>8</sup> P. A. M. Dirac, The quantum theory of the emission and absorption of radiation, «Proceedings of the Royal Society», 114, 243—265 (1927); «The quantum theory of dispersion», *ibid.*, 710—728.

<sup>9</sup> W. Heisenberg und W. Pauli, Zur Quantendynamik der Wellenfelder, «Zeitschrift für Physik», 56, 1—61 (1929).

<sup>10</sup> I. Waller, Bemerkungen über die Rolle der Eigenenergie des Elektrons in der Quantentheorie der Strahlung, «Zeitschrift für Physik», 62, 673—676 (1930); J. R. Oppenheimer, Note on the theory of the interaction of field and matter, «Physical Review», 35, 461—477 (1930).

поля <sup>11</sup>. Вспомним, что уравнения поля являются следствием принципа наименьшего действия, согласно которому интеграл от лагранжиана имеет стационарное значение <sup>12</sup>. Ввиду инвариантности  $E^2 - H^2$  Борн постулировал в качестве лагранжиана функцию

$$L_0 = \frac{E_0^2}{4\pi} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{E^2 - H^2}{E_0^2} \right)^{1/2} \right], \quad (11)$$

где  $E_0$  — так называемое максимальное поле. Для  $E \ll E_0$  и  $H \ll H_0$   $L_0$  переходит в классический лагранжиан  $(1/8\pi)(E^2 - H^2)$  электромагнитного поля. Для чисто электростатического поля с взаимодействием между электроном и полем уравнение (11) должно быть модифицировано

$$L = \frac{E_0^2}{4\pi} \left[ 1 - \left( \frac{E^2}{E_0^2} \right)^{1/2} \right] - e\varphi\delta(r), \quad (12)$$

где  $\varphi$  — потенциал взаимодействия,  $e$  — заряд, а  $\delta(r)$  — дельта-функция Дирака. Из уравнения (12) могут быть рассчитаны компоненты тензора энергии-импульса с результатом, что

$$\int T_{11}^0 dV^0 = \frac{e^2}{r_0} \left( \frac{1}{3} c_1 - c_2 \right), \quad (13)$$

$$\int T_{44}^0 dV^0 = \frac{e^2}{r_0} (c_1 - c_2), \quad (14)$$

где

$$r_0 = \left( \frac{e}{E_0} \right)^{1/2}, \quad c_1 = \int_0^\infty \frac{x^2}{(1+x^4)^{1/2}} dx,$$

$$c_2 = \int_0^\infty x^2 \left[ 1 - \frac{x^2}{(1+x^4)^{1/2}} \right] dx.$$

Интегрирование по частям выражения для  $c_2$  показывает, что  $c_2 = 1/3 c_1$ . Уравнение (13) обнаруживает, что согласно

<sup>11</sup> M a x B o r n, On the quantum theory of the electromagnetic field, «Proceedings of the Royal Society», 143, 410—437 (1934); M a x B o r n and L e o p o l d I n f e l d, Foundations of the new field theory, *ibid.*, 144, 425—451 (1934). Идея возможности нелинейных теорий поля может быть прослежена до появления статьи Густава Ми: G u s t a v M i e, «Grundlagen einer Theorie der Materie», «Annalen der Physik», 37, 511—534 (1912); 39, 1—40 (1912); 40, 1—66 (1913).

<sup>12</sup> См., например, Л. Д. Л а н д а у и Е. М. Л и ф ш и ц, Теория поля, стр. 76—83.



Другой подход к преодолению трудностей, связанных с расходимостью  $m_f$  для точечной частицы, который также берет начало в классической процедуре исключения сингулярностей, обусловленных электромагнитной собственной энергией точечного источника, без отказа от справедливости уравнений Максвелла в окрестности источника и без нарушения релятивистской инвариантности, — это  $\lambda$ -предельный процесс, введенный в 1933 году Грегором Венцелем<sup>16</sup>. Путем использования отдельных временных координат для каждой заряженной частицы и для поля и при помощи формализма Дирака — Фока — Подольского, формфактор выбирается так, чтобы интегральная энергия поля была равна нулю. Этот прием означает полное исключение  $m_f$ . Другие допущения, имеющие в виду те же цели, вводят дополнительные компенсирующие поля так, чтобы свести к нулю полную собственную энергию<sup>17</sup>.

Наиболее революционными из допущений, сделанных с целью преодоления трудностей, связанных с расходимостью массы и энергии, по-видимому, являются те, которые провозглашают фундаментальный пересмотр применения понятий пространства и времени по отношению к элементарным частицам. Еще в 1930 году Амбарцумян и Иваненко<sup>18</sup>, исследуя понятие пространственной протяженности элементарных частиц, выдвинули идею кубической пространственной решетки с конечной константой решетки и программу замены дифференциальных уравнений физической теории уравнениями в конечных расстояниях. Ватагин<sup>19</sup> ввел идею элементарной длины под видом

---

<sup>16</sup> G r e g o r W e n t z e l, Über die Eigenkräfte der Elementarteilchen, «Zeitschrift für Physik», 86, 479—494 (1933); 87, 726—733 (1934); «Recent research in meson theory», в: «Reviews of Modern Physics», 19, 1—18 (1947).

<sup>17</sup> Штюкельберг использовал компенсирующее скалярное поле; E. C. G. S t ü c k e l b e r g, Un nouveau modèle de l'électron ponctuel en théorie classique, «Helvetica Physica Acta», 14, 51—80 (1941). Бопп и Ланде с этой целью вводили векторные поля; см. F. B o r p p, Eine lineare Theorie des Elektrons, «Annalen der Physik» 38, 345—384 (1940) и A. L a n d é Finite self-energies in radiation theory, «Physical Reviews», 60, 121—127 (1941).

<sup>18</sup> V. A m b a r z u m i a n und D. I w a n e n k o, Zur Frage nach Vermeidung der unendlichen Selbstrückwirkung des Elektrons, «Zeitschrift für Physik», 64, 563—567 (1930).

<sup>19</sup> G. W a t a g i n, Bemerkungen über die Selbstenergie der Elektronen, «Zeitschrift für Physik», 88, 92—98 (1934).

G-фактора. В 1938 году Гейзенберг <sup>20</sup> подчеркнул преимущество введения универсальной элементарной массы. Шилд <sup>21</sup> в 1948 году сконструировал модель (дискретного) пространственно-временного дисконтинуума, которая допускает удивительно большое число лоренцевых преобразований и даже обнаруживает ряд необычных свойств, похожих на некоторые черты дираковской теории электрона. Недавно были сформулированы теории элементарных частиц, не использующие пространственно-временные координаты и трактующие пространство-время как статистическое понятие, подобно температуре в кинетической теории газов <sup>22</sup>.

В общем, эти корректирующие процедуры, важные сами по себе, для развития современной теории поля были большей частью математическими ухищрениями, которые мало способствовали более глубокому пониманию природы массы. То же самое можно сказать о так называемых процедурах регуляризации в квантовой теории поля, введенных Крамерсом <sup>23</sup>, чтобы избежать бесконечностей, обусловленных взаимодействием электрона с нулевыми флуктуациями электромагнитного поля. Вклад взаимодействия в массу частицы просто игнорируется как невыделимый из полной массы и массы, которая является конечной величиной, будучи суммой собственной массы и массы, которой обладала бы частица, если бы было исключено ее взаимодействие с полем. Процедуры подбора констант с целью учета конечности суммы для экспериментально наблюдаемой массы обычно трактуются как перенормировка. Эти процедуры перенормировки, даже если не учитывать их проблематических аспектов с чисто матема-

---

<sup>20</sup> W. Heisenberg, Über die in der Theorie der Elementarteilchen auftretende universelle Länge, «Annalen der Physik», 32, 20—33 (1938).

<sup>21</sup> A. Schild, Discrete space-time and integral Lorentz-transformations, «Physical Review» 73, 414—415 (1948). См. также «Canadian Journal of Mathematics», 1, 29—47 (1949).

<sup>22</sup> Такао Тати, A theory of elementary particles, «Progress in Theoretical Physics», 18, 235—246 (1957). См. также «Nuovo cimento», 4, 75—87 (1956).

<sup>23</sup> H. A. Kramers, Non-relativistic quantum-electrodynamics and correspondence principle, «Rapports du 8 Conseil Solvay 1948» (Brussels, 1950), 241—265. Перепечатано в: «H. A. Kramer's collected scientific papers» (North Holland, Amsterdam, 1956).

тической точки зрения <sup>24</sup>, не кажутся приводящими ни к последовательной интерпретации природы массы, ни к недвусмысленному предсказанию спектра масс элементарных частиц. Удовлетворительное квантово-электродинамическое объяснение природы массы, таким образом, все еще остается задачей для будущего.

Другая полевая теория, которую мы еще не упоминали — полевая теория *par excellence*, — это общая теория относительности. Поэтому представляется небесполезным завершить наше исследование теоретико-полевого понятия массы несколькими замечаниями о вкладе общей теории относительности в выяснение этого понятия.

Исторически масса появляется в контексте общей теории относительности в первую очередь в связи с так называемым принципом эквивалентности, выдвинутым Эйнштейном в 1916 году <sup>25</sup>. Равенство или пропорциональность между инертной и гравитационной массами указывает на возможность «оттрансформировать» однородные гравитационные поля. Вследствие слияния гравитационного силового поля с пространственно-временной структурой, эквивалентность или пропорциональность между инертной и гравитационной массой, которая в ньютоновской физике была эмпирическим и чисто случайным фактом, теперь становится объяснимой как следствие принципа ковариантности. Этот вывод, важный для объединения двух различных по происхождению понятий, с методологической точки зрения основан на традиционном понятии массы, или, другими словами, еще ничего не говорит о фундаментальном пересмотре понятия массы как таковой (ни инертной, ни гравитационной).

Следует, однако, напомнить, что пропорциональность между инертной и пассивной гравитационной массой, которая в ньютоновской физике была делом чистого случая, становится конститутивным принципом для общей теории относительности. Поясним этот пункт более детально.

Согласно принципу эквивалентности, так называемые силы инерции (как, например, центробежная сила), которые в ньютоновской механике имели характер фиктивных

<sup>24</sup> См., например, Д. И. Б л о х и н ц е в, «Успехи физических наук», 61, 137 (1957) и «Fortschritte der Physik», 6, 246—269 (1958).

<sup>25</sup> А. Э й н ш т е й н, Собрание научных трудов, т. 1, стр. 452.

сил, обусловленных неподходящим выбором системы отсчета, в общей теории относительности интерпретируются как реальные силы, порождаемые удаленными массами Вселенной. Действительно, устранение принципиальной разницы между силами инерции и гравитационными силами является самым существенным в принципе эквивалентности (конечно, относящимся только к так называемым нестационарным полям). Центробежная сила,

$$F_c = m_i R \omega^2,$$

например, действующая на тело инертной массы  $m_i$  на расстоянии  $R$  от начала координатной системы, вращающейся с угловой скоростью  $\omega$ , должна выражаться, подобно любой другой гравитационной силе, как произведение пассивной гравитационной массы и (отрицательного) градиента потенциала  $\Phi$ :

$$F_c = -m_p \text{grad}_R \Phi = -m_p \frac{\partial \Phi}{\partial R},$$

что представляет собой соответствующую формулировку уравнения Пуассона для рассматриваемого случая.

Из выражения линейного элемента  $ds^2$  для вращающейся системы отсчета (скалярный) потенциал  $\Phi$  дается формулой

$$\Phi = -\frac{1}{2} R^2 \omega^2,$$

и, следовательно, центробежная сила определяется выражением

$$F_c = m_p R \omega^2,$$

которое показывает, что тождество  $m_i = m_p$  лежит в фундаменте общей теории относительности.

В противоположность фундаментальной тождественности инертной и пассивной гравитационной массы общая теория относительности не может вывести тождественность активной и пассивной гравитационной масс (которая, как мы уже видели на стр. 133, была неотъемлемой частью оснований ньютоновской физики) из принципа действия и противодействия. В рамках общей теории относительности принцип действия-противодействия, основанный на понятии действия на расстоянии (и одновременности), несовместим с теоретико-полевым подходом. Однако ряд

других соображений, как мы увидим ниже, приводит к выводу, что в общей теории относительности также должна существовать универсальная пропорциональность или равенство между этими двумя видами гравитационных масс.

Общерелятивистское понятие массы находилось сначала в положении, подобном тому, которое существовало в классической квантовой механике перед появлением квантовой теории поля. Чтобы сделать этот пункт яснее, рассмотрим хорошо известный пример шварцшильдовского линейного элемента для центрально-симметричного и статического гравитационного поля<sup>26</sup>. Чтобы получить строгое решение эйнштейновских уравнений поля для рассматриваемого случая, Шварцшильд показал, что общее выражение

$$ds^2 = g_{mn} dx^m dx^n$$

пространственно-временной метрики может быть при упомянутых выше ограничениях переписано в виде

$$ds^2 = g_{11} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) + g_{44} c^2 dt^2$$

и что полевые уравнения налагают на  $g_{44}$  условие

$$\frac{d}{dr} \log [r (g_{44} - 1)] = 0,$$

так что

$$g_{44} = 1 - \frac{2k}{r},$$

где  $k$  — пока не определенная константа. Так как линейное приближение уравнений поля показывает, что  $1/2c^2(g_{44} - 1)$  играет роль ньютоновского потенциала  $\Phi$ , то отсюда следует, что

$$g_{44} = 1 + 2\Phi.$$

В конце концов, так как в ньютоновской динамике для рассматриваемого случая уравнение Пуассона дает

$$\Phi = -G \frac{m}{r},$$

<sup>26</sup> К. S c h w a r z s c h i l d, Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes, «Berliner Berichte» (1916), S. 189—196.

Шварцшильд пришел к выводу, что

$$g_{44} = 1 - \frac{G}{c^2} \frac{2m}{r}.$$

Другими словами, константа  $k$  путем аналогичных умозаключений отождествляется с активной гравитационной массой центрального тела (множитель пропорциональности  $G/c^2$  приводит к изменению единиц). Степень, в которой метрика отклоняется от плоскости, таким образом, интерпретируется как масса.

Теперь должно быть ясно, почему раннее развитие общей теории относительности, поскольку оно касается понятия массы, обнаруживает сходство с ранними стадиями квантовой механики. В обеих теориях понятие массы было введено по аналогии, и в обеих теориях оно вводилось, чтобы обеспечить в остальных отношениях абстрактную теорию точками соприкосновения с эмпирическими данными и фактами. Но в обеих теориях на этой стадии их развития понятие массы было незаконным элементом, чуждым их концептуальной структуре. Причина этой незаконности в общей теории относительности, конечно, совершенно другая, чем в квантовой механике. В общей теории относительности масса или эквивалентная ей энергия, вообще говоря, не является компонентой тензора в противоположность плотности, которая является  $T_{44}$ -компонентой тензора энергии-импульса. Так как тензор  $T_{mn}$  в общей теории относительности как теории поля определяет поведение физических процессов или событий, было бы логично определить массу как интеграл от  $T_{44}$  по трехмерному пространству. Этот интеграл, однако, представляет собой компоненту тензора только в пространстве нулевой кривизны. Таким образом, классическое определение массы как объема, помноженного на плотность (ньютоновское определение 1), которое концептуально гармонирует с теоретико-полевой точкой зрения, становится неприемлемым, и необходимо принять более общее понятие массы.

Проблема, как определить массу (или энергию) динамической системы в общей теории относительности однозначным, ковариантным и физически осмысленным обра-

зом, привлекала внимание Эйнштейна <sup>27</sup>, Нордстрема <sup>28</sup>, Клейна <sup>29</sup>, Вейля <sup>30</sup> и других. В поисках решения казалось естественным обобщить процедуру, принятую в специальной теории относительности. Напомним, что в специальной теории относительности четырехмерный вектор энергии-импульса  $P$  (стр. 170), временная компонента которого равна  $-E/c$ , удовлетворяет соотношению

$$P^2 - E^2/c^2 = -m_0^2 c^2, \quad (16)$$

где  $P^2$  — сумма квадратов пространственных компонент  $P$ , а  $m_0$  — инертная собственная масса частицы или рассматриваемой системы. Но соотношение (16) само может трактоваться как определение массы при условии, что члены в левой части уравнения могут быть определены независимо.

Таким образом, возникает вопрос, существует ли в общей теории относительности вектор энергии-импульса для данной динамической системы. Эта проблема в некоторой степени была решена Эйнштейном и Клейном <sup>31</sup>. В специальной теории относительности, как мы знаем, законы сохранения энергии и импульса выражаются при помощи лоренц-инвариантного дифференциального уравнения

$$\operatorname{div} T = \frac{\partial T_{ik}}{\partial x^k} = 0, \quad (17)$$

где  $T_{ik}$  — тензор полной энергии-импульса системы. Соответствующая формула для общей теории относительности требовала бы, чтобы ковариантная дивергенция тензора энергии-импульса обращалась в нуль. Обращение в нуль ковариантной дивергенции тензора второго ранга в противоположность дивергенции вектора, подобного вектору плотности тока-заряда в общерелятивистской электроди-

<sup>27</sup> А. Эйнштейн, Закон сохранения энергии в общей теории относительности, «Собрание научных трудов», т. 1, стр. 650.

<sup>28</sup> G. Nordström, On the mass of material system according to the theory of Einstein, «Proceedings of the Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam», 20, № 7 (1917).

<sup>29</sup> F. Klein, Über die Integralform der Erhaltungssätze und die Theorie der räumlich geschlossenen Welt, «Göttinger Nachrichten» (1918), S. 394—423.

<sup>30</sup> H. Weyl, Space-time-matter (Methuen, London, 1922), p. 268—273.

<sup>31</sup> См. сноски 27 и 29.

намике <sup>32</sup>, не влечет, однако, за собой обращения в нуль обычной дивергенции, что необходимо для сохранения. Тем не менее Эйнштейн показал, что законы сохранения могли бы быть записаны в виде

$$\frac{\partial \mathfrak{S}_i^k}{\partial x^k} = 0$$

с  $\mathfrak{S}_i^k = (-g)^{1/2} (T_i^k + t_i^k)$ , где  $(-g)^{1/2} t_i^k$ , которые Эйнштейн называл компонентами энергии гравитационного поля, построены из  $g^{mn}$  и их первых производных.

При помощи обычного применения четырехмерной теоремы Гаусса можно показать, что величины

$$P'_i = \frac{1}{c} \int \mathfrak{S}_i^4 dx^1 dx^2 dx^3 \quad (i = 1, 2, 3, 4)$$

постоянны во времени. К тому же Клейн продемонстрировал, что  $P'_i$  ведет себя при линейных преобразованиях подобно вектору. Так как в пространстве нулевой кривизны  $P'_i$  сводится к  $P_i$  специальной теории относительности, естественно определить массу системы по аналогии с уравнением (16) при помощи уравнения

$$m_0 = \frac{1}{c} (P_4'^2 - P_1'^2 - P_2'^2 - P_3'^2)^{1/2}. \quad (18)$$

Такое определение массы имело бы смысл в общей теории относительности только в том случае, если бы  $P'_i$  были независимы от выбора системы координат. К сожалению, по отношению к эйнштейновским компонентам энергии

<sup>32</sup> Напомним, что для контравариантного вектора  $\varphi^i$

$$\operatorname{div} \varphi^i = \varphi^i_{;i} = \frac{1}{(-g)^{1/2}} \frac{\partial}{\partial x^i} ((-g)^{1/2} \varphi^i) = 0,$$

предполагая, конечно, что

$$\frac{\partial}{\partial x^i} [(-g)^{1/2} \varphi^i] = 0,$$

в то время как для тензора второго ранга уравнение

$$\operatorname{div} T^{ik} = T^{ik}_{;k} = \frac{\partial T^{ik}}{\partial x^k} + \Gamma^i_{kr} T^{rk} + \Gamma^k_{kr} T^{ir} = 0$$

не влечет за собой

$$\frac{\partial T^{ik}}{\partial x^k} = 0.$$

гравитационного поля это не так. Эйнштейну удалось только показать, что  $P'_i$  независимы от выбора квазигалилеевых координатных систем, то есть систем, координаты которых на достаточно больших пространственных расстояниях от системы и от четырехмерной области, проходимой ею (ее так называемой «трубки», или «канала»), допускают метрику пространства Минковского.

Ввиду этих трудностей Эддингтон и Кларк <sup>33</sup> в 1938 году допустили, что масса динамической системы должна определяться как «масса  $M$  эквивалентной частицы, которая дает тот же самый линейный элемент на больших расстояниях». Точнее говоря, это есть масса системы в рассматриваемый момент, в то время как расстояния должны быть не настолько велики, чтобы вызвать физически значимое временное отставание потенциалов. Кроме того, скорость и ускорение рассматриваемой частицы должны быть равны скорости и ускорению центра масс системы <sup>34</sup>.

Ясно, что современное понятие массы гравитирующей механической системы учитывает тот факт, что в соответствии с эквивалентностью массы и энергии любая потенциальная или кинетическая энергия, остающаяся в системе, вносит вклад в ее массу. Действительно, Гиллох и Мак-Кри <sup>35</sup>, которые использовали это определение в своих расчетах массы вращающегося цилиндра, показали, что эта масса равна собственной массе цилиндра плюс его кинетическая энергия, деленная на  $c^2$ . В общем случае, однако, масса системы, как указали сами Эддингтон и Кларк <sup>36</sup>, равна сумме собственных масс и энергий тел, образующих систему, при условии, если только момент инерции  $C$  (относительно центра масс) неускорен. Если  $m_i$  — собственные массы системы, а  $K$  и  $V$  — соответственно кинетическая и потенциальная энергии, то

---

<sup>33</sup> Arthur Eddington and G. L. Clark, The problem of  $n$  bodies in general relativity theory, «Proceedings of the Royal Society», 166, 465—475 (1938).

<sup>34</sup> Ibid., p. 468. Понятие «центр масс» определимо геометрически.

<sup>35</sup> Josephine M. Gilloch and W. H. McCrea, The relativistic mass of a rotating cylinder, «Proceedings of the Cambridge Philosophical Society», 47, 190—195 (1951).

<sup>36</sup> «Proceedings of the Royal Society», 166, 469 (1938).

общая формула для массы системы имеет вид:

$$M = \sum_i m_i + \frac{1}{c^2} (K + V) + \frac{1}{2} \frac{d^2 C}{dt^2}. \quad (19)$$

Классический принцип аддитивности масс, конечно, не является больше справедливым. Возможность приписать отдельным составляющим динамической системы индивидуальные значения масс, как это было до теории относительности, больше не кажется обоснованной. Это та цена, которую теория поля вынуждена уплатить за эмансипацию понятия энергии, о чем говорилось в главе XIII. Действительно, используя социологическую терминологию, можно сказать, что эмансипация энергии приводит к «коллективизму масс».

Определение массы, данное Эддингтоном и Кларком, как отметил сам Эддингтон спустя два года после его публикации, еще не является удовлетворительным с общерелятивистской точки зрения. Можно показать для него, что определенная величина становится пространственным интегралом от  $T_{44} + t_{44}$ , где  $t_{44}$  — выражения для потенциальной энергии. Члены  $t_{mn}$  — представляющие собой так называемый псевдотензор энергии-импульса, суть алгебраические функции напряженностей гравитационного поля (первые производные от  $g_{mn}$ ) и, следовательно, в случае нелинейных координатных преобразований, не являются тензорами.

Кларк в статье «О гравитационной массе системы частиц»<sup>37</sup> вновь исследовал допущения, сделанные в 1935 году Уайттакером<sup>38</sup> и Русом<sup>39</sup>, согласно которым понятие массы в общей теории относительности может быть определено при помощи теоремы Гаусса в ее четырехмерной формулировке. По аналогии с электростатикой, где заряд системы определяется через полный поток вектора электростатического поля сквозь замкнутую поверхность, окружающую систему, полный поток релятивист-

<sup>37</sup> «Proceedings of the Royal Society of Edinburgh», 62, 412—423 (1949).

<sup>38</sup> E. T. W h i t t a k e r, On Gauss' theorem and the concept of mass in general relativity, «Proceedings of the Royal Society», 149, 384—395 (1935).

<sup>39</sup> H. S. R u s e, Gauss theorem in a general space-time, «Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society», 4, 144—158 (1935).

ской гравитационной силы сквозь простую замкнутую поверхность пропорционален полной гравитирующей массе внутри поверхности с множителем пропорциональности 4π. Релятивистская трактовка, однако, усложняется тем, что гравитационная сила, измеряемая произвольным наблюдателем, есть функция положения наблюдателя, а также его скорости и ускорения. Уайттакеру удалось обобщить теорему Гаусса для обсуждаемого им случая статического гравитационного поля, а Рус в свою очередь обобщил формулу Уайттакера для общей метрики пространства-времени  $ds^2 = g_{mn} dx^m dx^n$ . Роль заряда, фигурирующего в электростатической теореме Гаусса, в расчетах Уайттакера играет выражение  $T_{44} - 1/2 T$ , а в расчетах Руса —  $\lambda^i \lambda^k T_{ik} - 1/2 T$ , где  $T_{ik}$  — тензор энергии,  $T = g^{mn} T_{mn}$ , а  $\lambda^i$  — направления (единичные векторы) мировых линий фундаментальных наблюдателей. Таким образом, ньютоновское понятие массы последовательно заменяется понятием тензора энергии. Так как последний необязательно обращается в нуль при отсутствии материи в классическом смысле слова и отличается от нуля при наличии полей, подобных электростатическому полю, то гравитирующей массе естественно приписать также некоторую форму энергии, содержащейся в поле сил.

Со строгой и последовательной теоретико-полевой точки зрения представление материи и энергии при помощи тензора  $T_{mn}$  должно рассматриваться только как предварительный прием, который, вероятно, следует заменить чисто теоретико-полевыми методами. Сам Эйнштейн очень сокрушался по поводу «незаконного брака между искусственным тензором энергии-импульса материи и тензором кривизны»<sup>40</sup>. Подход Уайттакера — Руса — Кларка к понятию массы, таким образом, еще не представляется конечным решением проблемы. Но прежде чем обсуждать понятие массы с точки зрения тех теорий, которые рассматривают материю как сингулярности поля, докажем пропорциональность активной гравитационной и инертной масс на основе тензора энергии-импульса.

<sup>40</sup> См. L. I n f e l d, On equations of motion in general relativity theory. «Helvetica Physica Acta, Supplementum IV, Jubilee of Relativity Theory, Proceedings» (Birkhäuser Verlag, Basel, 1956), p. 207. См. также A. E i n s t e i n, The meaning of relativity (Princeton University Press, Princeton, ed. 4, 1953), p. 81, 106, 165

Эйнштейновская оригинальная формулировка энергии или массы замкнутой системы, как мы видели на стр. 214—215, была основана на использовании квазигалилеевых координат и — что было даже более серьезным недостатком — не делала физически значимым понятие распределения энергии в пространстве <sup>41</sup>.

В важной статье «О локализации энергии физической системы в общей теории относительности» <sup>42</sup> Мёллер недавно показал, что если эйнштейновский полный канонический псевдотензор энергии-импульса  $\mathfrak{E}_i^k$ , который может быть выражен так же <sup>43</sup>, как дивергенция от

$$h_i^{kj} = \frac{g_{in}}{2\kappa(-g)^{1/2}} \frac{\partial}{\partial x^m} [(-g)(g^{kn}g^{jm} - g^{jn}g^{km})] \quad (20)$$

( $\kappa$  — эйнштейновская константа уравнений поля, связанная с гравитационной постоянной  $G$  уравнением  $\kappa = 8\pi G/c^4$ ), заменить новым псевдотензором энергии-импульса  $h_i^{kj} + \psi_i^{kj}$ , где  $\psi_i^{kj}$  определяется формулой

$$\psi_i^{kj} = h_i^{kj} - \delta_i^k h_r^r + \delta_i^j h_r^r \quad (21)$$

и имеет равную нулю дивергенцию, то оба вышеупомянутых недостатка могут быть преодолены. Таким образом, подход Эйнштейна — Клейна к общерелятивистскому определению инертной массы для замкнутой динамической системы через уравнение (18), где  $m_0$  — инертная масса  $m_i$ , снова приобретает значительный интерес.

Из уравнения (21) или (20) можно сделать важный вывод, касающийся отношения между активной гравитационной массой и инертной массой в общей теории относительности, если вернуться для простоты к использованию квазигалилеевых координат.

В случае статической системы, достаточно удаленной от остальной материи Вселенной, метрика имеет вид шварцшильдовской <sup>44</sup>:

$$ds^2 = -\frac{1}{1-2k/r} dr^2 - r^2 (\sin^2 \theta d\varphi^2 + d\theta^2) + \left(1 - \frac{2k}{r}\right) c^2 dt^2. \quad (22)$$

<sup>41</sup> Эта составная часть пространственного интеграла не инвариантна полной энергии даже для чисто пространственных преобразований; см. стр. 216.

<sup>42</sup> «Annals of Physics» 4, 347—371 (1958).

<sup>43</sup> См., например, Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц, Теория поля, стр. 351.

<sup>44</sup> Ibid., p. 336.

В изотропных координатах этот линейный элемент для больших  $r$  может быть переписан в виде

$$ds^2 = - \left( 1 + \frac{2k}{r} \right) (dx^2 + dy^2 + dz^2) + \left( 1 - \frac{2k}{r} \right) c^2 dt^2, \quad (23)$$

так что

$$g_{11} = g_{22} = g_{33} = - \left( 1 + \frac{2k}{r} \right), \quad g_{44} = 1 - \frac{2k}{r},$$

а все другие  $g_{ik}$  обращаются в нуль. Вычисляя  $(-g)^{1/2}$  с точностью до первого порядка по  $1/r$ , получим

$$(-g)^{1/2} = 1 + \frac{2k}{r}, \quad g^{11} = g^{22} = g^{33} = - \left( 1 - \frac{2k}{r} \right), \quad g^{44} = 1 + \frac{2k}{r},$$

а все остальные  $g^{ik}$  обращаются в нуль.

Для статической системы пространственные компоненты  $P'_i$  обращаются в нуль, и, согласно уравнению (18),

$$E/c^2 = m_i, \quad (24)$$

так как  $-cP'_4 = E$ . Но  $E$ , как временная компонента  $P'_i$ , может также быть вычислена с помощью членов псевдотензора  $h_i^{kj}$  в соответствии с общей формулой

$$P'_i = \frac{1}{c} \int \mathfrak{E}_i^4 dx^1 dx^2 dx^3 = \frac{1}{c} \int h_i^{4j} dx^1 dx^2 dx^3.$$

Для  $i = 4$  получим

$$E = - \int \frac{\partial}{\partial x^j} (h_4^{4j}) dx^1 dx^2 dx^3,$$

или, применяя теорему Гаусса,

$$E = - \int h_4^{4j} \gamma^{-1/2} d\sigma_j, \quad (25)$$

где  $\gamma$  — определитель пространственного метрического тензора  $\gamma_{ik} = g_{ik}$  ( $i, k = 1, 2, 3$ ), так как все  $g_{i4}$  для статической системы обращаются в нуль ( $i = 4$ );  $d\sigma_j$  — псевдовекторная нормаль к элементу поверхности  $d\sigma$  сферы  $S$ , по которой должно быть выполнено интегрирование в уравнении (25).

Подставляя значения  $(-g)^{1/2}$ ,  $g_{ik}$ ,  $g^{ik}$  в уравнение (20), мы получим для  $j = 1, 2, 3$

$$h_4^{4j} = \frac{g_{44}}{2\kappa (-g)^{1/2}} \frac{\partial}{\partial x^j} [(-g) (g^{44} g^{jj})] = - \frac{2k}{\kappa r^3} x^j.$$

Следовательно,

$$E = \int \frac{2k}{kr^3} x^j \gamma^{-1/2} d\sigma_j,$$

и, если радиус сферы увеличивается до бесконечности,

$$E = \lim_{r \rightarrow \infty} \left[ \frac{2k}{kr^2} 4\pi r^2 \right] = \frac{8\pi k}{k}. \quad (26)$$

Напомним теперь, что активная гравитационная масса  $m_a$  была определена (стр. 212) с помощью шварцшильдовской константы  $k$ , согласно соотношению  $k = (G/c^2)m_a$ . Подставляя это значение для  $k$  в (26) и принимая во внимание, что  $k = 8\pi G/c^4$ , окончательно получим

$$E/c^2 = m_a. \quad (27)$$

Сравнив результат с уравнением (24), можно заметить, что благодаря вышеупомянутой процедуре аналогии активная гравитационная масса тела или динамической системы равна инертной массе также и в общей теории относительности.

На стр. 210 отмечалось, что тождество инертной массы и пассивной гравитационной массы является простым следствием принципа эквивалентности. В свете только что полученного нами результата мы, таким образом, приходим к важному выводу, что общая теория относительности в отличие от классической механики, рассматривает тождество *всех трех* видов масс как необходимый — а не только случайный — момент своей логической структуры.

В общей теории относительности частица может рассматриваться также как сингулярность в поле  $g_{mn}$ . Ограничиваясь в нашем обсуждении случаем пустого пространства, заметим, что вследствие того факта, что уравнения поля  $G_{mn} = 0$  должны удовлетворяться всюду вне сингулярностей, эти последние, то есть четырехмерные мировые линии частиц, не могут быть произвольно специфицированы. Математические ограничения, налагаемые уравнениями поля на сингулярные кривые в четырехмерном пространстве, выражают тот факт, что законы движения в общей теории относительности не представляют собой добавочных условий, которые должны быть увязаны — как в ньютоновской физике — с уравнениями поля, а, скорее,

непосредственно следуют из самих уравнений поля<sup>46</sup>. Так как понятие массы есть прежде всего и главным образом понятие фактора, определяющего движение, и так как поле является первичной и окончательной величиной, единственным логически и методологически удовлетворительным способом введения понятия массы будет введение его при помощи законов движения, полученных из уравнений поля. Проблема получения законов движения из уравнений поля была решена в 1938 году Эйнштейном, Инфельдом и Гофманом, а упрощенное решение проблемы было опубликовано двумя годами позже Эйнштейном и Инфельдом<sup>46</sup>. Наконец, логически более простое, но технически более трудное решение, допускающее приближение сколь угодно высокого порядка, было дано Эйнштейном и Инфельдом в 1949 году<sup>47</sup>. Оно, по-видимому, представляет собой одно из самых глубоких и далеко идущих исследований этого вопроса. Посмотрим, как оно вводит понятие массы в концептуальную структуру своего изложения.

Гравитационные потенциалы  $g_{mn}$  представляются в виде  $g_{mn} = \eta_{mn} + h_{mn}$ , где  $\eta_{mn}$  — галилеевы величины, а  $h_{mn}$  — отклонения пространства-времени от плоского пространства (необязательно малые). Для удобства некоторые линейные комбинации  $h_{mn}$  определяются как  $\gamma_{mn} = h_{mn} - \frac{1}{2}\eta_{mn} \eta^{pq} h_{pq}$ . Первый (не нулевой) член в разложении  $\gamma_{44}$  представляет собой существенный член, обозначаемый  $\gamma_{44}$ . Далее, приближение первого порядка к уравнениям поля показывает, что  $\gamma_{44,ss} = 0$ . Теперь

<sup>46</sup> A. Einstein und J. Grommer, Relativitätstheorie und Bewegungsgesetz, «Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften» (1927), S. 2—13, 235—245.

<sup>46</sup> A. Einstein, L. Infeld and B. Hoffmann, Gravitational equations and the problem of motion, «Annals of Mathematics», 39, 65—100 (1938); A. Einstein and L. Infeld, Gravitational equations and the problem of motion II; *ibid.* 41, 455—464 (1940).

<sup>47</sup> A. Einstein and L. Infeld, On the motion of particles in general relativity theory, «Canadian Journal of Mathematics», 1, 209—241 (1949). Эта статья представляет собой только краткое изложение результатов. Рукопись, содержащая полные расчеты, хранится в Институте высших исследований (Принстон, Нью-Джерси). В нашем резюме используются латинские индексы для суммирования от 1 до 4.

можно показать, что это последнее уравнение аналогично уравнению Пуассона и его решение может быть записано как  $\gamma_{44} = 2\varphi$ , где  $\varphi = \sum_{s=1}^N (-2m_s \psi_s)$  и где суммирование распространяется на  $N$  сингулярностей, имеющихся в поле;  $\psi_s$  — обратная величина пространственного расстояния от  $s$ -й сингулярности, а  $m_s$  — не зависящие от времени положительные постоянные, пока не определенные.

Чтобы установить физический смысл этих постоянных, Эйнштейн и Инфельд рассчитали поле (ассоциированное с первой частицей) для случая, когда все остальные сингулярности удалены от первой частицы, характеризуемой постоянной  $m_1$ . Путем сравнения результата с гравитационным полем, порождаемым изолированным телом гравитационной массы  $M$ , рассчитанным «общепринятыми методами общей теории относительности», как, например, шварцшильдовский линейный элемент, авторы нашли, что для больших  $r$  последнее поле оказывается тождественным полю приближения первого порядка, если принять  $M = m_1$ .

Следовательно, « $m_1$  есть гравитационная масса, так как для больших  $r$  это поле есть поле частицы с гравитационной массой  $m_1$ ».

Таким образом, обращение к аналогии (в данном случае даже по аналогии с аналогией) с классической динамикой делает указанные постоянные интегрирования физически осмысленными и обозначает их как массы. Однако действительно ли необходимо в рамках строгой теории поля искать динамическую интерпретацию этих постоянных интегрирования? Не может ли их чисто математический статус постоянных в пространственно-временных функциях четырехмерных кривых полностью исчерпывать их смысл? Ответ был бы утвердительным, если бы их конкретные числовые значения не играли никакой роли. Однако эти значения являются важными для фактического

определения четырехмерных траекторий сингулярностей. Эти значения могут быть установлены только с помощью конфигурационной структуры по крайней мере двух таких сингулярностей или, другими словами, путем исследования их взаимодействия. Но это означает, что для описания их движения требуется динамическая интерпретация в традиционном смысле этого слова. Короче говоря, уступка традиционным понятиям необходима даже в такой развитой трактовке современной теории поля.

Определение массы как сингулярности в метрике выдвигает, однако, дополнительные проблемы. Прежде всего возникает принципиальный вопрос, какого сорта сингулярности являются допустимыми. Как недавно установил Уилер<sup>48</sup>, «на сегодняшний день не существует даже зародышей исчерпывающего анализа видов сингулярностей, которые могут возникать в решениях эйнштейновских уравнений поля». И далее, масса перестает быть хорошо определенной величиной в случае нескольких сингулярностей, если составные части системы отделены друг от друга расстояниями порядка их собственных радиусов. Действительно, само понятие «число сингулярностей» представляется недостаточно определенным. Поэтому важно понять, что даже метод эйнштейновско-инфельдовской аналогии не может считаться методом, приводящим к отчетливому определению массы.

В заключение этого раздела о понятии массы в теории поля необходимо рассмотреть так называемые пространственные теории материи. В их попытках свести физику к геометрии пространства проблема массы, несомненно, имеет первостепенное значение.

Если игнорировать донаучные пространственные теории материи, как, например, некоторые понятия<sup>49</sup> древних Вед, основанные на вере в несубстанциональность мира явлений, или некоторые пифагорейские и платоновские учения<sup>50</sup> и подобные им спекуляции, то следует

---

<sup>48</sup> John A. Wheeler, *Geometrodynamics and the problem of motion*, «Reviews of Modern Physics», 33, 64 (1961).

<sup>49</sup> См. теорию акаши в: «Brihadāraṇyaka Upanishad», part 2, chap. 3, secs. 2 and 3; в «Taittiriya Upanishad», part 2, chap. 1, sec. 3; в «Chhāndogya Upanishad», part 1, chap. 9, sec. 1; part. 3, chap. 18, sec. 6.

<sup>50</sup> Max Jammer, *Concepts of space*, p. 12.

заметить, что одной из наиболее замечательных попыток такого рода в новейшее время была теория Клиффорда, английского переводчика работ Римана по структуре пространства. Напомним, что Клиффорд рассматривал материю и ее движение как проявление изменяющейся кривизны пространства. В 1876 году Клиффорд опубликовал очерк «О пространственной теории материи» (расширенный вариант статьи, представленной в Кембриджское философское общество), в котором утверждал полную тождественность пространства и материи. Пространство, с его точки зрения, — не просто арена физических событий; оно, скорее, представляет собой последний и единственный «строительный материал» физической реальности. «В физическом мире не происходит ничего, кроме этого изменения [кривизны пространства]»<sup>51</sup>. Клиффорд, однако, был не в состоянии выполнить свою претенциозную программу и, в частности, не смог интерпретировать понятие массы в терминах чисто пространственных или геометрических рассуждений.

Тем временем проблема внутренней связи между структурой пространства и законами динамики и электродинамики привлекла внимание как физиков, так и философов. Действительно, Кант в своих докритических «Мыслях об истинной оценке живых сил»<sup>52</sup> выразил веру в такую связь и пытался вывести трехмерность пространства из динамики Ньютона: «Трехмерность происходит, по-видимому, оттого, что субстанции в существующем мире действуют друг на друга таким образом, что сила действия обратно пропорциональна квадрату расстояния»<sup>53</sup>. В 1808 году Лаплас пытался показать, что постулирование инвариантности масштаба линейных протяженностей в физической Вселенной влечет за собой определенную формулировку закона обратных квадратов — любой показатель, отличный от двух, несовместим с этим допущением.

---

<sup>51</sup> W. K. Clifford, *The common sense of the exact sciences* (ed. J. R. Newman; Knopf, New York, 1946), p. 202.

<sup>52</sup> См. И. Кант, *Соч.*, т. 1, стр. 51.

<sup>53</sup> Там же, стр. 71: «Согласно изложенному, я полагаю: во-первых, что субстанциям в существующем мире, частью которого мы являемся, присущи силы такого рода, что, соединяясь друг с другом, они распространяют свои действия обратно пропорционально квадрату их расстояний; во-вторых, что возникающее отсюда целое имеет в соответствии с этим законом свойство трехмерности»

Другие исследования подобного рода о соотношении между метрикой и динамикой были выполнены Дельбефом<sup>54</sup>, Бертраном<sup>55</sup> и Зенеком<sup>56</sup>. Эйнштейновские уравнения поля в общей теории относительности, согласно которым фундаментальный метрический тензор  $g_{mn}$  зависит от тензора массы-энергии  $T_{mn}$ , представляются дающими четкое решение обсуждаемой проблемы, поскольку дело касается (механической) динамики: геометрия становится частью физики, пространство — физическим объектом.

Однако по отношению к электродинамике имело место развитие другого рода. Вито Вольтерра<sup>57</sup> еще в 1889 году знал, что уравнения Максвелла представляют собой частный случай общей теории сопряженных функций. Фридрих Коттлер в 1922 году опубликовал две интересные статьи<sup>58</sup>, в которых попытался показать, что подобно тому, как законы Ньютона и геометрия пространства не имеют необходимой внутренней связи<sup>59</sup>, уравнения физики поля в теории Максвелла не зависят от метрики. Таким образом, Коттлер стал инициатором движения, ставившего целью полное исключение метрических отношений, как римановых, так и конформных, из фундаментальных законов физики. Одним из наиболее ревностных сторонников этого направления стал Д. ван-Данциг. Хорошо известно, что уравнения Максвелла инвариантны относительно ортогональных преобразований в трехмерном пространстве, что обнаруживается представлением их в обычном векторном виде. Уравнения Максвелла инвариантны также по отношению к более общей группе аффинных пре-

---

<sup>54</sup> L. C o u t u r a t, Note sur la géométrie non-euclidienne et la relativité de l'espace, «Revue de métaphysique et de morale», 1, 302 (1893).

<sup>55</sup> J. B e r t r a n d, «Comptes rendus», 77, 846 (1873).

<sup>56</sup> J. Z e n e c k, Gravitation, в: «Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften» (Teubner, Leipzig, 1903—1921), Bd 5, Tl 2, S. 42.

<sup>57</sup> V i t o V o l t e r r a, Sulle funzioni coniugate, «Rend. Accad. dei Lincei», 5, 599—611 (1889); перепечатано в: V. V o l t e r r a, «Opere matematiche» (Accademia Nazionale dei Lincei, Rome, 1954), vol. 1 (1881—1892), p. 420—432.

<sup>58</sup> F. K o t t l e r, Newton's Gesetz und Metrik, «Wiener Sitzungsberichte», 131, 1—14 (1922); и «Maxwell'sche Gleichungen und Metrik»; ibid., S. 119—146.

<sup>59</sup> «Das Newtonsche Gesetz und die Geometrie unseres Raumes stehen in keinem notwendigen Zusammenhang».

образований, что можно легко показать при помощи клейневского принципа адъюнкции. Их инвариантность относительно преобразований Лоренца является одним из существенных следствий теории относительности Эйнштейна. То, что они инвариантны относительно гораздо более широкой группы преобразований — так называемых конформных преобразований, — было показано Каннингемом<sup>60</sup> и Бейтменом<sup>61</sup>. Наконец то, что уравнения Максвелла вообще независимы от какой бы то ни было метрики, было показано ван-Данцигом<sup>62</sup>.

Одновременно, однако, достигнуто важных результатов и диаметрально противоположное направление, стремившееся к объединению гравитации и электромагнетизма на основе подходящей для этой цели метрики<sup>63</sup>.

Идя по этому пути, Райнич в 1925 году опубликовал интересное исследование связи между римановым тензором кривизны и тензором электромагнитного поля. В своей статье «Электродинамика в общей теории относительности»<sup>64</sup>, важность которой не была понята — а, возможно, и не могла быть понята в то время, — Райнич, в противоположность программе Коттлера, показал, «что при некоторых допущениях электромагнитное поле полностью определяется кривизной пространства-времени, так что нет никакой необходимости дальнейшего обобщения общей теории относительности»<sup>65</sup>. Действительно, Райнич показал, что риманово пространство с отличным от нуля и дифференцируемым тензором кривизны Риччи

<sup>60</sup> «The principle of relativity in electrodynamics and an extension thereof», в: «Proceedings of the London Mathematical Society», 8, 77—98 (1910).

<sup>61</sup> «The transformation of the electro-dynamical equations», *ibid.*, 223—264.

<sup>62</sup> «The fundamental equations of electromagnetism. independent of metrical geometry», в: «Proceedings of the Cambridge Philosophical Society», 30, 421—427 (1934). См. также D. van Dantzig, «Electromagnetism, independent of metrical Geometry», в: «Proceedings of the Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam», 37, 521—525 (1. The foundation), 526—531, 643—652 (1934); 39, 126—131 (1936).

<sup>63</sup> А. Эйнштейн, В. Майер, Т. Калуза, О. Клейн, Г. Вейль, О. Веблен, Б. Гофман — упомянуты только некоторые из сторонников этого направления.

<sup>64</sup> «Transactions of the American Mathematical Society», 27, 106—136 (1925).

<sup>65</sup> *Ibid.*, p. 107.

$R_{mn}$  нулевого следа  $R_n^n = 0$ , квадрат которого представляет собой некоторый множитель единичной матрицы

$$R_a^m R_m^b = \delta_a^b \left( \frac{1}{4} R_{st} R^{st} \right),$$

и в котором вектор

$$A_b = (-g)^{1/2} \varepsilon_{bkmn} R^{kp}; {}^m R_p^n / R_{st} R^{st}$$

( $\varepsilon_{bkmn}$  — полностью антисимметричный псевдотензор четвертого ранга) удовлетворяет условию

$$A_{b; p} - A_{p; b} = 0,$$

без дальнейших допущений описывает свободную от источников электродинамику Максвелла. Таким образом, при определенных условиях (полевые условия Райнича), одна геометрия пространства (свернутый тензор кривизны) определяет локальные значения тензора электромагнитного поля, а уравнения Максвелла являются простыми геометрическими утверждениями, связывающими кривизну Риччи и скорость ее изменения. Важность результатов Райнича для дедуктивного построения пространственной теории материи оставалась неосознанной до тех пор, пока Миснер<sup>66</sup> не пришел независимо к тем же выводам. Возможность выражения релятивистской формулы уравнений Максвелла в чисто геометрической форме открывает новый подход к последовательной пространственной теории материи. Отказавшись от неявного допущения, делавшегося ранее, что пространство обладает простой связностью, Уилер и Мизнер продемонстрировали совместимость римановой геометрии с обширным классом многосвязных топологий и показали, что некоторые разумно выбранные топологические связи (linkages) имитируют электрические заряды в том смысле, что они внешне неотличимы от обычных электрических зарядов, подчиняющихся взаимным отталкивательным и притягательным силам, теореме Гаусса и закону сохранения заряда.

Установив, что электродинамика Максвелла есть проявление геометрических (топологических) свойств и что заряды могут быть выражены в терминах свободных от

<sup>66</sup> Charles W. Misner and John A. Wheeler, Classical physics as geometry, «Annals of Physics», 2, 525—603 (1957).

источников электромагнитных полей, Уилер и Миснер попытались вывести понятие массы также в терминах геометрических характеристик. Строго говоря, часть решения уже была в руках, так как электрическое поле обладает плотностью энергии. Но чтобы позволить вывести массу как массу физического тела (объекта, обладающего массой и координатами положения) энергия должна быть локализована, а само электромагнитное поле должно образовывать относительно устойчивую и сконцентрированную сущность.

То, что такая возможность действительно имеется, стало ясно, когда Уилер в 1955 году продемонстрировал существование определенных несингулярных решений системы уравнений теории относительности и электромагнетизма. Он показал<sup>67</sup>, что эйнштейновские уравнения поля

$$R_{mn} - \frac{1}{2} g_{mn} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{mn},$$

объединенные с уравнениями Максвелла

$$(-g)^{-1/2} \frac{\partial}{\partial x^k} [(-g)^{1/2} F^{ik}] = 0,$$

где  $F_{ik} = \partial A_k / \partial x^i - \partial A_i / \partial x^k$  ( $A_k$  — электромагнитные потенциалы) и где  $T_i^k = \left(\frac{1}{4} \pi\right) \left(F_{ir} F^{kr} - \frac{1}{4} F_{rm} F^{rm} \delta_i^k\right)$ , выражают электромагнитный тензор энергии-импульса и полностью допускают несингулярное решение для  $A_k$  и  $\delta_{mn}$ . Как показывают эти уравнения, гравитационная масса порождается всецело за счет энергии, запасенной в электромагнитном поле. Таким образом, гравитационное притяжение, возникающее за счет энергии электромагнитного возмущения, способно к концентрации этого возмущения и его сохранению на долгое время по сравнению с характеристическими периодами системы. В простейшем варианте такие конгломераты электромагнитной энергии, или геоны (гравитационно-электромагнитные сущности), имеют форму кругового тороида. Существование решений объединенных уравнений, соответствующих другим конфигурациям энергии, является предметом современных

<sup>67</sup> John Archibald Wheeler, Geons «Physical Review», 97, 511—536 (1955); см. также Edwin A. Power and John A. Wheeler, Thermal geons, «Reviews of Modern Physics», 29, 480—495 (1957).

исследований<sup>68</sup>. Понятие геона обеспечивает, таким образом, теоретико-полевое представление того, что классическая физика трактовала как физическое тело, обладающее массой (инертностью) и локализацией в пространстве (координаты положения).

Комбинируя пространственную теорию свободной от источников электродинамики Райнича с понятием геонов, мы приходим к выводу, что «в геометродинамике масса и заряд... являются аспектами геометрической структуры пространства»<sup>69</sup>. Таким образом, геометродинамика, по видимому, нашла замечательный обходной путь полного обоснования понятия массы на геометрическом понятии искривленного пространства. Для оценки этой теории, однако, не следует игнорировать ее трудности и недостатки. Она может объяснить только массы порядка от  $10^{39}$  до  $10^{57}$  г, которые пока не обнаружены в природе. Все попытки видоизменить теорию, превратив ее в «квантовую геометродинамику»<sup>70</sup> для микрофизики, и дать интерпретацию массы элементарных частиц в соответствии с характеристическими состояниями коллективных возмущений метрики пока еще наталкиваются на серьезные трудности. Короче говоря, хотя на пути к геометрической интерпретации понятия массы открываются новые и интересные перспективы, тем не менее в настоящее время бытие «реальных масс», как они рассматриваются в физике, все еще не может считаться объясненным.

Такова история основного понятия массы.

Несмотря на свою первостепенную важность для всех областей физики и несмотря на статус необходимого концептуального инструмента научного мышления, понятие массы представляется как бы уклоняющимся от всех попыток полного и исчерпывающего объяснения и свободного от логических и научных возражений определения.

---

<sup>68</sup> См., например, F. J. Ernst, Linear and toroidal geons, «Physical Review», 105, 1665—1670 (1957); D. R. Brill and J. A. Wheeler, Interaction of neutrinos and gravitational fields, «Reviews of Modern Physics», 29, 465—479 (1957); L. G. Chambers, The Hund gravitational equations and geons, «Canadian Journal of Physics», 37, 1008—1016 (1959).

<sup>69</sup> «Annals of Physics», 2, 595 (1957).

<sup>70</sup> John A. Wheeler, On the nature of quantum geometrodynamics, «Annals of Physics», 2, 604—614 (1957).

На протяжении долгой истории развития понятия массы в человеческом мышлении, от ранних смутных идей неоплатонической философии, мистических и неотчетливых представлений в теологии к своему научному проявлению в физике Кеплера и Ньютона, к тщательно продуманным многочисленным определениям в позитивистских и аксиоматических формулировках и кончая далеко идущими его модификациями в современных физических теориях, наука никогда не достигала полного овладения и контроля всеми концептуальными переплетениями, заключенными в этом понятии. Нужно признать, что, несмотря на совместные усилия физиков и философов, математиков и логиков, не достигнуто никакого окончательного прояснения понятия массы.

Современный физик с полным правом может гордиться своими эффектными достижениями в науке и технике. Однако он всегда должен сознавать, что фундамент его впечатляющего здания, основные понятия его науки, как, например, понятие массы, опутаны серьезными неопределенностями и приводящими в смущение трудностями, которые до сих пор еще не преодолены.

## КОММЕНТАРИИ

Понятие массы — одно из основных понятий физики. Его структура носит сложный характер. Отвлекаясь от этой сложности, специалист-физик работает с тем или иным аспектом этого понятия. Он может определять массу как меру инерции тела или как меру гравитации (инертная и гравитационная массы). Оставаясь на почве классической физики, он может говорить о массе как о количестве материи, т. е. о числе частиц в данном объеме тела. При этом физик оперирует понятием пассивной гравитационной массы и активной гравитационной массы, имея в виду некоторое качественное различие в массах, например массы притягивающегося к Земле тела и массы самой Земли. Масса Земли — активная гравитационная масса, масса тела — пассивная гравитационная масса. Исследование движения электрически заряженных частиц приводит к понятию электромагнитной массы, которая в свою очередь может выступать как продольная или как поперечная масса. Частица вне зависимости от заряда может обладать собственной массой  $m_0$ , т. е. массой покоя, которую следует отличать от массы движущейся частицы, или, иначе, динамической массы. Собственная масса является инвариантом, в то время как динамическая масса зависит от скорости движения частицы. В ядерной физике существенное значение приобретает понятие дефекта массы. В связи с этим масса может выступать как мера освобожденной или поглощенной энергии. Мы отметили здесь лишь некоторые различные стороны нашего понятия. Физик может отвлечься от этих различий и рассматривать массу в системе физической теории как коэффициент пропорциональности в соответствующем уравнении. И такое рассмотрение в рамках определенных задач будет вполне оправданно.

Все эти многообразные аспекты понятия массы указывают на его сложную структуру, которая требует специального исследования, выходящего за рамки того или иного раздела физической науки. Различия в элементах этой структуры настолько значительны, что могут порою служить основанием для рассмотрения понятий массы как особых, независимых теоретических конструкций. Это обстоятельство нашло, в частности, отражение в заглавии книги М. Джеммера «Concepts of mass», что буквально означает «Понятия массы». Однако благодаря единству физического значения за всеми различными понятиями массы усматривается единое, объединяющее их содержание. Этому объединению способствует обстоятельный исторический анализ понятия массы, представленный в данной книге.

Констатируя сложную структуру понятия массы, мы видим, что эта структура связана с особенностями физической науки как

теоретической системы. Различные разделы физики строятся, как специфические области знания. Одним из объединяющих принципов, включающих различные разделы науки в единую систему, является принцип общности фундаментальных понятий. Понятие массы — одно из таких понятий. Многообразие в его определениях связано именно с этой его функцией в структуре науки. Имея единое содержание, оно выявляет его различным образом в зависимости от той области физической науки, в которую оно непосредственно включено.

Единое содержание такого рода понятий выявляется в более общей системе знаний. Понятие массы, подобно другим фундаментальным понятиям науки, лежит на границе данной специальной области естествознания с системой философских идей. Обоснование такого рода понятий, выявление их истоков и выработка цельного воззрения возможны только в области теории научного знания, иначе говоря, в области философии. Книга М. Джеммера дает богатый материал для подобного рода исследований. Она может послужить также ценным источником в процессе философского анализа понятия массы.

Некоторые положения книги не являются бесспорными с нашей точки зрения. Следующие ниже комментарии имеют целью возразить автору в связи с некоторыми его утверждениями, а порою и кратко высказать свое отношение к проблеме.

*К стр. 10.*

Физические понятия, будучи теоретическими конструкциями, вместе с тем так или иначе связаны с опытом. Нет оснований противопоставлять в этом отношении научные понятия тем, которые имеют непосредственный чувственный образ. Последние исторически часто предшествуют научным понятиям. Так, понятие силы связывалось, да и в настоящее время может связываться с субъективным ощущением мускульного усилия. Однако научное физическое понятие несет в себе другое, объективное содержание. В данном случае оно связывается с реальным взаимодействием тел и определяется, как известно (в механике Ньютона), величиной, пропорциональной массе тела и ускорению. Понятие температуры в качестве теоретического понятия трактуется как величина, характеризующая состояние термодинамического равновесия макроскопической системы. Оно отображает другую, более глубокую реальность, чем то первоначальное понятие, которое имеет чувственный образ в виде более или менее нагретого тела. Верно, что понятие массы, как и понятие электромагнитного поля, можно рассматривать в качестве теоретического построения. Однако, будучи таким построением, понятие электромагнитного поля обозначает один из видов материи. Понятие массы, как показывает, в частности, обстоятельный исторический анализ, проделанный М. Джеммером, несет в своем содержании некоторые фундаментальные свойства материи и, следовательно, может проявить себя в том или ином физическом эксперименте. Таким образом, с научной точки зрения нет оснований противопоставлять физическое понятие массы другим физическим понятиям, например температуре, силе, полю и т. п.

Следует иметь в виду, что М. Джеммер, привлекая обширную литературу, связанную с анализом понятия массы, совершенно не использует работы, опубликованные в нашей стране на русском языке. Встречающиеся в книге сравнительно редкие ссылки на советских авторов сделаны не по оригинальным источникам, а по переводам этих работ на английский язык. (В русском переводе книги М. Джеммера мы, естественно, даем в этом случае ссылки на соответствующие русские издания.) По-видимому, в силу этого для М. Джеммера оказались неизвестными некоторые исследования, опубликованные в нашей стране, в которых понятие массы явилось предметом исторического и философского рассмотрения. Здесь нет необходимости давать полную библиографию книг и статей, в которых так или иначе рассматривалось понятие массы и которые не получили отражения в работе М. Джеммера. Отметим лишь некоторые из тех работ, которые вышли на русском языке в последние годы, но до выхода книги М. Джеммера. Прежде всего следует указать журнал «Успехи физических наук», том 48, вып. 2 за 1952 год, где опубликованы статьи А. М. Бутова и Е. Г. Швидковского, В. А. Фока, С. Э. Фриша, Э. В. Шпольского, С. Г. Суворова, И. В. Кузнецова и др., в которых детально рассмотрены различные аспекты понятия массы, в особенности в его связи с понятием энергии. Здесь же изложены материалы теоретического обсуждения, состоявшегося в мае 1952 года в Институте философии АН СССР, по проблеме массы и энергии. См. также «Успехи физических наук», том 52, вып. 3 за 1954 год (статья Н. Н. Малова). В журнале «Вопросы философии» №2 за 1954 год опубликованы статьи Н. Е. Будтова и А. И. Морозова, а в № 2 за 1955 год — статьи Г. А. Рязанова и С. В. Измайлова, посвященные понятию массы в связи с понятием количества материи. Наконец, можно упомянуть книгу Н. Ф. Овчинникова «Понятия массы и энергии в их историческом развитии и философском значении» (М., 1957). Ясно, что понятие массы так или иначе затрагивалось во многих других работах в связи с различными проблемами физики или философии. Мы отметили здесь лишь некоторые из тех статей и книг, в которых понятие массы является непосредственным объектом исследования.

М. Джеммер полагает, что в античности не было понятия массы ни в смысле количества материи, ни в смысле динамической массы. Такой отрицательный вывод автора относительно понятия массы в античной философии и естествознании не вытекает даже из тех данных, которые он приводит во второй главе. В подтверждение этого можно сослаться на некоторые дополнительные свидетельства. Конечно, в античной науке не было понятия динамической массы в его современном смысле. Это очевидно. Однако в системе античного атомизма можно найти уже предвосхищение закона инерции, а с законом инерции, как известно, непосредственно связано понятие динамической массы. Излагая концепцию Левкиппа и Демокрита, Аристотель замечает следующее: «Никто не может сказать, почему тело, приведенное в движение, где-нибудь оста-

новится, ибо почему оно скорее остановится здесь, а не там? Следовательно, ему необходимо или покончить, или бесконечно двигаться, если только не помещает что-нибудь более сильное» («Физика», IV, 8, 215a). Это высказывание представляет собой явную формулировку принципа инерции. Тем более важно напомнить эту мысль античных атомистов, что в «Механике» Эйлера, которую М. Джеммер оценивает весьма высоко, дается почти совпадающая с приведенной нами формулировка принципа инерции в качестве строгого и аподиктически достоверного принципа (см. стр. 94 настоящей книги). Комментируя формулировку Эйлера, М. Джеммер дает ссылку на соответствующее место из «Физики» Аристотеля. Однако в данном случае ему изменяет свойственная ему обстоятельность, и он не находит нужным процитировать место, где содержится приведенная нами формулировка принципа инерции, принадлежащая античным атомистам.

Можно только сожалеть, что М. Джеммер не приводит важного свидетельства Аристотеля об атомистах и говорит о них лишь в связи с поэмой Лукреция «О природе вещей». В этой поэме он выделяет мысль о неунучтожимости материи. Демокрит упоминается им только в связи с этим принципом. Но именно мысль о неунучтожимости атомов как структурных элементов материи вместе с приведенным свидетельством Аристотеля и заставляет думать, что в античном атомизме уже содержалась идея классического понятия массы и в смысле количества материи. Это предвосхищение классического понятия массы связано с принципами классического атомизма, который послужил Ньютоу теоретическим основанием при выработке понятия массы. Идеи античного атомизма остаются у автора данной книги в тени. Ссылаясь в другой связи на ранний атомизм (глава VIII, стр. 92), М. Джеммер называет атомистами Эмпедокла, Аристотеля и Лукреция. Характерно, что в связи с этим он совершенно не упоминает основателей античного атомизма Левкиппа и Демокрита. Именно такое одностороннее отношение к античной атомистике со стороны М. Джеммера и обусловило пессимистический вывод относительно понятия массы в античном знании о природе.

*К стр. 48.*

Мы уже видели в предыдущем примечании, что исторически первое выражение динамического понятия массы связано с успехами античного атомизма. Средневековая философия подходит к этому понятию спустя несколько столетий и формулирует этот подход в весьма неопределенных выражениях, что и отмечает в данном месте своей книги М. Джеммер.

*К стр. 54\*.*

М. Джеммер прав, что классическая механика XVII столетия восприняла понятие массы (в смысле количества материи) на другой основе, чем это имело место в средневековой философии. Необходимо, однако, добавить, что этой основой была философия античных мыслителей. «Мы имеем, — писал Ньютон, — авторитет тех древнейших и наиболее знаменитых философов Древней Греции и Финикии, которые приняли Васьшт, и атомы, и тяготение атомов

как первые принципы своей философии» («Оптика», М., 1954, стр. 280). В связи с этим едва ли верно утверждать, что фундаментальным понятием ньютоновской физики было понятие массы частицы без пространственного протяжения. Если рассматривать именно ньютоновскую физику, а не только систему его механики, то легко видеть, что Ньютон имеет в виду протяженные частицы и не делает допущений о частицах, не имеющих пространственного протяжения. Обсуждая, например, проблему пористости тел, он пишет следующее: «Очень трудно, хотя, быть может, не совсем невозможно, понять, каким образом у тел может быть достаточное количество пор для этого. Ибо цвета тел возникают от величин частиц, их отражающих... Представим себе, что эти частицы тел расположены так, что промежутки или пустые пространства между ними равны им всем по величине, что частицы могут быть составлены из других частиц, более мелких, пустое пространство между которыми равно величине всех этих меньших частиц, и что подобным же образом эти более мелкие частицы снова составлены из еще более мелких, которые все вместе по величине равны всем порам или пустым пространствам между ними» (там же, стр. 204). Мы видим, что Ньютон говорит здесь о возможном иерархическом строении материи. Ясно, что представление о точечных частицах исключало бы подобного рода картину. К этому можно добавить замечание об идеях М. Ломоносова, который в 1748 году выдвинул проблему объяснения пропорциональности массы тела и его веса на основе представлений об атомистической структуре материи. В письме к Эйлеру он показал, что эта пропорциональность с необходимостью ведет к мысли о внутриатомной структуре по крайней мере для атомов некоторых веществ. Само собой разумеется, что эти представления Ломоносова находятся еще полностью в рамках классических идей, так как атомы, по Ломоносову, хотя и обладают некоторыми пустотами, тем не менее остаются неизменными и неразрушаемыми. В связи с этим существенно подчеркнуть, что классическая физика во времена Ньютона и Ломоносова еще не мыслила атомы в виде непротяженных частиц («без пространственной протяженности»). Такого рода представления появились лишь во второй половине XVIII столетия. В частности, система Бошковича, в которой атомы представляются как непротяженные точки, обладающие инерцией, была развита не только на основе механики Ньютона, но и существенно опиралась на идеи Лейбница. Нет сомнения, что теоретическая система механики в качестве элементарного объекта предполагает материальные точки. Однако физика Ньютона полностью покоится на представлении о протяженных дискретных частицах материи.

*К стр. 55\*.*

Исследование М. Джеммера выявляет новый аспект понятия количества материи. Это понятие оказывается связанным не только с материалистическими философскими системами типа античной атомистики, но и со схоластическими теологическими изысканиями средневековой философии. Более того, именно эти изыскания служат отправным пунктом наиболее развитой трактовки и развернутого обоснования понятия количества материи. Факты из исто-

рии средневековой философии, приведенные М. Джеммером, показывают, что само по себе понятие количества материи вне рассмотрения других аспектов понятия массы не может служить критерием правильного философского подхода в процессе анализа содержания понятия массы. Существующая в нашей литературе у некоторых авторов тенденция к однозначной связи понятия количества материи с научной материалистической трактовкой понятия массы оказывается в свете фактов истории развития этого понятия несостоятельной. Таков, как нам представляется, важный результат исторического анализа проблемы, проведенный М. Джеммером в данной главе.

*К стр. 75.*

М. Джеммер на предшествующих страницах обсуждает существенную проблему о соотношении понятий плотности и массы. Важность этой проблемы заключается, в частности, в следующем. Э. Мах полагал, что определение понятия массы как величины пропорциональной плотности и объему тела содержит логический круг, так как плотность в свою очередь может быть определена как масса в единице объема (см. стр. 76 настоящей книги). Замечание Э. Маха относительно ньютоновского определения понятия массы, естественно, вытекало из отрицания атомизма, что характерно для теоретико-познавательных воззрений Э. Маха. Признание атомизма позволяет в полном соответствии с воззрениями Ньютона устранить логический круг, усмотренный Э. Махом в ньютоновском определении массы, и определить понятие плотности как число частиц в единице объема независимо от понятия массы. Разумеется, речь идет здесь о классическом атомизме, поскольку это касается ньютоновского определения понятия массы. Нет сомнения, что Ньютон был атомистом и, хотя определение понятия массы в «Началах» не содержит прямой ссылки на атомизм, тем не менее его пояснения к определению  $\Sigma$  не оставляют сомнений на этот счет. Такое понимание ньютоновского определения понятия массы высказывалось В. Томсоном, П. Тейтом, Ф. Розенбергом, И. Коуеном, Э. Хоппе и др.

*К стр. 78.*

См. комментарии к стр. 37.

*К стр. 83.*

«Введение понятия массы было прогрессом не только в механике. Это понятие позволило Лейбницу разделить понятие материи и понятие пространственной протяженности, так как коэффициент, названный массой, представляет собой число, но не есть пространственная характеристика» (споска 7).

*К стр. 87.*

«В откровенной теологии я берусь доказать, пожалуй, не истину (ибо ее сводят к откровению), но возможность тайств против глумлений неверующих и атеистов, чтобы потребовать от них

отказа от всех противоречий, то есть (я берусь) доказать возможность троицы, воплощения и евхаристии... Что касается меня, то я после глубоких исследований пришел к заключению, что могу взяться за доказательство возможности таинства евхаристии, как эта последняя определена на Тридентском соборе, во сохранение истинной философии, что многим может показаться невероятным. Я желаю доказать, что необходима сила принципов истинной философии, [ибо] в каждом теле существует высший бестелесный субстанциальный принцип, обладающий различным могуществом; и еще то, что древние и схоласты называли субстанцией, не могли ясно определить, [я же берусь] доказать при помощи значительно меньшего количества своих суждений» (сноска 17).

*К стр. 93.*

М. В. Ломоносов сформулировал принцип сохранения вещества еще в 1748 году в следующих словах: «Сколько к одному телу прибавится вещества, столько же отнимется от другого» (М. В. Ломоносов, Избранные философские произведения, М., 1950, стр. 160).

*К стр. 99.*

«Когда я стараюсь устранить все метафизические элементы из естественнонаучных воззрений, то при этом я не думаю, что также должны быть устранены и все образные представления, если таковые окажутся полезными и будут пониматься лишь как образы. Но критика метафизики достигнет еще меньших результатов, если она выступит, например, против всех до сих пор ценных основоположений. Можно, скажем, иметь вполне обоснованные сомнения относительно метафизического понятия «материи» и вместе с тем не испытывать необходимости элиминировать ценное понятие «массы», так как можно рассматривать это понятие примерно в том виде, какой я придал ему в «Механике», и, как легко догадаться, именно потому, что это понятие означает всего лишь выполнение важного равенства» (сноска 18).

*К стр. 108.*

Прежде всего необходимо отметить, что в русском оригинале книги А. Ф. Иоффе в соответствующем месте говорится следующее: «Мы склонны были считать массу мерой количества вещества, постоянной, не зависящей от состояния движения. Теория относительности установила, наоборот, что масса зависит от скорости движения тела» (А. Ф. Иоффе, Основные представления современной физики, М., 1949, стр. 25). В данном случае М. Джеммер, к сожалению, не дает прямой ссылки на книгу А. Ф. Иоффе (ни на русское, ни на английское ее издание) и мы вынуждены поэтому констатировать, что, по-видимому, в английском переводе этой книги допущены существенные неточности. М. Джеммер пользовался не известным нам английским переводом книги А. Ф. Иоффе. Из приведенной нами цитаты не следует, что А. Ф. Иоффе определяет массу как «меру количества материи». Он совершенно справедливо утверждает, что прежнее классическое представление, согласно которому масса рассматривалась как мера количества

вещества, должно смениться новым представлением, согласно которому масса тела изменяется в зависимости от скорости движения. М. Джеммер верно замечает, что понятие массы играет важную роль в материалистической философии, в том числе и в современном научном мировоззрении. Эта роль выявляется в проблеме взаимного влияния естествознания и философии. Легко видеть, что при верном подходе к этой проблеме нет ни исторических, ни теоретических оснований связывать классическую трактовку понятия массы как количества материи с современной материалистической философией.

В классическом атомизме материя мыслилась в форме неделимых атомов. Масса в силу этого могла рассматриваться как число атомов в объеме тела, иначе говоря, как количество материи. Современный атомизм дает другую, более сложную картину микроструктуры материи. Взаимная превращаемость частиц, возможное изменение их числа в единице объема, открытие и исследование поля как специфической формы материи — таковы в самом кратком выражении особенности структуры материи, вскрытые современной наукой. Классическое понятие массы в смысле количества материи сохраняет свое значение для вещества, т. е. для частиц, обладающих собственной массой, и имеет силу лишь для определенных условий движения этих частиц (сравнительно малые скорости их движения) и соответствующих макроскопических тел. Но оно теряет свою силу в качестве общего понятия. Современный материализм, естественно, не связывает свои принципы с таким именно содержанием понятия массы как общего свойства материи. Масса, оставаясь выражением инертных и гравитационных свойств, получает свою количественную меру в зависимости от особенностей конкретных физических объектов, обладающих специфическими типами проявления этих свойств. Понятие количества материи и понятие массы становятся полностью независимыми. Инерция, а значит, и инертная масса обнаруживают связь с временными свойствами движущейся материи; гравитационная масса — с геометрией мира, т. е. с пространственными свойствами материи. Введение строгой меры этих свойств становится особой процедурой связанной скорее со свойствами симметрии пространства и времени, чем с наглядным образом неделимых частиц.

Понятие массы в связи с этим становится лишь выражением фундаментальных свойств материи. Только фантастические допущения относительно отрицания этих свойств как всеобщих может вести к мысли о возможности существования материальных объектов, не обладающих массой. Однако сама по себе общность того или иного свойства материи не дает еще основания ввести меру материи. Пространство является весьма общим свойством материи, но современная наука не разделяет идею Декарта, который полагал, что пространство выражает сущность материи и может, следовательно, служить в качестве ее меры. Масса как мера инерции, например, может рассматриваться в качестве особого весьма общего свойства материи, но сама по себе общность этого свойства не дает еще основания объявлять массу мерой материи. Понятие количества, необходимое для введения понятия меры, может получить применение на основе выявления дискретности данного вполне опреде-

ленного качества. Если обнаружилось, что объект измерения качественно неоднороден (многокачествен), то по смыслу самого понятия мера такого объекта возможна лишь как мера именно того общего, что принадлежит этим качественно разнородным элементам. Классическое понятие массы в смысле количества материи опирается на представление о качественно однородных неделимых дискретных частицах материи. Материя, как мы знаем ее в настоящее время, качественно неоднородна. Мы можем ввести лишь меру тех или иных общих и тем самым фундаментальных ее свойств. Для того чтобы на современном уровне научного знания перейти от меры общих свойств материи к общей мере самой материи, необходим особый теоретический анализ взаимоотношения понятия свойств и объекта. Если такой анализ не проведен, то простой перенос меры одного из свойств материи на саму материю неизбежно возвращает нас к классическим представлениям о структуре материи.

*К стр. 117.*

В трактовке понятия массы у Оствальда содержится верная мысль. Он рассматривает массу как свойство, от которого зависит величина энергии тела. Масса с этой точки зрения представляется как емкость энергии. Такой аспект понятия массы вполне согласуется с данными современной физики. Известный закон взаимосвязи массы и энергии дает основание для подобного рода трактовки понятия массы. Разумеется, этот аспект не исчерпывает всего содержания данного понятия. Существование, однако, заметить, что такая трактовка понятия массы сама по себе не дает основания к тому, чтобы говорить о десубстанциализации материи, о чем идет речь у М. Джеммера. Конечно, представление о пассивном и индифферентном субстрате снимается такой трактовкой. Однако активность материального субстрата предполагает существование определенных типов инвариантности, свойственных этому субстрату. Чистая активность просто немыслима вне сохраняющихся элементов. Поэтому в материальном объекте именно в силу его активности всегда содержится субстанциальный элемент.

*К стр. 127.*

Фундаментальные понятия, содержащиеся в структуре научной теории, принципиально не могут раскрыть свое полное содержание в рамках данной теоретической системы. Об этом свидетельствует, в частности, известная теорема о неполноте формальных систем. Материал, приведенный М. Джеммером в главе IX, служит хорошей иллюстрацией этого положения. Тот факт, что многочисленные попытки формализации механики не принесли какого-либо дополнительного разъяснения физического смысла понятия массы, свидетельствует лишь о его особой роли в системе физических законов. Оно должно быть в числе исходных понятий, вводимых в теорию. И конечно, само собой разумеется, развертывание его содержания в данной системе законов связано с построением теории. Попытки исчерпать его содержание общефилософским определением, равно как и стремление ограничить его значение внутренними отношениями теоретической системы, не приводят к успеху.

Если уподобить физическую теорию зданию, стоящему на фундаменте основных принципов, то понятие массы в качестве фундаментального находится на линии, отделяющей само здание теории от ее фундамента, уходящего в глубь более широких принципов человеческого познания.

*К стр. 151.*

Идея переноса энергии и соответствующая теорема были опубликованы Н. А. Умовым в его работе «Уравнения движения энергии в телах» еще в 1874 году, т. е. за 10 лет до открытия Пойнтинга. К сожалению, отрицательное отношение к этой идее со стороны А. Г. Столетова задержало всеобщее признание открытия Н. А. Умова. В нашей научной литературе принято говорить о «теореме Умова — Пойнтинга».

*К стр. 159.*

М. Джеммер делает здесь обобщающий вывод. Однако этот вывод не следует однозначно из того научного материала, который так обстоятельно представлен в главе об электромагнитной массе. Конечно, исследование природы электромагнитной массы приоткрыло сложную структуру фундамента материи. И вместе с тем это исследование дало одно из существенных оснований рассматривать само поле как вид материи. Последующее развитие физики подтвердило это фундаментальное открытие. Если поле есть местонахождение энергии, то тем самым носителем энергии по-прежнему остается материя, один из ее видов.

В самом конце главы М. Джеммер формулирует, как он говорит, принцип современной физики и современной философии. Выразим его здесь следующим образом: деятельность материи определяется не тем, что она есть, скорее материя сама определяется своей собственной деятельностью. Но это означает лишь новое выражение давно известного диалектического принципа: движение есть форма существования материи. Если современная физика обнаружила материальный объект, само существование которого предстает как специфическая форма активности, то это означает лишь, что современное научное знание выявило объект, где этот диалектический принцип действует непосредственно. Вместе с тем необходимо заметить, что движение не может быть глубоко познано вне открытия тех или иных противоположных ему моментов. Это положение составляет другое идущее далее требование диалектического понимания природы. Если мы констатируем активность и только активность, то познание при этом вынуждено оставаться на уровне описания природных процессов. Часто такая позиция в трактовке материи и ее движения связана с представлением научной теории как системы соглашений или описаний, посредством которых наблюдаемые величины сопоставляются с соответствующими процедурами наблюдения. В комментарии к стр. 117 было уже отмечено, что идея активности сама по себе не приносит ожидаемых результатов вне идеи сохраняющихся элементов. Только выявление инвариантных аспектов движения позволяет формулировать законы и находить структуру объекта. Тем самым откры-

вается возможность отойти от трактовки научной теории только как системы описания эмпирически наблюдаемых фактов. Научную теорию при этом можно рассматривать как систему знания, описывающую определенные законы материального движения. Известно, что любой закон науки есть выражение устойчивого, сохраняющегося в непрестанно текущих процессах природы. Все это означает, что материя существует, как она существует, только потому, что движение, будучи формой ее существования, содержит в себе моменты инвариантного. Или по-другому: материя есть то, чем она является не потому, что она просто движется, но природа ее движения такова, что определяет устойчивым образом именно то, чем она является.

*К стр. 171.*

М. Джеммер говорит здесь о концептуальном характере зависимости массы от скорости движения частицы, т. е. о зависимости самого существования физического эффекта от нашего произвольного определения физических понятий. Это означает, что существует такая возможность определения понятия массы, когда этот эффект изменения массы отсутствовал бы, но при этом имели бы место другие физические явления. Несомненно, что такая точка зрения не может быть принята по отношению к развитой и экспериментально проверенной физической теории. В конце главы XII М. Джеммер приходит к выводу, что, поскольку приняты конкретные определения теоретических понятий, процесс экспериментального подтверждения теории становится единственно значимой операцией. В результате не остается сомнений в том, что именно масса изменяется в зависимости от скорости движения, и этот факт невозможно изменить никакими произвольными определениями понятий. Остается только добавить, что принятие того или иного определения не является вполне произвольной операцией, но вытекает в конечном счете из всей системы развивающейся физической теории.

*К стр. 178.*

Вся проблема здесь носит типично понятийный характер, и решение ее в конечном счете определяется теоретико-познавательными принципами. Если устранить из рассмотрения понятие материи, соответствующим образом истолковав новые данные физики, тогда система физических понятий неизбежно приводит в данном случае к следующему ходу мыслей. Пространство есть местонахождение энергии, как говорит М. Джеммер. В известном смысле это, конечно, верно. Но здесь мы должны напомнить, что энергия однозначно связана с массой. Там, где имеет место масса, имеется и соответствующая энергия. И там, где имеет место энергия, мы можем найти и соответствующую этой энергии массу. Чистая энергия вне ее связи с массой не имеет смысла в силу известного закона взаимосвязи массы и энергии, о котором М. Джеммер будет говорить несколькими страницами ниже. Если это так, возникает вопрос: какому объекту принадлежит масса, соответствующая данной энергии? Если мы устраним здесь понятие материи, то остается только приписать массу самой энергии. При этом придется говорить

об инертности энергии. М. Джеммер на стр. 182, ссылаясь, в частности, на М. Борна, говорит именно об инертности энергии. Такую трактовку взаимоотношения понятий массы и энергии едва ли можно принять и последовательно провести. Если энергия инертна и если она перемещается в пространстве и может иметь определенную плотность, если к тому же энергии можно приписать ряд других свойств, тогда мы снова возвращаемся к тому понятию, от которого с самого начала отказывались, т. е. к понятию материи. Произошла лишь замена слова — вместо материи стали говорить об энергии. Энергия превратилась в субстанцию, наделенную всеми теми свойствами, какие до сих пор полагались материи. Устранив с самого начала понятие материи, мы приходим к необходимости ввести это понятие под другим названием. Однако такого рода искусственное введение понятия материи при словесном его отрицании ведет к весьма противоречивому и сложному переплетению физических понятий. Более стройная концептуальная картина, отвечающая логике природы, может быть получена в данном случае, если с самого начала полагать, что перенос энергии совершается не в пустом пространстве, как об этом говорит М. Джеммер, а именно в среде, в электромагнитном поле, которое можно рассматривать как один из видов материи.

*К стр. 185, 187, 189.*

На указанных страницах М. Джеммер говорит, во-первых, о тождественности массы и энергии, во-вторых, о превращении материи и энергии и, наконец, о взаимопревращении массы и энергии. Следует сказать прежде всего, что все эти утверждения относятся к области интерпретации научных фактов, но не к самим фактам науки. Допустим, что масса и энергия действительно тождественны. М. Джеммер выражает эту мысль следующим образом: масса и энергия — различные названия для одной и той же физической сущности. Но что же можно сказать об этой единой физической сущности, различные аспекты которой выражаются словами — масса и энергия. Может быть, этой сущностью является энергия? К этому выводу склоняется, например, Б. Рассел, который в цитате на стр. 185 говорит, что не материя, а энергия является основоположной в физике. Но если именно энергия является той единой сущностью, аспектами которой являются масса и энергия, то при этом совершенно необходимо разъяснить, почему именно энергия оказывается одновременно и сущностью и аспектом этой сущности. В то же время о массе ничего подобного не говорится. То есть масса и энергия оказываются нетождественными, но это противоречит первоначальному допущению.

Далее, что означает утверждение о превращении материи в энергию? Если речь идет о таком превращении, то тем самым придается некоторый смысл понятию материи. Этим указывается на особое свойство материи — ее превратимость в энергию. Но если допустить, что материя превратима в энергию, то мы должны допустить и обратный процесс, а именно превращение энергии в материю. Этот процесс не может быть односторонним. Если бы в природе существовал только один процесс превращения материи в энергию и не существовало бы обратного процесса, то первого рода процесс

давно бы уже закончился. Конечно, всегда возможно особого рода допущение, например допущение, что мы живем именно в ту эпоху, когда происходит односторонний процесс превращения материи в энергию. Однако само это допущение, необоснованность которого мы хотим здесь показать, опирается на истолкование каких-то вполне определенных научных фактов. Но факты эти таковы, что из них никак нельзя вывести наличие какого-либо одностороннего процесса. Обычно, говоря о превращении материи в энергию, ссылаются на превращение электронно-позитронной пары в гамма-кванты. Об этом М. Джеммер говорит, в частности, на стр. 187. Существует, однако, и обратный процесс — превращение гамма-квантов в пару электрон и позитрон. Это, разумеется, хорошо известно. Но этот известный факт означает, что если уж говорить о превращении материи в энергию, то на том же основании следовало бы говорить и о превращении энергии в материю. Если, однако, материя превратима в энергию и в свою очередь энергия превратима в материю, то по самому смыслу подобного рода симметричных превращений оказывается, что во Вселенной ни материя, ни энергия не исчезают. Во-первых, потому, что во Вселенной, даже если допустить где-то односторонний процесс, непременно найдутся участки, где этот процесс компенсируется противоположным процессом. Во-вторых, потому — и это самое существенное в нашем возражении М. Джеммеру, — что в любых превращениях, какими бы они были, необходимо остается неустранимая основа. Процесс взаимных превращений невозможен без того, чтобы в этих превращениях нечто не оставалось бы пребывающим. Если выразить эту мысль на философском языке, то можно сказать, что какие бы превращения вещей ни происходили, их бытие неустранимо. Исчезновение одной вещи компенсируется возникновением другой. При этом обнаруживается, что сохраняющаяся основа превращений может быть самой различной — это либо вещи, либо свойства, либо отношения. В определенных превращениях атомных ядер сохраняется, например, общее число участвующих в реакции составных элементов ядра — элементарных частиц. В превращениях элементарных частиц сохраняются фундаментальные их свойства: энергия, заряд, импульс и т. п. Нелепо было бы утверждать, что в превращениях элементарных частиц, скажем, в превращениях электрона и позитрона, частицы исчезают как таковые и вместо них появляются другие частицы. Сохраняется в этих превращениях нечто третье.

Если делать обобщающие утверждения относительно фактов взаимных превращений элементарных частиц, то логично говорить не о превращении материи в энергию, а о взаимном превращении материальных объектов. Элементарные частицы есть частицы материи, и их превращение друг в друга означает взаимное превращение видов материи. Конкретные элементарные частицы могут исчезать или возникать. Но за этим возникновением или исчезновением их физика обнаруживает инвариантные параметры. Они-то и составляют известное нам основание процессов исчезновения и превращения частиц. Эту мысль можно выразить проще: отдельные конкретные виды материи могут исчезать и возникать, сама же материя не исчезает и не возникает.

М. Джеммер говорит далее на стр. 183, что масса и энергия взаимным образом и полностью превратимы друг в друга. С этим утверждением невозможно согласиться. Здесь, как и в предыдущих, аналогичных этому утверждениях, нет физической проблемы. Речь идет исключительно о логике понятий. Нет никакого сомнения в том, что электронно-позитронная пара превращается, например, в гамма-излучение. Нет сомнения и в том, что этот широко известный физический факт служит одним из наиболее впечатляющих подтверждений теории относительности, точнее, закона взаимосвязи массы и энергии, вытекающего из этой теории. Более того, именно это открытие дает нам наглядный пример диалектики материальных превращений. Однако этот несомненный физический факт представляется М. Джеммером как превращение массы в энергию. Неясность и необоснованность этого утверждения обнаруживается в связи с тем, что превращение частиц, первоначально выраженное в понятиях объектов или вещей (электронно-позитронная пара, гамма-излучение), неожиданным и непонятным образом формулируется в других понятиях, а именно в понятиях свойств этих объектов или вещей. Из того факта, что имеет место превращение вещей, делается без всяких дополнительных пояснений вывод, что имеет место превращение их свойств. С точки зрения современной физики масса не есть вещь. Масса представляет собой одно из фундаментальных свойств любого материального объекта. Если, говоря о превращении массы в энергию, имеют в виду собственную массу частиц или, иначе, массу покоя, то в таком случае нелогично было бы сослаться на закон взаимосвязи массы и энергии как на общий закон природы. А между тем этот закон имеет силу для любого типа энергии, а следовательно, и для любого типа массы. Масса покоя действительно может исчезать, но только потому, что исчезает сам объект. В нашем случае — электронно-позитронная пара, которая обладала набором других свойств. Утверждение о превращении массы в энергию в этом смысле остается необоснованным. Из того, например, что резиновый шар может изменять свой объем и свою поверхность, не следует, что при этом его объем превращается в поверхность, хотя при этом мы можем и знать строгую математическую зависимость между объемом и поверхностью. Конечно, понятие вещи и понятие свойства — относительные понятия. Но в тех случаях, когда понятие вещи фиксировано, тем самым фиксировано и понятие ее свойств. Существенные свойства материи в процессах превращения материальных объектов (в данном случае элементарных частиц) не исчезают, они сохраняются. Они изменяют лишь свою форму, как это происходит с энергией. И если масса является столь же общим свойством, как и энергия, то утверждение о превращении массы в энергию представляется необоснованным утверждением, не вытекающим из известных фактов науки.

*К стр. 191.*

М. Джеммер здесь делает допущение, что «закон Лавуазье справедлив также и в релятивистской физике». При этом записывается этот закон в его классической форме. После этого М. Джеммер приходит к выводу, что современная физика опровергает закон. Нельзя не заметить, что логическая структура этого доказательства

такова, что вначале делается, очевидно, ложное допущение (закон в его классической форме справедлив в современной физике), а затем из этого ложного допущения делается утверждение, принимаемое за истинное (современная физика опровергает закон). Ясно, что такого рода вывод логически не обоснован. М. Джеммер доказывает, в сущности, что закон сохранения материи в его классической форме неприменим в современной науке. Но это очевидно. Дело, однако, в том, что этот закон принимает новую форму и в этой новой форме он выполняется и в современной науке. Эта новая форма требует учета закона взаимосвязи массы и энергии, равно как и учета сохранения других фундаментальных свойств материи.

*К стр. 193, 195.*

М. Джеммер снова возвращается здесь к мысли о тождественности массы и энергии. Но в свете того факта, что в теории относительности имеется единый закон сохранения массы и энергии, не вернее ли будет утверждать, что этот закон имеет особый смысл, особое содержание? В общем случае в природе действует именно этот закон. Но это не исключает, а предполагает в специальных условиях независимое применение законов сохранения массы и сохранения энергии. Можно принять термин «массэргия», понимая под этим нераздельность и глубокую взаимосвязь массы и энергии. Однако нераздельность и взаимосвязь не исключают различия. Полное тождество массы и энергии не выводимо из этой взаимосвязи. Такого рода вывод может следовать лишь при допущении, что масса и энергия взаимопревращаемы. Эту мысль М. Джеммер и подчеркивает на стр. 194. Переход от раздельного рассмотрения массы и энергии к единому образу «массэргии» он связывает с допущением полного превращения собственной массы частиц в энергию. В предыдущих комментариях мы уже говорили о неубедительности такой интерпретации известных фактов взаимного превращения частиц. Из того факта, что материальные объекты взаимопревращаемы, не следует, что взаимопревращаемы и фундаментальные свойства. Если позитрон и электрон превратились в гамма-фотоны, то эти последние не могут рассматриваться как чистая энергия. Даже согласно М. Джеммеру, их следует трактовать как вид «массэргии». К этому необходимо добавить, что фотоны обладают, например, определенным спином, имеют импульс, величину которого можно вычислить, зная энергию и скорость. Очевидно, что у фотонов нет собственной массы, или, иначе, массы покоя. Но это не означает, что у них полностью отсутствуют инертные свойства. Уже свойственный фотонам импульс указывает на эти свойства. Можно допустить, что фотоны обладают своеобразной инерцией, величину которой можно вычислить на основе закона  $E = mc^2$ . Все это заставляет думать, что мы имеем здесь дело не с чистой энергией, энергией как таковой, а с особым типом материальных частиц. Понятие «массэргии», описывающее единство массы и энергии, применимо, таким образом, ко всем частицам, и оно может быть рационально истолковано как выражение этого единства. Можно сказать, что «массэргия» является именно тем третьим сохраняющимся элементом превращений, без которых бессмысленны никакие превращения. Необходимость введения этого необычного понятия

объясняется тем, что М. Джеммер исключил из своего рассмотрения понятие материи в его общем значении. Если это понятие и употребляется им, то только в смысле вещества, т. е. частиц с неизменяющейся массой покоя. Такого рода произвольное ограничение понятия материи не проходит бесследно. Логика научных фактов заставляет в своеобразной форме вернуться к этому искусственно утраченному понятию то под видом субстанциальной энергии, то под видом «массэргии».

*К стр. 195\*\*.*

Исследования квантовых флуктуаций света и наблюдение их визуальным методом впервые были проведены С. И. Вавиловым в серии работ, осуществленных еще в 1932—1941 годах. См., например, «Доклады Академии Наук СССР», т. 16, 1937, стр. 267. Подробнее см.: С. И. В а в и л о в, Микроструктура света, М., 1950.

## ИМЕННОЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Абеляр П. (Abelardus, P.) 43  
 Абрагам (Abraham, M.) 10, 14, 151, 152, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 171, 172, 174, 187, 188, 189  
 Абу-ль-Худхайл (Abu'l-Hudhail) 52  
 Аверроэс (Ибн Рошд) [Averroes (Ibn Rushd)] 46, 47, 48, 51, 54  
 Авиценна (Ибн Сина) [Avicenna (Ibn Sina)] 23, 46, 47, 48  
 Айвс (Ives, H. E.) 181, 182  
 Алан Инсулийский (Alanus ab Insulis) 44  
 Александр Галесский (Alexander of Hales) 51  
 Алессандрини (Alessandrini, E.) 117  
 Алкуин (Alcuin) 43  
 Ал-Кхазини (Al-Khazini) 36  
 Альберт Саксонский (Albert of Saxoni) 15, 57, 65  
 Альберти (Alberti, H. J. von) 25  
 Аль-Бируни (Albiruni) 36  
 Альгазен (Alhazen) 78  
 Амбарцумян В. А. 207  
 Анаксагор 33  
 Андрад (Andrade, J.) 96, 98  
 Ансельм Кентерберийский (Anselm Canterbury) 43  
 Аппель (Appell, P.) 96, 98, 104  
 Аристотель 25—30, 38, 40, 45, 46, 48, 50, 51, 54, 57, 60, 68, 89, 92, 95 232, 233,  
 Аристофан 17  
 Архимед 35, 36, 37  
 Асколи (Ascoli, M.) 117  
 Ассман (Assmann, E.) 18, 19  
 Балиани (Baliani, G.) 69, 79  
 Барроу (Barrow, I.) 36, 82  
 Бассфренд (Bassfreund, J.) 31  
 Беда Достопочтенный 43  
 Беекман (Beeckman, I.) 69, 78  
 Бейнбридж (Bainbridge, K. T.) 186  
 Бейтмен (Bateman, H.) 226  
 Бенч (Bäntsch, B.) 22  
 Бергман (Bergmann, P. G.) 168  
 Беренгар Сильвестр Турский (Berengarius Turonensis) 43  
 Бернар Шартрский (Bernard of Chartres) 43  
 Бернулли И. 81, 85  
 Берт (Burt, E. A.) 74, 82  
 Бертран (Bertrand, J.) 225  
 Бессель (Bessel, F. W.) 80, 132  
 Бестельмейер (Bestelmeyer, A.) 172  
 Бет (Beth, E. W.) 126  
 Бланк (Blanc, E.) 108  
 Блез (Blaise, A.) 16  
 Блок (Bloch, L.) 73  
 Блохинцев Д. И. 209  
 Блэкетт (Blackett, P. M.) 187  
 Бойль (Boyle, R.) 73, 74  
 Бойсек (Boisac, E.) 18  
 Больцман (Boltzmann, L.) 149  
 Бонди (Bondi, H.) 132, 133  
 Бонетти (Bonetti, F.) 117  
 Бопп (Bopp, F.) 207  
 Борелли (Borelli, G. A.) 69  
 Борн М. 182, 200, 205, 242  
 Бовсер (Bowser, E. A.) 73  
 Боффито (Boffito, F.) 53  
 Бошкович (Boscovich, R. J.) 85  
 Бозций 27, 51  
 Браунбек (Braunbeck, W.) 187  
 Бредли (Bradley, W.) 15  
 Брилл (Brill, D. R.) 228  
 Бриссон (Brisson, M.) 94

- Брoгэм (Brougham, Henry, Lord) 76,  
 де Бройль (Broglie, L. de) 12  
 Буллиальд (Bullialdus, J.) 175  
 Буридан 35, 36, 56, 57, 64  
 Бутру (Boutroux, P.) 25  
 Бухерер (Bucherer, A. H.) 158, 172  
 Буш (Bush, V.) 175  
 Бьеркнес (Bjerknes, C. A.) 148  
 Бюне (Beaune, F. de) 66
- Валлер** (Waller, I.) 204  
**Валлис Дж.** (Wallis, J.) 69, 162  
**Ванни** (Vanni, G.) 117  
**Вагагин** (Watagin, G.) 207  
**Веблен** (Veblen, O.) 226  
**Вейль** (Weyl, H.) 10, 213, 226  
**Венцель** (Wentzel, G.) 207  
**Вергилий** 16  
**Вестфаль** (Westphal, W.) 132, 133  
**Видеман** (Wiedemann, E.) 36  
**Викер** (Vicaire, E.) 129, 130  
**Вильем из Мёрбеке** (William of Moerbeke) 36  
**Вильсон В.** (Wilson, W.) 188, 199  
**Вильсон Э.** (Wilson, E. D.) 158  
**Вильям Альнвик** (William of Alnwick) 64  
**Вильям Конческий** (William of Conches) 43, 49  
**Вин** (Wien, W.) 149, 150, 151, 187  
**Вислиценус** (Wislicenus, J.) 82  
**Висс** (Wyss, J. M.) 49  
**Витрувий** (Vitruvius) 36, 37  
**Вольтерра** (Volterra, V.) 225  
**Вольф** (Wolff, C.) 89  
**Вольфсон** (Wolfson, H. A.) 23, 46  
**Вольц** (Wolz, K.) 173  
**Врен** (Wren, C.) 69, 162  
**Вуджер** (Woodger, J. H.) 118  
**Вульф** (Wulf, T.) 104  
**Вундт** (Wundt, W.) 95
- Габироль** [Gabirol (Avencebrol)] 41, 42
- Газали** (Al-Ghazali) 46, 47  
**Газенэрль** (Hasenöhrl, F.) 181, 186  
**Гайман** (Human, A.) 46, 47  
**Галилео Галилей** 58, 59, 82, 162  
**Гарднер** (Gardner, P.) 22  
**Гаркинс** (Harkins, W. D.) 158  
**Гаррис** (Harris, J.) 15  
**Гассенди** 68, 74, 78  
**Гаусс** 111, 131, 152, 202, 213, 216, 217, 227  
**Гезениус** (Gesenius, W.) 22  
**Гейзенберг В.** 204, 208  
**Гельм** (Helm, G.) 179  
**Гельмгольц Г.** 189  
**ван-Гельмонт Я. Б.** (Helmont, J. B. van) 27  
**Гензель** (Haensel, M.) 192  
**Геннеман** (Hennemann, G.) 185  
**Гервеус** (Hervaeus) 35  
**Гермес** (Hermes, H.) 119, 121  
**Геродот** 17  
**Герц Г.** 96, 111, 112, 149, 166, 179, 182  
**Гесиод** 17, 27, 29  
**Гехт** (Hecht, S.) 195  
**Гёфлер** (Höfler, A.) 110  
**Гиллоч** (Gilloch, J. M.) 215  
**Гильберт Д.** 125  
**Гиппократ** 17  
**Гмелин** (Gmelin, P.) 173  
**Годфри Фонтанесский** (Godfrey of Fontaines) 55  
**Голд** (Gold, T.) 138  
**Гомер** 17, 27  
**Гонорий Августодуненсис** 43  
**Гордон** (Gordon, C. H.) 19  
**Горетти** (Goretti, C.) 117  
**Гофман Б.** (Hoffmann, B.) 206, 221, 226  
**Гофман К.** (Hofmann, K. B.) 35  
**Грабман** (Grabmann, M.) 49  
**Григорий Турский** (Gregorius Turonensis) 16  
**Громмер** (Grommer, J.) 221  
**Гуашон** (Goichon, A. M.) 23  
**Гуго из св. Виктора** (Hugo of St. Victor) 43  
**Гупка** (Hupka, E.) 173  
**Гюй** (Guye, C. E.) 173  
**Гюйгенс Х.** 69, 70, 162

- Д'Аламбер 88, 95, 162  
 Даниель (Daniel, G.) 68  
 ван-Данциг (Dantzig, D. van) 225, 226  
 Дейч (Deutsch, M.) 187  
 Декарт Р. 12, 64, 66, 67, 68, 78, 82, 83, 162  
 Дельбеф (Delboeuf, J. R. L.) 224  
 Демокрит 33, 233  
 Демонакс (Demonax) 34, 35  
 Дессауэр (Dessauer, F.) 195  
 Джексон (Jackson, H. L.) 10  
 Джеммер М. (Jammer, M.) 11, 28, 48, 60, 61, 70, 85, 86, 87, 96, 206, 223, 231—246  
 Джеффрис (Jeffreys, H.) 113  
 Джонсон (Johnson, A. J.) 111  
 Дикстерус (Dijksterhuis, E. J.) 68  
 Диоген Лаэртций 33  
 Дирак П. 66, 146, 205, 207  
 Дитеричи (Dieterici, F.) 40  
 Дюамель (Duhamel, J. M. C.) 96  
 Дюга (Dugas, R.) 162  
 Дюнген (Dungen, F. H. van den) 139, 140  
 Дюринг Е. 95, 107  
  
 Евклид 30, 112  
  
 Жакье (Jaquier, F.) 72  
 Жоель (Joël, M.) 41  
  
 Зеел (Seel, H.) 22  
 Зееман (Zeeman, P.) 132  
 Зелигер (Seeliger, H.) 134, 135  
 Зенек (Zenneck, J.) 225  
 Зигер (Seeger, R. J.) 144  
 Зоммерфельд (Sommerfeld, A.) 154, 186  
  
 Ибель (Ibel, T.) 24  
 Ив (Eve, A. S.) 36  
 Иваненко Д. Д. 207  
 Игнатий (Ignatius) 50  
 Инфельд (Infield, L.) 200, 205, 206, 217, 221, 222  
 Иоганссон (Johannesson, P.) 95  
 Иордан (Jordan, P.) 204  
  
 Иоффе А. Ф. 108, 237  
 Исидор Севильский (Isidore of Sevilla) 16, 21  
  
 Калюза (Kaluza, T.) 226  
 Кальцидий (Chalcidius) 42  
 Кан (Cahn, W.) 182  
 Каннинггэм (Cunningham, E.) 226  
 Кант И. 88—92, 95, 110, 224  
 Карелли (Carelli, A.) 142  
 Карнап (Carnap, R.) 9, 10, 109  
 Кассирер (Cassirer, E.) 83  
 Кастельново (Castelnuovo, G.) 117  
 Кауфман (Kaufmann, W.) 151, 155—158, 172  
 Кеджори (Cajori, F.) 74  
 Кейс (Keys, D. A.) 36  
 Кельвин, лорд [Kelvin, Lord (W. Thomson)] 73, 148, 149  
 Кемпффер (Kaempffer, F. A.) 138  
 Кеплер И. 11, 13, 44, 58—68, 74, 77, 86, 133, 230  
 Кёнитцер (Könitzer, J. S.) 31  
 Кирхгоф Г. 96, 102  
 Кларк (Clark, G. L.) 215, 216, 217  
 Кларк С. (Clarke, S.) 83  
 Кледжет (Clagett, M.) 28, 56  
 Клейн О. (Klein, O.) 226  
 Клейн Ф. (Klein, F.) 212, 213 217  
 Клеман-Мюлле (Clement-Mullet, J. J.) 36  
 Клемперер (Klemperer, O.) 187  
 Клиффорд (Clifford, W. K.) 107, 224  
 Коккони (Cocconi, G.) 140, 141, 142  
 Комсток (Comstock, D. F.) 158, 186  
 Конвей (Conway, A. W.) 158  
 Конт О. 64  
 Коперник Н. 62  
 Корн (Korn, A.) 148  
 Коттлер (Kottler, F.) 225, 226  
 Коуэн (Cohen, I. B.) 73, 74  
 Крамерс (Kramers, H. A.) 208  
 Крейхгауэр (Kreichgauer, D.) 191

- Кроман (Kroman, K.) 95  
 Кру (Crew, H.) 69, 73  
 Крылов А. Н. 70, 72  
 Ксенофонт 18  
 Купманс (Koopmans, C.) 122  
 Курциус (Curtius, G.) 18, 19  
 Кутюра (Couturat, L.) 83, 88, 225  
 Кэмпбелл (Campbell, N.) 167, 168  
 Кюмон (Cumont, F.) 22  
 Лаванши (Lavanchy, C.) 173  
 Лавуазье А. 94, 189, 190, 191, 192, 193, 244  
 Лагранж 161, 162  
 Ландау Л. 201, 205, 218  
 Ланде (Landé, A.) 207  
 Ландольт (Landolt, H.) 192  
 Ланже (Langer, S. K.) 118  
 Ланжевен 186  
 Лаплас П. 135, 147, 223  
 Лаппе (Lappe, T.) 52  
 Лассвиц (Lasswitz, K.) 95  
 Лауэ (Laue, M. von) 203, 206  
 Лебон (Bon, G. le) 185  
 Левкипп 233  
 Лейбниц Г. 10, 64, 66, 83—89, 196, 235, 236  
 Ленц (Lenz, W.) 186  
 Лесёр (LeSeur, T.) 72, 74  
 Липпман (Lippman, E. O. von) 35  
 Лифшиц Е. М. 201, 205, 218  
 Лихнерович (Lichnerowicz, A.) 200  
 Лодж (Lodge, O.) 178  
 Локк Дж. 116  
 Ломоносов М. В. 235, 237  
 Лоренц 10, 149, 152, 155—158, 164—169, 171, 177, 180, 187—189, 201, 226  
 Лотце (Lotze, R. H.) 95  
 Лубин (Lubin, E.) 74  
 Лукиан 18, 34, 35  
 Лукреций Кар 34, 92, 234  
 Лэмпа (Lampa, A.) 113, 115  
 Льюис (Lewis, G. N.) 164, 166, 167, 186  
 Магни (Magni, J. A.) 21  
 Майер А. (Maier, A.) 12, 13, 53, 55, 65  
 Майер В. (Mayer, W.) 226  
 Майор Р. (Mayor, R.) 179, 189  
 Мак-Кинси (McKinsey, J. C. C.) 119, 126, 161  
 Мак-Кри (McCrea, W. H.) 215  
 Мак-Рейнольдс (McReynolds, A. W.) 173  
 Максвелл Дж. К. 95, 109, 110, 136, 143, 145, 146, 148, 149, 152, 156, 159, 166, 177, 182, 203, 207, 225, 226, 227, 228  
 Мансион (Mansion, A.) 29  
 Маргенау (Margenau, H.) 10  
 Маршалль (Maréchal, J.) 52  
 Марсилли 35  
 Марциал 16  
 Маттиоли (Mattioli, N.) 52  
 Мах Э. 14, 61, 76, 83, 84, 88, 96, 98—107, 109, 110, 121, 122, 125, 128, 138, 139, 140, 141, 142, 236  
 Мацотто (Mazzotto, D.) 117  
 Мейе (Meillet, A.) 17  
 Мейер (Meyer, L.) 19  
 Менденгаль (Mendenhall, C. E.) 36  
 Мерсенн (Mersenne, F. M.) 66, 68  
 Метцгер (Metzger, H.) 75  
 Мёллер (Möller, C.) 228  
 Ми (Mie, G.) 179, 180, 188, 203  
 Минковский 164, 169, 171, 215  
 Миснер (Misner, C. W.) 227, 228  
 Мозес Нарбоннский (Moses of Narbonne) 47  
 Моррисон (Morrison, P.) 138  
 Мортон (Morton, W. B.) 143  
 Мун (Moon, P.) 176  
 Мунк (Munk, S.) 41  
 Мунтнер (Muntner, S.) 22  
 Нарликар (Narlikar, V. V.) 130  
 Нейман К. (Neumann, C.) 134  
 Нейман Г. (Neumann, G.) 173  
 Николай из Отрекура 52  
 Николай Кузанский 82, 83  
 Николай Орезмский 57, 64  
 Нордстрём (Nordström, G.) 213  
 Поткер Лабео (Notker Labeo) 27

- Ньютон И. 11, 13, 25, 59, 62, 64, 68, 70—83, 86, 88, 89, 90, 92, 95, 106, 113, 127, 128, 129, 132—136, 152, 155, 156, 161, 162, 197, 223, 230, 234
- Овидий 16  
 Оккиалини (Occhialini, G. P. S.) 187  
 Оливий 78  
 Оливье (Olivier, J. von) 185  
 Оппенгеймер (Oppenheimer, J. R.) 204  
 О'Рейлли (O'Rahilly, A.) 176  
 Оствальд В. 115—117, 193
- Падоа (Padoa, A.) 126, 127  
 Пап (Pap, A.) 11  
 Партридж (Partridge, E.) 18  
 Пасхазий Радбертус 50  
 Паули (Pauli, W.) 204  
 Пауэр (Power, E. A.) 228  
 Пекар (Pekár, D.) 132, 192  
 Пендс (Pendse, C. G.) 105, 106, 122, 124
- Петр Дамиани 50  
 Петр Коместор 43  
 Петр Ломбардский 43, 50, 51  
 Петр Пиктавен 43  
 Пикар (Picard, E.) 112, 113  
 Пирен (Pirrenne, M. H.) 195  
 Пирсон (Pearson, K.) 107, 135, 138
- Пифагор 38, 222  
 Планк М. 165, 186  
 Платон 18, 23, 31, 38, 59, 60  
 Плиний 16, 17, 27  
 Плотин 31, 32, 33, 39—42, 45  
 Плутарх 20, 31, 33, 84  
 Пойнтинг (Poyniting, J. H.) 151, 152, 159, 178, 180, 181, 202, 240
- Помпанатус (Pompanatus) 35  
 Поске (Poske, F.) 95  
 Прокл 39, 40, 41  
 Пуанкаре А. 96, 151, 158, 180, 181, 186  
 Пуассон (Poisson, S. D.) 132, 146, 210, 211, 222
- Рабан Мавр (Rhabanus Maurus) 43  
 Райнич (Rainich, G. Y.) 226, 227, 229  
 Ранд (Rand, A.) 22  
 Рассел Б. 185  
 Ратновский (Ratnowsky, W.) 173  
 Резаль (Résal, H. A.) 96  
 Резерфорд 144  
 Рей (Ray, L.) 192  
 Ремигиус Ауксеркский (Remigius of Auxerre) 43  
 Ржевуский (Rzewuski, J.) 200  
 Риман 224  
 Рич (Reech, F.) 96  
 Ричард Мидлтонский (Richard of Middleton) 53  
 Риччи (Ricci) 226, 227  
 Рише (Richer, J.) 70, 80  
 Роберт Пуллус (Robertus Pullus) 43  
 Роджерс М. (Rogers, M. M.) 173  
 Роджерс Ф. (Rogers, F. J.) 173  
 Розенбергер (Rosenberger, F.) 73, 236  
 Рот (Roth, W.) 192  
 Руарк (Ruark, A. E.) 197  
 Рубий (Rubius, A.) 35  
 Рубин (Rubin, H.) 119  
 Рус (Ruse, H. S.) 216, 217
- Саймон (Simon, H. A.) 122—128  
 Сальпетер (Salpeter, E.) 140—142  
 Сантиллана (Santillana, G.) 58  
 Санторио (Santorio, S.) 27  
 Санфорд (Sanford, F.) 192  
 Саппес (Suppes, P.) 118, 126, 161  
 Саттон (Sutton, R. M.) 36  
 Саутернс (Southerns, L.) 132  
 Свайнсхед (Swineshead, R.) 57  
 Секст Эмпирик 31, 32, 84  
 Сен-Венан (Saint-Venant, Barré de) 14, 96, 97, 98  
 Сенека 27  
 Серль (Searle, G. F. C.) 147, 150  
 Силла (Silla, L.) 117  
 Симплиций 29, 30, 31, 33, 39, 60  
 Смекаль (Smekal, A.) 186

Соссюр (Saussure, R.) 131, 132  
Спенсер (Spencer, D. E.) 175  
Спис (Spees, A.) 172  
Стил (Steele, W. J.) 73

Тарский (Tarski, A.) 125—127  
Тарталья (Tartaglia) 36  
Тати (Tati, T.) 208  
Тацян 49  
Тейт (Tait, P. G.) 73, 236  
Тертуллиан 16, 49, 50  
Тибо (Thibaut G.) 68  
Тихо Браге 59  
Толмен (Tolman, R. C.) 164,  
166, 167, 168

Томазий (Thomasius, J.) 83, 84  
Томсон Дж, Дж. 143, 144,  
145, 186, 187, 236.  
Торелли (Torelli, J.) 36  
Торндайк (Thorndike, L.) 57  
Торричелли Э. 58  
Тюрин (Türin, V. von) 116

Уайт (Whyte, L. L.) 85  
Уайттекер (Whittaker, E. T.)  
177, 216, 217  
Уайтхед (Whitehead, A. N.) 127,  
185  
Уилер (Wheeler, J. A.) 222,  
227—229  
Умов Н. А. 151, 240  
Уолд (Wald, A.) 122

Фарадей М. 192  
Фараго (Faragó, P. S.) 173  
Фекете (Fekete, E.) 132  
Ферми Э. 188, 199, 204  
Фёпл (Föppl, A.) 135—138  
Фибиг (Fiebig, P.) 20  
Филон Александрийский 42  
Фицджеральд (FitzGerald, G. F.)  
145  
Фогтгерр (Vogtherr, K.) 174  
Фолькман (Volkmann, P.) 76,  
104  
Фома Аквинский 51—53  
Фома Саттонский 55  
Фон (Fond, S. de la) 94  
Франк (Frank, P.) 95, 109  
Фрейшине (Freychinet, C.) 93  
Фридман (Friedmann, V. C.) 70

Хаников (Khanikoff, N.) 36  
Хантингтон (Huntington, E. V.)  
108  
Хевисайд (Heaviside, O.) 145,  
147, 148, 150, 151, 155, 187  
Хейдвейлер (Heydweiller, A.)  
192  
Хоппе (Hoppe, E.) 74, 75, 236  
Хоседес (Hosedez, E.) 53  
Хоуленд (Howland, H. N.) 73

Цан (Zahn, C. T.) 172  
Цивет (Ziwet, A.) 109  
Цицерон 27

Чайлд (Child, J. M.) 79  
Чамберс (Chambers, L.) 228

Шварцшильд (Schwarzschild,  
K.) 154, 172, 211, 212  
Шеленц (Schelenz, H.) 36  
Шеллинг Ф. 185  
Шефер (Schäfer, C.) 173  
Шилд (Schild, A.) 208  
Шипли (Shipley, J. T.) 18, 21  
Шифф (Schiff, L. I.) 139  
Шлегель (Schlegel, R.) 197  
Шлер (Schlär, S.) 195  
Шопенгауэр А. 95, 193  
Шрёдингер 198  
Штрайниц (Streinitz, H.) 95  
Штюкельберг (Stüchelberg,  
E. C. G.) 207  
Шугар (Sugar, A. C.) 118  
Шустер (Schuster, A.) 138, 139

Эгидий Римский 12, 49, 52—  
55, 68  
Эддингтон (Eddington, A. S.)  
189, 199, 215, 216  
Эйлер Л. 13, 35, 94—96, 109,  
235  
Эйнштейн А. 12, 164—166,  
172, 174, 182—184, 188, 206,  
209, 213—215, 217, 218, 221,  
222, 226  
Экхарт (Eckhart) 27  
Эмпедокл 33, 92  
Энгельмейер (Engelmeyer, C.)  
110, 111  
Эндрюс (Andrews, E. J.) 73  
Энрикес (Enriques, F.) 75, 76

Энтемен Ларагашский (Entemena of Lagash) 25  
Эпикур 31  
Эпштейн (Epstein, P. S.) 168  
Эренфест (Ehrenfest, P.) 197, 198  
Эрнст (Ernst, F. J.) 221  
Эрну (Ernout, A.) 17  
Эсхил 16  
Этвеш (Eötvös, R. von) 132

Юбаи ал Сахили (Juba'i al Sahili) 52  
Ювайми (Yuwaymi) 52  
Ювенал 16  
Юттнер (Jüttner, F.) 168  
Ягуда (Yahuda, A. S.) 22  
Яноши (Jánossy, L.) 173

## ОГЛАВЛЕНИЕ

От редакции . . . . .	5
Предисловие . . . . .	7
Введение . . . . .	9
<i>Глава I.</i> Этимология слова «масса» . . . . .	15
<i>Глава II.</i> Содержалось ли в древнем мышлении понятие массы? . . . . .	24
<i>Глава III.</i> Понятие инерции у неоплатоников . . . . .	38
<i>Глава IV.</i> Понятие количества материи в средневековом мышлении . . . . .	45
<i>Глава V.</i> Формирование понятия инертной массы . . . . .	56
<i>Глава VI.</i> Систематизация понятия массы . . . . .	66
<i>Глава VII.</i> Философские видоизменения ньютоновского понятия массы . . . . .	82
<i>Глава VIII.</i> Современное понятие массы . . . . .	92
<i>Глава IX.</i> Понятие массы в аксиоматической механике . . . . .	118
<i>Глава X.</i> Понятие гравитационной массы . . . . .	129
<i>Глава XI.</i> Понятие электромагнитной массы . . . . .	143
<i>Глава XII.</i> Понятие массы в теории относительности . . . . .	160
<i>Глава XIII.</i> Масса и энергия . . . . .	177
<i>Глава XIV.</i> Понятие массы в квантовой механике и теории поля . . . . .	197
Комментарии . . . . .	231
Именной указатель . . . . .	247

**М. ДЖЕММЕР**  
**Понятие массы**  
**в классической и современной физике**

Редактор *В. Барсуков*  
Художник *К. Сиротов*  
Художественный редактор *Л. Шканов*  
Технический редактор *Н. Межерицкая*

Сдано в производство 23/I-67 г. Подписано  
в печать 12/VII-67 г. 84×108<sup>1</sup>/<sub>32</sub>=Бум. л. 4.  
Уч. печ.-л. 13,44. Уч.-изд. л. 13,42  
Изд. № 9/7809. Цена 1 р. 03 к. Зак. 786.

Издательство «Прогресс» Комитета по печати  
при Совете Министров СССР  
Москва Г-21, Зубовский бульвар, 21.

Московская типография № 16 Главполиграфпрома  
Комитета по печати при Совете Министров СССР  
Москва, Трехпрудный пер., 9.