С. Е. КАМЕНЕЦКИЙ
В. П. ОРЕХОВ

МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

Пособие для учителей

ИЗДАТЕЛЬСТВО
«ПРОСВЕЩЕНИЕ»
МОСКВА 1971

53(07)
K18

Каменецкий С. Е. и Орехов В. П.

K18 Методика решения задач по физике в средней школе. Пособие для учителей. М., «Просвещение», 1971.

448

В пособии, составленном по новой программе, изложены наиболее общие приемы и методы решения физических задач на I и II ступенях обучения физике в школе, произведен отбор минимума типовых задач по физике для школьников, показана последовательность в решении задач, проведен подробный анализ условий задач и даны подробные решения физических задач по всем темам школьного курса физики.

$\frac{6\text{-}5}{331\text{-}70}$

53(07)

ПРЕДИСЛОВИЕ

В связи с повышением научно-теоретического уровня курса физики средней школы все большее внимание уделяется решению физических задач.

Образовательное, политехническое и воспитательное значение задач в курсе физики средней школы трудно переоценить. Без решения физических задач, курс физики не может быть усвоен. В большинстве школ решению физических задач уделяется значительное внимание. Тем не менее многие учащиеся постоянно испытывают затруднения в решении задач, что наглядно обнаруживается на выпускных школьных экзаменах и на вступительных экзаменах в вузы. Это объясняется не только сложностью данного вида занятий для учащихся, но и недостатками в подборе и методике решения задач по школьному курсу физики.

Сознавая важность задач для изучения физики, многие учителя действуют по принципу: чем больше задач, особенно повышенной трудности, тем лучше. В большинстве случаев это приводит к прямо противоположным результатам: создает перегрузку учащихся, порождает неверие в свои силы, отталкивает от предмета. Поэтому вопросы методики решения задач по физике в средней школе приобретают сейчас особое значение. В пособии поставлена цель познакомить учителя с наиболее общими приемами и методами решения типовых задач, которые формируют физическое мышление учащихся, дают им соответствующие практические умения и навыки, сберегают время. Сейчас в связи с новыми программами, в основу которых положены фундаментальные физические принципы, для этого создаются самые благоприятные условия. В настоящем пособии сделана попытка подобрать типовые задачи разных видов с учетом специфики каждого раздела учебной программы. При этом авторы имеют в виду подготовку учащихся на протяжении всех пяти лет изучения физики. Поэтому после задач средней трудности рассмотрены и более сложные задачи, которые следует предлагать учащимся при повторении или в старших классах во время подготовки к выпускным экзаменам.

В пособие включен также ряд задач повышенной трудности специально для учителя, с тем чтобы обратить его внимание на те или иные «тонкости» или трудности в их решении, а также дать материал для индивидуальной работы с учащимися.

В задачах заключен значительный фактический материал, и авторы придают большое значение максимальному и всестороннему использованию его в учебных и воспитательных целях. Для этого во многих случаях рекомендовано решение задачи несколькими способами, произведен анализ или проверка полученных результатов, даны рекомендации о возможных вариантах условий вопросов. Не анализируются только задачи, решение которых общеизвестно.

Всего в пособии рассмотрено более 900 задач, значительную часть которых составили авторы. Эти задачи могут быть взяты за основу при работе с учащимися. Необходимое для тренировки учащихся дополнительное количество задач учитель найдет в задачниках и учебниках.

Авторы обращают также внимание читателя на обширный список литературы, который приведен в конце пособия. Использование этой литературы даст учителю большой дидактический материал и более полное представление о некоторых специальных вопросах решения задач, которые по понятным причинам не могут быть раскрыты в одной книге. Несомненно, многое добавит и исправит практический опыт работы по новым программам.

При пользовании пособием нужно иметь в виду следующее.

Нумерация задач сквозная. Буква «э» после номера задачи означает, что задача является экспериментальной. Стоящие в скобках примечания вида (№ 75, 105) означают ссылку на соответствующие задачи пособия. Стоящая в скобках цифра, например [60], означает ссылку на литературный источник в соответствии со списком литературы, приведенным в конце пособия. Примечания вида гл. 2,1 означают ссылку на раздел 1 главы 2.

Звездочкой * отмечены задачи повышенной трудности. В них, как правило, содержится та или иная информация для учителя. Эти задачи рекомендуется решать при повторении, в ознакомительном плане или с отдельными учащимися, проявляющими особый интерес к физике.

Отдельные разделы пособия написали:

С. Е. Каменецкий: гл. 2; гл. 11—14; гл. 26—29; гл. 31—32; гл. 35—38.

В. П. Орехов: предисловие, гл. 1; гл. 3 — 10; гл. 15—25; гл. 30; гл. 33—34; список литературы.

Большую помощь в подготовке пособия оказали советами Вячеслав Анатольевич Балаш и Сергей Яковлевич Шамаш, которым авторы выражают свою искреннюю благодарность.

I
Часть

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ МЕТОДИКИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ В КУРСЕ ФИЗИКИ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

ГЛАВА 1

ВИДЫ ЗАДАЧ И ОБЩИЕ ВОПРОСЫ МЕТОДИКИ ИХ РЕШЕНИЯ

1. Задачи как средство обучения и воспитания учащихся на занятиях по физике

Физической задачей в учебной практике обычно называют небольшую проблему, которая в общем случае решается с помощью логических умозаключений, математических действий и эксперимента на основе законов и методов физики. По существу на занятиях по физике каждый вопрос, возникший в связи с изучением учебного материала, является для учащихся задачей. Активное целенаправленное мышление «всегда есть решение задач»[1] в широком понимании этого слова. В методической же и учебной литературе под задачами обычно понимают целесообразно подобранные упражнения, главное назначение которых заключается в изучении физических явлений, формировании понятий, развитии физического мышления учащихся и привитии им умений применять свои знания на практике. Решение задач преследует и многие другие цели: воспитание учащихся, контроль и учет знаний, умений и навыков и т. д.

С сущностью физических явлений учащихся знакомят различными методами: путем рассказа, демонстрации опытов, постановки лабораторных работ, проведения экскурсий и т. д. При этом активность учащихся, а следовательно, глубина и прочность их знаний будут наибольшими тогда, когда создается «проблемная ситуация». В ряде случаев ей может быть придана форма задачи, в процессе решения которой ученик «переоткрывает» для себя физическую закономерность, а не получает ее в готовом виде. В этом случае задача выступает как средство изучения физического явления. С этой целью можно использовать качественные, расчетные, экспериментальные и другие задачи (№ 116, 208, 399 и др.).

Опираясь на имеющиеся у учащихся знания, в процессе решения задач можно подвергать анализу изучаемые физические явления, формировать понятия о физических явлениях и величинах.

---

[1] «Психология», под ред. А. А. Смирнова и др. М., Учпедгиз, 1962, стр. 241.

При решении экспериментальных задач учащимся можно дать некоторое понятие о физическом эксперименте как методе исследования явлений природы, основу которого составляют измерения и математические исследования функциональной зависимости между физическими величинами.

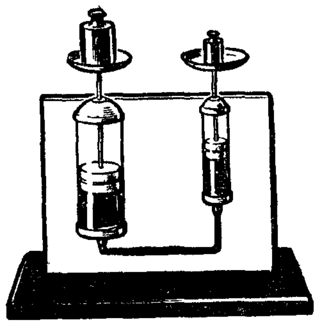


Рис 1.

Например, уже VI классе могут быть решены следующие задачи:

1 (э). Проградуируйте пружину и выразите формулой зависимость ее удлинения от величины приложенной силы.

2(э). Используя модель гидравлического пресса (рис. 1), установите связь между высотой поднятия поршней и величинами их площадей.

Интересный опыт по обучению учащихся составлению эмпирических формул описан Б. Р. Андрусенко [50].

Задачи имеют также большое значение для политехнического обучения учащихся. В них могут содержаться сведения о промышленном и сельскохозяйственном производстве, транспорте, связи, современной технике и т. д. Такие задачи являются одним из доступных для учащихся средств связи теории с практикой, обучения с жизнью.

Задачи с техническим содержанием должны удовлетворять следующим основным требованиям.

Содержание задачи должно быть тесно связано с изучаемым программным материалом. Рассматриваемый технический объект или явление, как правило, должны иметь широкое применение в народном хозяйстве. В задаче должны быть использованы реальные данные о машинах, процессах и т. д. и поставлены такие вопросы, которые действительно встречаются на практике. Технические задачи не только по содержанию, но и по форме должны возможно ближе подходить к условиям, встречающимся в жизни, где в задачах «ничего не дано», а необходимые данные приходится находить по схемам, чертежам, брать из справочной литературы или из опыта. Приведем примеры задач с техническим содержанием.

3. Определить количество оборотов шпинделя токарного станка, если скорость резания 80 *м/мин*, а диаметр обрабатываемой детали 40 *мм*.

В этой задаче имеются все необходимые данные, и нужно только произвести расчеты.

4. Подобрать провод для подводки тока к электродвигателю.

Для решения этой задачи необходимо по паспортным данным определить мощность и к.п.д. двигателя, узнать напряжение на щите, длину проводов и допустимое падение напряжения на них.

Наряду с задачами производственного содержания для связи обучения с жизнью большое значение имеют задачи о физических явлениях в быту. Они помогают видеть физику «вокруг нас», воспитывают у учащихся наблюдательность.

Примерами таких задач могут быть следующие:

5. Рассчитать стоимость электроэнергии, которая потребляется вашей стиральной машиной за 3 *ч*.

6. Какой минимальной высоты должно быть вертикально установленное зеркало, чтобы можно было видеть себя в нем в полный рост? Как его надо расположить?

В целях политехнического обучения задачи важны также как средство формирования ряда практических навыков и умений. В процессе решения задач учащиеся приобретают умения и навыки применять свои знания для анализа различных физических явлений в природе, технике и быту; выполнять чертежи, рисунки, графики; производить расчеты; пользоваться справочной литературой; употреблять при решении экспериментальных задач приборы и инструменты и т. д. Особенно полезны в этом отношении задачи, для решения которых используется трудовой и жизненный опыт учащихся, наблюдения, выполняемые ими во время экскурсий, при работе в школьных мастерских, а также в быту.

Учащимся сельских школ могут задаваться, например, такие задачи.

7. Начертите схему гидравлического подъемника трактора. Узнайте давление в гидросистеме, измерьте диаметр поршня подъемника и определите величину максимального усилия, развиваемого подъемником.

8. Пронаблюдайте выпадение росы. Отметьте температуру воздуха при заходе солнца и в момент выпадения росы. В каких местах роса бывает обильнее? Почему?

Большое количество примеров для составления задач на материале физических опытов и наблюдений в домашних условиях учитель найдет в книге С. Ф. Покровского [133].

Решение задач имеет и большое воспитательное значение. С помощью задач можно познакомить учащихся с возникновением новых прогрессивных идей и взглядов (№ 515—517), с открытиями отечественных ученых (№ 636, 797), обратить их внимание на достижения советской науки и техники. Интересны в этом отношении задачи с данными о полетах первых в мире советских космических кораблей, о гигантских электростанциях на наших реках, о новых технических изобретениях и т. д. Чувство законной гордости вызовет у учащихся материал следующих задач:

9. Мощность двигателей космического корабля «Восток-1» составляла 20 млн. *л. с.* Какое количество «Днепрогэсов» могло бы развить такую же мощность?

10. Советская космическая ракета «Мечта» стала первой искусственной планетой солнечной системы, удаленной от Солнца в среднем на 170 млн. *км*. Определить период ее обращения вокруг Солнца [38, № 256].

Воспитательное воздействие задач заключается также в том, что они являются действенным средством воспитания трудолюбия, настойчивости, воли и характера учащихся. Решение задач — нелегкий труд, требующий большого напряжения сил, он может нести с собой и творческую радость успехов, любовь к предмету и горечь разочарований, неверие в свои силы, потерю интереса к физике. Решение задач — чуткий барометр, по которому учитель может постоянно следить за успехами и настроением учеников и эффективностью своей учебно-воспитательной работы.

2. Классификация задач

Задачи по физике классифицируют по многим признакам: по содержанию, целевому назначению, глубине исследования вопроса, способам решения, способам задания условия, степени трудности и т. д.

По содержанию задачи следует разделить прежде всего в зависимости от их физического материала. Различают задачи по механике, молекулярной физике, электричеству и т. д. Такое деление условно в том отношении, что нередко в условии задачи используются сведения из нескольких разделов физики.

Различают задачи с абстрактным и конкретным содержанием. Примером задачи с абстрактным содержанием может быть следующая:

11. Какую силу нужно приложить, чтобы поднять по наклонной плоскости тело массой m, если длина плоскости l, а высота h? Трением пренебречь. Какова сила давления тела на плоскость?

Если же в задаче будет указано, какая именно используется наклонная плоскость, что за тело и как оно поднимается по ней, то это будет уже физическая задача с конкретным содержанием.

Достоинство абстрактных задач состоит в том, что в них выделяется и подчеркивается физическая сущность, выяснению которой не мешают несущественные детали. Главное достоинство конкретных задач — большая наглядность и связь с жизнью.

Задачи, содержащие материал о технике, промышленном и сельскохозяйственном производстве, транспорте и связи, называют задачами с политехническим содержанием. Эти задачи должны составлять значительную часть задач по физике.

Ряд задач содержит сведения исторического характера: данные о классических физических опытах, открытиях, изобретениях или даже исторических легендах. Такие задачи называют задачами с историческим содержанием (№ 138, 526).

Широкое распространение получили также занимательные задачи. Отличительной чертой их содержания является использование необычных парадоксальных или занимательных фактов и явлений (№ 360, 383). Их решение оживляет уроки, повышает интерес учащихся к физике. Значительное число таких задач имеется в книгах Я. И. Перельмана [131, 132], М. И. Ильина [128], Б. Ф. Билимовича [122].

Физические задачи классифицируют также по степени сложности. Задачи, несложные по содержанию, требующие, например, истолкования смысла формул, подбора систем единиц, нахождения по готовой формуле тех или иных величин и т. п., решают, как правило, в процессе изучения темы.

Более сложные содержат уже проблемную ситуацию и элемент новизны. Этим задачам и уделяют главное внимание на занятиях по физике. Для их решения отводится специальное время, в том числе отдельные уроки по решению задач.

Резкой грани между указанными типами задач нет. Постепенно усложняя задачи, приходят к таким, в которых, подобно тому как это часто бывает в жизни, только поставлена проблема и «ничего не дано». Такие задачи (№ 116, 396) ряд методистов называют «творческими». Большое количество интересных творческих задач учитель найдет в книге В. Г. Разумовского [37], который делит их на два основных вида: «исследовательские» (требующие ответа на вопрос *почему?*) и «конструкторские» (требующие ответа на вопрос *как сделать?*). Творческие задачи могут быть качественными, расчетными или экспериментальными.

В зависимости от характера и методов исследования вопросов различают качественные и количественные задачи. Качественными называют задачи, при решении которых устанавливают только качественную зависимость между физическими величинами. Как правило, вычисления при решении этих задач не производят (№ 52, 53). Иногда этот вид задач в методической литературе называют по-другому: задачи-вопросы, логические задачи, качественные вопросы и др.

Количественными называют задачи, при решении которых устанавливают количественную зависимость между искомыми величинами и ответ получают в виде формулы или определенного числа. При решении таких задач необходимы вычисления. Окончательный ответ на вопрос задачи не может быть дан без количественных расчетов (№ 113, 114).

По способу решения различают устные, экспериментальные, вычислительные и графические задачи. Деление это условно в том отношении, что при решении большинства задач применяют несколько способов. Например, при решении экспериментальной задачи необходимы устные рассуждения, а также во многих случаях вычисления и работа с графиками.

Экспериментальными называют задачи, в которых с той или иной целью используют эксперимент (№ 56, 77). Большое число таких задач учитель найдет в книгах С. С. Мошкова [35] и В. А. Зибера [25].

Графическими называют задачи, при решении которых используют графики (№ 323, 543). Методика решения этих задач подробно описана Л. И. Резниковым [6].

Порядок решения задач разных типов зависит от многих обстоятельств и может быть различным. В одних случаях сначала решают экспериментальные, в других — вычислительные задачи и т. д. Но во многих случаях для выяснения физической сущности сначала целесообразно решить качественные или экспериментальные задачи, а уже затем задачи вычислительные и графические. (В связи с этим в таком порядке рассматривается и методика решения задач разных типов в гл. 2.)

3. Методика решения физической задачи

Методика решения задачи зависит от многих условий: от ее содержания, подготовки учащихся, целей, которые поставил учитель и т. д. Тем не менее существует ряд общих для большинства задач положений, которые следует иметь в виду при их решении с учащимися. Эти общие вопросы методики решения физической задачи мы рассмотрим на следующем примере, данные для которого взяты из опыта.

12. По наклонной плоскости с высоты $h = 40$ *см* соскальзывает брусок *а* массой $M = 0{,}120$ *кг* (рис. 2) и попадает на брусок *б* массой $m = 0{,}072$ *кг*, лежащий на горизонтальной доске. На какое расстояние переместится брусок *б*? Коэффициент трения бруска *б* о доску равен 0,37. Трением бруска *а* о наклонную плоскость пренебречь. Удар считать неупругим.

Решение задачи начинают с внимательного чтения и изучения ее условия. В классе после чтения условия полезно попросить одного из учеников повторить его своими словами. Это побуждает учащихся внимательно слушать и вдумываться в содержание задачи. При этом выясняют значение новых терминов, непонятных вы-

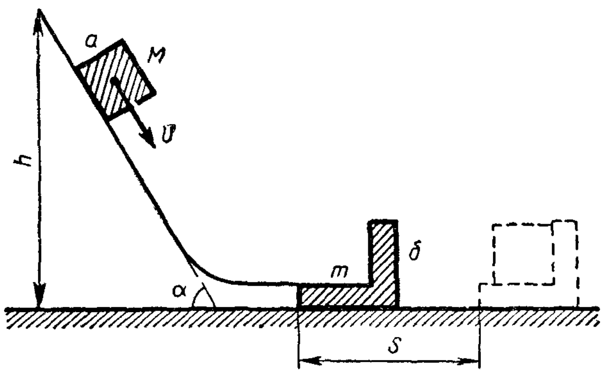


Рис. 2.

ражений и т. п. Затем в столбец записывают данные задачи в том порядке, как они встречаются в условии. Ниже, «на всякий случай», оставляют несколько строк для табличных данных.

Задача 12. Решение.

$h = 40$ *см*

$M = 0{,}120$ *кг*

$m = 0{,}072$ *кг*

$k = 0{,}37$

$s = ?$

$$v^2 = 2as;\ s = \frac{v^2}{2a};$$

$$a = \frac{F_{тр}}{M+m};$$

$$F_{тр} = k(M+m)g;$$

$$Mv_0 = (M+m)v;\ v = \frac{Mv_0}{M+m};\ v^2 = \frac{M^2v_0^2}{(M+m)^2};$$

$$\frac{Mv_0^2}{2} = Mgh; \qquad v_0^2 = 2gh.$$

$$s = \frac{M^2\,2gh\,(M+m)}{2\,(M+m)^2\,k\,(M+m)\,g} = \frac{M^2h}{(M+m)^2k}.$$

Рядом справа пишут «Решение» и делают соответствующий чертеж, даже если он имеется в задачнике. Пользуясь чертежом, анализируют условие задачи, обращая особое внимание на различного рода допущения, которые неизбежны почти в каждой задаче. Одни из допущений оговорены в условии задачи, другие следует делать по ходу ее решения в зависимости от поставленной учителем цели, подготовки учащихся и т. д.

В данном случае в условии задачи говорится, что удар следует считать неупругим. Этим конкретизируется условие задачи и облегчается ее решение. Следует обратить внимание учащихся на то, что, хотя абсолютно неупругих тел нет, практически соударение тел во многих случаях можно считать неупругим.

При прочих равных условиях сила трения на наклонной плоскости меньше, чем на горизонтальной. При большом угле α сила нормального давления значительно меньше веса тела, поэтому сила трения невелика и ею можно в первом приближении пренебречь. Это допущение значительно упрощает решение задачи.

О других допущениях скажем в процессе решения задачи.

Большинство задач решают аналитико-синтетическим методом (гл. 2,3; стр. 20—24). Но при этом все же нужно приучать учащихся начинать решение «с конца», т. е. с анализа выражений, в которые входит искомая величина. Поясним это подробнее на примере приведенного выше решения задачи 12.

Решение (1-й вариант). Бруски после соударения движутся равнозамедленно, так как на них действует постоянная по величине сила трения. При этом допускаем следующее: время соударения брусков столь мало, что смещением соударяющихся тел за это время можно пренебречь. (В противном случае необходимо было бы рассматривать более сложное движение, при котором брусок *б* вначале двигался ускоренно.)

Для данного равнозамедленного движения справедлива формула: $v^2 = 2as$, откуда $s = \frac{v^2}{2a}$.

Ускорение a найдем по второму закону Ньютона: $a = \frac{F_{тр}}{M+m}$.

Для нахождения скорости v используем закон сохранения количества движения: $Mv_0 = (M + m)\,v$, откуда $v = \frac{Mv_0}{M+m}$, где v_0 — скорость бруска *а* перед соударением с бруском *б*.

Значение v_0 найдем по закону сохранения энергии $\frac{Mv_0^2}{2} = Mgh$, откуда $v_0^2 = 2gh$ (данная формула может быть записана и сразу, если ученики знают ее).

При этом, однако, мы должны принять, что скорость бруска *а* перед соударением равна его скорости в нижней точке наклонной плоскости. Это возможно только в том случае, если мы пренебрежем изменением скорости бруска *а* на небольшом горизонтальном участке его движения между наклонной плоскостью и бруском *б*. В соответствии со вторым законом Ньютона изменение скорости $\Delta v = \frac{F_{тр}t}{M}$ невелико, если время движения и силы трения малы.

Проводя все необходимые расчеты, оформляем запись решения так, как указано на странице 12.

Горизонтальный участок указан на рисунке не случайно. Если бы брусок *а* падал на брусок *б* под углом α, то решение задачи значительно усложнилось (см. № 369).

Р е ш е н и е (2-й вариант). Так как работа против сил трения совершается за счет кинетической энергии движущихся брусков, то $F_{тр}\,s = \frac{(M+m)\,v^2}{2}$, откуда $s = \frac{(M+m)\,v^2}{2\,F_{тр}}$.

Далее находим $F_{тр}$ и v аналогично тому, как это делалось в первом варианте решения.

Большинство задач, особенно в старших классах, нужно стараться решать в общем виде, а уже затем производить числовые расчеты. Это экономит время, так как промежуточные числовые вычисления могут оказаться лишними, а также облегчает проверку решения и его анализ.

Для числовых расчетов важнейшее значение имеет выбор единиц. Программа рекомендует пользоваться на одинаковых правах двумя системами единиц СГС и СИ. При изучении отдельных тем, например по теплоте и молекулярной физике, можно пользоваться также внесистемными единицами. Однако применение нескольких систем единиц крайне нежелательно. Поэтому нужно стремиться к преимущественному решению задач в одной системе — СИ. Решения большинства приведенных в пособии задач даны в системе СИ.

Если величины в условии задачи даны в разных системах единиц, то обычно считается, что сначала их нужно перевести в одну систему — СГС или СИ, а уже затем приступать к решению задачи. Такой прием действительно полезен, особенно при решении первых задач по механике в VIII классе, где вводится понятие о системах единиц. Но в дальнейшем, когда учащиеся усвоят систему единиц, такое требование будет излишним педантизмом. Обоснованный выбор системы единиц легче и уместнее сделать после решения задачи в общем виде. Тогда может оказаться, что величины не нужно выражать в одной системе ввиду, например, их пропорциональности или особенности поставленного в задаче вопроса, когда требуется узнать, во сколько раз одна величина больше другой. Например, в данной задаче в конечную формулу входит отношение масс, поэтому размерность перемещения зависит только от размерности высоты h. Переводить все величины в одну систему здесь не обязательно. Однако, подчеркнем еще раз, так можно делать только в хорошо подготовленных классах и на определенном этапе обучения.

Подставлять числовые значения величин в формулы лучше с их наименованиями. Это обязывает следить за выбором единиц и позволяет провести проверку решения с помощью действий над наименованиями.

В тех случаях, когда перевод данных задачи в одну систему единиц обязателен, поступают следующим образом. В младших классах сначала такой перевод выполняют арифметическим способом, а затем постепенно приучают учащихся пользоваться общим правилом (см. решение задачи № 70).

В старших, IX—X классах, где учащиеся свободно владеют алгебраическими преобразованиями, часто нет необходимости производить до конца вычисления при переводе одних единиц в другие. Величина в новых единицах в виде дроби или произведения подставляется в конечную формулу, где возможны различные сокращения и упрощения.

Следующий этап — выполнение вычислений. На них нередко тратят много времени. Происходит это главным образом из-за известного формализма в математических знаниях учащихся, из-за неумения применять их на практике. Поэтому при решении задач на первый план нужно выдвигать физическую сторону вопроса, а затем искать пути и средства рациональных вычислений. Для этого, в частности, нужно приучать учащихся пользоваться справочными таблицами, логарифмической линейкой и неукоснительно выполнять правила действий с приближенными числами.

Логарифмическая линейка длиной 25 *см* позволяет с достаточной точностью производить деление, умножение, возведение в степень, извлечение квадратных и кубических корней, определение тригонометрических функций или соответствующих им углов. Можно, конечно, обойтись и более короткой линейкой — в 12,5 *см*.

Применение логарифмических линеек — важнейший резерв времени при решении задач.

С правилами приближенных вычислений учащиеся знакомятся на уроках математики до изучения физики. Однако применяют их главным образом на занятиях по физике, где и приходится по-настоящему формировать соответствующие вычислительные навыки. Дело это оказывается нелегким, так как учащиеся, привыкнув производить вычисления «точно», на первых порах с недоверием и неохотой пользуются этими правилами.

Достаточная для учащихся сводка правил о действиях с приближенными числами имеется в задачнике В. П. Демковича [21]. Более полные сведения учитель найдет в книге В. П. Демковича и Н. Я. Прайсмана [2].

Подставим числовые значения величин с их наименованиями в формулу (стр. 12), не переводя по указанным выше причинам их в одну систему, и выполним последовательно все арифметические действия:

$$s = \frac{0{,}120^2\ \textit{кг}^2 \cdot 40\ \textit{см}}{0{,}37\,(0{,}072\ \textit{кг} + 0{,}120\ \textit{кг})^2} \simeq 42\ \textit{см},$$

1. $0{,}120 \cdot 0{,}120 = 0{,}014400 \approx 0{,}0144$;
2. $0{,}0144 \cdot 40 = 0{,}576$;
3. $0{,}072 + 0{,}120 = 0{,}192$;
4. $0{,}192 \cdot 0{,}192 = 0{,}036864 \approx 0{,}0369$;
5. $0{,}0369 \cdot 0{,}37 = 0{,}013653 \approx 0{,}0137$;
6. $0{,}576 : 0{,}0137 \approx 42$.

В заключение проводят проверку и анализ решения

Сначала проверяют порядок полученной величины, производя более грубое, чем это положено правилами действий с приближенными числами, округление чисел и комбинируя действия с ними таким образом, чтобы облегчить выполнение математических операций в уме. Такую проверку ответов должен постоянно делать учитель, приучая к этому и учащихся, которые нередко ошибаются в «запятых», не имея навыков приближенных подсчетов. В простейших случаях подсчеты делают устно, а в более сложных, как например в этом, используют краткие вспомогательные записи, так как «держать в уме» большое количество данных нет надобности.

1. $0{,}12 \cdot 0{,}12 \approx 0{,}014$;
2. $40 : 0{,}37 \approx 100$;
3. $0{,}014 \cdot 100 = 1{,}4$;
4. $0{,}072 + 0{,}120 \simeq 0{,}2$;
5. $0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}04$;
6. $1{,}4 : 0{,}04 \approx 40$.

Далее проводят действия над наименованиями. Ответ получают в линейных единицах — сантиметрах, что также является подтверждением правильности решения задачи.

Для проверки и анализа ответа в ряде случаев полезно решить задачу несколькими способами, а также использовать эксперимент.

В данном случае идея опыта ясна из рисунка 2. Бруску *б* придают Г-образную форму, чтобы скатывающееся с наклонной плоскости тело задерживалось на нем. Для того чтобы удар был неупругим, на брусок можно положить кусок пластилина.

Скатывая брусок *а* с высоты $h = 40$ *см*, найдем, что он перемещается на меньшее расстояние, чем следует из расчетов.

Различие объясняется неучтенными потерями энергии при трении бруска *а* о наклонную плоскость и преодолении сопротивления воздуха, а также допущением, что бруски взаимодействуют как неупругие тела.

Далее перед учащимися можно поставить задачу — снизить потери энергии на преодоление трения и тем самым уменьшить разницу теоретических расчетов и опытных данных.

Учащиеся могут предложить заменить трение скольжения трением качения, скатывая с наклонной плоскости шарик. Учителю нужно иметь в виду, что в этом случае кинетическая энергия шарика $W_к = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$, где энергия вращения $\frac{I\omega^2}{2} = \frac{2}{7} W_к$. Поэтому скорость поступательного движения шарика оказывается в 1,18 раз меньшей, чем для соскальзывающего без трения тела. Не сообщая учащимся указанных формул, можно пояснить существо вопроса качественно.

Очевидно, в данном случае лучше всего скатывать массивную тележку на маленьких колесиках, энергией вращения которых можно пренебречь.

Помимо рассмотренных выше общих вопросов, в методике решения задач различных типов имеются и некоторые специфические особенности. Они рассмотрены ниже, в главе 2.

ГЛАВА 2

МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ РАЗНЫХ ТИПОВ

1. Качественные задачи

Качественные задачи обычно используют раньше других как средство закрепления изученного материала. Есть разделы курса физики, где качественные задачи являются основными, так как количественные задачи там почти не решают. К таким, например, относится раздел по гидродинамике. Чрезвычайно полезно решение качественных задач и при опросе для выяснения глубины усвоения материала. Качественные задачи дают возможность за короткое время выяснить физическую сущность рассматриваемого вопроса, для чего иногда другие типы задач менее эффективны. Поэтому успешное решение учащимися качественных задач показывает осознанность их знаний, отсутствие формализма в усвоении материала. Качественные задачи весьма разнообразны по тематике, содержанию и сложности.

Решение качественной задачи обычно состоит в построении с помощью индукции и дедукции логических умозаключений, основанных на физических законах. При этом анализ и синтез так тесно связаны между собой, что можно говорить только об аналитико-синтетическом методе решения качественных задач.

Схема решения качественных задач примерно следующая:

Чтение условия задачи, выяснение всех терминов в условии задачи.

Анализ условия задачи, выяснение физических явлений, построение, если это требуется, схемы или чертежа.

Построение аналитической и синтетической цепей рассуждений (этот момент особенно характерен и важен для решения качественных задач).

Анализ полученного ответа с точки зрения его физического смысла, соответствия условию и реальности.

Иллюстрируя далее методику решения качественных задач, разделим их на две основные группы:

а) Простые качественные задачи или, как их иногда называют, задачи-вопросы. Их решение обычно основывается на одном физическом законе и цепь умозаключений здесь сравнительно проста.

б) Сложные качественные задачи, представляющие как бы совокупность или комбинацию нескольких простых задач. Решая их, приходится строить более сложные и длинные цепи умозаключений, анализировать несколько физических закономерностей.

Начнем с рассмотрения несложных задач.

13. Почему, споткнувшись, человек падает вперед?

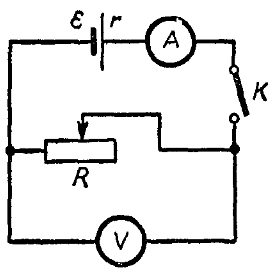


Рис. 3.

14. На чем основано освобождение одежды от пыли при встряхивании?

15. Какие возможны способы насадки топора на топорище? На чем они основаны?

Задачи решают путем применения первого закона Ньютона к каждому конкретному случаю.

При решении этих задач учащиеся должны в первую очередь уяснить условие задачи, разобраться, о чем идет речь. Во-первых, необходимо выяснить, какое физическое явление наблюдается в данной ситуации. Очевидно, в данном случае наблюдается явление инерции, поэтому в построении цепи умозаключений опираются на физический закон, описывающий это явление. В рассматриваемом случае это первый закон Ньютона — закон инерции, формулировку которого ученики должны повторить при решении задачи.

Таким образом, например, заключают, что споткнувшийся человек падает вперед потому, что его ноги, задержанные каким-либо препятствием, останавливаются, а другие части тела по инерции продолжают движение вперед.

16. Каким приемом человек может быстро удвоить давление, производимое им на пол?

Вначале проводят анализ физической сущности происходящего. В задаче спрашивается о давлении, а давление p, как известно, есть отношение силы давления F к площади S, на которую эта сила действует: $p = \frac{F}{S}$. Значит, давление зависит как от силы давления F, так и от площади S.

Давление возрастет в два раза, если в два раза увеличится сила давления при той же площади. Этого можно достигнуть, взяв в руки дополнительный груз, равный весу человека. Но есть и другая возможность увеличить давление — уменьшить площадь опоры в два раза. Для этого человеку достаточно встать на одну ногу и несколько изменить свое положение, чтобы не нарушилось равновесие.

Рассмотрим теперь более сложные качественные задачи.

17. Как будут изменяться показания приборов в цепи (рис. 3) при передвижении ползунка реостата влево? вправо?

Проведем анализ условия задачи. Амперметр показывает силу тока в цепи, вольтметр — падение напряжения на реостате. При перемещении ползунка реостата влево сопротивление реостата уменьшается, а при перемещении вправо — увеличивается. Как же будет меняться падение напряжения на реостате? Ответить на этот вопрос с помощью закона Ома для участка цепи не удастся.

Действительно, $U = IR$, но если R, например, увеличивается, то I уменьшается. Что происходит с произведением IR, сказать нельзя. В этом случае нужно пользоваться законом Ома для полной цепи $I = \frac{E}{R+r}$, который можно записать также в виде $IR + Ir = E$.

Так как $IR = U$ — падение напряжения на реостате, то, учитывая, что $E = \text{const}$ и $r = \text{const}$, можно заключить следующее.

При перемещении ползунка реостата влево его сопротивление R уменьшается, а сила тока в цепи возрастает. Показания амперметра увеличиваются. Одновременно возрастает и падение напряжения на внутреннем сопротивлении элемента — Ir, а падение напряжения на реостате уменьшается. Показания вольтметра уменьшаются.

При перемещении ползунка реостата вправо R возрастает, сила тока I уменьшается, U увеличивается. Показания амперметра уменьшаются, а вольтметра — увеличиваются.

Правильность ответа легко проверить опытом. При использовании эксперимента рассматриваемая задача будет являться качественной экспериментальной задачей.

2. Экспериментальные задачи

Как отмечалось выше, характерной чертой этого типа задач является использование при решении эксперимента как лабораторного, так и демонстрационного.

Постановка опытов при решении демонстрационных экспериментальных задач должна удовлетворять всем условиям школьного демонстрационного эксперимента. При этом особое внимание нужно обращать на обеспечение хорошей видимости приборов и явлений. Это тем более необходимо, что к работе с приборами часто привлекаются вызванные к демонстрационному столу учащиеся, которые мало заботятся об этой чисто профессиональной стороне дела.

Рассмотрим несколько примеров демонстрационных экспериментальных задач.

18. На концах равноплечного рычага подвешены два тела равной массы, но разного объема.

Сохранится ли равновесие, если тела опустить в воду?

В беседе выясняют, что при погружении тела в воду на него будет действовать выталкивающая сила. Ее величина пропорциональна объему тела и плотности жидкости. На меньшее по объему тело будет действовать меньшая выталкивающая сила. Поэтому в воде перетянет тело меньшего размера. Ответ проверяют опытом.

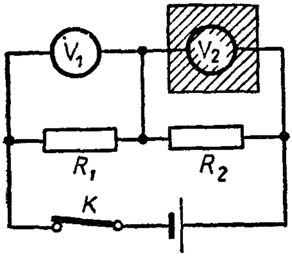


Рис. 4.

Как видим, эксперимент в этой задаче играет вспомогательную роль. Задача может быть решена и без него, но от этого она значительно проиграет.

19 (э). Собрана установка, схема которой показана на рисунке 4. R_1 и R_2 — демонстрационные магазины сопротивлений. Определить показания вольтметра V_2, шкала которого закрыта.

Решение. Анализируют схему и устанавливают, что сопротивления R_1 и R_2 соединены последовательно.

Записывают показания вольтметра V_1, а также значения сопротивлений R_1 и R_2.

При последовательном соединении падения напряжения пропорциональны величинам сопротивлений, поэтому можно записать: $U_1 : U_2 = R_1 : R_2$, откуда $U_2 = U_1 \dfrac{R_2}{R_1}$.

После того как вычислено значение U_2, учитель открывает шкалу, и учащиеся проверяют правильность решения задачи по показаниям прибора.

Лабораторные экспериментальные задачи — это разновидность фронтального эксперимента (№ 162, 179, 187). Их отличительной чертой является самостоятельное выполнение учащимися соответствующих опытов или наблюдений для получения необходимых в задаче данных.

3. Вычислительные задачи

Методы решения вычислительных задач зависят от многих причин: их сложности, математической подготовки учащихся, поставленных учителем целей и т. д.

В зависимости от применяемого математического аппарата различают следующие методы или способы решения вычислительных задач: арифметический, алгебраический, геометрический и графический. По характеру логических операций, используемых в процессе решения, различают аналитический, синтетический и аналитико-синтетический методы.

Арифметический метод. При этом методе над физическими величинами производят только арифметические действия. Физические задачи решают примерно так же, как задачи на уроках арифметики: по вопросам, без применения формул. Арифметический способ применяют в основном на первой ступени обучения физике, когда учащиеся еще не имеют достаточных знаний по алгебре или еще не уяснили достаточно глубоко зависимость между величинами, входящими в физические формулы.

Иногда считают, что отличительная черта арифметического метода — отсутствие буквенных выражений. Дело как раз не в буквенных выражениях, а в том, что при этом методе не составляют и не решают уравнений. Приведем пример решения задачи арифметическим способом, но с применением буквенных выражений. Возьмем задачу на закон Архимеда, когда с буквенными обозначениями соответствующих величин учащиеся уже знакомы.

20. Какой максимальный груз может выдержать в пресной воде плот, связанный из 25 сосновых бревен. Объем каждого бревна составляет в среднем 0,8 *м*³.

Разобрав условие задачи, делаем сначала чертеж (рис. 5). Решение выполняем по вопросам.

1. Каков объем бревен плота? $V = 0{,}8$ *м*³ · 25 = 20 *м*³.

2. Чему равна масса плота? По таблице находим, что масса 1 *м*³ древесины равна 500 *кг*. $m_п = 500$ *кг* · 20 = 10 000 *кг*.

3. Каков вес плота? $P = 9{,}8$ *н* · 10 000 = 98 000 *н*.

4. Чему равна масса вытесненной воды при полном погружении плота в воду? По таблице находим, что масса 1 *м*³ воды равна 1000 *кг*. $m_в = 1000$ *кг* · 20 = 20 000 *кг*.

5. Каков вес вытесненной воды? $P_в = 9{,}8$ *н* · 20 000 = 196 000 *н*.

6. Чему равен вес груза? $F = 196\,000$ *н* — 98 000 *н* = 98 000 *н*.

Алгебраический метод. При этом методе применяют имеющиеся у учащихся знания по алгебре, используют формулы, составляют и решают уравнения. Наиболее простой случай применения алгебраического метода состоит в решении задач по готовой формуле. Рассмотрим для примера следующую задачу.

21. Определить сопротивление километра медного провода сечением 10 *мм*².

Сопротивление провода находят по формуле $R = \rho \frac{l}{S}$. Удельное сопротивление находят по таблице $\rho = 0{,}017 \frac{ом \cdot мм^2}{м}$.

$$R = 0{,}017 \frac{ом \cdot мм^2}{м} \cdot \frac{1000\,м}{10\,мм^2} = 1{,}7\,ом.$$

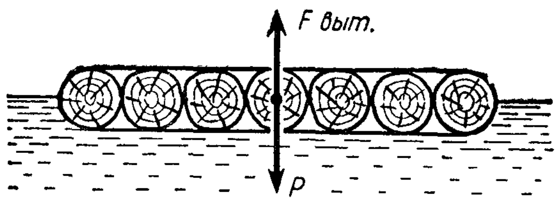
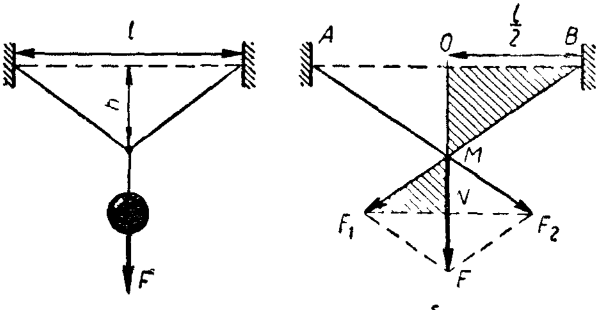


Рис. 5.



а *б* Рис 6.

В более сложных задачах окончательную зависимость, с помощью которой вычисляют искомую величину, определяют, используя несколько формул или системы уравнений.

Геометрический метод. При решении задач геометрическим методом искомую величину находят на основании известных учащимся геометрических соотношений. Геометрический метод широко применяют в статике, геометрической оптике, электростатике и других разделах курса физики средней школы.

Приведем пример решения задачи геометрическим методом.

22. Посредине троса длиной $l = 10$ *м* подвесили фонарь массой $m = 10$ *кг*. Определить силу натяжения троса, если стрела прогиба $h = 0{,}5$ *м*.

Сделаем чертеж (рис. 6,*а*). Силу тяжести F разложим на две составляющие F_1 и F_2, направленные вдоль частей троса (рис. 6,*б*). Нетрудно доказать, что $F_1 = F_2$, $MN = \frac{F}{2}$ и $\triangle OMB \sim \triangle MNF_1$.

Из подобия треугольников следует: $\frac{BM}{OM} = \frac{F_1M}{MN}$. Так как стрела прогиба невелика, примем, что $MB = \frac{l}{2}$, тогда $\frac{l}{2h} = \frac{2F_1}{F}$. Отсюда

$$F_1 = \frac{Fl}{4h} = \frac{mgl}{4h} = \frac{10\,кг \cdot 9{,}8\frac{м}{сек^2} \cdot 10\,м}{4 \cdot 0{,}5\,м} = 490\,н.$$

Искомое натяжение троса равно по величине и противоположно по направлению силе F_1.

В случае геометрического метода решения задач можно использовать не только геометрические соотношения, но и тригонометрические формулы (№ 411, 905).

Графический метод. С геометрическим методом решения задач тесно связан метод графический, при котором для определения искомых величин используют графики. Ввиду значительной специфики этих задач рассматриваем их отдельно (см. стр. 24).

По характеру логических операций различают аналитический и синтетический способы рассуждения при решении задач. При аналитическом способе рассуждения начинают с определения искомой величины, выясняют, как связана эта величина с другими величинами и, последовательно применяя физические формулы, приходят кратчайшим путем к искомой величине (№ 12).

При синтетическом способе рассуждения сначала устанавливают промежуточные зависимости между данными физическими величинами, стараясь подготовить почву для определения искомой величины. В итоге всех операций, часть из которых может оказаться лишней, получают выражение, из которого и находят искомую величину.

Учащиеся чаще всего становятся на путь синтетического решения: они пробуют различные зависимости между величинами, пока не установят такую, которая дает возможность найти искомую величину. При этом, естественно, вначале возможны пути, не приводящие к желаемому результату. Синтетический способ решения наиболее простой, но не всегда короткий.

Аналитический способ труден, так как требует строгой логической последовательности в действиях, но он быстрее приводит к конечной цели.

При решении задач, особенно в старших классах, предпочтение нужно отдать аналитическому способу, так как этот способ имеет большое значение для развития логического мышления. Приведем пример решения задачи аналитическим и синтетическим способами.

23. В шахту равноускоренно опускается бадья массой 280 *кг*. За первые 10 *сек* она прошла 35 *м*. Определить натяжение каната.

Аналитический способ

Бадья спускается на канате, вниз направлена сила тяжести (mg), а вверх— натяжение каната ($F_н$). Раз бадья движется вниз, то равнодействующая $R = mg - F_н$. По II закону Ньютона

$$R = ma, \text{ т. е. } mg - F_н = ma,$$

где a—ускорение движения бадьи.

Искомое натяжение каната

$$F_н = mg - ma.$$

Из этого выражения неизвестно нам лишь a. Найдем его с помощью формулы $s = \frac{at^2}{2}$. Получаем $a = \frac{2s}{t^2}$. Следовательно, $F_н = mg - \frac{m2s}{t^2} = m\left(g - \frac{2s}{t^2}\right)$.

Синтетический способ

Бадья движется равноускоренно, следовательно, $s = \frac{at^2}{2}$. Из уравнения равноускоренного движения (если известны путь s и время движения t) можно определить ускорение $a = \frac{2s}{t^2}$.

Бадья приобретает это ускорение под действием равнодействующей R. По второму закону Ньютона можно записать $\sum \vec{F} = m\vec{a}$.

$$F_{н} = 280\,кг \cdot \left(9{,}8\,\frac{м}{сек^2} - \frac{2 \cdot 35\,м}{10^2\,сек^2}\right) \approx$$

$$\approx 2500\,н.$$

Логику рассуждений можно пояснить особой записью решения задачи, вводя стрелки, как это показано ниже.

$$\begin{array}{l|l}
\text{а} & mg - F_{н} = ma \\
\text{н} & \qquad\downarrow \\
\text{а} & \qquad F_{н} = mg - ma \\
\text{л} & \qquad\qquad\qquad\downarrow \\
\text{и} & \qquad\qquad\qquad a = \frac{2s}{t^2}. \\
\text{з}\downarrow &
\end{array}$$

Окончательно $F_{н} = m\left(g - \frac{2s}{t^2}\right)$.

Бадья движется вниз, на нее действуют две силы: сила тяжести $F = mg$ и сила натяжения каната $F_{н}$. Равнодействующая этих сил $R = mg - F_{н} = ma$.

Откуда $F_{н} =$
$= mg - ma = m(g - a) =$
$= m\left(g - \frac{2s}{t^2}\right)$. Как видно, мы пришли к тому же самому значению $F_{н}$, что и аналитическим способом.

При решении задач трудно выделить в чистом виде анализ или синтез, они выступают всегда во взаимосвязи. Поэтому часто говорят об аналитико-синтетическом способе рассуждения при решении задач.

Однако в первом случае, когда мы начинаем рассуждение с вопроса задачи, на первый план выступает все же анализ. Правда, в конце, когда «собирают» общую формулу для решения задачи, проводят синтез. Все же данный способ рассуждения при решении задач можно называть аналитическим.

Во втором способе вначале на первый план выступает синтез, так как синтезируются различные соотношения, которые могут быть установлены по данным и условию задачи. Хотя определенные элементы анализа есть и здесь, все же данный способ рассуждения при решении задачи можно назвать синтетическим.

4. Графические задачи

Графическими называют задачи, в которых объектом исследования являются графики зависимости физических величин. В одних задачах эти графики заданы в условии, в других — их надо построить. Первые графические задачи должны заключаться в «чтении» и построении несложных графиков (№ 193, 323). Далее работу с графиками нужно постепенно усложнять, предлагая учащимся находить количественные зависимости между величинами, вплоть до составления формул [50].

Основные этапы решения графических задач следующие.

Если график зависимости между величинами дан, то надо осмыслить его, разобрать характер зависимости на каждом участке. Пользуясь масштабом, необходимо по графику получить искомые величины (значения на осях абсцисс и ординат, площадь, ограниченную осью абсцисс, соответствующими ординатами и графиком и др.).

Если график зависимости не дан, то по условию задачи или по значениям, взятым из специальных таблиц, строят график. Для этого чертят оси координат, выбирают определенный масштаб на них, составляют таблицы, а после этого наносят на плоскость с координатными осями точки с соответствующими ординатами и абсциссами. Соединяя данные точки, получают график зависимости между физическими величинами и затем исследуют его, как было указано выше.

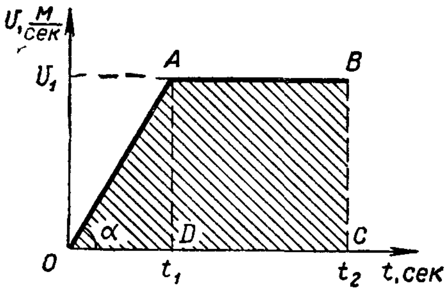


Рис. 7.

Для примера рассмотрим следующую задачу.

24. По графику (рис. 7) описать движение тела, определить время, путь и ускорение на отдельных участках пути.

Анализируя график, учащиеся должны, во-первых, установить, что он выражает зависимость скорости от времени. Начальная скорость тела $v_0 = 0$. К моменту времени $t = t_1$ тело приобрело скорость v_1. От момента времени $t = 0$ до $t = t_1$ скорость увеличивалась. На графике приведена линейная зависимость скорости v от времени t, следовательно, тело двигалось равноускоренно. В промежутке времени t_1—t_2 скорость не изменялась. Тело двигалось равномерно. Определим ускорение для промежутка времени $(0 - t_1)$. $v_1 = a_1 t_1$, отсюда $a_1 = \frac{v_1}{t_1}$. Для промежутка времени $t_1 - t_2$ ускорение $a = 0$. Путь s_1, пройденный телом при равноускоренном движении за время t_1, численно равен площади треугольника OAD.

$$s_1 = \frac{v_1 t_1}{2} = \frac{a_1 t_1 t_1}{2} = \frac{a_1 t_1^2}{2}.$$

Таким образом, с помощью графика получена важная формула пути для равноускоренного движения при условии, если начальная скорость равна 0.

Путь s за время t_2 численно равен площади трапеции $OABC$:

$$s = \frac{v_1 t_1}{2} + v_1 (t_2 - t_1) = \frac{v_1 (2t_2 - t_1)}{2}.$$

Примером задач, в которых график не задан, а его следует вычертить по таблицам, составленным самими учащимися или взятым из справочников, могут быть задачи № 554, 561, 626.

ГЛАВА 3

МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ЗАНЯТИЙ ПО РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

1. Виды занятий по решению задач

Решение задач — составная часть большинства уроков по физике. В наиболее распространенном, так называемом «четырехэтапном» уроке с опросом, изложением нового материала, закреплением и заданием на дом решение задач используют как в начале занятия для проверки знаний учащихся, так и в конце — для повторения и углубления изученной темы. Отдельные пояснения о решении задач ученики получают также в связи с домашним заданием. В среднем на уроках этого типа на задачи тратят около 30 % учебного времени. Еще большую долю времени занимают задачи на уроках повторения и, наконец, часть уроков специально посвящают решению задач. Решение задач наряду с изучением теоретического материала учебника является важной частью и домашних заданий по физике.

Общее число решаемых задач по физике на уроках и дома за все время обучения в VI — X классах можно указать весьма приблизительно. Но во всяком случае в среднем решается не менее 1000 задач.

Задачи по физике привлекают учащихся как своим содержанием, так и «красотой» методов решения, которые позволяют предвидеть или открывать явления природы или свойства тел. Задачи, как всякое преодоление трудности, представляют и «спортивный интерес». Поэтому во многих школах организуют кружки по решению физических задач. В последние годы широкое распространение получили также физические олимпиады: школьные, районные, областные и республиканские. Кроме того, конкурсы по решению задач организуют газеты и журналы.

Из сказанного видно, какое большое внимание уделяют в настоящее время физическим задачам и в школе и вне ее и как многообразны формы занятий с учащимися по решению задач.

2. Решение задач на уроках

Урок объяснения нового материала. В начале урока данного типа задачи обычно используют для проверки знаний учащихся и закрепления изученного материала. При этом учителя чаще всего применяют следующие приемы:

к доске вызывают учеников, которые поочередно решают данные им задачи;

несколько учащихся решают задачи в тетрадях или на листках;

перед объяснением нового материала классу дают 10—15-минутную письменную работу.

Данные приемы позволяют оперативно проверять знания учащихся, повышают их ответственность за свою работу, экономят время.

Однако эти приемы имеют и свои недостатки. Они занимают наиболее продуктивную часть урока, притом нередко большую, чем планировалось, и на объяснение нового материала не хватает времени. Решение задач, особенно письменно всем классом, возбуждает учащихся, они долго не могут успокоиться и включиться в работу. По этой причине письменные контрольные работы в начале урока давать не следует. Задачи в данном случае нужно использовать главным образом для обобщения пройденного, постановки и решения проблемы, которую предстоит рассмотреть на уроке.

Задачи в начале урока перед объяснением нового материала не должны быть громоздкими. Большее внимание нужно уделять качественным задачам, позволяющим выяснить сущность физических явлений.

При изучении нового материала в зависимости от его содержания и методов преподавания задачи могут быть основным средством изучения физических явлений или играть роль иллюстраций.

Так, при изучеиии колебаний маятника учащимся обычно сообщают без вывода формулу $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ и затем решают задачи, поясняющие зависимость периода от длины маятника и ускорения свободного падения. Возможно, однако, такое построение урока, при котором данную формулу сначала выводят в процессе решения задачи (№ 749, 750), а затем уже применяют к различным частным случаям.

Задачи при закреплении нового материала учитель обычно разбирает со всем классом, хотя возможна и самостоятельная письменная работа. При этом наибольшая трудность состоит в том, чтобы добиться активной самостоятельной работы всех учащихся и своевременного получения информации о ее результатах. Для этого можно использовать следующий прием. Минут за 10—12 до конца урока после объяснения нового материала дать учащимся задание на дом, в котором указать на 1—2 задачи больше обычного и предложить приступить к их решению. При этом объявить, что несколько тетрадей за 2—3 *мин* до конца урока будут взяты на проверку. Учащиеся будут стараться решить как можно больше и лучше задач, чтобы сократить объем домашнего задания и получить за работу хорошую оценку.

Урок решения задач. Учитель заранее, еще при тематическом планировании, определяет цель урока: формирование понятий, закрепление и углубление изученного материала, привитие навыков, проверка знаний учащихся и т. п. От этого во многом зависит подготовка учителя к уроку, определение его содержания и методов проведения.

Важное значение имеет также подготовка к уроку учащихся, включающая в себя прежде всего повторение или изучение ими теоретического материала. Этот материал в самом кратком виде полезно повторить с учащимися в начале урока или перед решением соответствующей задачи (за исключением, разумеется, тех случаев, когда на уроке проводят контрольную работу).

На уроках по решению задач применяют в основном две формы организации работы класса: решение задач на доске учителем с привлечением учащихся или под его руководством учениками и самостоятельное решение учащимися задач в тетрадях. Первую форму занятий применяют преимущественно тогда, когда разбирают новые типы задач или учителю необходимо дать учащимся новые сведения о методах решения, оформлении записей, системах единиц и т. п., а вторую используют главным образом для формирования практических умений и навыков, а также для контроля за успеваемостью учащихся.

При решении задач на доске нужно избегать двух крайностей. Иногда учитель подсказывает вызванному ученику все действия или просто решает задачи сам. В других случаях учитель, наоборот, «вытягивает» из учеников ответы, которые им явно не под силу. В результате попусту тратится время и возникает чувство неудовлетворенности как у учителя, так и у учеников.

Учитель обязан объяснять учащимся принципы решения новых типов задач, показывая образец записи условия, вычислений и выполнения чертежей так же, как это он делает при изложении нового теоретического материала. В связи с этим возникает вопрос о подборе задач к темам по их сложности. По установившейся традиции как при изложении теоретического материала, так и при решении задач в прежние годы использовался преимущественно индуктивный метод постепенного накопления и затем обобщения фактов и правил. Это увеличивало время на обучение и приводило к однобокому развитию познавательных способностей, умений и навыков учащихся. Однако не следует злоупотреблять слишком медленным нарастанием трудностей при подборе задач, что особенно важно в старших классах. В ряде случаев более экономным в отношении расхода учебного времени является метод дедукции. Этот метод ведет к цели кратчайшим путем. Но в школе пользоваться им надо, разумеется, умеренно.

После того как учащиеся усвоили основные понятия, систему единиц и формулы, полезно разобрать типовую задачу средней сложности. Учащиеся должны хорошо знать приемы решения типовых задач по темам и уметь применять эти приемы на практике.

При решении задач на доске, как уже отмечалось выше, нужно максимально активизировать познавательную деятельность всех учащихся, иначе большая часть урока превратится для них в пассивное слушание объяснений учителя и ответов вызванных к доске товарищей. Для этого используют следующие общепедагогические средства.

а) Постановка цели решения задач для того, чтобы показать учащимся важность и необходимость изучения данного материала. Так, перед решением задачи на нахождение линейной скорости движущейся по окружности точки можно указать, что аналогичные расчеты должен уметь делать каждый токарь, чтобы определить скорость резания металла, ученый, рассчитывающий скорость спутника на круговой орбите, и т. д. Следует указывать на важность тех или иных задач и для изучения последующего учебного материала.

б) Выдвижение гипотезы или даже нескольких предположений, пусть самых противоречивых, с тем, чтобы заинтриговать учащихся и приучить их видеть в явлениях различные стороны, предупредить привычку думать по готовому шаблону. П. А. Знаменский говорит, что «у учащихся вызывают особый интерес такие задачи, которые создают недоумение при сопоставлении противоречивых данных или вскрывают обычные ученические ошибки и недоразумения»[1]. Для этого в ряде случаев полезно оформить задачу в виде диалога между учениками или между учеником и учителем. Такой прием особенно умело и широко применял А. В. Цингер [43].

в) Использование «занимательных» задач. Общеизвестно, с каким интересом и энтузиазмом решают учащиеся задачи на вечерах занимательной физики, физических викторинах и КВН. Никогда не следует забывать, что учащиеся — это дети, и поэтому элемент игры и соревнования в разумных пределах полезен на уроках, особенно в младших классах.

Примеры таких задач учитель может найти в книгах Я. И. Перельмана [132—133], М. Ильина [128], Б. Ф. Билимовича [122].

г) Применение наглядных пособий и физических опытов. Для того чтобы учащиеся лучше поняли условие задачи или получили при ее решении дополнительные сведения о физических явлениях и приборах, следует шире использовать это средство. В одних случаях наглядные пособия (картины, диапозитивы, макеты, коллекции) и физические приборы могут быть вспомогательным средством, облегчающим понимание условия задачи, в других — являться объектом изучения, о чем уже говорилось в разделе об экспериментальных задачах.

д) Правильное сочетание самостоятельной и коллективной работы в классе. Как уже отмечалось, задачу могут решать ученики или самостоятельно в тетрадях, или коллективно с помощью учителя. В последнем случае решение обычно записывают на доске. При этом, несмотря на вопросы классу, активность мыслительной

[1] П. А. Знаменский. Методика преподавания физики. Л., Учпедгиз, 1955, стр. 87.

деятельности ряда учащихся может быть невысокой, если они недостаточно «прочувствовали» условие задачи или надеются списать готовое решение с доски. Поэтому каждую задачу, как правило, ученики должны сначала в течение нескольких минут обдумать и попытаться решить самостоятельно, и только затем следует разбирать решение задачи со всем классом. Готовые же решения или, наоборот, отсутствие решений у отдельных учащихся нужно принимать во внимание при выставлении оценки в конце урока, что будет стимулировать работу класса.

е) Важным является вопрос, кого из учащихся вызывать к доске для решения задач. Некоторые учителя для экономии времени невольно злоупотребляют вызовом к доске сильных учащихся. Другие, наоборот, стремятся обучить отстающих и чаще всего работают с ними. Конечно, к доске в зависимости от обстоятельств могут и должны вызываться н сильные, и слабые учащиеся. Но при разборе новой задачи часто полезнее вызвать среднего ученика. За решением задачи сильным учащимся нередко не успевают следить остальные. С другой стороны, затруднения и вынужденные паузы в работе у доски бывают иногда полезны для обсуждения тех или иных вопросов. В ходе такого обсуждения привлекают и сильных учащихся, что побуждает их напряженно работать со всем классом. При решении сложных задач к доске поочередно могут вызываться несколько учащихся, которые должны выполнить отдельные действия, а после решения — еще 1—2 ученика для повторения всей задачи в целом.

ж) Составление задач учащимися. Составление задач самими учащимися — полезный педагогический прием. Для этого некоторые учителя требуют от учащихся на уроках не только исправлять и дополнять ответы своих товарищей, но и задавать им вопросы и несложные задачи по определенным, указанным учителем темам. Следующий шаг — составление учащимися в классе и дома задач на изученные физические формулы и закономерности. Такие задачи должны обязательно проверяться учителем, а наиболее интересные из них решаться со всем классом.

Наконец, по заданию учителя учащиеся с большой пользой могут составлять задачи после изучения некоторых тем на материале опытов и наблюдений, которые ученики проводят в быту, в школьных мастерских и во время экскурсий на производство.

Приведем примеры таких задач, составленных учащимися.

25. Рассчитать стоимость потребляемой энергии при 5-часовой работе стиральной машины «Ока», если ее мощность 300 *вт*, а тариф 4 коп. за 1 *квт · ч*.

26. При никелировании на детали, поверхность которой 7 $дм^2$, должен отложиться слой никеля толщиной 0,1 *мм*. Сколько времени будет продолжаться никелирование, если плотность тока 2 $а/дм^2$. (Задача составлена учеником по материалам экскурсии в гальванический цех завода.)

Самостоятельному решению задач посвящают отдельные уроки или части их. Самостоятельность и активность учащихся на таких занятиях во многом зависят от сложности задания. Задание должно быть посильным и вместе с тем достаточно сложным и интересным, что неизбежно требует дифференцированного подхода к учащимся. Этого можно добиться разными способами. Например, каждому ученику в зависимости от его подготовки на карточке можно дать отдельное задание или всему классу дать несколько задач постепенно возрастающей сложности, из которых каждый ученик может решать те, которые ему посильны.

Второй способ более предпочтителен. Он облегчает разбор решенных задач, вносит в работу элемент соревнования, так как каждый желает решить больше задач и более трудных. Важно, что второй способ является и менее трудоемким для учителя.

Во время самостоятельной работы ученики могут обращаться с различными вопросами к учителю, который должен своевременно прийти на помощь отдельным учащимся, не делая, однако, за них то, что они могут сделать сами. После работы полезно проанализировать ее, обсудить различные способы решения задач и ответы учащихся.

Отдельным видом самостоятельных работ являются контрольные работы. Их отличительная черта — полная самостоятельность учащихся. На контрольных работах ученикам дают несколько вариантов заданий. Задания, содержащие два варианта, диктуют или записывают на доске, а задания в 4—6 вариантов подготавливают на отдельных карточках. Второй вид заданий, хотя и требует от учителя значительной подготовительной работы и большего труда по проверке работы, предпочтительнее.

Контрольные работы бывают итоговыми, их проводят по большим темам (они рассчитаны на целый урок) и, по выражению А. И. Штеренталя [46], «летучими», содержащими задачи и вопросы по текущему материалу (рассчитаны они на часть урока). В «летучие» контрольные работы, как правило, включают вопросы, с помощью которых можно проверить понимание учащимися физической сути изучаемого материала, а также нетрудоемкие расчетные задачи.

«Летучих» работ по большим темам может быть несколько, лучше всего проводить их в конце урока. Если же работу проводят в начале занятий, то после нее нужно либо провести разбор решавшихся задач, либо прибегнуть к таким «сильным» средствам, как кино, фронтальный эксперимент и т. п. В противном случае учащиеся будут значительное время находиться под влиянием проделанной работы и им будет трудно сосредоточиться на новом материале.

Рассмотрим пример «летучей» контрольной работы по теме «Плотность вещества» (VI класс).

Вариант I

27. Что означает запись: плотность льда 900 *кг/м³*; плотность водорода (при 0° С) 1,290 *кг/м³*?

28. Определите, пользуясь таблицами, что больше — масса 1 *м³* ртути или масса 5 *м³* чистой воды.

29. Определите, пользуясь формулой, плотность вещества, 26 *т* которого имеют объем 10 *м³*.

При проведении «летучих» работ полезно в ряде случаев использовать средства программированного контроля.

Так, для проверки знаний по теме «Работа, единицы работы» (VI класс) можно дать учащимся на карточках несколько вариантов задания примерно следующего содержания.

Вариант II

№	№ вопроса	Вопросы	Ответы
30.	I.	Лебедкой поднимают тело массой 400 *кг*. Что нужно знать еще, чтобы определить величину совершаемой работы?	1 Вес тела 2. Вес тела и высоту подъема. 3 Высоту подъема.
31.	II.	Парусная яхта плывет по озеру. Какая сила совершает работу по ее перемещению?	1. Сила тяжести. 2. Сила ветра. 3. Сила давления воды.
32.	III.	В каких единицах измеряют работу?	1 В джоулях. 2. В ньютонах. 3 В килоджоулях
33.	IV.	В каком случае производится большая работа: 1) силой 50 *н* на расстоянии 6 *м*; 2) силой 150 *н* на расстоянии 2 *м*; 3) силой 3 *н* на расстоянии в 200 *м*?	1 В первом. 2 Во втором. 3 В третьем

Учащиеся дают ответы на листах в следующем виде.

Иванов В. Вариант II.
№ 1—2; № 3—1 и 3;
№ 2—3; № 4—3.

Зная ответы, учитель тут же на уроке может оценить знания ученика, который в данном случае ответил верно на все вопросы, кроме второго.

В работах такого типа, где используют выборочные ответы, удобно также пользоваться перфокартами (рис. 8). Обычно это прямоугольные таблички из жести или плотного картона, имеющие 5 рядов отверстий по 5 отверстий в каждом ряду. Положив перфокарту на листок чистой бумаги, ученик делает отметку в том отверстии, которое, по его мнению, соответствует номеру правильного ответа. В данном случае в первом ряду ученик отметил бы второе отверстие, во втором — третье и т. д. С помощью заранее заготовленных трафаретов-дешифраторов (рис. 9) с правильными ответами, а чаще всего просто на глаз учитель быстро оценивает работы. Этим самым обеспечивается «обратная связь» между учителем и учащимися.

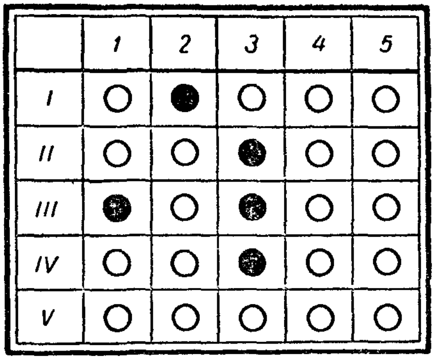


Рис. 8.

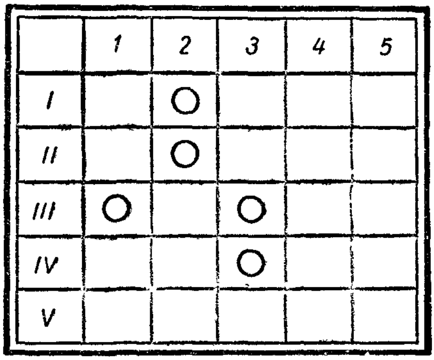


Рис. 9.

В итоговые контрольные работы включают более сложные задачи, требующие больших раздумий. В них могут быть и «недостающие» и «лишние» данные и некоторые «тонкости», на которые нужно обратить внимание учащихся, с тем чтобы сформировать соответствующие понятия, привить определенные навыки, приучить внимательно анализировать условия задачи и т. п.

Во всех случаях, однако, работа должна быть посильной и содержать материал, в основном усвоенный учащимися.

Примером итоговой контрольной работы по разделу «Кинематика» может быть следующая:

34. Осматривая полотно железной дороги, рабочий прошел от семафора к станции 150 *м*, а затем, вернувшись назад, осмотрел еще 300 *м* полотна по другую сторону семафора. Какой путь прошел рабочий и каково его «перемещение»?

35. Начав движение без начальной скорости, тело за первую секунду прошло 2 *м*, за вторую 4 *м*, за третью 6 *м*, за четвертую 8 *м* и т. д. Является ли это движение равноускоренным?

36. Двигаясь равноускоренно, без начальной скорости, тело прошло за пятую секунду 45 *м*. Определить путь, пройденный телом за 3 *сек*.

В первой задаче умышленно не сказано о форме траектории движения. Соответствующие допущения должен сделать сам учащийся.

Вторая задача призвана подчеркнуть мысль о том, что в равноускоренном движении на одну и ту же величину за единицу времени изменяется не путь, а скорость.

Помимо проверки знания соответствующих формул, одна из целей третьей задачи проверить и разграничить в сознании учащихся понятия типа «путь за третью секунду» и «путь за 3 секунды».

Уроки повторения. На уроках повторения используют задачи, недостаточно усвоенные учащимися, и, кроме того, задачи, позволяющие глубже уяснить физические явления; задачи, позволяющие обобщить материал темы; комбинированные задачи, объединяющие материал нескольких тем.

Например, при повторении темы о парах полезно рассмотреть следующие задачи.

37. Температура вещества зависит от скорости его молекул. При кипении жидкость покидают наиболее «быстрые» молекулы. Почему же в таком случае температура кипящей жидкости и ее пара одинаковы?

38. В таблицах указывают, что теплота испарения при 0° С равна $2{,}5 \cdot 10^6$ *дж/кг*, а при 100° С — $2{,}25 \cdot 10^6$ *дж/кг*. Чем объяснить такую разницу?

Комбинированные задачи обычно используют при изучении заключительных разделов тем, которые уже сами по себе являются обобщающими и повторительными. Такими разделами, например, являются: по механике — «Работа и энергия» (VIII класс), по теплоте — «Тепловые двигатели» (VII класс).

3. Решение задач на внеклассных занятиях

Одним из наиболее распространенных видов внеклассных занятий по физике являются кружки по решению задач. Многие учителя охотно организуют именно такие кружки, так как они оказывают непосредственное положительное влияние на успеваемость учащихся.

Организация содержательной и интересной кружковой работы по решению задач требует от учителя немалого опыта и изобретательности. В противном случае кружок превращается в обычные дополнительные занятия с отстающими или, наоборот, прилежными учениками. На таких занятиях в лучшем случае разбирают задачи повышенной трудности, встречающиеся на олимпиадах и вступительных экзаменах в вузы. В настоящее время имеется много пособий по таким задачам [12, 13, 16, 24, 28, 44] и подбор задач для кружковых занятий не представляет труда.

Для того чтобы сделать работу кружка содержательной и интересной, перед ним нужно поставить более широкие цели: развитие мировоззрения учащихся, ознакомление их с научными методами познания природы, вооружение учащихся не только математическими, но и некоторыми экспериментальными навыками и т. д.

Поэтому на занятиях кружка нужно заниматься не только решением задач повышенной трудности, но использовать также исторические обзоры, доклады о практическом значении рассматриваемых явлений, физический эксперимент и т. п. Решение задач должно быть хотя и самым важным, но лишь одним из элементов таких кружковых занятий.

Одним из самых распространенных внеклассных мероприятий, посвященных решению задач, являются физические олимпиады. Олимпиады — это увлекательные соревнования в смекалке, находчивости, в научных знаниях и навыках. Они развивают любознательность учащихся и помогают многим из них найти свое призвание. Проводят их как в отдельных школах, так и в масштабе района, области, республики или всей страны. Олимпиады школьников организуют также высшие учебные заведения. Олимпиады бывают очными и заочными. Проводят их чаще всего в три тура. Внутришкольные олимпиады, которые обычно проводят перед районными или областными, являются их первым туром. В них принимают участие главным образом ученики VIII—X классов. Но в ряде школ в олимпиадах участвуют и учащиеся VI—VII классов [118].

По сравнению с физическими задачами, которые решают на уроках, задачи олимпиад обычно имеют некоторые особенности: они более повышенной трудности; каждая задача представляет собой небольшую проблему, в которой физическая сущность выступает на первый план, поэтому многие задачи олимпиад являются качественными и требуют от учащихся хорошего логического мышления; часто в олимпиадных задачах используют «необычные» ситуации или, наоборот, «самоочевидные» факты, относительно которых бытуют неправильные представления; олимпиадные задачи по вполне понятным причинам должны обладать «новизной».

Задачи олимпиад в основном составляют применительно к знаниям учащихся определенных классов, но ряд задач может быть задан сразу для разных, например для VIII—IX, классов. В качестве примера приведем несколько задач Всесоюзной физико-математической олимпиады 1967 г., рекомендованных для областных туров по физике.

39. (VI—IX кл.). Самолет летит над горным массивом. Из него на высоте 6000 *м* прыгают два парашютиста. Один приземляется на вершине на высоте 4500 *м*, а другой — в ущелье на высоте 1500 *м* над уровнем моря. Кто из них имеет большую скорость в момент приземления?

Ответ. Парашютист падает равномерно. Скорость его падения тем больше, чем меньше плотность воздуха, поэтому парашю-

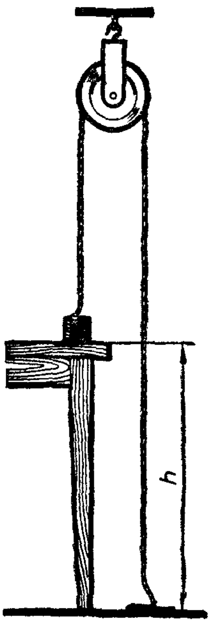


Рис. 10.

тист, приземлившийся на вершине, имеет бо́льшую скорость.

40. (IX—X кл.). Канат перекинут через блок, причем часть каната лежит на столе, а часть — на полу. После того как канат отпустили, он начал двигаться. Найти скорость установившегося равномерного движения каната. Высота стола равна h (рис. 10).

Ответ. При равномерном движении каната за время Δt в движение вовлекается отрезок каната длины $\Delta l = v\Delta t$, (v — скорость каната), которому сила $F = \rho gh$ сообщает количество движения $\rho(v\Delta t)v = \rho v^2\Delta t$ (ρ—масса единицы длины каната). Поэтому $\rho gh\Delta t = \rho v^2\Delta t$, откуда $v = \sqrt{hg}$.

41. (IX—X кл.). Автомобили, снабженные двигателями мощностью N_1 и N_2, развивают скорости v_1 и v_2 соответственно. С какой скоростью будут ехать автомобили, если их соединить между собой тросом?

Ответ. Силы сопротивления обозначим F_1 и F_2.
Тогда

$$N_1 = F_1v_1,\ N_2 = F_2v_2 \text{ и } N_1 + N_2 = (F_1 + F_2)v,$$

откуда

$$v = \frac{N_1 + N_2}{F_1 + F_2} = \frac{(N_1 + N_2)\,v_1 v_2}{N_1 v_2 + N_2 v_1}.$$

42. (VI—X кл.). Почему молния сверкает быстро, а гром гремит долго?

Ответ. Свет молнии в воздухе распространяется со скоростью порядка скорости света в пустоте и доходит до наблюдателя практически одновременно из любых видимых мест неба.

Звуки же грозового разряда, распространяясь во много раз медленнее света и отражаясь от объектов, расположенных на значительных расстояниях друг от друга, доходят до наблюдателя не одновременно, создавая долго звучащие раскаты грома.

4. О некоторых особенностях решения задач в различных классах

Рассмотренные выше общие вопросы методики решения задач в курсе физики средней школы имеют свои особенности в зависимости от возраста учащихся, их подготовки и специфики изучаемого материала. В VI—VII классах для решения задач отводится меньшее время, чем в VIII—X классах. Объясняется это небольшим бюджетом времени (всего 2 урока физики в неделю), спецификой курса, который носит в известной мере описательный, пропедевтический характер, а также возрастными особенностями учащихся и их общеобразовательной подготовкой. Как было сказано в главе I, одно из назначений задач — формирование умений применять знания на практике. Но в VI—VII классах эти знания еще только приобретаются. Решение целого ряда задач по новой программе в этих классах сдерживается также недостаточной подготовкой учащихся, особенно по математике. В VI классе учащихся затрудняют алгебраические преобразования формул, много времени отнимают арифметические действия. Сейчас эти недостатки дают о себе знать даже в VII классе, где, кроме того, возникают затруднения при решении уравнений первой степени и применении графиков. В дальнейшем, благодаря новым программам, математическая подготовка учащихся несколько возрастет.

Однако по указанным причинам вычислительные задачи на первой ступени обучения должны иметь меньший удельный вес, чем в старших классах. В VI—VII классах большее внимание следует уделять задачам качественным и экспериментальным. Ряд из них полезно представить в занимательной форме. Однако было бы непростительной ошибкой недооценивать и вычислительные задачи, без которых учащиеся окажутся совершенно неподготовленными к обучению в VIII классе.

При этом следует подчеркнуть важность и необходимость применения формул, начиная с VI класса. Нужно только заботиться о том, чтобы буквенная символика не приводила к формализму в знаниях учащихся. Для этого на первых порах нужно алгебраическое решение задач сочетать с арифметическим.

Ряд сложных разделов курса физики средней школы изучается только в VI—VII классах (атмосферное давление, архимедова сила, плавание тел в жидкости и газе, измерение теплоты, агрегатные превращения вещества, тепловые двигатели). Эти темы требуют решения сравнительно сложных вычислительных задач, многие из которых трудны для учащихся первой ступени (например, задачи на составление уравнения теплового баланса). Рассмотрев только самые простые из них, остальные следует решить в порядке повторения в старших классах. В данном пособии такие задачи отмечены звездочкой*.

Наиболее трудным является VIII класс. Здесь начинается сложный систематический курс механики, насыщенный большим количеством вычислительных задач. Дело учителя позаботиться о постепенном нарастании трудностей и привитии учащимся любви к математическим расчетам. При этом нужно воспользоваться тем, что в конце курса имеется специальный обобщающий раздел «Применение законов движения Ньютона», куда и следует отнести наиболее сложные задачи. Некоторые комбинированные задачи следует также рассмотреть в последней теме «Работа и энергия». Несмотря на указанные меры, все же ряд задач по механике придется решать при повторении в IX—X классах, когда учащиеся будут значительно лучше подготовлены по математике.

В IX—X классах нужно уделить большее внимание решению задач в общем виде с анализом полученных выражений, а также составлению и решению систем уравнений. В дальнейшем можно будет использовать знания по интегральному и дифференциальному исчислениям, которые учащиеся должны получать по математике.

Важное значение в IX—X классах, особенно в связи с подготовкой учащихся к выпускным экзаменам, имеет решение задач за VI—VII и особенно VIII класс. Эти задачи преследуют цель не только повторения, но и углубления изученного в младших классах материала. Из VI класса обязательно решают задачи на расчет архимедовой силы и плавание тел, из VII класса — задачи на расчет количества теплоты, в том числе при агрегатных превращениях вещества (с составлением уравнений теплового баланса). Задачи за VIII класс придется повторить практически по всем разделам. В X классе нужно также повторить решение задач, особенно по молекулярной физике, за IX класс. Желательно, чтобы задачи на пройденный материал имели возможно больше общего по своему содержанию с изучаемой новой темой. Так, задачи на калориметрические расчеты целесообразно повторить в связи с изучением молекулярной физики, задачи о потенциальной энергии — при изучении потенциала электрического поля и т. д.

II

Часть

МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО РАЗДЕЛАМ КУРСА ФИЗИКИ

6 класс

ГЛАВА 4

ПЕРВОНАЧАЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ О СТРОЕНИИ ВЕЩЕСТВА

Решение задач по данной теме должно помогать формированию у учащихся первоначальных понятий о молекулярном строении веществ.

В задачах необходимо рассмотреть прежде всего такие факты, научное объяснение которых неизбежно приводит к представлениям о том, что тела состоят из мельчайших частиц — молекул.

Далее следует решить ряд задач, дающих понятие о размерах молекул, а также их свойствах: движении и взаимодействии. Из-за недостаточной математической подготовки учащихся большинство задач должны быть качественными.

Значительное внимание необходимо уделить также экспериментальным задачам. Несложные экспериментальные задачи учащиеся могут выполнять и в домашних условиях.

Полученные сведения о молекулярном строении веществ затем используют для объяснения различия между твердым, жидким и газообразным состояниями вещества.

1. Существование молекул. Размеры молекул

Первоначальное понятие о молекулах и их размерах полезно уточнить и углубить с помощью задач, в которых даны фотографии молекул, полученные с помощью электронного микроскопа.

Решение задач, показывающих сложное строение молекул, необязательно. Но в ознакомительном плане, особенно в сильных по успеваемости классах, можно рассмотреть 2—3 задачи, показывающие, что молекулы сложных веществ состоят из более мелких частиц — атомов.

Наряду с качественными можно дать задачи на несложные расчеты абсолютных и относительных размеров молекул.

43. На рисунке 11 показана фотография[1] частицы твердого тела, полученная с помощью электронного микроскопа. Какой вы-

[1] Фотография омертвевшего протеинового вируса.

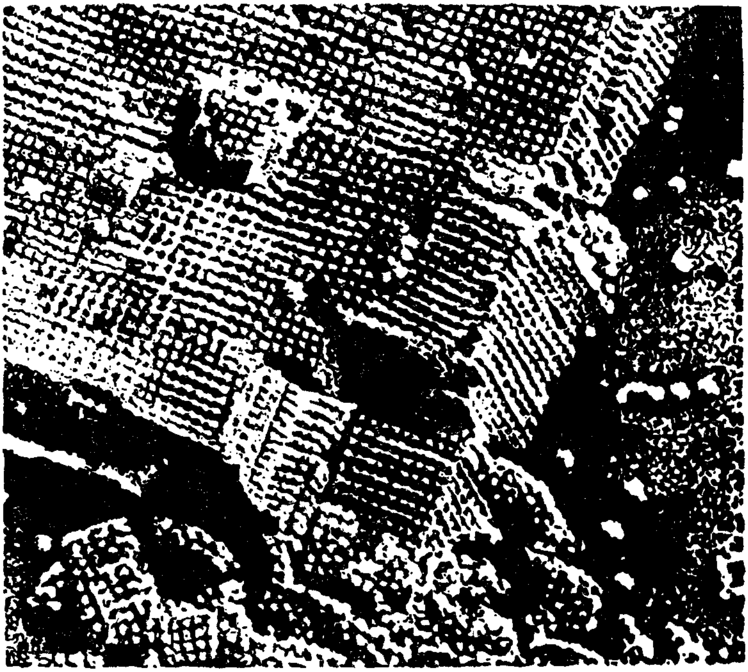


Рис. 11. 0,00017 *см*

вод можно сделать на основе этой фотографии о строении твердого тела? Пользуясь указанным на фотографии масштабом, определите размер одной частички — молекулы.

Р е ш е н и е. Внимание обращают на то, что все молекулы одинаковы, расположены в твердом теле в определенном порядке и имеют такую плотную упаковку, что между ними остаются только незначительные промежутки.

Для определения диаметра молекул подсчитывают их число (50) на указанном расстоянии 0,00017 *см*, и, вычисляя, находят, что диаметр молекулы равен примерно 0,000003 *см*.

Нужно сказать учащимся, что это гигантская молекула. Молекула воды, например, имеет поперечник примерно в сто раз меньше.

44. Оптический микроскоп позволяет различить объекты размером около 0,00003 *см*. Можно ли в такой микроскоп увидеть капельку воды, по диаметру которой укладывается сто, тысяча, миллион молекул? Диаметр молекулы воды равен примерно 0,0000000 3 *см*.

Р е ш е н и е. 0,00000003 *см* · 100 = 0,000003 *см*;
0,00000003 *см* · 1000 = 0,00003 *см*;
0,00000003 *см* · 1 000 000 = 0,03 *см*.

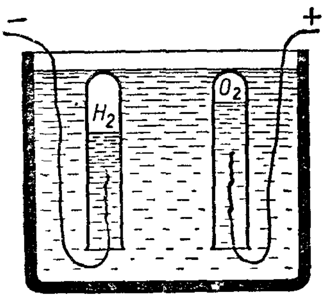


Рис. 12.

Следовательно, в оптический микроскоп можно увидеть только такую капельку воды, диаметр которой не менее чем в 1000 раз больше диаметра молекулы воды. Сами же молекулы воды нельзя увидеть в оптический микроскоп.

45*. Число молекул в 1 *см*^{3} воздуха при нормальном давлении и 0° С составляет $27 \cdot 10^{18}$. Считая, что диаметр одной молекулы газа равен примерно 0,00000003 *см*, подсчитайте, какой длины получились бы «бусы», если бы все эти молекулы можно было плотно нанизать на невидимую нить.

Ответ. 8 млн. *км*.

46 (э)*. Опустите в воду вверх дном две пробирки и поместите в них оголенные провода, присоединенные к полюсам батарейки (рис. 12). Пронаблюдайте за пузырьками газов и исследуйте их состав с помощью тлеющей лучинки. Откуда появились газы?

Решение. По яркому горению лучинки в одной пробирке и вспышке в другой заключают, что в одной пробирке находился кислород, а в другой — водород.

Поясняют, что газы появились при разложении молекулы воды. Следовательно, свойства молекулы при ее делении на более мелкие части не сохраняются. Учащимся можно сообщить, что вода разлагается на кислород и водород также при нагревании водяного пара до очень высокой температуры.

2. Движение молекул

В данном разделе особое внимание уделяют задачам о диффузии и броуновском движении. При этом устанавливают зависимость между скоростью движения молекул и температурой.

О диффузии молекул в жидкостях и газах может быть решено значительное число интересных экспериментальных задач.

47. Почему даже в спокойном воздухе распространяются запахи?

48(э). На дно стакана положите кусок сахара, а затем осторожно налейте в стакан воды. Через некоторое время проверьте, станет ли вода сладкой не только внизу, но и наверху. Как объяснить это явление с молекулярной точки зрения?

49. В 1827 г. английский ученый Броун наблюдал под микроскопом беспорядочное движение взвешенных в жидкости частиц. Как объяснить это движение с точки зрения молекулярной теории?

Ответ. Движение частиц вызывается ударами невидимых в оптический микроскоп молекул.

При пояснении характера движения частиц полезно использовать известный прибор для демонстрации модели броуновского молекулярного движения, а также рисунок на доске или настенные таблицы.

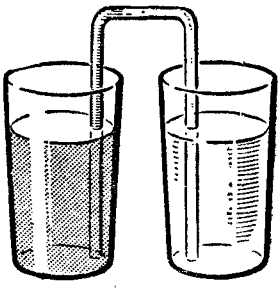


Рис. 13.

50(э). Возьмите два стакана, один стакан наполните густым раствором марганцовокислого калия, а другой— чистой водой. Возьмите стеклянную трубку, согнутую в виде буквы П, наполните ее чистой водой и, зажав пальцами, переверните и опустите один ее конец в раствор, а другой — в чистую воду (рис. 13). Наблюдайте за ходом диффузии каждый день [133].

51(э). Положите один кусок сахара в стакан с холодной, а второй — с горячей водой. Какой кусок растворится быстрее и почему?

Задачу можно дать учащимся на дом как экспериментальную. При решении задачи в классе для лучшей видимости опыта нужно взять два кусочка быстрорастворимого сахара и капнуть на каждый из них чернил. Кусочки сахара ставят на меньшую грань с помощью пинцета и наблюдают, как в горячей воде сахар растворяется значительно быстрее, чем в холодной.

52. Почему для быстрой засолки огурцов их заливают подогретым соляным раствором?

53. Почему интенсивность броуновского движения возрастает с повышением температуры?

Ответ. С повышением температуры возрастает скорость молекул и, следовательно, сила и количество их ударов о частицу.

3. Молекулярные силы

С помощью задач уточняют понятие о молекулярных силах двоякого рода (силах притяжения и силах отталкивания), заметное действие которых обнаруживается только на весьма малых расстояниях, сравнимых с размерами самих молекул.

54. Почему твердые тела, состоящие из огромного числа молекул, сохраняют свою форму и не рассыпаются на отдельные частицы?

Ответ. Прочность твердых тел объясняется силами молекулярного притяжения.

55. Соедините два куска свинца или пластилина. Объясните, почему они «прилипают» друг к другу. Почему аналогичный опыт не удается с кусками железа или разбитого стекла?

Ответ. Куски, например, разбитого стекла, соприкасаются только в нескольких точках, и силы притяжения оказываются недостаточными, чтобы прочно соединить куски.

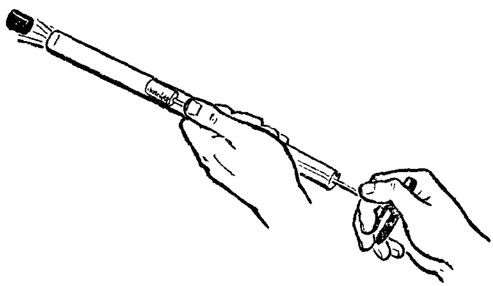


Рис. 14.

56(э). Существуют ли силы притяжения между молекулами жидкости? Поясните свое утверждение примерами и опытами.

57. Если воду сжать с такой же силой, которая действует на глубине 10 *км* в океане, то ее объем уменьшится лишь на 0,046 первоначального объема. Объясните, почему так трудно сжать воду и почему она принимает прежний объем после прекращения действия сил.

Ответ. Между молекулами действуют силы отталкивания.

4. Особенности строения газов, жидкостей и твердых тел

В задачах по данному разделу подчеркивают главным образом мысль о том, что молекулы в газах расположены на бóльших расстояниях, чем в жидкостях и твердых телах, силы притяжения между ними незначительны и потому газы занимают большой объем. (Аналогичное утверждение в отношении жидкостей и твердых тел, вообще говоря, неверно. Для твердых тел огромное значение имеет также порядок расположения молекул.)

Второе понятие, которое формируют в VI классе при решении задач по данному разделу, — различие в характере движения молекул в газах, жидкостях и твердых телах.

58(э). Передвигая с помощью палочки пробку в картофельном пистолете (рис. 14), наблюдайте за уменьшением объема воздуха. Проделайте аналогичный опыт, наполняя трубку водой. Объясните разницу в сжимаемости воды и воздуха на основе молекулярного строения веществ.

59. Как объяснить, что пар, получившийся при кипении воды, занимает примерно в 1700 раз больший объем, чем вода при температуре кипения?

Ответ. Молекулы пара расположены на столь больших расстояниях друг от друга, что силы притяжения между ними незначительны и поэтому не могут вызвать конденсацию пара при данной температуре (при данной скорости движения молекул).

60(э). В метровую стеклянную трубку налейте до половины воды, а сверху спирта и затем перемешайте их. Как изменился объем жидкости после этого? Объясните почему.

Ответ. Общий объем уменьшился в результате более плотной упаковки молекул.

61. Ученый Бриджмен с огромной силой сжимал в стальном цилиндре масло. Как объяснить, что частички масла выступали на внешних стенках цилиндра, хотя в них не было трещин?

62. Если прижать друг к другу пластинки свинца и золота, то через некоторое время в золоте можно обнаружить молекулы свинца, а в свинце — молекулы золота. Объясните почему.

Решение задач 61 и 62. В твердых телах и жидкостях между молекулами, несмотря на их плотную упаковку, есть небольшие промежутки. Молекулы совершают движения в первую очередь колебательные. Картина напоминает людей в наполненном автобусе, которые, несмотря на тесноту, перемещаются, меняясь местами друг с другом или проходя в случайно образовавшиеся проходы.

63(э)*. Рассмотрите пластинку слюды и расщепите ее на более тонкие листочки. Разбейте и рассмотрите кусочки крупной поваренной соли. Как на основе молекулярного строения вещества можно объяснить неодинаковые свойства слюды и соли по разным направлениям?

64(э)*. Разбейте кусок вара и объясните, почему на изломе всегда образуется гладкая поверхность.

Ответ. Вар — загустевшая жидкость, поэтому его молекулы не образуют правильно чередующихся слоев, как в кристаллическом теле.

ГЛАВА 5

ДВИЖЕНИЕ И СИЛЫ

При изучении этой большой и сложной темы главное внимание уделяют решению задач на расчет скорости, пути и времени равномерного движения; на вычисление плотности, массы и объема тела; на определение давления, силы и площади опоры.

Первые расчетные задачи следует решать арифметически, чтобы учащиеся лучше усвоили сущность изученных закономерностей, и только после этого использовать соответствующие формулы.

Помимо указанных выше, решают также задачи об инерции, силах, тяготении и невесомости. Большинство этих задач качественные.

1. Механическое движение. Скорость

По данному разделу вначале решают качественные задачи, позволяющие углубить понятие об относительности механического движения, а затем — задачи на расчет скорости равномерного движения. При этом следует уделить серьезное внимание приемам перевода скорости из одних единиц в другие (№ 70). После этого решают достаточное количество задач на расчет пути и времени движения. Подобные задачи арифметическим методом уже решались учащимися на уроках математики, что и следует использовать, особенно в начале изучения темы. Заканчивается раздел решением задач с использованием понятия о средней скорости движения.

65. Укажите, относительно каких тел находятся в покое или относительном движении пассажир в движущемся автобусе; поплавок, плывущий по реке; стамеска, затачиваемая на точиле; космонавт в кабине выведенного на орбиту спутника.

66. Что означает запись: скорость пешехода 5 *км/ч*; скорость света 300 000 *км/сек*; скорость звука 340 *м/сек*?

67(э). Определите скорость падения шарика в стеклянной вертикально поставленной трубке, наполненной водой.

Решение. Наблюдают движение шарика в трубке и зарисовывают схему опыта на доске и в тетрадях учащихся. Повторяют определение скорости и намечают план решения задачи. Затем измеряют длину трубки и время движения шарика. На доске делают запись.

Задача **67**.

Путь = 120 *см*
Время = 3 *сек*

Скорость = ?

Решение.

$$\text{Скорость} = \frac{\text{путь}}{\text{время}} = \frac{120\ см}{3\ сек} = 40\frac{см}{сек}.$$

Условие второй задачи записывают с использованием буквенных обозначений.

68. Рассчитать в *м/сек* скорость движения Луны вокруг Земли, если за 1 *мин* она проходит путь 60 *км*?

Задача **68**.

Путь $s = 60$ *км*
Время $t = 1$ *мин*

Скорость = ?

Решение.

Путь $s = 60$ *км* $= 60\ 000$ *м*;
время $t = 1$ *мин* $= 60$ *сек*;

$$\text{Скорость } v = \frac{\text{путь } s}{\text{время } t} = \frac{60\ 000\ м}{60\ сек} = 1000\ \frac{м}{сек}.$$

При решении последующих задач в зависимости от подготовки учащихся записывают формулу скорости в обычном виде $v = \frac{s}{t}$.

После этого нужно решить несколько задач на перевод скорости из одних единиц в другие.

69. Что движется быстрее: молекула водорода, имеющая при 0° С скорость около 1700 *м/сек*, или искусственный спутник Земли, летящий со скоростью 8 *км/ч*?

70. Автомобиль «Чайка» развивает скорость до 160 *км/ч*, а почтовый голубь — до 16 *м/сек*. Сможет ли голубь обогнать автомобиль?

Решение 1. Перевод величины скорости из одних единиц в другие сначала выполняют арифметически следующим образом.

За 1 *ч* автомобиль проходит 160 *км* = 160 000 *м*. 1 *ч* = 3600 *сек*. Следовательно, за 1 *сек* автомобиль пройдет путь $\frac{160\,000}{3600}$ *м* = = 44 *м*, значит, скорость автомобиля равна 44 *м/сек*. Голубь не обгонит автомобиль.

Решение 2. В дальнейшем, когда учащиеся хорошо усвоят формулы, нужно перейти к пересчету значений величин при переводе в другие единицы, подставляя к именованному числу выражение, в котором прежние единицы заменены через новые:

$$160\,\frac{км}{ч} = 160 \cdot \frac{1000\,м}{3600\,сек} = 44\,\frac{м}{сек}.$$

71. Пользуясь приведенной в учебнике[1] таблицей скоростей (стр. 39), определите, на какое расстояние распространится в воздухе за минуту звук при 0° С.

Решение. Из таблицы учащиеся находят значение скорости звука и записывают условие задачи. Затем рассуждают следующим образом. За 1 *сек* звук распространяется на 332 *м*. 1 *мин* = 60 *сек*. Следовательно, за минуту звук пройдет в 60 раз большее расстояние, чем за секунду, т. е.

$$332\ м \cdot 60 = 19\,920\ м \approx 20\ км.$$

Затем полезно решить эту же задачу с использованием формулы.

Путь s = скорость v · время t,

или $s = vt = 332\,\frac{м}{сек} \cdot 60\ сек = 19\,920\ м \approx 20\ км.$

72. За какое время пробежит конькобежец расстояние в 100 *м*, если он будет двигаться со скоростью 12 *м/сек*?

Решение 1. За секунду конькобежец проходит расстояние 12 *м*. Следовательно, конькобежец будет двигаться столько секунд, сколько раз число 12 содержится в 100.

100 : 12 = 8,3. Время равно 8,3 *сек*.

Решение 2.

Время $t = \frac{путь\ s}{скорость\ v}$. Или $t = \frac{s}{v} = \frac{100\ м}{12\,\frac{м}{сек}} = 8{,}3\ сек.$

73. Первый облет Земли на космическом корабле «Восток» Ю.Гагарин совершил за 89,1 *мин* со средней скоростью 2800 *км/ч*. Определите путь космического корабля за это время.

---

[1] А. В. Перышкин, Н. А. Родина. Физика 6 класс. М., «Просвещение», 1971.

Р е ш е н и е. При алгебраическом решении задачи сначала записывают основную формулу $v_{ср} = \frac{s}{t}$, из которой находят искомую величину: $s = v_{ср} \cdot t = 2800 \frac{км}{ч} \cdot 89,1 \cdot \frac{1}{60} ч \approx 42\,000$ *км*.

Учащиеся должны не запоминать, а выводить производные формулы по их физическому смыслу, а также, пользуясь известными им из математики сведениями о нахождении неизвестного делимого, делителя или частного.

При проверке ответа можно принять во внимание, что длина экватора Земли 40 000 *км*. Так как космический корабль летел на сравнительно небольшой высоте, то полученный ответ правдоподобен.

74. В течение минуты автомобиль двигался со скоростью 50 *км/ч*, а затем 2 *мин* со скоростью 60 *км/ч*. Найдите среднюю скорость движения автомобиля.

Р е ш е н и е.

$$v_{ср} = \frac{s}{t}; \quad t = t_1 + t_2 = 1\,мин + 2\,мин = 3\,мин;$$

$$s = s_1 + s_2,$$

$$s_1 = v_{1ср} \cdot t_1 = 50 \frac{км}{ч} \cdot \frac{1}{60} ч \approx 0,83\ км;$$

$$s_2 = v_{2ср} \cdot t_2 = 60 \frac{км}{ч} \cdot \frac{2}{60} ч = 2\,км;$$

$$s = 0,83\,км + 2\,км = 2,83\,км;$$

$$v_{ср} = \frac{2,83\,км}{\frac{3}{60}\,ч} \approx 57 \frac{км}{ч}.$$

Основное назначение этой задачи — предупредить учащихся от неправильного нахождения величины средней скорости как среднего арифметического данных скоростей.

75. В кабинах автомобилей, троллейбусов и на мотоциклах устанавливают прибор — спидометр (рис. 15), в котором есть счетчик пройденного пути и указатель скорости. Как, используя показания счетчика пути, определить среднюю скорость движения? В каких случаях и как, используя показания прибора, можно также определить время движения?

Р е ш е н и е. $v_{ср} = \frac{s}{t}$. В данном случае s — разница показаний счетчика пути, а t — время движения.

Время t можно определить, используя показания прибора, только в том случае, если скорость v на данном участке пути постоянна, тогда $t = \frac{s}{v}$.

76. Средняя скорость молекулы водорода при 0° С 1700 *м/сек*. Какой путь пройдет молекула в воздухе за 5 *сек*? Нарисуйте примерный вид траектории движения молекулы. Переместится ли молекула от первоначального местоположения на расстояние, равное величине пройденного пути?

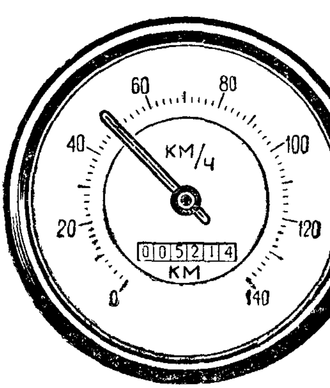


Рис. 15.

2. Масса. Плотность вещества

Первоначальное понятие о массе в VI классе вводят из рассмотрения простейших опытов по отдаче или столкновению двух тел.

В соответствии с этим решают качественные, а также простейшие расчетные задачи, в которых для сравнения массы тел по существу используют закон сохранения количества движения.

Для этого случая $m_1 \Delta v_1 = m_2 \Delta v_2$ или $\frac{m_1}{m_2} = \frac{\Delta v_2}{\Delta v_1}$, т. е. массы взаимодействующих тел обратно пропорциональны изменению их скоростей.

Задачи на расчет плотности, а также массы и объема тела по его плотности решают с использованием формул, которые последовательно применяют в следующих видах: плотность $= \frac{\text{масса}}{\text{объем}}$; плотность $\rho = \frac{\text{масса } m}{\text{объем } v}$; $\rho = \frac{m}{v}$ (аналогично тому, как это было при использовании формул скорости).

Ряд задач должно быть посвящено определению массы молекул и выяснению зависимости плотности тел от массы молекул и их числа в единице объема.

77(э). Используя длинную резиновую нить, определите, какая из двух игрушечных тележек имеет большую массу. Проверьте ваши выводы, определив массы тележек на рычажных весах.

Решение. Связывают тележки резиновой нитью, раздвигают в разные стороны, натягивая нить, и затем отпускают. Тележка с большей массой будет двигаться медленнее.

Положив тележки на чашки весов, обнаруживают, что перетягивает тележка с большей массой.

78. Два мальчика на коньках, оттолкнувшись руками друг от друга, поехали в разные стороны со скоростями 5 и 3 *м/сек*. Масса какого мальчика больше и во сколько раз?

Решение. Массы взаимодействующих тел обратно пропорциональны изменениям их скоростей. Поэтому масса мальчика, скорость которого 3 *м/сек*, в $\frac{5}{3}$ раза больше массы другого мальчика.

79. В 1 $м^3$ любого газа при 0° С и нормальном давлении содержится $27 \cdot 10^{24}$ молекул. Какова масса 1 $м^3$ водорода при этих же условиях, если масса одной молекулы равна $33 \cdot 10^{-28}$ *кг*?

Решение. $Масса = \frac{33 \cdot 27 \cdot 10^{24}\ г}{10^{28}} \approx 0{,}09\ кг.$

Задачу следует решать на доске с помощью учителя, так как учащиеся не знакомы с приведенным в условии способом записи больших чисел.

80. Что означает запись: плотность алмаза 3,5 $г/см^3$; гранита — 2600 $кг/м^3$; воздуха — 1,29 $кг/м^3$. Выразите плотность гранита в $г/см^3$, а плотность алмаза в $кг/м^3$.

Решение. Расчеты следует выполнить как арифметически, так и пользуясь общим правилом перехода от одних единиц измерения к другим.

1) Масса 1 $м^3$ гранита равна 2600 $кг$ = 2 600 000 $г$; но 1 $м^3$ = = 1 000 000 $см^3$, поэтому масса 1 $см^3$ гранита составляет $\frac{2\,600\,000}{1\,000\,000}$ $г$, следовательно, плотность гранита — 2,6 $г/см^3$.

$$2)\ 3{,}5\,\frac{г}{см^3} = 3{,}5 \cdot \frac{0{,}001\ кг}{0{,}000001\ м^3} = 3500\,\frac{кг}{м^3}.$$

81. Что больше — плотность кипящей воды или плотность находящегося над ней пара? Почему?

Ответ. Молекулы пара находятся на большем расстоянии друг от друга, чем молекулы воды (№ 59). Следовательно, в единице объема пара находится меньше молекул, чем в единице объема воды, поэтому плотность пара меньше плотности воды.

82. В 1 $м^3$ любого газа при 0° С и нормальном давлении находится одинаковое количество молекул. Почему же плотность кислорода почти в 16 раз больше плотности водорода?

Решение. Плотность кислорода больше потому, что масса молекулы кислорода примерно в 16 раз больше массы молекулы водорода.

83. Масса 10 $см^3$ стали равна 78 $г$. Чему равна плотность стали? Какова масса 20 $см^3$ стали?

84. Какой объем имеет бидон, вмещающий 8 $кг$ керосина? Плотность керосина 800 $кг/м^3$.

Задачи типа 83—84 решают устно с последующей записью соответствующих формул. После того как учащиеся уяснят смысл формул, задачи следует немного усложнить.

85. Определите массу сосновой доски, имеющей размеры $300 \times 20 \times 5$ *см*.

Решение. При решении подобных задач обычно учащиеся сразу находят объем, не занимаясь анализом условия в целом, т. е. задачу решают чисто синтетическим методом. Не отвергая такого способа решения, учитель должен, однако, постепенно приучать учащихся и к аналитическому методу. Поэтому одну из задач данного типа полезно решить «с конца», рассуждая следующим образом.

В задаче требуется определить массу доски m. Эту величину можно найти из формулы $\rho = \frac{m}{v}$, откуда $m = \rho v$. Анализируя формулу, заключаем, что для определения массы нужно предварительно узнать плотность доски (из таблиц) и вычислить объем доски по ее размерам.

3. Инерция

Задачи по данной теме должны закрепить у учащихся понятие о движении как неотъемлемом свойстве тел. Поэтому прежде всего следует уделить внимание задачам о сохранении телами равномерного и прямолинейного движения, что является главным содержанием закона инерции. Затем решают задачи о сохранении телами состояния относительного покоя. С помощью задач углубляют также понятие о массе тел.

86. Куда и почему наклоняются пассажиры в автобусе, когда он: тормозит? поворачивает вправо? поворачивает влево?

87. Почему делают массивными тиски и наковальни?

88. Пользуясь схемой (рис. 16), объясните принцип действия зернопульта при очистке от легких примесей семян на току.

Решение. Семена и примеси выбрасываются зернопультом с одинаковой скоростью. Но сопротивление воздуха в большей мере замедляет движение меньших по массе легких примесей, чем полновесного зерна, которое поэтому летит дальше и отделяется от примесей. При повторном решении задачи в VIII классе действие аэродинамических сил можно рассмотреть подробнее, учитывая не только массу, но и форму и размеры частиц примесей.

(См. также № 13—15 и их решение).

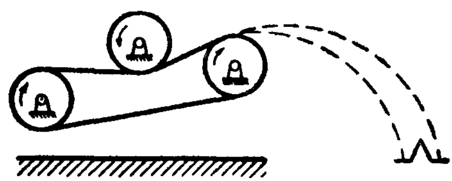


Рис. 16.

4. Сила тяжести. Вес тел

При изучении данной темы вначале решают задачи на расчет силы тяжести, с которой Земля действует на тела известной массы. Величины сил выражают преимущественно в ньютонах. При расчетах силы тяжести исходят из того, что тело массой 1 *кг* на поверхности Земли давит на подставку с силой, примерно равной 9,8 *н*. Для вычисления веса тела в ньютонах его массу в килограммах умножают на 9,8 *н/кг*. Для упрощения вычисления обычно принимают 9,8 *н/кг* $\approx$ 10 *н/кг*.

Далее рассматривают зависимость веса тела от его положения на Земле, а также вес тела на других планетах. Зависимость веса тела от вращения Земли и особенностей геологического строения земной коры в задачах, которые решают в VI классе, во внимание не принимают.

89(э). Придумайте конструкцию простейшего динамометра и изготовьте его, используя винтовую пружину или резиновую нить, стальную линейку. Сравните с помощью динамометра вес различных предметов: монет, карандашей и др.

90. Какой вес на широте 45° и на уровне моря имеет 1 $дм^3$ воды; керосин в бочке емкостью 200 $дм^3$?

Решение. Определим массу 1 $дм^3$ воды.

$$m_в = \rho_в V_в = 1000\,\frac{кг}{м^3}\cdot 1\cdot\frac{1\ м^3}{1000} = 1\ кг.$$

Вес воды $P_в = 9{,}8\ \frac{н}{кг}\cdot 1\ кг = 9{,}8\ н.$

Масса керосина $m_к = \rho_к V_к = 800\ \frac{кг}{м^3}\cdot\frac{200}{1000}\,м^3 = 160\ кг.$

Вес керосина $P_к = 9{,}8\ \frac{н}{кг}\cdot 160\ кг \approx 1600\ н.$

91. Как изменится вес тела, если его перенести: с экватора на полюс? с подножия горы на вершину? перевезти на корабле в другое место земного шара, лежащее на той же широте? перенести с Земли на Луну?

Решение. Чем дальше тело от центра Земли, тем меньше сила тяжести, поэтому вес тела на полюсе больше, чем на экваторе, у подножия горы — больше, чем на вершине и на одной и той же широте на уровне моря всюду одинаков. На других небесных телах сила тяготения не такая, как на Земле, например, на Луне она меньше, чем на Земле примерно в 6 раз.

92(э)*. Подвесьте на динамометр (или на резиновую нить) груз и резко опустите динамометр вниз. Изменяется ли при этом движении вес тела?

93(э)*. В старом резиновом мяче прожгите раскаленным гвоздем отверстия. Наполните мяч водой, подбросьте его вертикально вверх и наблюдайте, будет ли из него вытекать вода во время полета. Результаты опыта объясните.

94*. Будут ли действовать на искусственном спутнике Земли часы с гирей?

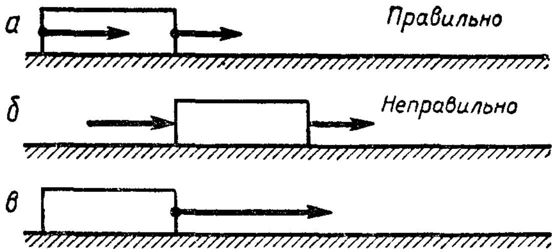


Рис. 17

5. Графическое изображение и сложение сил

В данной теме вначале с помощью упражнений закрепляют понятие о силе как векторе, а затем решают задачи о сложении сил, действующих по одной прямой. При этом нужно обратить внимание на правильность изображения векторов (выбор масштаба, правильное определение направления и точки приложения сил).

95. Изобразите графически силы, с которыми гири 1 и 5 *кг* действуют на подставку.

96. Изобразите графически силы 5 и 20 *н*, действующие на одну и ту же точку тела под углом 45°.

97. Один мальчик толкает сани сзади с силой 20 *н*, а второй тянет их за веревку с силой 15 *н*. Изобразите эти силы графически, считая, что они направлены горизонтально, и найдите их равнодействующую.

Решение задачи ясно из рисунка 17, *а*. (Нередко учащиеся ошибочно изображают силу, толкающую тело так, как показано на рисунке 17, б.)

На одном рисунке (рис. 17, *а*) изображают составляющие силы, а на другом (рис. 17, *в*) — их равнодействующую. Если составляющие и равнодействующую показывать на одном рисунке, то он получится невыразительным, и, главное, у некоторых учащихся создастся впечатление, будто на тело действуют три силы: две составляющие и одна равнодействующая.

6. Сила давления. Давление

Несколько задач решают арифметически, а затем с помощью формул: давление $p = \frac{\text{сила давления } F}{\text{площадь } S}$; $p = \frac{F}{S}$. Давление рассчитывают в $н/м^2$ и $н/см^2$.

98(э). Определите давление прямоугольного бруска на стол при различном его положении.

Решение. Динамометром определяют вес бруска в ньютонах, а затем находят площадь трех различных граней в $см^2$.

Давление для каждого случая определяют по формуле $p = \frac{F}{S}$.

99. Каков вес трактора, если его давление на почву $40\,000 \frac{н}{м^2}$, а опорная площадь обеих гусениц 1,3 $м^2$?

Решение 1. На 1 $м^2$ действует сила 40 000 *н*. Сила давления и, следовательно, вес тела равны 40 000 *н* · 1,3 = 52 000 *н*.

Решение 2. $p = \frac{F}{S}$, откуда $F = pS = 40\,000 \frac{н}{м^2} \cdot 1{,}3\ м^2 = 52\,000\ н$.

100. Можно ли и как, нажимая пальцем с силой 10 *н*, создать давление 10 000 000 $н/м^2$?

Решение. $p = \frac{F}{S}$. Для того чтобы создать указанное огромное давление при сравнительно малой силе F, нужно действовать, очевидно, на небольшую площадь $S = \frac{F}{p} = \frac{10\ н}{10\,000\,000\ \frac{н}{м^2}} = 0{,}01\ см^2$. Эта площадь примерно равна площади острия гвоздя или иглы.

7. Сила трения. Силы взаимодействия молекул

При решении задач по данной теме рассматривают две причины возникновения сил трения: неровность трущихся поверхностей и силы молекулярного сцепления между ними. Задачи должны уточнить и углубить понятие о различных видах трения и его использовании на практике. Материал позволяет решать большое количество экспериментальных задач, наглядно показывающих зависимость сил трения от обработки трущихся поверхностей, силы нормального давления и рода материалов.

Понятия о коэффициенте трения не вводят, но в условиях задач можно указывать, какую часть сила трения составляет от силы нормального давления.

Для повторения сведений о молекулярных силах сначала решают задачи, подобные № 54—57.

101. Зачем делают ребристыми подошвы галош, велосипедные и автомобильные покрышки?

102. Можно ли уничтожить трение между двумя поверхностями, тщательно отшлифовав их?

Ответ. Нельзя. Чем лучше отшлифованы поверхности, тем больше сила сцепления между ними, вызванная притяжением молекул.

103(э). Из большой или малой стопки книг легче вытащить нижнюю книгу. Почему? Проверьте ваше утверждение на опыте.

104(э). Подвесьте на нитку груз и намотайте на карандаш такое количество ее витков, чтобы нитка не разматывалась. Капните затем на карандаш маслом и наблюдайте, как будет соскальзывать нитка с карандаша. Объясните данное явление. Поясните примерами, где и с какой целью в технике используют смазку.

105(э). Положите книгу на наклонную плоскость (доску или другую книгу), так, чтобы она не соскальзывала вниз. Затем положите под книгу два круглых карандаша и наблюдайте, как книга скатывается по наклонной плоскости. Какой вывод о сравнительной величине трения скольжения и качения следует из данного опыта? Где в технике и в быту трение скольжения заменяют трением качения и наоборот?

106*. Всегда ли трение скольжения больше трения качения?

Решение. Трение качения особенно мало, если каток и поверхность, по которой он катится, деформируются незначительно (железная дорога). Если же деформация значительна (рыхлая земля, песок, снег), то трение качения может оказаться больше трения скольжения (по снегу сани тянуть легче, чем телегу).

107(э)*. Осторожно поместите капли воды на тщательно промытое с мылом блюдце и смазанное маслом лезвие ножа. Зарисуйте и объясните результаты опыта.

108*. Почему олово применяют при пайке меди и не применяют для соединения стекла.

109(э)*. Поставьте вертикально под углом друг к другу в виде буквы V два тщательно промытых с мылом стекла и опустите их наполовину в сосуд с водой. Изменяя угол, наблюдайте подъем воды между стеклами. Зарисуйте и объясните опыт. Как зависит высота подъема воды от расстояния между стеклами?

110.* Опустите в воду конец промокательной бумаги и исследуйте, на какую высоту может подняться по ней вода. От чего зависит высота подъема воды по бумаге? Какое значение имеет данное явление в природе? Приведите примеры.

ГЛАВА 6

ДАВЛЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ (ГИДРО- И АЭРОСТАТИКА)

Данный материал изучают только в VI классе, и поэтому он должен быть усвоен учащимися прочно и глубоко.

Вначале решают задачи на закон Паскаля. Затем рассматривают применения и следствия этого закона, в том числе архимедову силу.

Многие типы задач, например на плавание тел в жидкостях и газах, представляют для учащихся значительную трудность. Поэтому в VI классе нужно решать качественные и несложные количественные задачи. Более сложные задачи следует рассмотреть в порядке повторения основных положений гидро- и аэростатики в IX классе, в связи с изучением свойств жидкостей и газов, и в X классе при подготовке к выпускным экзаменам.

1. Закон Паскаля

Закон Паскаля рассматривают сначала в «чистом виде», применительно к невесомым жидкостям и газам. Задачи должны помочь учащимся уяснить, почему давление в покоящейся невесомой жидкости или газе одинаково во всех точках, и дать понятие о применении закона Паскаля в некоторых технических устройствах (насосы, гидравлические прессы и др.). При решении этих задач используют имеющиеся у учащихся знания о молекулярном строении жидкостей и газов.

111. Как и почему изменяется давление воздуха, когда его сжимают поршнем насоса? Зависит ли давление в шланге велосипедного насоса от того, где сделано для него отверстие — в боковой стенке или дне цилиндра?

Ответ. С уменьшением объема воздуха его плотность и, следовательно, число молекул в единице объема увеличивается. Число ударов молекул о стенки возрастает, что приводит к повышению давления воздуха. Так как плотность воздуха в цилиндре всюду одинакова, то давление в шланге не зависит от того, где он присоединен к цилиндру.

112. Будут ли работать воздушный насос и гидравлическая машина в состоянии невесомости?

Ответ. Воздушный насос и гидравлическая машина будут работать в состоянии невесомости. (Передача давления жидкостью объясняется действием сил упругости, которые обусловлены силами отталкивания молекул при их сближении. Эти силы от веса жидкости не зависят.)

113. Отверстия сосуда (рис. 18) закрыты поршнями. Площадь малого поршня 10 *см*², большого 50 *см*². На малый поршень поместили гирю массой 1 *кг*. Какой груз *P* нужно поместить на большой поршень, чтобы жидкость осталась в равновесии?

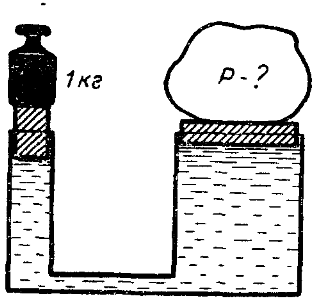


Рис. 18.

Решение. Давление, которое оказывает малый поршень на жидкость, $p = \frac{F_1}{S_1} \approx \frac{10\,н}{10\,см^2} = 1\ \frac{н}{см^2}$.
По закону Паскаля это давление

передается без изменения во все стороны, в том числе и на большой поршень. Сила давления, действующая на большой поршень, $F_2 = pS_2 = 1\,\frac{н}{см^2} \cdot 50\,см^2 = 50\,н.$ $P = 50\,н.$

Задачу можно поставить как экспериментальную, если воспользоваться моделью гидравлической машины, изготовленной, например, из двух медицинских шприцев разного сечения (рис. 1).

114(э). Рассчитайте, какой выигрыш в силе дает школьный гидравлический пресс. Трение и выигрыш в силе за счет применения рычагов не учитывать.

2. Весовое давление жидкости

Весовое давление жидкости сначала определяют по известной учащимся формуле $p = \frac{P}{S}$, а силу давления — по формуле $P = 9{,}8\,\frac{н}{кг}\,m$, где m — масса жидкости, налитой в прямоугольный сосуд, выраженная в килограммах. Затем знакомят учащихся с более общим методом расчета давления жидкости по ее плотности и глубине. Первые задачи решают арифметически. Затем переходят к использованию формулы: $p = 9{,}8\,\frac{н}{кг} \cdot \rho h$.

Для подготовки учащихся к изучению темы об атмосферном давлении полезно рассчитать давление столба ртути высотой 76 *см*.

115. В каких сосудах (рис. 19) давление на дно больше и почему?

Решение. О давлении на дно сосудов, имеющих одинаковую площадь дна, судят по весу налитых в них жидкостей. Давление в первом сосуде меньше, чем во втором, в пятом больше, чем в четвертом и т. д. Давление тем больше, чем больше глубина жидкости и ее плотность.

116. Придумайте прибор, с помощью которого можно показать, что давление в жидкости зависит от ее глубины.

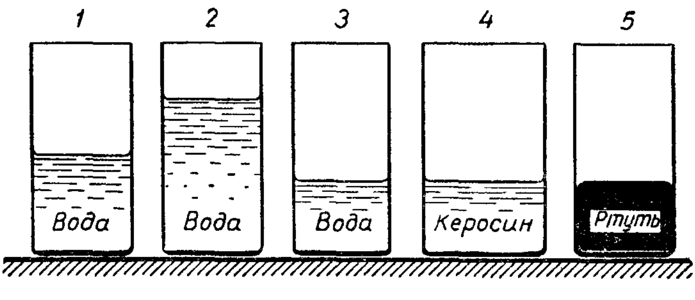


Рис. 19.

117. Прямоугольный бассейн с площадью дна $S = 250$ $м^2$ и глубиной $h = 4$ $м$ наполнен морской водой плотностью $\rho = 1030\ \frac{кг}{м^3}$. Какова сила давления и давление воды на дно?

Решение 1. Сила давления равна весу воды

$P = 9{,}8\ \frac{н}{кг} \cdot m$; $m = \rho V$; $V = Sh = 250\ м^2 \cdot 4\ м = 1000\ м^3$;

$m = 1030\ \frac{кг}{м^3} \cdot 1000\ м^3 = 1\ 030\ 000\ кг$; $P = 9{,}8\ \frac{н}{кг} \cdot 1\ 030\ 000\ кг \approx$ $\approx 10\ 000\ 000\ н$.

$$\text{Давление } p = \frac{P}{S} = \frac{10\ 000\ 000\ н}{250\ м^2} = 40\ 000\ \frac{н}{м^2}.$$

Решение 2. Если бы глубина равнялась 1 $м$, то на 1 $м^2$ действовала бы сила, равная весу 1 $м^3$ воды. $P_1 = 9{,}8\ \frac{н}{кг} \cdot m =$ $= 9{,}8\frac{н}{кг} \cdot 1030\ кг \approx 10\ 000\ н$. $p_1 = 10\ 000\ \frac{н}{м^2}$. Но так как глубина составляет 4 $м$, то давление $p = 10\ 000\ \frac{н}{м^2} \cdot 4 = 40\ 000\ \frac{н}{м^2}$.

Сила давления $P = pS = 40\ 000\frac{н}{м^2} \cdot 250\ м^2 = 10\ 000\ 000\ н$.

В дальнейшем расчеты можно упростить, используя формулу $p = 9{,}8\ \frac{н}{кг} \cdot \rho h$.

118(э). Из двух стеклянных и резиновой трубок изготовьте сообщающиеся сосуды и проверьте с их помощью горизонтальность поверхности стола, подоконников, филенок и т. п.

119. Уровень воды в резервуаре водонапорной башни находится на высоте 30 $м$ от поверхности водоема. Определите давление в водопроводной трубе, расположенной на высоте 20 $м$.

Решение 1. Определяют давление на глубине 1 $м$, численно равное весу 1 $м^3$ воды: $P_1 = 9{,}8\ \frac{н}{кг} \cdot 1000\ кг \approx 10\ 000\ н$: $p_1 = 10\ 000\frac{н}{м^2}$. На глубине 10 $м$ давление $p = 10\ p_1 = 100\ 000\ \frac{н}{м^2}$.

Решение 2. $p = 9{,}8\frac{н}{кг} \cdot 1000\ \frac{кг}{м^3} \cdot 10\ м \approx 100\ 000\ \frac{н}{м^2}$.

120. Какое давление оказывает ртуть на глубине 76 $см$? Выразите это давление в $н/м^2$; $н/см^2$.

Решение 1. Определяют давление ртути на глубине 1 $м$, численно равное весу 1 $м^3$ ртути: $P_1 = 9{,}8\frac{н}{кг} \cdot 13\ 600\ кг \approx 133\ 000\ н$, $p_1 = 133\ 000\ \frac{н}{м^2}$. На глубине 76 $см = 0{,}76\ м$ давление $p =$ $= 133\ 000\ \frac{н}{м^2} \cdot 0{,}76 = 101\ 000\ \frac{н}{м^2} \approx 100\ 000\ \frac{н}{м^2}$.

$$p = 100\,000 \frac{н}{м^2} = 100\,000 \cdot \frac{1\ н}{10\,000\ см^2} = 10 \frac{н}{см^2}.$$

Решение 2. $p = 9{,}8 \frac{н}{кг} \cdot \rho h = 9{,}8 \frac{н}{кг} \cdot 13\,600 \frac{кг}{м^3} \cdot 0{,}76\ м = 10\,000 \frac{н}{м^2}$.

121*. Какой высоты столб керосина может уравновесить в сообщающихся сосудах столб ртути высотой 16 *см*?

Решение. $\frac{h_к}{h_{рт}} = \frac{\rho_{рт}}{\rho_к}$; $h_к = \frac{\rho_{рт} \cdot h_{рт}}{\rho_к} = \frac{13600 \frac{кг}{м^3} \cdot 0{,}16\ м}{800 \frac{кг}{м^3}} \approx 2{,}7\ м.$

3. Атмосферное давление

По этой теме решают главным образом качественные и несложные расчетные задачи, в которых требуется определить силу атмосферного давления на ту или иную поверхность. Большую трудность для учащихся представляет перевод одних единиц давления в другие. В дополнение к ранее изученным единицам учащимся сообщают о физической атмосфере (*атм*): 1 *атм* = 760 *мм рт. ст.* $\approx 10\ н/см^2$.

В качестве примера учета и использования атмосферного давления в технике можно решить несколько задач о действии насосов и изменении атмосферного давления с высотой.

122(э). Приложите ко рту чистый лист бумаги и вдохните в себя. Что происходит с листом и почему? Объясните с физической точки зрения процесс дыхания.

123. Рассчитайте силу атмосферного давления, которая действует на обложку книги. Почему вы не чувствуете этой силы, когда держите книгу в руках?

Решение. По закону Паскаля книга испытывает одинаковое давление со всех сторон. Сила давления $F = 10 \frac{н}{см^2} \cdot S$, где S — площадь обложки книги (находят при измерении).

124*. Равна ли сила атмосферного давления, действующая на пол, весу воздуха в комнате? Изменится ли давление в помещении, если его закрыть герметически?

Решение. При нормальном атмосферном давлении вес воздуха $P = 9{,}8 \frac{н}{кг} \cdot m = 9{,}8 \frac{н}{кг} \cdot \rho V = 9{,}8 \frac{н}{кг} \cdot 1{,}29 \frac{кг}{м^3} \times V = 9{,}8 \frac{н}{кг} \cdot 1{,}29 \frac{кг}{м^3} \cdot Sh$, где S — площадь пола, выраженная в $м^2$, а h — высота комнаты в метрах.

Сила давления $F = 100\,000 \frac{н}{м^2} \cdot S$.

Так как высота $h \approx 3 - 5\ м$, то $F \gg P$.

Давление воздуха обусловлено ударами молекул. При одной и той же плотности и температуре воздуха его давление будет одним и тем же и в открытом и в герметически закрытом помещении.

125. При нормальном атмосферном давлении вода за поршнем насоса поднимается не выше 10 *м*. Как же обеспечивают подачу воды на бо́льшую высоту? Обязательно ли для подачи воды на высоту 8 *м* цилиндр насоса должен быть более 8 *м*? Ваши ответы поясните чертежами.

126. Рассмотрите укороченный закрытый манометр на вакуумной тарелке для насоса и объясните его действие. Что общего и в чем отличие данного манометра и ртутного барометра? Почему не измеряют давление под колоколом воздушного насоса открытым ртутным манометром?

127(э). Измерьте барометром-анероидом давление на разных этажах школы и полученные данные объясните. Как с помощью анероида определить высоту над уровнем земли?

128. Почему в самолетах на больших высотах не рекомендуют держать в кармане костюма авторучки?

129. Почему оболочку стратостата перед подъемом не заполняют водородом полностью?

4. Архимедова сила

По этой теме вначале решают качественные и несложные расчетные задачи, в которых требуется найти прежде всего выталкивающую силу, действующую на тело, погруженное в жидкость или газ. Затем задачи несколько усложняют, предлагая учащимся сравнить вес тела с весом вытесненной жидкости или газа, что облегчает решение задач о плавании тел. Первые задачи решают с вопросами, определяя последовательно массу, а затем вес вытесненной жидкости (газа) соответственно по формулам: $m = \rho V$, $P = 9{,}8\frac{н}{кг} \cdot m$. После того как учащиеся усвоят этот способ определения архимедовой силы, можно дать общую формулу $F = 9{,}8\,\frac{н}{кг} \cdot \rho \cdot V$, где ρ — плотность, а V — объем жидкости, вытесненной телом. При решении задач о плавании тел в жидкости можно ввести понятие о подъемной силе единицы объема жидкости. Это облегчит усвоение данного понятия применительно к газам, где оно обязательно.

130(э). На резиновую нить подвесьте картофелину, опустите ее в воду и заметьте, на сколько сантиметров укоротилась нить. Проделайте аналогичный опыт, опуская в воду только часть картофелины, а затем картофелину, большую по объему. Как зависит выталкивающая сила от объема погруженного тела?

131(э). Опуская на резиновой нити картофелину в керосин, чистую и соленую воду, сделайте вывод о зависимости выталкивающей силы от плотности жидкости?

132. Зависит ли выталкивающая сила от вещества погруженного тела и его формы? Проделайте соответствующий опыт.

Задачи 130—132 можно задать учащимся на дом. При решении задачи 132 удобно изготовить тела равного объема из картофеля и пластилина. В классе следует использовать демонстрационный динамометр, а при проведении фронтальных задач-опытов — динамометр Бакушинского.

133(э). Приготовьте крепкий раствор соли и разрежьте картофелину так, чтобы получился плоский срез. Объясните, почему картофелина будет плавать в соленой воде, но останется на дне, если ее плотно приложить к нему плоским срезом.

Ответ. На срез вверх не будет действовать сила давления воды, и картофелина останется на дне.

134. С какой силой будет выталкиваться из воды, керосина и ртути тело объемом 1 $м^3$?

Решение. Задачу решают устно, используя таблицу плотности тел. Архимедова сила равна весу жидкости в объеме погруженного тела. Для определения веса жидкости найдем сначала ее массу. Так как объем тела равен 1 $м^3$, то масса жидкости численно равна ее плотности. Масса воды $m_в = 1000$ *кг*, а ее вес $P_в = 9{,}8 \frac{н}{кг} \times 1000\ кг \approx 10\,000\ н$. Архимедова сила $F_в = 10\,000\ н$. Аналогично найдем $F_к = 8000\ н$, $F_{рт} = 136\,000\ н$.

135. Какую силу нужно приложить, чтобы удержать в воде кусок гранита объемом 40 $дм^3$?

Решение. Ввиду сложности задач этого типа первые из них следует решать с вопросами.

1. Каков вес куска гранита?

$$P = 9{,}8 \frac{н}{кг} \cdot m = 9{,}8 \frac{н}{кг} \cdot \rho V = 9{,}8 \frac{н}{кг} \cdot 2700 \frac{кг}{м^3} \cdot 0{,}040\ м^3 \approx 1000\ н.$$

2. Какова величина архимедовой силы?

$$F_а = 9{,}8 \frac{н}{кг} \cdot m_в = 9{,}8 \frac{н}{кг} \cdot \rho_в V = 9{,}8 \frac{н}{кг} \cdot 1000 \frac{кг}{м^3} \cdot 0{,}040 м^3 \approx$$
$$\approx 400\ н.$$

3. Какая сила нужна для удержания гранита в воде?

$$F = 1000\ н - 400\ н = 600\ н.$$

136. Удержит ли человека массой $m = 70$ *кг* при полном погружении в воду сухое сосновое бревно объемом $V = 0{,}5\ м^3$? (См. также № 20.)

Решение 1. Масса бревна $m_б = \rho_с V = 440 \frac{кг}{м^3} \cdot 0{,}5\ м^3 =$ $= 220\ кг$; вес его $P_б = 9{,}8 \frac{н}{кг} \cdot 220\ кг \approx 2200\ н$.

$$F_а = 9{,}8 \frac{н}{кг} \cdot \rho_в V = 9{,}8 \frac{н}{кг} \cdot 1000 \frac{кг}{м^3} \cdot 0{,}5\ м^3 \approx 5000\ н.$$

Бревно удержит груз $P = 5000\ н - 2200\ н = 2800\ н$.

Вес человека $P_ч = 9{,}8\ \frac{н}{кг} \cdot 70\ кг \approx 700\ н$.

Следовательно, бревно даже не погрузится целиком в воду, если на нем будет стоять человек.

Решение 2. Вес 1 $м^3$ сосны $P_{1с} = 9{,}8\ \frac{н}{кг} \cdot 440\ кг \approx 4400\ н$.

Действующая на 1 $м^3$ архимедова сила $F_{1а} = 9{,}8\ \frac{н}{кг} \cdot 1000\ кг \approx$ $\approx 10\,000\ н$.

Подъемная сила, действующая на 1 $м^3$ бревна, равна $F_1 = 10\,000\ н - 4400\ н = 5600\ н$. Полная подъемная сила равна $F = 5600\ н \cdot 0{,}5 = 2800\ н$.

В последующих задачах полезно обратить внимание учащихся на то, что расчеты подъемной силы 1 $м^3$ жидкости (газа) можно упростить: $F_{1а} = 9{,}8\ \frac{н}{кг}\ (\rho_ж - \rho_г)$, где $\rho_ж$ — плотность жидкости (газа), а $\rho_г$ — плотность погруженного тела.

Вначале несколько задач данного типа решают первым способом, а затем, особенно при решении задач о воздухоплавании, переходят ко второму способу.

137. Чему равна грузоподъемность судна, водоизмещение которого в морской воде без груза 3000 *Т*, а при полной нагрузке — 5000 *Т*. Изменится ли грузоподъемность судна в пресной воде?

138. Знаменитый древнегреческий ученый Аристотель взвешивал кожаный мешок без воздуха и с воздухом. Обнаружив одинаковый вес, Аристотель сделал вывод, что воздух невесом. Докажите, что вывод Аристотеля неверен.

139. Ученик, решив повторить опыт Аристотеля, взвесил футбольный мяч сначала без воздуха, а затем с воздухом, накачав его насосом. Во втором случае мяч весил больше. Почему мальчик получил иной результат, чем Аристотель?

140. Рассчитайте, какой груз сможет поднять шар объемом 1 $м^3$, наполненный: водородом; гелием. Какой примерно объем должен иметь шар с водородом, чтобы поднять человека массой 70 *кг*? (Вес оболочки не учитывать.)

Решение. Архимедова сила равна весу 1 $м^3$ воздуха. $F_а = 9{,}8\ \frac{н}{кг} \cdot 1{,}29\ кг \approx 12{,}9\ н$. Вес 1 $м^3$ водорода $P_{1в} = 9{,}8\ \frac{н}{кг} \times 0{,}090\ кг \approx 0{,}9\ н$. Подъемная сила $F_в = 12{,}9\ н - 0{,}9\ н = 12\ н$. Аналогично для гелия — $F_г \approx 11\ н$. Вес человека $P_ч = 9{,}8\ \frac{н}{кг} \times 70\ кг \approx 700\ н$. Объем шара $V = \frac{700}{12} \approx 60\ (м^3)$.

141. Во время Великой Отечественной войны для защиты Москвы от вражеских самолетов применяли аэростаты, привязанные на тонких стальных тросах, наткнувшись на которые гибли фашистские самолеты. Рассчитайте, какого веса трос мог поднять наполненный водородом аэростат объемом 1000 $м^3$, если его оболочка весила 2000 $н$.

Решение. Подъемная сила 1 $м^3$ водорода составляет $12\ \frac{н}{м^3}$.

Подъемная сила 1000 $м^3$ водорода $F = 12\ \frac{н}{м^3} \cdot 1000\ м^3 = 12\,000\ н$.

Вес троса $P = 12\,000\ н - 2000\ н = 10\,000\ н$.

При анализе решения полезно уточнить, что груз 10 000 $н$ аэростат сможет поднять у поверхности Земли. На большей высоте плотность воздуха и, следовательно, его подъемная сила меньше.

ГЛАВА 7

РАБОТА И МОЩНОСТЬ. ПОНЯТИЕ ОБ ЭНЕРГИИ

По теме решают задачи на расчет механической работы и мощности, на простые механизмы (рычаги, блоки) и о взаимопревращениях кинетической и потенциальной энергии.

Решать сложные задачи, требующие больших вычислений, не следует, тем более, что данный материал в значительной своей части повторяется и углубляется в VIII классе.

1. Механическая работа

Задачи о работе в VI классе решают с применением формулы $A = Fs$, т. е. только для случая, когда сила постоянна и совпадает по направлению с перемещением. Большинство задач прямые, т. е. в них находят работу A, а не силу F или путь s.

В данном разделе решают главным образом тренировочные задачи, закрепляющие понятие о работе как физической величине и единицах ее измерения. Более сложные задачи на вычисление работы решают в связи с изучением простых механизмов.

142. Какую работу совершит сила 1 $н$ на пути 1, 2 и 10 $м$?

143. Определите работу, совершаемую краном при подъеме груза 30 000 $н$ на высоту 7 $м$.

Решение 1. Первые задачи на расчет работы полезно решить, пользуясь следующими рассуждениями.

Для подъема груза к нему нужно приложить силу 30 000 $н$. Сила 1 $н$ на пути 1 $м$ совершает работу 1 $дж$. Сила 30 000 $н$ на пути 1 $м$ совершает работу 30 000 $дж$, а на пути 7 $м$ — работу, равную 30 000 $дж \cdot 7 = 210\,000\ дж = 210\ кдж$.

Решение 2. $A = Fs = 30\,000\ н \cdot 7\ м = 210\ кдж$.

144 (э). Одинаковую ли работу нужно совершить, чтобы передвинуть брусок на 1 $м$ по столу или поднять его на такую же высоту? Ответ проверьте на опыте.

Назначение этой задачи — предупредить часто встречающуюся ошибку: вычисление работы по перемещению тела по поверхности находят, умножая вес тела на длину пути.

145. Сила тяги трактора при пахоте 10 000 *н*, скорость — 7 *км/ч*. Какую работу совершит двигатель трактора за 8 *ч*?

Решение. $A = Fs$; $s = vt = 7\,\frac{км}{ч} \cdot 8\,ч = 56\,км = 56\,000\,м$. $A = 10\,000\,н \cdot 56\,000\,м = 560\,000\,кдж$.

2. Мощность

Мощность вычисляют преимущественно по формуле $N = \frac{A}{t}$.

Большое внимание следует уделить единицам измерения мощности, так как учащиеся нередко путают единицы мощности с единицами силы и работы.

В первых задачах данные следует давать в одной системе единиц СИ, чтобы сосредоточить внимание на главном — физическом смысле задачи. Далее задачи можно несколько усложнить, чтобы учащимся пришлось самим выбирать единицы измерения.

146. Действуя с силой 80 *н*, человек поднимает из колодца глубиной 10 *м* ведро воды за 20 *сек*. Какую мощность развивает при этом человек?

Решение. Вспомнив определение мощности, записывают формулу $N = \frac{A}{t}$. Анализируя формулу, заключают, что для определения мощности сначала нужно найти работу. $A = Fs = 80\,н \cdot 10\,м = 800\,дж$. $N = \frac{800\,дж}{20\,сек} = 40\,\frac{дж}{сек} = 40\,вт$.

В дальнейшем следует приучать учащихся такие несложные задачи решать сначала в общем виде.

147. Мощность тягового электродвигателя троллейбуса 86 *квт*. Какую работу может совершить двигатель за 2 *ч*?

148. Сколько времени должен работать насос мощностью 50 *квт*, чтобы из шахты глубиной 150 *м* откачать 200 $м^3$ воды?

Назначение задач 147 и 148 — научить учащихся находить величины A и t из формулы мощности и правильно пользоваться системой единиц.

149*. Ученые подсчитали, что кит, плавая под водой со скоростью 27 *км/ч*, развивает мощность 180 *л. с*. Определить силу сопротивления воды движению кита [34, 631]. (1 л. с. = 736 *вт*.)

Решение. $A = Fs$, поэтому искомая сила $F = \frac{A}{s}$. За величину s примем расстояние, пройденное за 1 *ч*, т. е. 27 *км* = 27 000 *м*. Тогда и за величину работы A следует принять работу, выполненную за 1 *ч*.

В связи с тем что преобразование единиц измерения представляет для учащихся значительную трудность, их нужно выполнить как отдельные действия.

$$N = 736\ \textit{вт} \cdot 180 \approx 133\,000\ \textit{вт}.$$

Следовательно, работа за 1 *сек* равна 133 000 *дж*. 1 *ч* = 3600 *сек*. Работа за 1 *ч*

$$A = 133\ 000\ \textit{дж} \cdot 3600 \approx 479\ 000\ 000\ \textit{дж}.$$

$$F = \frac{479000000\ \textit{дж}}{27000\ \textit{м}} \approx 18000\ \textit{н}.$$

3. Рычаги. Блоки

При решении задач о рычагах используют формулу $\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1}$, или $F_1 l_1 = F_2 l_2$, так как обычно рассматривают равновесие только двух сил. В VI классе предпочтение нужно отдать записи условия равновесия рычага в виде пропорции, которая допускает более наглядное представление о соотношениях сил и плеч.

Сначала решают задачи о прямолинейных рычагах, у которых точка опоры находится между точками приложения сил, а затем — о рычагах, в которых точки приложения сил расположены по одну сторону от точки опоры. После этого рассматривают криволинейные рычаги.

Обычно в задачах о рычагах определяют выигрыш в силе, который дает рычаг. Наряду с этим нужно показать целесообразность в ряде случаев получения выигрыша не в силе, а в расстоянии, с тем чтобы учащиеся лучше усвоили «золотое правило механики».

На примере действия рычагов учащихся знакомят также с принципом равенства работы для простых механизмов.

150. Схематично зарисуйте следующие рычаги и укажите для каждого из них точку опоры, плечи и силы: 1) рычажные весы с уравновешенным на их чашках грузом; 2) горизонтально расположенный железнодорожный шлагбаум; 3) колодезный журавель, на котором висит поднятое из колодца ведро с водой. Что общего и в чем различие данных рычагов?

При решении задачи учащиеся зарисовывают рычаги, соблюдая соотношение между плечами и силами. Особое их внимание нужно обратить на правильность ответа на третий вопрос. Рычаг колодезного журавля в данном случае расположен наклонно к горизонту. Но учащиеся нередко принимают за длину плеча расстояние от оси вращения до точки приложения, а не до линии действия силы.

151 (э). Какой груз и где нужно подвесить на правое плечо (рис. 20), чтобы рычаг находился в равновесии?

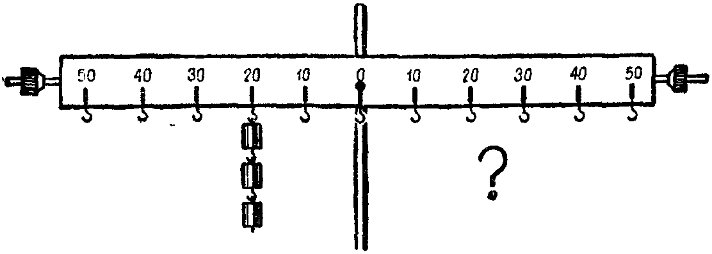


Рис. 20.

На демонстрационном столе устанавливают рычаг с грузами на левом плече и предлагают учащимся рассчитать, какие грузы и где можно повесить на правое плечо, чтобы рычаг находился в равновесии. Ответы проверяют на опыте.

152 (э). Зарисуйте, а затем соберите установку, показанную на рисунке 21. Укажите точку опоры, плечи и направление сил, действующих на рычаг. Проверьте, применимо ли для этого случая известное вам правило равновесия рычагов. В чем отличие данного рычага от рычагов, которые вы изучили до этого? Подберите другие значения сил и плеч, при которых рычаг будет находиться в равновесии.

153. На рисунке 22 показана схема педали автопоилки. Укажите точку опоры, плечи и силы, действующие на этот рычаг.

154. Зарисуйте кусачки, клещи или щипцы для колки сахара и рассчитайте, какой они дают выигрыш в силе.

Решение. Принимают одну половину кусачек *COD* (рис. 23) за опору, а вторую — *AOB* — за рычаг с осью вращения *O*. Указывают точки приложения и направления действия сил F_1 и F_2. Сила F_1 создается давлением материала, а F_2 — рукой. Находят длины плеч l_1 и l_2 и их отношение $\frac{l_2}{l_1}$, которое и показывает, какой выигрыш в силе дают кусачки.

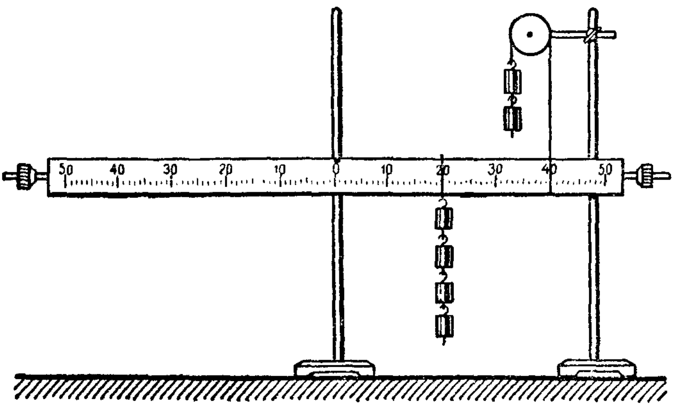


Рис. 21.

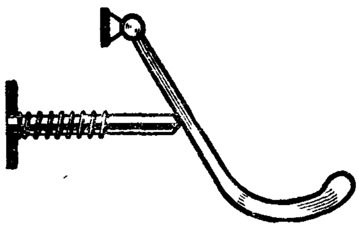


Рис. 22

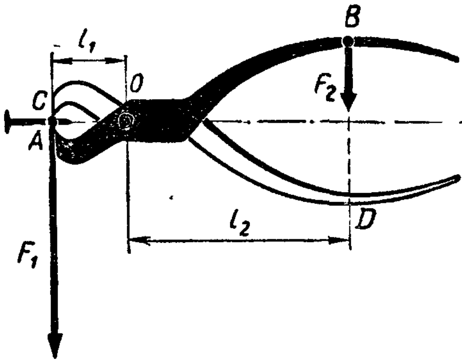


Рис. 23.

155. На рисунке 24 изображена рука человека. Ядро весит 80 *н*. Расстояние от центра ядра до локтя 32 *см*. Расстояние от локтя до места закрепления мышцы 4 *см*. С какой силой натянуты мышцы? [34, № 654].

Решение. Выполняют схематический чертеж (рис. 25). Здесь $\frac{OB}{OA} = 8$. Следовательно, F_1 больше F_2 в 8 раз.

$F_1 = 80\,н \cdot 8 = 640\ н$, т. е. сила натяжения мышцы в 8 раз больше веса ядра. Зато кисть руки с грузом перемещается на бо́льшее расстояние, чем точка приложения силы мышцы. Проигрывая в силе, рука выигрывает в расстоянии или скорости.

156. Рассмотрите и зарисуйте модель ворота. Где и с какой целью применяют в жизни этот простой механизм? Рассчитайте и проверьте на опыте, какой выигрыш в силе дает модель ворота.

157. Дает ли выигрыш в силе неподвижный блок? Ответ обосновать и проверить на опыте.

При решении этой задачи неподвижный блок рассматривают как равноплечий рычаг.

158. Может ли стоящий на полу человек весом 700 *н* поднять с помощью неподвижного блока груз 500, 800 *н*?

159. С какой силой нужно тянуть веревку (рис. 26, *а*), чтобы поднять груз? Получат ли выигрыш в работе, если применят блоки? Весом блоков и трением пренебречь.

В задачах данного типа учащихся нередко смущает вывод о том, что простые механизмы не дают выигрыша в работе. Здесь следует подчеркнуть разницу физического понятия «работа» как величины, определяемой произведением Fs, и понятия «работа», как трудовой деятельности человека. Простой механизм, в данном случае блок, может сделать трудовые операции

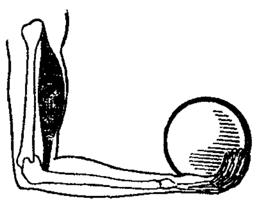


Рис. 24.

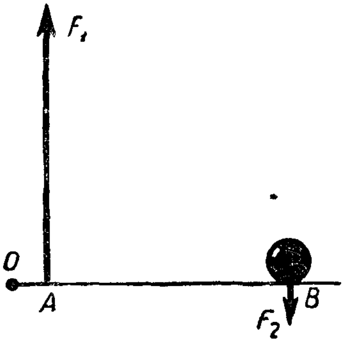


Рис. 25.

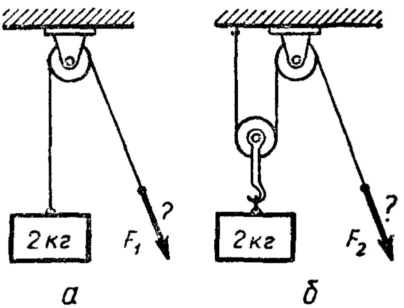


Рис. 26.

более удобными и повысить производительность труда.

160. Ученик, измерив с помощью динамометра силу натяжения веревки (рис. 26, *б*), нашел, что она равна 12 *н*. Согласуются ли эти данные с теоретическими расчетами и если не согласуются, то почему?

161. По данным задачи 160 определите к.п.д. блоков.

Решение. К. п. д. $= \frac{А_{пол}}{А_{затр}} \times 100\,\%$; $А_{пол} = Ps$;

$А_{пол} = 20\,н \cdot s$; $А_{затр} = 12\,н \cdot 2s$;

$$К.\ п.\ д. = \frac{20\,н \cdot s}{12\,н \cdot 2s} \cdot 100\,\% \approx 83\,\%.$$

Главная трудность для учащихся VI класса при решении этой задачи заключается в выполнении действий в общем виде. На это надо обратить внимание, постепенно приучая учащихся к решению задач в общем виде и к задачам с неполными данными.

4. Механическая энергия

Задачи по данной теме должны способствовать формированию важнейшего физического понятия об «энергии» как величине, характеризующей движение и являющейся, по определению Ф. Энгельса, его мерой. Поэтому вначале целесообразно решение задач о кинетической, а затем — потенциальной энергии. Задачи о кинетической энергии решают только качественные, поскольку формула $W_к = \frac{mv^2}{2}$ в VI классе не вводится. Однако учащимся нужно дать общее понятие о том, что кинетическая энергия тела тем больше, чем больше его масса и скорость. Задачи о потенциальной энергии также в основном являются качественными, но для случая потенциальной энергии тела, поднятого относительно поверхности Земли, необходимо решение и вычислительных задач по формуле $W_п = Ph$.

Общим критерием того, обладает ли тело кинетической или потенциальной энергией, должно служить заключение о возможности совершения им работы, которая является мерой изменения энергии. Наконец, решают задачи о переходе одного вида механической энергии в другой, которые подводят учащихся к понятию о законе сохранения и превращения энергии.

162 (э). С помощью нескольких шаров разной массы, горизонтально расположенного желоба и лежащего на нем небольшого бруска докажите, что: а) движущийся шар обладает энергией; б) энергия движущихся шаров тем больше, чем больше их масса и скорость.

Решение. Пускают шар по желобу и наблюдают, как он сдвигает брусок. Шар совершил работу против сил трения ($A = Fs$), следовательно, он обладал энергией. Изменяя в несколько раз скорость движения шара и используя шары, значительно отличающиеся по массе, аналогично обнаруживают, что энергия тем больше, чем больше масса шаров и их скорость.

163 (э). Придумайте и проделайте опыт, доказывающий, что воздух в накачанном футбольном мяче обладает энергией.

Решение. Струей воздуха из развязанной камеры мяча перемещают по столу легкий шар или игрушечный кораблик в кювете с водой. Воздух совершает работу, он обладает энергией.

164. Какими видами механической энергии обладают вода в горном озере? вода в реке? заведенная пружина часов? шайба, скользящая по льду? шайба, летящая по воздуху?

165. Какой потенциальной энергией обладает тело массой 1 *кг*, поднятое над поверхностью Земли на высоту 1 *м*? 100 *м*?

166. Могут ли тела массой 2 и 10 *кг* обладать одинаковой потенциальной энергией? Ответ поясните примерами.

167. Какие превращения энергии происходят при падении на пол резинового мяча? при выходе из футбольной камеры сжатого воздуха (задача 163)?

168. Пронаблюдайте за колебаниями в воздухе и воде подвешенного на нити тела. В чем разница этих колебаний и как она связана с превращениями энергии колеблющегося тела?

169. Какие виды механической энергии используют в гидравлических и ветряных двигателях?

170. Плотина Красноярской ГЭС подняла уровень Енисея на 100 *м*. Какую работу совершает каждый кубический метр воды при падении с такой высоты?

Решение. $A = Ph = 9,8\,\frac{н}{кг} \cdot mh = 9,8\,\frac{н}{кг} \cdot 1000\ кг \times 100\ м \approx 1000\ кдж.$

171. Используя решение предыдущей задачи, найдите примерное значение мощности турбины Красноярской ГЭС при расходе воды через турбину 600 $м^3/сек$, если ее к.п.д. (η) = 94%.

Решение. Мощность потока воды $N = 1000 \cdot 600$ *кдж/сек* = 600 тыс. *квт*. Мощность турбины $N_т = N\eta = 600$ тыс. *квт* $\times$ 0,94 $\approx$ 560 тыс. *квт*.

7 класс

ГЛАВА 8

ТЕПЛОПЕРЕДАЧА И РАБОТА

В разделе изучают элементы молекулярной физики, рассматриваемые с энергетической стороны. Особенно важными являются понятия о внутренней энергии и способах ее измерения. Для формирования навыков расчета количества теплоты необходимо решение несложных вычислительных задач.

В качестве единицы количества теплоты следует преимущественно пользоваться джоулем. Можно пользоваться и калорией, пока она еще применяется на практике и в стабильном учебнике. Применение калории упрощает расчеты, тогда когда масса невелика и измерена в граммах.

1. Внутренняя энергия

При решении задач по данному разделу у учащихся должно сложиться представление о том, что внутренняя энергия тела зависит от кинетической и потенциальной энергии молекул и ее можно изменить с помощью работы или теплопередачи; все тела обладают внутренней энергией, которую можно использовать при определенных условиях.

172 (э). Обладает ли энергией воздух в колбе? Как доказать это на опыте и объяснить молекулярной теорией?

Решение. Колбу закрывают пробкой и ставят под колокол насоса. При некотором разрежении под колоколом воздух в колбе выталкивает пробку, совершая работу за счет кинетической энергии молекул.

173 (э). Докажите на опыте, что вода комнатной температуры обладает энергией.

Решение. Колбу с воздухом, закрытую пробкой, сквозь которую пропущена стеклянная трубка с каплей воды (рис. 27), помещают сначала в холодную воду, а затем в воду комнатной температуры. Воздух в колбе расширится и поднимет столбик воды *а* в трубке *б*. Работа по подъему воды совершена за счет энергии воды комнатной температуры.

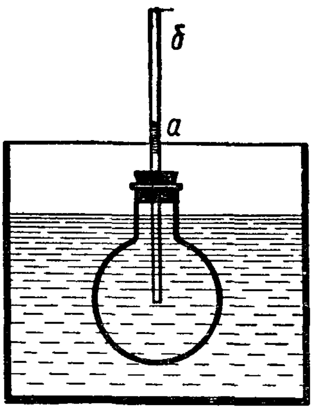


Рис. 27

174. Какими известными вам видами энергии обладает вода в горном озере и вытекающей из него реке?

Ответ. В озере вода обладает потенциальной и внутренней энергией, а в реке — потенциальной, кинетической и внутренней.

175. Почему броуновское движение становится более интенсивным с повышением температуры. Какой из этого следует вывод о зависимости внутренней энергии тел от их температуры?

176. На примере сжатого или растянутого куска резины покажите, что внутренняя энергия тела зависит от взаимного расположения его частиц.

177. Конец стальной полосы можно накалить докрасна, обрабатывая его на наждачном точиле или нагревая в печи. Что общего и в чем различие этих процессов с точки зрения молекулярной теории и закона сохранения энергии?

2. Способы передачи теплоты

Вначале решают задачи на теплопроводность твердых тел. Эти задачи обычно не вызывают особых затруднений. Задачи на теплопроводность жидкостей и газов сложнее, так как обычно здесь наблюдается не только теплопроводность, но и конвекция. Поэтому нужно тщательно подбирать первые задачи к данной теме, исключая те, при решении которых требуется учитывать конвекцию.

Задачи о конвекции должны помочь осознать причину ее возникновения, значение в природе и использование в технике и быту.

При решении задач на лучеиспускание и лучепоглощение нужно иметь в виду следующее: для учащихся далеко не очевидно существование невидимых инфракрасных лучей. Трудно усваивают они утверждение о том, что тела (например, черные), больше поглощающие лучистой энергии, обладают большей излучательной способностью. В связи с этим следует решить ряд экспериментальных задач, обращая самое пристальное внимание на истолкование результатов опытов и наблюдений.

В заключение следует рассмотреть более сложные случаи теплопередачи, когда приходится учитывать одновременно и теплопроводность, и конвекцию, и лучеиспускание.

178. Если налить в стакан горячую воду, то рука быстро почувствует, что стекло стало горячим. Объясните с помощью молекулярной теории процесс передачи тепла стенками стакана.

179 (э). Взяв в руку гвоздь длиной 5—6 *см*, внесите его конец в пламя спички. На основе опыта сравните теплопроводность дерева и железа. Объясните, почему рука может почувствовать гвоздь особенно горячим уже после того, как спичка погаснет?

180*. Рассмотрите приведенную ниже таблицу суточных колебаний температуры почвы на разных глубинах и объясните приведенные в ней данные.

Глубина почвенного слоя	Время наступления максимума температуры	Время наступления минимума температуры
На поверхности	13,2 *ч*	3,4 *ч*
На глубине 20 *см*	18,2 »	8,1 »
На глубине 40 *см*	23,7 »	12,8 »

181. На севере меховые шапки носят, защищаясь от холода, а на юге (например, в Туркмении) — от жары. Объясните целесообразность этого.

182. Какой снег— рыхлый или плотный — лучше предохраняет озимые посевы от вымерзания?

183. Почему дым над костром поднимается вверх?

184. Где должна лучше гореть свеча — в кабине космического корабля при невесомости или на Земле?

Ответ. На Земле, так как здесь благодаря архимедовой силе возникают конвекционные потоки, уносящие продукты горения и приносящие кислород.

185. Где в бытовых холодильниках помещают замораживатель и почему?

186. Все знают, как «пышет жаром» от раскаленной железной печи, от углей или электроплитки. Докажите, что в этом случае человек ощущает тепло, которое передается прежде всего лучами.

187 (э). В два одинаковых сосуда (например, в высокие консервные банки), один из которых выкрашен черной, а другой белой, краской, налейте кипяток и поместите термометры. Измерьте температуру воды через несколько минут и объясните разницу в показаниях термометров.

188*. Один ученик утверждал, что летом ходить в белой одежде прохладнее, поскольку она лучше отражает лучи и меньше нагревается. Другой возразил ему, сказав, что прохладнее в черной одежде, так как она лучше испускает лучи. Кто из них прав?

Решение. При одной и той же начальной температуре одежды возможны три случая. а) Приток тепла извне незначителен. В этом случае черная одежда будет охлаждаться больше, чем белая, подобно тому, как это было в предыдущей задаче. б) Приток тепла извне велик. Равновесие лучепоглощения и лучеиспускания для черной одежды наступает при более высокой температуре, чем для белой, что практически бывает летом на солнцепеке. в) Очевидно, возможны и некоторые средние условия, когда совокупность обоих факторов (лучеиспускания и лучепоглощения) приведет к одинаковой температуре белой и черной поверхности.

189*. Почему глубокие водоемы не промерзают до дна?

Ответ. а) Из-за особенности теплового расширения воды в водоемах зимой отсутствует конвекция: наиболее плотные слои, имеющие температуру около 4°С, располагаются внизу; б) вода имеет плохую теплопроводность; в) лед и снег, покрывающие водоем, плохо проводят тепло; г) поверхность льда отражает тепловые лучи, идущие от дна водоема.

3. Количество теплоты. Удельная теплоемкость

Задачи на расчет количества теплоты решают с применением формулы $Q = cm\,(t_2 - t_1)$. Для того чтобы предупредить механическое запоминание формулы, необходимо особенно в начале изучения темы спрашивать учащихся ее смысл и вывод ее из рассуждений с использованием понятия удельной теплоемкости вещества. Вначале по формуле выполняют только прямые расчеты, т. е. находят количество теплоты Q. Нахождение других величин и особенно температур t_2 и t_1 для многих учащихся нелегкая задача. Здесь следует постоянно обращаться к знаниям учащихся по математике и терпеливо пояснять суть дела на простых числовых примерах. Одновременно нужно договориться с учителем математики о том, чтобы на уроках алгебры он разобрал с учащимися несколько задач, которые сводятся к решению уравнений типа $a = bc\,(d - x)$; $a = b\,(c - d)\,x$. Особенно это необходимо, когда учащиеся начнут решать задачи, где по существу будут использованы уравнения теплового баланса.

При решении задач по формуле $Q = cm\,(t_2 - t_1)$ следует обратить внимание учащихся на то, что для нахождения полученной или отданной телом теплоты, необходимо знать абсолютное значение разности температур. Поэтому при расчетах из большей по абсолютному значению температуры вычитают меньшую. Вычитание из конечной температуры начальной в ряде случаев может привести к отрицательному значению теплоты, что потребует дополнительных пояснений или же, при решении задач на уравнение теплового баланса, вообще к неверному ответу.

Задачи, связанные с расчетами количества теплоты, должны быть по возможности простыми. Более сложные задачи в порядке повторения и углубления материала следует решать при изучении молекулярной физики в IX классе. Для создания наглядных образов и представлений о тепловых процессах желательно шире

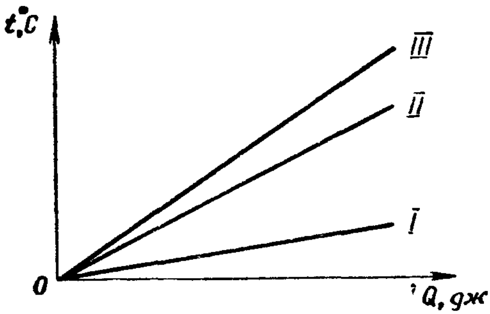


Рис 28

использовать графические методы решения задач. К сожалению, ко времени изучения данного материала учащиеся VII класса еще не имеют навыков вычерчивания графиков. Поэтому учителю физики необходимо провести специальное занятие на эту тему.

190. 1 *кг* воды и 1 *кг* железа нагрели на 1°С. На сколько изменилась их внутренняя энергия и как это изменение объяснить молекулярной теорией?

191. Что быстрее остынет от 100° С до комнатной температуры: железный утюг или алюминиевый чайник, масса которого вместе с водой равна массе утюга?

192 (э). С помощью термометра и стаканов с горячей и холодной водой определите, какое из двух небольших по объему (50—100 *см*³) тел имеет большую теплоемкость.

193. На рисунке 28 дан график изменения температуры воды, меди и железа, полученный при нагревании на горелках, дающих в равные промежутки времени одинаковое количество теплоты. Укажите, какой из них построен для воды, какой — для меди и какой — для железа.

194. На плите нагревалась алюминиевая кастрюля с водой. Масса кастрюли 400 *г*, воды — 3,0 *кг*. Постройте примерные графики увеличения со временем теплоты, полученной водой и кастрюлей.

195. По данным предыдущей задачи рассчитайте, какое количество теплоты необходимо для нагревания воды и кастрюли от 10 до 60° С.

Решение. Количество теплоты, полученное кастрюлей:

$$Q_1 = c_а\, m_а\, (t_2 - t_1) = 880\ \frac{дж}{кг \cdot град} \cdot 0{,}400\ кг \cdot (60 - 10)^\circ =$$

$= 17\,600$ *дж* ≈ 18 *кдж*. Количество теплоты, полученное водой:

$$Q_2 = c_в m_в\ (t_2 - t_1) = 4200\ \frac{дж}{кг \cdot град} \cdot 3{,}0\ кг \cdot (60 - 10)^\circ =$$

$= 630$ *кдж*;

$$Q = Q_1 + Q_2 = 18\ кдж + 630\ кдж = 648\ кдж \approx 650\ кдж.$$

196. Для определения удельной теплоемкости стали в калориметр, содержащий 500 *г* воды при 13° С, было опущено стальное тело массой 400 *г*, нагретое до 100°С. Температура воды в калориметре повысилась до 20°С. Найти удельную теплоемкость стали.

Решение. Задача рассматривается в связи с выполнением лабораторной работы по определению удельной теплоемкости твердого тела. Она требует составления и решения уравнения теплового баланса.

Учитывая недостаточную математическую подготовку учащихся, к искомому уравнению подходят постепенно, выполняя предварительно ряд промежуточных действий. То есть задачу следует решать синтетическим методом, желательно с вопросами, не стремясь получить уравнение в общем виде.

Специального обозначения температуры смеси с помощью буквы Θ в VII классе вводить не нужно.

1. Какое количество теплоты получила вода?

$$Q_1=c_в m_в\ (t_2-t_1) = 4200\ \frac{дж}{кг\cdot град}\cdot 0{,}5\ кг\ (20-13)^\circ = 14\ 700\ дж.$$

2. Какое количество теплоты отдало тело?

$$Q_2 = c_c m_c\ \ (t_3 - t_2) = c\cdot 0{,}4\ кг\ \ (100-20)^\circ = c\cdot 32\ кг\cdot град.$$

По закону сохранения энергии $Q_1 = Q_2$; $14700\ дж = c\times$ $\times\ 32\ кг\cdot град$.

3. Чему равна удельная теплоемкость стали?

$$c=\frac{14\,700\ дж}{32\ кг\cdot град}=460\,\frac{дж}{кг\cdot град}.$$

Анализируя решение, нужно обратить внимание учащихся на то, что в первом приближении не учитывались потери тепла на нагревание калориметра, воздуха и пр.

В полной мере приемы составления уравнений теплового баланса учащиеся должны усвоить в IX классе. Некоторые вопросы методики решения задач этого типа поясним на примере задач 197 и 198.

197. В сосуд сначала налили 200 *г* воды при температуре 10°C, а затем — 100 *г* воды при температуре 50°C. Определить температуру смеси. Нагреванием сосуда пренебречь.

Решение 1. Условимся записывать в левой части уравнения члены, которые относятся к теплоте отданной, а в правой — полученной телами.

Теплота отданная	Теплота полученная
$Q_1 = c_1 m_1 (t_1 - \theta)$	$Q_2 = c_2 m_2\ (\theta - t)$

$$4200\,\frac{дж}{кг\cdot град}\cdot 0{,}1\ кг\cdot(50-\theta)^\circ = 4200\ \frac{дж}{кг\cdot град}\cdot 0{,}2\ кг\cdot(\theta-10)^\circ,$$

откуда $\theta = 23^\circ$ C.

Если при решении этой задачи ученик будет находить разность между начальной и конечной температурой, то получит уравнение

$$4200\ \frac{дж}{кг\cdot град}\cdot 0{,}1\ кг\ (\theta-50)^\circ = 4200\,\frac{дж}{кг\cdot град}\cdot 0{,}2\ кг\cdot\ (\theta-10)^\circ$$

и нелепый ответ — $\theta = -30^\circ$!

Решение 2*. Составим таблицу и по ее данным построим график нагревания и охлаждения взятых количеств воды (рис. 29).

Изменение температуры	$Q_1 = c_1 m_1 \triangle t$	$Q_2 = c_2 m_2 \triangle t$
10°	4 200 *дж*	8 400 *дж*
20°	8 400 *дж*	16 800 *дж*
30°	12 600 *дж*	25 200 *дж*

График, вычерченный на клетчатой бумаге ученической тетради, дает с точностью до второго знака то же значение, что и расчеты по уравнению теплового баланса.

198. В 200 *г* воды при 20°С помещают 300 *г* железа при 10° С и 400 *г* меди при 25°С. Найти температуру смеси.

Решение. Сложность задачи заключается в том, что не ясно, отдает или принимает теплоту вода. При решении, однако, получится правильный ответ, если руководствоваться общим правилом: записывать теплоту, отдаваемую телами, в левой части уравнения и вычитать из предположительно большей температуры меньшую. Получение члена с отрицательным знаком равносильно переносу его в другую часть уравнения со знаком плюс (правило справедливо при отсутствии агрегатных превращений).

Допустим, что вода получает теплоту

$$c_{м}m_{м}(t_{м} - \theta) = c_{ж}m_{ж}(\theta - t_{ж}) + c_{в}m_{в}(\theta - t_{в}).$$

Если же предположить, что вода охлаждается, то уравнение примет вид

$$c_{м}m_{м}(t_{м} - \theta) + c_{в}m_{в}(t_{в} - \theta) = c_{ж}m_{ж}(\theta - t_{ж}).$$

Оба уравнения дадут один и тот же ответ. Однако правильно описывает процесс второе уравнение ($\theta = 19°$), на что следует обратить внимание учащихся при анализе полученного результата.

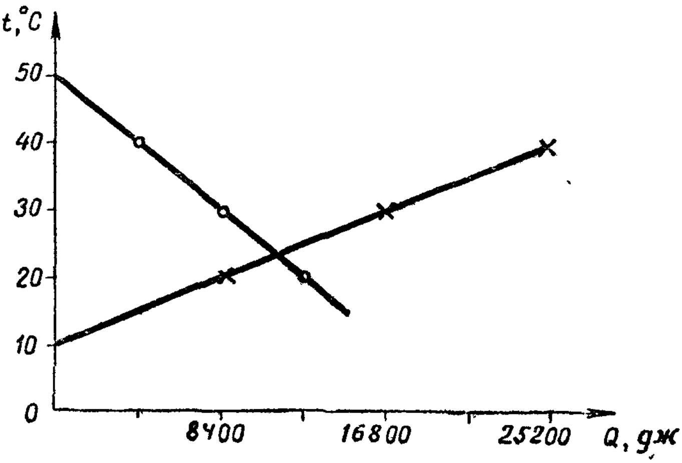


Рис. 29.

4. Теплота сгорания топлива. Тепловая отдача

По данной теме в основном решают задачи, в которых требуется определить количество теплоты, массу топлива, его теплотворную способность или эффективность (к.п.д.) нагревательной установки.

Учащиеся VII класса часто затрудняются в правильном использовании данных о к.п.д. Помимо выяснения физической сущности задач учителю физики неизбежно приходится напоминать учащимся известные им из математики сведения о нахождении числа по его части и части от числа, обращать внимание на такие формальные признаки, как уменьшение числа при умножении его на правильную дробь и увеличение при делении на нее.

199. Что означает запись: теплота сгорания антрацита $3{,}4 \cdot 10^7$ *дж/кг*, мазута — 42 *Мдж/кг*?

200. Какое количество теплоты дадут при сгорании 10 *кг* антрацита?

201. Сколько нужно сжечь керосина, чтобы получить $4{,}6 \cdot 10^9$ *дж* теплоты?

202*. Теплотворность сухих березовых дров $1{,}4 \cdot 10^7$ *дж/кг*, а сосновых $1{,}3 \cdot 10^7$ *дж/кг*. Почему же считают более выгодным приобретать березовые, а не сосновые дрова?

Решение. Дрова продают не по массе, а по объему. Плотность же березовых дров (700 *кг/м*^{3}) больше, чем сосновых (600 *кг/м*^{3}).

1 *м*^{3} березовых дров дает $1{,}4 \cdot 10^7 \dfrac{дж}{кг} \cdot 700\ кг = 9{,}8 \cdot 10^9\ дж$,

а сосновых — $1{,}3 \cdot 10^7 \dfrac{дж}{кг} \cdot 600\ кг = 7{,}8 \cdot 10^9\ дж$.

203. Почему к.п.д. нагревательной установки всегда меньше 100%?

204. Определить к.п.д. кормозапарника, если для нагревания в нем 100 *кг* воды от 10°С до кипения расходуется 6 *кг* торфа.

Решение. $$К.\ п.\ д.\ (\eta) = \frac{Q_п}{Q_з} \cdot 100\ \% = \frac{c_в m_в (t_2 - t_1) \cdot 100\ \%}{q\, m_т} =$$

$$= \frac{4200 \dfrac{дж}{кг \cdot град} \cdot 100\ кг\ (100 - 10)^\circ \cdot 100\ \%}{1{,}4 \cdot 10^7 \dfrac{дж}{кг} \cdot 6\ кг} = 45\ \%.$$

205. В спиртовку залили 100 *г* спирта. Хватит ли этого количества спирта, чтобы довести до кипения 0,5 *кг* воды, взятой при 20°С? К.п.д. спиртовки $\eta = 25\%$.

Решение. 1. Сколько теплоты пойдет на нагревание воды?

$$Q_п = c_в m_в\ (t_2 - t_1) = 4200 \frac{дж}{кг \cdot град} \cdot 0{,}5\ кг \cdot (100 - 20)^\circ =$$
$$= 1{,}7 \cdot 10^5\ дж.$$

2. Сколько всего теплоты должна дать спиртовка?

$$\eta = \frac{Q_п \cdot 100\ \%}{Q_з}; \quad Q_з = \frac{Q_п \cdot 100\ \%}{\eta} = \frac{1{,}7 \cdot 10^5\ дж \cdot 100\ \%}{25} = 6{,}8 \cdot 10^5\ дж.$$

3. Сколько теплоты выделится при сгорании 100 *г* спирта?

$$Q_с = q_с m_с = 2{,}7 \cdot 10^7 \frac{дж}{кг} \cdot 0{,}1\ кг = 2{,}7 \cdot 10^6\ дж.$$

Ответ. Спирта хватит для нагревания воды.

ГЛАВА 9

ИЗМЕНЕНИЕ АГРЕГАТНЫХ СОСТОЯНИЙ ВЕЩЕСТВА

При решении задач по данному разделу прежде всего нужно обратить внимание на особенности процесса изменения агрегатных состояний веществ:

а) постоянство температуры тел при плавлении и кипении, несмотря на то что телам сообщается определенное количество теплоты;

б) получение теплоты при кристаллизации жидкостей и конденсации пара, хотя температура тел при этом не понижается.

В этих целях следует больше решать качественных задач, в которых требуется объяснить те или иные изменения агрегатных состояний веществ с точки зрения молекулярно-кинетической теории и закона сохранения и превращения энергии. Большую роль играют также графические задачи, так как графики изменения агрегатных состояний вещества наглядно показывают специфику этих процессов. Графики полезны почти в каждой задаче для «прикидки» ожидаемых результатов, предположительного описания рассматриваемого явления, для пояснения полученного ответа и т. д.

1. Плавление и отвердевание

При решении задач по данному разделу следует использовать имеющиеся у учащихся знания о молекулярном строении жидких и твердых тел и внутренней энергии. Расчеты количества теплоты, полученной твердым телом при плавлении (или отданной жидкостью при отвердевании), сначала производят для случая, когда тело имеет температуру плавления (отвердевания). Затем производят расчеты количества теплоты, необходимого и для нагревания и для последующего плавления тела, начальная температура которого ниже точки плавления.

В IX классе следует рассмотреть более сложные задачи, требующие составления уравнения теплового баланса.

Записав в левой части уравнения количество теплоты, которое отдается остывающими телами, нужно «прикинуть», какие изменения может вызвать это количество теплоты с нагревающимися телами. Если нагревание не вызовет агрегатных изменений, то уравнение примет вид, подобный тому, который рассмотрен на странице 76. Если же с телами произойдут агрегатные превращения, то уравнение в общем случае примет вид $Q_1 = Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5 + Q_6$, где Q_1 — количество теплоты, отданное остывающим телом или нагревателем; $Q_2 = c_1 m\ (t_п - t_1)$ — количество теплоты, которое пошло на нагревание твердого тела от температуры t до температуры плавления $t_п$; $Q_3 = \lambda m$ — количество теплоты, которое пошло на плавление тела. $Q_4 = c_2\, m\ (t_к - t_п)$ — количество теплоты, которое пошло на нагревание жидкости от температуры $t_п$ до температуры $t_к$ кипения жидкости. $Q_5 = rm$ — количество теплоты, необходимое для превращения жидкости в пар при температуре кипения; $Q_6 = c_3\, m\ (t - t_к)$ — количество теплоты, необходимое для нагревания пара от температуры кипения до t°C.

При решении задач об изменении агрегатных состояний веществ полезно от руки вычерчивать графики процесса, происходящего с нагреваемым телом (см. № 212). Нужно обратить внимание учащихся на то, что удельные теплоемкости тел в жидком и твердом состояниях, не одинаковы. В школьной практике нередко на это не обращают внимания и даже в таблицах и задачниках, например для металлов, дают одно значение удельной теплоемкости как для твердого, так и для жидкого состояния. На самом же деле, например, для свинца в твердом состоянии $c_1 = 130\ \frac{дж}{кг \cdot град}$, а в жидком — $c_2 = 163\ \frac{дж}{кг \cdot град}$.

206. Одинаковые массы льда и воды имеют одну и ту же температуру — 0°С. Сравните кинетическую и потенциальную энергию их молекул.

Ответ. Так как температура тел одинакова, то кинетическая энергия молекул тоже одинакова. Внутренняя же энергия воды больше, чем льда. Поэтому потенциальная энергия молекул воды больше, чем льда.

207. Воздух, вода и лед на улице имеют температуру 0°С. В воде плавает льдинка. Один ученик утверждает, что так как вода замерзает при 0°С, то через некоторое время она замерзнет. Второй же считает, что так как при 0°С лед тает, то льдинка превратится в воду. Кто из них прав?

Ответ. Оба мальчика ошибаются. Вода может замерзнуть только в том случае, если каждый килограмм ее отдаст окружающим телам $3{,}4 \cdot 10^5$ *дж*, а лед может растаять, если каждый килограмм его получит столько же энергии. Но так как температура всех тел одинакова, то теплообмена между ними нет и агрегатные состояния тел останутся без изменения.

208. Сколько нужно затратить энергии, чтобы расплавить при температуре плавления 1 *кг* алюминия? 10 *кг* железа? 2 *кг* свинца?

Задачу решают устно, пользуясь таблицей удельной теплоты плавления, помещенной в учебнике.

209. Почему в неотапливаемых овощехранилищах в целях предохранения овощей от замерзания устанавливают большие кадки с водой? Что отдаст больше тепла: кирпичная печь массой 1,5 *т*, остывая от 70 до 20°С, или бак, в котором замерзает 1,5 *т* воды при 0°С?

Решение. Печь отдает количество теплоты

$$Q_1 = c_к m_к (t_1 - t_2) = 0{,}75 \cdot 10^3 \frac{дж}{кг \cdot град} \cdot 1500\ кг\ (70 - 20)^\circ = 5{,}6 \cdot 10^6\ дж.$$

Вода отдает теплоту

$$Q_2 = \lambda_в m_в = 3{,}4 \cdot 10^5 \frac{дж}{кг} \cdot 1500\ кг = 5{,}1 \cdot 10^8\ дж.$$

$$Q_2 > Q_1.$$

210. Сколько нужно энергии, чтобы расплавить 10 *кг* льда, взятого при — 10°С?

Решение. Энергия, необходимая для нагревания льда до точки плавления,

$$Q_1 = c_л m_л (0^\circ - t_л) = 1800 \frac{дж}{кг \cdot град} \cdot 10\ кг \cdot 10^\circ = 1{,}8 \cdot 10^5\ дж.$$

Энергия, необходимая для плавления льда,

$$Q_2 = \lambda_л m_л = 3{,}4 \cdot 10^5 \frac{дж}{кг} \cdot 10\ кг = 3{,}4 \cdot 10^6\ дж.$$

Общее количество энергий

$$Q = Q_1 + Q_2 = 1{,}8 \cdot 10^5\ дж + 3{,}4 \cdot 10^6 дж = 3{,}6 \cdot 10^6\ дж.$$

211. В сосуде был лед при —10°С. Сосуд поставлен на горелку, которая дает в равные промежутки времени одинаковые количества теплоты. Укажите, какой из графиков (рис. 30) изменения температуры со временем, построенный для этого случая, верный и в чем ошибочны остальные графики.

Ответ. Верен график *2*. График *1* неверен потому, что наклон линий *AB* и *CD* с осью *O* одинаков. Но линия *CD* показывает нагревание воды, которое должно быть более медленным, чем нагревание льда, удельная теплоемкость которого меньше, чем у воды.

Ошибочность графика *3* после сказанного очевидна.

212*. До какой температуры нагреются 2 *кг* свинца, взятые при 27°С, если ему сообщить $2{,}1 \cdot 10^5$ *дж* энергии?

Решение. Проверим, какое количество теплоты необходимо для расплавления свинца. Для нагревания 2 *кг* свинца до температуры плавления необходимо $130 \frac{дж}{кг \cdot град} \cdot 2\ кг\ (327—27)^\circ = 7{,}8 \cdot 10^4\ дж$

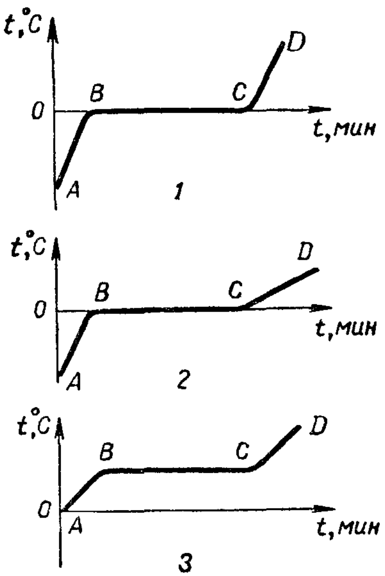


Рис. 30.

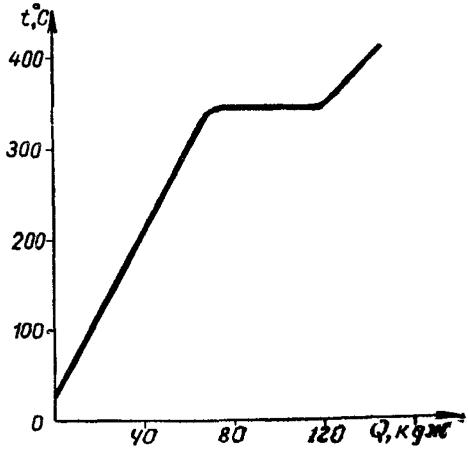


Рис. 31.

и для расплавления — $0{,}25 \cdot 10^5\ \frac{дж}{кг} \cdot 2\ кг = 0{,}50 \cdot 10^5\ дж.$

Следовательно, свинец будет находиться в жидком состоянии. Ход процесса нагревания свинца представляется графиком (рис. 31). Поэтому уравнение теплового баланса должно быть записано в следующем виде:

$$Q = c_1 m_1 (t_п - t_1) + \lambda m + c_2 m (t_2 - t_п).$$

Подставив данные в уравнение, получим $t_2 = 580$°С.

Если же не учесть агрегатных превращений и записать уравнение в таком виде $Q = cm(t_2 - t_1)$, то получим ответ $t_2 = 860$°С, что явно ошибочно, так как при этой температуре свинец находится в жидком состоянии.

2. Испарение

Обычно об испарении решали качественные задачи, в которых главным образом рассматривали и объясняли с помощью молекулярной теории зависимость испарения от температуры жидкости, величины ее свободной поверхности и движения воздуха. В настоящее время в связи с изучением учащимися понятия о внутренней энергии при решении задач по данной теме следует уделить большее внимание процессу испарения и с энергетической точки зрения. В ознакомительном плане желательно дать учащимся понятие о теплоте испарения и ее зависимости от температуры. Это подготовит учащихся к изучению кипения.

213 (э). Придумайте и поставьте опыты, показывающие зависимость интенсивности испарения от рода жидкости, ее температуры, величины свободной поверхности и движения воздуха.

214 (э). Придумайте и поставьте опыты по возгонке нафталина и снега.

215 (э). Придумайте опыт, показывающий охлаждение жидкости при испарении.

Решение. В два стакана наливают теплую воду. Затем воду в одном стакане покрывают пленкой масла. Через некоторое время температура воды, поверхность которой не покрыта маслом, окажется ниже.

См. также книгу С. Ф. Покровского [133, стр. 351—355].

216*. Опытным путем получена следующая приближенная формула для удельной теплоты испарения воды: $r = 567 \frac{кал}{г} - 0{,}60 \frac{кал}{г \cdot град} t°C$. Какое количество теплоты необходимо для превращения в пар 1 *г* воды при 0, 50 и 100°С? Объясните, почему перед коэффициентом 0,60 в формуле стоит знак минус.

Ответ: $r_0 = 597$ кал/г; $r_{50} = 567$ кал/г; $r_{100} = 537$ кал/г.

С возрастанием температуры увеличиваются плотность пара и силы притяжения ими молекул поверхностного слоя. Выход молекул облегчается, удельная теплота испарения становится меньше (см. также № 582).

3. Кипение и конденсация

Решение задач о кипении и конденсации во многом аналогично решению задач о плавлении и отвердевании. Это помогает формированию у учащихся соответствующих понятий и практических умений. Вместе с тем при недостаточно прочном и глубоком усвоении материала, когда не подчеркиваются характерные и специфичные черты каждого из названных процессов, например испарения и кипения, наблюдается и нежелательная «интерференция» сходных навыков, смешивание или ошибочное отождествление учащимися сходных понятий.

На это учителю следует обратить серьезное внимание. Одним из средств устранения этого недостатка является решение при повторении комбинированных задач, в которых рассматриваются все изученные агрегатные превращения вещества (№ 222, 223).

Большинство задач являются качественными или несложными расчетными, в которых требуется определить, например, количест-

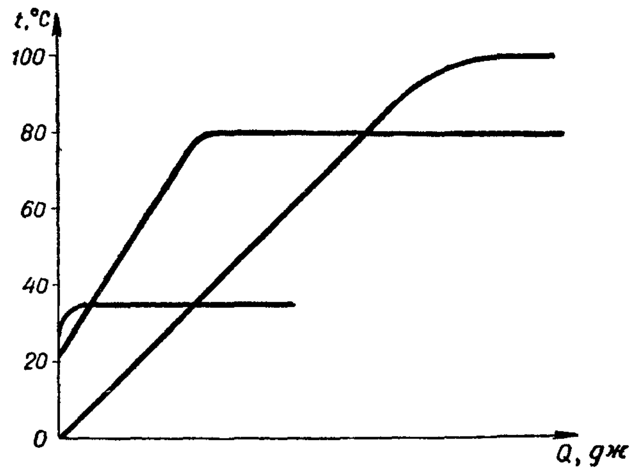


Рис. 32.

во теплоты, необходимой для превращения в пар при кипении определенной массы жидкости.

Наиболее сложной является задача на расчет удельной теплоты парообразования. Эту задачу следует решить в классе с помощью учителя. Для облегчения расчетов в условие можно не включать данные о калориметре.

217. Даны графики нагревания и кипения воды, спирта и эфира (рис. 32). Определить, какой из графиков построен для каждой из этих жидкостей.

218. Что обладает большей внутренней энергией: вода или пар, взятые в равных количествах при 100°С? Проверьте ваши выводы на опыте.

Решение. Для того чтобы превратить воду в пар, ей нужно сообщить некоторое количество теплоты. Следовательно, внутренняя энергия пара больше. Для проверки пропустим в стакан с водой из кипятильника некоторое количество пара, заметим новый уровень воды и изменение ее температуры. В другой стакан с таким же начальным количеством воды нальем столько кипятку, сколько его сконденсировалось из пара. Температура воды изменится во втором случае значительно меньше, чем в первом.

219. Какое количество энергии требуется для обращения в пар при температуре кипения и нормальном давлении 10 *кг* воды? 2 *кг* спирта? 5 *кг* эфира? Сколько всего потребуется энергии для обращения в пар данных жидкостей, если предварительно они нагреваются до кипения от 20°С?

Решение. Пользуясь таблицей удельной теплоты парообразования, первую часть задачи учащиеся сначала должны решить устно, рассуждая следующим образом. Для обращения в пар 1 *кг* воды при температуре кипения требуется $2{,}3 \cdot 10^6$ *дж*. Следовательно, для обращения в пар 10 *кг* воды необходимо затратить в 10 раз больше энергии, т. е. $2{,}3 \cdot 10^7$ *дж*. Аналогично находят значение количества теплоты для спирта и эфира. Затем следует использовать формулу $Q = rm = 2{,}3 \cdot 10^6 \frac{дж}{кг} \cdot 10\ кг = 2{,}3 \cdot 10^7 дж$.

Вторая часть задачи решается следующим образом. Общее количество израсходованной энергии

$$Q_0 = Q_1 + Q_2. \quad Q_2 = 2{,}3 \cdot 10^7\ дж.$$

$$Q_1 = cm\,(t_2 - t_1) = 4200\ \frac{дж}{кг \cdot град} \cdot\ 10\ кг \cdot (100 - 20)^\circ =$$

$$= 3{,}36 \cdot 10^6\ дж.$$

$$Q_0 = 2{,}3 \cdot 10^7 дж + 3{,}36 \cdot 10^6\ дж \approx 2{,}6 \cdot 10^7\ дж.$$

Аналогично находят общее количество теплоты, необходимое для обращения в пар 2 *кг* спирта и 5 *кг* эфира.

При решении задачи нужно обращать особое внимание на умения учащихся пользоваться таблицами и понимание ими физического смысла приведенных в них величин.

220*. Налейте в пробирку воды и измерьте ее температуру. Нагревайте пробирку, замечая время, сначала до кипения, а затем до превращения всей воды в пар. По данным опыта определите приближенно значение удельной теплоты парообразования, сравните ее с табличной и укажите причины, снизившие точность результата.

Решение. В одном из опытов были получены следующие данные. Начальная температура $t_1 = 20°C$. Время нагревания до кипения — 2,5 *мин*, время кипения — 20 *мин*.

Теплота, пошедшая на нагревание воды $Q_1 = cm\,(t_2 - t_1)$;

теплота, необходимая для парообразования $Q_2 = rm$.

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{rm}{cm\,(t_2 - t_1)}, \qquad \text{откуда } r = \frac{Q_2\,c\,(t_2 - t_1)}{Q_1}.$$

Считая количество теплоты, отданной нагревателем, пропорциональной времени нагревания, получим:

$$r = \frac{20}{2{,}5} \cdot 4200 \frac{дж}{кг \cdot град} \cdot 80^\circ \approx 2{,}7 \cdot 10^6\ \frac{дж}{кг}.$$

Точность результата снизил ряд факторов: горячая вода отдает больше тепла окружающей среде, чем холодная, поэтому количество полученной водой теплоты не строго пропорционально времени. Когда в пробирке остается мало воды, большое количество теплоты идет на нагревание воздуха и самой пробирки.

221*. Выполняя лабораторную работу, в калориметр, содержащий 350 *г* воды при 10°С, ученик впустил пар при 100°С. В результате температура воды поднялась до 42°С. Какое значение удельной теплоты парообразования получится по данным этого опыта, если масса воды увеличилась на 20 *г*?

Задачу следует решить на доске с вопросами, записав формулы:

$$Q = rm; \quad Q = cm\,(t_2 - t_1).$$

Если учащиеся хорошо усвоили эти формулы, то переписывать их далее применительно к каждому конкретному случаю нет надобности: можно сразу подставлять в формулы числовые значения величин. Это замечание справедливо и для старших классов, так как решение калориметрических уравнений в общем виде часто получается слишком громоздким.

1. Какое количество теплоты отдал пар при конденсации?

$$Q_1 = r \cdot 0{,}020\ \text{кг}.$$

2. Какое количество теплоты отдала при остывании вода, образовавшаяся из пара?

$$Q_2 = 4{,}2 \cdot 10^3\ \frac{\text{дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}} \cdot 0{,}020\ \text{кг} \cdot (100 - 42)^\circ \approx 4870\ \text{дж}.$$

3. Какое количество теплоты получила вода?

$$Q_3 = 4{,}2 \cdot 10^3\ \frac{\text{дж}}{\text{кг} \cdot \text{град}} \cdot 0{,}350\ \text{кг} \cdot (42 - 10)^\circ = 47\,000\ \text{дж}.$$

Так как количество теплоты, отданное паром и получившейся при конденсации водой, равно количеству теплоты, полученному водой в калориметре, то можно записать:

$$r \cdot 0{,}020\ \text{кг} + 4870\ \text{дж} = 47\,000\ \text{дж}$$

или

$$r \cdot 0{,}020\ \text{кг} = 42130\ \text{дж}; \qquad r = 21 \cdot 10^5\ \frac{\text{дж}}{\text{кг}}.$$

222. Какое количество тепла необходимо для обращения в пар 10 *кг* льда, взятого при—15°С? Построить примерный график процесса.

223. Какое количество теплоты выделится при конденсации 200 *г* пара, взятого при 100°С, и последующего превращения воды в лед? Построить примерный график процесса.

ГЛАВА 10

ТЕПЛОВЫЕ МАШИНЫ

В VII классе решают качественные задачи об устройстве и применении двигателя внутреннего сгорания и турбины и выполняют несложные расчеты работы расширения газа и пара, к.п.д. машин, расхода горючего и т. п. Особое внимание нужно уделять преобразованиям энергии, показывая, что совершение тепловым двигателем механической работы связано с уменьшением внутренней энергии рабочего тела (пара, газа). При повторении в старших классах в ознакомительном плане полезно рассмотреть несколько задач, освещающих принципы действия холодильных машин.

Задачи по данной теме должны быть в полной мере использованы также для повторения и закрепления ранее изученных понятий по теплоте и в целях политехнического обучения учащихся.

224. Сжатый в цилиндре газ поднимает тяжелый поршень. Как изменяется при этом внутренняя энергия и температура газа?

225. Где выше температура продуктов сгорания — в цилиндре двигателя внутреннего сгорания или в выхлопной трубе? Почему?

226*. Определите работу, совершаемую расширяющимися газами во время рабочего хода в цилиндре двигателя внутреннего сгорания, если площадь поршня $S = 200$ *см*^{2}, ход поршня $h = 30$ *см*, а среднее давление в рабочем цилиндре $p = 50$ *ат*.

Решение. $A = Fh$; $F = pS$; $A = pSh$.

$$p = 5\,am = 5\frac{кгс}{см^2} = 5 \cdot \frac{9{,}8\,н}{0{,}0001\,м^2};$$

$$S = 200 \cdot 0{,}0001\,м^2;\quad h = 0{,}30\,м.$$

$$A = \frac{5 \cdot 9{,}8\,н \cdot 200 \cdot 0{,}0001 м^2 \cdot 0{,}30\,м}{0{,}0001\,м^2} \approx 3\,кдж.$$

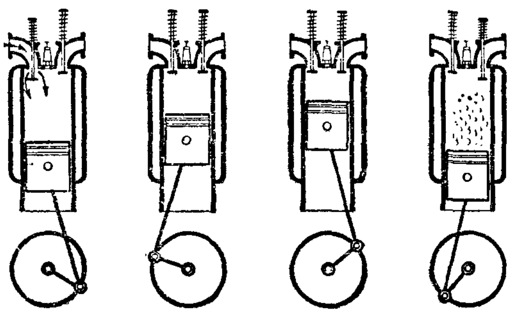


Рис. 33.

227. Пользуясь рисунком 33, определите, какой процесс может совершаться в каждом из цилиндров, если в первом происходит впуск горючей смеси.

228. Расход горючего у лучших типов двигателей внутреннего сгорания составляет около 0,18 *кг/л.с.* в час. Какому коэффициенту полезного действия это соответствует? Теплота сгорания топлива $q = 4 \cdot 10^7 \frac{дж}{кг}$.

Решение. Работа, совершаемая за 1 *ч* двигателем мощностью в 1 *л. с.*

$$A_{пол} = 736\ вт \cdot 3600\ сек \approx 2{,}64 \cdot 10^6 дж.$$

Затраченная энергия $Q = qm = 4 \cdot 10^7 \frac{дж}{кг} \cdot 0{,}18\ кг = 7{,}2 \cdot 10^6\ дж.$

$$к.\ п.\ д. = \frac{A_{пол}}{A_{затр}} \cdot 100\ \% = \frac{2{,}64 \cdot 10^6\ дж}{7{,}2 \cdot 10^6\ дж} \cdot 100\ \% \approx 37\ \%.$$

229. Какие преимущества имеет турбина перед поршневым тепловым двигателем? Рассмотрите изменения внутренней энергии пара при работе паровой турбины и объясните их.

ГЛАВА 11

СТРОЕНИЕ АТОМА

Большинство задач в данной теме должны быть качественными, так как учащиеся получают только элементарные сведения о строении атомов, а при изучении электростатики не рассматривают закона Кулона. Часть материала вообще изучают в ознакомительном плане. Задачи по строению атома сводятся к упражнениям по вычерчиванию схем моделей атомов (водорода, гелия и лития). В основном же в теме решают электростатические задачи, в которых используют электронные представления и понятие об электрическом поле.

Заметим, что в данной теме дело отнюдь не в количестве решаемых задач, а в том, чтобы небольшое число задач было разобрано детально, в форме беседы, чтобы условия задач варьировались. Это очень важно для развития логического мышления учащихся.

Часть задач посвящается иллюстрации понятия об электрическом поле. Учащимся не дается строго научное определение электрического поля, но они должны знать его основные свойства, проявления, а главное — приобрести убежденность в реальности электрического поля.

В результате разбора задач учащиеся должны свободно оперировать электронными представлениями при объяснении электризации тел, передачи заряда с одного тела на другое и т. п.

Большой интерес представляют задачи об электростатической индукции. Для их решения предварительно вводят представление о зависимости силы взаимодействия зарядов от расстояния между ними. Характер данной зависимости дают качественно: чем больше расстояние, тем меньше сила.

Задачи и упражнения по опыту Иоффе, доказывающему дробимость электрического заряда, а также по опыту Резерфорда по рассеянию α-частиц на тонкой фольге, доказывающему ядерное строение атомов, не дают. Эти вопросы предельно элементарно излагает сам учитель.

По электростатике решают задачи такого содержания.

230 (э). Потрите эбонитовую палочку о сукно и, обернув ее сукном, положите внутрь полого шара, укрепленного на электрометре[1]. Выньте палочку из сукна и объясните, почему при этом отклоняется стрелка. Вставьте палочку внутрь сукна и объясните, почему стрелка возвращается на нулевое деление.

При обсуждении результатов этих опытов подчеркивают мысль о том, что заряды не возникают и не исчезают, а только разделяются. При этом на обоих соприкасающихся при трении телах оказываются равные по величине, но противоположные по знаку заряды. Общий заряд равен нулю. Заряд на палочке отрицательный, а на сукне положительный. Электрометр обнаруживает заряд на сукне, но не дает, естественно, показаний, когда палочка и сукно будут вместе.

231. Пластинку из оргстекла потерли куском шерстяной ткани. Какой по знаку заряд приобретает пластинка и как объяснить его возникновение по электронной теории?

О т в е т. Заряд пластинки, как условились, будет положительным. Это значит, что часть электронов с пластинки перешла на сукно, поэтому на пластинке оказывается недостаток электронов, а на шерстяной ткани — избыток их.

Полезно на основании электронной теории объяснить происходящее и в предшествующей задаче. (На палочке — избыток электронов, на сукне — недостаток; когда палочка и сукно сложены вместе — нет ни избытка, ни недостатка электронов, общий заряд палочки и сукна равен нулю.)

232. Электрическое поле мы не можем видеть, слышать, осязать и т. д., так как оно не действует непосредственно на наши органы чувств. Каким же способом можно обнаружить существование электрического поля? [23, № 1162].

О т в е т. Электрическое поле действует на электрические заряды, внесенные в поле. Оно обнаруживается, например, по отклонению заряженных бузиновых шариков или бумажных гильз, подвешенных на шелковых нитях.

233. На двух расположенных рядом штативах подвешены на шелковых нитях легкие станиолевые гильзы. Одну из них зарядили отрицательно с избытком в 3 млн. электронов, а другую — положительно с недостатком в 1 млн. электронов. Как будут взаимодействовать гильзы?

---

[1] Для опыта можно воспользоваться также двумя пластинками для электризации, которые специально выпускаются для этой цели Главучтехпромом.

Ответ. Электрический заряд каждой гильзы находится в электрическом поле, созданном зарядом другой гильзы. Так как электрические поля созданы разноименными зарядами, то гильзы будут притягиваться. Если гильзы соприкоснутся, то произойдет частичная нейтрализация зарядов. Общий заряд после этого будет отрицательным и равным заряду 2 млн. электронов. Гильзы теперь заряжены одноименно, они оттолкнутся друг от друга.

Решение задачи полезно проверить на опыте, зарядив гильзы разными по знаку и по величине зарядами.

234 (э). На тонкой шелковой нити висит заряженная бумажная гильза. Определите знак ее заряда, пользуясь эбонитовой палочкой и куском шерстяной ткани.

Решение. Потерев эбонитовую палочку о шерсть, подносят ее к гильзе. Заряд эбонитовой палочки отрицательный. Если гильза притянется к палочке, то ее заряд положительный, если оттолкнется — отрицательный. Нельзя допускать, чтобы гильза коснулась палочки. Если такое касание все-таки произойдет, то учащимся надо объяснить наблюдаемое явление. При касании гильзы и палочки их заряды станут одноименными и гильза во всех случаях оттолкнется от палочки. Очень важно, чтобы учащиеся оперировали понятием электрического поля: вокруг палочки существует электрическое поле, которое действует на заряженную гильзу, притягивая или отталкивая ее.

235 (э). Что изменится в опыте (см. условие задачи 234), если к гильзе поднести не эбонитовую палочку, а кусок шерстяной ткани, которой натирали палочку?

Ответ. Шерстяная ткань заряжена положительно. Если гильза притянется к ткани, то ее заряд отрицательный, если оттолкнется — положительный. На гильзу действует электрическое поле, существующее вокруг куска положительно заряженной шерстяной ткани.

236 (э). Возьмите какой-либо металлический предмет в руку и попробуйте его наэлектризовать трением о сукно. Электризацию не обнаруживают. Возможна ли вообще электризация металлических предметов? Если возможна, то как ее осуществить?

Ответ. Электризация возможна, но для этого металлические предметы надо обязательно тщательно изолировать от земли. Для иллюстрации этого явления следует показать электризацию трением о сукно металлической пластинки на изолирующей ручке.

Если электризуемый металлический предмет держать в руке (без изоляции), то предмет заземляется через руку и тело человека. Наэлектризовать его, естественно, нельзя.

237 (э). Положите на стол полоску бумаги и натрите ее шерстяной тканью. Полоска наэлектризуется. Приблизьте к полоске сверху руку. Объясните, почему полоска притягивается к руке?

Ответ. Происходит явление электростатической индукции. На ближайшей к полоске бумаги стороне руки возникает заряд

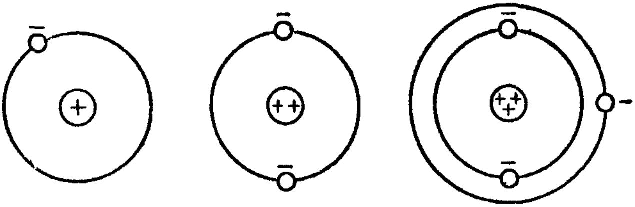


Рис. 34.

противоположного знака заряду бумаги, а на дальней стороне — одноименный заряд. Разноименные заряды оказываются ближе друг к другу, чем одноименные, поэтому сила притяжения будет больше силы отталкивания, и бумажка притягивается к руке.

Полезно обсудить с учащимися объяснение явления электростатической индукции на основании электронной теории. В электризующемся теле под действием сил электрического поля происходит перемещение свободных электронов, благодаря чему на одном конце тела оказывается избыток, а на другом — недостаток электронов.

В заключение с учащимися обсуждают ядерную модель атома, чертят схемы простейших атомов.

238. Начертите схему атомов водорода, гелия и лития, учитывая, что они имеют соответственно 1, 2 и 3 электрона.

Вычерчивая схемы (рис. 34), учащиеся должны указать, что ядро атома содержит положительный заряд, равный отрицательному заряду всех вращающихся вокруг ядра электронов. Общий заряд атома равен нулю.

Орбиты электронов изображают круговыми. Возможно изображать не орбиты, а электронные слои. Тогда у водорода в первом слое один электрон, а у гелия—два электрона. Первый слой может иметь максимально два электрона. Поэтому у атома лития третий электрон находится во втором электронном слое.

Схемы более сложных атомов в VII классе не рассматривают.

ГЛАВА 12

СИЛА ТОКА, НАПРЯЖЕНИЕ, СОПРОТИВЛЕНИЕ

Задачи по данной теме должны помочь формированию понятий об электрическом токе и электрических величинах (силе тока I, напряжении U и сопротивлении R), а также научить учащихся рассчитывать несложные электрические цепи. Основное внимание уделяют задачам на закон Ома и расчетам сопротивления проводников в зависимости от материала, их геометрических размеров (длины l и площади поперечного сечения S) и способов соединения, рассматривая последовательное, параллельное, а также смешанное соединение проводников. Сложные цепи, в которых расчет общего сопротивления требует особых приемов, в VII классе не изучают. Задачи на сложные цепи решают в IX классе.

В целях политехнического обучения большое внимание следует уделить также задачам по чтению, вычерчиванию и составлению электрических схем, строго следя за соблюдением обозначений по ГОСТу. Экспериментальные задачи нужно использовать также для формирования практических, в том числе измерительных, навыков и умений учащихся.

1. Электрический ток. Электрическая цепь

Электрический ток определяют как движение электрических зарядов в электрическом поле. Очень важно подчеркивать, что в металлических проводниках движутся под действием сил электрического поля свободные электроны.

Электрические цепи рассматривают лишь простейшие. Источниками тока в них в большинстве случаев берут химические источники тока — гальванические элементы или аккумуляторы.

239 (э). Зарядите разноименными зарядами два электроскопа и соедините их через неоновую лампочку типа МН-5 металлическим проводником. В каком направлении будут перемещаться по проводнику электроны? Каково направление электрического тока? Почему лампочка вспыхивает только на короткое время?

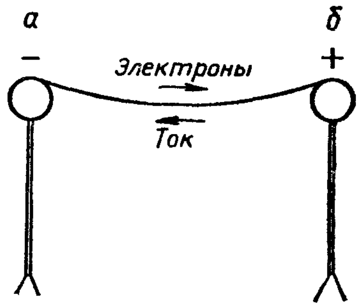


Рис. 35.

При обсуждении опыта выполняют чертежи (рис. 35), поясняют, что между шариками электроскопов существует электрическое поле, под действием которого в металлическом проводнике перемещаются электроны от *а* к *б*. За направление же тока принято противоположное направление, в котором должны были бы двигаться положительные заряды, т. е. от *б* к *а*. Перемещение зарядов не будет длительным, так как оно происходит только до момента нейтрализации зарядов на электроскопах.

240 (э). Присоедините неоновую лампочку к кондукторам электрофорной машины и приведите машину во вращение. Почему лампочка в этом случае горит длительное время?

О т в е т. В электрофорной машине, пока она работает за счет механической энергии, происходит разделение зарядов. На кондукторах возобновляются заряды разных знаков, и потому по

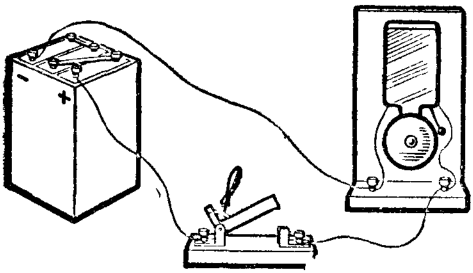


Рис. 36.

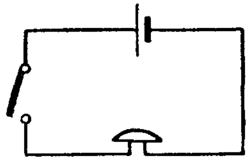


Рис. 37.

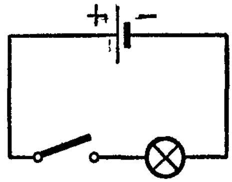


Рис. 38.

лампочке все время течет ток.

241. Начертите в тетради электрическую цепь установки, изображенной на рисунке 36.

Установку собирают на демонстрационном столе или ее изображение дают учащимся на отдельных карточках, достаточное количество которых несложно заготовить с помощью фотокружка или учащихся-фотолюбителей.

Схема электрической цепи приведена на рисунке 37

242 (э). По схеме (рис. 38) соберите электрическую цепь и укажите направление тока в ней. Можно ли в этой цепи поменять местами выключатель и лампочку? Ответ проверьте на опыте.

Решение данной задачи желательно провести как фронтальный эксперимент в дополнение к лабораторной работе по сборке электрической цепи.

Ток в цепи направлен от положительного полюса источника тока к отрицательному. Полярность клемм источника тока обозначена знаками «+» и «—». Важно подчеркнуть, что электроны движутся в противоположном направлении.

Учащиеся должны убедиться, что при последовательном включении элементов электрической цепи безразличен порядок включения этих элементов. Выключатель может быть помещен в любом месте цепи.

243. Объясните роль всех элементов электрической цепи: источника тока, потребителя, соединительных проводов, выключателя. Какие превращения энергии происходят в цепи?

О т в е т. Источник тока разделяет электрические заряды, благодаря чему в цепи все время существует электрический ток. В источнике тока происходит превращение какой-либо энергии в электрическую. В химическом источнике тока в электрическую энергию превращается химическая энергия. В потребителе происходит превращение электрической энергии во внутреннюю (электрическая лампа) или в механическую энергию (электрический двигатель).

По проводам движутся свободные электроны, и выключатель замыкает или размыкает цепь.

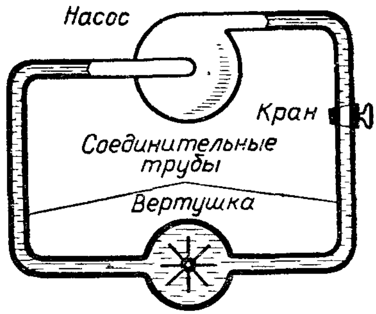


Рис. 39

Важно разъяснить учащимся, что неправильно представлять источник тока как источник уже как-то накопленных зарядов, а проводники как «пустые трубы», по которым текут свободные электроны. Здесь полезна гидродинамическая аналогия в виде замкнутой системы (рис. 39), в которой источник тока сравнивают с насосом, а проводники — с наполненными водой трубами. Выключатель в электрической цепи выполняет роль, аналогичную роли крана в гидродинамической замкнутой цепи, который может прекращать движение воды.

С помощью этой же гидродинамической аналогии можно разъяснить различие между направленным движением с некоторой скоростью электронов и практически мгновенным распространением электрического тока в цепи.

При изучении электрической цепи полезны задачи, в которых рассмотрены вопросы техники безопасности при работе с электрическими цепями. В первую очередь следует обсудить вопрос о необходимости изоляции.

244. С какой целью электрические провода покрывают слоем резины, пластмассы, лака и т. п. или обматывают бумажной пряжей, пропитанной парафином?

Ответ. Изоляция необходима для того, чтобы не было опасности поражения током при прикосновении к проводам. Если провод оголен, то заряды с него при касании провода рукой пройдут через тело человека в землю. Прохождение электрического тока через тело человека может при определенных условиях вызвать опасные для жизни человека последствия.

Кроме того, цепи из проводов без изоляции практически чрезвычайно трудно осуществить, так как между проводами могут быть соединения, что приведет к замыканию цепи до потребителя.

245. Почему электромонтеры во время работы по ремонту электрических сетей и установок надевают резиновые перчатки, резиновую обувь, встают на резиновые коврики, пользуются инструментами с ручками из пластмассы?

Ответ. Электромонтеры при работе по ремонту электрических сетей и установок касаются оголенных участков проводов и металлических клемм. Чтобы не быть пораженными электрическим током, они должны либо изолироваться от этих проводов и клемм, одев на руки резиновые перчатки, изолировав ручки инструмента, либо изолироваться от земли, став на резиновый коврик, и т. п.

246. Что надо сделать для спасения человека, по неосторожности прикоснувшегося к неизолированному проводу и пораженного электрическим током? [23, № 1230].

О т в е т. Выключить цепь. Для этого необходимо разомкнуть рубильник, повернуть выключатель и т. п. Если это по каким-либо причинам сделать быстро невозможно, то надо без промедлений оторвать пострадавшего от оголенного провода или клеммы. При этом надо помнить обязательно и о своей собственной безопасности: не касаться проводов и человека голыми руками. Для изоляции проще всего применить подручные предметы, например обернуть свои руки сухой хлопчатобумажной или шерстяной тканью. Когда пострадавший уже не будет под током, ему оказывают медицинскую помощь.

2. Сила тока

Сила тока, как известно, определяется количеством электричества, проходящим через поперечное сечение проводника в 1 *сек*. Для учащихся представляет в первую очередь некоторое затруднение понятие поперечного сечения проводника. Необходимо его объяснить с помощью чертежей. Здесь очень полезна также гидродинамическая аналогия, помогающая уяснить сущность понятия силы тока. Важно, чтобы учащиеся не путали понятие силы тока с напряжением.

Единицу силы тока «ампер» определяют в настоящее время по магнитному действию электрического тока. Решение задач с использованием этого определения невозможно в VII классе, так как не рассматривается формула, выражающая силу взаимодействия проводников с током. Эту зависимость изучают только в IX классе. Введение единиц силы тока и заряда по химическому действию тока теперь не практикуют, поэтому отпадают задачи по расчету количества вещества, выделяющегося при прохождении электрического заряда через электролит. С этими задачами учащиеся также встретятся в IX классе при изучении законов электролиза.

Таким образом, в VII классе при изучении понятия о силе тока и единице силы тока остаются лишь вычислительные задачи, в которых используется зависимость $I = \frac{q}{t}$.

Данные задачи не представляют затруднений для учащихся. Необходимо только следить, чтобы правильно велись расчеты и учащиеся усвоили соотношения между разными единицами I и q (кратными и дольными).

Вычислительные задачи по зависимости $I = \frac{q}{t}$ сначала решают прямые на определение силы тока I по известным q и t, а затем и по формулам $q = It$ и $t = \frac{q}{I}$, которые не следует запоминать. Их выводят в каждом конкретном случае из основной формулы.

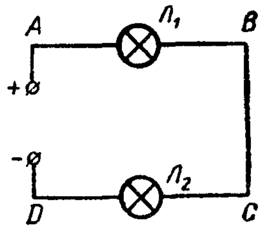


Рис. 40.

247. Вычислите силу тока в проводнике, через поперечное сечение которого за 1 *мин* проходит 48 *к* электричества.

Решение. Известно, что $I = \frac{q}{t}$. В этой формуле q нужно брать в кулонах, а t — в секундах. Следовательно, $I = \frac{48\ к}{60\ сек} = 0{,}8\ а$.

248. Сила тока, текущего через прибор, равна 6 *мка*. Какой заряд проходит через прибор за 1 *ч*?

Решение. Из основной формулы $I = \frac{q}{t}$ получаем $q = It$. Для вычисления заряда в кулонах необходимо выразить силу тока в амперах и время в секундах. $I = 0{,}000006\ а$, $t = 3600\ сек$. Вычисления дают $q = 0{,}000006\ а \cdot 3600\ сек \approx 0{,}022\ к$.

249. Какое время существовал ток, если через поперечное сечение проводника прошел электрический заряд 100 *к* при силе тока 25 *ма*?

Решение. Из основной формулы $I = \frac{q}{t}$ получаем $t = \frac{q}{I}$. Выражаем силу тока $I = 25\ ма$ в амперах, т. е. $I = 0{,}025\ а$. Подставив $q = 100\ к$ и $I = 0{,}025\ а$, вычисляем время $t = 4000\ сек$.

При изучении понятия силы тока необходимо продолжить упражнения по вычерчиванию и «чтению» схем электрических цепей. После сообщения условного изображения амперметра, а также выяснения способа включения его в электрическую цепь вычерчивают схемы цепей, подобных изображенной на рисунке 40, и решают 1—2 задачи следующего типа.

250 (э). Укажите на схеме (рис. 40), где нужно включить амперметр для измерения тока в лампочках $Л_1$ и $Л_2$. Одинаковую ли силу тока покажет амперметр, если его включить на участке *AB* и *CD*? Ответ проверьте на опыте.

Учащиеся должны твердо знать, что амперметр включают в цепь последовательно с тем потребителем, силу тока в котором надо измерить.

3. Напряжение

Понятие напряжения сложно для учащихся VII класса. Решение задач должно помочь им усвоить смысл энергетического определения напряжения. С этой целью решают вначале следующие качественные задачи.

251. По двум проводникам прошло одинаковое количество электричества. Где больше напряжение, если в одном проводнике выделилось в 3 раза больше энергии, чем в другом?

Ответ. При одном и том же заряде, прошедшем по проводникам, напряжение больше там, где произведена большая работа.

Данное рассуждение возможно и на основе определения напряжения, и с использованием формулы $U = \frac{A}{q}$. Желательно все-таки формулой не пользоваться, так как важно уяснить сущность вопроса, а не только дать ответ, который из формулы получается очень быстро и формально.

252. Напряжение на участке цепи 2 *в*. Объясните, что это означает.

Ответ. На этом участке цепи при прохождении 1 *к* электричества выделится 2 *дж* энергии.

Вычислительные задачи по вопросу о напряжении решают по формуле $U = \frac{A}{q}$. В первую очередь решают прямые задачи на определение U по известным A и q. После этого возможны и задачи на вычисление A и q по другим известным величинам.

253. Определите напряжение на участке цепи, если при перемещении заряда 10 *к* на этом участке цепи совершается работа 1270 *дж*.

Ответ. $U = \frac{A}{q}$, т. е. $U = \frac{1270\ дж}{10\ к} = 127\ в$.

254. Какая работа будет совершена на участке цепи, если напряжение на нем 1000 *в*, а перемещается заряд 25 *к*?

Ответ. По определению $U = \frac{A}{q}$. Отсюда $A = Uq$. Вычисления дают $A = 1000\ в \cdot 25\ к = 25\,000\ дж$.

Обратим внимание, что формулы $A = Uq$ и $q = \frac{A}{U}$ запоминать учащиеся не должны. Эти формулы они должны получать каждый раз из основной формулы $U = \frac{A}{q}$, что является для семиклассников хорошим упражнением.

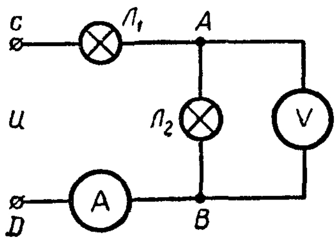


Рис. 41.

После знакомства учащихся с вольтметром решают задачи примерно следующего содержания.

255 (э). Соберите цепь, схема которой изображена на рис.41.

а) На каком участке измеряет напряжение вольтметр?

б) Как измерить напряжение на лампе $Л_1$?

в) Увеличатся или уменьшатся показания вольтметра, если его подключить к зажимам источника тока?

г) Изменятся ли показания амперметра, если его включить между точками C и A?

Учащиеся должны знать, что вольтметр подключают к концам того участка, на котором измеряется напряжение. Кроме того, надо разобрать, что по принятому условию схемы электрических цепей изображают так, что на соединительных проводах не происходит падения напряжения. Электрическая энергия превращается в другую во внешней цепи только на нагрузке. Позднее можно будет сказать, что соединительные провода в схемах цепей обладают столь малым сопротивлением, что им можно пренебречь.

4. Сопротивление проводников

В VII классе изучают зависимость $R = \rho \frac{l}{S}$. Зависимость сопротивления от температуры не вводят. Удельное сопротивление определяют как сопротивление проводника данного материала длиной 1 *м* и площадью поперечного сечения 1 *мм*²: $[\rho] = \frac{ом \cdot мм^2}{м}$. Размерность удельного сопротивления в СИ при решении задач в VII классе не употребляют.

Упражнения следует начать с вопросов, помогающих уяснить смысл понятия удельного сопротивления, а затем перейти к качественным и количественным задачам, в которых преимущественно определяют сопротивление проводников.

256. Что означает запись: $\rho_{железа} = 0,12 \frac{ом \cdot мм^2}{м}$; $\rho_{меди} = 0,017 \frac{ом \cdot мм^2}{м}$?

Учащиеся должны объяснить, что в первом случае железный проводник длиной 1 *м* и площадью поперечного сечения 1 $мм^2$ имеет сопротивление 0,12 *ом*, а во втором случае медный проводник тех же размеров — 0,017 *ом*.

После уяснения сущности ρ выясняют с помощью качественных задач зависимости сопротивления проводника от его длины и площади поперечного сечения, т. е. $R \sim l$ и $R \sim \frac{1}{S}$.

257. Какой из двух проводников одинакового материала и сечения имеет большее сопротивление и во сколько раз: длиной 15 *м* и 10 *м*; 12 *м* и 120 *см*; 15 *км* и 150 *м*?

258. Какой из двух проводников одинаковой длины и материала имеет большее сопротивление и во сколько раз: с площадью поперечного сечения 5 $см^2$ и 30 $мм^2$; 10 $мм^2$ и 25 $см^2$?

259. Кусок проволоки разрезали пополам и половинки свили между собой. Как изменилось сопротивление проводника?

Ответ. Длина проводника уменьшилась в 2 раза, что привело к уменьшению его сопротивления в 2 раза. Но, кроме того, увеличилась площадь поперечного сечения в 2 раза, что еще в 2 раза уменьшило сопротивление. Общее сопротивление проводника уменьшилось в 4 раза.

Далее переходят к решению простых вычислительных задач на зависимость $R = \rho \frac{l}{S}$.

260. Определите сопротивление железного проводника длиной 5 *м* при площади поперечного сечения 3 *мм*^{2}.

Первую задачу этого типа лучше решить арифметически, проведя следующее рассуждение: 1 *м* железного провода сечением 1 *мм*^{2} имеет сопротивление 0,12 *ом*, провод длиной 5 *м* имеет сопротивление в пять раз больше, т. е. 0,12 *ом* · 5 = 0,6 *ом*; увеличение же площади сечения провода в 3 раза уменьшает его сопротивление втрое, т. е. $R = \frac{0{,}6}{3}$ *ом* = 0,2 *ом*.

Полезно данное рассуждение сокращенно записать в виде таблицы:

1 *м* — 1 *мм*^{2} — 0,12 *ом*;
5 *м* — 1 *мм*^{2} — 0,12 *ом* · 5 = 0,6 *ом*;
5 *м* — 3 *мм*^{2} — $\frac{0{,}6}{3}$ *ом* = 0,2 *ом*.

Здесь производят арифметические действия с числами, а действия с наименованиями не производят.

Лишь после арифметического решения показывают решение задачи по формуле $R = \rho \frac{l}{S}$.

$$R = 0{,}12 \frac{ом \cdot мм^2}{м} \cdot \frac{5\,м}{3\,мм^2} = 0{,}2\,ом.$$

При этом следует обратить внимание учащихся на два обстоятельства.

Во-первых, решение с использованием формулы значительно экономнее по времени и более просто в записи.

Во-вторых, при таком решении надо проводить, кроме действий с числами, еще и действия с наименованиями.

261. Определите сопротивление 5 *км* медного трамвайного провода сечением 0,65 *см*^{2}.

Задача аналогична предыдущей, но при ее решении следует обратить особое внимание на правильный выбор единиц. Длину проводника берут обязательно в метрах, а площадь поперечного сечения S — в *мм*^{2}.

О т в е т. $R = \frac{0{,}017\,ом \cdot мм^2}{м} \cdot \frac{5000\,м}{65\,мм^2} \simeq 1{,}3\,ом$

Задачи эти не являются сложными для учащихся и решать их надо всего лишь несколько. Не следует увлекаться решением данных задач, так как зависимость $R = \rho \frac{l}{S}$ будет еще использоваться при решении комбинированных (более сложных) задач после изучения закона Ома для участка цепи.

Все же после прямых задач на определение R по ρ, l и S решают задачи по определению l, S или ρ из зависимости $R = \rho \frac{l}{S}$.

262. Сколько метров алюминиевой проволоки сечением 10 *мм*^{2} надо взять, чтобы ее сопротивление оказалось равным 0,032 *ом*?

Главная трудность для учащихся при решении задач данного типа, не считая выбора единиц, — математические операции с формулой $R = \rho \frac{l}{S}$. На это следует обратить внимание, тщательно выполняя и поясняя соответствующие преобразования на доске и следя за тем, чтобы все ученики самостоятельно выполняли преобразования.

Ответ. $l = \frac{RS}{\rho}$; $\rho = 0{,}032 \frac{ом \cdot мм^2}{м}$, $l = 10\,м$.

Следует также прибегать к логической приближенной проверке полученных ответов. В данном случае возможна следующая «грубая» проверка. Так как $\rho = 0{,}032 \frac{ом \cdot мм^2}{м}$, а $R = 0{,}032$ *ом* при сечении, большем 1 *мм*^{2}, то длина должна быть больше 1 *м*, что и имеет место в действительности.

Аналогично можно определять S проводника по формуле $S = \frac{\rho l}{R}$ и ρ проводника по формуле $\rho = \frac{RS}{l}$. Формулы для определения l, S и ρ учащиеся не должны запоминать.

Полезно при решении задач использовать паспортные данные приборов, в частности реостатов.

263. На табличке реостата имеется надпись: 30 *ом*, 3 *а*. Что она означает? Каково примерно сопротивление обмотки, включенной в цепь? Как увеличить (уменьшить) сопротивление? Как обнаружить, что сопротивление реостата, включенного в цепь, увеличилось (уменьшилось)? Данную задачу можно поставить и как экспериментальную.

Учащиеся должны ответить, что реостат имеет сопротивление от 0 до 30 *ом*. Величину сопротивления реостата меняют перемещением его ползунка. При этом изменяется длина включенной в цепь проволоки обмотки реостата. При увеличении сопротивления при постоянном напряжении ($U = \text{const}$) сила тока в цепи уменьшается. При уменьшении R реостата сила тока I увеличивается.

Необходимо заметить, что сила тока должна быть не более 3*а*. В противном случае обмотка реостата перегреется и перегорит.

5. Закон Ома для участка цепи

На зависимость $I = \frac{U}{R}$ сначала решают устно тренировочные задачи.

264. Как можно вдвое уменьшить силу тока в проводнике?

Ответ. Если $R = \text{const}$, то для уменьшения силы тока в 2 раза надо уменьшить в 2 раза напряжение U. Если же $U = \text{const}$, то надо в 2 раза увеличить сопротивление цепи.

265. Напряжение на реостате увеличили вдвое, а его сопротивление уменьшили в 3 раза, как изменился ток в реостате?

Ответ. Сила тока в цепи увеличилась в 6 раз.

266. Решите устно задачи:

а) $U = 20$ *в*, $R = 10$ *ом*, $I = ?$

б) $I = 10$ *а*, $R = 5$ *ом*, $U = ?$

в) $I = 5$ *а*, $U = 15$ *в*, $R = ?$

Значения I, U и R, которые даны в условии задачи, лучше всего записывать на доске, так как их трудно держать в памяти. Учащиеся должны устно определить силу тока $I = \frac{U}{R}$ в первом случае, напряжение $U = IR$ и сопротивление $R = \frac{U}{I}$ — во втором и третьем случаях. Запомннать учащиеся должны только формулу $I = \frac{U}{R}$, а другие формулы надо получать из этой основной. Постепенно они запомнят и формулы для определения U и R.

Ответ. а) $I = 2$ *а*; б) $U = 50$ *в*; в) $R = 3$ *ом*.

После этого решают более сложные вычислительные задачи.

267. Решите задачи:

а) $R = 2$ *Мом*, $U = 350$ *в*, $I = ?$

б) $I = 10$ *а*, $R = 10$ *ком*, $U = ?$

в) $I = 15$ *ма*, $U = 30$ *кв*, $R = ?$

Назначение этих задач, помимо закрепления формулы закона Ома и умений находить из нее нужные величины, состоит в ознакомлении учащихся с различными единицами силы тока, напряжения и сопротивления и упражнении в их переводе из одного масштаба в другой.

Ответ. а) $I = 0{,}175$ *ма*. б) $U = 100$ *кв*. в) $R = 2$ *Мом*.

Также полезны задачи с использованием паспортных данных приборов.

268 (э). Найдите сопротивление лампочки для карманного фонаря, используя данные, написанные на ее цоколе.

Решение. Взяв лампочку, читают на ее цоколе: 3,5 *в*; 0,28 *а*.

По закону Ома $I = \frac{U}{R}$, откуда $R = \frac{U}{I}$. Вычисления дают

$$R = \frac{3{,}5\ в}{0{,}28\ а} = 12{,}5\ ом.$$

Если задачу решают в классе, то лампочки следует раздать учащимся, чтобы они сами нашли необходимые данные.

Пониманию закона Ома для участка цепи очень способствует вычерчивание графиков зависимости I от R при $U = \text{const}$ и I от U при $R = \text{const}$, а также «чтение» этих графиков и решение с их помощью задач.

269. На рисунке 42 представлен график закона Ома для участка цепи. Определите по графику сопротивление проводника, а также напряжение, необходимое для создания в проводнике тока 3,5 *а*.

Для решения первой части задачи берут какое-либо значение U и по графику находят соответствующее ему значение I. Сопротивление проводника вычисляют по формуле $R = \frac{U}{I}$. В данном случае $R = 100$ *ом*. На второй вопрос задачи можно ответить, взяв по графику значение $I = 3{,}5$ *а* и найдя соответствующее этому току напряжение 350 *в*. Ответ полезно проверить расчетом:

$$U = IR = 3{,}5\ а \cdot 100\ ом = 350\ в.$$

В заключение решают комбинированные задачи, в которых используют зависимости $I = \frac{U}{R}$ и $R = \rho \frac{l}{S}$. Эти задачи желательно решать аналитическим методом, чтобы постепенно знакомить с ним учащихся.

270. Рассчитайте силу тока, проходящего по медному проводу длиной 100 *м*, площадью поперечного сечения 0,5 *мм*^{2}, если к концам провода приложено напряжение 6,8 *в*.

Решение. $I = \frac{U}{R}$. U известно. R найдем по формуле $R = \rho \frac{l}{S}$. Вычисления можно вести по этапам: сначала вычислить R, а потом I. Возможно получить общую формулу: $I = \frac{US}{\rho l}$. Если провести расчеты, взяв все данные из условия задачи и

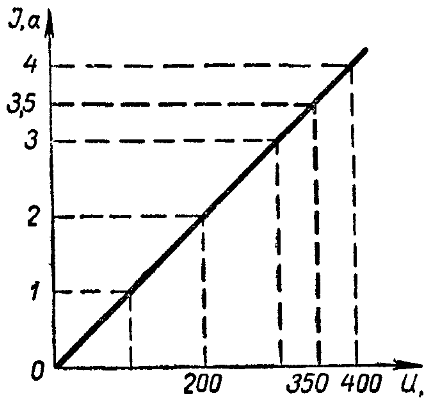


Рис. 42.

удельное сопротивление ρ меди из таблиц $\left(\rho = 0{,}017\ \frac{ом \cdot мм^2}{м}\right)$, то получим $I = 2\ а$.

271. Определите длину никелиновой проволоки сечением 0,1 $мм^2$ для нагревательного элемента электрической плитки, рассчитанной на напряжение 110 *в* и силу тока 6 *а*.

Решение. $R = \rho\frac{l}{S}$, откуда $l = \frac{RS}{\rho}$. Для определения l необходимо знать R, которое определяем из закона Ома: $R = \frac{U}{I}$. Окончательная формула $l = \frac{US}{I\rho}$. Расчеты, как и в предшествующей задаче, можно вести либо по этапам, либо по общей формуле. Из таблиц находим $\rho_{никелина} = 0{,}4\ \frac{ом \cdot мм^2}{м}$.

Вычисления дают значение $l = \dfrac{110\,в \cdot 0{,}1\ мм^2}{6а \cdot 0{,}4\ \frac{ом \cdot мм^2}{м}} \simeq 4{,}6\ м$.

6. Соединения проводников

Соединение проводников изучают теперь в VII классе. Поэтому здесь необходимо решение большого числа задач на последовательное и параллельное соединение проводников. В старших классах эти вопросы только повторяют и решают задачи на расчеты сопротивления более сложных цепей.

Важно научить учащихся разбираться в схемах электрических цепей и находить точки разветвления в случае параллельных соединений. Учащиеся должны научиться составлять эквивалентные схемы, т. е. схемы, на которых яснее видны соединения проводников. Для этого надо проследить все участки цепи, начиная от одного зажима до другого, и вычерчивать схему в более простом виде.

Начинают решение задач со случая последовательного соединения, потом рассматривают параллельное и смешанное соединения проводников.

Все сопротивления в цепи можно обозначать буквой R с числовыми индексами: R_1, R_2, R_3 и т. д. Можно все точки соединения проводников обозначить буквами A, B, C, D и т. д., тогда сопротивления участков цепи обозначают соответственно R_{AB}, R_{BC}, R_{CD} и т. д. Более удобным оказывается в большинстве случаев последний способ. Поэтому рекомендуется при решении всех задач точки соединения проводников обозначать буквами. Преимущества этого особенно заметны для случаев параллельного и смешанного соединений проводников.

272. В электрическую цепь включены последовательно резистор сопротивлением 5 *ом* и две электрические лампы сопротивлением каждая 0,25 *ом*. Определите общее сопротивление цепи.

Решение задачи начинают с вычерчивания схемы (рис. 43). Точки соединения резистора и ламп обозначают буквами A, B, C и D.

Общее сопротивление цепи $R_{AD} = R_{AB} + R_{BC} + R_{CD} = 5$ *ом* $+ 0{,}25$ *ом* $+ 0{,}25$ *ом* $= 5{,}5$ *ом*.

273. Два резистора сопротивлением $r_1 = 5$*ом* и $r_2 = 30$ *ом* включены, как показано на рисунке 44, к зажимам источника тока напряжением 6 *в*. Найдите силу тока на всех участках цепи.

Решение. Обозначим точки разветвления тока буквами A и B. Общий ток в цепи

$$I_0 = \frac{U_{AB}}{R_{AB}}.$$

Соединительные провода, как условлено, сопротивлением не обладают. Величину R_{AB} находим по формуле для параллельного соединения проводников: $\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}$. В эту формулу и следует подставлять числовые значения, так как выражение из этой формулы R_{AB} в явном виде, особенно если число сопротивлений более двух, затруднительно для учащихся. Токи в сопротивлениях обозначим I_1 и I_2. Найдем эти токи по закону Ома для участка цепи:

$$I_1 = \frac{U_{AB}}{r_1} \text{ и } I_2 = \frac{U_{AB}}{r_2}.$$

Вычисления дают следующие значения: $R_{AB} \approx 4{,}3$ *ом*, $I_0 \simeq 1{,}4$ *а*, $I_1 \simeq 1{,}2$ *а*, $I_2 = 0{,}2$ *а*.

Проверкой правильности решения может служить равенство $I_0 = I_1 + I_2$.

В данной задаче проще было бы не искать R_{AB}, а определить токи I_1 и I_2 сразу по формулам:

$$I_1 = \frac{U_{AB}}{r_1}, \quad I_2 = \frac{U_{AB}}{r_2},$$

а затем общий ток

$$I_0 = I_1 + I_2.$$

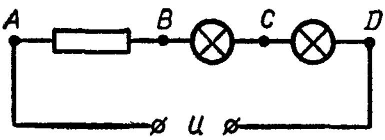


Рис. 43.

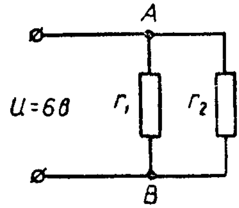


Рис. 44

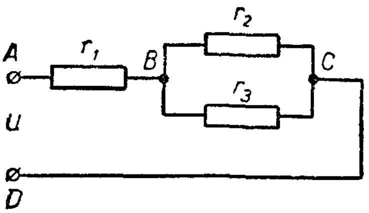


Рис. 45.

В случае же смешанных или более сложных соединений проводников необходимо искать $R_{общ}$. Поэтому и в этой задаче имеет смысл все же идти данным, хотя и более длинным путем. В итоге вырабатывается определенный алгоритм решения задач на соединение проводников.

274. Определите полное сопротивление цепи и токи в каждом проводнике, если проводники соединены так, как показано на рисунке 45, а $r_1 = 1$ *ом*, $r_2 = 2$ *ом*, $r_3 = 3$ *ом*, $U_{AC} = 11$ *в*.

Решение. В цепи на участке BC параллельно соединены два проводника с сопротивлениями r_2 и r_3. Полное сопротивление цепи

$$R_{AC} = R_{AB} + R_{BC}; \quad R_{AB} = r_1, \text{ а } \frac{1}{R_{BC}} = \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}.$$

Сила тока в цепи

$$I_0 = \frac{U_{AC}}{R_{AC}}.$$

Этот ток течет через проводник с сопротивлением r_1. Чтобы найти силу тока в ветвях параллельного соединения BC, надо вначале вычислить напряжение $U_{BC} = I_0 R_{BC}$, а потом и токи

$$I_2 = \frac{U_{BC}}{r_2}, \quad I_3 = \frac{U_{BC}}{r_3}.$$

Вычисления дают значения: $R_{BC} = 1{,}2$ *ом*, $R_{AC} = 2{,}2$ *ом*, $I_0 = 5$ *а*, $U_{BC} = 6$ *в*, $I_2 = 3$ *а* и $I_3 = 2$ *а*.

Заметим, что в VII классе решение этой задачи основывается только на законе Ома для участка цепи. В IX классе можно было бы I_2 и I_3 находить из следующих уравнений: $I_0 = I_2 + I_3$,

$$\frac{I_2}{I_3} = \frac{r_3}{r_2}.$$

Напряжение U_{BC} можно было бы не определять.

После рассмотрения смешанного соединения проводников переходят к анализу и расчету реальных цепей, схемы которых не всегда имеют такой вид, где явно выражен характер соединения проводников. В этих случаях чертят так называемые эквивалентные схемы.

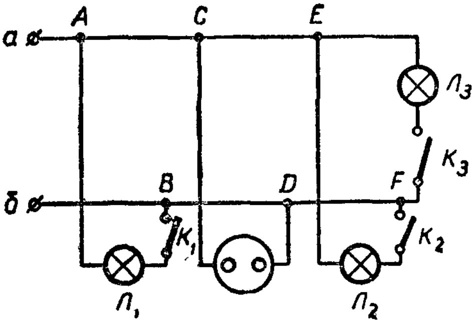


Рис. 46.

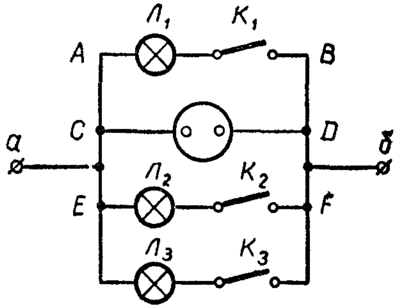


Рис. 47.

275. Составьте дома схему квартирной проводки. Разберитесь, как включены потребители, и начертите эквивалентную схему данной цепи.

Решение. Допустим, ученик начертил схему, показанную на рисунке 46. Обозначим точки соединения проводов буквами A, B, C, D, E и F. Считая, что соединительные провода имеют незначительное сопротивление, которым можно пренебречь, установим характер соединения потребителей. Все потребители соединены параллельно. Начертим эквивалентную схему цепи. Для этого проследим путь тока от точки a до точки $б$. Оказывается, точки A, C и E можно заменить одной точкой разветвления, а точки B, D и F—другой. Параллельных ветвей в цепи четыре. Эквивалентную схему чертим в привычном для нас виде, располагая все потребители в явно выраженных параллельных ветвях (рис. 47).

276*. Определите ток, текущий через каждый резистор в цепи, схема которой изображена на рисунке 48, если напряжение на зажимах 6 *в*, а сопротивление резисторов $r_1 = r_2 = r_3 = 6$ *ом*.

Решение. Сразу нельзя сказать, как соединены резисторы. Но если составить эквивалентную схему (рис. 49), то видно, что все резисторы соединены параллельно. Решение теперь не сложно:

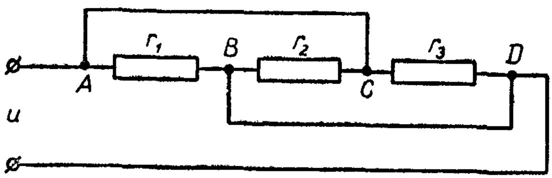


Рис. 48.

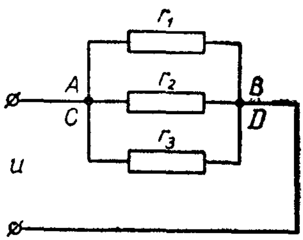


Рис. 49.

$$I_1 = I_2 = I_3 = \frac{U}{r_1} = \frac{U}{r_2} = \frac{U}{r_3}, \text{ т. е. } I_1 = I_2 = I_3 = 1 \ a.$$

Общий ток в цепи

$$I_0 = I_1 + I_2 + I_3 = 3 \ a.$$

Этот общий ток можно определить по закону Ома и через $R_{общ} = \frac{r_1}{3}$. Тогда

$$I_0 = \frac{U}{R_{общ}}, \text{ т. е. } I_0 = \frac{6 \ в}{2 \ ом} = 3 \ a.$$

ГЛАВА 13

РАБОТА И МОЩНОСТЬ ТОКА

В данной теме основными вопросами являются работа и мощность электрического тока, тепловое действие тока и электронагревательные приборы. Все эти вопросы изучают теперь только в VII классе, а на II ступени обучения лишь повторяют. Это требует больших усилий со стороны учителя.

Задачи целесообразно решать в системе СИ, тогда меньше будет ошибок в единицах работы, мощности и количества теплоты. Учащиеся должны оперировать с единицами: джоуль, ватт, гектоватт и киловатт. Часто бывают недоразумения с единицами работы гектоватт-час и киловатт-час. На это следует обратить внимание при решении задач.

Работу совершает электрическое поле, но обычно говорят о работе электрического тока. Целесообразно и на это обстоятельство обратить внимание.

При решении задач учащиеся должны приобрести навыки вычисления работы и мощности тока, количества теплоты, выделяемой в проводнике, и научиться расчетам стоимости электроэнергии. Учащиеся должны твердо знать основные формулы, по которым вычисляют работу тока $A = IUt$, мощность тока $P = IU$, количество теплоты, выделяющееся в проводнике при прохождении по нему тока $Q = I^2Rt$ (*дж*).

Все другие формулы получают из основных с помощью закона Ома для участка цепи. Эти производные формулы учащиеся не должны запоминать.

Вести расчеты количества теплоты в калориях не следует.

В теме «Работа и мощность тока» очень большие возможности рассмотрения и решения экспериментальных задач. Это и понятно: электрические лампы накаливания, бытовые приборы, электросчетчики нетрудно демонстрировать, брать их показания, паспортные данные и по ним находить нужные величины.

1. Работа и мощность тока

Вначале решают тренировочные задачи для изучения и запоминания формул и единиц измерения работы и мощности электрического тока.

277. Какую работу совершит электрический ток в лампочке карманного фонаря за 10 *мин*, если напряжение на лампе 4,0 *в*, а ток 250 *ма*?

Решение. Работа тока $A = IUt$, где силу тока I надо брать в амперах, напряжение U — в вольтах, а время t — в секундах. Вычисления дают значение $A = 0{,}250\ a \cdot 4\ в \cdot 600\ сек = 600\ дж = 0{,}6\ кдж$.

278. Определите мощность и работу электроприбора сопротивлением 24 *ом*, если он работает при напряжении 110 *в* в течение 3 *ч*.

Решение Мощность $P = IU$, но в условии задачи даны не ток I и напряжение U, а напряжение U и сопротивление электроприбора R. По закону Ома для участка цепи находим $I = \frac{U}{R}$, тогда $P = \frac{U^2}{R}$. Вычисления дают значение

$$P = \frac{120\ в \cdot 120\ в}{24\ ом} = 600\ вт = 0{,}6\ квт.$$

Работа тока $A = IUt = Pt$, т. е. $A = 600\ вт \cdot 3600\ сек = 6\,480\,000\ дж = 6480\ кдж$.

В дальнейшем для расчетов стоимости электроэнергии необходимо работу тока выражать не в джоулях, а в киловатт-часах (квт · ч). Это можно делать двумя путями:

а) Известно соотношение 1 *квт · ч* = 3 600 000 *дж*. Легко пересчитать, что $A = 6\,480\,000\ дж = 1{,}8\ квт \cdot ч$.

б) Работа тока A в киловатт-часах равна произведению мощности P в киловаттах и времени t в часах. Следовательно, $A = 0{,}6\ квт \cdot 3\ ч = 1{,}8\ квт \cdot ч$.

При решении задач, как уже говорилось, следует научить учащихся находить и использовать паспортные данные различных приборов (паяльников, плиток, утюгов, пылесосов, холодильников и т. д.). Полезно включать задачи практического характера, где надо оценить сопротивление электроприбора по его мощности и расчетному напряжению, задачи по определению числа ламп в гирлянде и др. Ниже приводим примеры подобных задач.

279. Используя данные о мощности и напряжении лампочки, написанные на ее цоколе или баллоне, определите силу тока при полном накале и сопротивление лампы.

Решение. Пусть мощность лампы $P = 96\ вт$, а напряжение $U = 127\ в$. Мощность $P = IU$, откуда $I = \frac{P}{U}$. Сопротивление лампы определяют по формуле $R = \frac{U}{I}$. Можно сопротивление найти и без предварительного определения силы тока I. Действительно, $P = IU$, а $I = \frac{U}{R}$. Получаем, что $P = \frac{U^2}{R}$, а $R = \frac{U^2}{P}$. В данной задаче проще первое решение.

Вычисления дают значения:

$$I = \frac{96\ вт}{127\ в} \simeq 0{,}76\ а, \quad R = \frac{127\ в}{0{,}756\ а} \approx 170\ ом.$$

280. Какая из двух ламп разной мощности, но рассчитанных на одинаковое напряжение, имеет большее сопротивление?

Р е ш е н и е. Как было показано в предшествующей задаче, $P = \frac{U^2}{R}$. Следовательно, $R = \frac{U^2}{P}$. Лампа меньшей мощности имеет большее сопротивление.

Задачу можно дать как устную качественную, но тогда ее довольно сложно решать по формуле $R = \frac{U^2}{P}$. Можно провести в этом случае следующее рассуждение.

Мощность пропорциональна напряжению U и силе тока I. Пусть мощность первой лампы меньше мощности второй. При одном и том же напряжении сила тока в первой лампе должна быть меньше, чем во второй. Естественно, что сопротивление первой лампы больше, чем второй. Получаем окончательный вывод, что большее сопротивление имеет лампа меньшей мощности. Здесь использованы лишь основные зависимости $I = \frac{U}{R}$ и $P = IU$, которые учащиеся должны знать.

281. Необходимо изготовить гирлянду для освещения новогодней елки, используя лампы мощностью 15 *вт* на напряжение 12 *в*. Сколько нужно взять ламп, если напряжение сети 120 *в*? Какую мощность будет потреблять гирлянда?

Р е ш е н и е. Лампы в гирлянде соединяют последовательно. Так как все лампы одинаковы, то падение напряжения на каждой из них составит 12 *в* и число ламп $n = \frac{120\ в}{12\ в} = 10$. Общая мощность равна $P = 15\ вт \cdot 10 = 150\ вт$.

Значительно сложнее случай, когда последовательно соединяют лампы разной мощности. При этом произойдет перераспределение напряжения в цепи. Решение таких задач лучше проводить в IX классе при повторении вопроса о работе и мощности электрического тока.

Практическое значение имеет решение задач на расчет стоимости электроэнергии.

282. Рассчитайте стоимость s израсходованной электроэнергии при тарифе $B = 4$ *коп/квт · ч*, если показания счетчика до включения прибора и после его выключения соответственно были $A_1 = 401$ *квт · ч* и $A_2 = 421$ *квт · ч*.

Решение. Стоимость электроэнергии $s = B(A_2 - A_1)$, т. е. зависит от тарифа и произведенной работы. Вычисления просты:

$$s = 4\frac{\text{коп.}}{\text{квт} \cdot \text{ч}} \cdot (421\ \text{квт} \cdot \text{ч} - 401\ \text{квт} \cdot \text{ч}) \approx 80\ \text{коп.}$$

283 (э). Запишите показания электросчетчика и рассчитайте стоимость электроэнергии, израсходованной за сутки.

Учащиеся должны снять показания электросчетчика в начале и в конце суток и произвести расчет, как это сделано в предшествующей задаче. Полезно разобрать также, как сделать все записи в бланке квитанции для оплаты за израсходованную электроэнергию.

2. Тепловое действие тока

Зависимость выделяемого в проводнике количества теплоты от силы тока, сопротивления и времени вначале уясняют при решении качественных задач.

284. Два проводника сопротивлением 20 и 40 *ом* соединили последовательно. В каком из проводников и во сколько раз выделится большее количество теплоты при прохождении тока?

Решение. При последовательном соединении сила тока в проводниках одинакова. Так как количество теплоты пропорционально сопротивлению проводника, то в проводнике сопротивлением 40 *ом* выделится вдвое больше количества теплоты, чем в проводнике сопротивлением 20 *ом*.

285. Проводники сопротивлением 20 и 40 *ом* соединили параллельно. В каком из них выделится большее количество теплоты и во сколько раз?

Решение. При параллельном соединении проводники находятся под одинаковым напряжением U. Сделать вывод из зависимости $Q = I^2Rt$ трудно. Формулу надо преобразовать. Используем закон Ома для участка цепи $I = \frac{U}{R}$, тогда формула для Q примет вид $Q = \frac{U^2}{R}t$.

Следовательно, чем больше сопротивление проводника, тем меньшее количество теплоты в нем выделится. В проводнике сопротивлением 40 *ом* выделится в два раза меньшее количество теплоты, чем в проводнике сопротивлением 20 *ом*.

Ниже приводим качественную задачу повышенной трудности, самостоятельное решение которой будет посильно не всем учащимся. Все же полезно эту задачу разобрать в классе.

286. Имеются две плитки мощностью 600 и 400 *вт* на напряжение 220 *в*. В какой плитке и во сколько раз выделится больше тепла, если их включить в сеть параллельно? последовательно?

Решение. При параллельном соединении плиток напряжение на них одинаково и равно 220 *в*. Мощности плиток будут такими, как указано в условии задачи: $P_1 = 600$ *вт* и $P_2 = 400$ *вт*. Количество теплоты пропорционально мощности. Можно записать, что $Q = Pt$ (*дж*). Отсюда $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{P_1}{P_2}$, так как время работы плиток одинаково. Следовательно, $Q_1 = Q_2 \frac{P_1}{P_2}$, или $Q_1 = \frac{3}{2} Q_2$. В первой плитке в 1,5 раза выделится большее количество теплоты, чем во второй плитке.

При последовательном соединении плиток напряжение на них разное, но одинакова сила тока. Мощность плиток теперь не будет равна расчетной, и нельзя использовать значения P_1 и P_2 для анализа происходящего. По этим расчетным мощностям P_1 и P_2 и напряжению U можно определить сопротивления плиток R_1 и R_2.

Известно, что $P = IU = \frac{U^2}{R}$, тогда $R = \frac{U^2}{P}$; $R_1 = \frac{220^2\ в^2}{600\ вт} = 80$ *ом*, $R_2 = \frac{220^2\ в^2}{400\ вт} = 120$ *ом*.

Количество теплоты, выделяющееся в проводниках, выражается по формуле $Q = I^2Rt$. Следовательно, при одном и том же токе I количество теплоты Q пропорционально сопротивлению R. Больше выделится теплоты в плитке большего сопротивления, т. е. в плитке меньшей мощности. Легко показать, что $Q_2 = \frac{3}{2} Q_1$.

Следовательно, при параллельном соединении больше потребляет энергии плитка, рассчитанная на большую мощность, а при последовательном соединении, наоборот, — плитка меньшей мощности.

Вычислительные задачи по тепловому действию тока вначале решают прямые на вычисление количества теплоты по формуле $Q = I^2Rt$, а потом определяют другие величины (I, R и t).

287. Какое количество теплоты выделится в течение часа в проводнике сопротивлением 10 *ом* при токе 2 *а*?

Решение. Количество теплоты Q вычисляют в джоулях по формуле $Q = I^2Rt$. Вычисления приводят к следующим результатам:

$$Q = 4\ a^2 \cdot 10\ ом \cdot 3600\ сек = 144000\ дж = 144\ кдж.$$

288. Определите сопротивление проводника, если при токе 2 *а* за 5 *мин* в нем выделилось 1200 *дж* энергии.

Решение. $Q = I^2Rt$; отсюда $R = \frac{Q}{I^2t}$. $R = \frac{1200\ дж}{4\ a^2 \cdot 300\ сек} = 1$ *ом*.

В заключение раздела решают комбинированные задачи, в которых учитывают количество теплоты, идущее на нагревание тел.

289. На сколько градусов нагрелись бы 100 *г* воды, если на их нагревание было израсходовано все количество теплоты, выделяющееся при протекании тока силой 5 *а* по проводнику сопротивлением 10 *ом* в течение 2 *мин*?

Решение. Электрический ток выделит количество теплоты $Q = I^2R \cdot t = 25\, a^2 \cdot 10\, ом \cdot 120\, сек = 30000\, дж$. Это количество теплоты Q идет на нагревание воды: $Q = cm\,(t_2^0 - t_1^0)$. Отсюда $t_2^0 - t_1^0 = \frac{Q}{cm}$.

Учтем, что для воды $c = 4190$ *дж/кг·град*, а масса воды $m = 0{,}1$ *кг*. Тогда

$$t_2^0 - t_1^0 = \frac{30000\, дж}{4190\, \frac{дж}{кг \cdot град} \cdot 0{,}1\, кг} \approx 72^\circ\, C.$$

290. В электрическом чайнике при напряжении 220 *в* и силе тока 6 *а* за 15 *мин* нагрелось 3 *кг* воды от 20 до 80°С. Какова тепловая отдача электрочайника?

Решение. Тепловой отдачей нагревателя называют отношение количества теплоты, пошедшего на нагревание воды, к величине работы тока.

Количество теплоты, необходимое для нагревания воды, $Q = cm\,(t_2^0 - t_1^0)$, а работа тока $A = IUt$. Тепловая отдача

$$\eta = \frac{Q}{A} = \frac{cm\,(t_2 - t_1)}{IUt}.$$

Вычисления дают $\eta = \dfrac{4190\, \frac{дж}{кг \cdot град} \cdot 3\, кг \cdot 60\, град.}{6\, а \cdot 220\, в \cdot 15 \cdot 60\, сек.} \approx 0{,}63$ или 63%.

Вычисления можно вести также по этапам: сначала вычислить Q, потом A, а в заключение — η.

ГЛАВА 14

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ

В VII классе электромагнитные явления изучают качественно, и поэтому учащиеся решают только качественные задачи. Большой удельный вес среди них должны составлять экспериментальные задачи.

Существует очень много различных правил для определения полюсов электромагнитов, направления силы, действующей на проводник с током в магнитном поле, для определения направления индукционного тока. Условимся при решении задач применять следующие правила:

а) для определения направления силовых линий магнитного поля прямого тока, кругового тока, а также катушки с током — правило буравчика;

б) для определения направления силы, действующей на проводник с током в магнитном поле — правило левой руки;

в) для определения направления индукционного тока — правило правой руки.

Заметим, что знание последнего правила по программе не является обязательным.

Большую роль при решении задач по электромагнетизму играют схемы и рисунки. Их нужно делать особенно тщательно.

В целях политехнического обучения следует решить ряд задач об устройстве и действии приборов, в которых используют электромагниты (звонок, громкоговоритель, электромагнитное реле, машины для очистки зерна от сорняков с помощью электромагнитов и др.).

1. Магнитное поле тока. Электромагниты

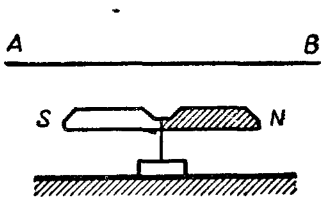


Рис. 50.

291 (э). Каким полюсом будет обращена к нам магнитная стрелка (рис. 50) при направлении тока от A к B? Ответ проверьте на опыте.

Ответ. Южным. Стрелка расположится вдоль силовых линий, для определения направления которых используем правило буравчика: буравчик ввертываем по направлению тока в проводнике (от A к B), направление вращения ручки буравчика совпадет с направлением силовых линий вокруг проводника с током.

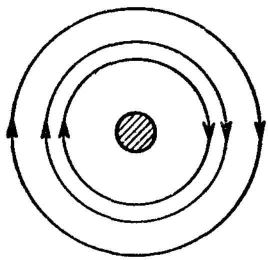


Рис. 51.

292. Каково направление тока в проводнике (рис. 51)?

Ответ. По правилу буравчика определяем: ток в проводнике направлен от нас за чертеж.

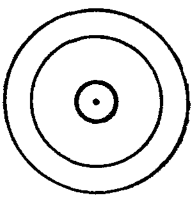


Рис. 52.

293. Определите направление силовых линий, показанных на рисунке 52.

Ответ. Силовые линии магнитного поля направлены против часовой стрелки.

294. Каково направление тока в катушке (рис. 53)?

Решение. Рассмотрим крайний виток справа. Концентрические силовые линии вокруг него имеют такое направление, что, судя по ним, можно заключить, что ток направляем от точки A к точке B.

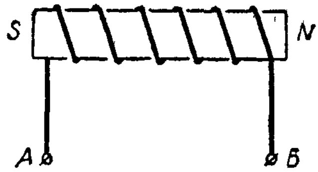


Рис. 53.

Для определения полюсов электромагнитов можно применить и второе правило буравчика. (Если ручку буравчика вращать по направлению тока в витках катушки, то направление ввертывания буравчика совпадет с направлением силовых линий внутри катушки.) Решение задачи таким путем проще.

Применение электромагнитов можно проиллюстрировать, например, на такой задаче.

295. На рисунке 54 дана упрощенная схема машины для очистки зерна от сорняков. Объясните действие машины.

Дополнительно к схеме сообщаем следующее. Порошок железа не пристает к гладким семенам очищаемого от сорняков зерна, но хорошо пристает к шероховатым семенам сорняков [23, № 1455].

О т в е т. Ученик должен объяснить, что семена сорняков, к которым пристал металлический порошок, притягиваются вращающимся электромагнитом и, отклоняясь, попадают в левый ящик. Чистое зерно собирается в правом ящике.

Действие электромагнитного реле может быть проиллюстрировано на одном из многочисленных примеров различных автоматических устройств.

296. На рисунке 55 изображена схема автоматического электромагнитного предохранителя. На рисунке 55, *а* показан предохра-

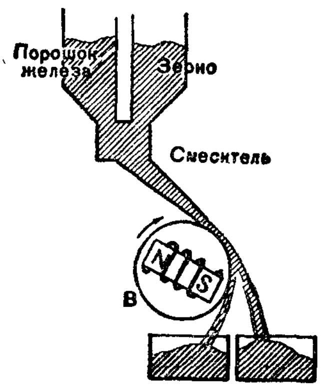


Рис. 54.

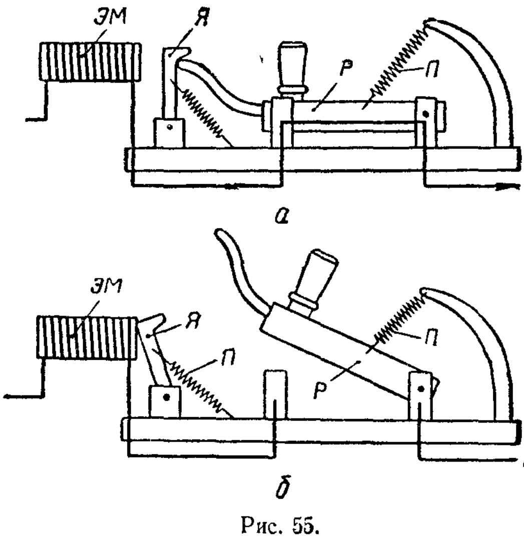


Рис. 55.

нитель в тот момент, когда через него проходит ток допустимой силы. Рисунок 55, *б* показывает положение всех деталей предохранителя после того, как по нему прошел ток больше допустимого. Объясните действие автоматического предохранителя.

На схеме следующие обозначения: *ЭМ* — электромагнит, *Я* — якорь, *П* — пружины, *Р* — рычаг [34, № 1492].

Ответ. Ученик должен объяснить, что при токе, сила которого больше допустимой, электромагнит притянет якорь. Якорь освободит рычаг, который поднимется вверх под действием пружины. Цепь разомкнется. Чтобы предохранитель опять пришел в рабочее состояние, надо вернуть рычаг в прежнее положение.

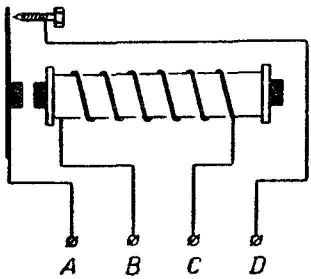


Рис. 56.

После этого рассматривают задачу непосредственно об электромагнитном реле.

297. Электромагнитное реле служит для включения цепи сильного тока («рабочей» цепи) при помощи очень слабого «управляющего» тока. К каким зажимам реле (рис. 56) вы присоединили бы рабочую цепь и к каким источник управляющего тока? [23, № 1439].

Ответ. *A* и *D* — клеммы рабочей цепи, а *B* и *C* — клеммы управляющего тока.

2. Постоянные магниты

Здесь в основном решают экспериментальные качественные задачи.

298 (э). Используя стальную пилку и полосовой магнит, покажите, что не может быть магнита с одним полюсом.

Решение. Намагнитив пилку, обнаруживают у нее полюса, а потом разламывают ее на две части. У каждой части снова обнаруживают два полюса и т. д.

299. Почему постоянный магнит размагничивается при сильных ударах и нагревании?

Ответ. Магнит как бы состоит из элементарных магнитиков, расположенных в определенном порядке. При ударах и нагревании этот порядок в расположении элементарных магнитиков нарушается и магнит теряет свои свойства.

Факт размагничивания при ударе и нагревании можно продемонстрировать на опытах с намагниченной спицей.

300 (э). Возьмите два постоянных магнита и расположите их так, как показано на рисунке 57. К соседним полюсам магнитов поднесите по гвоздю. Они притянутся к магнитам. Что произойдет,

Рис. 57.

если магниты сблизить до полного соприкосновения разноименных полюсов?

Ответ. Гвозди упадут, так как в середине получившегося большого магнита будет нейтральная линия. Полюса обладают наибольшей способностью притягивать железные предметы. У нейтральной же линии нет свойства притягивать эти предметы.

301 (э). Даны два одинаковых стержня, один из которых намагничен. Не применяя ничего, кроме этих стержней, обнаружьте, какой из них намагничен.

Решение. Подносят поочередно концы одного из стержней к средней линии другого. Если стержни притягиваются, то поднесенный стержень намагничен.

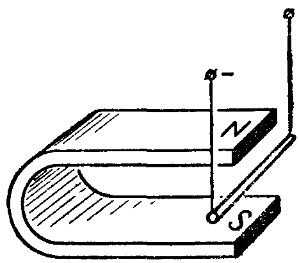


Рис. 58.

3. Движение проводника с током в магнитном поле

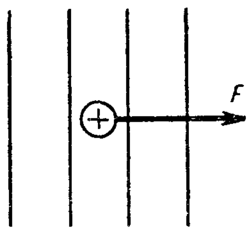


Рис. 59.

Все задачи в этом разделе решают путем применения правила левой руки:

Левую руку располагают так, чтобы силовые линии магнитного поля входили в ладонь, четыре пальца были направлены по току; тогда отставленный на 90° большой палец расположится вдоль направления действующей на проводник силы.

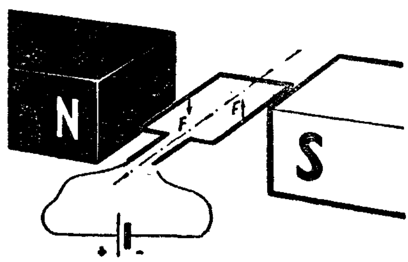


Рис. 60.

302 (э). Соберите установку, изображенную на рисунке 58. Определите направление силы, действующей на проводник с током. Правильность решения проверьте опытом.

Ответ. Проводник будет отклоняться вправо.

303. Укажите направление силовых линий магнитного поля, изображенного на рисунке 59.

Ответ. Силовые линии направлены снизу вверх.

304. Правильно ли указано направление сил, действующих на рамку (рис. 60)?

Решение. По правилу левой руки определяют направление сил, действующих на обе стороны рамки. Получившаяся пара сил соответствует показанной на рисунке 60.

305. Что нужно сделать для того, чтобы изменить направление поворота рамки (рис. 60)? Как следует усовершенствовать установку, чтобы рамка вращалась непрерывно?

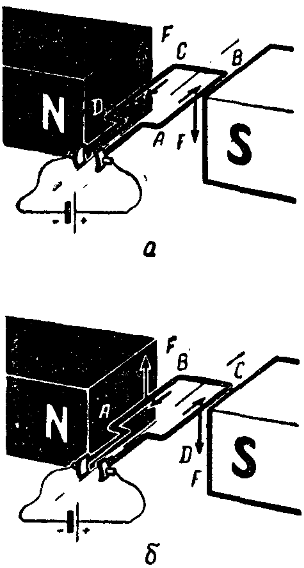


Рис. 61.

Ответ. Направление поворота рамки можно изменить, меняя направление тока в рамке или направление силовых линий магнитного поля (поменять местами магнитные полюса).

Непрерывного вращения рамки достигают с помощью особого устройства, которое называется коллектором. К концам рамки присоединяют в этом случае полукольца (рис. 61), к которым через скользящие контакты подводят ток. Хотя рамка и будет вращаться, но у северного и южного полюсов магнита все время будут проводники рамки с одним и тем же направлением тока в них.

В заключение курса физики VII класса изучают явление электромагнитной индукции. Направление индукционного тока учащиеся не должны определять, так как правило правой руки изложено в параграфе для дополнительного чтения. Если же будет необходимость, то учитель может рассмотреть несколько задач на определение направления индукционного тока, но задач чрезвычайно простых, где применение правила правой руки не встречает затруднений.

Примером такой простой и в то же время необязательной задачи может служить следующая задача.

306. На рисунке 62 показаны полюса магнита. Как будет направлен индукционный ток в замкнутом проводнике, который движется между полюсами магнита сверху вниз перпендикулярно силовым линиям магнитного поля?

Решение. Правую руку располагаем так, чтобы в ее ладонь входили силовые линии магнитного поля. Отставленный на 90° большой палец направляем по движению проводника (вниз). Четыре пальца руки показывают направление индукционного тока. На рисунке 62 этот ток обозначен I.

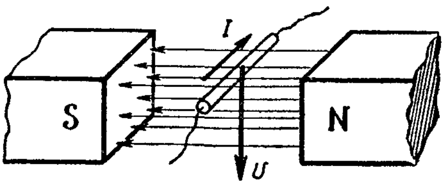


Рис. 62.

Также в ознакомительном плане рассматривают явление радиоактивного распада.

Для сильных учащихся здесь возможно предложить задачи, которые приводим ниже.

Если построить при изложении вопроса о радиоактивном распаде диаграмму, характеризующую процесс распада радиоактивного вещества (рис. 63), то учащиеся смогут оперировать понятием периода полураспада. На диаграмме столбиками показано первоначальное количество вещества и оставшиеся количества вещества по истечении времени, равного одному, двум, трем и т. д. периодам полураспада.

307*. Период полураспада радия 1590 лет. Через какое время имеющееся сейчас количество радия уменьшится в 4 раза?

Решение. Пользуясь диаграммой (рис. 63), устанавливаем, что количество вещества уменьшится в 4 раза через 2 периода полураспада. Для радия — через 1590 лет $\times$ 2 = 3180 лет.

Очень важно подчеркнуть, что время, за которое распадется все вещество, бесконечно велико.

Возможно также предложить обратную задачу, когда известно время распада и часть оставшегося после распада вещества, а требуется определить период полураспада,

В учебнике рассматривается случай отклонения α- и β-лучей в электрическом поле.

Можно этот случай разобрать в виде задач.

308*. Как отклонятся α- и β-лучи в электрическом поле (рис. 64, *а*)?

Решение. α-лучи представляют собой поток положительно, а β-лучи — поток отрицательно заряженных частиц. На заряженные частицы действует элек-

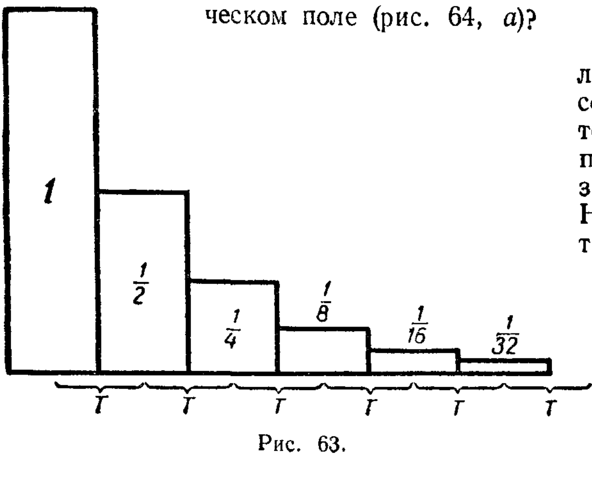
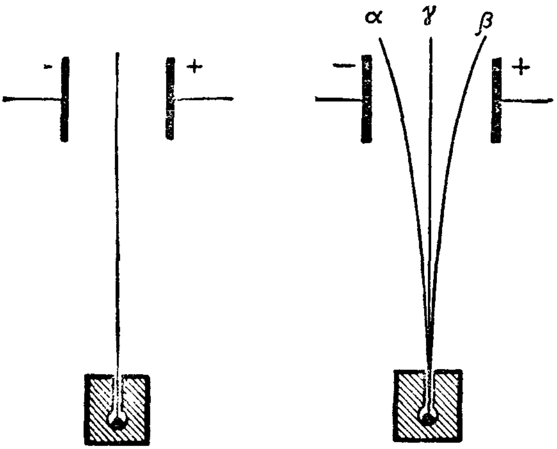


Рис. 63.



а Рис. 64. *б*

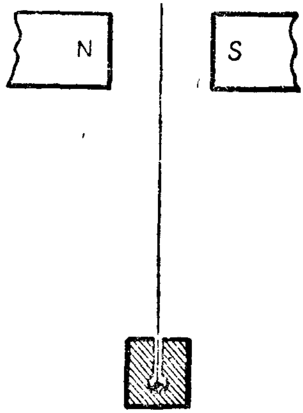


Рис. 65.

Рис. 64.

трическое поле, возникшее между заряженными пластинками. α-частицы будут отклоняться влево, β-частицы — вправо. γ-лучи в электрическом поле не отклоняются. В итоге пучок, выходящий из ампулы, распадается на три пучка лучей (рис. 64, *б*).

Еще больший интерес представляет задача по определению отклонения α- и β-лучей в магнитном поле. Это пример сложной качественной задачи. Предлагать ее следует только сильным учащимся.

309*. Как отклонятся α- и β-лучи в магнитном поле, если расположение полюсов магнита такое, как изображено на рисунке 65?

Р е ш е н и е. Потоки α- и β-частиц можно уподобить токам, но разных направлений. Направление движения α-частиц совпадает с направлением тока, который эти частицы образует. Направление же движения β-частиц противоположно току, который возникает из-за движения этих частиц. Применяя правило левой руки, определяют отклонение частиц: α-частицы отклоняются от нас за чертеж, а β-частицы — на нас.

Левую руку надо располагать между полюсами магнита, ладонью к северному полюсу, четыре вытянутых пальца направлять по току (по направлению движения α-частиц и в противоположном направлении для β-частиц). Большой отогнутый палец показывает, куда отклоняются частицы.

8 класс

ГЛАВА 15
ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ КИНЕМАТИКИ

1. Система отсчета. Относительность механического движения. Сложение перемещений

Решение задач по данной теме должно углубить понятие об относительности механического движения и выработать у учащихся умение пользоваться для определения положения тел прямоугольными системами координат. При этом, как правило, решают задачи о движении материальной точки на плоскости или по прямой.

Наибольшую трудность представляют задачи на сложение перемещений, требующие известного пространственного воображения, усвоения новых понятий и действий с векторными величинами.

Учащиеся должны твердо усвоить и не смешивать понятия «путь» и «перемещение» тела.

«Длина пути», или, как мы будем говорить для краткости, «путь», — величина скалярная. Она равна длине траектории, по которой двигалась точка. «Перемещение» же — величина векторная. Оно равно отрезку прямой, соединяющей два последовательных положения точки, и направлено от ее начального положения к конечному.

На примере сложения перемещений учащиеся должны усвоить общее правило сложения векторов, согласно которому векторы располагают один за другим так, чтобы начало каждого последующего примыкало к концу предыдущего. Вектор, соединяющий начало первого вектора с концом последнего, представляет собой сумму всех векторов или результирующий вектор. Учащиеся должны также уметь складывать векторы по правилу параллелограмма.

Из-за недостаточной математической подготовки учащихся сложение перемещений выполняют главным образом графически. Только результирующая двух перемещений, направленных под прямым углом друг к другу, может быть найдена аналитически — по теореме Пифагора.

310. Выберите системы отсчета, относительно которых человек, едущий в поезде, находится в покое, и относительно которых движется.

311. Докажите, что покой любого неподвижного относительно земли тела (дерева, здания, гор и т. д.) не является абсолютным.

312. Глядя в окно вагона на соседний поезд, один мальчик сказал: «Наш поезд поехал назад». А другой возразил: «Это соседний поезд поехал вперед». Как решить, кто из них прав? В какой системе отсчета можно решить эту задачу?

Ответ. Нужно посмотреть на полотно железной дороги. Задачу можно решить в неподвижной системе отсчета, связанной с землей.

313*. Поскольку движение относительно, то можно утверждать что Земля движется относительно Солнца, а Солнце движется относительно Земли. На этом основании церковники пытались примирить научно обоснованную систему мира Коперника с узаконенной церковью системой Птолемея. В чем ложность этой попытки с физической точки зрения?

Ответ. Церковники умышленно подменяли один вопрос другим. Противоречие взглядов Коперника и церкви заключалось не в том, что принять за условно неподвижную систему отсчета для описания движения небесных тел, а в том, каково действительное строение солнечной системы, в центре которой, как доказал Коперник, находится Солнце, а не Земля, как утверждал Птолемей.

При формировании понятий о пути и перемещении вначале следует рассмотреть примеры прямолинейного (№ 34), а затем криволинейного (№ 314, 315) движения тел.

314. Автомобиль проехал по улице 400 *м*, потом свернул вправо и проехал еще 300 *м* по переулку. Считая движения автомобиля по улице и переулку прямолинейными, найдите путь автомобиля и его перемещение.

Решение 1. Вначале задачу решают качественно, выполняя от руки без точного соблюдения масштаба рисунок, подобный рисунку 66,*а*. Затем выбирают масштаб, например 1 *см* — 50 *м*. В выбранном масштабе откладывают отрезок 400 *м*, указывая стрелкой направление перемещения из точки A в точку B (рис. 66, *а*). Затем под прямым углом вправо откладывают отрезок 300 *м*. Путь автомобиля $s = AB + BC = 400м + 300м = 700м$, а перемещение AC равно 500 *м*.

Решение 2. Перемещение AC находят по правилу параллелограмма (рис. 66,*б*).

315. Огибая остров, корабль проплыл 10 *км* на север, 15 *км* на северо-восток и 8 *км* на восток. Найдите путь, который прошел корабль, и его перемещение. На сколько километров переместился корабль к северу и востоку?

Решение. Масштаб 1 *см* — 2 *км*. Проводим вертикальную и горизонтальную оси координат и откладываем с учетом величины и направления векторы $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$, $\vec{a}_3$. Соединяем начало $\vec{a}_1$ и конец $\vec{a}_3$ и получаем результирующее перемещение $\vec{a}$, численно равное 28 *км*.

С помощью осей координат определяем, что корабль переместился на 20,5 *км* к северу и на 18,5 *км* к востоку (рис. 67).

316. Положите на лист клетчатой бумаги угольник (рис. 68) и перемещайте его вдоль прямой AB на некоторое расстояние. Одновременно двигайте карандаш по направлению движения угольника, против движения, перпендикулярно к нему, по гипотенузе.

Измерив перемещение угольника и перемещение карандаша относительно угольника, проверьте, выполняется ли правило сложения перемещений для этого случая.

Решение. В этой задаче учащиеся встречаются со сложным движением: движение карандаша по отношению к неподвижной системе отсчета (бумаге) геометрически складывается из относительного движения в подвижной системе (угольник) и переносного движения подвижной системы (угольника) по отношению к неподвижной. Эти термины нет надобности сообщать учащимся, но приемы сложения перемещений для сложного движения они должны усвоить.

317. На вертикально поставленную дощечку приколите лист клетчатой бумаги и подвесьте в точке C (рис. 69) грузик на нитке,

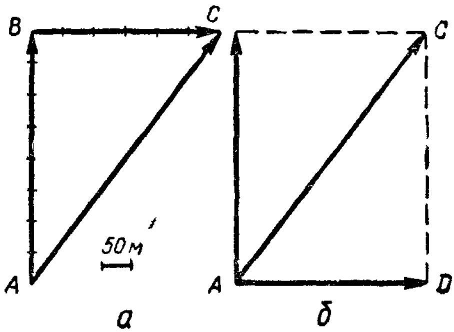


Рис. 66.

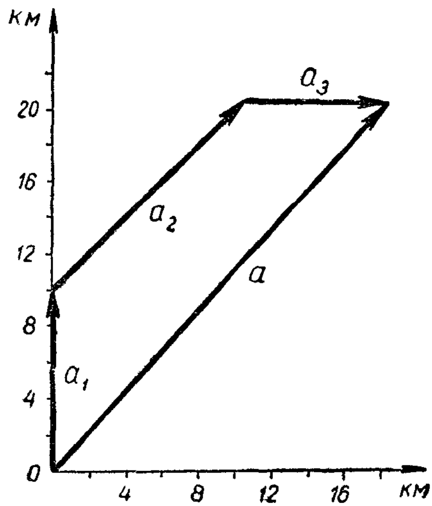


Рис. 67

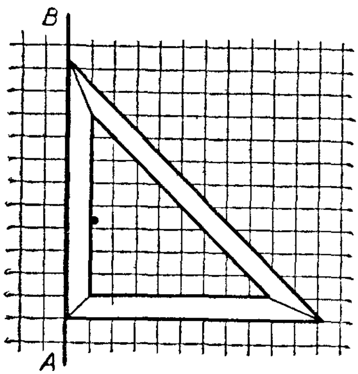


Рис. 68.

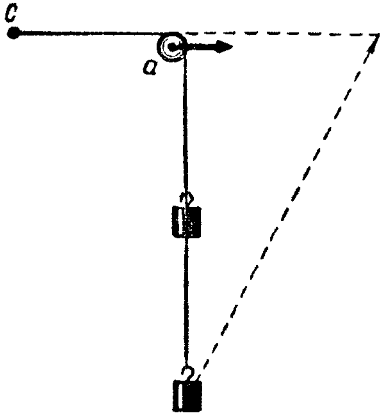


Рис 69

перекинув ее через карандаш a. Перемещайте карандаш в горизонтальном направлении и отмечайте положение груза. По данным опыта найдите перемещение грузика в вертикальном направлении, горизонтальном направлении и полное его перемещение.

2. Скорость. Сложение скоростей

В VI классе учащиеся уже решали задачи на расчет скорости движения тел. Поэтому в VIII классе для самостоятельной работы следует дать несколько задач, подобных тем, которые описаны в главе 5. После этого уточняют понятие скорости прямолинейного и равномерного движения $\vec{v}$ как векторной величины, определяемой перемещением материальной точки за единицу времени $\left(\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t}\right)$, и уделяют главное внимание решению задач на сложение скоростей как векторов.

В большинстве задач за неподвижную систему отсчета принимают Землю. Однако учащиеся должны понимать условность такого выбора и уметь пользоваться другими системами, за которые можно принимать и движущиеся относительно Земли тела. Для случая равномерного движения двух тел это может облегчить решение задач (№ 319, 320).

Учитель должен помнить, что этот прием основан на галилеевых преобразованиях координат. Если система координат x', y', z' движется равномерно относительно системы x, y, z вдоль оси x, то в любой момент времени t $x = x_0 + x'$. Следовательно, $\vec{v}_x = \vec{v}_{x_0} + \vec{v}_x{}'$, откуда $\vec{v}_x{}' = \vec{v}_x - \vec{v}_{x_0}$, т. е. для нахождения относительной скорости $\vec{v}_x{}'$ в новой системе координат нужно к абсолютной скорости $\vec{v}_x$ тела в первой системе прибавить с обратным знаком переносную скорость $\vec{v}_{x_0}$.

При записи уравнения в скалярной форме одно из направлений движения тел считают положительным, а противоположное — отрицательным.

Данный прием показывают учащимся на конкретных примерах решения задач.

318. Теплоход на подводных крыльях вниз по реке шел со скоростью 80 *км/ч*, а вверх — со скоростью 76 *км/ч*. Определить собственную скорость теплохода и скорость течения.

Решение. Примем за систему отсчета Землю. Скорость теплохода по течению 80 *км/ч* $= v_с + v_г$, где $v_с$ — собственная скорость теплохода (в стоячей воде или относительно воды), а $v_г$ — скорость течения. Скорость теплохода против течения 76 *км/ч* $= v_с - v_г$. Решая систему уравнений, найдем: $v_т = 2$ *км/ч*; $v_с = 78$ *км/ч*.

319. На расстоянии $s = 200$ *м* охотничья собака заметила зайца. Через сколько времени она догонит его, если заяц убегает со скоростью 40 *км/ч*, а собака догоняет со скоростью 60 *км/ч*?

Решение 1. Примем за систему отсчета Землю. Заяц пробежит расстояние $s_з = v_з t$, а собака — $s_с = v_с t$; $s_с = s_з + s$. Решая систему уравнений, найдем: $t = \frac{s}{v_с - v_з} = 36$ *сек*.

Решение 2. Примем за систему отсчета зайца. Считая зайца неподвижным, мы должны принять, что движется Земля, но в противоположном направлении (от зайца к собаке): $|v_з| = |v_{з}|$. Но тогда с такой же скоростью должна удаляться от зайца неподвижная собака. Поскольку же собака движется, то ее скорость относительно зайца $v'_с = v_с - v_{зм}$. $t = \frac{s}{v_с - v_{зм}}$.

Это решение математически проще, но требует непривычных для учащихся логических умозаключений. Поэтому данному приему следует уделить больше внимания при повторении и закреплении материала.

320. По озеру со скоростью $v_г = 30$ *км/ч* плывает теплоход, а ему навстречу со скоростью $v_б = 15$ *км/ч* — буксир с караваном барж общей длиной $l = 250$ *м*. По палубе теплохода против его хода идет человек со скоростью $v_ч = 5$ *км/ч*. За какое время t баржи проплывут мимо человека?

Решение 1. Примем за тело отсчета Землю. За время t человек переместится относительно Земли на расстояние $s_ч = (v_т - v_ч)\, t$. За это же время баржи пройдут расстояние $s_б = v_б t \cdot s_ч + s_б = l$; $(v_г - v_ч)\, t + v_б\, t = l$, откуда $t = \frac{l}{v_т - v_ч + v_б} =$

$$= \frac{0{,}250\ км}{30\frac{км}{ч} - 5\frac{км}{ч} + 15\frac{км}{ч}} = 0{,}00625\ ч \simeq 23\ сек.$$

Решение 2*. Примем за тело отсчета баржи. Тогда нужно предположить, что движется Земля (вода) к баржам со скоростью $v_б$. Поэтому скорость теплохода относительно барж $v' = v_г + v_б$ (к скорости движущегося тела прибавляется с обратным знаком скорость тела, принятого за систему отсчета).

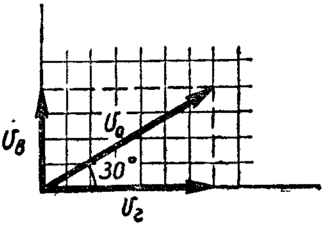


Рис. 70.

Скорость человека относительно барж $v'_ч = v_т + v_б - v_ч$;

$$t = \frac{l}{v_т + v_б - v_ч}.$$

321. Скорость вертикального подъема груза краном 20,0 *м/мин.* Скорость тележки крана 10,0 *м/мин.* Определите результирующую скорость движения груза.

322. Транспортер наклонен к горизонту под углом 30°. Скорость его ленты $v_0 = 2$ *м/сек.* Найдите скорость перемещения материалов в вертикальном и горизонтальном направлениях и высоту h, на которую они поднимутся за 3 *сек.*

Р е ш е н и е. Строим оси координат и под углом 30° к горизонтальной оси в масштабе 1 *см* — 0,5 *м/сек* — вектор скорости v_0. Как видно из рисунка 70, $v_в = 1$ *м/сек*; $v_г = 1{,}7$ *м/сек.* $h = v_в t = 1$ *м/сек* · 3 *сек* = 3 *м.*

323. Собственная скорость катера 20 *км/ч.* Скорость течения 5 *км/ч.* Постройте графики движения катера в стоячей воде и движения воды.

Р е ш е н и е. В соответствии с формулой $s = vt$ строим таблицу.

t, *ч*	0	1	2	3	4
$s_к = 20 \frac{км}{ч} \cdot t$	0	20	40	60	80
$s_в = 5 \frac{км}{ч} \cdot t$	0	5	10	15	20

Выбираем масштаб: 1 *см* — 10 *км* и 1 *см* — 0,5 *ч.* По данным таблицы строим графики I и II (рис. 71).

324. По графикам, изображённым на рисунке 71, определите, какое расстояние пройдет катер за 1,5 *ч* по течению; против течения. Начертите графики движения катера вверх и вниз по течению и определите скорость движения катера по течению и против течения.

Р е ш е н и е. По графикам I и II находим, что за 1,5 *ч* катер в стоячей воде пройдет расстояние $AB = 30$ *км*, а вода — $AC = 7$ *км.* По течению катер пройдет путь $AD = 37$ *км*, против течения — путь $AE = 23$ *км.* Соединив прямой линией начало координат 0 с точками D и E, получим графики III и IV движения катера по течению и против течения.

По графику III находим, что за 1 *ч* катер проходит вниз по течению 25 *км.* Следовательно, искомая скорость равна 25 *км/ч.* Можно взять путь и за любое другое время. Например, за 3 *ч*, как видно из графика, катер проходит 75 *км*. $v = \frac{s}{t} = \frac{75\ км}{3\ ч} = 25\ \frac{км}{ч}$.

Аналогично находим скорость катера против течения: $v' = 15 \frac{км}{ч}$.

325. Начертите график скорости движения катера (задача № 323) по течению в координатных осях v и t. По графику определите путь, пройденный катером за 3 *ч*.

Решение. Выбрав масштаб 1 *см* — 10 *км/ч* и 1 *см* — 0,5 *ч*, строим оси координат и график (рис. 72). Скорость при данном движении постоянна, поэтому линия графика—прямая, параллельная оси времени.

Путь $s = vt = 25 \frac{км}{ч} \times 3\ ч = 75\ км$.

Обращаем внимание учащихся на то, что численно путь равен площади прямоугольника, одна сторона которого равна времени, а другая — скорости движения.

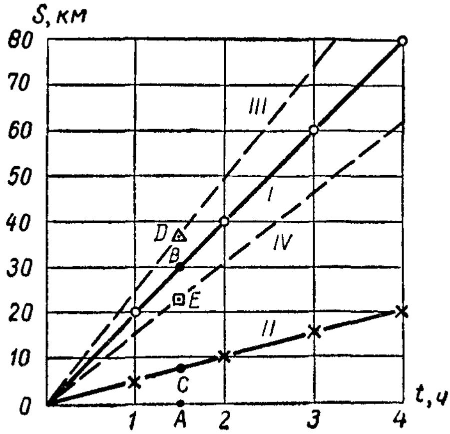


Рис. 71.

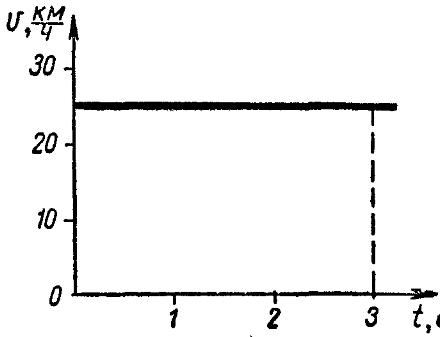


Рис. 72

Умение определять по графику пути скорость движения, а по графику скорости путь, пройденный телом, потребуется при изучении следующего раздела о неравномерном движении.

ГЛАВА 16

НЕРАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ

По данной теме решают задачи, в которых исследуют или находят величины, характеризующие неравномерное движение: траекторию, путь, перемещение, скорость и ускорение. Из различных видов неравномерного движения подробно рассматривают только равнопеременное движение.

Тему завершают решением задач о движении по окружности. Здесь наибольшую трудность представляют новые для учащихся понятия об угловой скорости и нормальном ускорении. Для первоначального формирования этих понятий рассматривают несложные задачи. Более сложные задачи решают в связи с изучением законов динамики (гл. 20).

1. Средняя и мгновенная скорость

Первое понятие о средней и мгновенной скорости учащиеся получили в VI классе. Поэтому в порядке повторения сначала полезно решить задачи, подобные тем, которые приведены в гл. 5,1. Затем главное внимание уделяют формированию умений составлять и решать уравнения движения.

При решении задач о средней скорости нужно предупредить распространенную ошибку учащихся, пытающихся найти среднюю скорость как среднее арифметическое скоростей тела на разных участках пути.

Используя понятие средней скорости, с помощью графических задач следует углубить понятие о мгновенной скорости как пределе отношения $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ при $\Delta t \to 0$.

326. Автомашина ехала по ровной дороге 1 *мин* со скоростью 90 *км/ч*, затем 2 *мин* на подъем со скоростью 60 *км/ч* и 0,5 *мин* под уклон со скоростью 120 *км/ч*. Найдите среднюю скорость движения автомашины за это время.

Решение. Изобразим условно, без соблюдения масштаба отрезки пути s_1, s_2 и s_3 (рис. 73).

$$v_{ср} = \frac{s}{t} = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3};$$

$$s_1 = v_1 t_1 = 90\,\frac{км}{ч} \cdot \frac{1}{60}\,ч = 1{,}5\,км;$$

$$s_2 = v_2 t_2 = 60\,\frac{км}{ч} \cdot \frac{2}{60}\,ч = 2\,км;$$

$$s_3 = v_3 t_3 = 120\,\frac{км}{ч} \cdot \frac{0{,}5\,ч}{60} = 1\,км;$$

$$s = 1{,}5\,км + 2\,км + 1\,км = 4{,}5\,км;$$

$$t = 1\,мин + 2\,мин + 0{,}5\,мин = 3{,}5\,мин;$$

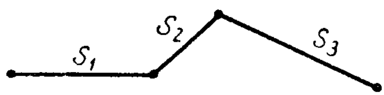


Рис. 73.

$$v_{ср} = \frac{4{,}5\,км}{\frac{3{,}5}{60}\,ч} \approx 77\,\frac{км}{ч}.$$

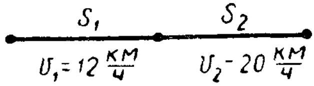
Среднее арифметическое скоростей дает иную величину, которая не является средней скоростью движения.

$$\frac{90\frac{км}{ч} + 60\frac{км}{ч} + 120\frac{км}{ч}}{3} = \frac{270\frac{км}{ч}}{3} = 90\frac{км}{ч}.$$

327*. Велосипедист проехал первую половину пути со скоростью 12 *км/ч*, а вторую — 20 *км/ч*. Определите среднюю скорость движения велосипедиста.

Решение. Выполняем чертеж (рис. 74), указывая отрезки пути s_1 и s_2 и соответствующие им скорости $v_1 = 12$ *км/ч* и $v_2 = 20$ *км/ч*.

Рис. 74



$$v_{ср} = \frac{s}{t}; \qquad s = s_1 + s_2; \qquad s_1 = s_2 = \frac{s}{2}.$$

$$t = t_1 + t_2; \qquad t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{s}{2v_1}; \qquad t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{s}{2v_2}.$$

$$v_{ср} = \frac{s}{\frac{s}{2v_1} + \frac{s}{2v_2}} = \frac{2v_1 v_2}{v_2 + v_1} = 15\frac{км}{ч}.$$

328. На рисунке 75 изображен график пути неравномерного движения. Найдите среднюю скорость на участке пути, соответствующем промежутку времени между моментами $t_1 = 2$ *сек* и $t_2 = 6$ *сек*.

Решение.

$$v_{ср} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}.$$

Моменту времени $t_1 = 2$ *сек* по графику соответствует путь $s_1 = 25$ *м*, а моменту времени $t_2 = 6$ *сек* соответствует

$$s_2 = 80 \text{ м}.$$

$$v_{ср} = \frac{80 \text{ м} - 25 \text{ м}}{6 \text{ сек} - 2 \text{ сек}} \approx 14\frac{м}{сек}.$$

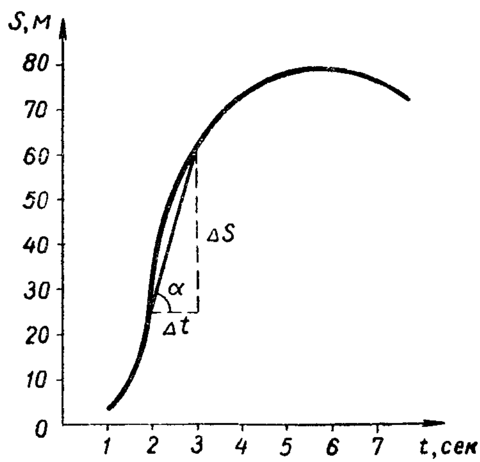


Рис. 75.

329. По графику, изображенному на рисунке 75, определите среднюю скорость движения тела для промежутков времени: 2 *сек* — —5 *сек*; 2 *сек*—4 *сек*; 2 *сек* —3 *сек*; 2 *сек* — 2,5 *сек*. Какое из найденных значений скорости ближе всего к мгновенной скорости движения тела для $t = 2$ *сек*? Как получить значенне средней скорости, еще более близкое к мгновенной?

Решение. Аналогично предыдущей задаче находим: $v_{ср\ 2-5} \approx 18$ *м/сек*, $v_{ср\ 2-4} = 24$ *м/сек*. $v_{ср\ 2-3} \approx 37$ *м/сек*, $v_{ср\ 2-2,5} \approx$ ≈ 50 *м/сек*.

Скорость $v = 50$ *м/сек* наиболее близка к мгновенному значению скорости для $t = 2$ *сек*. Чем меньше промежуток времени Δt, тем значение средней скорости ближе к мгновенной.

При повторении в конце года полезно сообщить, что отношение $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ численно равно тангенсу угла наклона хорды, соединяющей соответствующие точки кривой, к оси времени. Мгновенная же скорость численно равна тангенсу угла наклона касательной к кривой графика пути в заданной точке.

330. Определите, в каких случаях говорится о средней и в каких о мгновенной скорости: 1) спидометр мотоцикла показал скорость 70 *км/ч*; 2) ураган распространялся со скоростью 100 *км/ч*; 3) скорость ветра достигала 30 *м/сек*; 4) скорость звука в сухом воздухе при $t = -10{,}9$°C равна 326 *м/сек*.

Ответ. В 1-м и 3-м случаях говорится о мгновенной, а во 2-м — о средней скорости. Скорость звука при данных условиях постоянна; движение равномерное, поэтому среднее и мгновенное значения скорости совпадают.

2. Ускорение

Вначале с помощью задач углубляют понятие о среднем ускорении прямолинейного движения как величине, определяемой отношением $\Delta\vec{v}$ к Δt: $\vec{a}_{ср} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_к - \vec{v}_н}{\Delta t}$, где $\vec{v}_к$ и $\vec{v}_н$ — соответственно конечная и начальная скорости движения. В средней школе обычно вместо этого векторного равенства употребляют скалярное $a_{ср} = \frac{v_к - v_н}{\Delta t}$. Это приводит в дальнейшем к ряду затруднений при решении задач и сдерживает формирование понятия об ускорении как векторной величине, направление которой может не совпадать с направлением скорости. Решение данных задач нужно использовать также для формирования умений производить вычитание векторов в простейшем случае, когда они направлены по одной прямой.

Правило вычитания векторов можно обосновать следующим образом: вычитание какой-либо величины равносильно сложению с величиной, имеющей обратный знак, а для вектора — противоположное направление (рис. 76, *а*). При этом особое внимание нужно обратить на тот случай, когда $v_к < v_н$, следовательно, $\Delta\vec{v}$ и ускорение имеют направление, противоположное направлению скорости (рис. 76, *б* и *в*).

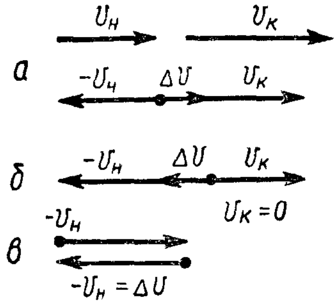


Рис. 76.

Для выполнения расчетов переходят от векторной формы записи к скалярной, условившись векторы, направленные в одну сторону, например вправо, считать положительными, а в противоположную сторону — отрицательными.

331. Судя по спидометру, за 1 *мин* скорость автобуса изменилась с 18 *км/ч* до 72 *км/ч*. С каким средним ускорением двигался автобус?

Решение. Изображаем векторы конечной и начальной скоростей, как показано на рисунке 76. Вычитая векторы, находим $\Delta\vec{v}$, а затем ускорение $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$; $a = \frac{v_к - v_н}{\Delta t}$. $v_к = 72$ *км/ч* $= 20$ *м/сек*. $v_н = 18$ *км/ч* $= 5$ *м/сек*. Оба вектора направлены вправо и, следовательно, положительны.

$$\Delta v = 20\ м/сек - 5\ м/сек = 15\ м/сек. \quad a_{ср} = \frac{15\frac{м}{сек}}{60\ сек} = 0{,}25\frac{м}{сек^2}.$$

Изменение скорости Δv и, следовательно, $a_{ср}$, как видно из расчетов и по рисунку 76, *а*, положительно.

332. С каким средним ускорением двигался «Москвич», если, трогаясь с места, он за 20 *сек* развил скорость 20 *м/сек*?

333. Двигаясь со скоростью 27 *км/ч*, мотоциклист, увидев препятствие, затормозил и остановился через 2 *сек*. С каким средним ускорением двигался мотоциклист?

Решение. Выполняем чертеж (рис. 76,*в*). По чертежу видно, что изменение скорости $\Delta\vec{v}$, а следовательно и ускорение $\vec{a}$, должно быть отрицательным: $v_к = 0$; $v_н = 27$ *км/ч* $= 7{,}5$ *м/сек*.

$$\Delta v = 0\ м/сек - 7{,}5\ м/сек = -7{,}5\ м/сек; \quad a_{ср} = \frac{-7{,}5\frac{м}{сек}}{2\ сек} \approx -3{,}8\frac{м}{сек^2}.$$

334*. По графику скорости неравномерного движения (рис. 77) определите среднее ускорение для промежутков времени 2 *сек* — 6 *сек*; 2 *сек* — 5 *сек*; 2 *сек* — 4 *сек*; 2 *сек* — 3 *сек*. Какое из данных значений среднего ускорения наиболее близко к мгновенному ускорению для момента времени $t = 2$ *сек*?

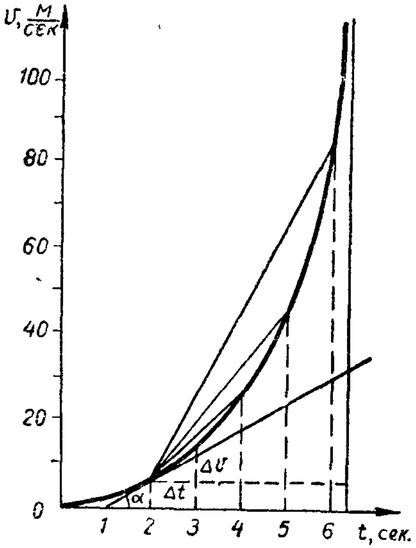


Рис. 77

Решение. Для промежутка времени 2 *сек*—6 *сек* находим: $\Delta t = 4$ *сек*, $v_6 = 85$ *м/сек*, $v_2 = 5$ *м/сек*, $a_{ср2-6} = \frac{\Delta v}{\Delta t} =$

$$= \frac{85\,\frac{м}{сек} - 5\,\frac{м}{сек}}{4\,сек} = 20\,\frac{м}{сек^2}.$$

Аналогично находим, что $a_{ср\,2-5} = 13$ *м/сек²*; $a_{ср2-4} = 10$ *м/сек²*; $a_{ср2-3} = 8$ *м/сек²*.

Очевидно, ближе всего к мгновенному значению ускорения для момента времени $t = 2$ *сек* из найденных величин — 8 *м/сек²*.

3: Скорость при равнопеременном движении

Скорость при равнопеременном движении определяют по формуле $\vec{v}_к = \vec{v}_н + \vec{a}t$, или $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$, где $\vec{v}_к$ и $\vec{v}_н$, или $\vec{v}$ и $\vec{v}_0$ соответственно конечная и начальная скорости, t — время движения, $\vec{a}$ — постоянное ускорение, равное отношению изменения скорости к промежутку времени, в течение которого оно произошло: $\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}$. Обычно при решении задач вместо указанных векторных равенств используют скалярные равенства: $v = v_0 + at$ и $a = \frac{v - v_0}{t}$, где ускорение a берут со знаком плюс, если оно совпадает по направлению с начальной скоростью v_0 (равноускоренное движение), и со знаком минус, если вектор a противоположен по направлению v_0 (равнозамедленное движение).

Учащимся приходится много задач решать на частный случай равноускоренного движения, когда $\vec{v}_0 = 0$. Поэтому они привыкают пользоваться не общей формулой, а ее следствием — $v = at$. Для лучшего усвоения материала темы нужно, особенно вначале, пользоваться общей формулой, даже если по условию $v_0 = 0$.

При решении ряда задач может быть использовано также соотношение $v_{ср} = \frac{v + v_0}{2}$.

335 (э). Положив на желоб шарик, создайте такой наклон, чтобы он скатывался ускоренно за 3—4 *сек*. Пользуясь секундомером, определите скорость и ускорение шарика. Считая ускорение постоянным, рассчитайте скорость шарика через 1, 2, 3 *сек*.

Решение. Сначала находим $v_{ср} = \frac{l}{t}$, где l — длина желоба.

$$v_{ср} = \frac{v_к + v_н}{2}; \quad v_к = v_н + at. \text{ Так как } v_н = 0,$$

$$\text{то } v_к = 2v_{ср}; \; v_к = at; \; a = \frac{2\,v_{ср}}{t}.$$

В одном из опытов были получены следующие данные:

$l = 120\,см, t = 4\,сек$. Следовательно, $v_{ср} = \frac{120\,см}{4\,сек} = 30\,\frac{см}{сек}$, $v_к = 60\,см/сек$,

$$a = \frac{60\frac{см}{сек}}{4\,сек} = 15\,\frac{см}{сек^2}.$$

Для нахождения скорости через 1, 2, 3 *сек* рассуждаем следующим образом.

В начальный момент времени скорость $v_0 = 0$. За 1 *сек* она возросла на 15 *см/сек*, $v_1 = 0 + 15\,см/сек = 15\,см/сек$.

Еще через секунду $v_2 = 15\,см/сек + 15\,см/сек = 30\,см/сек$ и т. д.

336. Какую скорость будет иметь шарик через 1, 2, 3 *сек*, если его толкнуть вверх по желобу (см. № 335) со скоростью 60 *см/сек*?

Решение. За секунду скорость уменьшится на 15 *см/сек*. Поэтому $v_1 = 60\,см/сек - 15\,см/сек = 45\,см/сек$;

$v_2 = 45\,см/сек - 15\,см/сек = 30\,см/сек$;
$v_3 = 30\,см/сек - 15\,см/сек = 15\,см/сек$.

Решение задач типа 335, 336 арифметическим методом поможет учащимся уяснить зависимость скорости от ускорения и времени и подготовит их к сознательному применению формулы скорости равнопеременного движения.

337. По данным задач 335 и 336 написать формулы скорости движения шарика и построить графики скорости.

Решение. Для движения шарика вниз по желобу $v = 15\,\frac{см}{сек^2}\,t$ и вверх $v = 60\,\frac{см}{сек} - 15\,\frac{см}{сек^2}\,t$ составляем таблицу и по ее данным строим графики.

t	$v = 15 \frac{см}{сек^2} t$	$v = 60 \frac{см}{сек} - 15 \frac{см}{сек^2} t$
0	0	60
1	15	45
2	30	30
3	45	15
4	60	0

338. Пользуясь графиками, изображенными на рисунке 78, поясните, как двигались тела, и запишите формулу скорости для каждого движения.

Решение. Анализ графиков проводят по следующей схеме:

а) устанавливают, как изменяется скорость со временем: если возрастает—движение ускоренное, уменьшается — замедленное, остается постоянной — равномерное;

б) для переменного движения определяют, как изменяется ускорение $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. Если график скорости — прямая линия, наклоненная к оси времени, то для любой его точки ускорение — величина постоянная и движение равнопеременное;

в) для равнопеременного движения записывают формулу скорости в общем виде: $v = v_0 + at$;

г) по графику определяют постоянные величины (коэффициенты уравнения): по оси скорости — v_0 и расчетом — $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$.

Значения v_0 и a подставляют в общую формулу.

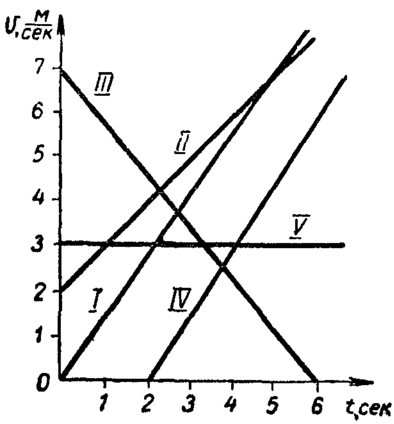


Рис. 78.

I. $v_0 = 0$; $a = \frac{7 \frac{м}{сек}}{5\ сек} = 1{,}4 \frac{м}{сек^2}$;

$$v = 1{,}4 \frac{м}{сек^2} \cdot t,$$

II. $v_0 = 2 \frac{м}{сек}$;

$$a = \frac{7 \frac{м}{сек} - 2 \frac{м}{сек}}{5\ сек} = 1 \frac{м}{сек^2};$$

$$v = 2 \frac{м}{сек} + 1 \frac{м}{сек^2} \cdot t.$$

III. $v_0 = 7 \frac{м}{сек}$;

$$a = \frac{0 \frac{м}{сек} - 7 \frac{м}{сек}}{6\ сек} \approx -1{,}2 \frac{м}{сек^2};$$

$$v = 7\,\frac{м}{сек} - 1{,}2\,\frac{м}{сек^2}\cdot t.$$

IV. $v_0 = 0,\ a = \dfrac{6\,\frac{м}{сек}}{6\,сек - 2\,сек} = 1{,}5\,\dfrac{м}{сек^2};\qquad v = 1{,}5\,\dfrac{м}{сек^2}(t_2 - t_1),$

где $t_2 \geqslant 2\,сек$ и $t_1 = 2\,сек$.

V. $v_0 = 3\,\frac{м}{сек}$; $a = 0$. Движение равномерное. Его можно рассматривать как частный случай равнопеременного движения, когда ускорение равно нулю:

$$v = v_0 + 0\cdot t = v_0.$$

339. Поезд начал движение под уклон со скоростью 36 *км/ч*, а в конце участка пути достиг скорости 72 *км/ч*. Сколько времени продолжался спуск, если ускорение поезда равнялось 0,1 $м/сек^2$?

Решение. Движение поезда равноускоренное. Следовательно, $v = v_0 + at$, откуда

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{72\cdot\frac{1000\,м}{3600\,сек} - 36\cdot\frac{1000\,м}{3600\,сек}}{0{,}1\,\frac{м}{сек^2}} = \frac{20\,\frac{м}{сек} - 10\,\frac{м}{сек}}{0{,}1\,\frac{м}{сек^2}} = 100\,сек.$$

340. Начальная скорость пули пневматической винтовки 160 *м/сек*. Какую скорость будет иметь пуля через 20 *сек* после выстрела, направленного вертикально вверх. Принять $g = 10\ м/сек^2$. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение 1. Проанализируем условие задачи. До верхней точки пуля движется равнозамедленно: $v = v_0 - gt$. Вниз пуля падает равноускоренно: $v = v_0' + gt = gt$, так как v_0' — начальная скорость пули в верхней точке равна 0. Определим, сколько времени тело летит вверх.

В верхней точке $v = 0$. $0 = v_0 - gt$, откуда

$$t = \frac{v_0}{g} = \frac{160\,\frac{м}{сек}}{10\,\frac{м}{сек^2}} = 16\,сек.$$

Следовательно, в течение времени от $t_1 = 16\,сек$ до $t_2 = 20\,сек$, т. е. 20 *сек* — 16 *сек* = 4 *сек*, тело падает вниз и развивает скорость $v = 10\,\frac{м}{сек^2}\cdot 4\ сек = 40\,\frac{м}{сек}$.

Решение 2. Скорость в любую, в том числе и 20-ю секунду можно найти прямо по формуле

$$v = v_0 - gt = 160\,\frac{м}{сек} - 10\frac{м}{сек^2}\cdot 20\,сек = -40\,\frac{м}{сек}.$$

Знак минус говорит о том, что скорость v имеет направление, противоположное скорости v_0, т. е. тело уже не поднимается, а падает.

Несмотря на то что первое решение более громоздкое, чем второе, его надо обязательно использовать в первых задачах этого типа, так как оно позволяет подробно рассмотреть физическую сторону явления.

Для закрепления полученных умений полезно решить аналогичную задачу о движении тела на Луне, где ускорение свободного падения равно 1,6 *м/сек*^{2}.

4. Перемещение и путь в равнопеременном движении

В данной теме основной является формула

$$\vec{s} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2},$$

которая для случая свободного падения тела принимает вид

$$\vec{H} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{g}t^2}{2}.$$

В скалярной форме данная зависимость приобретает вид

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2},$$

где ускорение a берут со знаком плюс для равноускоренного и со знаком минус для равнозамедленного движения.

Нужно обратить внимание учащихся на то, что $\vec{s}$ или $\vec{H}$ — это не путь, а перемещение, т. е. расстояние от начального до конечного положения тела. При равнозамедленном движении, например при движении тела, брошенного вертикально вверх, величина H, определяемая по формуле $H = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$, может быть равной нулю, хотя тело пройдет путь, равный $2H$, поднявшись до верхней точки и упав обратно на землю. H в некоторый промежуток времени может быть и отрицательной величиной, если тело переместится от начального положения в сторону, противоположную направлению первоначального движения. Для равноускоренного прямолинейного движения величины пути и перемещения совпадают.

Для случая, когда $v_0 = 0$ формула приобретает вид $s = \frac{at^2}{2}$, в котором ее нередко и запоминают учащиеся.

Так же как и для решения задач на скорость равнопеременного движения на первых порах все задачи, вне зависимости от значения v_0, следует решать по общей формуле.

Помимо указанной основной формулы при решении задач полезно знать также следующие соотношения:

$$s = v_{\text{ср}} t = \frac{v_0 + v}{2} t; \quad v = \sqrt{v_0^2 + 2as};$$

$$s_1 : s_2 : s_3 \ldots = 1 : 3 : 5 \ldots (\text{№}\,343).$$

341. По данным задачи 339 определите путь, который прошел поезд, двигаясь под уклон.

Решение 1.

$$s = v_{\text{ср}} t = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t = \frac{10\,\frac{м}{сек} + 20\,\frac{м}{сек}}{2} \cdot 100\,сек = 1500\,м.$$

Решение 2. $\quad s = v_0 t + \frac{at^2}{2} = 1500\,м.$

342. Какой путь пройдет тело, двигаясь из состояния покоя равноускоренно с ускорением 10 *м/сек*², за 1, 2 и 3 *сек*? Как изменится пройденный телом путь, если время движения возрастет в 2, 3, 4 раза?

343. На конкретном примере равноускоренного движения покажите, что при начальной скорости, равной нулю, пути, проходимые телом за первую, вторую, третью и т. д. секунды, относятся как последовательные нечетные числа (1 : 3 : 5 : 7...).

344. В равноускоренном движении при $v_0 = 0$ за первую секунду тело прошло 2 *м*. Какое расстояние пройдет тело за 2, 3, 5 *сек*? За вторую, третью, пятую секунды?

Тренировочные задачи 342, 344 решают устно для уяснения особенности равнопеременного движения.

345. В тот момент, когда мимо станции проходил со скоростью 18 *км/ч* товарный поезд, от платформы отошел пассажирский поезд. Через сколько времени и при какой скорости пассажирский поезд догонит товарный, если он двигался с ускорением 0,30 *м/сек*²? Решите задачу двумя способами: графически и с помощью расчетов.

Решение 1. Товарный поезд двигался равномерно: $s_1 = vt$; пассажирский — равноускоренно: $s_2 = v_0 t + \frac{at^2}{2}$. Так как $v_0 = 0$, то $s_2 = \frac{at^2}{2}$. Составим таблицу. $v = 18\,\frac{км}{ч} = 5\,\frac{м}{сек}$.

Путь за время t пассажирского поезда можно найти как произведение $0{,}15\,\frac{м}{сек^2} \cdot t^2$. Для построения графика пути равномерного движения достаточно двух точек. Но в данном случае полезно найти значение пути равномерного движения для тех же моментов времени, что и для ускоренного. Это позволит наглядно показать, что путь равномерного движения возрастает медленнее, чем ускоренного.

t, *сек*	$s_1 = 5\,\frac{м}{сек}\cdot t$	$S_2 = 0{,}15\,\frac{м}{сек^2}\,t^2$
0	0	0
1	5	0,15
5	25	3,8
10	50	15
15	75	34
20	100	60
25	125	94
30	150	135
35	175	185

Из таблицы видно, что пассажирский поезд за 35 *сек* перегонит товарный. По данным таблицы построим графики (рис. 79). Масштаб: 1 *см* — 20 *м*; 1 *см* — 5 *сек*. По графикам определяем: пассажирский поезд догонит товарный примерно через 34 *сек* на расстоянии около 170 *м* от станции.

Найдем среднюю скорость пассажирского поезда за последние 5 *сек* как близкую к мгновенной:

$$v_{ср} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{50\ м}{5\ сек} = 10\,\frac{м}{сек}.$$

Решение 2. $s_1 = \frac{at^2}{2}$; $s_2 = vt$; $s_1 = s_2$; $vt = \frac{at^2}{2}$,

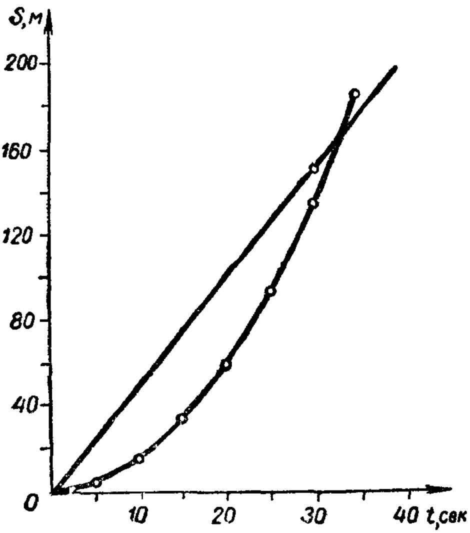


Рис. 79.

$$t = \frac{2v}{a} = \frac{2\cdot 5\,\frac{м}{сек}}{0{,}30\,\frac{м}{сек^2}} \approx 33{,}3\ сек.$$

$$s = vt = 5\frac{м}{сек}\cdot 33{,}3\ сек \approx 170\ м.$$

Скорость пассажирского поезда $v = at = 0{,}30\ \frac{м}{сек}\cdot$

$$\cdot 33{,}3\ сек \approx 10\ \frac{м}{сек}.$$

Решение 3. Примем за систему отсчета товарный поезд. Тогда следует полагать, что скорый поезд участвует в двух движениях: а) равномерном вместе с Землей со скоростью $v = -0{,}50$ *м/сек* и б) равноускоренном с ускорением $a = 0{,}30$ *м/сек²* относительно Земли.

Перемещение скорого поезда $s = -vt + \frac{at^2}{2}$.

Для момента времени t, когда скорый поезд догонит товарный, $s = 0$ и, следовательно, $vt = \frac{at^2}{2}$, что мы уже имели в решении 2.

346. Используя данные задачи 340 и ее решения, определите высоту, на которой будет пуля через 5 и 20 *сек* после выстрела. Какой путь пролетит пуля за 20 *сек*?

Решение 1. а) $H_5 = v_0 t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = 160\,\text{м/сек} \cdot 5\,\text{сек} -$

$$- \frac{10\,\frac{\text{м}}{\text{сек}^2} \cdot (5\,\text{сек})^2}{2} = 675\,\text{м}.$$

б) Полная высота, на которую поднимется пуля за 16 *сек*,

$$H_{16} = 160\,\frac{\text{м}}{\text{сек}} \cdot 16\,\text{сек} - \frac{10\,\frac{\text{м}}{\text{сек}^2} \cdot (16\,\text{сек})^2}{2} = 1280\,\text{м}.$$

Время падения пули $t_2 = 20\,\text{сек} - 16\,\text{сек} = 4\,\text{сек}$.

в) Расстояние, пройденное пулей за 4 *сек* падения,

$$h = v_0' t_2 + \frac{gt_2^2}{2} = \frac{gt_2^2}{2}\text{, так как } v_0' = 0;\ h = \frac{10\,\frac{\text{м}}{\text{сек}^2} \cdot (4\,\text{сек})^2}{2} = 80\,\text{м}.$$

г) $h_{20} = 1280\,\text{м} - 80\,\text{м} = 1200\,\text{м}$; $S_{20} = 1280\,\text{м} + 80\,\text{м} = 1360\,\text{м}$.

Решение 2. Высоту пули над Землей или ее перемещение h для любого момента времени t найдем по формуле $h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$.

Как уже было вычислено выше, $h_5 = 675\,\text{м}$; $h_{16} = 1280\,\text{м}$;

$$h_{20} = 160\,\frac{\text{м}}{\text{сек}} \cdot 20\,\text{сек} - \frac{10\,\frac{\text{м}}{\text{сек}^2} \cdot (20\,\text{сек})^2}{2} = 1200\,\text{м}.$$

$$h_{16} - h_{20} = 80\,\text{м};$$

$$s_{20} = 1280\,\text{м} + 80\,\text{м} = 1360\,\text{м}.$$

Определение высоты тела над Землей для любого момента времени непосредственно по формуле $h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$ математически проще. Однако одну-две первые задачи этого типа нужно решить первым способом, чтобы учащиеся лучше усвоили особенность движения тела, брошенного вертикально вверх.

Затем нужно обязательно использовать и 2-й способ решения, чтобы учащиеся усвоили понятие о том, что данная формула всегда позволяет определять перемещение тела.

347. С каким ускорением двигался автомобиль, если на пути в 1 *км* его скорость возросла с 36 до 72 *км/ч*?

Решение. Этот тип задач интересен тем, что в нем требуется определить ускорение, когда неизвестно время движения. Задачу можно решить с помощью системы двух уравнений:

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}; \qquad v = v_0 + at.$$

Рациональнее однако воспользоваться уравнением

$$v^2 - v^2_0 = 2as, \text{ откуда } a = \frac{v^2 - v^2_0}{2s} \approx 0{,}15\ \frac{м}{сек^2}.$$

348. С отвесной скалы падает камень, и через 6 *сек* доносится его стук о землю. Определите высоту скалы, приняв скорость звука равной 330 *м/сек* и $g = 10$ *м/сек*^{2}.

Решение. Пренебрегая сопротивлением воздуха, движение камня примем за свободное падение с высоты $h = v_0 t_1 + \frac{gt^2_1}{2}$, где t_1 — время падения камня. Так как $v_0 = 0$, то $h = \frac{gt_1^2}{2}$ (1).

Звук распространяется равномерно. Поэтому $h = vt_2$ (2), где v — скорость звука, а t_2 — время его распространения. $t_1 + t_2 = 6$ *сек* (3). Решим эту систему трех уравнений с тремя неизвестными.

$$\frac{gt^2_1}{2} = vt_2; \quad t_2 = 6\,сек - t_1;$$

$$5\,\frac{м}{сек^2}\ t_1^2 + 330\,\frac{м}{сек}\,t_1 - 1980\,м = 0.$$

$$t_1 = \frac{-330 \mp \sqrt{330^2 + 4 \cdot 5 \cdot 1980}}{2 \cdot 5};$$

$$t'_1 \approx 5{,}54\,сек. \quad t''_1 \approx 71{,}54\,сек.$$

Второй корень не отвечает условиям задачи, и мы его отбрасываем.

$$t_2 = 6\ сек - 5{,}54\ сек = 0{,}46\ сек.$$

$$h = 330\,\frac{м}{сек^2} \cdot 0{,}46\ сек \approx 150\ м.$$

Проверка. $h = \frac{gt_1^2}{2} = \frac{10\,\frac{м}{сек^2} \cdot (5{,}54\ сек)^2}{2} \approx 150$ *м*.

349*. Из гондолы аэростат, поднимающегося равномерно со скоростью $v_1 = 4$ *м/сек*, на высоте $h_1 = 20$ *м* от земли бросили вверх предмет со скоростью $v_2 = 6$ *м/сек* относительно аэростата. Через сколько времени предмет упадет на землю? На какой высоте будет аэростат в этот момент?

Р е ш е н и е 1. Примем за систему отсчета Землю. Относительно Земли предмет имеет скорость

$$v_з = 6 \frac{м}{сек} + 4 \frac{м}{сек} = 10 \frac{м}{сек}.$$

Предмет поднимается вверх в течение времени

$$t = \frac{v_з}{g} \approx \frac{10 \ м/сек}{10 \frac{м}{сек^2}} = 1 \ сек.$$

От начального местоположения предмет поднимется на высоту

$$h_2 = \frac{gt^2}{2} \approx \frac{10 \frac{м}{сек^2} \cdot (1 \ сек)^2}{2} = 5 м.$$

Максимальная высота предмета над землей $h_3 = 20$ *м* + 5 *м* = = 25 *м*. Время падения предмета с высоты 25 *м* найдем из формулы $h_3 = \frac{gt^2}{2}$; откуда $t = \sqrt{\frac{2h_3}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 25}{10}} \approx 2,2$ (*сек*).

Полное время движения предмета равно 2,2 *сек* + 1 *сек* = 3,2 *сек*. Высота аэростата над землей

$$h = 20 \ м + 4 \frac{м}{сек} \cdot 3,2 \ сек \approx 33 \ м.$$

Р е ш е н и е 2. Примем за тело отсчета гондолу. Направление векторов вниз будем считать положительным, а вверх — отрицательным.

Перемещение предмета относительно гондолы $s_п = -v_2 t + + \frac{gt^2}{2}$, а перемещение Земли $s_з = v_1 t$, $s_п = s_з + h_1$;

$$-v_2 t + \frac{gt^2}{2} = v_1 t + h_1;$$

$$gt^2 - 2(v_1 + v_2) t - 2h_1 = 0;$$

$$10 \frac{м}{сек^2} t^2 - 20 \frac{м}{сек} t - 40 = 0.$$

Вычисления дают те же значения для времени и высоты аэростата:

$$t \simeq 3{,}2 \text{ сек}, \quad h \simeq 33 \text{ м}.$$

Решение 3. В любой момент t расстояние предмета от Земли s может быть найдено по общей формуле перемещения тела в равнопеременном движении:

$$s = h_1 + (v_1 + v_2)t - \frac{gt^2}{2}.$$

По условию задачи для момента падения предмета на Землю $s = 0$.

Следовательно,

$$\frac{gt^2}{2} - (v_1 + v_2)t - h_1 = 0,$$

что мы уже имели в решении 2.

5. Движение по окружности

В VIII классе решают задачи только на равномерное движение по окружности. В этих задачах главное внимание обращают на вычисление угла поворота; угловой скорости или периода вращения линейной (окружной) скорости; нормального ускорения.

Углы измеряют в новых непривычных для учащихся единицах — радианах, а угловую скорость — в *рад/сек*.

Для закрепления понятия о радиане нужно провести тренировочное упражнение по переводу радианов в градусы и наоборот.

Угловую скорость рассчитывают по формуле $\omega = \frac{\varphi}{t}$ или $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$, где φ или $\Delta\varphi$ — угол поворота за время t или Δt. Для запоминания и понимания учащимися этой формулы особенно на первых порах полезно обращаться к аналогии с формулой линейной скорости $v = \frac{s}{t}$.

Для решения задач важно, чтобы учащиеся твердо усвоили и умели использовать зависимость между линейной и угловой скоростью равномерного вращательного движения: $v = \omega R$.

Нужно обратить также внимание на понимание учащимися формул $\omega = \frac{2\pi}{T}$ и $\omega = 2\pi n$, подчеркивая, что при измерении периода T в секундах ω имеет размерность *рад/сек*; *сек*$^{-1}$.

Термин «равномерное» движение точки по окружности следует понимать только в том смысле, что при этом движении остается неизменной величина линейной скорости. Вообще же говоря, всякое движение по окружности как движение криволинейное является переменным, поскольку скорость изменяется по направлению.

Изменение скорости $\vec{\Delta v}$ и ускорение $\vec{a}$ направлены внутрь траектории. Вектор $\vec{a}$ обычно разлагают на нормальную $\vec{a}_n$ и тангенциальную $\vec{a}_\tau$ составляющие. Нормальное ускорение $\vec{a}_n$, характеризующее изменение скорости по направлению, направлено по радиусу к центру и поэтому называется также центростремительным. Тангенциальная составляющая $\vec{a}_\tau = \frac{\vec{\Delta v}}{\Delta t}$ характеризует изменение скорости по величине $a = \sqrt{a^2_n + a^2_\tau}$. При равномерном движении по окружности $a = a_n = \frac{v^2}{R}$.

350. а) Минутная стрелка часов сделала 5 полных оборотов. Вычислите угол поворота стрелки в градусах, радианах; среднюю скорость в *град/сек*, *рад/сек*, *об/сек*, *об/мин*; число оборотов стрелки в секунду, минуту и час.

Решение. а) $\varphi = 360° \cdot 5 = 1800°$; $\varphi = 6{,}28$ *рад* $\times$ $\times\, 5 = 31{,}40$ *рад*.

б) $\omega = \frac{\varphi}{t}$, $t = 5\text{ мин} = 300\text{ сек}$; $\omega = \frac{1800°}{300\text{ сек}} = 6\,\frac{\text{град}}{\text{сек}}$;

$\omega = \frac{31{,}40\text{ рад}}{300\text{ сек}} = 0{,}105\,\frac{\text{рад}}{\text{сек}}$; $\omega = \frac{5\text{ об}}{300\text{ сек}} = 0{,}0167\,\frac{\text{об}}{\text{сек}}$;

$$\omega = \frac{5\text{ об}}{5\text{ мин}} = 1\,\frac{\text{об}}{\text{мин}}.$$

Вычисление угла поворота в градусах и скорости в *град/сек* в этой задаче делают только для того, чтобы показать физическую сущность угловой скорости как величины, измеряемой углом поворота в единицу времени, поскольку учащиеся привыкли измерять углы в градусах. Но здесь же следует подчеркнуть, что в физике и технике углы поворота обычно измеряют не в градусах, а в радианах. Соответственно и угловую скорость измеряют в *рад/сек*.

в) При вычислении числа оборотов стрелки учащиеся должны рассуждать так: период вращения $T = 1$ *ч* $= 60$ *мин* $= 3600$ *сек*. Минутная стрелка делает: $1\,\frac{\text{об}}{\text{ч}} = \frac{1}{60}\,\frac{\text{об}}{\text{мин}} = \frac{1}{3600}\,\frac{\text{об}}{\text{сек}}$.

Тренировочные задачи такого типа решают устно для закрепления понятия о соотношении $T = \frac{1}{n}$ или $n = \frac{1}{T}$.

Аналогично следует решать тренировочные задачи, в которых находят период T по известному числу оборотов n в единицу времени.

351. Можно ли насадить точильный круг на вал двигателя, делающего 2850 *об/мин*, если на круге имеется штамп завода: «35 *м/сек*; ∅250 *мм*»? [21, № 330].

Решение. Для того чтобы ответить на вопрос задачи, нужно определить, какую линейную скорость будет иметь точка точильного круга, расположенная на конце его радиуса.

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R n = \pi D n.$$

В первых задачах желательно пользоваться такой записью, чтобы учащиеся усвоили смысл формул и систему единиц. Если скорость v выражена в *м/сек*, то R берут в метрах, а $\frac{2\pi}{T} = 2\pi n = \omega$ — в *рад/сек* или в *сек*$^{-1}$, причем n — число оборотов в *сек*.

В данной задаче $n = 2850 \frac{об}{мин} = \frac{2850}{60} \frac{об}{сек}$;

$D = 250$ *мм* $= 0{,}25$ *м*; $\quad v = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}25\ м\ 2850}{60\ сек} \approx 37 \frac{м}{сек}$.

Насадить точильный круг нельзя.

352. По данным задачи 351 определите центростремительное ускорение точек, расположенных на рабочей поверхности точильного круга, и сравните с ускорением свободного падения.

Решение. $a = \frac{v^2}{R} = \frac{2\left(37 \frac{м}{сек}\right)^2}{0{,}25\ м} \approx 11\ 000 \frac{м}{сек^2}$.

Принимая $g = 10 \frac{м}{сек^2}$, найдем, что $a > g$ в 1100 раз.

353. Найдите центростремительное ускорение Луны при движении по орбите вокруг Земли и сравните его с ускорением свободного падения. Расстояние между центрами Земли и Луны 384 000 *км*, а период обращения Луны вокруг Земли 27,3 суток.

Решение. $a = \omega^2 R = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{4 \cdot 3{,}14^2 \cdot 384 \cdot 10^6\ м}{27{,}3 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60\ сек^2} = 0{,}0027 \frac{м}{сек^2}$.

$$\frac{g}{a} = \frac{9{,}8 \frac{м}{сек^2}}{0{,}0027 \frac{м}{сек^2}} = 3600.$$

354. Определите скорость и центростремительное ускорение точек земной поверхности на экваторе. Радиус Земли принять равным 6400 *км*.

Решение. $v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 64 \cdot 10^5 м}{24 \cdot 60 \cdot 60\ сек} \approx 465 \frac{м}{сек}$.

$$a = \frac{v^2}{R} = 0{,}034 \frac{м}{сек^2}.$$

Данные задач 353 и 354 потребуются при решении задач на закон всемирного тяготения и центростремительное ускорение.

ГЛАВА 17

ЗАКОНЫ ДВИЖЕНИЯ

1. Первый закон Ньютона (закон инерции)

При изучении инерции в средней школе обычно решают задачи, в которых не принимаются во внимание размеры тела, т. е. рассматривают инерцию материальной точки. При решении задач целесообразно пользоваться первым законом Ньютона в следующей формулировке, учитывая, что в реальных условиях нет тел, на которые не действовали бы другие тела. Тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения, если на него действуют уравновешивающиеся силы.

Реальное тело, на которое действуют уравновешивающиеся силы, может находиться не только в покое или равномерном прямолинейном движении, но и вращаться равномерно вокруг оси. Ввиду большого мировоззренческого и практического значения сведений о вращении тел по инерции на эту тему следует решить несколько качественных задач.

Закон инерции выполняется не во всяких, а только в инерциальных системах отсчета, что следует показать при решении задач типа 359—361.

Закон инерции с достаточным для большинства практических целей приближением выполняется в земных условиях и практически точно в солнечной системе и системе, связанной со звездами.

При решении задач на первый закон Ньютона в VIII классе нужно учитывать и использовать знания, которые учащиеся получили в VI классе. Для повторения материала полезно решить несколько несложных задач, подобных приведенным в гл. 5.

355. Древнегреческий ученый Аристотель утверждал, что без силы нет движения, а французский ученый Декарт писал: «Полагаю, что природа движения такова, что если тело пришло в движение, уже этого достаточно, чтобы оно его продолжало с той же скоростью и в направлении той же прямой линии, пока оно не будет остановлено или отклонено какой-либо другой причиной»[1]. Кто прав — Аристотель или Декарт? Подтвердите свои выводы примерами. В чем отличие формулировок закона инерции, данных Декартом и Ньютоном?

356. Парашютист падает с постоянной скоростью. Чему равна сила сопротивления воздуха при этом движении?

357. По условию задачи 67 определите силы, действующие на шарик, если его масса равна 10 *г*.

---

[1] П. С. Кудрявцев. История физики, т. I. Учпедгиз, 1948, стр. 156.

Назначение задач 356—357 — углубить понятие о том, что при равномерном и прямолинейном движении на тело действуют уравновешенные силы.

358*. Зачем на вал ветроэлектродвигателя насаживают маховик?

359. Справедлив ли закон инерции для системы отсчета, связанной с автобусом, который: а) набирая скорость, отходит от остановки; б) тормозит, подъезжая к остановке; в) движется с постоянной скоростью на прямолинейном участке пути; г) движется по криволинейному участку пути.

Ответ. Для случаев *а*, *б*, *г* закон инерции для системы отсчета, связанной с автобусом, не справедлив. Эта система неинерциальная, так как в ней можно наблюдать неравномерные и криволинейные движения тел, хотя на них не действуют другие тела: например, при остановке пассажиры наклоняются вперед; на криволинейном участке пути наклоняются в сторону и т. д. В случае *в* система инерциальная.

360. В «Занимательной физике» Я. И. Перельмана обсуждается «самый дешевый способ путешествовать» —подняться на воздушном шаре и подождать, пока Земля повернется. Поскольку линейная скорость точек на экваторе около 465 *м/сек* (№ 354) и даже на широте Ленинграда — 232 *м/сек*, то это видимо и «очень быстрый способ путешествовать». Осуществим ли он? Ответ объясните.

Ответ. Неосуществим. Воздушный шар по инерции движется с такой же скоростью, как и поверхность Земли, с которой он поднялся.

Иногда ученики считают, что такой способ путешествия неосуществим потому, что шар увлекается земной атмосферой. Если подняться и за пределы атмосферы, например на ракете, то все равно путешествие окажется невозможным по указанной выше причине.

361. Тело при свободном падении отклоняется от вертикали к востоку. Объясните почему? На сколько отклонится к востоку шарик, падающий на экваторе в шахте глубиной 180 *м*? Сопротивлением воздуха пренебречь. На основе этого сделайте вывод о том, является ли Земля инерциальной системой.

Решение. По инерции шарик отклонится к востоку на расстояние $s = \Delta vt$, где Δv — разность скоростей движения точек земной поверхности и дна шахты, t — время падения шарика.

$$\Delta v = \frac{2\pi R}{T} - \frac{2\pi (R - h)}{T} = \frac{2\pi h}{T},$$

где R — экваториальный радиус Земли, T — период ее вращения и h — глубина шахты.

Так как $h = \frac{gt^2}{2}$, то $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ и $s = \frac{2\pi h\sqrt{2gh}}{Tg}$.

Принимая $g \approx 10$ *м/сек²*, получим:

$$s = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 180\,м \cdot \sqrt{2 \cdot 10\,\frac{м}{сек^2} \cdot 180\,м}}{24 \cdot 3600\,сек \cdot 10\,\frac{м}{сек^2}} \approx 0{,}08\,м.$$

Отклонение тела к востоку по вертикали, хотя в этом направлении на него не действовали силы, говорит о том, что Земля не является, строго говоря, инерциальной системой.

2. Закон сохранения импульса (количества движения)

В начале темы в качестве повторения полезно решить одну-две задачи, подобные № 77—78, используя известное учащимся из VI класса соотношение $\frac{m_1}{m_2} = \frac{\Delta v_2}{\Delta v_1}$ или $\frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2 - v_2'}{v_1 - v_1'}$.

Затем этому выражению придают следующий вид:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2'.$$

Данное уравнение является частным случаем закона сохранения количества движения (импульса) — одного из фундаментальных законов физики, справедливого для любой замкнутой системы тел как в макромире, так и в микромире. Оно показывает, что векторная сумма всех импульсов замкнутой системы есть величина постоянная.

В VIII классе решают несложные задачи о взаимодействии двух изолированных тел, движущихся по одной прямой. При этом за тело отсчета принимают Землю.

Но при повторении материала в старших классах желательно решить несколько задач, в которых скорости тел направлены под углом друг к другу. Учащимся IX—X классов можно рассказать, что векторное уравнение закона сохранения импульса эквивалентно трем скалярным:

$$m_1v_{1x} + m_2v_{2x} = m_1v_{1x}' + m_2v_{2x}';$$
$$m_1v_{1y} + m_2v_{2y} = m_1v_{1y}' + m_2v'_{2y};$$
$$m_1v_{1z} + m_2v_{2z} = m_1v'_{1z} + m_2v'_{2z}.$$

Так как оси координат x, y, z могут быть выбраны произвольно, то это означает, что имеет место сохранение величины проекции импульса на любое направление.

В средней школе рассматривают движение тел в одной плоскости, поэтому при решении задач обычно бывает достаточно использовать проекции импульса только на одно или два соответствующим образом выбранных направления, по которым на систему не действуют внешние силы, или же их равнодействующая равна нулю. При этом ввиду огромной массы Земли изменение ее количества движения не учитывают.

362. Человек, движущийся на лодке по инерции со скоростью $v_л = 2$ *м/сек*, оттолкнул багром попавшееся на пути бревно, которое поплыло впереди лодки со скоростью $v'_б = 1$ *м/сек*. При этом скорость лодки уменьшилась до величины $v'_л = 0{,}5$ *м/сек*. Что больше — масса лодки с человеком или масса бревна? Какова масса бревна $m_б$, если масса лодки с человеком $m_л = 300$ *кг*?

Решение 1. Скорость лодки с человеком уменьшилась на величину

$$\Delta v_л = 2\,\frac{м}{сек} - 1{,}5\,\frac{м}{сек} = 0{,}5\,\frac{м}{сек}.$$

Скорость бревна увеличилась на величину

$$\Delta v_б = 1\,\frac{м}{сек} - 0\,\frac{м}{сек} = 1\,\frac{м}{сек}.$$

Скорость лодки изменилась меньше; следовательно, ее масса больше.

$$\frac{m_л}{m_б} = \frac{\Delta v_б}{\Delta v_л};\quad m_б = \frac{m_л \Delta v_л}{\Delta v_л} = \frac{300\,кг\cdot 0{,}5\,\frac{м}{сек}}{1\,\frac{м}{сек}} = 150\ кг.$$

Решение 2. После того как учащиеся изучат закон сохранения импульса, задачу полезно решить еще раз, пользуясь уравнением $m_л\vec{v}_л + m_б\vec{v}_б = m_л\vec{v}_л{}' + m_б\vec{v}_б{}'$. Так как тела движутся по одной прямой и $\vec{v}_б = 0$, то уравнение можно записать в скалярной форме следующим образом: $m_л v_л = m_л v'_л + m_б v'_б$, откуда

$$m_б = \frac{m_л(v_л - v'_л)}{v'_б} = \frac{300\ кг\left(2\,\frac{м}{сек} - 1{,}5\,\frac{м}{сек}\right)}{1\,\frac{м}{сек}} = 150\,кг.$$

363. Электровоз массой 180 *т*, движущийся по инерции с выключенными двигателями со скоростью 0,5 *м/сек*, подъезжает к неподвижному вагону и продолжает движение вместе с ним. Какова масса вагона, если скорость локомотива уменьшилась до 0,4 *м/сек*? Трением локомотива и вагона о рельсы пренебречь.

Решение. Приравниваем количества движения, которые имели все тела (в данном случае локомотив и вагон) до столкновения и после столкновения: $m_л\vec{v}_л + m_в\vec{v}_в = m_л\vec{v}'_л + m_в\vec{v}'_в$. По условию $\vec{v}'_л = \vec{v}'_в = \vec{v}$, $\vec{v}_в = 0$ и все векторы имеют одно направление. Поэтому можно записать следующее скалярное равенство:

$$m_л v_л = (m_л + m_в)v;\quad m_в = \frac{m_л(v_л - v)}{v} = 45\,т.$$

364*. Нейтрон, летящий со скоростью $v_н = 2400$ *км/сек*, поглощается неподвижным ядром кадмия. Определить скорость образовавшегося нового ядра. Масса нейтрона $m_н = 1{,}67 \times 10^{-27}$ *кг*, а масса ядра кадмия $m_к = 112\ m_н$.

Решение.

$$m_н v_н = (m_н + m_к)v;\quad v = \frac{m_н v_н}{m_н + m_к} \approx 2{,}12 \cdot 10^4\ \frac{м}{сек}.$$

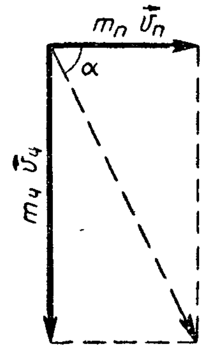


Рис. 80.

365*. Человек массой 80 *кг* прыгает в направлении, перпендикулярном берегу, на плот массой 300 *кг*, который плывет по течению. С какой скоростью и в каком направлении двигался бы плот, если бы не было сопротивления воды? Скорость течения $1\ \frac{м}{сек}$. Скорость движения человека $7\ \frac{м}{сек}$.

Решение 1. Изобразим на чертеже (рис. 80) векторы количества движения человека и плота. Согласно закону сохранения импульса,

$$m_{пл}\vec{v}_{пл} + m_ч \vec{v}_ч = (m_{пл} + m_ч)\vec{v}.$$

Общее количество движения человека и плота численно равно диагонали параллелограмма, которую можно найти графически, выполнив чертеж в соответствующем масштабе, или по теореме Пифагора. По абсолютной величине

$$v = \sqrt{\frac{(m_{пл}v_{пл})^2 + (m_ч v_ч)^2}{(m_{пл} + m_ч)^2}} \approx 1{,}7\frac{м}{сек}.$$

Направление скорости определим из соотношения:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{m_ч \cdot v_ч}{m_{пл} \cdot v_{пл}} \approx 1{,}87.\quad \alpha \approx 62°.$$

Решение 2. Спроецируем векторы на направление результирующей скорости v. Получим:

$$m_ч v_ч \sin\alpha + m_{пл} v_{пл} \cos\alpha = (m_ч + m_{пл})v,$$

откуда $$v = \frac{m_ч v_ч \sin\alpha + m_{пл} v_{пл}\cos\alpha}{m_{пл} + m_ч}.$$

Значение α найдем также, как в решении 1.

366(э). Надуйте детский резиновый шарик и, не завязывая его, выпустите из рук. Как движется шарик и почему?

При случае пронаблюдайте за движением личинки стрекозы, поместив ее в кювету с водой. Подняв кончик брюшка личинки, обратите внимание на выбрасываемые струи воды. Какое это имеет значение для передвижения личинки? Каких животных и почему называют живыми ракетами?

367. С какой скоростью будет двигаться ракета, если средняя скорость выхлопных газов $v_г = 1$ *км/сек* и масса горючего m составляет 80% всей массы ракеты.

Решение. $m_{об}\vec{v}_{об} + m_г \vec{v}_г = m_{об}\vec{v}\,'_{об} + m_г\vec{v}\,'_г$. По условию $\vec{v}_{об} = \vec{v}_г = 0$. Направление векторов $\vec{v}\,'_{об}$ и $\vec{v}\,'_г$ противоположно. Поэтому можно записать $0 = m_{об}\, v'_{об} - m_г v'_г$, откуда

$$v'_{об} = \frac{m_г v'_г}{m_{об}} = \frac{0{,}8\, m_р v'_г}{0{,}2\, m_р} = 4\,\frac{км}{сек}.$$

368. От третьей ступени ракеты-носителя, движущейся по орбите вокруг Земли со скоростью $v_р = 8$ *км/сек*, отделилась головная часть массой $m_г = 20$ *кг*. С какой скоростью $v'_р$ стала двигаться ракета-носитель, если скорость головной части увеличилась на 5 *м/сек*? Масса ракеты-носителя без головной части $m_р = 1$ *т*. (Все числа при вычислениях считать точными.)

Решение 1. $(m_р + m_г)\,\vec{v}_р = m_р\vec{v}\,'_р + m_г\,\vec{v}_г\,'$.
Так как масса головной части по сравнению с массой ракеты невелика и изменение ее скорости незначительно, то можно предположить, что векторы $\vec{v}_р$ и $\vec{v}\,'_г$ совпадают по направлению. Поэтому уравнение в скалярной форме примет вид

$$(m_р + m_г)\, v_р = m_р\, v'_р + m_г v'_г,$$

откуда $$v'_р = \frac{m_р v_р + m_г\,(v_р - v'_г)}{m_р} = 7999{,}9\,\frac{м}{сек}.$$

Если предположить, что направление скорости ракеты-носителя изменится на противоположное, то уравнение следует записать в таком виде: $(m_р + m_г)v_р = -m_р v'_р + m_г\, v'_г$, откуда $v'_р = -7999{,}9$ *км/сек*. Знак минус говорит о том, что направление скорости противоположно тому, которое предполагалось.

Решение 2.

$$\frac{m_р}{m_г} = \frac{\Delta v_г}{\Delta v_р}; \quad \Delta v_р = \frac{m_г \Delta v_г}{m_р} = \frac{20\,кг \cdot 5\,\frac{м}{сек}}{1000\,кг} = 0{,}1\,\frac{м}{сек}.$$

$$v'_р = 8000\,\frac{м}{сек} - 0{,}1\,\frac{м}{сек} = 7999{,}9\,\frac{м}{сек}.$$

369*. Брусок массой m_1 скользит по наклонной плоскости, высота которой h и угол наклона α, и падает на тележку с песком массой m_2 (рис. 81). Какую скорость после этого будет иметь тележка? Трением при движении тел пренебречь.

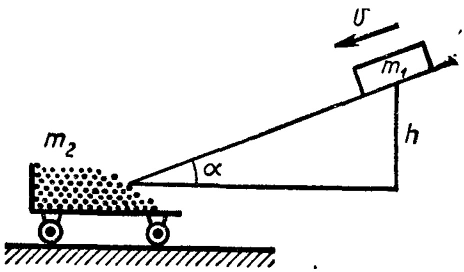


Рис. 81.

Решение. Для замкнутой системы тел m_1 и m_2 справедливо уравнение

$$m_1\vec{v}_1 = (m_1 + m_2)\vec{v}_2.$$

Но так как на тела действует неуравновешенная сила реакции опоры, то $m_1\vec{v}_1 \neq (m_1 + m_2)\vec{v}_2$.Это видно уже из того, что векторы $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ имеют различное направление. Уравнение, однако, справедливо в проекции на горизонтальную ось, так как в этом направлении на тела не действуют внешние силы:

$$m_1 v_1 \cos\alpha = (m_1 + m_2) v_2.$$

Так как $v_1 = \sqrt{2gh}$, то $v_2 = \dfrac{m_1\sqrt{2gh}\cos\alpha}{m_1 + m_2}$.

370*. На корме лодки длиной $l = 3$ *м* и массой $m_л = 150$ *кг*, находящейся в спокойной воде, стоит человек массой $m_ч = 75$ *кг*. На сколько переместится лодка, если человек перейдет с кормы на нос? Сопротивлением воды пренебречь.

Решение. Примем, что человек в лодке перемещается равномерно со скоростью $\vec{v}_ч$, а лодка равномерно движется ему навстречу со скоростью $\vec{v}_л$. В соответствии с законом сохранения импульса

$$0 = m_л v_л - m_ч v_ч, \qquad (1)$$

$v_л = \dfrac{x}{t}$ (2) и $v_ч = \dfrac{y}{t}$ (3), где x и y — соответственно перемещения лодки и человека относительно воды за время t, в течение которого человек перешел с кормы на нос. $x + y = l$ (4). Из системы уравнений 1—4 найдем

$$x = \frac{m_2 l}{m_1 + m_2} = 1 \text{ м}.$$

3. Второй закон Ньютона

Второй закон Ньютона при решении первых задач можно записывать в следующем виде: $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$, или $\vec{F} = m\vec{a}$. Величины m и $\vec{a}$ в данной формуле относятся к одному и тому же телу или системе тел, а сила является внешней силой. Внутренние силы не могут сообщить телу ускорения и вызвать его перемещения.

В данной теме рассматривают главным образом несложные тренировочные задачи, которые помогают уяснить физическую сущность второго закона Ньютона. Более сложные задачи решают в теме «Применение законов движения» (гл. 20).

При решении первых тренировочных задач главное внимание обращают на знание и понимание зависимости: $F = ma$ и операции с единицами измерения. В последующих задачах большое внимание обращают на формирование понятия о векторном характере величин, входящих в формулу второго закона Ньютона. При этом нужно научить учащихся определять направление векторных величин, особенно ускорения, поскольку направление скорости и силы очевиднее. В соответствии с уравнением $\vec{F} = m\vec{a}$ ускорение всегда имеет то же направление, что и сила.

Следует также повторить с учащимися, как определяют направление ускорения по формуле $\vec{a} = \frac{\vec{v}_к - \vec{v}_н}{\Delta t}$ (гл. 16), что необходимо при решении задач, в которых неизвестно направление сил, действующих на тело.

371. Сделав необходимые вычисления, заполните таблицу [39, № 106].

F	4 *н*	8 *н*	0,02 *н*	1 *кгс*	?	?	?	1 *н*	10 *кгс*
m	51 *кг*	4000 *г*	0,4 *кг*	2 *кг*	200 *г*	20 *кг*	0,5 *т*	?	?
a	?	?	?	?	0,2 $\frac{см}{сек^2}$	40 $\frac{см}{сек^2}$	1 $\frac{м}{сек^2}$	0,4 $\frac{м}{сек^2}$	4 $\frac{м}{сек^2}$

372. В таблице приведены результаты, полученные при изучении зависимости ускорения тела при постоянной его массе от величины действующей на тело силы. Постройте график. Сделайте вывод об исследуемой зависимости [21, № 110].

F, *н*	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
a, *м/сек*^{2}	0	0,16	0,30	0,44	0,60	0,75	0,90

373. В таблице приведены результаты, полученные при изучении зависимости ускорения тела от его массы при неизменной силе, действующей на тело. Постройте график. Сделайте вывод об исследуемой зависимости [21, № 111].

m, *кг*	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2
a, *м/сек*^{2}	1,80	0,90	0,60	0,45	0,36	0,30

374. Какие из приведенных равенств написаны неверно? Какая ошибка допущена в них?

$$F = 2\,кг \cdot 4\,\frac{м}{сек^2} = 8\,н;$$

$$m = \frac{18\,н}{9\,\frac{м}{сек^2}} = 2\,кг; \quad a = \frac{20\,кгс}{5\,кг} = 4\,\frac{м}{сек^2}; \quad m = \frac{9{,}8\,\frac{м}{сек^2}}{19{,}6\,н} = 0{,}5\,кг$$

$$F = 2\,кг \cdot 10\,\frac{см}{сек^2} = 20\,н; \quad a = \frac{80\,дн}{5\,г} = 16\,\frac{см}{сек^2}.$$

375. Пользуясь установкой, показанной на рисунке 82, ученик проверял зависимость ускорения от силы. Для этого он сначала подвесил к нити гирю 100 *г*, а затем 200 *г*. Правильно ли ученик поставил опыт?

Ответ. Неправильно. В опыте изменялась не только сила, но и движущаяся масса. Гиря 100 *г* в первом опыте должна стоять на тележке.

376(э). Какая из двух тележек (рис. 83) быстрее доедет до края стола? Массы тележек одинаковы. Ответ проверьте на опыте. Трение не учитывать.

Ответ. При одной и той же действующей силе в первом случае движется меньшая масса. Ускорение и, следовательно, конечная скорость первой тележки будет больше, а время движения ее меньше.

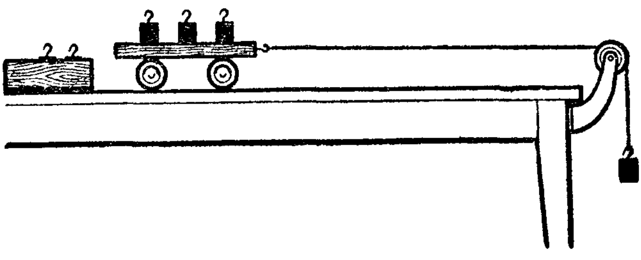


Рис. 82.

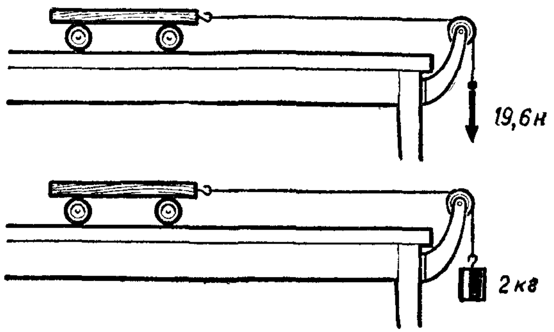


Рис. 83.

377. С каким ускорением придет в движение вагонетка массой 200 *кг*, если на нее начнет действовать сила 20 *н*? Укажите на чертеже направление скорости, силы и ускорения. Трение не учитывать.

Решение. Выполнив схематичный чертеж, изображаем на нем действующую силу $\vec{F}$. Направление ускорения $\vec{a}$ совпадает с направлением $\vec{F}$. Так как в начальный момент тележка находилась в состоянии покоя, то направление скорости $\vec{v}$ совпадет с направлением $\vec{a}$ и $\vec{F}$.

Это видно также из формулы $\vec{a} = \frac{\vec{v}_к - \vec{v}_н}{t}$.

Так как $\vec{v}_н = 0$, то $\vec{a} = \frac{\vec{v}_к}{t}$.

378. При посадке реактивный самолет Ту-104 массой 50 *т* движется с ускорением -6 *м/сек²*. Найти силу торможения [39, № 108]. Укажите на чертеже направление скорости, силы и ускорения.

Ответ. Сила $\vec{F}$ и, следовательно, ускорение $\vec{a}$ направлены в сторону, противоположную скорости, что видно из анализа характера замедленного движения и формулы $\vec{a} = \frac{\vec{v}_к - \vec{v}_н}{t}$.

Так как $\vec{v}_к = 0$, то $\vec{a} = -\frac{\vec{v}_н}{t}$; $F = ma = -50\,000\ кг \cdot 6\ \frac{м}{сек^2} = -300\ кн$.

4. Третий закон Ньютона

При решении задач на третий закон Ньютона целесообразно использовать формулировку, в которой явно говорится о силах взаимодействия тел: силы, с которыми два тела действуют друг на друга, всегда равны по величине и противоположны по направлению. При этом необходимо обратить внимание на формирование следующих понятий.

1. Силы всегда возникают парами. Если есть одна сила, то есть и другая, ей противоположная.

2. Силы приложены к различным телам и поэтому не имеют равнодействующей.

3. Третий закон Ньютона ничего не говорит о результатах действия сил. Об этом говорит второй закон Ньютона. Если мы рассматриваем оба взаимодействующих тела как одну систему, то силы взаимодействия будут внутренними и потому не смогут изменить положение системы в целом.

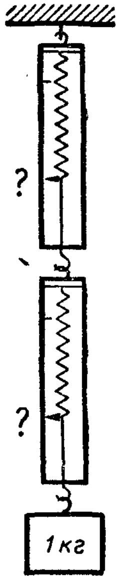


Рис. 84.

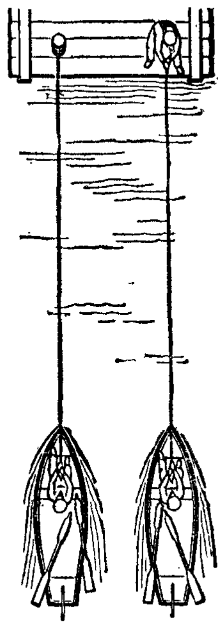


Рис. 85.

Задачи решают по одной схеме: находят равные и противоположно направленные силы, с которыми действуют друг на друга тела; рассматривают каждое тело в отдельности и, учитывая все действующие на него силы, определяют, что произойдет с рассматриваемым телом: изменится ли его движение, возникнет деформация и т. д.

В данной теме на третий закон Ньютона решают сравнительно несложные качественные задачи. Для решения более сложных задач третий закон Ньютона используют в связи с изучением реактивного движения, закона всемирного тяготения и ряда других тем.

379. Укажите направление и точки приложения действующей и противодействующей сил в следующих случаях: груз висит на динамометре. Рука держит ведро с водой. Газ давит на поршень двигателя.

380(э). Для экспериментального подтверждения равенства сил, с которыми тела действуют друг на друга, Ньютон проводил опыт с железом и магнитом, помещая их в отдельные сосуды, которые плавали, взаимно соприкасаясь, на спокойной воде. Придут ли сосуды в движение? Проделайте и объясните данный опыт.

О т в е т. Сосуды не придут в движение, так как силы притяжения магнита и железа и силы отталкивания, возникающие в результате деформации стенок сосудов, являются внутренними силами для данной системы тел.

381(э). Каковы будут показания динамометров (рис. 84). Проверьте ваш ответ на опыте. (Вес нижнего динамометра в расчет не принимать.)

Ответ. Так как нижний динамометр находится в равновесии, то на него действуют вниз и вверх одинаковые силы, равные 9,8 *н*, поэтому динамометр покажет 9,8 *н*. Сила, действующая вверх, создается натяжением пружины верхнего динамометра. По третьему закону Ньютона на верхний динамометр вниз будет действовать такая же по величине сила, равная 9,8 *н*. Следовательно, и верхний динамометр покажет тоже 9,8 *н*.

382(э). На весах уравновешен стакан с водой. Нарушится ли равновесие весов, если в воду погрузить карандаш и держать его в руках, не касаясь стакана? Проверьте ваш ответ на опыте. (Вода не должна выливаться из стакана.)

Ответ. На карандаш вверх со стороны жидкости действует архимедова сила. По третьему закону Ньютона карандаш тоже действует на жидкость с силой, равной по величине, но направленной вниз. Чашка весов со стаканом опустится вниз.

383. К пристани на озере приближаются две одинаковые лодки (рис. 85). Оба лодочника подтягивают лодки с помощью веревки. Противоположный конец веревки первой лодки привязан к тумбе на пристани; противоположный же конец веревки второй лодки находится в руках матроса на пристани, который также тянет веревку к себе. Все трое прилагают одинаковые усилия. Какая лодка причалит раньше? [132, стр. 26—27].

Ответ. Так как все лодочники тянут с равной силой за веревки, значит и со стороны веревок на лодки действуют одинаковые силы. Лодки будут двигаться с одинаковой скоростью и причалят одновременно.

ГЛАВА 18

СИЛЫ В ПРИРОДЕ

При изучении данной темы учащиеся должны получить понятие о трех типах сил: силах тяготения, силах упругости и силах трения. В соответствии с этим решают задачи на закон всемирного тяготения, закон Гука и законы трения. Значительное внимание следует уделить также задачам на правило моментов. Эти сведения и навыки, важные сами по себе, кроме того, имеют большое значение для изучения последующего материала, особенно о применении законов движения Ньютона.

Тема позволяет решить ряд важных задач, имеющих большое мировоззренческое и политехническое значение, что непременно следует использовать учителю физики.

1. Гравитационные силы

Величина гравитационных сил F, действующих между двумя любыми частицами вещества, пропорциональна произведению их масс m_1 и m_2 и обратно пропорциональна квадрату расстояния r между ними:

$$F = \gamma\frac{m_1 m_2}{r^2};\quad \gamma = \frac{1}{1{,}5\cdot 10^{10}} нм^2\, кг^{-2}.$$

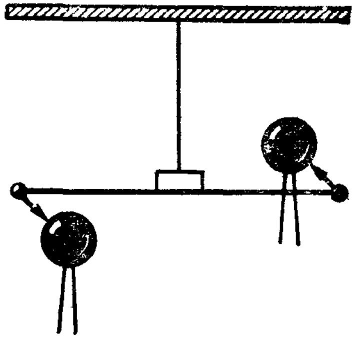


Рис. 86.

При составлении и подборе задач нужно иметь в виду, что эта формула, являющаяся математической записью закона всемирного тяготения, справедлива для точечных тел, линейными размерами которых можно пренебречь по сравнению с расстояниями между ними. Если же необходимо найти силы притяжения между двумя телами произвольной формы, расположенными близко друг около друга, то нужно последовательно рассмотреть и затем суммировать силы взаимодействия между их отдельными частицами. Поэтому задачи, в которых, например, требуется определить силу притяжения между рядом стоящими людьми, вагонами и т. п., можно решать по данной формуле с соответствующими оговорками. Только к однородным телам сферической формы данная формула применима независимо от их размеров и взаимных расстояний.

На закон всемирного тяготения полезно решить ряд задач исторического содержания, поясняющих методы, которыми пользовались ученые при установлении и проверке данного закона, а также задачи мировоззренческого характера, в том числе связанные с освоением космоса (гл. 20, 3—4).

384. Почему отвес, опущенный с обрыва большой горы, немного отклоняется от вертикального направления?

385. Какими опытами можно было бы проверить, изменяется ли вес тела в зависимости от его высоты над поверхностью земли?

386. Расстояние между центрами Земли и Луны равно 60 земным радиусам. Пользуясь данными задачи 353 и считая, что центростремительное ускорение Луны обусловлено силой земного притяжения, сделайте вывод о том, как изменяется эта сила с расстоянием.

Решение. По данным задачи 353 $\frac{a}{g} = \frac{ma}{mg} = \frac{F_1}{F_2} = \frac{1}{3600}$,

где F_1 — сила тяготения, действующая на тело массой m на расстоянии 60 земных радиусов, а F_2 — сила, с которой данное тело притягивается Землей на расстоянии одного радиуса от ее центра. Расстояние увеличилось в 60 раз, а сила уменьшилась в 60^2 раз, следовательно, $F \sim \frac{1}{r^2}$.

387. В одной из установок опытной проверки закона всемирного тяготения (рис. 86) сила притяжения между свинцовым шаром массой 5 *кг* и шариком массой 10 *г* на расстоянии 7 *см* была равна $6{,}13 \cdot 10^{-5}$ *дин*. Чему равна на основании этих данных величина гравитационной постоянной? [22, № 484].

$$\text{Ответ. } \gamma = 6 \cdot 10^{-8} \frac{см^3}{г \cdot сек^2}.$$

388. Используя закон всемирного тяготения, определите: а) массу Земли; б) ускорение свободного падения у поверхности Земли; в) ускорение свободного падения на высоте 3600 *км*.

Решение. а) для любого тела на Земле сила тяготения $F = mg = \gamma \frac{mM_з}{r^2}$. Откуда $M_з = \frac{gr^2}{\gamma}$. Принимая $r = 6400$ *км*, получим $M_з \approx 6 \cdot 10^{24}$ *кг*.

б) $F = \gamma \frac{mM_з}{r^2} = mg$, $g = \gamma \frac{M_з}{r^2}$, где $M_з$ — масса Земли, а r — расстояние от ее центра.

$$в)\ g = \frac{1\ н \cdot м^2 \cdot кг^{-2}}{1{,}5 \cdot 10^{10}} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24}\ кг}{(64 \cdot 10^5 м + 36\ \ 10^5 м)^2} = 4 \frac{м}{сек^2}.$$

389. 12 сентября 1959 г. вторая советская космическая ракета доставила на Луну вымпел Советского Союза. Во сколько раз сила притяжения вымпела на Луне меньше, чем на Земле, если известно, что радиус Луны в 3,8 раза меньше, чем радиус Земли, а ее масса в 81 раз меньше массы Земли? [38, № 317].

Ответ. В 5,6 раза.

2. Силы упругости

В данном разделе учащиеся получают общее представление о силах упругости, возникающих при деформации тел. В связи с этим решают качественные задачи о силах, возникающих при сжатии твердых тел, жидкостей и газов. Для твердых тел изучают также зависимость величины растяжения или сжатия от приложенной к образцу силы (закон Гука). В VIII классе закон Гука целесообразно записать и использовать в виде $F = -kx$. Обстоятельнее закон Гука рассматривают в IX классе, где изучают различные виды деформаций и получают понятие о механическом напряжении (гл. 25,3), а также в X классе при изучении упругих колебаний (гл. 30,3).

При решении задач для объяснения природы сил упругости нужно использовать знания учащихся о молекулярном строении вещества и третий закон Ньютона.

390. Какая сила приводит в движение пулю воздушного ружья и стрелу лука? Какова причина возникновения этих сил?

391(э). Используя резиновую нить и грузики равной величины (например, монеты), установите зависимость удлйнéния от действующей силы.

392(э). Определите на опыте жесткость пружины динамометра для лабораторных работ.

Задачи 391 и 392 могут быть поставлены в виде фронтального эксперимента для всего класса.

393. Какой груз нужно подвесить к пружине, жесткость которой $k = 1000$ *н/м*, чтобы растянуть ее на 10 *см*?

Решение. $F = -kx$; $P = -F = 1000 \frac{н}{м} \cdot 0{,}1\ м = 100\ н.$

394. Грузовик взял на буксир легковой автомобиль «Волгу» массой $m = 2{,}0\ т$ и, двигаясь равноускоренно, за 50 *сек* проехал 400 *м*. На сколько удлинился при этом трос, соединяющий автомобили, если его жесткость $k = 2{,}0 \cdot 10^6 \frac{н}{м}$. Трение не учитывать.

Решение. $F = -kx$. По абсолютной величине $x = \frac{F}{k}$. Сила упругости троса сообщает «Волге» ускорение, поэтому $F = ma$; так как $s = \frac{at^2}{2}$, то $a = \frac{2s}{t^2}$. Следовательно,

$$x = \frac{2ms}{kt^2}. \quad x = \frac{2000\ кг \cdot 2 \cdot 400\ м}{2{,}0 \cdot 10^6 \frac{н}{м} \cdot 50 \cdot 50\ сек^2} = 1{,}6 \cdot 10^{-3}\ м = 1{,}6\ мм.$$

3. Силы трения

В VIII классе учащиеся получают понятие о силах сухого трения и силах трения в жидкой и газообразной среде. Для сухого трения различают трение скольжения и трение качения. Причиной трения скольжения является шероховатость трущихся поверхностей и силы молекулярного взаимодействия в местах их соприкосновения. Основной причиной трения качения является деформация опоры и катящегося тела, в результате чего тело все время как бы вкатывается вверх на постоянно возникающий перед ним бугорок. Чем тверже тело и опора, тем меньше их деформация и трение качения.

Различают также силы трения покоя и трения скольжения. Сила трения покоя может иметь любые значения от нуля до некоторой максимальной величины, численно равной силе тяги, при которой тело приходит в движение. Это максимальное значение обычно и принимают за величину силы трения покоя. При решении задач на трение скольжения используют следующие установленные опытным путем приближенные закономерности.

1. Трение покоя больше трения скольжения. Однако надо иметь в виду, что в некоторых случаях, например для трения металлических тел с очищенной поверхностью, трение скольжения может быть примерно равным предельной силе трения покоя.

2. Силы трения покоя и скольжения $F_{тр}$ пропорциональны силе давления $F_н$, $F_{тр} = kF_н$, где k обычно считают постоянной величиной, зависящей только от вида трения и рода трущихся поверхностей. (Строго говоря, k зависит также и от ряда других факторов: давления, температуры, скорости и т. д.)

3. Коэффициент трения не зависит от величины трущихся поверхностей (это утверждение справедливо только для тех случаев, когда можно пренебречь зависимостью коэффициента трения от давления).

4. Силы и, следовательно, коэффициент трения скольжения уменьшаются с увеличением скорости, что можно объяснить «перескакиванием» неровностей трущихся поверхностей и меньшим их «зацеплением» при большей скорости.

5. Сила трения качения обычно значительно меньше силы трения скольжения (для тел, имеющих малую твердость, эта зависимость может быть обратной).

Жидкое или вязкое трение обусловлено силами молекулярного сцепления, а также взаимным обменом количествами движения при переходе молекул из одного слоя жидкости или газа в другой, имеющий иную скорость. Последний фактор имеет особенно большое значение для внутреннего трения в газах.

Используя знания, полученные учащимися в VI классе, сначала решают качественные задачи, подобные тем, которые приведены в главах 5,7. Затем главное внимание уделяют расчетным задачам, в которых используется коэффициент трения, и задачам о трении в жидкостях и газах.

Эти новые для учащихся VIII класса типы задач и приведены ниже.

395(э). Положите на стол брусок и, постепенно увеличивая силу тяги, измерьте ее с помощью динамометра. Как изменяется сила тяги во время опыта?

396(э). Придумайте и проделайте опыт для установления зависимости силы трения от веса тела.

397(э). Одинаковой ли будет сила трения при перемещении бруска на плоскости по его широкой грани и по узкой грани? Ответ проверьте на опыте.

398. Коэффициент трения деревянных полозьев саней по снегу равен 0,035. Какую силу прикладывает лошадь, равномерно перемещая по горизонтальной дороге сани с грузом, общий вес которых 350 *кгс*? [34, № 477].

399(э). Зажмите в лапке штатива металлический цилиндр и, перекинув через него проволочку с гирей на конце (рис. 87), измерьте силу трения. Повторите опыт с резиновой пробкой такого же диаметра и сделайте вывод о зависимости силы трения от рода трущихся поверхностей.

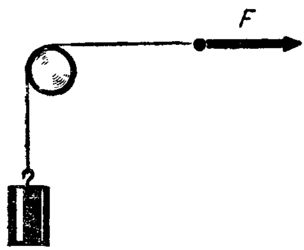


Рис. 87.

400. Почему втулки подшипников для стальных осей часто делают медными или из особого сплава — баббита?

401*. Решая задачу о том, может ли электровоз массой 132 *т*, все колеса которого ведущие, везти по горизонтальному участку пути состав в 2000 *т*, ученик ответил, что электровоз легче состава и согласно формуле $F_{тр} = kF_н$ он не сможет стронуть его с места. Верен ли ответ ученика?

Решение. Силу тяги электровоза определяют по формуле $F_э = k_1P_1$, где $k_1 \approx 0{,}20 \div 0{,}22$ — коэффициент сцепления, соответствующий коэффициенту трения покоя колес электровоза о рельсы, а P_1 — сцепной вес, т. е. вес электровоза, приходящийся на ведущие колеса. Сила же трения для состава весом P_2 определится по формуле $F_{тр} = k_2P_2$, где k_2 — коэффициент трения качения, $k_2 \approx 0{,}005$, $F_э = 2{,}6 \cdot 10^5$ *н*, $F_{тр} \approx 10^5$ *н*. Электровоз может везти состав.

402*. Отвечая урок о полезном и вредном действии трения, ученик привел пример: «Для колес локомотива трение полезно, а для колес состава вредно». В чем неточность ответа ученика?

Ответ. На ведущее колесо действует сила трения покоя (скольжения), движущая поезд, и сила трения качения, препятствующая движению. На опорные колеса действует только сила трения качения. Следовательно, для колес локомотива трение покоя полезно, а трение качения вредно.

403. Где и почему быстрее течение — у дна реки или у поверхности воды?

404. Почему даже самый слабый ветерок приводит в движение в океане огромные айсберги, но только ураган может сдвинуть с места кусок льда на берегу?

Ответ. В жидкости и газе, где нет трения покоя, тело может привести в движение сколь угодно малая сила, что при сухом трении невозможно.

405. Почему легковая автомашина с матерчатым верхом развивает меньшую скорость, чем такая же машина с металлическим полированным кузовом?

Ответ. Сила трения воздуха для матерчатого кузова значительно больше, чем для полированного.

ГЛАВА 19

РАВНОВЕСИЕ ТЕЛ (СТАТИКА)

В данной теме сначала решают задачи, призванные дать учащимся навыки сложения и разложения сил, затем — задачи на равновесие тел при отсутствии вращения и равновесие тел, могущих вращаться вокруг оси. В том числе решают также задачи о равновесии тел под действием силы тяжести.

1. Сложение и разложение сил

Опираясь на знания, полученные учащимися в VI классе, сначала решают несколько задач о сложении сил, действующих по одной прямой (гл. 5,4). Затем главное внимание обращают на решение задач о сложении сил, действующих под углом. При этом операцию сложения сил, хотя и важную саму по себе, следует рассматривать все же как средство для выяснения условий, при которых тела могут находиться в равновесии или относительном покое. Этой же цели служит и изучение приемов разложения сил. Согласно первому и второму законам Ньютона для равновесия материальной точки необходимо, чтобы геометрическая сумма всех приложенных к ней сил равнялась нулю: $\Sigma\vec{F} = 0.$ (1)

Это уравнение можно также записать в виде $\vec{F}_1+\vec{F}_2+\ldots\vec{F}_{k-1}+\vec{F}_{k+1}+ + \vec{F}_n = \vec{F}_k$ (2), где $\vec{F}_k$ — какая-либо из сил уравнения (1). То есть любую из приложенных к материальной точке сил можно рассматривать как уравновешивающую для всех остальных.

В VIII классе в большинстве случаев рассматривают равновесие двух или трех сил, т. е. сил, лежащих в одной плоскости. Общий прием решения задач заключается в том, что указывают все приложенные к телу (материальной точке) силы и затем, производя их сложение или разложение, находят искомые величины. Как показывает практика, большое затруднение у учащихся вызывает прием разложения сил. Поэтому у учащихся нужно создать четкое представление о том, что для однозначного разложения силы на две составляющие необходимо знать или величину равнодействующей и два направления составляющих, или величину равнодействующей, направление и величину одной из составляющих.

Типовыми являются задачи о равновесии материальной точки на тросе (см. № 22), кронштейне и наклонной плоскости. Эти задачи ученики должны уметь решать как графически, так и аналитически.

406(э). Перекиньте через блоки шнур с грузами и подвешивайте на его середину гири (рис. 88). Найдите графически несколько значений равнодействующей сил, действующих на точку подвеса ги-

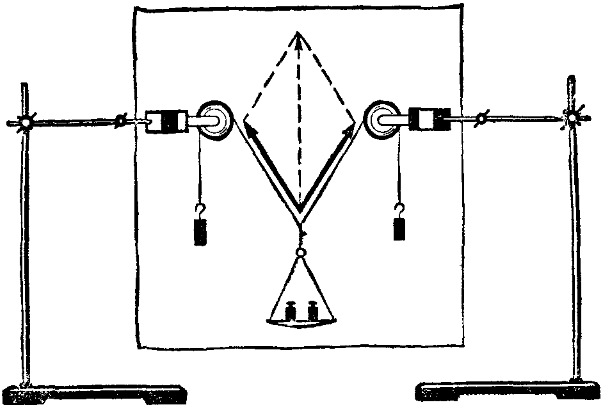


Рис. 88.

рек. Сравните ее с уравновешивающей силой и установите, как изменяется она в зависимости от угла между составляющими.

407. На привязанный к пристани катер действует сила течения воды $F_2 = 400$ *н* и сила давления ветра $F_1 = 300$ *н*, направление которой перпендикулярно направлению течения. С какой силой F_3 натянут трос, удерживающий катер?

Решение. Согласно условию задачи выполняем чертеж, изображенный на рисунке 89, указывая действующие на катер силы F_1, F_2 и F_3.

В качестве уравновешивающей целесообразнее рассматривать искомую силу F_3, которая равна по величине равнодействующей F сил F_1 и F_2:

$$F_3 = F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 500 \text{ н}.$$

408. Найти силы, действующие на стержень AC и трос BC (рис. 90), если $AC=2$ *м*, $AB=1{,}5$ *м*. Вес груза $P = 300$ *н*. Весом стержня пренебречь.

Решение 1. На точку C действует вес груза P. В результате этого стержень AC сжимается и действует на точку C с силой F_1. Трос BC растягивается и потому действует на точку C с силой F_2. Равнодействующая сил F_1 и F_2 равна по величине и противоположна по направлению весу P. Для построения F_1 и F_2 от точки C вертикально вверх откладываем вектор F, числен-

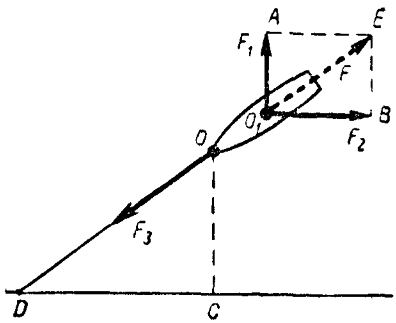


Рис. 89.

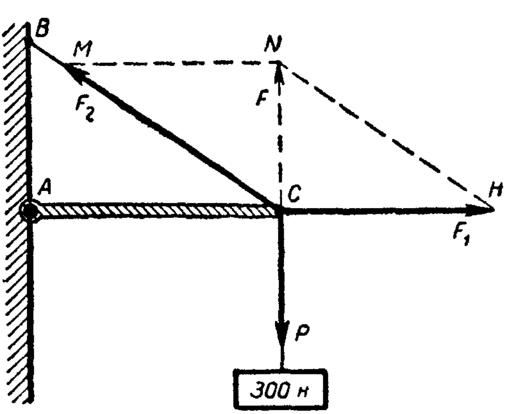


Рис. 90.

но равный P, и разлагаем его по направлениям AC и BC. Из подобия треугольников ABC, CNH, CMN следует

$$\frac{F}{F_1} = \frac{AB}{AC}; \quad F_1 = \frac{F \cdot AC}{AB} = \frac{300 \text{ н} \cdot 2 \text{ м}}{1{,}5 \text{ м}} = 400 \text{ н}.$$

$$F_2 = \sqrt{F^2 + F_1^2} = 500 \text{ н}.$$

Искомые силы равны по величине F_1 и F_2, противоположны им по направлению и приложены соответственно к стержню и тросу.

Решение 2. Разлагаем вес тела P на две составляющие F_1 и F^2 (рис. 91) и из подобия треугольников так же, как в решении 1, находим искомые силы F_1 и F_2.

Недостаток данного способа решения с физической точки зрения заключается в том, что не обосновывается условие равновесия точки C. Не ясно, почему точка C остается в покое, хотя на нее действует сила P. Первый способ имеет преимущество и в методическом отношении, так как знакомит учащихся с одним из общих приемов решения задач, применимым и в статике, и в динамике.

Однако отказываться от второго способа совершенно не следует. Его можно использовать, когда учащиеся хорошо усвоят общий метод решения и будут хорошо понимать известную условность построений, подобных данному на рисунке 91.

При составлении и решении задач на кронштейн, особенно экспериментальных, нужно также иметь в виду следующее. В кронштейнах все стержни должны быть на шарнирах, а шнуры не должны проскальзывать в местах соединений. Если стержень AC наглухо заделан в стену и трос в точке C не закреплен, а перекинут через блок, то во всех случаях натяжение троса будет равно весу груза. Если трос закрепить в точке C, то поскольку стержень AC не только сжимается, но и изгибается, то такой расчет силы растяжения троса окажется неверным.

Модель для демонстрационного эксперимента при решении задач на кронштейн описана К. В. Любимовым [79].

409. Какую нужно приложить силу тяги F_m, чтобы равномерно вкатить по доскам на автомашину бочку массой $m=100$ *кг*, если высота борта $h = 1{,}2$ *м*, а длина досок $l = 4{,}8$ *м*. Какова сила давления F_n бочки на доски? Трением пренебречь.

Решение 1. Изобразим наклонную плоскость (рис. 92)

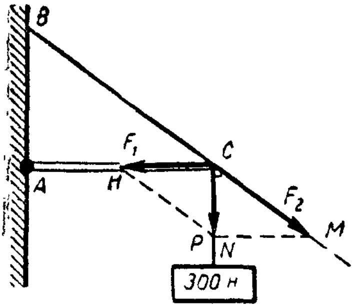


Рис. 91.

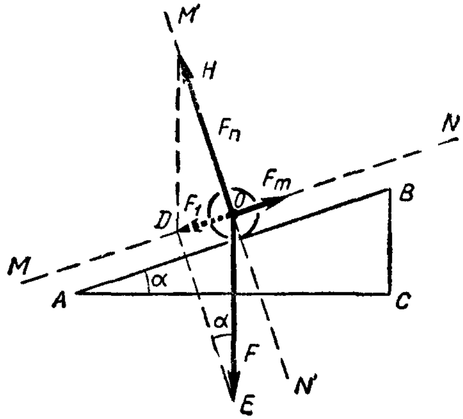


Рис. 92.

и силы, действующие на бочку. По условию дана только одна сила тяжести $F = mg$. Она направлена вниз. На бочку действует также сила тяги F_m, параллельная AB, и сила реакции опоры F_n, перпендикулярная AB. Будем считать F_m уравновешивающей для сил F_n и F. Для построения векторов F_m и F_n проводим через точку O прямые $MN \parallel AB$ и $M'N' \perp AB$. Из конца вектора F проводим прямую линию до пересечения с MN. Точка пересечения D является концом вектора F_1 — равнодействующей сил F_n и F ($ED \perp MN$). Из точки D проводим прямую, параллельную вектору F до пересечения с $M'N'$. Точка пересечения H укажет конец вектора F_n. Вектор F_m равен по величине и противоположен по направлению вектору F_1. Из подобия треугольников ABC и DOE следует $\frac{DO}{OE} = \frac{BC}{AB}$ или $\frac{F_1}{F} = \frac{h}{l}$, откуда

$$F_m = F_1 = \frac{Fh}{l} = \frac{1000\ н \cdot 1{,}2\ м}{4{,}8\ м} = 250\ н.$$

$$F_n = \sqrt{F^2 - F_1^2} \approx 970\ н.$$

Искомая сила давления бочки на доски равна по величине F_n и противоположна ей по направлению.

Решение 2. Разложим вектор $\vec{F}$ на составляющие $\vec{F_1}$ и $\vec{F_2}$ (рис. 128) и, используя подобие треугольников ABC и OEK, найдем F_n и F_m.

410(э). По условию и решению задачи 409 определите, как изменится с увеличением угла α наклонной плоскости сила тяги F_m и сила давления F_n. Выводы проверьте на опыте.

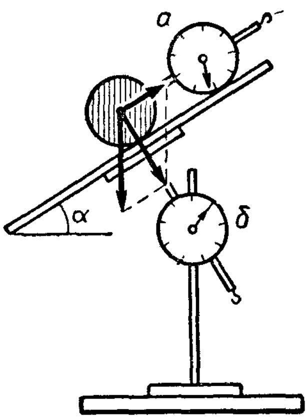


Рис. 93

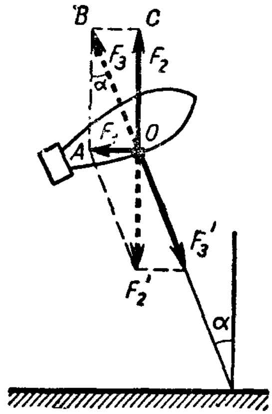


Рис. 94.

Решение. $F_m = F \cdot \frac{h}{l}$, или $F_m = F \cdot \sin\alpha$.

$$F_n = \sqrt{F^2 - F_m^2}, \text{ или } F_n = F \cdot \cos\alpha.$$

С увеличением угла α F_m увеличивается, а F_n уменьшается.

Возможный вариант опыта показан на рисунке 93. Динамометр *а* покажет силу тяги, а *б* — силу давления.

411. На аэростат в горизонтальном направлении действует ветер с силой 1000 *н*. Натяжение троса 2000 *н*. На какой угол от вертикали отклонился трос и каково его натяжение в безветренную погоду?

Решение 1. Выполним чертеж (рис. 94). На точку *О* аэростата действует сила ветра F_1, подъемная сила F_2 и натяжение троса F_3'. Будем считать F_3' уравновешивающей силой для F_1 и F_2. Тогда их равнодействующая $F_3 = -F_3' = 2000$ *н*. Искомая сила $F_2 = \sqrt{F_3^2 - F_1^2} \approx 1700$ *н*.

Решение 2. Будем считать уравновешивающей силу F_2. По величине она равна F_2' — равнодействующей сил F_1 и F_3'.

$$F_2' = \sqrt{F_3'^2 - F_1^2} \approx 1700 \text{ н}.$$

$$\sin\alpha = \frac{F_1}{F_3} = 0{,}5; \qquad \alpha = 30^\circ.$$

За уравновешивающую силу можно принять и F_1. Тогда будет необходимо находить равнодействующую сил F_2 и F_3'.

412(э). Угол α наклона плоскости к горизонту, при котором тело начинает равномерно скользить вниз, называют предельным углом. Пользуясь прибором (рис. 95) или доской с транспортиром, определите предельный угол для тел с различной обработкой поверхности, а по углу найдите коэффициент трения.

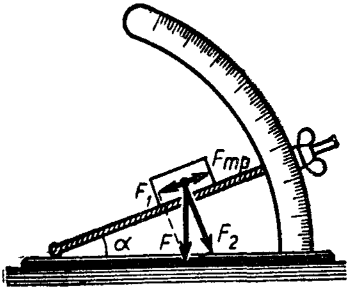


Рис. 95.

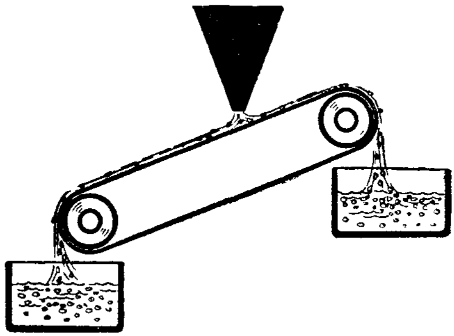


Рис. 96.

Решение. Сила трения $F_{тр} = -F_1$; $F_{тр} = kF_2$; $F_1 = F\sin\alpha$; $F_2 = F\cos\alpha$; $k = \operatorname{tg}\alpha$, т. е. коэффициент трения равен тангенсу предельного угла.

413. Полотняная горка (рис. 96) служит для очистки семян льна от примесей. На движущееся вверх полотно сыплются семена льна с примесями, при этом примеси движутся вверх по полотну, а семена льна — вниз. Почему? С каким углом наклона нужно поставить горку, чтобы разделить на ней смесь семян с коэффициентами трения 0,60 и 0,80? [21, № 239].

Решение. $\operatorname{tg}\alpha_1 = 0{,}60$; $\alpha_1 = 32°$; $\operatorname{tg}\alpha_2 = 0{,}80$; $\alpha_2 = 39°$; $\alpha_{ср} \approx 35°$.

2. Момент силы. Равновесие тел, имеющих ось вращения

Первое понятие о равновесии тел, имеющих ось вращения, учащиеся получают в VI классе на примере равновесия рычагов, ворота, блоков. Как уже говорилось в главе 7, задачи этого типа в VI классе решают с помощью пропорции $\frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1}$. В VIII классе нужно использовать эти сведения, решив с учащимися в качестве повторения задачи, подобные тем, которые приведены в главах 7, 3—4. На примере задач о равновесии тел, к которым приложены две параллельные силы, закрепляют понятие о сложении параллельных сил, направленных в одну сторону. После этого переходят к задачам более сложным, в которых рассматривается действие на тело нескольких сил. В итоге желательно подвести учащихся к пониманию общего правила: твердое тело находится в равновесии, если результирующая всех действующих на него сил и сумма моментов всех сил равны нулю: $\Sigma\vec{F} = 0$; $\Sigma\vec{M} = 0$. Последнее равенство справедливо относительно любой точки.

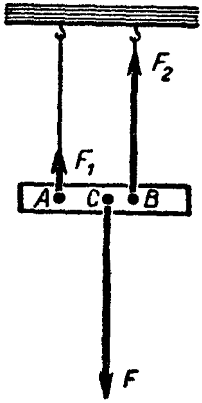


Рис. 97.

В VIII классе решают только такие задачи, по условию которых действующие на тело силы лежат в одной плоскости. Для плоской системы сил векторное равенство $\Sigma\vec{F} = 0$ можно заменить двумя скалярными $\Sigma F_x = 0$ и $\Sigma F_y = 0$, проецируя силы, действующие на тело, на избранные оси x и y.

Аналогичным образом скалярными уравнениями можно заменнть и векториую сумму моментов сил. Но в VIII классе понятие о моменте силы как векторе не вводят и поэтому при решении задач составляют сразу скалярные уравнения $\Sigma M = 0$, считая моменты сил, вращающих тело по часовой стрелке, положительными, а против часовой стрелки — отрицательными.

414. Балка весом 1400 *н* подвешена на двух канатах (рис. 97). Какова сила натяжения этих канатов, если расстояние $AC = 3$ *м* и $CB = 1$ *м*? [22, № 314].

Решение 1. Покажем на чертеже все силы, действующие на балку: силу тяжести F и силы натяжения канатов F_1 и F_2. Сила F является уравновешивающей для сил F_1 и F_2. Следовательно, равнодействующая параллельных сил F_1 и F_2 должна быть приложена к точке C и направлена вверх. По правилу сложения параллельных сил $F = F_1 + F_2 = 1400$ *н*, $\frac{F_1}{F_2} = \frac{CB}{AC}$.

Так как $F_1 = 1400\ н - F_2$, то $\frac{1400\ н - F_2}{F_2} = \frac{1}{3}$; отсюда

$$F_2 = 1050\ н,\ F_1 = 350\ н.$$

Решение 2. Так как балка находится в равновесии, то $\Sigma\vec{F} = 0$ и $\Sigma M = 0$, $\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F} = 0$.

Поскольку силы лежат в одной плоскости и параллельны, запишем уравнение в скалярной форме, проецируя векторы на вертикальное направление, $F_1 + F_2 - F = 0$.

Теперь найдем сумму моментов сил относительно, например, точки A. $F \cdot AC - F_2 \cdot AB = 0$. Подставив в формулы числовые значения величин, найдем: $F_1 = 350$ *н* и $F_2 = 1050$ *н*.

Тот же результат получится, если уравнение моментов записать относительно точки C ($F_1 \cdot AC - F_2 \cdot CB = 0$) или относительно любой иной точки.

415(э). Определите силу, приложенную к правому концу рычага, и силу давления опоры (рис. 98), если вес одного груза — 1 *н*, а вес линейки — 2 *н*.

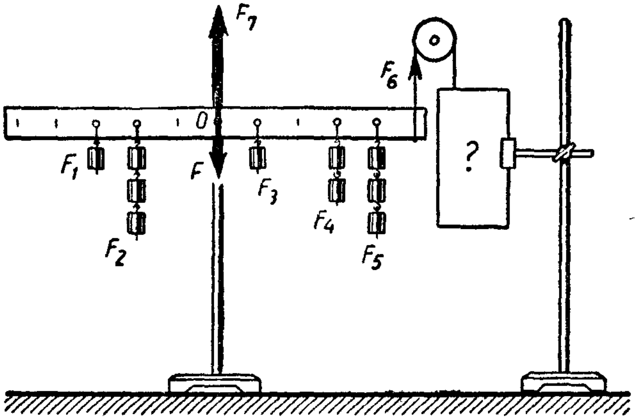


Рис. 98.

Решение. Собирают установку на демонстрационном столе, пользуясь демонстрационным рычагом с делениями по 0,1 *м* и набором грузов по механике. Учащиеся зарисовывают установку и обозначают силы, действующие на рычаг.

По условию равновесия рычага $\Sigma\vec{F} = 0$ и $\Sigma M = 0$. Запишем сначала со знаком плюс все моменты сил, вращающие рычаг по часовой стрелке относительно точки O, а затем — со знаком минус — моменты, вращающие рычаг против часовой стрелки. При этом учтем, что моменты сил давления опоры F_7 и силы тяжести линейки F равны нулю.

$$F_3l_3 + F_4l_4 + F_5l_5 - F_1l_1 - F_2l_2 - F_6l_6 = 0.$$

$$1\,н \cdot 0{,}1\,м + 2\,н \cdot 0{,}3\,м + 3\,н \cdot 0{,}4\,м - 1\,н \cdot 0{,}3\,м - 3\,н \cdot 0{,}2м - F_6 \cdot 0{,}5\,м = 0.$$

Отсюда $F_6 = 2\,н$.

Сняв экран, убеждаются в правильности полученного ответа. Считая силы, направленные вверх, положительными, а вниз — отрицательными, запишем первое уравнение в скалярной форме.

$$F_7 + F_6 - F_1 - F_2 - F_3 - F_4 - F_5 = 0;\ F_7 = 10\ н.$$

Подвесив рычаг в точке O к динамометру, убеждаются, что $F_7 = 10\ н$.

416*. Объясните устройство и действие десятичных весов (рис. 99).

Решение. При расположении груза, например в 20 *н*, посредине платформы EF на точку опоры F действует сила 10 *н*. Эта сила распределяется между точками G и H. Так как $GH : FH = 5 : 1$, то на точки G и D действует сила 2 *н*. Если расстояние на рычаге AD, равное одному делению, принять за единицу, то сумма моментов сил, действующих на правое плечо коромысла, будет равна $M = 1 \cdot 10 + 5 \cdot 2 = 20$ *ед*.

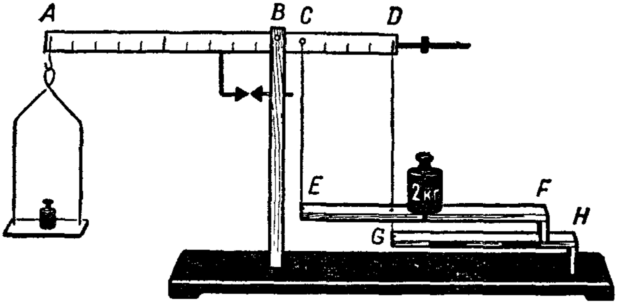


Рис. 99.

Так как длина плеча AB равна 10 делениям, то на левом плече коромысла момент в 20 ед. создается силой 2 *н*, т. е. вес гирь в 10 раз меньше веса взвешиваемого груза.

3. Центр тяжести. Виды равновесия. Устойчивость тел

В VIII классе решают задачи, в которых центр тяжести находят или на опыте, или геометрическим, или аналитическим путем. Полезно также решить ряд задач несколькими способами, чтобы убедить учащихся в их правомерности. Понятие о центре тяжести используют затем при решении задач о видах равновесия и устойчивости тел. Для определения устойчивости тела, имеющего площадь опоры, используют правило о положении отвеса, опущенного из центра тяжести. Это правило нужно обосновать, используя сведения о равновесии тела, имеющего ось вращения.

417. Определите на опыте и обоснуйте теоретически положение центра тяжести круга, прямоугольника и треугольника, вырезанных из картона.

418. Где расположен центр тяжести карандаша, обруча? Всегда ли центр тяжести располагается внутри тела?

419(э). Пользуясь спицами и нитками, определите центр тяжести картофелины или свеклы.

Решение. Картофелину подвешивают два—три раза в разных положениях и протыкают по направлению нити спицей. Разрезав картофелину, обнаруживают, что все отверстия сходятся в одной точке — центре тяжести.

420(э). С помощью медных монет определите вес линейки.

Решение. На конец линейки кладут монеты и уравновешивают, как показано на рисунке 100, *а*. Из рисунка видно, что $F_2AO - F_1BO = 0$. Вес линейки численно равен $F_2 = \frac{F_1BO}{AO}$.

К задачам этого типа учащиеся нередко делают чертежи, подобные изображенному на рисунке 100, *б*, и при решении учитывают вес рычага по обе стороны от точки опоры. В этом нет надобности, так как равнодействующая сил F_3 и F_2 равна весу тела и приложена к его центру тяжести.

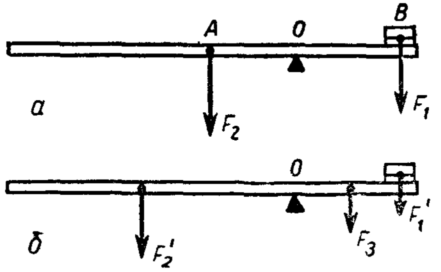


Рис. 100.

421. Найти центр тяжести двух грузов по 4 и 1 *н* (рис. 101). Расстояние между центрами грузов 1 *м*. Весом соединительного стержня пренебречь.

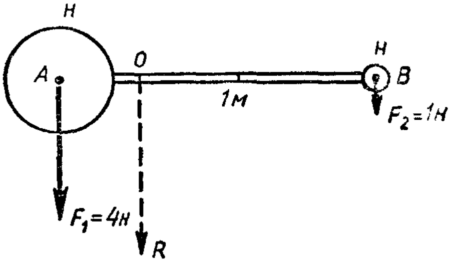


Рис. 101

Р е ш е н и е 1. Центр тяжести O — точка приложения равнодействующей параллельных сил F_1 и F_2 делит расстояние на отрезки, обратно пропорциональные силам. Поэтому

$$\frac{AO}{OB}=\frac{F_2}{F_1};\quad \frac{AO}{1\ м-AO}=\frac{1\ н}{4\ н};$$
$$AO=0{,}2\ м.$$

Р е ш е н и е 2. Грузы останутся в равновесии, если стержень подпереть в центре тяжести — точке O. $\Sigma M=0$, откуда $F_2OB-F_1OA=0$, или $1\ н\ (1\ м-AO)=F_1AO$; $AO=0{,}2\ м$.

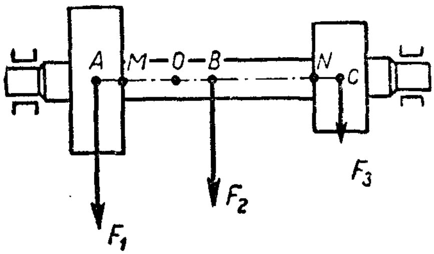


Рис. 102.

Для задач, в которых находят центр тяжести двух тел, оба решения равноценны. Но если требуется определить центр тяжести трех или более тел, то решение первым способом потребует последовательного попарного сложения всех сил, что нерационально. Поэтому лучше задачи этого типа решать вторым способом.

422. Где находится центр тяжести вала с двумя шкивами (рис. 102)? Длина вала между шкивами 380 *мм*, толщина шкивов по 60 *мм*, а вес вала и шкивов соответственно равен 10, 12 и 5 *кгс*. Ответ дать с точностью до трех значащих цифр. [21, № 270].

Р е ш е н и е. Покажем на чертеже направление и точки приложения сил тяжести $F_1=12$ *кгс*, $F_2=10$ *кгс*, $F_3=5$ *кгс*. Центр тяжести лежит между точками A и B. Система находится в равно-

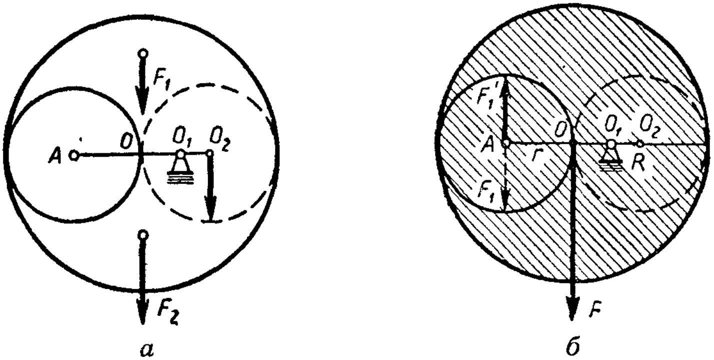


Рис 103.

весии, следовательно, $\Sigma M = 0$. $F_2 \cdot OB + F_3 \cdot OC - F_1 \cdot OA = 0$. Приняв во внимание толщину шкивов ($AM = NC = 30$ *мм*), получим: $10\,кгс \cdot OB + 5\,кгс\,(190\,мм + 30\,мм + OB) - 12\,кгс\,(190\,мм + 30\,мм - OB) = 0$, откуда $OB = 57{,}0$ *см*.

423*. Из однородной круглой пластинки с радиусом R вырезан круг вдвое меньшего радиуса r, касающийся первого круга. Найти центр тяжести полученной пластинки.

Решение 1. Разобьем фигуру на части, выделив пунктиром круг, как показано на рисунке 103, *а*, и применим тот же метод, что и в предыдущей задаче, считая силы тяжести, действующие на отдельные части фигуры, пропорциональными их площадям. Площадь «лепестков» равна $\pi R^2 - 2\pi r^2 = \pi R^2 - 2\pi\left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{\pi R^2}{2}$. Центр тяжести O_1 лежит правее центра O большого круга. Площадь малого круга равна $\frac{\pi R^2}{4}$. Принимая во внимание, что $O_1O_2 = \frac{R}{2} - OO_1$, запишем: $\frac{\pi R^2}{4} \cdot \left(\frac{R}{2} - OO_1\right) - \frac{\pi R^2}{2} \cdot OO_1 = 0$, откуда $OO_1 = \frac{R}{6}$.

Решение 2. Мысленно заполним вырез. Это равносильно тому, что в точке A будет приложена сила F_1, равная силе тяжести, действующей на круг радиуса r. Для того чтобы равновесие фигуры не нарушилось, нужно приложить вверх силу F_1', равную по величине F_1. Теперь на сплошной круг действуют силы F_1' и F, равная силе тяжести, действующей на сплошной круг (рис. 103, *б*):

$$F_1' \cdot AO_1 - F \cdot OO_1 = 0;\ \pi r^2 (r + OO_1) - \pi R^2 \cdot OO_1 = 0;\ OO_1 = \frac{R}{6}.$$

Из решения 2 видно, что для нахождения центра тяжести однородных тел с полостями можно считать тела сплошными, но при этом к центру тяжести полостей следует прилагать вверх силы, равные по величине силе тяжести, действующей на заполнившее их вещество.

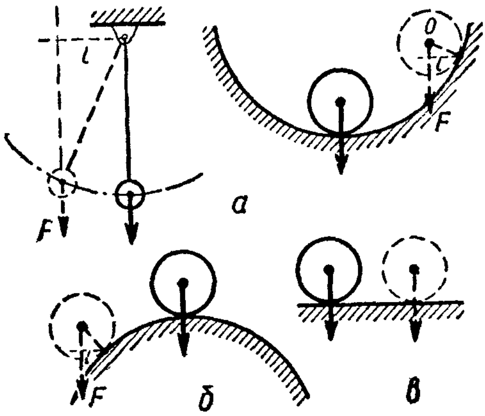


Рис. 104.

424. Устойчивое, неустойчивое или безразличное положение равновесия занимают следующие тела: маятник часов, висящий вертикально; шар, лежащий на выпуклой поверхности; шар, лежащий на вогнутой поверхности; шар, находящийся на горизонтальной поверхности? Ответ обоснуйте, основываясь на условии равновесия тела, имеющего ось вращения.

Решение. Отклоним маятник и шар, лежащий на вогнутой поверхности, от положения равновесия. Как видно из рисунка 104, *а* на них будут действовать вращающие моменты $M = Fl$, заставляющие их двигаться к положению равновесия. Следовательно, эти тела находятся в положении устойчивого равновесия.

На шар, отклоненный от положения равновесия на выпуклой поверхности, действует вращающий момент, заставляющий его катиться дальше от положения равновесия (рис. 104, *б*.). Следовательно, этот шар находится в положении неустойчивого равновесия.

В любом положении на шар, лежащий на горизонтальной поверхности, действуют уравновешивающиеся силы (рис. 104, *в*), поэтому шар находится в положении безразличного равновесия.

425. Длинный шест, поставленный вертикально, находится в положении неустойчивого равновесия. Как же его удерживает жонглер?

Ответ. Жонглер слегка смещает в сторону точку опоры шеста, в результате чего создается вращающий момент, препятствующий его падению.

426. Деревянную линейку закрепите под углом к горизонту и поставьте на нее спичечные коробки, снабженные отвесами, как показано на рисунке 105, *а*. (Для того чтобы коробки не соскальзывали по линейке, воткните в нее кнопки.) Какая из коробок упадет раньше, если увеличивать угол наклона линейки? Почему? Положите коробки плашмя (рис. 105, *б*). Какая стопка опрокинется раньше, если увеличивать угол наклона? Почему?

Решение. На коробки действуют сила тяжести и реакция опоры. Коробка будет в равновесии, если $\Sigma M = 0$ или $F_1 l_1 - F_2 l_2 = 0$. Пока отвес не выходит за площадь опоры, момент

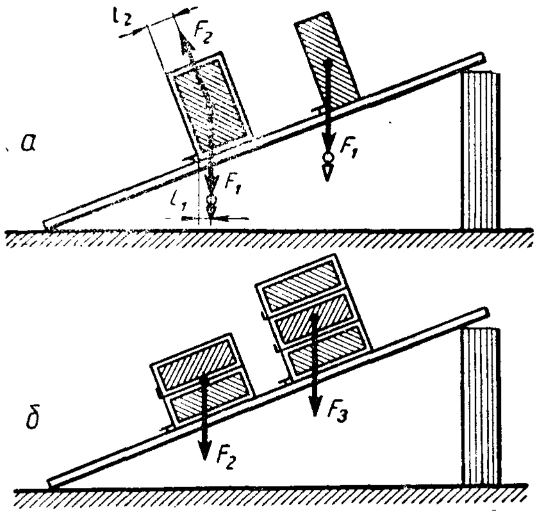


Рис. 105.

$F_1 l_1$ возвращает тело в положение равновесия и, наоборот, опрокидывает его, когда отвес выходит за площадь опоры.

427. Каким образом увеличивают устойчивость штативов, настольных ламп, подъемных кранов?

ГЛАВА 20

ПРИМЕНЕНИЕ ЗАКОНОВ ДВИЖЕНИЯ НЬЮТОНА

Полученные учащимися знания о различных видах движения, законах Ньютона и силах позволяют решать основные задачи динамики: изучая движение материальной точки, определять действующие на нее силы; по известным силам находить ускорение, скорость и положение точки в любой момент времени.

Опираясь на знание учащимися кинематики равнопеременного движения, вначале решают задачи о прямолинейном движении тел под действием постоянной силы, в том числе под действием силы тяжести. Затем переходят к задачам о криволинейном движении, где главное внимание уделяют равномерному движению тел по окружности, в том числе движению планет и искусственных спутников по круговым орбитам.

В большинстве задач рассматривается движение тел под действием нескольких сил (тяжести, трения, упругости и др.). Поэтому второй закон Ньютона нужно использовать в более общем виде, чем это делалось в главе 17.

$\Sigma\vec{F} = \vec{a}\Sigma m$, где $\Sigma\vec{F}$ — векторная сумма внешних сил, а Σm — масса всех тел, движущихся с ускорением $\vec{a}$.

Если на точку действует несколько сил, то можно найти их равнодействующую по правилу сложения векторов. Однако часто более удобным является замена векторного равенства эквивалентной ему системой скалярных равенств:

$$\Sigma F_x = ma_x;\ \Sigma F_y = ma_y;\ \Sigma F_z = ma_z.$$

Для перехода от векторной формы записи второго закона Ньютона к скалярной необходимо найти проекции векторов на оси координат.

Так как в средней школе, как правило, решают задачи о движении тел в одной плоскости, то для этого случая достаточно использовать только одно или два скалярных уравнения, написанные обычно для осей координат, направленных по линии скорости и перпендикулярно к ней. Одно из направлений, обычно совпадающее с направлением вектора ускорения, принимают за положительное, а противоположное — за отрицательное.

1. Прямолинейное движение под действием постоянной силы

При решении задач по этой теме в основном пользуются законом Ньютона, записанным в следующей форме: $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$. При повторении темы, особенно в старших классах, следует также решить несколько задач с применением формулы $\vec{F}t = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$.

Первоначально решают задачи, по условию которых действующие на тело силы направлены по одной прямой. В том числе рассматривают важный случай движения тел под действием силы тяжести. Эти задачи позволяют уточнить понятия о силе тяжести, весе и невесомости. В результате учащиеся должны твердо усвоить, что весом называют силу, с которой тело в поле тяготения давит на горизонтальную опору или растягивает подвес. Силой же тяжести называют силу, с которой тело притягивается к Земле. Так как вес покоящегося относительно Земли тела численно равен силе тяжести, то нередко данные понятия не разграничивают. Например, по весу тела P находят его массу $m = \frac{P}{g}$, в то время как, строго говоря, для нахождения массы нужно знать силу, которая приложена к телу, а не к подставке. Ошибка станет очевидной для рассмотрения состояния невесомости, где $P = 0$, хотя $m \neq 0$ и $g \neq 0$ (см. № 432). Поэтому вес тела и силу тяжести лучше обозначать различными буквами, например P и F.

Далее решают задачи, в которых действующие на тело силы направлены под углом друг к другу. Наконец, рассматривают движение системы тел. Новым и трудным для учащихся вопросом в таких задачах является расчет внутренних сил. Эти задачи могут быть различной трудности в зависимости от числа тел, действующих сил и характера движения. Начинать нужно с несложных задач, когда рассматривают всего два тела, движущиеся с одинаковым ускорением под действием одной силы. Затем задачи нужно постепенно усложнять: принимать во внимание силы сопротивления, увеличивать число движущихся тел и т. д. Особенно сложными являются задачи, по условию которых различные части системы имеют неодинаковое ускорение.

В общем случае при решении задач о движении системы тел второй закон Ньютона применяют к различным телам системы, стараясь получить столько независимых уравнений, сколько неизвестных. Если же уравнений оказывается недостаточно, то в зависимости от условия задачи используют и другие законы: закон сохранения энергии, импульса и формулы кинематики.

428. Автомобиль «Москвич», масса которого вместе с грузом 1200 *кг*, трогаясь с места, за 20 *сек* прошел путь 200 *м*. Считая движение равноускоренным, определите среднюю силу тяги автомобиля.

Решение. $\vec{F} = m\vec{a}$. Так как масса тела m известна, то для определения силы $\vec{F}$ нужно найти ускорение $\vec{a}$. Поскольку движение равноускоренное, то ускорение $\vec{a}$ найдем из формулы $s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$; так как $v_0 = 0$,

то $s = \frac{at^2}{2}$; $a = \frac{2s}{t^2}$; $F = \frac{2\,sm}{t^2} = 1200$ *н*.

429. Мотоцикл «ИЖ», масса которого вместе с мотоциклистом $m = 240$ *кг*, при торможении со скорости 36 *км/ч* прошел до остановки 15 *м*. Определите среднюю силу трения, действующую на мотоцикл.

Решение. $\vec{F} = m\vec{a}$. Ускорение $\vec{a}$ найдем из формулы $v^2 - v_0^2 = 2as$, так как $v = 0$, то $a = -\frac{v_0^2}{2s}$. Знак минус показывает, что ускорение противоположно по направлению скорости тела. $F = -\frac{mv_0^2}{2s}$; $v_0 = 36\ \frac{км}{ч} = 10\ \frac{м}{сек}$; $F = -800$ *н*. Знак минус показывает, что сила направлена в сторону, противоположную скорости.

430. Определите, пользуясь графиком (рис. 106), как движется поезд и какова сила тяги, если известно, что масса поезда 2500 *т*, а коэффициент сопротивления 0,025. [21, № 138].

Решение. По графику видим, что поезд движется замедленно: $a = \frac{v - v_0}{t} = -0{,}2\ \frac{м}{сек^2}$. Силы, действующие на поезд:

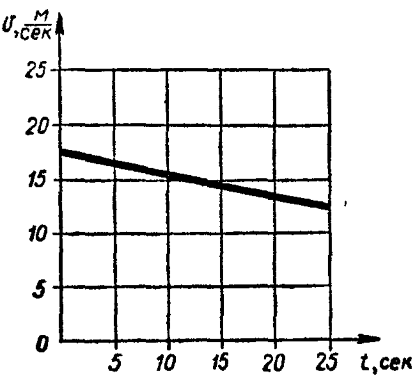


Рис. 106

F — сила тяги локомотива, $F_{тр}$ — сила сопротивления. $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$; $F - F_{тр} = -ma$; $F_{тр} = kF_п = kmg$; $F = m(gk - a) = 110$ *кн*.

431. Согласно второму закону Ньютона, чем больше сила, тем больше и ускорение тела. Почему же в таком случае и тяжелые и легкие тела падают (без учета сопротивления воздуха) с одним и тем же ускорением?

Решение. $g = \frac{F}{m}$, но сила тяжести F в соответствии с законом всемирного тяготения пропорциональна массе тела $F = \gamma\frac{M_з m}{r^2}$, поэтому ускорение $g = \gamma\frac{M_з}{r^2}$ для данного места одинаково для всех тел.

432. Найти вес маятника массой m, подвешенного на нити в ракете, в следующие периоды ее вертикального полета: 1) при ускоренном движении вверх; 2) при равномерном полете вверх; 3) при подъеме с выключенными двигателями; 4) при свободном падении; 5) во время работы тормозной установки, уменьшившей скорость падения до нуля у поверхности Земли.

Решение. На маятник (рис. 107) действует сила тяжести $F = mg$ и сила натяжения нити $F_н$. В соответствии с вторым законом Ньютона $\vec{F} + \vec{F}_н = m\vec{a}$, откуда $\vec{F}_н = m(\vec{a} - \vec{g})$.

По третьему закону Ньютона вес $P = -F_н$, следовательно, $\vec{P} = m(\vec{g} - \vec{a})$. Условимся считать направление вниз положительным, вверх — отрицательным.

1. При ускоренном движении вверх равнодействующая силы тяжести и силы тяги двигателей направлена вверх, поэтому ускорение отрицательно $P = m[g - (-a)] = m(g + a)$, $P > mg$ (перегрузка).

2. При равномерном полете $a = 0$, $P = mg$.

3, 4. При движении только под действием силы тяжести $a = g$, $P = 0$ (невесомость).

5. При работе тормозной установки возможны следующие условия:

а) Вначале сила тяги двигателей меньше силы тяжести. Результирующая сила и ускорение a направлены вниз, $P = m(g - a)$. $P < mg$ (частичная невесомость).

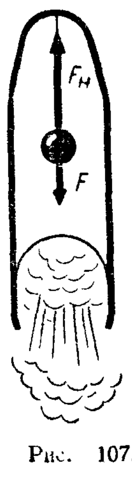


Рис. 107.

б) Сила тяги становится равной силе тяжести: $a = 0$. $P = mg$.

в) Сила тяги больше силы тяжести. Равнодействующая сил и ускорение a направлены вверх, $P = m(g + a)$ (перегрузка).

433. Герои романа Жюля Верна «Из пушки на Луну» летели в снаряде. Пушка «Колумбиада» имела длину ствола 300 *м*. Учитывая, что для полета на Луну снаряд при вылете из ствола должен иметь скорость не менее 11,1 *км/сек*, подсчитайте, во сколько раз «возрастал вес» пассажиров внутри ствола. Движение внутри ствола считать равноускоренным. [38, № 121].

Решение. При ускоренном движении в стволе, направленном вверх, человек давил бы на дно снаряда с силой $F = m(g + a)$ (см. задачу 432). Ускорение a найдем из формулы $v^2 = 2as$, $a = \frac{v^2}{2s}$. Примем $g = 10$ *м/сек*^{2}.

$$F = m \cdot \left[\frac{\left(11100 \frac{м}{сек}\right)^2}{2 \cdot 300 \; м} + 10 \frac{м}{сек^2} \right] = m \cdot 200\,000 \frac{м}{сек^2},$$

т. е. вес человека в снаряде возрастал бы примерно в 20 тыс. раз. Для занимательности можно подсчитать, как это делает Я. И. Перельман [131], что в этом случае шляпа, весившая на Земле 150 *гс*, будет давить на голову с силой в 3 *тс*.

434. По плоскости (рис. 108), наклоненной под углом 30° к горизонту, движется вниз брусок. Какой путь он пройдет за 1 *сек*? Трением пренебречь.

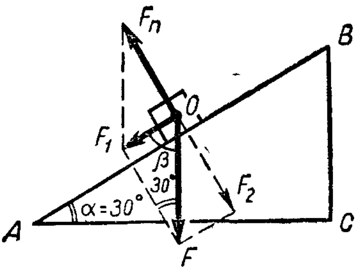


Рис. 108.

Решение 1. $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$. По правилу сложения векторов найдем $\Sigma\vec{F}$, т. е. равнодействующую всех сил, действующих на тело. На брусок действуют две силы: сила тяжести F, направленная вниз, и сила реакции опоры F_n, перпендикулярная наклонной плоскости. Так как тело движется по наклонной плоскости, то равнодействующая всех сил F_1 направлена вдоль наклонной плоскости вниз. Равнодействующая во время движения не изменяется, поэтому движение тела будет равноускоренным. Ускорение $a = \frac{F_1}{m}$; $F_1 = F \sin\alpha = mg \sin\alpha$;

$$a = g \sin\alpha = 4{,}9 \; \frac{м}{сек^2}; \qquad s = \frac{at^2}{2} = 2{,}45 \; м.$$

Решение 2. $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$; $\vec{F}_n + \vec{F} = m\vec{a}$.

Спроецируем все векторы на направление движения.

$$F\cos\beta = ma, \text{ или } F\sin\alpha = ma;$$

$$a = \frac{F\sin\alpha}{m} = g\sin\alpha; \quad s = \frac{at^2}{2} = 2{,}45 \text{ м}.$$

Р е ш е н и е 3. Указав на чертеже действующие на тело силы F_n и F, разложим силу F по двум направлениям — вдоль плоскости и перпендикулярно к ней. Составляющая F_2 уравновешивается реакцией опоры F_n. Сила F_1 движет тело. $F_1 = ma = F\sin\alpha$ и т. д. F_1 можно также найти, используя подобие треугольников ABC и FOF_1. $F_1 = F\cdot\frac{h}{l}$.

Первые задачи этого типа лучше решать третьим и первым способами, поскольку в них для учащихся отчетливее видна физическая сущность второго закона Ньютона. Во втором способе учащихся VIII класса затрудняет сам прием проецирования векторов, который для них может быть не совсем ясен с физической точки зрения. Однако постепенно нужно переходить именно к этому способу решения, как наиболее общему и результативному.

435. Тележка массой 5,0 *кг* движется под действием гири массой 2,0 *кг*. Определите натяжение нити: а) без учета трения; б) с учетом трения ($k = 0{,}10$).

Р е ш е н и е. а) Так как связанные между собой тела системы движутся как целое с одним ускорением, то задачу целесообразно решать, пользуясь уравнением $\sum\vec{F} = \vec{a}\sum m$, где $\sum\vec{F}$ — сумма внешних сил, а $\sum m$ — масса всех движущихся тел. Внешними силами для системы являются силы тяжести $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ и сила реакции опоры $\vec{F}_n$ (рис. 109).

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_n + \vec{F}_2 = (m_1 + m_2)\vec{a}.$$

Силы F_n и F_1 равны по величине и противоположны по направлению, поэтому $F_2 = (m_1 + m_2)a$, откуда $a = \frac{F_2}{m_1 + m_2}$.

Для определения натяжения нити рассмотрим движение тележки как изолированной системы. Внешними силами для нее являются F_1, F_n и $F_н$. Так как $F_1 = -F_n$, то

$$F_н = m_1 a = \frac{m_1 F_2}{m_1 + m_2} = 14 \text{ н } (F_н < F_2!).$$

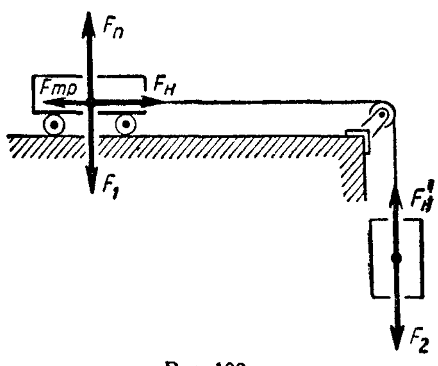


Рис. 109.

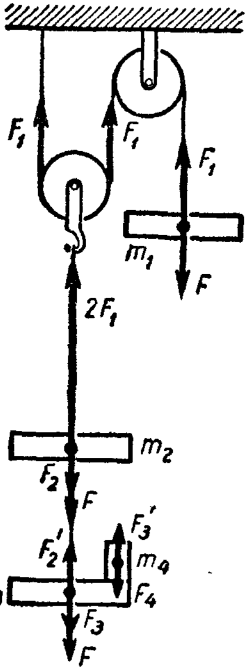


Рис. 110.

Проверка. Натяжение $F'_н$ найдем, рассматривая движение гири.

$$\text{а)}\quad F_2 - F'_н = m_2 a;$$

$$F'_н = F_2 - m_2 a = F_2 - \frac{m_2 F_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 F_2}{m_1 + m_2}.$$

$$\text{б)}\quad F_{тр} = kF_1 = kmg = 4{,}9\ н.$$

$$F_2 - F_{тр} = (m_1 + m_2)\,a.$$

$$a = \frac{F_2 - F_{тр}}{m_1 + m_2} = 2{,}1\ \frac{м}{сек^2};$$

$$F_н - F_{тр} = m_1 a_1;\quad F_н = 15\ н.$$

Трение увеличило натяжение нити.

436*. Три тела массой m_1, m_2 и m_3, по 10,0 *кг* каждое, подвешены на блоках, как показано на рисунке 110. На тело m_3 положили перегрузок $m_4 = 0{,}50$ *кг*. Найти натяжение нитей, силы давления на оси блоков и силу давления перегрузка на тело m_3. Трением и массой блоков пренебречь.

Решение. Тела, подвешенные к подвижному блоку, будут ускоренно опускаться. Ускорение a_2 вдвое меньше ускорения a_1 тела массой m_1 (за время t тело массой m_1 поднимается на высоту $2h = \frac{a_1 t^2}{2}$, а тела на подвижном блоке опустятся на расстояние $h = \frac{a_2 t^2}{2}$, поэтому $a_1 = 2a_2$).

В соответствии с вопросами задачи укажем на чертеже силы, действующие на тела. По третьему закону Ньютона $F_2 = -F'_2$ и $F_3 = -F'_3$, где F_2 и F'_2 — силы натяжения нити, действующие соответственно на тела массами m_2 и m_3, а F_3 и F'_3 — силы взаимодействия тел m_3 и m_4.

Так как тела системы движутся не с одним ускорением и нужно найти все внутренние силы, применим второй закон Ньютона к каждому телу в отдельности. Силы и ускорения, направление которых совпадает с направлением движения, будем считать положительными, а силы и ускорения, направленные против движения, отрицательными.

1) $F_1 - F = m_1 2a_2;$
2) $F + F_2 - 2F_1 = m_2 a_2;$
3) $F + F_3 - F_2 = m_3 a_2,$
4) $F_4 - F_3 = m_4 a_2.$

Решив систему уравнений, найдем $a_2 = 0{,}0817\ \frac{м}{сек^2}$; $F_1 = 99{,}7\ н$; $F_3 = 4{,}86\ н$; $F_2 = 102\ н$. Сила давления на оси блоков $F_б = 2F_1 \approx 19{,}9\ н$.

437*. Через легкий вращающийся без трения блок перекинут шнур (рис. 111). На одном конце шнура привязан груз массой m_1. По другому концу шнура с постоянным относительно шнура ускорением a_2 скользит кольцо массой m_2. Найдите ускорение a_1 тела массой m_1 и силу трения $F_{тр}$ кольца о шнур. Массой шнура пренебречь[1].

Решение. Укажем на чертеже силы, приложенные к телам массами m_1 и m_2. На тело массой m_1 действует вниз сила тяжести F_1 и вверх натяжение шнура $F_н$. На тело массой m_2 действует сила тяжести F_2 и сила трения $F_{тр}$, создающая натяжение шнура. Поэтому $F_н = F_{тр}$. К каждому из тел применим второй закон Ньютона. Надо особо подчеркнуть (в этом и заключается значение данной задачи), что ускорения тел нужно всегда брать относительно неподвижной системы отсчета (в данном случае Земли). Ускорение $\vec{a}_2{}'$ тела массой m_2 относительно Земли складывается из переносного ускорения $\vec{a}_1$ шнура и ускорения $\vec{a}_2$ относительно шнура: $\vec{a}_2' = \vec{a}_1 + \vec{a}_2$.

Поскольку в задаче не сказано, как движутся тела, то здесь возможны различные случаи. Тело массой m_1 может двигаться как вниз, так и вверх. Допустим, что оно движется вниз. В этом случае ускорения a_1 и a_2 тела массой m_2 направлены в противоположные стороны: a_1 — вверх и a_2 — вниз. Однако и здесь возможны несколько случаев:

1) $a_1 > a_2$; a_2' направлено вверх;

2) $a_1 < a_2$; a_2' направлено вниз;

3) $a_1 = a_2$; $a_2' = 0$ (тело массой m_2 покоится относительно Земли).

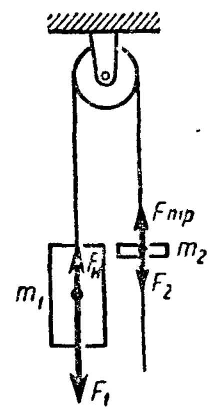


Рис. 111.

Решим задачу для первого случая, предоставив читателю самостоятельно рассмотреть остальные. За положительное примем направление вниз.

1) $F_1 - F_н = m_1 a$, или $m_1 g - F_н = m_1 a_1$.

2) $F_2 - F_н = -m_2(a_1 - a_2)$, или $m_2 g - F_н = m_2(a_2 - a_1)$.

Решив систему, найдем

$$a_1 = \frac{m_1 g - m_2(g - a)}{m_2 + m_1};\quad F_н = \frac{m_1 m_2 (2g - a)}{m_1 + m_2}.$$

[1] Стрелков С. П. и др. Сборник задач по общему курсу физики, ч. I. М. — Л., ГИТТЛ, 1949, № 80.

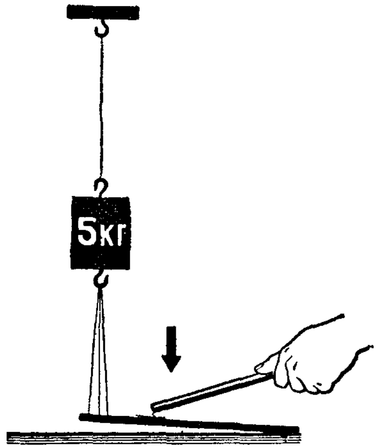


Рис 112.

438. На тонкой нити висит массивная гиря (рис. 112). Снизу к гире на трех таких же нитях привязан стержень. Что произойдет, если резко ударить по стержню? медленно действовать на стержень рукой, постепенно увеличивая силу давления?

Решение. В соответствии с формулой $\vec{F}t = \Delta m\vec{v}$ при малом времени действия t даже большой силы F изменение количества движения Δmv, а, следовательно, скорости и местоположения тела, может быть незначительным. Тело практически останется на месте. Если сила F окажется больше силы упругости нижних нитей, то они оборвутся. При длительном действии силы, превышающей вместе с весом гири прочность верхней нити, последняя оборвется.

439*. Молекула массой $m=4{,}65 \cdot 10^{-26}$ *кг* ударяется и упруго без потери скорости отскакивает от стенки сосуда. Найдите импульс силы, полученный стенкой, если молекула летит и отскакивает: а) перпендикулярно; б) под углом 30° к стенке. Скорость молекулы 600 *м/сек*.

Решение. а) Действующий на молекулу импульс силы $\vec{F}t = \Delta m\vec{v} = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$ (рис. 113, *а*). Так как $\vec{v}_2 = -\vec{v}_1$, то $\vec{F}t = -2\, m\vec{v}_1$. Знак минус показывает, что сила, с которой стенка действует на молекулу, противоположна по направлению скорости $\vec{v}_1$. По третьему закону Ньютона молекула действует на стенку с такой же по величине, но противоположно направленной силой, импульс которой равен

$$Ft = 2 \cdot 4{,}65 \cdot 10^{-26}\ кг \cdot 600\,\frac{м}{сек} = 5{,}6 \cdot 10^{-23}\ н \cdot сек.$$

б) $\vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \Delta\vec{v}$ (рис. 113, *б*) $\Delta v = v_2 = v_1$; $Ft = 2{,}8 \cdot 10^{-23}$ *н·сек*.

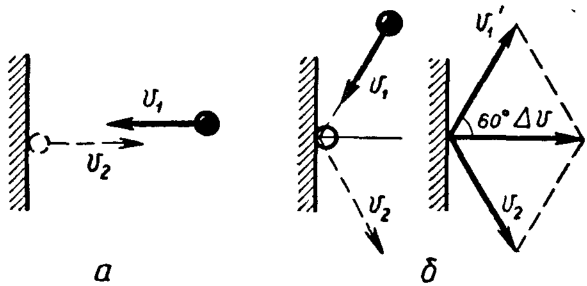


Рис. 113. *а* *б*

440*. Молот массой 1 m падает с высоты 1,77 $м$ на наковальню. Длительность удара 0,01 *сек*. Определите среднее значение силы удара, считая его неупругим. Как изменилась бы сила удара, если бы он был упругим?

Решение. $\vec{F} = \frac{m\Delta\vec{v}}{\Delta t}$; $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = -\vec{v}_1$,

так как $\vec{v}_2 = 0$; $v = \sqrt{2gh}$; $F = \frac{m\sqrt{2gh}}{\Delta t} \approx 6 \cdot 10^5$ $н$.

При упругом ударе $\Delta\vec{v} = -2\vec{v}_1$ и, следовательно, сила удара возросла бы вдвое.

2. Движение тела, брошенного горизонтально и под углом к горизонту

При решении задач по данной теме используют и закрепляют знания и умения, полученные при изучении предыдущих разделов кинематики и динамики. В них рассматривают движение тел со сравнительно небольшими скоростями и малой дальностью полета, когда поверхность Земли можно принимать за плоскость. Для этого случая движение тел, брошенных горизонтально или под углом к горизонту, рассматривают как сложное, состоящее из вертикального равнопеременного движения под действием силы тяжести и равномерного движения в горизонтальном направлении. Для упрощения расчетов полезно использовать принцип обратимости, согласно которому тело повторяет свое движение в обратном направлении по той же траектории, если его в некоторый момент времени заставить двигаться назад с той же по величине скоростью.

При повторении материала полезно рассмотреть задачи о движении тел и с такими скоростями, когда нужно учитывать сферическую форму земной поверхности (№ 447).

441(э). На конец линейки положите две спичечные коробки или монеты и воткните позади одной из них канцелярскую кнопку. При резком движении линейки в горизонтальном направлении одна коробка отлетит на некоторое расстояние, а вторая упадет вниз. По удару коробок о пол сравните время их движения и обоснуйте сделанный вывод.

Ответ. Время полета коробок одинаково и равно в соответствии с формулой $h = \frac{gt^2}{2}$ времени их свободного падения t с высоты h.

442(э). Определите начальную скорость v_0 «пули», вылетающей из детского пружинного ружья или пистолета.

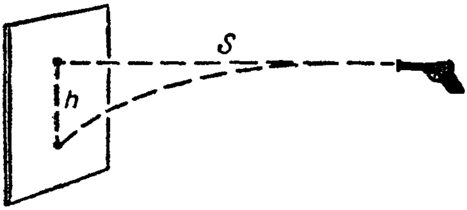


Рис. 114.

Решение. Выстрелим из пистолета в горизонтальном направлении, как показано на рисунке 114, и измерим величины s и h.

$$s = v_0 t;\ h = \frac{gt^2}{2};\ t = \sqrt{\frac{2h}{g}};\ v_0 = \frac{s}{\sqrt{\frac{2h}{g}}}.$$

Проверка. Выстрелим вертикально вверх и измерим высоту полета h'. $v_0' = \sqrt{2gh'}$. В пределах точности опыта v_0' должно совпадать с v_0.

443. Из орудия под углом $\alpha = 30°$ к горизонту вылетает снаряд со скоростью $v_0 = 600$ *м/сек*. Определите дальность, наибольшую высоту и время полета снаряда. Сопротивлением воздуха пренебречь. Принять $g = 10$ *м/сек*^{2}.

Решение 1. Изобразим вектор скорости v_0, направленный под углом 30° к горизонту, и примерный вид траектории полета тела (рис. 115). $v_в = v_0 \sin\alpha$, $v_г = v_0 \cos\alpha$. Тело будет равнозамедленно подниматься вверх и равномерно перемещаться вправо.

По величине $v_в = gt_1$ найдем $t_1 = \frac{v_в}{g} = \frac{v_0 \sin\alpha}{g} = 30$ *сек*.

$h = \frac{gt_1^2}{2} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2\,g} = 4{,}5$ *км*. Полное время полета $t = 2t_1 = 60$ *сек*.

$$s = v_г t = \frac{v_0 \cos\alpha\, 2v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} = 31 \text{ км}.$$

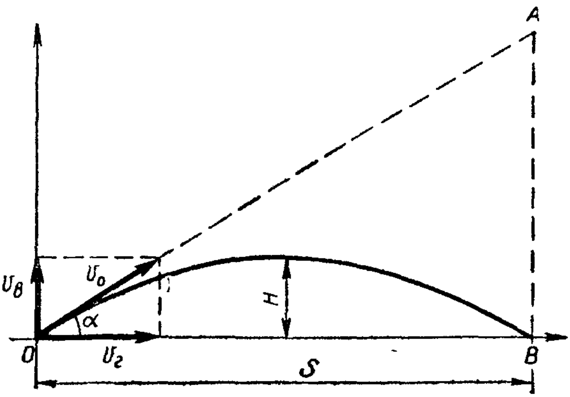


Рис. 115.

Р е ш е н и е 2. Воспользуемся принципом обратимости. Если с верхней точки траектории снаряд будет лететь так, что его скорость у поверхности Земли станет равной по величине, но противоположной по направлению v_0, то он опишет ту же траекторию (половину параболы). Но такого типа задачи уже решали ранее (см. № 242).

1. $s_1 = v_г t_1;\ v_г = v_0 \cos\alpha;\ s_1 = v_0 \cos\alpha\ t_1.$ (1)

2. Значение t найдем из формулы

$$h = \frac{gt_1^2}{2};\ t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}. \qquad (2)$$

3. Для определения h используем уравнение

$$v_в^2 = 2gh;\ v_в = v_0 \sin\alpha,\ h = \frac{v_в^2}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}. \qquad (3)$$

Решив систему уравнений 1—3 и приняв во внимание, что дальность полета $s = 2s_1$ и время $t = 2t_1$, получим тот же результат, что и в решении 1.

Достоинство данного способа в том, что он сводит решение новой задачи к рассмотренному ранее типу.

Р е ш е н и е 3*. Дальность полета s рассматриваем как сумму двух последовательных перемещений: равномерного OA со скоростью v_0 и свободного падения AB, $OA = v_0 t$; $AB = \frac{gt^2}{2}$. $AB = AO \sin\alpha$, или $v_0 t \sin\alpha = \frac{gt^2}{2}$, откуда $t = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}$.

$$s = v_0 t \cos\alpha = \frac{v_0 2v_0 \cos\alpha \sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g};\qquad h = \frac{v_в^2}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}.$$

444. Как будут изменяться вертикальная и горизонтальная составляющие скорости во время полета тела, брошенного под углом к горизонту? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Р е ш е н и е. $v_в = v_{в0} - gt = v_0 \sin\alpha - gt$. Вертикальная составляющая изменяется по закону равнопеременного движения с ускорением g. $v_г = v_0 \cos\alpha = \text{const}$. Скорость тела $\vec{v} = \vec{v}_в + \vec{v}_г$, так как $v_г = \text{const}$. Скорость тела v изменяется так же, как $\vec{v}_в$: $a = g$.

Этот же вывод следует и из второго закона Ньютона. На летящее тело действует, если не учитывать сопротивления воздуха, только сила тяжести $F = ma$. Так как $F = mg$, то $a = g$. Следовательно, движение по параболе — это один из видов свободного падения тел в поле тяжести. Поэтому тело будет находиться в состоянии невесомости.

445. По данным задачи 443 найдите величину и направление скорости v через 40 *сек* полета.

Решение. $v_в = v_0 \sin\alpha - gt = -100\ \frac{м}{сек}$. Знак минус означает, что тело летит вниз. $v_г = v_0 \cos\alpha = 520\ \frac{м}{сек}$. $\vec{v} = \vec{v}_в + \vec{v}_г$; $v = \sqrt{v_в^2 + v_г^2} = 530\ \frac{м}{сек}$.

Вектор скорости v направлен к горизонту под углом α: $\operatorname{tg}\alpha = \frac{v_в}{v_г} \approx 0{,}19$.

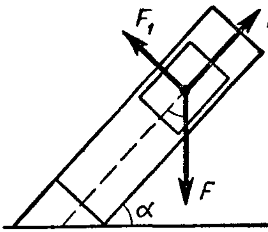


Рис. 116

446*. На рисунке 116 показана схема полета «человека-снаряда» в цирке [131, стр. 68]. Рассчитайте перегрузку, которую испытывает артист в пушке, и время, в течение которого он находится в состоянии невесомости, если наклон пушки 70°, наибольшая высота полета 19 *м*, а длина ствола пушки 6 *м*. Движение человека в стволе считать равноускоренным. Трением пренебречь.

Решение. В состоянии невесомости человек будет находиться во время полета, когда он вылетит из пушки. Время и начальную скорость полета v найдем из формул:

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g};\quad v_0 = \frac{\sqrt{2gh}}{\sin\alpha} = 21\ \frac{м}{сек};\quad t = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} \approx 4\ сек.$$

В стволе на человека действуют сила тяжести F, сила упругости пружины F_2 и сила реакции ствола F_1. По второму закону Ньютона $\sum\vec{F} = m\vec{a}$. Спроецируем все векторы на направление движения $F_2 - F\sin\alpha = ma$. Человек будет давить на подставку с силой, численно равной $F_2 = F\sin\alpha + ma$. Ускорение a найдем из формулы $a = \frac{v^2}{2l}$,

$$F_2 = mg\sin\alpha + \frac{mv^2}{2l} = m\,46\ \frac{м}{сек^2};$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{m\,46\ \frac{м}{сек^2}}{m\,9{,}8\ \frac{м}{сек^2}} \approx 4{,}7.$$

3. Движение по окружности

При решении задач о движении тела, брошенного под углом к горизонту, учащиеся получили понятие о том, что при криволинейном движении под действием силы тяжести скорость может изменяться как по величине, так и по направлению, при этом ускорение направлено в сторону силы тяжести. Эти понятия закрепляют и углубляют при решении задач о движении тела по окружности под действием не только силы тяжести, но и сил упругости, а при повторении материала в IX классе следует рассмотреть также движение зарядов в электрическом и магнитном полях.

Задачи решают по такому плану: указывают на чертеже силы, действующие на движущееся по окружности тело; записывают второй закон Ньютона $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$. Равнодействующая всех внешних сил и, следовательно, центростремительное ускорение $a = \frac{v^2}{R}$ направлены по радиусу к

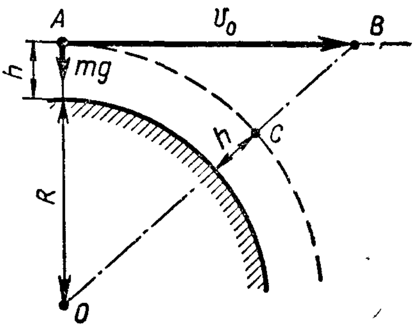


Рис. 117.

центру. Поэтому для перехода от векторной формы записи уравнения к скалярной часто прибегают к проецированию векторов на направление радиуса. Вводить понятия центростремительной силы не следует, так как в большинстве случаев это равнодействующая нескольких сил. Учащиеся же под этим термином нередко подразумевают нечто самостоятельное, не связанное с взаимодействием конкретных тел.

Вначале решают задачи, в которых силы, действующие на движущееся по окружности тело, направлены по одной прямой, а затем рассматривают более сложные задачи, в которых силы направлены под углом друг к другу.

447. Определите, при какой примерно горизонтальной скорости у поверхности Земли тело могло бы стать ее спутником, если бы не было сопротивления воздуха.

Решение. Допустим, что на некоторой высоте h у поверхности Земли тело получило скорость v_0 (рис. 117). Если бы не было притяжения Земли, то через 1 *сек* тело оказалось бы в точке B на расстоянии, численно равном v_0. Но так как тело не только летит от A к B, но и одновременно падает, то оно фактически окажется на той же высоте h в точке C. CB равно пути, пройденному телом при падении за 1 *сек*. $CB = \frac{gt^2}{2} \approx 5$ *м*. Из треугольника OAB найдем $AB = \sqrt{(R + CB)^2 - R^2} \approx \sqrt{2RCB}$, где R — радиус Земли, примерно равный 6400 *км*. $AB = 8$ *км*. $v_0 = 8 \frac{км}{сек}$.

448. Определите силу давления лыжника на снег: а) на горизонтальном участке дороги; б) на середине вогнутого участка; в) на середине выпуклого участка. Масса лыжника 70 *кг*, скорость 20 *м/сек*, радиус кривизны криволинейных участков 80 *м*. Силой трения пренебречь.

Решение. а) На горизонтальном участке пути (рис. 118, *а*) на лыжника действует сила реакции опоры $\vec{F}_n$ и сила тяжести F.

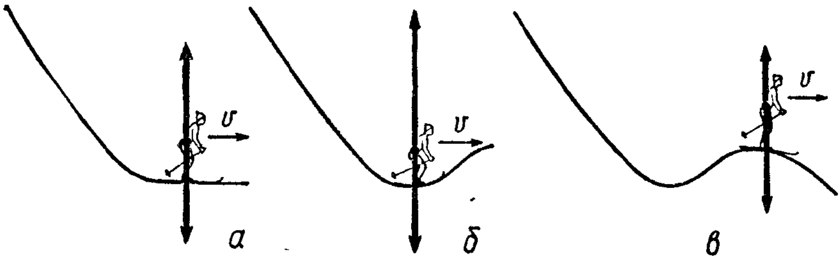


Рис. 118.

По второму закону Ньютона $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$; $F_n - F = ma$. Так как $a = 0$, то $F_n = F = mg \approx 686$ *н*. По третьему закону Ньютона лыжник действует на опору с силой $F_1' = -F_n$.

б) Для вогнутого участка пути (рис. 118, *б*) $F_n - F = ma$; $a = \frac{v^2}{R}$. Так как ускорение направлено по радиусу к центру, то и равнодействующая сил F_n и F направлена в ту же сторону, поэтому $F_n > F$; $F_n = F + ma = 690\ н + 70\ кг \cdot \frac{\left(20 \frac{м}{сек}\right)^2}{80\ м} \approx 1000\ н$. Следовательно, сила давления лыжника на снег также равна 1000 *н*, т. е. значительно превышает силу давления, которую он оказывал на горизонтальном участке дороги.

Этот факт, который нередко удивляет учащихся, нужно обсудить более подробно. На рисунке 118 нужно указывать не только силы, но и вектор скорости $\vec{v}$. Без этого у учащихся часто возникают недоуменные вопросы: «Если $F_n > F$, то почему лыжник не летит вверх?» По инерции лыжник двигался бы по прямой линии. Но на его пути встречается препятствие — подъем, который действует на лыжника, изменяя траекторию его движения и скорость. По третьему закону Ньютона лыжник с такой же по величине силой действует на участок дороги. Следовательно, сила давления на вогнутый участок дороги будет больше, чем на горизонтальный. Ускорение $a = \frac{v^2}{R}$ определяется всеми действующими на тело силами.

в) Для выпуклого участка (рис. 118, *в*) $F - F_n = ma$. Ускорение направлено по радиусу вниз, поэтому $F_n < F$, что видно и из уравнения $F_n = F - \frac{mv^2}{R} = 690\ н - 350\ н = 340\ н$, т. е. сила давления в этом случае меньше, чем на горизонтальный участок дороги. Причину этого можно пояснить следующим образом: по инерции, имея скорость $\vec{v}$, лыжник «стремится» двигаться по прямой, удаляясь от дороги, поэтому сила его давления на выпуклый участок дороги меньше, чем на горизонтальный. Можно сослаться на известный учащимся факт: тело, движущееся горизонтально, может вообще оторваться от поверхности Земли («прыжки» лыжника или мотоциклиста, с большой скоростью въехавшего на выпуклый участок дороги).

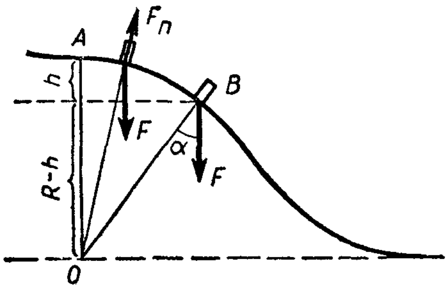


Рис. 119.

449. С какой скоростью должен ехать лыжник (см. № 448), чтобы в верхней точке траектории давление его на снег было равно нулю?

Решение. $F - F_n = \frac{mv^2}{R}$. Так как $F_n = 0$, то

$$F = mg = \frac{mv^2}{R};\ v = \sqrt{Rg} = 28\,\frac{м}{сек}.$$

450*. Лыжник съезжает с верхней точки горы. На какой высоте от начала движения его давление на снег станет равным нулю, если траекторию на данном участке пути можно считать дугой окружности радиусом $R = 80$ *м*. Трением пренебречь.

Решение. При движении лыжника по траектории AB (рис. 119) на него действует сила тяжести $\vec{F}$ и сила реакции опоры $\vec{F}_n$. По второму закону Ньютона $\vec{F} + \vec{F}_n = m\vec{a}$.

Спроецируем векторы на направление радиуса: $F\cos\alpha - F_n = \frac{mv^2}{R}$.

Для точки B, где $F_n = 0$, $F\cos\alpha = \frac{mv^2}{R}$, или $g\cos\alpha = \frac{v^2}{R}$; $v^2 = 2gh$; $\cos\alpha = \frac{R-h}{R}$. Поэтому $g\frac{R-h}{R} = \frac{2gh}{R}$, откуда $h = \frac{R}{3} \approx 27$ *м*.

451(э). Наполните ведерко водой и, взяв его в руку, быстро вращайте в вертикальной плоскости так, чтобы из ведерка не выливалась вода, когда оно находится дном вверх. Рассчитайте и проверьте на опыте, какое наименьшее число оборотов в секунду по окружности должно совершать ведерко, чтобы в верхней точке траектории вода не давила на дно.

Решение. В верхней точке траектории (рис. 120) вода движется со скоростью v, направленной горизонтально. Сила тяжести $\vec{F}$ и сила реакции дна ведерка $\vec{F}_н$ сообщают воде центростремительное ускорение и заставляют его двигаться по окружности.

По второму закону Ньютона $\vec{F} + \vec{F}_н = \frac{m\vec{v}^2}{R} = m\omega^2\vec{R}$.

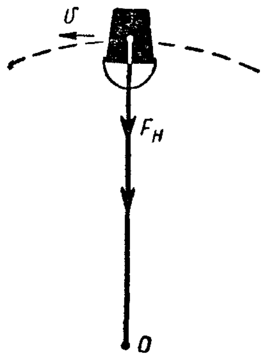


Рис. 120.

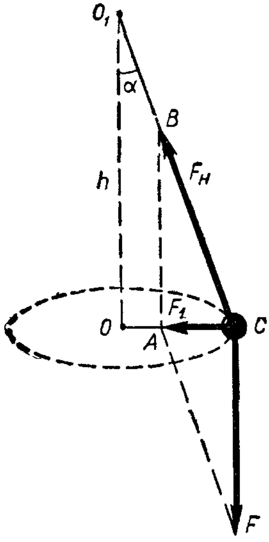


Рис. 121.

По условию $\vec{F}_н = 0$, поэтому $F = mg = m\omega^2 R = 4\pi^2 m n^2 R; n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{R}}$.

Допустим R — расстояние от плеча до середины ведерка — равно 70 *см*, тогда $n \approx 0{,}59\ \frac{1}{сек}$.

452(э). Найдите величину силы, заставляющей гирьку массой 100 *г*, подвешенную на нити длиной $l = 60{,}0$ *см*, вращаться в горизонтальной плоскости по окружности радиусом $R = 20{,}0$ *см*. Расчеты проверить на опыте. Принять вес гирьки равным 1 *н*.

Решение 1. В избранном масштабе изображаем конический маятник (рис. 121). На гирьку действуют сила тяжести $\vec{F}$ и сила натяжения нити $\vec{F}_н$. Силу F изображаем, пользуясь масштабом 1 *см* — 0,2 *н*. Под действием этих сил гирька получает ускорение, направленное к центру окружности. Следовательно, и равнодействующая $\vec{F}_1$ сил $\vec{F}$ и $\vec{F}_н$ направлена по радиусу к центру. Для построения равнодействующей $\vec{F}_1$ и силы натяжения $\vec{F}_н$ из конца вектора $\vec{F}$ проводим прямую линию, параллельную нити, до пересечения с радиусом. $F_1 = AC \approx 0{,}35$ *н*. Далее из точки A проводим вертикальную прямую до пересечения с нитью. $F_н = BC \approx 1{,}1$ *н*.

Решение 2. Из подобия треугольников OO_1C, ABC и ACF следует:

$$\frac{F_1}{F} = \frac{R}{h};\quad F_1 = \frac{FR}{h};\quad h = \sqrt{l^2 - R^2} \approx 57\ см.$$

$$F_1 \approx 36\ н;\quad \frac{F_н}{F} = \frac{l}{h};\quad F_н \approx 1{,}1\ н.$$

Проверка 1. Оттянем гирьку с помощью динамометра от вертикали на 20 *см*. Сила тяги динамометра и будет численно равна F_1.

Проверка 2. Подсчитав число оборотов n гирьки за секунду, найдем силу по формуле $F_1 = 4\pi^2 n^2 mR$.

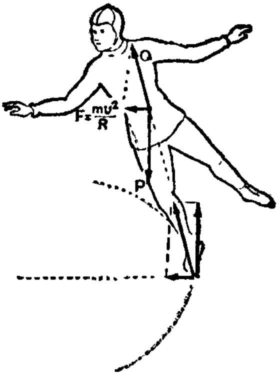


Рис. 122.

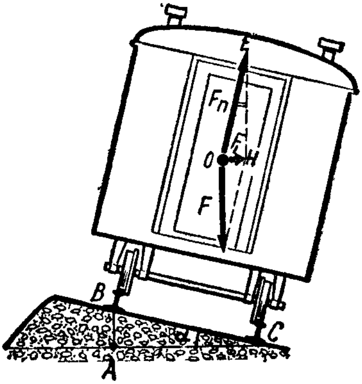


Рис. 123.

453. Каков радиус R виража для конькобежца, едущего со скоростью $v = 10$ *м/сек*, при угле наклона ко льду $\alpha = 60°$?

Решение. Изобразим конькобежца (рис. 122) и укажем действующие на него силу тяжести P и силу реакции льда Q. Равнодействующая этих сил F создает центростремительное ускорение, направленное горизонтально по радиусу R. В соответствии со вторым законом Ньютона $\vec{P} + \vec{Q} = \frac{m\vec{v}^2}{R}$, или $F = \frac{mv^2}{R}$, откуда $R = \frac{mv^2}{F}$, $F = P \operatorname{ctg} \alpha = mg \operatorname{ctg} \alpha$, получаем $R = \frac{v^2}{g \operatorname{ctg} \alpha} \approx$ ≈ 18 *м*.

При решении этой задачи у учащихся нередко возникает вопрос, почему сила Q направлена под углом ко льду, так как они привыкли к тому, что сила реакции опоры перпендикулярна к поверхности. Учитель должен иметь в виду, что в данном случае Q есть равнодействующая силы трения $F_{тр}$ и силы нормального давления F_1, действующих на коньки (см. дополнительное построение на рис. 122). $F_{тр}$ и создает центростремительное ускорение.

Не нужно также смешивать $F_{тр}$ с трением скольжения коньков по льду. $F_{тр}$ — это сила трения покоя или трения скольжения для движения конька в направлении, перпендикулярном его лезвию.

454. На сколько следует поднять наружный рельс над внутренним на закруглении радиусом 400 *м*, чтобы при скорости движения 54 *км/ч* сила давления поезда на рельсы была перпендикулярна к ним? Ширина железнодорожной колеи равна 152,4 *см* [39, № 302].

Решение. На вагон (рис. 123) действует сила тяжести F и сила реакции опоры F_n. Их равнодействующая F_1, направленная горизонтально, создает центростремительное ускорение.

Искомую величину AB найдем из подобия треугольников ABC и OEH:

$$\frac{AB}{AC}=\frac{F_1}{F};\ AB=\frac{AC\cdot F_1}{F}, \qquad (1)$$

$$AC=\sqrt{BC^2-AB^2}. \qquad (2)$$

$$F_1=\frac{mv^2}{R}. \qquad (3)$$

Решив систему уравнений 1 — 3, найдем $AB = 8{,}6$ *см*.

4. Движение планет и искусственных спутников

Движение планет и искусственных спутников в VIII классе рассматривают как равномерное движение по окружностям.

Для повторения и связи с изученным ранее материалом сначала полезно решить одну-две задачи на расчет силы притяжения между небесными телами.

Ряд данных о солнечной системе учащимся полезно записать в тетрадях, с тем чтобы они были «под рукой» при решении задач. Некоторые из них могут быть найдены учащимися самостоятельно.

Многие задачи о движении планет и спутников могут быть решены как с помощью кинематики, так и с помощью динамики. Решение задачи несколькими способами полезно для повторения пройденного материала и проверки полученных результатов.

455. Рассчитайте величину силы, заставляющей Землю вращаться вокруг Солнца, считая орбиту Земли окружностью.

Решение. Искомой является сила, с которой Солнце притягивает Землю.

$$F=\gamma\frac{Mm}{R^2}=\frac{1\,н\cdot м^2\cdot кг^{-2}}{1{,}5\cdot 10^{10}}\cdot\frac{2\cdot 10^{30}\,кг\cdot 6\cdot 10^{24}\,кг}{1{,}5^2\cdot 10^{22}\,м^2}\approx 3{,}5\cdot 10^{22}\,н.$$

456*. Какую площадь поперечного сечения должен был бы иметь стальной трос, чтобы выдержать силу, с которой Земля притягивается Солнцем, если принять, что трос сечением 1 $см^2$ выдерживает груз $7\cdot 10^4$ *н*.

Решение. Используя данные предыдущей задачи, найдем:

$$s_{тр}=\frac{3{,}5\cdot 10^{22}\,н}{7\cdot 10^8\,\frac{н}{м^2}}=5\cdot 10^{13}\,м^2=5\cdot 10^7\,км^2.$$

Анализируя ответ, интересно вычислить площадь большого круга земного шара: $s_з=\pi r^2=3{,}14\cdot(6400\ км)^2\approx 1{,}3\cdot 10^8\,км^2$ и сравнить с полученным ответом. $\frac{s_з}{s_{тр}}=2{,}6$. В связи с этим следует еще раз рассмотреть вопрос, почему Земля, притягиваемая такой огромной силой к Солнцу, не падает на него.

457. С какой скоростью должна двигаться Земля, чтобы не упасть на Солнце?

Решение. $F = \frac{mv^2}{R}$; $v = \sqrt{\frac{FR}{m}}$.

Используя данные задачи 456, найдем

$$v = \sqrt{\frac{3{,}5 \cdot 10^{22}\,н \cdot 1{,}5 \cdot 10^{11}\,м}{6 \cdot 10^{24}\,кг}} \approx 3 \cdot 10^4 \frac{м}{сек}.$$

Проверка. Зная радиус земной орбиты и период обращения Земли вокруг Солнца (1 год), вычислим ее скорость: $v = \frac{2\pi R}{T}$,

$$v = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{11}\,м}{365 \cdot 24 \cdot 3600\,сек} \approx 3{,}0 \cdot 10^4 \frac{м}{сек}.$$

458. С какой скоростью должен был бы двигаться у поверхности Земли искусственный спутник, если бы не было воздуха?

Решение. Для удержания спутника на орбите необходима сила $F = \frac{mv^2}{R}$, где R— радиус Земли. Она является силой тяжести

$$F = mg = \frac{mv^2}{R}, \quad v = \sqrt{Rg} \approx 8 \frac{км}{сек}.$$

459. Как изменяется скорость спутника с увеличением его расстояния от Земли?

Решение. У поверхности Земли $\frac{mv^2}{R_1} = \gamma \frac{Mm}{R_1^2}$; $v = \sqrt{\frac{\gamma M}{R_1}}$.

На расстоянии R_2 от Земли $v_2 = \sqrt{\frac{\gamma M}{R_2}}$, следовательно,

$$v_2 = v_1 \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}.$$

Скорость спутника убывает с увеличением расстояния от Земли.

460. Корабль «Восток-3» имел примерно круговую орбиту, удаленную от поверхности Земли на 220 *км*, где сопротивление воздуха незначительно. Определите скорость спутника v и период его обращения T.

Ответ. $v \approx 7{,}8$ *км/сек*; $T \approx 90$ *мин*.

461. На каком расстоянии R_1 от центра Земли спутник сможет «висеть» над одной и той же точкой земной поверхности («синхронный спутник»)? $g \simeq 10$ *м/сек*^{2}.

Решение. $F = mg_1$, где g_1 — ускорение свободного падения на расстоянии R_1 от центра Земли. $F = \frac{mv^2}{R_1} = m\omega^2 R_1$, поэтому $mg_1 = m\omega^2 R_1$, откуда $R_1 = \frac{g_1}{\omega^2}$; g_1 можно найти двумя способами:

а) $\frac{g_1}{g} = \frac{R^2}{R_1^2}$; $g_1 = \frac{R^2 g}{R_1^2}$. Тогда $R_1 = \sqrt[3]{\frac{gR^2}{\omega^2}} \approx 4{,}2 \cdot 10^7$ *м*.

б) $g_1 = \gamma \frac{M}{R_1^2}$; $R_1 = \sqrt[3]{\frac{\gamma M}{\omega}} \approx 4{,}2 \cdot 10^7$ *м*.

462. Определите массу Солнца, считая, что скорость обращения Земли вокруг Солнца $v = 30$ *км/сек*, а радиус земной орбиты $R = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ *м*.

Решение. $\gamma \frac{M_с M_з}{R^2} = \frac{M_з v^2}{R}$, где $M_с$, $M_з$ соответственно массы Солнца и Земли, а R — средний радиус земной орбиты.

$$M_с = \frac{v^2 R}{\gamma} \approx 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}.$$

463. Какое влияние на вес тела на экваторе оказывает вращение Земли?

Решение. На тело на экваторе действует сила тяготения $\vec{F}$ и реакция опоры $\vec{F}_n$. По третьему закону Ньютона тело действует на опору с силой, численно равной $\vec{F}_n$, которая и является весом P. Равнодействующая этих сил направлена к центру, так как тело движется с центростремительным ускорением $a = \frac{v^2}{R}$. Поэтому $P < F$.

464*. Считая Землю шаром с радиусом $R = 6400$ *км*, определите, сколько будет весить на экваторе тело массой 1 *кг*.

Решение. По второму закону Ньютона $F - F_n = \frac{mv^2}{R}$;

$$F_n = F - \frac{mv^2}{R} = mg - \frac{mv^2}{R} = m(g - \omega^2 R),$$

где $g = \gamma \frac{M}{R^2} \approx 9{,}8 \frac{м}{сек^2}$. $F_n = 1 \text{ кг} \cdot \left[9{,}8 \frac{м}{сек^2} - \left(\frac{2\pi}{24 \cdot 3600 \text{ сек}}\right)^2 \times \right.$

$$\left. \times 64 \cdot 10^5 \text{ м}\right] \approx 9{,}77 \text{ н} \approx 997 \text{ гс}.$$

Таким образом, тело на экваторе, если бы Земля имела точную форму шара радиуса $R = 6400$ *км*, весило бы примерно на 1/300 часть меньше, чем на полюсе. (Фактически потеря в весе составляет около 1/190 его части.)

465. Покажите на чертеже, как располагается отвес в средних широтах земной поверхности.

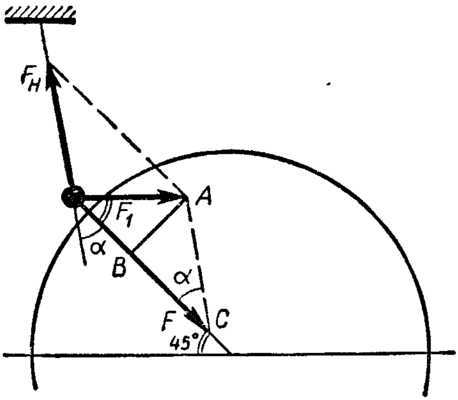


Рис. 124.

Решение. На отвес (рис. 124) действует сила тяготения $\vec{F}$ и сила натяжения нити $\vec{F}_н$. По второму закону Ньютона $\Sigma\vec{F} = \frac{m\vec{v}^2}{R}$. Ускорение направлено по радиусу малой окружности, которую описывает отвес при вращении вокруг земной оси на данной широте. Следовательно, равнодействующая силы тяготения и силы реакции нити также направлена по радиусу, перпендикулярно земной оси. Из этого следует, что силы $\vec{F}$ и $\vec{F}_н$ расположены под углом друг к другу и нить отвеса отклонена от радиуса Земли в направлении к экватору на некоторый угол α.

Так как угол α невелик, порядка нескольких минут, в первом приближении считают, что отвес направлен к центру Земли. (Масштаб сил на рис. 124 не соблюден.)

466*. Считая Землю шаром, рассчитайте, как расположится отвес на широте 45°.

Решение. Как видно из рисунка 124, $\operatorname{tg}\alpha = \frac{AB}{BC}$;

$$AB = F_1 \sin 45°. \quad BC = F - F_1 \cos 45°. \quad F_1 = m\omega^2 R_1,$$

где $R_1 = R_0 \cos 45°$, а R_0 — радиус Земли.

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{F_1 \sin 45°}{F - F_1 \cos 45°} = \frac{m\omega^2 R_0 \sin 45° \cdot \cos 45°}{mg - m\omega^2 R_0 \cos 45° \cdot \cos 45°} = \frac{\omega^2 R_0 \sin^2 45°}{g - \omega^2 R_0 \sin^2 45°}.$$

Оценим порядок этой величины. $g \approx 10$ *м/сек*^{2}. Из задачи 464 известно, $\omega^2 R_0 \approx 0{,}03$ *м/сек*^{2}. $\sin^2 45° = 0{,}5$.

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{0{,}03 \cdot 0{,}5}{10 - 0{,}03 \cdot 0{,}5} = 0{,}0015; \ \alpha = 0{,}0015 \text{ рад} \approx 5'.$$

ГЛАВА 21

РАБОТА И ЭНЕРГИЯ

Данная тема является заключительной по механике в VIII классе. При ее изучении используют, закрепляют и углубляют знания о работе и энергии, полученные в VI классе, а также основные сведения по кинематике и динамике. Центральным вопросом темы является закон сохранения и превращения энергии и его применение к различным процессам и явлениям. В том числе с энергетической точки зрения рассматривают движение жидкостей и газов (закон Бернулли). Многие задачи поэтому являются комбинированными. Это усложняет их решение, но зато дает учителю прекрасное средство обобщения и повторения пройденного, что следует в полной мере использовать в конце учебного года.

1. Работа и мощность

Для повторения и закрепления имеющихся у учащихся знаний сначала, пользуясь формулой $A = Fs$, решают задачи, подобные тем, которые были рассмотрены в VI классе (гл. 7). Затем решают задачи, в которых перемещения не совпадают по направлению с действующей силой. Для этого случая $A = Fs \cos\alpha$, где α — угол между направлением силы и перемещением. В нескольких первых задачах, решаемых с применением данной формулы, полезно использовать разложение силы F на две составляющие F_1 и F_2 по направлению движения и перпендикулярно к нему. Это сведет решение задачи к известной учащимся формуле $A = F_1s$. Значение F_1 найдется отдельным действием: $F_1 = F \cos\alpha$.

Далее обращают внимание учащихся на то, что произведение $F \cos\alpha$ есть проекция силы, действующей на тело, на направление перемещения. (Сила F может быть и равнодействующей нескольких сил.) Поэтому вместо разложения сил их можно проецировать на направление движения.

С помощью задач углубляют и закрепляют также новые для учащихся понятия о том, что работа A может быть равной 0, хотя F и s не равны нулю, а также отрицательной величиной. Отрицательную работу, например, совершают силы трения. Следует также решить несколько задач, по условию которых сила является переменной величиной. На примере этих задач нужно познакомить учащихся с графическим способом вычисления работы и показать, как переменная сила при некоторых расчетах может быть заменена ее средним значением.

Используя знания о силах, решают задачи о работе силы тяжести, силы упругости и силы трения.

Мощность определяют по формулам $N = \frac{A}{t}$, $N = Fv$. В отличие от VI класса задачи усложняют таким образом, что величины F, v, t и др. обычно задают не в явном виде, а находят из уравнений движения, законов Ньютона и т. д.

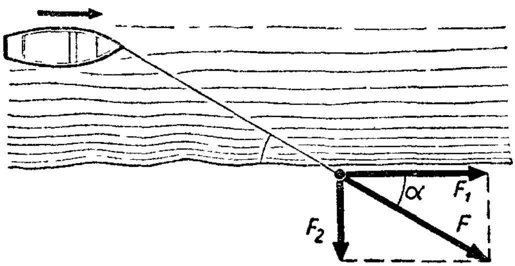


Рис. 125.

467. Человек спускается на парашюте. Какая сила совершает при этом положительную и какая отрицательную работу?

468. Лошадь везет в гору сани. Покажите на чертеже все силы, действующие на сани, и напишите формулы для вычисления работы, которая совершается каждой силой.

469. Вагонетку массой $m = 2$ *т* равномерно перемещает рабочий по горизонтальному пути. Какую работу он совершит на пути $s = 100$ *м*, если коэффициент трения $k = 0{,}01$.

Решение. $A = Fs\cos\alpha$; так как $\alpha = 0$, то $\cos\alpha = 1$. $F = kmg$; $A = kmgs = 20$ *кдж*.

470. Какую работу по условию предыдущей задачи совершает сила трения?

Решение. $A_{тр} = F_{тр}\, s\cos\alpha = kmg\cos 180° = -20$ *кдж*.

471. Какую работу совершает человек, медленно спуская с полки высотой $h = 1{,}5$ *м* груз $F = 500$ *н*, и какую работу при этом совершает сила тяжести?

Решение.

а) $A_ч = Fh\cos\alpha = 500 н \cdot 1{,}5 м \cdot \cos 180° = -750$ *дж*.

б) $A = Fh\cos 0° = 750$ *дж*.

472. Человек, идущий по берегу, тянет на веревке против течения лодку. Сила натяжения веревки $F = 150$ *н*. Угол между веревкой и берегом $\alpha = 30°$. Какую работу совершит человек на пути $s = 1$ *км*?

Решение. Сделаем чертеж (рис. 125), разложив силу F на две составляющие F_1 и F_2 по направлению движения и перпендикулярно к нему. В направлении составляющей F_2 тело не перемещается и потому сила F_2 работы не совершает. Сила F_1 совершает работу

$$A = F_1 s,\quad F_1 = F\cos 30° = 150\ н \cdot 0{,}87 \approx 130\ н.$$

$$A = 130\ н \cdot 1000\ м = 1{,}3 \cdot 10^5\ дж.$$

473. Двое рабочих передвигают равномерно по полу ящик весом $F = 900$ *н*. При этом один толкает его сзади с силой $F_1 = 300$ *н*, направленной вниз под углом $\alpha_1 = 30°$ к полу, а второй тянет с такой же по величине силой F_2 за веревку, которая образует с по-

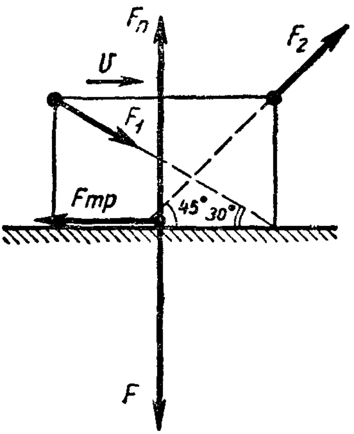


Рис 126.

лом угол $\alpha_2 = 45°$. Какую работу совершат рабочие, передвинув ящик на расстояние $s = 20$ *м*?

Решение. Изобразим на чертеже (рис. 126) действующие на ящик силу тяжести F, силу реакции опоры F_n, силу трения $F_{тр}$ и силы F_1 и F_2. Найдем проекции сил на направление перемещения. $F_1 \cos\alpha_1 = 300$ *н* $\cdot \cos 30° = 260$ *н*; $F_2 \cos\alpha_2 = 300$ *н* $\cdot \cos\ 45° \approx 210$ *н*. $F_{тр} \cos 180° = -F_{тр}$. Проекции сил F_n и F равны нулю. Силы, имеющие знак плюс, совершают работу против сил, препятствующих движению, которые имеют противоположное перемещению направление и, следовательно, знак минус.

$$A = 260\ н \cdot 20\ м + 210\ н \cdot 20\ м = 9400\ дж.$$

474*. Используя условие и решение предыдущей задачи, определите коэффициент трения ящика о пол.

Решение. Поскольку тело движется равномерно,

$$F_{тр} = 260\ н + 210\ н = 470\ н. \quad F_{тр} = kF_к; \quad k = \frac{F_{тр}}{F_к},$$

где $F_к$ — сила, с которой ящик давит на пол. Для нахождения $F_к$ спроецируем на вертикальное направление все силы, которые действуют на ящик. $F_к = F + F_1 \cos 60° - F_2 \cos 45° = 900\ н +$ $+ 150\ н - 210\ н = 840\ н$.

$$k = \frac{470\ н}{840\ н} = 0{,}56.$$

475. Начертите график зависимости удлинения пружины x от действующей на нее силы, если жесткость пружины $k = 1{,}5$ *н/см*. По графику определите силу F и работу A, необходимые для растяжения пружины на 8,5 *см*.

Решение. Так как зависимость F от x прямо пропорциональная, то достаточно взять две точки, например, с координатами 0 *см* — 0 *н* и 10 *см* — 15 *н* (рис. 127). Работа численно равна площади треугольника OAB:

$$A = \frac{1}{2}\ OB \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 0{,}085\ м \times 12{,}8\ н \approx 0{,}54\ дж.$$

476*. Пользуясь графиком, изображенным на рисунке 127, и данными задачи 475, проверьте справедливость формулы $A = \frac{k(x_1^2 - x_0^2)}{2}$.

477. По данным задачи 378 и ее решения найдите работу силы трения при посадке самолета, считая скорость приземления равной 30 *м/сек.*

Решение. $A = Fs\cos\alpha = -Fs$. Длину пробега самолета найдем из формулы

$$v^2 = 2as;\quad A = \frac{-Fv^2}{2a} = -\frac{300\cdot 10^3\ н\cdot\left(30\ \frac{м}{сек^2}\right)^2}{2\cdot 6\ \frac{м}{сек^2}} \approx -2{,}2\cdot 10^7\ дж.$$

478(э). Используя доску, брусок и динамометр, установите, как изменяется к.п.д. наклонной плоскости в зависимости от угла ее наклона к горизонту α.

Решение. Собираем установку, подобную изображенной на рисунке 92.

$$\eta = \frac{A_{пол}}{A_{затр}}\cdot 100\ \% = \frac{Fh}{F_т l}\cdot 100\ \%.$$

В одном из опытов с приборами Главучтехпрома были получены такие данные: 1) $\alpha = 30°$; $F = 2{,}0$ *н*; $h = 0{,}40$ *м*; $F_т = 1{,}5$ *н*; $l = 0{,}80$ *м*; $\eta = 67\%$. 2) $\alpha = 60°$; $h = 0{,}70$ *м*; $F = 2{,}0$ *н*; $\eta = 85\%$. К.п.д. увеличивается с возрастанием угла α.

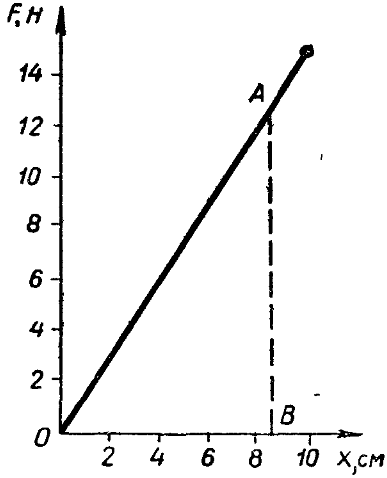


Рис. 127.

479.* Найдите теоретически зависимость η от α по условиям предыдущей задачи.

Решение. Разложим силу тяжести F на составляющие F_1 и F_2:

$$F_т = F_1 + F_{тр} = F\sin\alpha + kF\cos\alpha = F(\sin\alpha + k\cos\alpha).$$

$$\eta = \frac{Fh\cdot 100\%}{F(\sin\alpha + k\cos\alpha)\,l} = \frac{1}{1 + k\,\mathrm{ctg}\,\alpha}\cdot 100\ \%.$$

Так как $\mathrm{ctg}\,\alpha$ с возрастанием угла α уменьшается, то к.п.д. увеличивается.

480. Локомотив мощностью $N = 2000$ *л.с.* ведет поезд массой $m = 2500$ *т* в гору со скоростью $v = 36$ *км/ч*. Какой максимальный уклон он может преодолеть, если коэффициент трения $k = 0{,}005$?

Решение. Сделаем схематичный чертеж (рис. 128). Сила тяги тепловоза $F_т$ при равномерном движении должна уравновешивать силу F_1 и силу трения $F_{тр}$. Так как угол α мал, то можно принять $\sin\alpha = \alpha$ (*рад*). Следовательно, $F_т = F\alpha + kF$; $\alpha = \frac{F_т - kF}{F}$.

Значение $F_г$ найдем из формулы $N = F_1 v$; $\alpha = \frac{N}{Fv} - k = \frac{2000 \cdot 75 \cdot 9{,}8\ вт}{2500000 \cdot 9{,}8 \cdot 10\ вт} - 0{,}005\ рад \approx 0{,}006\ рад - 0{,}005\ рад \approx 0{,}001\ рад \approx 0{,}057°$.

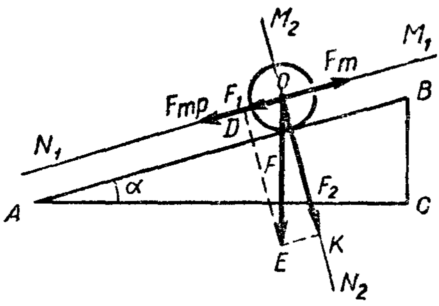


Рис. 128.

481*. Какую среднюю мощность N (в *л. с.*) разовьют при взлете двигатели ТУ-114, если он оторвется от земли при скорости $v = 360$ *км/ч*? Масса самолета $m = 170$ *т*, средний коэффициент трения $k = 0{,}05$, длина разбега при взлете $s = 3000$ *м*.

Решение.

$$N = \frac{A}{t} = \frac{Fs}{t} = \frac{(F_{тр} + F_a)\,s}{t} = (F_{тр} + F_a)\,v_{ср}.$$

Двигатели совершают работу по преодолению сил трения $F_{тр}$ и создают силу F_a, вызывающую ускорение самолета. $F_{тр} = kmg$; $F_a = ma = m\frac{v^2}{2s}$. $N = \left(kmg + m\frac{v^2}{2s}\right)\frac{v}{2} =$

$$= \left[0{,}05 \cdot 30 \cdot 10^3\ кг \cdot 9{,}8\ \frac{м}{сек^2} + 30 \cdot 10^3\ кг\ \frac{\left(100\ \frac{м}{сек^2}\right)^2 \cdot}{2 \cdot 3000\ м}\right] \cdot \frac{100\ \frac{м}{сек}}{2} \approx$$

$$\approx 10 \cdot 10^6\ вт \approx 14\ тыс.\ л.\ с.$$

2. Механическая энергия

Вначале решают задачи о потенциальной энергии тел, учитывая сведения, полученные учащимися в VI классе (гл. 7, 6), а затем — задачи об энергии кинетической. Эти задачи требуют к себе большего внимания, поскольку формулу $W_к = \frac{mv^2}{2}$ дают учащимся впервые.

После этого главное внимание уделяют задачам на закон сохранения энергии в механических процессах, в том числе при работе простых механизмов. Комбинированные задачи с использованием закона сохранения энергии представляют собой прекрасное средство повторения многих разделов кинематики и динамики.

Для уяснения физической сущности закона сохранения энергии в механических процессах сначала на примере энергии падающего тела решают задачи для идеальных условий, без учета сил сопротивления, пользуясь формулой $W = mgh + \frac{mv^2}{2}$. Величины h и v характеризуют равнопеременное движение тел под действием силы тяжести. Далее решают задачи, в которых необходимо учитывать работу, совершаемую телом за счет кинетической или потенциальной энергии. Для упрощения расчетов берут среднее значение силы сопротивления среды $F_{ср}$. Задачи решают по формуле $A = F_{ср}\, s$; $A = \Delta W$, где ΔW — изменение кинетической или потенциальной энергии тела. Поскольку в формулу входит значение силы, задачи этого типа часто допускают решение с использованием второго закона Ньютона (№ 481).

При решении задач о потенциальной энергии нужно обратить внимание на то, что величину потенциальной энергии определяют относительно уровня, условно принимаемого за нулевой. Обычно это уровень поверхности Земли.

Учащиеся должны также помнить, что формула $W_п = mgh$ приближенная, так как g изменяется с высотой. Только для небольших по сравнению с радиусом Земли значений h можно считать g постоянной величиной.

Кинетическая энергия, определяемая по формуле $W_к = \frac{mv^2}{2}$, также зависит от системы отсчета, в которой измеряют скорость. Чаще всего систему отсчета связывают с Землей.

482. На сколько увеличится потенциальная энергия вашего тела, когда вы подниметесь с первого этажа на второй?

483. Сравните, в каких случаях тела обладают большей потенциальной энергией: а) молот на наковальне и на высоте 1 *м* от нее; б) воздушный шар у поверхности Земли и на высоте 1 *км*; в) спасательный круг на поверхности воды и на глубине 2 *м*; г) недеформированная, растянутая и сжатая (на ту же величину) пружина.

Ответ. а) Поднятый молот в соответствии с формулой $W_п = mgh$ обладает большей потенциальной энергией. б) На воздушный шар действует подъемная сила, за счет которой он может совершить работу, поднимаясь вверх, следовательно, шар у Земли обладает большей потенциальной энергией, чем на высоте 1 *км*. в) Подобно шару, погруженный в воду круг обладает большей потенциальной энергией, чем на ее поверхности. г) Растянутая и сжатая пружины обладают одинаковой энергией $\left(W_п = \frac{kx^2}{2}\right)$, равной работе по их деформации. Недеформированная пружина такой энергией не обладает.

484. В классе решали задачу: «Два груза массой по 500 *кг* каждый подняли один с земли на третий этаж, а второй с третьего этажа на четвертый. Какая работа по поднятию грузов затрачена? Чему равна потенциальная энергия грузов, если высота этажа $h = 4$ *м*?»

Один ученик решил задачу следующим образом.

$$A_1 = mgh_1 = 5000\ н \cdot 12\ м = 60\ \ кдж;\quad W_{п_1} = 60\ \ кдж,$$
$$A_2 = mgh_2 = 5000\ н \cdot 4\ м = 20\ \ кдж;\quad W_{п_2} = 20\ кдж.$$

Правильно ли это решение?

Ответ. В решении допущена ошибка: $W_{п_2} \neq A_2$. По смыслу задачи под потенциальной энергией груза понимают его энергию относительно уровня Земли. $W_{п_2} = 5000\ н \cdot 16\ м = 80\ \ кдж$.

485. Какую нужно совершить работу, чтобы поднять из воды глыбу льда в форме куба объемом $V_л = 1\ м^3$?

Решение 1. Работа равна увеличению потенциальной энергии поднятого льда по сравнению с потенциальной энергией льда в воде. $A = \Delta W_п = W_{п_2} - W_{п_1}$.

Определим объем льда, находящегося над водой. Архимедова сила уравновешивает силу тяжести ($\rho_в V' g = \rho_л V_л g$), где $\rho_в$ и V' соответственно плотность воды и объем погруженной части льда, отсюда

$$\frac{V'}{V} = \frac{\rho_л}{\rho_в}. \qquad V' = \frac{1\ м^3 \cdot 900\,\frac{кг}{м^3}}{1000\,\frac{кг}{м^3}} = 0{,}9\ м^3.$$

Над водой находится $0{,}1\ м^3$ льда массой $m_1 = 90\ кг$. Толщина этой части льда $0{,}1\ м$. Следовательно, лед нужно поднимать на $0{,}9\ м$. Поскольку сила тяжести уравновешивается архимедовой силой, в первый момент необходимая для подъема сила $F = 0$. Затем эта сила по мере подъема льда будет возрастать, так как будет уменьшаться выталкивающая сила. В последний момент $F = 9{,}8\ м/сек^2 \times 1000\ кг \approx 10\,000\ н$. $F_{ср} = 5000\ н$. $A = F_{ср}\, s = 5000\ н \cdot 0{,}9\ м = 4{,}5\ \ кдж$.

Строго говоря, для того, чтобы пользоваться при расчетах средней силой $F_{ср}$, нужно было предварительно доказать линейную зависимость силы от высоты подъема льда. Такое задание в качестве дополнительного можно дать отдельным учащимся.

486. Сравните кинетическую энергию пули массой $m_п = 9{,}0\ г$, летящей со скоростью $v_п = 600\ м/сек$, и человека массой $m_ч = 60\ кг$, бегущего со скоростью $v_ч = 18\ км/ч$.

Решение. $W_п = \dfrac{m_п v_п^2}{2} = \dfrac{0{,}009\ кг \left(600\ \dfrac{м}{сек}\right)^2}{2} = 1{,}6 \cdot 10^3\ дж;$

$$18\ км/ч = 5{,}0\ м/сек.$$

$$W_ч = \frac{m_ч v_ч^2}{2} = \frac{60\ кг \cdot \left(5{,}0\,\frac{м}{сек}\right)^2}{2} = 7{,}5 \cdot 10^2\ дж.$$

В данном случае летящая пуля имеет большую кинетическую энергию, чем бегущий человек.

487. Стрелок бомбардировщика стреляет из пушки в летящий навстречу истребитель. Какова кинетическая энергия снаряда массой m относительно Земли и истребителя? Скорость истребителя $v_и = 1080$ *км/ч*, бомбардировщика $v_б = 720$ *км/ч* и снаряда пушки $v_с = 800$ *м/сек*.

Решение. Скорость снаряда относительно Земли $v_{сз} = v_с + v_б = 800$ *м/сек* $+ 200$ *м/сек* $= 1000$ *м/сек*.

$$W_{кз} = \frac{mv^2_{сз}}{2} = 5 \cdot 10^5 \text{ дж}.$$

Примем за тело отсчета истребитель. Как говорилось в главе 15,2, для нахождения относительной скорости тела в новой системе координат ($\vec{v}_{си}$) нужно к абсолютной скорости в первой системе ($\vec{v}_{сз}$) прибавить с обратным знаком переносную скорость, т. е. скорость второй системы отсчета относительно первой ($\vec{v}_и$). Так как направление $\vec{v}_и$ противоположно $\vec{v}_{сз}$, то $v_{си} = v_{сз} + v_и = 1000 \frac{м}{сек} + 300 \frac{м}{сек} = 1300 \frac{м}{сек}$. $W_{ки} = \frac{mv^2_{си}}{2} = 8{,}4 \cdot 10^5$ *дж*.

То есть величина кинетической энергии зависит от того, в какой системе отсчета измеряется скорость тела.

488. Мяч массой 0,10 *кг* свободно падает с высоты $h = 10$ *м*. Определите потенциальную и кинетическую энергию мяча в начале и конце падения и на расстоянии $h_1 = 4$ *м* от Земли. Принять $g = 10$ *м/сек*^{2}. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение. На высоте h мяч обладает потенциальной энергией $W_п = mgh = 0{,}10 \text{ кг} \cdot 10 \frac{м}{сек^2} \cdot 10 м = 10$ *дж*. На высоте h_1 мяч обладает потенциальной и кинетической энергией. $W'_п = 0{,}10 \text{ кг} \times 10 \frac{м}{сек^2} \cdot 4 \text{ м} = 4$ *дж*. По закону сохранения энергии $W'_к = W_п - W'_п = 10 \text{ дж} - 4 \text{ дж} = 6 \text{ дж}$.

Проверка. $W'_к = \frac{mv^2}{2}$. По закону свободного падения

$$v^2 = 2gh; \quad W'_к = \frac{0{,}10 \text{ кг} \cdot 2 \cdot 10 \frac{м}{сек^2} \cdot 6 \text{ м}}{2} = 6 \text{ дж}.$$

В нижней точке вся энергия мяча будет кинетической: $W_к = 10$ *дж*.

489. С какой минимальной высоты должен скользить без трения брусок, чтобы описать «мертвую петлю» (рис. 129), не оказывая на нее давления в верхней точке? Рассчитайте силу давления бруска на петлю в точках B и E. Найдите точку D, в которой тело прижимается к «петле» с силой, равной силе тяжести. Как двигался бы дальше брусок, пройдя точку E, если бы не было участка петли EMB?

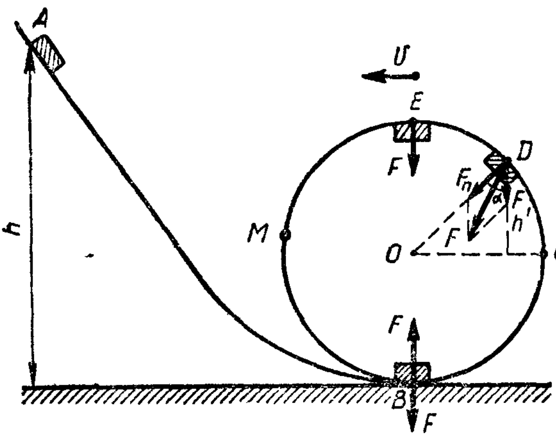


Рис. 129.

Решение. Применим второй закон Ньютона к положению тела в точке E, считая векторы, направленные по радиусу к центру, положительными, а от центра — отрицательными. $F + F_n = \frac{mv^2}{R}$.

Так как по условию $F_n = 0$, то $F = \frac{mv^2}{R}$ (1).

$F = mg = \frac{mv^2}{R}$; $v^2 = gR$.

По закону сохранения энергии для положения тела в точке E

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + 2\,mg\,R; \qquad (2)$$

$$h = \frac{v^2}{2g} + 2R.$$

Следовательно, $h = \frac{R}{2} + 2R = 2{,}5\,R$. Для точки B $F_n - F = \frac{mv^2}{R}$. Так как $v^2 = 2gh = 5gR$, то $F_n = 6\,mg$ (шестикратная перегрузка).

Тело, двигаясь по петле от точки B к E, испытывает и перегрузки и невесомость. Следовательно, есть и такая точка D, в которой петля действует на тело с силой, равной силе тяжести. В этой точке по второму закону Ньютона $\vec{F}_n + \vec{F} = m\vec{a}$. Спроецируем векторы на направление радиуса. $F_n + F\cos\alpha = \frac{mv^2}{R}$; $\cos\alpha \doteq \frac{h'}{R}$; по условию $F_n = F = mg$;

$v^2 = 2g(h - R - h') = g(3R - 2h')$; $mg + mg\frac{h'}{R} = \frac{mg(3R - 2h')}{R}$,

откуда $h' = \frac{2}{3}R$.

Если бы не было участка EMB, то тело от точки E летело бы по параболе. Дальность полета $s = v_E\,t = \sqrt{2gh_1}\cdot\sqrt{\frac{2h_2}{g}} = \sqrt{2g\cdot 0{,}5\,R}\cdot\sqrt{\frac{2\cdot 2R}{g}} = 2R$.

490. Цирковой артист массой 60 *кг* прыгает с высоты 10 *м* на растянутую сетку. С какой средней силой он давит на сетку, если она прогибается на 1 *м*? Какова была бы средняя сила давления на сетку, если бы прогиб был только 0,1 *м*? [39, № 366].

Р е ш е н и е. Поскольку в задаче не учитываются потери энергии, можно считать, что потенциальная энергия поднятого тела превратилась в потенциальную энергию упруго деформированной сетки.

$$mgh = \frac{kx^2}{2} = \frac{kx}{2} \cdot x = F_{\text{ср}} x.$$

Примем $g = 10$ *м/сек*^{2}.

$$F_{\text{ср}1} = \frac{mgh}{x_1} = \frac{60 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{сек}^2} \cdot 11 \text{ м}}{1 \text{ м}} \approx 6{,}6 \cdot 10^3 \text{ н}.$$

При $x_2 = 0{,}1$ *м* $F_{\text{р}2} \approx 6 \cdot 10^4$ *н*.

На примере этой задачи видно значение «мягких» амортизаторов для уменьшения силы удара, что полезно пояснить также формулой $\vec{F}_{\text{ср}} t = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$. Так как $mv_2 = 0$, то $F_{\text{ср}} = \frac{mv_1}{t}$. Чем больше величина прогиба x, тем больше время t и меньше сила $F_{\text{ср}}$.

491. По условию задачи № 488 найдите работу по преодолению сопротивления воздуха, если скорость мяча в конце падения была 13 *м/сек*.

Р е ш е н и е. Вся энергия мяча в нижней точке кинетическая.

$$W_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2} = \frac{0{,}10 \text{ кг} \cdot \left(13 \frac{\text{м}}{\text{сек}}\right)^2}{2} = 8{,}45 \text{ дж}.$$

$$A = 10 \text{ дж} - 8{,}45 \text{ дж} \approx 1{,}6 \text{ дж}.$$

492. При испытаниях обнаружили, что тормозной путь «Москвича» массой 1300 *кг* по сухому асфальту при начальной скорости 30 *км/ч* оказался равным 5 *м*, а при скорости 50 *км/ч* — 12 *м*. Определите по этим данным среднюю силу сопротивления при торможении для каждой скорости.

Р е ш е н и е. Работа против сил сопротивления совершается за счет кинетической энергии, поэтому $F_{\text{ср}1}\, s = \frac{mv^2}{2}$; $F_{\text{ср}1} = \frac{mv^2}{2s}$;

$$30 \text{ км/ч} \approx 8{,}3 \text{ м/сек}; \quad F_{\text{ср}1} = \frac{1300 \text{ кг} \cdot \left(8{,}3 \frac{\text{м}}{\text{сек}}\right)^2}{2 \cdot 5 \text{ м}} = 9{,}0 \text{ кн}.$$

Аналогично находим $F_{\text{ср}2} = 25$ *кн*.

На примере этой задачи следует пояснить, что сопротивление (трение) зависит от скорости движения тел. В газах и жидкостях сопротивление возрастает с увеличением скорости (№ 513). В дан-

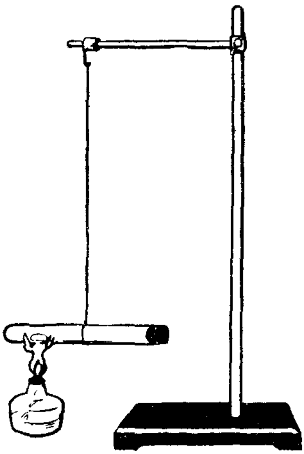


Рис. 130.

ном случае сила сопротивления зависела не только от трения шин о дорогу, но и от сопротивления воздуха.

493. Трубка с каплей эфира подвешена на легком стержне длиной 1 *м* (рис. 130). С какой скоростью должна вылетать пробка после подогревания эфира, чтобы трубка сделала полный оборот в вертикальной плоскости? Масса пробки 20 *г*, масса трубки 100 *г* [21, № 442].

Решение. Трубка и пробка будут двигаться в противоположные стороны (реактивное движение). По закону сохранения количества движения, пренебрегая массой эфира и стержня, можно записать

$$(m_1 + m_2)\vec{v} = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2;$$

так как $v = 0$, то $m_1 v'_1 = -m_2 v'_2$ (1).

Знак минус показывает, что тела движутся в противоположных направлениях. В данном уравнении две неизвестные величины v'_1 и v'_2. Поэтому составим еще одно уравнение, используя закон сохранения энергии. В нижнем положении пробирка обладает кинетической энергией $\frac{m_1 v'^2_1}{2}$, а в верхнем — потенциальной $m_1 g 2l$, где l — длина подвеса. $\frac{m_1 v'^2_1}{2} = 2m_1 gl$ (2). Из уравнения (1) найдем $v'_1 = \frac{m_2 v'_2}{m_1}$

и подставим в уравнение (2). Получим $\frac{m_1 m_2^2 v'^2_2}{2m_1^2} = 2m_1 gl$,

откуда $v'_2 = 2\frac{m_1}{m_2}\sqrt{lg} \approx 31\ \frac{м}{сек}$.

494*. Два упругих шара массой m_1 и $m_2 = 2m_1$ подвесили к одной точке опоры на нитях длиной $l = 125$ *см*, а затем развели в разные стороны до горизонтального положения нитей и отпустили. На какую высоту поднимется каждый шар после соударения в нижней точке?

Решение. Для решения задачи нужно знать скорости шаров в нижней точке после соударения. Тогда высоту можно найти из формулы $v^2 = 2gh$. Скорости шаров найдем по закону сохранения импульса:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2. \qquad (1)$$

Шары падают с одинаковой высоты, следовательно,

$$v_1 = v_2 = \sqrt{2gl} = 5\ \frac{м}{сек}.$$

Примем направление движения шара массой m_2 за положительное и учтем, что $m_2 = 2m_1$. Тогда в левой части скалярного уравнения будет стоять положительная величина $-m_1v + 2m_1v = m_1v$. Импульс $m_1v'_1$ также должен быть положительной величиной, в противном случае шар двигался бы в прежнем направлении вместе с шаром массой m_2, т. е. обе величины $m_1v'_1$ и $m_2v'_2$ были бы отрицательными, что невозможно.

Направление вектора v'_2 нам неизвестно. Допустим, что оно положительное: Тогда уравнение (1) в скалярной форме примет вид

$$m_1v = m_1v'_1 + 2m_1v'_2, \quad \text{или} \quad v = v'_1 + 2v'_2. \tag{2}$$

Так как уравнение содержит две неизвестные величины v'_1 и v'_2, используем также закон сохранения энергии, приравняв кинетические энергии шаров до и после соударения:

$$\frac{m_1v^2}{2} + \frac{2m_1v^2}{2} = \frac{m_1v_1'^2}{2} + \frac{2m_1v_2'^2}{2}, \quad \text{или} \quad 3v^2 = v_1'^2 + 2v_2'^2. \tag{3}$$

Подставим в уравнение (3) значение v_1' из уравнения (2):

$$3v_2'^2 - 2vv'_2 - v^2 = 0. \quad v'_2 = \frac{2v \pm \sqrt{4v^2 + 4\cdot 3v^2}}{6}.$$

$$v'_{21} = 5\ \frac{м}{сек};\ v'_{22} \approx -1{,}67\ \frac{м}{сек}.$$

Первый корень не отвечает условию задачи, так как скорость шара массой m_2 не может остаться без изменения. Следовательно,

$$v'_2 \approx -1{,}67\ \frac{м}{сек}.$$

Знак минус означает, что шар массой m_2 движется после соударения в противоположном направлении.

$v'_1 = v - 2v'_2 \approx 8{,}33\frac{м}{сек}$. Высоту шаров найдем из формулы $v^2 = 2gh$, $h_2 \approx 0{,}14$ *м*, $h_1 \approx 3{,}5$ *м*. Значит, шар массой m_1 поднимется на высоту, которую позволяет ему нить, и будет далее двигаться с некоторой скоростью.

Проверка решения. Потенциальная энергия шаров до падения $W = 3mgl \approx 3{,}8\ mg$ (*дж*). После падения $W'_п = 2m_1gh_2 + m_1gh_1 \approx 2m_1g \cdot 0{,}14$ (*дж*) $+ m_1g \cdot 3{,}5$ (*дж*) $\approx 3{,}8\ mg$ (*дж*).

495. По условию задачи 494 определите скорость u шаров при их совместном движении и потенциальную энергию $W_у$ упругого взаимодействия для этого момента времени.

Р е ш е н и е. В момент наибольшей деформации шары движутся как тело массой $3m$ с некоторой скоростью u. По закону сохранения импульса $mv = 3mu$, откуда $u = \frac{v}{3} \approx 1{,}67 \frac{м}{сек}$.

Интересно, что шары движутся в том же направлении, в котором двигался шар массой m_2. Но затем в результате упругого взаимодействия шар массой m_2 стал двигаться в обратном направлении. По закону сохранения энергии, считая, что шары находятся в нижней точке,

$$W_у = W_п - W_к = 3mgh - \frac{mu^2}{2} \approx 34\, m\, (дж.)$$

496. Как можно определить выигрыш в силе, который дает простой механизм (лебедка, полиспаст, домкрат и т. п.), не рассматривая его устройства? Трение не учитывать.

О т в е т. Нужно найти отношение путей, которые проходят точки приложения сил на концах механизма.

497(э). Определите, пользуясь решением предыдущей задачи, какой выигрыш в силе дает школьный гидравлический пресс, учитывая и действие его рукоятки как рычага. Трение не учитывать.

498. С помощью блоков на высоту $h = 10\ м$ поднимают груз массой 50 *кг*. Конец веревки, за который тянут с силой 300 *н*, перемещается на расстояние $s = 20\ м$. Начертите возможную схему блоков и определите их к.п.д.

Р е ш е н и е. При использовании данных блоков проигрывают в два раза в расстоянии (20 *м* : 10 *м* = 2), следовательно, применяют один подвижный блок.

$$\eta = \frac{A_{пол}}{A_{затр}} \cdot 100\ \% = \frac{500\ н \cdot 10\ м}{300\ н \cdot 20\ м} \cdot 100\ \% \approx 83\ \%.$$

499. Какую силу F_1 развивает домкрат, имеющий рукоятку длиной $R = 0{,}4\ м$ и шаг винта $h = 0{,}5\ см$, если на рукоятку действует сила $F_2 = 90\ н$ и к.п.д. домкрата $\eta = 55\%$?

Р е ш е н и е: Для одного оборота рукоятки

$$\eta = \frac{A_{пол}}{A_{затр}} \cdot 100\ \% = \frac{F_1 h}{2\pi R F_2} 100\%,$$

откуда $F_1 = \frac{\eta \cdot 2\pi R F_2}{h \cdot 100\ \%} = \frac{55\ \% \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}4\ м \cdot 90\ н}{0{,}005\ м \cdot 100\ \%} = 25\,000\ н.$

3. Движение жидкостей и газов

По данной теме после краткого повторения гидростатики (гл. 6) сначала следует решить задачи о движении жидкостей и газов, пренебрегая их сжимаемостью и вязкостью. Малая сжимаемость жидкостей учащимся известна. С малой вязкостью (внутренним трением) таких жидкостей, как вода, керосин, бензин, спирт, учащиеся знакомы по жизненному опыту. Газы обладают еще меньшим внутренним трением, чем жидкости. Их сжимаемостью можно пренебречь при движении со скоростями в десятки метров в секунду, которое вызывается незначительной разностью давления.

При решении задач используют:

уравнение неразрывности струи $Sv = \text{const}$, или $\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1}$;

уравнение Бернулли $h\rho g + p + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const}$, или

$$\rho g h_1 + p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = \rho g h_2 + p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}.$$

Данное уравнение рассматривают как частный случай закона сохранения энергии.

В VIII классе большей частью решают задачи о горизонтальном течении жидкости или газа. Уравнение Бернулли для этого случая принимает вид $p + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const}$, где p — статическое, а $\frac{\rho v^2}{2}$ — динамическое давление.

При решении задач полезно также ввести понятие о ежесекундном расходе жидкости, определяемом по формуле $Q = \rho S v$, или ее объеме $V = Sv$.

В заключение рассматривают явления, для объяснения которых необходимо учитывать внутреннее трение слоев жидкости и газа, а также их трение о поверхность обтекаемых тел.

В соответствии со сказанным, типовыми являются задачи, в которых определяют скорость течения и расход жидкости в потоке; рассчитывают мощность потока, динамическое, статическое или полное давление; объясняют действие таких приборов, как водоструйный насос, измеритель скорости самолета и т. п.; выясняют роль трения при движении жидкости в трубах и обтекании движущихся тел; объясняют и рассчитывают подъемную силу крыла самолета.

500. Где больше скорость течения реки — в широком и глубоком месте или в узком и мелком?

501. Зачем наконечник брандспойта делают с отверстием меньшего диаметра, чем шланг, с которым он соединен?

При решении качественных задач 500 и 501 используют формулу $\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1}$, по которой заключают, что, чем больше площадь поперечного сечения потока, тем меньше его скорость. Для увеличения скорости потока, что нужно, например, для обеспечения большей дальности полета струи воды в брандспойте, следует уменьшить площадь его поперечного сечения.

502(э). Определите на опыте скорость течения воды у отверстия водопроводного крана и рассчитайте скорость воды в трубе, к которой он присоединен. (Диаметр D «полдюймовой» трубы, к которой обычно присоединяют краны, принять равным 1,27 *см*.)

Решение. Скорость течения воды v_1 у отверстия крана определим следующим образом: за 1 *сек* частица воды проходит путь, численно равный v. Объем вытекающей за секунду воды $V_1=v_1S_1=$ $= v_1\frac{\pi D_1^2}{4}$, где D_1 — диаметр отверстия крана. Заметим время t, за которое наполняется водой сосуд известного объема V. Тогда $V=v_1\frac{\pi D_1^2}{4}\cdot t$, откуда $v_1=\frac{4V}{\pi D_1^2 t}$.

В одном из опытов были получены следующие данные:

$$V=2л=2\cdot 10^3\,см^3;\quad D_1=9\,мм=0{,}9\,см;\quad t=15\,сек.$$

$$v_1=\frac{4\cdot 2\cdot 10^3\,см^3}{3{,}14\cdot(0{,}9\,см)^2\cdot 15\,сек}\approx 2\cdot 10^2\,\frac{см}{сек}.$$

Скорость течения v_2 в подводящей трубе найдем из пропорции

$$\frac{v_1}{v_2}=\frac{S_2}{S_1};\quad v_2=\frac{v_1S_1}{S_2}=\frac{v_1\frac{\pi D_1^2}{4}}{\frac{\pi D^2}{4}}=\frac{v_1D_1^2}{D^2}=1\cdot 10^2\,\frac{см}{сек}.$$

503. Через рабочее колесо турбины Куйбышевской ГЭС проходит 700 $м^3/сек$ воды под напором 25 *м*. Вычислите мощность турбины, если ее к.п.д. 90% [39, № 400].

Решение. При работе турбины 90% потенциальной энергии воды превращается в электрическую энергию. Энергию, расходуемую в секунду, найдем по формуле $W_п=mgh$, где $m=\rho V$ — масса воды, протекающая через турбину за 1 *сек*.

Мощность турбины

$$P=\rho Vgh\cdot 0{,}9=$$
$$=1000\,\frac{кг}{м^3}\cdot 700\,\frac{м^3}{сек}\cdot 9{,}8\,\frac{м}{сек^2}\cdot 25\,м\cdot 0{,}90=1{,}5\cdot 10^5\,квт.$$

504*(э). Рассчитайте и затем проверьте на опыте скорость вытекания струи воды из отверстия сосуда, если высота уровня воды над отверстием $h=10$ *см*.

Решение. Запишем уравнение Бернулли для жидкости, находящейся у верхнего уровня и у отверстия. При этом учтем, что на жидкость действует атмосферное давление $p_{атм}$.

$$\rho gh_1+p_{атм}+\frac{\rho v_1^2}{2}=\rho gh_2+p_{атм}+\frac{\rho v_2^2}{2}.$$

Уровень отверстия примем за нулевой: $h_2=0$. Учтем, что $v_1\ll v_2$.

Тогда уравнение можно записать в следующем виде: $\rho g h_1 = \frac{\rho v_2^2}{2}$.

Следует обратить внимание учащихся на то, что данная формула является математической записью закона сохранения энергии для единицы массы жидкости: потенциальная энергия на высоте h_1 равна кинетической энергии на уровне $h = 0$,

$$v_2 = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2 \cdot 980 \frac{см}{сек^2} \cdot 10\ см} \approx 140 \frac{см}{сек}.$$

Скорость истечения жидкости из отверстия получается такой же, как для тела, свободно падающего с высоты h_1 (теорема Торричелли).

Проверка. Значение v_2 можно найти по дальности полета струи $v_2 = \frac{s}{t}$. Время t определим из формулы $h = \frac{gt^2}{2}$, где h — высота отверстия над уровнем, где отмечена точка падения струи:

$$v_2 = \frac{s}{\sqrt{\frac{2h}{g}}}.$$

В одном из опытов при $h = 7{,}5$ *см* было найдено, что $s = 17$ *см*. Следовательно, скорость должна иметь значение

$$v_2 = \frac{17\ см}{\sqrt{\frac{2 \cdot 7{,}5\ см}{980 \frac{см}{сек^2}}}} \approx 140 \frac{см}{сек},$$

что полностью согласуется с полученным выше ответом.

505(э). Держа за уголок лист бумаги в вертикальном положении, направьте на него струю воздуха из трубочки, сначала перпендикулярно, а затем вдоль его поверхности. Куда и почему отклоняется лист бумаги в каждом случае?

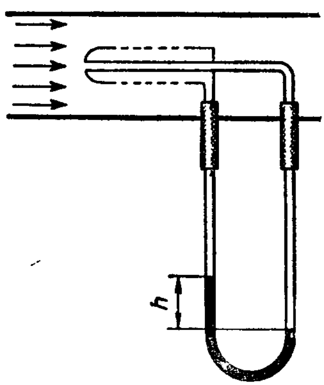


Рис. 131.

Ответ. В первом случае поток воздуха останавливается листом бумаги и в соответствии с законом Бернулли $p + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const}$ давление p возрастает на величину $\frac{\rho v^2}{2}$. Лист отклоняется в сторону движения воздуха. Во втором случае с одной стороны листа давление меньше атмосферного на величину $\frac{\rho v^2}{2}$ и лист втягивается в поток воздуха.

506. Покажите, что величина $\frac{\rho v^2}{2}$ имеет размерность давления.

507. По условию задачи № 505 рассчитайте, на сколько давление в струе воздуха меньше атмосферного, если скорость воздуха $v = 50$ *м/сек*.

Р е ш е н и е. Давление в струе меньше атмосферного на величину

$$\frac{\rho v^2}{2} = \frac{1{,}29 \frac{кг}{м^3} \cdot \left(50 \frac{м}{сек}\right)^2}{2} = 1{,}6 \cdot 10^3 \frac{н}{м^2}.$$

Анализируя полученный ответ, замечаем, что давление в струе воздуха при скоростях в десятки метров в секунду отличается от атмосферного сравнительно на небольшую величину. Однако сила давления, если площадь велика, может достигать большой величины.

Как видно из решения, на 1 $м^2$ в данном случае действует сила 1600 *н*.

508. В полете давление под крылом самолета $9{,}78 \cdot 10^4 \frac{н}{м^2}$, а над крылом — $9{,}67 \cdot 10^4 \frac{н}{м^2}$. Площадь крыльев 20 $м^2$. Определите подъемную силу, если угол атаки 0°.

Р е ш е н и е. Разница давлений $\Delta p = 1{,}1 \cdot 10^3$ $н/м^2$. Поскольку нижняя поверхность крыла горизонтальна (угол атаки 0°), то можно принять, что сила давления направлена вертикально вверх и равна подъемной силе.

$$F = \Delta p S = 1{,}1 \cdot 10^3 \frac{н}{м^2} \cdot 20 \ м^2 = 2{,}2 \cdot 10^4 \ н.$$

509. Скорость воздуха можно измерить прибором, показанным на рисунке 131. Какова скорость воздуха, если разность уровней воды в манометре $h = 65$ *см*?

Р е ш е н и е. Давление в правом колене манометра, соединенном с трубкой Пито, равно полному давлению воздушного потока, а в левом колене— статическому давлению, так как оно соединено с зондом. В соответствии с законом Бернулли $p_{ст} + \frac{\rho v^2}{2} = p_{полн}$,

$$p_{полн} - p_{ст} = \frac{\rho v^2}{2}, \text{ откуда } v = \sqrt{\frac{2(p_{полн} - p_{ст})}{\rho}} = \sqrt{\frac{2\rho_1 g h}{\rho}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 1000 \frac{кг}{м^3} \cdot 9{,}8 \frac{м}{сек^2} \cdot 0{,}65 \ м}{1{,}29 \frac{кг}{м^3}}} = 110 \frac{м}{сек}.$$

На основе решения задачи следует сказать учащимся, что принцип действия данного прибора используется для измерения скорости полета самолетов.

510. В какую сторону будут вращаться пробка *а* в сосуде с водой (рис. 132) и диск *б* (рис. 133), если столик *в* начнет вращаться в направлении, указанном стрелкой? Объясните это явление.

О т в е т. Пробка и диск будут вращаться в том же направлении, что и столик, под действием силы трения.

511. В воде, текущей по длинной горизонтальной трубе постоянного сечения, статическое давление падает, как показано на рисунке 134. Не противоречит ли это закону Бернулли, ведь скорость течения всюду одинакова?

О т в е т. Закон Бернулли выполняется тем точнее, чем меньше внутреннее трение. В данном случае трением нельзя пренебречь. На объем жидкости *аб*, как видно из опыта, слева действует большая сила давления F_1, чем справа F_2. Поскольку, однако, жидкость движется равномерно, на нее в соответствии с первым и вторым законами Ньютона должны действовать уравновешивающиеся силы, т. е. должна существовать сила, действующая влево, против движения. Эта сила является силой трения $F_{тр}$. $F_1 = -F_{тр} - F_2$.

512. Можно ли утверждать, что вязкость жидкости тем больше, чем больше ее плотность? Проверьте это, наблюдая движение стального шарика в стеклянной трубке, наполненной наполовину водой, наполовину машинным маслом [21, № 767].

О т в е т. Вязкость (сила трения) зависит от рода жидкости. Вязкость машинного масла, например автола, больше, а плотность меньше, чем у воды.

513*. Силу сопротивления воздуха, действующую на тело, движущееся со скоростью v, вычисляют по формуле $F = kSv^2$, где S — площадь лобового сопротивления, а k — коэффициент обтекаемости воздуха.

Поясните, почему сила F пропорциональна S и v^2. Рассчитайте силу сопротивления воздуха для гоночного обтекаемого автомобиля и мотоцикла с коляской, движущихся со скоростью $v = 72$ *км/ч*, если соответственно $k_а = 0{,}1\ н \cdot сек^2/м^4$; $k_м = 0{,}8\ н \cdot сек^2/м^4$; $S_а = 1{,}5\ м^2$; $S_м = 1\ м^2$.

Р е ш е н и е. При движении на автомобиль действуют сила трения воздуха о кузов $F_{тр}$ и сила лобового сопротивления F. $F_{тр} \ll F$. В соответствии с законом Бернулли сила лобового сопротивления связана с возникновением ди-

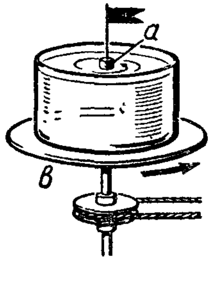


Рис. 132.

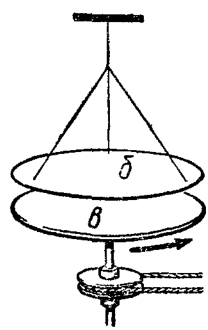


Рис. 133.

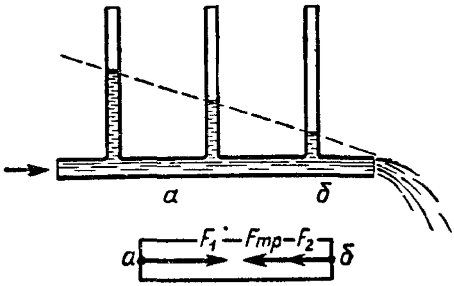


Рис. 134.

намического давления при остановке или торможении воздуха у кузова автомобиля. Поэтому сила F пропорциональна квадрату скорости и площади S.

$$F_а = k_а S_а v^2 = 0{,}1\ \frac{н \cdot сек^2}{м^4} \times$$

$$\times 1{,}5\ м^2 \cdot \left(20\ \frac{м}{сек}\right)^2 = 60\ н.$$

$$F_м = 0{,}8\ \frac{н \cdot сек^2}{м^4} \cdot 1\ м^2 \times \left(20\ \frac{м}{сек}\right)^2 = 320\ н.$$

На примере этой задачи ясно видно, какое большое значение для уменьшения сопротивления воздуха имеет обтекаемая форма тела. $F_м$ превышает $F_а$ более чем в 5 раз, хотя $S_а > S_м$.

514. Определите подъемную силу и лобовое сопротивление самолета, имеющего крылья площадью 20 $м^2$, если давление под крылом 10 $н/см^2$, над крылом — 9,9 $н/см^2$, а лобовое сопротивление в 20 раз меньше подъемной силы.

Решение. Подъемная сила

$$F_1 = \Delta p S = \left(10\ \frac{н}{см^2} - 9{,}9\ \frac{н}{см^2}\right) \cdot 20 \cdot 10^4\ см^2 = 2{,}0 \times 10^4\ н.$$

Лобовое сопротивление $F_2 = \frac{1}{20} F_1 = 1{,}0 \cdot 10^3\ н.$

На примере этой задачи полезно сообщить учащимся, что угол атаки для современных винтовых самолетов составляет 3—8°, а тяга винта примерно в 10 раз меньше веса самолета или его подъемной силы. Поэтому равнодействующая F сил F_1 и F_2, направлена вверх и составляет с вертикалью небольшой угол α.

В данной задаче $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{20} = 0{,}05.\quad \alpha \approx 3°.$

9 класс

ГЛАВА 22
ОСНОВЫ КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ГАЗОВ

Основа данного раздела — молекулярно-кинетическая теория строения вещества. Поэтому вначале решают задачи о свойствах атомов и молекул.

Подбор и методика решения задач по основам кинетической теории газов в большой мере зависят от последовательности и методики изучения материала. По новой программе изучение этого материала будет осуществляться в основном дедуктивным методом: центральное место отводится основному уравнению кинетической теории газов, из которого выводят уравнение состояния газов, а газовые законы рассматривают как его частные случаи.

В соответствии с этим при решении задач нужно прежде всего использовать основное уравнение кинетической теории газов и уравнение Клапейрона—Менделеева. Эти уравнения широко применяют при изучении всей молекулярной физики в IX классе, поэтому задачам по данной теме должно быть уделено особое внимание.

1. Основы молекулярно-кинетической теории

Для повторения и углубления имеющихся у учащихся сведений о молекулах и их свойствах вначале решают задачи, подобные рассмотренным в главе 4, с учетом знаний, полученных учащимися в VII—VIII классах. Далее основное внимание уделяют задачам, дающим понятие о методах изучения микромира и его закономерностях.

При решении задач можно познакомить учащихся с идеями и работами Авогадро, Гей-Люссака, Дальтона, Ломоносова, с использованием для изучения закономерностей микромира броуновского движения, с современными способами определения скоростей молекул (опыты Штерна), дать понятие о способах определения размеров и массы молекул и др.

Задачи с использованием молекулярно-кинетической теории ученики решают и на уроках химии. Поэтому здесь особенно необходима продуманная межпредметная связь физики с химией с тем, чтобы наилучшим образом использовать химические законы для формирования глубоких и прочных понятий о молекулярном строении вещества. В том числе на уроках физики полезно решить ряд «химических» задач (№ 515—519), а на уроках химии — несколько задач «с физическим» уклоном. Такая взаимосвязь позволяет ученикам посмотреть на одни и те же факты с разных точек зрения и, следовательно, лучше осознать их.

515. В 1811 г. Авогадро высказал гипотезу о том, что при одних и тех же условиях (температура и давление) в равных объемах любых газов содержится одинаковое число молекул. Используя эту гипотезу и формулу молекулы воды, определите, какой нужно взять объем водорода и кислорода, чтобы получить 2 *л* водяных паров, имеющих такое же давление и температуру.

Решение. $2\,H_2 + O_2 = 2\,H_2O$. Из уравнения видно, что для получения двух молекул воды нужны две молекулы водорода и одна молекула кислорода. Из гипотезы Авогадро следует, что объемы газов при одинаковых условиях пропорциональны числу молекул. (В равных объемах находится одинаковое число молекул, а в объеме, например, вдвое большем находится и в два раза большее число молекул.) Следовательно, для получения 2 *л* водяных паров нужно взять 2 *л* водорода и 1 *л* кислорода.

Учащимся нужно сказать, что последующие исследования подтвердили правильность гипотезы Авогадро.

516. В 1808 г. Гей-Люссак открыл, что отношения объемов газов, вступивших в химические реакции, выражаются простыми целыми числами. Какое предположение о строении молекул сложного вещества можно сделать из этого закона, используя гипотезу Авогадро? Ответ поясните примером.

Ответ. Поскольку по гипотезе Авогадро число молекул пропорционально объему газов, то можно предположить, что для образования молекулы сложного вещества нужно всегда определенное число молекул (атомов) простых веществ. Таким образом, мельчайшие частички (молекулы, атомы) одного вещества всегда соединяются определенным образом с молекулами (атомами) другого вещества (закон постоянства химического состава). Например, с 1 *л* водорода H_2 вступает в реакцию 1 *л* хлора ($H_2 + Cl_2 = 2HCl$). С 2 *л* водорода вступает в реакцию, как это показано в предыдущей задаче, 1 *л* кислорода и т. д.

517. Дальтон установил закон кратных отношений, согласно которому если два элемента образуют несколько соединений, то с постоянной по величине массой одного элемента вступают в соединения такие количества другого элемента, которые относятся между собой как небольшие целые числа. Какое предположение о молекулярном строении сложного вещества можно сделать из этого? Ответ поясните химическими формулами.

Ответ. Явление объясняют тем, что с одним и тем же количеством атомов одного элемента вступает в соединение целое число атомов другого элемента.

Примеры: а) HO, H_2O; б) C_2H_2, C_2H_4, C_2H_6; в) NO; N_2O_2; N_2O_3; N_2O_4; N_2O_5.

518. Используя таблицу плотности газов, покажите, во сколько раз масса молекулы водорода H_2 меньше массы молекулы кислорода O_2.

Решение. Плотность водорода при нормальных условиях $\rho_{вд} = 0{,}90$ *кг/м*^{3}, а кислорода — $\rho_к = 1{,}43$ *кг/м*^{3}. Так как в равных объемах газов содержится одинаковое число молекул, то

$$\frac{\rho_к}{\rho_{вд}} = \frac{1{,}43\,\frac{кг}{м^3}}{0{,}090\,\frac{кг}{м^3}} \approx 16^1.$$

519. Вычислите в килограммах массу атома фтора, принимая за атомную единицу массы (а.е.м.) 1/12 массы атома углерода.

Решение. Вычислим значение а.е.м. в килограммах. 1 а.е.м. $= \frac{\mu_c}{12N}$, где μ_c — масса килограмм-атома углерода, а N — число Авогадро. Так как в настоящее время принято, что $\mu_c = 12$, то

$$1 \text{ а. е. м.} = \frac{1 \cdot кг}{6{,}02 \cdot 10^{26}} = 1{,}67 \cdot 10^{-27} кг^2 \approx 1{,}7 \cdot 10^{-27}\ кг.$$

Это значение а.е.м. ученики должны занести в свои таблицы. Для нахождения массы атома любого элемента это число нужно умножить на его атомную массу.

$$m_F = 1{,}7^{-27}\ кг \cdot 18{,}9984 = 32 \cdot 10^{-27}\ кг.$$

520(э). Определите размер молекулы масла по масляному пятну на поверхности воды, предполагая, что молекулы располагаются в один слой.

Решение. Толщина слоя $h = \frac{V}{S} = \frac{m}{\rho S} = \frac{4m}{\rho \pi D^2}$,

где V — объем, m — масса и ρ — плотность капли масла, а S и D — соответственно площадь и диаметр пятна.

---

[1] В таблицах, которые обычно приводятся в учебных пособиях, значения плотности веществ дают для смеси изотопов, встречающихся в природе. С учащимися этот вопрос следует уточнить при повторении в конце X класса.

[2] Точнее, это унифицированная атомная единица массы (у. а. е. м.), введенная вместо а е. м., за которую ранее принималась 1/16 массы атома изотопа кислорода O^{16}.

Среднее значение массы капли следует поручить определить заранее группе учащихся с помощью весов, а диаметр пятна легко измерить на уроке. При этом нужно позаботиться о том, чтобы объем капли был не более 0,001 *см*^{3}, иначе поверхность пятна будет чрезмерно большой. Для обеспечения хорошей видимости пятна на поверхность воды в сосуде достаточных размеров (фотографическая кювета, аквариум, таз) насыпают ликоподий или мелкую пробковую пыль. С помощью пипетки[1], в отверстие которой вставлен кусочек лески диаметром 0,2 *мм*, получают маленькую капельку масла, которую опускают на поверхность воды и наблюдают, как ликоподий резко раздвигается к краям сосуда, а в середине образуется масляное пятно почти правильной круглой формы. Замерив его диаметр, производят расчеты.

В результате одного из опытов были получены следующие данные[2]: среднее значение массы капли $m = 0{,}022$ *мг*; диаметр пятна $D = 27$ *см*; плотность масла $\rho = 0{,}90$ *г/см*^{3}.

Подставив данные в формулу, найдем $h = 4{,}3 \cdot 10^{-8}$ *см*.

Значение $h = 4{,}3 \cdot 10^{-8}$ *см* еще не может быть с полной уверенностью принято за величину диаметра молекулы, поскольку мы точно не знаем, как располагаются молекулы в пленке. Однако можно утверждать, что диаметр молекулы не больше h.

521. Определите линейные размеры молекулы воды.

Р е ш е н и е. Формула воды H_2O. Атомный вес водорода $1{,}0080 \approx 1$, а кислорода (изотопа O^{16}) $15{,}9949 \approx 16$. Поэтому масса киломоля воды примерно равна $m_0 \approx 18$ *кг*, а объем $V_0 \approx 0{,}018$ *м*^{3}. Объем молекулы

$$V_1 = \frac{0{,}018\ м^3}{6{,}02 \cdot 10^{26}} \approx 3 \cdot 10^{-29}\ м^3.$$

Пренебрегая промежутками между молекулами, ввиду их плотной упаковки, найдем приближенно линейный размер молекулы:

$$d \approx \sqrt[3]{3 \cdot 10^{-29}\ м^3} \approx 3 \cdot 10^{-10}\ м = 3 \cdot 10^{-8}\ см,$$

т. е. линейные размеры молекулы воды того же порядка, что и молекулы масла (№ 520), что косвенно подтверждает правомерность расчетов, выполненных в экспериментальной задаче.

522. Вычислите примерные размеры атома (молекулы) золота[3].

Р е ш е н и е. $\mu = 197$. Объем килограмм-атома $V_0 = \frac{\mu}{\rho}$.

Объем атома

$$V_1 = \frac{\mu}{\rho N}.$$

---

[1] См.: В. Д. Ш е в е л к и н. Экспериментальная оценка размеров молекул «Физика в школе», 1962, № 4.

[2] Р. Г и р к е и Г Ш п р о к х о ф Эксперимент по курсу элементарной физики, ч. 2, М., Учпедгиз, 1959, стр. 189.

[3] Молекулы металлов одноатомны.

$$d = \sqrt[3]{\frac{197\ кг}{19300\ \frac{кг}{м^3} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{26}}} \approx 2{,}6 \cdot 10^{-10} м = 2{,}6 \cdot 10^{-8}\ см.$$

Таким образом, и молекула золота имеет линейные размеры того же порядка (10^{-8} *см*), как и молекула воды (№ 520).

523. Чем крупнее броуновские частицы, тем меньше скорость их хаотического движения. Почему?

Ответ. По второму закону Ньютона ускорение, которое получает частица массой m от ударов молекул, равно $a = \frac{F}{m}$, где F — результирующая сила ударов всех молекул. Чем крупнее частицы, тем в большей мере взаимно компенсируются силы ударов молекул, действующие на нее с разных сторон. Кроме того, увеличивается масса частиц, и они становятся менее «подвижными».

524. В морской воде находится сравнительно большое (5 *мг* на 1 *т* воды) количество золота. Почему частицы золота размером 10^{-7} — 10^{-5} *см* не оседают на дно, хотя золото — один из самых тяжелых металлов?

Ответ. Частицы золота размером 10^{-7} — 10^{-5}*см* соизмеримы по величине с молекулами воды (№ 522). От ударов молекул воды они получают большие ускорения и скорости (№ 523) и движутся не в одном направлении — вниз, а хаотически в разных направлениях.

525(э). На рисунке 135 показан прибор, состоящий из диска *а* с укрепленными на нем стаканчиками *б*, и трубки *в*, впаянной в дно сосуда *г*. Прибор с помощью штока *д* может крепиться на центробежной машине. Сосуд *г* наполняют доверху водой, которая тонкой струей вытекает из отверстия *е* и попадает в средний стаканчик $б_3$. Приведя прибор во вращение, можно добиться, чтобы струя попадала, например, в стаканчик $б_4$. Как с помощью этого прибора определить скорость вытекания струи воды из отверстия *е*?

Решение. Горизонтальную составляющую скорости струи можно определить, приравняв время t_1 движения струи по радиусу R и время t_2 перемещения стаканчика $б_3$ на место стаканчика $б_4$.

$$t_1 = \frac{R}{v_2};\ t_2 = \frac{s}{v_0};\ \frac{R}{v_2} = \frac{s}{v_0};\ v_2 = \frac{Rv_0}{s} = \frac{2\pi R^2 n}{s}.$$

В одном из опытов были получены следующие данные. При $R = 17$ *см*, $s = 7$ *см* и $n = 0{,}53 \frac{об}{сек}$ вычисления дают $v_2 = 140 \frac{см}{сек}$.

Проверка. См. задачу 504.

Задачу решают для того, чтобы подготовить учащихся к пониманию опыта Штерна по определению скорости молекул. Идея

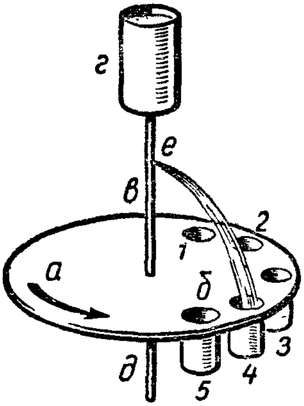


Рис. 135.

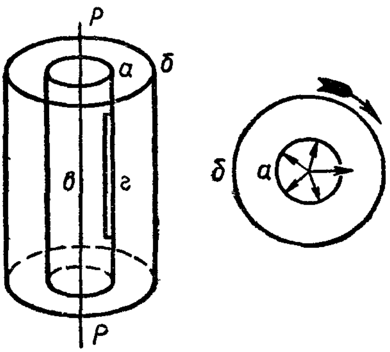


Рис. 136.

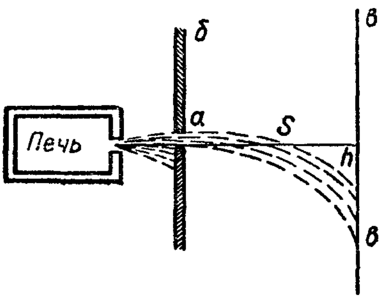


Рис. 137.

модели заимствована из «Элементарного учебника физики» под ред. акад. Г. С. Ландсберга.

526. Определяя скорости молекул, Штерн поставил следующий опыт. Вдоль оси откачанных до высокого вакуума цилиндров *а* и *б* (рис. 136) натягивали покрытую серебром платиновую проволоку *в*. При нагревании проволоки током испаряющиеся атомы серебра проходили через щель *г* и оседали на цилиндре *б*. Как, зная радиусы цилиндров, угловую скорость их вращения и смещение молекулярного пучка, вычислить среднюю скорость движения молекул серебра?

Решение. Время движения молекул от щели до цилиндра равно времени смещения цилиндра на расстояние Δs:

$$t = \frac{R - r}{c} = \frac{\Delta s}{\omega R},$$

откуда $c = \dfrac{\omega R (R - r)}{\Delta s}$.

527. В одном из опытов для определения скорости молекул Штерн использовал пары цезия, которые получались в печи, помещенной в откачанный сосуд (рис. 137). С помощью щели *а* в экране *б* из струи паров вырезался узкий пучок горизонтально летящих атомов. Как с помощью этого опыта, зная расстояние s от щели до плоскости *вв*, где отмечались атомы, и отклонение пучка h вследствие действия силы тяжести, вычислить среднюю скорость атомов цезия?

Решение. Начальная скорость атомов $v = \dfrac{s}{t}$.

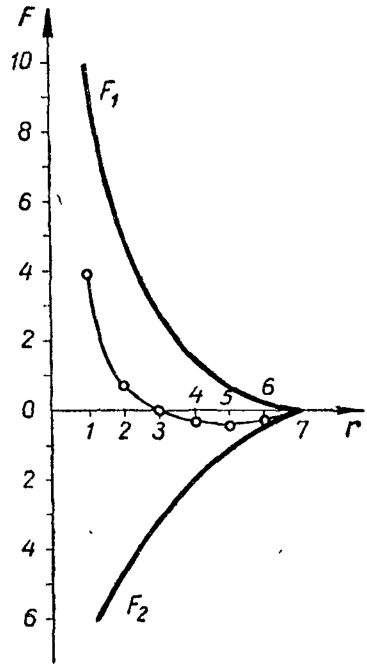


Рис. 138.

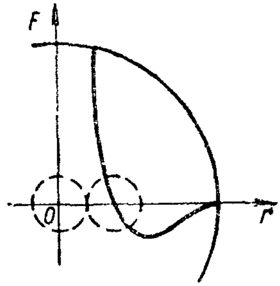


Рис. 139.

Время движения определится из уравнения $h = \frac{gt^2}{2}$, следовательно,

$$v = \frac{s}{\sqrt{\frac{2h}{g}}}.$$

528. На рисунке 138 показаны примерные графики зависимости силы отталкивания F_1 и силы притяжения F_2 от расстояния r между молекулами. Какая из сил преобладает на близких расстояниях между молекулами? На больших расстояниях? Покажите на оси Or то расстояние, на котором сила притяжения уравновешивается силой отталкивания. Начертите график изменения равнодействующей сил F_1 и F_2 в зависимости от расстояния между молекулами [21, № 588].

Решение. Ученики должны тщательно перерисовывать графики, притом в таком масштабе, чтобы они занимали не менее половины страницы ученической тетради. На осях координат указывают условные единицы силы и расстояния. Рассматривают силы, действующие на расстоянии *01*. Из графика видно, что сила отталкивания $F_1 = 10$ *ед*, а сила притяжения $F_2 = 6$ *ед.* F_1 и F_2 направлены в противоположные стороны. Их равнодействующая $F_1 = 10$ *ед.* — — 6 *ед.*=4 *ед.* и направлена в ту же сторону, что и сила F_1. Таким образом находят первую точку графика равнодействующей сил F_1 и F_2. Аналогично для расстояний 02 и 03 находят, что сила F примерно равна соответственно 0,7 *ед.* и 0. Следовательно, на расстоянии 03 силы притяжения и отталкивания равны. Для расстояний, больших 03, силы отталкивания оказываются меньше сил притяжения и точки графика расположатся ниже оси Or.

Физическую сущность задачи полезно пояснить рисунком 139, где показан график зависимости силы взаимодействия молекул от

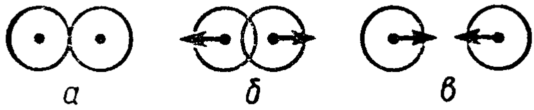


Рис. 140.

расстояния. На расстоянии 03 $= d$ (рис. 138) силы притяжения и отталкивания равны. Изобразим вокруг молекул сферы радиуса $\frac{d}{2}$ (рис. 140, *а*). При сближении молекул на расстояние, меньшее d, проявляются силы отталкивания и молекулы ведут себя как упругие шары радиуса $\frac{d}{2}$ (рис. 140, *б*). Поэтому в кинетической теории диаметр d обычно называют диаметром молекулы, хотя истинные ее размеры значительно меньше.

При удалении молекул на расстояние, большее d, проявляются силы притяжения (рис. 140, *в*), которые сначала возрастают, а потом на расстоянии Or уменьшаются до нуля и связь между молекулами утрачивается. Сферу радиуса Or называют сферой молекулярного действия.

2. Свойства газов

Опираясь на материал предыдущего раздела, сначала решают задачи, углубляющие и уточняющие понятие о свойствах идеальных газов, для которых не учитывают собственный объем молекул и их взаимное притяжение. Затем главное внимание уделяют задачам на основное уравнение кинетической теории газов, которое может быть записано в следующих видах:

$$p = \frac{2}{3} n \frac{mv^2}{2}; \quad pV = \frac{2}{3} N \frac{mv^2}{2},$$

где p и V соответственно давление и объем газа, N — число, m — масса и v — средняя скорость молекул[1], а n — число молекул в единице объема.

Затем изучают закон Шарля $p_t = p_0 \left(1 + \frac{t}{273^\circ}\right)$.

Для абсолютной шкалы температур $p_t = p_0 \frac{T}{T_0} \cdot T_0 = 273°C$.

$$T = T_0 + t.$$

При решении задач используют также формулу, устанавливающую зависимость средней кинетической энергии молекулы одноатомного газа от температуры $E_к = \frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2} kT$. Постоянная

[1] Точнее v — средняя квадратическая скорость. Но это понятие учащимся не дают.

Больцмана $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ *дж/град*. Поскольку это соотношение применимо к молекулам любого одноатомного газа, то $\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_2 v_2^2}{2}$, следовательно, молекулы любых газов при одной и той же температуре в среднем имеют одинаковую кинетическую энергию.

Подставив значение $E_к$ в основное уравнение молекулярно-кинетической теории, получим уравнение Клапейрона $pV = NkT$.

Для одного киломоля идеального газа уравнение имеет вид $pV = N_0 kT = RT$. Универсальная газовая постоянная $R = kN_0 = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ *дж/град*$\cdot 6{,}02 \cdot 10^{26}$ *кмоль*$^{-1} = 8{,}31 \cdot 10^3$ *дж/кмоль·град*.

Для любой массы m (*кг*) идеального газа уравнение примет вид $pV = \frac{m}{\mu} RT$, где μ — число киломолей (уравнение Клапейрона—Менделеева).

При решении многих задач это уравнение для одной и той же массы газа, но для двух различных состояний удобно записывать в виде $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$ (объединенный газовый закон).

При постоянной температуре $p_1 V_1 = p_2 V_2$ (закон Бойля—Мариотта).

При постоянном объеме $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$ (закон Шарля).

При постоянном давлении $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$ (закон Гей-Люссака).

Закон Гей-Люссака учащиеся должны также знать и уметь применять в виде $V_t = V_0 (1 + \alpha t)$. При этом, решая задачи на закон Шарля и Гей-Люссака по формулам

$$p_t = p_0 (1 + \alpha t) \qquad \text{и} \qquad V_t = V_0 (1 + \alpha t),$$

нужно подчеркнуть, что p_0 и V_0 — это соответственно давление и объем при 0°С. Учащиеся же нередко ошибочно считают, что V_t и V_0 или p_t и p_0 —это конечное и начальное значение объема или давления, а t — температура, на которую нагрелся газ. Поэтому применяют формулы

$$V_2 = V_1 [1 + \alpha (t_2 - t_1)] \text{ и } p_2 = p_1 [1 + \alpha (t_2 - t_1)],$$

что ведет к ошибочным результатам (№ 545).

529. Принимая молекулы газа в замкнутом сосуде за упругие шарики, докажите, что они не могут иметь одинаковую скорость.

Р е ш е н и е. Допустим, что в какой-то момент молекулы имеют одинаковую скорость. Картина тотчас нарушится в результате столкновений. Например, скорость молекулы возрастет в $\sqrt{2}$ раз, если она получит удар под углом в 90° к ее скорости (рис. 141).

530. Вычислите среднюю скорость молекул водорода при 0° С и давлении $p = 10 \cdot 10^4 \frac{н}{м^2}$.

Решение. Запишем основное уравнение кинетической теории газов $p = \frac{2}{3} n \frac{mv^2}{2}$, где n — число молекул в единице объема. Так как при 0° С mn есть плотность $\rho_0 = 9,0 \cdot 10^{-2}$ *кг/м*^{3}, то

$$p = \frac{1}{3}\rho_0 v^2$$

$$\text{и } v = \sqrt{\frac{3p}{\rho_0}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 10 \cdot 10^4 \frac{н}{м^2}}{9,0 \cdot 10^{-2} \frac{кг}{м^3}}} = 1,8 \cdot 10^3 \frac{м}{сек}.$$

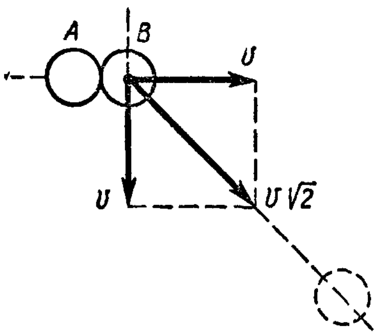


Рис. 141.

531. При 0° С давление газа в баллоне равно 10 *атм*. Каким станет давление газа, если его температура поднимется до 27,3° С?

Решение. Первую задачу такого типа полезно решить арифметически для того, чтобы учащиеся лучше «почувствовали» существо закона Шарля.

С повышением температуры газа на 1°С при постоянном объеме давление возрастает на $\frac{1}{273}$ часть, т. е. в данном случае на $\frac{10}{273}$ *атм*. А при увеличении температуры на 27,3° давление увеличится на $\frac{10 \cdot 27,3}{273}$ *атм* = 1 *атм* и станет, следовательно, равным 11 *атм*.

532. Начертите график изохорного процесса в координатных осях p, T и p, t. В чем отличие этих графиков?

Решение. Для изохорного процесса идеального газа справедлив закон Шарля. В абсолютной шкале температур $\frac{p}{T} = \text{const}$ или $p = cT$. По шкале Цельсия $p_t = p_0 \left(1 + \frac{t}{273°}\right)$. Зависимость давления от температуры для обоих шкал линейная. Но при $T = 0$ и $p = 0$, а при $t = 0$ $p = p_0$. Поэтому графики должны иметь вид, показанный на рисунке 142, *а*, *б*.

533. На рисунке 143 представлены графики изохорных процессов. Почему они изображены разными линиями? Почему прямые продолжены до точки A пунктиром? [6, № 183].

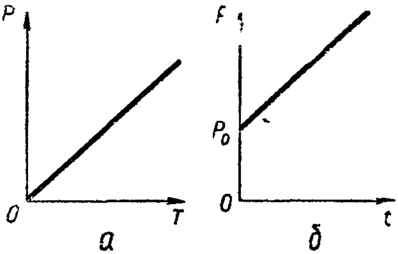


Рис. 142.

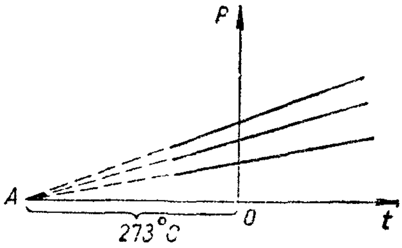


Рис. 143.

Ответ. Прямые на графике изображают изохорный процесс для различных масс газа. Для реальных газов при низких температурах прямо пропорциональная зависимость между давлением и температурой (закон Шарля) соблюдается лишь с известным приближением, что отмечено пунктирной линией, по которой, однако, можно установить абсолютную шкалу температур.

534. Найдите среднюю скорость молекул водорода при 0° С и 1000° С, если известно, что масса молекулы водорода $m = 3{,}4 \times \times 10^{-27}$ *кг.*

Решение. $\frac{mv_1^2}{2} = \frac{3}{2}kT_1$;

$$v_1 = \sqrt{\frac{3kT_1}{m}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}\,\frac{дж}{град} \cdot 273}{3{,}4 \cdot 10^{-27}\,кг}} = 1{,}8 \cdot 10^3\,\frac{м}{сек}.$$

Аналогично найдем, что средняя скорость молекул водорода при 1000° С $v_2 = 3{,}9 \cdot 10^3$ *м/сек.*

535. Вычислите молекулярный вес бензола, 1,2 *л* которого при температуре 87° С и давлении 624 *мм рт. ст.* имеют массу 2,6 *г.*

536. Найдите давление 1,0 *л* неона, если масса его 45 *г*, а температура 0° С [21, № 674].

537. Определите массу 20 *л* аммиака, находящегося под давлением 1450 *мм рт. ст.* при температуре 17° С [21, № 672].

Решение 1. В данной задаче (так же как и в задачах 535 и 536) описывается одно состояние газа, поэтому ее целесообразнее решать по формуле Клапейрона—Менделеева $pV = \frac{m}{\mu} RT$, из которой сразу можно найти искомую величину. При этом следует приучать учащихся производить вычисления в системе СИ.

Формула аммиака NH_3. Атомный вес азота ≈ 14, водорода ≈ 1. Следовательно, $\mu \approx 17$ *кг/кмоль.*

В тех случаях, когда формула газа неизвестна, значение μ можно найти по формуле $\mu \approx \rho_0 V_0$, где $V_0 = 22,4$ *м³/кмоль* — объем киломоля газа, а ρ_0 — его плотность при нормальном давлении.

В данном случае $\mu \approx 0,77$ *кг/м³* · 22,4 *м³/кмоль* $\approx$ 17 *кг/кмоль*. При вычислении массы газа учтем, что 1 *мм рт. ст.* $\approx$ 133 *н/м²*.

$$m = \frac{pV\mu}{RT} = \frac{1450 \cdot 133 \frac{н}{м^2} \cdot 20 \cdot 10^{-3}\ м^3 \cdot 17 \frac{кг}{кмоль}}{8,31 \cdot 10^3 \frac{дж}{кмоль \cdot град} \cdot 290К} \approx 0,028\ кг.$$

Решение 2. Напишем уравнение состояния газа для указанных в задаче условий: $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_0V_0}{T_0}$; $V_0 = \frac{m}{\rho_0}$, следовательно,

$$m = \frac{p_1V_1T_0\rho_0}{T_1p_0} = \frac{1450\ мм\ рт\ ст. \cdot 20 \cdot 10^{-3}\ м^3 \cdot 273К \cdot 0,77 \frac{кг}{м^3}}{290К \cdot 750\ мм\ рт.\ ст.} = 0,028\ кг.$$

Сравнивая решения, следует заметить, что применение уравнения газового состояния позволяет выражать значения входящих в него величин во внесистемных единицах, так как эти величины пропорциональны друг другу в обоих частях равенства. Например, во втором решении плотность была выражена в единицах системы СИ, а давление во внесистемных единицах — *мм рт. ст.*

Решение задач по формуле Клапейрона—Менделеева требует строгого соблюдения систем единиц. В приведенном примере, взяв значение R в системе СИ, мы в этой системе выражали и все другие величины. Но зато решение данного типа задач по формуле Клапейрона—Менделеева позволяет сразу найти искомую величину p, V, T, m, μ, а решение по уравнению газового состояния требует более сложных рассуждений и применения дополнительных формул, особенно если нужно вычислить значение молекулярного веса или массу газа, которые в явном виде не входят в уравнение газового состояния.

538. В баллоне содержится газ при температуре 27° С и давлении 60 *ат*. Каково будет его давление, когда температура понизится до —73° С?

Решение. В условии говорится о двух различных состояниях газа, поэтому используем формулу $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$; $p_2 = \frac{p_1V_1T_2}{V_2T_1}$.

$T_1 = 273\ К + 27°\ С = 300\ К$; $T_2 = 273°\ К - 73°\ С = 200°\ К$.

Объем газа остается неизменным $V_1 = V_2$; тогда

$$p_2 = \frac{p_1T_2}{T_1} = \frac{60\ ат \cdot 200К}{300\ К} = 40\ ат.$$

539. Напишите формулу изотермического процесса (закон Бойля—Мариотта) и начертите графики этого процесса в координатных осях pV, TV, Tp.

Ответ. График изотермического процесса в координатных осях pV — гипербола (рис. 144).

Температура при изотермическом процессе не изменяется.

p и V могут быть выражены любыми положительными числами. Графики изотермического процесса в координатных осях TV и Tp есть прямые, параллельные соответственно осям V и p (рис. 145, *а* и *б*).

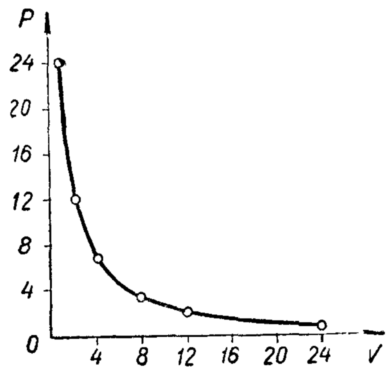


Рис 144.

540. Изотермический процесс изображен двумя различными графиками (рис. 146). Нет ли здесь ошибки? [6, № 175].

Ответ. Ошибки нет. График *б* на осях p и ρ показывает прямо пропорциональную зависимость плотности газа ρ от давления p.

541 (э). С помощью стеклянной трубки, линейки и мензурки с водой определите атмосферное давление.

Решение 1. Закроем верхний конец трубки и опустим ее в воду (рис. 147, *а*). Для двух состояний газа, до погружения и после погружения трубки в воду, справедливо уравнение $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$,

так как $T_1 = T_2$, то $p_1V_1 = p_2V_2$; $V_1 = Sl_1$ и $V_2 = Sl_2$,

поэтому $p_1l_1 = p_2l_2$; $p_2 = (p_1 + \rho hg)$; $p_1l_1 = (p_1 + \rho gh)\, l_2$;

откуда $p_1 = \frac{\rho gh\, l_2}{(l_1 - l_2)}$.

Решение 2. Сначала трубку погружают в воду (рис. 147, *б*), а затем, закрыв верхний конец, поднимают вверх (рис. 147, *в*). Для

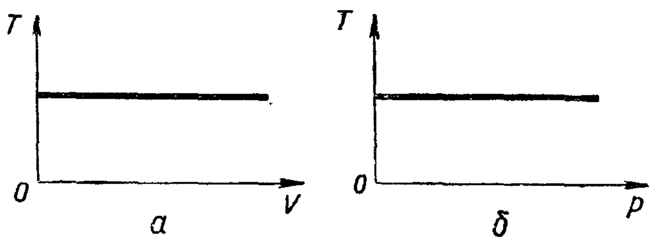


Рис. 145.

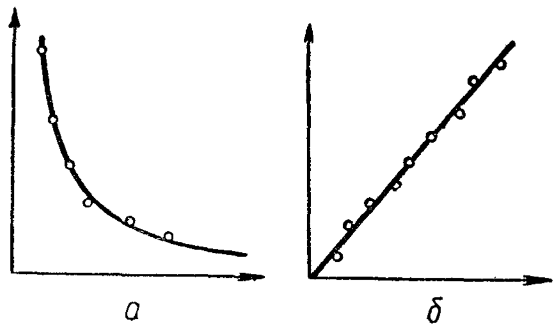


Рис. 146.

двух состояний газа справедливо уравнение $p_1 l_1 = (p_1 - \rho g h) l_2$, откуда

$$p_1 = \frac{\rho g h\, l_2}{(l_2 - l_1)}.$$

542. Начертите графики изобарного процесса в координатных осях VT и Vt. В чем отличие этих графиков?

Задачу решают подобно задаче 532.

543. На рисунке 148 представлены графики изобарных процессов.

1. Почему они изображены разными линиями? 2. Почему прямые продолжены до точки A пунктиром?

Ответ. 1. Каждая из прямых на графике изображает изобарный процесс для определенной массы газа. 2. Зависимость между объемом и температурой (закон Гей-Люссака), выраженная на рисунке 148 графически, справедлива для идеальных газов. Для реальных же газов она справедлива лишь с приближением, и тем большим, чем ниже давление.

При весьма низких температурах эта зависимость для газов несправедлива, что и отмечено на рисунке 148 пунктирными линиями [6, стр. 283—284].

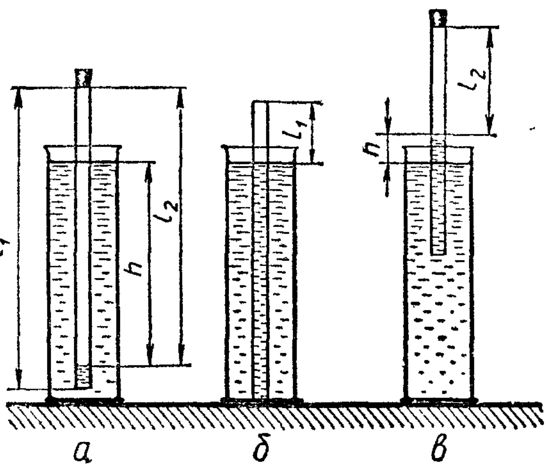


Рис. 147.

544. На сколько увеличится объем 20 *л* газа при нагревании его от 0 до 100° С при постоянном давлении?

Расчеты в первой задаче такого типа полезно выполнить арифметически, подобно тому как это было сделано в задаче 531.

545. Газ занимает объем 20 *л* при 273° С. Каков будет его объем при 546° С и прежнем давлении?

Решение 1.

Процесс изобарный, поэтому $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$, откуда

$$V_2 = \frac{V_1 T_2}{T_1} = \frac{2\ л \cdot 826^\circ}{546^\circ} = 3\ л.$$

Решение 2.

$V_2 = V_0\left(1 + \frac{t_2}{273^\circ}\right)$; объем V_0 при 0° С найдем из уравнения

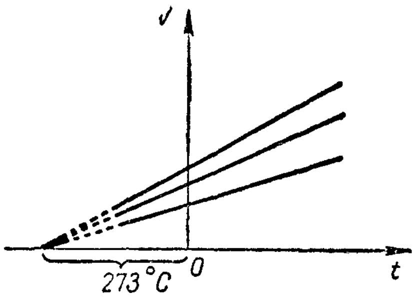


Рис. 148.

$$V_1 = V_0\left(1 + \frac{t_1}{273^\circ}\right); \quad V_0 = \frac{V_1}{1 + \frac{t_1}{273^\circ}}; \quad V_2 = \frac{V_1\left(1 + \frac{t_2}{273^\circ}\right)}{1 + \frac{t_1}{273^\circ}} = 3 л.$$

Заметим, что если бы учащиеся ошибочно применяли формулу $V_2 = V_1(1 + \alpha\Delta t)$, то получили бы неверный ответ:

$$V_2 = 2\ л\left(1 + \frac{(546^\circ - 273^\circ)}{273^\circ}\right) = 4\ л.$$

ГЛАВА 23

ВНУТРЕННЯЯ ЭНЕРГИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

При изучении данной темы сначала решают задачи о двух способах изменения внутренней энергии (с помощью теплопередачи и путем совершения работы), подобные приведенным в главах 8 и 10.

Далее, используя знания учащихся по кинетической теории газов, следует решить ряд задач, с помощью которых можно установить связь между теплоемкости и кинетической энергией молекул. При этом нужно разграничить понятие о теплоемкости при постоянном давлении c_p и теплоемкости при постоянном объеме c_V.

Рассматривая работу, необходимую для изменения состояния идеального газа, и работу при расширении газа, следует использовать первое начало термодинамики $\Delta Q = \Delta E + \Delta A$, которое утверждает, что количество теплоты ΔQ, полученное системой, идет на увеличение ее внутренней энергии ΔE и на работу ΔA, совершаемую по отношению к внешним телам.

Внутренняя энергия E идеального газа, которую рассматривают при изучении тепловых явлений, есть кинетическая энергия движения его молекул $E = N\frac{mv^2}{2}$.

Величину ΔQ находят по известной учащимся формуле $\Delta Q = cm(t_2 - t_1)$, где c в зависимости от условий задачи c_p или c_V. Для определения работы ΔA используют сведения о газовых законах. ΔA легко найти аналитически для изобарных процессов $\Delta A = p\Delta V$. Если же давление меняется, то величину работы в общем случае учащиеся могут найти только графически. Это имеет место, например, при изотермических и адиабатических процессах, на которые следует решить ряд графических задач.

1. Изменение внутренней энергии

546. На рисунке 149 показано нагревание до одной и той же температуры одинаковых количеств газа. Одинаковое ли количество теплоты потребовалось для этого? Какой сделать можно вывод о сравнительной величине теплоемкости газа при постоянном давлении и постоянном объеме?

Решение. В первом случае $\Delta Q_1 = \Delta E$, а во втором $\Delta Q_2 = \Delta E + \Delta A$; $\Delta Q_2 > \Delta Q_1$; $\Delta Q_1 = c_V m\Delta t$; $\Delta Q_2 = c_p m\Delta t$;

$$c_V = \frac{\Delta E}{m\Delta t}; \quad c_p = \frac{\Delta Q_2}{m\Delta t} = \frac{\Delta E + \Delta A}{m\Delta t}; \quad c_p > c_V.$$

547. Какое количество теплоты необходимо для нагревания киломоля одноатомного газа на 1° С при постоянном объеме? На что расходуется эта энергия с точки зрения молекулярно-кинетической теории?

Решение. $\Delta Q = \Delta E + \Delta A$. Так как газ не расширяется, $\Delta V = 0$ и $\Delta A = 0$; $\Delta Q = \Delta E$. Количество теплоты ΔQ идет на увеличение внутренней энергии газа, в результате чего повышается его температура и увеличивается кинетическая энергия молекул.

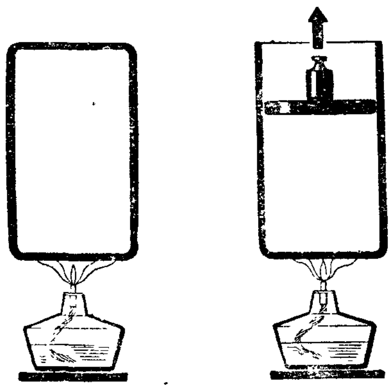


Рис. 149

$$\Delta E = N_0\frac{mv_2^2}{2} - N_0\frac{mv_1^2}{2}.$$

Так как $\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2}kT$, то

$$\Delta E = \frac{3}{2}N_0kT_2 - \frac{3}{2}N_0kT_1 = \frac{3}{2}N_0k\Delta T = \frac{3}{2}R\Delta T.$$

Молекулярная теплоемкость $\mu c_V = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{3}{2}\frac{R\,\Delta T}{\Delta T} = \frac{3}{2}R.$

$$\mu c_V = \frac{3}{2}\cdot 8{,}31\cdot 10^3\ \frac{\textit{дж}}{\textit{кмоль}\cdot\textit{град.}} = 12{,}4\cdot 10^3\ \frac{\textit{дж}}{\textit{кмоль}\cdot\textit{град}},$$

$$\left(\mu c_V \approx \frac{3\ \textit{ккал}}{\textit{кмоль}\cdot\textit{град}}\right).$$

Следует подчеркнуть, что молярная теплоемкость при постоянном объеме одинакова для всех одноатомных газов: гелия, неона, аргона и др.

2. Работа при расширении газа

548. Рассчитайте значение молярной теплоемкости одноатомного газа при постоянном давлении.

Решение. Для нагревания киломоля одноатомного газа при постоянном давлении необходимо количество теплоты $\Delta Q = \Delta E + \Delta A$, $\Delta Q = \mu c_p$; $\Delta E = \mu c_V = \frac{3}{2}R$; $\Delta A = p\Delta V$.

Для определения величины $p\Delta V$ запишем уравнение Клапейрона—Менделеева для двух состояний газа — до нагревания и после его нагревания на 1°. $pV_1 = RT_1$; $pV_2 = RT_2$. Вычтем из второго уравнения первое: $p(V_2 - V_1) = R(T_2 - T_1)$ или $p\Delta V = R\Delta T$. Так как $\Delta T = 1°$, то $p\Delta V = R\cdot 1° = 8{,}31\ \frac{\textit{кдж}}{\textit{кмоль}}$. $\left(p\Delta V \approx 2\ \frac{\textit{ккал}}{\textit{кмоль}}\right)$.

Таким образом, введенная ранее величина — универсальная газовая постоянная R получает наглядное физическое истолкование. Она численно равна работе, которую совершает киломоль газа при изобарном расширении, если он нагревается на 1°.

$$\mu c_p = \frac{3}{2}R + R = \frac{5}{2}R = 21\ \textit{кдж/кмоль}\cdot\textit{град}.$$

549. Используя данные задачи 548, рассчитайте удельную теплоемкость c_p гелия и сравните со значением, приведенным в таблицах.

Решение. Молекулярный вес гелия 4 *кг/кмоль*.

$$c_p = \frac{21\cdot 10^3\ \frac{\textit{дж}}{\textit{кмоль}\cdot\textit{град}}}{4\ \frac{\textit{кг}}{\textit{кмоль}}} = 5{,}2\ \frac{\textit{кдж}}{\textit{кг}\cdot\textit{град}},$$

что соответствует табличным данным.

В ознакомительном плане полезно сообщить учащимся, что для двухатомных газов при невысоких температурах

$$\mu c_V = 21\ \frac{\textit{кдж}}{\textit{кмоль}\cdot\textit{град}} \text{ и } \mu c_p = 29{,}3\ \frac{\textit{кдж}}{\textit{кмоль}\cdot\textit{град}}$$

Разница же $\mu c_p - \mu c_V$ всегда равна 8,3 *кдж/кмоль·град*, так как эта величина определяет энергию, которая расходуется на совершение работы расширения киломоля газа независимо от его природы.

Эти сведения могут быть использованы при решении задач о работе газа при расширении, а также для вычисления c_p и c_V двухатомных газов.

550. Считая, что молярная теплоемкость двухатомных газов $\mu c_p = 29{,}3$ *кдж/кмоль · град*, рассчитайте удельную теплоемкость кислорода и воздуха и сравните с данными, приведенными в таблицах.

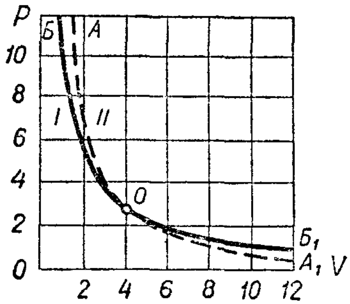


Рис. 150.

Решение. Для кислорода $\mu_к = 32$ *кг/кмоль*.

$$c_{p_1} = \frac{29{,}3\ \dfrac{кдж}{кмоль \cdot град}}{32\ \dfrac{кг}{кмоль}} = 0{,}92\ \frac{кдж}{кг \cdot град};$$

$$\mu_{воздуха} = 1{,}29\,\frac{кг}{м^3} \cdot 22{,}4\,\frac{м^3}{кмоль} = 29\,\frac{кг}{кмоль}.$$

$$c_{p_2} = \frac{29{,}3\ \dfrac{кдж}{кмоль \cdot град}}{29\ \dfrac{кг}{кмоль}} = 1{,}0\ \frac{кдж}{кг \cdot град}.$$

Полученные данные совпадают с табличными.

551. 10 $м^3$ воздуха при 0° С находятся под давлением $2 \cdot 10^4\ \frac{н}{м^2}$. Какая работа будет совершена при его изобарном нагревании на 10°С?

Решение 1. $A = p\Delta V$; $\Delta V = V_2 - V_1$; $\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2}$. Так как $p_1 = p_2$, то $V_2 = \frac{V_1T_2}{T_1}$; $T_2 = 273\ К + 10°\ С = 283\ К$;

$$V_2 = \frac{10\ м^3 \cdot 283°}{273°} = 10{,}366\ м^3;\ \Delta V = 0{,}366\ м^3;$$

$$A = 2 \cdot 10^4\ н/м^2 \cdot 0{,}366\ м^3 = 7{,}3 \cdot 10^3\ дж.$$

Решение 2. $A = nR\Delta t$, где n — число киломолей воздуха. Для того чтобы определить n, рассчитаем объем V_0, который займет воздух при нормальных условиях. Так как температура воздуха 0° С, то

$$V_0 = \frac{10\ м^3 \cdot 2{,}0 \cdot 10^4\ \dfrac{н}{м^2}}{10 \cdot 10^4\ \dfrac{н}{м^2}} = 2\ м^3.$$

Следовательно, $n = \frac{2\ м^3}{22,4\ \frac{м^3}{кмоль}} = 0,0881$ *кмоль*.

$$A = 0,0881\ кмоль \cdot 8,3 \cdot 10^3 \frac{дж \cdot 10^\circ}{кмоль \cdot град} = 7 \cdot 3 \cdot 10^3\ дж.$$

552. На рисунке 150 представлены графики адиабатического и изотермического процессов. Какой из графиков — изотерма, какой—адиабата? Ответ обосновать [21, № 684]. При каком процессе, расширяясь до определенного объема, газ совершает большую работу и почему? При каком процессе нужно совершить большую работу, чтобы сжать газ до определенного объема?

Решение. Адиабатический процесс происходит без обмена теплом между газом и окружающей средой. $\Delta Q = \Delta E + \Delta A$; так как $\Delta Q = 0$, то $\Delta A = -\Delta E$. Работа расширения газа происходит за счет уменьшения его внутренней энергии. Газ охлаждается. Давление уменьшается и за счет увеличения объема, и за счет охлаждения. Если же совершать работу над газом, сжимая его ($-\Delta A = \Delta E$), то внутренняя энергия газа увеличивается, и он нагревается. Давление растет и за счет уменьшения объема, и за счет нагревания газа.

Следовательно, изменение давления газа при адиабатическом процессе будет более резким, чем при изотермическом, так как давление зависит не только от объема, но и от температуры. Линия $ББ_1$ — изотерма, линия $АА_1$ — адиабата.

Рассмотрим кривые $ОА_1$ и $ОБ_1$. Адиабата $ОА_1$ ограничивает меньшую площадь, чем изотерма $ОБ_1$. Следовательно, при изотермическом расширении до определенного объема газ совершает большую работу, чем при адиабатическом. При изотермическом процессе $\Delta E = 0$ и $\Delta A = \Delta Q$, т. е. работа совершается за счет получаемой газом теплоты.

Рассмотрим часть адиабаты $ОА$ и изотермы $ОБ$. По графикам видно, что при адиабатическом сжатии газа до одного и того же объема необходима большая работа, чем при изотермическом.

ГЛАВА 24

СВОЙСТВА ПАРОВ

Паром называют газообразную форму веществ, существующих при обычной температуре и давлении в жидком состоянии (пары воды, эфира, спирта, ртути и др.). Газами называют вещества, требующие для сжижения высоких давлений и низких температур (водород, кислород и др.).

Такая классификация условна. Свойства ненасыщающих паров одинаковы со свойствами газов. Поэтому методика решения задач, в которых идет речь о ненасыщающих парах, та же, что и для газов (гл. 22 и 23). Насыщающие же пары значительно отличаются от газов. Их специфические свойства и должны прежде всего найти свое отражение в содержании и методике решения задач по данной теме. К таким вопросам относятся выяснение с молекулярно-кинетической и энергетической точек зрения условий равновесия между жидкостью и паром; изучение закономерностей, которым подчиняются пары (в сравнении с газовыми законами); анализ зависимости температуры кипения от давления. В ознакомительном плане решают также задачи о влажности.

1. Равновесие между жидкостью и паром

Для повторения уже известных учащимся по курсу VII класса сведений о парообразовании вначале следует решить ряд задач, подобных тем, которые приведены в главе 8. Затем нужно рассмотреть задачи, раскрывающие свойства насыщающих паров и энергетическую сторону процесса парообразования. При этом нужно уделить особое внимание факту независимости давления насыщающих паров от объема и иную, чем для газов, зависимость давления от температуры. В этих целях полезно сопоставление в одних и тех же задачах свойств газов и насыщающих паров (№ 553—554).

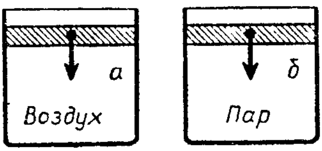


Рис 151.

При решении задач полезно также рассмотреть и объяснить зависимость удельной теплоты испарения от температуры и связь этой величины с удельной теплотой парообразования при точке кипения жидкости, что обычно остается незамеченным учащимися (№ 555). Большое значение для выяснения указанных выше зависимостей имеет изучение с учащимися табличных данных и графиков процессов.

553. На рисунке 151 показаны цилиндры *а* и *б*, в которых изотермически сжимают соответственно воздух и насыщающие пары воды. Начертите и объясните графики зависимости давления воздуха и насыщающего пара от объема.

Ответ. Для воздуха график представляет собой гиперболу (рис. 152), а для насыщающего пара — прямую, параллельную оси V. Давление насыщающего пара не зависит от объема.

554. Используя таблицы, постройте график зависимости давления насыщающих паров спирта в закрытом сосуде от температуры. Для сравнения на тех же координатных осях постройте график зависимости от температуры давления газа при постоянном объеме. Объясните различие данных графиков с помощью кинетической теории газа.

Решение. Используя таблицу давления насыщающего пара спирта, например из задачника [21, стр. 214], строим график AA' (рис. 153).

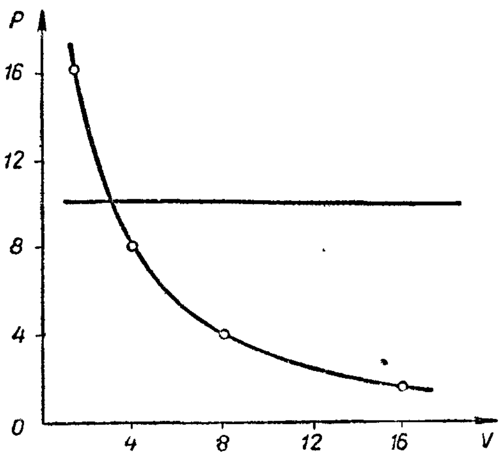


Рис. 152.

Давление газа при изохорном процессе подчиняется закону

$$p_t = p_0\left(1 + \frac{t}{273^\circ}\right).$$

Положим для примера, что $t = 0^\circ$ С и $p_0 = 760$ *мм рт. ст.* Так как зависимость давления от температуры линейная, то для построения графика достаточно двух точек. Одна точка p_0 задана, вторую найдем, положив, например, $t = 100^\circ$ С, $p_{100} = 1040$ *мм рт. ст.* График процесса — прямая линия $ББ^1$.

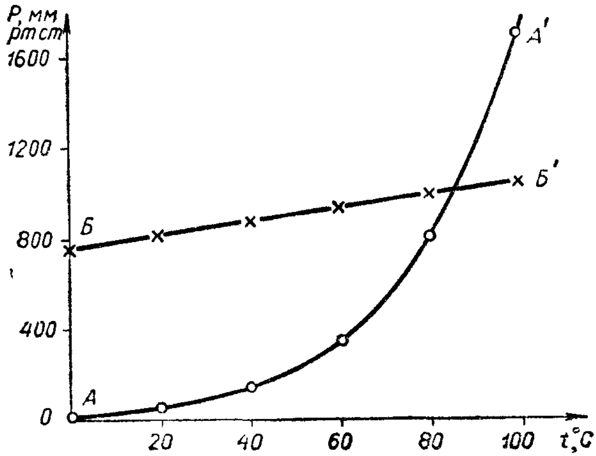


Рис. 153.

Как видно из рисунка 153, зависимость давления насыщающего пара от температуры иная, чем для идеальных газов. С повышением температуры насыщающего пара растет как скорость молекул, так и их число в единице объема. При нагревании же газа растет только скорость молекул. Поэтому давление насыщающего пара растет быстрее, чем газа.

555. По данным таблицы составьте приближенную формулу зависимости удельной теплоты испарения воды от температуры. Объясните, почему удельная теплота испарения уменьшается с увеличением температуры.

Температура, °С	0	20	50	100
Удельная теплота испарения, $\lambda \frac{кал}{г}$	597	585	568	539

Р е ш е н и е. Для интервалов температур:

$$0 - 20°\text{C} \quad \frac{\Delta\lambda}{\Delta t} = \frac{597 - 585}{20} = 0{,}60;$$

$$0 - 50°\text{C} \quad \frac{\Delta\lambda}{\Delta t} = \frac{597 - 568}{50} = 0{,}58;$$

$$0 - 100°\text{C} \quad \frac{\Delta\lambda}{\Delta t} = \frac{597 - 539}{100} = 0{,}58.$$

Очевидно, для интервала температур 0—100° С приближенно можно считать, что $\lambda = 597 - 0{,}60\ t$.

Объяснение зависимости см. в задачах 216 и 582.

2. Кипение

Для повторения известных учащимся из курса VII класса сведений вначале нужно решить несколько задач, подобных тем, которые приведены в главе 9. Затем главное внимание уделить задачам, вскрывающим физическую картину процесса кипения с учетом сведений о давлении насыщающих паров. Процесс рассматривают также с точки зрения изменения внутренней энергии.

В связи с этим особый интерес представляет изучение графиков зависимости температуры кипения от давления (рис. 154) и решение задачи 560, в которой показывается, что при кипении воды при нормальном давлении значительная часть энергии расходуется на работу против сил атмосферного давления.

556. На рисунке 154 показана зависимость от температуры давления насыщающих паров воды, спирта и эфира. Определите по графикам температуру насыщающих паров веществ при давлении $10 \cdot 10^4$ *н/м*^{2} и сравните ее с температурой кипения данных жидкостей при нормальном давлении. Какой вывод можно сделать из сопоставления этих данных?

О т в е т. Жидкость кипит при такой температуре, при которой давление ее насыщающего пара становится равным атмосферному.

557. По графику, изображенному на рисунке 154, определите температуру, при которой закипят данные жидкости в горах на высоте 5 *км*, где давление равно $5{,}3 \cdot 10^3$*н/м*^{2}. Говорят, что на такой высоте нельзя сварить пищу. Почему?

О т в е т. Вода закипит примерно при 80° С. Эта температура недостаточна для варки многих продуктов.

558. Подумайте, как можно видоизменить шкалу термометра, чтобы измерять им и температуру, и атмосферное давление.

Ответ. Термометр должен иметь двойную шкалу. Против делений, обозначающих градусы, нужно указать атмосферное давление, при котором кипит вода при данной температуре. Поместив термометр в пары кипящей воды, можно узнать атмосферное давление.

559. Почему кипящая в цилиндре вода не следует за поршнем насоса?

Ответ. Кипящая вода не следует за поршнем, так как давление ее пара равно атмосферному.

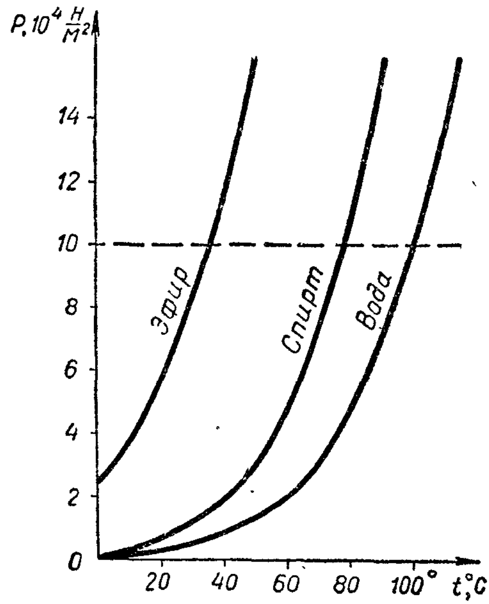


Рис. 154.

560. На сколько больше внутренняя энергия 1 *кг* пара по сравнению с энергией 1 *кг* воды, взятой при температуре кипения?

Решение 1. Обратим в пар 1 *кг* воды при температуре кипения. Необходимое для этого количество теплоты $\Delta Q = \Delta E + \Delta A$; $\Delta E = \Delta Q - \Delta A$; $\Delta Q = 22{,}6 \cdot 10^5$ *дж/кг*; работа против внешнего давления $\Delta A = p\Delta V$. Пренебрегая объемом воды по сравнению с объемом пара, найдем:

$$\Delta V = \frac{m}{\rho} = \frac{1\ кг}{5{,}97 \cdot 10^{-1}\ \frac{кг}{м^3}} = 1{,}68\ м^3;$$

$$\Delta A = 1{,}68\ м^3 \cdot 10 \cdot 10^4\ \frac{н}{м^2} = 1{,}68 \cdot 10^5\ дж.$$

$$\frac{\Delta A}{\Delta Q} = \frac{1{,}68 \cdot 10^5\ дж \cdot 100\ \%}{22{,}6 \cdot 10^5\ дж} = 7{,}4\ \%.$$

Таким образом, при превращении воды в пар при нормальном давлении примерно 7,4% энергии расходуется на работу против сил внешнего давления и 92,6% идет на увеличение внутренней энергии пара.

3. Сжижение газов. Критическое состояние вещества

561. По данным таблицы постройте графики зависимости плотности воды и ее насыщенного пара от температуры.

Ответьте на вопросы:

а) Как и почему изменяется с повышением температуры и давления плотность воды и насыщающего пара?

б) В каком состоянии находится вещество при температуре 374° С и давлении $2{,}20 \cdot 10^7$ *н/м*^{2}?

в) Может ли быть вода в жидком состоянии при 400° С?

г) Может ли насыщающий пар при 300° С иметь давление 10^7 *н/м*^{2}? плотность 0,80 *кг/м*^{3}? плотность 40 *кг/м*^{3}?

Температура, °С	Давление насыщающего пара, *н/м*^{2}	Плотность воды, *кг/м*^{3}	Плотность пара, *кг/м*^{3}	Удельная теплота парообразования, 10^5 *дж/кг*
20	$2{,}33 \cdot 10^3$	1000	0,017	24,3
100	$1{,}02 \cdot 10^5$	960	0,597	22,6
150	$4{,}75 \cdot 10^5$	920	2,54	21,1
200	$1{,}55 \cdot 10^6$	860	7,84	19,5
300	$8{,}57 \cdot 10^6$	700	46,9	13,8
370	$2{,}10 \cdot 10^7$	440	208	4,12
374	$2{,}20 \cdot 10^7$	320	320	0

562. На рисунке 155 показан прибор для наблюдения критического состояния эфира, главная часть которого — ампула *а* с эфиром. При всяком ли количестве эфира в ампуле его можно довести до критического состояния? Какие меры предосторожности необходимы в данном опыте?

О т в е т. По таблицам найдем, что критическое состояние эфира наступает при температуре 197° С и давлении $359 \cdot 10^6$ *н/м*^{2}. При слишком малом количестве эфира не получится насыщающих паров. При слишком большом расширяющийся эфир заполнит всю ампулу до того, как достигнет критической температуры. Так как критическое давление эфира сравнительно велико, то необходимо остерегаться разрыва ампулы. Поэтому окошко в приборе следует загородить толстым стеклом.

563. Фарадей нагревал в запаянной стеклянной трубке сухой гидрат хлора. При этом в одной из трубок ученый Парис, вошедший в это время в лабораторию, увидел следы «масла» и упрекнул Фарадея за то, что он пользуется грязными трубками. Но как только Фарадей отпилил у этой трубки кончик, произошел взрыв и «масло» исчезло. Фарадей написал утром Парису, что «масло» оказалось жидким хлором.

Пользуясь справочниками, покажите, что при описанных условиях в трубке мог образоваться жидкий хлор.

Р е ш е н и е. Для хлора критическая температура 146° С, давление — $7{,}8 \cdot 10^6 н/м^2$. При комнатной температуре (20° С) хлор может быть в жидком состоянии. Давление его насыщающих паров — $7{,}1 \cdot 10^5 н/м^2$. Взрыв в трубке и был вызван этим давлением.

564. Почему сжиженные газы для длительного хранения помещают в открытые сосуды?

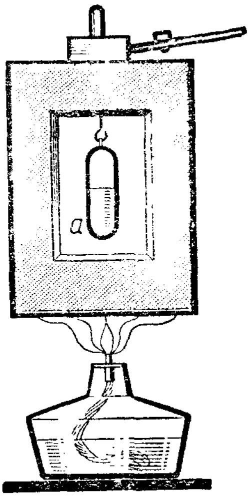


Рис. 155.

О т в е т. Закрытый сосуд из-за притока тепла извне разорвет, если он недостаточно прочный. В прочном же сосуде температура возрастет выше критической и жидкость перейдет в газообразное состояние.

565. Пользуясь таблицей к задаче 561, рассчитайте, какое давление, в соответствии с уравнением Клапейрона — Менделеева, должен иметь насыщающий водяной пар при 20, 100, 300° С. Согласуются ли полученные вами результаты с указанными в таблице? Как объяснить полученные результаты на основе молекулярно-кинетической теории?

Р е ш е н и е. $p_{20} = \frac{m_1 R T_1}{\mu V}$. Примем $V = 1 м^3$.

$$p_{20} = \frac{0{,}017 \frac{кг}{м^3} \cdot 8{,}3 \cdot 10^3 \frac{дж}{кмоль \cdot град} \cdot 293\ град}{18 \frac{кг}{кмоль} \cdot 1\ м^3} = 2{,}1 \cdot 10^3 \frac{н}{м^2}.$$

Аналогично найдем $p_{100} = 2{,}7 \cdot 10^3 н/м^2$ $p_{300} = 4{,}2 \cdot 10^3 н/м^2$.

Из сравнения полученных значений давления с данными таблицы видно, что применение уравнения Клапейрона—Менделеева к реальным газам и парам дает хорошо согласующиеся с опытом результаты только в том случае, если их плотность невелика.

4. Влажность

Для характеристики содержания водяных паров в воздухе вводят понятие о трех величинах: абсолютной, максимальной и относительной влажности. Абсолютная влажность D — количество водяного пара в граммах в 1 $м^3$ воздуха. Максимальная влажность D_0 — количество водяного пара в граммах, насыщающего 1 $м^3$ воздуха при данной температуре. Относительная влажность $f = \frac{D}{D_0} 100\%$. Относительную влажность можно выражать также отношением давления пара p, содержащегося в воздухе, к давлению пара p_0, насыщающего воздух при данной температуре, $B = \frac{p}{p_0} \cdot 100\%$. Величины f и B близки по числовому значению.

В данном разделе нужно уделить особое внимание работе с психрометрическими таблицами, в противном случае многие учащиеся оказываются беспомощными при расчетах влажности, а также экспериментальным задачам с определением влажности по психрометрам.

566. Показания сухого термометра в психрометре Августа — 20° С, влажного — 10° С. Определите относительную влажность воздуха.

Решение. Разница показаний термометров — 10°С. По психрометрической таблице находим, что относительная влажность — 55%.

567. Можно ли пользоваться психрометром Августа на «сквозняке» или на улице на ветру?

Ответ. Нельзя. Показания влажного термометра уменьшатся и расчеты влажности будут неправильными.

568. По гигрометру Ламбрехта обнаружено появление росы при температуре 10° С. Какова абсолютная и относительная влажность воздуха, если его температура равна 18° С?

Решение. При точке росы пары становятся насыщающими. По таблицам найдем, что абсолютная влажность $D = 9{,}41$ $г/м^3$. Максимальная влажность $D_0 = 15{,}4$ $г/м^3$.

$$f = \frac{9{,}41 \frac{г}{м^3} \cdot 100\ \%}{15{,}4 \frac{г}{м^3}} = 61\ \%.$$

569*. Почему испарение с кожи человека зависит от относительной, а испарение с поверхности легких — от абсолютной влажности воздуха?

Ответ. Чем сильнее насыщен окружающий человека воздух, тем медленнее идет испарение с поверхности его кожи. Воздух же в легких полностью насыщается парами и имеет постоянную температуру (около 32° С). Поэтому количество пара, которое может испариться в этот воздух, равно разнице между максимальной влажностью воздуха в легких и абсолютной влажностью вдыхаемого воздуха.

ГЛАВА 25

СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ И ТВЕРДЫХ ТЕЛ

В данной теме учащиеся должны познакомиться с особенностями жидкого состояния вещества, строение которого представляет нечто среднее между уже известным учащимся строением газа и строением твердого тела. Эти сведения, важные сами по себе, имеют также большое значение для последующего изучения свойств твердых тел. Основное внимание в теме следует уделить наиболее характерному признаку жидкости — резкой границе, отделяющей ее от пара. В соответствии с этим при решении задач рассматривают различные поверхностные явления, их проявления в природе и использование на практике.

При решении задач о свойствах твердого тела рассматривают свойства аморфных тел и кристаллов, анизотропию, внутреннюю энергию, зависящую от особенностей кристаллического строения вещества. Далее в задачах рассматривают различные виды деформаций и величины, характеризующие свойства твердых тел: упругость, пластичность и др. Наконец, решают задачи о тепловом расширении жидкостей и твердых тел.

1. Свойства поверхностного слоя

Основным понятием, необходимым для понимания данных явлений и решения задач, является «поверхностное натяжение» α[1]. В большинстве руководств по элементарной физике дается силовая трактовка «поверхностного натяжения» как величины, численно равной силе F, действующей на единицу длины линии l, ограничивающей пленку, $\alpha = \frac{F(\text{дин})}{l(\text{см})}$. При этом используется аналогия между поверхностной пленкой жидкости и упругой резиновой пленкой. Если при таком сравнении наряду со сходными свойствами данных пленок не подчеркивать их принципиальное отличие, то это приведет к формированию у учащихся неправильных понятий о поверхностных явлениях.

С энергетической точки зрения под поверхностным натяжением понимают величину, измеряемую работой, необходимой для изотермического увеличения свободной поверхности жидкости на 1 *см*^{2} или 1 *м*^{2}: $\alpha = \frac{A(\text{эрг})}{S(\text{см}^2)}$ или $\frac{A(\text{дж})}{S(\text{м}^2)}$. Формально это не противоречит силовой трактовке, так как $\left[\frac{\text{эрг}}{\text{см}^2}\right] = \left[\frac{\text{дин}}{\text{см}}\right]$. Однако наиболее

---

[1] α называют также коэффициентом поверхностного натяжения.

существенным свойством поверхностей является наличие у них свободной поверхностной энергии. Силовая трактовка не всегда соответствует физической картине поверхностных явлений.

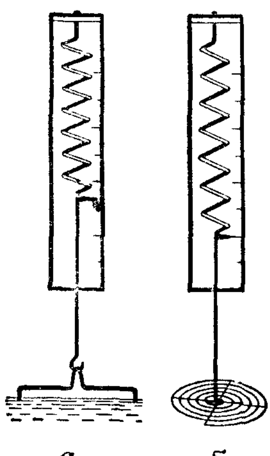
Действительной причиной сокращения поверхности жидкости является действие сил, направленных внутрь, перпендикулярно поверхности. При этом происходит уменьшение поверхностной энергии. Только для трехфазной границы (жидкость — газ — твердое тело или жидкость — жидкость — газ) можно говорить о реально действующей тангенциальной силе поверхностного натяжения. Поскольку, однако, в средней школе рассматривают поверхностные явления именно на границе трех фаз (капилляры, мыльные пленки и пр.), то традиционная силовая трактовка поверхностного натяжения оказывается удобной при решении задач.

При расчетах можно пользоваться наряду с системой СИ также системой СГС, которая удобнее в тех случаях, когда физические величины выражаются небольшими числами.

570. Почему поверхностный слой жидкости оказывает на всю жидкость «молекулярное» давление? Какое значение имеет это давление для «упаковки» молекул жидкости?

Ответ. В поверхностном слое, толщина которого равна диаметру сферы молекулярного действия (см. № 528) на молекулу внутрь жидкости действует большая сила, чем наружу со стороны газообразной фазы, в результате этого жидкость оказывается сильно сжатой.

571. Молекулярное давление равно для воды $10 \cdot 10^8 н/м^2$; для спирта $2{,}4 \cdot 10^8 н/м^2$; для эфира $1{,}4 \cdot 10^8 н/м^2$. Почему же такое огромное давление не раздавливает даже пузырек воздуха, находящийся в жидкости?



а *б*

Рис. 156.

Ответ. Пузырек имеет размеры, во много раз превышающие сферу молекулярного действия. Молекулы жидкости, прилегающие к его противоположным стенкам, не взаимодействуют между собой, поэтому на границе с газообразной фазой, заключенной в пузырьке, создается давление, направленное внутрь жидкости.

572 (э). В одной из книг ученик прочитал, что поверхностное натяжение жидкости можно определить с помощью установки, показанной на рисунке 156, *а*. Ученик решил проделать этот опыт с водой, взяв динамометр Бакушинского (цена делений 0,1 *н*) и проволоку длиной 5 *см* Получит ли ученик удовлетворительные результаты? Подумайте, как можно повысить точность измерений. Проверьте ваши предположения на опыте.

Решение. Вода соприкасается с двух сторон с проволокой, которая расположена на ее поверхности. Таким образом, за проволокой поднимается водяной столбик, ограниченный с двух сторон поверхностными пленками. (На этот факт нужно обратить особое внимание учащихся, так как его часто будут использовать при решении задач о различных пленках.) Для одной поверхностной пленки справедливо уравнение $F_1=\alpha l$, а для двух—$F_2=2\alpha l=2\cdot 73\frac{дин}{см}\times$ $\times 5$ *см* $=730$ *дин* $=0{,}075$ *н*. Ясно, динамометр Бакушинского груб для таких измерений. Для повышения точности опыта следует взять более чувствительный динамометр и проволоку большей длины. Для удобства опыта ее можно согнуть в виде квадратной рамки, кольца или спирали известной длины (рис. 156, *б*).

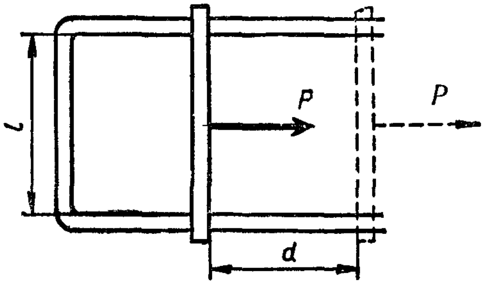


Рис. 157.

При длине проволоки 100 *см* получим:

$$F=2\cdot 100\ см\cdot 73\frac{дин}{см}=14600\ дин\approx 1{,}5\ н.$$

В таком виде опыт можно использовать для примерной оценки значения α. Еще большую точность можно получить, если вместо динамометра использовать чувствительные рычажные весы.

573. Какую работу нужно совершить, чтобы растянуть на расстояние $d=10$ *см* мыльную пленку на проволочной раме с подвижной перекладиной длиной $l=5$ *см* (рис. 157)?

Решение 1. $A=Fd=2\,l\alpha\cdot d=2\cdot 5\ см\cdot 10\ см\cdot 40\,\frac{эрг}{см^2}=4000\ эрг.$

Решение 2. Работа A равна увеличению энергии свободной поверхности жидкости $A=\alpha S$. Так как нужно учитывать увеличение поверхности с обеих сторон пленки,

$$A=2\cdot 40\cdot 10^{-3}\cdot\frac{дж}{м^2}\ 0{,}05\ м\cdot 0{,}10\ м=4\cdot 10^{-4}\ дж.$$

574. На основе предыдущей задачи сделайте заключение о том, что общего и в чем отличие свойств поверхностного слоя жидкости и резиновой пленки.

Ответ. Общее у обеих пленок — их сокращение. Но для резиновой пленки сила зависит от величины деформации (закон Гука) и, в частности, может равняться нулю. Поверхностная же пленка всегда напряжена одинаково. Работа по ее растяжению подобна работе против сил трения или работе по поднятию груза.

575. Почему маленькие капельки ртути или воды при соприкосновении легко сливаются в более крупные капли, в то время как крупные сами собой не дробятся на мелкие.

О т в е т. Крупная капля имеет меньшую поверхность и, следовательно, меньшую поверхностную энергию, чем образовавшие ее мелкие капли. Для дробления капли нужно совершить работу. Наоборот, при слиянии мелких капель в крупные выделяется энергия (температура капли повышается).

576*. Какое количество теплоты выделится в окружающую среду, если при слиянии капелек диаметром 1 *мкм* получится 1 *кг* чистой воды при той же температуре? На сколько градусов нагрелась бы вода, если бы не было теплоотдачи?

Р е ш е н и е. Капли имеют по сравнению с водой, находящейся в одном сосуде, значительно большую поверхностную энергию. Это избыточная энергия $W = \alpha\Delta S$, где ΔS — разница между поверхностью воды в сосуде и поверхностью всех капель. Мысленно разделим воду в сосуде на 2, 4, 8 и т. д. частей. Ясно, что поверхность при этом будет так быстро расти, что первоначальной поверхностью воды можно пренебречь по сравнению с поверхностью небольших частиц, получившихся из нее. Поэтому $W = \alpha S n$, где S — поверхность одной капли, а n — число капель. $S = 4\pi R^2$, $n = \frac{V}{V_1}$, где V и V_1 — соответственно объем 1 *кг* воды и капли,

$$n = \frac{10^{-3}\ м^3}{\frac{4}{3}\pi R^3};\quad W = \frac{4\pi R^2\alpha\ \ 10^{-3}\ м^3}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3\alpha\cdot 10^{-3}\ м^3}{R} =$$

$$= \frac{3\cdot 73\cdot 10^{-3}\ \frac{н}{м}\cdot 10^{-3}\ м^3}{5\cdot 10^{-7}\ м} = 4{,}4\cdot 10^2\ дж.$$

Рассчитаем теперь, на сколько повысилась бы температура воды, если бы не было теплообмена с окружающей средой,

$$Q = cm\Delta t;\quad \Delta t = \frac{Q}{cm} = \frac{4{,}4\cdot 10^2\ дж}{4{,}2\cdot 10^3\ \frac{дж}{кг\cdot град}\cdot 1\ кг} \approx 0{,}1^\circ C.$$

577 (э). На поверхность воды положите две спички и куском мыла коснитесь воды между спичками. Повторите опыт, коснувшись воды кусочком сахара. Результаты опытов объясните.

О т в е т. Спички «расходятся», так как поверхностное натяжение мыльного раствора меньше, чем чистой воды. Сахар увеличивает поверхностное натяжение, и спички сближаются.

578. Поверхностное натяжение мыльного раствора меньше, чем чистой воды. Почему же для надувания пузырей и других опытов с пленками используют мыльный раствор, а не чистую воду?

Ответ. Мыльная пленка имеет на поверхности слои, богатые, а внутри бедные молекулами мыла. Если в каком-либо месте пленка станет тоньше, то на ее поверхности появится слой более чистой воды с большим поверхностным натяжением, который притянет к себе жидкость из соседних участков и восстановит толщину пленки.

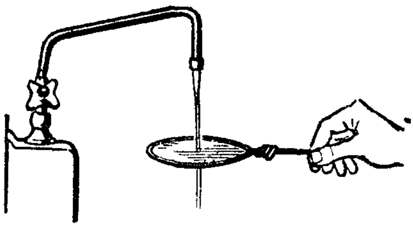


Рис. 158.

579. Получите на проволочном каркасе мыльную пленку и направьте на нее тонкую струйку воды (рис. 158). Почему вода не разрушает пленку?

580. По данным таблицы постройте график зависимости поверхностного натяжения от температуры и составьте эмпирические формулы для интервалов температур 0 — 40° С и 40—100° С.

Температура в °С	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Коэффициент поверхностного натяжения в *эрг/см²*	75	74	73	71	70	68	66	64	62	61	59

График данной зависимости показан на рисунке 159. Из таблицы и графика видно, что в указанных интервалах температур существует примерно прямо пропорциональная зависимость α от t. В первом интервале значения α в расчете на 1° С уменьшаются на 0,1 *эрг/см*^{2}, а во втором — на 0,2. Следовательно, эмпирические формулы можно записать так:

$$\alpha_{0-40} = 75\ \frac{эрг}{см^2} - 0{,}1\ \frac{эрг}{см^2 \cdot град} \cdot t$$

$$\text{и}\quad \alpha_{40-100} = 70\ \frac{эрг}{см^2} - 0{,}2\ \frac{эрг}{см^2 \cdot град}\ (t - 40°).$$

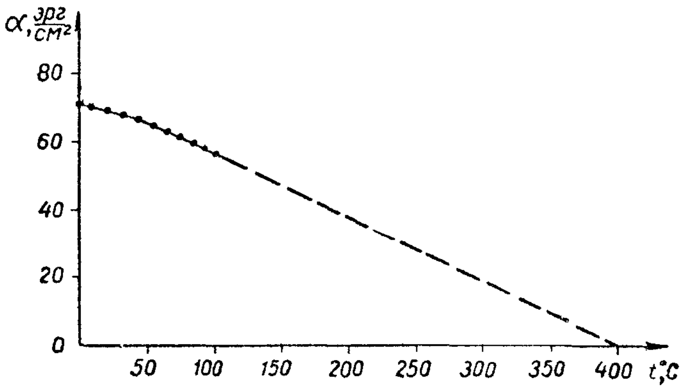


Рис. 159.

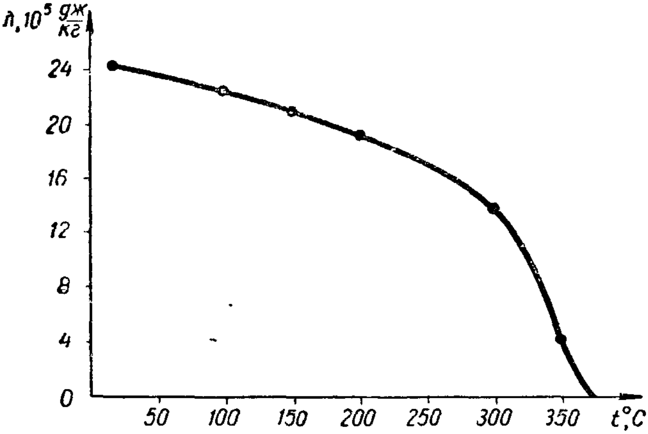


Рис 160.

581. Допустим, что полученная в задаче формула $\alpha = 70$ *эрг/см*^{2} — 0,2 *эрг/см*^{2} · *град*(t — 40)°С справедлива и для более высоких температур. Рассчитайте, при какой температуре $\alpha = 0$.

Решение. $0 = 70$ *эрг/см*^{2} — 0,2 *эрг/см*^{2} · *град* · t + 8*эрг/см*^{2}, откуда $t = 400°$ С, что близко к действительному значению критической температуры (374° С). Конечно, учащимся нужно пояснить, что столь «смелые» предположения о справедливости зависимости, установленной для одних условий, при других условиях нуждаются в проверке. Как видно из задач, даже в интервале 0 — 100° С эта зависимость не одинакова. Тем не менее подобные расчеты очень интересны, так как знакомят учащихся с одним из методов математической обработки результатов измерений.

В связи с решением этой задачи следует сообщить учащимся, что Д. И. Менделеев, изучая зависимость поверхностного натяжения от температуры, пришел к выводу о том, что должна существовать «температура абсолютного кипения» (сейчас ее называют «критической» температурой), при которой поверхностное натяжение, обусловленное молекулярным сцеплением, станет равным нулю.

582. Используя таблицу задачи 561, постройте график зависимости теплоты парообразования от температуры и сравните его с графиком задачи 580. В чем сходство данных зависимостей? Попытайтесь связать уменьшение теплоты парообразования при возрастании температуры с уменьшением поверхностного натяжения жидкости.

Решение. График, построенный по табличным данным, показан на рисунке 160. Уменьшение поверхностного натяжения означает уменьшение избыточной потенциальной энергии молекул поверхностного слоя, в результате чего работа выхода молекул уменьшается. Эта картина аналогична той, которая получилась бы, если бы сила земного тяготения вдруг стала меньше. Тогда для полета ракеты, например, на другие планеты потребовалась бы меньшая энергия.

2. Смачивание и несмачивание. Давление под кривой поверхностью, капиллярные явления

Перед решением задач о смачивании и несмачивании нужно рассмотреть причины растекания капли жидкости по другой жидкости или твердому телу. Без этого задачи о данном явлении во многом потеряют свою образовательную ценность и мало что прибавят к уже имеющимся у учащихся бытовым представлениям.

Рассмотрим каплю жидкости I на поверхности другой жидкости II (рис. 161). Здесь имеются пленка жидкости I на участке BCD с поверхностным натяжением α_1, пленка жидкости II с поверхностным натяжением α_2 и пленка на общей границе BED обеих жидкостей с поверхностным натяжением α_{12}. Поверхности должны стремиться уменьшиться так, чтобы их общая поверхностная энергия была минимальной. Например, если поверхностное натяжение α_{12} значительно меньше α_1 и α_2 и им в первом приближении можно пренебречь, а $\alpha_1 > \alpha_2$, то поверхность первой жидкости будет уменьшаться, а второй увеличиваться. Жидкость I будет собираться в каплю на поверхности жидкости II. Если же $\alpha_2 > \alpha_1$, то жидкость I растечется по поверхности жидкости II. К тем же выводам можно прийти и при силовой трактовке величины α. Если $\alpha_2 < \alpha_1 + \alpha_{12}$ (1), то жидкость I соберется в виде капли, если же $\alpha_2 > \alpha_1 + \alpha_{12}$ (2), то образует на поверхности жидкости II тонкую пленку.

Аналогичная картина получается и в том случае, когда роль жидкости II играет твердое тело, которое тоже обладает поверхностным натяжением, так как частицы на его поверхности имеют избыточную энергию по сравнению с частицами, находящимися внутри. Соотношение 1 применительно к твердому телу и соответствует несмачиванию, а 2 — смачиванию.

При решении задач о поверхностном натяжении жидкостей с искривленными поверхностями нужно дать учащимся понятие о добавочном (положительном или отрицательном) давлении, определяемом формулой $p = \frac{2\alpha}{R}$. Для выпуклой поверхности p имеет знак плюс, а вогнутой — минус. Элементарный вывод этой формулы можно дать путем решения задач (587, 593).

583. Почему керосин часто покрывает наружные стенки бидона или бутылки, в которых он хранится?

584. Почему капли ртути свертываются в шарики на доске и растекаются на меди или цинке?

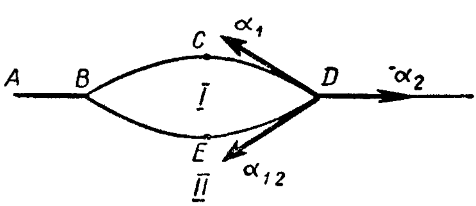


Рис. 161.

585. Почему оловянный припой применяют для пайки железа или меди и не применяют для пайки алюминия?

586(э). Намажьте маслом горлышко бутылки и попробуйте отмерять из нее воду каплями. Результаты опыта объясните.

Эти и аналогичные им качественные задачи объясняют, пользуясь соотношениями 1 и 2 (стр. 245).

587*. Рассчитайте дополнительное давление p в мыльном пузыре радиуса $R = 5$ *см*, приняв $\alpha = 40$ *эрг/см*^{2}.

Решение. Подсчитаем работу A по расширению пузыря радиусом R до радиуса $R + \Delta R$, считая, что $R \gg \Delta R$ и давление p при этом расширении постоянно. Работа

$$A = p\Delta V = p\left[\frac{4}{3}\pi(R + \Delta R)^3 - \frac{4}{3}\pi R^3\right] =$$

$$= p\left[\frac{4}{3}\pi\,(R^3 + 3R^2\Delta R + 3R(\Delta R)^2 + (\Delta R)^3) - \frac{4}{3}\pi R^3\right].$$

Пренебрегая в виду малости членами, содержащими $(\Delta R)^2$ и $(\Delta R)^3$, получим $A = 4\pi pR^2\Delta R$. С другой стороны, $A = 2\alpha\,\Delta S$, где ΔS — увеличение поверхности пузыря. Коэффициент 2 введен потому, что пузырь имеет два поверхностных слоя, радиусы которых можно считать одинаковыми.

$$A = 2\alpha\,[4\pi(R + \Delta R)^2 - 4\pi R^2] = 16\alpha\pi R\Delta R.$$

$$4\pi pR^2\Delta R = 16\alpha\pi R\Delta R,$$

откуда $p = \frac{4\alpha}{R}p = \frac{4\cdot 40\frac{эрг}{см^2}}{5\ см} = 32\frac{дин}{см^2} \approx 3{,}2\cdot 10^{-6}\frac{н}{см^2}.$

Измерить такое давление в школьных условиях затруднительно, даже если взять мыльный пузырь значительно меньшего радиуса. Но качественно обратно пропорциональную зависимость давления от радиуса показать не трудно: пузырь, имеющий выходное отверстие, очень медленно уменьшается в объеме, когда он большой, и быстро, когда маленький. Из задачи следует, что дополнительное давление для мыльного пузыря, имеющего две поверхностные пленки, равно $p = \frac{4\alpha}{R}$. Поэтому дополнительное давление, созданное одной поверхностной сферической пленкой $p' = \frac{2\alpha}{R}$.

588. На двух сообщающихся трубках (рис. 162) выдули пузыри разного размера. Будут ли изменяться пузыри и как, если зажать трубку a?

Решение 1. Согласно формуле $p = \frac{4\alpha}{R}$ давление в малом пузыре больше и он будет уменьшаться до тех пор, пока радиус кривизны пленки у отверстия трубки 1 не станет равным радиусу большого пузыря.

Решение 2. Из энергетических соображений следует, что пузыри должны иметь наименьшую поверхность. При одном и том же примерно объеме воздуха один пузырь будет иметь меньшую поверхность, чем два. При этом воздух перейдет из малого пузыря в большой, а не наоборот, так как в этом случае перетекание должно прекратиться при равенстве объемов пузырей. Но поверхность двух равных пузырей, и следовательно их поверхностная энергия, будет больше поверхности и энергии одного большого пузыря, следовательно, перетекание воздуха из большого пузыря в малый невозможно.

589. Рассчитать, какое избыточное давление p создается поверхностным натяжением в капельке тумана радиусом 1 *мкм*.

Решение. Капелька тумана сферической формы имеет одну поверхностную пленку, поэтому

$$p = \frac{2\alpha}{R} = \frac{2 \cdot 73 \cdot 10^{-3}\,\frac{н}{м}}{10^{-6}\,м} \approx 1{,}5 \cdot 10^{5}\,\frac{н}{м^2}.$$

В связи с решением этой задачи можно рассказать учащимся о некоторых явлениях, обусловленных малой кривизной капелек воды: замерзание при температуре ниже нуля; более интенсивное испарение; рост больших капель за счет малых и др.

590*. На вечере занимательной физики один ученик показал плавающие на воде иголки, лезвие безопасной бритвы и даже кораблик из витков проволоки (рис. 163). После этих опытов другой ученик сказал: «Здесь какой-то обман. Если железо плавает, то почему же не сплавляют по воде плоты из рельсов?» Объясните, в чем тут дело.

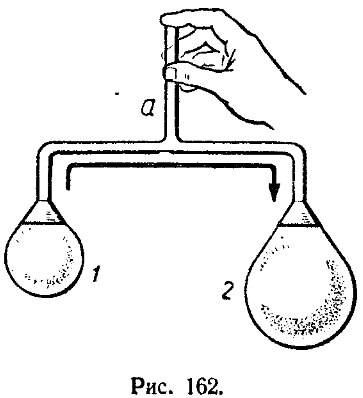


Рис. 162.

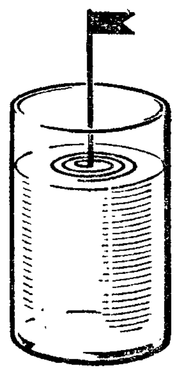


Рис. 163.

Р е ш е н и е. Если тело не смачивается водой, то под ним образуется мениск, создающий силу давления, направленную вверх и пропорциональную линейным размерам тела. Например, если тело, имеющее форму шара радиуса R, погрузилось в воду наполовину, то сила давления

$$F_1 = pS = \frac{2\alpha}{R} \cdot \pi R^2 = 2\alpha\pi R, \text{ т. е. } F_1 \sim R.$$

Сила поверхностного натяжения F_1 вогнутой пленки и архимедова сила F_2 уравновешивают силу тяжести F_3. $F_1 = F_3 - F_2$. Поскольку сила поверхностного натяжения F_1, как показано выше, пропорциональна линейным размерам тела, а разность $F_3 - F_2$ — его объему, т. е. кубу линейных размеров, то при увеличении объема быстро наступит момент, когда F_1 станет меньше $F_3 - F_2$ и тело утонет.

591. Почему мелкие насекомые, попавшие под поверхность воды, не могут выбраться наружу?

О т в е т. Поверхностная пленка, выгибаясь под действием животного вверх, создает дополнительное давление, направленное вниз. Это и мешает животному выбраться из воды.

592. На какую высоту поднимется спирт в стеклянной трубке радиусом $R = 1$ *мм* при температуре 20° С?

Р е ш е н и е 1. На края мениска в вертикальном направлении действует сила $F = 2\pi R\alpha$, которая удерживает столб спирта весом $P = \rho gV = \rho gSh = \rho g\pi R^2 h$; $2\pi R\alpha = \rho g\pi R^2 h$, откуда

$$h = \frac{2\alpha}{\rho gR} = \frac{2 \cdot 21\,\frac{дин}{см}}{0{,}80\,\frac{г}{см^3} \cdot 980\,\frac{см}{сек^2} \cdot 0{,}1\,см} = 0{,}54\ см.$$

Р е ш е н и е 2. Избыточное давление жидкости в широкой части сосуда $p = \frac{2\alpha}{R}$ удерживает столбик жидкости в капилляре (рис. 164). Считая радиус мениска равным радиусу капилляра, запишем $\frac{2\alpha}{R} = \rho gh$, откуда $h = \frac{2\alpha}{\rho gR} = 0{,}54$ *см*.

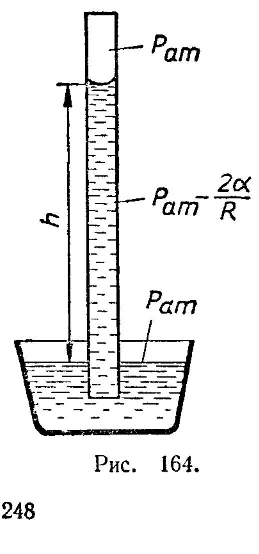


Рис. 164.

593*. Рассчитайте, на сколько давление под вогнутым мениском в капилляре радиуса R меньше, чем под горизонтальной поверхностью, считая, что на единицу длины окружности мениска вдоль оси капилляра действует сила α.

Р е ш е н и е. $2\pi R\alpha = \rho ghS$; $\rho gh = p$;

$$p = \frac{2\pi R\alpha}{S} = \frac{2\pi R\alpha}{\pi R^2} = \frac{2\alpha}{R}.$$

594. Какую поправку нужно вносить в показания ртутного барометра, если диаметр его трубки равен 4 *мм*?

Решение. Ртуть образует выпуклый мениск, создающий избыточное давление $p = \frac{2\alpha}{R} = \rho g h$;

$$h = \frac{2\alpha}{\rho g R} = \frac{2 \cdot 540 \frac{дин}{см}}{13{,}6 \frac{г}{см^3} \cdot 980 \frac{см}{сек^2} \cdot 0{,}2\ см} \approx 0{,}4\ см.$$

3. Свойства твердых тел

В теме изучают механические свойства твердых тел: упругость, пластичность, хрупкость, прочность, а также различные виды деформаций. Для повторения сначала решают задачи об упругих деформациях (закон Гука), подобные тем, которые приведены в главе 8, используя формулу $F = -kx$; затем надо решить несколько задач о деформации сжатия и растяжения по формуле $F = \frac{ES\Delta l}{l}$. Обычно при расчетах величину модуля упругости E для растяжения и сжатия считают одной и той же, хотя для некоторых материалов такого равенства, строго говоря, нет.

Для объяснения явлений, возникающих при деформациях, нужно использовать знания учащихся о силах взаимодействия молекул.

После этого главное внимание уделяют задачам о внутренней энергии кристаллических и аморфных тел и процессам, происходящим с телом, когда оно подвергается неупругим деформациям, вплоть до разрушения. Основные понятия, которые при этом используют, следующие.

Напряжение σ — величина, измеряемая отношением нагрузки F на брусок к площади его поперечного сечения S: $\sigma = \frac{F}{S}$.

Предел прочности при растяжении или временное сопротивление при разрыве $\sigma_п$ — наибольшее напряжение, предшествующее разрушению образца.

Запас прочности $k = \frac{\sigma_п}{\sigma_д}$ — число, показывающее, во сколько раз допускаемое напряжение меньше предела прочности данного материала.

Характерные изменения, происходящие с кристаллическими телами при деформации растяжения, показанные на графиках (рис. 167), можно также использовать при решении ряда задач.

При этом нужно обратить внимание на участок 2—3, соответствующий скольжению одних кристаллических зерен по другим, что приводит к упрочению материала.

При решении задач на определение твердости можно ограничиться способом Бринелля, согласно которому мерой твердости служит величина $H_B = \frac{F}{S}$, где F — сила, которая внедряет шарик в поверхность материала, а S — площадь поверхности сферического отпечатка. Можно сообщить учащимся, что $S = \frac{\pi D^2}{2} - \frac{\pi D}{2}\sqrt{D^2 - d^2}$. Но решением задач по указанной формуле из-за ее громоздкости увлекаться не следует. Достаточно, если учащиеся поймут суть дела и смогут найти твердость по формуле

$$H_B = \frac{F}{S}.$$

595(э). На сколько удлинится медная проволока длиной 3 *м* и диаметром 0,12 *мм* под действием гири 150 *гс*? Ответ проверить на опыте.

Решение.

$$\Delta l = \frac{Fl}{ES} = \frac{Fl}{E\pi R^2} = \frac{1{,}5\ н \cdot 3\ м}{1{,}20 \cdot 10^{11}\ \frac{н}{м^2} \cdot 3{,}14(0{,}06 \cdot 10^{-3} м)^2} \approx$$

$$\approx 3{,}3 \cdot 10^{-3}\ м = 3{,}3\ мм.$$

Проверить расчеты на опыте можно весьма приближенно, поскольку обычно бывает неизвестным значение модуля E материала.

Взяв, например, провод марки ПЭВ диаметром 0,12, подвесим его к потолку и нагрузим, для выпрямления, гирей 20 *гс*. Нагружая затем провод гирями 150 *гс*, наблюдаем его удлинение.

Для того чтобы сделать удлинение проволоки видным всему классу, можно соединить ее конец с длинной стрелкой-рычагом или прибегнуть к теневой проекции. При измерении Δl желательно пользоваться штангенциркулем.

596. Почему с течением времени засахаривается леденец и мутнеет стекло.

Ответ. При прочих равных условиях внутренняя энергия тела в аморфном состоянии больше, чем в кристаллическом.

597. Почему сталь и чугун с течением времени из мелкозернистых становятся крупнозернистыми?

Ответ. Кристалл принимает форму, при которой его поверхностная энергия при данном объеме будет наименьшей. Поверхностная энергия двух маленьких кристаллов больше, чем равного им по объему одного большого кристалла. (Это аналогично тому, что поверхностная энергия капелек больше, чем одной, которая получится при их слиянии.) При образовании в теле крупных кристаллов его температура повышается, если нет теплообмена с окружающей средой.

598. Если железную проволоку (рис. 165) нагревать докрасна током, то она удлинится и стрелка будет двигаться по шкале вправо. При остывании стрелка пойдет влево, но в некоторый момент вдруг резко отскочит вправо, а затем опять пойдет влево. Что происходит с проволокой в этот момент?

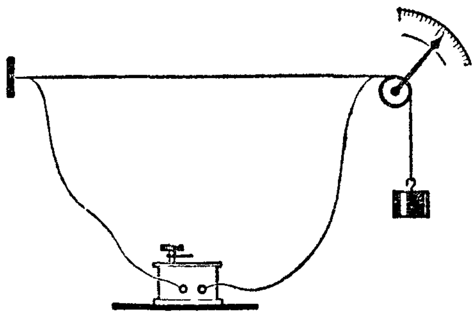


Рис. 165.

О т в е т. Железо переходит из одного кристаллического состояния в другое с меньшей внутренней энергией, избыток энергии идет на нагревание проволоки, и она расширяется.

599(э). Используя динамометр или гири и рыболовную леску из синтетического материала, составьте таблицу зависимости ее удлинения от приложенной силы. По данным таблицы постройте график и укажите, при каком напряжении происходит «течение» материала. Соответствует ли измеренная вами величина пределу прочности, который указан в паспорте лески?

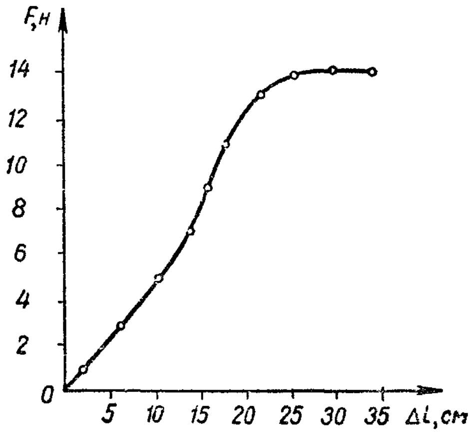


Рис. 166.

График, построенный по данным одного из ученических опытов с леской диаметром 0,2 *мм* и длиной 1 *м*, показан на рисунке 166. Леска выдерживает силу натяжения в 14 *н*, как и указано в паспорте.

600. На рисунке 167 показаны графики растяжения стали и меди. Сравните по этим графикам свойства данных веществ.

О т в е т. Из сравнения участков 0 — 1 и 0 — 1′ видно, что сталь более упругий материал. Сталь более хрупка, чем медь, так как участок текучести 1—2 у нее короче. Медь подвергается большему упрочению, чем сталь, так как имеет больший участок 2—3. Сталь значительно прочнее, так как разрушается при большем напряжении.

601(э). Рассчитайте силу, необходимую для разрыва медной

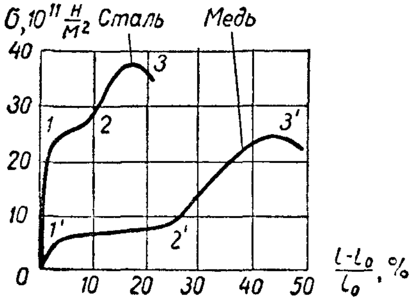


Рис. 167.

проволоки из школьного набора проводов диаметром 0,3 *мм*. Полученные данные проверьте на опыте.

Решение. Пользуясь таблицами или графиком (рис. 167), находим, что медь разрушается при напряжении $\sigma_н = 2,1 \times 10^8$ *н/м²*. Площадь сечения проволоки

$$S = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,3^2\ мм^2}{4} =$$

$$= 0,071\ мм^2 = 7,1 \cdot 10^{-8}\ м^2.$$

Разрушающая сила

$$F = \sigma_н \cdot S = 2,1 \cdot 10^8\ \frac{н}{м^2} \cdot 7,1 \cdot 10^{-8}\ м^2 \approx 15\ н.$$

602. Какой максимальной высоты может быть кирпичное здание, если допускаемое напряжение кирпичной кладки $\sigma_д = 0,9 \times 10^6$ *н/м²*?

Решение. Созданное весом стен давление $p = \sigma_д = \rho g h$, где ρ — плотность кирпича, а h — высота кладки.

$$h = \frac{\sigma_д}{\rho g} = \frac{0,9 \cdot 10^6\ \frac{н}{м^2}}{180\ \frac{кг}{м^3} \cdot 9,8\ \frac{м}{сек^2}} \approx 50\ м$$

603. Какова должна быть площадь поперечного сечения всех жил стального троса пятитонного подъемного крана, если предел прочности стальной канатной проволоки $\sigma_н = 7,8 \cdot 10^8 н/м^2$, а запас прочности $k = 10$?

Решение. $F = \sigma_д S$; $S = \frac{F}{\sigma_д}$; $k = \frac{\sigma_н}{\sigma_д}$; $\sigma_д = \frac{\sigma_н}{k}$;

$$S = \frac{Fk}{\sigma_н} = \frac{5 \cdot 10^3\ кг \cdot 9,8\ \frac{м}{сек^2} \cdot 10}{7,8 \cdot 10^8\ \frac{н}{м^2}} \approx 6,3 \cdot 10^{-4}\ м^2 = 6,3\ см^2.$$

604. При испытании с помощью твердомера ТШ-I алюминиевого сплава обнаружено, что при нагрузке $F = 2500$ *н* шарика диаметром $D = 5$ *мм* и выдержке 60 *сек* диаметр отпечатка $d = 1,8$ *мм*. Какова твердость сплава?

Решение.

$$H_B = \frac{F}{S};\ S = \frac{\pi D^2}{2} - \frac{\pi D}{2}\sqrt{D^2 - d^2} = 2,8\ мм^2;\ H_B = 900\ \frac{н}{мм^2}.$$

605. Плотность литого алюминия $\rho_1 = 2560$ *кг/м*^{3}, твердость $H_B = 160$ *н/мм*^{2} $\div$ 250 *н/мм*^{2}. Плотность же прокатанного алюминия и его твердость соответственно равны $\rho_2 = 2600$ *кг/м*^{3} и H_B — до 390 *н/мм*^{2}. Чем объясняется такая разница?

Ответ. Прокатка приводит к более плотной упаковке молекул алюминия и к его упрочению (см. рис. 167, участок 2—3).

4. Тепловое расширение жидкостей и твердых тел

В данной теме изучают количественную зависимость теплового расширения жидких и твердых тел от температуры. При решении задач используют зависимости $l = l_0(1 + \alpha t)$ и $V = V_0(1 + \beta t)$. Для твердого тела $\beta = 3\alpha$. При решении задач на тепловое расширение тел в средней школе обычно считают коэффициенты α и β постоянными. На самом же деле эти величины могут значительно изменяться для различных интервалов температур, о чем следует сказать учащимся.

При решении задач о расширении твердых тел практически можно пользоваться формулами: $l_2 = l_1(1 + \alpha\Delta t)$ и $V_2 = V_1(1 + \beta\Delta t)$, где $\Delta t = t_2 - t_1$. Такое же упрощение возможно и для жидкостей, но здесь ошибка, как мы покажем ниже на примере решения задачи 606, может быть заметной. Обычно расчеты по данным формулам не представляют большой трудности за исключением тех случаев, когда для жидкостей нужно учитывать не только их собственное расширение, но и расширение сосуда, в котором они находятся. Задачу данного типа нужно обязательно разобрать с классом. При этом нужно дать учащимся понятие о том, что приведенные выше формулы справедливы как для сплошных, так и полых тел.

Следует также решить несколько задач об изменении при нагревании плотности тела. Для этого сначала лучше воспользоваться известной учащимся формулой $\rho_2 = \frac{m}{V_2}$, где V_2 — объем тела при температуре t_2, а затем уже ввести формулу

$$\rho_2 = \frac{\rho_1}{1 + \beta\Delta t}.$$

Так как величина $\beta\Delta t$ обычно значительно меньше единицы, то

$$\rho_2 = \frac{\rho_1(1 - \beta\Delta t)}{(1 + \beta\Delta t)(1 - \beta\Delta t)} \approx \rho_1(1 - \beta\Delta t).$$

Для повторения материала о калориметрических расчетах в этой теме желательно решить несколько задач, в которых требуется определить количество теплоты, необходимое для определенного увеличения объема тела. Эти задачи полезно рассмотреть с точки зрения как увеличения внутренней энергии тел, так и совершенной телами работы в соответствии с уравнением $A = \frac{kx^2}{2}$. В задачи этого типа можно включить материал об упругих деформациях тел, связав таким образом вместе различные вопросы данной темы.

Вначале решают простые тренировочные задачи на применение указанных формул. При этом учащиеся должны получить представление о том, на сколько удлиняется, например, метр медной или алюминиевой проволоки при нагревании ее на определенное число градусов. Лучше всего такие расчеты провести для значения $\Delta t = 100°$ C. В таком случае изменение длины выразится простыми, хорошо запоминающимися числами: для меди — 1,7 *мм*, алюминия — 2,6 *мм* и т. п.

606. В алюминиевую канистру емкостью 10 *л* налили доверху керосина при 20° С. Какое количество керосина вытечет наружу, если он нагреется до 40° С? Расширением канистры пренебречь. Числа считать точными.

Решение 1. $V_2 = V_1(1 + \beta\Delta t)$; $\Delta V = V_1\beta\Delta t$.

$$\Delta V = 10 \text{ л} \cdot 0{,}001 \text{ град}^{-1} \cdot 20° = 0{,}2 \text{ л} = 200 \text{ см}^3.$$

Как видим, по оплошности человека, налившего доверху канистру, может вылиться наружу целый стакан керосина.

Решение 2. Проведем расчеты, пользуясь более точной формулой $V_2 = V_0(1 + \beta t_2)$. Сначала из формулы $V_1 = V_0(1 + \beta t_1)$ найдем

$$V_0 = \frac{V_1}{1 + \beta t_1}. \quad V_0 = \frac{10}{1 + 0{,}001 \cdot 20} \approx 9{,}804 \text{ (л)}.$$

$$V_2 = 9{,}804\,(1 + 0{,}001 \cdot 40) \approx 10{,}196 \text{ (л)}.$$

Разница с первым ответом (4 *см*^{3}) незначительна, поэтому в практических целях и можно пользоваться приближенной формулой. Однако это все же заметная и вполне измеримая величина. Для железнодорожной цистерны емкостью 60 *м*^{3} разница при аналогичных условиях составит $\frac{60 \text{м}^3}{0{,}01 \text{м}^3} \cdot 4 \text{ см}^3 = 24000 \text{ см}^3 = 24$ *л*.

607. Решить предыдущую задачу, учитывая расширение канистры.

Решение 1. Найдем увеличение объема канистры при температуре 40° С:

$$V_2 = V_1(1 + 3\alpha \cdot \Delta t),$$

$$\Delta V = 10 \cdot 3 \cdot 0{,}000026 \cdot 3 = 0{,}0156 \text{ (л)} = 15{,}6 \text{ (см}^3\text{)}.$$

Следовательно, из канистры выльется 200 *см*^{3} — 15,6 *см*^{3} = 184,4 *см*^{3}, а если принять во внимание более точное второе решение предыдущей задачи, то — 180,4 *см*^{3}.

Решение 2. Решение подобных задач облегчается, если принимать коэффициент расширения жидкости, налитой в сосуд, равным разнице ее действительного коэффициента расширения и коэффициента материала сосуда. Для данных условий $\Delta V = V(\beta_{кер} - \beta_{ал})\Delta t = 10\ (0{,}001 - 0{,}000078)\ 20 = 184{,}4$ ($см^3$), что мы уже получали выше.

608. Доказать, что жидкость или твердое тело, имеющие плотность $\rho\left(\frac{кг}{м^3}\right)$, удельную теплоемкость $c\left(\frac{дж}{кг \cdot град}\right)$ и коэффициент объемного расширения $\beta(град^{-1})$, при сообщении Q (*дж*) увеличивают свой объем на величину $\Delta V = \frac{Q\beta}{\rho c}$, независимо от первоначального объема.

Решение. Из формул $\Delta V = V_0\beta\Delta t$ и $Q = cm\Delta t = c\rho V_0\Delta t$ определяется и приравнивается Δt, после чего получается искомая формула [39, № 676].

609. Стальная проволока сечением 2 $мм^2$ при температуре 30° С натянута горизонтально и закреплена своими концами между двумя неподвижными опорами. С какой силой будет действовать проволока на точки закрепления при понижении температуры до —10° С? [39, № 678].

Решение. Проволока будет действовать на закрепление с силой, которая необходима для ее растяжения от длины l_1, которую она, будучи свободной, занимала бы при —10° С, до длины l_2 при 30° С.

Считая растяжение упругим, по закону Гука найдем

$$F = \frac{\Delta lES}{l}.$$

С другой стороны $\Delta l = l\alpha\Delta t$, поэтому $F = \frac{l\alpha\Delta tES}{l} = \alpha\Delta tES = 0{,}000012\ град^{-1} \cdot 40° \cdot 2{,}1 \cdot 10^{11}\ н/м^2 \cdot 2 \cdot 10^{-6} м^2 \approx 200\ н.$

Интересно отметить, что сила не зависит от длины проволоки. Ясно, что для тел, имеющих значительные поперечные сечения, например, для балок, силы, вызванные тепловым расширением, могут достигать огромных величин, которые необходимо учитывать при строительстве.

ГЛАВА 26

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

В основном в данной теме решают задачи по электростатике, в которых рассчитывают силы взаимодействия электрических зарядов в соответствии с законом Кулона, находят напряженность, потенциал и работу сил электрического поля при перемещении зарядов и электроемкость конденсаторов.

По теме решают также значительное количество комбинированных задач, в которых рассматривают равновесие заряженных тел при действии на них электрических сил. Эти задачи являются хорошим средством повторения и применения не только законов электрического поля, но и механики.

Электростатические задачи можно разделить на задачи, в которых рассмотрены точечные заряды, и задачи о заряженных телах, размерами которых нельзя пренебречь.

В средней школе рассматривают в основном точечные заряды или заряды на телах сферической формы. Из тел сложной формы берутся только плоские конденсаторы.

В задачах рассматривают свойства как неоднородного, так и однородного электрического поля: первое на примере поля точечного заряда, а второе — на примере поля плоского конденсатора.

1. Закон Кулона

Зависимость силы взаимодействия двух точечных электрических зарядов от расстояния между ними записывают и используют прежде всего в виде $F \sim \frac{q_1 q_2}{r^2}$ в вакууме и $F \sim \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}$ в среде, диэлектрическая проницаемость которой $\varepsilon \neq 1$. Для перехода от пропорциональности в выражении для F к равенству вводят коэффициент пропорциональности k, и закон Кулона приобретает вид

$$F = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}.$$

Значение k зависит от системы единиц. В системе СГСЭ $k = 1$, а диэлектрическая проницаемость ε — безразмерная величина. В СИ $k \neq 1$ и ε приобретает размерность $\left(\frac{к^2}{н \cdot м^2}\right.$ или $\left.\frac{ф}{м}\right)$. Условились записывать $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$, где ε_0 — размерная величина, получившая название электрической постоянной, а ε_r — безразмерная величина, так называемая относительная диэлектрическая проницаемость среды.

Диэлектрическая проницаемость вакуума, т. е. электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{к^2}{н \cdot м^2}\left(\frac{ф}{м}\right)$. Значение ε_r для конкретной среды берут из таблиц.

Закон Кулона в СИ приобретает вид $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{\varepsilon_r r^2}$.

Используя формулу закона Кулона, сначала решают тренировочные задачи о взаимодействии двух зарядов, определяя силу F, величины q_1 и q_2 или расстояния r между зарядами. Затем задачи усложняют, рассматривая взаимодействие нескольких зарядов. Тему завершают решением комбинированных задач с использованием законов статики и динамики. В комбинированных задачах можно, например, рассмотреть условия равновесия заряженных тел, подвешенных на нитях, учитывая действие на них сил реакции и тяжести.

Заметим, что во всех этих задачах заряды принимают за точечные, так как закон Кулона справедлив только для точечных зарядов. При решении задач за точечные заряды допустимо принимать заряды на телах, размеры которых малы по сравнению с расстоянием между телами. В случае тел сферической формы заряд тела считают расположенным в центре сферы.

Характер зависимости силы взаимодействия двух точечных зарядов от расстояния между ними и от среды вначале выясняют путем разбора качественных задач.

610. Как изменится сила взаимодействия зарядов, если расстояние между ними уменьшить в 3 раза?

Ответ. Уменьшится в 9 раз, так как $F \sim \frac{1}{r^2}$.

611. Заряды взаимодействуют в вакууме с силой F. Какова сила их взаимодействия в керосине?

Ответ. Уменьшится в 2 раза, так как $F \sim \frac{1}{\varepsilon_r}$, а ε_r керосина равно 2.

Вычислительные задачи решают вначале примерно следующего содержания.

612. С какой силой взаимодействуют два заряда, по 1 *к* каждый, на расстоянии 1 *км* друг от друга в воздухе?

Решение. Сила взаимодействия $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{\varepsilon_r r^2}$, где $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{\kappa^2}{н \cdot м^2}$; $q_1 = q_2 = 1 \kappa$ и $r = 1000$ *м*. ε_r для воздуха можно с достаточной точностью принять равной 1. Тогда вычисления дают значение:

$$F = \frac{1 \cdot 1\ \kappa \cdot 1 \kappa}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{\kappa^2}{н \cdot м^2} \cdot 1000^2\ м^2} \approx 0{,}9 \cdot 10^4\ н.$$

Задача дает представление об огромной величине заряда 1*к*. Очень важно провести здесь действия не только над числами, но и над наименованиями.

613. Найдите силу взаимодействия двух точечных зарядов, по $3 \cdot 10^{-8}$ *к* каждый, расположенных на расстоянии $r = 2$ *см* друг от друга в керосине.

Решение аналогично решению предшествующей задачи.

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{\varepsilon_r r^2}$$

Из таблиц $\varepsilon_r = 2$.

$$F = \frac{3 \cdot 10^{-8}\ к \cdot 3 \cdot 10^{-8}\ к}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{к^2}{н \cdot м^2} \cdot 2 \cdot 0{,}02^2\ м^2} \approx 0{,}01\ н.$$

614. С какой силой ядро атома водорода притягивает электрон, если радиус орбиты электрона $0{,}5 \cdot 10^{-10}$ *м*?

Решение. Необходимо знать заряд электрона—$e = -1{,}6 \times \times 10^{-19}$ *к*. Это значение может быть взято из справочника, но желательно его запомнить. Протон имеет такой же по величине, но положительный заряд. Сила взаимодействия электрона и протона

$$F = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ к \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ к}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{к^2}{н \cdot м^2} (0{,}5 \cdot 10^{-10})^2\ м^2} \approx 9 \cdot 10^{-8}\ н.$$

Если в задаче дано более двух зарядов и надо определить силу, действующую на один из зарядов, то задачу решают в два этапа:

а) Находят поочередно силы взаимодействия данного заряда с каждым другим зарядом.

б) Складывая полученные силы, определяют равнодействующую силу.

615. Найти силу, действующую на заряд $q_2 = -1 \cdot 10^{-6}$ *к* (рис. 168), если заряды $q_1 = 1 \cdot 10^{-7}$*к* и $q_3 = 2 \cdot 10^{-7}$ *к* расположены в воздухе, а расстояния $AB = BC = 10$ *см*.

Решение. На заряд q_2 действуют заряды q_1 и q_3 с силами $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_3$ (рис. 168). Силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_3$ — силы притяжения заряда q_2 к зарядам q_1 и q_3, направлены по одной прямой AC, но в противоположные стороны. Их равнодействующая $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_3$ направлена в сторону большей силы $\vec{F}_3$ и по величине равна их разности. По закону Кулона $F_1 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r AB^2}$ и $F_3 = \frac{q_1 q_3}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r BC^2}$.

Для воздуха $\varepsilon_r = 1$, расстояния $AB = BC = 0{,}1$ *м*. Вычисления дают значения $F_1 \approx 0{,}1$ *н*, $F_3 \approx 0{,}2$*н*, а $R \approx 0{,}1$ *н*.

616. Заряды $q_1 = q_2 = q_3 = 1 \cdot 10^{-6}$ *к* расположены в вершинах равностороннего треугольника со сторонами 20 *см*. Найдите силу, действующую на один из этих зарядов со стороны двух других в воздухе.

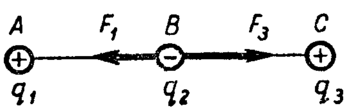


Рис. 168.

Р е ш е н и е. Делаем чертеж (рис. 169). Определим силу, действующую на заряд q_3, помещенный в точке C. Заряды q_1 (в точке A) и q_2 (в точке B) действуют на заряд q_3 соответственно с силами $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. Равнодействующую этих сил ($\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$) находят по правилу параллелограмма.

Далее при решении задачи не будем оперировать векторами, а будем вычислять длину отрезков, соответствующих на чертеже (рис. 169) векторам $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{R}$. При всех расчетах эти отрезки обозначаем F_1, F_2 и R без черты наверху, т. е. определяем лишь величину векторов, направление же их показано на чертеже и учитывается при решении. Легко доказать, что $F_1 = F_2$, $\angle DCM = 30°$, так как $\angle MCN = \angle ACB = 60°$ (все внутренние углы в равностороннем треугольнике по 60°). Тогда $\frac{R}{2} = F_1 \cos 30°$(в $\triangle CNZ$ $CZ = \frac{R}{2}$).

По закону Кулона $F_1 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r AC^2}$,

$$F_1 = \frac{1 \cdot 10^{-6}\ к \cdot 1 \cdot 10^{-6}\ к}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{к^2}{н\ \ м^2} \cdot (0,2)^2\ м^2} \approx 0,02\ н.$$

$$R \approx 0,02\ н \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 \approx 0,034\ н.$$

После этого переходят к решению комбинированных задач.

617. Два маленьких шарика массой по 0,01 *г* подвешены рядом на тонких шелковых нитях длиной по 50 *см*. Шарики зарядили равными одноименными зарядами, и они оттолкнулись друг от друга на расстояние 7 *см*. Определите заряды шариков.

Р е ш е н и е. Анализируя условие задачи, принимают заряды на шариках за точечные. Диэлектрическая проницаемость воздуха $\varepsilon_r \approx 1$. Сначала делаем чертеж (рис. 170).

На каждый из шариков действуют три силы: сила электрического взаимодействия $\vec{F}_э$, сила тяжести $\vec{P} = m\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{Q}$. Шарики будут в равновесии, когда равнодействующие сил, действующих на каждый шарик, равны нулю: $\vec{P} + \vec{F}_э + \vec{Q} = 0$. На рисунке 170 буквой $\vec{N}$ обозначена равнодействующая $\vec{F}_э$ и $\vec{P}$. Необходимо, чтобы $\vec{N}$ и $\vec{Q}$ были равны по величине, направлены по одной прямой, но в противоположные стороны. Тогда угол между $\vec{N}$ и $\vec{P}$ будет равен α. Далее оперируем не с векторами, а вычисляем лишь их величину.

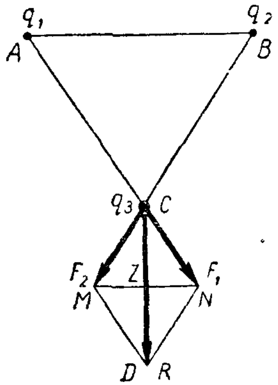


Рис. 169.

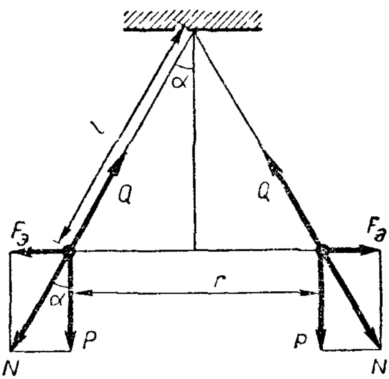


Рис 170.

По закону Кулона $F_э = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{r^2}$, а из параллелограмма сил $F_э$ и P запишем $F_э = P \operatorname{tg} \alpha = mg \operatorname{tg} \alpha$. При малом α значение $\operatorname{tg} \alpha \approx \approx \sin \alpha = \frac{r}{2l}$. Из уравнения

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q^2}{r^2} = mg\frac{r}{2l} \text{ найдем } q = \sqrt{\frac{mgr^3 \cdot 4\pi \cdot \varepsilon_0}{2l}} =$$

$$= \sqrt{\frac{10^{-5}\ кг \cdot 9{,}8\ \frac{м}{сек^2}\ (0{,}07)^3\ м^3 \cdot 4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{к^2}{н \cdot м^2}}{2 \cdot 0{,}5\ м}} \approx 2 \cdot 10^{-9} к.$$

Так как все величины были взяты в единицах СИ, сразу можно записать, что заряд получился в кулонах. Действия с наименованиями здесь не простые: $\left(\frac{кг \cdot м \cdot м^3\ к^2}{м \cdot н \cdot м^2\ сек^2}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{кг \cdot м}{сек^2} \cdot \frac{к^2}{н}\right)^{\frac{1}{2}} = к.$

Выше при решении задачи проводили сложение сил $\vec{F}_э$ и $\vec{P}$. Можно складывать и другие силы: $\vec{Q}$ и $\vec{P}$. Их равнодействующая равна по величине $\vec{F}_э$, но направлена в противоположную сторону.

Оба решения задачи равносильны, и дело учителя выбрать, какие силы ($\vec{F}$ и $\vec{P}$ или $\vec{Q}$ и $\vec{P}$) складывать.

618. Две маленькие капли масла радиусом $R = 8{,}22 \cdot 10^{-3}$ *см* с одинаковыми электрическими зарядами помещены на расстоянии r друг от друга ($r \gg R$). Определите, сколько лишних электронов (или каков их недостаток) на капле, если сила кулоновского отталкивания уравновешивает силу притяжения капель.

Р е ш е н и е. На рисунке 171 показаны кулонова сила $\vec{F}_к$ и сила гравитационного притяжения $\vec{F}$, направленные по одной прямой, но в противоположные стороны. По условию задачи $\vec{F}_к + \vec{F} = 0$, или $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{r^2} = \gamma\frac{m^2}{r^2}$ $(\varepsilon_r \simeq 1)$, где $\gamma = \frac{1}{1,5 \cdot 10^{10}}\ \frac{н \cdot м^2}{кг^2}$, а масса шариков $m = \frac{4}{3}\pi R^3\rho$ (ρ — плотность масла, равная $800\frac{кг}{м^3}$). Вычисления дают $q \approx 1,6 \cdot 10^{-19} к$. Число избыточных или недостаточных электронов n можно получить, разделив заряд капли на заряд электрона e $\left(n = \frac{q}{e}\right)$. В рассматриваемом случае на капле избыток (или недостаток) одного электрона, так как $e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ $к$. Заметим, что знак заряда q может быть любой, так как кулонова сила и при положительных, и при отрицательных зарядах будет силой отталкивания.

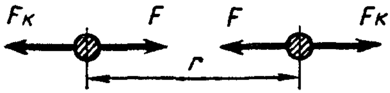


Рис. 171.

619*. В вершинах квадрата со стороной a помещены маленькие шарики с положительным зарядом $q = 1,0 \cdot 10^{-8}$ $к$. Какой заряд надо поместить в точке пересечения диагоналей квадрата, чтобы вся система находилась в равновесии?

Решение. Все заряды, расположенные в вершинах квадрата (рис. 172), находятся в одинаковых условиях. Возьмем заряд в точке A. Его отталкивают заряды, помещенные в точках B, D и C с силами $\vec{F}_B$, $\vec{F}_D$ и $\vec{F}_C$. Уравновесить действие этих сил может отрицательный заряд q', помещенный в точке E и действующий с силой $\vec{F}_E$. Условие равновесия $\vec{F}_B + \vec{F}_D + \vec{F}_C + \vec{F}_E = 0$. Равнодействующая $\vec{F}_B$ и $\vec{F}_D$, равная $\sqrt{2} \cdot \vec{F}_B$, направлена по одной прямой с силами $\vec{F}_C$ и $\vec{F}_E$.

Если по закону Кулона выразить $\vec{F}_B$, $\vec{F}_C$ и $\vec{F}_E$, то условие равновесия запишется

$$\sqrt{2} \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{a^2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{2a^2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q \cdot q'}{\frac{a^2}{2}} = 0,$$

(Берем не векторы, а их численное значение. Направление векторов учтено на рисунке 172.)

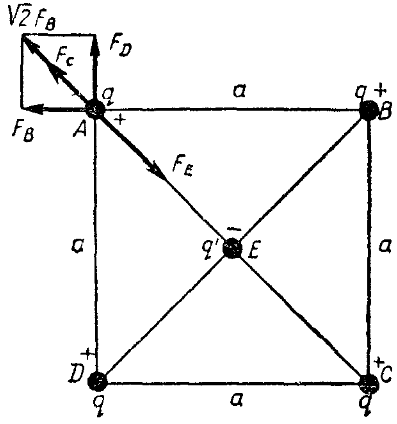


Рис. 172.

так как $AC^2 = 2a^2$, $AE^2 = \frac{a^2}{2}$.

Вычисления дают $q' = 0{,}95q = 0{,}95 \cdot 10^{-8}$ *к*. ε_r принимали равной 1.

620*. Определите линейную скорость электрона в атоме водорода на орбите радиусом $r = 0{,}5 \cdot 10^{-10}$ *м*.

Решение. Сила притяжения электрона к ядру в атоме водорода (кулонова сила) $F_к = \frac{e \cdot e}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r \cdot r^2}$, где e — заряды электрона и протона, отличающиеся только знаком. ε_r можно принять равной 1. Кулонова сила — единственная действующая на электрон сила, если пренебречь гравитационным взаимодействием. Она направлена к центру и под действием только этой (центростремительной) силы электрон движется по окружности. Выразим центростремительную силу $F_ц$ через линейную скорость электрона v, массу электрона m и радиус орбиты электрона r; получаем $F_ц = \frac{mv^2}{r}$. Приравняв выражения $F_к$ и $F_ц$, получим уравнение $\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2} = \frac{mv^2}{r}$, из которого $v = \frac{e}{2\sqrt{\pi\varepsilon_0\varepsilon_r \cdot r \cdot m}}$. Подставив $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *к*, $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ *кг*, $\varepsilon_r = 1$, $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ *к²/н · м²*, $r = 0{,}5 \cdot 10^{-10}$ *м*, получим $v \approx 0{,}2 \cdot 10^7 \frac{м}{сек}$.

2. Напряженность электрического поля

Напряженностью электрического поля $\vec{E}$ в данной точке называют отношение силы $\vec{F}$, действующей на помещенный в эту точку точечный положительный заряд q, к величине этого заряда $\left(\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}\right)$.

Для точечного заряда Q, создающего электрическое поле, величина напряженности в точке A — $E_A = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}$, где r—расстояние точки A от заряда Q.

Напряженность электрического поля — вектор, направление которого совпадает с направлением силы $\vec{F}$. Если поле создано несколькими зарядами, то его напряженность равна геометрической сумме напряженностей отдельных полей, созданных каждым из этих зарядов.

В первую очередь высказанные выше положения обсуждают при решении качественных задач.

621. Поле создано точечным зарядом q. Напряженность его в точках, находящихся на расстоянии r от заряда, равна величине E. Какова напряженность в точках на расстоянии $2r$, $3r$, $10r$ от этого заряда?

Ответ. $E \sim \frac{1}{r^2}$, поэтому величины напряженности будут соответственно равны $\frac{E}{4}$, $\frac{E}{9}$ и $\frac{E}{100}$.

622. Электрическое поле создано двумя одинаковыми положительными точечными зарядами. Какова напряженность в средней точке прямой, соединяющей заряды?

Ответ. Напряженность в средней точке равна нулю, так как напряженности, создаваемые каждым из двух зарядов в этой точке, равны по величине, но противоположно направлены. Напряженности складывают геометрически, поэтому $E_{общ} = 0$. Обсуждая задачу, полезно также рассмотреть величину и направление напряженности в других точках прямой, соединяющей заряды.

623. Чему равна напряженность поля в центре равномерно заряженного проволочного кольца?

Ответ. Напряженность в центре кольца равна геометрической сумме напряженностей, созданных каждым элементом заряженного кольца. Каждому элементу с одной стороны кольца можно противопоставить такой же элемент с другой стороны. Напряженности, созданные этими элементами в центре кольца, равны и противоположно направлены. Поэтому общая напряженность в центре кольца равна нулю.

Вычислительные задачи вначале решают по определению напряженности электрического поля, созданного одним точечным зарядом.

624. На точечный заряд $q = 0{,}33 \cdot 10^{-7}$ *к*, внесенный в некоторую точку электрического поля, действует сила $F = 1{,}0 \cdot 10^{-5}$ *н*. Какова напряженность поля в данной точке?

Ответ. $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$, величина $E \approx 3 \cdot 10^2$ *н/к*.

625. Найдите напряженность поля в точках, удаленных на $r = 0{,}05$ *м* от точечного заряда $q = 2{,}5 \cdot 10^{-8}$ *к*, помещенного в парафин.

Ответ. Величина напряженности $E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}$, т. е.

$$E = \frac{2{,}5 \cdot 10^{-8}\ к}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\frac{к^2}{н \cdot м^2} \cdot 2{,}1 \cdot (0{,}05)^2 м^2} \approx 4 \cdot 10^4\ н/к.$$

$\varepsilon_r = 2{,}1$ для парафина берут из таблиц.

Очень полезно графически представить зависимость величины E от расстояния r для точечного заряда.

626. Начертите графики зависимостей величины напряженности E электрического поля точечного заряда а) $q_1 = 1{,}0 \cdot 10^{-9}\ к$ и б) $q_2 = -1{,}0 \cdot 10^{-9}\ к$ от расстояния r.

Решение. Графики строят в координатных осях E и r. Составляют таблицу значений E при разных r, используя формулу $E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}$ при $\varepsilon_r = 1$. Для упрощения расчетов вычисляют сначала

$$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \approx 9\,\frac{н \cdot м^2}{к}, \text{ тогда } E \approx 9\,\frac{н \cdot м^2}{к} \cdot \frac{1}{r^2}.$$

Для заряда q_1 таблица значений E будет иметь следующий вид:

r, $м$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4	5
E, $\frac{н}{к}$	225	144	81	36	9	$\frac{9}{4}$	1	$\frac{9}{16}$	$\frac{9}{25}$

В выбранном масштабе откладывают значения E и r на осях координат и строят соответствующие им точки. Соединив точки плавной кривой, получают график (рис. 173).

Для отрицательного заряда q_2 значения E изменяют только знак и график зависимости E от r пойдет ниже оси r (рис. 174).

Более сложны задачи по определению напряженности электрического поля, созданного несколькими зарядами.

627. Два заряда по $1{,}0 \cdot 10^{-8}\ к$, находятся в воздухе на расстоянии 8 $м$ друг от друга. Найдите напряженность на расстоянии 5 $м$ от обоих зарядов.

Решение. Как видно из рисунка 175, таких точек две (D и E). Решение проводят для одной из них, например для D. Заряды в точках A и B обозначают соответственно q_A и q_B. По условию $q_A = q_B$. $\vec{E}_A$ и $\vec{E}_B$ — напряженности в точке D, созданные q_A и q_B. Общая напряженность электрического поля в точке D есть геометрическая сумма $\vec{E}_A$ и $\vec{E}_B$, и находят ее как диагональ параллелограмма со сторонами E_A и E_B.

Величина $E_A = E_B = \frac{q_A}{4\pi\varepsilon_0 AD^2}$, а значение E_D определяют из подобия треугольников AED и DMF $\left(\frac{DF}{DM} = \frac{ED}{AD}\right.$, откуда $DF = DM \times \left.\times\frac{ED}{AD}\right)$. Вычисления дают величину $E_D \approx 4{,}3$ *н/к*.

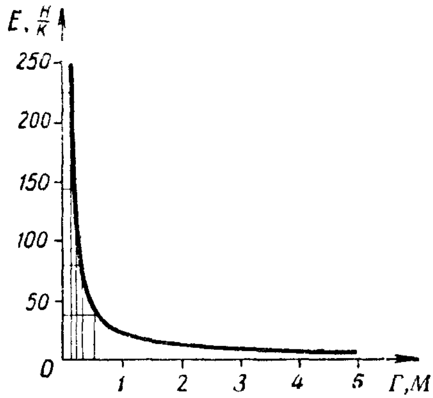


Рис. 173

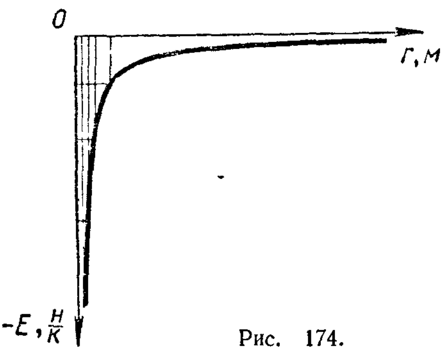


Рис. 174.

Можно изменить заряды q_A и q_B и рассмотреть другие варианты задачи при q_A и q_B отрицательных и при q_A и q_B разных знаков. Более сложен случай, когда $q_A \neq \neq q_B$. Такие задачи легче решать графически.

Возможна задача по определению напряженности в точке C. При $q_A = q_B$ такую задачу уже рассматривали (№ 622), при $q_A \neq q_B$ задача будет рассмотрена ниже.

628*. Определите графически, в какой точке на прямой, соединяющей два заряда q_1 и q_2, напряженность равна нулю. $q_1 = 1 \cdot 10^{-9}$ *к* и $q_2 = 2 \cdot 10^{-9}$ *к*.

Р е ш е н и е. Строят два графика зависимости E от r для зарядов q_1 и q_2, но располагают эти графики так, что начала их координатных осей находятся на расстоянии R друг от друга, а оси r направлены навстречу друг другу (рис. 176). $E = 0$ на таком расстоянии r_0 от q_1, когда графики пересекаются (от q_2 расстояние равно $R - r_0$). Здесь напряженности, созданные зарядами q_1 и q_2, равны по величине и противоположно направлены. Для построения графиков составляют таблицы для зависимостей величин E_1 от r_1 и E_2 от r_2 (см. задачу 626).

В заключение можно решить задачи повышенной трудности.

629*. Электрическое поле графически изображают с помощью линий напряженности. Принято, что число линий, проходящих через единицу площади (1 *м*^{2}), расположенную перпендикулярно к линиям напряженности, численно равно напряженности поля в данной точке. Чему равно общее число линий напряженности, выходящих из точечного заряда q?

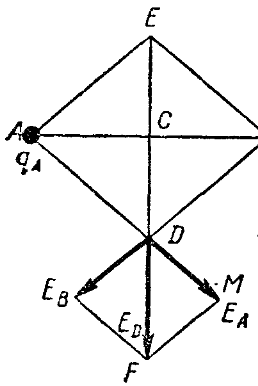


Рис. 175.

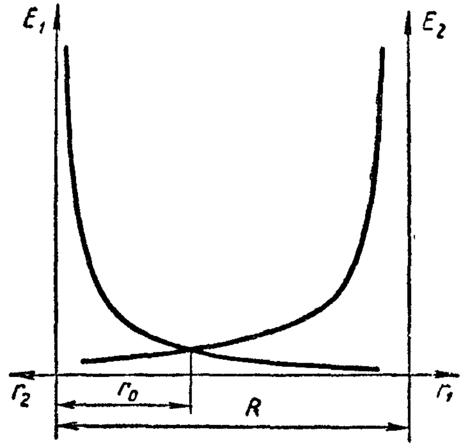


Рис. 176.

Решение. На расстоянии r от заряда q через площадку 1 $м^2$ проходит $E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}$ линий напряженности. Рассмотрим сферическую поверхность радиусом r вокруг заряда q. Поверхность этой сферы равна $4\pi r^2$. Общее число линий, выходящих из заряда, будет больше E в $4\pi r^2$ раз, т. е. $N = \frac{q4\pi r^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2} = \frac{q}{\varepsilon_0\varepsilon_r}$.

Можно обобщить полученный вывод и на случай неточечных зарядов.

630*. Шарик математического маятника имеет массу m и подвешен на нити длиной l. Как изменится период колебания этого маятника, если его поместить в однородное электрическое поле с напряженностью $\vec{E}$, направленной вертикально вверх, а шарику сообщить отрицательный заряд q?

Решение. Период колебания математического маятника в поле сил тяжести $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. В электрическом поле на заряженный шарик независимо от его положения действует, кроме силы тяжести, дополнительная сила $\vec{F} = q\vec{E}$, направленная вертикально вниз и создающая дополнительное ускорение $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q\vec{E}}{m}$. Общая величина ускорения $g' = g + a = g + \frac{qE}{m} = \frac{gm+qE}{m}$ становится больше g, а $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{lm}{gm+qE}}$, т. е. период колебаний T уменьшается.

Задачи на движение заряженных частиц в однородном поле конденсатора лучше решать при изучении электрического тока в вакууме, повторяя при этом электростатику.

3. Потенциал электрического поля

Потенциал электрического поля в некоторой точке $\varphi = \frac{W}{q}$, где W — потенциальная энергия, которой обладает заряд q в данной точке поля.

В случае электрического поля, созданного точечным зарядом, потенциал $\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}$.

Работа A по перемещению заряда q из точки поля с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2 не зависит от формы пути и определяется по формуле $A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$.

Для однородного электрического поля справедливо соотношение $E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}$, где d — расстояние вдоль линии напряженности между точками с потенциалами φ_1 и φ_2. Отсюда единица напряженности 1 *в/м*.

Важно учитывать, что потенциал электрического поля, созданного в данной точке несколькими точечными зарядами, равен алгебраической (а не геометрической, как напряженность) сумме потенциалов полей, создаваемых в этой точке каждым зарядом отдельно.

Качественные задачи дают возможность обсудить все эти основные положения о потенциале.

631. Поле создано двумя одинаковыми положительными зарядами q_1 и q_2, находящимися на расстоянии r друг от друга. Чему равен потенциал в средней точке прямой, соединяющей эти заряды?

Решение. В средней точке напряженность $\vec{E} = 0$. А потенциал $\varphi \neq 0$, так как общий потенциал φ равен не геометрической, а алгебраической сумме потенциалов $\varphi_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 \frac{r}{2}}$ и $\varphi_2 = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 \frac{r}{2}}$, созданных зарядами q_1 и q_2 в этой точке (считаем $\varepsilon_r = 1$). $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{Q}{\pi\varepsilon_0 r}$, где $Q = q_1 = q_2$.

632. Сравните работу по перемещению заряда q в электрическом поле заряда Q между точками A и C, B и C, происходящему по двум путям (I и II), указанным на рисунке 177, если $r_A = r_B$, а $r_C > r_A$. Заряд Q помещен в точку O.

Решение. Работы, совершаемые электрическими зарядами по указанным путям, одинаковы, так как работа не зависит от

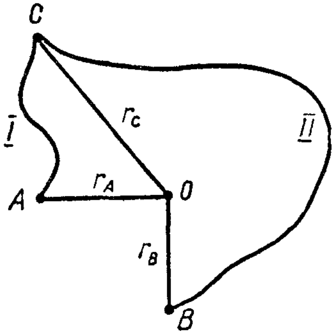


Рис 177.

формы пути, а определяется лишь разностью потенциалов точек поля, соответствующих началу и концу пути: $A_{\rm I} = q(\varphi_C - \varphi_A)$ и $A_{\rm II} = q(\varphi_C - \varphi_B)$, но $\varphi_A = \varphi_B$.

Вычислительные задачи здесь довольно простые. В них используют зависимости $A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$ и $\varphi = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}$. Энергию в СИ измеряют в джоулях. Иногда при решении задач энергию выражают и в других единицах: *эргах* и *электронвольтах*.

633. Работа A при переносе заряда $q = 1{,}3 \cdot 10^{-7}$ *к* из бесконечности в некоторую точку электрического поля равна $6{,}5 \cdot 10^{-5}$ *дж*. Найдите потенциал этой точки поля.

Решение. Работа по переносу заряда из бесконечности в данную точку поля равна потенциальной энергии заряда в этой точке, а по определению $\varphi = \dfrac{W}{q} = \dfrac{6{,}5 \cdot 10^{-5}\ дж}{1{,}3 \cdot 10^{-7}\ к} = 5{,}0 \cdot 10^2$ *в*.

634. Поле образовано точечным зарядом $Q = 1{,}2 \cdot 10^{-7}$ *к*. Какую работу надо совершить, чтобы одноименный заряд $q = 1{,}5 \cdot 10^{-10}$ *к* перенести из точки A, удаленной от Q на 2 *м*, в точку B, удаленную от Q на 0,5 *м* (рис. 178).

Решение. $A = q(\varphi_B - \varphi_A)$ по любому пути. Для точечного заряда в воздухе при $\varepsilon_r = 1$ $\varphi_B = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_B}$ и $\varphi_A = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_A}$. Вычисления дают значение $A \approx 2{,}5 \cdot 10^{-7}$ *дж*.

635. Определите энергию и скорость, которые приобретает электрон, пролетевший в электрическом поле ускорителя от точки с потенциалом φ_1 до точки с потенциалом φ_2, если $\varphi_1 - \varphi_2 = 2 \cdot 10^6 в$.

Решение. Кинетическая энергия $\dfrac{mv^2}{2} = e(\varphi_1 - \varphi_2)$, где $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *к*, $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ *кг*. Отсюда $v = \sqrt{\dfrac{2e(\varphi_1 - \varphi_2)}{m}}$. Энергия электрона $e(\varphi_1 - \varphi_2)$ легко выражается в электронвольтах ($2 \cdot 10^6$ *эв* $= 2$ *Мэв*). Если же заряд электрона e взять в кулонах, а разность потенциалов $(\varphi_1 - \varphi_2)$ — в вольтах, то энергия будет выражена в джоулях.

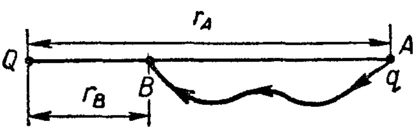


Рис. 178.

Получают: $\frac{mv^2}{2} = 3{,}2 \cdot 10^{-13}$ *дж*, $v = 0{,}83 \cdot 10^9$ *м/сек*.

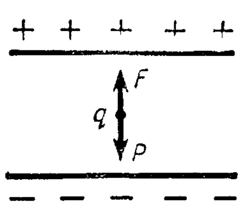


Рис. 179.

Большой интерес представляют задачи, в которых рассматривается однородное электрическое поле, образовавшееся между пластинами конденсатора.

636. В опыте Иоффе в однородном электрическом поле между параллельными разноименно заряженными пластинами (рис. 179) находится пылинка массой $m = 1{,}0 \cdot 10^{-8}$ *г*. Разность потенциалов между пластинами $\varphi_1 - \varphi_2 = 500$ *в*, а расстояние $d = 10$ *см*. Определите заряд пылинки q, если она находится в равновесии в электрическом поле.

Решение. На рисунке 179 обозначены силы $\vec{P}$ и $\vec{F}$, действующие на пылинку. Поле сил тяжести действует с силой $\vec{P}$, а электрическое поле — с силой $\vec{F}$. Чтобы уравновесить силу $\vec{P}$, сила $\vec{F}$ должна быть направлена вверх, т. е. заряд пылинки должен быть отрицательным. Для однородного поля величина $E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}$, а величина силы $F = qE$, т. е. $F = \frac{q(\varphi_1 - \varphi_2)}{d}$. Условие равновесия $F = P$ (силы равны по величине и противоположно направлены) или $\frac{q(\varphi_1 - \varphi_2)}{d} = mg$, откуда $q = \frac{mgd}{\varphi_1 - \varphi_2}$. Вычисления дают $q \approx 2{,}0 \cdot 10^{-14}$ *к*.

В заключение решают задачи повышенной трудности. Ниже приведен пример такой задачи.

637*. N одинаковых шарообразных капелек ртути заряжены до одного и того же потенциала φ. Каков будет потенциал φ_1 большой капли ртути, получившейся в результате слияния этих капель?

Решение. Пусть радиус каждой малой капли r, а ее заряд q. Так как электрическое поле равномерно заряженного шара совпадает вне шара с электрическим полем точечного заряда той же величины, помещенного в центре шара, потенциал в воздухе ($\varepsilon_r = 1$) на поверхности шарообразной капли будет $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$, а заряд $q = 4\pi\varepsilon_0 r\varphi$.

Заряд большой капли $Q = Nq$, а радиус ее R. Потенциал на поверхности большой капли $\varphi_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{Nq}{4\pi\varepsilon_0 R}$.

Объем малой капли $\frac{4}{3}\pi r^3$, а большой — $\frac{4}{3}\pi R^3$. Но объем большой капли равен N объемам малых капель, т. е. $\frac{4}{3}\pi R^3 = N\frac{4}{3}\pi r^3$. Радиусы капель связаны соотношением $\frac{r}{R} = \frac{1}{\sqrt[3]{N}}$. Окончательно

$$\varphi_1 = \frac{Nq}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{N \cdot 4\pi\varepsilon_0 r\,\varphi}{4\,\pi\varepsilon_0 R} = \frac{N\varphi}{\sqrt[3]{N}}.$$

4. Электрическая емкость

Здесь решают задачи на определение емкости уединенного тела, емкости конденсатора, а также по известному значению емкостей находят потенциалы тел, расстояния между пластинами конденсаторов и т. п.

Электрическая емкость уединенного тела $C = \frac{q}{\varphi}$, где q — заряд, φ — потенциал этого тела.

Емкость плоского конденсатора $C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d}$ (S — площадь одной пластинки, перекрывающейся другой, d — расстояние между ними).

Емкость уединенного шара радиусом R в среде с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_0\varepsilon_r$ можно вычислить по формуле $C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R$.

Конденсатор емкости C при разности потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ и заряде q обладает энергией $W = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2}$.

При решении задач на соединения конденсаторов применяют формулы $C_{общ} = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots$ при параллельном и $\frac{1}{C_{общ}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \ldots$ при последовательном соединении.

Необходимо также решение задач, в которых имеет место перетекание зарядов при соединении тел.

При разборе качественных задач подчеркивают, что емкость зависит только от формы и размеров тела и не зависит от того, сплошное тело или полое, и от материала проводника. Емкость тела зависит также от наличия соседних тел и от их расположения. Приближение какого-либо тела увеличивает емкость, а при неизменном заряде тела уменьшает его потенциал.

Приводим примеры таких задач.

638. Два проводника имеют одинаковую форму и размеры, но один из них сплошной, а другой полый. Какое из тел имеет большую емкость?

О т в е т. Емкости тел одинаковы.

639. Можно ли изменить потенциал проводника, не касаясь его, не изменяя его заряда?

О т в е т. Можно, если приближать к телу или удалять от него другое тело.

Более глубокому пониманию вопроса о емкости способствует разбор качественных задач, в которых рассматривают конденсатор, пластины которого сближают или раздвигают.

При увеличении расстояния d между пластинами совершают работу против сил электрического поля, так как пластины конденсатора имеют разноименные заряды и притягиваются друг к другу. Емкость конденсатора $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d}$ при увеличении d уменьшается. Изменение заряда q, напряжения U и энергии W зависит от того, соединен ли конденсатор с источником тока.

640. Конденсатор заряжен и отключен от источника тока. Как изменяются емкость C, разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2 = U$, энергия конденсатора W при увеличении расстояния d между пластинами конденсатора?

Решение. С увеличением d емкость конденсатора уменьшается. Уменьшение емкости C приводит при неизменном заряде ($q = \text{const}$) к увеличению разности потенциалов ($\varphi_1 - \varphi_2 = U = \frac{q}{C}$). Суждение о W можно сделать сразу по закону сохранения энергии. Совершая работу против сил электрического поля, мы увеличиваем энергию конденсатора W. Никаких других преобразований энергии в этом случае не происходит.

Вывод об увеличении энергии W может быть получен и в результате анализа формул $W = \frac{q^2}{2C}$ и $W = \frac{qU}{2}$. Заряд $q = \text{const}$. C уменьшается и U увеличивается. W при этом увеличивается.

Поставить задачу можно как экспериментальную. К пластинкам раздвижного конденсатора подключают неоновую лампу. Если зарядить конденсатор от кенотронного выпрямителя ($U \approx 300$ *в*), то неоновая лампа загорится. Раздвигая пластины, наблюдают вспыхивание (более яркое свечение) неоновой лампы. Учащимся предлагают объяснить наблюдаемое явление.

641. Конденсатор подключили к источнику тока и раздвинули его пластины. Как изменятся при этом C, U и W?

Решение. $U = \text{const}$, а $q \neq \text{const}$. Заряд $q = C(\varphi_1 - \varphi_2) = CU$ уменьшается, так как уменьшилась емкость C. Часть заряда стекает с пластин конденсатора, образуя в цепи ток, обратный току заряда конденсатора. Энергия конденсатора уменьшается, так как $W = \frac{CU^2}{2} = \frac{qU}{2}$, а C и q уменьшаются, $U = \text{const}$. Закон сохранения энергии для решения этой задачи применить сложнее, так как надо учитывать преобразования энергии при протекании тока в цепи.

В вычислительных тренировочных задачах используют формулы

$$C = \frac{q}{U}, \quad C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d} \quad \text{и} \quad W = \frac{qU}{2}.$$

642. Сообщив проводнику заряд $q = 1{,}0 \cdot 10^{-8}$ *к*, его потенциал увеличили на $\varphi = 100$ *в*. Определите электроемкость проводника.

Решение. $C = \frac{q}{U}$, $C = \frac{1{,}0 \cdot 10^{-8}\ к}{100\ в} = 1{,}0 \cdot 10^{-10}\ ф = 1{,}0 \times$ $\times\ 10^{-4}$ *мкф* $= 1{,}0 \cdot 10^2$ *пф*.

643. Определите толщину диэлектрика конденсатора, емкость которого $C = 1400$ *пф*, площадь перекрывающих друг друга пластин $S = 14$ *см*^{2}, если диэлектрик — слюда ($\varepsilon_r = 6$).

Решение. $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d}$, $d = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{C}$, $d = 53 \cdot 10^{-6}\ м = 0{,}053\ мм$.

644. Заряд конденсатора $q = 4{,}0 \cdot 10^{-4}$ *к*, разность потенциалов на его обкладках $U = 500$ *в*. Определите энергию конденсатора.

Решение. $W = \frac{qU}{2}$, $W \approx 0{,}1$ *дж*.

Формулу $W = \frac{qU}{2}$ можно вывести в процессе решения данной задачи. Энергия конденсатора равна работе при его разряде, но при этом напряжение меняется от U до нуля. Закон изменения U линейный, поэтому получаем $U_{ср} = \frac{U}{2}$, откуда $W = A = qU_{ср} = \frac{qU}{2}$.

В задачах, где рассматривают соединение заряженных тел и перетекание зарядов с одного тела на другое, необходимо применять:

а) закон сохранения заряда (общий заряд не изменяется, т. е. $\Sigma q = \text{const}$);

б) условие равновесия статических зарядов. После того как движение зарядов прекратилось, потенциалы всех частей соединения одинаковы ($\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \ldots$).

645. Два шара, емкости которых $C_1 = 2$*пф* и $C_2 = 3$*пф*, заряженные соответственно зарядами $q_1 = 20 \cdot 10^{-8}$ *к* и $q_2 = 10 \times$ $\times 10^{-8}$ *к*, соединили. Определите заряды на шарах после их соприкосновения.

Решение. Пусть заряды на шарах после их соприкосновения q_1' и q_2', а потенциалы φ_1' и φ_2'. По закону сохранения заряда $q_1 + q_2 = q'_1 + q'_2$ (1). Равенство потенциалов шаров можно записать в виде $\frac{q'_1}{C_1} = \frac{q'_2}{C_2}$ (2). Из системы уравнений 1 и 2 определяем неизвестные q'_1 и q'_2. Из уравнения (1) выразим $q'_2 = q_1 + q_2 - q'_1$ и подставим в уравнение (2). Получаем

$$\frac{C_1}{q_1'} = \frac{C_2}{q_1 + q_2 - q_1'}, \text{ откуда } q_1' = \frac{C_1(q_1 + q_2)}{C_1 + C_2}.$$

Заряд $q'_2 = q_1 + q_2 - \frac{C_1(q_1 + q_2)}{C_1 + C_2}$. Вычисления дают значения:

$$q'_1 = 12 \cdot 10^{-8}\ к \text{ и } q'_2 = 18 \cdot 10^{-8}\ к.$$

В задачах такого типа могут быть даны не емкости C_1 и C_2, а радиусы шаров R_1 и R_2. Тогда емкости их определяют по формуле $C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R$. Если надо определить, с какого шара и на какой будет перетекать заряд, то вычисляют потенциалы шаров до соединения

$$\varphi_1 = \frac{q_1}{C_1} \text{ и } \varphi_2 = \frac{q_2}{C_2}.$$

Задачи на расчет емкости батарей конденсаторов простые, и обычно рассматривают более сложный случай, когда соединяют заряженные конденсаторы.

646. Конденсатор емкостью $C_1 = 6$ *мкф*, заряженный до напряжения $U_1 = 127$ *в*, соединили параллельно с конденсатором емкостью $C_2 = 4$ *мкф*, заряженным до напряжения $U_2 = 220$ *в* (соединяют одноименно заряженные пластины между собой). Определите емкость батареи и напряжение на ее зажимах.

Решение. Общая емкость батареи $C_{общ} = C_1 + C_2 = 10$ *мкф*. Напряжение на ее зажимах $U = \frac{q}{C_{общ}}$, заряд $q = q_1 + q_2$, где q_1 и q_2 — заряды на первом и втором конденсаторах до их соединения. Так как $q_1 = C_1U_1$ и $q_2 = C_2U_2$, то $U = \frac{C_1U_1 + C_2U_2}{C_1 + C_2}$. Вычисления дают $U = 164$ *в*. Подставлять числовое значение емкости надо в фарадах $C_1 = 6 \cdot 10^{-6}$ *ф*, $C_2 = 4 \cdot 10^{-6}$ *ф*.

647. Батарея из двух конденсаторов емкостями 2 и 3 *мкф*, соединенных последовательно, заряжена до напряжения 400 *в*. Определите емкость батареи и напряжение на зажимах каждого конденсатора.

Решение. Емкость батареи $C_{общ}$ определяют по формуле

$$\frac{1}{C_{общ}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2},$$

откуда

$$C_{общ} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = 1{,}2\ мкф.$$

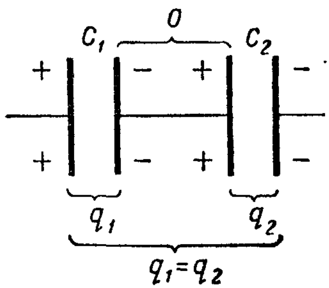


Рис. 180.

Общий заряд на батарее

$$q = C_{общ}\, U = 1{,}2 \cdot 10^{-6}\ ф \times 400\ в = 480 \cdot 10^{-6}\ к.$$

При последовательном соединении конденсаторов заряд на каждом конденсаторе равен общему заряду батареи: $q = q_1 = q_2$. Это легко понять, если рассмотреть заряды на соединенных пластинах конденсаторов (рис. 180). Эти заряды равны между собой, но имеют разные знаки. Общий заряд на этих пластинах равен нулю. Оказывается, что общий заряд q равен зарядам q_1 и q_2. Напряжение на конденсаторах

$$U_1 = \frac{q}{C_1} = \frac{480 \cdot 10^{-8} к}{2 \cdot 10^{-6} ф} = 240 в, \text{ и } U_2 = \frac{q}{C_2} = \frac{480 \cdot 10^{-6} к}{3 \cdot 10^{-6} ф} = 160 в.$$

Ниже приводим задачи повышенной трудности, разбор которых дает очень много для уяснения понятия электроемкости.

648*. Площадь пластин конденсатора S, расстояние между ними d. Частично, как показано на рисунке 181, пространство между пластинами заполнено диэлектриком с относительной диэлектрической проницаемостью ε_r. Определите емкости конденсаторов.

Р е ш е н и е. В первом случае (рис. 181, *а*) конденсатор можно представить состоящим из двух параллельно соединенных конденсаторов, один из которых — с диэлектриком, а другой — без диэлектрика.

Площадь всей пластины S, а части ее с диэлектриком $\frac{Sl_1}{l}$, без диэлектрика $\frac{S(l - l_1)}{l}$. Тогда емкости этих конденсаторов

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S l_1}{dl} \text{ и } C_2 = \frac{\varepsilon_0 S (l - l_1)}{dl}.$$

Общая емкость $\quad C_{общ} = C_1 + C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{dl}\,[l - l_1(\varepsilon_r - 1)\,].$

Во втором случае (рис. 181, *б*) электрическое поле, а следовательно, и емкость не изменится, если верхнюю поверхность диэлектрика покрыть бесконечно тонким слоем проводника. Поэтому

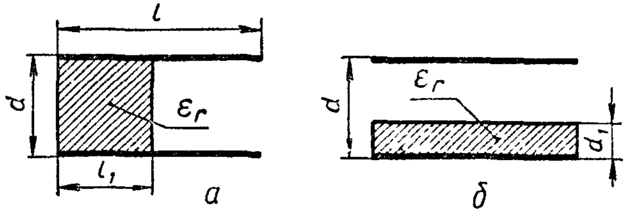


Рис. 181.

общая емкость равна емкости двух последовательно соединенных конденсаторов $C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{d - d_1}$, $C_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d_1}$,

$$C_{\text{общ}} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d_1 + \varepsilon_r (d - d_1)}.$$

649*. Выразите энергию конденсатора через напряженность электрического поля.

Решение. Энергия конденсатора $W = \frac{CU^2}{2}$. Емкость конденсатора $C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d}$, а для однородного электрического поля справедливо равенство $U = E \cdot d$. Получаем

$$W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r E^2 S d}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r E^2}{2} \cdot V,$$

где $V = S \cdot d$ — объем, занимаемый электрическим полем между пластинами конденсатора. Величину $\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r E^2}{2}$ называют плотностью энергии электрического поля (энергия единицы объема).

650*. Выведите формулу емкости плоского конденсатора, используя данные задачи 629*.

Решение. По определению $C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}$, но для однородного поля $\varphi_1 - \varphi_2 = Ed$, а $E = \frac{N}{S}$, где N — общее число линий напряженности, проходящих через площадь S. Число линий напряженности выражают через заряд (см. № 629*): $N = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$. Окончательно получаем:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{Ed} = \frac{q}{\frac{N}{S} d} = \frac{q}{\frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \cdot \frac{d}{S}} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d}.$$

ГЛАВА 27

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В МЕТАЛЛАХ. ЗАКОНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Задачи на законы постоянного тока учащиеся решали в VII классе. В IX классе задачи по этой теме усложняют, к ним добавляют и задачи на новый, ранее не изученный материал (закон Ома для полной цепи, сложные цепи с ЭДС). При этом вначале для повторения изученного в VII классе материала следует решить задачи, подобные тем, которые приведены в главах 12 и 13.

1. Закон Ома для участка цепи. Зависимость сопротивления проводника от температуры

Закон Ома для участка цепи в IX классе выводят и раскрывают на основе электронных представлений. Силу тока связывают с зарядами носителей тока: $I = e \cdot n \cdot v_{ср} \cdot S$, где e — заряд электрона (или других носителей электрического заряда при токе в газах, электролитах и полупроводниках), n — концентрация (число в единице объема) этих носителей, $v_{ср}$ — средняя скорость их движения, а S — площадь поперечного сечения проводника.

Сопротивление проводников вычисляют по формуле $R = \rho \frac{l}{S}$, причем удельное сопротивление ρ измеряют в *ом* · *м*, а длину l и площадь поперечного сечения S — соответственно в *м* и *м*^{2}.

В небольших интервалах температур зависимость сопротивления проводников R от температуры t практически линейная: $R_t = R_0 (1 + \alpha t)$, где R_0 — сопротивление проводника при 0° С, а α — температурный коэффициент сопротивления.

Все эти зависимости вначале обсуждают при решении качественных задач.

651. Длину медной проволоки вытягиванием увеличили вдвое. Как изменилось сопротивление проволоки?

Ответ. Увеличилось в 4 раза, так как вдвое увеличилась длина l и вдвое уменьшилось сечение S провода.

652. Проволоку сопротивлением R разрезали на три части и скрутили эти части вместе по всей длине. Каково теперь сопротивление проволоки?

Ответ. Сопротивление стало $\frac{R}{9}$, так как длина l уменьшилась втрое, а площадь сечения S увеличилась втрое.

653. В цепь включены последовательно лампа накаливания и амперметр. Почему при замыкании цепи показания амперметра вначале бывают больше, чем некоторое время спустя?

Ответ. Изменение показаний амперметра связано с увеличением сопротивления нити в лампе накаливания при нагревании ее током.

Для того чтобы учащиеся представляли величину концентрации n и среднюю скорость электронов $v_{ср}$ в металлах, полезно решить задачу на зависимость $I = nev_{ср}S$.

654. В проводнике площадью поперечного сечения $S = 0{,}5$ *см*^{2} сила тока $I = 3$ *а*. Какова средняя скорость $v_{ср}$ движения электронов под действием электрического поля, если в каждом 1 *см*^{3} данного металла содержится $n = 4 \cdot 10^{22}$ свободных электронов?

Р е ш е н и е. Средняя скорость электронов $v_{ср} = \frac{I}{enS}$. Подставив $e = 1{,}6 : 10^{-19}$ *к*, $n = 4 \cdot 10^{28}$ $м^{-3}$, $S = 0{,}5 \cdot 10^{-4}$ $м^2$, получаем $v_{ср} \approx 9{,}3 \cdot 10^{-5} \frac{м}{сек}$.

Действия с наименованиями: $\frac{а}{к \cdot м^{-3} \cdot м^2} = \frac{а \cdot м}{а \cdot сек} = \frac{м}{сек}$.

Вычислительные задачи с использованием формулы $R = \rho \frac{l}{S}$ решают значительно более сложные, чем в VII классе. Решать задачи на прямое вычисление по этой формуле не следует. Задачи берут комбинированные, для решения которых требуется использовать также закон Ома для участка цепи.

655. Определите удельное сопротивление провода, если известны его диаметр $d = 1{,}5$ *мм*, длина $l = 14{,}2$ *м*, а при напряжении $U = 18$ *в* в нем устанавливается ток $I = 2{,}25$ *а*.

Р е ш е н и е. $R = \rho \frac{l}{S}$, а $I = \frac{U}{R}$. Отсюда $\rho = \frac{RS}{l} = \frac{US}{I \cdot l}$.

В СИ $d = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$ *м*, $l = 14{,}2$ *м*, площадь поперечного сечения $S = \frac{\pi d^2}{4} \approx 1{,}8 \cdot 10^{-6}$ $м^2$. Вычисления дают $\rho = 1{,}0 \cdot 10^{-6}$ *ом · м*.

Для проверки и упражнения в действиях над наименованиями электрических единиц полезно выполнить следующие расчеты:

$$\frac{в м^2}{а \cdot м} = ом \cdot м.$$

656. Определите площадь поперечного сечения и длину проводника из алюминия, если его сопротивление $R = 0{,}1$ *ом*, а масса $m = 54$ *г*.

Р е ш е н и е. Запишем следующую систему уравнений:

1) $R = \rho \frac{l}{S}$; 2) $m = DlS$, где D — плотность.

Обычно плотность обозначают буквой ρ, но здесь приходится взять другое обозначение.

Отсюда

$$l = \frac{RS}{\rho}; \ S = \frac{m}{Dl}; \ l = \frac{Rm}{\rho D l} \text{ или } l^2 = \frac{Rm}{\rho D} \text{ и } l = \sqrt{\frac{Rm}{\rho D}}.$$

Из таблицы находим: $\rho = 0{,}029 \cdot 10^{-6}$ *ом · м*, $D = 2{,}7 \cdot 10^3 \frac{кг}{м^3}$.

Расчеты дают: $l \approx 8{,}3$ *м* и $S \approx 2{,}4 \cdot 10^{-6}$ $м^2$.

В задачах на учет зависимости сопротивления от температуры очень важно подчеркивать, что в формуле $R_t = R_0(1 + \alpha t)$ величина R_0 — сопротивление проводника при 0° С, а не при какой-то начальной температуре.

Если в условии задачи дано сопротивление проводника при какой-то температуре t_1, а требуется найти сопротивление проводника при t_2, то нельзя расчет вести прямо по формуле $R_{t_2} =$

$= R_{t_1}\,[1 + \alpha(t_2 - t_1)]$. Необходимо предварительно вычислить $R_0 = \frac{R_{t_1}}{1 + \alpha t_1}$, а потом уже $R_{t_2} = R_0(1 + \alpha t_2) = \frac{R_{t_1}}{1 + \alpha t_1}(1 + \alpha t_2)$.

657. Сопротивление R_1 медного провода при 10° С равно 60 *ом*. Определите его сопротивление R_2 при —40° С.

Решение. $R_t = R_0(1 + \alpha t)$. В этой формуле нам неизвестно R_0. Для того чтобы его найти, применим данную формулу сначала к случаю, когда температура $t_1 = 10°$ С; отсюда $R_0 = \frac{R_{10}}{1 + \alpha t_1}$. При $\alpha = 0{,}004$ *град*$^{-1}$ получаем $R_0 = 57{,}7$ *ом*. $R_{t_2} = R_0(1 + \alpha t_2) = 57{,}7$ *ом* $[1 + 0{,}004$ *град*$^{-1} \cdot (-40°\text{ С})] \approx 49$ *ом*.

Для связи с ранее изученным материалом, полезно решение задач, которые затрагивают понятия напряженности E и разности потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$. Приводим ниже задачу такого содержания.

658. Сила тока в вольфрамовой нити лампы накаливания $I = 0{,}2$ *а*. Диаметр нити $d = 0{,}02$ *мм*, температура ее при горении лампы — 2000° С. Определите напряженность электрического поля в нити лампы.

Решение. Сопротивление нити в горячем состоянии $R_t = \rho_0 \frac{l}{S} \cdot (1 + \alpha t)$. Для вольфрама $\rho_0 = 0{,}055 \cdot 10^{-6}$ *ом* · *м*, $\alpha = 0{,}005$ *град*$^{-1}$. Напряжение на нити во время работы лампы $U = IR_t$, а напряженность электрического поля

$$E = \frac{U}{l} = \frac{I\rho_0 l(1 + \alpha t)}{lS} = \frac{4I\rho_0(1 + \alpha t)}{\pi d^2} \approx 400\ \frac{в}{м}.$$

Действия с наименованиями: $\frac{а \cdot ом \cdot м}{м^2} = \frac{в}{м}$.

2. Соединения проводников

Вначале решают тренировочные задачи по известным учащимся из VII класса формулам для общего сопротивления при последовательном и при параллельном соединениях проводников и резисторов (гл. 12).

Далее решают более сложные задачи, в том числе на смешанные соединения. При решении задач со смешанными сложными соединениями резисторов полезны следующие приемы.

Все точки соединения или разветвления в схемах следует обозначить буквами, а сопротивления участков — буквенными индексами, например R_{AB}, R_{CD} и т. п.

Вместо сложных схем соединения начертить так называемые эквивалентные схемы, в которых видны все точки разветвления и характер соединения отдельных участков цепи.

Расчеты в общем виде в большинстве случаев проводить не следует. Удобнее вначале определить сопротивление каждого участка цепи, а потом уже — сопротивление цепи в целом.

Наибольшие затруднения представляют задачи со сложными соединениями резисторов, в которых эквивалентные схемы начертить сразу не удается (рис. 184).

В общем случае сопротивления таких цепей определяют с помощью законов Кирхгофа, но эти законы полностью в средней школе не изучают. В средней школе учащиеся должны научиться вычислять сопротивление лишь симметричных контуров, в которых есть точки с равными потенциалами. Не внося никаких изменений в цепь, точки с равными потенциалами можно соединить или, наоборот, разъединить (тока между такими точками нет). После этого удается начертить эквивалентные схемы цепей и провести расчет сопротивления.

Задачи на определение сопротивлений шунтов $R_ш$ и добавочных сопротивлений $R_{доб}$ можно и следует решать вначале как обычные задачи на последовательное и параллельное соединения резисторов. После вывода формул для определения $R_ш$ и $R_{доб}$:

$$R_ш = \frac{R_а}{n-1}, \quad R_{доб} = R_в\,(n-1), \text{ где } R_а \text{ и } R_в —$$

сопротивления амперметра и вольтметра, а n — число, показывающее, во сколько раз расширены пределы их измерения, можно пользоваться этими формулами при решении большого числа последующих задач.

В задачах с мостиком Уитстона можно применять предварительно выведенную формулу $R = R_{эт}\cdot\frac{l_1}{l_2}$, где $R_{эт}$ — известное сопротивление резистора, включенного в одно из плеч моста, а l_1 и l_2 — длины плеч реохорда.

Приводим примеры качественных задач.

659. На сколько равных частей надо разрезать проводник сопротивлением $R = 100$ *ом*, чтобы при параллельном соединении этих частей получить сопротивление $r = 1$ *ом*.

Решение. Проводник надо разрезать на 10 частей и соединить эти части параллельно. Действительно, сопротивление каждого отрезка $R_1 = \frac{R}{10} = 10$ *ом*. Соединяя все эти отрезки, получаем сопротивление $\frac{R}{100} = 1$ *ом*.

660. Какие по величине сопротивления можно получить с помощью трех резисторов сопротивлением по 2 *ом* каждый?

Решение. Составим различные схемы соединений из трех резисторов: последовательное, параллельное и смешанное. Соединять можно не все резисторы, а лишь два из них или брать даже один резистор. При последовательном соединении можно получить сопротивления 2,4 и 6 *ом*, при параллельном —1 *ом* и $^2/_3$ *ом*, а при смешанном — 3 *ом*.

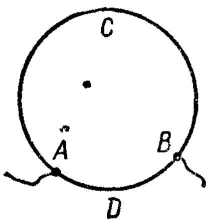


Рис. 182.

661(э). Как изменятся показания амперметра, когда параллельно ему включить резистор?

Ответ. При любом резисторе ток в цепи амперметра уменьшится.

662 (э). Как изменятся показания вольтметра, если последовательно с ним включить резистор?

Ответ. При последовательном соединении резистора с вольтметром падение напряжения и показания вольтметра уменьшатся.

Ответы задач 661 и 662 проверяют опытом.

Вычислительные задачи на параллельное и смешанное соединения проводников вначале решают примерно следующей трудности.

663. Из проволоки сопротивлением 10 *ом* сделано кольцо (рис. 182). Где следует присоединить провода, подводящие ток, чтобы сопротивление получившейся цепи равнялось 1 *ом*?

Решение. Сопротивление ветви ACB обозначим r, тогда сопротивление ветви ADB будет равно 10 *ом* — r. Ветви соединены параллельно, и общее сопротивление составит

$$R_{AB} = \frac{R_{ACB} \cdot R_{ADB}}{R_{ACB} + R_{ADB}}, \quad R_{AB} = \frac{r(10 - r)}{10} = 1 \text{ (ом)}.$$

$$r^2 - 10\, r + 10 = 0, \text{ откуда } r \approx (5 \pm 3{,}9) \text{ ом}.$$

Подводящие ток проводники надо присоединить так, чтобы отрезки проволочного кольца имели сопротивление 8,9 и 1,1 *ом*.

664. Найдите распределение токов и напряжений в цепи (рис. 183), если напряжение $U = 48$ *в*, $r_1 = r_3 = 3$ *ом*, $r_2 = 6$ *ом*, $r_4 = 5$ *ом*, $r_5 = 10$ *ом*, и $r_6 = 3$ *ом*.

Решение. Точки разветвления обозначим буквами A, C, D и B. Так как участки AC, CD, DB соединены последовательно, общее сопротивление цепи $R_{AB} = R_{AC} + R_{CD} + R_{DB}$. На участках AC и DB резисторы соединены параллельно. Поэтому

$$R_{AC} = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2} = 2 \text{ ом}; \quad R_{CD} = r_3 = 3 \text{ ом};$$

$$\frac{1}{R_{DB}} = \frac{1}{r_4} + \frac{1}{r_5} + \frac{1}{r_6}, \text{ откуда } R_{DB} = 3 \text{ ом}.$$

В итоге $R_{AB} = 8$ *ом*, а $I_0 = \dfrac{48 \text{ в}}{8 \text{ ом}} = 6$ *а*.

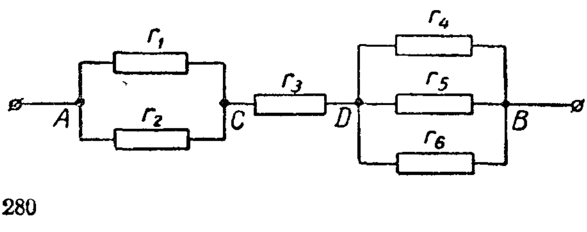


Рис. 183.

Этот ток течет через r_3; токи в других резисторах определяем по закону Ома для участка цепи, предварительно определив U_{AC} и U_{DB}.

$$U_{AC} = I_0R_{AC};\ I_1 = \frac{U_{AC}}{r_1} \text{ и } I_2 = \frac{U_{AC}}{r_2}.$$

$$U_{DB} = I_0R_{DB};\quad I_4 = \frac{U_{DB}}{r_4};$$

$$I_5 = \frac{U_{DB}}{r_5} \text{ и } I_6 = \frac{U_{DB}}{r_6}.$$

Расчеты дают:

$$U_{AB} = 12\ в;\ U_{DB} = 18\ в;$$

$$I_1 = 4\ а,\ I_2 = 2\ а,\ I_4 = 3{,}6\ а,$$

$$I_5 = 1{,}8\ а \text{ и } I_6 = 0{,}6\ а.$$

Аналогично решали задачи на смешанное соединение проводников и в VII классе. Только там схемы соединения были проще. При решении задач в IX классе важно использовать дополнительные сведения, полученные в этом классе:

$$I_{общ} = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots \text{ и } \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

(для случая параллельного соединения двух проводников).

Рассмотренная выше задача является типовой. Умение решать подобные задачи — необходимое условие для положительной оценки знаний учащихся.

После этого переходят к расчету сопротивления сложных цепей. Как уже говорилось, в средней школе можно решать лишь задачи со сложными, но симметричными схемами соединения проводников. При этом учащимся сообщают искусственный метод решения задач. В схеме ищут точки одинаковых потенциалов, между которыми нет тока. Эти точки можно без всяких влияний на схему соединять либо разъединять, схема при этом лишь упростится.

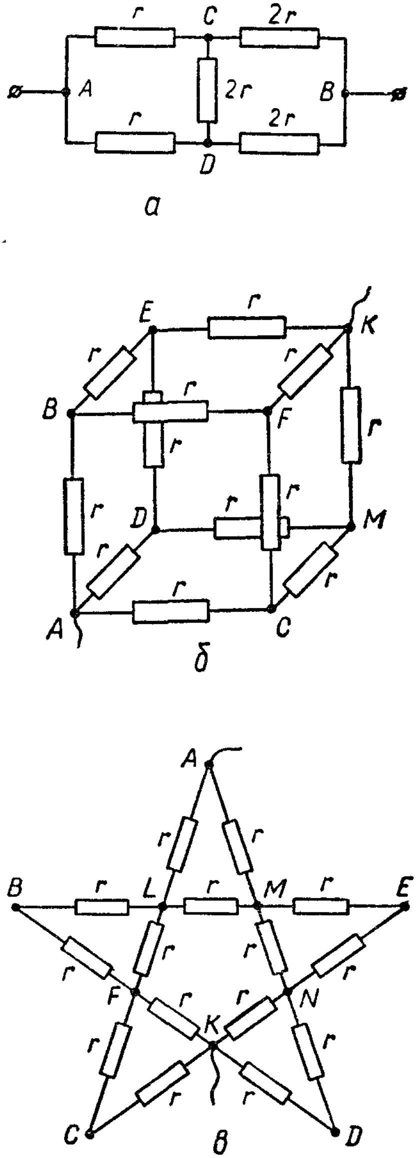


Рис. 184.

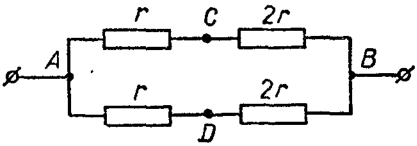


Рис. 185.

665. Определите общее сопротивление показанных на рисунке 184 соединений, считая, что все участки имеют одинаковое сопротивление r.

Решение. Найдем точки одинаковых потенциалов: а) В цепи (рис. 184, *а*) точки C и D имеют в силу симметричности ветвей схемы одинаковые потенциалы. Разъединив их, исключаем из цепи резистор сопротивлением 2 r, ток через который не течет. В упрощенной схеме (рис. 185) явно видны две параллельные ветви, в каждой из которых последовательно соединены резисторы сопротивлениями r и 2 r, поэтому $R_{AB} = \frac{3}{2} r$. б) В цепи, имеющей вид куба (рис. 184, *б*), точки B, D и C имеют одинаковые между собой потенциалы. Также одинаковы между собой потенциалы точек E, M и F. Соединяя точки равных потенциалов, приходим к эквивалентной схеме (рис. 186), для которой $R_{AK} = \frac{5}{6} r$. в) Цепь, схема которой имеет вид пятиконечной звезды (рис. 184, *в*), симметрична относительно оси звезды, проведенной через вершину A. Одинаковые потенциалы имеют точки L и M. Если эти точки разъединить, получим эквивалентную схему (рис. 187), для которой $R_{AK} = \frac{7}{6} r$.

Как уже говорилось, задачи на расчеты шунта и добавочного сопротивления могут быть решены по предварительно выведенным формулам.

666. Амперметр сопротивлением 3 *ом* имеет предел измерения тока до 25 *ма*. Какой длины манганиновую проволоку диаметром 1 *мм* надо взять для изготовления шунта к амперметру, чтобы расширить пределы его измерения до 2,5 *а*?

Решение.

$$R_ш = \frac{R_а}{n-1}; \; n = \frac{2{,}5\ а}{0{,}025\ а} = 100 \text{ и } R_ш = 0{,}03\ ом; \; R_ш = \rho \frac{l}{S}.$$

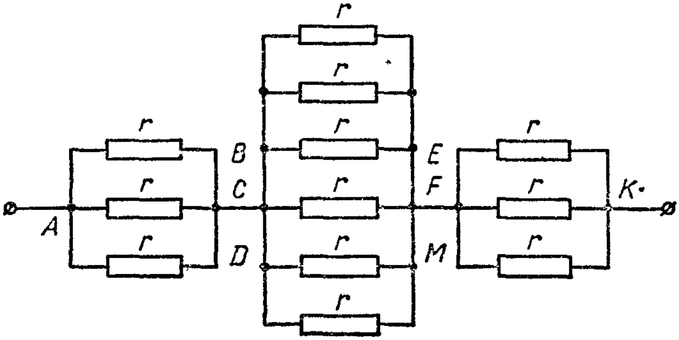


Рис. 186.

Для манганина

$\rho = 0,42 \cdot 10^{-6}$ *ом* · *м*.

$S = \frac{\pi d^2}{4}$. Расчеты дают

$l \approx 0,055$ *м* $\approx 5,5$ *см*.

667. Внутреннее сопротивление вольтметра 50 *ом*, а предельно измеряемое им напряжение 0,25 *в*. Как из этого прибора сделать вольтметр для измерения напряжения до 200 *в*?

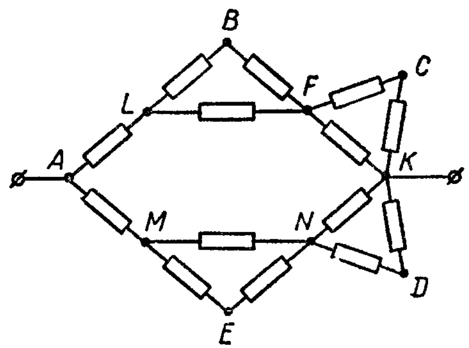


Рис. 187.

Решение.

$$R_{доб} = R_в(n-1),\ n = \frac{200в}{0,25в} = 800,\ \text{поэтому}\ R_{доб} \approx 40 \cdot 10^3\ ом.$$

При решении задачи выводят формулу для определения неизвестного сопротивления в мостовой схеме.

668. Эталонный резистор в одном из плеч измерительного моста (рис. 188, *а*) имеет сопротивление $R = 20$ *ом*. Отношение плеч реохорда $l_1 : l_2$ для показания гальванометра, равного нулю, составляет 2 : 3. Определите сопротивление r, включенное в другое плечо моста.

Решение. Составим эквивалентную схему (рис. 188, *б*), соединив вместе точки C и D в одну общую точку O. Обозначим ток в верхней части цепи через I_1, а в нижней — через I_2.

$$U_{AO} = I_1 r = \rho \frac{l_1}{S} I_2, \quad U_{OB} = I_1 R = \rho \frac{l_2}{S} I_2.$$

Поделив эти равенства почленно, получим $\frac{r}{R} = \frac{l_1}{l_2}$, откуда $r = \frac{Rl_1}{l_2} \approx 13$ *ом*.

Ниже приводим решение одной задачи повышенной трудности. В ней рассмотрена схема, упростить которую не удается.

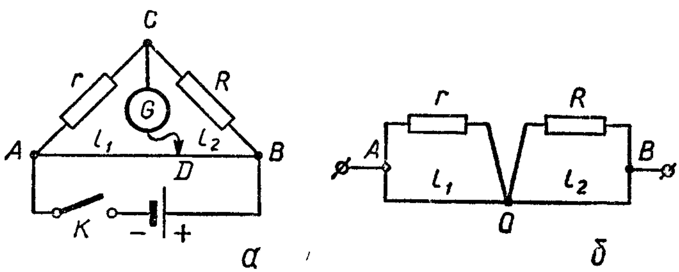


Рис. 188.

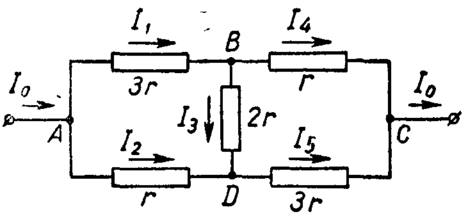


Рис. 189

669*. Определите общее сопротивление R_0 цепи, схема которой изображена на рисунке 189.

Решение. Схему упростить не удается, так как нельзя найти точки с равными потенциалами. Для решения задачи записывают уравнение для токов и напряжений. Неизвестных токов шесть: I_0, I_1, I_2, I_3, I_4 и I_5, а, кроме того, неизвестно R_0. Чтобы решить задачу, необходимо составить систему из семи уравнений.

Во-первых, воспользуемся тем, что сумма токов, «притекающих» к точке разветвления, равна току, «утекающему» из этой точки. Тогда

$I_0 = I_1 + I_2$ (1); $I_5 = I_2 + I_3$ (3);

$I_1 = I_3 + I_4$ (2); $I_0 = I_4 + I_5$ (4).

Во-вторых, работа по перемещению единичного заряда между точками A и C не зависит от формы пути. Эта работа численно равна напряжению I_0R_0 и может быть найдена как сумма падений напряжеиия на участках ABC, ADC, $ABDC$ или $ADBC$.

Для контура ABC $I_0R_0 = I_1 3r + I_4 r$ (5);

—»— ADC $I_0R_0 = I_2 r + I_5 3r$ (6);

—»— $ABDC$ $I_0R_0 = I_1 3r + I_3 2r + I_5 3r$ (7).

Может быть составлено и восьмое уравнение для контура $ADBC$, но оно не является независимым.

Решая систему уравнений (1—7), получаем искомую величину $R_0 = \frac{14}{5} r$.

3. Закон Ома для полной цепи

В случае замкнутой электрической цепи силу тока определяют по закону Ома для полной цепи $I = \frac{E}{R + r}$, где E — электродвижущая сила источника тока, R и r — сопротивления внешнего и внутреннего участков цепи. В задачах обычно принимают, что у источников тока $E = \text{const}$, $r = \text{const}$.

Напряжение на зажимах источника тока $U = E - Ir$.

Особый случай представляют задачи на определение напряжения на участке цепи, содержащем э.д.с. (рис. 190). Закон Ома для такой неоднородной цепи с э.д.с. записывают в виде $I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + E}{R'}$

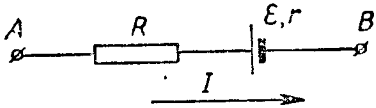


Рис. 190

или $IR' = \varphi_1 - \varphi_2 + E$. При этом положительной считается э.д.с., увеличивающая потенциал в направлении тока (ток внутри источника идет от отрицательного полюса к положительному). R' — полное сопротивление участка.

Поскольку в ряде случаев мы не можем заранее знать направление токов на участках цепи, то направление токам может быть приписано произвольное. Если при решении получится значение тока со знаком минус, то это будет означать, что действительное направление тока обратно тому, которое предполагалось.

Если в качестве источника тока в цепи применяют батарею элементов, то закон Ома для цепи записывают в виде $I_б = \frac{E_б}{R + r_б}$, где $E_б$ и $r_б$ — соответственно электродвижущая сила и внутреннее сопротивление батареи. При последовательном соединении элементов с электродвижущими силами E_1, E_2, E_3 и т. д. и внутренним сопротивлением r_1, r_2, r_3 и т. д. в батарее $E_б = E_1 + E_2 + E_3 + \ldots$, $r_б = r_1 + r_2 + r_3 + \ldots$.

Бывают случаи, когда элементы соединяют последовательно, но навстречу друг другу. Тогда $E_б = E_1 - E_2$ и $r_б = r_1 + r_2$. Для n одинаковых элементов $E_б = n\,E_{эл}$ и $r_б = nr_{эл}$. При параллельном соединении n одинаковых элементов $E_б = E_{эл}$ и $r_б = \frac{r_{эл}}{n}$.

Случай параллельного соединения в батарею разных элементов более сложен и требует специального расчета.

Возможно также смешанное соединение элементов в батареи. При решении задач записывают формулу $I = \frac{E_б}{R + r_б}$ и в каждом конкретном случае определяют $E_б$ и $r_б$.

670 (э). Соберите цепь по рисунку 191. Как будут изменяться показания вольтметра при перемещении движка реостата? Начертите график зависимости напряжения U во внешней части цепи от величины тока I в ней.

Решение. При увеличении сопротивления внешней цепи R ток I уменьшается, а напряжение U увеличивается. Зависимость U от I линейная (рис. 192). Внешнее напряжение $U_{внш}$ равно ординате под прямой MN, а падение напряжения внутри источника $U_{внт}$ — отрезку над MN до прямой $E = \text{const}$. Хорошо видно, что с ростом силы тока I уменьшается внешнее падение напряжения $U_{внш}$, а $U_{внш} + U_{внт} = E = \text{const}$.

Если внешняя цепь разомкнута ($R = \infty$), то $I = 0$ и $U = E$ (точка A). При коротком замыкании $R = 0$, $U = 0$, а $I = \frac{E}{r}$ (точка B).

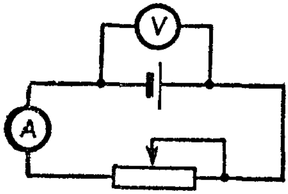


Рис. 191.

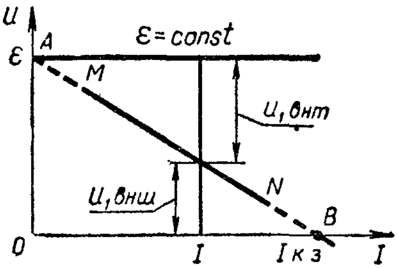


Рис. 192.

671. Найдите ток короткого замыкания в цепи с источником, электродвижущая сила которого $E = 1{,}3$ *в*, если при включении во внешнюю цепь резистора сопротивлением $R = 3$ *ом* сила тока в цепи $I = 0{,}4$ *а*.

Решение. Из формулы закона Ома $I = \dfrac{E}{R+r}$ вначале определяем $r = \dfrac{E-IR}{I}$, а потом $I_{к.з.} = \dfrac{E}{r}$ (при коротком замыкании $R = 0$). Вычисления дают $I_{к.з.} = 5{,}2$ *а*.

672. Источником тока в цепи служит батарея с $E = 30$ *в*. Напряжение на зажимах батареи $U = 18$ *в*, а сила тока в цепи $I = 3$ *а*. Определите внешнее R и внутреннее r сопротивление цепи.

Решение. Здесь лучше сразу применить закон Ома для полной цепи в виде $E = IR + Ir = U + Ir$, тогда $r = \dfrac{E-U}{I}$, а по закону Ома для участка цепи $R = \dfrac{U}{I}$. Подставив числовые данные, получим $R = 6$ *ом*, $r = 4$ *ом*.

673. При замыкании источника тока проводником с сопротивлением $R_1 = 1{,}8$ *ом* сила тока в цепи $I_1 = 0{,}7$ *а*. Если источник тока замкнуть проводником сопротивлением $R_2 = 2{,}3$ *ом*, то сила тока уменьшится до $I_2 = 0{,}56$ *а*. Определите E и r источника.

Решение. Воспользуемся тем, что $E = \text{const}$ и $r = \text{const}$. По закону Ома для полной цепи запишем два уравнения $E = I_1R_1 + I_1r$ и $E = I_2R_2 + I_2r$, откуда $I_1R_1 + I_1r = I_2R_2 + I_2r$, следовательно, $r = \dfrac{I_2R_2 - I_1R_1}{I_1 - I_2}$. Подставив данные, получаем $r \approx 0{,}2$ *ом* и $E \approx 1{,}4$ *в*.

674. Найдите токи и напряжения на участках внешней цепи (рис. 193), если каждый элемент имеет э.д.с. $E_{эл} = 1{,}5$ *в* и внутреннее сопротивление $r_{эл} = 0{,}5$ *ом*. Во внешней цепи включены сопротивления: $R_1 = 0{,}75$ *ом*, $R_2 = 4$ *ом*, $R_3 = 0{,}8$ *ом* и $R_4 = 1{,}58$ *ом*.

Решение. $I_1 = I_4 = I_{общ}$ и $I_{общ}' = I_2 + I_3$. По закону Ома

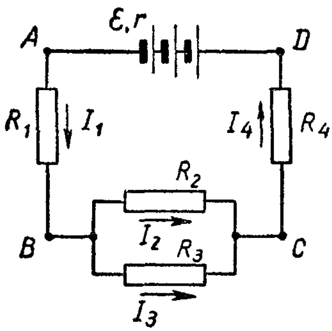


Рис 193.

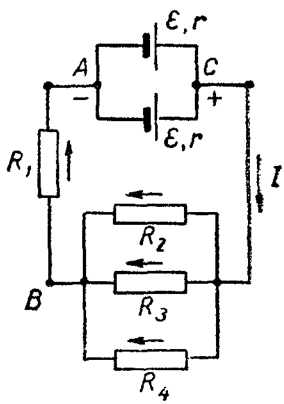


Рис. 194.

для полной цепи $I_{общ} = \frac{E_б}{R_{общ} + r_б}$. $R_{общ} = R_{AD} = R_{AB} + R_{BC} + R_{CD}$.

На участке BC резисторы соединены параллельно, поэтому

$$R_{BC} = \frac{R_2R_3}{R_2 + R_3}. \quad R_{BC} \approx 0,67\ ом,$$

$$R_{общ} = R_1 + \frac{R_2R_3}{R_2 + R_3} + R_4, \quad R_{общ} \approx 3\ ом.$$

$$E_б = nE_{эл} = 3 \cdot 1,5\ в = 4,5\ в, \quad r_б = nr_{эл} = 3 \cdot 0,5\ ом = 1,5\ ом.$$

$$\text{Тогда} \quad I_{общ} = \frac{4,5\ в}{3\ ом + 1,5\ ом} = 1 а.$$

Напряжения на участке AB, BC, CD определяем по закону Ома для участка цепи: $U_{AB} = I_{общ}R_{AB} = 1а \cdot 0,75\ ом = 0,75\ в$, аналогично найдем $U_{BC} \approx 0,67\ в$, $U_{CD} \approx 1,58\ в$. Токи на участке BC:

$$I_2 = \frac{U_{BC}}{R_2} \approx 0,17\ а, \qquad I_3 = \frac{U_{BC}}{R_3} \approx 0,83\ а.$$

Проверка: $I_2 + I_3 = I_{общ}$, действительно: $0,17а + 0,83а = 1\ а$. Сумма падений напряжений на всей цепи равна электродвижущей силе. Учтем, что $U_{DA} = I_{общ} \cdot r_б = 1\ а \cdot 1,5\ ом = 1,5\ в$. $E = U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} + U_{DA} = 0,75\ в + 0,67в + 1,58\ в + 1,5\ в = 4,5\ в$.

675. Найдите силу тока в резисторе R_3 (рис. 194), если э.д.с. каждого элемента $E_{эл} = 1,4\ в$, внутреннее сопротивление $r_{эл} = 0,5\ ом$, а во внешней цепи включены резисторы сопротивлением $R_1 = R_4 = 2\ ом$, $R_2 = 1\ ом$ и $R_3 = 3\ ом$.

Решение. Задачу решаем аналогично предыдущей: $I_{общ} = \frac{E_б}{R_{общ} + r_б}$. Одинаковые элементы в батарее соединены параллельно, поэтому $E_б = E_{эл}$, а $r_б = \frac{r_{эл}}{2}$.

Сопротивление внешней цепи $R_{AC} = R_{общ} = R_{AB} + R_{BC}$. На участке BC резисторы соединены параллельно, следовательно, $\frac{1}{R_{BC}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$.

Вычисления дают: $R_{BC} \approx 0{,}55$ *ом*, $R_{AC} \approx 2{,}55$ *ом*, $r_б = 0{,}25$ *ом*, а $I_{общ} = 0{,}5$ *а*. Искомая сила тока $I_3 = \frac{U_{BC}}{R_3}$, $U_{BC} = I_{общ} \cdot R_{BC}$, т. е. $U_{BC} = 0{,}28$ *в*. Отсюда $I_3 \approx 0{,}09$ *а*.

676. Внешняя цепь сопротивлением $R = 0{,}3$ *ом* питается от шести аккумуляторов, у каждого из которых э.д.с. $E_{эл} = 2$*в*, а внутреннее сопротивление $r_{эл} = 0{,}3$ *ом*. Аккумуляторы соединены в три параллельные группы, по два последовательно соединенных элемента в каждой. Чему равна сила тока в цепи?

Решение. Вычерчиваем схему цепи (рис. 195). Сила тока в цепи

$$I = \frac{E_{бат}}{R + r_{бат}}, \quad E_{бат} = 2E_{эл} = 4 \text{ в},$$

$$\text{а } r_{бат} = \frac{2r_{эл}}{3} = \frac{0{,}3 \text{ ом} \cdot 2}{3} = 0{,}2 \text{ ом}. \quad I \approx 8 \text{а}.$$

677. Два одинаковых элемента соединены между собой так, как показано на рисунке 196, *а* и *б*. Определите напряжение между точками A и B.

Решение. В первом случае (рис. 196, *а*) одинаковые элементы соединены параллельно и $E_{бат} = E_{эл}$. Тока в цепи нет. При разомкнутой внешней цепи напряжение $U = E_{эл}$.

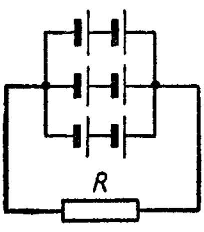


Рис. 195.

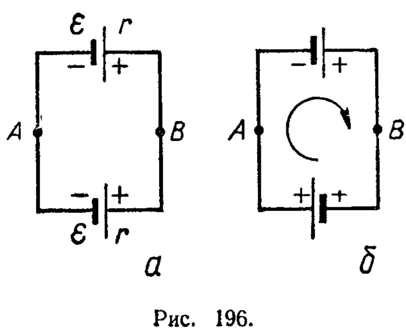


Рис. 196.

Во втором случае (рис. 196, *б*) элементы соединены последовательно и по замкнутой цепи, состоящей из этих элементов, идет ток $I = \frac{2E_{эл}}{2r_{эл}} = \frac{E_{эл}}{r_{эл}}$. По закону Ома для участка цепи, содержащей э.д.с., напряжение $U_{AB} = E_{эл} - Ir_{эл}$, или $U_{BA} = E_{эл} - Ir_{эл}$. Получаем несколько неожиданный ответ

$$U_{BA} = U_{AB} = E_{эл} - Ir_{эл} = E_{эл} - \frac{E_{эл}}{r_{эл}} \cdot r_{эл} = 0.$$

Падение напряжения, созданное одним элементом внутри другого, компенсируется его электродвижущей силой, направленной против тока.

678. Два элемента соединены в батарею параллельно. Первый элемент имеет э.д.с. 2 *в* и внутреннее сопротивление 0,6 *ом*; второй соответственно 1,5 *в* и 0,4 *ом*. Определите напряжение на зажимах элементов [22, № 916].

Р е ш е н и е. Схема соединения подобна изображенной на рисунке 196, *а*. Допустим, что $E_1 = 2$ *в* и $E_2 = 1{,}5$ *в*. По закону Ома для замкнутой цепи $I = \frac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2} = 0{,}5$ *а*. По закону Ома для участка цепи с э.д.с. $U_{BA} = E_2 + Ir_2 = 1{,}5$ *в* $+ 0{,}5$*а* $\cdot 0{,}4$ *ом* $= 1{,}7$ *в*.

Это же напряжение $U_{BA} = E_1 - Ir_1 = 2$*в* $- 0{,}5$ *а* $\cdot 0{,}6$ *ом* $= 1{,}7$ *в*.

679. Два элемента с э.д.с. $E_1 = 2$ *в* и $E_2 = 1{,}5$ *в* и внутренним сопротивлением $r_1 = r_2 = 0{,}5$ *ом* соединены параллельно. Сопротивление внешней части цепи $R = 2$ *ом* (рис. 197). Найдите ток в каждом элементе и во внешней части цепи [22, № 917].

Р е ш е н и е. $E_1 > E_2$ и ток течет в направлении BRA. Неизвестны здесь I_0, I_1 и I_2. Для решения задачи составим систему уравнений.

По правилу Кирхгофа $I_1 = I_0 + I_2$. (1)

По закону Ома для неоднородной цепи

$I_1 r_1 = U_{AB} + E_1$. (2)

$I_2 r_2 = U_{BA} - E_2$. (3)

И для участка цепи BRA $I_0 R = U_{BA}$. (4)

Сложим почленно уравнения 2 и 3 и из уравнения 3 вычтем уравнение 4:

$$I_1 r_1 + I_2 r_2 = E_1 - E_2 \qquad (5)$$

$$I_2 r_2 - I_0 R = -E_2. \qquad (6)$$

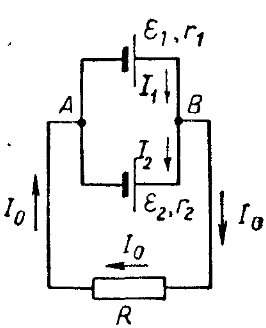


Рис. 197.

В уравнение 6 подставим значение I_0 из уравнения 1. $I_2 r_2 - R(I_1 - I_2) = -E_2$ (7), откуда $I_2 = \frac{RI_1 - E_2}{r_2 + R}$.

Подставив значение I_2 в уравнение 5, получим

$$I_1 r_1 + \left(\frac{RI_1 + E_2}{r_2 + R}\right) r_2 = E_1 - E_2,$$

отсюда

$$I_1 = \frac{E_1 r_2 - E_2 R + E_1 R}{r_1 r_2 + r_1 R + R r_2}.$$

Вычисления дают $I_1 \approx 0{,}89$ *а*.

Далее найдем $I_2 \approx 0{,}11$ *а* и $I_0 \approx 0{,}78$ *а*, а также напряжение $U_{BA} = 1{,}56$ *в*.

4. Работа, мощность, тепловое действие тока

Работу и мощность тока на участке электрической цепи вычисляют по формулам:

$$A = IUt = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t; \qquad P = IU = I^2R = \frac{U^2}{R}.$$

Полную мощность, развиваемую источником тока с э.д.с. E и внутренним сопротивлением r, когда во внешней цепи включена нагрузка сопротивлением R, определяют по формуле

$$P_0 = I^2(R + r) = I^2R + I^2r = I \cdot I(R + r) = I \cdot E = \frac{E^2}{R + r}.$$

Мощность нагрузки при этом равна

$$P = P_0 - I^2r = IE - I^2r = I(E - Ir) = I \cdot U = \frac{U^2}{R} =$$

$= I^2R = \frac{E^2R}{(R + r)^2}$. Формула $P = I(E - Ir)$ показывает, что мощность $P = 0$ при $I = 0$ (разомкнутая цепь) и при $E - Ir = 0$, т. е. при $I = \frac{E}{r}$ (короткое замыкание). Зависимость P от I квадратичная (рис. 198). Максимальная мощность развивается при $I = \frac{E}{2r}$ или при $R = r$. После изучения понятия производной учащиеся сами смогут найти значение I, при котором функция $P = IE - I^2r$ имеет максимум $\left(\frac{dP}{dI} = E - 2Ir = 0,\right.$ откуда $\left.I = \frac{E}{2r}\right)$.

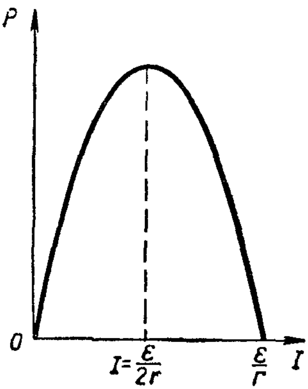


Рис. 198.

Количество теплоты, выделяющееся в проводнике при прохождении тока, определяют по закону Джоуля — Ленца:

$$Q = I^2Rt.$$

Если участок цепи не содержит источников тока, то количество теплоты Q можно определить и по формулам $Q = IUt = \frac{U^2}{R} \cdot t$.

В электрических цепях, кроме нагревания проводников, может совершаться механическая работа A, тогда по закону сохранения энергии $IEt = Q + A$.

Иногда в задачах требуется определить коэффициент полезного действия источника тока. Его можно найти по формулам

$$\eta = \frac{A_{\text{пол}}}{A_{\text{полн}}} \cdot 100\ \% = \frac{IU}{IE} \cdot 100\ \% = \frac{U}{E} \cdot 100\ \% = \frac{R}{R+r} \cdot 100\ \%.$$

Для вычисления стоимости электроэнергии S необходимо знать тариф B в *коп/квт · ч* ($S = BA$) и соотношения между единицами работы A и мощности P.

В соответствии с рассмотренными закономерностями решают следующие основные типы задач:

1. Тренировочные задачи на определение работы и мощности электрического тока, подобные тем, которые рассмотрены в главе 13.

2. Задачи, в которых определяют или учитывают количество теплоты, выделенной в проводнике с учетом их последовательного или параллельного соединения.

3. Задачи, в которых находят или учитывают механическую работу или мощность электродвигателей с учетом их к.п.д.

4. Задачи, в которых исследуют режим работы источников тока в зависимости от потребляемой мощности, внутреннего или внешнего сопротивлений и т. д.

Примеры типовых задач для IX класса рассмотрены ниже.

680. Имеются две лампы на напряжение $U = 127$ *в*, одна из которых рассчитана на мощность $P_1 = 60$ *вт*, а другая — на $P_2 = 90$ *вт*. Сопротивление какой лампы больше и во сколько раз?

Решение. По условию задачи напряжение $U = \text{const}$, поэтому для сравнения мощности удобно применять формулу $P = \frac{U^2}{R}$, откуда $R = \frac{U^2}{P}$, т. е. при постоянном напряжении сопротивление обратно пропорционально мощности. Следовательно, нить накала лампы мощностью $P_1 = 60$ *вт* имеет большее сопротивление, чем нить лампы мощностью $P_2 = 90$ *вт* (в полтора раза).

681. В гирлянде последовательно включено n одинаковых ламп. Как изменится мощность цепи, если число ламп в гирлянде уменьшить на две?

Решение. Ток в цепи $I = \frac{U}{nR}$, где R — сопротивление лампы, а мощность $P = IU$. Ток увеличится, если число ламп уменьшится до $n-2$, и станет равным $I_1 = \frac{U}{(n-2)R}$. Мощность при этом также увеличится: $P_1 = I_1U > IU$.

682. Две одинаковые спирали электроплитки можно соединять последовательно или параллельно. Сравните количества теплоты, выделяющиеся за одно и то же время при разных соединениях спиралей, если сопротивление каждой спирали равно R.

Решение. При последовательном соединении спиралей общее сопротивление $R_1 = 2R$, а при параллельном $R_2 = \frac{R}{2}$. Отсюда при неизменном напряжении U количества теплоты $Q_1 = \frac{U^2}{2R}t$ и $Q_2 = \frac{2U^2}{R}t$. Отношение $\frac{Q_2}{Q_1} = 4$. Следовательно, при параллельном соединении спиралей выделится в 4 раза большее количество теплоты, чем при последовательном.

683. Почему при включении в квартире нагревательного прибора, например утюга, накал ламп вначале ослабевает, а через некоторое время становится примерно таким же, каким был до включения прибора?

Ответ. Сила тока I в цепи при включении прибора большой мощности возрастает (прибор имеет малое сопротивление), увеличивается падение напряжения Ir внутри источника тока и в подводящих проводах. Напряжение же $U = E - Ir$ уменьшается. Но при прохождении тока через нагревательный элемент прибора его температура возрастает и сопротивление прибора увеличивается. Сила тока в цепи постепенно уменьшается, а напряжение практически восстанавливается, хотя и остается несколько меньшим, чем было до включения прибора.

684. Электрический двигатель, работающий при напряжении $U = 127$ *в* и силе тока $I = 10$ *а*, развивает мощность $P = 1,1$ *квт*. Определите к.п.д. (η) двигателя и стоимость (S) потребляемой им электроэнергии за 7 *ч* при тарифе $B = 4$ *коп./квт · ч*.

Решение. Задачи такого типа удобно начинать решать с записи формулы к.п.д.

$$\eta = \frac{A_{\text{полезн}}}{A_{\text{затр}}} = \frac{P}{IU}. \text{ Стоимость } S = BA_{\text{затр}} = BIUt.$$

Подставив числовые данные, получаем:

$$\eta = \frac{1100\ \textit{вт}}{10\ \textit{а} \cdot 127\ \textit{в}} \approx 0,87, \text{ или } 87\ \%.$$

$$A_{\text{затр}} = 10\ \textit{а} \cdot 127\ \textit{в} \cdot 7\ \textit{ч} = 1,27\ \textit{квт} \cdot 7\ \textit{ч} \approx 8,9\ \textit{квт} \cdot \textit{ч}.$$

$$S = B \cdot A_{\text{затр}} \approx 4\ \textit{коп/квт} \cdot \textit{ч} \cdot 8,9\ \textit{квт}\cdot\textit{ч} \approx 36 \text{ коп.}$$

685. В электрическом чайнике нагревается 1 *л* воды от 20 до 100° С. Определите стоимость электроэнергии, затраченной на нагревание воды, при к.п.д. чайника $\eta = 80\%$ и тарифе $B = 4$ *коп/квт·ч*.

Решение. $\eta = \frac{Q_{полезн}}{Q_{затр}}$, $Q_{полезн} = c_в m_в (t_2 - t_1)$, а $Q_{затр} = A_{затр}$.

Отсюда $A_{затр} = \frac{1}{\eta} Q_{полезн} = \frac{c_в m_в (t_2 - t_1)}{\eta}$. Стоимость электроэнергии $S = B \frac{c_в m_в (t_2 - t_1)}{\eta}$.

Подставив $c_в = 4190$ *дж/кг · град*, $m_в = 1$ *кг*, $t_2 - t_1 = 80°$ С, получаем $A_{затр} \approx 419000$ *дж* $\approx 0{,}116$ *квт · ч* и $S \approx 0{,}5$ коп.

686. Лифт массой $m = 2{,}4$ *т* поднимается на высоту $h = 45$ *м* в течение $t = 40$ *сек*. С какой мощностью работает электродвигатель, приводящий в движение лифт, если к.п.д. устройства $\eta = 60\%$? Сколько стоит один подъем лифта? Определите ток в обмотке электродвигателя, если напряжение $U = 380$ *в*.

Решение. $A_{полезн} = mgh$, $N_{полезн} = \frac{A_{полезн}}{t} = \frac{mgh}{t}$. Мощность двигателя $N_{затр} = \frac{N_{полезн}}{\eta} = \frac{mgh}{t\eta}$.

Работа за один подъем $A_{затр} = N_{затр}\, t$, стоимость одного подъема лифта $S = B \cdot A_{затр}$, а сила тока $I = \frac{N_{затр}}{U}$.

Подставив числовые данные, получаем:

$$N_{затр} = \frac{2400 \text{ кг} \cdot 9{,}8 \frac{м}{сек^2} \cdot 25 \text{ м}}{40 \text{ сек} \cdot 0{,}6} \approx 24{,}5 \text{ квт},$$

$$A_{затр} \approx 0{,}272 \text{ квт} \cdot ч, \; S \approx 1{,}1 \text{ коп.},$$

$$I \approx 64{,}5 \text{ а}.$$

687. При подключении к источнику тока с внутренним сопротивлением $r = 2$ *ом* резистора сопротивлением $R = 4$ *ом* напряжение на зажимах источника падает до $U = 6$ *в*. Какова полная мощность, развиваемая источником? Какую наибольшую мощность на нагрузке можно получить при данном источнике тока?

Решение. Полная мощность $P_0 = IE$, $I = \frac{U}{R} = 1{,}5$ *а*. Падение напряжения внутри источника $U_{внт} = Ir = 3$ *в*, а э.д.с. $E = U_{внт} + U = 9$ *в*. Полная мощность равна $P_0 = 1{,}5$ *а* $\cdot$ 9 *в* $= 13{,}5$ *вт*, а мощность на нагрузке $P = I^2R = 9$ *вт*. Наибольшая мощность на нагрузке будет при $R = r = 2$ *ом*, тогда $I = \frac{E}{R+r} \approx 2{,}25$ *а*, а $P = I^2R \approx 10{,}1$ *вт*.

688*. Элемент замыкают один раз резистором сопротивлением $R_1 = 4$ *ом*, другой — резистором сопротивлением $R_2 = 9$ *ом*. Мощность электрического тока внешней цепи в том и другом случае одинакова. При каком внешнем сопротивлении она будет наибольшей?

Решение. Наибольшая мощность будет при внешнем сопротивлении $R = r$. Виутреннее сопротивление можно найти из равенства мощностей P_1 и P_2.

$$P_1 = I_1^2 R_1 = \frac{E^2 R_1}{(R_1 + r)^2} \text{ и } P_2 = I_2^2 R_2 = \frac{E^2 R_2}{(R_2 + r)^2},$$

$$\frac{E^2 R_1}{(R_1 + r)^2} = \frac{E^2 R_2}{(R_2 + r)^2} \text{ или } \frac{R_1}{(R_1 + r)^2} = \frac{R_2}{(R_2 + r)^2}.$$

При $R_1 = 4$ *ом* и $R_2 = 9$ *ом* из уравнения найдем $r = 6$ *ом*. При $R = r = 6$ *ом* мощность на нагрузке будет максимальной.

689. Нагреватель в электрическом чайнике состоит из двух одинаковых секций. При включении одной секции вода закипает за 25 *мин*. Через сколько времени закипит вода, если обе секции включить последовательно? параллельно?

Решение. Используя решение задачи 682, заключаем: при параллельном соединении спиралей выделится в 2 раза больше тепла. Поэтому время нагревания будет равно 12,5 *мин*. При последовательном соединении тепла выделится в 4 раза меньше, чем при параллельном и, следовательно, время нагревания составит 50 *мин*.

690*. На горизонтальный вал двигателя радиусом r равномерно наматывается нить с грузом массой M на конце. Двигатель питается от источника постоянного тока с э.д.с. E; полное сопротивление цепи R; ток в цепи I. Чему равно число оборотов вала в секунду?

Решение. Пусть число оборотов вала в секунду n, тогда время полного оборота $T = \frac{1}{n}$. За один оборот вала совершается работа $A = Fs = Mg\,2\pi r$, а мощность на валу $N = \frac{A}{t} = Mg\,2\pi r n$, так как $t = T = \frac{1}{n}$.

По закону сохранения энергии запишем $IE = I^2R + N$ или $N = IE - I^2R = I(E - IR) = Mg\,2\pi r n$. Отсюда $n = \frac{I(E - IR)}{2\pi r M g}$.

5. Термоток

Задачи на расчет величины термоэлектродвижущей силы решаются самые элементарные. В них используется линейная зависимость в ограниченном интервале температур термо-э.д.с. E от разности температур спаев $t_2 - t_1$, аналитически выраженная формулой $E = \alpha(t_2 - t_1)$. Коэффициент пропорциональности в этой зависимости α называется коэффициентом термоэлектродвижущей силы. Он равен термо-э.д.с., возникающей в данной термопаре при разности температур спаев металлов в 1° С.

Если один из спаев термоэлемента имеет температуру 0°С, то в формуле для термо-э.д.с. $t_2 - t_1$ можно заменить на $\Delta t = t$ (температура горячей части термопары). Тогда $E = \alpha t$.

Термоэлементы соединяют в термобатареи. При определении э.д.с. термобатарей надо использовать знания, уже приобретенные при разборе батарей химических элементов или аккумуляторов. Если n термоэлементов соединены в батарею последовательно, то $E_{бат} = nE$.

Важно подчеркнуть, что зависимость $E = \alpha\ (t_2 - t_1)$ линейная не при любых $t_2 - t_1$, а только в ограниченном интервале температур. Вычисления термо-э.д.с. по формуле $E = \alpha\ (t_2 - t_1)$ не представляют затруднения для учащихся. Необходимо, чтобы они понимали характер данной зависимости, могли вычерчивать график зависимости термо-э.д.с. E от разности температур $t_2 - t_1$ или по данному графику определять те или другие величины (E, α, $t_2 - t_1$).

691. Чему равна э.д.с. термогенератора, составленного из $n = 20$ последовательно соединенных термопар, если температуры их спаев 500 и 0°С, а коэффициент термо-э.д.с. $\alpha = 1000$ *мкв/град*.

Р е ш е н и е. Каждая термопара при разности температур спаев $t_2 - t_1 = 500°$ С имеет $E = \alpha\ (t_2 - t_1) = 1000 \frac{мкв}{град} \cdot 500° = 0{,}5$ *в*.

Так как при последовательном соединении термопар э.д.с. равна сумме термо-э.д.с., то для одинаковых термопар $E_б = nE_{эл} = 20 \cdot 0{,}5\ в = 10\ в$.

692. По условиям задачи 691 постройте график зависимости электродвижущей силы батареи термогенератора от разности температур спаев его термоэлементов. Температуру холодного спая принять равной 0° С.

Решение задачи представлено графиком, изображенным на рисунке 199.

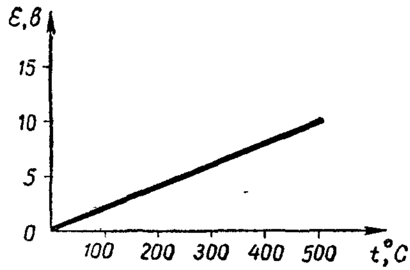


Рис. 199

693*. Определите к.п.д. термогенератора ТГК-3, если расход керосина в нем составляет $m_к = 60$ *г* в час, а мощность термотока $P = 5$ *вт*.

Р е ш е н и е. За час при сгорании керосина выделится количество теплоты $Q = qm_к$, где $q = 4{,}6 \cdot 10^7$ *дж/кг* — тепловая отдача керосина. Работа термотока за 1 *ч* составит $A = Pt$. Коэффициент полезного действия термогенератора

$$\eta = \frac{A_{полезн}}{Q_{затр}} \cdot 100\ \% = \frac{P \cdot t \cdot 100\ \%}{qm_к};$$

$$\eta = \frac{5\ вт \cdot 3600\ сек \cdot 100\ \%}{4{,}6 \cdot 10^7\ \frac{дж}{кг} \cdot 60 \cdot 10^{-3}\ кг} \approx 0{,}6\ \%.$$

ГЛАВА 28

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

В средней школе по электромагнетизму решают задачи на взаимодействие токов, действие магнитного поля на движущиеся заряды, задачи по электромагнитной индукции и самоиндукции. При этом рассматривают как качественные, так и несложные количественные задачи. При решении количественных задач нужно уделить внимание действиям над наименованиями единиц. Это способствует более сознательному усвоению довольно большого числа зависимостей и единиц измерения физических величин, рассматриваемых при изучении электромагнетизма. При этом пользуются только системой СИ.

При решении качественных задач применяют правило буравчика для магнитного поля проводника с током и электромагнита, правило левой руки для определения направления силы, действующей в магнитном поле на проводник с током, или силы Лоренца, правила правой руки и Ленца для определения направления индукционного тока. На II ступени обучения учащиеся обязаны приобрести твердые навыки применения этих правил.

1. Магнитное поле тока

Силу F, действующую на проводник длиной l при токе I в магнитном поле с индукцией B, определяют по формуле Ампера $F = BIl \sin\alpha$, где α — угол между направлениями B и I. Направление F определяют по правилу левой руки.

В средней школе преимущественно решают задачи для случая, когда $\alpha = 90°$ и, следовательно, используют формулу $F = BIl$.

Вектор индукции магнитного поля B определяют как отношение F в ньютонах к I в амперах и l в метрах при $\alpha = 90°$. Измеряется B в теслах (*тл*) или в *н/а·м*.

Магнитное поле действует на движущийся заряд с силой, получившей название силы Лоренца. Обозначим заряд носителя тока q, концентрацию носителей n, а скорость их v, тогда сила тока в проводнике с площадью поперечного сечения S будет $I = nqvS$. По закону Ампера $F = qvnSlB \sin\alpha$. Если разделить F на nSl, т. е. на число носителей тока в объеме Sl, то получим силу, действующую на один носитель тока, т. е. силу Лоренца: $F_л = qvB \sin\alpha$. Формулу можно получить и проще. $F_л = \frac{F}{N}$, где N — число частиц, $F = BIl \sin\alpha$. Можно представить $I = \frac{Q}{t}$, тогда $F_л = \frac{BQl \sin\alpha}{Nt}$. Но $\frac{Q}{N} = q$, а $\frac{l}{t} = v$, т. е. $F_л = Bqv \sin\alpha$.

Направление $\vec{F}$ в каждой точке траектории движения заряженной частицы перпендикулярно векторам $\vec{v}$ и $\vec{B}$. Его можно определить по правилу левой руки, если движется положительный заряд; если же движется отрицательный заряд, то, применяя правило левой руки, надо брать направление тока I противоположным направлению движения частиц.

Магнитное же поле токов характеризуется вектором напряженности $\vec{H}$. Напряженность $\vec{H}$ и индукция магнитного поля $\vec{B}$ связаны между собой: $\vec{B} = \mu_r\mu_0\vec{H}$, где μ_0 — магнитная постоянная вакуума, равная $12{,}6 \cdot 10^{-7}$ *в · сек/а · м* или *н/а*^{2}, а μ_r — магнитная проницаемость среды (безразмерная величина).

В случае длинного прямолинейного проводника, по которому течет ток I, напряженность магнитного поля $H = \frac{I}{2\pi r}$, где r —, кратчайшее расстояние от проводника до точки, в которой определяют H. Направление вектора $\vec{H}$ определяют по правилу буравчика.

Напряженность магнитного поля в центре однослойной цилиндрической катушки радиусом r и длиной l ($r \ll l$) при силе тока I определяют по формуле $H = NI$, где N — число витков катушки на один метр ее длины. Направление вектора определяют также по правилу буравчика.

Индукция в случае длинного провода $B = \mu_0\mu_r \frac{I}{2\pi r}$. Для катушки $B = \mu_0\mu_r NI$.

Силу взаимодействия двух параллельных токов определяют по формуле $F_{12} = \mu_0\mu_r \frac{I_1 I_2 l}{2\pi r}$, где I_1 и I_2 — силы токов в проводах l — длина проводника, на который действует сила F_{12}, r — расстояние между проводами.

В случае однородного магнитного поля поток вектора индукции $\Phi = BS\cos\alpha$, где S — площадь плоской поверхности, а α — угол между вектором индукции B и нормалью к площадке S.

Вначале решают простые качественные задачи, подобные рассмотренным в VII классе (гл. 14).

694. Как повернется магнитная стрелка, расположенная под проводом (см. рис. 50), если ток направлен от A к B?

695. Определите магнитные полюсы кругового тока по рисунку 200.

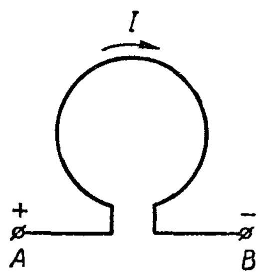


Рис. 200.

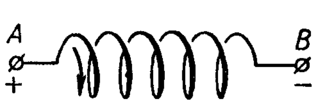


Рис. 201.

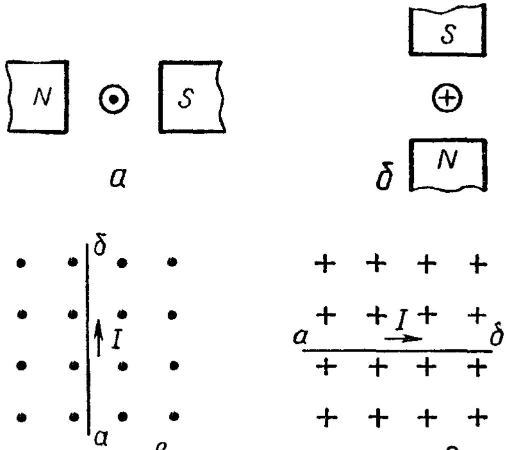


Рис. 202

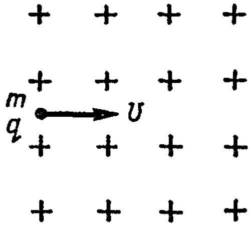


Рис. 203.

696. Определите северный и южный полюсы катушки с током, изображенной на рисунке 201.

697. Определите направление сил, действующих на проводники с током в магнитном поле, в случаях, показанных на рисунке 202, *а*, *б*, *в*, *г*.

698. Как направлена сила Лоренца, если в магнитном поле (рис. 203) движется протон? электрон?

В качественных задачах 694—696 применяют правило буравчика. Магнитная стрелка (задача 694) расположится по направлению вектора *H*, т. е. повернется к нам южным полюсом. В задаче 695 силовые линии внутри витка с током идут от нас за чертеж, т. е. северный полюс находится за плоскостью чертежа. В задаче 696 северный полюс находится у правого, а южный у левого конца катушки.

При решении задач 697 и 698 применяют правило левой руки. На рисунке 204, *а, б*, *в, г* показаны направления сил для всех случаев, упоминаемых в задаче 697.

На движущийся протон (задача 698) действует сила Лоренца, направленная вертикально вверх. Здесь левую руку располагают четырьмя пальцами по направлению движения протона. На движущийся электрон действует сила Лоренца, направленная вертикально вниз. Левую руку теперь надо расположить четырьмя пальцами по направлению, противоположному движению электрона, так как электрон обладает отрицательным зарядом и ток, обусловленный его движением, направлен в обратную сторону.

После этого решают вычислительные задачи.

699. Определите величину и направление силы F, действующей на проводник длиной $l = 0{,}2$ *м* при токе $I = 10$ *а* в магнитном поле с индукцией $B = 1{,}3$ *тл*, если угол α между B и I равен: а) 90°; б) 30°.

Решение. Направление силы F находим по правилу левой руки (рис. 205). Величину силы определяем по формуле Ампера $F = BIl\sin\alpha$.

а) $\sin 90° = 1$, так что $F_а = BIl$ и вычисления дают $F_а \approx 2{,}6$ *н*.

б) $F_б = BIl\sin\alpha$. Подставив числовые значения B, I и l, а также учитывая, что $\sin 30° = \frac{1}{2}$, получаем $F_б \approx 1{,}3$ *н*.

700. Определите индукцию магнитного поля в воздухе на расстоянии $r = 0{,}1$ *м* от прямолинейного проводника, по которому течет ток $I = 20$ *а*.

Решение. Для воздуха приближенно берем $\mu_r = 1$. Направление вектора B определяем по правилу буравчика (рис. 206).

Величину индукции находим по формуле $B = \mu_0\mu_r\frac{I}{2\pi r}$.

Подставив $\mu_0 = 12{,}6 \cdot 10^{-7}\frac{в \cdot сек}{а \cdot м}$ $\left(\text{или } \frac{н}{а^2}\right)$, $\mu_r = 1$, $I = 20$ *а* и $r = 0{,}1 м$, получаем $B \approx 4 \cdot 10^{-5}\frac{н}{а \cdot м}$ (*тл*).

Действия с наименованиями $\frac{н \cdot а}{а^2 \cdot м} = \frac{н}{а \cdot м}$, если μ_0 измерять в $\frac{н}{а^2}$, или $\frac{в \cdot сек \cdot а}{а \cdot м \cdot м} = \frac{дж}{а \cdot м^2} = \frac{н \cdot м}{а \cdot м^2} = \frac{н}{а \cdot м}$, если μ_0 измерять в $\frac{в \cdot сек}{а \cdot м}$.

701. Найдите силу взаимодействия F, приходящуюся на каждый метр длины двухпроводной линии электропередачи, если ток в проводах $I = 100$ *а*, а расстояние между проводами $r = 2$ *м*.

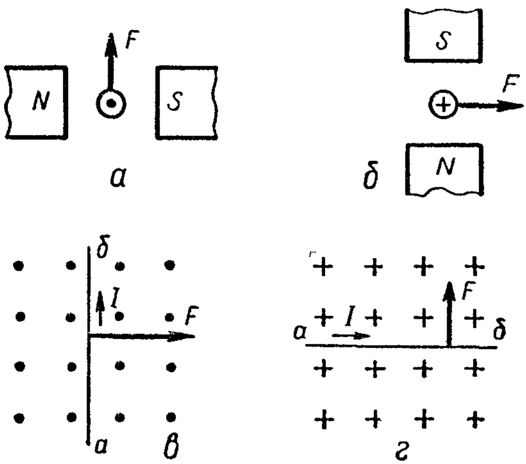


Рис. 204.

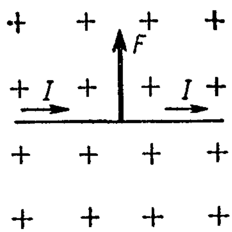


Рис. 205.

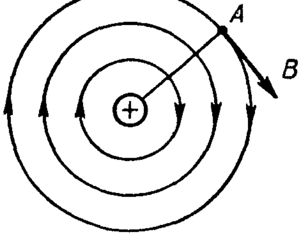


Рис. 206.

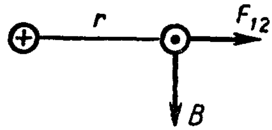


Рис. 207.

Решение. Линия электропередачи находится в воздухе, следовательно, $\mu_r \approx 1$. Сила взаимодействия параллельных токов $F_{12} = \mu_0\mu_r \frac{I_1 I_2 l}{2\pi r}$. Но токи направлены в противоположные стороны. Направление $\vec{B}$ у одного из проводов определяем по правилу буравчика, как в задаче 700. Направление F определяем по правилу левой руки. Взаимодействие таких токов, как ясно из рисунка 207, приводит к их взаимному отталкиванию.

Величина силы $F_{12} \approx 1 \cdot 10^{-3}$ *н*.

Действия с наименованиями $\frac{н \cdot а^2 \cdot м}{а^2 \cdot м} = н$, если μ_0 измерять в $\frac{н}{а^2}$, и $\frac{в \cdot сек \cdot а^2 \cdot м}{а \cdot м \cdot м} = \frac{а \cdot в \cdot сек}{м} = \frac{дж}{м} = \frac{н \cdot м}{м} = н$, если μ_0 измерять в $\frac{в \cdot сек}{а \cdot м}$.

702. Катушка длиной $L = 40$ *см* с площадью витка $S = 200$ *см*^{2} имеет $n = 4000$ витков. Определите индукцию магнитного поля катушки, если ток в ней $I = 0{,}5$ *а*. Рассмотрите два случая: катушка без сердечника; в катушку помещен стальной сердечник, для которого $\mu_r = 5500$. Каков магнитный поток в этих случаях?

Решение. Магнитное поле внутри катушки направлено вдоль оси катушки. Направление вектора $\vec{B}$ этого поля определяют по правилу буравчика (если ручку буравчика вращать по направлению тока в витках катушки, то направление перемещения буравчика покажет направление $\vec{B}$).

С определенной степенью точности поле внутри катушки можно считать однородным.

Величину индукции магнитного поля определяют по формуле $B = \mu_0\mu_r NI$, где N — число витков, приходящихся на единицу длины катушки $\left(N = \frac{n}{L}\right)$. Поток же вектора индукции (магнитный поток Φ) определяют по формуле $\Phi = BS\cos\alpha$. В нашем случае $\alpha = 0$ и $\cos\alpha = 1$. Поэтому формула для магнитного потока упрощается: $\Phi = BS$.

В первом случае, когда в катушке нет магнитного сердечника, в указанные выше формулы для B и Φ необходимо подставить следующие числовые данные: $\mu_0 = 12{,}6 \cdot 10^{-7} \frac{н}{а^2}$, $\mu_r \approx 1$, $N = \frac{n}{L} = \frac{4000}{0{,}4\,м} = 10000 \frac{1}{м}$, $I = 0{,}5$ *а* и $S = 0{,}02$ *м*^{2}.

Вычисления дают значения: $B_1 \approx 6{,}3 \cdot 10^{-3}$ *тл*, $\Phi_1 \approx 12{,}6 \times \times 10^{-5}$ *вб*. При действиях с наименованиями необходимо учесть, что $1\ тл = 1 \frac{вб}{м^2}$.

Во втором случае, когда в катушку вставлен сердечник с $\mu_r = 5500$, индукция B и магнитный поток Φ возрастут в 5500 раз по сравнению с первым случаем. При магнитном сердечнике $B_2 \approx 34{,}6$ *тл* и $\Phi_2 \approx 0{,}7$ *вб*.

703. Магнитная индукция в бруске стали $B = 0{,}75$ *тл*. Напряженность магнитного поля, создаваемого токами, $H = 1500$ *а/м*. Определите магнитную проницаемость стали.

Решение. $B = \mu_0\mu_r H$. Относительная магнитная проницаемость $\mu_r = \frac{B}{\mu_0 H} \approx 4 \cdot 10^2$.

Легко убедиться действиями над наименованиями, что μ_r безразмерная величина. Учтем, что размерность B — *н/а · м*, H—*а/м*, μ_0—*н/а*^{2}. Тогда размерность μ_r получается как отношение $\frac{н \cdot а^2 \cdot м}{а \cdot м \cdot н \cdot а}$, т. е. 1.

704. Электрон влетает в однородное магнитное поле с индукцией $B = 2$ *тл* в вакууме со скоростью $v = 10^5$ *м/сек* перпендикулярно к линиям индукции. Вычислите силу, действующую на электрон.

Решение. Силу Лоренца, действующую на электрон с зарядом e, определяем по формуле $F_л = evB \sin\alpha$. По условию задачи $\alpha = 90°$ и $\sin\alpha = 1$. Направление $F_л$ определяем по правилу левой руки. Следует только учитывать, что заряд электрона отрицательный, поэтому левую руку надо располагать так, чтобы четыре вытянутых пальца были направлены в сторону, противоположную движению электрона. Подставив $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *к*, $B = 2$ *тл* (*н/а · м*) и $v = 10^5$ *м/сек*, получаем $F_л = 3{,}2 \cdot 10^{-14}$ *н*.

Действия над наименованиями $\frac{к \cdot н \cdot м}{сек \cdot а \cdot м} = \frac{а \cdot сек \cdot н \cdot м}{сек \cdot а \cdot м} = н$.

705. На рисунке 208 приведены графики зависимости индукции B от числа ампервитков катушки для стального и чугунного сердечников. Сравните между собой магнитные проницаемости стали и чугуна.

Решение. В катушке напряженность $H = NI$. Таким образом, график зависимости B от числа ампервитков NI по сути

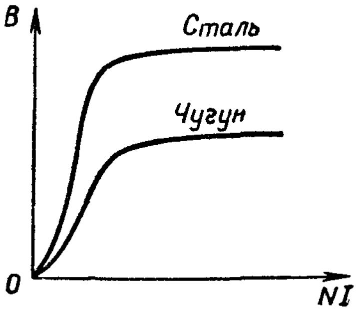


Рис. 208.

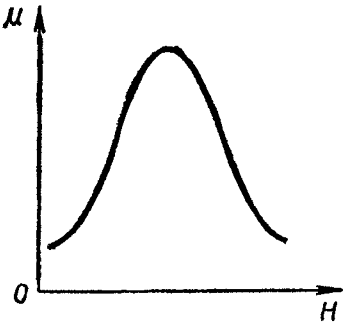


Рис. 209.

дела есть график зависимости B от H, а $\mu = \mu_0\mu_r = \frac{B}{H}$. Взяв какое-либо значение H и соответствующие ему значения B для стали и чугуна, заключаем, что μ стали $> \mu$ чугуна.

706. По графику зависимости индукции B от напряженности H для ферромагнетика начертите график зависимости μ от H.

Решение. Если бы $\mu = \text{const}$, то график зависимости B от H ($B = \mu H$) был бы прямой линией. Зависимость же B от H, как видно на рисунке 208, не является линейной. Следовательно, $\mu \neq \text{const}$. Установим характер изменения μ. Вначале с ростом H значительно растет B. Магнитная проницаемость μ на этом участке возрастает. Но далее идет участок, где рост B уменьшается и график B идет почти параллельно оси H. На этом участке можно приближенно считать, что $B = \text{const}$. Но при возрастающем H постоянным B может быть лишь в том случае, если μ уменьшается ($B = \mu H$). Общий характер зависимости μ от H ясен: вначале μ растет, достигает максимума, а потом уменьшается (рис. 209).

График зависимости μ от H можно вычертить точнее, если на графике зависимости B от H (рис. 208) взять некоторые значения H, найти им соответствующие значения B, а далее вычислить $\mu = \frac{B}{H}$. На осях μ и H надо построить точки, соответствующие выбранным значениям H и вычисленным значениям μ. График получится, если эти точки соединить плавной кривой.

707*. Электрон, получивший скорость при движении в электрическом поле с разностью потенциалов 1000 *в*, влетает в вакууме в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}2$ *тл* перпендикулярно линиям индукции. Определите радиус окружности, описываемой электроном.

Решение. На электрон, движущийся со скоростью v, действует в магнитном поле сила Лоренца $F_л = evB \sin\alpha$. При $\alpha = 90°$ $\sin\alpha = 1$. Направление $F_л$ нормально к v, поэтому $F_л$ играет роль центростремительной силы. Следовательно, электрон движется по окружности радиусом R, а $F_л = \frac{mv^2}{R}$. Скорость v электрон приобретает в электрическом поле, разгоняясь с нулевой скорости до конечной v. Конечное значение скорости v найдем по закону сохранения энергии, считая, что скорость электрона в начале разгона была равна нулю. Согласно закону сохранения энергии приравниваем изменение кинетической энергии электрона $\frac{mv^2}{2}$ работе сил электрического поля eU.

Из уравнения $\frac{mv^2}{2} = eU$ определяем $v = \sqrt{2 \cdot \frac{e}{m} \cdot U}$. Кроме того, можем записать $\frac{mv^2}{R} = evB$. Подставив в это уравнение значение $v = \sqrt{2 \cdot \frac{e}{m} \cdot U}$ и решив его относительно R, получаем $R = \frac{1}{B} \sqrt{2 \cdot \frac{m}{e} \cdot U}$. Как известно, $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ *кг*, $e = 1{,}6 \times \times 10^{-19}$ *к*. Вычисления дают $R \approx 5 \cdot 10^{-4}$ *м*.

2. Электромагнитная индукция

В VII классе дают первые представления об явлении электромагнитной индукции, но все рассматривается только качественно. В IX классе изучение данного явления количественное: рассматривается зависимость э.д.с. индукции от скорости изменения магнитного потока, рассчитывается э.д.с. индукции, возникающая в прямолинейном проводнике, движущемся в магнитном поле, вычисляется магнитный поток и т. п. Естественно, здесь решают задачи с использованием указанных выше зависимостей. Но это несложные задачи, преследующие цель оказания помощи учащимся в уяснении физической сущности зависимостей, выраженных теми или иными формулами.

Если в VII классе для определения направления индукционного тока применялось только правило правой руки, то в IX классе учащиеся должны научиться также оперировать правилом Ленца.

Как и в предшествующей теме, большое внимание следует уделять действиям над наименованиями физических величин.

При изменении магнитного потока через поверхность, ограниченную некоторым контуром, в этом контуре возникает электродвижущая сила индукции E, а в замкнутом контуре — индукционный ток. Величину э.д.с. индукции определяют по формуле $E = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$, где $\Delta \Phi$ — изменение магнитного потока, а Δt — промежуток времени, в течение которого произошло данное изменение. Знак минус в формуле математически учитывает направление индукционного тока. При численных расчетах знак минус в формуле обычно опускают.

В случае катушки, состоящей из n витков, $E = -n\,\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$.

Магнитный поток Φ измеряют в веберах, а э.д.с. электромагнитной индукции E — в вольтах.

Изменение магнитного потока Φ может возникать как в результате изменения магнитной индукции B, так и при изменении площади контура S и угла α между вектором B и нормалью к площадке S. Поток $\Phi = BS\cos\alpha$. При изменении α меняется поток Φ при неизменной площади S и индукции B.

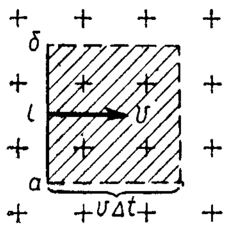


Рис. 210.

Главную трудность при решении задач представляет определение изменения магнитного потока, выяснение, почему он меняется, определение того контура, в пределах которого рассматривается магнитный поток. Все это будет пояснено при решении конкретных задач.

Решают также задачи на расчет э.д.с. индукции, возникающей в прямолинейном проводнике длиной l, равномерно движущемся со скоростью v в магнитном поле с постоянной индукцией B (рис.210). За изменение магнитного потока здесь берут поток, пронизывающий площадь $S = lv\Delta t$. Поток $\Phi = BS\cos\alpha = Blv\Delta t\cos\alpha$, а $E = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -Blv\cos\alpha$, где α — угол между вектором B и нормалью к площадке S. Можно также пользоваться углом β между векторами $\vec{B}$ и $\vec{v}$. В этом случае формула примет вид $E = -Blv\sin\beta$.

Направление индукционного тока в части задач можно определять с помощью правила правой руки. Более общим является правило Ленца, согласно которому индукционный ток имеет такое направление, что его магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызвавшего индукционный ток. В тех случаях, когда применить правило правой руки трудно, используют правило Ленца.

При изменении тока в контуре меняется магнитный поток, сцепленный с этим контуром, и возникает э.д.с. самоиндукции. Магнитный поток катушки Φ, сцепленный с катушкой, при токе I в ее обмотке определяется формулой $\Phi = LS$, где L — коэффициент самоиндукции, зависящий от размеров, формы и числа витков катушки, а также от заполняющей ее среды.

Если контуры катушки и среда в ней не изменяются, а меняется только ток, то э.д.с. самоиндукции в катушке $E_L = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$, где ΔI — изменение тока, а Δt — промежуток времени, в течение которого это изменение происходит. В школе применяют только эту формулу и количественные задачи при $L \neq \text{const}$

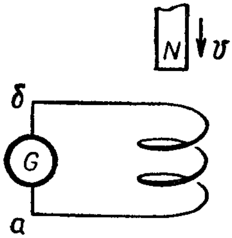


Рис. 211.

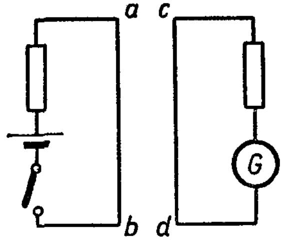


Рис. 212.

не решают. Э.д.с. самоиндукции измеряют в вольтах, а коэффициент самоиндукции L — в генри $\left(\frac{в \cdot сек}{а}\right.$ или $\left. ом \cdot сек\right)$.

Энергию магнитного поля катушки индуктивности L при токе I определяют по формуле $W = \frac{LI^2}{2}$, которую можно сообщить без вывода.

Решение задач целесообразно начинать с качественных задач, где отрабатываются навыки применения правил правой руки и Ленца.

708. Определите величину э.д.с. и направление индукционного тока в прямолинейном проводнике *аб* (см. рис. 210), движущемся в магнитном поле перпендикулярно линиям индукции; вдоль линий индукции.

Решение. По правилу правой руки индукционный ток в первом случае направлен от *а* к *б* и имеет максимально возможное значение, так как $E = -Blv \sin\beta$, а $\beta = \frac{\pi}{2}$, т. е. $\sin\beta = 1$. Ток существует при замыкании цепи. Во втором случае $\beta = 0$, $\sin\beta = 0$ и $E = 0$. Индукционного тока нет.

709(э). К замкнутой на гальванометр катушке приближают постоянный магнит так, как изображено на рисунке 211. Определите направление индукционного тока в катушке. Ответ проверьте на опыте.

Решение. Согласно правилу Ленца индукционный ток в катушке имеет такое направление, что его магнитное поле препятствует приближению магнита. Следовательно, у верхнего конца катушки должен возникнуть северный магнитный полюс. По правилу буравчика устанавливаем, что ток направлен в витках катушки по часовой стрелке, если смотреть на катушку снизу. В правильности ответа убеждаемся по показаниям гальванометра, для которого предварительно определяем отклонение стрелки при прохождении тока, например, от *а* к *б*.

710. Какое направление будет иметь индукционный ток в проводнике *cd* (рис. 212), если цепь с проводником *ab* замкнуть? разомкнуть? если ток в проводнике *ab* увеличить? уменьшить?

Решение. При замыкании цепи с проводником ab ток в ней устанавливается в направлении от a к b и вокруг проводника возникает магнитное поле. По правилу Ленца в соседнем проводнике индукционный ток должен течь от d к c, чтобы создавать магнитное поле с противоположным направлением вектора индукции. То же будет и при увеличении тока в цепи ab.

При размыкании цепи с проводником ab или при уменьшении тока в ней в проводнике cd будет возникать индукционный ток в направлении от c к d.

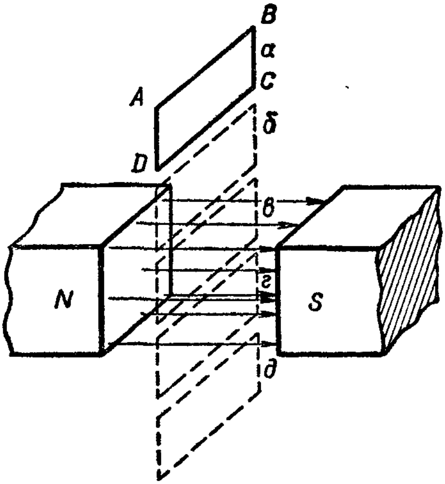


Рис. 213.

711. Прямоугольная проволочная рамка $ABCD$ (рис. 213) движется вертикально вниз между полюсами постоянного магнита. Определите направление индукционного тока в рамке при ее движении, когда она занимает положения *а*, *б*, *в*, *г* и *д*.

Решение. Магнитное поле между полюсами магнитов считаем однородным (B = const). Вне зазора между магнитами, если пренебречь магнитным полем Земли, $B = 0$. В положениях *а* и *д* в рамке, площадь которой S = const, нет индукционного тока, так как $B = 0$. Нет тока и в положении *в*, так как $\Phi = BS$ = const, $\Delta\Phi = 0$. Индукционный ток возникает только при изменениях магнитного потока Φ, т. е. когда рамка входит в магнитное поле и выходит из него (положения *б* и *г*).

Вблизи положения *б* магнитный поток, пронизывающий контур рамки, растет, поэтому ток в рамке должен течь от A к B и от C к D. При этом магнитный поток, создаваемый индукционным током в рамке, препятствует росту основного магнитного потока через рамку. Этот же вывод можно получить и по правилу правой руки, применив его к проводнику DC (а не AB, который еще не вошел в зазор между полюсами магнита).

Аналогично получаем, что вблизи положения *г* ток течет в контуре от B к A и от D к C.

712. Прямолинейный проводник длиной $l = 0{,}5$ *м* движется в магнитном поле со скоростью $v = 6$ *м/сек* под углом $\beta = 30°$ к вектору индукции B. Определите индукцию магнитного поля, если в проводнике возникает э.д.с. электромагнитной индукции $E = 3$ *в*.

Решение. $E = -Blv\sin\beta$. При расчетах знак минус может быть опущен. Искомая величина $B = \dfrac{E}{lv\sin\beta}$, т. е.

$$B = \frac{3в}{0{,}5\,м \cdot 6\,\frac{м}{сек} \cdot \frac{1}{2}} = 2\,\frac{в \cdot сек}{м^2}\ (тл).$$

713. Каково максимальное значение э.д.с. индукции в квадратной рамке со стороной $a = 10$ *см*, вращающейся в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}1$ *тл* вокруг оси, которая проходит через середины противоположных сторон, с угловой скоростью $60\,сек^{-1}$, если вектор B перпендикулярен к оси рамки (рис. 214)?

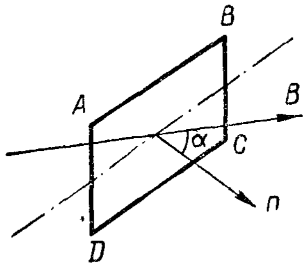


Рис. 214.

Решение 1. Магнитный поток, пронизывающий рамку, определяют по формуле $\Phi = BS\cos\alpha$. Угол поворота при равномерном вращении рамки $\alpha = \omega t$. За малый промежуток времени Δt рамка повернется на угол $\Delta\alpha = \omega\Delta t$.

$$E = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \text{ и } \Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2,$$

где Φ_1 — поток в момент $t_1 = t$, а Φ_2—поток в момент $t_2 = t + \Delta t$.

Но $\Phi_1 = BS\cos\alpha = BS\cos\omega t$ и $\Phi_2 = BS\cos(\alpha + \Delta\alpha) = BS\cos\omega(t + \Delta t)$;

$$\text{Тогда } E = -\frac{\Phi_1 - \Phi_2}{\Delta t} = \frac{BS\cos\omega t - BS\cos\omega(t + \Delta t)}{\Delta t} = \frac{BS[\cos\omega t - \cos\omega(t + \Delta t)]}{\Delta t}.$$

Преобразуем $\cos\omega t - \cos\omega(t + \Delta t) = 2\sin\omega\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) \cdot \sin\frac{\omega\Delta t}{2}$.

Для малых углов $\sin\omega\frac{\Delta t}{2} \approx \omega\frac{\Delta t}{2}$, а для $\Delta t \to 0$ $\sin\omega\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right) \approx \sin\omega t$. Окончательно получаем:

$$E = -\frac{2BS\,\omega\Delta t\sin\omega t}{2\Delta t} = -BS\,\omega\sin\omega t.$$

По сути дела здесь элементарным путем проведено дифференцирование. Если задачу будут решать учащиеся, знакомые с производными тригонометрических функций, то следует прямо записать

$$\Phi = BS\cos\omega t \text{ и } E = -\frac{d\Phi}{dt} = -BS\,\omega\sin\omega t.$$

Максимальное значение E будет при $\sin\omega t = 1$; т. е. $E_{макс} = -BS\omega$.

Легко подсчитать, что $E_{макс} = 0{,}1\ тл \cdot 0{,}01\,м^2 \cdot 60\,\frac{1}{сек} = 0{,}06\ в$.

При действиях с наименованиями надо иметь в виду, что

$$1\ \text{тл} = 1\,\frac{\text{в} \cdot \text{сек}}{\text{м}^2}.$$

При $\alpha = \omega t = 0, \pi, 2\pi, \ldots$, т.е. при $\alpha = 2n\frac{\pi}{2}$ $E = 0$.

При $\alpha = \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi, \frac{5}{2}\pi, \ldots$, т. е. при $\alpha = (2n+1)\frac{\pi}{2}$ $E = E_{\text{макс}}$.

Величина потока Φ при $\alpha = 2n\frac{\pi}{2}$ будет, наоборот, максимальной, а при $\alpha = (2n+1)\frac{\pi}{2}$ — равна нулю.

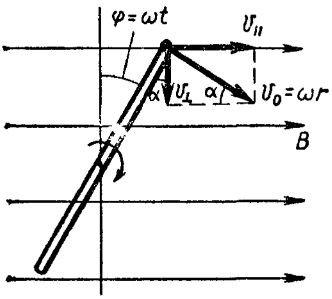


Рис. 215

Решение 2. Э.д.с. при вращении рамки будет возникать только в сторонах AB и CD. Важно, что возникающие в этих сторонах рамки э.д.с. складываются друг с другом. Известно, что $E = Blv \sin\beta$. В данном случае $l = 2a$, $v = \omega\frac{a}{2}$, $\beta = \omega t$.

В итоге получаем:

$$E = 2aB\omega\,\frac{a}{2}\sin\omega t = Ba^2\omega\sin\omega t =$$

$$= BS\sin\omega t, \text{ так как } S = a^2.$$

Решение 3. На рисунке 215 показан вид сбоку на вращающуюся рамку. $E = 2E_1$, где E_1 — э.д.с., возникающая в стороне рамки длиной $l = a$. Значение E_1 выражаем через $v_{\perp}$. $v_{\perp} = v_0\sin\omega t$, а $v_0 = \omega r$, причем $r = \frac{a}{2}$. Поэтому $E_1 = Blv_{\perp} = Bl\omega r\sin\omega t$. $E = 2E_1 = 2B\,\omega l r \sin\omega t = B\,\omega S\sin\omega t$, так как $2lr = S$. Легко проверить, что

$$S = 2lr = 2a \times \frac{a}{2} = a^2.$$

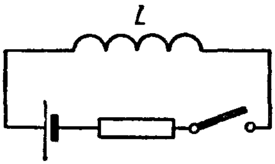


Рис. 216.

714. Как будет меняться ток при замыкании и размыкании цепи, схема которой изображена на рисунке 216?

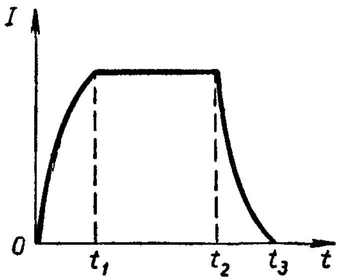


Рис. 217.

Решение. Если бы в цепи не было индуктивности, то ток возрастал бы до максимального значения

$I = \frac{E}{R+r}$ и уменьшался бы до нуля мгновенно. В действительности же ток постепенно достигает максимума за время t_1 (рис. 217) и постепенно уменьшается до нуля за промежуток времени от t_2 до t_3. Связано это с тем, что в катушке возникает э.д.с. самоиндукции $E_L = -\frac{L\Delta I}{\Delta t}$. Ток теперь определяется не только э.д.с. источника, но и э.д.с. индукции. Индукционный ток, создаваемый E_L, направлен против тока, создаваемого источником тока при замыкании, и по направлению тока источника при размыкании цепи.

715. Какова индуктивность катушки, если при постепенном изменении в ней тока от 5 до 10 *а* за 0,1 *сек* возникает э.д.с. самоиндукции, равная 20 *в*?

Решение. Э.д.с. самоиндукции $E = -\frac{L\Delta I}{\Delta t}$. Знак минус при решении можно не учитывать. $L = \frac{E\Delta t}{\Delta I}$. Подставив численные значения данных из условия задачи, получаем

$$L = \frac{20\ в \cdot 0,1\ сек}{5а} = 0,4\frac{в\ \ сек}{а}\ (гн).$$

716. Вычислите энергию магнитного поля катушки с $L = 0,5гн$ при токе $I = 2а$.

Решение. Энергия магнитного поля катушки с током

$$W = \frac{LI^2}{2};\ \text{ т. е. } W = \frac{0,5\ гн \cdot 4а^2}{2} = 1дж.$$

Действия с наименованиями:

$$1\ гн \cdot а^2 = 1\ ом \cdot сек \cdot а^2 = 1\,\frac{в \cdot сек \cdot а^2}{а} = 1а \cdot в \cdot сек = 1\ дж.$$

ГЛАВА 29

ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОНИКИ

В этой главе объединены задачи об электронных явлениях в вакууме, токе в электролитах и газах, а также об электрических свойствах полупроводников. Электрический ток в газах и электрические свойства полупроводников в средней школе изучают качественно. Естественно, по этим вопросам решают только качественные задачи. По электролизу и движению заряженных частиц в вакууме решают и количественные задачи. При решении задач на движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях используют законы кинематики и динамики материальной точки.

1. Электрический ток в вакууме

Зная работу выхода $A_{вых}$ электрона для конкретного металла, можно определить значение нормальной составляющей скорости электронов в металле — $v_н$, при которой электрон может покинуть металл. Кинетическая энергия электрона в этом случае $\frac{mv_н^2}{2} \geqslant A_{вых}$, откуда $v_н = \frac{\sqrt{2A_{вых}}}{m}$, где m — масса электрона.

Заряд q, уходящий с катода за время t, можно найти по формуле $q = ent$, где n — число электронов, уходящих за секунду, e — заряд электрона.

Рассмотрим движение электрона в однородном электрическом поле в общем случае.

Пусть электрон (рис. 218) имеет начальную скорость $\vec{v}_0$, образующую с напряженностью $\vec{E}$ угол α. Разложим $\vec{v}_0$ на две составляющие: $\vec{v}_{0\perp}$—по нормали к $\vec{E}$ и $\vec{v}_{0\parallel}$ — по направлению вектора $\vec{E}$. Скорость по нормали к $\vec{E}$ не будет изменяться, т. е. электрон в этом направлении движется равномерно (по инерции) со скоростью $\vec{v}_{0\perp}$. Скорость электрона по направлению $\vec{E}$ изменяется, так как электрон получает ускорение $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{e\vec{E}}{m}$.

Скорость электрона $\vec{v}_{\parallel} = \vec{v}_{0\parallel} + \vec{a}t = \vec{v}_{0\parallel} + \frac{e\vec{E}}{m}t$,

где t — время движения электрона в электрическом поле. Вектор скорости электрона в любой момент времени представляет собой геометрическую сумму $\vec{v} = \vec{v}_{0\perp} + \vec{v}_{\parallel}$.

В IX классе рассматривают в основном два случая.

а) Начальная скорость электрона $\vec{v}_0$ направлена вдоль вектора

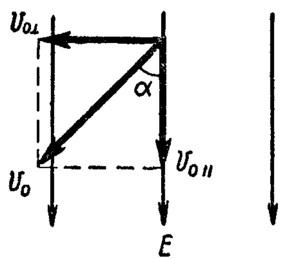


Рис. 218.

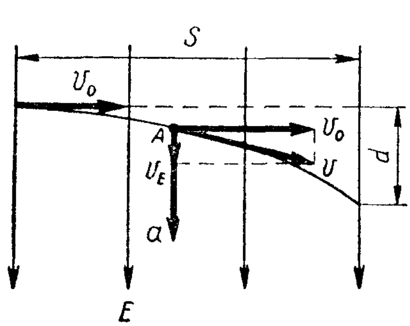


Рис. 219.

напряженности $\vec{E}$, т. е. $\alpha = 0$. Тогда электрон движется равноускоренно по линии напряженности электрического поля, скорость его $\vec{v}$ и энергия $W = \frac{mv^2}{2}$ все время возрастают. Скорость $\vec{v}_0$ может быть и равна нулю.

б) Начальная скорость электрона перпендикулярна к вектору $\vec{E}$, т. е. $\alpha = \frac{\pi}{2}$. Электрон в этом случае совершает сложное движение: по направлению $\vec{v}_0$ — равномерное по инерции и по направлению $\vec{E}$ — равноускоренное без начальной скорости. Траектория этого движения — парабола (рис. 219). Например, в точке A электрон обладает скоростями $\vec{v}_0$ и $\vec{v}_E$. Вектор скорости $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}_E$ направлен по касательной к траектории. Вектор ускорения $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{e\vec{E}}{m}$ совпадает по направлению с $\vec{E}$.

Время движения электрона $t = \frac{s}{v_0}$, где s — путь электрона по направлению, перпендикулярному $\vec{E}$. Перемещение по направлению $\vec{E}$ за то же время t равно $d = \frac{at^2}{2} = \frac{eEs^2}{2mv_0^2}$.

Движение электрона в этом случае аналогично движению горизонтально брошенного тела в поле силы тяжести. Заметим, что нами не учитывалось действие силы тяжести, что вполне допустимо, так как обычно $m\vec{g} \ll e\vec{E}$.

При движении электрона в магнитном поле надо учитывать действие силы Лоренца $F_л$. Пусть индукция однородного магнитного поля $\vec{B}$, а электрон обладает скоростью $\vec{v}_0$, образующей угол α с $\vec{B}$ (рис. 220). Тогда $F_л = eBv_0 \sin\alpha$, а направление ее определяется по правилу левой руки. При этом надо учитывать, что направ-

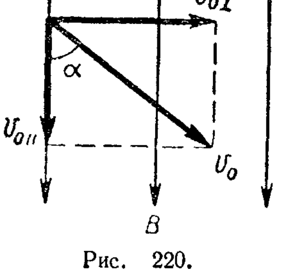


Рис. 220.

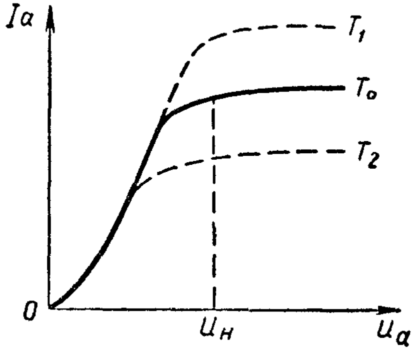


Рис. 221.

ление тока, эквивалентного потоку электронов, надо брать противоположным направлению движения электронов.

Если $\alpha = \frac{\pi}{2}$, то электрон движется по окружности, так как сила Лоренца всегда перпендикулярна $\vec{v}_0$ и играет роль центростремительной силы. Если $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, то электрон движется по винтовой линии. Это движение можно представить как движение, состоящее из равномерного движения по окружности в плоскости, нормальной к $\vec{B}$, и равномерного движения по направлению $\vec{B}$ со скоростью $\vec{v}_{0\parallel}$.

В средней школе при решении задач можно ограничиться только случаем, когда $\alpha = \frac{\pi}{2}$, т. е. движением электрона (или другой заряженной частицы) по окружности. Движение частиц в одновременно действующих электрическом и магнитном полях в задачах не рассматривают.

Задачи по данной теме целесообразно решать в следующем порядке:

1) Явление термоэлектронной эмиссии. Работа выхода электрона. Диод.

2) Движение частиц в однородном электрическом поле при $\vec{v}_0 = 0$ или $\vec{v}_0 \neq 0$, но совпадающей по направлению с $\vec{E}$. Триод.

3) Электроннолучевая трубка с электростатическим управлением. Движение заряженных частиц в электрическом поле при $\vec{v}_0$, нормальной к $\vec{E}$. Электроннолучевая трубка с магнитным управлением.

Задачи, в которых $\vec{v}_0$ составляет с $\vec{E}$ и $\vec{B}$ некоторые углы $\alpha \neq 0$ или $\frac{\pi}{2}$, являются задачами повышенной трудности.

717. Работа выхода электрона для вольфрамовой нити $A_{вых} = 4{,}5$ *эв*. Какую минимальную скорость должны иметь вылетающие из катода электроны?

Решение. Обозначив минимальную скорость по нормали к поверхности катода $v_н$, запишем

$$\frac{mv_н^2}{2} = A_{вых}; \quad v_н = \sqrt{\frac{2A_{вых}}{m}}.$$

В системе СИ 1 *эв* $= 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *дж*, а масса электрона $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ *кг*.

Подставляем числовые данные и получаем

$$v_н = \sqrt{\frac{2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ дж}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ кг}} \approx 1{,}3 \cdot 10^6\ \frac{м}{сек}.$$

При действиях с наименованиями надо учитывать, что

$$1\ \text{дж} = 1\ н \cdot 1\ м, \text{ а } 1\ н = 1\ \frac{кг \cdot м}{сек^2}.$$

718. На рисунке 221 сплошной кривой изображена зависимость анодного тока диода $I_а$ от напряжения между анодом и катодом $U_а$ при неизменной температуре нити накала T_0. Ответьте на следующие вопросы: а) Справедлив ли закон Ома для этого случая? б) Почему при некотором $U_а > U_н$ график параллелен оси $U_а$? в) Как изменится характеристика диода для более высоких (низких) температур нити накала?

Решение. а) Зависимость $I_а$ от $U_а$ не линейная. Следовательно, закон Ома здесь несправедлив.

б) При $U_а > U_н$ ток достигает насыщения. $I_н = \text{const}$. При этом все электроны, эмитированные катодом, под действием электрического поля достигают анода. Величина тока в лампе ограничена эмиссией катода.

в) При изменении температуры катода меняется эмиссия электронов. При увеличении температуры катода ($T_1 > T_0$) растет эмиссия электронов и ток насыщения увеличивается. При понижении температуры катода ($T_2 < T_0$) эмиссия и ток насыщения уменьшаются. На рисунке 221 пунктиром даны характеристики диода для $T_1 > T_0$ и $T_2 < T_0$.

719. Сколько электронов эмитирует ежесекундно катод при токе насыщения $I_н = 10$ *ма*?

Решение. Сила тока $I = \frac{q}{t}$; где q— заряд, эмитируемый катодом за время t. Этот заряд $q = ent$, где e — заряд электрона, а n — число эмитируемых электронов в 1 *сек*.

Тогда при токе насыщения, когда все эмитированные в единицу времени электроны в эту же единицу времени попадают на анод, $I_н = \frac{q}{t} = \frac{ent}{t} = en$. Отсюда искомая величина $n = \frac{I_н}{e}$. Подставив численные значения $I_н$ и e, получаем

$$n = \frac{10 \cdot 10^{-3}\ а}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ к} \approx 6{,}3 \cdot 10^{16}\ \frac{1}{сек}.$$

Необходимо разъяснить учащимся, что в задаче надо брать обязательно ток насыщения, а не какое-либо значение анодного тока. При насыщении все эмитируемые электроны движутся к аноду. При другом токе $I = en't$, но n'—не число эмитируемых в единицу времени электронов, а число электронов, достигающих анода в 1 *сек*.

720. Определить ускорение, время движения и конечную скорость электронов у анода, если их скорость у катода равна нулю, разность потенциалов между катодом и анодом $\varphi_1 - \varphi_2 = U =$

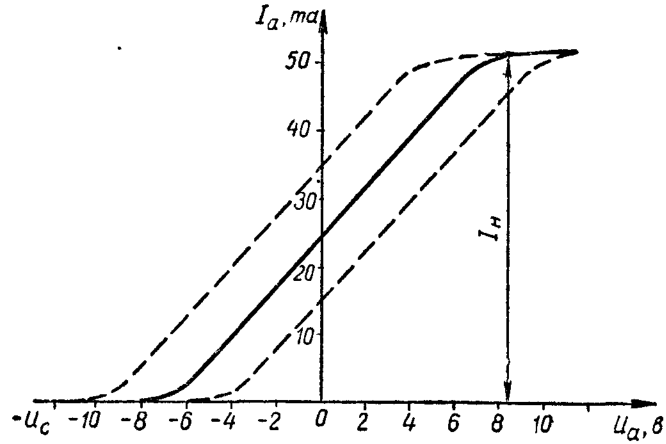


Рис. 222.

$= 300$ *в*, а расстояние между ними $l = 1$ *см*. Электрическое поле считать однородным.

Решение 1. Под действием электрического поля электроны получают ускорение $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{e\vec{E}}{m}$, конечная скорость электронов у анода $\vec{v} = \vec{a}t$. Время движения t определяют из уравнения движения $l = \frac{at^2}{2} = \frac{eE}{2m}t^2$, откуда $t = \sqrt{\frac{2ml}{eE}}$.

Учитывая, что $E = \frac{U}{l}$, получаем $t = \sqrt{\frac{2ml^2}{eU}} = l\sqrt{\frac{2m}{eU}}$.

Окончательно имеем:

$$a = \frac{eE}{m} = \frac{eU}{ml}; \quad v = at = \frac{eU}{lm} \cdot l \cdot \sqrt{\frac{2m}{eU}} = \frac{eU}{m}\sqrt{\frac{2m}{eU}} = \sqrt{\frac{2eU}{m}}.$$

Решение 2. Изменение кинетической энергии электронов $\frac{mv^2}{2}$ равно совершаемой электрическим полем работе eU. Из уравнения $\frac{mv^2}{2} = eU$ находим конечную скорость $v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$.

Электроны движутся равноускоренно и путь $l = \frac{at^2}{2} = v_{ср}t = \frac{v}{2}t$, так как при $v_0 = 0$ $v_{ср} = \frac{v}{2}$. Отсюда $t = \frac{2l}{v} = \frac{2l}{\sqrt{\frac{2eU}{m}}} = l\sqrt{\frac{2m}{eU}}$. Ускорение $a = \frac{v}{t} = \frac{eU}{lm}$. Вычисления дают $v \approx 1{,}0 \times 10^7$ $\frac{м}{сек}$; $t \approx 2 \cdot 10^{-9}$ *сек* и $a \approx 5 \cdot 10^{15}$ $\frac{м}{сек^2}$.

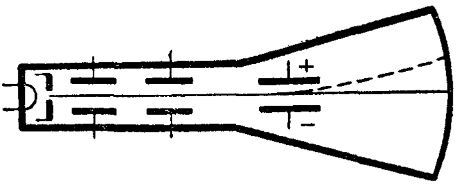


Рис. 223.

721. На рисунке 222 изображена сеточная характеристика трехэлектродной электронной лампы. По данной характеристике определите: а) величину сеточного напряжения, запирающего триод; б) величину тока насыщения; в) как изменится характеристика триода, если напряжение на аноде увеличить? уменьшить?

Решение. Ток $I_a = 0$ при $U_c = -8$ *в*. Это напряжение «запирает» лампу. Ток насыщения $I_н = 50$ *ма*.

При изменении анодного напряжения характеристика будет сдвигаться влево или вправо. Пусть напряжение U_a стало меньше: $U_{a_1} < U_{a_0}$. При $U_c = 0$ анодный ток становится меньше. I_a станет равным нулю при напряжении на сетке, меньшем $U_c = -6$ *в*. Следовательно, характеристика сдвинется вправо. При $U_{a_2} > U_{a_0}$ характеристика сдвинется влево (на рис. 222 эти характеристики изображены пунктиром). Важно подчеркнуть, что ток насыщения не изменится, так как он определяется эмиссией катода, которая не меняется. В средней школе рассматривают только статические характеристики ($U_a = \mathrm{const}$).

722. Как изменит направление своего движения электронный пучок в электроннолучевой трубке с электростатическим управлением, если на управляющие пластины подать напряжение, полярность которого указана на рисунке 223?

Решение. Электронный пучок под действием электрического поля отклонится вверх (на рис. 223 это показано пунктиром.) Внутри конденсатора траектория электронов — парабола, вне пластин конденсатора — прямая линия, так как электроны движутся по инерции.

723. Электронный пучок с энергией электронов $W = 3000$ *эв* движется в вакууме параллельно пластинам незаряженного конденсатора. Найдите величину вертикального смещения h электронного пучка на выходе из конденсатора, если на конденсатор подать напряжение $U = 600$ *в*. Длина пластин конденсатора $l = 6$ *см*, а расстояние между ними $d = 3$ *см*.

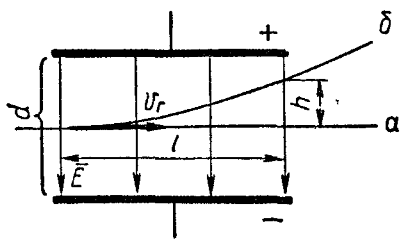


Рис. 224.

Решение. На рисунке 224 изображена траектория движения электронов в незаряженном (*а*) и заряженном (*б*) конденсаторе. Величина скорости движения электронов по инерции $v_г$

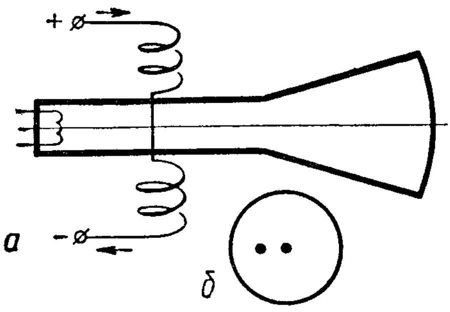


Рис 225

определяется их энергией:

$$W=\frac{mv_г^2}{2};\ v_г=\sqrt{\frac{2W}{m}}.$$

Время движения электронов между пластинами конденсатора

$$t=\frac{l}{v_г}=\frac{l}{\sqrt{\frac{2W}{m}}}=\frac{lm}{W}\cdot\sqrt{\frac{W}{2m}}.$$

Силу тяжести можно не учитывать, так как обычно $mg \ll eE$. Считаем, что по вертикали электрон перемещается только под действием электрического поля. На электрон действует сила $\vec{F}=e\vec{E}$, электрон получает ускорение $\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}=\frac{e\vec{E}}{m}$. Но величина напряженности поля $E=\frac{U}{d}$, поэтому величина $a=\frac{eU}{md}$. За время t электрон сместится по вертикали на

$$h=\frac{at^2}{2}=\frac{eUl^2m^2W}{2mdW^22m}=\frac{eUl^2}{4dW}.$$

Подставив численные значения e, U, d и W, получим

$$h=\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\ к\cdot 600\ в\cdot 36\cdot 10^{-4}\ м^2}{4\cdot 3\cdot 10^2\ м\cdot 3000\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\ дж}\approx 6\cdot 10^{-3}\ м$$

(энергия электронов выражена в джоулях: $1\ эв=1{,}6\cdot 10^{-19}\ дж$). При действиях над наименованиями надо учитывать, что $1\ дж = 1\ в\cdot 1\ к$.

724. Как изменит направление своего движения электронный пучок в электроннолучевой трубке с магнитным управлением, если ток в обмотке электромагнитов будет направлен так, как показано на рисунке 225, *а*.

Решение. Определим по правилу буравчика полюсы электромагнитов. Векторы индукции $\vec{B}$ или напряженности $\vec{H}$ направлены вертикально вниз. По правилу левой руки определяем направление силы Лоренца, действующей на электроны. Пучок смещается в горизонтальной плоскости на нас. Если смотреть на экран трубки (рис. 225, *б*), то светящаяся точка сместится влево.

2. Электрический ток в электролитах

При прохождении тока через электролит на электродах выделяется вещество, масса которого $m = kIt$ (первый закон Фарадея), где I — сила тока, t — время протекания тока, а k — коэффициент пропорциональности, получивший название электрохимического эквивалента вещества.

Причина электролиза состоит в том, что электролит диссоциирует на ионы, которые движутся под действием электрического поля между электродами и оседают на этих электродах.

В формуле первого закона Фарадея I — полный ток в электролите, равный сумме токов как положительных, так и отрицательных ионов. Обычно это вызывает затруднение у учащихся, которые считают, что к катоду движутся положительные ионы и надо брать ток, равный только току положительных ионов.

Второй закон Фарадея утверждает пропорциональность электрохимических (k) и химических (x) эквивалентов вещества, т. е. $\frac{k}{x} = \text{const} = C$. Величина $C = \frac{1}{F}$, где F — число Фарадея, равное заряду, который должен пройти через электролит, чтобы выделить из него вещество, масса которого численно равна химическому эквиваленту. Химический эквивалент вещества $x = \frac{A}{n}$, где A — атомный вес, а n — валентность вещества.

Объединенный закон Фарадея имеет вид $m = C\frac{A}{n}It$.

Задачи по электролизу в основном и сводятся к определению входящих в данную формулу величин.

При выделении вещества на электродах возникает так называемая э.д.с. поляризации — $E_{\text{пол}}$. Ток в цепи уменьшается и становится равным $I = \frac{U - E_{\text{пол}}}{R}$, где U — напряжение между электродами в электролитической ванне, а R — сопротивление цепи. В большинстве задач в средней школе $E_{\text{пол}}$ не учитывают, так как рассматривают случай, когда $U \gg E_{\text{пол}}$.

Вначале решают тренировочные задачи типа 725, 726, потом более сложные.

725. При серебрении изделия за 3 *ч* на катоде отложилось 4,55 *г* серебра. Определите силу тока при электролизе.

Решение. По первому закону электролиза $m = kIt$, откуда $I = \frac{m}{kt}$. Значение $k_{\text{сер}} = 1{,}118 \cdot 10^{-6}\ \frac{кг}{к}$ берем из таблиц.

$$I = \frac{4{,}55 \cdot 10^{-3}\,кг}{1{,}118 \cdot 10^{-6}\,\frac{кг}{к} \cdot 3 \cdot 3600\ сек} \approx 0{,}38\ a.$$

Серебро, как и все металлы, откладывается на катоде, так как ионы металла положительные.

726. Сколько никеля выделится при электролизе за время $t = 1$ *ч* при токе $I = 10$ *а*, если известно, что атомный вес никеля $A = 58{,}71$, а валентность $n = 2$?

Решение. Массу никеля определяем по объединенному закону Фарадея $m = C\frac{A}{n}It$, $m = 1{,}036 \cdot 10^{-8}\ \frac{кг \cdot экв}{к} \cdot \frac{58{,}71}{2}\ \frac{кг}{кг \cdot экв} \times$ $\times\ 10\ а \cdot 3600\ сек \approx 11 \cdot 10^{-3}\ кг$.

727. При электролизе раствора $ZnSO_4$ была затрачена энергия $W = 20$ *гвт · ч*. Определить массу выделившегося цинка m, если напряжение на зажимах ванны $U = 4$ *в*.

Решение. По первому закону Фарадея $m = kIt$. Неизвестное значение It выразим через работу тока A и напряжение U: $A = IUt$, откуда $It = \frac{A}{U}$ или $It = \frac{W}{U}$. Тогда $m = k\frac{W}{U}$. Для цинка $k = 0{,}34 \cdot 10^{-6}\frac{кг}{к}$. $A = 20\ гвт \cdot ч = 20 \cdot 100\ вт \cdot 3600\ сек =$ $= 7{,}2 \cdot 10^6\ дж$. Учтем также, что $1\ дж = 1к \cdot 1в$.

$$m = \frac{0{,}34 \cdot 10^{-6}\frac{кг}{к} \cdot 7{,}2 \cdot 10^6\ дж}{4в} \approx 0{,}61\ кг.$$

728. Сколько времени из раствора $CuSO_4$ будет наращиваться слой меди толщиной 0,01 *мм* при плотности тока в электролите $j = 0{,}5\ \frac{а}{дм^2}$? Э.д.с. поляризации не учитывать.

Решение. В условии задачи не случайно оговорено, что электролиз идет в растворе $CuSO_4$. В этом случае валентность меди $n = 2$ и электрохимический эквивалент меди $k = 0{,}33 \cdot 10^{-6}\ \frac{кг}{к}$. Возможен электролиз и при одновалентных ионах меди.

В формулы по законам электролиза входит сила тока I, а не плотность тока j, но $I = jS$, где S — площадь поперечного сечения проводника — электролита между электродами.

По первому закону Фарадея $m = kIt$. Отсюда искомая величина $t = \frac{m}{kjS}$. Выразим массу m через плотность меди $\rho = 8{,}9 \times$ $\times\ 10^3\ \frac{кг}{м^3}$ и объем $V = hS$, где h — толщина слоя меди, а S — площадь поверхности электрода: $m = \rho hS$. Тогда $t = \frac{\rho hS}{kjS} = \frac{\rho h}{kj}$. Подставив численные значения ρ, h, k и j, получим

$$t = \frac{8{,}9 \cdot 10^3\ \frac{кг}{м^3} \cdot 1 \cdot 10^{-5}\ м}{0{,}33 \cdot 10^{-6}\ \frac{кг}{к} \cdot 50\ \frac{а}{м^2}} \approx 5{,}4 \cdot 10^3\ сек \approx 1{,}5\ ч.$$

729. Определите массу серебра, выделившегося на катоде при электролизе азотнокислого серебра за время $t = 2$ *ч*, если к ванне приложено напряжение $U = 2$ *в*, сопротивление ванны $R = 5$ *ом*, а э.д.с. поляризации $E_{пол} = 0{,}8$ *в*.

Решение. По первому закону Фарадея $m = kIt$. Ток в цепи с учетом э.д.с. поляризации $I = \frac{U - E_{пол}}{R}$, а $m = k \cdot \frac{U - E_{пол}}{R} \cdot t$. Вычисления дают значение

$$m = 1{,}118 \cdot 10^{-6} \frac{кг}{к} \cdot \frac{2\,в - 0{,}8\,в}{2\,ом} \cdot 2 \cdot 3600\,сек \approx 4{,}7 \cdot 10^{-3}\,кг.$$

730. Определите стоимость получения 10 *кг* рафинированной меди, если электролиз идет при напряжении $U = 10\,в$, к.п.д. установки $\eta = 75\%$, тариф $B = 4\frac{коп}{квт \cdot ч}$. Э.д.с. поляризации не учитывать.

Решение. Рафинированная медь получается при электролизе $CuSO_4$, т. е. медь здесь двухвалентна. В этом случае $k = 0{,}33 \times \times 10^{-6} \frac{кг}{к}$. Тариф $B = 4\frac{коп.}{квт \cdot ч} = 1{,}11 \cdot 10^{-6} \frac{коп}{дж}$.

Стоимость электроэнергии

$$S = BW_{затр}, \text{ но } \frac{W_{полезн}}{W_{затр}} = \eta,$$

поэтому $S = \frac{BW_{полезн}}{\eta}$, а $W_{полезн} = IUt$.

Величину It определяем по первому закону Фарадея: $It = \frac{m}{k}$.

$$S = \frac{BUm}{\eta k}.$$

Вычисления дают значение

$$S = \frac{1{,}11 \cdot 10^{-6} \frac{коп}{дж} \cdot 10\,в \cdot 10\,кг}{0{,}33 \cdot 10^{-6} \frac{кг}{к} \cdot 0{,}75} \approx 4\text{ р. } 44\text{ к.}$$

731. Сколько атомов хлора и железа выделится из раствора хлористого железа при пропускании через электролит в течение 1 *ч* тока силой $I = 1\,a$?

Решение. Хлор одновалентен ($n = 1$). Масса выделившегося хлора $m = Nm_0$, где N — число атомов, а m_0 — масса одного атома хлора. Массу m находят по первому закону Фарадея: $m = kIt$. Из таблиц для хлора $k = 0{,}367 \cdot 10^{-6} \frac{кг}{к}$. Масса одного атома (иона) хлора $m_0 = \frac{A}{N_0}$, где A — масса килограмм-атома, а N_0 — число атомов в килограмм-атоме. Известно, что $N_0 = 6{,}025 \cdot 10^{26} \frac{1}{кг\text{-}атом}$ (число Авогадро). Хлор имеет атомный вес $A = 35{,}5$.

$$N = \frac{m}{m_0} = \frac{kItN_0}{A} \approx 2{,}2 \cdot 10^{22}.$$

Железо двухвалентно ($n = 2$), значит, число ионов железа, прошедших через раствор, и число выделившихся атомов в 2 раза меньше числа ионов хлора.

Хлор выделяется на аноде, а железо на катоде.

3. Электрический ток в газах

Свободные носители тока в газах проходят от одного соударения с нейтральными молекулами до другого расстояние λ, получившее название длины свободного пробега.

На этом расстоянии движение заряженных частиц под действием электрического поля можно считать равноускоренным.

При решении задач о токе в газах в основном используют зависимость тока I от напряжения U в газовом промежутке (рис. 226). В количественных задачах рассчитывают либо напряженность поля, либо скорость частиц, при которой возникает ионизация.

Пусть энергия ионизации $W_{\text{ион}}$. Электрон с зарядом e в однородном электрическом поле с напряженностью E на расстоянии λ приобретает энергию $\frac{mv^2}{2} = eE\lambda$. Если $\frac{mv^2}{2} \geqslant W_{\text{ион}}$, то возможна ионизация. Минимальное значение E, при котором возможна ионизация, находят по формуле $E_{\text{мин}} = \frac{W_{\text{ион}}}{e\lambda}$. Минимальная скорость частиц, способных произвести ионизацию,

$$v_{\text{мин}} = \sqrt{\frac{2W_{\text{ион}}}{m}}.$$

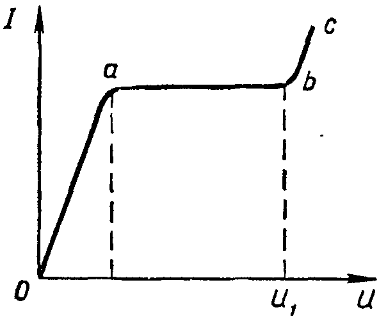


Рис. 226

732. Как изменится график зависимости силы тока I от напряжения U в газовом промежутке (рис. 226), если ионизатор будет действовать более интенсивно?

О т в е т. При усилении действия ионизатора возрастает ток насыщения (участок ab), общий характер зависимости I от U не изменяется.

733. Докажите, что при понижении давления газа ионизация ударом будет возникать при меньшем напряжении U между обкладками конденсатора.

Р е ш е н и е. Энергия электрона $\frac{mv^2}{2} = eE\lambda = e\frac{U}{d}\lambda$, где d — расстояние между пластинами конденсатора. Пусть ионизация происходит при $\frac{mv^2}{2} \geqslant W_{\text{ион}}$. Минимальное напряжение, достаточное для ионизации, $U_{\text{мин}} = \frac{W_{\text{ион}} a}{e\lambda}$, т. е. зависит от длины свободного пробега λ. При понижении давления газа длина свободного пробега λ растет, следовательно, напряжение U уменьшается.

734. Определите напряженность электрического поля, при которой может произойти ионизация молекул воздуха при нормальном давлении. Энергия ионизации $W_{\text{ион}} = 15$ *эв*, длина свободного пробега электрона $\lambda = 5 \cdot 10^{-4}$ *см*.

Решение. В задаче 733 было показано, что $U_{\text{мин}} = \frac{W_{\text{ион}} d}{e\lambda}$.

Однако $U = Ed$, тогда $E_{\text{мин}} = \frac{W_{\text{ион}}}{e\lambda}$. Подставив все значения в системе СИ: $W_{\text{ион}} = 15 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-19}$ *дж*, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$*к* и $\lambda = 5 \cdot 10^{-6}$ *м*, получаем $E_{\text{мин}} \approx 3 \cdot 10^{6} \frac{в}{м}$.

735. Энергия ионизации атомов ртути 10,4 *эв*. Какой наименьшей скоростью должен обладать электрон, чтобы произвести ионизацию атома ртути ударом?

Решение. Электрон приобретает при движении в электрическом поле кинетическую энергию $\frac{mv^2}{2}$. Минимальную скорость электрона, при которой уже возникнет ионизация, находят из уравнения $\frac{mv_{\text{мин}}^2}{2} = W_{\text{ион}}$, т. е. $v_{\text{мин}} = \sqrt{\frac{2W_{\text{ион}}}{m}}$.

Подставив значения W и m в системе СИ, получаем

$$v_{\text{мин}} \simeq \sqrt{\frac{2 \cdot 10{,}4 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ дж}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ кг}} \approx 1{,}9 \cdot 10^{6} \frac{м}{сек}.$$

4. Электрические свойства полупроводников

По данной теме решают преимущественно качественные задачи. При этом большое место занимают задачи о различных применениях полупроводников, а также задачи, в которых анализируют выраженные графически зависимости между физическими величинами, характеризующими электрические свойства полупроводников.

736. На графиках (рис. 227, *а* и *б*) приведены зависимости сопротивлений металла (*а*) и полупроводника (*б*) от температуры. Чем объясняется такое различие данных зависимостей?

Решение. Сопротивление металлического проводника с повышением температуры растет, так как число носителей тока в металле практически не изменяется, а число соударений электронов с ионами кристаллической решетки металла возрастает. Сопротивление полупроводника с повышением температуры, наоборот, уменьшается, так как при этом резко возрастает число носителей тока. Другие факторы играют здесь меньшую роль.

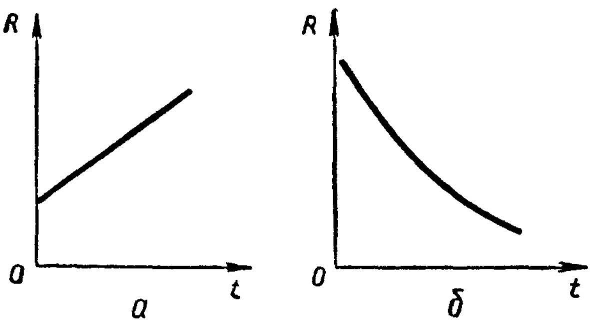


Рис. 227.

737. На рисунке 228 приведена зависимость силы тока I от напряжения U для фотосопротивления при некоторой освещенности E_0. Как будет меняться эта зависимость при изменении освещенности?

Решение. Проводимость фотосопротивления зависит от освещенности E. При росте освещенности проводимость увеличивается, т. е. сопротивление уменьшается. Зависимость силы тока I от напряжения U для фотосопротивления линейная (справедлив закон Ома). При изменении освещенности характер зависимости I от U не изменится, только график будет образовывать с осью U другой угол.

При $E_1 < E_0$ сопротивление увеличивается и график пойдет под меньшим углом к оси U. При $E_2 > E_0$ график образует больший угол с осью U, чем при освещенности E_0.

738. На рисунке 229 приведена вольтамперная характеристика германиевого диода. Определите прямой ток при $U = 0{,}5$ *в*; обратный ток при $U = -10$ *в*.

Ответ. Прямой ток $I_п = 1 \cdot 10^{-3}$ *а*, обратный ток $I_о = 0{,}1 \cdot 10^{-3}$ *а*.

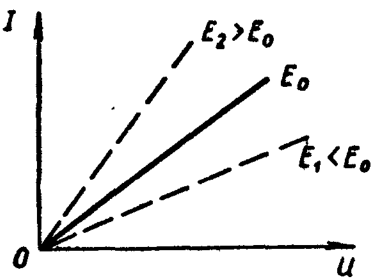


Рис. 228.

739. Начертите схемы однополупериодного выпрямителя на полупроводниковом диоде и двухполупериодного выпрямителя на полупроводниковых диодах.

Решение. Схемы приведены на рисунке 230, *а* и *б*. Надо показать, что при переменном напряжении в первичной обмотке трансформатора в цепях, составленных по этим схемам, ток по нагрузке R течет только в одном направлении. Условимся, что диод пропускает ток в направлении «острия». Графики перемениого напряжения и выпрямленного тока при однополупериодном и двухполупериодном выпрямлении приведены соответственно на рисунках 231 *а*, *б* и *в*.

740. Объясните работу выпрямителя, собранного по схеме, показанной на рисунке 232.

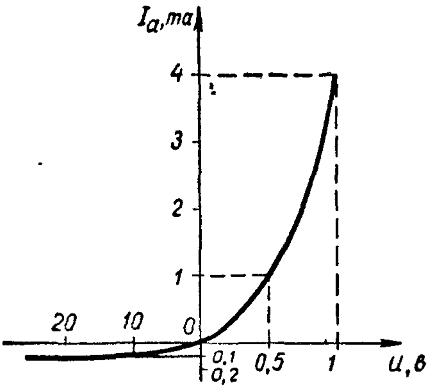


Рис. 229.

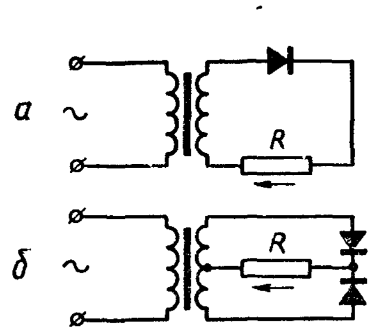


Рис 230

Решение. Переменное напряжение подводят к точкам A и D, а выпрямленное напряжение снимают между точками C и B. Пусть в данный момент потенциал точки A положительный, а D — отрицательный. Ток может идти только от точки A по ветви моста AB через нагрузку R и по ветви CD к точке D. При изменении полярности напряжения ток от точки D идет по ветви DB, через нагрузку R и ветвь CA к точке A. Через нагрузку ток протекает все время в одном направлении. Выпрямитель двухполупериодный. В один полупериод пропускают ток диоды 1, 2, а в другой полупериод — диоды 3 и 4.

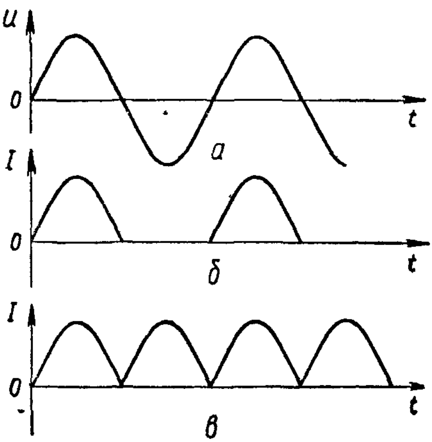


Рис. 231.

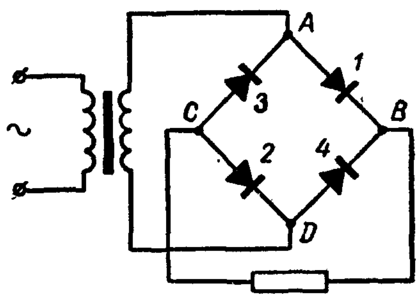


Рис. 232.

10

класс

ГЛАВА 30

МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ. ЗВУК

Колебательные и волновые процессы изучают в одном разделе. Этим подчеркивается огромная роль учения о колебаниях в современной науке и технике и то общее, что присуще этим движениям независимо от их природы.

Вначале изучают механические колебания, на примере которых вводят основные понятия и рассматривают важнейшие закономерности колебательных движений. При этом подробно рассматривают только наиболее простые, гармонические колебания, которые, однако, имеют очень большое значение, поскольку согласно теореме Фурье всякое периодическое колебание может быть представлено в виде суммы гармонических колебаний. В процессе решения задач учащиеся должны научиться пользоваться соответствующими формулами, осознать те специфические отличия, которые имеет колебательное движение по сравнению с равномерным и равномерно переменным. В этих целях сначала решают задачи по кинематике колебательного движения материальной точки. Как частный, но важный случай этого движения рассматривают движение математического маятника.

Вопросы динамики колебательного движения и превращения энергии углубляют с помощью задач об упругих колебаниях и задач о «тяжелом» маятнике. После этого решают задачи о сложении колебаний.

Распространение колебаний в упругой среде рассматривают главным образом на примере звуковых волн, в том числе полезно решить ряд задач об ультразвуке.

1. Гармонические колебания

При решении задач по этой теме нужно учитывать знания учащихся по математике. По новой программе будут изучаться производные тригонометрических функций и их свойства. Учащиеся должны хорошо запомнить прежде всего зависимость смещения точки от времени

$$x = A\sin(\omega t + \varphi_0).$$

Поскольку скорость колебательного движения v и ускорение a являются соответственно первой и второй производными этой функции:

$$v = \frac{dx}{dt} = v_0\cos(\omega t + \varphi_0) = A\,\omega\cos(\omega t + \varphi_0);$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = a_0\sin(\omega t + \varphi_0) = -A\,\omega^2\sin(\omega t + \varphi_0).$$

Для того чтобы избежать формально математического решения задач, нужно широко использовать эксперимент и графики.

Полезно также с помощью задач показать, как можно получить указанные зависимости без дифференцирования, используя законы кинематики и динамики (12, гл. V).

В тех случаях, когда начальная фаза φ_0 не является предметом изучения и не влияет на конечный результат, для простоты записей и экономии времени ее лучше полагать в условии задачи равной нулю. Однако учащиеся должны во всех случаях сначала записывать формулу в общем виде, а уже затем, в зависимости от конкретных данных упрощать ее.

Как показывает опыт, учащиеся не легко усваивают понятие о круговой частоте ω. На это надо обратить внимание, подчеркивая, что под знаком тригонометрической функции стоит всегда величина угла $\varphi = \omega t = \frac{2\pi}{T}t$. Если под знаком тригонометрической функции π принимают равным 180°, то значение угла получают в градусах. Если же принять, что $\pi = 3{,}14$, то угол получится в радианах. Для закрепления этих сведений полезно проверить решение ряда задач с помощью действий над размерностями величин, входящих в формулы гармонических колебаний. Смещение x, скорость v и ускорение a могут иметь одно и то же значение при различных углах или времени t, так как они выражаются циклическими функциями. При решении задач, если в том нет специальной необходимости, за величину угла φ можно принимать его наименьшее значение.

741. При колебательном движении пружинного маятника в соответствии с законом Гука на него действует сила $F = -kx$. Принимая во внимание эту формулу, ответьте на следующие вопросы: а) В чем отличие движения маятника от равномерного движения? б) В чем отличие его от движения равномерно переменного? в) В каком положении маятник имеет наибольшие и в каком наименьшие значения ускорения a и скорости v?

Ответ. а) В отличие от равномерного движения скорость тела меняется. Это следует из того, что на тело действует неуравновешенная сила; следовательно, тело движется с ускорением.

б) В отличие от равномерно переменного движения ускорение колеблющегося тела не постоянно. Это следует из формулы $a = \frac{F}{m} = -\frac{kx}{m}$. Ускорение a изменяется, так как изменяется сила F. Наибольшее по величине ускорение тело имеет в крайних (правом и левом) положениях при максимальном смещении x, а наименьшее, равное нулю, — при $x = 0$, т. е. в положении равновесия. В крайнем положении скорость тела $v = 0$. Затем скорость возрастает, поскольку есть ускорение, достигая максимального значения в положении равновесия.

742. Можно ли сказать, что смещение x пропорционально времени t или t^2?

Ответ. Нельзя. Зависимость $x = kt$ применима только для равномерного, а $x = kt^2$— для равномерно переменного движения.

743. Напишите уравнение гармонического колебания, амплитуда которого $A = 10$ *см*, период колебания $T = 0,5$ *сек*, $\varphi_0 = 0$.

Ответ. В общем случае $x = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_0\right)$. Для данных условий

$$x = 10 \sin \frac{2\pi}{0,5} t\ (см) = 10 \sin 4\pi t\ (см).$$

744. По данным предыдущей задачи постройте график гармонического колебания и определите по графику скорость точки в положении равновесия, через 0,075 и 0,125 *сек* после прохождения положения равновесия.

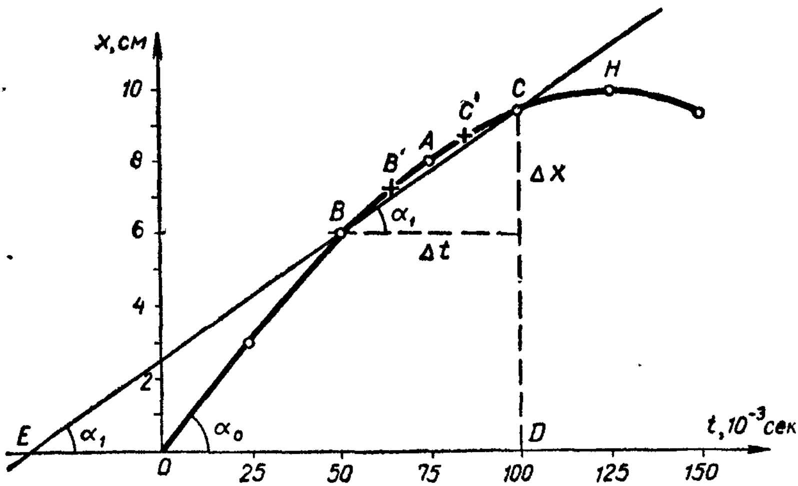


Рис. 233.

Указание. Масштаб выбрать для времени 1 *см* — 0,010 *сек*; для смещения 1 *см* — 1 *см*. График построить по семи точкам для промежутка времени 0 *сек* — 0,150 *сек*.

Решение. Составим таблицу и построим график (рис. 233).

Время, t 10^{-3} *сек*	0	25	50	75	100	125	150
Отклонение, $x = 10 \sin 4 \cdot 180\ t$ (*см*)	0	3,1	5,8	8,1	9,5	10	9,5

Скорость v_A тела, соответствующая точке A графика, численно равна тангенсу угла наклона касательной в точке A к оси времени. Касательную в точке A синусоиды можно провести на глаз, но лучше найти некоторое среднее значение скорости $v_{ср} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \operatorname{tg}\alpha_1 \approx v_A$ для небольшого интервала времени Δt.

$$v_A = \frac{9{,}5\ см}{0{,}132\ сек} \approx 72\frac{см}{сек}.$$

Для точки O

$$v_O \approx \operatorname{tg}\alpha_O \approx \frac{3{,}1}{0{,}025} \approx 124\left(\frac{см}{сек}\right).$$

Для точки H — $v_н = \operatorname{tg} 0° = 0$.

745. Проверьте решение предыдущей задачи по формуле скорости гармонического колебательного движения.

Решение. $v = A\omega \cos \omega t = 40\pi \cos 4\pi t$;

$$v_O \approx 125{,}6\frac{см}{сек} \approx 126\frac{см}{сек};\quad v_A \approx 74\frac{см}{сек};\quad v_н = 0.$$

Как видим, расчеты хорошо согласуются с данными графического решения. При этом следует сказать учащимся, что если взять на графике точки B', C', более близкие к точке A, то точность определения v_A повысится.

Не злоупотребляя подобными графическими задачами ввиду их трудоемкости, все же следует настоятельно рекомендовать их решение, без чего ученики «не прочувствуют» особенности гармонических колебаний и останутся беспомощными в построении графиков.

Одну задачу такого типа необходимо обстоятельно разобрать в классе и одну-две задать на дом, требуя самых тщательных построений в достаточно крупном масштабе.

746. Постройте от руки график гармонического колебания и, пользуясь им, покажите, как изменяется при движении ускорение.

Решение. Ускорение $a = \frac{dv}{dt}$ численно равно тангенсу

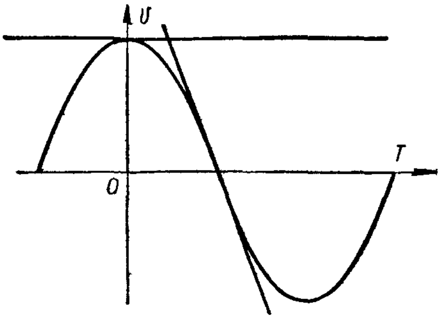


Рис. 234.

угла наклона касательной к кривой графика скорости в заданной точке (рис. 234). Так как график скорости представляет собой косинусоиду, он сдвинут по сравнению с графиком перемещений на четверть периода. Когда скорость точки наибольшая, ускорение равно 0 (касательная параллельна оси времени), и, наоборот, при скорости, равной нулю, ускорение колеблющейся точки максимально.

747*. Колебания материальной точки совершаются по закону $x = 15\cos\pi(t+1)$ *см*. Найти амплитуду, период, начальную фазу, максимальную скорость и максимальное ускорение колеблющейся точки.

Решение. Приведем уравнение к виду $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$ *см* и сравним его с данным в задаче уравнением

$$x = 15\cos\pi(t+1)\ \text{см} = 15\sin\left[\frac{\pi}{2} - \pi(t+1)\right]\text{см} = -$$

$$-15\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)\ \text{см}. \qquad (1)$$

Знак минус означает, что график данной синусоиды симметричен относительно оси времени синусоиде

$$x' = 15\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)\text{см}. \qquad (2)$$

Но колебания (1) опережают по фазе колебания (2) на π. Следовательно, можно записать $x = 15\sin\left(\pi t + \frac{3\pi}{2}\right)$ *см*.

$$\text{Амплитуда } A = 15\ \text{см};\ \varphi_0 = \frac{3\pi}{2};\ \omega = \frac{2\pi}{T} = \pi;\ T = 2\ \text{сек};$$

$$v = 15\pi\cos\left(\pi t + \frac{3\pi}{2}\right).\quad v_{\text{мак}} \approx 47\ \frac{\text{см}}{\text{сек}};$$

$$a = -15\pi^2\sin\left(\pi t + \frac{3\pi}{2}\right).\quad a_{\text{мак}} \approx 150\ \frac{\text{см}}{\text{сек}^2}.$$

На этом конкретном примере поясняют, что движение, происходящее по закону $x = \cos(\omega t + \varphi_0)$, отличается от гармонического колебательного движения, описываемого уравнением $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$, только тем, что опережает его по фазе на $\frac{\pi}{2}$.

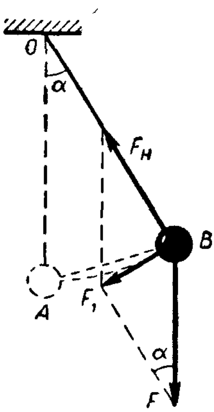


Рис. 235.

2. Колебания математического маятника

При решении задач по данной теме используют рассмотренные выше формулы для смещения, скорости и ускорения гармонических колебаний, а также формулу периода колебания математического маятника $T=2\pi \times \times\sqrt{\frac{e}{g}}$, которую желательно вывести при решении задач. Формула периода математического маятника справедлива с достаточной для практических целей точностью только для небольших ($\approx 3°$) углов отклонения нити от вертикали.

748. Докажите, что математический маятник совершает гармонические колебания.

Решение. Из рисунка 235 следует, что $F_1=\frac{F}{l}x = kx$, где $k=\frac{F}{l}=\frac{mg}{l}$. Считая смещение колеблющейся точки от положения равновесия положительным, формулу нужно записать в виде $F_1=-\frac{mg}{l}x$.

749. Выведите формулу периода колебаний математического маятника, пользуясь вторым законом Ньютона и данными предыдущей задачи.

Решение. $F_1=-\frac{mg}{l}x$. При гармонических колебаниях $x=A\sin\frac{2\pi}{T}t$. Следовательно,

$$F_1=-\frac{mg}{l}A\sin\frac{2\pi}{T}t;\quad F_1=ma;\quad a=-A\frac{4\pi^2}{T^2}\sin\frac{2\pi}{T}t;$$

$$\frac{mg}{l}A\sin\frac{2\pi}{T}t=mA\frac{4\pi^2}{T^2}\sin\frac{2\pi}{T}t;$$

откуда $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

750(э). Проверьте на опыте, что периоды колебаний плоского (рис. 235) и конического (рис. 121) маятников одинаковой длины равны между собой. Пользуясь этим, выведите формулу периода колебаний конического и плоского математического маятников.

Решение. Маятник массой m совершает движение по окружности. По второму закону Ньютона $\Sigma\vec{F}=m\vec{a}$. На маятник действуют сила тяжести $\vec{F}$ и натяжение нити $\vec{F}_н$. Под действием этих сил маятник получает центростремительное ускорение $a = \omega^2 R$; $\vec{F} + \vec{F}_н = m\omega^2 \vec{R}$ или в проекции на направление радиуса $F_н \sin\alpha = m\omega^2 R$;

$$F_н = \frac{F}{\cos\alpha} = \frac{mg}{\cos\alpha}.$$

Следовательно, $\frac{mg}{\cos\alpha} \cdot \sin\alpha = m\omega^2 R$,

откуда $g \operatorname{tg}\alpha = \omega^2 R$; $\operatorname{tg}\alpha = \frac{R}{h}$.

Для малых углов $\frac{R}{h} \approx \frac{R}{l}$. Поэтому $\frac{gR}{l} = \omega^2 R$; $\frac{g}{l} = \frac{4\pi^2}{T^2}$, откуда $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

751. Ученик забыл, как правильно записывают формулу:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{g}{l}} \text{ или } T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Приведите доводы в подтверждение правильности той или иной формулы.

Решение 1. Как известно из опыта, длинный маятник имеет больший период колебания, чем короткий; значит, величина l должна стоять под корнем в числителе дроби. Чем больше ускорение g, тем больше скорость и меньше период колебания. Значит, величина g должна стоять в знаменателе дроби.

Решение 2. Определим размерность данных выражений в системе СИ:

$$1)\ \sqrt{\frac{\frac{м}{сек^2}}{м}} = \frac{1}{сек}; \qquad 2)\ \sqrt{\frac{м}{\frac{м}{сек^2}}} = сек.$$

Так как период выражается в единицах времени, то верна вторая формула.

752. Сравните ход часов с тяжелым маятником: на высокой горе и у ее подножия; на полюсе и на экваторе; на Луне и на Земле; на Земле и в искусственном спутнике Земли.

Ответ. $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. Часы отстанут из-за большего периода колебаний маятника там, где меньше g (на вершине горы, на экваторе и на Луне). При невесомости $g = 0$ и $T = \infty$. Часы ходить не будут.

753. Какая возникнет за сутки разница в показаниях двух одинаковых часов с тяжелым маятником, если одни установить на уровне моря, а другие — на горе высотой $h = 5$ *км*.

Решение. Сравним периоды колебаний маятников обоих часов: $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_0}}$; $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_1}}$, где g_1—ускорение силы тяжести

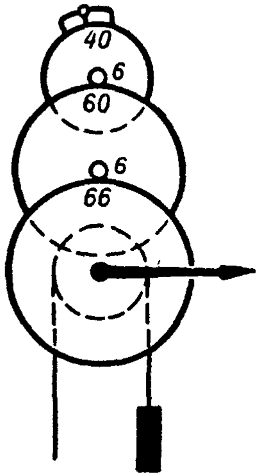


Рис. 236.

на горе. $\frac{T_1}{T_0} = \sqrt{\frac{g_0}{g_1}}$. По закону всемирного тяготения $g_0 = \gamma \frac{M}{R^2}$, и $g_1 = \frac{\gamma M}{(R+h)^2}$, где R — радиус Земли.

$$\frac{T_1}{T_0} = \sqrt{\frac{(R+h)^2}{R^2}} = \sqrt{\frac{R^2 + 2Rh + h^2}{R^2}}.$$

Пренебрегая величиной h^2, получим

$$\frac{T_1}{T_0} = \sqrt{\frac{R^2 + 2Rh}{R^2}} = \sqrt{\frac{6400^2 + 2 \cdot 6400 \cdot 5}{6400^2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{6404,2}{6400}} = 1,00066.$$

Следовательно, на горе период колебаний маятника возрастет на 0,00066 части, что от суток составит $24 \cdot 3600$ *сек* $\cdot 0,00066 =$ $= 57$ *сек*. Часы на горе отстанут на 57 *сек*.

754(э). Рассчитайте длину маятника с периодом 2 *сек* и изготовьте его. Пользуясь часами, измерьте период колебаний и проверьте, зависит ли он от массы маятника и амплитуды.

О т в е т. $l \approx 1$ *м*.

755. Рассчитайте период колебаний и длину маятника[1] «ходиков», имеющих передаточный механизм для минутной стрелки, показанный на рисунке 236.

Р е ш е н и е. Минутная стрелка делает полный оборот за 1 *ч* = 3600 *сек*. Промежуточная шестерня за это время сделает $\frac{66}{6} = 11$ оборотов. За один оборот промежуточной шестерни спусковое колесо сделает $\frac{60}{6} = 10$ оборотов. Следовательно, всего спусковое колесо сделает 110 оборотов. За одно полное качание маятника освобождается 1 зуб, поэтому за 1 *ч* маятник сделает $110 \cdot 40 = 4400$ качаний.

$$T = \frac{3600 \text{ сек}}{4400} = 0,82 \text{ сек};$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}; \quad l = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{0,82^2 \text{ сек}^2 \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{сек}^2}}{4 \cdot 3,14^2} \approx 0,17 \text{ м}.$$

[1] Имеется в виду приведенная длина физического маятника.

3. Упругие колебания. Превращение энергии при колебательном движении

При изучении этой темы решают задачи по кинематике и динамике упругих колебаний. Полезно при этом сопоставление упругих колебаний с уже рассмотренными колебаниями маятника для выявления как их общих, так и специфических черт.

Решение задач требует применения второго закона Ньютона, закона Гука и формул кинематики гармонического колебательного движения.

Период упругих гармонических колебаний тела массой m определяют по формуле $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ (№ 758). Эта формула позволяет определить период различных гармонических колебаний, если известно значение k. Для упругих колебаний k — это коэффициент жесткости, а для колебаний математического маятника $k = \frac{mg}{l}$ (№ 748).

В задачах о превращениях энергии в колебательном движении в основном рассматривают превращение кинетической энергии в потенциальную. Но для случая затухающих колебаний учитывают также превращение механической энергии во внутреннюю.

Кинетическая энергия упругих колебаний

$$W_к = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\,\omega^2\cos^2(\omega t + \varphi_0)}{2}.$$

Потенциальная энергия $W_п = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2\sin^2(\omega t + \varphi_0)}{2}$.

756(э). Будут ли отличаться и как колебания тел разной массы на одной и той же пружине? Ответ проверьте на опыте.

Ответ. Тело большей массы будет иметь больший период колебаний. Из формулы $a = \frac{F}{m}$ следует, что при одной и той же силе упругости тело большей массы будет иметь меньшее ускорение и, следовательно, будет двигаться медленнее. Это можно проверить, приводя в колебание подвешенные на динамометре грузы разной массы.

757(э). На пружину подвесили груз и затем поддерживали его так, чтобы пружина не растягивалась. Опишите, как будет двигаться груз, если убрать поддерживающую его опору. Ответ проверьте на опыте.

Решение. Отпустим груз свободно падать вниз. Тогда он растянет пружину на величину h, которую можно определить из соотношения $\frac{kh^2}{2} = mgh$; $h = \frac{2mg}{k}$.

По закону сохранения энергии при обратном движении вверх груз поднимается на высоту h, т. е. будет совершать колебания с амплитудой h. Если же груз подвесить на пружине, он растянет ее на величину $x_{ст}$ (рис. 237). Так как $mg = kx_{ст}$, то $k = \frac{mg}{x_{ст}}$ и $h = 2x_{ст}$. Следовательно, положение, в котором висит груз в состоянии покоя, является центром, около которого совершаются колебания. Этот вывод легко проверить на «мягкой» длинной пружине, например от прибора «ведерко Архимеда».

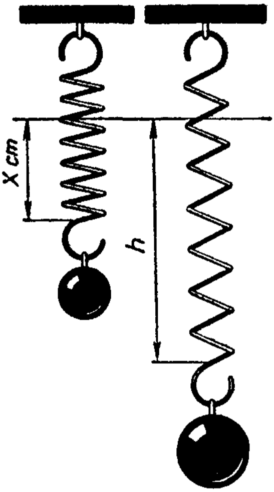


Рис. 237.

758. Тело массой $m = 1,00$ *кг* под действием пружины, имеющей жесткость $k = 400$ *н/м*, совершает без трения колебания в горизонтальной плоскости вдоль стержня a (рис. 238). Определите период колебания тела, используя закон сохранения энергии.

Решение. В крайнем положении вся энергия тела потенциальная, а в среднем — кинетическая. По закону сохранения энергии

$$W_{п\,мак} = W_{к\,мак};$$

$$W_{п\,мак} = \frac{kA^2}{2}; \quad W_к = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2\cos^2\omega t}{2}.$$

Для положения равновесия $\omega t = 0$. Следовательно,

$$W_{к\,мак} = \frac{mA^2\omega^2}{2} = \frac{mA^2 2\pi^2}{T^2}. \quad \frac{kA^2}{2} = \frac{mA^2 2\pi^2}{T^2},$$

$$\text{откуда } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \approx 2\cdot 3,14\cdot\sqrt{\frac{1,00\ кг}{400\ \frac{н}{м}}} = 0,314\ сек.$$

759(э). Определите коэффициент жесткости k резиновой нити и рассчитайте период колебания подвешенной на ней гири массой $m = 100$ *г*. Ответ проверьте на опыте.

Решение. Для ответа на вопрос задачи учащийся должен иметь резиновую нить, грузик массой 100 *г*, линейку и секундомер.

Рис. 238.

Подвесив груз на нить, сначала рассчитывают величину k, численно равную силе, которая растягивает нить на единицу длины. В одном из опытов были получены следующие данные. Начальная длина нити $l_0 = 37$ *см*, конечная $l_1 = 90$ *см*. Откуда $\Delta l = 90$ *см* — 37 *см* = 53 *см*.

$$k = \frac{F}{\Delta l} = \frac{1\ н}{0{,}53\ м} \approx 0{,}019\,\frac{н}{м}.$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \approx 2\cdot 3{,}14\sqrt{\frac{0{,}1\ кг}{0{,}019\,\frac{н}{м}}} \approx 2{,}4\ сек.$$

Измерив по секундомеру время 10—20 полных колебаний груза, убеждаются, что период, найденный расчетами, совпадает с полученным из опыта.

760*. Используя решение задач 757 и 758, определите период колебаний вагона на рессорах, если его статическая осадка равна 250 *мм*.

Решение. $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}};\quad k = \frac{mg}{x_{ст}}.$

Следовательно, $T = 2\pi\sqrt{\frac{mx_{ст}}{mg}} \approx 2\sqrt{x_{ст}}.$

Мы получили интересную формулу, по которой легко определить период упругих колебаний тела, зная только величину $x_{ст}$.

$$T = 2\cdot\sqrt{0{,}25} = 1\ сек.$$

761(э). Используя формулу $T = 2\sqrt{x_{ст}}$, рассчитайте, а затем проверьте на опыте период колебаний на пружине от «ведерка Архимеда» грузов массой 100, 300, 400 *г*.

762. Пользуясь формулой $T = 2\sqrt{\frac{m}{k}}$, получите формулу периода колебаний математического маятника.

Решение. Для математического маятника $k = \frac{mg}{l}$,

поэтому $$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{mg}{l}}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

763. Используя условие и решение задачи 758, найдите закон, по которому изменяется сила упругости пружины, и запишите уравнения данного гармонического колебательного движения, если в крайнем положении тело обладало энергией 2 *дж*.

Решение. $F = -mA\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0)$.

Примем, что $\varphi_0 = 0$. Амплитуду колебаний A определим из формулы $W_п = \frac{kA^2}{2}$.

$$A = \sqrt{\frac{2W_п}{k}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2\ дж}{400\ \frac{н}{м}}} = 0{,}1\ м;$$

$$F = -1\ кг\ 0{,}1\ м\ \frac{4\pi^2}{(0{,}314)^2\ сек^2} \sin \frac{2\pi}{0{,}314 сек} t = -40 \sin 20t\ (н).$$

Аналогично подставив значение массы, амплитуды и периода в общие формулы смещения, скорости и ускорения, получим:

$x = 0{,}1 \sin 20t$; $v = 2 \cos 20t$; $a = 40 \sin 20t$.

Формулу ускорения можно было также получить, пользуясь формулой силы $a = \frac{F}{m}$.

764. Математический маятник, имеющий массу $m = 0{,}1$ *кг* и длину $l = 1$ *м*, отклонили на 5 *см*. Какую скорость v, ускорение a и потенциальную энергию $W_п$ он будет иметь на расстоянии $x = 2$ *см* от положения равновесия?

Решение. Найдем сначала период колебания T, угловую частоту ω и время движения маятника t от положения равновесия:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \approx 2 \cdot 3{,}14 \sqrt{\frac{1\ м}{9{,}8 \frac{м}{сек^2}}} \approx 2\ сек;\quad \omega = \frac{2\pi}{2\ сек} = \pi \frac{1}{сек}.$$

Для определения времени t воспользуемся формулой

$$x = A \sin \omega t;\quad 2\ см = 5\ см \cdot \sin \pi t,$$

откуда

$$t \approx 0{,}13\ сек;\quad v = A\omega \cos \omega t = 5\ см\ \pi \frac{1}{сек} \cos \pi t = 8{,}5\ \frac{см}{сек}.$$

По абсолютной величине $a = A\omega^2 \sin \omega t \approx 20\ \frac{см}{сек^2}$.

$$W_п = \frac{kx^2}{2} = \frac{mgx^2}{2l} \approx 2 \cdot 10^{-4}\ дж.$$

765(э). Изготовьте маятник и проверьте на опыте, как изменяется при увеличении затухания период его колебания. На что расходуется энергия при затухающих колебаниях?

Решение. Для опыта можно использовать затухание колебаний маятника, имеющего кисточку, трущуюся о стол, затухание колебаний маятника (в том числе пружинного), опущенного частично или полностью в воду, и т. д.

В одном из опытов были получены следующие данные. Длина маятника $l = 90$ *см*, масса $m = 100$ *г* (гиря из набора по механике). Период колебания маятника в воздухе $T_1 = 1{,}9$ *сек*. Период колебания маятника, когда гиря находилась в воде, $T_2 = 2{,}3$ *сек*. Из опыта видно, что, чем больше затухание колебаний, тем больше их период. Это и понятно, так как действующие на маятник силы трения замедляют его движение. Механическая энергия маятника превращается во внутреннюю энергию тел (воздуха, воды, нити и др.), которые нагреваются.

4. Сдвиг фаз. Сложение колебаний

Понятие о фазе и тем более о сдвиге фаз трудно усваивается учащимися. Фаза — это физическая величина, характеризующая колебание в определенный момент времени. Состояние колебания в соответствии с формулой $x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$ можно охарактеризовать, например, отклонением точки от положения равновесия. Так как при заданных значениях A, ω и φ_0 значение x однозначно определяется величиной угла $\varphi = \omega t + \varphi_0$, фазой в уравнениях колебательного движения обычно называют значение угла φ.

Время t может быть измерено в долях периода. Следовательно, фаза пропорциональна доле периода, прошедшего от начала колебания. Поэтому фазой колебаний называют также величину, измеряемую долей периода, прошедшей от начала колебаний.

Задачи на сложение гармонических колебательных движений решают преимущественно графически с постепенным усложнением условий. Сначала складывают колебания, отличающиеся только по амплитуде, затем — по амплитуде и начальной фазе, и, наконец, колебания, имеющие различные амплитуды, фазы и периоды колебаний.

Все эти задачи единообразны и не сложны по методике решения, но требуют тщательного и кропотливого выполнения чертежей. Для облегчения трудоемкой работы по составлению таблиц и вычерчиванию синусоид целесообразно заготовить их шаблоны в виде прорезей в картоне или жести. На одном трафарете может быть сделано три-четыре синусоиды. Это приспособление позволяет сосредоточить внимание учащихся именно на сложении колебаний и взаимном расположении синусоид, а не на их вычерчивании. Однако, прибегая к такому вспомогательному приему, учитель должен быть уверен в том, что учащиеся уже умеют вычерчивать графики синусоид и косинусоид. Особое внимание нужно обратить на сложение колебаний с одинаковым периодом и фазами, что подведет учащихся к понятию о резонансе.

Используя знания учащихся по математике, следует также решить ряд задач на сложение гармонических колебаний аналитическим методом. При этом представляют интерес следующие случаи:

1) Сложение двух колебаний с одинаковыми периодами и фазами:

$$x = A_1 \sin \omega t + A_2 \sin \omega t = (A_1 + A_2) \sin \omega t.$$

Амплитуды колебаний могут быть как одинаковыми, так и различными.

2) Сложение двух колебаний с одинаковыми периодами, но разными амплитудами и фазами. В общем виде сложение таких колебаний дает результирующее смещение:

$$x = A_1 \sin(\omega t_1 + \varphi_1) + A_2 (\omega t_2 + \varphi_2) = A \sin(\omega t + \varphi),$$

где

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)},$$

а значение φ определяется из формулы

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}.$$

В средней школе со всеми учащимися нет необходимости решать эту задачу в таком общем виде. Вполне достаточно рассмотреть частный случай, когда $A_1 = A_2$ и разность фаз $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi$ или $\frac{\pi}{2}$. Это сделает задачу (см. № 771) вполне доступной и не помешает получить из нее важные выводы о колебаниях, которые получаются при сложении двух гармонических колебаний, имеющих одинаковые периоды, но различные фазы.

766. В одинаковых или различных фазах находятся крылья летающей птицы? руки человека при ходьбе? две щепки, попавшие на гребень и впадину волны от теплохода.

Решение. Условившись о начале отсчета, а также о положительном и отрицательном (например, влево и вниз) направлении движения, заключаем, что крылья летящей птицы движутся одинаково и в одну сторону, они находятся в одной фазе; руки человека, а также щепки отклонились от положения равновесия на одинаковое расстояние, но движутся в противоположные стороны — они находятся в различных, как говорят, «противоположных», фазах.

767(э). Подвесьте два одинаковых маятника и приведите их в колебания, отклонив в разные стороны на одинаковое расстояние. Какова разность фаз данных колебаний? Уменьшается ли она со временем?

Решение. Движения маятников описываются уравнениями:

$$x_1 = A \sin\omega t; \quad x_2 = -A \sin\omega t = A \sin(\omega t + \pi)$$

или в общем случае $x_2 = A \sin(\omega t + 2k\pi)$, где k — целое число. Разность фаз для данных движений

$$\omega t + 2k\pi - \omega t = 2k\pi$$

со временем не изменяется.

768(э). Проделайте опыт, аналогичный предыдущему, взяв маятники разной длины. Может ли наступить момент, когда маятники

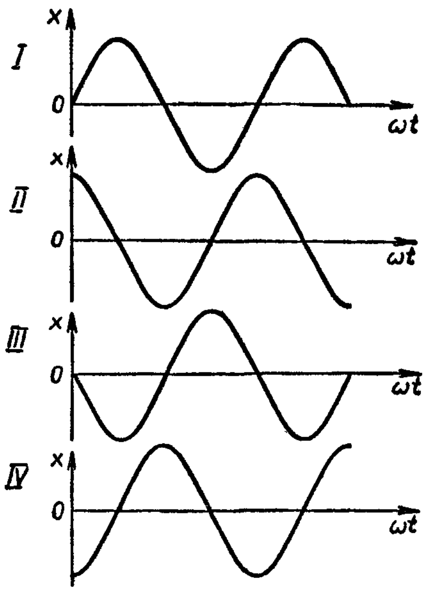


Рис. 239.

будут двигаться в одном направлении? Подсчитайте, когда это наступит для взятых вами маятников.

Решение. Движения отличаются фазой и периодом колебаний

$$x_1 = A\sin\omega_1 t;\quad x_2 = A\sin(\omega_2 t + \pi).$$

Маятники будут двигаться в одном направлении, когда их фазы станут одинаковыми: $\omega_1 t = \omega_2 t + \pi$, откуда $t = \dfrac{\pi}{\omega_1 - \omega_2}$.

769. На рисунке 239 даны графики четырех колебательных движений. Определите начальную фазу каждого колебательного движения и сдвиг фаз для колебаний I и II, I и III, I и IV; II и III, II и IV; III и IV [21, № 528].

Решение 1. Представим себе, что на графиках показано колебание четырех маятников в момент $t = 0$. Когда маятник I начал колебание, маятник II уже отклонился в крайнее положение, маятник III вернулся в положение равновесия, а маятник IV отклонился до конца в противоположную сторону. Из этих рассуждений следует, что разность фаз

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \Delta\varphi_{21} = \frac{\pi}{2};\quad \Delta\varphi_{31} = \pi;\quad \Delta\varphi_{41} = \frac{3}{2}\pi;$$

$$\Delta\varphi_{32} = \frac{\pi}{2};\quad \Delta\varphi_{42} = \pi \text{ и } \Delta\varphi_{43} = \frac{\pi}{2}.$$

Решение 2. Все колебания гармонические, и потому их можно описать уравнением $x = A\sin(\omega t + \varphi_0) = A\sin\varphi$.

Рассмотрим все колебания в какой-либо определенный момент времени, например $t = 0$. При этом примем во внимание, что знак x определяется знаком тригонометрической функции. Значение же A берется по абсолютной величине, т. е. положительным.

I. $x_1 = 0$; $0 = A\sin\varphi_1$; так как в последующие моменты времени $x > 0$, следовательно, $\varphi > 0$, поэтому $\varphi_1 = 0$.

II. $x_2 = A$; $A = A\sin\varphi_2$; $\sin\varphi_2 = 1$; $\varphi_2 = \dfrac{\pi}{2}$.

III. $x_3 = 0$; $0 = A \sin \varphi_3$; так как в последующие моменты времени $x < 0$, следовательно, $\varphi > \pi$, а $\varphi_3 = \pi$.

IV. $x_4 = -A$; $-A = A \sin \varphi_4$; $\sin \varphi_4 = -1$; $\varphi_4 = \frac{3}{2}\pi$.

Произведя соответствующие вычисления, получим тот же результат, что и при первом решении: $\Delta\varphi_{21} = \frac{\pi}{2}$, $\Delta\varphi_{31} = \pi$ и т. д.

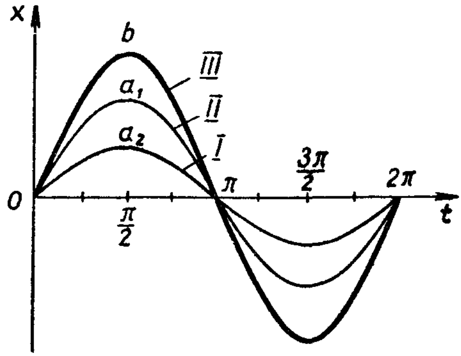


Рис. 240.

Несмотря на некоторую громоздкость второго решения, им надо воспользоваться для формирования у учащихся навыков в применении уравнения гармонического колебательного движения.

770. Сложите два колебательных движения с одинаковыми периодами и фазами, если амплитуда одного колебания $A_1 = 2{,}5$ *см*, а второго $A_2 = 5$ *см*. Какую амплитуду будет иметь результирующее колебательное движение?

Решение 1. Вычерчивают синусоиды колебаний I и II (рис. 240).

При построении синусоид по таблицам достаточно взять 9 характерных значений фазы: 0°, 45°, 90° и т. д. Амплитуду результирующего колебания находят для тех же фаз, как сумму амплитуд первого и второго колебаний (график III).

Решение 2.

$$A_1 \sin \omega t + A_2 \sin \omega t = (A_1 + A_2) \sin \omega t = A \sin \omega t.$$

Следовательно, амплитуда результирующего колебания $A = 2{,}5$ *см* + + 5 *см* = 7,5 *см*, и колебание совершается по закону $x = 7{,}5 \sin\omega t$. Пользуясь тригонометрическими таблицами, по данной формуле строят синусоиду результирующего колебания.

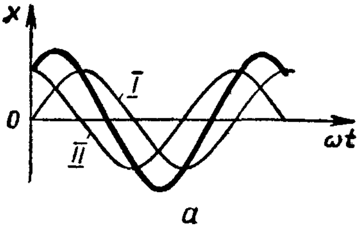
771. Сложите два колебания с одинаковыми периодами и амплитудами, если они: не отличаются по фазе; имеют разность фаз $\frac{\pi}{2}$; отличаются по фазе на π.

Решение 1.

Первый случай ($\Delta\varphi = 0$) вполне аналогичен тому, который рассмотрен в предыдущей задаче и не требует особых пояснений.

Для второго случая ($\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$) сложение колебаний показано на рисунке 241, *а*.

Сложение колебаний, отличающихся по фазе на π, показано на рисунке 241, *б*.



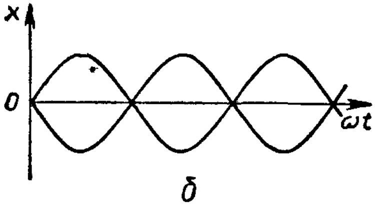


Рис. 241.

Решение 2. Для каждого случая выведем уравнение результирующего колебания.

$x = A\sin\omega t + A\sin\omega t = 2A\sin\omega t.$

Результирующее колебание имеет ту же частоту и вдвое большую амплитуду.

Для второго и третьего случая можно записать следующее уравнение:

$$x = A\sin(\omega t + \varphi_0) + A\sin\omega t = A2\sin\left(\frac{\omega t + \varphi_0 + \omega t}{2}\right) \times \cos\left(\frac{\omega t + \varphi_0 - \omega t}{2}\right) = 2A\sin\left(\omega t + \frac{\varphi_0}{2}\right)\cos\frac{\varphi_0}{2},$$

где φ_0 — разность фаз между двумя колебаниями.

При $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ уравнение принимает вид

$$x = 2A\cos\frac{\pi}{4}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}\,A\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) \approx 1{,}41A\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right).$$

Как видно из этой формулы, при сложении двух гармонических колебаний одного периода, отличающихся по фазе, получается гармоническое колебание того же периода, но с иной, чем у слагаемых колебаний, амплитудой и начальной фазой.

При $\varphi_0 = \pi$ $x = 0$. Следовательно, результат сложения существенно зависит также от разности фаз. При разности фаз $\Delta\varphi = \pi$ и равенстве амплитуд одно колебание полностью «гасит» другое.

Анализируя решения, следует также обратить внимание на то, что результирующее колебание будет иметь наибольшую амплитуду в том случае, когда разность фаз у складываемых колебаний равна нулю (резонанс).

772. Как зависит качка корабля от периода колебания волн?

Ответ. Качка будет наибольшей при совпадении периода колебаний волн с периодом собственных колебаний корабля.

773. Почему на дороге, по которой самосвалы возят из карьера камень, песок и т. д., с течением времени образуются периодически повторяющиеся углубления (вмятины)?

Ответ. Достаточно образоваться самой незначительной неровности, как кузов, имеющий определенный период колебаний, придет в движение, в результате чего при движении самосвала будут создаваться периодические повышенные и пониженные нагрузки на грунт, приводящие к образованию углублений (вмятин) на дороге.

774. Используя решение задачи 760, определите, при какой скорости движения v наступят наибольшие вертикальные колебания вагона, если длина рельса равна l *м*.

Решение. Период колебаний вагона $T = 1$ *сек*.

Если с этой частотой колебаний будут совпадать удары колес на стыках, то наступит резонанс.

$$v = \frac{l\ м}{1\ сек} = l\,\frac{м}{сек} \quad (\text{см. далее, № 775}).$$

775. Правильно ли утверждение, что вынужденные колебания только тогда достигают значительных размеров, когда собственная частота колеблющегося тела равна частоте вынуждающей силы. Приведите примеры, поясняющие ваше утверждение.

Ответ. Резонанс может наступить и тогда, когда периодически, но не по гармоническому закону изменяющаяся сила имеет период, в целое число раз меньший собственного периода тела.

Примером могут быть периодические толчки, действующие на качели не при каждом их качании. В связи с этим следует уточнить ответ предыдущей задачи. Резонанс может наступить не только при скорости поезда $v = l$ *м/сек*, но и при скорости в n раз большей, где n — целое число.

5. Распространение колебаний в упругой среде. Волны

По теме решают главным образом задачи о распространении в различных средах звуковых волн. Основные типы задач определяются следующими формулами:

1. $s = at$. В соответствии с этой формулой составляют и решают задачи, в которых находят расстояние s, пройденное волной, время t и скорость a распространения колебаний в той или иной среде. При этом нужно четко разграничить в сознании учащихся понятие скорости a от скорости гармонического колебания точки v. Скорость a для данной среды — величина постоянная. Ее называют также фазовой скоростью, поскольку она характеризует скорость распространения какой-либо фазы волны в пространстве.

Скорость же гармонического колебательного движения v — величина переменная. Она изменяется по закону $v = A\omega\cos(\omega t + \varphi_0)$. Это мгновенная скорость колебания точки для времени t.

2. $\lambda = aT$; $T = \frac{1}{f}$, где f — частота колебаний (в *гц*).

При решении задач сначала в качестве основной формулы желательно использовать именно формулу $\lambda = aT$ (из которой уже затем получать необходимые производные выражения: $\lambda = \frac{a}{f}$; $f = \frac{a}{\lambda}$ и др.), так как данная зависимость допускает наглядное толкование: длина волны λ равна пути, на который волновой процесс при скорости a распространяется за время T.

3. Уравнение волны $x = A \sin \omega\left(t - \frac{l}{a}\right)$, где A — амплитуда колебания, t — время начала отсчета, l — расстояние точки от центра колебаний, а a — скорость распространения волны.

Уравнение волны учащиеся не должны смешивать с уравнением гармонического колебательного движения $x = A \sin (\omega t + \varphi_0)$, которое описывает смещение одной и той же точки от положения равновесия, в то время как уравнение волны говорит об отклонении от положения равновесия различных точек по направлению распространения волны. Уравнение волны рисует картину, которую в ряде случаев можно наглядно увидеть в природе (волны в шнуре, волны на воде и т. д.), а уравнение гармонического колебания — только математическое выражение зависимости смещения x от времени t.

При решении задач о звуке желательно ввести понятие о музыкальных интервалах на примере интервалов рояля.

Отношение чисел колебаний двух музыкальных тонов называют их интервалом. Если это отношение равно 2, то говорят, что тона отличаются на октаву.

776. На середине пруда плавает мяч. Чтобы пригнать его к берегу, мальчик создает палкой волны. Достигнет ли он таким образом цели?

Ответ. Не достигнет. Материальная точка в поперечной волне не перемещается по направлению ее распространения.

777. «Скорость звука в чугуне впервые была определена французским ученым Био следующим образом. У одного конца чугунной трубы ударяли в колокол; у другого конца наблюдатель слышал два звука: сначала один, пришедший по чугуну, а спустя некоторое время — второй, пришедший по воздуху. Длина трубы была 930 *м*, промежуток времени между приходом звуков оказался равным 2,5 *сек*. Найти по этим данным скорость звука в чугуне. Скорость звука в воздухе принять равной 340 *м/сек*»[1].

Решение. Звук в однородной среде распространяется равномерно в соответствии с формулой $s = at$. Время распространения звука в воздухе $t_в = \frac{s}{a_в}$, в чугуне $t_ч = \frac{s}{a_ч}$. По условию $t_в - t_ч = \frac{s}{a_в} - \frac{s}{a_ч} = 2{,}5$ *сек*. Подставив в эту формулу числовые значения величин, получим:

[1] А. В. Перышкин и др. Физика. Учебник для VIII класса. М., Просвещение, 1965, стр 17.

$$a_ч = 3950 \frac{м}{сек}.$$

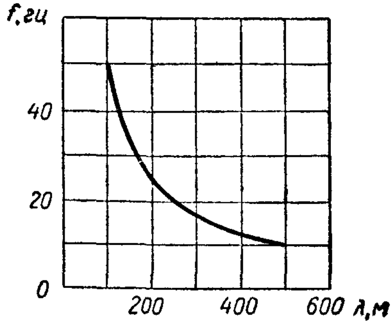


Рис. 242.

778. Отвечая урок, ученик сказал, что длинные волны распространяются с большей скоростью, так как $a = \frac{\lambda}{T}$. Верно ли это утверждение? Подтвердите свои доводы примерами.

Ответ. Неверно. В одной и той же среде колебания с большей длиной волны имеют во столько же раз больший период, поэтому скорость распространения колебаний различной частоты одинакова. В противном случае в концертном зале мы услышали бы сначала низкие, а затем уже высокие звуки.

779. Кривая, изображенная на рисунке 242, показывает, как изменяется длина звуковой волны в железе от частоты колебаний (при $t = 20°$ С). По графику определите скорость распространения звука в железе. Зависит ли величина скорости звука от длины волны?

Решение.

Определим скорость звука для длин волн 100, 200 и 600 *м*.

$$a_1 = 100\ м \cdot \frac{1}{50\ сек} = 5000 \frac{м}{сек}.\ a_2 = 200\ м \cdot \frac{1}{25\ сек} =$$

$$= 5000 \frac{м}{сек}.\ a_3 = 500\ м \cdot \frac{1}{10\ сек} = 5000 \frac{м}{сек}.$$

Скорость звука не зависит от длины волны.

780. Через воду, землю и даже сталь можно слышать без изменения тональности звуки, которые раздаются в воздухе. Как это объяснить, ведь частота $f = \frac{a}{\lambda}$, а скорость звука в воде и тем более в стали в несколько раз больше, чем в воздухе?

Ответ. Скорость распространения колебаний увеличивается во столько же раз, во сколько увеличивается длина волны. Поэтому частота колебаний не изменяется.

781. Скорость продольных волн в стержне можно вычислить по формуле $a = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$, где E — модуль упругости (модуль Юнга), а ρ — плотность среды. Проверьте данную формулу с помощью размерности входящих в нее величин. Рассчитайте по формуле скорость звука в алюминии.

Решение. Размерность левой части формулы *м/сек*, а правой

$$\sqrt{\frac{\frac{н}{м^2}}{\frac{кг}{м^3}}} = \sqrt{\frac{н \cdot м^3}{м^2\ кг}} = \sqrt{\frac{кг \cdot м \cdot м}{сек^2\ кг}} = \frac{м}{сек},$$

т. е. размерности обеих частей формулы совпадают, что является необходимым (хотя еще и недостаточным) критерием ее справедливости.

Для алюминия

$$a = \sqrt{\frac{0{,}70 \cdot 10^{11}\ \frac{н}{м^2}}{9{,}7 \cdot 10^3\ \frac{кг}{м^3}}} = 5{,}2 \cdot 10^3\ \frac{м}{сек},$$

что совпадает со значением скорости звука в алюминии, которое указывают в таблицах.

782. Звуковые колебания, имеющие частоту $f = 500$ *гц* и амплитуду $A = 0{,}25$ *мм*, распространяются в воздухе. Длина волны $\lambda = 70$ *см*. Найдите скорость распространения колебаний и максимальную скорость частиц в воздухе [18, № 12, 57].

Решение. Скорость распространения колебаний $a = \frac{\lambda}{T} = \lambda f = 0{,}70\ м \cdot \frac{1}{50\ сек} = 350\ \frac{м}{сек}$. Максимальная скорость колебательного движения частиц

$$v = \omega A = 2\pi f \cdot A = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 500\ сек^{-1} \cdot 0{,}25 \cdot 10^{-3}\ м = 0{,}785\ \frac{м}{сек}.$$

Анализируя полученные данные, нужно обратить внимание учащихся на различное значение величин a и v. В данном случае фазовая скорость в сотни раз больше максимальной скорости смещения колеблющихся частиц воздуха.

783. Волны распространяются вдоль резинового шнура со скоростью 3 *м/сек* при частоте 2 *гц*. В каких фазах находятся точки, отстоящие друг от друга на расстоянии 75 *см*? [22, № 525].

Решение 1. Определим длину волны $\lambda = \frac{a}{f} = \frac{3\ \frac{м}{сек}}{2\ сек^{-1}} = 1{,}5\ м$. Ясно, что точки колеблются в противоположных фазах, так как $0{,}75\ м = \frac{\lambda}{2}$.

Решение 2. $x_1 = A \sin \omega t$; $x_2 = A \sin \left(\omega t - \frac{\omega l}{a}\right)$.

Разность фаз $\Delta\varphi = \frac{\omega l}{a} = \frac{2\pi l}{Ta} = \frac{2 \cdot 180° \cdot 0{,}75\ м}{\frac{1}{2}\ сек \cdot 3\ \frac{м}{сек}} = 180°$.

Следовательно, точки колеблются в противоположных фазах.

784*. Рояль имеет 7 октав. Самый низкий тон $la_{-1} \sim 27$ *гц*. Какая частота соответствует тону *la* в других октавах?

Решение. $la_0 \sim 27$ *гц* $\cdot 2 = 54$ *гц*; la_1— 54 *гц* $\cdot 2 = 108$ *гц*;

la_2— 108 *гц* $\cdot 2 = 217$ *гц*; la_3— 217 *гц* $\cdot 2 = 435$ *гц*;

la_4 — 435 *гц* $\cdot 2 = 870$ *гц*; la_5 — 870 *гц* $\cdot 2 = 1740$ *гц*;

la_6 — 1740 *гц* $\cdot 2 = 3480$ *гц*.

785*. Рассчитайте количество колебаний, соответствующих основным нотам 3-й октавы, если ноте la_3 соответствует частота 435 *гц*, а между тонами октавы существует следующее соотношение:

do_3	re_3	mi_3	fa_3	sol_3	la_3	si_3	do_4
1	9/8	5/4	4/3	3/2	5/3	15/8	2

Решение. $do_3 — \dfrac{435\ гц}{\dfrac{5}{3}} = 261$ *гц*. Аналогично найдем

re_3 — 294 *гц*; mi_3 — 326 *гц*; fa_3 — 348 *гц*;

sol_3 — 392; si_3 — 489 *гц* и do_4 — 522 *гц*.

786*. Сколько октав содержат воспринимаемые человеческим ухом звуки?

Решение 1. Ухо воспринимает звуки от 16 до 20 000 *гц*. Нетрудно подсчитать, что первая октава содержит частоты до 32 *гц*, вторая до 64 *гц* и т. д. Всего примерно 10 октав.

Решение 2. Вместо непосредственного подсчета числа октав можно использовать очевидную зависимость: 16 *гц* $\cdot 2^n =$ $= 20\,000$ *гц*. Прологарифмируем данное выражение

$\lg 16 + n \lg 2 = \lg 20\,000$; $n = \dfrac{\lg 20\,000 - \lg 16}{\lg 2} = 10{,}3$ (октав).

787*. Едва слышимый шепот при 1000 *гц* имеет силу звука $I_0 = 10^{-9}\ \dfrac{эрг}{см^2 \cdot сек}$, а сильные удары грома дают волну с силой звука $I = 10^{-3}\ \dfrac{эрг}{см^2 \cdot сек}$. Определите для этих случаев максимальную скорость и амплитуду смещения частиц в звуковой волне для воздуха при нормальных условиях.

Решение. Энергия колебательного движения частицы в волне равна $\dfrac{mv^2}{2}$, где v — максимальная скорость частицы в положении равновесия. Если скорость звука a *см/сек*, то волна, проходящая через площадку в 1 *см*^{2}, через секунду распространится на расстояние a *см* и все частицы в объеме a *см*^{3} будут иметь энергию $\dfrac{mv^2}{2}$. Допустим, 1 *см*^{3} содержит n частиц, тогда поток энергии за секунду или сила звука $I = \frac{nmv^2}{2} \cdot a$. Но nm — есть плотность воздуха ρ, поэтому сила звука $I = \frac{\rho v^2}{2} a$. Проверим эту формулу с помощью размерности входящих в нее величин. Силу звука измеряют в $\frac{эрг}{см^2 \cdot сек}$. Размерность правой части формулы $\frac{г}{см^3} \cdot \frac{см^2}{сек^2} \times \frac{см}{сек} = \frac{дин \cdot см}{см^2 \cdot сек} = \frac{эрг}{см^2 \cdot сек}$. Таким образом, размерности левой и правой частей формулы совпадают, что является необходимым, хотя и недостаточным условием ее справедливости.

Максимальная скорость колебательного движения частиц в первом случае

$$v_1 = \sqrt{\frac{2I}{\rho a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-9} \frac{эрг}{см^2 \cdot сек}}{0{,}00129 \frac{г}{см^3} \cdot 332 \cdot 10^2 \frac{см}{сек}}} = 6{,}9 \cdot 10^{-6} \frac{см}{сек}.$$

Амплитуда колебаний

$$A_1 = \frac{v_1}{\omega} = \frac{v_1}{2\pi f} = \frac{6{,}9 \cdot 10^{-6} \frac{см}{сек}}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 1000 \frac{1}{сек}} = 10^{-9}\ см.$$

Для второго случая аналогично найдем $v_2 = 6{,}9 \cdot 10^{-3} \frac{см}{сек}$ и $A_2 = 1{,}1 \cdot 10^{-6}$ *см*.

Как и в задаче 782, нужно обратить внимание учащихся на то, что частицы воздуха при звуковых колебаниях смещаются на незначительные расстояния, которые могут быть соизмеримы с размерами самих молекул, а максимальная скорость их колебательного движения может быть в сотни и даже миллионы раз меньше скорости распространения звука.

6. Интерференция и дифракция волн

При решении задач об интерференции рассматривают только некоторые частные, но весьма важные случаи интерференции волн, которые создаются «когерентными» источниками, дающими колебания одинаковой частоты, постоянной разности фаз и одинакового направления.

При интерференции волн колебания будут в наибольшей мере усиливаться, если они совпадают по фазе, и будут гасить друг друга, когда разность фаз равна π или $(2n + 1)\pi$, где n — целое число (№ 789).

Если колебания в данную точку среды приходят от двух когерентных источников, расположенных от нее на расстояниях l_1 и l_2, то можно записать следующие уравнения волн:

$$x_1 = A_1 \sin \omega \left(t - \frac{l_1}{a}\right); \quad x_2 = A_2 \sin \omega \left(t - \frac{l_2}{a}\right).$$

Разность фаз $\quad \Delta\varphi = \frac{\omega l_2}{a} - \frac{\omega l_1}{a} = \frac{2\pi}{Ta}(l_2 - l_1); \ a = \frac{\lambda}{T},$

поэтому $\quad \Delta\varphi = \frac{2\pi T}{T\lambda}(l_2 - l_1) = \frac{2\pi(l_2 - l_1)}{\lambda}.$

Величину $l_2 - l_1$ называют разностью хода волн.

Если $\Delta\varphi = \frac{2\pi(l_2 - l_1)}{\lambda} = 2n\pi$, то происходит максимальное усиление колебаний. Для этого случая $l_2 - l_1 = n\lambda$, т. е. разность хода равна целому числу волн.

Если $\Delta\varphi = \frac{2\pi(l_2 - l_1)}{\lambda} = (2n + 1)\pi$, то колебания в наибольшей мере гасят друг друга. Для этого случая $l_2 - l_1 = (2n + 1)\frac{\lambda}{2}$, т. е. разность хода равна нечетному числу полуволн.

Важный случай интерференции представляет собой наложение двух одинаковых по частоте волн, идущих навстречу друг другу. В этом случае возникают стоячие волны. Так, стоячие волны получаются в результате наложения падающих и отраженных от какого-либо препятствия волн. Этот случай образования стоячих волн и рассматривают наиболее обстоятельно при решении задач на примере стоячих волн в струнах, упругих стержнях и в воздушных столбах.

При отражении от неподвижной стенки волна претерпевает отставание по фазе на угол π (теряет полволны). Это явление также можно установить и затем использовать при решении задач.

Если плоская волна падает на плоскую и большую по сравнению с длиной волны поверхность, то угол падения равен углу отражения, что желательно проверить с помощью наблюдений за отражением коротких импульсов от больших поверхностей.

Явление дифракции волн рассматривается качественно.

788. С помощью упругой пластинки — вибратора (рис. 243) на поверхности воды создают две волны. Найдите построением положение впадин и пучностей, образовавшихся при интерференции волн. Расстояние между когерентными источниками — 10 *см*, длина волны — 5 *см*.

Решение. На полной странице ученической тетради изображаем когерентные источники *а* и *б* (рис. 244) и вокруг каждого из них проводим концентрические окружности радиусами $R_1 = \frac{\lambda}{2}$; $R_2 = \lambda$; $R_3 = \frac{3}{2}\lambda$ и т. д. Окружности с радиусом, равным нечет-

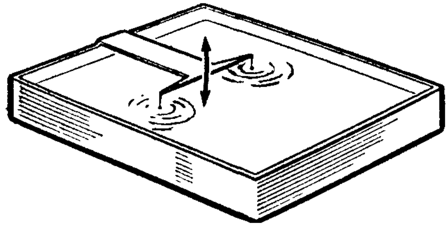


Рис. 243.

ному числу полуволн, проводим пунктиром, а четному — сплошной линией. Последовательно рассматриваем точки пересечения окружностей на линии *аб* и выше нее. Точки, для которых разность хода равна четному числу полуволн (пучности), обозначаем, например, кружочками, а нечетному (впадины) — крестиками. В результате получаем картину, показанную на рисунке 244. Решение для области, расположенной ниже прямой *аб*, найдем из соображений симметрии.

789. По условиям задачи 788 определите амплитуды колебаний, которые получились при интерференции волн в точках, удаленных от источников колебаний *а* и *б* соответственно на расстояние: а) $l_1 = 50$ и $l_2 = 40$ *см*; б) $l_3 = 50$ и $l_4 = 32{,}5$ *см*; в) $l_5 = 45$ и $l_6 = 61{,}25$ *см*. Амплитуды слагаемых колебаний в указанных точках считать одинаковыми.

Решение. Определим разность хода длин волн и сравним ее с длиной волны. а) $\frac{l_1 - l_2}{\lambda} = \frac{50\ см - 40\ см}{5\ см} = 2$. Разность хода равна целому числу полуволн, следовательно, амплитуда результирующего колебания будет вдвое больше амплитуды интерферирующих волн.

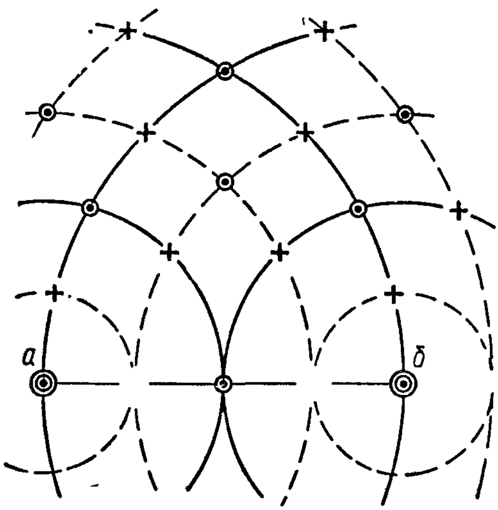


Рис. 244.

б) $\frac{l_3 - l_4}{\lambda} = \frac{50\ см - 32{,}5\ см}{5\ см} = 3{,}5$. Разность хода равна нечетному числу полуволн — колебания гасят друг друга. Амплитуда равна 0. в) $\frac{l_6 - l_5}{\lambda} = 3{,}25$. Разность фаз $\Delta\varphi = 6\pi + \frac{\pi}{2}$.

Сложим данные колебания, считая для облегчения расчетов, что $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$; $x_1 = A_0 \sin \omega t$; $x_2 = A_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$; $x = x_1 + x_2 = 1{,}41 A_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$; $A = 1{,}41 A_0$ (см. № 771).

790*. Точка C (рис. 245) удалена от источников колебаний A и B на расстояние $AC \gg AB$. Как в этом случае зависит разность хода волн до точки от расстояния $AB = d$ и угла φ?

Решение. Отложим от точки C отрезок $CB' = CB$. Так как $d \ll AC$, то $\angle C$ мал, $\angle 1 \approx \angle 2 \approx 90°$; $\angle\varphi = \angle B'BA$. Разность хода волн $AB' = d \sin \varphi$.

Для максимумов и минимумов колебаний формула соответственно примет вид $n\lambda = d \sin \varphi$; $n\lambda + \frac{\lambda}{2} = d \sin \varphi$.

791. Человек чувствует разность времени воздействия звука на уши в $3 \cdot 10^{-5}$ *сек*. На какой угол φ должен переместиться находящийся перед человеком далекий источник звука, чтобы можно было заметить это смещение? Расстояние между ушами $d = 20$ *см*.

Решение. Если источник звука из точки C' сместился в точку C (рис. 245), то $\sin \varphi = \frac{AB'}{d}$; $AB' = at = 340\ \frac{м}{сек} \cdot 3 \cdot 10^{-5}\ сек = 0{,}01\ м$; $\sin \varphi = \frac{0{,}01}{0{,}20} = 0{,}05$. $\varphi \approx 3°$.

792. По длине l резонаторного ящика камертона определите частоту его колебаний.

Решение. У дна ящика получается узел, а у отверстия — пучность стоячей волны, поэтому $l = \frac{1}{4}\lambda$, $\lambda = \frac{a}{f}$; $f = \frac{a}{4l}$.

793(э). Пронаблюдайте, как изменяется высота звука, возникающего при заполнении водой из-под крана высокого сосуда, и объясните явление.

Ответ. В результате резонанса (№ 792) по мере заполнения сосуда усиливаются все более высокие звуки.

794. Пронаблюдайте, какие волны — длинные или короткие лучше огибают препятствия на воде: сваи, лодки и т. д.

795. Почему мы слышим звуки, которые раздаются за различными преградами: за углом дома, сплошным забором и даже за лесом или горой?

796. Прислушайтесь к эху. Выше или ниже его звуки по сравнению с теми, которые создали его?

Ответ. Длинные волны лучше огибают препятствия. Звуковые волны с частотой 2000 *гц*, к которой наиболее чувствительно ухо, имеют длину волны $\lambda = \frac{340\frac{м}{сек}}{2000\ гц} = 17$ *см* и потому хорошо огибают сравнимые с ними по величине преграды. Отражаются же лучше короткие волны, поэтому звуки эха обычно выше по тону, чем звуки, создавшие его.

7. Инфразвук и ультразвук

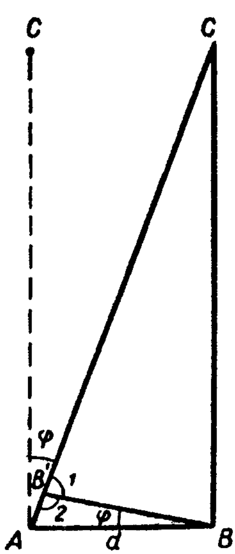


Рис. 245.

797. Медуза «слышит» недоступные человеку инфразвуки частотой 8—13 *гц*, которые возникают, как обнаружил акад. Шулейкин, при шторме от трения волн о воздух. В приборе, имитирующем орган слуха медузы (рис. 246), имеются резонатор, пропускающий колебания нужных частот, пьезодатчик, преобразующий эти колебания в импульсы электрического тока. Далее эти импульсы усиливают и измеряют. Прибор позволяет определить наступление шторма примерно за 15 *ч*. Какова длина волны инфразвука, имеющего частоту 10 *гц*, если скорость звука в морской воде при 0°C равна 1550 *м/сек*. Какого примерно размера должен быть резонатор, если он работает по тому же принципу, как резонаторный ящик камертона?

Решение. Длина волны $\lambda = \dfrac{1550\,\frac{м}{сек}}{10\ сек^{-1}} = 15{,}5$ *м*. Если длина резонатора равна $\frac{1}{4}\lambda$, то $l = \dfrac{15{,}5\ м}{4} \approx 4$ *м*. Если же резонатор рассчитан на более высокие частоты, то его размеры будут меньше.

798. Чем выше частота звуковых колебаний, тем быстрее они затухают с расстоянием. Почему же в таком случае некоторые животные (летучие мыши, дельфины, морские свинки и др.) пользуются для эхолокации ультразвуками?

799. Для связи между собой дельфины издают звуки от 10 до 400 *гц*, а для звуколокации — 750—300 000 *гц*. Чем объяснить такую разницу издаваемых для разных целей звуков?

Ответ. Звуковые колебания большой частоты (с малой длиной волны) обеспечивают большую точность локации, так как зеркальное отражение волн получается только от предметов, размеры которых превышают длину волны звука. Предметы, меньшие длины звуковой волны, дают слабое эхо. Для связи же нужно использовать слабо затухающие звуки. Этому требованию удовлетворяют звуки низкой частоты.

800. Сравните энергию волн звуковой и ультразвуковой частоты, если амплитуда колебаний одинакова, а частоты соответственно равны 1 *кгц* и 1 *Мгц* [21, № 573].

Решение. Энергия колебательного движения в первом случае

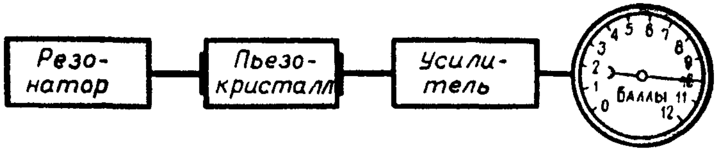


Рис. 246

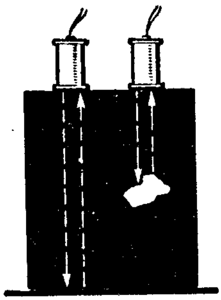


Рис. 247.

$$W_1 = \frac{mv_1^2}{2} = \frac{m\omega_1^2 A^2}{2} = \frac{m4\pi^2 f_1^2 A^2}{2}.$$

Во втором случае

$$W_2 = \frac{m\,4\pi^2 f_2^2 A^2}{2}; \quad \frac{W_2}{W_1} = \frac{f_2^2}{f_1^2} = \frac{10^{12}\ гц^2}{10^6\ гц^2} = 10^6.$$

801. Ультразвуки, в том числе по некоторым предположениям и создаваемые кашалотами, способны убивать рыб. Как это объяснить, пользуясь данными задачи 800?

Ответ. Ультразвуковые генераторы излучают гораздо бóльшую энергию, чем источники обычных звуков при той же амплитуде колебаний. Этой энергии может оказаться достаточно для того, чтобы умертвить небольших животных.

802. Стальную деталь (рис. 247) проверяют ультразвуковым дефектоскопом, работающим на частоте 1 *Мгц*. Первый отраженный сигнал был получен через 8 *мксек* после посылки, а второй — через 20 *мксек*. На какой глубине обнаружен дефект детали? Какова высота детали? Скорость ультразвука в стали 5000 *м/сек* [21, № 571].

Решение. Прибор отмечает время, за которое сигнал дошел до дефекта и вернулся обратно. Следовательно, расстояние до дефекта $h_1 = a\frac{t}{2} = 5000\frac{м}{сек} \cdot 4 \cdot 10^{-6}\ сек = 20\ мм$. Высота детали

$$h_2 = 5000\frac{м}{сек} \cdot 10 \cdot 10^{-6} = 50\ мм.$$

ГЛАВА 31

ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК

Переменный электрический ток в школьной программе трактуется как вынужденное электрическое колебание. Поэтому при решении задач по переменному току используются те же приемы и подходы, что и в случае вынужденных механических колебаний (использование знаний по тригонометрии, графиков колебаний и т. п.).

В средней школе изучают только технический (синусоидальный) переменный ток, напряжение в котором изменяется по закону $U = U_{макс} \sin \omega t$. Поэтому в дальнейшем, говоря о переменном токе, мы будем иметь в виду синусоидальный ток. Ток в цепи $I = I_{макс} \sin(\omega t + \varphi)$, где φ — сдвиг фаз между колебаниями тока и напряжения.

В дальнейшем под термином «сила переменного тока» будем понимать действующее значение силы тока $I_д$, т. е. силу такого постоянного тока, который выделяет в данном проводнике такое же количество теплоты за время одного периода переменного тока, сколько и переменный ток за это же время. В случае синусоидального тока $I_д = \frac{I_{макс}}{\sqrt{2}}$. Аналогично действующее значение напряжения, которое для краткости далее будем называть просто «напряжением переменного тока» $U_д = \frac{U_{макс}}{\sqrt{2}}$.

Сопротивление, обусловленное наличием емкости C в цепи переменного тока, называют емкостным сопротивлением X_C, а сопротивление, обусловленное явлением самоиндукции в цепи переменного тока, получило название индуктивного сопротивления X_L. Емкостное и индуктивное сопротивления измеряют, как и активное сопротивление, в омах и вычисляют по формулам

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} \text{ и } X_L = \omega L = 2\pi f L,$$

где ω — круговая частота, f — частота переменного тока, C и L — емкость и индуктивность цепи.

При чисто емкостной нагрузке ($R = 0$) колебания тока опережают колебания напряжения на угол $\varphi = \frac{\pi}{2}$, а при чисто индуктивной колебания тока отстают от колебаний напряжения на $\varphi = \frac{\pi}{2}$. В случае смешанной нагрузки сдвиг фаз между током и напряжением φ находится в пределах $-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$. При чисто активной нагрузке $\varphi = 0$.

Между амплитудными (максимальными) значениями силы тока и напряжения в цепи переменного тока существует связь, аналогичная закону Ома:

$$I_{макс} = \frac{U_{макс}}{Z}, \text{ где } Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} -$$

полное сопротивление цепи.

Средняя мощность переменного тока $P = \frac{I_{макс} U_{макс}}{2} \cos\varphi = I_д U_д \cos\varphi$, где $\cos\varphi$ — коэффициент мощности, равный $\frac{R}{Z}$. В случае чисто реактивного сопротивления ($R = 0$) $\cos\varphi = 0$, а при чисто активной нагрузке ($X_L = 0$ и $X_C = 0$) $\cos\varphi = 1$. Средняя мощность показывает, сколько энергии за единицу времени безвозвратно передается электрическим током данному участку цепи. Так как энергию потребляет только активное сопротивление, эту мощность еще называют активной: $P_{акт} = I_д U_д \cos \varphi = I^2 R$. Произведение $I_д U_д = S$ получило название кажущейся мощности. Можно записать $P_{акт} = S \cos \varphi$, откуда $\cos \varphi = \frac{P_{акт}}{S}$.

Важно знать, что амперметр и вольтметр[1] в цепи переменного тока измеряют действующие значения тока и напряжения. Ваттметр же измеряет среднюю или активную мощность $P_{акт} = I_д U_д \cos \varphi$, т. е. учитывает коэффициент мощности.

В проводнике с активным сопротивлением R при прохождении переменного тока выделяется количество теплоты $Q = I_д^2 Rt$. На индуктивном и емкостном сопротивлениях теплота не выделяется. Закон Джоуля—Ленца поэтому при переменных токах следует применять только в виде $Q = I_д^2 Rt$. Расчет по формулам $Q = \frac{U_д^2}{R} t$ и $Q = I_д U_д t$ возможен только в случае чисто активной нагрузки.

При решении задач по переменному току имеют большое значение не только аналитические зависимости между величинами, но и графики и осциллограммы.

Решение задач по переменному току лучше всего начинать с анализа графиков, осциллограмм и выяснения сущности зависимости $I = I_{макс} \sin \omega t$. После этого решают задачи на вычисления действующих значений тока и напряжения по амплитудным значениям или обратные задачи. Обязательными являются также задачи на определение величин емкостного и индуктивного сопротивлений. Так как понятия о полном сопротивлении цепи Z, мощности переменного тока P и коэффициенте мощности $\cos \varphi$ излагают в средней школе только в ознакомительном плане, решение задач по всем этим вопросам не обязательно.

По вопросу о резонансе в цепи переменного тока можно ограничиться решением только качественных задач. Учащиеся должны знать, что в цепи переменного тока при $f_{вынужд} = f_{собств}$ возникает явление резонанса. При этом $X_L = X_C$ и ток в цепи определяется только активным сопротивлением R. При малом R ток может достигнуть больших значений.

При передаче электроэнергии на большие расстояния возникает необходимость изменять напряжение переменного тока, что достигают с помощью трансформаторов. При решении задач о трансформации тока используют следующие величины и зависимости.

Коэффициент трансформации $k = \frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2}$, где N_1, N_2, U_1 и U_2 — соответственно число витков и напряжения в первичной и вторичной обмотках трансформатора.

---

[1] Это относится ко всем системам, кроме амплитудных (пиковых) катодных вольтметров.

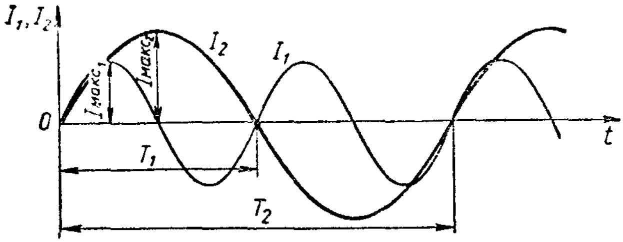


Рис. 248.

Коэффициент полезного действия трансформатора $\eta = \frac{I_2 U_2}{I_1 U_1}$. Обычно при расчетах можно считать, что η близок к 100%, и падением напряжения на обмотках трансформатора можно пренебречь. Также можно пренебречь потерями энергии на перемагничивание.

Полная мощность, потребляемая в цепи и обмотке, $N = I\,(U + IR)$, где U — напряжение на клеммах, а R — сопротивление обмотки трансформатора.

803. Начертите графики двух переменных токов, действующие значения которых соответственно равны 4 и 5*а*, а периоды 0,01 и 0,02 *сек*.

Р е ш е н и е. Графики этих переменных токов приведены на рисунке 248. Для их вычерчивания необходимо предварительно найти $I_{макс} = I_д\sqrt{2}$, а затем строить график, пользуясь зависимостью $I = I_{макс} \sin \omega t$.

804. На рис. 249 приведены осциллограммы двух токов. Чем они отличаются и что общего между ними?

Р е ш е н и е. Это токи одинаковой частоты, но с разными амплитудами и фазами. Ток 2 имеет амплитуду $I_{макс}$ большую, чем ток 1. Колебания тока 1 опережают по фазе колебания тока 2 на

$$\varphi = \omega\,\Delta t = \frac{2\pi}{T}\,\Delta t.$$

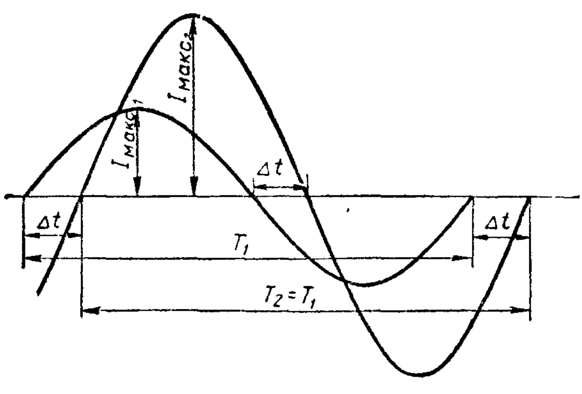


Рис. 249.

Если наложить на осциллограмму координатную сетку, проградуированную в определенных единицах, то можно определить $I_{макс}$, T и рассчитать φ.

805. Мгновенное значение силы тока для фазы $\frac{\pi}{6}$ равно 6 *а*. Определите амплитудное и действующее значение силы тока.

Решение. Мгновенное значение тока $I = I_{макс} \sin \omega t$. По условию задачи $\omega t = \frac{\pi}{6}$, т. е. $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$, $I = I_{макс} \cdot \frac{1}{2}$ или $I_{макс} = 2I = 12$ *а*. Действующее значение тока

$$I_д = \frac{I_{макс}}{\sqrt{2}} = \frac{12\ а}{\sqrt{2}} \approx 8{,}6 а.$$

806. Пробойное напряжение конденсатора составляет $U_{пр} = 450$ *в*. Можно ли включить этот конденсатор в цепь, в которой вольтметр показывает напряжение $U = 380$ *в*?

Решение. Вольтметр измеряет действующее значение напряжения $U_д$. Определим амплитудное значение напряжения $U_{макс}$

$$U_д = \frac{U_{макс}}{\sqrt{2}},\ \text{откуда}\ U_{макс} = \sqrt{2}\, U_д.\ U_{макс} = 380\ в \sqrt{2} \approx 500\ в.$$

Максимальное напряжение оказалось больше пробойного. Конденсатор нельзя включать в цепь с $U_д = 380$ *в*.

807*. Неоновая лампа включена в цепь переменного тока промышленной частоты с напряжением 127 *в*. Напряжение зажигания лампы $U_{заж} = 84$ *в*. Определите длительность вспышек и время между вспышками неоновой лампы.

Решение 1. При достижении $U \geqslant U_{заж}$ неоновая лампа зажигается и светится до тех пор, пока U не станет меньше $U_{гаш} = U_{заж}$. Таким образом, лампа вспыхнет и будет светиться некоторое время в первом полупериоде, потом погаснет и вновь будет гореть часть второго полупериода, так как полярность электродов для свечения неоновой лампы не играет роли. При частоте переменного тока $f = 50$ *гц* неоновая лампа будет вспыхивать 100 раз в течение секунды.

По $U_д = 127$ *в* определим $U_{макс} = \sqrt{2}\, U_д \approx 178$ *в*. Период $T = 0{,}02$ *сек*. На рисунке 250 изображен график этого переменного напряжения. Проведем прямые MN и FE, соответствующие напряжениям 84 и —84 *в*. Время горения лампы соответствует отрезкам $A'B'$, $K'L'$, $C'D'$, а время между вспышками — отрезкам $B'K'$, $L'C'$ и $D'T'$.

Решение 2. $U_{заж} = U_{макс} \sin \frac{2\pi}{T} t_1$, где t_1 — момент времени, когда зажигается лампа. Подставим данные из условия задачи: $84 = 178 \sin \frac{2\pi}{T} t_1$, откуда $\sin \frac{2\pi}{T} t_1 \approx 0{,}47$.

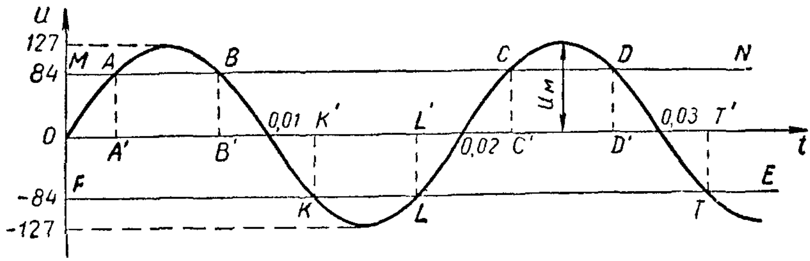


Рис. 250.

Такое значение функция имеет при угле 28°, т. е. $\frac{360^\circ}{0,02} t_1 = 28^\circ$, откуда $t_1 = 0,002$ *сек*. Это же значение функции будет при угле $180^\circ - 28^\circ = 152^\circ$. При уменьшении напряжения лампа погаснет.

Время гашения найдем из условия $\frac{360^\circ}{0,02} \cdot t_2 = 180^\circ - 28^\circ$. $t_2 \approx 0,008$ *сек*. Длительность свечения лампы $t_{всп} = t_2 - t_1 = 0,008 - 0,002 = 0,006$ *сек*. Промежуток между вспышками $t_{пром} \approx 0,004$ *сек*.

Можно проверить решение. За период, равный 0,02 *сек* должно произойти две вспышки и соответственно будет два промежутка между вспышками. Действительно, $2 \cdot 0,006$ *сек* $+ 2 \cdot 0,004$ *сек* $= 0,02$ *сек*.

808. В цепи технического переменного тока конденсатор имеет сопротивление $X_C = 1000$ *ом*. Определите сопротивление этого конденсатора при включении его в цепь переменного тока частотой $f_2 = 5$ *кгц*. Какова емкость конденсатора?

Р е ш е н и е. Частота переменного технического тока $f_1 = 50$ *гц*. Емкостное сопротивление конденсатора при частоте f_1 $X_{C_1} = \frac{1}{\omega_1 C_1} = \frac{1}{2\pi f_1 C_1}$, откуда емкость конденсатора

$$C_1 = \frac{1}{2\pi f_1 x_{C_1}} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 1000} = 3 \cdot 10^{-6} (ф) = 3 \ (мкф).$$

Емкостное сопротивление конденсатора при частоте f_2 определяем либо по формуле $X_{C_2} = \frac{1}{2\pi f_2 C_2}$, либо из отношения $\frac{X_{C_1}}{X_{C_2}} = \frac{f_2}{f_1}$.

Вычисления дают $X_{C_2} = 10$ *ом*.

809. Найдите индуктивность катушки, если вольтметр электромагнитной системы, подключенный к концам катушки, показывает напряжение $U = 110$ *в*, а амперметр — ток $I = 10$ *а*. Частота тока $f = 50$ *гц*. Активным сопротивлением катушки пренебречь.

Решение. $Z = X_L = \omega L$. По закону Ома для амплитудных значений $I_{макс} = \frac{U_{макс}}{Z}$, откуда $Z = \frac{U_{макс}}{I_{макс}}$. Вместо этого отношения амплитудных значений можно взять отношение действующих значений, которые показывают вольтметр и амперметр: $\frac{U_д}{I_д} = 11$. Тогда $\omega L = 2\pi f L = Z = 11$,

$$\text{а} \quad L = \frac{Z}{2\pi f} = \frac{11}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 50} \approx 0{,}035 \ (гн).$$

810. В цепь лампы дневного света включают дроссель низкой частоты, на котором падает часть напряжения внешней сети. Почему целесообразно включать дроссель, а не реостат?

Решение. Дроссель и реостат при включении в цепь будут ограничивать ток, но на реостате при этом выделится некоторое количество теплоты ($Q = I^2Rt$). В случае же дросселя потеря энергии на нагревание дросселя будет минимальной, так как практически можно считать, что дроссель не обладает активным сопротивлением, а на реактивных сопротивлениях теплота не выделяется.

811. В цепи, где последовательно соединены резистор, катушка и конденсатор, течет ток 0,8 *а*. Активное сопротивление цепи 50 *ом*, напряжение, подведенное ко всей цепи, 200 *в*. Найдите полное сопротивление цепи, коэффициент мощности и активную мощность.

Решение. Полное сопротивление цепи $Z = \frac{U_д}{I_д} = \frac{200в}{0{,}8а} = 250$ *ом*. Активная мощность $P_{акт} = I^2R$, кажущаяся мощность $S = I_дU_д$. Но с другой стороны, активная мощность $P_{акт} = I_дU_д \times \cos\varphi = S\cos\varphi$. Из этих соотношений находим $P_{акт}$, S и $\cos\varphi$ $P_{акт} = I_д{}^2R = (0{,}8\ а)^2 \cdot 50\ ом = 32\ вт$, $S = I_д\ U_д = 0{,}8\ а \cdot 200\ в = 160\ вт$, а $\cos\varphi = \frac{P_{акт}}{S} = \frac{32\ вт}{160\ вт} = 0{,}2$.

812. В цепи переменного тока амперметр показывает ток 6 *а*, вольтметр — напряжение 220 *в*, а ваттметр — мощность 600 *вт*. Определите коэффициент мощности и сдвиг фаз между током и напряжением.

Решение. Амперметр и вольтметр показывают действующие значения тока $I_д = 6а$ и напряжения $U_д = 220\ в$. Ваттметр показывает активную мощность переменного тока $P = I_д\ U_д \cos\varphi$. Зная показания ваттметра, амперметра и вольтметра, определяем коэффициент мощности

$$\cos\varphi = \frac{P}{I_д U_д} = \frac{600\ вт}{6а \cdot 220\ в} \approx 0{,}45.$$

Угол сдвига фаз между колебаниями тока и напряжения

$$\varphi = \arccos \frac{P}{I_д U_д} = \arccos\, 0{,}45 \approx 63^0.$$

813. В сеть переменного технического тока включен электродвигатель. Ваттметр показал мощность 600 *вт*, а вольтметр и амперметр соответственно 200 *в* и 4 *а*. Определите, с каким коэффициентом мощности работает электродвигатель.

Решение. Аналогично задаче 812 находим $P = I_д U_д \cos\varphi$, отсюда

$$\cos\varphi = \frac{P}{I_д\, U_д} = \frac{600\, вт}{200\, в \cdot 4 а} = 0{,}75.$$

814. Ток в первичной обмотке трансформатора 0,5 *а*. Напряжение на клеммах 220 *в*. Коэффициент трансформации $k = 22$. Определите напряжение во вторичной цепи.

Решение. Если пренебречь потерями, то $k = \frac{U_1}{U_2}$,

откуда $U_2 = \frac{U_1}{k} = \frac{220\, в}{22} = 10\, в.$

815. Понижающий трансформатор с коэффициентом трансформации $k = 10$ включен в сеть с напряжением $U_1 = 127$ *в*. Сопротивление вторичной обмотки $R_2 = 2$ *ом*, сила тока $I_2 = 3$ *а*. Определите напряжение на клеммах вторичной обмотки. Потерями энергии в первичной обмотке пренебречь.

Решение. Для понижающего трансформатора в случае, когда потерями в первичной обмотке можно пренебречь, а во вторичной нельзя, записываем

$$k = \frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2 + I_2 R_2}.$$

Отсюда

$$U_2 = \frac{U_1 - kI_2 R_2}{k} = \frac{127 в - 10 \cdot 3 а \cdot 2\, ом}{10} = 6{,}7\, в.$$

816. Линия электропередачи длиной 100 *км* работает при напряжении 200 000 *в*. Определите к.п.д. линии, т. е. отношение напряжения на нагрузке к напряжению, подводимому к линии. Линия выполнена алюминиевым кабелем площадью поперечного сечения 150 $мм^2$. Передаваемая мощность 30 000 *квт*.

Решение. Сила тока в линии $I = \frac{P}{U} = \frac{30\,000\,000\, вт}{200\,000\, в} = 150\ а.$

Сопротивление линии передачи, учитывая, что линия двухпроводная, $R = \rho \frac{2l}{S} = 0{,}028 \cdot 10^{-6} ом \cdot м \cdot \frac{2 \cdot 100000\ м}{150 \cdot 10^{-6} м^2} \approx 37{,}3\ ом.$

На линии передачи происходит падение напряжения: $U_{пад} = IR = 150\ a \cdot 37{,}3\ ом \approx 6000\ в$. Напряжение на нагрузке $U_{нагр} = U - U_{пад} = 200\,000\ в - 6\,000\ в = 194\,000\ в$, к.п.д. линии

$$\eta = \frac{U_{нагр}}{U} \approx \frac{194000\ в}{200000\ в} \approx 0{,}97 \quad \text{или} \quad 97\ \%.$$

ГЛАВА 32

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Учащиеся знакомились уже с понятиями частоты и периода колебаний при изучении механических колебаний, а с длиной волны при изучении волн в упругих средах. При изучении электромагнитных колебаний и волн решаются, в основном, задачи на определение периода электромагнитных колебаний T в колебательном контуре, а также задачи по вычислению длины электромагнитной волны λ. Большое место в данной теме имеют качественные задачи.

Учащиеся при решении задач должны получить навыки определения по длине волны в вакууме частоты колебаний и наоборот.

Колебательный контур в школе рассматривают при этом такой, в котором можно не учитывать активное сопротивление R из-за его малости по сравнению с реактивными сопротивлениями.

Период электромагнитных колебаний T в таком контуре зависит только от емкости конденсатора C и индуктивности катушки L. Измеряют период в секундах и вычисляют по формуле Томсона $T = 2\pi\sqrt{LC}$, где емкость C измерена в фарадах, а индуктивность L — в генри.

Длина электромагнитной волны $\lambda = c_0 T = \frac{c_0}{f}$, где c_0 — скорость распространения электромагнитных волн в вакууме, равная скорости света в вакууме. При распространении колебаний в какой-либо другой среде скорость волны v изменяется и $\lambda = vT$. В атмосфере скорость электромагнитных волн практически можно принять равной скорости света в вакууме.

Необходимо обратить внимание учащихся и использовать при решении задач тот факт, что основная характеристика колебаний — частота f (или период T). Длина же волны λ меняется при переходе из одной среды в другую, в то время как частота остается неизменной.

Количественные задачи могут быть решены также на определение времени распространения сигнала, например при радиолокации.

817. В каком элементе закрытого колебательного контура (конденсаторе или катушке) сосредоточена энергия в моменты $t = 0$, $\frac{T}{4}$, $\frac{T}{2}$ и $\frac{T}{8}$, если время начинать отсчитывать с начала разряда конденсатора?

Решение. Контур вначале принимаем за идеальный ($R = 0$). Потерь энергии в этом случае не будет и энергия только превращается из энергии электрического поля в энергию магнитного поля и наоборот. В первоначальный момент энергия сосредоточена в конденсаторе. Это энергия электростатического поля. Через $\frac{T}{4}$ (четверть периода) энергия электростатического поля превратится в энергию магнитного поля, т. е. энергия будет сосредоточена в катушке индуктивности. Через $\frac{T}{8}$ произойдет лишь частичный разряд конденсатора. Энергией будет обладать и конденсатор и катушка индуктивности, но согласно закону сохранения и превращения энергии сумма этих энергий равна первоначальному запасу энергии в конденсаторе. При $t = \frac{T}{2}$ энергия сосредоточена в конденсаторе.

Если $R \neq 0$, то колебания в контуре будут затухающими, часть энергии необратимо превращается в тепло.

818. Как изменяется период и частота колебаний в контуре при увеличении расстояния между пластинами конденсатора контура? при введении в катушку индуктивности контура железного сердечника?

Решение. Период колебаний $T = 2\pi\sqrt{LC}$.

Емкость конденсатора $C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d}$, где S — площадь пластин, а d — расстояние между ними. При увеличении d емкость C и период T уменьшаются, частота колебаний $f = \frac{1}{T}$ увеличивается.

Индуктивность катушки L при введении железного сердечника возрастает, следовательно, возрастает и период колебаний T.

819. Определите частоту колебаний в контуре с катушкой индуктивности $L = 1{,}5$ *мгн* и конденсатором емкостью $C = 450$ *пф*.

Решение. $T = 2\pi\sqrt{LC}$, или $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$. Подставив значения C и L, получаем

$$f = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot \sqrt{1{,}5 \cdot 10^{-3}\,\textit{гн} \quad 450 \cdot 10^{-12}\,\textit{ф}}} \approx 2 \cdot 10^{5}\,\textit{гц} = 200\,\textit{кгц} = $$
$$= 0{,}2\,\textit{Мгц}.$$

Действия над наименованиями: $1\,\textit{гн} = 1\,\frac{\textit{в} \cdot \textit{сек}}{\textit{а}}$, $1\,\textit{ф} = 1\,\frac{\textit{к}}{\textit{в}}$, тогда подкоренное выражение имеет размерность

$$\frac{в \cdot сек \cdot к}{а \cdot в} = \frac{в \cdot сек \cdot а \cdot сек}{а \cdot в} = сек^2.$$

820. Радиолокационная станция излучает 10-сантиметровые радиоволны. Какова частота колебаний?

Решение. По условию задачи длина радиоволн $\lambda = 10\ см = 0{,}1\ м$. Известно, что $\lambda = \frac{c}{f}$, откуда $f = \frac{c}{\lambda}$. Скорость распространения радиоволн в вакууме $c = 3 \cdot 10^8\ \frac{м}{сек}$. Тогда

$$f = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{м}{сек}}{0{,}1\ м} = 3 \cdot 10^9\ \frac{1}{сек}\ (гц) = 3\ Ггц.$$

821. Частота электромагнитных колебаний, создаваемых передатчиком радиостанции, равна 6 *Мгц*. Какова длина электромагнитных волн, излучаемых станцией?

Решение. Длина волны $\lambda = \frac{c}{f}$, т. е.

$$\lambda = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{м}{сек}}{6 \cdot 10^6 \frac{1}{сек}} = 50\ м.$$

822. Емкость конденсатора переменной емкости в контуре радиоприемника может изменяться от 50 до 450 *пф*. Индуктивность катушки остается при этом неизменной и равной $L = 0{,}6\ мгн$. На каких длинах волн работает радиоприемник?

Решение. Длина волны $\lambda = cT$, $T = 2\pi\sqrt{CL}$. Длины волн лежат в интервале от $\lambda_1 = cT_1$ (при емкости $C_1 = 50\ пф$) до

$$\lambda_2 = cT_2 \text{ (при емкости } C_2 = 450\ пф).$$

$$T_1 = 2\pi\sqrt{LC_1} = 6{,}28\sqrt{0{,}6 \cdot 10^{-3}\ гн\ 50 \cdot 10^{-12} ф} \approx 1{,}10^{-6}\ сек.$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{LC_2} = 6{,}28\sqrt{0{,}6 \cdot 10^{-3}\ гн \cdot 450 \cdot 10^{-12}\ ф} \approx 3 \cdot 10^{-6}\ сек.$$

$$\lambda_1 = cT_1 = 3 \cdot 10^8\ \frac{м}{сек} \cdot 10^{-6}\ сек = 300\ м.$$

$$\lambda_2 = cT_2 = 3 \cdot 10^8\ \frac{м}{сек} \cdot 3 \cdot 10^{-6}\ сек = 900\ м.$$

$$300\ м \leqslant \lambda \leqslant 900\ м.$$

823. Электромагнитные колебания частотой $f = 1\ Мгц$ возбуждают в некоторой однородной среде электромагнитные волны с длиной волны $\lambda = 200$ *м*. Чему равна скорость волн в этой среде? Определите длину электромагнитных волн от этого же источника в вакууме.

Р е ш е н и е. В данной среде $\lambda = \frac{v}{f}$, откуда

$$v = \lambda f = 200\ м \cdot 10^6\ гц = 2 \cdot 10^8 \frac{м}{сек}.$$

В вакууме $\lambda_в = \frac{c}{f}$, т. е.

$$\lambda_в = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{м}{сек}}{10^6 \frac{1}{сек}} = 300\ м.$$

824. Сигнал радиолокатора возвратился от цели через $3{,}3 \cdot 10^{-4}$ *сек*. На каком расстоянии находится цель?

Р е ш е н и е. В радиолокационной станции излучатель и приемник расположены в одном и том же месте. Поэтому электромагнитные волны с момента излучения до момента приема, т. е. за время $t = 3{,}3 \cdot 10^{-4}$ *сек*, прошли путь, равный удвоенному расстоянию от радиолокатора до отражающего волны предмета. Искомое расстояние

$$R = \frac{ct}{2} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{м}{сек} \cdot 3{,}3 \cdot 10^{-4}\ сек}{2} \approx 50\ 000\ м \approx 50\ км.$$

825*. Действующее значение напряжения на конденсаторе в контуре $U_д = 100$ *в*. Определите максимальное значение энергии конденсатора и катушки в контуре, если емкость конденсатора $C = 10$ *пф*.

Р е ш е н и е. Энергия заряженного конденсатора $W = \frac{CU^2_д}{2}$.

Максимальная энергия

$$W_{макс} = \frac{CU^2_{макс}}{2} = \frac{2\,CU^2_д}{2} = 10 \cdot 10^{-12}\ ф \cdot 100^2 в^2 \approx 10^{-7}\ дж.$$

Учитываем, что $1\ ф = \frac{1к}{1в}$, а $1\ дж = 1в \cdot 1\ к$.

Магнитное поле катушки через $\frac{T}{4}$ будет обладать такой же энергией при условии, если в контуре нет потерь.

826*. Диполь, длина которого $l = 0{,}5$ *м*, погружен в сосуд с керосином. Определите длину электромагнитной волны, излучаемой вибратором, в керосине, а также в воздухе после выхода электромагнитной волны из сосуда.

Решение. Симметричный вибратор длиной l всегда излучает электромагнитную волну, длина которой $\lambda = 2l$, так как в диполе устанавливается стоячая волна с узлами тока на концах и с пучностью в середине.

В пустоте диполь излучал бы колебания частотой $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{2l} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$. В керосине емкость диполя увеличится в ε раз. Частота станет равной $f' = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\varepsilon C}}$. Следовательно, $\frac{f'}{f} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}$ или $f' = \frac{f}{\sqrt{\varepsilon}} = \frac{c}{2l\sqrt{\varepsilon}}$. Этой частоте в керосине соответствует длина волны $\lambda = 2l$, а в пустоте — длина волны $\lambda = \frac{c}{f'} = \frac{c \cdot 2l\sqrt{\varepsilon}}{c} = 2l\sqrt{\varepsilon}$.

ГЛАВА 33

ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА СВЕТА

По данной теме решают два основных типа задач: по определению скорости света, расстояния и времени распространения световых волн и по интерференции и дифракции света.

Эти задачи во многом аналогичны соответствующим задачам о звуковых волнах (гл. 30, 5 и 6), которые поэтому полезно повторить или решить в несколько иных вариантах.

В ознакомительном плане следует также решить несколько качественных и экспериментальных задач о поляризации света.

1. Скорость света

Задачи по данной теме должны помочь формированию понятия о скорости света, как огромной, но вместе с тем конечной скорости распространения световых волн, зависящей от свойств среды, познакомить с методами ее определения.

Поскольку об определении скорости света по методу Майкельсона обычно рассказывает сам учитель физики, а о методе Рёмера — учитель астрономии, то при решении задач лучше рассмотреть другие методы, например метод Физо (опыт с зубчатым диском) и метод Фуко (применение вращающегося зеркала). Последний опыт особенно интересен тем, что позволил непосредственно определить скорость света в различных средах. Соответствующие расчеты выполняют с применением формул $s = ct$ и $c_1 = \frac{c}{n}$, где c — скорость

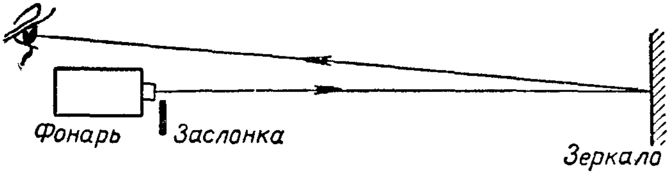


Рис. 251.

света в вакууме, s — расстояние, пройденное светом за время t, c_1 — скорость света в среде, где световые волны распространяются в n раз медленнее, чем в вакууме.

При расчетах скорость света в вакууме будем принимать равной $3 \cdot 10^5$ *км/сек* $= 3 \cdot 10^8$ *м/сек.*

827. На рисунке 251 показана схема опыта, с помощью которого Галилей пытался измерить скорость света. Открывая заслонку фонаря, он старался определить, через сколько времени к нему вернется свет, отразившись от зеркала. Покажите расчетами, приняв $s = 1{,}5$ *км*, в чем главная техническая трудность такого эксперимента.

Р е ш е н и е. Свет проходит путь, равный $2s$, за время $t = \frac{2s}{c} = \frac{3\ км}{3 \cdot 10^5 \frac{км}{сек}} = 1 \cdot 10^{-5}$ *сек.* Обнаружить столь малый промежуток времени при таком опыте невозможно.

828. Допустим, что в предыдущем опыте используют фотоаппарат с лампой-вспышкой, имеющий выдержку $^1/_{500}$ *сек.* На каком минимальном расстоянии s должно было бы находиться зеркало, чтобы отраженный им свет не смог попасть на фотопленку? Принять условие: лампа посылает свет в тот же момент, как открывается затвор фотоаппарата.

Р е ш е н и е. Свет не попадет на фотопленку, если он вернется через $^1/_{500}$ *сек.*

$$s = \frac{ct}{2} = \frac{3 \cdot 10^5 \frac{км}{сек} \cdot 1\ сек}{2 \cdot 500} = 300\ км.$$

Из-за большого расстояния s постановка опыта в таком виде невозможна.

829. Какой выдержкой должен был бы обладать фотоаппарат, чтобы описанный в задаче 828 опыт удался на расстоянии $s = 0{,}3$ *км*?

О т в е т. $\frac{1}{250\,000}$ *сек.*

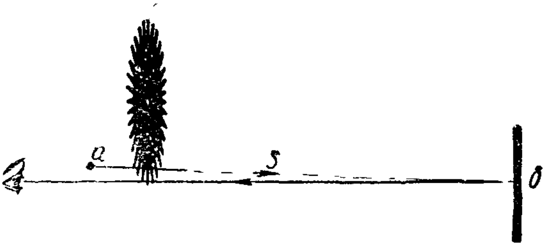


Рис. 252

830. В 1849 г. французский физик Физо поставил следующий опыт. Свет от источника *а* (рис. 252) падал на зеркало *б*, расположенное на расстоянии $s=3{,}733$ *км*, и, отражаясь, попадал в глаз наблюдателя. Быстро вращающийся зубчатый диск, пропуская порцию света, за время t, в течение которого свет шел до зеркала и обратно, мог повернуться так, что загораживал своим ближайшим зубцом путь отраженному свету, и наблюдатель не видел его. Какое значение скорости света было получено в этом опыте, если диск, имеющий $N = 720$ зубцов, вращался со скоростью $n = 29{,}2$ *об/сек*?

Решение. $c = \frac{2s}{t}$. За время t диск поворачивался на один зубец, т. е. на $\frac{1}{2N}$ полного оборота (допускается, что ширина зубцов и промежутки между ними одинаковы). Время одного оборота $T = \frac{1}{n}$. Следовательно, $t = \frac{1}{2Nn}$; $c = 4Nsn = 4 \cdot 720 \cdot 3{,}733\ км \cdot 29{,}2\ \frac{1}{сек} \approx 315\,000 \frac{км}{сек}$.

831*. В 1862 г. французский физик Фуко поставил следующий опыт[1]. Свет от источника S (рис. 253) отражался вращающимся зеркалом A к неподвижному сферическому зеркалу B, центр которого совпадал с зеркалом A. На пути света ставили трубу с водой. За время t, в течение которого свет проходил в воде двойное расстояние $AB = 4$ *м*, зеркало A поворачивалось на угол α и отраженный свет давал блик в точке S'. $\angle SAS' = 72{,}8''$. Скорость вращения зеркала $n = 800$ *об/сек*. Рассчитайте по этим данным скорость света c в воде.

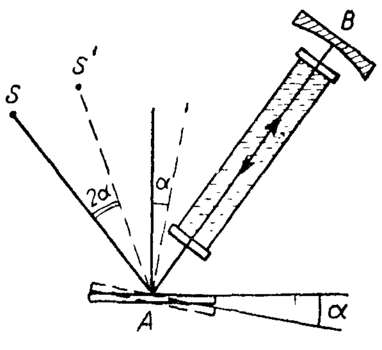


Рис. 253.

[1] Элементарный учебник физики, под ред Г С Ландсберга, т. 3. М., «Наука», 1966, стр 340 В дальнейшем ссылки на данную книгу даны сокращенно. Лндб, т. 3.

Решение. $c = \frac{2AB}{t}$; $t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\alpha}{2\pi n}$;

$$\alpha = \frac{\angle SAS'}{2} \text{ (см. № 856)}, \ \alpha = \frac{72{,}8''}{2 \cdot 3600 \cdot 57{,}3} \ \textit{рад},$$

$$c = \frac{2AB \cdot 2\pi n}{\alpha} = \frac{2 \cdot 4\ \textit{м} \cdot 2 \cdot 3{,}14\ \textit{рад} \cdot 800 \frac{1}{\textit{сек.}} \cdot 2 \cdot 3600 \cdot 57{,}3}{72{,}8\ \textit{рад}} \approx$$

$$\approx 2{,}27 \times 10^8\ \frac{\textit{м}}{\textit{сек.}}.$$

Задачу целесообразно решить при повторении после изучения геометрической оптики.

832. Сколько времени идет свет от Солнца до Земли?

Ответ. 8 *мин* 16 *сек.*

833. Так как свет от Солнца до Земли идет 8 *мин* 16 *сек*, ученик пришел к выводу, что, когда мы видим Солнце в зените, его уже фактически там нет. Верно ли это заключение?

Ответ. Неверно. В тот момент, когда Солнце находится в зените, мы видим свет, посланный им за 8 *мин* 16 *сек* до этого. Солнце находится на небе там, где мы его видим[1], но оно представляется таким, каким было 8 *мин* 16 *сек* тому назад. Если в момент восхода Солнца на нем произошли какие-либо явления, например началось образование нового солнечного пятна, то мы узнаем об этом через 8 *мин* 16 *сек*, когда Солнце уже поднимется над горизонтом.

В связи с решением этой задачи можно сообщить учащимся, что большинство звезд мы видим такими, какие они в действительности были сотни и миллионы лет тому назад.

2. Интерференция и дифракция света

Используя аналогию в интерференции механических и световых волн, сначала решают задачи об интерференции света от двух, а затем трех и более когерентных источников. Это позволит познакомить учащихся с принципом действия дифракционной решетки и рассчитать длину световой волны. После этого рассматривают интерференцию световых волн в тонких пленках.

В задачах по дифракции света главное внимание уделяют дифракции от малого отверстия. Для объяснения этого явления нужно познакомить учащихся с принципом Гюйгенса—Френеля, согласно которому каждую точку среды, до которой дошла волна, можно рассматривать как источник вторичных волн, способных интерферировать между собой.

[1] Преломление света в атмосфере не учитывается.

834(э). Из плотной бумаги (хороша черная бумага, применяемая для упаковки фотоматериалов) сделайте два экрана. В одном прорежьте бритвой щель длиной 2—3 *см* и толщиной 0,5—1 *мм*, а в другом — две тонкие щели такой же длины на расстоянии 0,1—0,2 *мм* друг от друга. Осветите большую щель ярким солнечным или электрическим светом и посмотрите на нее через две другие щели. Как объяснить возникновение по бокам щели светлых и темных полос?

Решение. Явление объясняется интерференцией света от двух когерентных источников, роль которых играют две щели. При объяснении прибегают к чертежу, подобному изображенному на рисунке 244.

Если задачу решают в классе, то экраны с двумя прорезями должны быть заготовлены заранее и розданы учащимся. Ярко освещенную (одну на весь класс) щель можно получить, закрыв черной бумагой с прорезью конденсор проекционного фонаря. Еще лучше воспользоваться лампой с прямой нитью накала.

835. Почему не наблюдается интерференция света двух независимых источников света, например, двух звезд или электрических лампочек?

Ответ. Независимые источники света являются некогерентными.

836. Как объяснить возникновение цветной окраски дифракционных полос (задача 834)? Зарисуйте и объясните порядок расположения цветных полос.

Решение. Возникновение цветной окраски объясняется тем, что белый свет содержит световые волны разной длины. Из рисунка 245 и формулы $\lambda = d \sin \varphi$ видно, то чем больше длина волны λ, тем под большим углом будет наблюдаться первый максимум. На больший угол отклоняются красные лучи, следовательно, они имеют наибольшую длину волны.

837. Найдите среднее значение длины волны белого света, используя интерференционную картину, полученную от двух узких щелей, расположенных на расстоянии 0,02 *см* одна от другой. Расстояние между темными полосами на экране 0,49 *см*, а расстояние от щелей до экрана 200 *см*.

Решение. Расстояния между черными полосами (минимумами) света такие же, как и между светлыми (максимумами). Поэтому

$$\lambda = d \sin \varphi = 0{,}02\ см \cdot \frac{0{,}49\ см}{200\ см} = 4{,}9 \cdot 10^{-5}\ см.$$

838. Как изменится интерференционная картина (см. № 834), если: а) увеличить число щелей; б) уменьшить расстояние между ними?

Решение. а) Возьмем экран не с двумя, а с четырьмя щелями (рис. 254). Если разность волн от 1 и 2 щелей равна, например λ,

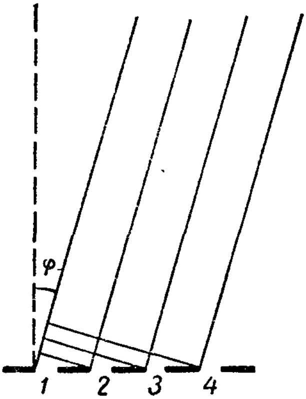


Рис. 254.

то между любыми двумя другими щелями она составит целое число волн и, следовательно, под углом φ на расстоянии $l \gg d$ будут наблюдаться максимумы света, но поскольку 4 щели пропустят больше света, чем 2, то интерференционные полосы будут более яркими.

б) Из формулы $\lambda = d \sin \varphi$ или $\frac{\lambda}{d} = \sin \varphi$ видно, что для одной и той же длины волны λ с уменьшением расстояния между щелями d угол φ увеличивается, следовательно, дифракционная картина становится более четкой.

После решения этой задачи полезно раздать учащимся дифракционные решетки различного периода для наблюдения интерференционной картины подобно тому, как это описано в задаче 834. Вместо решеток или в дополнение к ним для тех же целей можно раздать перышки, кусочки капроновой ткани и т. п.

839(э). Соберите установку, схема которой показана на рисунке 255, и, получив на экране дифракционную картину, определите длины волн красного света.

Р е ш е н и е. Освещают возможно ярче щель *б* сходящимся пучком света от конденсора фонаря *а*. С помощью объектива *в* получают на экране изображение щели. Затем между экраном и объективом помещают дифракционную решетку *г* и наблюдают на экране *е* интерференционную картину.

В одном из опытов были получены следующие данные.

Расстояние l от решетки до экрана 200 *см*. Расстояние от середины центрального изображения щели до избранных точек первого A и второго B максимумов соответственно 13 и 26 *см*. Постоянная решетки $d = 0{,}001$ *см*.

Из формулы $n\lambda = d \sin \varphi = d \frac{AO}{l}$ найдем:

$$\lambda_1 = d \sin \varphi_1 = \frac{0{,}001\ см \cdot 13\ см}{200\ см} = 6{,}5 \cdot 10^{-5}\ см = 6{,}5 \cdot 10^{-7}\ м.$$

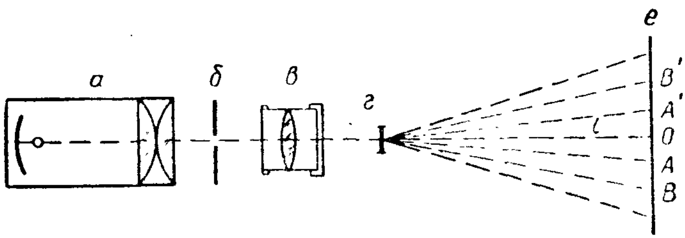


Рис. 255.

$$\lambda_2 = \frac{d \sin \varphi_2}{2} = \frac{d \cdot BO}{l} = \frac{0{,}001\ см \cdot 26\ см}{2 \cdot 200\ см} = 6{,}5 \cdot 10^{-7}\ м.$$

Если взять расстояние AO и BO до других точек красной части спектра, то получится иное значение λ, так как красный свет имеет длины волн в пределах $7{,}6 \cdot 10^{-7} — 6{,}2 \cdot 10^{-7}$ *м*.

840. Рассчитайте частоту колебаний ν для волн, рассмотренных в предыдущей задаче.

Решение. $\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{м}{сек}}{6{,}5 \cdot 10^{-7}\ м} = 4{,}6 \cdot 10^{14}\ \frac{1}{сек}$.

841. Поместите перед глазами патефонную пластинку так, чтобы видеть отраженные от лампочки лучи, которые идут почти параллельно плоскости пластинки. Как объяснить наблюдаемое явление?

Ответ. Свет интерферирует, отражаясь от частей пластинки, которые расположены между бороздками. Эти части играют роль источников света, как щели в дифракционной решетке.

842. Между двумя стеклянными пластинками l и l' (рис. 256) образовался воздушный клин с углом $\alpha = 10''$. Какой вид будет иметь интерференционная картина при освещении клина перпендикулярно падающим пучком света с длиной волны $\lambda = 5{,}8 \cdot 10^{-7}$*м*? Как изменится интерференционная картина при увеличении угла α?

Решение. В проходящем свете условие максимума света $2h_n = n\lambda$. Первый максимум света будет наблюдаться в том месте, где $h_1 = \frac{\lambda}{2}$, затем $h_2 = \frac{2\lambda}{2}$ и т. д.;

$$l_n = \frac{h_n}{\sin\alpha} = \frac{n\lambda}{2\sin\alpha}; \quad \Delta l = l_2 - l_1 = \frac{2\lambda - \lambda}{2\sin\alpha} = \frac{\lambda}{2\sin\alpha}.$$

Δl — величина постоянная. Так как синус малого угла равен углу в радианах, то $\Delta l = \frac{5{,}8 \cdot 10^{-7}\ м \cdot 3600 \cdot 57{,}3}{2 \cdot 10} \approx 6 \cdot 10^{-3} м = 6\ мм.$

В монохроматическом свете на пластинке будут видны темные и светлые полосы, параллельные ее ребру. Так как $\Delta l = \frac{\lambda}{2\sin\alpha}$, то с увеличением угла α расстояние между полосами будет уменьшаться.

843. На расстоянии наилучшего зрения (25 *см*) нормальный человеческий глаз видит раздельно две точки, отстоящие одна от другой на 0,07 *мм*. Определите угол α между пластинами (задача 842),

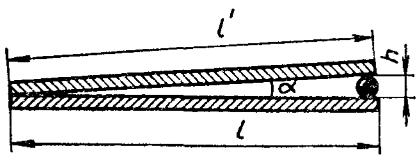


Рис 256.

при котором глаз перестанет различать интерференционные полосы и наибольшую толщину воздушного клина, если его длина $l = 10\,см$.

Решение. $\Delta l = \frac{\lambda}{2\sin\alpha}$; $\sin\alpha = \frac{\lambda}{2\Delta l} = \frac{580 \cdot 10^{-6}\,мм}{2 \cdot 0{,}07\,мм} = 4 \cdot 10^{-3}$.

$$\alpha \approx 4 \cdot 10^{-3}\ рад \approx 10'.$$

$$h = l \cdot \alpha \approx 10\,см \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 4 \cdot 10^{-2}\,см = 0{,}4\ мм.$$

Задача позволяет в известной мере пояснить, почему интерференционные полосы наблюдают только в тонких пленках[1] .

844. На расположенной вертикально проволочной рамке получите мыльную пленку. В каком месте пленки, в какой последовательности и почему появляются первые радужные полосы? Рассмотрите полосы в отраженном свете через светофильтр. Почему так различается их ширина и расстояние между ними?

Решение. Вследствие стекания жидкости мыльная пленка образует клин. Полосы сначала появляются вверху пленки, где она тоньше. $l_n = \frac{n\lambda}{2\sin\alpha}$ (№ 842). Чем больше длина волны λ, тем дальше от ребра клина будет наблюдаться в интерференционной полосе соответствующий цвет. Считая сверху вниз, глаз увидит фиолетовый, синий, голубой, зеленый и другие цвета спектра.

Различие в ширине полос и расстояниях между ними объясняется тем, что поверхность пленки не плоская.

ГЛАВА 34

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

В данном разделе решают задачи, в которых вместо физического понятия световой волны используют геометрическое понятие светового луча, т. е. линии, показывающей направление распространения света. Такой подход к решению определенного класса задач должен, однако, предполагать понимание учащимися действительной физической картины явлений и границ применимости «лучевой оптики». С этой целью и в данном разделе должны быть задачи, требующие применения изученных ранее сведений о волновых свойствах света. Типовыми являются задачи на следующие темы: прямолинейное распространение света в однородной среде; отражение света от плоских и сферических зеркал; преломление света; ход лучей в тонких линзах; ход лучей в оптических системах; устройство и действие оптических приборов.

---

[1] В монохроматическом свете интерференционные полосы можно еще различить при толщине пленки до 0,5 *мм*. Для белого света пленка должна быть примерно в 100 раз тоньше.

1. Прямолинейное распространение света

С помощью задач по данной теме уточняют понятие о луче света и границах применения «лучевой оптики», а также формируют некоторые практические умения («провешивание» прямых линий, определение расстояний и т. д.).

845(э). Поставьте на пути яркого света, желательно на пути солнечных лучей, параллельно друг другу два ровных карандаша и, передвигая их, получайте на плоском экране пучки света разной ширины. Получите как можно более узкий пучок и проведите вдоль него линию. Какой вывод можно сделать о распространении пучков света на основе этого опыта?

846 а). Сдавливая пальцами сбоку карандаши (рис. 257, *а*), добейтесь того, чтобы пучок света стал менее ярким, но более широким. В чем причина такого изменения пучка света?

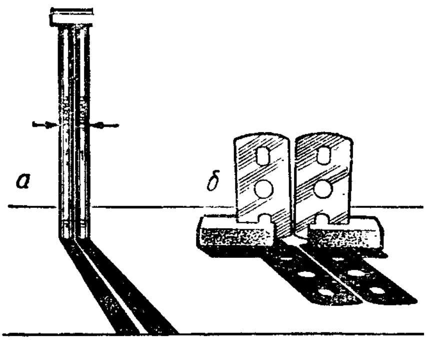


Рис. 257.

б) Проделайте опыт, аналогичный предыдущему, но с двумя бритвенными лезвиями (рис. 273, *б*), поставив их так, чтобы щель имела форму очень острого клина. Почему пучок света от того места щели, которое расположено около острия клина, получается более широким и «размытым»?

О т в е т. При малых отверстиях начинают сказываться дифракционные явления. Свет проходит в область тени.

847(э). Между настольной лампой и экраном (стеной) помещайте различные предметы: книгу, руку и т. п. Получите на экране тени и полутени и объясните с помощью чертежей, как они образуются.

848. Как в солнечный день по тени определить высоту дерева, башни и т. п.?

Р е ш е н и е. Сначала определяют длину тени $A'C = l$ (рис. 258) от какого-либо шеста или рейки, высота которой $A'B' = h$ известна. Затем измеряют длину тени $AC = L$ дерева и из подобия треугольников ABC и $A'B'C'$ находят, что высота дерева $H = \frac{Lh}{l}$.

849(э). Используя масштабную линейку и закопченное стекло, оцените примерную величину диаметра Солнца D, считая расстояните R до него равным 150 млн. *км*.

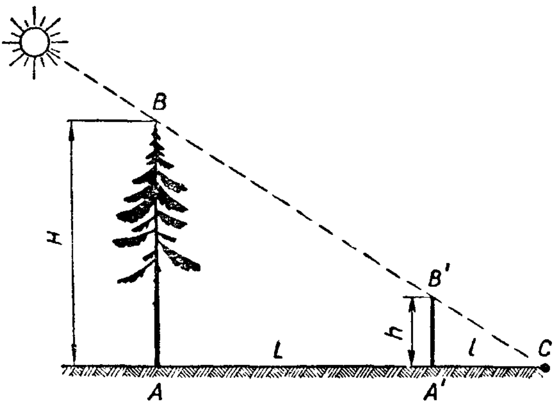


Рис. 258.

Решение. К закопченному стеклу прикладывают линейку и, держа его в руке, смотрят через стекло на Солнце, как показано на рисунке 259, *а*. По линейке измеряют видимый диаметр Солнца d в миллиметрах (рис. 259, *б*).

Диаметр солнца $D = \frac{Rd}{l}$, где l — расстояние от глаза до закопченного стекла.

В одном из опытов были получены следующие данные: $d = 6$ *мм*; $l = 60$ *см*; $D = 1{,}5$ млн. *км*. Диаметр Солнца примерно в 100 раз меньше радиуса земной орбиты.

Аналогично можно определить диаметр Луны или по известному размеру далекого предмета — расстояние до него.

850(э). В листе картона или плотной бумаги проделайте несколько отверстий разного диаметра (5, 2, 1 и 0,1 *мм*) и получите с их помощью на экране изображение волоска лампочки или пламени свечи. Постройте ход лучей и объясните, как получаются изображения. В чем отличие этих изображений?

851(э). Изменится ли качество изображения, если вместо круглых отверстий взять примерно такого же размера отверстия треугольные или квадратные? Ответ проверьте на опыте.

Ответ. Каждая светящаяся точка предмета дает на экране светлое пятно, форма которого соответствует форме отверстия. Совокупность таких пятнышек дает независимо от их формы перевернутое изображение предмета.

852*. На рисунке 260 показана схема «дырочной камеры» и вид изображения «стрелки» при размерах отверстия: а) 3 *мм*; б) 1 *мм*; в) 0,5 *мм*; г) 0,03 *мм*. (Лндб., т. III, стр. 198). Как объяснить различия изображений? Не противоречат ли эти данные опыту, описанному в задачах 850 и 851?

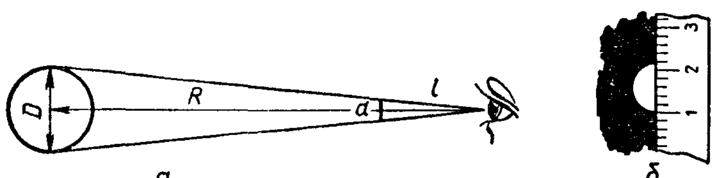


Рис. 259.

Ответ. Характер изображений *а*, *б*, *в* и *г* подтверждает результаты, полученные в задачах 850—851. С уменьшением до известного предела размера отверстия четкость изображения увеличивается. Светлые пятна больших размеров грубо очерчивают контуры и детали светящегося предмета, а малых размеров более точно. Но при очень малом отверстии, соизмеримом с длиной световой волны, резкость изображения уменьшается из-за дифракции света.

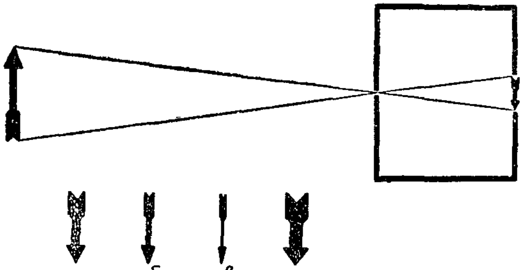


Рис. 260.

853. Почему «солнечные зайчики» на тенистой дорожке парка имеют круглую форму?

Ответ. «Зайчики» являются изображением Солнца, которое получается при прохождении его лучей в просветы между листьями деревьев. В связи с этим интересно сообщить учащимся, что во время солнечного затмения, когда видна только часть Солнца, «зайчики» имеют форму серпа. «Зайчики» от Луны также могут иметь форму серпа или полумесяца.

2. Отражение света

По данной теме решают задачи об отражении света от оптически гладких зеркальных поверхностей, размеры шероховатостей которых сравнимы с длиной световой волны.

Закон отражения света, как известно, можно сформулировать в следующем виде: луч падающий, луч отраженный и перпендикуляр к отражающей поверхности, восставленный в точке падения луча, лежат в одной плоскости, а угол падения равен углу отражения. Нужно обратить внимание на то, что учащиеся нередко за угол падения или отражения ошибочно принимают угол между лучом и плоскостью.

Вначале рассматривают задачи об отражении света от плоских, а затем — от сферических, главным образом вогнутых, зеркал. Эти задачи весьма разнообразны как по содержанию, так и по методам решения. При этом решение задач всех типов должно сопровождаться выполнением аккуратных построений хода лучей.

В вычислительных задачах на сферические зеркала используют две формулы: формулу линейного увеличения $n = \frac{h'}{h} = \frac{f}{d}$, где h' и h — соответственно линейные размеры изображения и предмета, а f и d — расстояния от изображения и предмета до зеркала, и формулу сферического зеркала $\frac{1}{d}+\frac{1}{f}=\frac{1}{F}$, где $F=\frac{1}{2}r$, r — радиус сферической поверхности.

Расстояние от зеркала до действительных изображений или точек следует брать со знаком «+», а до мнимых — со знаком «—»

Формула зеркала приближенная и соблюдается она с тем большей точностью, чем меньше угол между лучами, идущими от предмета, и оптической осью зеркала.

Первые построения хода лучей, отраженных от сферических зеркал, нужно делать, пользуясь законом отражения, т. е. выполняя построения углов падения и отражения, а затем, когда учащиеся усвоят суть дела, прибегать к построениям с помощью лучей, ход которых известен: луча, параллельного оптической оси, после отражения проходящего через фокус; луча, идущего через фокус, отражающегося параллельно оптической оси; луча, идущего через центр зеркала, отражающегося по тому же направлению; луча, падающего на зеркало в его полюсе, отражающегося симметрично главной оптической оси. Чем больше радиус кривизны зеркала, тем точнее выполняются перечисленные правила. Следует также иметь в виду свойство обратимости световых лучей, согласно которому свет может проходить один и тот же путь и в прямом, и в обратном направлениях.

854(э). Согните под прямым углом лист картона или плотной бумаги *а* и сделайте в нем прорез *б*, как показано на рисунке 261. Поставив на пути пучка света от какого-либо источника зеркало *в*, убедитесь в правильности закона отражения.

Решение задачи ясно из рисунка 261.

855. Докажите, что параллельные лучи, падающие на плоское зеркало, остаются параллельными.

Р е ш е н и е. Рассмотрим ход двух параллельных лучей *а* и *б*,

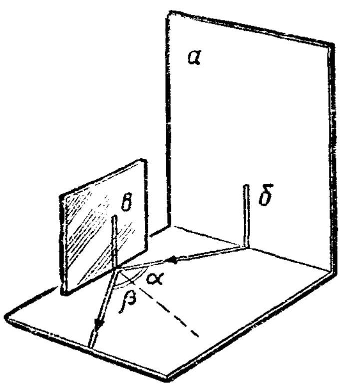


Рис. 261.

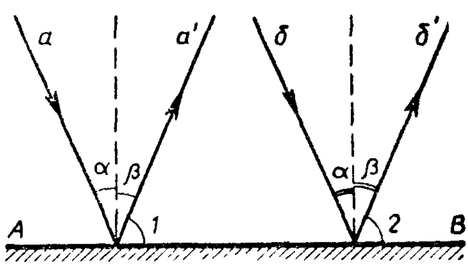


Рис 262.

падающих на зеркало AB (рис. 262). Соответственные углы 1 и 2, образованные пересечением отраженных лучей a' и $б'$ прямой AB, равны. Следовательно, лучи a' и $б'$ параллельны.

856. На сколько градусов отклонится отраженный от зеркала луч, если зеркало повернуть на угол $\alpha = 15°$?

Решение. Построим луч a, падающий от источника S на зеркало AB (рис. 263). Угол падения и отражения равен β. Если зеркало повернется на угол α, то перпендикуляр OC тоже повернется на угол α. Новый угол падения $\gamma = \beta - \alpha$. Угол между лучами, отраженными от зеркала до и после его поворота, равен $2\beta - 2\gamma = 2\beta - 2(\beta - \alpha) = 2\alpha = 30°$.

857. Через щель a от источника S на плоское зеркало падает расходящийся под углом α пучок лучей (рис. 264). Определите угол между лучами после их отражения от зеркала.

Решение. Построим ход двух крайних лучей, ограничивающих пучок, и продолжим их за зеркало до точки пересечения S'. α' и есть тот угол, который нужно определить. Рассмотрим треугольники SAB и $S'AB$. $\angle 1 = \angle 3$, поскольку они порознь равны $\angle 2$. $\angle SAB = \angle S'AB$, так как они равны $90° + \beta$. Следовательно, $\alpha = \alpha'$.

Полученный результат нужно использовать для того, чтобы пояснить учащимся, что плоское зеркало изменяет только направление распространения лучей, угол же между ними остается неизменным. От любой точки рассматриваемого предмета в глаз всегда попадают расходящиеся лучи, и мы видим эту точку (светящийся или освещенный предмет малых размеров) там, где эти лучи сходятся. Это правило остается верным и по отношению к лучам, расходящимся от зеркала. На их продолжении глаз видит точку S', которая является изображением точки S.

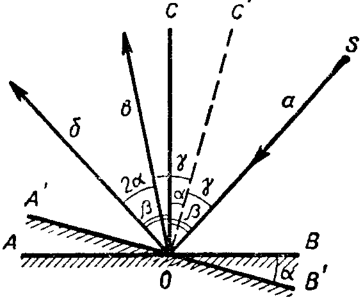


Рис. 263.

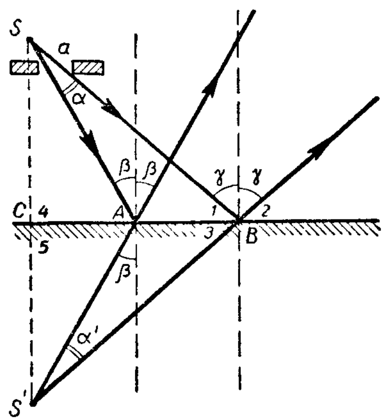


Рис 264.

858. Пользуясь решением предыдущей задачи, определите, где получится изображение точки S'.

Р е ш е н и е. Соединим прямой точки S и S' и заметим, что $\triangle SAB = \triangle S'AB$.

$\triangle SBC = \triangle S'BC$, так как они имеют равные углы 1 и 3, заключенные между равными сторонами. Поэтому $SC = S'C$; $\angle 4 = \angle 5 = 90°$. Следовательно, точки S и S' расположены симметрично относительно поверхности зеркала.

859(э). а) Укрепите в листе картона две булавки или держите вертикально в руках на различном расстоянии от глаза два карандаша так, чтобы ближний закрывал собой дальний. Слегка смещая глаз вправо и влево, установите правило, в какую сторону при этом смещается дальний предмет относительно ближнего.

б) Установите перед зеркалом *а* карандаш *б* и определите, где за зеркалом находится его изображение *в*. Для этого поместите второй карандаш *г* за зеркало (рис. 265) и, смещая глаз вправо и влево, как в первом задании, и двигая карандаш *г*, найдите такое положение, когда карандаш *г* за зеркалом не будет смещаться относительно изображения *в*. На основе опыта сделайте вывод, где находится изображение *в*.

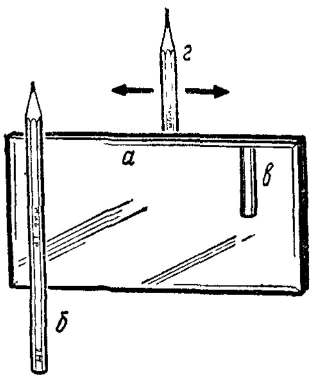


Рис. 265

О т в е т. а) Дальний предмет смещается относительно ближнего в ту же сторону, что и глаз. б) Измерением находим, что изображение карандаша находится за зеркалом на таком же расстоянии, как и сам карандаш перед зеркалом, что подтверждает выводы, полученные в задаче 858.

860(э). Положив недалеко от своих ног зеркало, найдите в нем изображение верхушки дерева, столба или другого высокого предмета и, произведя соответствующие измерения и расчеты, найдите их высоту.

Р е ш е н и е. Сделаем чертеж, подобный изображенному на рисунке 266. В соответствии с законом отражения света $\alpha = \alpha'$. Поэтому $\angle 1 = \angle 2$, $\triangle ABC \sim \triangle CDE$. Следовательно, $\frac{H}{l_1} = \frac{h}{l_2}$, откуда высота дерева $H = \frac{l_1 h}{l_2}$, где h — расстояние от глаз человека до земли, а l_1 и l_2 — соответственно расстояния от зеркала до дерева и ног человека.

861*. На верхушке дерева у поляны сидит птица. Где на земле она должна схватить ягоду, чтобы кратчайшим путем перелететь на другое дерево на противоположной стороне поляны?

Р е ш е н и е. Допустим, что птица должна перелететь с верши-

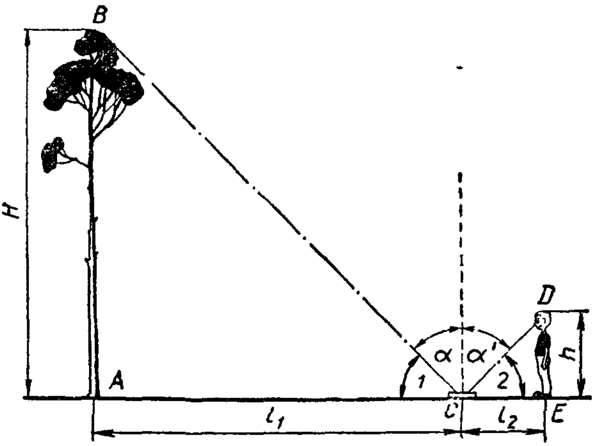


Рис 266.

ны A на вершину B (рис. 267). Построим точку B', симметричную относительно поверхности земли точке B, и проведем прямые AB' и OB. AB' — кратчайшее расстояние между точками A и B', но $OB' = OB$, поэтому путь AOB также кратчайший для данных в задаче условий. Любой другой путь, например, $AO_1B' > AOB$, так как $AO_1B' > AOB'$.

Из рисунка 267 видно, что $\alpha = \alpha'$, следовательно, кратчайший путь AOB соответствует ходу светового луча, отражающегося в точке O.

Можно сообщить учащимся, что древнегреческий ученый Герон Александрийский (ок. 120 лет до н.э.) доказал, что при отражении света от плоского зеркала луч проходит кратчайшее расстояние. А ученый Ферма (1601—1665) показал, что свет распространяется по такому пути, для прохождения которого требуется минимальное время (принцип Ферма).

862. Изобразите зеркальную вогнутую полусферу с радиусом кривизны 5 *см* и найдите построением точки пересечения лучей с главной оптической осью, если лучи падают на зеркало параллельно главной оптической оси на расстоянии 1, 2 и 4,5 *см* от нее. Точку пересечения с главной оптичес-

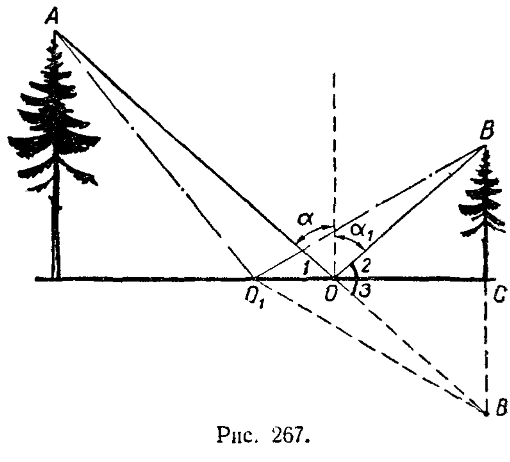


Рис. 267.

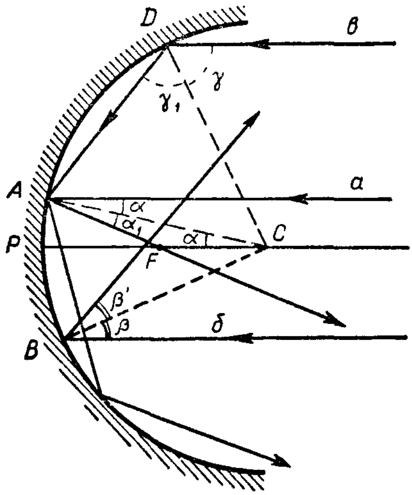


Рис. 268.

кой осью луча, отстоящего от нее на расстоянии 1 *см*, найдите также расчетами.

Решение. Изобразим падающие на зеркало параллельные лучи *а*, *б*, *в*, отстоящие от главной оптической оси соответственно на расстоянии 1, 2 и 4,5 *см*. Точку падения каждого луча соединяем с центром зеркальной поверхности, и по углам падения α, β и γ с помощью транспортира или циркуля строим равные им углы отражения α', β' и γ' (рис. 268).

Луч *а* после отражения пересекается с главной оптической осью в точке F, лежащей примерно посередине между полюсом зеркала P и центром сферической поверхности C.

Луч *б* пересекается с главной осью несколько ближе к полюсу P.

Луч *в* совершенно не попадает в область точки F и многократно отражается от зеркала.

Из построения следует вывод: параллельные лучи, близкие к главной оптической оси, пересекаются примерно в одной точке, называемой фокусом зеркала.

Выражение «Лучи, близкие к оптической оси» означает, что размер отверстия зеркала, равный в данном примере $2AP$, значительно меньше радиуса кривизны $R = PC$.

Положение точки F можно рассчитать следующим образом. $\angle ACP = \angle\alpha$. ΔACF — равнобедренный, $AF = FC$. Так как $\angle AFP$ мал, то $AF \approx PF$, следовательно, $PF = FC = \frac{R}{2}$.

863. Пользуясь свойством обратимости световых лучей, из решения задачи 862 сделайте вывод о том, как идут после отражения от вогнутого сферического зеркала лучи, проходящие через фокус F.

Ответ. Лучи, идущие через фокус под малым углом к главной оптической оси[1], отражаются параллельно главной оптической оси.

864. Определите построением и расчетами, где находится изображение светящейся точки, лежащей на главной оптической оси: а) за центром вогнутого зеркала; б) между центром и фокусом; в) между фокусом и полюсом.

[1] В дальнейшем рассматриваются только такие случаи, когда лучи идут под малыми углами к главной оптической оси.

Решение 1. а) Через центр зеркала C проводим побочную ось CP', равноправную с осью CP, выделение которой, вообще говоря, условно (рис. 269, *а*). Затем из точки S проводим луч SA, параллельный CP'. При отражении от зеркала он должен пройти через фокус F', лежащий на середине отрезка $P'C$. Точка S' — пересечение двух лучей SA и SP и является изображением точки S. Расположена эта точка между фокусом и центром.

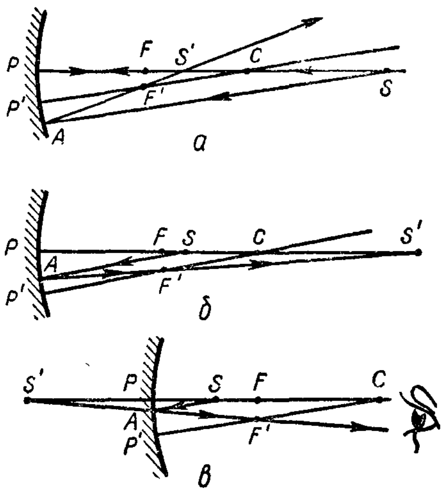


Рис 269.

б) Используя свойство обратимости лучей, сразу утверждаем следующее: если светящаяся точка S' расположена между фокусом и центром, то сопряженная точка, являющаяся ее изображением, расположена за центром зеркала. Это утверждение нетрудно проверить построением, аналогичным предыдущему: проводим побочную ось CP' и рассматриваем ход параллельного ей луча SA. После отражения от зеркала этот луч пройдет через фокус побочной оси и пересечется с главной оптической осью в точке S', являющейся изображением точки S (рис. 269, *б*).

в) Проводим побочную ось CP' и рассматриваем ход параллельного ей луча SA. При отражении от зеркала этот луч пройдет через фокус F' и не пересечется с лучом, идущим по главной оптической оси. Изображения не будет. Но глаз, если в него попадут эти расходящиеся лучи, увидит мнимое изображение за зеркалом на продолжении лучей в точке S' (рис, 269, *в*).

Решение 2. Запишем формулу зеркала $\frac{1}{f} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F}$ и выразим из нее интересующую нас величину $f = \frac{F}{1 - \frac{F}{d}}$.

Если $d = 2F$, то $f = 2F$.

а) При $d > 2F$ знаменатель будет величиной большей $\frac{1}{2}$, но меньшей 1, поэтому $F < f < 2F$.

б) $F < d < 2F$; $f > 2F$ (из сравнения случаев *а* и *б* видно, что точки, лежащие на расстоянии d и f, являются сопряженными).

в) $d < F$. Знаменатель — величина отрицательная. Мнимое изображение лежит за зеркалом.

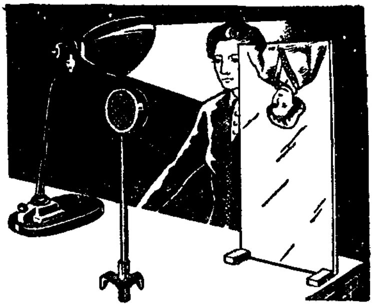


Рис 270.

865(э). Можно ли и как с помощью вогнутого сферического зеркала получить на экране изображение лица человека? Ответ проверьте на опыте.

Ответ. Изображение на экране действительное, поэтому лицо человека должно находиться от зеркала на расстоянии большем фокусного. Возможная установка показана на рисунке 270. Опыт наглядно показывает, что сферическое зеркало дает изображение не только светящихся, но и освещенных предметов.

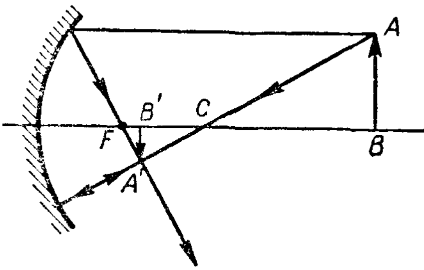


Рис. 271.

866. Как с помощью вогнутого сферического зеркала получить: а) уменьшенное; б) увеличенное изображение предмета? Ответ проверьте с помощью построений и опытов.

Решение. а) Уменьшенное изображение получается, если предмет находится от зеркала дальше его центра (двойного фокусного расстояния). Для упрощения построений изображаем предмет («стрелку») так, что один ее конец находится на главной оптической оси (рис. 271). В этом случае достаточно найти изображение одной точки A, поскольку изображение точки B, как показано в задаче 864, находится на главной оптической оси. При построении изображения используем, например, луч, параллельный главной оптической оси, и луч, идущий через центр C. Действительное, уменьшенное и обратное изображение находится между фокусом и центром зеркала (рис. 271).

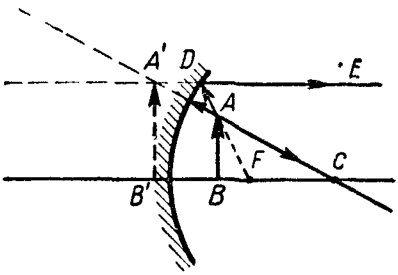


Рис. 272.

б) На основе обратимости световых лучей заключаем, что если предмет находится между фокусом и центром зеркала, то его действительное, увеличенное и обратное изображение находится за центром зеркала.

Поскольку в условии задачи не сказано, каким должно быть увеличенное изображение, действительным или мнимым, то к данному вопросу следует привести и другой ответ. Увеличенное (мнимое) изображение получится, если предмет поместить между зеркалом и фокусом (рис. 272).

Отраженные от зеркала лучи, как видно из рисунка 272, расходятся, поэтому действительного изображения нет. Но глаз увидит мнимое изображение, например, точки A за зеркалом на продолжении лучей DE и AC. Мнимое изображение предмета получается увеличенным, что, например, используется в зеркалах для бритья.

В связи с решением этой задачи нужно обратить внимание учащихся на то, что в зеркалах прямое изображение всегда мнимое, а обратное — действительное.

867 (э). Как, не пользуясь расчетами, определить радиус кривизны вогнутого зеркала. Ответ проверьте на опыте.

Решение. Как показано в задаче 866, если предмет находится дальше центра зеркала, изображение будет уменьшенным, если ближе — увеличенным. Логично предположить, что если предмет находится на расстоянии, равном радиусу зеркала, то изображение будет по величине равно самому предмету, что и можно использовать для определения радиуса зеркала.

Данное заключение можно подтвердить с помощью формулы увеличения зеркала $n = \frac{f}{d}$. При $n = 1$ $f = d$. Тогда из формулы зеркала $\frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{d}$ следует, что $d = 2F$.

При постановке опыта укрепляют лист картона *а* с прорезом *б* и зеркало *в* на штативах (рис. 273). Прорез освещают параллельным пучком света (от проекционного фонаря). Сдвигая картон вдоль главной оптической оси зеркала, получают на нем обратное изображение *г*, по величине равное «прорезу». Изображение находится на двойном фокусном расстоянии, которое равно радиусу зеркала.

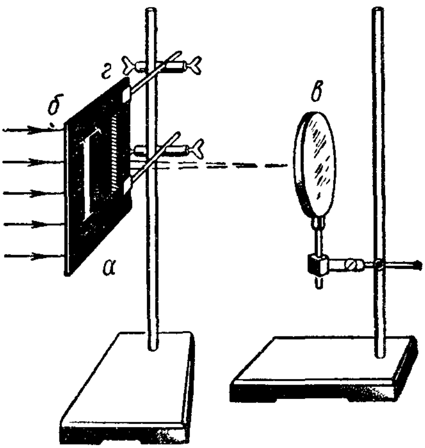


Рис. 273.

868. Источник света перемещается равномерно со скоростью 2 *см/сек* от центра зеркала, радиус кривизны которого $R = 20$ *см*, к его полюсу. Как перемещается при этом изображение источника света и как изменяется его скорость? Постройте график зависимости расстояния изображения от расстояния источника света до зеркала.

Решение 1. Источник света перемещается от центра зеркала к его фокусу, а его изображение перемещается в противоположную сторону сколь угодно далеко от центра. Ясно, что средняя скорость перемещения источника света меньше, чем изображения, которое за одно и то же время проходит большее расстояние.

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{d}, \text{ откуда } f = \frac{Fd}{d-F}.$$

Составим таблицу и построим по ней график (рис. 274).

d, *см*	20	18	16	14	12	11	10	9	8	6	4	2	0
$f = \frac{Fd}{d-F}$, *см*	20	23	27	36	59	110	∞	−90	−40	−15	−6,7	−2,5	0

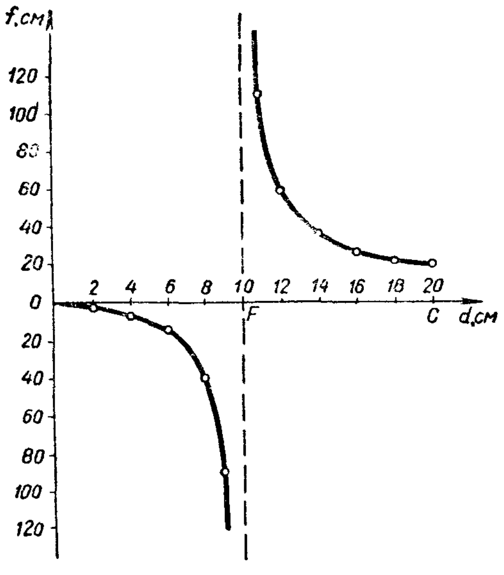


Рис 274.

Из таблицы и графика видно, что расстояние изображения f до зеркала изменяется быстрее, чем расстояние d источника света. Точка $d = F = 10$ *см*— особая точка. Для нее $f = \infty$ и функция претерпевает разрыв. Отрицательным значениям f соответствует расстояние до мнимого изображения источника за зеркалом. С приближением источника от его центра к зеркалу действительное изображение с возрастающей скоростью удаляется от зеркала, а мнимое с уменьшающейся скоростью приближается к нему.

Решение 2*. Используя знания учащихся по математическому анализу, скорость перемещения изображения найдем как производную

$$v_{\text{из}} = \frac{df}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{Fd}{d-F}\right).$$

Для удобства записи формул обозначим величину d буквой l. F — величина постоянная. Напоминаем учащимся, что если

$y = \frac{u}{v}$, то производная

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\frac{du}{dt}v - u\frac{dv}{dt}}{v^2}.$$

Поэтому $$\frac{df}{dt} = \frac{\frac{d}{dt}(Fl)(l-F) - \frac{d}{dt}(l-F)Fl}{(l-F)^2} = -\frac{F^2\frac{dl}{dt}}{(l-F)^2}.$$

По условию задачи $\frac{dl}{dt} = v_{\text{ист}}$ — скорость перемещения источника — величина постоянная, равная 2 *см/сек* и $F = 10$ *см*. Поэтому мгновенная скорость перемещения изображения

$$v_{\text{из}} = -\frac{F^2 v_{\text{ист}}}{(l-F)^2} = \frac{-200}{(l-10)^2}\,\frac{\text{см}}{\text{сек}}.$$

Знак минус показывает, что изображение перемещается в направлении, противоположном перемещению источника света.

Наибольшую величину скорость изображения приобретает тогда, когда движущийся источник находится вблизи фокуса ($l \approx \approx 10$ *см*). При $l = F$ $v_{\text{из}} = \infty$, что качественно уже было выяснено с помощью графика (рис. 274).

3. Преломление света

По данной теме решают задачи, в которых находится ход лучей, испытывающих преломление на границе двух сред в соответствии с законом $\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n$, где α — угол падения, γ — угол преломления, а n — показатель преломления второй среды относительно первой, из которой на границу раздела сред падает луч. Показатель преломления данного вещества по отношению к вакууму (и практически к воздуху) называют абсолютным показателем преломления. Показатель преломления второй среды относительно первой $n = \frac{n_2}{n_1}$, где n_2 и n_1 — абсолютные показатели преломления данных сред.

С помощью задач углубляют также понятие о физической сущности показателя преломления, как величины, равной отношению скоростей света (c_1 и c_2) в данных средах $n = \frac{c_1}{c_2}$.

Типовыми являются задачи о преломлении света на поверхности воды, в плоскопараллельной пластинке и трехгранной призме.

В задачах рассматривают также явление полного внутреннего отражения и зависимость показателя преломления от частоты света.

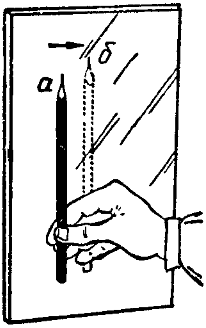


Рис. 275.

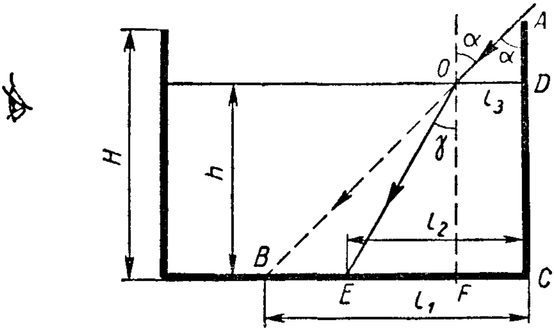


Рис 276

869. Два человека, стоящие по разные стороны стеклянной двери лицом друг к другу, могут одновременно видеть внутренность помещения. Объясните, почему это происходит. Для кого из них и почему наблюдаемая картина будет более яркой?

Ответ. Один видит внутренность помещения в проходящем, а другой — в отраженном свете. Так как для отраженного света при малом угле отражения доля отраженной энергии невелика, то картина будет менее яркой, чем в проходящем свете.

870. К оконному стеклу приложите карандаш *а* и расположите глаз около стекла возможно дальше от карандаша так, чтобы отчетливо видеть его зеркальное изображение *б* (рис. 275). Перемещайте постепенно карандаш по стеклу ближе к глазу. Как и почему изменяется яркость изображения *б*?

871(э). На дно непрозрачного сосуда положите шкалу с миллиметровыми делениями и осветите сосуд так, чтобы тень от стенки закрывала большую часть дна. Затем налейте в сосуд воды и заметьте новое положение тени. По длине теней, глубине воды и высоте сосуда определите показатель преломления воды.

Решение. Пока в сосуд не налита вода, свет распространяется прямолинейно. Границей области тени является прямая AB (рис. 276). Длина тени равна l_1. Если же в сосуд наливают воду, то луч переходит из среды оптически менее плотной в среду оптически более плотную и потому отклоняется к перпендикуляру, восставленному из точки падения, $\alpha > \gamma$. Величина тени уменьшается: $l_2 < l_1$. Показатель преломления $n = \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}$. Углы α и γ найдем по их тангенсам. $\operatorname{tg}\alpha = \frac{l_1}{H}$;

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{l_2 - l_3}{h};\quad l_3 = (H - h)\operatorname{tg}\alpha;\quad \operatorname{tg}\gamma = \frac{l_2 - (H - h)\operatorname{tg}\alpha}{h}.$$

В одном из опытов были получены следующие данные:

$H = 117$ *мм*; $h = 91$ *мм*; $l_1 = 77$ *мм*; $l_2 = 59$ *мм*.

$\operatorname{tg}\alpha = 0{,}66$; $\sin\alpha = 0{,}55$; $\operatorname{tg}\gamma = 0{,}46$;

$\sin\gamma = 0{,}42$, $n = 1{,}3$, что соответствует табличным данным.

872(э). Поставьте вертикально у стенки сосуда линейку (рис. 277) и заметьте на ней деление A, совпадающее для глаза с верхней точкой B противоположной стенки. Затем, не смещая глаза, подливайте в сосуд воду до тех пор, пока не увидите нулевое деление шкалы. Произведя соответствующие измерения и расчеты, определите по данным опыта показатель преломления воды относительно воздуха.

Р е ш е н и е. Основное отличие этой задачи от предыдущей состоит в том, что здесь лучи света идут из среды оптически более плотной в среду оптически менее плотную. Если глаз видит нулевое деление шкалы, то это значит, что луч идет в воде по направлению OE, и, преломившись в точке E, идет по направлению EB. Человек видит нулевое деление на продолжении прямой BE на месте того деления, которое он заметил, когда в сосуде не было воды.

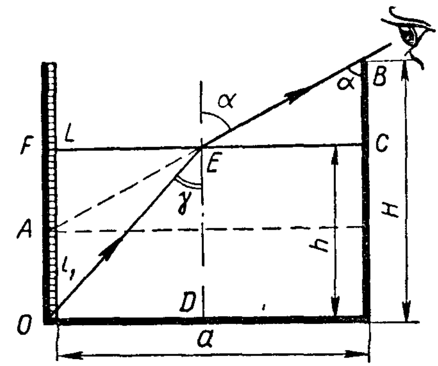


Рис. 277

Углом падения в этом случае является γ, а углом преломления α. Свет идет из среды оптически более плотной в среду оптически менее плотную и потому отклоняется от перпендикуляра, восставленного из точки падения. $\gamma < \alpha$. Но поскольку в задаче требуется определить показатель преломления воды относительно воздуха, то, воспользовавшись свойством обратимости световых лучей, для луча противоположного направления можно записать $n = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}$.

Углы α и γ найдем по их тангенсам : $\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{H - l_1}$, где a — ширина сосуда. $\operatorname{tg}\gamma = \frac{OD}{h}$;

$$OD = a - EC = a - (H - h)\operatorname{tg}\alpha; \qquad \operatorname{tg}\gamma = \frac{a - (H-h)\operatorname{tg}\alpha}{h}.$$

В одном из опытов были получены следующие данные: $H = 117$ *мм*; $a = 155$ *мм*; $h = 80$ *мм*; $l = 40$ *мм*. Подставив данные в формулу, получим $\operatorname{tg}\alpha = 2$; $\sin\alpha = 0{,}90$; $\operatorname{tg}\gamma = 1$; $\sin\gamma = 0{,}71$. $n = 1{,}3$.

Анализируя решение задачи, нужно обратить внимание учащихся на то, что для глаза, смотрящего в воду, находящиеся в ней предметы кажутся приподнятыми и дно более мелким, чем в действительности. Кроме того, предметы как бы сжимаются в вертикальном направлении. Например, в данном случае деления линейки между точками O и F «умещаются» на меньшем, как кажется глазу, отрезке AF.

873. Рассчитайте, используя табличные данные, относительный показатель преломления для луча, идущего из льда в воду и в обратном направлении.

Решение. $n_{лв}=\frac{n_в}{n_л}$ (индекс «лв» показывает направление хода луча: из льда в воду).

По таблицам находим абсолютный показатель преломления воды $n_в = 1{,}33$ и льда $n_л = 1{,}31$;

$$n_{лв} = \frac{1{,}33}{1{,}31} = 1{,}02.$$

Показатель преломления льда по отношению к воде $n_{вл}=\frac{1}{n_{лв}}=$ $= 0{,}982$.

При анализе решения нужно обратить внимание учащихся на следующее: а) показатель преломления одних и тех же веществ в различных состояниях (например, вода, лёд) может быть различным; б) относительный показатель может быть меньше единицы; в) абсолютный показатель преломления всегда больше единицы.

874. Вычислите скорость света в воде и алмазе.

Решение. $\frac{n_в}{n}=\frac{c}{c_в}$, где $c_в$ — скорость света в воде, а $c = 3\cdot 10^8$ *м/сек* — в вакууме. Абсолютный показатель преломления воды $n_в = 1{,}33$. Абсолютный показатель преломления вакуума $n = 1$.

$$c_в = \frac{c}{n_в} = \frac{3\cdot 10^8\,\frac{м}{сек}}{1{,}33} = 2{,}25\cdot 10^8\ \frac{м}{сек}.$$

Обращаем внимание учащихся на то, что полученный ответ подтверждает тот, к которому пришли при решении задачи по определению скорости света методом Фуко (№ 831).

Скорость света в алмазе $c_а=$

$$= \frac{c}{n_а} = \frac{3\cdot 10^8\,\frac{м}{сек}}{2{,}42} = 1{,}24\cdot 10^8\,\frac{м}{сек}.$$

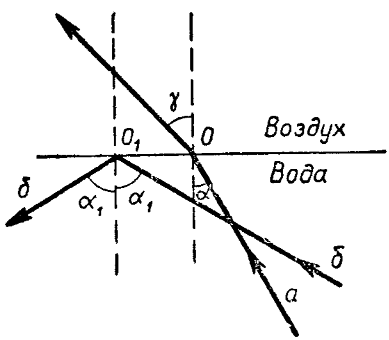


Рис. 278.

875. Начертите ход лучей, которые падают на границу вода — воздух под углами 30 и 60°.

Решение. Допустим, что луч a (рис. 278) падает в точке O

на границу раздела сред под углом $\alpha = 30°$. По закону преломления $\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{n_{возд}}{n_{вод}}$.

Для того чтобы учащиеся не записывали эту формулу механически и не допускали ошибок, нужны примерно следующие рассуждения.

Луч переходит из среды оптически более плотной в среду оптически менее плотную и, следовательно, отклоняется от перпендикуляра, $\alpha < \gamma$, $\sin\alpha < \sin\gamma$. Поэтому в знаменателе отношения показателей преломления должна стоять бо́льшая величина, т. е. $n_{вод} = 1{,}33$, $n_{возд} \approx 1$.

$$\sin\gamma = \sin\alpha \cdot n_{вод} = 0{,}5 \cdot 1{,}33 \approx 0{,}67. \quad \gamma \approx 42°.$$

Аналогично для второго луча *б* найдем $\sin\gamma_1 = \sin\alpha_1 n_{вод} = 0{,}87 \cdot 1{,}33 \approx 1{,}2$. Так как синус не может быть больше единицы, то, следовательно, луч не выйдет в воздух, а полностью отразится от поверхности воды, как от зеркала.

876. Определите предельный угол полного внутреннего отражения для воды, стекла и алмаза, а также для границы вода — стекло (легкий флинт).

Решение. При предельном угле полного внутреннего отражения угол преломления $\gamma = 90°$ и $\sin\gamma = 1$.

Для границы среда — воздух $\sin\alpha = \frac{1}{n}$, где n — абсолютный показатель преломления данной среды. Для воды $\sin\alpha_0 = \frac{1}{1{,}33} \approx 0{,}75$; $\alpha_0 \approx 49°$. Аналогично найдем для стекла $\alpha_{0ст} = 42°$ и для алмаза $\alpha_{0ал} = 24°{,}5$.

877. Почему блестят воздушные пузырьки в воде?

Ответ. Падающий на пузырьки солнечный свет испытывает на их поверхности полное отражение и не проходит внутрь, отражаясь как от зеркала.

878. Во время Великой Отечественной войны в башнях танков ставили призматические перископы (рис. 279). Объясните назначение и принцип действия такого перископа.

Ответ. При наблюдении в перископ голова танкиста находится ниже отверстия *A* и потому попадание в голову, например, пули исключается. Грани *BC* и *DE* расположены примерно под углом 45° к граням *BD* и *CE*. В этом случае угол падения α горизонтального луча *a* равен 45°, т. е. больше предельного угла полного внутреннего отражения. Луч полностью отражается от граней *BC* и *DE* и попадает в глаз наблюдателя, который хорошо видит предметы снаружи танка.

При решении этой задачи желательно раздать учащимся трехгранные призмы (рис. 279, *б*), чтобы они могли собрать модель призматического перископа.

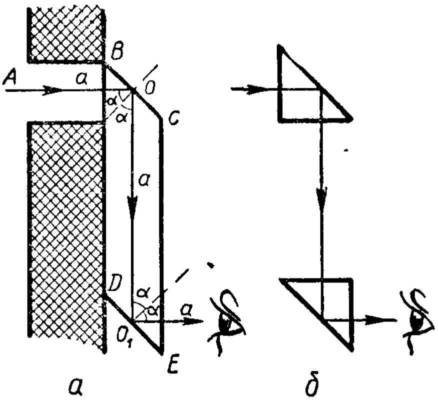


Рис. 279.

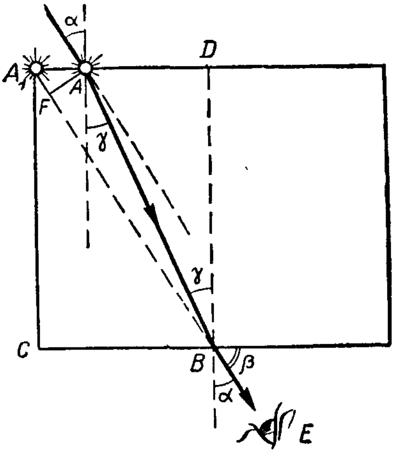


Рис. 280

879. Глядя под некоторым углом на середину аквариума, человек видит освещающую и подогревающую его лампу, расположенную около противоположной стенки аквариума, против угла A (рис. 280). Где находится на самом деле лампа, если ширина аквариума 30, а длина 40 *см*? На какое расстояние сместился луч, прошедший аквариум?

Решение. Эту задачу следует решить после того, как на уроке будет рассмотрен ход лучей в плоскопараллельной пластинке. Так как толщина стекла стенок аквариума невелика, то смещением луча в них можно пренебречь.

Используя обратимость световых лучей, восстановим ход луча, который, выходя из точки B, попадает в глаз E.

Если луч идет по направлению EB, то в точке B он преломится и отклонится вправо к перпендикуляру. α — угол падения, γ — угол преломления, $\alpha = 90° - \beta$. Угол β найдем по его тангенсу:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{AC}{CB} = \frac{30}{20} = 1{,}5; \; \beta \approx 56°, \; \alpha = 34°.$$

Определим теперь угол γ, используя закон преломления.

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = n = 1{,}33; \quad \sin \gamma = \frac{\sin \alpha}{1{,}33} = \frac{0{,}56}{1{,}33} = 0{,}42; \quad \gamma = 25°.$$

Из треугольника BAD найдем $AD = DB \cdot \operatorname{tg} \gamma = 30$ *см* $\times$ $\times$ $0{,}47 = 14$ *см*. Следовательно, лампа находится у противоположной стенки аквариума на расстоянии $A_1A = 20$ *см* $- 14$ *см* $= 6$ *см* от того места, где ее видит глаз. Смещение луча от первоначального положения, равное AF, найдем из прямоугольного треугольника

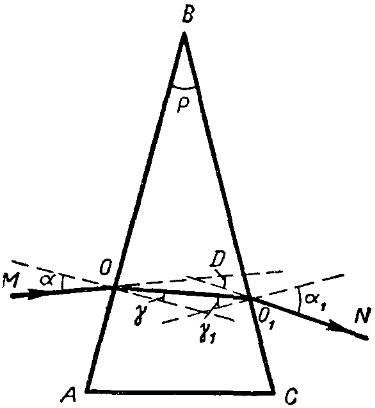


Рис 281

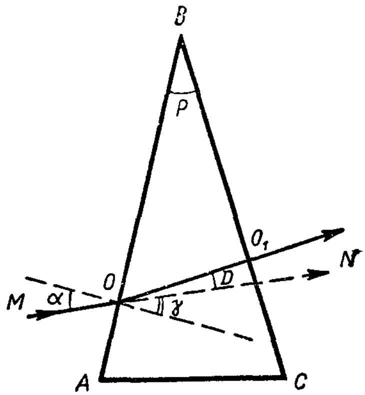


Рис 282.

A_1AF: $\angle A_1AF = \alpha$ (как углы с взаимно перпендикулярными сторонами).

$$FA = A_1A \cos\alpha = 6 \text{ см} \cdot 0{,}83 \approx 5 \text{ см}.$$

880. Найдите с помощью построений и расчетов угол отклонения луча, падающего под углом $\alpha = 20°$ на трехгранную призму из тяжелого крона, преломляющий угол которой $P = 30°$.

Решение. Выбираем на грани AB призмы (рис. 281) произвольную точку O и проводим (с помощью транспортира) в эту точку под углом падения $\alpha = 20°$ луч. Рассчитываем угол преломления $\gamma \cdot \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = 1{,}80$.

$$\sin\gamma = \frac{\sin\alpha}{1{,}80} = \frac{0{,}34}{1{,}80} = 0{,}19. \ \gamma = 11°.$$

Угол падения луча на грань BC $\gamma_1 = 10°$. Рассчитываем угол преломления α_1, $\frac{\sin\alpha_1}{\sin\gamma_1} = 1{,}80$. $\sin\alpha_1 = 1{,}80 \cdot 0{,}31 = 0{,}56$. $\alpha_1 = 34°$. Луч был направлен по MO, а вышел из призмы по направлению O_1N. Угол отклонения $D \approx 25°$ определяем с помощью транспортира.

881. Если преломляющий угол P призмы мал и угол падения луча α невелик, то угол отклонения D можно рассчитать по формуле $D = (n - 1)P$, где n — относительный показатель преломления призмы. Проверьте, справедлива ли эта формула для условий задачи 880.

Проверка. $D = (1{,}80 - 1) \cdot 30° = 24°$.

В пределах погрешностей ответ, полученный по формуле, совпадает с ответом, полученным с помощью построений.

Как следует из формулы $D = (n - 1)P$, угол отклонения для тонкой призмы и малых углов падения луча на ее грань не зависит

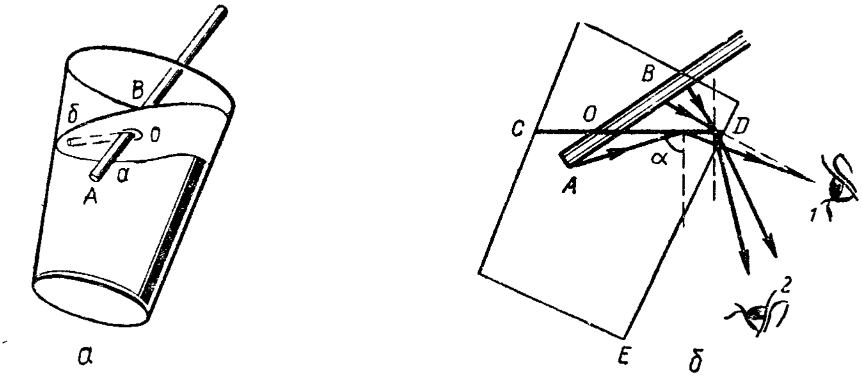


Рис. 283.

от угла падения. Этот факт интересующиеся учащиеся могут проверить самостоятельно.

882. Найдите угол отклонения луча полой стеклянной призмой, наполненной воздухом и помещенной в воду, если угол падения луча на грань $\alpha = 22°$, а преломляющий угол $P = 30°$.

Решение 1. Воспользуемся формулой $D = (n - 1)P$. Для луча, идущего из воды в воздух $n = \frac{1}{1,33} = 0,75$. $D = (0,75 - 1) \cdot 30° = -7,5°$. Знак минус говорит о том, что луч отклоняется от основания призмы.

Решение 2. Выполним построения (рис. 282), обратив внимание на то, что луч в точке O переходит из среды оптически более плотной в среду оптически менее плотную и потому отклоняется от перпендикуляра. Угол преломления γ найдем, используя формулу $\frac{\sin \gamma}{\sin \alpha} = n$; $\sin \gamma = \sin \alpha \cdot n = 0,37 \cdot 1,33 = 0,49$; $\gamma = 29°$.

Как следует из построения, угол падения луча на грань BC равен нулю. Поэтому на грани BC луч не испытывает преломления.

Угол отклонения $D \approx 8°$, что согласуется с ответом, полученным по формуле. Обращаем внимание учащихся на то, что луч отклоняется от основания призмы. (Нередко учащиеся ошибочно считают, что в трехгранной призме луч всегда отклоняется к ее основанию.)

883*(э). Налейте примерно половину стакана воды и, наклонив его, посмотрите на ее поверхность снизу. Затем поднесите к поверхности воды карандаш. При каких положениях глаза карандаш виден и при каких не виден сквозь воду и почему? В том положении, когда карандаш не виден, погрузите его конец в воду (рис. 283, *а*). Почему поверхность воды снизу кажется похожей на ртуть? Как и почему получается зеркальное изображение *б* погруженной части карандаша *а*?

Р е ш е н и е. Если глаз находится в положении *1* (рис. 283, *б*), то лучи, отражающиеся от поверхности воды, в том числе и лучи, идущие от погруженной части карандаша, падают на поверхность под углом, большим угла полного внутреннего отражения. Поверхность воды кажется зеркальной и в ней отчетливо видно изображение погруженной части карандаша *AO*. Лучи, идущие от части карандаша *OB*, преломляются водяной призмой *CDE* и в положении *1* в глаз не попадают. Поэтому этой части карандаша (рис. 283, *а*) не видно. Но если глаз поместить ниже, в положение *2*, то он увидит весь карандаш.

884. В таблице указаны показатели преломления двух сортов стекла для разных длин волн видимого света.

Длина волны, 10^{-7} *м*	Цвет	Показатель преломления	
		тяжелый флинт	легкий крон
6,563	красный	1,6444	1,5145
5,893	желтый	1,6499	1,5170
5,461	зеленый	1,6546	1,5191
4,800	синий	1,6648	1,5235
4,047	фиолетовый	1,6852	1,5318

По данным таблицы постройте график зависимости показателя преломления тяжелого флинта от длины волны.

Используя график, определите: а) показатель преломления желто-зеленых лучей света, имеющего длину волны $\lambda_ж = 5{,}550 \cdot 10^{-7}$ *м*, к которому наиболее чувствителен глаз человека; б) скорость красного света с длиной волны $\lambda_к = 6{,}500 \cdot 10^{-7}$ *м* и фиолетового с длиной волны $\lambda_ф = 4{,}000 \cdot 10^{-7}$ *м*.

Р е ш е н и е. Выполняем график (лучше это делать на миллиметровой бумаге), выбрав масштаб следующим образом: Выразим длины волн в нанометрах (1 *нм* = 10^{-9} *м*).

Наибольшее значение длины волны в таблице $\lambda_к = 656{,}3$ *нм*, наименьшее — $\lambda_ф = 404{,}7$ *нм*; 656,3 *нм* — 404,7 *нм* $\approx$ 250 *нм*.

Масштаб: 10 *см* — 250 *нм* или 1 *см* — 25 *нм*.

Аналогично для показателей преломления: 1,6852 — 1,6444 = = 0,0418 $\approx$ 0,0400.

Масштаб: 8 *см* — 0,0400 или 1 *мм* — 0,005.

По графику (рис. 284) находим, что для света с длиной волны $\lambda = 555$ *нм* показатель преломления $n = 1{,}6530$ (соответствующая точка на графике отмечена крестиком).

Скорость красного света $c_к = \dfrac{c}{n_к}$.

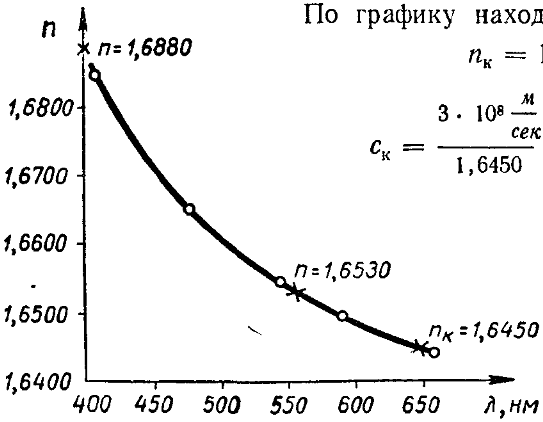


Рис. 284

По графику находим

$$n_к = 1,6450.$$

$$c_к = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{м}{сек}}{1,6450} \approx 1,82 \cdot 10^8 \frac{м}{сек}.$$

Для определения показателя преломления фиолетового света с длиной волны $\lambda = 400$ *нм* продолжаем линию графика до оси n и находим $n_ф = 1,6880$.

$$c_ф = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{м}{сек}}{1,6880} \approx 1,78 \cdot 10^8 \frac{м}{сек}.$$

Из приведенных расчетов следует важный вывод. Чем больше длина световой волны, тем больше скорость распространения света в данной среде. В связи с этим следует уточнить решение задачи 831: экспериментальное определение скорости света в воде по методу Фуко дает некоторое среднее значение скорости световых волн, из которых состоит белый свет.

885. В воде на расстоянии 20 *м* один аквалангист подает другому сигнал с помощью белого света. На какое расстояние и на какое время на этом пути красные лучи опередят фиолетовые? Показатель преломления красных лучей $n_к = 1,329$; фиолетовых — $n_ф = 1,344$.

Решение. Определим скорость света в воде красных и фиолетовых лучей:

$$c_к = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{м}{сек}}{1,329} = 2,257 \cdot 10^8 \frac{м}{сек}; \quad c_ф = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{м}{сек}}{1,344} = 2,232 \cdot 10^8 \frac{м}{сек}.$$

Красные лучи пройдут 20 *м* за время

$$t_к = \frac{20 \ м}{2,257 \cdot 10^8 \frac{м}{сек}} = 8,861 \cdot 10^{-8} \ сек,$$

а фиолетовые — за время

$$t_ф = \frac{20 \ м}{2,232 \cdot 10^8 \frac{м}{сек}} = 8,960 \cdot 10^{-8} \ сек.$$

Красные лучи опередят фиолетовые на время $\Delta t = t_ф - t_к = 9{,}9 \cdot 10^{-10}$ *сек.*

Заметить такую разницу во времени прихода световых сигналов глаз человека не может. Поэтому он не обнаружит разложение (дисперсию) света.

Красный свет обгонит фиолетовый на расстояние $s = c_ф \Delta t = 2{,}232 \cdot 10^8 \frac{м}{сек} \cdot 9{,}9 \cdot 10^{-10}\ сек = 22{,}096 \cdot 10^{-2}\ м = 0{,}220\ м$.

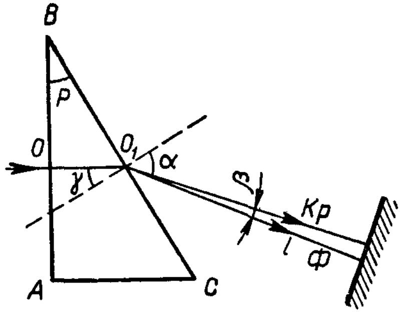


Рис. 285.

886. Красный ($n_к = 1{,}640$) и фиолетовый ($n_ф = 1{,}69$) лучи света падают в одну точку O перпендикулярно грани AB прямоугольной трехгранной стеклянной призмы из тяжелого крона (рис. 285). На какой угол β разойдутся лучи при выходе из призмы? Где нужно поместить экран, чтобы расстояние между лучами было равным 10 *см*? Преломляющий угол призмы $P = 10°$.

Решение 1. В точке O лучи не испытывают преломления, так как угол падения равен нулю. Угол падения лучей на грань BC $\gamma = P = 10°$ (как углы с взаимно перпендикулярными сторонами):

$$\frac{\sin \alpha_к}{\sin \gamma_к} = n_к = 1{,}640.$$

$$\sin \alpha_к = 0{,}1736 \cdot 1{,}640 = 0{,}2847;\ \alpha_к = 16°32'.$$

$$\frac{\sin \alpha_ф}{\sin \gamma_ф} = 1{,}690;\ \sin \alpha_ф = 0{,}1736 \cdot 1{,}690 = 0{,}2934.$$

$\alpha_ф = 17°4'$. Угол между лучами $\beta = 17°4' - 16°32' = 32'$. Расстояние до экрана $l = \frac{10\ см}{\sin 32'} = \frac{10\ см}{0{,}0093} \approx 1{,}1 \cdot 10^3\ см = 11\ м$.

Решение 2*. Примерное значение угла β определим, пользуясь приближенной формулой $D_к = (n - 1) P$. Угол отклонения красного луча $D_к = (1{,}64 - 1) \cdot 10° = 6{,}4°$. Для фиолетового $D_ф = (1{,}69° - 1) \cdot 10° = 6{,}9°$. $\beta = 6{,}9° - 6{,}4° = 0{,}5° = 30'$, что хорошо согласуется с ответом, полученным первым способом.

4. Линзы

В средней школе по данной теме решают задачи только о тонких сферических линзах, толщина которых мала по сравнению с радиусами их сферических поверхностей.

В первых задачах, используя сведения о преломлении лучей трехгранной призмой, нужно рассмотреть принцип действия линз, обратив особое внимание на преломление лучей на обеих сферичес-

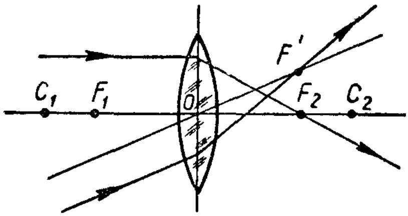


Рис 286.

ких поверхностях. Без этого соответствующие правила построения хода лучей могут быть усвоены учащимися формально.

В первых задачах следует также обратить внимание на закрепление следующих понятий (рис. 286).

Главная оптическая ось (C_1C_2), или, как мы будем далее говорить для краткости, главная ось — прямая, проходящая через центры обеих преломляющих поверхностей. Оптический центр (O) — точка, при прохождении через которую лучи не преломляются; фокус[1] — точка, в которой пересекаются лучи, падающие на линзу параллельно главной оптической оси. Фокусное расстояние OF. Побочная ось — любая прямая, проходящая через оптический центр. Побочный фокус F'.

Фокус F_1, находящийся с той стороны, откуда падают на линзу лучи, называют передним. Фокус F_2 называют задним. Поскольку преломляющее действие половины линзы, находящейся, например, выше оптической оси, подобно действию трехгранной призмы, то ясно, что угол отклонения луча и, следовательно, положение точки F_1 зависят от вещества линзы и от ее формы. Значение F может быть определено из формулы: $\frac{1}{F}=\left(\frac{n_л}{n_{ср}}-1\right)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$, где $n_л$ и $n_{ср}$ — соответственно абсолютные показатели преломления вещества линзы и среды; R_1 и R_2 — радиусы сферических поверхностей.

В средней школе рассматривают главным образом линзы, ограниченные сферическими поверхностями равной кривизны, находящиеся в воздухе. Для этого случая формула имеет вид $\frac{1}{F}=\frac{2(n-1)}{R}$.

Главное внимание при решении задач уделяют построению изображений, даваемых линзой, и расчетам по формуле тонкой линзы

$$\frac{1}{F}=\frac{1}{d}+\frac{1}{f}.$$

Для собирательной линзы F — величина положительная, а для рассеивающей — отрицательная. Величина d всегда положительная. Отсюда следует правило. Для рассеивающей линзы величина f должна быть всегда отрицательной. Для собирательной линзы f может быть как отрицательной, так и положительной величиной. Если изображение действительное, то f положительно, если мнимое, то оно отрицательно.

[1] Во многих учебных пособиях эту точку называют главным фокусом, в отличие от побочных, где сходятся лучи, параллельные побочным осям.

Формула тонкой линзы приближенная. Как и для зеркала, она позволяет тем точнее рассчитать ход лучей, чем уже световые пучки и чем меньший угол они составляют с оптической осью.

При утолщении линзы, расширении световых пучков и увеличении их угла с оптической осью начинают появляться погрешности изображения, или, как их называют, аберрации: сферическая, хроматическая и др. В ознакомительном плане о них можно сказать учащимся, тем более, что они нередко сами задают вопросы или высказывают предположения о том, почему, например, на экране при употреблении проекционного фонаря получается радужная каемка или изображение становится нечетким.

При выполнении построений и решении расчетных задач в средней школе указанные ограничения в применении формулы тонкой линзы и возможные погрешности обычно не учитывают, но о них все же нужно помнить и знать.

При выполнении построений в целях наглядности предметы («стрелки») рисуют значительных размеров, в том числе и бóльших самой линзы (см. № 891).

В заключение по данной теме решают задачи о линейном и угловом увеличении.

Как и для сферических зеркал, линейное увеличение определяют по формуле $k = \frac{f}{d}$.

Желательно также решить две-три задачи о системах линз и зеркал. Новым для учащихся здесь явится только одно хорошо запоминающееся правило. Оптическая сила $D = \frac{1}{F}$ системы из нескольких сложенных вплотную тонких линз равна алгебраической сумме оптических сил всех линз $D = \pm D_1 \pm D_2 + \ldots$ или

$$\frac{1}{F} = \pm \frac{1}{F_1} \pm \frac{1}{F_2} \pm \ldots.$$

887(э). Как отличить собирательную линзу от рассеивающей, не определяя их толщину в разных местах на ощупь? Ответ проверьте на опыте.

Р е ш е н и е. а) Собирательная линза дает на экране действительное изображение, например, солнца или лампочки. От рассеивающей линзы на экране можно получить круглую тень, окаймленную светлым кольцом.

б) Через собирательную линзу можно увидеть прямое увеличенное изображение предметов, например букв в книге (лупа), а через рассеивающую — уменьшенное изображение.

888(э). Дана плоско-выпуклая линза от конденсора проекционного фонаря. Найдите построением ее фокусное расстояние, приняв коэффициент преломления стекла $n = 1{,}5$. Ответ проверьте по известным вам формулам и на опыте.

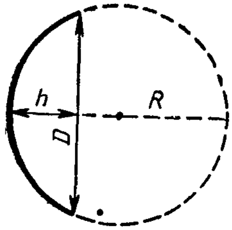


Рис. 287.

Решение. Для того чтобы начертить линзу, нужно знать радиус сферической поверхности. Для этого измеряем диаметр отверстия линзы $D = 11{,}5$ *см* и ее толщину $h = 2{,}2$ *см* (рис. 287). По известной теореме геометрии $h\,(2R - h) = \left(\frac{D}{2}\right)^2$, откуда

$$R = \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + h^2}{2h} = \frac{\left(\frac{11{,}5}{2}\right)^2 + 2{,}2^2}{2 \cdot 2{,}2} = 8{,}6\ (см).$$

Изображаем линзу в натуральную величину или в масштабе 1 : 2, проводим главную оптическую ось CO и на небольшом расстоянии от нее — параллельный ей луч (рис. 288).

Не испытывая преломления на первой поверхности AB, луч попадает на сферическую поверхность в точке A_1.

Для определения хода луча после преломления в точке A_1 проводим радиус CA_1 и находим угол падения γ. В данном случае $\gamma = 10°$. Угол преломления α найдем, пользуясь законом преломления $\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = n$. $\sin\alpha = n\sin\gamma = 1{,}5 \cdot 0{,}174 = 0{,}2610$. $\alpha = 15°$. Луч пересекается с главной оптической осью в точке F. Фокусное расстояние $FO \approx 20$ *см*.

Полезно обратить внимание учащихся на то, что в плоско-выпуклой (а также и в плоско-вогнутой) линзе оптический центр находится в точке пересечения сферической поверхности с главной оптической осью, так как параллельный оптической оси пучок лучей преломляется только сферической поверхностью.

Проверка 1.

$$\frac{1}{F} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right); \qquad R_1 = \infty;$$

$$F = \frac{R}{n-1} = \frac{8{,}6\ см}{1{,}5 - 1} = 17{,}2\ см \approx 17\ см.$$

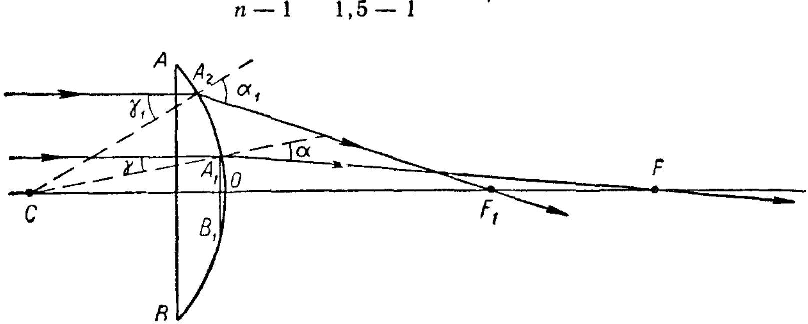


Рис. 288.

П р о в е р к а 2 (э). Получаем на экране с помощью линзы изображение удаленной на несколько метров лампочки. Опыт дает значение $F \approx 18$ *см.*

Все три ответа согласуются между собой.

Отличие первого ответа от остальных объясняется главным образом неточностью построений, которые обусловлены прежде всего большими погрешностями при измерении углов с помощью транспортира. Ошибку вносит также и незнание точного значения показателя преломления стекла.

Анализируя условие задачи, следует сказать учащимся, что совпадение результата, полученного по формуле тонкой линзы, с результатами, полученными другими способами, объясняется тем, что рассматривался луч, близкий к оптической оси, а поэтому можно было считать, что изображение создавалось тонкой линзой A_1B_1O.

Желательно построить также ход луча, далеко отстоящего от оси. Он пересечется с осью в другой точке F_1, расположенной значительно ближе к линзе. Лучи далекие от оси создают на экране вокруг изображения светлый ореол.

Отдельным учащимся можно дать задание изготовить из картона экран с отверстием (диафрагмой), диаметр которого равен примерно AB, и круг, немного меньший по диаметру отверстия линзы AB.

Используя экран с отверстием, получим более четкое, чем без него, изображение нити лампочки на расстоянии F. Светлого ореола вокруг изображения не будет. Закрыв же середину линзы кружком, получим изображение нити лампочки на расстоянии, которое меньше, чем F, на 3—4 *см* (сферическая аберрация). При этом изображение имеет яркую, на большем расстоянии от линзы преимущественно красную, а на меньшем — синюю окраску (хроматическая аберрация).

Явление можно продемонстрировать всему классу, получив увеличенное изображение нити лампочки на стене или потолке. Результаты опыта можно затем использовать при изучении фотоаппарата.

889. Всегда ли выпуклая линза является собирательной?

О т в е т. Используя решение задачи о воздушной призме, помещенной в воду (№ 882), заключают, что, если выпуклая линза находится в среде оптически более плотной, чем материал самой линзы, то она является рассеивающей. Этот вывод полезно пояснить чертежом, рассмотрев качественно преломление луча на каждой сферической поверхности и экспериментально с помощью выпуклой линзы, склеённой из двух часовых стекол и помещенной в воду.

890. Постройте изображение точки S, лежащей на оптической оси.

Р е ш е н и е. Изображаем линзу, проводим оптическую ось и указываем положение фокусов (рис. 289). Проводим из точки S, изображение которой надо построить, какой-либо луч под углом к оси до середины линзы в точке A.

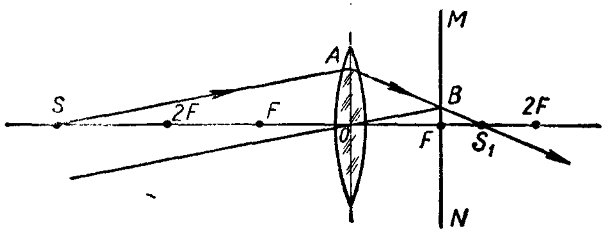


Рис. 289.

Этим приемом мы будем пользоваться при построениях и в дальнейшем: преломление луча будем показывать только один раз, на средней линии линзы, а не на каждой ее поверхности. Через задний фокус F проводим прямую MN, перпендикулярную оси, которая изображает заднюю фокальную плоскость. Затем через оптический центр O проводим побочную ось, параллельную лучу SA. Она пересечется с фокальной плоскостью в точке B. Так как в этой точке должны собраться все лучи, параллельные побочной оси, то луч SA после преломления в линзе также пройдет через точку B и пересечет ось в точке S', которая и является изображением точки S, поскольку она лежит на пересечении двух лучей, идущих из точки S (луча SA и луча SO).

891. Постройте изображение предмета, находящегося за двойным фокусным расстоянием, если его размеры больше отверстия линзы.

Р е ш е н и е. Изобразим предмет в виде стрелки, один конец которой находится на оптической оси (рис. 290). Это облегчит построение, поскольку изображение точки B, как показано в задаче 890, лежит на оси. (Этим приемом мы будем пользоваться и в дальнейшем). Если вместо маленькой линзы поставить бо́льшую по размерам, но с таким же фокусным расстоянием, то положение изображения не изменится. Рисовать большую линзу нет надобности. Достаточно увеличить размеры средней плоскости AB и преломить на ней лучи по общим правилам: луч, параллельный оптической оси, пройдет через задний фокус, а луч, идущий через оптический центр, пройдет не преломляясь. Точка пересечения лучей A_1 и является

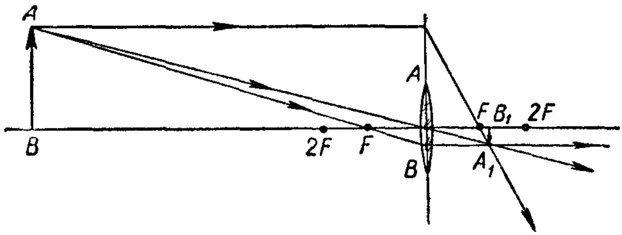


Рис. 290.

изображением точки A. Опустив на ось перпендикуляр, найдем положение точки B_1.

В нескольких первых задачах полезно провести и третий луч. Луч, прошедший через передний фокус после преломления, идет параллельно оси и также попадает в точку A_1.

Следует подчеркнуть, что и любой другой луч, падающий на линзу из точки A, попадет в точку A_1, что нередко упускается учащимися из виду.

Практическим примером рассмотренного случая получения изображения является фотоаппарат.

892(э). С помощью линзы на стене получили увеличенное изображение пламени свечи. Пропадет ли часть изображения, если закрыть нижнюю половину линзы? Ответ проверьте на опыте.

Ответ. Никакая часть изображения не исчезнет, оно станет только менее ярким.

Опыт должен еще раз подтвердить, что все лучи, падающие на линзу от какой-либо точки, пересекаются в одной точке изображения, которую можно получить, пользуясь любым участком линзы.

893. Составьте и решите с помощью построений и расчетов задачи на формулу собирательной линзы. Решение проверьте с помощью опытов, если у вас имеются, например, очковые стекла, лупа и т. п.

Эту задачу можно дать на дом. При проверке ее в классе нужно отобрать и проанализировать примеры, в которых рассматривают наиболее характерные случаи построения действительных изображений:

$$1)\ d \to \infty;\ 2)\ d > 2F;\ 3)\ d = 2F;\ 4)\ 2F > d > F;\ 5)\ d = F.$$

Если позволяет время, обобщая эти случаи, можно также решить задачу, подобную 868, рассмотрев, как изменяется величина f в зависимости от d. При этом построить график в координатных осях d, f.

При выполнении построений, методика которых ясна из рисунков 289—290, полезно прибегать к аналогиям с построением изображений в вогнутом зеркале.

894. Какая из двух линз с оптической силой $D_1 = 2$ *дптр* и $D_2 = 5$ *дптр* даст большего размера изображение и во сколько раз, если расстояние предмета до экрана $l = 4$ *м*? Ответ проверьте на опыте.

Решение. Линейное увеличение $k = \frac{f}{d}$. Из формулы линзы $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$ найдем $\frac{1}{d} = \frac{1}{F} - \frac{1}{f} = \frac{f-F}{Ff}$;

$$k = \frac{1}{F} \cdot f - 1 = Df - 1.$$

Из формулы видно, что, чем меньше фокусное расстояние линзы (больше $\frac{1}{F}$), тем больше увеличение, которое она дает при одном и том же f. (Поэтому $\frac{1}{F}$ и называют оптической силой линзы.)

Результаты легко проверить, получив на экране одновременно изображения волоска лампочки с помощью двух линз различной оптической силы.

895. Поместив на расстоянии 20 *см* от линзы свечу, получили на экране ее изображение. Увеличение $k = 10$. Какое получится увеличение, если вплотную к данной линзе приложить линзу с оптической силой $D_2 = 2{,}5$ *дптр*? $D_3 = -2{,}5$ *дптр*?

Решение. Если приложить положительную (собирательную) линзу, то оптическая сила системы линз станет больше и увеличение возрастет. Если же приложить отрицательную (рассеивающую) линзу, то увеличение уменьшится.

Для количественных расчетов найдем оптическую силу данной линзы, используя уравнения:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}; \quad k = \frac{f}{d}; \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{kd};$$

$$D_1 = \frac{1}{F_1} = \frac{1}{d} + \frac{1}{k_1 d} = \frac{1}{0{,}2} + \frac{1}{10 \cdot 0{,}2} = 5{,}5 \ (\text{дптр})$$

Найдем расстояние до экрана. $f = k_1 d = 10 \cdot 0{,}2$ *м* $= 2$ *м*. Найдем оптическую силу сложенных вместе линз. $D_4 = D_1 + D_2 = 5{,}5$ *дптр* $+ 2{,}5$ *дптр* $= 8$ *дптр*. $D_5 = 5{,}5$ *дптр* $- 2{,}5$ *дптр* $= 3$ *дптр*. $k_2 = D_4 \cdot f - 1 = 8 \cdot 2 - 1 = 15$; $k_3 = 3 \cdot 2 - 1 = 5$.

896. Какое изображение и где даст очковое стекло с оптической силой $D = -3$ *дптр*, если предмет высотой 10 *см* расположен от него на расстоянии 50 *см*? Задачу решите с помощью построений и расчетов.

Решение. 1. Найдем расстояние f до изображения, пользуясь формулой тонкой линзы $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$. Применяя эту формулу в таком виде, нужно подставлять в нее числовые значения f и F со знаком минус. Если же формула будет записана в виде $-\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f}$, то в нее следует все числа подставлять со знаком плюс.

Предпочтительнее все же пользоваться первой, общей для всех тонких линз записью данной формулы. $\frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{d}$; $\frac{1}{f} = -3 м^{-1} - \frac{1}{0{,}5} м^{-1} = -5\ м^{-1}$; $f = \frac{1 м}{-5} = -0{,}2$ *м*.

Увеличение $k = -\frac{f}{d} = -\frac{20}{50} = -\frac{2}{5}$. Изображение мень-

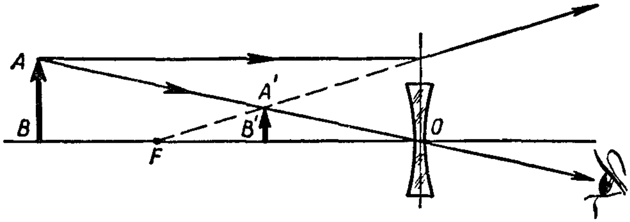


Рис. 291.

ше предмета в 2,5 раза. Знак минус показывает, что изображение мнимое.

Решение. 2. Определим для построения изображения значение $F = \frac{1 м}{-3} = -33$ *см* и выберем масштаб: 1 *см*—5 *см*. Взаимное положение линзы, предмета и фокуса показано на рисунке 291. Построение изображения точек выполняем по общему правилу с помощью двух лучей, ход которых известен.

Луч, параллельный оптической оси, преломившись в линзе, пойдет так, что его продолжение пересечется с осью в фокусе F. Луч, идущий через центр O, не преломляется. Глаз, расположенный справа от линзы, увидит изображение точки A в точке пересечения лучей A_1. Величины, найденные по чертежу, совпадают с вычисленными по формулам. Ответ желательно проверить также с помощью опыта. Для этого смотрят одним глазом на предмет, например линейку, а вторым — на его изображение в линзе. При этом сразу видно, что изображение уменьшенное и прямое (значит, оно и мнимое). При некотором навыке не трудно оценить на глаз и примерное уменьшение размеров изображения.

5. Оптические приборы

Устройство и действие оптических приборов при решении задач можно рассмотреть в такой последовательности: проекционные аппараты, фотоаппарат, глаз как оптический прибор, лупа, микроскоп, телескоп. (Задачи о лупе можно решать и раньше, при изучении линз.)

Первые четыре из названных приборов с точки зрения геометрической оптики главным образом конкретизируют полученные ранее сведения о действии собирательных линз. Задачи же о микроскопе и телескопе связаны с введением новых сведений об оптических системах, состоящих из нескольких линз.

В соответствии с этим в задачах о проекционных аппаратах и фотоаппарате нужно уделить должное внимание особенностям их конструкций. В том числе при решении задач о фотоаппарате рассмотреть назначение и роль диафрагмы и использовать понятие о величине относительного отверстия, измеряемого отношением диаметра отверстия линзы D к фокусному расстоянию F, а также понятие о светосиле объектива — $\frac{D^2}{F^2}$.

Решение задач о проекционных аппаратах и фотоаппаратах нужно сопровождать проведением с ними соответствующих демонстрационных опытов.

Задачи о глазе должны включать построения изображений и расчеты по формулам применительно к приведенному (редуцированному) глазу. При этом должно использоваться понятие об угле зрения, за который принимают угол, образованный лучами, идущими от крайних точек предмета к оптическому центру глаза[1]. Оптический центр приведенного глаза лежит около задней поверхности хрусталика на расстоянии 7,1 *мм* от вершины роговицы. «Ближайшая» точка, которая при наибольшей аккомодации еще ясно различается нормальным глазом, находится в зависимости от возраста человека на расстоянии 10—20 *см*. Обычно полагают, что расстояние наилучшего зрения, при котором глаз может рассматривать предметы без утомления, равно 25 *см*. У дальнозорких это расстояние больше, у близоруких меньше. Способы исправления недостатков зрения поясняют с помощью качественных задач о применении очков.

При решении задач о лупе, особенно экспериментальных, нужно иметь в виду следующее. Если лупу располагают около глаза, то увеличение $k_1 = \frac{s_1}{F} + 1$ (1), когда глаз аккомодирован на расстояние наилучшего зрения s_1, и $k_1 = \frac{s_1}{F}$ при аккомодации глаза на бесконечность. Если же лупу помещают на некотором расстоянии между глазом и рассматриваемым предметом, то $k_2 = \frac{s_2}{F}$ (2), где s_2 — расстояние от предмета до глаза. Формулы 1 и 2 приближенные, они выполняются тем точнее, чем меньше фокусное расстояние линзы сравнительно с s_1 и s_2. Если предмет находится на расстоянии наилучшего зрения, то $s_2 = 25$ *см* и $k_1 \approx k_2$. Так как обе формулы дают примерно одно и то же значение увеличения лупы, то учащимся достаточно знать, что $k = \frac{25}{F}$. Однако каждый из описанных способов применения лупы имеет существенные с точки зрения оптики особенности, на которые нужно обратить внимание учащихся при решении задач (см. № 910—911).

В задачах о микроскопе главное внимание следует уделить построению изображений и определению увеличения, которое находят

[1] Иногда под углом зрения понимают половину указанного угла, что не меняет существа данного понятия.

по формулам $k = k_{об} \cdot k_{ок}$ или $k = \frac{Ls}{F_1 F_2}$, где $k_{об}$ и $k_{ок}$ — соответственно увеличения объектива и окуляра; L — оптическая длина тубуса (расстояние между задним фокусом объектива и передним фокусом окуляра); s — расстояние наилучшего зрения; F_1 и F_2 — фокусные расстояния объектива и окуляра.

Из различных видов телескопов при решении задач обязательно рассмотреть только рефрактор (трубу Каплера).

Задачи о телескопе-рефлекторе, трубе Галилея и биноклях могут быть заданием для отдельных учащихся.

В задачах о рефракторе главным образом определяют его увеличение по формуле $k = \frac{F_{об}}{F_{ок}}$ и выполняют построение хода лучей.

Задачи о микроскопе и телескопе желательно сопровождать фронтальным экспериментом по сборке моделей этих приборов из линз для лабораторных работ, а в домашних условиях — с помощью очковых стекол, луп и т. п.

897.(э) На рисунке 292 показана модель проекционного аппарата. Укажите назначение всех частей аппарата и расстояние, которое должно быть между ними. Ход лучей покажите на схеме. На каком расстоянии d от объектива с фокусным расстоянием $F = 13{,}6$ *см* (объектив типа «Перископ» для универсального проекционного аппарата) нужно расположить диапозитив, чтобы получить на экране изображение размером 90×120 *см*? (Размер диапозитива на стекле 45×60 *мм*.)

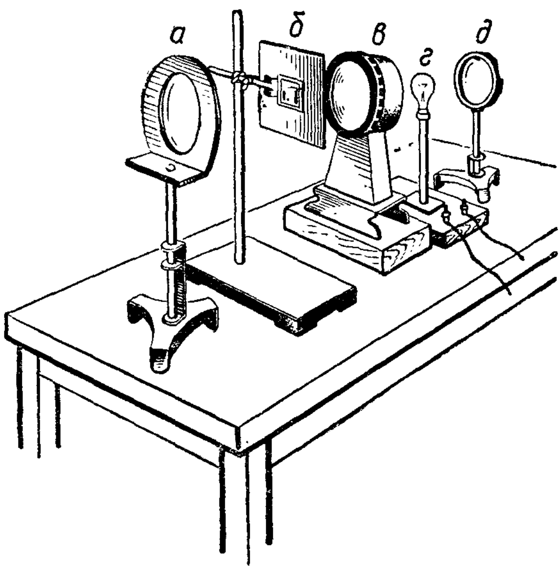


Рис. 292.

Решение. Рассмотрим сначала главную часть проекционного фонаря — объектив *а* и диапозитив *б* (AB) (рис. 292 и 293). Для того чтобы получилось увеличенное изображение, диапозитив должен находиться между точками F и $2F$.

Диапозитив нужно возможно ярче осветить. Так как отверстие конденсора *в* обычно равно или несколько больше освещаемого предмета AB, то пучок лучей должен быть параллельным или сходя-

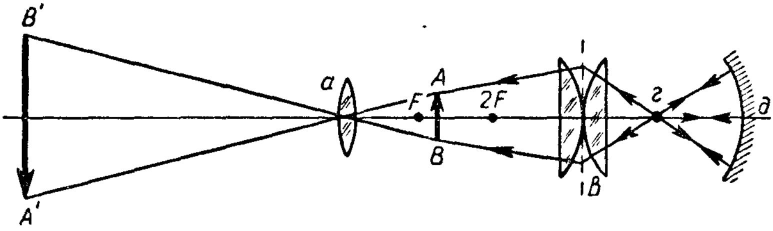


Рис. 293

щимся. Для этого лампа *г* должна находиться немного дальше фокуса конденсора. Лучи, отраженные рефлектором *д*, должны идти так же, как и лучи от лампы. Для этого лампу нужно поместить примерно в оптическом центре зеркала *д*.

Расстояние d найдем, решив систему уравнений:

$$1)\ \frac{1}{F}=\frac{1}{d}+\frac{1}{f};\quad 2)\ k=\frac{f}{d};\quad d=F\left(1+\frac{1}{k}\right);\quad k=\frac{90\ см}{4{,}5\ см}=20.$$

$d=13{,}6\ см\left(1+\frac{1}{20}\right)\approx 14{,}3\ см.$ Диапозитив нужно расположить близко от фокуса объектива.

898(э). Как с помощью линзы получить на экране а) увеличенное; б) уменьшенное изображение лица человека?

О т в е т. Лицо человека должно находиться: а) между точками F и $2F$ линзы; б) за двойным фокусным расстоянием.

Для демонстрации явления собирают установку, показанную на рисунке 294. За демонстрационный стол сажают ученика и освещают его лицо лучами, идущими от проекционного аппарата или лампы с рефлектором. Несколько сбоку ставят линзу больших размеров и получают перевернутое изображение лица на просвечивающем экране. Задача и опыт поясняют принцип действия фотоаппарата.

899. Фокусное расстояние фотоаппарата «Киев» — 5 *см*. Получится ли полностью на пленке изображение предмета размером 3×5 *м*, если он находится на расстоянии 6 *м* от фотоаппарата?

900. Пока фотограф налаживал аппарат, объект удалился от него на некоторое расстояние. Как должен фотограф переместить в связи с этим объектив аппарата?

Рис. 294.

О т в е т. Если предмет удалился от объектива, то его изображение переместилось ближе к фокусу. Расстояние между изображением и линзой уменьшилось. Следовательно, объектив нужно переместить ближе к пленке.

901. Фотоаппаратом с фокусным расстоянием объектива 5 *см* фотографировали далекие предметы, а затем предмет на максимально близком для данного аппарата расстоянии 65 *см*. На сколько при этом пришлось выдвинуть вперед объектив? Решение проверьте на каком-либо фотоаппарате.

Решение. Напишем формулу линзы $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$. В первом случае $F \approx f_1 \approx 5$ *см*. Во втором случае

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{F} - \frac{1}{d_2} = \frac{1}{5} - \frac{1}{65} = \frac{12}{65}; \quad f_2 = 5{,}42 \text{ см}. \quad f_2 - f_1 = $$

$$= 0{,}42 \text{ см} = 4{,}2 \text{ мм}.$$

902. Определите минимальный размер предмета, который получится на снимке во весь кадр размером 24×32 *мм*, с помощью аппарата, описанного в задаче 901.

Решение. Выполним схематический чертеж фотоаппарата (рис. 295). Допустим, $A_1B_1 = 24$ *мм*. Из подобия треугольников AOC и A_1OC_1 найдем $AC = \frac{A_1C_1 \cdot CO}{C_1O}$. Из формулы линзы определим

$$\frac{1}{C_1O} = \frac{1}{f} = \frac{1}{F} - \frac{1}{d} = \frac{12}{65};$$

$$AC = \frac{1{,}2 \text{ см} \cdot 65 \text{ см} \cdot 12}{65 \text{ см}} = 14{,}4 \text{ см}. \quad AB = 28{,}8 \text{ см}.$$

Второй размер предмета равен $\frac{28{,}8 \cdot 32 \text{ см}}{24} = 38{,}4$ *см*.

903. Что нужно сделать, чтобы фотоаппаратом, описанным в задаче 901, можно было фотографировать в полный кадр предметы, размеры которых меньше, чем $28{,}8 \times 38{,}4$ *см*?

Решение. Предмет меньших размеров нужно поместить ближе к объективу. Но тогда его изображение удалится от объектива. Следовательно, нужно еще более выдвинуть объектив. (Для этого применяют различной величины удлинительные кольца.)

904[1]. В чем заключаются преимущества и недостатки фотоаппарата с объективом по сравнению с фотоаппаратом, имеющим «дырочную» камеру (№ 852)?

Ответ. В дырочной камере конус лучей дает «изображение» каждой точки предмета в виде кружка. В результате четкость изображения бывает недостаточной. Объектив же сводит лучи светящейся точки практически в

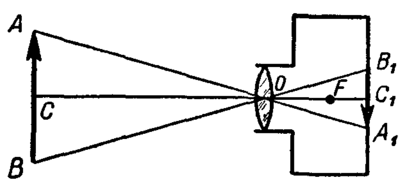


Рис. 295.

[1] Задачи 904 — 906 целесообразно решать при повторении, после того, как будет изучен материал по фотометрии.

одну точку. Четкость изображения возрастает. Отверстие в дырочной камере пропускает очень мало света. В результате выдержка при фотографировании должна быть большой. Недостаток фотоаппарата с объективом заключается в том, что изображение требует фокусировки.

905*. Как зависит экспозиция от диаметра отверстия объектива фотоаппарата и его фокусного расстояния?

О т в е т. Поскольку предмет обычно находится далеко от объектива, то его изображение получается почти в фокальной плоскости. По рисунку 295 (треугольник $OB'A'$) видно, что, если фокусное расстояние уменьшить, например, в 2, 3 и т. п. раз, то во столько же раз уменьшатся и линейные размеры изображения. Площадь же негатива уменьшится в 4, 6 и т. д. раз. Во столько же раз увеличится освещенность пленки.

Чем больше площадь отверстия объектива, тем больше света он получит от каждой точки предмета. Следовательно, освещенность пленки пропорциональна площади отверстия объектива или квадрату его диаметра. Из приведенных рассуждений видно, что выдержка должна быть обратно пропорциональна величине $\frac{D^2}{F^2}$ — светосиле объектива.

906*. На оправах фотообъективов для определенных положений диафрагм указана величина относительного отверстия $\left(\frac{D}{F}\right)$. При этом принято записывать только знаменатель дроби, поскольку числитель берут равным единице. Объясните, почему на объективе указывают, например, следующие величины относительных отверстий: 4; 5,6; 8; 11; 16.

О т в е т. Указанная запись означает, что относительные отверстия $\frac{D}{F}$ равны $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5{,}6}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{11}$; $\frac{1}{16}$.

Квадраты этих чисел дадут величину светосилы $\left(\frac{D^2}{F^2}\right)$.

$$\frac{1}{16};\ \frac{1}{31{,}36};\ \frac{1}{64};\ \frac{1}{121};\ \frac{1}{256}.$$

Нетрудно видеть, что ступени диафрагмы построены по принципу удвоения. Изменение отверстия на одно деление означает увеличение или уменьшение освещенности пленки в 2 раза и требует соответственно уменьшения или увеличения в 2 раза выдержки.

907. Основное значение для преломления света в глазу человека (рис. 296) имеет роговая оболочка *а* ($D = 40$ *дптр*) и хрусталик *б* ($D = 20$ *дптр*). Оцените по этим данным примерную величину фокусного расстояния приведенного глаза.

Р е ш е н и е. Оптическая сила глаза $D = D_1 + D_2 = 40$ *дптр* +

$+ 20$ *дптр* $= 60$ *дптр*. $F = \frac{1\ м}{60} =$ $= 0{,}016\ м = 16\ мм$. (Фактически среднее значение $F = 15{,}5\ мм$, так как свет преломляется и другими средами глаза.)

908. Как, взяв у человека очки, определить, является ли он дальнозорким или близоруким?

Ответ. Нужно определить, являются ли очковые стекла собирательными или рассеивающими (№ 887). Если стекла собирательные, то человек дальнозоркий, если рассеивающие, то близорукий.

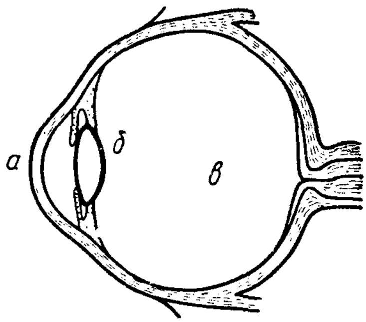


Рис. 296

909. Предельный угол зрения человеческого глаза примерно равен 1′. Каково должно быть расстояние между двумя точками, находящимися на расстоянии наилучшего зрения (25 *см*), чтобы человек мог видеть их раздельно?

Решение. Ввиду малости угла зрения расстояние между точками равно $l = 25\ см \cdot \operatorname{tg} \alpha = 25\ см\ \alpha$, где α — угол, выраженный в радианах. $l = 25\ см \cdot \frac{1}{60 \cdot 57{,}3} \approx 0{,}073\ мм$.

Анализируя ответ, полезно пояснить, почему не делают делений, меньших миллиметра, на шкалах, которые рассматриваются невооруженным глазом.

910(э). На расстоянии наилучшего зрения от глаза на страницу книги положите собирательную линзу с фокусным расстоянием 5—10 *см*. Как и почему изменится мнимое изображение букв при удалении линзы от страницы? Зависит ли видимый размер изображения от расстояния глаза до лупы? Получив наибольшее прямое изображение, определите увеличение лупы на глаз и по формуле $k = \frac{25}{F}$.

Решение. Построим изображение в лупе двух различных положений предмета AB (рис. 297 и 298). Направление луча $A'F$, идущего через фокус, при любом положении предмета AB остается неизмененным. Точка же A' находится тем выше над оптической осью и, следовательно, изображение $A'B'$ тем больше, чем ближе предмет к фокусу линзы. Увеличение $k = \frac{25}{F}$, при $F = 5\ см$ $k = 5$.

При любом положении глаза изображение видно под одним и тем же углом зрения. Следовательно, видимый размер изображения не зависит от расстояния глаза до лупы.

С приближением глаза к лупе увеличивается только поле зрения, так как в глаз попадает более широкий пучок лучей. На дале-

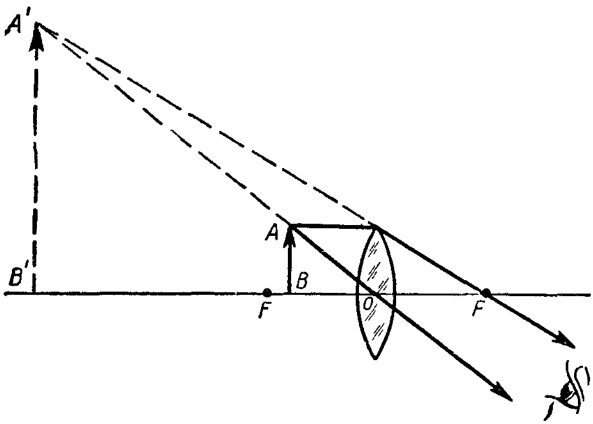


Рис. 297.

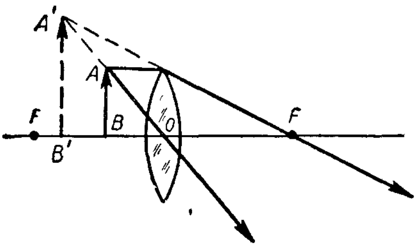


Рис. 298.

ком расстоянии глаз может увидеть, например, через лупу только одну букву, а на близком — целое слово.

911(э). Поднесите лупу вплотную к глазу и получите четкое изображение букв какого-либо текста. Как зависит четкость изображения от расстояния букв до лупы? Почему? Не изменяя расстояния глаза до страницы, уберите лупу. Способен ли теперь глаз рассмотреть текст и почему?

Решение. Глаз и лупа образуют оптическую систему с фокусным расстоянием, меньшим, чем у глаза. Возможности изменения этого фокусного расстояния за счет аккомодации глаза сравнительно невелики. Поэтому рассматриваемый предмет, для того чтобы его изображение получилось на сетчатке, должен находиться на определенном расстоянии от лупы. При наибольшей аккомодации глаза предмет должен находиться на таком расстоянии, чтобы его изображение лежало в ближайшей точке глаза, т. е. на расстоянии 15—20 *см*. При аккомодации глаза на бесконечность предмет должен находиться в фокальной плоскости лупы. Если убрать лупу, то изображение получится за сетчаткой и потому будет казаться нечетким.

912(э). Возьмите две короткофокусные линзы и с помощью одной из них получите действительное увеличенное изображение букв книги. Затем между глазом и первой линзой поместите вторую и, используя ее как лупу, рассмотрите через нее изображение букв. На основе опыта выполните построение хода лучей в данной оптической системе, являющейся моделью микроскопа.

Решение. Построение изображения, которое дает объектив, аналогично выполненному на рисунке 293 для проекционного фонаря. Окуляр действует как лупа, поэтому ход лучей подобен показанному на рисунке 298. При этом рассматриваемым через окуляр предметом является изображение, которое дает объектив.

913. На объективе микроскопа стоит обозначение 40, а на окуляре 10 X. Какое увеличение дает микроскоп с этим окуляром и объективом? Какой нужно взять окуляр, чтобы при том же объективе получить увеличение в 600 раз?

Ответ. $k_м = k_{ок} \cdot k_{об} = 40 \cdot 10 = 400$. $k_{ок} = \frac{600}{40} = 15$ X.

914. Самые сильные микроскопы имеют объектив с фокусным расстоянием 1,25 *мм*. Рассчитайте увеличение микроскопа, если длина тубуса его 16 *см*, а фокусное расстояние окуляра 1,0 *см*. [21, № 1427].

Решение. $k_м = \frac{sL}{F_{об}F_{ок}} = \frac{25\ см \cdot 16\ см}{0,125\ см \cdot 1\ см} = 3200.$

915(э). Поставив перед глазом длиннофокусную ($F = 15—20$ *см*) линзу, получите и рассмотрите уменьшенные действительные изображения предметов, расположенных от вас на расстоянии нескольких метров[1]. Методом паралакса определите, где примерно находится изображение. После этого рассмотрите изображение в лупу. Глядя одновременно на предмет и изображение, оцените на глаз увеличение, которое дает собранная вами модель зрительной трубы. Постройте ход лучей в зрительной трубе и проверьте, совпадает ли полученное на опыте увеличение с рассчитанным по формуле $k = \frac{F_{об}}{F_{ок}}$.

Решение. Поставив опыт и определив на глаз $k_{тр}$, находят опытным путем $F_{об}$ и $F_{ок}$ и рассчитывают $k_{тр}$. В пределах точности измерений эти величины совпадают. При построении изображения обращаем внимание на следующее (рис. 299).

Предмет находится за двойным фокусным расстоянием. Поэтому его действительное уменьшенное и обратное изображение получается между задним фокусным и двойным фокусным расстоянием недалеко от задней фокальной плоскости. Предмет, как правило, значительно больше по размерам отверстия объектива. Изображение вполне подобно тому, которое получается в фотоаппарате. Окуляр является лупой, поэтому изображение должно находиться от лупы немного ближе ее фокуса.

[1] При решении этой задачи в классе методом фронтального эксперимента у классной доски можно поставить демонстрационный метр с ясно видными делениями или повесить крупную шкалу, которую и будут рассматривать учащиеся.

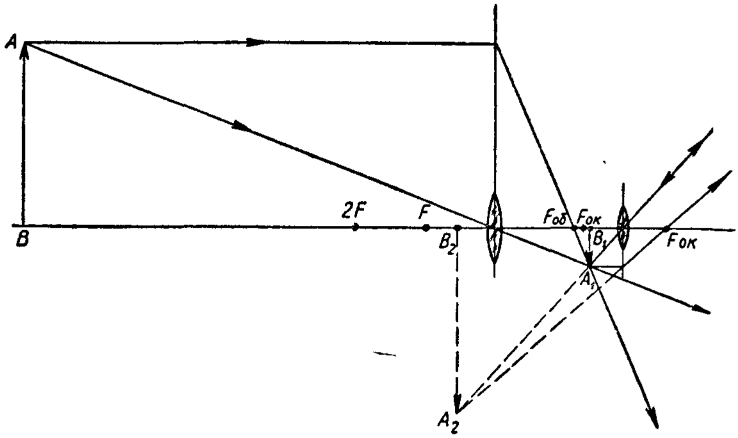


Рис. 299.

916*. Докажите, что, если в зрительной трубе применить третью линзу, двойное фокусное расстояние которой совпадает с задним фокусом объектива, то труба будет давать такое же по величине, но прямое изображение объектов.

Р е ш е н и е. Допустим, что A_1B_1 — изображение, даваемое объективом (рис. 300). Если B_1O_1 — двойное фокусное расстояние дополнительной (обращающей) линзы, то изображение A_2B_2 получится справа от этой линзы тоже на двойном фокусном расстоянии. Изображение A_1B_1 по величине равно изображению A_2B_2. Изображение A_2B_2 рассматривают обычным образом в окуляр, который дает мнимое и прямое по отношению к объективу изображение A_3B_3.

Можно обратить внимание учащихся на то, что применение обращающей линзы в земных зрительных трубах увеличивает и без того их значительную длину. Поэтому для обращения изображения используют также призмы, которые позволяют уменьшить длину зрительной трубы (призматические бинокли).

Изучение хода лучей в призматическом бинокле может быть заданием для отдельных учащихся.

917. Луна видна невооруженным глазом под углом зрения 0,5°. Под каким углом можно наблюдать Луну в телескоп, если фокусное

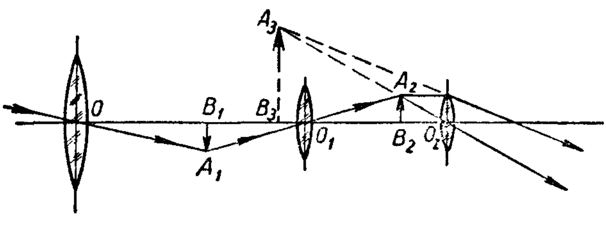


Рис. 300.

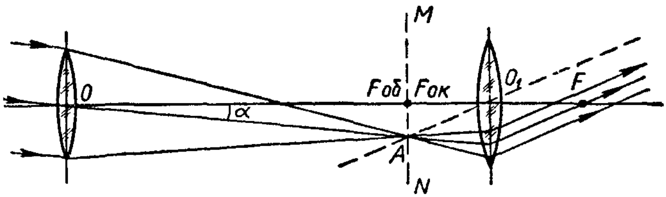


Рис 301.

расстояние объектива 200 *см*, а окуляра 10 *см*? [21, № 1436]. Решение задачи поясните чертежом.

Р е ш е н и е. Сначала сделаем чертеж (рис. 301). Если оптическую ось трубы направить на нижний край лунного диска, то луч, идущий от верхней точки, составит с осью угол $\alpha = 0{,}5°$. Все другие лучи, падающие на объектив от верхней точки диска, практически, ввиду огромного расстояния до Луны и незначительного, по сравнению с этим расстоянием диаметра объектива, будут параллельны лучу, идущему через центр. Поэтому изображения данной и всех других точек Луны будут находиться в главной фокальной плоскости. Поскольку фокальные плоскости объектива и окуляра совпадают, то из окуляра лучи выходят параллельным пучком. Угловое увеличение $k_{\text{тел}} = \frac{F_{\text{об}}}{F_{\text{ок}}} = \frac{200 см}{20 см} = 10$. Глаз увидит лунный диск под углом $\alpha_1 = 0{,}5° \cdot 10 = 5°$.

ГЛАВА 35

ИЗЛУЧЕНИЕ И СПЕКТРЫ

В данной теме вначале изучают явление дисперсии света, спектры испускания и поглощения, инфракрасное, ультрафиолетовое и рентгеновское излучения, шкалу электромагнитных волн. По всем этим вопросам в основном решают качественные задачи, примеры которых будут приведены ниже. Для успешного их решения необходимо глубоко разобраться в физической сущности изучаемых явлений. Количественные задачи сводятся здесь к расчету длин волн, а также к определению скорости света в разных средах. При этом используют формулы

а) $\lambda = vT = \frac{v}{\nu}$, где v — скорость света в среде, в которой определяют длину волны λ, а T и ν — период и частота электромагнитных колебаний.

б) $v = \frac{c}{n}$, где $c = 3 \cdot 10^8$ *м/сек* (скорость света в вакууме), а n — абсолютный показатель преломления среды, в которой распространяется свет.

Первая формула ($\lambda = vT$) уже знакома учащимся по теме «Электромагнитные колебания и волны», где решалось много задач на данную зависимость: В оптике принято частоту обозначать ν, а не f, как в электромагнитных колебаниях. Поэтому следует учащимся объяснить, что формулы $\lambda = \frac{v}{f}$ и $\lambda = \frac{v}{\nu}$ ничем не отличаются, кроме обозначения частоты электромагнитных колебаний.

Длину волны λ в оптике можно измерять специальной внесистемной единицей — 1 ангстрем (Å), которая соответствует $1 \cdot 10^{-10}$ *м* $= 1 \cdot 10^{-8}$ *см*.

Завершают тему рассмотрением вопросов фотометрии и законов освещенности, но весь этот материал излагают только в ознакомительном плане. Поэтому задачи по фотометрии и законам освещенности решают тоже в ознакомительном плане. При этом используют следующие законы и формулы.

Каждый источник света характеризуется силой света источника I и излучаемым им световым потоком Φ. Световой поток, излучаемый источником, определяют по формуле $\Phi = \frac{W}{t}$, где W — полная энергия излучения, а t_0 — время излучения энергии источником света.

Силу света точечного источника определяют из зависимости $I = \frac{\Phi}{\omega}$, где ω — телесный угол, измеряемый в стерадианах. Единицей силы света в системе СИ является свеча (*св*).

В средней школе рассматривают только точечные источники света, размеры которых малы по сравнению с расстоянием до освещаемых поверхностей.

Световой поток измеряют в люменах (*лм*). Полный световой поток от точечного источника силой света I равен $\Phi_0 = 4\pi I$.

Освещенность поверхности $E = \frac{\Phi}{S}$, где Φ — равномерно распределенный по всей площади S световой поток, а площадь S нормальна к световому потоку. Если источник света точечный, то нормальной к потоку будет только сферическая поверхность с центром в точке, где расположен источник света. Измеряют освещенность в люксах (*лк*).

В задачах чаще всего вычисляют освещенность не сферических, а плоских поверхностей. При большом расстоянии от источника света и малой площади участок плоской поверхности можно приближенно считать за участок сферы и освещенность определять по той же формуле $E = \frac{\Phi}{S}$, как и в случае сферической поверхности.

При расчете освещенностей используют два закона освещенности. Первый закон — для точечных источников света, т. е. для расходящегося светового потока и сферических поверхностей, освещаемых этим потоком. В этом случае освещенность поверхности E прямо пропорциональна силе света источника I и обратно пропорциональна квадрату расстояния r от источника до освещаемой поверхности, т. е. $E = \frac{I}{r^2}$ (рис. 302).

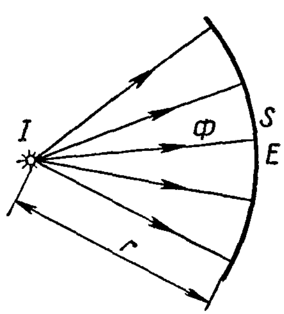


Рис 302.

Во втором законе рассматривают случай, когда на плоскую поверхность падает параллельный световой пучок под некоторым углом падения α. Освещенность поверхности $E = E_0 \cdot \cos\alpha$, где E_0 — освещенность поверхности при нормальном падении на нее лучей (рис. 303).

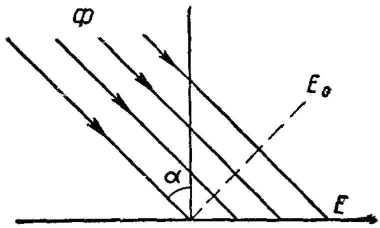


Рис. 303

При решении задач чаще всего пользуются формулой, в которой объединены оба закона освещенности: $E = \frac{I}{r^2} \cos\alpha$ (рис. 304).

Формула применима лишь в том случае, когда освещаемая поверхность имеет линейные размеры значительно меньшие, чем расстояние r от источника I до центра этой поверхности O'.

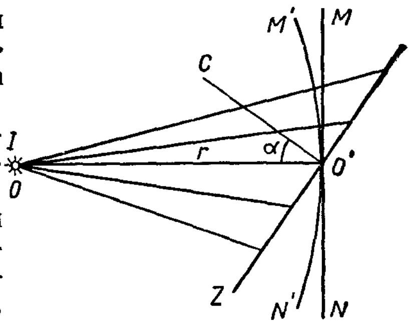


Рис. 304.

Задачи по фотометрии и законам освещенности решают следующих типов:

а) Освещенность поверхности создается одним точечным источником света. В условии задачи даны либо сила света источника I, либо световой поток Φ. Определяют освещенность поверхности.

б) Освещенность поверхности создается несколькими точечными источниками света. Общая освещенность в этом случае равна сумме освещенностей от каждого источника света.

в) Задачи на определение силы света источника с помощью фотометра.

г) Кроме источника света, есть еще зеркала и линзы, которые изменяют освещенность поверхности. Освещенность теперь равна сумме освещенностей от источника света I и его изображения в зеркале или линзе I'. При применении плоского идеального зеркала $I' = I$. Во всех других случаях I' надо вычислять, учитывая телесные углы, в которых распространяется световой поток от I и I'.

Задачи последнего типа являются задачами повышенной трудности.

1. Явление дисперсии и спектры

918(э). Продемонстрируйте дифракционный и призматический спектры. В чем их отличие?

Ответ. В дифракционном спектре ширина цветных полос примерно одинакова, а призматический спектр неравномерен, в нем наиболее растянута фиолетовая часть; меньше всего растянута красная часть.

Кроме того, при нормальной дисперсии в призматическом спектре больше всего отклоняются фиолетовые, а меньше всего красные лучи. В дифракционном спектре — наоборот. Угол отклонения красных лучей больше, чем фиолетовых.

919(э). Получите спектры с помощью призм из кронгласа и флинтгласа и сделайте вывод о том, в каком стекле свет распространяется с большей скоростью.

Ответ. Спектры имеют разную ширину, более растянут спектр, полученный с помощью призмы из флинтгласа. Так как угол отклонения лучей призмой тем больше, чем больше показатель преломления материала призмы, можно сделать вывод, что флинтглас имеет показатель преломления $n_ф$ больше, чем показатель преломления кронгласа $n_к$. Известно, что скорость света в веществе $v = \frac{c}{n}$, где c — скорость света в вакууме. Следовательно, в флинтгласе свет распространяется с меньшей скоростью, чем в кронгласе.

920(э). Какой спектр даст раскаленный кусок железа?

Ответ. Нагретые твердые тела дают сплошной спектр. Поэтому спектр раскаленного куска железа будет сплошным.

921(э). Какой спектр даст светящаяся трубка, в которой происходит газовый разряд?

Ответ. Спектр будет линейчатым, так как газовый разряд дает линейчатый спектр.

Ответы на задачи № 920 и 921 желательно проверить с помощью спектроскопа прямого зрения.

922(э). Если перед коллиматором спектроскопа расположить пламя спиртовки и бросить в ее фитиль несколько крупинок поваренной соли, то на фоне сплошного спектра будет видна желтая линия. Чем объяснить появление линейчатого спектра?

Ответ. Линейчатый спектр дают пары. Желтая линия (вернее, две очень близко расположенные линии — дублет) характерна для натрия, который входит в состав поваренной соли $NaCl$.

923. Объясните, как получаются фраунгоферовы линии в спектре Солнца.

Ответ. Это линии поглощения. Солнце (без атмосферы) дает сплошной спектр, а атмосфера Солнца, состоящая из паров разных веществ, поглощает излучение соответствующих им частот. На сплошном спектре появляются черные линии поглощения.

924. Материал при дневном освещении имеет красный цвет. Как будет выглядеть этот материал, если его осветить в темноте голубыми лучами.

Ответ. Красный цвет материала объясняется тем, что этот материал отражает красные лучи спектра, а другие поглощает. При освещении голубым светом материал будет выглядеть черным.

925(э). На листе бумаги сделаны две надписи, одна желтой, а другая синей краской. Прочтите эти надписи через синее стекло (светофильтр).

Ответ. Надпись, сделанная синей краской, будет хорошо видна и ее легко прочесть. Надпись желтой краской не видна (или очень слабо видна, что определяется качеством синего светофильтра). Светофильтр должен пропускать только синие лучи спектра, а все другие поглощать.

926. Как обнаруживают невидимые ультрафиолетовые и инфракрасные лучи?

Ответ. Инфракрасные или ультрафиолетовые лучи обнаруживают по какому-нибудь их действию. Например, ультрафиолетовые лучи вызывают люминесценцию, действуют на фотоэмульсию. Инфракрасные лучи обладают тепловым действием (обнаруживают их с помощью болометра или термоэлемента), а также действуют на специальные (сенсибилизированные) фотопластинки.

927. Можно ли загореть в комнате у освещенного солнцем, но закрытого окна?

Ответ. Нет. Загар вызывается действием ультрафиолетовых лучей, а обычное оконное стекло ультрафиолетовые лучи не пропускает.

928. Почему колбы ртутных ламп изготавливаются из кварцевого стекла?

Ответ. Ртутные лампы применяют для получения излучения, богатого ультрафиолетовыми лучами. Кварцевое стекло прозрачно для ультрафиолетового излучения.

929. Какой спектр у тормозного рентгеновского излучения?

Ответ. Тормозное излучение получается при торможении потока электронов в рентгеновской трубке. Электроны обладают разными энергиями и при их торможении возникает рентгеновское излучение разных длин волн. Спектр сплошной.

930. Видимый свет имеет частоты от $4 \cdot 10^{14}$ до $7{,}5 \cdot 10^{14}$ *гц*. Каков интервал длин волн у видимого света?

Решение. Длина волны $\lambda = \frac{c}{\nu}$.

$$\lambda_{кр} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{м}{сек}}{4 \cdot 10^{14} \frac{1}{сек}} = 0{,}75 \cdot 10^{-6} \ м;$$

$$\lambda_{фиол} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{м}{сек}}{7{,}5 \cdot 10^{14} \frac{1}{сек}} = 0{,}4 \cdot 10^{-6} \ м.$$

931. Рентгеновские лучи имеют частоты в пределах $6 \cdot 10^{16}$ — $7{,}5 \cdot 10^{19}$ *гц*. Определите длины волн этих лучей в ангстремах.

Решение. $\lambda_1 = \dfrac{3 \cdot 10^8 \frac{м}{сек}}{6 \cdot 10^{16} \frac{1}{сек}} = 0{,}5 \cdot 10^{-8} \ м = 50\text{Å};$

$$\lambda_2 = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{м}{сек}}{7{,}5 \cdot 10^{19} \frac{1}{сек}} = 0{,}4 \cdot 10^{-11} \ м = 0{,}04\text{Å}.$$

932. На рисунке 305 дан график зависимости показателя преломлеиия стекла от длины световой волны. Определите скорость световых волн в стекле, если $\lambda = 8000$ Å.

Решение. По графику (рис. 305) определяем, что $\lambda = 8000$ Å соответствует показатель преломления $n = 1{,}6$.

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{м}{сек}}{1{,}6} = 1{,}9 \cdot 10^8 \frac{м}{сек}.$$

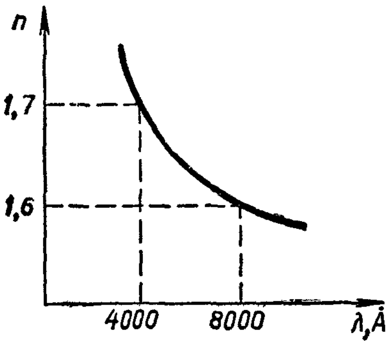


Рис. 305.

933*. На поверхность воды падают красные лучи света с длиной волны $\lambda = 7000$ Å. Определите длину волны этих лучей в воде, если показатель ее преломления $n = 1{,}33$. Какого цвета лучи увидит человек, находящийся под водой?

Решение. Длина волны в вакууме $\lambda = \frac{c}{\nu}$, где ν— частота электромагнитных колебаний. Отсюда $\nu = \frac{c}{\lambda}$. При переходе в другую среду частота колебаний не изменяется; изменяется скорость распространения волн и длина волны. Длина волны в воде $\lambda_в = \frac{v}{\nu}$, где v — скорость волн в воде $v = \frac{c}{n}$. Подставив значения v и ν в выражения для $\lambda_в$, получаем

$$\lambda_в = \frac{c\lambda}{nc} = \frac{\lambda}{n} = \frac{7000 \mathring{A}}{1,33} \approx 5300 \mathring{A}.$$

В вакууме такую длину волны имеют не красные, а зеленые лучи. Человек же под водой увидит красный свет, так как цветовое восприятие определяется не длиной волны, а частотой электромагнитных колебаний.

2. Фотометрия и законы освещенности

934. Сила света точечного источника света $I = 100$ *св*. Чему равен полный световой поток Φ_0, испускаемый этим источником? Определите освещенность E поверхности S, находящейся от источника на расстоянии $R = 10$ *м* и расположенной перпендикулярно к направлению лучей.

Решение. Для точечного источника $I = \frac{\Phi}{\omega}$. Полный световой поток $\Phi_0 = 4\pi I = 4 \cdot 3,14 \cdot 100 = 1256$ (*лм*). Согласно I закону освещенности

$$E = \frac{I}{R^2} = \frac{100 \text{ св}}{100 \text{ м}^2} = 1 \text{ лк}.$$

935. Над центром круглого стола радиусом $R = 0,5$ *м* на высоте $h = 1,2$ *м* висит электрическая лампа, сила света которой $I = 150$ *св*. Определите освещенность в центре и на краю стола.

Решение. Освещенность в центре стола (рис. 306) определяем по I закону освещенности:

$$E_0 = \frac{I}{h^2}, \text{ т. е. } E_0 = \frac{150 \text{ св}}{1,44 \text{ м}^2} \approx 104 \text{ лк}.$$

Чтобы определить освещенность у края стола, применяют объединенную формулу законов освещенности:

$$E_A = \frac{I}{AS^2}\cos\alpha.$$

Предварительно вычисляют

$AS^2 = h^2 + R^2 = 1,44 \text{ м}^2 + 0,25 \text{ м}^2 = 1,69 \text{ м}^2$, $AC = 1,3$ *м*;

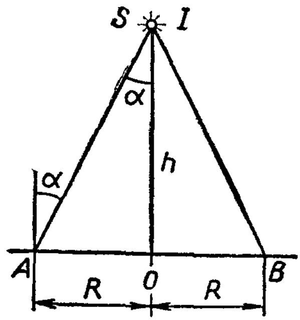


Рис. 306.

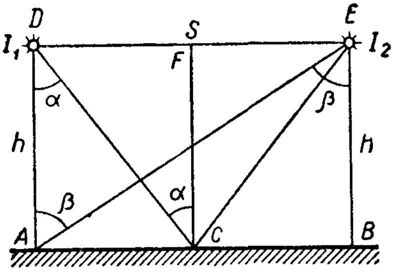


Рис. 307.

$$\cos\alpha = \frac{h}{AS} = \frac{1{,}2\ м}{1{,}3\ м} \approx 0{,}92.$$

$$E_A = \frac{150\ св}{1{,}69\ м^2} \cdot 0{,}92 \approx 81\ лк.$$

936. На двух вертикально установленных столбах высотой $h = 4$ *м* укреплены лампы, сила света которых $I_1 = I_2 = 200$ *св*. Столбы находятся на расстоянии $S = 6$ *м*. Определите освещенность поверхности земли под каждой лампой и в середине между столбами (рис. 307).

Решение. Освещенность поверхности от двух источников равна сумме освещенностей от каждого источника. Источники света принимаем за точечные. Освещенности поверхности земли под каждой из ламп одинаковы, так как $I_1 = I_2$ и лампы находятся на одной и той же высоте h. Расчет проводим для одной из точек, например для поверхности под лампой I_1.

Лампа I_1 дает освещенность $E_{A_1} = \frac{I_1}{h^2}$, а лампа I_2 — $E_{A_2} = \frac{I_2}{AE^2} \cdot \cos\beta$. Общая освещенность

$$E_A = E_{A_1} + E_{A_2} = \frac{I_1}{h^2} + \frac{I_2}{AE^2} \cdot \cos\beta \cdot \quad AE = \sqrt{h^2 + S^2} =$$

$$= \sqrt{36\ м^2 + 16\ м^2} = \sqrt{52}\ м \approx 7{,}2\ м; \quad \cos\beta = \frac{BE}{AE} \approx \frac{4\ м}{7{,}2\ м} \approx 0{,}55,$$

$$а\ E_A = \frac{200\ св}{16\ м^2} + \frac{200\ св}{52\ м^2} \cdot 0{,}55 \approx 14{,}6\ лк.$$

Освещенность поверхности у точки C равна также сумме освещенностей от I_1 и I_2. В силу симметрии можно записать

$$E_C = E_{C_1} + E_{C_2} = 2E_{C_1} = 2\,\frac{I_1}{CD^2} \cdot \cos\alpha,$$

$$CD = \sqrt{h^2 + \frac{S^2}{4}} = \sqrt{16\ м^2 + 9\ м^2} = 5\ м,$$

$$\cos\alpha = \frac{CF}{CD} = \frac{4\ м}{5\ м} = 0{,}8,\ а\ E_C = 2\,\frac{200\ св}{25\ м^2} \cdot 0{,}8 \approx 12{,}8\ лк.$$

937. С одной стороны фотометр освещается источником с силой света $I_1 = 20$ *св*, находящимся на расстоянии 70 *см*. Определите силу света источника, освещающего фотометр с другой стороны, если одинаковая освещенность частей фотометра достигается при расположении второго источника на расстоянии 50 *см*.

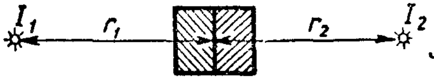


Рис 308

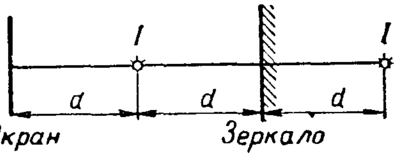


Рис. 309.

Р е ш е н и е. Задачу можно решать с помощью фотометрической формулы. Однако лучше получить эту формулу в процессе решения. Освещенности половин фотометра (рис. 308):

$$E_1 = \frac{I_1}{r_1^2} \quad \text{и} \quad E_2 = \frac{I_2}{r_2^2}.$$

По условию задачи $E_1 = E_2$, т. е. $\frac{I_1}{r_1^2} = \frac{I_2}{r_2^2}$.

Искомая величина $I_2 = I_1 \frac{r_1^2}{r_2^2}$, т. е. $I_2 = 20\ св \cdot \frac{(0,7)^2\ м^2}{(0,5)^2\ м^2} \approx 40\ св.$

938*. Точечный источник света помещен на некотором расстоянии d от экрана и дает в его центре освещенность $E_1 = 1$ *лк*. Как изменится освещенность, если по другую сторону от источника на таком же расстоянии поместить плоское идеально отражающее зеркало. Плоскости экрана и зеркала параллельны (рис. 309).

Р е ш е н и е. Освещенность создается источником I и его мнимым изображением в плоском зеркале I'. Изображение источника удалено от экрана на расстояние $3d$. В случае идеально отражающего зеркала $I' = I$. Если источник I на расстоянии d дает освещенность $E_1 = 1$ *лк*, то источник I' на расстоянии $3d$ даст освещенность $E_2 = \frac{1}{9}$ *лк* $\left(E \sim \frac{1}{r^2}\right)$. Освещенность экрана во втором случае $E = 1\frac{1}{9}$ *лк*.

939*. Точечный источник, сила света которого $I = 100$ *св*, находится на расстоянии $d = 30$ *см* от вогнутого зеркала радиусом $R = 100$ *см*. Найдите освещенность в центре экрана, расположенного перпендикулярно главной оптической оси зеркала на расстоянии $l = 120$ *см* от вершины зеркала. Зеркало считать идеально отражающим.

Р е ш е н и е. Расположение источника света, зеркала и экрана показано на рисунке 310. Освещенность в центре экрана создается источником I и его мнимым изображением в зеркале I'. Изображение мнимое, так как источник I расположен между вершиной зеркала и его фокусом, находящимся от вершины на расстоянии $F = \frac{R}{2} = 50$ *см*.

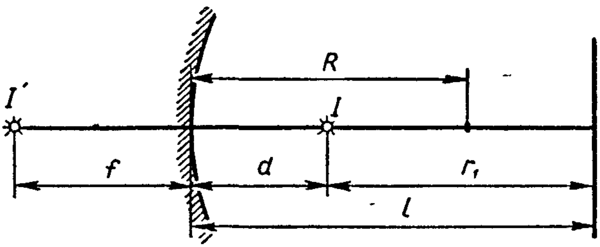


Рис. 310.

Для вычисления освещенности предварительно надо определить расположение источника I' (его расстояние от экрана) и величину силы света источника I'.

Воспользуемся формулой зеркала $\frac{1}{F}=\frac{1}{d}-\frac{1}{f}$:

$$f=\frac{dF}{F-d}=\frac{0,3\ м\cdot 0,5\ м}{0,5 м-0,3\ м}=0,75\ м.$$

Расстояние I' от экрана $r_2 = l+f = 1,95$ *м*, а расстояние источника I от экрана $r_1 = l-d = 0,9$ *м*.

Чтобы определить силу света I' мнимого источника света, надо рассмотреть площадку σ на поверхности зеркала (рис. 311). Потери света при отражении от зеркала не учитываем.

По закону сохранения энергии поток Φ от I в телесном угле ω должен быть равен потоку Φ' в телесном угле ω'.

Запишем: $\omega=\frac{\sigma}{d^2}$, $\omega'=\frac{\sigma}{f^2}$, $\Phi=I\omega=I\frac{\sigma}{d^2}$ и $\Phi'=I'\omega'=I'\frac{\sigma}{f^2}$.

Но $\Phi=\Phi'$, т. е. $I\frac{\sigma}{d^2}=I'\frac{\sigma}{f^2}$, откуда $I'=I\frac{f^2}{d^2}$.

Вычисляем $I'=\frac{100\ св\cdot 0,75^2\ м^2}{(0,3)^2\ м^2}\approx 622\ св.$

Освещенность в центре экрана равна сумме освещенностей от I и I', т. е. $E=E_I+E_{I'}$, где $E_I=\frac{I}{r_1^2}$, а $E_{I'}=\frac{I'}{r_2^2}$. Вычисления дают

$$E=\frac{100\ св}{(0,9\ м)^2}+\frac{622\ св}{(1,95\ м)^2}\approx 287\ лк.$$

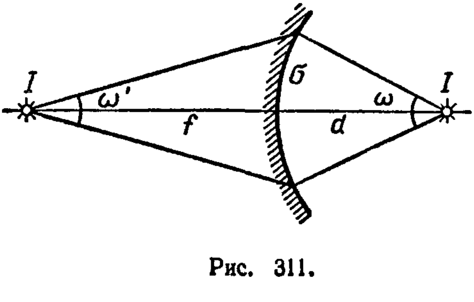


Рис. 311.

ГЛАВА 36

ДЕЙСТВИЕ СВЕТА. КВАНТЫ СВЕТА

Задачи в данной теме в основном сводятся к расчетам частоты и длины волны при излучении света атомами, к определению энергии, импульса и массы фотонов, а также к применению законов фотоэффекта для определения длинноволновой границы фотоэффекта и скорости фотоэлектронов.

По явлению люминесценции и химическому действию света возможны только качественные задачи.

В результате изучения темы и решения задач учащиеся должны запомнить и понимать физический смысл ряда соотношений. В первую очередь, это выражение для энергии фотона $\varepsilon = h\nu$, где h — постоянная Планка ($h = 6{,}625 \cdot 10^{-34}$ *дж · сек*), а ν — частота излучения в *гц*.

Строение атома и процессы в нем рассматриваются в средней школе, в основном, по Бору, что на данном этапе обучения вполне допустимо и возможно. Квантово-механические представления не являются доступными большинству учащихся. Но понятие об уровнях энергии атома в школе вводится. Это дает возможность сообщить, что при переходе атома из одного состояния с энергией E_1 в другое энергетическое состояние E_2 излучается фотон, энергия которого $h\nu = E_1 - E_2$. Частота данного излучения $\nu = \frac{E_1 - E_2}{h}$, а длина волны в вакууме $\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{ch}{E_1 - E_2}$, где c скорость света в вакууме.

Учащиеся должны знать, что фотон обладает массой и импульсом, и уметь вычислять массу фотона $m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}$ и импульс фотона $p = mc = \frac{h}{\lambda}$.

В задачах на определение энергии, массы и импульса фотона учащиеся не встречают больших затруднений, правда, здесь довольно громоздкие расчеты и действия с наименованиями.

В средней школе изучают законы внешнего фотоэффекта. При решении задач используют уравнение Эйнштейна $h\nu = A + \frac{mv^2}{2}$, согласно которому энергия кванта $h\nu$ равна сумме работы выхода электрона с поверхности металла A и кинетической энергии фотоэлектрона $\frac{mv^2}{2}$.

Учащиеся должны не запоминать механически уравнение Эйнштейна, а уметь записывать его, пользуясь законом сохранения энергии (энергия кванта равна работе выхода и энергии фотоэлектрона).

Уравнение позволяет вычислить скорость фотоэлектронов.

С помощью уравнения Эйнштейна определяют также и наибольшую длину волны $\lambda_{макс}$, при которой еще наблюдается явление фотоэффекта для данного вещества (длинноволновая граница фотоэффекта). Формулы для определения скорости фотоэлектронов и $\lambda_{макс}$ будут выведены в процессе решения задач.

1. Кванты света

940. Определите энергию, массу и импульс фотонов, соответствующих наиболее длинным и наиболее коротким волнам видимой части спектра.

Решение. Из таблиц находим граничные значения длин волн для видимого света: $\lambda_1 = 760 \cdot 10^{-9}$ *м*; $\lambda_2 = 400 \cdot 10^{-9}$ *м*.

Энергия фотонов $\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$,

т. е. $$\varepsilon_1 = \frac{hc}{\lambda_1} = \frac{6{,}625 \cdot 10^{-34}\ дж \cdot сек \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \frac{м}{сек}}{760 \cdot 10^{-9}\ м} \approx 2{,}6 \cdot 10^{-19}\ дж.$$

$$\varepsilon_2 = \frac{hc}{\lambda_2} = \frac{6{,}625 \cdot 10^{-34}\ дж \cdot сек \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \frac{м}{сек}}{400 \cdot 10^{-9}\ м} \approx 5{,}0 \cdot 10^{-19}\ дж.$$

Масса фотонов $m = \frac{\varepsilon}{c^2}$, т. е.

$$m_1 = \frac{\varepsilon_1}{c^2} \approx \frac{2{,}6 \cdot 10^{-19}\ дж}{9 \cdot 10^{16}\ \frac{м^2}{сек^2}} \approx 0{,}29 \cdot 10^{-35}\ кг.$$

$$m_2 = \frac{\varepsilon_2}{c^2} \approx \frac{5{,}0 \cdot 10^{-19}\ дж}{9 \cdot 10^{16}\ \frac{м^2}{сек^2}} \approx 0{,}55 \cdot 10^{-35}\ кг.$$

Импульс фотонов $p = mc$, т. е.

$$p_1 = m_1 c = 0{,}29 \cdot 10^{-35}\ кг \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \frac{м}{сек} \approx 0{,}87 \cdot 10^{-27}\ н \cdot сек,$$

$$p_2 = m_2 c \approx 0{,}55 \cdot 10^{-35}\ кг \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \frac{м}{сек} \approx 1{,}65 \cdot 10^{-27}\ н \cdot сек.$$

941. Определите длину волны излучения λ при переходе атома водорода из одного энергетического состояния в другое. Разница в энергиях этих состояний $E = 1{,}892$ *эв*.

Решение. При переходе атома из одного состояния в другое излучается фотон, энергия которого $h\nu = E_1 - E_2 = \Delta E$.

Длина волны излучения $\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{ch}{\Delta E}$, т. е.

$$\lambda = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{м}{сек} \cdot 6{,}625 \cdot 10^{-34}\ дж \cdot сек}{1{,}892 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ дж} \approx 6{,}625 \cdot 10^{-7}\ м \approx 6625\ \text{Å}.$$

942. В спектре испускания водорода есть линия с частотой $\nu = 4{,}57 \cdot 10^{14}$ *гц*. Определите изменение энергии атомов водорода при излучении света, соответствующего данной спектральной линии.

Решение. Изменение энергии атома $E_n - E_m$ равно энергии излученного фотона $h\nu = 6{,}625 \cdot 10^{-34}$ $дж \cdot сек \cdot 4{,}57 \cdot 10^{14} \frac{1}{сек} \approx$ $\approx 3{,}03 \cdot 10^{-19}$ *дж*.

943. Какую энергию должен иметь фотон, чтобы обладать массой, равной массе покоя электрона?

Решение. Масса фотона $m = \frac{\varepsilon}{c^2}$. Масса покоя электрона $m_0 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ *кг*. Энергия фотона при $m = m_0$ должна быть

$$\varepsilon = m_0 c^2 = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ кг\ (3 \cdot 10^8)^2 \frac{м^2}{сек^2} \approx 82 \cdot 10^{-15}\ дж.$$

944*. Определите радиус первой стационарной орбиты атома водорода (по Бору), считая, что для стационарных орбит должно выполняться условие $mv_n r_n = \frac{nh}{2\pi}$, где m — масса электрона, r_n — радиус n-й орбиты, а v_n—скорость электрона на орбите радиусом r_n.

Решение. Исходя из теории Бора, считаем, что электроны в атоме водорода движутся по стационарным круговым орбитам. Излучение происходит при переходах электронов с одной орбиты на другую.

Для обращения электрона вокруг ядра по n-й орбите необходима центростремительная сила $F_ц = \frac{mv_n^2}{r_n}$, которая обеспечивается кулоновым притяжением электрона к ядру $F_к = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r_n^2}$, где e — заряд электрона, а ε_0 — электрическая постоянная вакуума.

Приравняв $F_ц$ и $F_к$, получаем $\frac{mv_n^2}{r_n} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r_n^2}$, или

$mv_n r_n = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 v_n}$, но по условию квантования $mv_n r_n = \frac{nh}{2\pi}$, т. е. можно записать $\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 v_n} = \frac{nh}{2\pi}$. Выразим из последнего равенства скорость $v_n = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 hn}$.

Из условия квантования $r_n = \frac{nh}{2\pi v_n m}$. Если подставить значение v_n, то получим искомое выражение $r_n = n^2 \frac{h^2\varepsilon_0}{\pi e^2 m}$. Радиус первой орбиты определяем, взяв $n = 1$, второй — $n = 2$ и т. д. Массу электрона m берем равной массе покоя. При скоростях, с которыми движутся электроны по первым орбитам $\left(\approx 10^6 \frac{м}{сек}\right)$, это возможно.

$$r_1 = \frac{h^2\varepsilon_0}{\pi e^2 m} = \frac{(6{,}625 \cdot 10^{-34}\ дж \cdot сек)^2 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{ф}{м}}{3{,}14 \cdot (1{,}6 \cdot 10^{-19}\ к)^2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ кг} \approx 0{,}53 \cdot 10^{-10}\ м.$$

2. Фотоэффект

945. Цезий освещают желтым монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 0{,}589 \cdot 10^{-6}$ *м*. Работа выхода электрона $A = 1{,}7 \times 10^{-19}$ *дж*. Определите кинетическую энергию вылетающих из цезия фотоэлектронов.

Решение. По уравнению Эйнштейна $\frac{mv^2}{2} = h\nu - A = \frac{hc}{\lambda} - A$. Вычисления дают значение кинетической энергии:

$$W_к = \frac{6{,}625 \cdot 10^{-34} дж \cdot сек \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{м}{сек}}{0{,}589 \cdot 10^{-6}\ м} - 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ дж \approx 1{,}8 \cdot 10^{-19}\ дж.$$

946. Определите скорость фотоэлектронов при освещении калия фиолетовым светом с длиной волны 4200 Å, если работа выхода электронов с поверхности калия $A = 1{,}92$ *эв*.

Решение. По уравнению Эйнштейна $\frac{mv^2}{2} = h\nu - A = \frac{hc}{\lambda} - A$.

Отсюда скорость фотоэлектронов $v = \sqrt{\frac{2\left(\frac{hc}{\lambda} - A\right)}{m}}$. Если подставить значения $\lambda = 4200 \cdot 10^{-10}$ *м*, $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ *кг*, $h = 6{,}625 \cdot 10^{-34}$ *дж · сек* и $c = 3 \cdot 10^8 \frac{м}{сек}$, то получаем $v \approx \approx 6 \cdot 10^5 \frac{м}{сек}$.

947. Найдите порог (длинноволновую границу) фотоэффекта для калия, если работа выхода $A = 1{,}92$ *эв*.

Решение. В уравнении Эйнштейна $h\nu = A + \frac{mv^2}{2}$ для порога фотоэффекта $\frac{mv^2}{2} = 0$. Тогда $(h\nu)_{\text{порог}} = \frac{hc}{\lambda_{\text{макс}}} = A$. Искомая длина волны $\lambda_{\text{макс}} = \frac{hc}{A}$, т. е.

$$\lambda_{\text{макс}} \approx \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \textit{дж} \cdot \textit{сек} \cdot 3 \cdot 10^{8} \frac{\textit{м}}{\textit{сек}}}{1,92 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \textit{дж}} \approx 6,47 \cdot 10^{-7} \textit{ м} \approx 6470 \text{ Å}.$$

948.* Фотоэффект у данного металла начинается при частоте света, равной $6 \cdot 10^{14}$ *гц*. Определите частоту облучения металла, если вылетающие с поверхности металла фотоэлектроны полностью задерживаются сеткой, потенциал которой относительно металла составляет 3 *в*.

Решение. Зная длинноволновую границу фотоэффекта для данного металла, определяют работу выхода. Как было показано в задаче 947, $A = h\nu_{\text{порог}}$, где $\nu_{\text{порог}} = 6 \cdot 10^{14}$ *гц*. Если сетка с потенциалом 3 *в* задерживает все фотоэлектроны, то их кинетическая энергия $\frac{mv^2}{2} \leqslant eU = 3$ *эв*. По уравнению Эйнштейна $h\nu = A + \frac{mv^2}{2}$, но $A = h\nu_{\text{порог}}$ и $\frac{mv^2}{2} = eU$. Получаем $h\nu = h\nu_{\text{порог}} + eU$.

Частота облучающего металл света $\nu = \frac{h\nu_{\text{порог}} + eU}{h}$. Подставив значения $h, \nu_{\text{порог}}$, e и U, получаем

$$\nu = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \textit{ дж} \cdot \textit{сек} \cdot 6 \cdot 10^{14} \frac{1}{\textit{сек}} + 1,6 \cdot 10^{-19} \textit{ к} \cdot 3 \textit{ в}}{6,625 \cdot 10^{-34} \textit{ дж} \cdot \textit{сек}.} \approx 13,2 \cdot 10^{14} \textit{ гц}.$$

ГЛАВА 37

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Большинство вопросов темы «Основы теории относительности» излагают в ознакомительном плане. Исключением являются зависимость массы тела от скорости, закон взаимосвязи массы и энергии, а также вопрос о скорости света в вакууме как предельной скорости передачи сигнала.

По теме в основном решаются задачи, иллюстрирующие на числовых примерах сокращение длин, замедление хода часов, изменение массы тел и т. п.. Используя формулы специальной теории относительности, учащиеся часто затрудняются в определении, к какой системе отсчета относится та или иная вели-

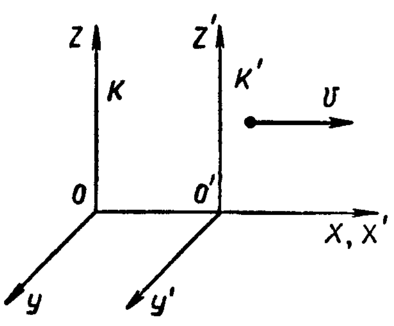


Рис. 312.

чина. Поэтому следует весьма четко разделять величины, относящиеся к разным системам отсчета, для наглядности всегда чертить эти системы координат.

Так как большинство вопросов темы излагается в ознакомительном плане, часть задач следует решать самому учителю при объяснении материала, иллюстрируя полученные соотношения. Обязательными для учащихся являются лишь задачи по зависимости массы тела от скорости и по закону взаимосвязи массы и энергии.

Введем обозначения и зависимости, которые используются при решении задач. На рисунке 312 изображены две системы координат (K и K'). Система K характеризуется координатами x, y, z, а система K', движущаяся относительно системы K с постоянной скоростью $\vec{v}$, направленной вдоль оси Ox, характеризуется координатами x', y', z'.

В классической механике координаты одного и того же события в системах K и K' связаны между собой преобразованиями Галилея $x' = x - vt$; $y' = y$, $z' = z$ и $t' = t$.

Если обозначить скорости тела в системе K буквой $\vec{u}$, а в системе K' — буквой $\vec{u}'$, то классический закон сложения скоростей можно записать в виде $\vec{u} = \vec{u}' + \vec{v}$ или $\vec{u}' = \vec{u} - \vec{v}$.

Согласно теории относительности, при больших значениях $\vec{v}$ необходимо применять преобразования Лоренца:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}; \qquad y' = y; \; z' = z \text{ и } t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

где c — скорость света в вакууме.

В простейшем случае, когда скорость тела в системе K' направлена вдоль оси Ox и равна $\vec{u}'$, а скорость системы K' относительно K также направлена вдоль оси Ox и равна $\vec{v}$, скорость тела в системе K определяется по формуле

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{uv}{c^2}}.$$

Это релятивистский закон сложения скоростей.

В специальной теории относительности учитывают сокращение длин тел и замедление хода движущихся часов. Один и тот же стержень имеет разную длину в разных системах отсчета. Его длина l_0 максимальна в системе отсчета, в которой стержень покоится. В системе отсчета, которая движется по отношению к стержню со скоростью v, длина стержня будет равна $l = l_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$. Поперечные размеры стержня не меняются

Если промежуток времени между двумя событиями, происшедшими в одной и той же точке пространства, обозначить T_0, то в любой другой системе отсчета, движущейся относительно первой со скоростью v, промежуток времени $T = \frac{T_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$.

В классической физике массу тела принимают за постоянную величину. В теории относительности установлена зависимость массы m от скорости v, имеющая вид

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

где m_0 — масса покоя.

Кроме того, масса тела m является мерой запаса полной энергии тела E. В соответствии с формулой Эйнштейна $E = mc^2$. Всякое изменение энергии тела на величину ΔE влечет за собой изменение массы тела на величину Δm, т. е. $\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}$.

Формулы $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ и $E=mc^2$ учащиеся должны помнить и уметь их применять в простейших задачах, примеры которых будут приведены ниже.

Очень важно, чтобы учащиеся усвоили, что преобразования Лоренца, релятивистский закон сложения скоростей, зависимости

$$l= l_0 \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \quad \text{и} \quad T=\frac{T_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

имеет смысл применять только в случаях, когда скорость v сравнима со скоростью света в вакууме c. При $v \ll c$ возможно применение классических представлений.

949. Запишите преобразования Лоренца и покажите, какой вид они приобретут при $v \ll c$.

Решение. Преобразования Лоренца имеют вид:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \; z' = z \text{ и } t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

В этом случае система K' движется относительно K вдоль оси Ox с постоянной скоростью v. Если $v \ll c$, то можно пренебречь величинами $\frac{v^2}{c^2}$ и $\frac{v}{c^2}$. Преобразования координат примут вид:

$$x' = x - vt; \quad y' = y; \quad z' = z \text{ и } t' = t.$$

Это классические преобразования Галилея.

950. Линейка и часы находятся в кабине космического корабля. Космонавт измерил длину линейки l_0 и промежуток времени T_0 между двумя событиями. Какова длина линейки и промежуток времени между этими событиями для наблюдателя, находящегося на Земле?

Решение. $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ и $T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$.

Из формул видно, что $l < l_0$, а $T > T_0$. Длина движущихся предметов для земного наблюдателя сокращается, а промежуток времени между событиями возрастает.

951*. Какую скорость должно приобрести тело, чтобы его продольные размеры уменьшились для наблюдателя в 3 раза? До этого тело покоилось относительно данного наблюдателя.

Решение. По условию $\frac{l}{l_0} = \frac{1}{3}$, но $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$.

Отсюда $\left(\frac{l}{l_0}\right)^2 = 1 - \frac{v^2}{c^2}$ и $v = c\sqrt{1 - \left(\frac{l}{l_0}\right)^2} = c\sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} \approx$

$\approx 0{,}94\ c \approx 2{,}8 \cdot 10^8 \frac{м}{сек}$. Поперечные размеры тела не меняются.

952. Частица, масса покоя которой $m_0 = 1\ г$, движется со скоростью: а) $v_1 = 0{,}1\ c$; б) $v_2 = 0{,}9\ c$.

Определите массу движущейся частицы m (для наблюдателя, относительно которого движется частица со скоростями v_1 и v_2).

Решение.

$$\text{а) } m_1 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}} = \frac{1\ г}{\sqrt{1 - \left(\frac{0{,}1\ c}{c}\right)^2}} \approx \frac{1\ г}{\sqrt{0{,}99}} \approx 1\ г.$$

При скорости $v_1=0{,}1\ c$ масса частицы m мало отличается от m_0.

б) $m_2=\dfrac{1\text{г}}{\sqrt{1-\left(\frac{0{,}9c}{c}\right)^2}}\approx 2{,}2$ *г*. Таким образом, при скоростях v, сравнимых со скоростью света в вакууме, необходим учет зависимости массы от скорости.

953. В координатных осях $\frac{m}{m_0}$ и v покажите зависимость массы тела от скорости.

Решение. Строим таблицу.

v	$0{,}1\ c$	$0{,}2\ c$	$0{,}3\ c$	$0{,}4\ c$	$0{,}5\ c$	$0{,}6\ c$	$0{,}7\ c$	$0{,}8\ c$	$0{,}9\ c$	$0{,}95\ c$	$0{,}98\ c$
$\frac{m}{m_0}$	1	1,02	1,05	1,09	1,15	1,25	1,42	1,66	2,2	3,1	5,0

По данным таблицы строим график, изображенный на рисунке 313.

954. При какой скорости масса движущегося электрона вчетверо больше массы покоящегося?

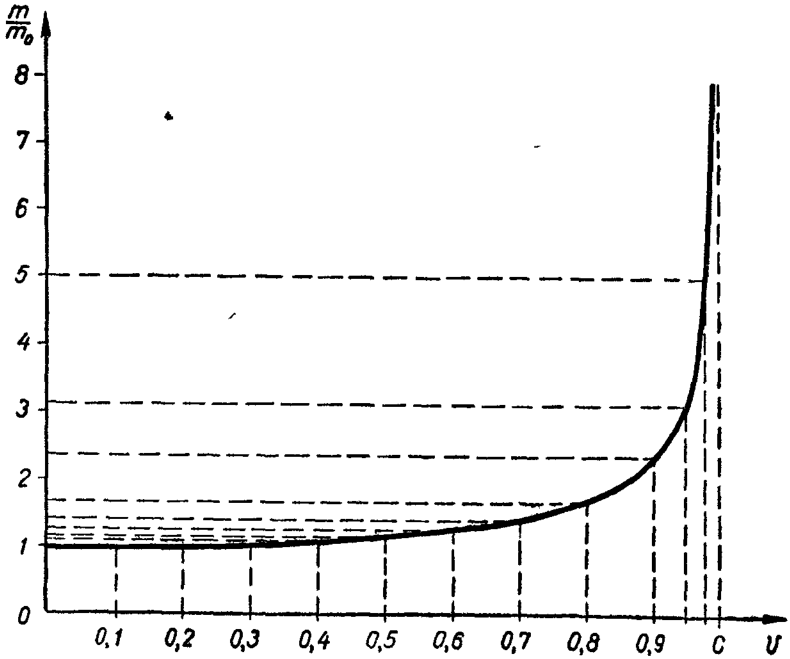


Рис. 313.

Решение. $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$. По условию задачи

$$\frac{m}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 4. \quad \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{4}, \text{ откуда } v \approx 0{,}968\ c.$$

955. Определите полную энергию тела массой $m = 1$ *кг*.

Решение. Полная энергия тела $E = mc^2$, т. е. $E = 1$ *кг* $\times$ $\times \left(3 \cdot 10^8 \frac{м}{сек}\right)^2 = 9 \cdot 10^{16}$ *дж*. Здесь m — полная релятивистская масса.

Полную энергию тела, неподвижного относительно системы отсчета, называют энергией покоя тела и определяют по формуле $E_0 = m_0c^2$.

956. Найдите такое изменение энергии, которое соответствует изменению массы на величину массы покоящегося электрона.

Решение. $\Delta E = \Delta mc^2$. По условию задачи Δm равно массе электрона, т. е. $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ *кг*, $c = 3 \cdot 10^8 \frac{м}{сек}$. Тогда $\Delta E = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ *кг* $\left(3 \cdot 10^8 \frac{м}{сек}\right)^2 \approx 8{,}2 \cdot 10^{-14}$ *дж*.

957*. Система K' движется относительно системы K со скоростью $v = \frac{2}{3}c$. Частица движется относительно системы K' со скоростью $u' = \frac{2}{3}c$. Определите скорость частицы u в системе K.

Решение. По релятивистскому закону сложения скоростей

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}} = \frac{\frac{2}{3}c + \frac{2}{3}c}{1 + \frac{\frac{2}{3}c \cdot \frac{2}{3}c}{c}} \approx \frac{4c}{3\left(1 + \frac{4}{9}\right)} = \frac{12}{13}c, \text{ т. е. } u < c.$$

Анализируя полученный результат, следует также показать, что по классическому закону сложения скоростей было бы $u = u' + v$, т. е. $u = \frac{2}{3}c + \frac{2}{3}c = \frac{4}{3}c$, т. е. $u > c$, что недопустимо, так как скорость света c в вакууме является предельной скоростью передачи сигнала.

958*. Покажите, при каких условиях релятивистский закон сложения скоростей переходит в классический закон.

Решение. Релятивистский закон сложения скоростей $u = \frac{u'+v}{1+\frac{vu'}{c^2}}$, а классический $u = u' + v$. Сравнивая эти формулы, легко установить, что релятивистский закон перейдет в классический при $\frac{vu'}{c^2} \to 0$, что будет при условии $v \ll c$ и $u' \ll c$.

ГЛАВА 38

ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА

Физике атомного ядра посвящен завершающий раздел программы средней школы, в котором рассматривают темы «Атомное ядро», «Элементарные частицы» и «Ядерная энергия».

В средней школе изучают лишь фундаментальные экспериментальные данные, причем для того, чтобы в элементарном виде разъяснить основные принципы использования ядерной энергии. Этим определяется и характер решаемых задач по физике атомного ядра в средней школе. Большинство задач носит качественный характер.

При записи ядерных реакций используют условные обозначения атомов: у химического символа элемента ставят числа, обозначающие заряд ядра и массовое число. Например, $_{15}P^{30}$ — фосфор с порядковым номером (зарядом ядра) — 15 и массовым числом — 30.

При символической записи ядерных реакций исходят из законов сохранения заряда и массового числа.

Пусть, например, установлено, что при бомбардировке изотопа алюминия $_{13}A^{27}$ α-частицами получают протон $_1H^1$ и ядро какого-то элемента $_mY^n$. Надо определить, что это за элемент.

Ядерную реакцию в этом случае записывают следующим образом:

$$_{13}A^{27} + {}_2He^4 \to {}_1H^1 + {}_mY^n$$

По закону сохранения заряда $13 + 2 = 1 + m$, т. е. $m = 14$, а по закону сохранения массовых чисел $27 + 4 = 1 + n$, откуда $n = 30$. Получившееся ядро $_{14}Y^{30}$ представляет собой ядро кремния, что устанавливают с помощью периодической системы элементов Д. И. Менделеева. Окончательно данную ядерную реакцию можно записать

$$_{13}A^{27} + {}_2He^4 \to {}_1H^1 + {}_{14}Si^{30}.$$

Энергию связи атомных ядер ΔE определяют с помощью соотношения Эйнштейна $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$, где Δm — разница между массой частиц, составляющих ядро, и массой самого ядра.

Если обозначить порядковый номер элемента Z, массовое число — M, массу протона — M_p, массу нейтрона — M_n, массу ядра элемента — $M_я$, то

$$\Delta m = ZM_p + (M - Z) M_n - M_я.$$

Однако экспериментально определяют обычно не массу ядра, а массу атома — $M_а$. В этом случае при расчете Δm с достаточной степенью точности можно брать не массы протонов и ядра элемента, а массы атомов водорода ${}_1H^1$ и атома элемента, которые обозначим соответственно $M_в$ и $M_а$.

Тогда

$$\Delta m = ZM_в + (M - Z) M_n - M_а.$$

С помощью соотношения $\Delta E = \Delta mc^2$ вычисляют и энергию, выделяющуюся при делении тяжелых и синтезе легких ядер.

При расчетах учащиеся должны учитывать, что в атомной физике принято брать:

за единицу заряда — заряд электрона $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ *к*;

за единицу массы — 1/12 массы атома углерода : 1 а. е.м. $\approx$ $\approx 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ *кг* (см. № 519);

за единицу энергии — электронвольт — 1 *эв* $= 16 \cdot 10^{-20}$ *дж*

Массы изотопов элементов, протона, нейтрона, атома водорода берут из специальных таблиц.

Дозу рентгеновского или γ-излучения измеряют в единицах, получивших название *рентген*.

Рентген — это доза излучения, при котором в 1 *см*^{3} сухого воздуха при нормальных условиях создается $2{,}082 \cdot 10^9$ пар ионов.

Радиоактивный распад изучают в школе только качественно. Задачи решают с использованием понятия о периоде полураспада, причем только для случая, когда масса вещества уменьшается в 2, 4, 8. . . раз, т. е. в 2^n раз.

В первую очередь надо повторить задачу № 307, а также разобрать простейшие задачи, в которых используется диаграмма, характеризующая процесс распада радиоактивного вещества (рис. 163).

959. Имелось некоторое количество радиоактивного радона. Количество радона уменьшилось в 8 раз за 11,4 дня. Каков период полураспада радона?

Р е ш е н и е. Как видно из диаграммы (рис. 63), в 8 раз количество вещества уменьшится за время, равное трем периодам полураспада T. Следовательно $3T = 11{,}4$ дня, а $T = \frac{11{,}4 \text{ дня}}{3} = 3{,}8$ дня.

Отклонение α- и β-частиц в электрическом и магнитном полях рассматривалось в задачах № 308, 309. Здесь необходимо повторить эти задачи и решить аналогичные или более сложные задачи.

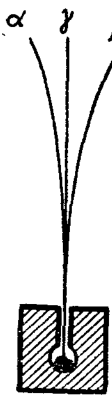


Рис. 314.

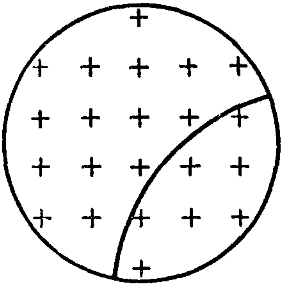


Рис. 315

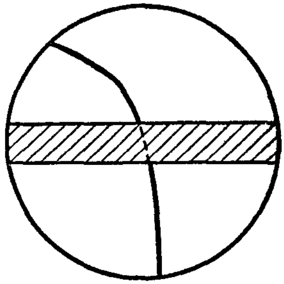


Рис. 316

960. Определите направление вектора индукции $\vec{B}$ магнитного поля, чтобы α- и β-частицы отклонялись так, как показано на рисунке 314.

Ответ. Поток α-частиц можно уподобить электрическому току, текущему в том же направлении как движутся частицы, а поток β-частиц— электрическому току противоположного направления. Применив правило левой руки, устанавливают, что вектор $\vec{B}$ направлен перпендикулярно плоскости чертежа, от нас за чертеж.

961. На рисунке 315 показан трек частицы в камере Вильсона, помещенной в магнитное поле. Вектор индукции магнитного поля $\vec{B}$ направлен от нас за чертеж (обозначено крестиками). Частица летит снизу вверх. Зарядом какого знака обладает частица?

Ответ. Применяя правило левой руки, определяют, что частица имеет отрицательный заряд.

962. Для определения направления движения мезонов на их пути в камере Вильсона помещают свинцовые пластинки. Объясните, как при этом определяют направление движения частицы.

Ответ. Мезоны большой энергии обладают способностью проходить через свинцовые фильтры толщиной до 1 *м*. При прохождении через свинцовую пластинку мезон теряет часть энергии и его скорость уменьшается. В магнитном поле при угле $\alpha = \frac{\pi}{2}$ между $\vec{B}$ и $\vec{v}$ мезон движется в камере Вильсона по дуге окружности радиусом R, притом радиус окужности тем больше, чем больше скорость частицы.

Если в камере Вильсона на пути летящего мезона находится свинцовая пластинка, то скорость мезона после прохождения пластинки уменьшится и весь трек мезона получится в виде двух дуг окружностей разных радиусов. Для случая, изображенного на рисунке 316, видно, что частица летит снизу вверх, так как до свинцовой пластинки трек его представляет дугу очень большого радиуса, а после пластинки — радиус дуги уменьшился, так как уменьшилась скорость частицы.

963. При бомбардировке изотопа ${}_7N^{14}$ нейтронами получается изотоп углерода ${}_6C^{14}$, который оказывается β-радиоактивным. Напишите уравнения ядерных реакций.

Решение. Первая ядерная реакция

$${}_7N^{14} + {}_0n^1 \to {}_6C^{14} + {}_mY^n.$$

По закону сохранения заряда $7 + 0 = 6 + m$, т. е. $m = 1$. По закону сохранения массовых чисел $14 + 1 = 14 + n$, т. е. $n=1$. Следовательно, ${}_1Y^1$, а это протон ${}_1H^1$. Запишем: ${}_7N^{14}+{}_0n^1\to {}_6C^{14} + {}_1H^1$.

Вторая ядерная реакция ${}_6C^{14} \to {}_{m'}Y^{n'} + {}_{-1}e^0$.

По законам сохранения заряда и массового числа $m' = 7$ и $n' = 14$, т. е. ${}_7Y^{14}$. По периодической системе элементов устанавливаем, что это изотоп азота. Окончательно записываем

$${}_6C^{14} \to {}_7N^{14} + {}_{-1}e^0.$$

964. Подсчитайте энергию связи ядра гелия.

Решение. Согласно закону взаимосвязи массы и энергии $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$. Изменение массы $\Delta m = ZM_p + (M - Z)M_n - M_я$.

Из таблиц берем значения M_p, M_n и $M_я$ для гелия. Ядро гелия — α-частица.

$\Delta m = 2 \cdot 1{,}00758$ а. е. м. $+ (4 - 2) \cdot 1{,}00898$ а. е. м. $-$ $- 4{,}00274$ а. е. м. $= 0{,}03038$ а.е.м.

При образовании ядра атома гелия выделилась энергия связи

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 0{,}03038 \text{ а.е.м.} \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27} \frac{кг}{\text{а. е. м.}} \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{м}{сек}\right)^2 \approx$$
$$\approx 0{,}45 \cdot 10^{-11} дж \approx 28 \; Мэв.$$

Выделяется очень большая энергия, так как надо учитывать, что расчет проведен только для одного ядра (см. задачу № 966).

965. Определите энергию связи ядра изотопа лития ${}_3Li^7$.

Решение. В таблицах нет массы ядра изотопа лития — $M_я$, а приведено значение массы атома изотопа лития $M_а$. Поэтому надо определять по формуле $\Delta m = ZM_в + (M - Z)\, M_n - M_а$, где $M_в$ — масса атома водорода.

$\Delta m = 3 \cdot 1{,}00813$ а.е.м. $+ (7 - 3) \cdot 1{,}00898$ а.е.м. $- 7{,}01822$ а.е.м. $=$ $= 0{,}04209$ а. е. м.

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 0{,}04209 \text{ а.е.м.} \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27} \frac{кг}{\text{а.е.м.}} \cdot (3 \cdot 10^8 \frac{м}{сек})^2 \approx$$
$$\approx 0{,}6 \cdot 10^{-11} дж \approx 38 \cdot 10^6 \; эв = 38 \; Мэв.$$

Расчет может вестись и несколько иначе, если предварительно определить энергию, соответствующую одной атомной единице массы $\Delta E_{\text{а.е.м}} = 931,8 \cdot 10^6$ *эв*.
Тогда энергия связи ядра $_3Li^7$ будет

$$931,8 \cdot 10^6 \frac{\text{эв}}{\text{а.е.м.}} \cdot 0,04209 \text{ а.е.м.} \approx 38 \cdot 10^6 \text{эв} \approx 38 \text{ Мэв}.$$

966. Известно, что при одном делении ядра изотопа урана $_{92}U^{235}$ освобождается 200 *Мэв* энергии. Какое количество энергии можно получить при делении 1 *г* урана?

Решение. Чтобы найти энергию, которая выделяется при делении 1 *г* урана, надо определить число атомов в данной массе вещества. В грамм-атоме вещества число атомов равно $N = 6,02 \times 10^{23}$ (число Авогадро). Атомный вес указанного в задаче изотопа урана $A = 235$. Тогда число атомов в 1 *г* $_{92}U^{235}$

$$n = \frac{N}{A} = \frac{6,02 \cdot 10^{23}}{235},$$

а выделяющаяся энергия

$$W = 200 \text{ Мэв} \cdot \frac{N}{A}. \; W = 200 \text{Мэв} \frac{6,02 \cdot 10^{23}}{235} \approx 5,1 \cdot 10^{23} \text{ Мэв} \approx 2,3 \cdot 10^4 \text{ квт} \cdot \text{ч}.$$

В последнем преобразовании были использованы соотношения $1 \text{ квт} \cdot \text{ч} = 3,6 \cdot 10^6 \text{дж}$ и $1 \text{ Мэв} = 10^6 \text{ эв} = 10^6 (16 \cdot 10^{-20} \text{дж}) = 16 \cdot 10^{-14} \text{дж}$.

967. Мощность атомного реактора 32 000 *квт* при потреблении в сутки 200 *г* изотопа урана $_{92}U^{235}$. Какая часть энергии, выделяющейся при делении $_{92}U^{235}$, используется полезно?

Решение. В задаче 966 было определено, что при делении 1 *г* $_{92}U^{235}$ выделяется $2,3 \cdot 10^4$ *квт* · *ч*. За сутки при делении 200 *г* $_{92}U^{235}$ выделится энергия:

$$W \approx 200 \cdot 2,3 \cdot 10^4 \text{ квт} \cdot \text{ч} \approx 4,6 \cdot 10^6 \text{ квт} \cdot \text{ч}.$$

Полезную работу A, совершаемую атомным реактором за время t, определяем через мощность реактора P.

$$A = Pt = 32\,000 \text{ квт} \cdot 24 \text{ ч} = 7,68 \cdot 10^5 \text{ квт} \cdot \text{ч}.$$

Следовательно, расходуется полезно только $\frac{7,68 \cdot 10^5}{4,6 \cdot 10^6} \cdot 100\% \approx$ $\approx 16,7\%$ всей энергии.

968. Карманный дозиметр радиоактивного облучения, представляющий собой миниатюрную (типа авторучки) ионизационную камеру емкостью $C = 3$ *пф*, заряжен до потенциала $U_1 = 180$ *в*. Под влиянием облучения потенциал снизился до $U_2 = 160$ *в*. На сколько уменьшился электрический заряд дозиметра? Объем воздуха в камере дозиметра $V = 1,8$ *см*^{3}. Определите дозу облучения.

Решение. При облучении происходит ионизация воздуха в камере дозиметра и часть заряда дозиметра нейтрализуется образовавшимися ионами. Напряжение изменилось на $\Delta U = U_1 - U_2$, а нейтрализовался заряд $\Delta q = C\Delta U$. Число пар образовавшихся ионов N в объеме V можно найти, если разделить этот заряд Δq на заряд иона e. Для простоты примем, что все образовавшиеся ионы одновалентны.

В объеме 1 $см^3$ число ионов N' будет в V раз меньше, т. е.

$$N' = \frac{C(U_1 - U_2)}{Ve}.$$

Дозу облучения определяем путем сравнения N' с числом $2{,}082 \times \times 10^9 \ \frac{\text{пар ионов}}{см^3}$.

$$\text{Доза облучения} = \frac{N'}{2{,}082 \cdot 10^9} (р) = \frac{C(U_1 - U_2)}{2{,}082 \cdot 10^9 eV} (р) \approx 0{,}1 \ (р).$$

ЛИТЕРАТУРА

I. Пособия по методике решения задач

1. Александров П. А. и Швайченко И. М. Методнка решения задач по физике в средней школе. Л., Учпедгиз, 1948.

2. Демкович В. П., Прайсман Н. Я. Приближенные вычисления в школьном курсе физики. М., «Просвещение», 1967.

3. Жемчужный С. М. Формирование физических понятий в решенни задач. Минск, Изд-во М-ва высш. и сред. спец. образования БССР, 1963.

4. Казаченко К. И. Основные вопросы методнкн решения физических задач в средней школе. М., Учпедгиз, 1945.

5. Очагов Ф. М. Решение задач по механике. М., «Просвещение», 1965.

6. Резников Л. И. Графический метод в преподаванин физики. М., Учпедгиз, 1966.

7. Смолов Е. И. Решение задач по физике в средней школе (на укр. языке). Киев, «Радянська школа», 1964.

8. Соколов А. Н. Процессы мышления при решенин физических задач учащимися. М., Изд-во АПН РСФСР, 1954.

9. Франковский В. Н. Методика решения задач по физике (на укр. языке). Киев, «Радянська школа», 1947.

10. Сперанский Н. М. Как решать задачи по фязике. М., «Высшая школа», 1967.

11. Яворскнй А. Н. Методика решення задач без вычисленнй по физике (на укр. языке). Киев, «Радянська школа», 1961.

II. Задачники

12. Балаш В. А. Задачи по физнке и методы нх решения. М., «Просвещенне», 1967.

13. Бендриков Г. А. и др. Задачн по фнзике для поступающих в вузы. Изд-во МГУ, 1966.

14. Берлеев Г. И. Сборннк вопросов и задач по фнзнке для средней школы. М., Учпедгиз, 1955.

15. Боровой А. А. н др. Механика. Теорня н задачи. М., «Наука», 1967.

16. Буховцев Б. Б. н др. Сборннк задач по элементарной физике. М., «Наука», 1966.

17. Берлеев Г. И. Сборник задач и вопросов по фнзнке для техникумов. М., «Высшая школа», 1964.

18. Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу фнзнки. М., «Наука», 1967.

19. Гольдфарб Н. И. Сборннк задач по фнзике. М., «Высшая школа», 1969.

20. Демкович В. П. Сборник вопросов и задач по физике для восьмилетней школы. М., «Просвещение», 1967.

21. Демкович В. П. Сборник вопросов и задач по физике для средней школы. М., «Просвещение», 1969.

22. Знаменский П. А. и др. Сборник вопросов и задач по физике для 8—10 классов средней школы. Л., Учпедгиз, 1949—1962.

23. Золотов В. А. Вопросы и задачи по физике для восьмилетней школы. М., Учпедгиз, 1960.

24. Зубов В. Г., Шальнов В. П. Задачи по физике. М., Физматгиз, 1963.

25. Зибер В. А. Задачи-опыты по физике. М., Учпедгиз, 1953.

26. Иванов А. С. Задачи по физике с использованием техники железнодорожного транспорта. М., Учпедгиз, 1950.

27. Карпович А. Б. Сборник задач-вопросов по физике. М., Изд-во АПН РСФСР, 1956.

28. Козел С. М. и др. Сборник задач по физике. М., «Наука», 1965.

29. Коган Б. Ю. Сто задач по физике. М., «Наука», 1965.

30. Куприн М. Я. Задачи и вопросы из области сельского хозяйства (VI—VII кл.). М., Учпедгиз, 1955.

31. Качинский А. М. и др. Сборник подготовительных задач к олимпиадам по физике. Минск, «Народиая асвета», 1965.

32. Кимбар Б. А. и др. Сборник самостоятельных и контрольных работ по физике в VI—XI классах. Минск, «Народная асвета», 1966.

33. Катушкин В. И. и др. Сборник задач по физике. В помощь поступающему в вузы. Изд-во ЛГУ, 1965.

34. Лукашик В. И. Сборник вопросов и задач по физике для восьмилетней школы. М., «Просвещение», 1966.

35. Мошков С. С. Экспериментальные задачи по физике. М., Учпедгиз, 1955.

36. Низамов И. М. Задачи по физике с техническим содержанием. М., «Просвещение», 1967.

37. Разумовский В. Г. Творческие задачи по физике. М., «Просвещение», 1966.

38. Ротарь А. В. Задачи для юного космонавта. М., «Просвещение», 1965.

39. Рымкевич П. А. и др. Сборник вопросов и задач по физике. М., «Просвещение», 1964.

40 Тарасов Л. В., Тарасова А. Н. Вопросы и задачи по физике (Анализ характерных ошибок поступающих во ВТУзы) М., «Высшая школа», 1968.

41. Тульчинский М. Е., Зеленов В. С. Программированные контрольные работы по физике Калуга, Приокское книжное изд во, 1968.

42. Тульчинский М. Е. Сборник качественных задач по физике. М., «Просвещение», 1965.

43. Цингер А. В. Задачи и вопросы по физике. М., Учпедгиз, 1951.

44. Шаскольская М. П., Эльцин И. А. Сборник избранных задач по физике. М., «Наука», 1969.

45. Ш у т о в И. С. и Г у р и н о в и ч К. М. Сборник практических задач по физике, VI—VIII классы. Минск, «Народная асвета», 1965.

46. Ш т е р е н т а л ь А. И. и Г е й и б и х н е р И. И. Контрольные работы по физике в одиннадцатилетней школе. М., Учпедгиз, 1962.

47. Я к о в л е в Ф. И. Сборник задач по физике. М., Изд-во АПН РСФСР, 1960—1962.

48. Э в е н ч и к Э. Е. и др. Контрольные работы по физике в средней школе. М., «Просвещение», 1969.

III. Статьи по решению задач в журнале «Физика в школе»

А. Общие вопросы методики решения задач

49. А в е р б у х И. И. О задачах с неполными данными. 1965, № 4.

50. А н д р у с е н к о Б. Р. От эксперимента к эмпирическим формулам. 1965, № 4.

51. Б е л о з е р о в А. В. О записи условий задач. 1960, № 2.

52. Д е м к о в и ч В. П. Решение задач из нового задачника по физике. 1964, № 1.

53. Е г о р о в А. Л. Об анализе хода явлений при решении задач. 1962, № 4.

54. З о л о т о в В. А. Решение качественных задач в VI—VIII классах. 1961, № 3.

55. К а з а ч е н к о А. С. Составление физических задач. 1948, № 3.

56. К а з а ч е н к о А. С. О подборе задач по физике. 1953, № 4.

57. К и р и л л о в а Г. И. Прием комментирования с места при решении задач. 1966, № 2.

58. К о в а л е в П. Г. Оформление записи условия и решения задачи. 1954, № 3.

59. К о с т е р е в а Т. Н. Устные задачи по физике. 1961, № 5.

60. Л ы с и х и н С. С. Использование эксперимента при решении задач по физике. 1950, № 4.

61. М и х а й л и к А. Я. и Б у р л а ч е н к о В. П. Об использовании понятия среднего при решении задач по физике. 1965, № 6.

62. М е р з л и к о в З. С. Использование задач-рисунков при учете знаний учащихся. 1962, № 5.

63. П о д к о в ы р и н И. А. О проверке решений задач. 1953, № 2

64. П р е с м а н А. А. О проверке решения физической задачи. 1964, № 4.

65. Р ы м к е в и ч П. А. О решении задач по физике. 1957, № 2.

66. С в е т и ц к и й А. Н. О составлении учащимися задач по физике. 1962, № 6.

67. С о р о к и н Г. П. Об уроках решения задач по физике. 1963, № 2.

68. С т е п а н и щ е в А. М. К методике решения задач по физике. 1948, № 6.

69. Сословская А. Т., Полонская Е. Ф. Задачи-рисунки по физике в диаскопической проекции. 1967, № 2.

70. Турышев И. К. Решение задач по физике с исследованием. 1966, № 1.

71. Фитингоф А. Графический анализ при решении задач по физике. 1948, № 4.

Б. Механика

72. Белесков Р. И. Задачи на тяговые расчеты поездов. 1954, № 2.

73. Бугаенко А. Г. Задачи о маятнике Галилея. 1961, № 4.

74. Грабовский М. А. Замечания к задаче о «мертвой петле». 1959, № 3.

75. Дьячук Д. Н. Задачи по механике с практическим содержанием. 1954, № 4.

76. Коган Б. Ю. Задачи по механике. 1954, № 3.

77. Кипнис И. М. О задачах на вычисление дальности полета тела, брошенного под углом к горизонту. 1963, № 4.

78. Карпович А. Б. Задачи-вопросы по механике. 1954, № 2.

79. Любимов К. В. О задачах на кронштейн и экспериментальная проверка их решений. 1959, № 5.

80. Малобродский Д. Л. Решение задач на второй закон Ньютона. 1957, № 5.

81. Меньших М. П. Некоторые замечания по поводу задач на закон всемирного тяготения. 1966, № 5.

82. Розенблат Г. И. Методика решения задач по закону сохранения количества движения. 1966, № 2.

83. Сиротин Ю. И. Решение задач по динамике. 1955, № 3.

84. Сосновский В. И. Применение графиков при решении задач на движение тела, брошенного под углом к горизонту. 1964, № 4.

В. Теплота и молекулярная физика

85. Европин Ю. П. Задачи-вопросы по курсу теплоты в 7-м и 9-м классах. 1946, № 5—6.

86. Иванов С. И. Замечания по решению задач на пары и влажность. 1961, № 1.

87. Каменецкий С. Е. Об использовании графиков плотности насыщающих паров при решении задач на влажность воздуха. 1961, № 4.

88. Лонгинов Д. Н. К изучению темы «Свойства твердых тел». 1967, № 1.

89. Поспелов П. Н. Решение задач на уравнение теплового баланса. 1956, № 5.

90. Попов И. П. Задачи по теме «Тепловые двигатели». 1955, № 6.

91. Штерненталь А. И. Еще раз о решении задач на составление калориметрических уравнений теплового баланса. 1948, № 6.

92. Фомишенко И. В. Задачи-вопросы по теме «Свойства жидкостей». 1956, № 6.

Г. Электричество

93. З о л о т о в В. А. Система решения задач по темам: «Ток, сопротивление и напряжение» и «Работа и мощность тока» в VIII классе. 1965, № 5.

94. М е л ь н и ч е н к о Н. И. Практические задачи по электричеству. 1952, № 5.

95 Р а т б и л ь Э. Л. Использование чертежей при решении задач по электричеству. 1959, № 3.

96. Р е з н и к о в Л. И. Несколько задач по электричеству и оптике. 1950, № 3.

97. Ш у б н и к о в А. В. Вопросы по электростатике. 1956, № 2.

98. Ш у б н и к о в А. В. Вопросы, относящиеся к закону Ома (для читателей журнала). 1957, № 2.

Д. Колебания и волны

99. Б о г м а К. К., З у б о в В. В. Вывод формулы периода гармонических колебаний. 1967, № 2.

100. Ш и ш о в Г. П. Задачи и вопросы по акустике. 1952, № 5.

101. Б р а д и с А. В. Как объяснить кажущееся поднятие дна водоемов и всегда ли оно одинаково? 1953, № 6.

Е. Оптика

102. Д и к П. А. Решение некоторых задач геометрической оптики с помощью графиков. 1967, № 2.

103. Д е м к о в и ч В. П. Качественные задачи по оптике. 1957, № 1.

104. М е й л ь м а н М. Л. Графические задачи по электричеству и оптике. 1958, № 1.

105. Т р а х т е н б е р г Л. И. Задачи по оптике. 1966, № 1.

Ж. Задачи политехнического содержания

106. А ф а н а с ь е в П. И. Вопросы и задачи для учащихся сельских школ. 1965, № 3.

107. Б е с к о р о в а й н ы й И. И. О составлении задач с производственным и техническим содержанием. 1961, № 3.

108. Б л а г о н р а в о в И. П. Задачи из области военной техники. 1948, № 2.

109. Ж и я н о в а О. П. К методике решения задач с техническим содержанием. 1957, № 4.

110. И в а н о в А. С. Задачи и вопросы по физике с использованием железнодорожной тематики. 1952, № 4; 1958, № 4.

111. К о с т и н Г. П. Задачи из области сельскохозяйственной техники. 1948, № 2.

112. К о с т е р е в а Т. Н. Решение задач по физике с производственным содержанием. 1953, № 5.

113. Тазетдинов Ш. Т. Задачи и вопросы по физике с техническим содержанием 1959, № 3.

114. Шилов В. Ф. Задачи с производствениым содержанием, составленные учащимися. 1965, № 6.

3. Задачн для внеклассной работы

115. Асламазов Л. Г., Слободецкий И. Ш. Всесоюзная заочная олимпиада по физике. 1967, № 2, 3.

116. Лукашик В. И. Задачи-опыты для вечера занимательной физики. 1964, № 2.

117. Лукьянов Ю. И. Физическая эстафета. 1965, № 3.

118. Лукашик В. И. Виутришкольная олимпиада по физике учащихся VI—VIII классов. 1964, № 4.

119. Слободецкий И. Ш. Задачи физико-математической олимпиады Московского физико-технического иститута. 1964, № 3.

120. Слободецкий И. Ш. Всесоюзная олимпиада по физике. 1966, № 5.

121. Шальнов В. П. Несколько задач, предлагавшихся иа олимпиаде по физике в МГУ. 1955, № 6.

IV. Методическая и научно-популярная литература

122. Билимович Б. Ф. Физические викторины. М., «Просвещение», 1964.

123. Власова К. Н. Мир иаучной фантастики на уроках физики. М., Изд-во АПН РСФСР, 1963.

124. Вальдгард С. Л. Элементы техники в преподавании физики. М., Учпедгиз, 1950.

125. Внуков В. П. Физика и оборона страны М., Гостехиздат, 1943.

126. Дерябии В. М. Международная система едииц в курсе физики средней школы. М., Учпедгиз, 1963.

127. Еиохович А. С. Физика, техника, производство; краткий справочиик. М., Учпедгиз, 1962.

128. Ильин М. Сто тысяч почему. Избранные произведения, ч. I. М., Гослитиздат., 1962.

129. Крылов К. Р. Элементы сельскохозяйственной техники в преподавании физики. М., Учпедгиз, 1955.

130. Кожеуров И. В. Элементы космонавтики в курсе физики и астрономии. М., «Просвещенне», 1965.

131. Перельман Я. И. Занимательная физика, т. I и II. М., Физматгиз, 1959.

132. Перельман Я. И Занимательная механика. М. — Л., Гостехиздат, 1951.

133. Покровский С. Ф Опыты и наблюдения в домашних заданиях по физнке. М., «Просвещение», 1965.

134. Р е з н и к о в Л. И. Международная система единиц в курсе физики средней школы. М., «Просвещение», 1964.

135. С т е п а н о в А. И. Вопросы метеорологии в курсе физики средней школы. М., Учпедгиз, 1963.

136. С е д о в А. А. Связь преподавания физики с производственным обучением. М., Учпедгиз, 1962.

137. У с о в а А. В., А н т р о п о в а Н. С. Связь преподавания физики в школе с сельскохозяйственным производством. М., «Просвещенне», 1965.

ОГЛАВЛЕНИЕ

9 класс

Самуил Ефимович Каменецкий
Виктор Петрович Орехов

МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

Редакторы *А. Ф. Раева, В. А Обменина*
Переплет художника *Б. А Мокина*
Художественный редактор *Л Ф. Малышева*
Технический редактор *Е. К. Полукарова*
Корректоры *Н М Данковцева, М В Голубева*

Сдано в набор 9/VII-1970 г Подписано к печати 29/III - 1971 г. $60\times90^1/_{16}$. Бум. типографская № 2. Печ. л. 28,0. Уч.-изд. л. 27,58. Тираж 150000 экз. (Пл 1971 г. № 331—70). А07076

Издательство «Просвещение» Комитета по печати при Совете Министров РСФСР. Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41

Саратовский ордена Трудового Красного Знамени полиграфический комбинат Росглавполиграфпрома Комитета по печати при Совете Министров РСФСР. Саратов, ул Чернышевского, 59. Заказ 615

Цена без переплета 74 коп., переплет 16 коп.