

С. А. КАПЛАН

МЕЖЗВЕЗДНАЯ
ГАЗОДИНАМИКА

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
МОСКВА 1958

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	
Г л а в а I. Распределение и движение межзвездного газа	5
§ 1. Компоненты межзвездной среды	9
§ 2. Облачная структура межзвездного газа. Межоблачная среда	16
§ 3. Спиральная структура	25
§ 4. Волокнистая структура туманностей	31
Г л а в а II. Физическое состояние межзвездного газа	38
§ 5. Ионизация межзвездного водорода. Лучевое давление	38
§ 6. Температура межзвездного газа	47
§ 7. Взаимодействие межзвездного газа с магнитными полями	55
§ 8. Релятивистские частицы в межзвездном пространстве	62
Г л а в а III. Разрывы в движениях межзвездного газа	66
§ 9. Элементарная теория ударных волн	67
§ 10. Ударные волны с высвечиванием	73
§ 11. Ионизационные разрывы	93
§ 12. Газомагнитные разрывы	101
Г л а в а IV. Уравнения движения межзвездного газа	109
§ 13. Уравнения движения межзвездной магнитной газодинамики	109
§ 14. Одномерные и автомодельные движения межзвездного газа	117
§ 15. Движение ионизационных разрывов	130
§ 16. Распространение слабых возмущений и проблема устойчивости движений	141

Г л а в а V. Межзвездная турбулентность	152
§ 17. Теория газомагнитной турбулентности	152
§ 18. Наблюдения межзвездной турбулентности	170
§ 19. Облачная структура и межзвездная турбулентность	184
§ 20. Спиральная структура галактик и волокнистая структура туманностей	189
Л и т е р а т у р а	192

ПРЕДИСЛОВИЕ

Уже беглый взгляд на астрофизическую литературу последних лет показывает, насколько возрос удельный вес исследований движений газа в межзвездном пространстве и в звездных атмосферах (космическая газодинамика и космическая электродинамика). Развитию этих областей астрофизики способствует и большое внимание, уделяемое в настоящее время вопросам космогонии, — науке, которая, в сущности, и базируется на изучении движений газа и пыли в космических условиях.

Проблемы космической газодинамики и магнитной гидродинамики обсуждались в той или иной степени почти на всех астрофизических конференциях и совещаниях последних лет.

Однако, несмотря на такое большое значение космической газодинамики и на обилие журнальной литературы по этим вопросам, до сих пор нет более или менее систематических исследований газодинамических движений газа в космических условиях. В работах астрофизиков заметно увлечение качественным описанием явлений без должного физического и математического обоснования (что отчасти объясняется трудностью получения количественных наблюдательных данных). Наоборот, в работах специалистов по аэrodинамике и газодинамике заметно увлечение решением различных задач, часто имеющих весьма отдаленное отношение к конкретным космическим условиям.

Особый интерес представляет применение методов газодинамики к исследованию движений межзвездного газа. Сравнительная простота физических процессов в межзвездном газе, возможность более полного их наблюдения благодаря «просматриваемости» межзвездного пространства в оптическом спектре и радиоспектре значительно облегчает

развитие теории и сравнение ее с наблюдательными данными.

Межзвездная газодинамика представляет большой интерес и с космогонической точки зрения. В настоящее время широко распространена гипотеза о конденсации звезд из межзвездного вещества. Поэтому межзвездная газодинамика, в сущности, является основой современной звездной космогонии.

Предлагаемая книга, насколько автору известно, является первым в мировой литературе систематическим изложением основных идей и методов межзвездной газодинамики. Мы отнюдь не стремились к полноте охвата различных проблем изучения движений межзвездного газа — да это и невозможно в этой бурно развивающейся области астрономии. Цель этой книги — изложить основные методы межзвездной газодинамики, рассматриваемой как раздел таких научных дисциплин как гидродинамика и газодинамика, но специфической по своим применению. Автор стремился помочь астрономам овладеть теоретическим аппаратом газодинамики, т. е. методами как специально приспособленными для решения астрофизических проблем, так и теми методами этой области физики, которые еще не нашли применения в астрономии, но которые, как можно надеяться, в будущем будут широко там использоваться.

Автор приносит свою искреннюю благодарность С. Б. Пикельнеру, прочитавшему рукопись и сделавшему много ценных замечаний.

Львов,

апрель — сентябрь 1957 г.

C. A. Каплан

ГЛАВА I

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ И ДВИЖЕНИЕ МЕЖЗВЕЗДНОГО ГАЗА

Изучение природы межзвездного газа и его движений проводится в настоящее время самыми различными методами. Сюда входят: наблюдения оптических линий поглощения и излучения межзвездного газа; наблюдения в радиодиапазоне (особенно ценные данные дало исследование радиолинии водорода 21 см); наблюдения межзвездного поглощения света звезд и его поляризации; наблюдения движения и структуры туманностей, а также поляризации их излучения; наблюдения межзвездной среды в других галактиках. Более или менее полное представление о распределении и движении межзвездного газа можно составить лишь при анализе всех данных, имеющихся в нашем распоряжении. К сожалению, эти данные не только разнородны, но и отрывочны. В линиях поглощения мы наблюдаем только мало обильные элементы: натрий, кальций, калий, железо и титан, а также молекулы CH и CN; в линиях излучения: ионизованный водород, азот, углерод, сера. В туманностях наблюдаются также линии ряда других элементов, в радиолинии $\lambda = 21$ см наблюдается нейтральный водород. Совсем не наблюдается второй по обилию элемент — гелий; нет никаких наблюдательных данных о наличии в межзвездном пространстве молекул H₂, которые, вероятно, также встречаются в межзвездном пространстве в большом количестве.

Все данные, которые мы имеем, подвержены значительному влиянию наблюдательной селекции. Мы не можем наблюдать линий поглощения ни в слишком плотных, ни в очень разреженных областях межзвездного газа. В первом случае велико поглощение света звезды, на фоне спектра

которой наблюдается линия поглощения; во втором случае линия поглощения, даваемая газом, слишком слаба. Наблюдая линии поглощения двух облаков газа, находящихся на одном луче зрения, но движущихся с различными скоростями, мы можем разрешить их линии, смещенные друг относительно друга благодаря эффекту Доплера, только в том случае, если относительная скорость облаков больше некоторого предела. Этот предел в настоящее время зачастую больше средней скорости движения облаков. Например, лучшие наблюдения Адамса, могли разрешить облака с относительной скоростью $7-9 \text{ км/сек}$. Еще меньше разрешающая способность радиоспектрскопических наблюдений. Исследовать межзвездный газ в Галактике мы можем лишь на сравнительно небольших расстояниях от Солнца — порядка $2-3 \cdot 10^3 \text{ pc}$ (напомним, что диаметр Галактики $25 \cdot 10^3 \text{ pc}$), причем чем более удаленные области мы наблюдаем, тем менее уверены получаемые данные. Правда, последний недостаток отчасти компенсируется наблюдениями межзвездного газа в других галактиках. Радиоастрономические методы позволяют проникать дальше, но пока не могут дать наиболее интересных данных, например скоростей движения облаков межзвездного газа.

Ввиду этого наблюдательные данные о распределении межзвездного газа и об его движениях всегда требуют тщательного анализа, исправления за счет наблюдательной селекции и сопоставления между собой для получения более или менее согласованной картины, отвечающей действительности. Особенно осторожно следует подходить к количественным данным.

Несмотря на эти трудности, в настоящее время общие представления о распределении и движении межзвездного газа довольно уверены и в дальнейшем вряд ли существенно изменятся. Количественные данные еще недостаточны, однако быстрое развитие техники наблюдений, появление новых наблюдательных методов, накопление данных, получаемых с помощью старых, уже проверенных методов наблюдений, безусловно, в скором будущем значительно увеличат объем тех уверенных количественных данных, которые так необходимы для развития теории.

В этой главе мы рассмотрим качественную картину распределения межзвездного газа, некоторые количественные

данные об его движениях и ряд вопросов динамики межзвездной среды. Изложение отнюдь не претендует на полноту; мы затронем только то, что нам понадобится для понимания цели и методов межзвездной газодинамики.

§ 1. Компоненты межзвездной среды

Пространство между звездами не является пустым — в нем находится газ, космическая пыль, релятивистские частицы космических лучей *), магнитные поля.

Главным компонентом межзвездной среды, определяющим ее основные свойства, является *межзвездный водород*.

Среднее число атомов межзвездного водорода вблизи галактической плоскости $n_{\text{H}} \approx 0,7 \text{ см}^{-3}$. Распределение межзвездного газа очень неоднородно — встречаются флюктуации числа атомов в единице объема от 10^{-2} до 10^{+4} см^{-3} . Вероятно, свыше 90% межзвездного водорода находится в неионизованном состоянии (области H I). Поэтому наиболее мощным методом исследования межзвездного водорода является наблюдение его в радиолинии $\lambda = 21 \text{ см}$ **). Остальные 10% межзвездного водорода ионизованы (области H II).

Остальные элементы входят в химический состав межзвездного газа в небольшом количестве. За исключением гелия, содержание которого неизвестно даже приблизительно (гипотетическая оценка 20%), все остальные элементы составляют по массе не более 3—5% от массы водорода. Число этих атомов в единице объема составляет 10^{-3} — 10^{-6} см^{-3} . Наиболее обилен из них кислород (10^{-3} см^{-3}).

С точки зрения газодинамики межзвездный газ можно рассматривать как чисто водородный, однако примесь других элементов, особенно кислорода, азота и углерода, существенна для теплового баланса межзвездного газа с излучением. Кроме того, многие сведения о межзвездном газе в

*) Здесь и дальше под «космическими лучами» понимаются «первичные космические лучи».

**) Здесь мы не приводим описаний радиоастрономических методов исследования межзвездной среды, так как они достаточно полно изложены в книге И. С. Шкловского «Космическое радиоизлучение» [1], к которой мы и отсылаем интересующегося читателя.

значительной мере обязаны наблюдениям именно этих небольших примесей: определение лучевых скоростей по линиям кальция и натрия, температуры по запрещенным линиям кислорода и азота, размеров и структуры различных скоплений газа.

Столь же невелика с газодинамической точки зрения и роль *космической пыли* — маленьких твердых частиц размером порядка 10^{-5} см, полная масса которых не превышает 0,3—1% от массы межзвездного водорода. Однако и исследование космической пыли существенно для анализа свойств межзвездной среды. По-видимому, межзвездная пыль более или менее перемешана с межзвездным газом, хотя относительная концентрация пыли меняется от 0,05 до 1,5%. Скоплению пыли в более плотные облака обычно соответствуют и скопления газа. Ориентировка темных пылевых туманностей свидетельствует об соответствующей ориентировке потоков газа. Наконец, исследование поляризации света звезд при рассеянии и поглощении его на частицах космической пыли, ориентированных магнитным полем, является одним из источников наших сведений о межзвездных магнитных полях. Некоторую роль, в основном косвенную, пылевые частицы играют и в тепловом балансе межзвездного газа. Космическая пыль является катализатором, значительно облегчающим образование молекул H_2 в областях HI [64]. Как мы увидим ниже, столкновение атомов водорода с молекулами является основным механизмом охлаждения газа в областях HI.

Много обсуждался вопрос о роли лучевого давления на частицы космической пыли. В самом деле, как показали расчеты, лучевое давление самых горячих звезд на частицы космической пыли в 10^4 раза больше их гравитационного притяжения. Учитывая, однако, что, во-первых, масса межзвездной пыли меньше 1% массы межзвездного газа; во-вторых, что гравитационное притяжение отдельных, даже массивных звезд мало существенно для межзвездной газодинамики; в-третьих, что, как мы увидим ниже (§ 5), теплое действие излучения звезды гораздо существеннее ее лучевого давления, — мы можем в дальнейшем пренебречь эффектом лучевого давления на частицы космической пыли. Впрочем, в некоторых проблемах, главным образом космогонических, роль лучевого давления может оказаться и более

существенной — например, оно вызывает диффузию частиц космической пыли через газ.

Межзвездное излучение оказывает весьма существенное влияние на физические свойства межзвездного газа. В областях межзвездного пространства, расположенных недалеко от какой-либо яркой звезды, плотность энергии излучения подсчитывается по известной формуле:

$$\rho_v = W e^{-\tau_v} \rho_v^* = \frac{R_*^2}{4r^2} e^{-\tau_v} \rho_v^*. \quad (1.1)$$

Здесь W — коэффициент дилюции, R_* — радиус звезды, r — расстояние от звезды до рассматриваемой точки пространства, ρ_v^* — плотность излучения вблизи поверхности звезды в частоте v ; множитель $e^{-\tau_v}$ учитывает поглощение излучения звезды на пути r в этой же частоте. К сожалению, — и это одна из самых существенных трудностей астрофизики, — мы не знаем распределения энергии в ультрафиолетовой области спектра звезд, в то время как именно ультрафиолетовое излучение звезд, и только оно, определяет физические свойства межзвездного газа. Для самых грубых оценок предполагается, что излучение звезды — планковское, но что «температура» излучения в разных частях спектра различна. Так будем делать и мы, обозначая температуру излучения звезды в ультрафиолетовой области спектра через T_* .

Для определения плотности межзвездного излучения в тех областях пространства, где поблизости нет ярких звезд, следует просуммировать выражения типа (1.1) для всех звезд, видимых из данной точки пространства. Такие расчеты проделывались неоднократно; результаты последних расчетов [2], [3] приведены на рис. 1 (стр. 12). Для приближенных расчетов можно пользоваться для суммарной плотности излучения звезд в наиболее интересной для газодинамики области спектра $1000 < \lambda < 3000 \text{ \AA}$ формулой Планка для $T_* \approx 15000^\circ$ с коэффициентом дилюции $W \approx 3 \cdot 10^{-16}$. Проинтегрированная по всему спектру плотность излучения звезд, расположенных в окрестностях Солнца, равна примерно $3,5 \cdot 10^{-13} \text{ эрг/см}^3$.

Представление о наличии в межзвездном пространстве магнитных полей появилось в 1949 г. Поводом для этого

послужило открытие *поляризации* света звезд. Хотя с тех пор были высказаны и другие веские соображения, подтверждающие гипотезу о межзвездных магнитных полях, исследование поляризации света звезд при рассеянии его на частицах космической пыли по-прежнему является основным источником наших сведений о геометрии этих полей.

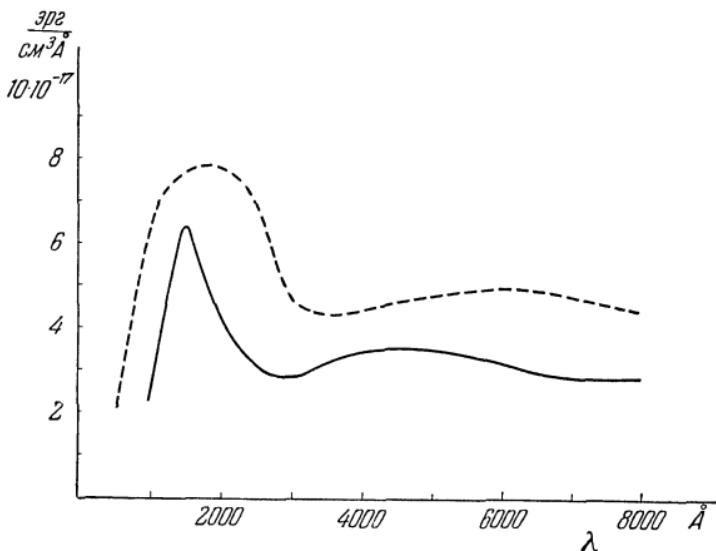


Рис. 1. Рассчитанное распределение энергии в спектре межзвездного излучения. Пунктирная кривая по Ламбрехту [3], сплошная кривая по Каплану [2]. Различие в основном объясняется различными предположениями об ультрафиолетовом излучении звезд и учетом поглощения света. Полная плотность межзвездного излучения по [3] — $4,1 \cdot 10^{-13}$ эрг/см³, по [2] — $3,1 \cdot 10^{-13}$ эрг/см³.

Подробное рассмотрение физических свойств космической пыли и механизма поляризации ее рассеиваемого света звезд выходит за рамки настоящей книги [4]. Отметим лишь, что наиболее вероятной является гипотеза о том, что поляризация света звезд создается рассеянием его на удлиненных парамагнитных частицах космической пыли, ориентированных межзвездным магнитным полем. В этом случае степень поляризации пропорциональна средней напряженности магнитного поля, а ее направление — параллельно магнитному полю. Неопределенность данных о свойствах частиц не позволяет нам получить надежные оценки абсолют-

ногого значения напряженности магнитного поля, зато его направление определяется более уверенно. На рис. 2 (стр. 14), заимствованном из работы Г. А. Шайна [5], приводится распределение звезд по позиционным углам поляризации ϑ и по галактической долготе l (ϑ — угол между направлением на полюс Галактики и направлением преобладающих колебаний электрического вектора, а следовательно, и направлением магнитного поля). Неравномерное распределение по галактической долготе отчасти отражает влияние наблюдательной селекции — неравномерное распределение горячих звезд, в которых наблюдается поляризация, а также ряд других причин. Неоднородное распределение направления поляризации по углам ϑ отражает особенности геометрии межзвездных магнитных полей.

Более или менее равномерный разброс точек при $l \approx 345 - 355^\circ$ (Стрелец) и $l \approx 35 - 65^\circ$ (Лебедь) соответствует направлению луча зрения вдоль спиральных рукавов. Очевидно, здесь мы наблюдаем вдоль магнитного поля, и флюктуации его, собственно, и вызывают поляризацию, должны иметь хаотический характер. В общем же значение ϑ концентрируется к 90° . Это значит, что магнитное поле Галактики лежит примерно в плоскости Галактики с дисперсией около $7 - 10^\circ$. Однако более тонкий анализ показывает отклонение от этой плоскости. В частности, на рис. 2 можно заметить синусоидальную волну с амплитудой 20° и с максимумом при $l \approx 190^\circ$. По-видимому, это местная большая ($\sim 1000 pc$) флюктуация магнитного поля. Подобным образом можно качественно описать и другие локальные флюктуации межзвездного магнитного поля размерами порядка $10 - 30 pc$. С теоретической точки зрения представлял бы большой интерес количественный анализ геометрии магнитного поля, который, в принципе, позволяют сделать данные о межзвездной поляризации, подобные приведенным на рис. 2. К сожалению, до сих пор не было даже попыток такого анализа. К вопросу о связи геометрии межзвездного магнитного поля с формой и структурой распределения межзвездного газа мы еще будем возвращаться неоднократно.

Если наблюдения межзвездной поляризации света звезд позволяют изучать геометрию магнитных полей, но не дают уверенной оценки абсолютных значений их напряженности, то исследования связи космических лучей с межзвездными

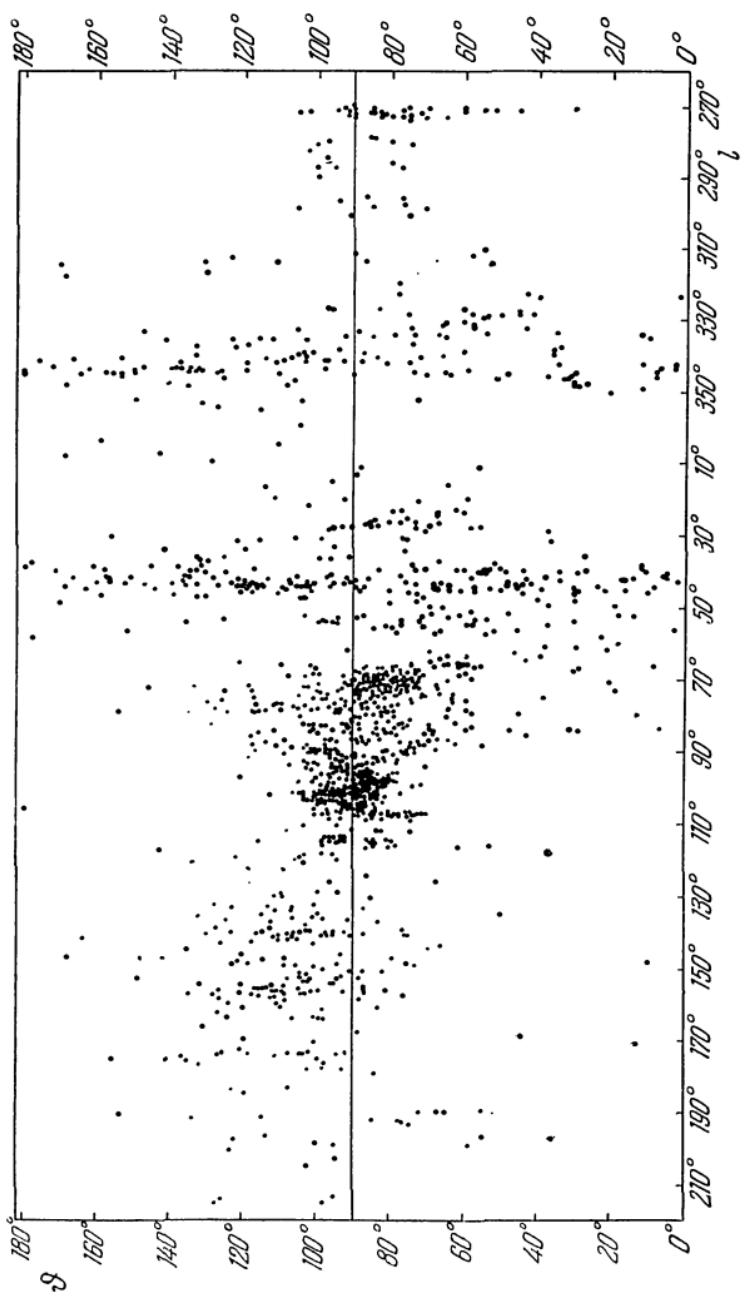


Рис. 2. Распределение поэзионных углов ϑ направления межзвездной поляризации в зависимости от галактической долготы l . (По Г. А. Шайну [5].)

магнитными полями позволяют надежнее определить напряженность H и менее уверенно — геометрию магнитных полей.

Известно, что полная плотность энергии космических лучей, наблюдавшихся на Земле, составляет примерно 10^{-12} эрг/см³, т. е. порядка плотности энергии межзвездного излучения. Кроме того, космическое излучение имеет явно выраженный изотропный характер вплоть до самых больших энергий, по крайней мере до $E \approx 10^{16}$ эв. Отсюда следует, что космические частицы должны удерживаться в пределах Галактики достаточно сильным нерегулярным магнитным полем, ибо космические лучи не могут быть распределены по всей Метагалактике; в последнем случае источники космических лучей имели бы мощность, в 10^4 раз превышающую мощность излучения всех звезд Метагалактики, что невероятно. Так как радиус, описываемый заряженной релятивистской частицей с энергией E , движущейся в магнитном поле, определяется формулой

$$r = \frac{E(\text{эв})}{300H},$$

то для удержания самых жестких частиц в пределах $r \approx 100$ пс необходимо магнитное поле порядка $10^{-6}—10^{-5}$ гс [6].

Более увереные данные получаются из анализа радиоастрономических наблюдений.

Согласно общепринятым воззрениям, космическое радиоизлучение состоит из двух составляющих — *теплового излучения*, концентрирующегося к плоскости Галактики и обязанного своим существованием излучению ионизованного водорода в результате так называемых свободно-свободных переходов, и *сферической составляющей* радиоизлучения, возникающего при магнитнотормозном излучении релятивистских электронов космических лучей в межзвездных магнитных полях. Исследование спектра сферической составляющей космического радиоизлучения показало, что она создается магнитнотормозным излучением релятивистских электронов с энергией в пределах $1,5 \cdot 10^8 < E < 6 \cdot 10^9$ эв, движущихся в магнитных полях с напряженностью $H \approx 10^{-5}$ гс. Значение H здесь выбрано на основании оценки по формуле (2.4). Спектр этих частиц (т. е. их распределение по энергиям)

в среднем определяется формулой [1]

$$N(E) = \frac{K}{E^{\gamma}} = \frac{8,5}{E^{2,6}} \frac{(эв)^{1,6}}{см^3}. \quad (1.2)$$

Полная интенсивность наблюдаемого на Земле космического радиоизлучения пропорциональна $rKH^{\frac{\gamma+1}{2}} = r \cdot 8,5 \cdot H^{1,8}$, где r — расстояние вдоль луча зрения. Поэтому, если известны распределение плотности космических лучей и размеры системы космических лучей, то анализ изофот космического радиоизлучения позволил бы выявить и флуктуации магнитного поля, причем с достаточной точностью, так как интенсивность радиоизлучения пропорциональна почти квадрату напряженности магнитного поля. К сожалению, такое исследование еще не сделано.

Следует особо отметить, что, как показали наблюдения, плотности энергии межзвездного излучения, межзвездных магнитных полей, космических лучей и, наконец, кинетической энергии движения межзвездного газа — величины одного порядка. Это свидетельствует о тесной взаимосвязи всех компонентов межзвездной среды и о необходимости учитывать их взаимодействие при теоретическом анализе газодинамических движений в межзвездном пространстве.

§ 2. Облачная структура межзвездного газа. Межоблачная среда

Неоднородная структура межзвездной среды проявляется яснее всего во флуктуациях поглощения света, отражающих неравномерность распределения космической пыли. Кроме того, исследование с большой дисперсией межзвездных линий поглощения показало, что они состоят из отдельных компонентов, принадлежащих облакам газа, расположенным на одном луче зрения, но движущимся с различными лучевыми скоростями. На снимках эмиссионных областей межзвездного газа также выявляется их клочковатая структура. Наконец, о том же свидетельствуют поляризационные и радиоастрономические наблюдения. Остановимся несколько подробнее на наблюдательных данных.

Анализ флуктуаций поглощения света звезд и галактик приводит к заключению, что межзвездная среда распределена

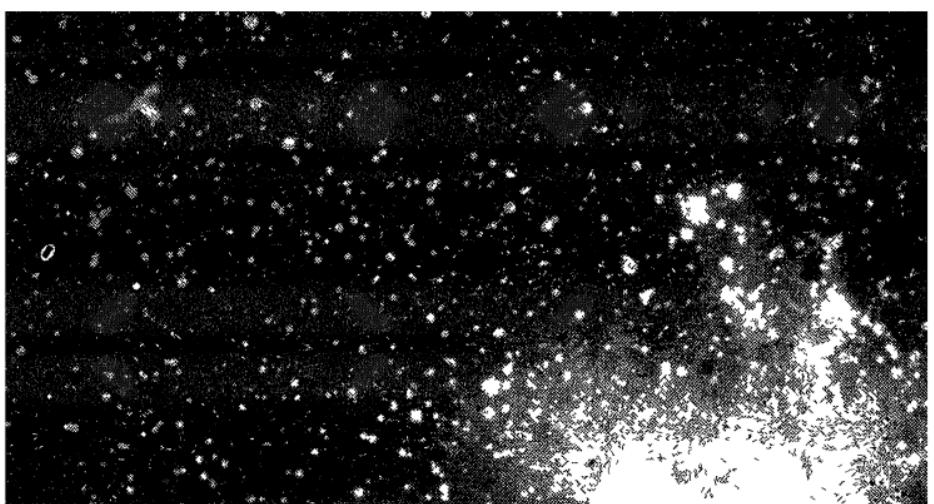
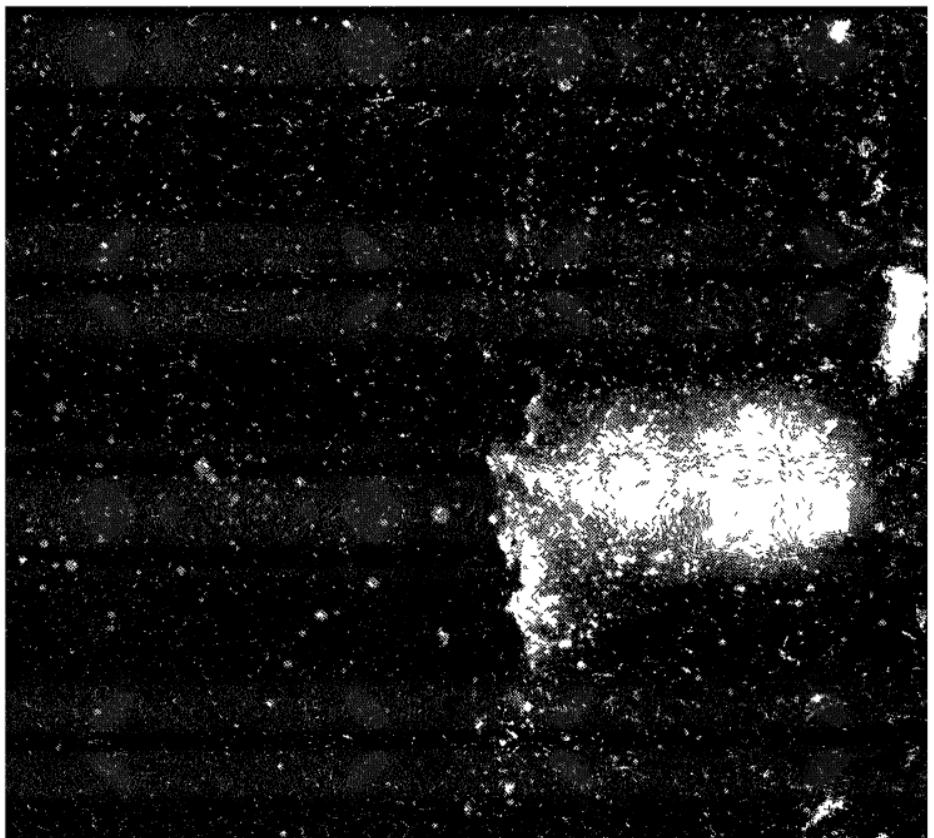


Рис 3. Туманности NGC 6188 (вверху) и NGC 2944 (внизу). Хорошо проявляется структура темной поглощающей материи. На нижнем снимке заметны глобулы.

в межзвездном пространстве в основном в виде облаков различного размера и формы. Средний размер облака порядка $10 pc$, и луч зрения на протяжении 1 kpc пересекает около десяти облаков. Поглощение света в одном облаке в среднем составляет $0^m.3$. Масса газа в облаке порядка нескольких масс Солнца (учитывая относительную концентрацию газа и пыли). Полная масса крупных облаков — несколько сотен масс Солнца. Скорости облаков поглощения, разумеется, мы определить не можем. Форму больших пылевых облаков можно определить в том случае, если они проектируются в виде темной туманности на яркую диффузную туманность или богатую звездами область Млечного Пути. Как правило, форма темных туманностей неправильна, но встречаются более правильные, часто круглые, очень плотные образования — *глобулы* (рис. 3).

Более содержательные данные об облачной структуре межзвездного газа дают исследования межзвездных линий поглощения с помощью спектрографов большой дисперсии.

Адамс [7], используя дисперсию $2,9 \text{ \AA/mm}$ (что соответствует разрешающей способности в лучевых скоростях $7—9 \text{ км/сек}$), разложил на компоненты почти половину наблюдавшихся им межзвездных линий в спектрах 300 звезд типов О—B. Измеряя смещения компонентов, можно определить лучевые скорости облаков. Каталог Адамса уже много раз использовался для теоретических исследований, и расширение его является важной задачей наблюдательной астрономии. К сожалению, подобного рода исследования требуют применения самых мощных телескопов.

Рис. 4 иллюстрирует спектрограммы сложных многокомпонентных линий.

Из рис. 4 видно, что компоненты линии поглощения сравнительно узки, что свидетельствует об отсутствии заметных движений внутри облаков, и четко разделены, что означает, по-видимому, их более или менее выраженную обособленность. Но можем ли мы считать, что облака межзвездного газа являются совершенно обособленными друг от друга скоплениями газа, движущихся в свободном пространстве? Очевидно, нет. Прежде всего, даже грубый расчет показывает, что среднее время жизни одного облака, т. е. промежуток времени от его образования до столкновения с другим

облаком, не может превышать заметно 10^7 лет, в то время как вся система межзвездного газа в Галактике существует по крайней мере 10^9 лет [47], [48]. Следовательно, межзвездные облака разрушаются и образуются вновь.

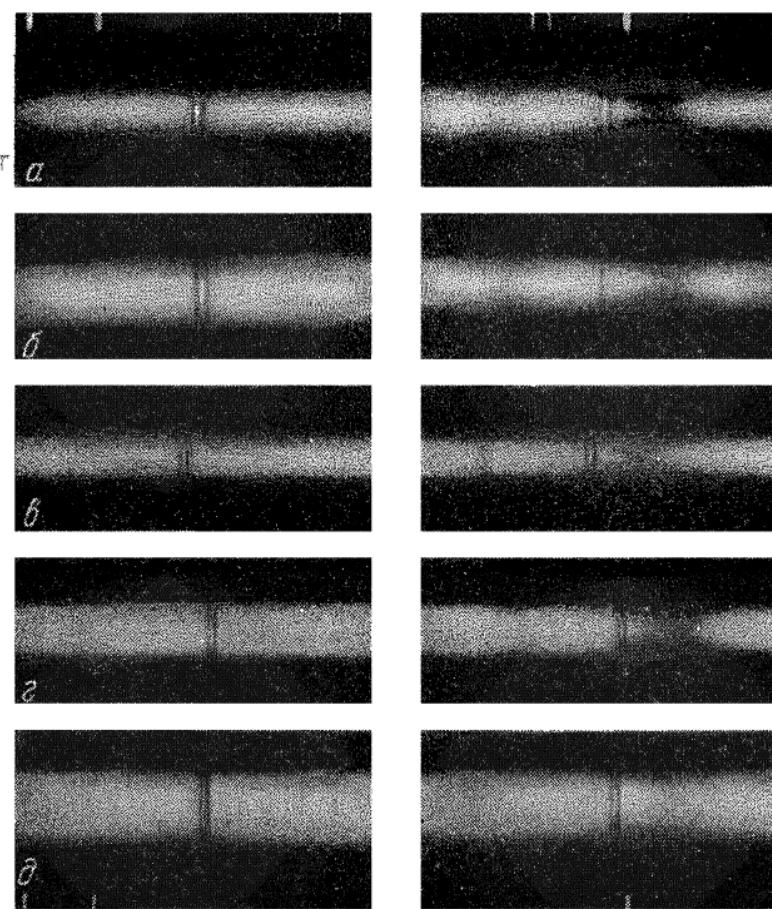


Рис. 4. Межзвездные линии кальция К (слева) и Н (справа) в спектрах звезд: а) α Ориона, б) ρ Льва, в) 10 Ящерицы, г) ϵ Ориона, д) χ Ориона.

При распаде облака газ, составляющий его, переходит в межоблачную среду. Но поскольку вся система межзвездного газа квазистационарна, из межоблачной среды должны образовываться новые облака. Если бы этого процесса не было, то масса межоблачной среды непрерывно увеличивалась,

чего, вообще говоря, не наблюдается. Это простое рассуждение показывает, что наряду с облаками космического газа и пыли должна существовать и *межоблачная среда*, также состоящая из газа и пыли и непрерывно распределенная по значительной части Галактики. Другое соображение о необходимости существования межоблачной среды мы приведем ниже.

Одной из основных характеристик системы облаков межзвездного газа является функция распределения их скоростей. Если бы система межзвездных облаков состояла из отдельных образований, столкновения между которыми имеют в первом приближении упругий характер, то распределение скоростей этих облаков описывалось бы функцией Гаусса (нормальное распределение):

$$f(v_r) dv_r = \frac{1}{V\pi} e^{-\frac{v_r^2}{\eta^2}} \frac{dv_r}{\eta}.$$

Здесь v_r — радиальная компонента скорости, $f(v_r) dv_r$ — вероятность того, что облако имеет радиальную компоненту скорости в интервале скоростей от v_r до $v_r + dv_r$, η — некоторый постоянный параметр, характеризующий распределение скоростей. Обычно η подбирается по наблюдательным данным.

Если же после двух-трех столкновений облака разрушаются, а затем образуются вновь, функция распределения скоростей должна иметь другой вид, поскольку теперь она отражает условия их образования.

На рис. 5 приведено распределение лучевых скоростей v_r межзвездных облаков по каталогу Адамса [7].

Блаау [8] предложил аппроксимировать наблюдаемую функцию распределения скоростей $f(v_r)$ выражением

$$f(v_r) dv_r = \frac{1}{2} e^{-\frac{v_r}{\eta}} \frac{dv_r}{\eta}, \quad (2.1)$$

где $\eta = 8$ км/сек. Су Шу-Хуан [9] и автор настоящей книги [10] предложили иное выражение:

$$f(v_r) dv_r = \text{const} \cdot \frac{dv_r}{v_r}. \quad (2.2)$$

Это распределение изображено на рис. 5 сплошной линией.

Наблюдения свидетельствуют о том, что число облаков, обладающих большими скоростями, значительно больше, чем следует в случае нормального распределения. Любопытно отметить, что среди облаков со скоростями $|v_r| > 15 \text{ км/сек}$ преобладают (почти 62%) облака с отрицательными лучевыми скоростями, т. е. облака с большими скоростями

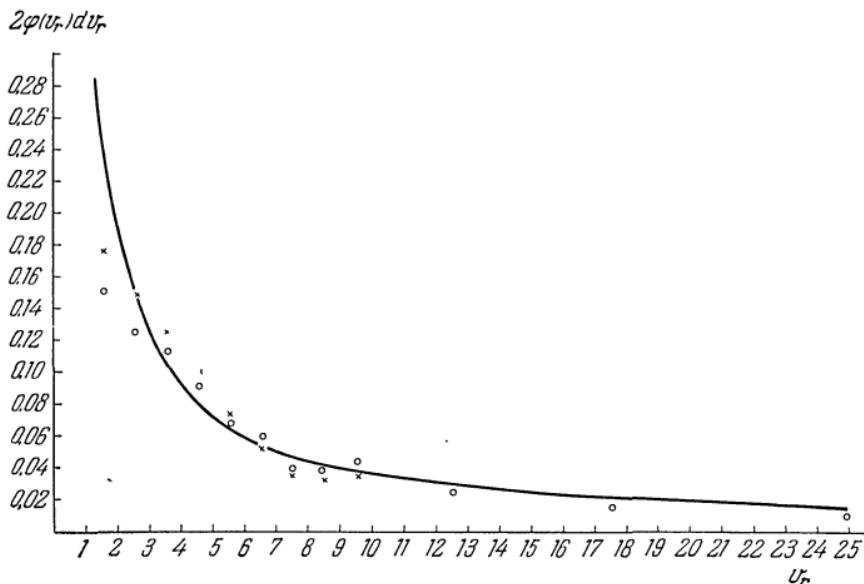


Рис. 5. Функция распределения лучевых скоростей межзвездных газовых облаков. Сплошная кривая: $f(v) dv = \text{const} \frac{dv}{v}$ [10]; кре-стики — скорости по однокомпонентным линиям, кружки — по двух-компонентным.

движутся преимущественно по направлению к наблюдателю. По-видимому, это объясняется расширением больших систем облаков вокруг горячих звезд, в спектрах которых мы наблюдаем линии облаков.

Интенсивность линий в среднем зависит от скорости облаков — большим скоростям соответствует меньшая интенсивность. На рис. 6 (стр. 22) приводится эта зависимость, полученная по материалам каталога Адамса (сплошная линия). Интенсивность выражена в относительных единицах. Данные наблюдений можно представить формулой [11] (пунктир на рис. 6):

$$I = \frac{\text{const}}{v}. \quad (2.3)$$

К сожалению, мы пока не знаем точной зависимости интенсивности линии от плотности газа в облаке. Однако и само наличие зависимости (2.3) также свидетельствует о тесной связи облаков между собой.

Таким образом, можно утверждать, что межзвездный газ представляет собой единую газодинамическую систему, но

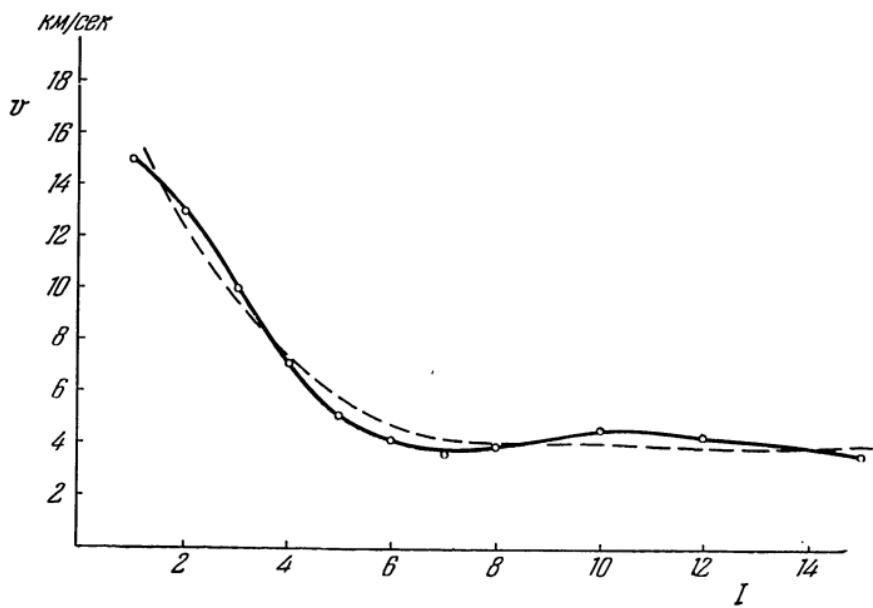


Рис. 6. Зависимость интенсивности линии поглощения (в произвольных единицах) от скорости облака. Сплошная кривая — наблюдения, пунктир — аппроксимация по формуле $I = \text{const}/v$.

очень неоднородную. Флуктуации плотности могут в десятки раз превышать среднюю плотность или, наоборот, быть меньше ее также в десятки раз. Уплотнения в единой системе газа мы наблюдаем в виде облаков, однако их взаимодействие с межоблачной средой, которую непосредственно нам пока не удалось уверенно наблюдать прямыми оптическими и радиоастрономическими методами, является весьма существенным фактором в их динамике. Еще дальше идет утверждение Донна [12], что в межзвездном пространстве имеется сплошной газовый субстрат, который при наблюдениях дает первую линию поглощения, всегда наиболее интенсивную. Возникновение смещенных линий поглощения обязано наличию потоков газа в этом субстрате.

Наблюдения межзвездного газа в линиях излучения и в радиодиапазоне также подтверждают клочковатую структуру межзвездного газа. Количественные данные, полученные этими методами, пока более ограничены. Эмиссионные области межзвездного газа (не эмиссионные туманности, о которых речь будет идти ниже!) трудно наблюдать из-за слабости их свечения, а разрешающая сила радиоспектроскопии пока не настолько велика, чтобы можно было подробно исследовать излучение отдельных облаков. Правда, в последнее время Лоуренсу [13] удалось пронаблюдать отдельные облака в радиолинии 21 см.

Каковы же свойства межоблачной среды, связывающей межзвездный газ в единую систему? Ее открытие и исследование связано с успехами радиоастрономии. С. Б. Пикельнер [6] заметил, что для удержания космических лучей в Галактике необходимо, чтобы межзвездное магнитное поле примерно одинаковой напряженности существовало не только в облаках, где его действие проявляется в поляризации света звезд, но и в межоблачной среде. Если поэтому предположить, что по всему объему Галактики выполняется приблизительное равенство

$$\frac{\rho v^2}{2} = \frac{H^2}{8\pi} \quad (2.4)$$

(а для этого предположения есть основания, см. § 19), то в тех областях межзвездного пространства, где плотность газа мала, должна быть велика скорость движений. Таким образом, межоблачная среда обладает большой дисперсией скоростей — порядка 30—100 км/сек. Это означает, что межоблачная среда может простираться на значительную высоту над галактической плоскостью, преодолевая притяжение Галактики и образуя газовую «корону» Галактики.

В короне содержится и магнитное поле, и частицы космических лучей. Спиральное движение релятивистских электронов в этих магнитных полях приводит к появлению магнитнотормозного радиоизлучения, наблюдаемого нами в виде сферической составляющей космического радиоизлучения. Анализируя его, можно в общих чертах оценить распределение магнитных полей, а следовательно, и газа в межоблачной среде. На рис. 7 приведено схематическое распределение плотности источников сферической составляющей космического

излучения в плоскости, перпендикулярной к плоскости Галактики [1]. Крестиком обозначен центр Галактики, знаком \odot — положение Солнца. Любопытно отметить, что благодаря случайному совпадению (с точностью до постоянного множителя) величины плотности магнитнотормозного радиоизлучения

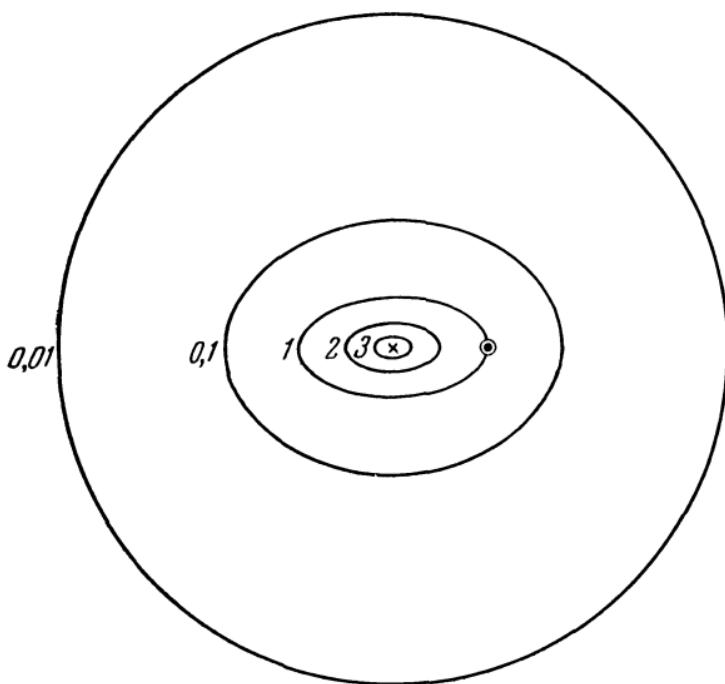


Рис. 7. Распределение плотностей источников сферической составляющей радиоизлучения Галактики в условных единицах. (По И. С. Шкловскому [1].)

в единице объема $KH^{1,8}$ (см. стр. 16) с плотностью энергии магнитного поля $H^2/8\pi$, рис. 7 характеризует в первом приближении также распределение в галактической короне плотности магнитной энергии, а следовательно, в соответствии с (2.4), и плотность кинетической энергии.

Исследование радиоизлучения короны Галактики [14] позволило определить, что плотность газа в ней составляет 10^{-2} см^{-3} , напряженность магнитного поля $3 \cdot 10^{-6} \text{ гс}$ (вдали от плоскости Галактики) и $6 \cdot 10^{-6} \text{ гс}$ вблизи нее, а дисперсия скоростей $\sim 100 \text{ км/сек.}$

Итак, межзвездный газ представляет собой единую газодинамическую систему, простирающуюся на большую высоту над плоскостью Галактики (эквивалентная толщина 3000—4000 pc). Вблизи галактической плоскости в этой системе обнаруживаются сравнительно медленно движущиеся флюктуации плотности, которые мы дальше будем называть *межзвездными облаками* и в которых плотность превышает среднюю в 10—100 раз. По-видимому, эти флюктуации совпадают с соответствующими флюктуациями плотности космической пыли, также расположенной вблизи плоскости галактического экватора. Эквивалентная толщина «слоя флюктуаций» $\sim 200 pc$.

§ 3. Спиральная структура

Характерная особенность распределения межзвездного газа, правда, присущая также и распределению многих типов звезд — это *спиральная структура*. Лучше всего эта структура наблюдается на фотографиях других галактик, полученных на обычных пластинах. Две из них мы здесь воспроизведим (рис. 8 и 9). Спиральные рукава представляют собой вытянутые и закручающиеся вокруг ядра галактики скопления газа, пыли и горячих звезд. Подробное рассмотрение структуры спиральных рукавов, их форм, состава и т. п. вопросы выходят за рамки настоящей книги. Здесь мы ограничимся только кратким изложением данных о связи спиральных рукавов с межзвездной средой.

Спиральные рукава в нашей Галактике лучше всего прослеживаются по наблюдениям радиолинии 21 см. На рис. 10 (стр. 28) приведена карта распределения водорода в галактической плоскости, полученная голландскими астрономами [15]. Спиральные рукава выявляются очень наглядно. Средняя плотность водорода в рукавах 1 cm^{-3} . Направление спирального рукава в среднем мало отличается от окружности в галактической плоскости, но местные отклонения как от галактической плоскости, так и от круговой формы в плоскости Галактики могут быть довольно значительными. В попечном сечении рукава спирали оказываются сплющенными: эквивалентная толщина рукава в направлении, перпендикулярном к галактической плоскости, составляет $\sim 250 pc$, а его размер в галактической плоскости почти в три раза больше.

Рис. 8. Спиральная галактика NGC 2841 типа Sb.





Рис. 9. Пересеченная спираль NGC 1300 типа SBc.

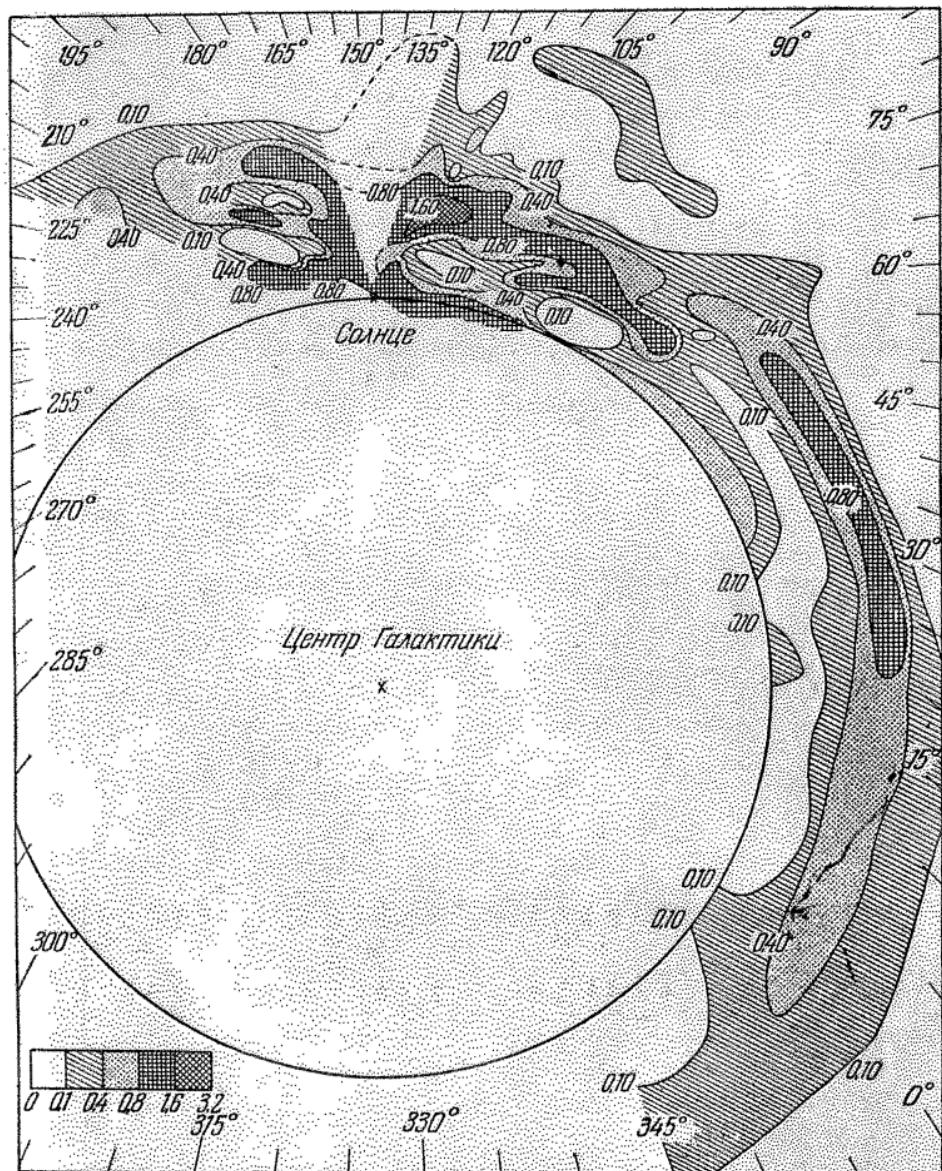


Рис. 10. Распределение нейтрального водорода во внешних частях Галактики по результатам исследования в радиолинии 21 см [15]. Отчетливо видны спиральные рукава. Градусы указывают галактические долготы.

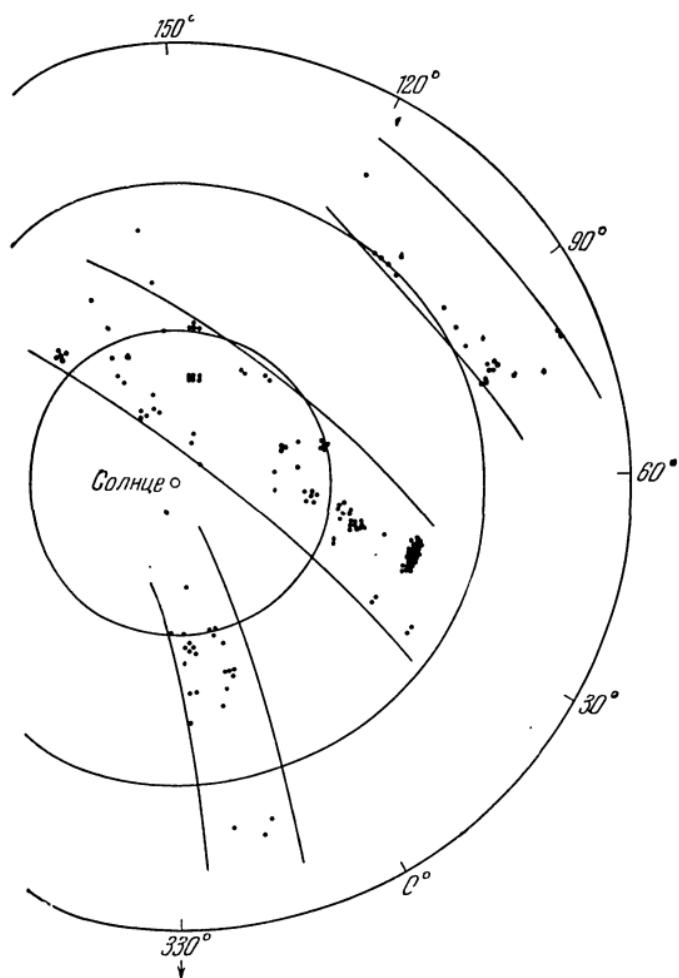


Рис. 11. Схема спиральных ветвей Галактики по результатам наблюдений эмиссионных туманностей. Круги проведены для расстояний в 1000, 2000, 3000 *pc*. Числа указывают галактические долготы, стрелка — направление на центр Галактики. (По В. Газе [16].)

Сpirальные рукава также хорошо прослеживаются и по распределению эмиссионных туманностей (рис. 11, стр. 29). Правда, их концентрация к рукавам может отчасти быть объяс-

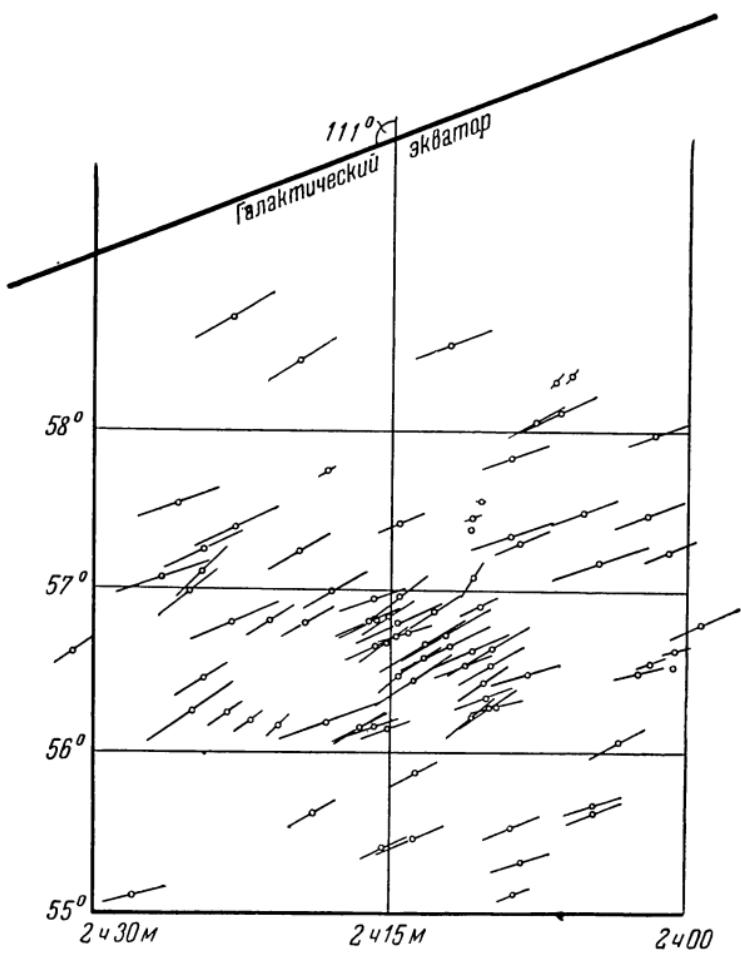


Рис. 12. Поляризация света звезд в области неба, где луч зрения пересекает спиральный рукав Галактики.

нена концентрацией к спиральным рукавам горячих звезд типа О—B, возбуждающих свечение этих туманностей [16].

Особенно интересно распределение магнитного поля в спиральных рукавах. На рис. 12 показано направление поляри-

зации света звезд в области, где луч зрения пересекает спиральный рукав; мы видим сильное магнитное поле, ориентированное параллельно плоскости Галактики. На рис. 13 показана поляризация света звезд в области, где луч зрения

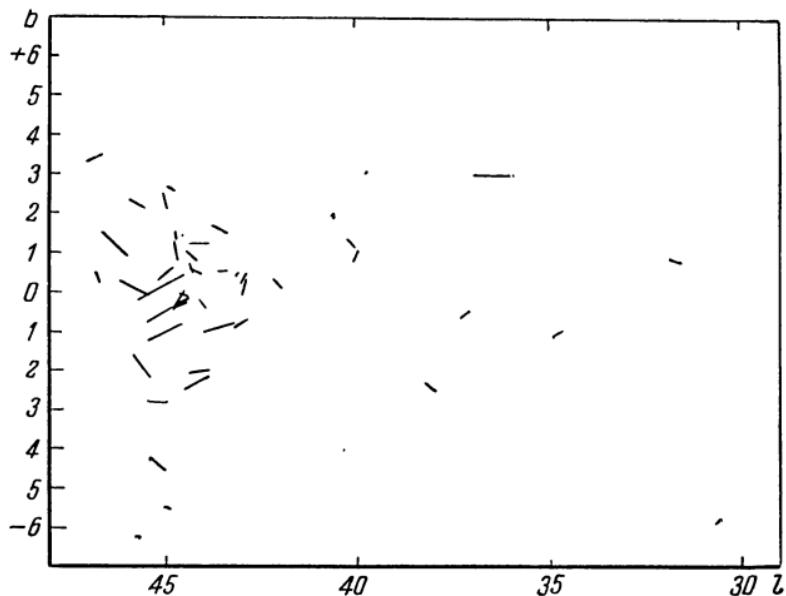


Рис. 13. Поляризация света звезд в области неба, где луч зрения идет вдоль спирали Галактики.

идет вдоль спирального рукава; здесь наблюдается хаотическое распределение компоненты магнитного поля. Таким образом, магнитное поле в спиральных рукавах имеет более или менее регулярный характер и направлено вдоль рукавов. Более того, мы можем, по-видимому, сказать, что само образование спиральных рукавов самым тесным образом связано с межзвездным магнитным полем.

§ 4. Волокнистая структура туманностей

Одной из самых интересных особенностей распределения межзвездного газа является наличие волокнистой структуры. На рисунках 14—16 приведены некоторые примеры. Волокна—это светящиеся эмиссионные области, поперечные размеры

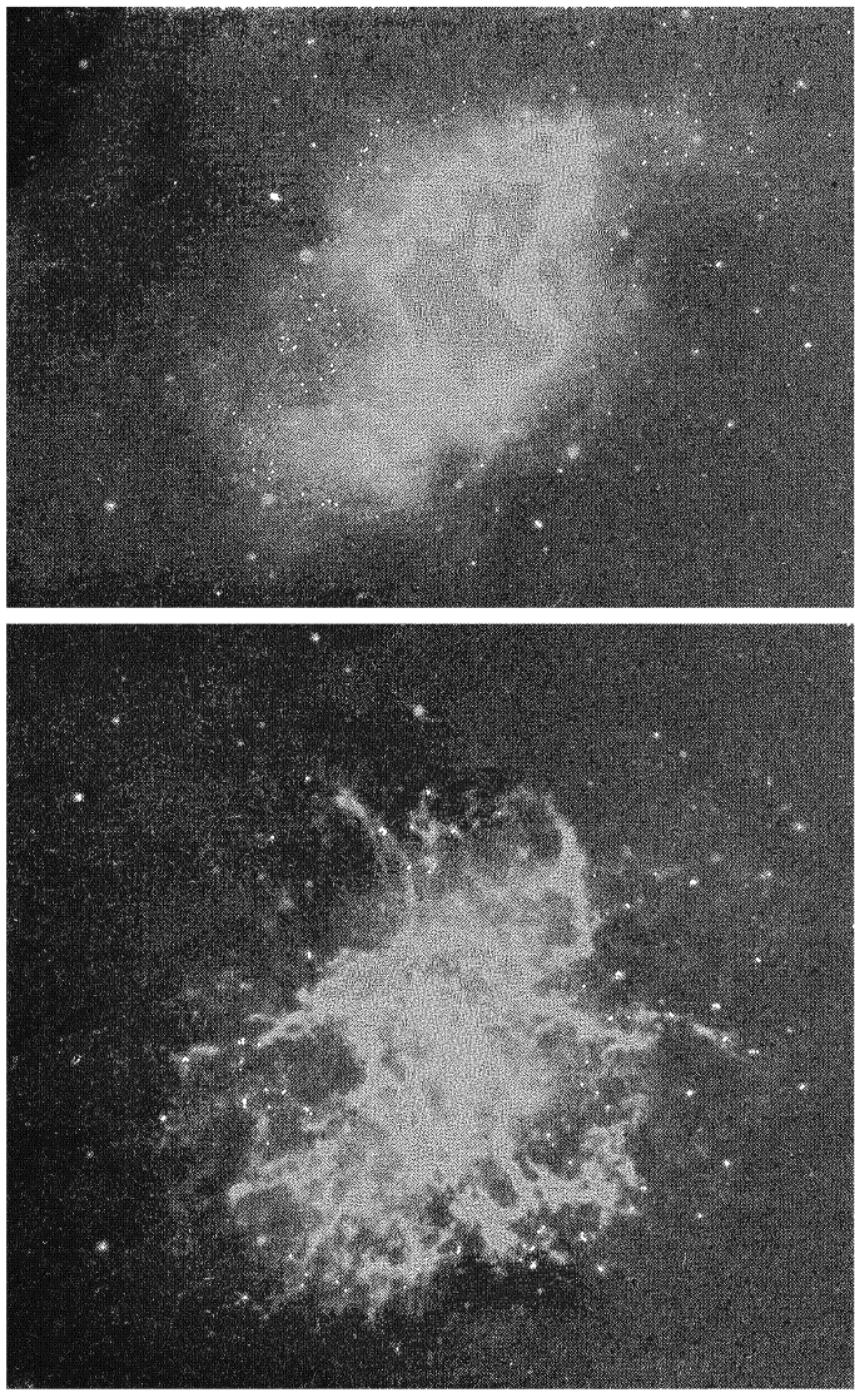


Рис. 14. Волокнистая структура Крабовидной туманности (слева) и ее «аморфная» масса (оптическое магнитотормозное излучение) — справа.

которых в десятки и сотни раз меньше их продольного размера. Волокнистая структура, правда, в менее резко выраженной форме, заметна и у темных туманностей (рис. 17, стр. 35).

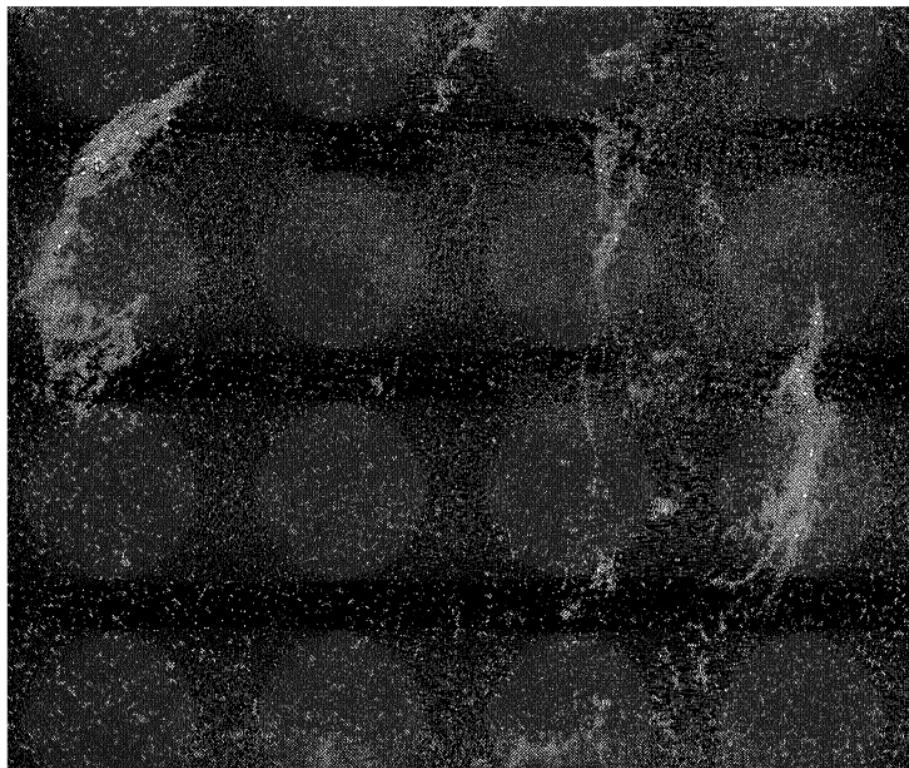


Рис. 15. Туманности NGC 6960, 6992—5 в созвездии Лебедя.

Плотность газа в волокнах в некоторых случаях велика — порядка нескольких сотен атомов водорода на 1 см^3 . Направления движения газа в них точно неизвестно, но сами волокна перемещаются иногда с большой скоростью: например, волокна туманностей NGC 6960 и 6992—5 (рис. 15) — со средней лучевой скоростью 75 км/сек (у разных волокон скорость различна — по Минковскому от 65 до 115 км/сек), а волокна Крабовидной туманности (рис. 14) имеют скорость до 1300 км/сек . Г. А. Шайн, которому мы обязаны наиболее

полным исследованием волокон, подчеркивал [17], что их направление обычно близко совпадает с направлением магнитного поля. Часто они бывают параллельны друг другу, во многих случаях волокна и темные туманности вытянуты

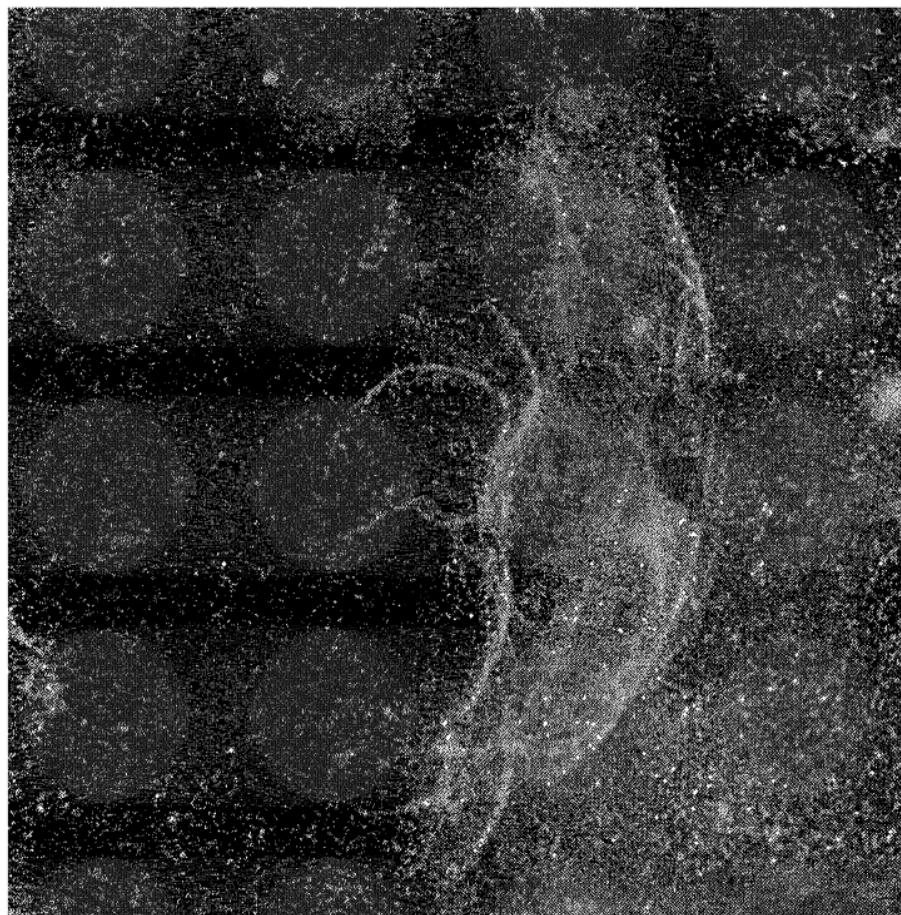


Рис. 16. Волокнистые туманности в созвездии Возничего.

параллельно галактической плоскости. Столь же часто встречается и округлая форма волокон. Все это могло быть следствием соответствующей геометрии магнитных полей. Возможно, что волокнистая структура остатков сверхновых (рис. 14—15) и галактических туманностей различна, в част-

ности, в последних случаях плотность газа в них может быть гораздо меньше.

В связи с этим стоит упомянуть об одной волокнистой туманности, являющейся, пожалуй, самым интересным объектом



Рис. 17. Темные волокнистые туманности около $\alpha = 17^h 20^m$, $\delta = 24^\circ$.

на небе — о Крабовидной туманности. Помимо волокнистой структуры, эта туманность дает и «аморфное» свечение в непрерывном спектре — как оптическом, так и в радиочастотах. И. С. Шкловский [18] отождествил ее свечение с магнитнотормозным излучением релятивистских электронов.



Рис. 18. Распределение магнитных полей в Крабовидной туманности, полученное по исследованию поляризации ее магнитнотормозного оптического излучения [19].

Это отождествление позволило Оорту и Вальравену [19] определить распределение магнитных полей в этой туманности. Рис. 18 иллюстрирует их результат.

Исследования, выполненные к настоящему времени, позволили получить более или менее подробную качественную картину различных форм волокнистых туманностей. К сожалению, у нас еще слишком мало количественных данных, которые могли бы послужить уверененным основанием теории.

ГЛАВА II

ФИЗИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ МЕЖЗВЕЗДНОГО ГАЗА

Движение газа в любых условиях, в том числе и в межзвездном пространстве, определяется как внешними силами, вызывающими это движение, так и значениями параметров (температура, степень ионизации), описывающих термодинамическое состояние газа. В межзвездной газодинамике необходимо дополнительно учитывать взаимодействия газа с излучением, магнитными полями и частицами космических лучей.

Все это, вместе взятое, определяет физическое состояние межзвездного газа, знание которого необходимо для понимания сложных газодинамических процессов в межзвездном пространстве.

Краткому изложению современных данных о физическом состоянии межзвездного газа и посвящена вторая глава.

§ 5. Ионизация межзвездного водорода. Лучевое давление

Мы уже отмечали, что межзвездный газ состоит в основном из водорода, и потому степень ионизации последнего является одним из существенных параметров, определяющих состояние межзвездного газа.

Как показал еще в 1939 г. Б. Стремгрен [20], в межзвездном пространстве существуют области ионизированного водорода Н II, окружающие горячие звезды, и области неионизированного водорода Н I, причем переходный слой между этими областями весьма узок. В областях Н II степень ионизации x близка к единице, а в областях Н I она практически равна нулю.

Для нахождения расстояния r_0 границы области Н II от ионизирующей звезды в стационарном случае запишем уравнения ионизационного равновесия:

$$n_p n_e C_{\text{H}} = \frac{n_1}{4\pi} \int_{v_0}^{\infty} k_{\nu} \rho_{\nu} \frac{c d\nu}{h\nu}. \quad (5.1)$$

Здесь n_p , n_e и n_1 — соответственно числа протонов, электронов и атомов водорода в единице объема, C_{H} — вероятность рекомбинации атомов водорода на все уровни за одну секунду, k_{ν} — коэффициент поглощения атома водорода с первого уровня, рассчитанный на один атом, $h\nu_0$ — потенциал ионизации водорода, ρ_{ν} — плотность излучения, для вычисления которой следует взять формулу (1.1), c — скорость света. Левая часть (5.1) представляет собой число рекомбинаций в единице объема за одну секунду, а правая — число ионизаций.

Прежде чем переходить к изучению уравнения (5.1), рассмотрим условия установления равновесия. Очевидно, это уравнение применимо только в тех случаях, когда рассматриваемая область газа находится в равновесии в течение промежутков времени, больших, чем время ионизационной релаксации

$$\tau \approx \frac{1}{n_e C_{\text{H}}}. \quad (5.2)$$

Формулы для C_{H} приводятся во всех курсах астрофизики [21]. Ее величина слабо зависит от температуры: при $T \approx 10000^{\circ}$ $C_{\text{H}} \approx 4,4 \cdot 10^{-13} \text{ см}^{-3} \text{ сек}^{-1}$, при $T = 40000^{\circ}$ $C_{\text{H}} = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ см}^{-3} \text{ сек}^{-1}$. Отсюда $n_e = n_p = 1$, $\tau = 0,7 \cdot 10^5$ лет; это — величина, которой, вообще говоря, не во всех случаях можно пренебрегать. Будем, однако, пока рассматривать области, в которых состояние ионизационного равновесия установилось.

Подставляя в (5.1) формулу (1.1), находим:

$$n_p n_e C_{\text{H}} = n_1 \frac{R_*^2}{16\pi r^2} \int_{v_0}^{\infty} k_{\nu} o_{\nu}^* e^{-\tau_{\nu}} \frac{c d\nu}{h\nu}. \quad (5.3)$$

Если считать, что свободные электроны в основном обязаны ионизации водорода (в области Н II это безусловно справедливо), то

$$n_p \approx n_e = x n_H, \quad n_1 = (1 - x) n_H, \quad \tau = \int_0^r (1 - x) n_H k_v dr; \quad (5.4)$$

здесь n_H — полное число как нейтральных, так и ионизированных атомов водорода в единице объема. Тогда (5.3) и (5.4) представляют собой систему уравнений, определяющих зависимость степени ионизации от расстояния до ионизирующей звезды. Решение этой системы для звезд различных

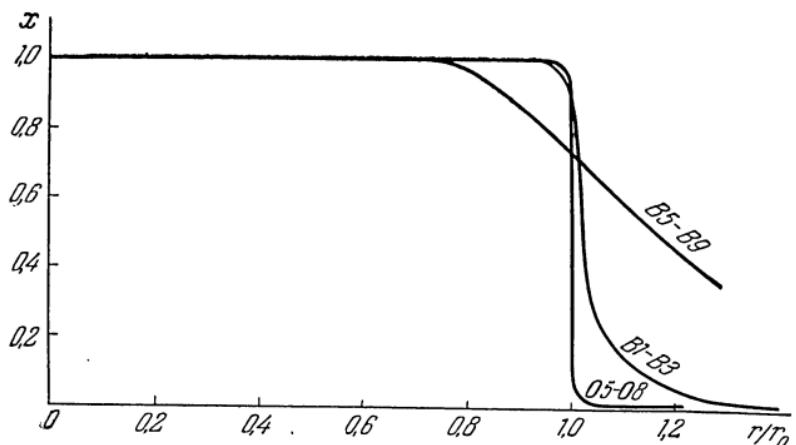


Рис. 19. Зависимость степени ионизации межзвездного водорода x от расстояния до ионизирующей звезды r , выраженного в радиусах зоны ионизации, для разных типов звезд.

спектральных классов (от спектрального класса звезды зависит величина $R_*^2 \rho_v^*$), полученное Стремгреном [20] численным путем, приведено на рис. 19. Как мы видим, степень ионизации очень резко, особенно для горячих звезд, переходит от $x \approx 1$ к $x \approx 0$. Физически это вполне очевидно: как только начинает увеличиваться n_1 , увеличивается поглощение, резко уменьшается экспонента в правой части (5.3), что приводит к еще более резкому увеличению n_1 .

Значение r_0 можно найти из уравнения (5.3) сразу, не прибегая к его решению, если принять, что в областях Н II $n_e (\approx n_p)$ не зависит от r , а в областях Н I $n_p = 0$. Умно-

жим обе части (5.3) на $d\tau = k_{\nu} n_1 dr$ и интегрируем от 0 до ∞ . Тогда

$$C_{\text{II}} \int_0^{r_0} n_e^2 r^2 dr = \frac{R_*^2 n_1}{16\pi} \int_{v_0}^{\infty} \int_0^{\infty} \rho_v^* k_v e^{-\tau_v} \frac{c dv}{hv} \cdot \frac{d\tau_v}{k_v n_1}$$

или

$$C_{\text{H}} \int_0^{r_0} n_e^2 r^2 dr = \frac{R_*^2}{16\pi} \int_{v_0}^{\infty} \rho_v^* \frac{c dv}{hv},$$

откуда (поскольку n_e постоянно в H II)

$$r_0^3 n_e^2 = \frac{3R_*^2}{16\pi C_{\text{H}}} \int_{v_0}^{\infty} \rho_v^* \frac{c dv}{hv}. \quad (5.5)$$

Величины $r_0 n_e^{2/3}$, вычисленные по формуле (5.5) по данным В. Сафонова [22] для звезд разных классов, приведены в табл. 1. Там же приводятся величины q — доля

Т а б л и ц а 1

Спектр. класс	$r_0 n_e^{2/3}$ (r_0 в pc , n_e в cm^{-3})	q	q'	Спектр. класс	$r_0 n_e^{2/3}$ (r_0 в pc , n_e в cm^{-3})	q	q'
O 5	52	0,12	0,24	B 0	15	$2 \cdot 10^{-9}$	0,17
O 6	45	0,10	0,23	B 1	4,5	$1,2 \cdot 10^{-3}$	0,13
O 7	41	0,08	0,21	B 2	3,2	$8,3 \cdot 10^{-4}$	0,10
O 8	36	0,06	0,20	B 3	1,9	$4,3 \cdot 10^{-4}$	0,09
O 9	26	0,04	0,19	B 5	1,2	$2,6 \cdot 10^{-4}$	—

полного излучения звезды в ультрафиолетовой области спектра за пределом серии Лаймана:

$$q = \frac{\int_{v_1}^{\infty} \rho_v^* dv}{\int_0^{\infty} \rho_v^* dv}, \quad (5.6)$$

и величины q' , определяемые формулой

$$q' = \frac{\int_{\nu_0}^{\infty} \rho_{\nu}^{*} \frac{\nu - \nu_0}{\nu} d\nu}{\int_{\nu_0}^{\infty} \rho_{\nu}^{*} d\nu}; \quad (5.7)$$

таким образом, q' — это доля энергии кванта, передаваемого электрону при ионизации атома водорода.

Области ионизованного межзвездного водорода можно наблюдать по излучению ими линий водорода или других элементов (главным образом кислорода), а также в непрерывном спектре. Поэтому их называют *эмиссионными областями*. Излучение в линиях водорода подсчитывается следующим образом: составляются уравнения баланса числа атомов на каждом уровне, т. е. число атомов, попадающих на i -й уровень при рекомбинациях и спонтанных переходах, приравнивается числу атомов, уходящих за тот же промежуток времени с этого уровня благодаря спонтанным переходам; поглощением со всех уровней, кроме основного, можно пренебречь. Затем решается система этих уравнений для всех уровней. Решение дает число атомов водорода, находящихся на возбужденных уровнях.

Очевидно, что это число возбужденных атомов зависит в конечном счете от числа рекомбинаций, т. е. величины $n_e n_p C_H$ [21]. Таким образом, интенсивность излучения определяется величиной $n_e n_p$, точнее, интегралом от этой величины вдоль луча зрения

$$ME = \int_0^{r_0} n_e n_p dr = \bar{n}_e^2 r_0, \quad (5.8)$$

который называется *мерой эмиссии*, поскольку именно этой величиной определяется число рекомбинаций. В табл. 2 приведены значения интенсивности излучения в *эрз/см² сек* эмиссионных областей в некоторых линиях водорода, кислорода и в непрерывном радиоспектре (*ME* выражено в *см⁻⁶ нс*). Величины $n(O II)/n(O)$ и $n(O III)/n(O)$ представляют собой

Таблица 2

Линия	Интенсивность
H_{α}	$6,5 \cdot 10^{-8} ME$
H_{β}	$2,4 \cdot 10^{-8} ME$
[O II] $\lambda 3727 \text{ \AA}$	$9,3 \cdot 10^{-7} ME \cdot \frac{n(\text{O II})}{n(\text{O})}$
[O III] $\lambda\lambda 4959 - 5007 \text{ \AA}$	$9,7 \cdot 10^{-7} ME \cdot \frac{n(\text{O III})}{n(\text{O})}$
Тепловое радиоизлучение в непрерывном спектре	$1,3 \cdot 10^{-21} ME$ на единицу частоты
То же, T_{λ}	$4,8 \cdot 10^{-6} \lambda^2 ME$

отношения числа ионов кислорода в соответствующей степени ионизации к полному числу атомов и ионов кислорода.

Величина $T_{\lambda} = \frac{\lambda^2}{2k} I_{\lambda}$, есть так называемая *яркостная температура* радиоизлучения, в которой часто выражаются результаты измерений космического радиоизлучения. Для того чтобы обнаружить с помощью современных приемников излучения эмиссионные области, необходимо, чтобы их мера эмиссии была порядка 1000—5000; нижний предел — 400. У ярких туманностей ME достигает десятков и сотен тысяч; у туманности Ориона $ME \approx 8 \cdot 10^6$.

Оценим теперь роль лучевого давления в межзвездной газодинамике. Межзвездное излучение может оказывать лучевое давление на межзвездный водород как непосредственно, при поглощении света атомами или ионами, так и косвенно, при рассеянии света на частицах космической пыли.

Рассмотрим сначала первый механизм. Очевидно, лучевое давление на межзвездный водород должно быть сравнительно мало как в областях H II, где мало нейтральных атомов водорода, способных поглощать излучение (давление излучения на протоны пренебрежимо мало), так и в областях H I, куда не проникает излучение звезд в лаймановском континууме, поглощаемое полностью в переходной зоне между областями H II и H I. Таким образом, в областях H I вообще нет излучения, способного оказывать лучевое давление на

водород. На рис. 20 приведено для иллюстрации отношение силы лучевого давления в L_c -излучении к силе гравитационного притяжения для звезд различных типов, рассчитанные В. Сафоновым [22]. Максимум лучевого давления достигается в переходной зоне между Н I и Н II. Учитывая малую

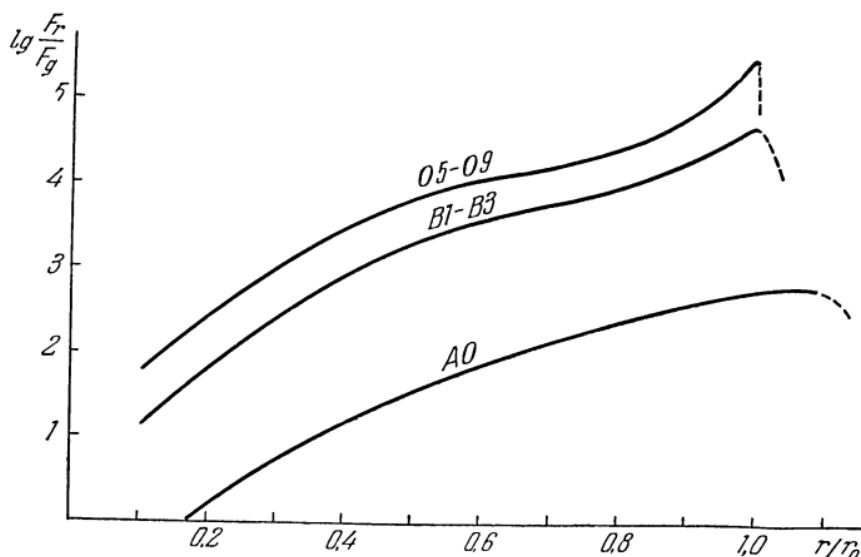


Рис. 20. Отношение силы лучевого давления на межзвездный водород F_r к силе гравитационного притяжения F_g для звезд различных спектральных классов в зависимости от расстояния до звезды в области Н II [22] (r_0 — радиус области Н II).

относительную толщину переходной зоны, мы можем принять, что вся переходная зона, как целое, испытывает со стороны ионизирующей звезды лучевое давление, равное плотности излучения звезды в лаймановском континууме (если накопление L_α -квантов не существенно). Тогда

$$p_{\text{луч}} = \int_{v_0}^{\infty} \rho_v dv = \frac{R_*^2}{4r_0^2} \int_{v_0}^{\infty} \rho_v^* dv = \frac{qL}{4\pi c r_0^2}, \quad (5.9)$$

где L — светимость звезды:

$$L = 4\pi R_*^2 H = 4\pi R_*^2 c \rho^*/4;$$

здесь H — полный поток излучения с единицы поверхности звезды, ρ^* — полная плотность излучения вблизи поверхности звезды, c — скорость света, а q — определяется формулой (5.6).

Если в области Н II успеет накопиться достаточное количество L_{α} -квантов, то их лучевое давление может оказаться больше величины, определяемой (5.9). Для вычисления лучевого давления в этом случае необходимо решение задачи о рассеянии света с учетом механизмов поглощения или ухода L_{α} -квантов из области Н II, т. е. поглощения на частицах космической пыли, уход квантов в крыльях линии L_{α} благодаря эффекту Доплера в движущейся области Н II или благодаря некогерентности рассеяния. Исследования этой задачи проводились во многих работах (см. Занстра [23], В. В. Соболев [24], Миамото [25]). Подробности мы здесь приводить не будем, так как величина давления в L_{α} -излучении, как показали вычисления, по порядку величины лишь немного превышает давление в L_c -излучении. Правда, иногда необходимо учесть «дифференциальный» эффект лучевого давления в линии L_{α} , например расширение переходной зоны или даже ее расщепление (механизм образования двухоболочных туманностей, изученный Г. Гурзадяном [26]).

Межзвездное излучение, а особенно излучение горячих звезд, оказывает сильное лучевое давление на частицы космической пыли, а через них — и на межзвездный газ. На рис. 21 приведены величины отношения лучевого давления на частицы космической пыли к силе гравитационного притяжения звезд разных классов и для частиц различных размеров [22]. Если отвлечься от имеющей место некоторой диффузии пылевых частиц в газе (с максимальной скоростью порядка 1 км/сек), то суммарное лучевое давление на единицу массы газа будет в 100—200 раз меньше, чем на частицы пыли, поскольку самой пыли по массе в 100—200 раз меньше, чем газа. Лучевое давление на межзвездный газ через частицы космической пыли, вообще говоря, больше чем (5.9) на один, максимум два порядка.

Мы не будем здесь заниматься более подробным анализом роли лучевого давления. Дело в том, что лучевое давление всегда гораздо меньше газового. В самом деле, электрон при ионизации атома получает энергию порядка $\hbar(\nu - \nu_0)$, которая затем распределяется между всеми протонами и электронами при их столкновениях. Таким образом, протон и электрон

получают импульсы $\sqrt{2h(\nu - \nu_0)m_p}$ или $\sqrt{2h(\nu - \nu_0)m_e}$, где m_p и m_e — массы протона и электрона соответственно. С другой стороны, импульс, получаемый атомом при поглощении кванта излучения, равен $h\nu/c$. Отношение

$$\sqrt{2h(\nu - \nu_0)m_p} : \frac{h\nu}{c} \approx \sqrt{\frac{2(\nu - \nu_0)c^2m_p}{h\nu^2}} \approx 140 \gg 1, \quad (5.10)$$

откуда и следует, что непосредственное нагревание газа, приводящее к увеличению газового давления, гораздо более

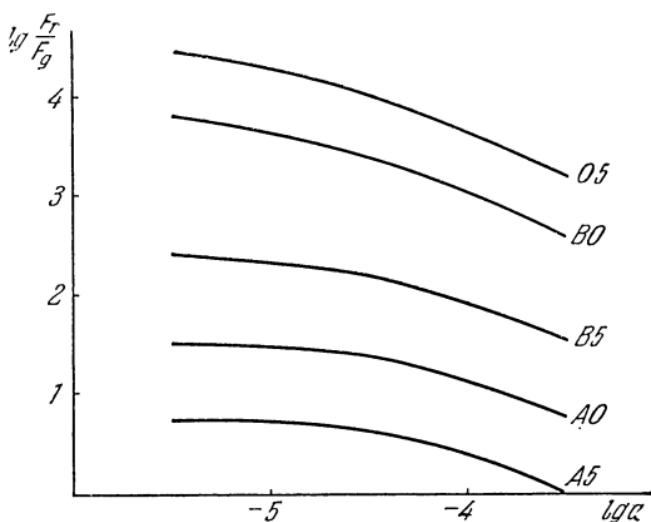


Рис. 21. Отношение сил лучевого давления F_r и гравитационного притяжения к звезде F_g , действующих на частицы космической пыли с показателем преломления $m = 1,33 - 0,04i$ в окрестностях звезд различных спектральных классов в зависимости от диаметра частицы a .

существенно, чем лучевое давление. Правда, при этом происходит и охлаждение газа; поэтому правильнее было бы вместо $h(\nu - \nu_0)$ поставить kT , где T — температура газа. Однако и в этом случае отношение (5.10) по-прежнему остается большим единицы.

Это и доказывает сделанное выше утверждение, что лучевое давление на газ в межзвездной газодинамике играет небольшую роль.

§ 6. Температура межзвездного газа

Обычно в газодинамике считается выполненным условие адиабатичности движения. В самом деле, благодаря малости коэффициентов вязкости и теплопроводности для идеального газа, тепловой контакт с окружающей средой и тепловая диссипация энергии внутри рассматриваемой области движения не существенны (исключая разрывы и в частности ударные волны).

В межзвездной газодинамике роль вязкости и молекулярной теплопроводности также очень невелика, но зато значительно большее значение приобретает взаимодействие газа с излучением. Как мы уже отмечали в § 1 все межзвездное пространство пронизано излучением, плотность которого сравнима с плотностью кинетической энергии межзвездного газа и много больше (по крайней мере, в областях H I) его тепловой энергии. В этих условиях движение газа отнюдь не может рассматриваться как адиабатическое, и учет взаимодействия его с излучением совершенно необходим.

Исходным уравнением для учета этого взаимодействия является первый закон термодинамики:

$$dQ = C_V dT + p dV. \quad (6.1)$$

Здесь C_V — теплоемкость, T — температура, p — давление газа, V — объем грамм-молекулы, dQ — количество тепловой энергии, переданное одной грамм-молекулой газа или, наоборот, отнятое от нее излучением. Обозначим через L количество энергии, излученной газом в единице объема за одну секунду, и через G — количество энергии излучения, поглощенной газом при тех же условиях. Тогда, учитывая уравнение состояния идеального газа и выражение для C_V :

$$p = \frac{RT}{\mu V}, \quad C_V = \frac{3}{2} \frac{R}{\mu}, \quad (6.2)$$

где μ — молекулярный вес, R — газовая постоянная, перепишем (6.1) в виде

$$V(G - L) = \frac{3R}{2\mu} \frac{dT}{dt} + \frac{RT}{\mu V} \frac{dV}{dt}, \quad (6.3)$$

где t — время. Это уравнение можно преобразовать к виду

$$G - L = p \frac{d}{dt} \ln \left(T^{\frac{3}{2}} V \right) = p \left[\frac{\partial}{\partial t} + (v \nabla) \right] \ln \left(T^{\frac{3}{2}} V \right). \quad (6.4)$$

Здесь $\frac{d}{dt}$ — лагранжева производная по времени, т. е. относенная к одному и тому же элементу массы, $\frac{\partial}{\partial t}$ — эйлерова производная по времени, т. е. относенная к одной и той же точке пространства; v — скорость газа, ∇ — оператор Гамильтона.

Для определения величин G и L следует рассмотреть различные механизмы взаимодействия газа с излучением. Начнем с более простого случая области H II.

Приток энергии от излучения к газу в областях H II совершается таким путем. Квант межзвездного излучения ионизирует атом водорода и сообщает отрываемому электрону энергию порядка kT_* , где k — постоянная Больцмана, а T_* — температура излучения. Этот электрон в свою очередь передает избыток своей энергии газу при столкновениях с другими электронами и протонами до тех пор, пока его энергия станет равной по порядку величины kT_e , где T_e — температура электронного газа. Затем электрон рекомбинирует, и весь цикл повторяется снова. Отсюда следует, что приток энергии от излучения к газу определяется величиной

$$G = k (T_* - T_e) C_H n_e n_p, \quad (6.5)$$

так как $C_H n_e n_p$ определяет число рекомбинаций. Формула (6.5) имеет, конечно, приближенный характер, поскольку здесь не учитывается ни зависимость вероятности рекомбинации от температуры, ни зависимость энергии, получаемой электроном при ионизации, от распределения энергии в спектрах излучения звезд. Более точные значения величин $G_{ep} = G/n_e n_p$, вычисленные с учетом этих эффектов [27], изображены на рис. 22.

Возможны и другие механизмы притока энергии в областях H II, но они несущественны по сравнению с вышеописанными.

Потери энергии газа на излучение происходят при возбуждении электронными ударами метастабильных

уровней ионов. Возникающие при обратных переходах кванты излучения в запрещенных линиях беспрепятственно уходят из рассматриваемой области газа благодаря малости коэффициента поглощения в этих линиях. Поэтому

$$L \approx \sum_i h\nu_i v_e \sigma_i(v_e) n_i n_e \approx n_p n_e \sum_i h\nu_i v_e \sigma_i(v_e) \frac{n_i}{n_p}, \quad (6.6)$$

где ν_i — частота линии, $v_e = \sqrt{2kT_e/m_e}$ — скорость электрона, $\sigma_i(v_e)$ — эффективное сечение возбуждения уровня i , n_i — число

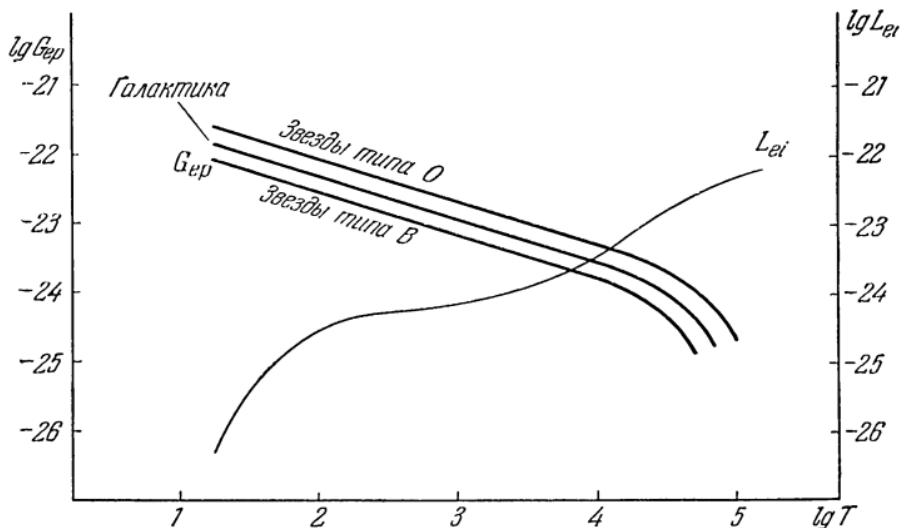


Рис. 22. Величины притока G_{ep} и оттока L_{ei} энергии в областях H II, созданных межзвездным излучением Галактики и звездами О и В.

ионов i -го сорта в единице объема. Суммирование в (6.6) следует провести по всем уровням всех возможных ионов. Наибольший вклад в сумму (6.6) при $T \approx 10^4$ градусов, вносят запрещенные линии однажды (эмиссионные области H II) и дважды (эмиссионные туманности) ионизированного кислорода. Для кислорода численное значение слагаемых в сумме (6.6) с точностью до множителя 4π равно числовому коэффициенту при ME в табл. 2 на стр. 43. Более точные значения $L_{ei} = L/n_e n_p$, вычисленные в предположении, что $\frac{n_i}{n_p} = 2 \cdot 10^{-3}$, приведены на рис. 22 [27]. Сюда включены также потери энергии газа на излучение в непрерывном спектре благодаря свободно-

свободным переходам электрона в поле протона. Других существенных механизмов оттока энергии газа в излучение в областях Н II нет.

Несколько сложнее взаимодействие газа и излучения в областях Н I. Механизм притока энергии, описанный выше, действует и здесь, но теперь вместо ионизации атомов водорода имеет место ионизация и рекомбинация атомов углерода и, возможно, кремния. Также действует здесь и механизм оттока энергии путем возбуждения метастабильных уровней ионов и атомов электронным ударом. Величины L_{ei} и соответственно L_{ea} для атомов при температурах, обычных для

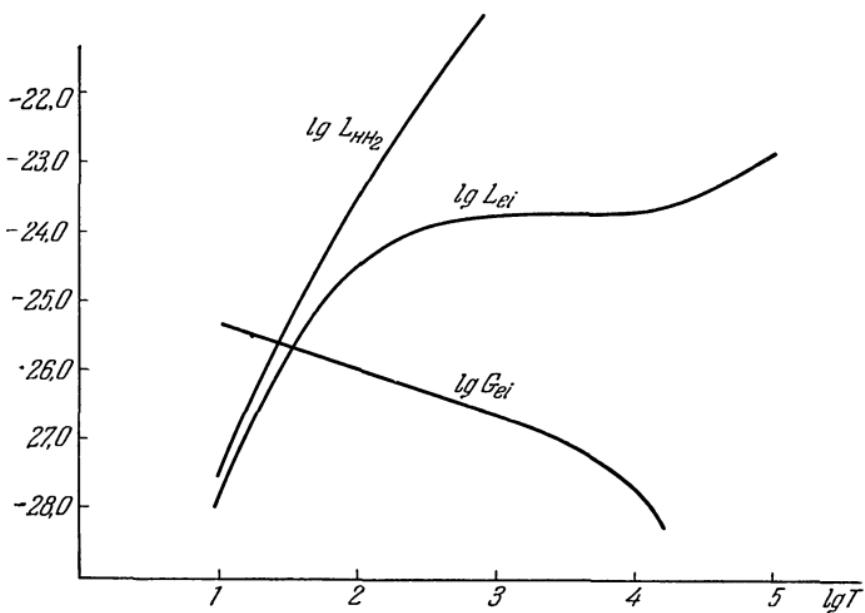


Рис. 23. Приток и отток энергии в областях Н I.

областей Н I, значительно меньше, поскольку высокорасположенные уровни (например, у О I) не возбуждаются, а излучение с низкорасположенных уровней (С II) невелико. На рис. 23 приведены значения $G_{ei} = G/n_e n_H$ и $L_{ei} = L/n_e n_H$ для области Н I. Здесь n_H — число атомов водорода в единице объема, а концентрация ионов принята равной $n_i = 5 \cdot 10^{-4} n_H$.

Однако, в отличие от областей Н II, в областях Н I становятся существенными и другие механизмы притока и

оттока энергии, так как здесь величины G_{ei} и L_{ei} на два порядка меньше, чем в областях Н II.

Приток энергии может осуществляться: 1) путем эмиссии электронов из частиц космической пыли и 2) путем ионизации межзвездных атомов частицами космических лучей. В первом случае газ в единице объема получает от излучения примерно

$$G = 2 - 7 \cdot 10^{-27} n_e n_H \text{ эрг/сек},$$

если принять, что отношение числа пылинок в единице объема к числу атомов водорода равно 10^{-12} . Значения эти, однако, очень неопределены, так как мы не знаем конкретных свойств частиц космической пыли. Во втором случае приток энергии в единице объема составляет

$$G \approx 8,2 \cdot 10^{-27} \text{ эрг/сек}$$

независимо от плотности и температуры.

Важным механизмом охлаждения газа в областях Н I является возбуждение молекул H_2 , если, конечно, они там присутствуют [64]. Возможность этого механизма определяется в первую очередь тем, что число атомов водорода в областях Н I примерно в 2000 раз больше, чем число электронов. К сожалению, у нас нет данных, позволяющих определить число молекул H_2 в межзвездном пространстве. Для образования их необходимо присутствие космической пыли, действующей как катализатор. Грубая оценка приводит к значению

$$n(H_2) \approx 0,1 n(H),$$

однако очень неуверенному. Значения величин $L_{HH_2} = L/n_H n_{H_2}$ приведены на рис. 23 [27], [29]. Заметим, что значения L на рис. 22 и 23 вычислены в предположении, что нет насыщения, т. е. предполагается, что электронная плотность не слишком велика ($n_e < 10^4$).

Вернемся к уравнению (6.4). Первая часть его имеет порядок

$$\frac{p}{\tau} = \rho R T \frac{v}{l},$$

где τ , v и l — характерные время, скорость и масштаб движения межзвездного газа. В соответствии с данными гл. I

мы можем принять: $v \approx 8 \text{ км/сек}$, $l \approx 100 \text{ pc}$ и, следовательно,

$$\tau \approx \frac{l}{v} \approx 10^7 \text{ лет.}$$

Полагая $\rho \approx 10^{-24} \text{ г/см}^3$, получаем для правой части (6.4) оценку:

$$\frac{P}{\tau} \approx 2,2 \cdot 10^{-31} T. \quad (6.7)$$

Сравнивая величину P/τ по (6.7), т. е. порядок правой части (6.4), с данными рис. 22 и 23, мы видим, что в областях H II величина P/τ при $n_e = 1$ и при $T < 10^5$ градусов всегда значительно меньше L и G . Так как при увеличении n_e величины L и G также увеличиваются пропорционально n_e^2 [см. (6.5) — (6.6) при $n_e \approx n_p$], в то время как (6.7) увеличивается пропорционально n_e , то мы можем сделать заключение: в областях H II взаимодействие газа с излучением настолько сильно, что изменение тепловой энергии газа зависит почти исключительно от этого взаимодействия [31]. Следовательно, при движении газа в области H II с примерно одинаковыми условиями в смысле плотности и температуры межзвездного излучения температура самого газа определяется уравнением

$$L - G \approx 0 \quad (6.8)$$

и не зависит от состояния движения, которое должно поэтому рассматриваться как изотермическое [32] с температурой $T = 10000^\circ$ [28], [30], как это следует из (6.8) и данных рис. 22.

В областях H I величина n_e мала: $10^{-3} — 10^{-4}$. Поэтому величина $G \approx G_{ei} n_e n_H$ меньше правой части (6.4). Однако величина

$$L = (L_{ei} n_e + L_{HH_2} n_{H_2}) n_H,$$

как легко убедиться по данным рис. 23, сравнима, а при больших температурах значительно больше правой части (6.4). Таким образом, хотя в областях H I условие (6.8) не выполняется и температура зависит от состояния движения, все же взаимодействие газа с излучением оказывается сильным, но односторонним. Так как величина L зависит экспоненциально от температуры, а правая часть (6.4) или (6.7) пропорциональна температуре, то зависимость температуры газа от его

движения сравнительно слаба и во многих случаях (в особенности, если $n_H \gg 1$ и $n_{H_2} \approx 0,1 n_H$) движение газа в областях Н I может также рассматриваться как изотермическое при $T \approx 100^\circ$ [28], как это следует из значения p/τ по (6.7) и данных рис. 23.

Однако условие изотермичности справедливо в областях Н I тогда, когда отсутствуют какие-либо источники сильного нагревания. Если же, например, при столкновении облаков температура их повысилась до нескольких тысяч градусов, но водород при этом не успел ионизоваться, то дальнейшее их движение, конечно, уже не будет изотермичным, поскольку газ в нагретых облаках будет интенсивно остывать и это, несомненно, повлияет на его движение. Однако скорость охлаждения газа будет слабо зависеть от состояния движения и определится уравнением (6.4) при $G = 0$. Исследование охлаждения газа в областях Н I после столкновения облаков было выполнено Каном [33] и Ситоном [29].

Изотермичность движений межзвездного газа как в областях Н II, так и в областях Н I, и большая разница их температур — 100° и $10\,000^\circ$ соответственно, — дает целый ряд качественно новых явлений [31], [32]. Следует, однако, иметь в виду, что вычисленные значения величин G и L обладают весьма малой точностью: здесь возможны ошибки в два раза и более. Поэтому большое значение имеют определения температур газа из наблюдений.

Наиболее надежным методом определения температуры в областях Н II является предложенный В. А. Амбарцумяном [21] метод сопоставления интенсивности запрещенных линий, принадлежащих одному и тому же иону, например О III. Дважды ионизированный ион кислорода имеет два метастабильных уровня с потенциалами возбуждения 2,5 и 5,3 эв соответственно. Интенсивность излучения небулярных линий $\lambda\lambda 4959 - 5007$ определяется возбуждением первого уровня, а интенсивность линии $\lambda 4363$ — возбуждением второго уровня. Поскольку вероятности возбуждения обоих уровней экспоненциально зависят от электронной температуры, то отношение интенсивности этих линий также экспоненциально зависит от температуры:

$$\frac{I(\lambda\lambda 4959 - 5007)}{I(\lambda 4363)} = 4,1 e^{\frac{-33\,000}{T}}. \quad (6.9)$$

Эта формула позволяет определять электронные температуры с большой точностью. К сожалению, эти линии не всегда наблюдаются.

Уравнение, подобное (6.9), можно получить и для других ионов и атомов. Применение этого метода в тех случаях, когда это оказалось возможным, действительно подтвердило приведенный выше результат теоретического расчета, а именно: температура межзвездного газа в областях Н II меняется в сравнительно узких пределах и близка к $10\,000^{\circ}$.

Однако этот метод пока удалось применить в основном к планетарным туманностям ($T \approx 7000$ — $20\,000^{\circ}$) и к туманности Ориона ($T \approx 12\,000^{\circ}$), поскольку именно в этих случаях, во-первых, кислород находится главным образом в дважды ионизованном состоянии, а во-вторых, плотность газа достаточно велика (большая мера эмиссии). В эмиссионных областях Н II кислород находится, как правило, в однажды ионизованном состоянии. Однако, поскольку в областях Н II температура мало зависит от плотности газа и свойств ионизирующей звезды, можно считать, что и в эмиссионных областях температура газа близка к температуре эмиссионных туманностей.

Температура газа в областях Н I определяется по интенсивности космического радиоизлучения в линии 21 см. Наблюдения показали, что в направлениях на центр и на антицентр Галактики межзвездный газ является «радиооптически толстым» для этой линии. В таком случае интенсивность излучения в ней определяется законом Рэлея—Джинса (так как $h\nu \ll kT$):

$$I_{\nu} = \frac{2\nu^2}{c^2} kT,$$

откуда и определяется T в областях Н I. Результаты многих наблюдений согласно показывают, что $T \approx 100^{\circ}$ в согласии с теоретическими расчетами. Правда, как отметил Ф. Кан [33], определенная таким образом температура является, вообще говоря, средней гармонической от температур различных областей Н I вдоль луча зрения:

$$T = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{T_i} \right]^{-1},$$

ибо относительная населенность уровней сверхтонкой структуры пропорциональна $h\nu/kT$. Но, поскольку коэффициент поглощения в линии 21 см согласно И. С. Шкловскому [1] равен $1,20 \text{ кпс}^{-1}$, то луч зрения проходит всего лишь через несколько облаков, и действительная температура газа в отдельных облаках и областях Н I, вероятно, не слишком сильно отличается от 100° .

§ 7. Взаимодействие межзвездного газа с магнитными полями

Многочисленные теоретические соображения и наблюдательные данные, о которых мы уже упоминали в гл. I, свидетельствуют о том, что в межзвездном пространстве существует магнитное поле, плотность энергии которого по порядку величины равна плотности кинетической энергии движений межзвездного газа. Как показывают поляризационные наблюдения, в одних областях межзвездного пространства это поле имеет более или менее правильный, регулярный характер, в других — «запутанную», хаотическую, турбулентную структуру, например в Крабовидной туманности (см. рис. 18, стр. 36). Взаимодействие межзвездного газа с межзвездными магнитными полями является одной из самых существенных особенностей межзвездной газодинамики. Правильнее было бы даже говорить — «межзвездная магнитогазодинамика». Уравнения движения в магнитной газодинамике и ряд следствий из них мы будем изучать в последующих главах. Здесь же мы остановимся лишь на некоторых вопросах, относящихся к описанию физического состояния межзвездного газа (см. также [34]).

Рассмотрим прежде всего, электропроводность межзвездного газа. Известно, что если не требовать большой точности, формула для электронной (продольной) электропроводности ионизированного газа может быть записана в виде:

$$\sigma_0 = \frac{n_e e^2}{m_e} \tau_e, \quad (7.1)$$

где m_e и e — масса и заряд электрона, τ_e — среднее время свободного пробега электрона. Для областей Н II $\sigma_0 = 6 \cdot 10^{-9} \text{ CGSM}$, а для областей Н I $\sigma_0 = 6 \cdot 10^{-12} \text{ CGSM}$ *).

*) В дальнейшем мы будем пользоваться системой CGSM, не оговаривая этого специально.

Вследствие разреженности межзвездного газа частота столкновений электронов $1/\tau_e$ много меньше ларморовой частоты:

$$\omega = \frac{eH}{m_e c} \gg \frac{1}{\tau_e}$$

(H — напряженность магнитного поля). В этом случае электропроводность газа становится *анизотропной*, и вместо обычного закона Ома

$$j = \sigma E$$

следует пользоваться выражением

$$j = \sigma_0 E_{\parallel} + \sigma_1 E_{\perp} + \sigma_2 \frac{[HE_{\perp}]}{H}. \quad (7.2)$$

Здесь j — вектор плотности тока, E_{\parallel} и E_{\perp} — соответственно параллельная и перпендикулярная напряженности магнитного поля H компоненты напряженности электрического поля, σ_1 — проводимость тока, перпендикулярного к вектору H , σ_2 — проводимость тока Холла.

В электродинамике плазмы доказывается, что для бинарного газа, состоящего из электронов и ионов одного сорта, в котором основной является электронная проводимость, имеет место соотношение [38] (если $\omega\tau \gg 1$):

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_0}{1 + (\omega\tau)^2} \approx \frac{\sigma_0}{(\omega\tau)^2}; \quad \sigma_2 = \frac{\sigma_0 \omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2} \approx \frac{\sigma_0}{\omega\tau}. \quad (7.3)$$

В межзвездном газе почти всегда электропроводность является электронной и $\omega\tau \approx 3,5 \cdot 10^5$ в областях Н I и $\omega\tau = 3,5 \cdot 10^7$ в областях Н II. В областях Н II условие $\omega\tau \gg 1$ выполняется благодаря обилию электронов, в областях Н I благодаря тому, что при низких температурах эффективное сечение столкновений ионизованных частиц значительно превышает эффективные сечения столкновений ионов с нейтральными атомами.

Подсчитаем диссиацию магнитной энергии в тепловую (джоулево тепло) вследствие электрического сопротивления в газе. Изменение полной магнитной энергии в некоторой области со временем будет равно:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int \frac{H^2}{8\pi} dv &= -\frac{1}{4\pi} \int (\mathbf{H} \operatorname{rot} \mathbf{E}) dv = \\ &= -\frac{1}{4\pi} \int \{\operatorname{div} [\mathbf{E}\mathbf{H}] + (\mathbf{E} \operatorname{rot} \mathbf{H})\} dv = -\int (\mathbf{E}\mathbf{j}) dv. \end{aligned} \quad (7.4)$$

Здесь использованы уравнения Максвелла

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\operatorname{rot} \mathbf{H}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = 4\pi \mathbf{j} \quad (7.5)$$

(поскольку током смещения можно пренебречь) и проведено интегрирование по всему пространству; интеграл $\int \operatorname{div} [\mathbf{E}\mathbf{H}] dv$ преобразуется в интеграл по поверхности и исчезает.

Вычислим диссипацию магнитной энергии, вызванную компонентой тока вдоль вектора \mathbf{H} . Согласно (7.2) $\mathbf{j} = \sigma_0 \mathbf{E}_{\parallel}$, поскольку ток в этом случае определяется продольной проводимостью. Поэтому из (7.4):

$$\frac{d}{dt} \int \frac{H^2}{8\pi} dv = - \int \sigma_0 E_{\parallel}^2 dv = - \int \frac{j^2}{\sigma_0} dv. \quad (7.6)$$

Компонента тока, перпендикулярная к вектору \mathbf{H} , также вызывает диссипацию магнитной энергии. Так как полная величина перпендикулярного тока

$$j^2 = (\sigma_1^2 + \sigma_2^2) E_{\perp}^2$$

складывается из двух взаимно-перпендикулярных компонентов $\sigma_1 \mathbf{E}_{\perp}$ и $\sigma_2 \frac{[\mathbf{H}\mathbf{E}_{\perp}]}{H}$, то

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int \frac{H^2}{8\pi} dv &= - \int \sigma_1 E_{\perp}^2 dv = \\ &= - \frac{\sigma_1}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \int j^2 dv = - \frac{1}{\sigma_3} \int j^2 dv. \end{aligned} \quad (7.7)$$

Из (7.3) и (7.7) следует:

$$\sigma_3 = \sigma_1 + \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1} = \frac{\sigma_0}{1 + (\omega\tau)^2} + \frac{\sigma_0 (\omega\tau)^2}{1 + (\omega\tau)^2} = \sigma_0, \quad (7.8)$$

т. е. диссипация магнитной энергии при поперечном токе также определяется продольной проводимостью. Этот результат был получен различными методами А. Шлютером [35], Д. Пиддингтоном [36], Т. Коулингом [37] и другими.

Подсчитаем время заметной диссипации энергии магнитного поля. Для этого сравним порядки правой и левой части уравнения (7.6):

$$\frac{H^2}{t} \approx \frac{j^2}{\sigma_0}, \quad (7.9)$$

где t — время заметной диссипации магнитной энергии. С другой стороны, сравнивая порядки величин в обеих частях уравнения (7.5), находим: $H^2 \sim (4\pi j l)^2$, где l — масштаб флюктуаций магнитного поля ($\text{rot } \mathbf{H} \approx \mathbf{H}/l$). Подставляя затем это условие в (7.9), получаем

$$t \approx \frac{\sigma_0 H^2}{j^2} \approx \sigma_0 l^2. \quad (7.10)$$

Численное значение правой части (7.10) в областях Н I $t \approx 2 \cdot 10^{20}$ лет, а в областях Н II $t \approx 2 \cdot 10^{17}$ лет. Таким образом, время заметной диссипации магнитной энергии как в областях Н I, так и в областях Н II оказывается много больше времени существования системы межзвездного газа. Следовательно, за время, в течение которого происходят заметные изменения геометрии межзвездных магнитных полей, движения газовых облаков и т. п., лишь ничтожная доля магнитной энергии успеет превратиться в тепловую. Это условие эквивалентно допущению, что при движении межзвездной среды электропроводность можно считать *бесконечно большой*. В дальнейшем, за исключением особо оговоренных случаев, мы будем полагать $\sigma_0 \rightarrow \infty$.

Отметим, что формулы (7.2), (7.4) и (7.5) справедливы, вообще говоря, в том случае, если газ поконится. Если же газ движется со скоростью v , то эти формулы также можно применить, заменив E на $E + [\mathbf{v}\mathbf{H}]$ в соответствии с законом преобразования электрического поля при переходе от одной инерциальной системы координат к другой. В этом случае правая часть (7.4) будет содержать член $(\mathbf{j}[\mathbf{v}\mathbf{H}])$, описывающий работу сил Лоренца.

Мы видим, что свободные электрические заряды и потенциальные электрические поля в межзвездном пространстве практически существовать не могут — благодаря хорошей электропроводности они быстро исчезают. Поэтому для межзвездной газодинамики существенны лишь межзвездные магнитные поля и индуцированные ими вихревые электрические поля, что, кстати, и оправдывает выбор электромагнитной системы единиц.

Межзвездные магнитные поля не только сами оказывают влияния на движение межзвездного газа. Имеет место и обратный процесс — движение межзвездного газа изменяет конфигурацию и плотность энергии магнитных полей, уси-

ливая или ослабляя их. Для того чтобы показать это, выведем формулу, описывающую изменение магнитного поля при движении ионизованного электропроводящего газа. Ради простоты ограничимся сначала случаем изотропной электропроводности. Обозначим через \mathbf{E}' электрическое поле в движущейся с газом системе отсчета, а через \mathbf{E} — поле в системе отсчета наблюдателя. Тогда уравнения, определяющие ток, будут

$$\mathbf{j} = \sigma_0 \mathbf{E}' = \sigma_0 (\mathbf{E} + [\mathbf{vH}]). \quad (7.11)$$

Подставим значение \mathbf{E} из (7.11) в первое уравнение Максвелла (7.5):

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\operatorname{rot} \left(\frac{\mathbf{j}}{\sigma} - [\mathbf{vH}] \right).$$

Исключая из этого выражения $\operatorname{rot} \mathbf{j}$ с помощью второго уравнения Максвелла (7.5), находим

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \operatorname{rot} [\mathbf{vH}] = \frac{1}{4\pi\sigma} \Delta \mathbf{H}, \quad (7.12)$$

где Δ — оператор Лапласа. Уравнение (7.12) и определяет изменение магнитного поля при движении газа.

Если учесть анизотропию электропроводности, то в правой части уравнения (7.12) следует вместо $\Delta \mathbf{H}/4\pi\sigma$ подставить выражение

$$\frac{1}{4\pi\sigma_0} \left(\Delta \mathbf{H} - (\omega\tau) \operatorname{rot} \left[\operatorname{rot} \mathbf{H} \frac{\mathbf{H}}{H} \right] \right), \quad (7.13)$$

как это было показано Пиддингтоном [36], Б. Н. Гершманом и В. Л. Гинзбургом [39] *). В дальнейшем это изменение, да и вообще всю правую часть (7.12), мы учитывать не будем (за исключением теории газомагнитной турбулентности), так как уже отмечалось, что диссипация магнитной энергии в тепловую, которая как раз и описывается правой частью (7.12), не имеет существенного значения для межзвездной газодинамики.

С помощью известных формул векторного анализа перепишем уравнение (7.12) (с равной нулю правой частью) в виде

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla) \mathbf{H} - (\mathbf{H}\nabla) \mathbf{v} - \mathbf{H} \operatorname{div} \mathbf{v} = 0. \quad (7.14)$$

*) Отметим, впрочем, что (7.13) не является точной формулой.

Комбинируя это уравнение с уравнением непрерывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = \frac{\partial \rho}{\partial t} + (\mathbf{v} \operatorname{grad} \rho) + \rho \operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \quad (7.15)$$

находим формулу [38]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\mathbf{H}}{\rho} \right) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \right) \frac{\mathbf{H}}{\rho} = \left(\frac{\mathbf{H}}{\rho} \nabla \right) \mathbf{v}, \quad (7.16)$$

описывающую важнейший в межзвездной газодинамике *принцип приклеенности или вмороженности*.

Другое выражение для этого принципа получим, подсчитав изменение магнитного потока через поверхность S , ограниченную движущимся вместе с газом контуром Ω :

$$\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{H} dS = \int_S \left[\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + \mathbf{v} \operatorname{div} \mathbf{H} \right] dS + \int_S \mathbf{H} \frac{d}{dt} (dS); \quad (7.17)$$

последний член описывает изменение потока благодаря движению контура. Имеем

$$\int_S \mathbf{H} \frac{d}{dt} (dS) = - \int_{\Omega} (\mathbf{H} [\mathbf{v} dl]) = - \int_{\Omega} ([\mathbf{v} \mathbf{H}] dl),$$

где dl — элемент контура. По теореме Стокса

$$\int_{\Omega} ([\mathbf{v} \mathbf{H}] dl) = - \int_S \operatorname{rot} [\mathbf{v} \mathbf{H}] dS.$$

Отсюда

$$\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{H} dS = \int_S \left\{ \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \operatorname{rot} [\mathbf{v} \mathbf{H}] \right\} dS = 0 \quad (7.18)$$

в силу (7.12) при правой части, равной нулю. Таким образом, поток магнитной энергии через контур, движущийся вместе с газом, не меняется при движении.

Что же означает сохранение магнитного потока через поверхность, ограниченную движущимся вместе с газом контуром? Если бы поток газа мог пересекать магнитные силовые линии, то в этом потоке образовался бы ток очень большой силы благодаря большой величине электропроводности межзвездного газа. По закону Ленца, возникающая благодаря росту тока обратная электродвижущая сила тормозит движение потока и либо останавливает его, либо уве-

кает за собой магнитные силовые линии, т. е. поток газа не может пересечь магнитные силовые линии. Таким образом, при движении газа его частицы остаются все время как бы «при克莱енными» к магнитной силовой линии, либо двигаясь все время вдоль нее, либо (при попечном движении) увлекая ее за собой. Другими словами, при бесконечно большой электропроводности межзвездного газа магнитные силовые линии как бы «вморожены» в вещество.

Из формулы (7.16) следует, что при увеличении плотности газа, движущегося перпендикулярно к H , увеличивается и напряженность магнитного поля, т. е. магнитные силовые линии сжимаются, так как в этом случае $H/\rho = \text{const}$. Если движение газа имеет хаотический (турбулентный) характер, то это движение, увлекая за собой магнитные силовые линии, «запутывает» их, увеличивая тем самым и плотность магнитной энергии. Очевидно, что это «запутывание» ограничено условием

$$\frac{\rho \bar{v}^2}{2} \geq \frac{H^2}{8\pi},$$

где $\sqrt{\bar{v}^2}$ — средняя квадратичная скорость движения. Если бы плотность магнитной энергии стала больше плотности кинетической энергии, то движение газа определялось бы магнитным полем; магнитные силовые линии стремились бы «распутаться», плотность магнитной энергии при этом уменьшалась, а кинетическая энергия — увеличивалась. Таким образом, в равновесном состоянии в среде, где существует хаотическое движение электропроводящего газа, присутствует и «запутанное» магнитное поле, напряженность которого определяется равенством

$$\sqrt{\bar{H}^2} \approx \sqrt{4\pi\rho\bar{v}^2}.$$

В межзвездном пространстве $v \approx 8 \text{ км/сек}$, $\rho \approx 10^{-24} \text{ г/см}^3$, поэтому

$$\sqrt{\bar{H}^2} \approx 5 \cdot 10^{-6} \text{ гс}$$

в согласии с наблюдательными данными (гл. I).

Различные конкретные задачи межзвездной магнитной газодинамики мы рассмотрим в следующих главах.

§ 8. Релятивистские частицы в межзвездном пространстве

Рассматривая в § 1 различные компоненты межзвездной среды, мы уже отметили наличие там релятивистских частиц — первичных космических лучей. Космические лучи, которые мы исследуем на Земле, состоят главным образом из протонов. Кроме того, имеются ядра гелия и более тяжелых элементов, причем процентный состав их примерно соответствует среднему химическому составу звезд и межзвездного газа. Плотность энергии космических лучей порядка 10^{-12} эрг/см³, средняя энергия протона 10^8 — 10^9 эв, однако наблюдаются частицы с энергией до 10^{17} — 10^{18} эв.

Одно из наиболее важных свойств космических лучей — это их *изотропность*. Хотя, как показали наблюдения, Солнце тоже испускает релятивистские частицы, в особенности во время сильных вспышек, все же подавляющая часть космического излучения полностью изотропна, — так что интенсивность их потока на Земле не зависит от направления.

Электронов в составе первичной компоненты космических лучей, по-видимому, меньше 1%. Однако, как теперь хорошо известно, именно электронная компонента космического излучения в межзвездном пространстве может быть наблюдаема средствами радиоастрономии. Торможение релятивистских электронов в межзвездных магнитных полях дает излучение в радиочастотах, а в некоторых случаях, как, например, в Крабовидной туманности или в галактике NGC 4486 — и в оптическом спектре [1]. По спектру и интенсивности этого излучения можно определить спектр релятивистских частиц, который, кстати, почти во всех случаях оказывается степенным (см. § 1, а также [1]).

Нас здесь будет интересовать совсем другая сторона проблемы космического излучения — его взаимодействие с межзвездным газом. О том, что это взаимодействие существенно, свидетельствует уже тот факт, что плотность энергии космического излучения \mathcal{E}_c по порядку величины сравнима с плотностью кинетической и магнитной энергии межзвездного газа.

Взаимодействие релятивистских частиц с межзвездным газом сводится к следующим эффектам:

1. В областях пространства, где соблюдаются условия изотропности, вся система космического излучения оказывает изотропное давление на межзвездный газ порядка

$$p_{\text{к. л}} \approx \frac{1}{3} \mathcal{E}_c, \quad (8.1)$$

так как частицы космических лучей двигаются со скоростями, близкими к скорости света. Это давление как бы расширяет области межзвездного газа и его следует учитывать наряду с газовым давлением $p_{\text{газ}} \approx \rho RT$, динамическим давлением $p_{\text{дин}} = \rho \bar{v}^2$ и магнитным давлением $p_{\text{маг}} = \bar{H}^2/8\pi$. Заметим, что концентрация релятивистских частиц в разных областях межзвездного пространства может быть различна (например, при неоднородном распределении источников космических лучей), поэтому и давление $p_{\text{к. л}}$ также может оказаться различным в разных областях межзвездного пространства.

2. При движении в магнитном поле релятивистская заряженная частица с энергией E описывает спиральную траекторию с радиусом

$$r_{\text{к. л}} = \frac{E(\vartheta)}{300 H},$$

навиваясь на магнитную силовую линию. В межзвездном пространстве $r_{\text{к. л}} \approx 10^{11} \text{ см}$, что много меньше размеров флюктуаций магнитного поля. Отсюда следует, что релятивистские частицы тоже как бы «приклеены» к магнитным силовым линиям и при «движении» последних увлекаются ими. Таким образом, движение межзвездного газа, увлекая магнитные силовые линии, увлекает за собой и частицы космических лучей.

3. Если в какой-либо области межзвездного пространства магнитное поле более или менее резко изменяется (магнитные силовые линии круто «изгибаются»), то заряженная частица, навиваясь на магнитную силовую линию, также резко изменяет состояние своего движения. Это явление можно наглядно представить себе как «столкновение» частицы с флюктуацией магнитного поля. Так как флюктуации межзвездного магнитного поля «двигаются», т. е. переносятся «приклеенным» к ним межзвездным газом, то в процессе столкновения энергия частицы может измениться. Энергия частицы, движущейся в магнитном поле, не изменится в системе координат, в

которой поле неподвижно, но изменяется в любой другой системе координат.

Нетрудно показать, используя преобразования Лоренца для энергии частиц и напряженности электромагнитного поля, что при каждом акте «столкновения» частицы, имеющей скорость u , с флюктуацией магнитного поля, движущейся со скоростью v , энергия частицы изменится приблизительно на величину

$$\Delta E \approx \pm \frac{uv}{c^2} E, \quad (8.2)$$

где E — энергия частицы, включая и энергию покоя [40, 41]. Знак плюс имеет место, если частица «встречает» флюктуацию, знак минус — если частица ее «догоняет». Значение численного коэффициента порядка единицы, который можно было бы поставить перед правой частью (8.2), зависит от геометрии магнитных полей. Благодаря тому, что «встречные» столкновения происходят несколько чаще, чем «догоняющие» (в $\frac{u+v}{u-v}$ раз), в среднем при большом числе столкновений имеет место ускорение частиц с увеличением их энергии за одно столкновение на величину

$$\overline{\Delta E} = \frac{v^2}{c^2} E. \quad (8.3)$$

Это систематическое ускорение можно объяснить как стремление к равнораспределению энергии между частицами и движущимися флюктуациями магнитного поля.

Этот механизм ускорения частиц был впервые открыт Э. Ферми и называется его именем [40]. Позже В. Л. Гинзбург, С. Б. Пикельнер и И. С. Шкловский [42] обратили внимание на тот факт, что если система движущихся флюктуаций расширяется со скоростью v_0 (т. е. расширяется область межзвездного газа или туманность, содержащая магнитное поле), то изменение энергии за один акт «столкновения» будет

$$\Delta E = \frac{u(v + v_0)}{c^2} E, \quad (8.4)$$

а среднее изменение энергии на одно «столкновение» окажется равным

$$\overline{\Delta E} = \left(\frac{v^2}{c^2} - \frac{u\Delta v_0}{c^2} \right) E = \left(\frac{v^2}{c^2} - \frac{uv_0 l}{c^2 R} \right) E, \quad (8.5)$$

где Δv_0 — скорость удаления друг от друга флюктуаций с характерным размером l , R — радиус расширяющейся области. Таким образом, при достаточно большой скорости расширения области имеет место не ускорение частиц, а наоборот, их торможение. Этот эффект аналогичен адиабатическому охлаждению газа при его расширении: энергия частиц переходит в кинетическую энергию расширяющегося газа.

Резюмируя изложенное выше, мы можем сказать, что релятивистские частицы, двигающиеся в намагниченной среде с перемещающимися флюктуациями магнитного поля, могут и ускоряться, и тормозиться. Число частиц в единице объема, плотность их энергии и давление также изменяются. Очевидно, что это изменение энергии идет главным образом за счет кинетической энергии движения газа. Кроме того, имеет место и обратное действие — релятивистские частицы влияют на состояние движения газа, ускоряя либо замедляя его.

В самом деле, энергия, идущая на ускорение космических лучей, черпается из энергии кинетического движения межзвездного газа. Следовательно, космические облака, движущиеся с большей скоростью, должны сильнее тормозиться в «поле» космических лучей. С другой стороны, облака, движущиеся с замедлением, должны, в силу формулы (8.3), забирать часть энергии у частиц космических лучей. И действительно, наблюдения показывают, что в Галактике соблюдается приближенное равенство плотности энергии космического излучения и плотности энергии кинетического движения межзвездной среды.

К сожалению, однако, детальный анализ влияния космических лучей на движение газа довольно сложен. Здесь необходимо учитывать много факторов, например, плотность космических лучей как вне, так и внутри облака, «увеличение» частиц космических лучей при движении облаков и т. п. Получить удовлетворительное решение этой проблемы пока не удалось.

ГЛАВА III

РАЗРЫВЫ В ДВИЖЕНИЯХ МЕЖЗВЕЗДНОГО ГАЗА

Движения межзвездного газа часто происходят со сверхзвуковыми скоростями. В этом нетрудно убедиться, подсчитав скорости звука по формуле:

$$c_{\text{зв}} = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}},$$

где γ — показатель адиабаты, μ — молекулярный вес, R — универсальная газовая постоянная. В областях H I $\gamma = 5/3$, $\mu = 1$, $T = 100^\circ$; в областях H II $\gamma = 5/3$, $\mu = 1/2$, $T = 10\,000^\circ$. Отсюда

$$c_{\text{зв}}(\text{H I}) = 1,2 \text{ км/сек}; \quad c_{\text{зв}}(\text{H II}) = 19 \text{ км/сек}.$$

Наблюдаемые же скорости движения газа в областях H I значительно превышают $c_{\text{зв}}$, а в областях H II порядка или больше соответствующего значения $c_{\text{зв}}$.

Хорошо известно, что в газе при движении его со сверхзвуковыми скоростями могут образовываться *разрывы*, т. е. такие поверхности, на которых скорость движения и термодинамические параметры газа испытывают скачки. Точнее, разрывом следует назвать очень узкую (обычно порядка длины свободного пробега атомов или ионов) область, в которой происходит резкое изменение этих параметров.

Исследование разрывов в движениях газа составляет один из основных разделов газодинамики. В межзвездной газодинамике значение теории образования газодинамических разрывов еще более возрастает. С одной стороны, здесь появляются новые типы разрывов, неизвестные в обычной газодинамике, а, с другой стороны, многочисленные наблюдательные данные указывают, как мы уже отмечали, что газ в межзвездном пространстве распределен очень неоднородно,

образуя области с большими флуктуациями плотности и температуры. Изучением возможности появления таких флуктуаций плотности (часто с довольно резкой границей) и должна заниматься теория разрывов в межзвездной газодинамике, изложению основ которой посвящена настоящая глава.

§ 9. Элементарная теория ударных волн

Мы начнем изложение с обычной элементарной теории ударных волн. Хотя полученные результаты и не могут быть в большинстве случаев непосредственно применены к анализу межзвездных разрывов, они позволяют разобраться в сущности этой теории.

В зависимости от того, имеет место или нет поток массы газа через разрыв, в газодинамике различают два типа разрывов: *тангенциальные разрывы* и *ударные волны*.

В тангенциальных разрывах поток массы через поверхность разрывов отсутствует; здесь меняется скачком только касательная к поверхности разрыва компонента скорости и термодинамические параметры. В земных условиях тангенциальные разрывы неустойчивы, и потому их исследование не представляет практического интереса. Ниже мы увидим, что в межзвездной среде при наличии сильных магнитных полей тангенциальные разрывы могут оказаться устойчивыми.

В ударных волнах имеет место поток массы газа через поверхность разрыва; здесь меняются скачком нормальная к поверхности разрыва компонента скорости газа и, конечно, термодинамические параметры. Так как тангенциальная компонента остается неизменной, то мы можем для исследования разрыва выбрать систему координат, движущуюся вдоль разрыва со скоростью, равной тангенциальной компоненте. В этой системе скорость газа будет перпендикулярна к разрыву, а сам разрыв покойться. В дальнейшем мы почти всегда будем пользоваться этой системой координат за исключением тех случаев, когда такой переход невозможен, например, при исследовании взаимодействия ударных волн или наклонных газомагнитных разрывов.

Метод элементарной теории стационарных (т. е. с постоянной интенсивностью) ударных волн очень прост. Мы

выбираем две контрольные поверхности по обе стороны разрыва таким образом, чтобы все изменения параметров происходили между ними. В силу стационарности системы эти поверхности будут неподвижны друг относительно друга. Очевидно, что при протекании газа через область разрыва на обеих контрольных поверхностях должны выполняться граничные условия, выражающие законы сохранения массы, импульса и энергии. Запишем эти условия, предполагая для простоты разрыв плоский; индекс 1 отмечает параметры газа до прохождения волны, а индекс 2 — за фронтом волны:

$$J = \rho_1 v_1 = \rho_2 v_2, \quad (9.1)$$

$$\left. \begin{aligned} \Pi &= p_1 + \rho_1 v_1^2 = p_2 + \rho_2 v_2^2 \\ \text{или} \end{aligned} \right\} \quad (9.2)$$

$$\Pi = \rho_1 \left(\frac{RT_1}{\mu_1} + v_1^2 \right) = \rho_2 \left(\frac{RT_2}{\mu} + v_2^2 \right), \quad \left. \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \Sigma &= w_1 + \frac{v_1^2}{2} = w_2 + \frac{v_2^2}{} \\ \text{или} \end{aligned} \right\} \quad (9.3)$$

$$\Sigma = \frac{\gamma_1}{\gamma_1 - 1} \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{v_1^2}{2} = \frac{\gamma_2}{\gamma_2 - 1} \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{v_2^2}{2}; \quad \left. \right\}$$

здесь J — поток массы через разрыв, Π — поток импульса и Σ — содержание кинетической и тепловой энергии в единице массы, w — тепловая функция газа, p и ρ — как и раньше, давление и плотность газа.

Вторые формулы (9.2) и (9.3) явно учитывают тот факт, что межзвездный газ является идеальным; v_1 и v_2 — скорости газа до и после прохождения волны в системе координат, где разрыв поконится, т. е. скорости газа по отношению к фронту волны (по условию выбора системы координат v_1 и v_2 перпендикулярны к плоскости разрыва).

Если в действительности имеет место движение ударной волны по неподвижному газу, то для перехода к этой системе координат следует от всех скоростей отнять v_1 . Таким образом, в этом случае v_1 — скорость движения ударной волны, а $v_2 - v_1$ — скорость газа за фронтом волны.

В дальнейшем мы всегда будем считать $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma = 5/3$ (межзвездный газ — одноатомный, примесь имеющихся в нем

иногда двухатомных молекул не может существенно изменить γ .

Система уравнений (9.1) и (9.3) является полной и ее решение легко находится. Введем для удобства удельный объем $V = 1/\rho$. Перепишем (9.1) и (9.2) в таком виде:

$$v_1 = \mathcal{N}_1; \quad v_2 = \mathcal{N}_2; \quad \Pi = p_1 + J^2 V_1 = p_2 + J^2 V_2. \quad (9.4)$$

Исключая J , получаем общую формулу:

$$v_1 - v_2 = \sqrt{(p_2 - p_1)(V_1 - V_2)}, \quad (9.5)$$

которая определяет скачок скорости газа при переходе через ударную волну. Следует подчеркнуть, что (9.5) не зависит от уравнения энергии (9.3).

Обычно считаются заданными параметры газа ρ_1 , T_1 , p_1 и интенсивность скачка p_2/p_1 . Тогда для остальных параметров (v_1 , v_2 , ρ_2 , T_2) движения находим из (9.3) и (9.4) при помощи элементарных алгебраических преобразований:

$$J^2 = \frac{p_2 - p_1}{V_1 - V_2} = \frac{2\gamma}{\gamma - 1} \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{\frac{1}{V_2^2} - \frac{1}{V_1^2}} = \frac{2\gamma}{\gamma - 1} \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{V_1^2 - V_2^2} V_1^2 V_2^2.$$

Отсюда имеем ($\gamma = 5/3$)

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{(\gamma - 1) p_1 + (\gamma + 1) p_2}{(\gamma + 1) p_1 + (\gamma - 1) p_2} = \frac{p_1 + 4p_2}{4p_1 + p_2}. \quad (9.6)$$

Это основное в теории ударных волн уравнение называется *адиабатой Гюгонио*. Скачок температуры определяется формулой

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} \frac{\mu_2}{\mu_1} = \frac{p_2}{p_1} \frac{4p_1 + p_2}{p_1 + 4p_2} \frac{\mu_2}{\mu_1}. \quad (9.7)$$

Скорости газа v_1 и v_2 (по формулам (9.4))

$$v_1^2 = \frac{V_1}{3} (p_1 + 4p_2); \quad v_2^2 = \frac{V_1}{3} \frac{(4p_1 + p_2)^2}{p_1 + 4p_2}. \quad (9.8)$$

Из выведенных формул следует, что с ростом интенсивности скачка ($p_2/p_1 \rightarrow \infty$) скачок плотности стремится к конечному пределу:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\rho_2}{\rho_1} &= \frac{V_1}{V_2} \rightarrow \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} = 4, \\ \frac{T_2}{T_1} &\rightarrow \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \frac{\mu_2}{\mu_1} \frac{p_2}{p_1} \rightarrow \frac{\mu_2}{4\mu_1} \frac{p_2}{p_1}, \end{aligned} \right\} \quad (9.9)$$

а скачок температуры растет пропорционально p_2/p_1 . Такие волны (т. е. волны с $p_2 \gg p_1$) называются *сильными ударными волнами*. Для сильных ударных волн скорости v_1 и v_2 определяются формулами:

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= \sqrt{\frac{4}{3} p_2 V_1} = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{RT_2}{V_2 \mu_2} V_1} = 4 \sqrt{\frac{RT_2}{3\mu_2}}; \\ v_2 &= \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} v_1 = \sqrt{\frac{RT_2}{3\mu_2}}; \\ v_1 - v_2 &= \frac{2v_1}{\gamma + 1} = \frac{3}{4} v_1 = \sqrt{\frac{3RT_1}{\mu_2}}. \end{aligned} \right\} \quad (9.10)$$

Если при протекании газа через разрыв выполнены условия сохранения массы, импульса и энергии, то соотношения (9.6)–(9.10) позволяют рассчитать скачки параметров в ударных волнах. Нужно, однако, отметить, что в условиях межзвездного пространства закон сохранения энергии при протекании газа через разрыв, как мы увидим ниже, выполняется редко, поскольку энергия в ударной волне может высвечиваться или переходить в энергию ионизации газа. Ударным волнам с высвечиванием будет посвящен следующий параграф, а здесь мы учтем потери энергии на ионизацию.

Допустим, что при протекании газа через ударную волну происходит ионизация межзвездного водорода, причем степень ионизации меняется от x_1 до x_2 . Тогда в уравнения (9.2) и (9.3) нужно внести следующие изменения: во-первых, меняется молекулярный вес:

$$\mu_1 = \frac{1}{1+x_1} \quad \text{и} \quad \mu_2 = \frac{1}{1+x_2}$$

(мы пренебрегаем содержанием всех элементов, кроме водорода); во-вторых, что более важно, от правой части уравнения (9.3) следует отнять выражение

$$Q = \frac{(x_2 - x_1) h \nu_0}{m_H},$$

описывающее количество энергии, поглощенной при ионизации. Здесь $h \nu_0$ — потенциал ионизации водорода, m_H — масса атома водорода. Таким образом ($\gamma = 5/3$)

$$\frac{5}{2} p_1 V_1 + \frac{v_1^2}{2} = \frac{5}{2} p_2 V_2 + \frac{v_2^2}{2} - Q.$$

Комбинируя это уравнение с (9.4), получим после простых преобразований новое выражение для адиабаты Гюгонио:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{p_1 + 4p_2}{4p_1 + p_2} + \frac{2Q}{p_2 V_2} \frac{p_2}{4p_1 + p_2}.$$

Для сильных ударных волн ($p_2 \gg 4p_1$)

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = 4 + \frac{2Q}{p_2 V_2} = 4 + \frac{2\mu_2 Q}{k T_2} = 4 + \frac{2(x_2 - x_1) h\nu_0}{(1 + x_2) k T_2},$$

учитывая явное выражение для Q и μ_2 (см. выше). Здесь k — постоянная Больцмана. Поскольку для водорода $h\nu_0 = 13,5$ эв, то

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = 4 + \frac{x_2 - x_1}{1 + x_2} \frac{313\,000^\circ}{T_2}. \quad (9.11)$$

Таким образом, ионизация водорода в межзвездной ударной волне увеличивает скачок плотности за предел, определяемый (9.9). Нужно, однако, иметь в виду, что для сколько-нибудь значительной ионизации водорода необходимо выполнение условия

$$k T_2 \approx h\nu_0,$$

ибо в противном случае энергия волны идет главным образом на возбуждение атомов и последующее их высвечивание, в силу чего температура за фронтом волны упадет быстрее, чем успеет ионизоваться значительное количество водорода. Как показал С. Б. Пикельнер [43], при $T_2 = 200\,000^\circ$ $x_2 = 0,2$,

а при $T_2 = 300\,000^\circ$ $x_2 = 0,45$. В первом случае $\frac{\rho_2}{\rho_1} = 4,26$,

а во втором $\frac{\rho_2}{\rho_1} = 4,32$; при дальнейшем увеличении T_2 отношение ρ_2/ρ_1 уменьшается, приближаясь к 4. Таким образом, учет ионизации водорода непосредственно на фронте ударной волны лишь незначительно, примерно на 5—7%, увеличит скачок плотности. Гораздо более существенное значение имеет высвечивание в ударной волне, но об этом в следующем параграфе.

В заключение этого параграфа сделаем несколько замечаний о взаимодействии или «столкновении» ударных волн. Если две ударные волны одинаковой интенсивности пересекаются под углом φ_1 , то образуется картина движения

схематически изображенная на рис. 24. Теоретически интенсивности ударных волн после столкновения можно рассчитать, решив задачу об отражении ударной волны, падающей на твердую поверхность под углом $\varphi/2$ (ввиду симметрии картины движения). Мы не будем здесь излагать элементарного,

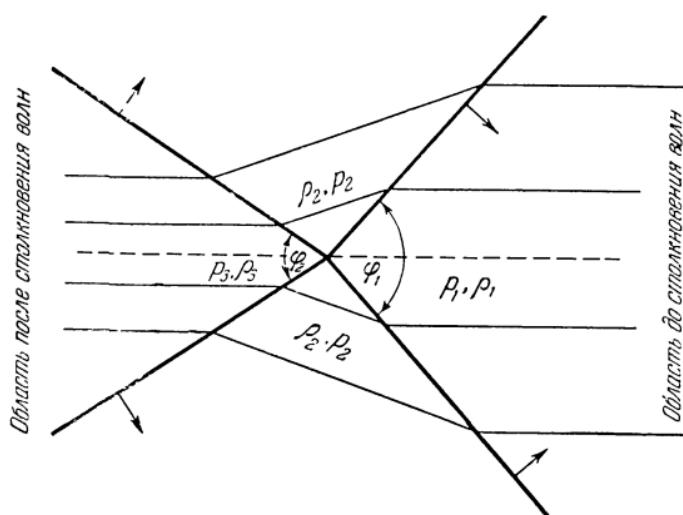


Рис. 24. Пересечение двух ударных волн одинаковой интенсивности. Линии тока газа показаны в системе координат, в которой линия пересечения ударных волн покойится.

но громоздкого решения этой задачи, а приведем только некоторые результаты [44].

Интенсивность каждой ударной волны после столкновения двух волн с одинаковой интенсивностью ограничена условием:

$$\frac{p_2}{p_1} \leqslant \frac{3\gamma - 1}{\gamma - 1} = 6.$$

Отсюда скачки плотности в «пересеченной» волне $\frac{\rho_2}{\rho_1} \leqslant 2,5$

и полный скачок плотности $\frac{\rho_3}{\rho_1} \leqslant 10$ (ионизация не учитывается). Угол φ_1 между плоскостями фронтов сталкивающихся волн, при котором вообще возможна описанная картина, ограничен условием

$$\varphi_1 \leqslant 2 \arcsin \frac{1}{\gamma} = 73^\circ 44';$$

в противном случае образуется более сложная конфигурация разрывов. Более слабые разрывы могут пересекаться и под большими углами. Угол φ_2 между плоскостями фронтов этих волн после столкновения почти всегда меньше угла φ_1 . Решение задачи о пересечении ударных волн, как мы увидим ниже, может найти себе применение в некоторых проблемах межзвездной газодинамики.

Выше мы изложили постановку задачи и методы их решения в элементарной теории ударных волн. Исходной является система уравнений (9.1)–(9.3) и (9.11). Коль скоро эта система считается справедливой, приведенные выше формулы могут быть применены к исследованию конкретных вопросов. И действительно, во многих работах, посвященных исследованию ударных волн в межзвездном пространстве, исходной была система (9.1)–(9.3) и (9.11). (См. первые работы [45], [46], а также материалы двух конференций по применению методов газодинамики в астрофизике: [47], гл. 8–10, 12, 14–18; [48], гл. 16–20.) Однако, как мы увидим ниже, в реальных условиях межзвездного пространства уравнение (9.3) и даже (9.11) не могут считаться справедливыми, в результате чего ударные волны в межзвездном пространстве имеют иной характер.

§ 10. Ударные волны с высвечиванием

В гл. II мы уже отмечали, что в условиях межзвездного пространства температура газа чаще всего определяется взаимодействием его с межзвездным излучением, а не состоянием движения, поскольку движение газа в отдельных областях межзвездного пространства обычно изотермическое. Поэтому взаимодействие межзвездного газа с излучением должно в значительной мере определять и свойства ударных волн.

Допустим, что по покоящемуся газу, температура которого определяется условием теплового баланса с излучением, т. е. равенством оттока энергии L и притока лучистой энергии G , распространяется интенсивная ударная волна. Сразу же за фронтом волны, на протяжении длины свободного пробега электронов, ионов и атомов, температура газа резко повышается, вследствие чего условия теплового баланса нарушаются: отток энергии резко возрастает, в то время

как приток лучистой энергии практически не меняется. Газ начинает *высвечиваться*. Это высвечивание происходит следующим образом. Метастабильные, а также разрешенные уровни атомов или ионов возбуждаются электронными ударами. Возникающее при обратных переходах излучение уходит (высвечивается) из рассматриваемых областей движения газа безпрепятственно в силу малости коэффициента поглощения в запрещенных линиях. Подобным образом уходит и излучение в разрешенных линиях субординатных серий атомов (например, в линиях бальмеровской серии), поскольку число атомов на возбужденных уровнях очень мало.

Уходящее излучение уносит энергию, и температура и газовое давление за фронтом волн падают до тех пор, пока снова не будет выполняться условие $L = G$. Стационарный режим течения нарушается, и ударная волна тормозится. Однако (если не исчезает причина, приводящая к образованию ударной волны) довольно скоро установится новое стационарное состояние, в котором скорость волны будет соответствовать условию высвечивания газа. Такие стационарные ударные волны мы будем называть *ударными волнами с высвечиванием*. Теория их легко может быть построена, исходя из уравнений предыдущего параграфа.

Выберем контрольные поверхности так, чтобы между ними находилась область высвечивания газа, т. е. та область, где нарушено условие $L = G$. В силу стационарности расстояние между ними и в этом случае остается постоянным при движении волны. При протекании газа через контрольные поверхности по-прежнему выполняются условия сохранения потока массы и импульса (9.1) и (9.2):

$$J = \rho_1 v_1 = \rho_2 v_2; \quad II = \rho_1 \left(\frac{RT_1}{\mu_1} + v_1^2 \right) = \rho_2 \left(\frac{RT_2}{\mu_2} + v_2^2 \right). \quad (10.1)$$

Однако условие сохранения потока энергии уже не выполняется благодаря высвечиванию. Вместо прежнего уравнения к (10.1) теперь следует добавить уравнения, определяющие температуры T_1 и T_2 из условия теплового баланса с излучением, т. е., иными словами, из равенства $L_1 = G_1$ и $L_2 = G_2$. Например, если ударная волна движется в области HII , то уравнение для определения T_1 или T_2 имеет вид:

$$k(T_* - T) C_H \approx \sum_i h \nu_i v_e \sigma(v_e) \frac{n_i}{n_p}$$

[ср. формулы (6.5) и (6.6)]. При определении T из этого уравнения следует учесть, что v_e и $\sigma(v_e)$ также зависят от температуры.

Если при протекании газа через ударную волну с высвечиванием состояние ионизации не изменилось, то $T_1 = T_2$ и $\mu_1 = \mu_2$, так как межзвездное излучение (т. е. L и G) одинаково по обе стороны разрыва. Такие ударные волны мы будем называть *изотермическими*. Любопытно, что еще в первой работе по теории ударных волн, выполненной Риманом [49], как раз и рассматривались такие изотермические скачки. Если же в ударной волне происходит изменение степени ионизации или диссоциации молекул, то T_2 и T_1 оказываются, вообще говоря, различными.

Решение системы (10.1) при заданных T_1 и T_2 дает для скорости ударной волны с высвечиванием (если газ до прохождения волны покоялся):

$$v_1^2 = \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{\frac{\rho_2 R T_2}{\mu_2} - \frac{\rho_1 R T_1}{\mu_1}}{\rho_2 - \rho_1}. \quad (10.2)$$

Скорость газа за фронтом волны по отношению к покоящемуся газу перед фронтом волны оказывается равной

$$v = v_1 - v_2 = \sqrt{\frac{\left(\rho_2 \frac{R T_2}{\mu_2} - \rho_1 \frac{R T_1}{\mu_1}\right)(\rho_2 - \rho_1)}{\rho_2 \rho_1}}. \quad (10.3)$$

Аналогично могут быть получены и другие формулы.

Для применения к конкретным задачам полезно преобразовать формулу (10.3), выразив скачок плотности ρ_2/ρ_1 через скачок скорости газа v :

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1}{2} \left[\frac{\mu_2 v^2}{R T_2} + \frac{\mu_2 T_1}{\mu_1 T_2} + 1 \pm \sqrt{\left(\frac{\mu_2 v^2}{R T_2} + \frac{\mu_2 T_1}{\mu_1 T_2} + 1 \right)^2 - 4 \frac{\mu_2 T_1}{\mu_1 T_2}} \right]. \quad (10.4)$$

Из этой формулы следует, что в ударных волнах с высвечиванием возможны сколько угодно большие скачки плотности. В сильных ударных волнах с высвечиванием, когда $\mu v^2 \gg R T_2$,

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} \approx \frac{\mu_2 v^2}{R T_2}. \quad (10.5)$$

Физический смысл формул (10.4) и (10.5) очень прост: благодаря высвечиванию избытка энергии газ можно скимать до любой плотности, лишь бы скорость ударной волны была достаточно велика.

Применим выражение (10.5) к анализу разрывов в межзвездном газе.

Для областей Н I $T_2 = 100^\circ$, $\mu = 1$ и $v \approx 8 \text{ км/сек}$; отсюда

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} \approx 80.$$

В областях Н II, где $T_2 \approx 10\,000^\circ$, $\mu = \frac{1}{2}$ для получения значительных скачков плотности необходимы большие скорости. При $v \approx 30 \text{ км/сек}$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} \approx 18.$$

Таким образом, наблюдаемые в межзвездном пространстве большие флюктуации плотности вполне могут быть объяснены теорией ударных волн с высвечиванием [50]. Например, при «столкновении» двух потоков межзвездного газа, движущихся в области Н I с относительной скоростью порядка 8 км/сек, что в межзвездном пространстве случается очень часто, образуется область сжатого газа, в которой плотность увеличивается в несколько десятков раз. Возможно, что именно таким путем образуются космические газово-пылевые облака. Такие области сжатого межзвездного газа с плотностью в десятки раз большей средней плотности межзвездной среды неизбежно должны образовываться, но являются ли они действительно зародышами межзвездных газово-пылевых облаков — это должно показать дальнейшее исследование. К этому вопросу мы еще вернемся.

Большой интерес представляет исследование структуры ударной волны с высвечиванием, поскольку ее толщина фронта (в особенности области высвечивания) довольно значительна в отличие от обычных ударных волн. Кроме того, это исследование позволяет, как мы увидим ниже, рассчитать условия свечения ударной волны в межзвездном пространстве и ее спектр.

Фронт ударной волны по толщине можно разделить на три слоя, впрочем, не всегда четко разграниченных,

В первом слое, толщиной порядка длины свободного пробега тяжелых частиц (атомов и ионов), движущимся сразу за передним фронтом ударной волны, происходит резкое повышение кинетической температуры атомного и ионного газа. Температура электронного газа остается еще низкой, поскольку обмен энергией между легкими и тяжелыми частицами из-за большой разности их масс происходит медленно. Следует отметить, что, как показал недавно Петчек [51], толщина этого слоя может быть гораздо меньше в ударных волнах с магнитным полем, если радиус жириации частиц $\frac{cmv}{eH}$ много меньше длины свободного пробега, что, как известно, и имеет место в межзвездном пространстве. Таким образом, толщина первого слоя очень мала и находится далеко за пределами наблюдений.

Во втором слое фронта ударной волны происходит выравнивание электронной и ионной температур, а в третьем слое — высвечивание, т. е. излучение энергии, уходящей из области разрыва. Граница между вторым и третьим слоем может быть и нерезкой, т. е. второй слой может как бы плавно переходить в третий. Поэтому возможны, вообще говоря, различные случаи. Если ударная волна распространяется в уже ионизованном газе, то второй слой более обособлен, толщина его примерно в $\sqrt{1840} \approx 43$ раза больше первого слоя, т. е. примерно $3 \cdot 10^{11}/n_h$ см при $T = 10^6$ градусов. Заметного высвечивания в этих условиях не происходит, так как длина свободного пробега возбужденных атомов и ионов значительно больше толщины слоя. Поэтому на задней границе второго слоя температура газа T_{II} и его плотность ρ_{II} определяются по адиабате Гюгонио и формулам § 9. Если ударная волна достаточно сильна, то

$$\rho_{II} = 4\rho_1; \quad T_{II} = \frac{3\mu_1 v_1^2}{16R}; \quad (10.6)$$

здесь, как и прежде, v_1 — скорость движения ударной волны по покоящемуся газу.

Другая картина имеет место в том случае, если ударная волна распространяется по слабо ионизованному газу. Как показал С. Б. Пикельнер [43], впервые рассмотревший структуру ударных волн с высвечиванием, во втором слое наряду

с повышением температуры происходит *ионизация газа*, на что также расходуется энергия. Поэтому здесь, во-первых,最难的 разграничить второй и третий слой, а во-вторых, при очень малой первоначальной ионизации выравнивание электронной и ионной температур может и вообще не иметь места по всей толщине ударного фронта. Исследование структуры ударных волн в слабо ионизированном газе трудно провести в общем виде из-за сложности системы соответствующих уравнений; приходится ограничиваться численными расчетами каждого отдельного случая. Для ряда задач такие расчеты были проведены Пикельнером.

Более общий характер имеет структура третьего слоя — области высвечивания газа, которую мы рассмотрим несколько подробнее [50], [51].

Прежде всего следует подчеркнуть, что условия сохранения потоков массы и импульса будут справедливы не только на контрольных поверхностях, но и в любом сечении области высвечивания. В силу этого мы сразу получаем первые два уравнения для определения хода плотности ρ , температуры T и скорости v внутри области высвечивания:

$$J = \rho_1 v_1 = \rho v, \quad \Pi = p_1 + \rho_1 v_1^2 = \rho \left(\frac{RT}{\mu} + v^2 \right). \quad (10.1a)$$

Величины J и Π — постоянные. Сделаем замену переменных:

$$\frac{RT}{\mu} = \frac{\Pi^2}{J^2} \eta (1 - \eta); \quad \rho = \frac{J^2}{\Pi \eta}; \quad v = \frac{\Pi}{J} \eta, \quad (10.7)$$

удовлетворяющую условиям (10.1a). Это позволяет все изменяющиеся физические параметры (v , ρ , T) выразить через один параметр η .

Уравнение теплового баланса было уже нами записано в § 6:

$$G - L = p \frac{d}{dt} \ln \left(T^{\frac{3}{2}} V \right) = \frac{\rho RT}{\mu} \frac{d}{dt} \ln \left(\frac{T^{\frac{3}{2}}}{\rho} \right). \quad (10.8)$$

Значения величин G и L приведены на рис. 22 и 23 (стр. 49 и 50). Мы уже отмечали в § 6, что если электронная плотность не слишком велика, величины $(G - L)/n_e n_p$ зависят

только от температуры. Поэтому для области Н II ($n_e = xn_{\text{H}}$, $n_p = xn_{\text{H}}$) можно записать

$$\begin{aligned} G - L &= (G_{ep} - L_{ei}) x^2 n_{\text{H}}^2 = (G_{ep} - L_{ei}) \frac{x^2 \rho^2}{m_{\text{H}}^2} = \\ &= \frac{(G_{ep} - L_{ei}) x^2}{m_{\text{H}}^2 V^2}. \end{aligned} \quad (10.9)$$

Здесь m_{H} — масса атома водорода, а V — удельный объем. В области Н I, где существенно высвечивание при возбуждении молекул H_2 , имеем, обозначая $y = n_{\text{H}_2}/n_{\text{H}}$, $x = n_e/n_{\text{H}}$:

$$\begin{aligned} G - L &= G_{ei} n_e n_{\text{H}} - L_{\text{HH}_2} n_{\text{H}} n_{\text{H}_2} - L_{ei} n_e n_{\text{H}} = \\ &= (x G_{ei} - y L_{\text{HH}_2} - x L_{ei}) n_{\text{H}}^2 = \frac{x (G_{ei} - L_{ei}) - y L_{\text{HH}_2}}{m_{\text{H}}^2 V^2}. \end{aligned} \quad (10.9a)$$

Обозначим величину $G - L$ в виде

$$G - L = \frac{Q(T, x, y)}{V^2}, \quad (10.10)$$

причем функция $Q(T, x, y)$ определяется формулами (10.9) и (10.9a). Подставляя (10.10) в (10.8), находим

$$Q(T, x, y) = \frac{RTV}{\mu} \frac{d}{dt} \ln \left(T^{\frac{3}{2}} V \right).$$

Используя преобразования (10.7) и пренебрегая производной от $\ln \mu$, получаем уравнение

$$Q \left(\frac{\Pi^3 \mu}{J^2 R} \eta (1 - \eta), x, y \right) = \frac{\Pi^3}{J^4} \eta^2 (1 - \eta) \frac{d}{dt} \ln \left[\eta^{\frac{5}{2}} (1 - \eta)^{\frac{3}{2}} \right], \quad (10.11)$$

решение которого и определяет, так сказать, «временную», структуру волны. Пространственную структуру волны мы получим, умножив (10.11) на

$$dt = \frac{dr}{v} = \frac{J}{\Pi} \frac{dr}{\eta}, \quad (10.12)$$

где r — координата, перпендикулярная к фронту волны. К уравнениям (10.11) и (10.12) следует добавить уравнение, определяющее степень ионизации водорода x . Предполагая,

что процентное содержание водорода близко к единице (и учитывая, что $n_e n_1 = x(1-x)n_H^2 = x(1-x)\rho^2/m_H^2$), имеем:

$$\frac{d(x\rho)}{dt} = [(1-x)z_i - xC_H] \frac{x\rho^2}{m_H}, \quad (10.13)$$

где z_i — вероятность ионизации атома водорода электронным ударом, а C_H — вероятность рекомбинаций. Величины z_i и C_H также зависят только от температуры.

Удобнее переписать систему (10.11) — (10.13) так:

$$\left. \begin{aligned} Q\left(\frac{\Pi^2 \mu}{R} \eta(1-\eta), x, y\right) &= \\ &= \frac{\Pi^4 \eta^3 (1-\eta)}{J^5} \frac{d}{dr} \ln \left[\eta^{\frac{5}{2}} (1-\eta)^{\frac{3}{2}} \right]; \\ \frac{d}{dr} \left(\frac{J^2 x}{\Pi \sin^2 \eta} \right) &= [(1-x)z_i - xC_H] \frac{J^3 x}{m_H \Pi \sin^2 \eta}. \end{aligned} \right\} \quad (10.14)$$

Система (10.14) и послужит нам для определения структуры ударной волны с высвечиванием.

Нужно отметить, что в действительности эта система должна быть сложнее. Дело в том, что наряду с ионизацией водорода меняется и ионизация других элементов, а от этого зависит изменение притока лучистой энергии L . Поэтому следовало бы, вообще говоря, составить уравнения типа (10.13) для каждого элемента и соответствующие степени ионизации и решать их совместно с (10.11), учитывая, что функции L и G зависят от степени ионизации. Аналогично при исследовании волны в области Н I следовало бы составить уравнение для определения степени диссоциации молекул y .

Однако не будем этого делать по следующим причинам: во-первых, изменения L при изменении степени ионизации различных элементов сравнительно невелики и, вероятно, порядка возможных ошибок определения самих величин L , а во-вторых, такая общая система становится крайне громоздкой и решение ее весьма затруднительно. Поэтому в качестве первого приближения можно ограничиться решением упрощенной системы (10.14), выбирая значения L и G из рис. 22 и 23 § 6. Можно думать, что полученные таким образом результаты не будут слишком сильно отличаться от действительности.

Однако и в этом упрощенном случае система (10.14) допускает только численное решение. Чтобы все же получить более или менее общую картину процессов, определяющих структуру ударной волны с высвечиванием, мы рассмотрим два идеализированных случая:

1. Допустим, что в волне функция $Q(T, x, y)$ не меняется, т. е. величины $(G_{ep} - L_{ei})x^2$ в области Н II или величины $x(G_{ei} - L_{ei}) - yL_{\text{ни}}$ в области Н I не зависят от температуры и степень диссоциации или ионизации не меняется. Тогда, полагая в первом уравнении (10.14) $Q = \text{const}$, получаем дифференциальное уравнение

$$\text{const} = \frac{1}{2} [5\eta^2 - 8\eta^3] \frac{d\eta}{dr}, \quad (10.15)$$

которое легко интегрируется:

$$\frac{(G_{ep} - L_{ei}) y^5 x^2}{m_{\text{H}}^2 \Pi^4} (r - r_A) = \left| \frac{5}{6} \eta^3 - \eta^4 \right|_{\eta_A}^{\eta}. \quad (10.16)$$

Здесь

$$\eta_A = J^2/\Pi \rho_A,$$

где ρ_A — то значение плотности, при которой начинается высвечивание с постоянной интенсивностью, согласно сделанному выше предположению (10.15). Формула (10.16) и соотношения (10.7) определяют ход температуры, плотности и скорости газа в зависимости от координаты r , перпендикулярной к фронту волны. Формула (10.16) выведена для области Н II; аналогично записывается формула для области Н I.

2. Теперь предположим, что $Q \propto T$, т. е. что величина

$$\frac{(G_{ep} - L_{ei}) x^2}{RT m_{\text{H}}^2} = \text{const} \quad (10.17)$$

не зависит от температуры и что степень ионизации не меняется. Тогда первое уравнение (10.14) сводится к дифференциальному уравнению

$$\text{const} = \frac{1}{2} \frac{5\eta - 8\eta^3}{1 - \eta} \frac{d\eta}{dr}. \quad (10.18)$$

Решение этого уравнения с учетом (10.17) имеет вид

$$\left. \frac{\mu J^3 (G_{ep} - L_{ei}) x^2}{2\pi^2 R T m_H^2} \right|_{T_B} (r - r_B) = |2\eta^2 + 3\eta + 3 \ln(1 - \eta)|_{\eta_B}. \quad (10.19)$$

Здесь

$$\eta_B = \frac{J^2}{11\rho_B};$$

ρ_B и T_B — значения плотности и температуры в том слое ударной волны, где начинается высвечивание по закону (10.17).

Мы видим, что даже полученные при таких упрощающих предположениях уравнения структуры ударной волны с высвечиванием все же довольно громоздки и, что хуже всего, имеют неявный вид. Тем не менее эти уравнения можно использовать для достаточно общего анализа структуры ударной волны с высвечиванием, что мы сейчас и сделаем.

Рассмотрим сначала случай сильной ударной волны с высвечиванием, распространяющейся в области Н II. Обозначим плотность покоящегося газа через ρ_0 ; его температуру примем $T_0 = 10000^\circ$ и $\mu = \frac{1}{2}$. Так как водород уже ионизирован, то в самой ударной волне степень ионизации меняется мало, и мы можем принять $x \approx 1$. В этом случае в первых двух слоях плотность растет в 4 раза, а температура увеличивается в соответствии с (10.6). Приводим краткую табличку, иллюстрирующую величины температуры в зависимости от скорости ударной волны:

v_0	30	50	75	100	200	км/сек
T_{II}	$1,02 \cdot 10^5$	$2,8 \cdot 10^5$	$6,4 \cdot 10^5$	$1,1 \cdot 10^6$	$4,5 \cdot 10^6$	градусов

Вслед за тем начинается высвечивание. Из рис. 22 следует, что при $T > 10^5$ градусов величина $G_{ep} - L_{ei}$ меняется мало, в силу чего применимо поэтому решение (10.16) в интервале от $T_{II} \geq T \geq T_B = 10^5$ градусов. По данным рис. 22 можно заключить, что в интервале температур $10^4 < T < 10^5$ градусов величина $G_{ep} - L_{ei}$ приблизительно пропорциональна температуре; в этом интервале можно применить решение (10.19). После того как температура газа станет порядка 10000° , дальнейшее высвечивание прекратится.

Полученное таким путем решение можно рассматривать как первое приближение. С помощью более точных значений для L и G это решение можно также уточнить.

На рис. 25 приводятся графики, иллюстрирующие структуру ударной волны с высвечиванием в области Н II. Эти графики вычислены по решениям (10.16) и (10.19) с последующим уточнением. Для плотности взято значение $\rho_0 = 10^{-24} \text{ г/см}^3$; масштаб по оси r выбран логарифмическим.

Сложнее проводится расчет структуры ударной волны с высвечиванием в областях Н I, так как здесь следует принять во внимание ионизацию водорода, и, в частности, учесть потери энергии на эту ионизацию. Кроме того, в этом случае значительная часть энергии газа может высветиться при возбуждении атомов водорода [52]. Поэтому здесь, вообще говоря, следовало бы полностью решать систему (10.14). Однако грубую картину структуры ударной волны с высвечиванием в области Н I можно получить, использовав решения (10.16) и (10.19).

Выше уже отмечалось, что в этом случае мы не можем разграничить второй (выравнивание электронной и ионной температур) и третий (высвечивание) слои фронта ударной волны, поскольку во втором слое происходит ионизация водорода. Однако если скорость ударной волны в области Н I очень велика (больше сотни километров в секунду), то можно считать, что в том слое, где происходит ионизация водорода высвечивание еще не окажет существенного влияния на параметры волны, так как ионизация происходит очень быстро. Лишь после того, как ионизация водорода станет почти полной ($x \approx 1$), следует уже область «чистого» высвечивания.

Плотность газа за границей слоя ионизации ρ_i и его температура T_i связаны соотношением (9.11), которое мы теперь перепишем в виде

$$\frac{\rho_i}{\rho_0} = 4 + \frac{157\,000}{T_i}, \quad (10.20)$$

приняв $x_1 \approx 0$ и $x_2 \approx 1$. Величина T_i определяется по формуле, полученной с помощью соотношения (10.2), где принято: $T_1 = T_2$, $\rho_1 = \rho_2$, $\rho_1 = \rho_0$, $\nu_2 = 1/2$ и член с T_i опущен:

$$T_i \approx \frac{\nu_0}{2R} \frac{\rho_0}{\rho_i} \left[1 - \frac{\rho_0}{\rho_i} \right]. \quad (10.21)$$

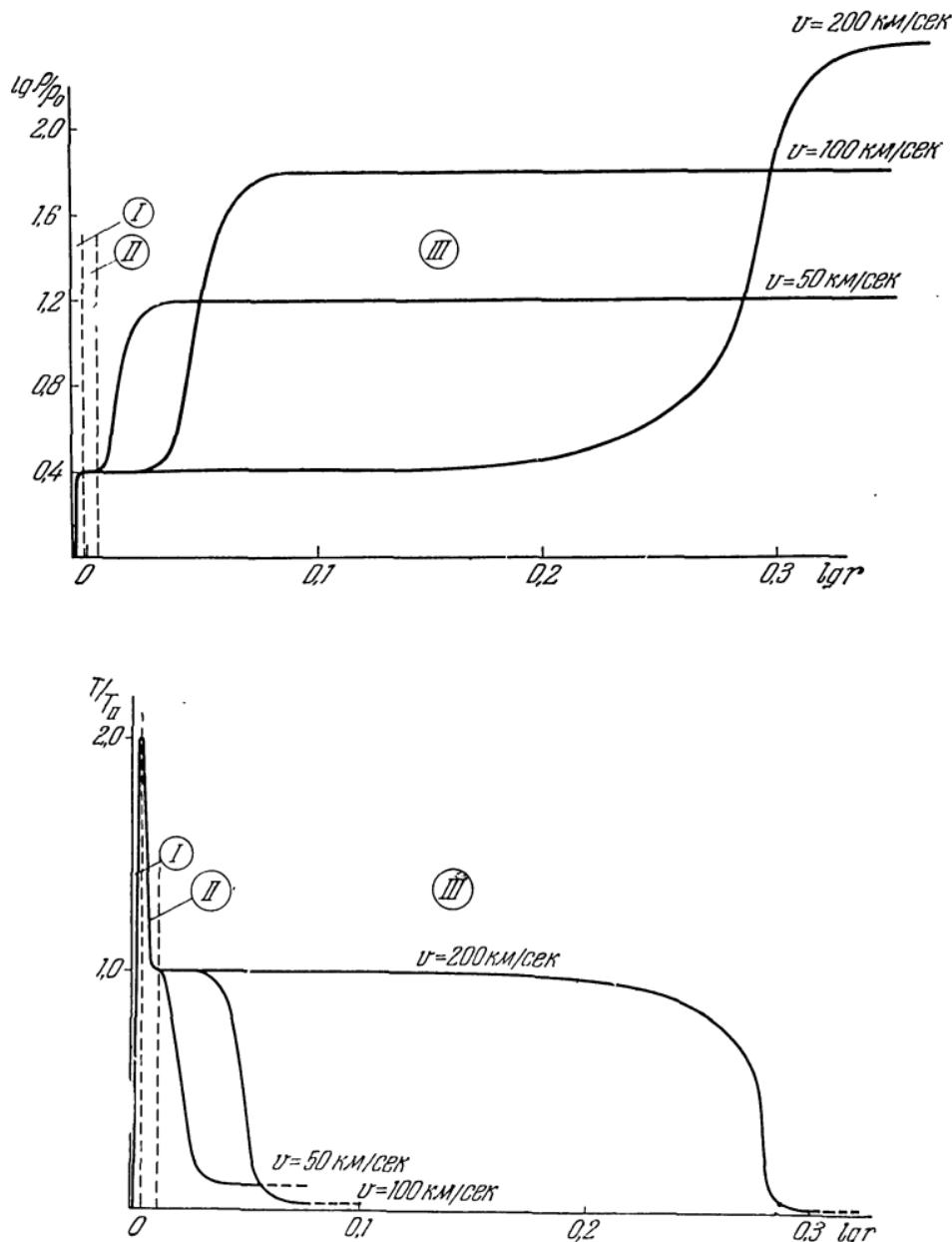


Рис. 25. Структура ударной волны с высвечиванием в области Н II. Вверху — распределение плотности, внизу — распределение ионной и атомной температуры. Слой I — часть фронта волны, где растет ионная и атомная температура; в слое II ионная и атомная температура падают, электронная температура увеличивается; слой III — область высвечивания.

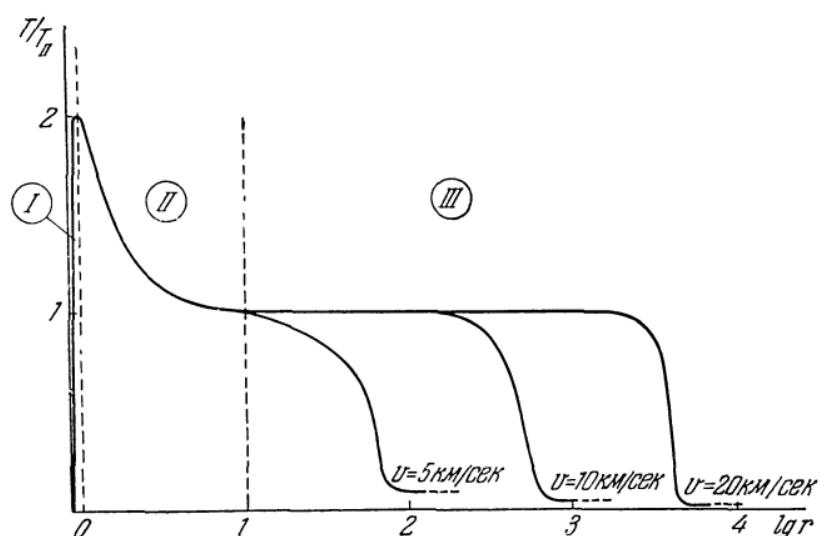
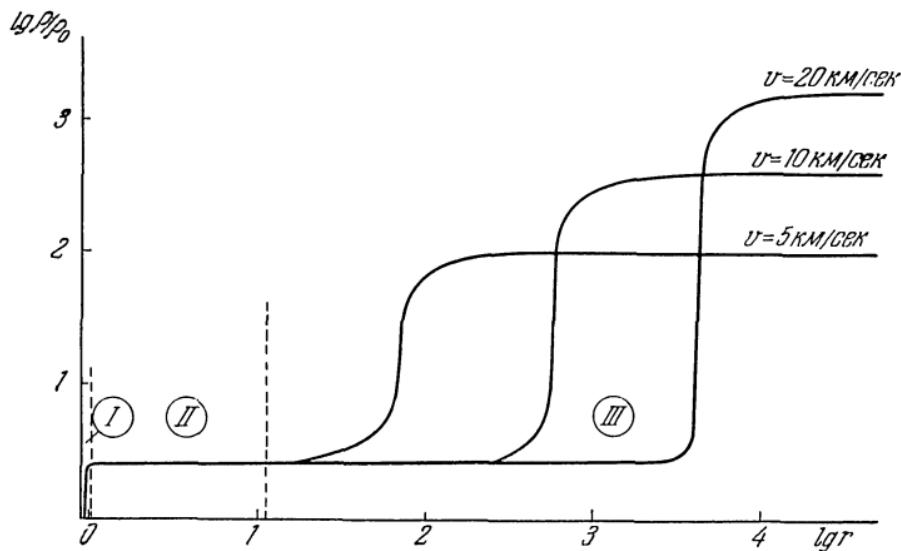


Рис. 26. Структура ударной волны с высвечиванием в области Н I при отсутствии молекулярного водорода. Вверху — распределение плоскости, внизу — распределение атомной и ионной температуры.

Формулы (10.20) и (10.21) определяют начальные условия для области высвечивания. Дальнейшее решение аналогично проведенному выше для ударной волны в области Н II (рис. 26).

Если же скорость ударной волны заметно меньше 30 км/сек (5—10 км'сек), то ионизация водорода практически не имеет места, и мы можем для $L - G$ использовать значения, соответствующие области Н I (см. рис. 23, стр. 50). И здесь мы видим ту же картину: при сравнительно высоких температурах ($T > 500^\circ$) величина $G_{ei} - L_{ei}$ приблизительно постоянна, а при более низких температурах уменьшается (в первом приближении и здесь можно считать $G - L \propto T$). Таким образом, и тут мы можем применить решения (10.16) и (10.19), заменив в них $(G_{ep} - L_{ei}) \frac{x^2}{m_H^2}$ на выражение

$$[x(C_{ei} - L_{ei}) + yL_{H_1 H_2}] \frac{1}{m_H^2}.$$

Значение температур T_{II} , вычисленных по формуле $T_{II} = \frac{3v_1^2}{16R}$ в соответствии с (10.6), при $\mu = 1$, таковы:

v_1	5	8	10	20	км/сек
T_{II}	590	1500	2300	4700	градусов

$T_B \approx 500^\circ$; v_1 — скорость волны в покоящемся газе.

Сделаем несколько замечаний о значениях степени ионизации x и диссоциации y . В области Н I концентрация свободных электронов определяется ионизацией углерода, кремния и других тяжелых элементов и может считаться постоянной в волне; в дальнейшем примем $x \approx x_0 \approx 10^{-3}$. Величина y зависит от присутствия космической пыли; кроме того, при $T > 500^\circ$ молекулярный водород диссоциирует. Поэтому, если $T > 500^\circ$, то следует положить $y = 0$. За время высвечивания молекулярный водород вновь образоваться не успеет. Если же ударная волна относительно слабая ($v_1 \leq 5$ км/сек) и в рассматриваемой области Н I присутствует пыль, то можно принять $y \approx 0,1$. Рис. 27 иллюстрирует структуру ударной волны с высвечиванием в области Н I при $v_1 = 5$ км/сек, $\rho_0 = 10^{-21}$ г/см³.

Таким образом можно сравнительно просто исследовать структуру ударной волны с высвечиванием в области Н I, если

только ее скорость заметно отличается (в большую или меньшую сторону) от 30—100 км/сек. Если же скорость ударной волны будет близка к 30—100 км/сек, то структура ее значительно сложнее: с одной стороны, ионизация водорода будет иметь промежуточное значение ($0 < x < 1$), с другой, как было показано С. Б. Пикельнером, в области ионизации водорода происходит и заметное высвечивание благодаря

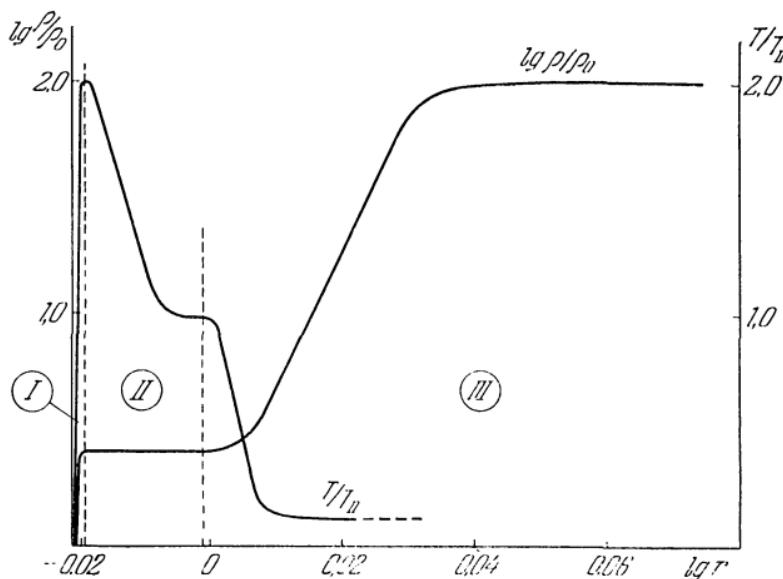


Рис. 27. Структура ударной волны с высвечиванием в области H I при наличии молекулярного водорода.

излучению в линии L_α . В таком случае начинать расчет области высвечивания со значений величин по формулам (10.6) или (10.20) и (10.21) нельзя. Как уже отмечалось, здесь необходим совместный численный расчет областей выравнивания температур, ионизации и высвечивания для каждого отдельного случая.

После того как рассчитан ход плотности и температуры в ударной волне, можно рассчитать интенсивность ее свечения в различных спектральных линиях. Для этого сначала следует по формуле типа второго уравнения (10.14) рассчитать степень ионизации основных элементов, дающих эмиссионное свечение (кислорода, азота, углерода, серы и т. п.). Затем подсчитывается число возбуждений электронным ударом

как запрещенных линий этих элементов, так и ряда разрешенных линий, которые можно наблюдать (например, бальмеровскую серию водорода), затем число рекомбинаций; тем самым определяется населенность возбужденных уровней. После этого интегрированием по всей толщине фронта волны находится интенсивность свечения в различных линиях.

Так как методика этого расчета не относится к компетенции межзвездной газодинамики, то мы не будем на этом подробно останавливаться, а лишь приведем в табл. 3 значения относительной интенсивности ряда линий, полученные С. Б. Пикельнером [43]. Через x_0 обозначена степень ионизации водорода перед фронтом ударной волны. Третий и четвертый столбцы табл. 3 соответствуют случаю высвечивания газа в области пересечения двух ударных волн.

Таблица 3

Линия	144 км/сек 0,01	97 км/сек 0,5	105 км/сек 0,65	Наблюдения, Пикельнер [43]	Наблюдения, Минковский [48]
[S II] $\lambda\lambda$ 6716—30	1	2,3	1,2	2,8	—
[N II] $\lambda\lambda$ 6584—48	1	2,6	1,3	2,8	—
[O III] $\lambda\lambda$ 4959—5007	5	0,84	7,4	4,7	5,3
[O III] λ 4363	—	—	—	—	0,5
[O II] λ 3727	9	11,8	12,4	25	10
[Ne III] $\lambda\lambda$ 3869—3967	—	—	—	—	1,5
H_{β}	1	1	1	1	1
H_{γ}	—	—	—	—	0,5
H_{δ}	—	—	—	—	0,3

Наблюдения Пикельнера относятся к большим участкам туманности в Лебеде NGC 6960 и NGC 6992—5, а наблюдения Минковского — к отдельным ярким волокнам в той же туманности. Очень резкая зависимость интенсивности линии [O III] от скорости газа объясняется тем, что при $v < 100$ км/сек не успеет образоваться достаточное количество дважды ионизованных ионов кислорода, прежде чем температура упадет из-за высвечивания. Поэтому по интенсивности этой линии можно судить с большой точностью

о скорости волны. Как мы видим, совпадение теоретических расчетов с наблюдениями хотя и не очень хорошее, но все же дающее возможность считать, что в туманности NGC 6960 и 6992—5 мы, быть может, наблюдаем ударную волну с высвечиванием.

Для расчета распределения температуры внутри области высвечивания С. Б. Пикельнер [43] пользовался уравнением

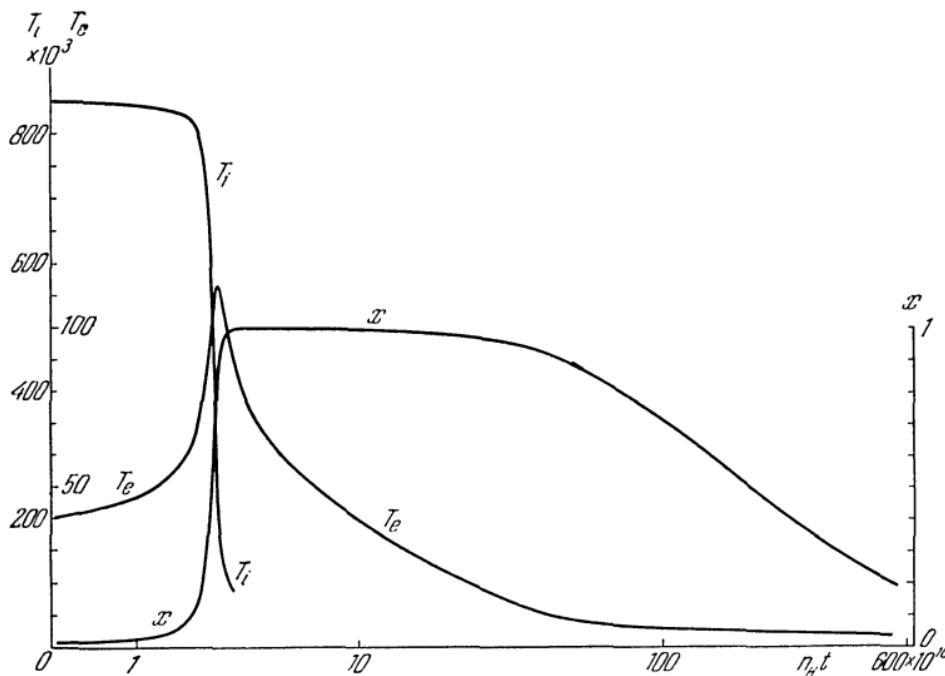


Рис. 28. Структура фронта ударной волны с высвечиванием [43], рассчитанная без учета сжатия газа при падении температуры, но с учетом изменения степени ионизации x . T_i — исходная температура, T_e — электронная температура. Шкалы для T_i и T_e неодинаковы.

Принято $T_i^{(0)} = 850\,000^\circ$, $x_0 = 0,01$.

вида (10.14), пренебрегая, однако, нагреванием и соответствующим высвечиванием газа при его сжатии в области высвечивания. Однако можно думать, что на распределение интенсивности излучения в линиях это допущение повлияло не сильно.

На рис. 28 и 29 приведены полученные С. Б. Пикельнером численным интегрированием распределение ионной и атомной температуры T_i и электронной температуры T_e и

степени ионизации водорода x в ударной волне с высвечиванием для $v_1 \approx 144$ и $v_1 = 100$ км/сек. Эти графики наглядно показывают разделение фронта ударной волны на слои: I) слой возрастания ионной и атомной температуры T_i ; II) слой возрастания электронной температуры T_e ; III) область,

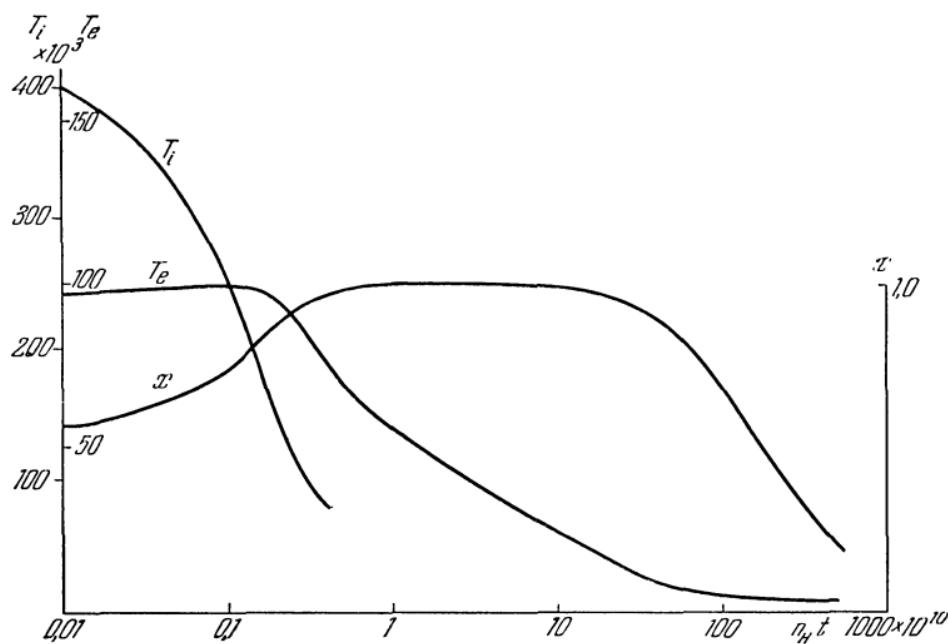


Рис. 29. То же, что и на рис. 28, но при $x_0 = 0,65$ и $T_i^{(0)} = 400\,000^\circ$ ($v = 100$ км/сек). Этот случай соответствует пересечению ударных волн с высвечиванием.

где происходит ионизация водорода и высвечивание. Отметим, что, во-первых, масштабы для T_i и T_e на рис. 28—29 неодинаковы, а во-вторых, на этих рисунках изображена «временная структура волны» с масштабом, зависящим от плотности в данном месте: по оси абсцисс откладывается $n_H t$.

Для расчета интенсивности свечения волны в отдельных линиях необходим расчет структуры волны, однако для определения полной интенсивности излучения ударной волны с высвечиванием нет необходимости прибегать к такому анализу. В самом деле, полное количество энергии, излученное

в единицу времени одним квадратным сантиметром поверхности фронта волны, равно

$$-E = \int_{(II)}^{(2)} (G - L) dr. \quad (10.22)$$

Подставляя сюда (10.8) и $dr = \frac{Jdt}{\rho}$, получаем:

$$-E = \int_{(II)}^{(2)} \frac{Jp}{\rho} d \ln(T^{\frac{3}{2}} V) = \frac{JR}{\mu} \int_{(II)}^{(2)} T d \ln(T^{\frac{3}{2}} V). \quad (10.23)$$

Воспользовавшись преобразованием (10.7), вычисляем интеграл:

$$E = \frac{\Pi^2}{2J} [5\eta - 4\eta^2]_{\eta_{II}}^{\eta}$$

или, возвращаясь к переменным ρ и T ,

$$E = J^3 \left(\frac{1}{\rho_{II}} - \frac{1}{\rho_2} \right) \left(\frac{5\Pi}{2J^2} - \frac{2}{\rho_{II}} - \frac{2}{\rho_2} \right). \quad (10.24)$$

Здесь ρ_2 — плотность за областью высвечивания, а ρ_{II} определяется (10.16). Используя эту формулу, а также (10.1), можно формулу (10.24) переписать для случая сильных ударных волн с высвечиванием так:

$$E = \frac{1}{2} \rho_0 v_0^3 = 32 \left(\frac{RT_{II}}{3\mu} \right)^{\frac{3}{2}}. \quad (10.25)$$

Здесь ρ_0 — плотность газа до прохождения волны, v_0 — скорость ударной волны. Эту формулу можно использовать для определения плотности газа и температуры T_{II} , если известно E . Для туманности в Лебеде по наблюдаемой интенсивности и известному расстоянию $E \geq 0,05-0,1 \text{ эрг/см}^2\text{сек}$ можно оценить лишь нижний предел, поскольку неизвестно, какая доля энергии излучается в ультрафиолетовой области спектра. Лучевая скорость волокон этой туманности — около 75 км/сек. Примем поэтому скорость ударной волны равной $v_1 = 100 \text{ км/сек}$. Тогда $\rho_0 > 10^{-22} \text{ г/см}^3$ и $T_{II} \geq 10^5 \text{ градусов}$. Для определения температуры в волокне можно воспользоваться методом (6.9). По данным Минковского

(см. табл. 3, стр. 88) находим $T = 35\,000^\circ$. Линии в видимой области спектра образуются, как показывают расчеты С. Б. Пикельнера, действительно в низкотемпературной части области высвечивания. Расчет интенсивности свечения межзвездной ударной волны был также проведен Чемберленом [53].

Чтобы избежать трудностей с большой начальной плотностью, наличием ионизации еще до прохождения ударной волны и объяснить волокнистую форму этой туманности, С. Б. Пикельнер [43] предположил, что там имеет место пересечение систем ударных волн. Вторая ударная волна, продвигаясь под углом по уже сжатому и ионизированному, но остывшему газу, после прохождения первой волны образует светящееся волокно на линии пересечения с фронтом первой волны. Количественно (с точки зрения распределения и ориентации волокон) эта гипотеза не разработана. Любопытно отметить, что подобные светящиеся волокна при пересечении ударных волн наблюдались экспериментально в трубках при распространении ударных волн.

Какова вообще возможность наблюдения светящихся фронтов? Учитывая данные табл. 2 (стр. 43) и принимая минимальное значение $ME = 400$, находим, что для наблюдения фронта в линиях [O II] или [O III] необходима интенсивность излучения в этих линиях $3,8 \cdot 10^{-4}$ эрг/сек. Учитывая теперь распределение энергии в эмиссионном спектре по данным табл. 2, находим

$$E \geqslant \frac{6}{5} 4\pi 3,8 \cdot 10^{-4} \sec \vartheta \approx 6 \cdot 10^{-3} \sec \vartheta, \quad (10.26)$$

где ϑ — угол между нормалью к фронту волны и направлением луча зрения. Множитель $\frac{6}{5}$ учитывает распределение энергии в спектре.

По формуле (10.25) можно теперь найти и другие параметры наблюдаемой ударной волны с высвечиванием при двух возможных значениях начальной плотности газа:

$$\rho_0 = 10^{-24} \text{ г/см}^3; \quad v_1 = 230 \text{ км/сек}, \quad T_{II} = 1,2 \cdot 10^6 \text{ градусов};$$

$$\rho_0 = 10^{-22} \text{ г/см}^3; \quad v_1 = 50 \text{ км/сек}, \quad T_{II} = 6 \cdot 10^5 \text{ градусов}.$$

Поэтому можно думать, что наблюдаемые ударные волны должны представлять собой не очень частое явление, поскольку для этого необходимы большие значения началь-

ной плотности и скорости волны. Наиболее благоприятный случай — оболочки новых и сверхновых звезд, где действительно иногда наблюдается волокнистая структура (IC 443, NGC 6960, 6992—5, Крабовидная туманность). Слабые ударные волны с высвечиванием должны, конечно, встречаться в межзвездном пространстве достаточно часто, но обнаружить их при современных наблюдательных средствах трудно.

§ 11. Ионизационные разрывы

Свообразным типом разрыва в движениях межзвездного газа, не встречающимся в обычной газодинамике, являются *ионизационные разрывы*.

Мы уже отмечали (§ 5), что переходная зона между областями Н I и Н II сравнительно узка — состояние ионизации водорода меняется скачком от почти полной ионизации до нейтрального атомного состояния. Следовательно, мы можем рассматривать эту переходную зону как разрыв в движениях межзвездного газа и использовать для ее исследования теорию ударных волн. В самом деле, чтобы через переходную зону между областями Н I и Н II не было потока газа, необходимо, чтобы газовое давление в областях Н I и Н II равнялось друг другу. Так как температура в области Н I порядка 100° , а в области Н II — 10^4 градусов, то равновесие будет иметь место только тогда, когда плотность газа в области Н I примерно в сто раз больше, чем в Н II. Это условие выполняется далеко не всегда (обычно $\rho_I \approx \rho_{II}$) и потому статическое, т. е. неподвижное относительно газа положение переходной зоны между областями Н I и Н II должно встречаться редко. Чаще всего в реальных условиях межзвездного пространства должен иметь место поток газа через переходную зону между областями Н I и Н II или, что с точки зрения теории одно и то же, движение переходной зоны по неподвижному газу, т. е. образуется *ионизационный разрыв* или, иными словами, *ионизационная ударная волна*.

Пользуясь общим методом, определим скачки параметров в ионизационной ударной волне. Ограничим ионизационный разрыв двумя контрольными поверхностями и запишем условия сохранения потоков массы, импульса и энергии (если оно выполняется) на этих позерхностях.

Уравнение для потока массы имеет прежний вид:

$$J = \rho_1 v_1 = \rho_2 v_2. \quad (11.1)$$

Однако здесь нужно учесть важное для теории обстоятельство. В теории ударных волн обычно параметр J — поток массы газа — не задается: эта величина определяется при решении соответствующих уравнений для скачка. Здесь же J является внешним параметром, который следует задавать, и вот почему [54] — [56]. Поток массы газа (т. е. количество атомов водорода) через ионизационный разрыв равен потоку (количество) ионизирующих квантов, падающих на поверхность ионизационного разрыва за одну секунду, ибо каждый атом водорода, пересекающий ионизационный разрыв и переходящий при этом из нейтрального состояния в ионизированное, должен быть ионизирован соответствующим квантами (ионизацию электронным ударом мы учитывать не будем, поскольку плотность газа будем предполагать малой).

Если ионизационный разрыв создается звездой, то поток ионизирующих квантов, т. е. число квантов, попадающих на 1 см² за 1 сек, согласно (1.1) равен:

$$I = c \int_{\nu_0}^{\infty} \rho_{\nu} \frac{d\nu}{h\nu} = cW \int_{\nu_0}^{\infty} e^{-\tau_{\nu}} \rho_{\nu}^* \frac{d\nu}{h\nu} \approx cWe^{-\tau} \int_{\nu_0}^{\infty} \rho_{\nu}^* \frac{d\nu}{h\nu}. \quad (11.2)$$

Здесь и в дальнейшем c — скорость света (букву c с индексами мы будем употреблять для обозначения скорости звука), $W = R_*^2/4r^2$ — коэффициент диллюции, $h\nu_0$ — потенциал ионизации. Учитывая преобладающее обилие водорода, имеем для потока массы через ионизационную волну:

$$J = m_H I = We^{-\tau} \frac{cm_H}{h} \int_{\nu_0}^{\infty} \rho_{\nu}^* \frac{d\nu}{\nu}.$$

Перепишем это выражение в виде:

$$J = \frac{e^{-\tau}}{r^2} \frac{cm_H}{16\pi h} \int_{\nu_0}^{\infty} 4\pi R_*^2 \rho_{\nu}^* \frac{d\nu}{\nu} = \frac{e^{-\tau}}{r^2} \frac{m_H}{4\pi h\nu_0} q(1 - q_1) L, \quad (11.3)$$

где q и q_1 определены формулами (5.6) и (5.7), а их численные значения — таблицей 1 на стр. 42. Численное значение множителя

$$\frac{m_H}{4\pi h \gamma_0} = 6 \cdot 10^{-15} \text{ сек}^2/\text{см}^2.$$

Формула (11.3) позволяет для каждой заданной звезды вычислить поток массы через ионизационный разрыв, созданный этой звездой. Оптическую толщину τ будем считать малой ($\tau \ll 1$), если это не будет оговорено особо.

Перейдем теперь к расчету скачка параметров на фронте ионизационной ударной волны. В уравнение сохранения потока импульса следует добавить член, описывающий лучевое давление на переходную зону (формула (5.7)). Получаем:

$$\begin{aligned} \rho_1 \left(\frac{RT_1}{\mu_1} + v_1^2 \right) &= \rho_2 \left(\frac{RT_2}{\mu_2} + v_2^2 \right) + \\ &+ p_{\text{луч}} = \rho_2 \left(\frac{RT_2}{\mu_2} + v_2^2 \right) + \frac{qL}{4\pi c r^2}. \end{aligned} \quad (11.4)$$

Здесь и повсюду в дальнейшем индекс «один» означает параметры газа в H I, а индекс «два» — параметры газа в H II.

Следует учесть еще одну характерную особенность ионизационных разрывов в межзвездном пространстве. В теории ударных волн, которую мы рассматривали в § 9 и 10, образование самой волны связано с какой-либо внешней причиной, определяющей интенсивность волны. Например, сжатие облака газа встречным потоком определяется скоростью их столкновений; движущаяся в межзвездном пространстве оболочка вспыхнувшей новой звезды, действуя как «поршень», тоже вызывает появление ударной волны, идущей перед этой оболочкой и сжимающей газ.

Здесь же ионизационная волна движется относительно межзвездного газа не под влиянием внешнего давления (лучевое давление действует даже в обратную сторону, против потока газа), а в силу самого процесса ионизации газа, т. е. увеличения давления внутри фронта волны. Следовательно, газ за фронтом ионизационной волны должен свободно «растекаться», т. е. сразу за фронтом ионизационной волны

начинается свободный отток газа, который всегда происходит с местной скоростью звука c_2 . Отсюда следует, что

$$v_2 = c_2 = \sqrt{\gamma \frac{RT_2}{\mu_2}}. \quad (11.5)$$

Это — так называемое *условие точки Жуге* для детонационных волн, которые подобны ионизационным ударным волнам в том, что движение их также не определяется внешним давлением [55]. В работах [54], [56] это условие не было учтено в должной мере.

Подставим теперь (11.2), (11.3) и (11.5) в (11.1) и (11.4); мы получим формулы для определения параметров волны:

$$\left. \begin{aligned} \rho_1 v_1 &= \frac{m_{\text{H}}}{h v_0} \frac{q(1-q')L}{4\pi r^2}; \quad \rho_2 = \frac{m_{\text{H}}}{h v_0} \frac{q(1-q')L}{4\pi r^2} \sqrt{\frac{\mu_2}{\gamma RT_2}}, \\ v_1 + \frac{RT_1}{\mu_1 v_1} &= (\gamma + 1) \sqrt{\frac{RT_0}{\gamma \mu_2}} + \frac{h v_0}{(1-q') cm_{\text{II}}}. \end{aligned} \right\} \quad (11.6)$$

Последнее уравнение разрешается относительно v_1 :

$$\begin{aligned} v_1 &= \sqrt{\frac{(\gamma+1)^2 RT_2}{4\gamma\mu_2}} + \frac{h v_0}{2(1-q') cm_{\text{II}}} \pm \\ &\pm \sqrt{\left[\sqrt{\frac{(\gamma+1)^2 RT_2}{4\gamma\mu_2}} + \frac{h v_0}{2(1-q') cm_{\text{II}}} \right]^2 - \frac{RT_1}{\mu_1}}. \end{aligned} \quad (11.7)$$

Знак плюс соответствует ионизационной волне уплотнения, т. е. случаю, когда в области Н II плотность больше чем в области Н I, знак минус — ионизационной волне разрежения (плотность в Н II меньше плотности в Н I). В принципе возможно существование в межзвездном пространстве ионизационных волн обоих видов.

Остается определить T_2 . Если плотность газа в области Н II достаточно велика (например, в случае ионизационной волны уплотнения), то за ионизационной волной также следует область высвечивания, в которой температура газа падает до значения, определяемого условиями теплового баланса. В этом случае можно было бы, как и раньше, считать T_2 равным примерно $10\,000^\circ$. Тем самым уравнение (11.7) при известном T_2 полностью определит скорость ионизационной ударной волны.

Впрочем, поскольку ионизационная волна движется благодаря увеличению давления газа внутри ее фронта и в силу самого процесса ионизации газа, то падение температуры (а следовательно, и давления) за ее фронтом не приводит к замедлению волны, а лишь несколько перераспределяет плотности оттекающего газа за фронтом. Поэтому при протекании газа через ионизационный разрыв мы должны учитывать и уравнение сохранения потока энергии. На условиях применимости этого уравнения мы остановимся ниже. Если же плотность газа за фронтом ионизационной волны невелика (например, в случае ионизационной волны разрежения), то учет сохранения потока энергии при прохождении газа через ионизационный разрыв совершенно необходим.

Запишем уравнение сохранения потока энергии через контрольные поверхности:

$$\begin{aligned} \rho_1 v_1 \left[\frac{v_1^2}{2} + \frac{\gamma R T_1}{(\gamma - 1) \mu_1} \right] &= \\ &= \rho_2 v_2 \left[\frac{v_2^2}{2} + \frac{\gamma R T_2}{(\gamma - 1) \mu_2} \right] - c \int_{\nu_0}^{\infty} \rho_{\nu} \frac{\nu - \nu_0}{\nu} d\nu. \quad (11.8) \end{aligned}$$

Второй член в правой части (11.8) учитывает поток лучистой энергии, превращающейся в кинетическую энергию газа и протекающей через вторую (находящуюся в области Н II) контрольную поверхность. Эта энергия поглощается (расходуется на ионизацию) в области фронта ионизационной волны между контрольными поверхностями и не проходит поэтому через контрольную поверхность со стороны области Н I. Множитель $\frac{\nu - \nu_0}{\nu}$ под знаком интеграла в этом члене введен для учета того, что часть энергии квантов $\hbar \nu_0$ расходуется на ионизацию водорода и только оставшаяся часть $\hbar (\nu - \nu_0)$ передается газу. С помощью (5.6) и (5.7) интеграл в (11.8) может быть переписан так:

$$c \int_{\nu_0}^{\infty} \rho_{\nu} \frac{\nu - \nu_0}{\nu} d\nu = c \frac{qq' L}{4\pi r^2}. \quad (11.9)$$

Подставляя это выражение в (11.8), (11.6), (11.5) и (11.9),

получим

$$v_1^2 = \frac{(\gamma + 1) \gamma}{\gamma - 1} \frac{RT_2}{\mu_2} - \frac{2\gamma RT_1}{(\gamma - 1)\mu_1} - \frac{2q'}{1 - q'} \frac{h\nu_0}{m_H}. \quad (11.10)$$

Приравняв скорость, полученную из этого выражения, скорости газа в (11.7), получим уравнение для определения T_2 . Любопытно отметить, что свойства ионизационных ударных волн, т. е. величины v_1 и T_2 , очень слабо, лишь посредством величины q' , зависят от характеристик ионизирующей звезды.

Дальнейшие преобразования системы (11.7) — (11.10) мы проведем, положив для упрощения формул: $\gamma = 5/3$, $\mu_1 = 1$, $\mu_2 = 1/2$ (эти условия почти всегда можно считать выполнеными):

$$\begin{aligned} v_1 &= \sqrt{\frac{32}{15} RT_2 + \frac{h\nu_0}{2(1 - q') cm_H}} \pm \\ &= \sqrt{\left[\sqrt{\frac{32}{15} RT_2 + \frac{h\nu_0}{2(1 - q') cm_H}} \right]^2 - RT_1} = \\ &= \sqrt{\frac{20}{3} RT_2 - 5RT_1 - \frac{2q'}{1 - q'} \frac{h\nu_0}{m_H}}. \end{aligned} \quad (11.11)$$

Формула (11.11) совместно с первыми двумя уравнениями (11.6) решает задачу об определении параметров ионизационной ударной волны.

Исследуем эту систему. Величина $\frac{h\nu_0}{cm_H}$ мала по сравнению с остальными членами и поэтому в (11.11) ее можно опустить. Далее, температура в областях Н I всегда гораздо меньше температуры в Н II, т. е. $T_1 \ll T_2$. Поэтому

$$\begin{aligned} v_1 &= 4 \sqrt{\frac{2}{15} RT_2} \pm 4 \sqrt{\frac{2}{15} RT_2} \left[1 - \frac{15}{64} \frac{T_1}{T_2} + \dots \right] = \\ &= \sqrt{\frac{20}{3} RT_2 - 5RT_1 - \frac{2q'}{1 - q'} \frac{h\nu_0}{m_H}}. \end{aligned} \quad (11.12)$$

Нетрудно убедиться, что в случае ионизационных волн уплотнения (знак плюс) система (11.12) не имеет положительного решения для T_2 . Таким образом, ионизационные

волны *уплотнения* не могут существовать, если при протекании газа через них не происходит *высвечивания*. Однако ионизационные ударные волны уплотнения с *высвечиванием* могут существовать. В этом случае следует пользоваться непосредственно (11.7) при $\gamma = 1$. Приближение при $T_2 > T_1$ имеем из (11.1), (11.5) и (11.7):

$$v_1 \approx \sqrt{2RT_2}; \quad \rho_1 = \frac{1}{2} \rho_2 = \frac{m_H}{h\nu_0} \frac{q(1-q'_1)L}{8\pi r^2} \sqrt{\frac{3}{10RT_2}}, \quad (11.13)$$

где T_2 следует положить равной $10\,000^\circ$. Поэтому

$$v_1 = 13 \text{ км/сек}, \quad \rho_1 = \frac{1}{2} \rho_2 = 0,7 \cdot 10^{-24} \frac{q(1-q'_1)L}{r^2}, \quad (11.14)$$

где L выражено в единицах светимости Солнца, а r — в парсеках.

В случае ионизационных скачков *разрежения* могут существовать волны без высвечивания. Из (11.6) и (11.12) следует, что в этом случае

$$T_2 = \frac{3q_1}{10(1-q_1)} \frac{h\nu_0}{m_H R} = \frac{47\,100^\circ q'}{1-q'}; \quad (11.15)$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2}{15} RT_2} \cdot \frac{15}{16} \frac{T_1}{T_2};$$

$$\rho_1 = \frac{16}{3} \frac{T_2}{T_1} \rho_2 = 7,5 \cdot 10^{-24} \frac{T_2}{T_1} \frac{q(1-q'_1)L}{r^2}. \quad (11.16)$$

В соответствии с данными таблички на стр. 42 можно заключить, что $T_2 > 10\,000^\circ$ для звезд типа О и $T_2 < 10\,000^\circ$ для звезд типа В и более поздних. Можно думать, что в последнем случае вместо определения T_2 из (11.15) следует просто принять $T_2 = 10\,000^\circ$. Впрочем, для звезд даже раннего спектрального класса (05) величина T_2 по (11.15) равна $15\,000^\circ$ и поэтому большой ошибки не будет, если мы просто примем $T_2 \approx 10\,000^\circ$ во всех случаях, учитывая также и большую неуверенность вычисления величин q' .

Формулы (11.14) и (11.16) приводят к существенному для дальнейшего анализа выводу: для движения ионизационной волны (как разрежения, так и уплотнения) необходимо, чтобы плотность газа перед ее фронтом имела вполне

определенное значение, зависящее от светимости звезды и от расстояния до нее. Более того, плотность газа должна уменьшаться обратно пропорционально квадрату расстояния по мере продвижения волны от звезды. Разумеется, в действительности эти условия не имеют места: плотность газа в области НІ может быть самой разнообразной. Поэтому ионизационные разрывы всегда должны распадаться, т. е. образовывать *системы волн*: в «одиночку» они существовать не могут.

Эта особенность получилась у нас потому, что на уравнения, определяющие условия сохранения на разрыве, мы наложили два дополнительных условия: задавали поток массы (11.3) и скорость газа за ионизационным разрывом (условие точки Жуге (11.5)), что и переопределено системы. Являются ли эти дополнительные условия необходимыми? Формула (11.3) описывает самую сущность ионизационных волн, причину их движения и, конечно, не может быть опущена. Условие точки Жуге $v_2 = c_2$ менее необходимо. Если допустить, что область НІІ оказывает давление на ионизационный фронт (например, газу в НІІ некуда растекаться, или температура в ней повышается), то условие точки Жуге может и не выполняться. Подобные ионизационные волны были рассмотрены Каном [54]. Однако, если ионизационный фронт проходит в облако межзвездного газа и расширению образующейся области НІІ ничего не препятствует, что чаще всего и бывает в действительности, то условие точки Жуге должно выполняться обязательно.

Еще раз подчеркнем, что ионизационные ударные волны по своим свойствам аналогичны детонационным волнам, отличаясь от них лишь дополнительным условием — заданием потока массы. Поэтому многие результаты теории детонационных волн, в частности доказательство необходимости точки Жуге [57], переносятся почти без изменений в теорию ионизационных ударных волн в межзвездном пространстве.

Таким образом, ионизационные волны в межзвездном пространстве всегда должны образовывать системы ударных волн и волн разрежения. Поэтому мы отложим дальнейшее изучение ионизационных волн до следующей главы, где будут рассматриваться более сложные движения газа, чем отдельные разрывы.

§ 12. Газомагнитные разрывы

Мы уже видели, что межзвездное магнитное поле оказывает существенное влияние на движение межзвездной среды. Следовательно, и свойства ударных волн в межзвездном пространстве претерпевают дальнейшие изменения, если включить в рассмотрение и межзвездные магнитные поля. В этом случае необходимо учесть: во-первых, магнитное давление; во-вторых, изменение магнитной энергии при протекании газа через ударную волну, и в-третьих, — и это, пожалуй, самое важное, — в газомагнитных ударных волнах имеет место одновременно передача как нормального, так и тангенциального компонентов импульса при протекании газа через разрыв, иными словами, тангенциальные компоненты скорости газа не одинаковы по обе стороны ударной волны в намагниченном газе. Это явление вызвано тем, что давление магнитного поля не является изотропным, как газовое давление. Поэтому газомагнитные тангенциальные разрывы (когда передается только касательный компонент потока импульса) связаны с перпендикулярными ударными волнами (передача только нормального компонента потока импульса) посредством наклонных ударных волн, при которых происходит одновременная передача и касательного и нормального компонентов потока импульса.

В наклонных газомагнитных ударных волнах линии тока, определяющие направления скорости, меняются скачком при переходе через разрыв. Поэтому наклонные газомагнитные ударные волны можно считать обобщением косых ударных волн в обычной газодинамике, кратко затронутых нами при рассмотрении задачи о пересечении ударных волн в § 9. Однако при рассмотрении последних всегда можно преобразованием системы координат перейти к случаю перпендикулярной волны (§ 9, стр. 67), в то время как в газомагнитных ударных волнах этого нельзя сделать из-за скачка тангенциальной компоненты скорости.

Однако и в случае наклонных газомагнитных ударных волн мы можем выбрать специальную систему координат, значительно упрощающую исследование [58]. Прежде всего потребуем, чтобы газомагнитная ударная волна, которую мы будем считать плоской, в выбранной системе координат покоялась; после этого остается лишь одна возможность

изменения системы координат — перенос ее вдоль плоскости ударной волны. Далее, при преобразованиях системы координат в нерелятивистском случае магнитное поле меняется по закону

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}' + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \mathbf{E}].$$

Так как в межзвездном пространстве потенциальных электрических полей нет, а $v \ll c$, то при всех преобразованиях системы координат, в которых мы рассматриваем движение межзвездного газа, магнитное поле не меняется. Поэтому в случае, когда \mathbf{v} не перпендикулярно к \mathbf{H} , всегда можно выбрать такую систему координат, в которой направления вектора скорости газа \mathbf{v} и вектора напряженности магнитного поля \mathbf{H} совпадали до прохождения газа через волну. Тогда и после прохождения газа через волну векторы \mathbf{v} и \mathbf{H} будут параллельны друг другу. В самом деле, при протекании газа через стационарную ударную газомагнитную волну, наряду с уже известными нам условиями сохранения потоков массы, импульса и энергии должны оставаться неизменными величины $[\mathbf{v} \mathbf{H}]$ по обе стороны волны, что следует

из (7.12) при $\sigma \rightarrow \infty$ и $\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = 0$. Поэтому $[\mathbf{v}_1 \mathbf{H}_1] = [\mathbf{v}_2 \mathbf{H}_2] = 0$.

В случае $\mathbf{v}_1 \perp \mathbf{H}_1$ такого преобразования сделать нельзя. Поэтому этот случай *перпендикулярной газомагнитной ударной волны* следует рассматривать отдельно. С нее мы и начнем.

Рассмотрим сначала волну без высвечивания [58] — [60]. Запишем условия сохранения (т. е. уравнения (9.1)), но с учетом магнитного поля и того, что скорости газа в этом случае перпендикулярны к фронту волны, а направления векторов \mathbf{H}_1 и \mathbf{H}_2 параллельны фронту волны:

$$\left. \begin{aligned} J &= \rho_1 v_1 = \rho_2 v_2, \\ H_1 v_1 &= H_2 v_2, \\ p_1 + \rho_1 v_1^2 + \frac{H_1^2}{8\pi} &= p_2 + \rho_2 v_2^2 + \frac{H_2^2}{8\pi}, \\ \frac{5}{2} \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{v_1^2}{2} + \frac{H_1^2}{8\pi\rho_1} &= \frac{5}{2} \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{v_2^2}{2} + \frac{H_2^2}{8\pi\rho_2}. \end{aligned} \right\} \quad (12.1)$$

Четыре уравнения (12.1) позволяют при заданных ρ_1 , H_1 , p_1 , v_1 определить остальные параметры (ρ_2 , H_2 , v_2). Прежде всего из (12.1) следует

$$\frac{H_1}{\rho_1} = \frac{H_2}{\rho_2} = b = \text{const.} \quad (12.2)$$

Равенство (12.2) вытекает также непосредственно из (7.16), поскольку в нашем случае скорость меняется только в перпендикулярном к магнитному полю направлении. Поэтому (12.2) выражает тот принцип «приклеенности», который подробно рассматривался в § 7.

Подставляя (12.2) в (12.1), получаем:

$$\left. \begin{aligned} J &= \rho_1 v_1 = \rho_2 v_2; \\ \rho_1 \left(\frac{RT_1}{\mu_1} + v_1^2 + \frac{b^2 \rho_1}{8\pi} \right) &= \rho_2 \left(\frac{RT_2}{\mu_2} + v_2^2 + \frac{b^2 \rho_2}{8\pi} \right); \\ \frac{5}{2} \frac{RT_1}{\mu_1} + \frac{v_1^2}{2} + \frac{b^2 \rho_1}{8\pi} &= \frac{5}{2} \frac{RT_2}{\mu_2} + \frac{v_2^2}{2} + \frac{b^2 \rho_2}{8\pi}. \end{aligned} \right\} \quad (12.3)$$

Эта система может быть решена так же, как и система (9.1) — (9.3), описывающая обычную ударную волну. Не приводя подробности элементарного, но довольно громоздкого алгебраического вычисления, запишем сразу результаты (полагая $V = 1/\rho$):

$$J^2 = \frac{p_2 - p_1}{V_1 - V_2} + \frac{b^2}{8\pi} \frac{V_1 + V_2}{V_1^2 V_2^2}. \quad (12.4)$$

Вместо адиабаты Гюгонио в этой задаче появляется кубическое уравнение

$$p_2 \left[\frac{\gamma+1}{\gamma-1} V_2 - V_1 \right] = p_1 \left[\frac{\gamma+1}{\gamma-1} V_1 - V_2 \right] - \frac{b^2}{8\pi} \frac{(V_1 - V_2)^3}{(V_1 V_2)^2}. \quad (12.5)$$

Уравнение (12.5) показывает, что и в газомагнитной ударной волне скачок плотности (а в соответствии с (12.2) и скачок напряженности магнитного поля) ограничен условием:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{H_2}{H_1} \leq \frac{\gamma+1}{\gamma-1}, \quad (12.6)$$

причем при равной интенсивности волн скачок плотности в газомагнитной ударной волне меньше, чем скачок

плотности в ударной волне в отсутствие магнитного поля на величину ($\gamma = \frac{5}{3}$):

$$-\frac{\Delta V}{V} \approx \frac{\Delta \rho}{\rho} \approx \frac{27}{32} \frac{H_1^2}{\pi p_2}. \quad (12.7)$$

По мере роста интенсивности волны $\left| -\frac{\Delta V}{V} \right|$ уменьшается.

Таким образом, присутствие магнитного поля в ударных волнах несколько уменьшает сжатие газа в волне. В сильных газомагнитных ударных волнах влияние магнитного поля несущественно. Магнитная энергия газа увеличивается в этих условиях не более чем в 16 раз, тогда как его тепловая энергия может увеличиваться сколь угодно много.

В дальнейшем нам будет нужно знать количество кинетической энергии, рассеянной в газомагнитной ударной волне. Из уравнений (12.3) и (12.4)

$$\begin{aligned} \Delta E &= \frac{\gamma R}{(\gamma - 1) \mu} (T_2 - T_1) = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} + \frac{H_1^2}{8\pi\rho_1} - \frac{H_2^2}{8\pi\rho_2} = \\ &= \frac{1}{2} (p_2 - p_1) (V_1 + V_2) - \frac{H_1^2}{16\pi} \frac{V_1^2 + V_2^2}{V_2^2}. \end{aligned}$$

Если $p_2 \gg p_1$ и $V_1 = 4V_2$ (сильная волна), то

$$\Delta E = \frac{5}{2} p_2 V_2 - \frac{17H_1^2 V_2}{16\pi} = \frac{5}{2} \frac{RT_2}{\mu_2} - \frac{17H_1^2}{16\pi\rho_2}. \quad (12.8)$$

Мы видим, что магнитное поле незначительно уменьшает диссиацию энергии, если кинетическая энергия волны значительно больше магнитной энергии волны.

Иное положение будет тогда, когда кинетическая энергия ударной волны сравнима с ее магнитной энергией. Если, в частности, принять $H_1^2 \approx 4\pi\rho_1 v_1^2$ и $T_1 \ll v_1^2/R$, то

$$\Delta E = 0,088 H_1^2 / 8\pi\rho_1,$$

т. е. диссиация примерно в 20 раз меньше, чем в отсутствие магнитного поля [61]. Таким образом, в этом случае кинетическая энергия волны переходит в магнитную энергию, а не в тепловую.

Если плотность за фронтом газомагнитной ударной волны такова, что становится существенным высвечивание газа, то

для расчета таких газомагнитных ударных волн следует применить методику § 10 [62] — [63]. Уравнение (12.2) по-прежнему остается справедливым, а в системе (12.3) следует опустить последнее уравнение, заменив его уравнением $L = G$, определяющим температуру T . Теория газомагнитных ударных волн с высвечиванием несколько проще, и поэтому мы здесь можем получить явные формулы для скоростей газа и волны. Вместо (10.2) и (10.3) теперь из первых двух уравнений получаем

$$\left. \begin{aligned} v_1^2 &= \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{\frac{\rho_2 R T_2}{\mu_2} + \frac{b^2 \rho_2^2}{8\pi} - \frac{\rho_1 R T_1}{\mu_1} - \frac{b^2 \rho_1^2}{8\pi}}{\rho_2 - \rho_1}, \\ v &= v_1 - v_2 = \sqrt{\left(\frac{\rho_2 R T_2}{\mu_2} + \frac{b \rho_2^2}{8\pi} - \frac{\rho_1 R T_1}{\mu_1} - \frac{b \rho_1^2}{8\pi} \right) \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 \rho_2}}. \end{aligned} \right\} \quad (12.9)$$

Эти уравнения определяют скачок плотности (а следовательно, и скачок напряженности магнитного поля), если известны скорости газа. Правда, относительно ρ_2/ρ_1 уравнения (12.9) кубичны, и поэтому решение их в общем виде громоздко. Значительно упрощаются эти соотношения в случае сильных газомагнитных ударных волн с высвечиванием ($\rho_2 \gg \rho_1$). Тогда для скачка скорости в волне v и скорости самой волны v_1 получаем:

$$v \approx v_1 = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1} \left[\frac{R T_2}{\mu_2} + \frac{b^2 \rho_2}{8\pi} \right]}, \quad v_2 = \frac{\rho_1}{\rho_2} v_1. \quad (12.10)$$

Отсюда следует

$$\frac{H_2}{H_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{4\pi R T_2}{\mu b^2 \rho_1} + \sqrt{\left(\frac{4\pi R T_2}{\mu b^2 \rho_1} \right)^2 + \frac{8\pi v^2}{b^2 \rho_1}}. \quad (12.11)$$

Введем обозначение

$$a^2 = \frac{H^2}{4\pi\rho} = \frac{b^2 \rho}{4\pi}. \quad (12.12)$$

Это — скорость так называемой *волны Альвена*. Тогда (12.10) переписывается в виде

$$\frac{H_2}{H_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{c_2^2}{a_2^2} + \sqrt{\frac{c_2^4}{a_2^4} + \frac{2v^2}{a_2^2}}. \quad (12.13)$$

При выводе (12.11) и (12.13) мы умножали (12.9) на $b^2/8\pi$, поэтому в формуле (12.13) нельзя производить предельного перехода $a \sim H \sim b \rightarrow 0$.

Перейдем теперь к рассмотрению наклонных газомагнитных ударных волн. Используем систему координат, введенную на стр. 102, и обозначим через φ_1 и φ_2 углы между направлениями потока газа (или направлением магнитных силовых линий) соответственно до и после фронта волны. Абсолютные значения скорости газа и напряженности магнитного поля будем по-прежнему обозначать через v и H с индексами 1 и 2. Как и раньше, запишем общие законы сохранения потока массы.

В этих обозначениях уравнение сохранения потока массы имеет вид

$$J = \rho_1 v_1 \cos \varphi_1 = \rho_2 v_2 \cos \varphi_2. \quad (12.14)$$

Уравнение сохранения нормальной компоненты полного потока импульса (с учетом потока импульса магнитного поля) будет

$$\begin{aligned} \rho_1 \left(\frac{RT_1}{\mu_1} + v_1^2 \cos^2 \varphi_1 + \frac{H_1^2}{8\pi\rho_1} \sin^2 \varphi_1 \right) = \\ = \rho_2 \left(\frac{RT_2}{\mu_2} + v_2^2 \cos^2 \varphi_2 + \frac{H_2^2}{8\pi\rho_2} \sin^2 \varphi_2 \right). \end{aligned} \quad (12.15)$$

Уравнение сохранения тангенциальной компоненты потока импульса:

$$\rho_1 \sin \varphi_1 \cos \varphi_1 \left(v_1^2 - \frac{H_1^2}{4\pi\rho_1} \right) = \rho_2 \sin \varphi_2 \cos \varphi_2 \left(v_2^2 - \frac{H_2^2}{4\pi\rho_2} \right). \quad (12.16)$$

Уравнение сохранения потока магнитной индукции ($\operatorname{div} \mathbf{H} = 0$):

$$H_1 \cos \varphi_1 = H_2 \cos \varphi_2. \quad (12.17)$$

Если в газомагнитной ударной волне нет высвечивания, то к системе (12.14) — (12.17) добавляется уравнение сохранения потока энергии. В противном случае, как обычно, из уравнений $L = G$ определяются температуры T_1 и T_2 .

Система уравнений (12.14) — (12.17) очень неудобна для решения в общем виде и поэтому мы ограничимся анализом некото-

рых простых следствий, имеющих интерес с точки зрения межзвездной газодинамики. Для этого сначала выпишем уравнения, непосредственно вытекающие из (12.14) — (12.17):

$$\begin{aligned} \frac{J^2}{\rho_2 \rho_1} &= \frac{\frac{\rho_2 R T_2}{\mu_2} - \frac{\rho_1 R T_1}{\mu_1}}{\rho_2 - \rho_1} + \frac{H_1^2 \cos^2 \varphi_1}{8\pi (\rho_2 - \rho_1)} (\operatorname{tg}^2 \varphi_2 - \operatorname{tg}^2 \varphi_1) = \\ &= \frac{H_1^2 \cos^2 \varphi_1}{4\pi} \frac{\operatorname{tg} \varphi_2 - \operatorname{tg} \varphi_1}{\rho_1 \operatorname{tg} \varphi_2 - \rho_2 \operatorname{tg} \varphi_1} = v_1 v_2 \cos \varphi_1 \cos \varphi_2. \end{aligned} \quad (12.18)$$

1. Рассмотрим сначала случай сильных скачков (J , $\frac{\rho_2}{\rho_1}$ и v_1 велики). Тогда $\rho_1 \operatorname{tg} \varphi_2 \rightarrow \rho_2 \operatorname{tg} \varphi_1$ (это следует из третьей части равенства (12.18), если J велико) и

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi_2 &\rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} \gg 1; & \operatorname{tg} \varphi_2 &\gg 1; & \varphi_2 &\rightarrow 90^\circ; \\ \frac{H_2}{H_1} &\rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} \sin \varphi_1. \end{aligned} \right\} \quad (12.19)$$

Последнее уравнение следует из первого уравнения (12.19) и формулы (12.17) при $\varphi_2 \approx 90^\circ$. Таким образом, в сильных разрывах за фронтом газомагнитной ударной волны магнитные силовые линии идут почти параллельно фронту. Магнитное поле возрастает пропорционально скачку плотности, однако меньше, чем в перпендикулярной газомагнитной ударной волне в $\sin \varphi_1$ раз.

2. Система (12.14) — (12.17) имеет также решение

$$v_1^2 = v_2^2 = \frac{H_1^2}{4\pi\rho_1} = \frac{H_2^2}{4\pi\rho_2} = a^2; \quad \rho_1 = \rho_2; \quad \varphi_1 = \pm \varphi_2. \quad (12.20)$$

В этом случае на фронте разрыва испытывает скачок только направление магнитных силовых линий. Разрыв распространяется со скоростью волны Альвена.

3. Допустим, что газовое давление как перед фронтом волны, так и за ним вследствие высвечивания много меньше соответствующего магнитного давления. (Внутри фронта этой волны газовое давление может быть и больше магнитного давления.) Такие скачки плотности, скорости и магнитного поля мы будем называть *магнитными разрывами*. Опуская

члены с газовым давлением в (12.18) (т. е. первый член второй части этих равенств), получаем уравнение

$$\frac{\operatorname{tg}^2 \varphi_2 - \operatorname{tg}^2 \varphi_1}{2(\rho_2 - \rho_1)} = \frac{\operatorname{tg} \varphi_2 - \operatorname{tg} \varphi_1}{\rho_1 \operatorname{tg} \varphi_2 - \rho_2 \operatorname{tg} \varphi_1} = \frac{4\pi v_1 v_2}{H_1^2} \frac{\cos \varphi_2}{\cos \varphi_1}, \quad (12.21)$$

решение которого имеет вид

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1 \right) \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} + 1 \right)^2 + \frac{\rho_2}{\rho_1} - 1}. \quad (12.22)$$

После определения угла φ_2 по этой формуле из (12.14) и (12.17) можно найти скачок скорости и напряженности магнитного поля:

$$\frac{H_2}{H_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_2}}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_1}}. \quad (12.23)$$

Скорость движения магнитного разрыва по покоящемуся газу равна $v_1 \cos \varphi$, а скорость газа за фронтом магнитного разрыва $v = v_1 \cos \varphi_1 - v_2 \cos \varphi_2$.

Можно рассмотреть еще много различных возможностей и случаев решения задач на газомагнитные разрывы. Принципиальных затруднений здесь нет никаких, но формулы становятся очень громоздкими. Для дальнейшего анализа межзвездных движений газа нам будет достаточно и рассмотренных выше простых примеров.

ГЛАВА IV

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ МЕЖЗВЕЗДНОГО ГАЗА

Для определения движения межзвездного газа необходимо, вообще говоря, решить соответствующие уравнения межзвездной газодинамики, которые мы и выведем в этой главе. Однако предварительно сделаем несколько замечаний.

В гидродинамике и газодинамике принято различать два вида течений — *потенциальные* и *вихревые* (частным, но распространенным случаем последних являются *турбулентные* движения). Аналогичное положение имеет место и в межзвездной газодинамике. Обычная газодинамика изучает в основном потенциальные течения, чаще всего имеющие определенную симметрию движения (одномерные, плоские, центрально-симметричные). В межзвездном пространстве такие «правильные» движения встречаются сравнительно редко; чаще всего движение межзвездного газа имеет вихревой и турбулентный характер. Все же в некоторых, но довольно важных случаях мы можем рассматривать движение межзвездного газа как симметричное, конечно, с определенной степенью приближения.

Поэтому в этой главе наряду с выводом уравнений движения межзвездного газа мы изучим и те случаи потенциальных симметричных неустановившихся движений газа, которые могут встретиться в реальных условиях межзвездного пространства.

§ 13. Уравнения движения межзвездной магнитной газодинамики

Некоторые уравнения из той системы, которая определяет движение межзвездного газа, мы уже вывели в § 7. Это будут:

а) уравнение непрерывности (7.16):

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{v} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} (\rho \mathbf{v}) = 0; \quad (13.1)$$

б) уравнение индукции магнитного поля (7.12) или (7.15):

$$\frac{d\mathbf{H}}{dt} - (\mathbf{H}\nabla)\mathbf{v} - \mathbf{H} \operatorname{div} \mathbf{v} = \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \operatorname{rot} [\mathbf{v}\mathbf{H}] = 0. \quad (13.2)$$

Ни вязкость, ни электропроводность мы здесь учитывать не будем.

В § 7 из этих уравнений было выведено соотношение:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\mathbf{H}}{\rho} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\mathbf{H}}{\rho} \right) + (\mathbf{v}\nabla) \frac{\mathbf{H}}{\rho} = \left(\frac{\mathbf{H}}{\rho} \nabla \right) \mathbf{v}, \quad (13.3)$$

которое можно использовать вместо уравнения (13.1) или (13.2).

Следующим уравнением движения является уравнение притока энергии из межзвездного излучения:

$$\frac{G - L}{\rho} = \frac{d}{dt} \ln \frac{T^{\frac{3}{2}}}{\rho} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla) \right) \ln \frac{T^{\frac{3}{2}}}{\rho}. \quad (13.4)$$

Уравнение (13.1) выражает закон сохранения массы, уравнение (13.2) или (13.3) выражает принцип «приклеенности» или вмороженности, уравнение (13.4) — закон сохранения энергии.

Осталось записать последнее уравнение — закон сохранения импульса. Для его вывода следует приравнять производную от количества движения $\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt}$ силам, действующим на элемент массы газа. Мы примем во внимание следующие силы: газовое давление $\operatorname{grad} p$; лучевое давление $\operatorname{grad} p_{\text{луч}}$, силу гравитационного притяжения $\rho \operatorname{grad} \varphi$, где φ — потенциал гравитационного поля и, наконец, силу Лоренца, вызванную наличием в межзвездном пространстве магнитных полей:

$$\mathbf{f}_{\text{Лор}} = [\mathbf{j}\mathbf{H}] = -\frac{1}{4\pi} [\mathbf{H} \operatorname{rot} \mathbf{H}].$$

Здесь \mathbf{j} — плотность тока, связанного с $\operatorname{rot} \mathbf{H}$ в соответствии со второй формулой (7.5). Собирая все «силы», мы получим

искомое уравнение:

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\operatorname{grad} p - \operatorname{grad} p_{\text{пуч}} + \rho \operatorname{grad} \varphi - \frac{1}{4\pi} [\mathbf{H} \operatorname{rot} \mathbf{H}]. \quad (13.5)$$

Это уравнение можно переписать в такой форме:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} + \frac{1}{4\pi\rho} [\mathbf{H} \operatorname{rot} \mathbf{H}] + \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} (p + p_{\text{пуч}}) - \operatorname{grad} \varphi = 0. \quad (13.6)$$

Для учета влияния вязкости (если оно существенно) в правой части (13.6) вместо нуля следует поставить выражение:

$$\frac{1}{\rho} \left[\eta \Delta \mathbf{v} + \left(\zeta + \frac{\eta}{3} \right) \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{v} \right],$$

где η и ζ — коэффициенты динамической и второй вязкости соответственно. Однако в тех задачах, с которыми нам придется встречаться в межзвездной газодинамике, учет вязкости несуществен.

Вообще говоря, к уравнениям (13.1) — (13.6) следует еще добавить очевидное уравнение

$$\operatorname{div} \mathbf{H} = 0$$

и уравнения, определяющие степень ионизации. Тогда система уравнений движения в межзвездной газодинамике станет полной. Напоминаем, что всюду в этих уравнениях $\frac{d}{dt}$ есть лагранжева производная, описывающая изменение данного параметра по мере движения элемента массы газа, а $\frac{\partial}{\partial t}$ есть эйлерова производная, описывающая изменения этого параметра в одном и том же месте пространства. Мы в дальнейшем будем чаще всего пользоваться эйлеровой формой уравнения движения, хотя в некоторых случаях сохраним и лагранжеву форму.

Сложная нелинейная форма этих уравнений приводит к тому, что решение системы (13.1) — (13.6) в сколько-нибудь общем виде невозможно. Для исследования различных конкретных задач уравнения приходится упрощать, идеализируя условия задачи и отвлекаясь от менее существенных эффектов.

Весьма любопытным является тот случай движения, когда повсюду скорость газа перпендикулярна к напряженности

магнитного поля, т. е. $\mathbf{v} \perp \mathbf{H}$. К этому типу движений при-
надлежат одномерные и цилиндрически симметричные дви-
жения при магнитном поле, направленном вдоль оси симметрии,
а также плоские движения, когда поле перпендикулярно
к данной плоскости. С некоторым приближением к этому
случаю можно отнести и сферически-симметричные движения.

При $\mathbf{v} \perp \mathbf{H}$ из (13.3) следует:

$$\frac{\mathbf{H}}{\rho} = \mathbf{b} = \text{const}, \quad (13.7)$$

т. е. в данном случае при движении газа «при克莱енный»
к нему вектор \mathbf{H} сохраняет свое направление в пространстве,
а его абсолютная величина меняется пропорционально плот-
ности. С формулой (13.7) мы уже встречались в § 12
[формула (12.2)]. Преобразуем теперь уравнение (13.6) с учес-
том (13.7), воспользовавшись известным тождеством:

$$[\mathbf{H} \operatorname{rot} \mathbf{H}] = -\frac{1}{2} \operatorname{grad} H^2 - (\mathbf{H} \nabla) \mathbf{H}. \quad (13.8)$$

Мы получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} - \frac{1}{4\pi\rho} (\mathbf{H} \nabla) \mathbf{H} + \\ + \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} \left(p + \frac{H^2}{8\pi} + p_{\text{луч}} \right) - \operatorname{grad} \varphi = 0. \end{aligned} \quad (13.9)$$

Из (13.7) и (13.3) следует, что в данном случае $(\mathbf{H} \nabla) \mathbf{H} = 0$.
Подставляя в (13.9) вместо \mathbf{H} выражение (13.7), находим:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} + \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} (p_m + p_{\text{луч}}) - \operatorname{grad} \varphi = 0, \quad (13.10)$$

где

$$p_m = p_{\text{газ}} + \frac{H^2}{8\pi} = p_{\text{газ}} + \frac{b^2}{8\pi} \rho^2. \quad (13.11)$$

Таким образом, в этом случае решение магнитно-газодинами-
ческой задачи сводится к решению обычной газодинами-
ческой задачи [65], [66], только вместо газового давления $p_{\text{газ}}$
следует подставить полное давление p_m (13.11). Если движение
газа адиабатично, то

$$p_{\text{газ}} = k(S) \rho^\gamma,$$

где $k(S)$ — задаваемая функция энтропии, а γ — показатель
адиабаты. Тогда (13.10) можно переписать в виде

$$p_m = k(S) \rho^\gamma + \frac{b^2(S)}{8\pi} \rho^2, \quad (13.12)$$

где параметр b , сохраняющийся при движении данного элемента массы газа, тоже будет функцией его энтропии. В межзвездном пространстве движение часто является изотермическим. В этом случае

$$p_m = \frac{RT}{\mu} \rho + \frac{b^2}{8\pi} \rho^2. \quad (13.13)$$

Таким образом, рассматриваемый класс задач (напоминаем, что к нему относятся как одномерные, так и цилиндрически симметричные течения) являются простым обобщением соответствующих задач обычной газодинамики, отличаясь от них только тем, что вместо одного политропического уравнения состояния газа следует считать давление суммой двух политропных уравнений с индексами 1 и 2 (если движение изотермическое) или $\frac{5}{3}$ и 2 (если движение адиабатическое). Таким путем можно анализировать и движения в сильном магнитном поле, использовав соответствующую газодинамическую задачу с индексом политропы 2.

Этот метод анализа магнитно - газодинамических движений межзвездного газа, хотя и применимый лишь при $\mathbf{v} \perp \mathbf{H}$, все же весьма полезен, ибо позволяет, используя соответствующую газодинамическую задачу, изучить многие существенные особенности движений межзвездного газа.

Рассмотрим теперь противоположный случай: $\mathbf{v} \parallel \mathbf{H}$, т. е. скорость газа всюду направлена вдоль магнитных силовых линий (рис. 30). Тогда из (13.2) следует, что $\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = 0$, т. е. магнитное поле стационарно. Допустим, что и поле скоростей стационарно, т. е. $\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = 0$. В силу стационарности

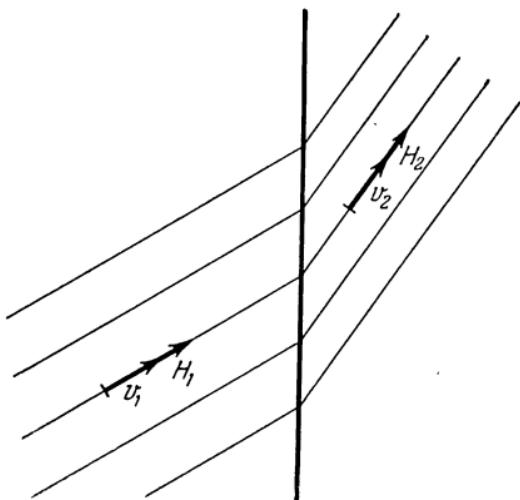


Рис. 30. Преломление магнитных силовых линий и линий тока в газомагнитной ударной волне в системе координат, в которой $\mathbf{v} \parallel \mathbf{H}$.

и $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$. Следовательно, в этом случае

$$\operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = \operatorname{div} \mathbf{H} = 0. \quad (13.14)$$

В силу параллельности \mathbf{v} и \mathbf{H} можно положить

$$\mathbf{v} = \alpha \mathbf{H},$$

где α — некоторая скалярная функция координат, а следовательно, и плотности. Тогда

$$\operatorname{div}(\alpha \rho \mathbf{H}) = \alpha \rho \operatorname{div} \mathbf{H} + (\mathbf{H} \nabla) \rho \alpha = (\mathbf{H} \operatorname{grad}) \rho \alpha = 0. \quad (13.15)$$

Таким образом, вдоль магнитной силовой линии величина $\rho \alpha (\rho)$, а следовательно, и плотность ρ , должны оставаться постоянными. Возвращаясь теперь к (13.6), заключаем, что это уравнение удовлетворяется при условиях

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} &= 0, \\ \mathbf{v} &= \frac{\mathbf{H}}{\sqrt{4\pi\rho}} \end{aligned} \quad (13.16)$$

с учетом (13.15), и

$$\operatorname{grad} \left(p_{\text{газ}} + \frac{H^2}{8\pi} + p_{\text{луч}} \right) = \rho \operatorname{grad} \varphi. \quad (13.17)$$

Итак, в рассматриваемом случае, при $\mathbf{v} \parallel \mathbf{H}$, газ все время движется вдоль магнитных силовых линий, причем так, что плотность его все время остается постоянной (Сыроватский). Газовое, магнитное и лучевое давление уравновешиваются гравитационным притяжением [67].

Соотношение (13.16) характерно для волн Альвена [68]. Однако рассматриваемое движение — не волновой процесс, и потому оно не сводится к волнам Альвена. Наконец, отметим, что в § 12 при анализе наклонных газомагнитных ударных волн мы также рассматривали движение с $\mathbf{v} \parallel \mathbf{H}$. Однако при этом условия (13.16) и (13.7) не выполнялись (за исключением уже упоминавшегося случая волн Альвена) ввиду наличия скачка.

Рассмотрим теперь центрально-симметричное движение в поле тяготения. Ради простоты мы ограничимся здесь разбором случая движения при отсутствии магнитного поля ($H = 0$) и лучевого давления ($p_{\text{луч}} = 0$). Учет их в случае необходимости не составляет затруднений.

Для дальнейшего нам понадобятся следующие формулы:

$$dp = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right) d\rho + \left(\frac{\partial p}{\partial S} \right) dS = c_{3B}^2 d\rho + \frac{p}{C_V} dS, \quad (13.18)$$

где S — энтропия, C_V — теплоемкость при постоянном объеме и c_{3B} — скорость звука, а также

$$dS = \frac{dQ}{T} = \frac{V(G-L)}{T} dt = \frac{G-L}{\rho T v} dr, \quad (13.19)$$

где v — как и раньше, скорость. Таким образом, (13.19) определяет изменение энтропии газа при смещении его на длину dr . Подставляя (13.19) в (13.18) и учитывая, что $C_V = R/\mu(\gamma - 1)$, а также уравнение состояния $pV = \frac{RT}{\mu}$, находим

$$dp = c_{3B}^2 d\rho + (\gamma - 1) \frac{G - L}{v} dr. \quad (13.20)$$

Перепишем теперь уравнения (13.21) и (13.6) при условиях $H = 0$, $p_{\text{луч}} = 0$ в сферически-симметричной форме:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\partial \varphi}{\partial r}; \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial r} + \rho \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{2\rho v}{r} = 0. \quad (13.21)$$

Исключив из (13.21) dp и $d\rho$ с помощью (13.20), мы получаем

$$\begin{aligned} \frac{1}{c_{3B}^2} \frac{\partial v}{\partial t} - \frac{1}{\rho v} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{v} \left(\frac{v^2}{c_{3B}^2} - 1 \right) \frac{\partial v}{\partial r} = \\ = \frac{1}{c_{3B}^2} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{2}{r} - \frac{(\gamma - 1)(G - L)}{c_{3B}^2 v \rho}. \end{aligned} \quad (13.22)$$

Уравнение (13.22) приводит к интересным следствиям. Рассмотрим стационарное движение ($\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$) и примем для потенциала гравитационного поля выражение $\varphi = f \mathfrak{M}/r$, где f — постоянная тяготения Ньютона, а \mathfrak{M} — масса центрального тела, которая считается значительно большей, чем масса потока газа. Тогда уравнение (13.22) примет вид

$$\frac{1}{v} \left(\frac{v^2}{c_{3B}^2} - 1 \right) \frac{dv}{dr} = - \frac{f \mathfrak{M}}{c_{3B}^2 r^2} + \frac{2}{r} - \frac{(\gamma - 1)(G - L)}{c_{3B}^2 v \rho}. \quad (13.23)$$

Подобная формула была впервые получена Вулисом и Станюковичем [44].

Из формулы (13.23) следует, что гравитационное притяжение и приток лучистой энергии ускоряют сверхзвуковой поток ($\frac{dv}{dr} < 0$) по направлению к звезде и тормозят дозвуковой поток, движущийся в том же направлении. Отток энергии действует противоположно. С другой стороны, поток газа от звезды тормозится гравитационным полем и притоком энергии при сверхзвуковом потоке и ускоряется при дозвуковом потоке. Ввиду различной зависимости от расстояния до звезды r всех трех членов правой части (13.23) на разных расстояниях поток газа к звезде (или от звезды) будет то тормозиться, то ускоряться. В тех местах, где скорость газа становится равной местной скорости звука (т. е. $v = c_{\text{зв}}$), $\frac{dv}{dr}$ обращается в бесконечность (если правая часть (13.23) не равна нулю). Возникающий при этом так называемый *кризис течения* вызывает появление ударных волн.

Исследование этой интересной проблемы, сводящейся к анализу уравнения (13.23) или, в более общем случае, к анализу (13.22), несомненно, позволит получить много данных, интересных для космогонии. Как известно, проблема изучения выпадания межзвездного вещества на поверхность звезды (так называемой *акреции*) или обратная проблема — выбрасывание газа из атмосфер звезд — занимают весьма важное место в современной космогонии.

Обычно космогонисты просто принимают, что гравитационное притяжение приводит к выпаданию межзвездного вещества на звезду, если скорость звезды по отношению к межзвездному газу мала. Уравнение (13.23) убедительно показывает, что это справедливо далеко не всегда. Лучевое давление, действующее в противоположном направлении по сравнению с гравитационным притяжением, тоже, очевидно, далеко не всегда приводит к отталкиванию межзвездного вещества от звезды — все зависит от соотношения скорости газа и скорости звука в нем.

Мы не будем здесь углубляться в анализ этой большой и интересной проблемы, поскольку такой анализ следует проводить с учетом данных о массах звезд, плотности межзвездного вещества, значений величин G и L в большом интервале плотностей и температур и потому выходит за рамки настоящей книги.

Все же некоторые простые выводы об акреции мы сделаем. В случае адиабатических течений $G - L = 0$ и на не слишком больших расстояниях от звезды $r < f\mathfrak{M}/2c_{\text{зв}}^2$; тогда в правой части (13.23) остается существенным лишь первый член. В этом случае ускоряться, а следовательно, и выпадать на звезды может только сверхзвуковой поток. Из уравнения непрерывности следует (поскольку поток стационарный)

$$r^2\rho v = \text{const}, \quad vc_{\text{зв}}^{2/3}r^2 = \text{const}. \quad (13.24)$$

Подставляя выражение для $c_{\text{зв}}$ из (13.24) в (13.23) при $G - L = 0$ и пренебрегая членом $2/r$, убеждаемся, что его решение имеет вид

$$\frac{v}{c_{\text{зв}}} = \frac{v_0}{c_{\text{зв}}^{(0)}}, \quad v^2 - v_0^2 = \frac{2v_0^2f\mathfrak{M}}{v_0^2 - c_{\text{зв}}^{(0)2}} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right), \quad (13.25)$$

где нуликами обозначены начальные значения параметров. Уравнения (13.25) описывают свободное падение частиц газа на притягивающую звезду, однако с несколько измененной «эффективной» массой звезды $\mathfrak{M} v_0^2 / (v_0^2 - (c_{\text{зв}}^0)^2)$. Отметим, что скорость звука растет пропорционально скорости газа. Аналогичными качественными свойствами, хотя и несколько отличными количественно, обладает и изотермическое выпадение межзвездного газа на звезду.

Следует, однако, всегда иметь в виду, что методы газодинамики применимы лишь в том случае, если характерные размеры системы значительно больше длины свободного пробега λ . Поэтому и приведенные выше соображения справедливы лишь при условии $r \gg \lambda$.

§ 14. Одномерные и автомодельные движения межзвездного газа

Продолжим исследование упрощенных форм системы уравнений межзвездной газодинамики, выведенных в § 13. Наиболее простым и легче всего поддающимся расчету является случай одномерного движения. Правда, в межзвездном пространстве движение газа никогда не бывает одномерным, однако, анализируя случай одномерного движения, можно

легко получить ряд результатов, которые, по крайней мере качественно, сохранят свою силу и для более сложных пространственных несимметричных движений.

Запишем уравнения движения в одномерном случае. Уравнение (13.10) или (13.12) примет вид

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left[k(S) \rho^\gamma + \frac{b^2(S)}{8\pi} \rho^2 \right] - \frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0, \quad (14.1)$$

а уравнение непрерывности запишется так:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0. \quad (14.2)$$

Уравнение энергетического баланса мы выписывать не будем, считая движение газа либо адиабатическим, либо изотермическим.

Однако исследование даже этой упрощенной системы в общем виде затруднительно. Поэтому мы будем рассматривать ее, так сказать, по «частям». Пренебрежем сначала влиянием магнитного поля ($b = 0$) и гравитационного поля ($\varphi = 0$) и будем считать движение адиабатическим. Тогда, учитывая равенства

$$p = k(S) \rho^\gamma, \quad \frac{RT}{\mu} = k(S) \rho^{\gamma-1} = \frac{c_{3B}^2}{\gamma}, \quad (14.3)$$

мы можем (14.1) и (14.2) переписать так:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{2c_{3B}}{\gamma-1} \frac{\partial c_{3B}}{\partial x} = 0 \quad (14.4)$$

и

$$\frac{\partial c_{3B}}{\partial t} + v \frac{\partial c_{3B}}{\partial x} + \frac{\gamma-1}{2} c_{3B} \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad (14.5)$$

так как из (14.3) следует

$$d \ln \rho = \frac{2}{\gamma-1} d \ln c_{3B}.$$

Складывая почленно (14.5) с (14.4), а затем вычитая, предварительно умножив (14.5) на $\frac{2}{\gamma-1}$, получим вместо (14.4), (14.5) такую систему уравнений:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(v \pm \frac{2c_{3B}}{\gamma-1} \right) + (v \pm c_{3B}) \frac{\partial}{\partial x} \left(v \pm \frac{2c_{3B}}{\gamma-1} \right) = 0. \quad (14.6)$$

Уравнение (14.6) представляет собой разложение произвольного одномерного движения газа на две взаимодействующие волны, одна из которых распространяется вправо со скоростью $v + c_{\text{зв}}$, а вторая влево со скоростью $v - c_{\text{зв}}$. Иными словами, заданное значение комбинации параметров

$$v \pm \frac{2c_{\text{зв}}}{\gamma - 1} = \text{const} \quad (14.7)$$

движется со скоростью $v \pm c_{\text{зв}}$. Подставляя (14.7) в (14.4), получаем уравнение

$$\frac{\partial v}{\partial t} + (v \pm c_{\text{зв}}) \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad (14.8)$$

решение которого, обычно называемое *римановым*, имеет вид:

$$x = (v + c_{\text{зв}}) t + f(t), \quad (14.9)$$

где $f(v)$ — произвольная функция, находимая из начальных условий. Формула (14.9) и определяет (правда, в неявном виде) зависимость скорости газа при одномерном движении от координаты x и времени t . Частный, но важный случай этого движения при $f(v) = 0$ называется *автомодельным*, и ниже мы рассмотрим его подробнее.

Пока же сделаем несколько замечаний. Запишем (14.7) со знаком минус в таком виде

$$v - \frac{2c_{\text{зв}}}{\gamma - 1} = - \frac{2c_{\text{зв}}^{(0)}}{\gamma - 1}, \quad (14.10)$$

где $c_{\text{зв}}^{(0)}$ — значение скорости звука в том месте области, занимаемой газом, где его скорость равна нулю. Отсюда следует, что скорость газа в направлении, противоположном распространению волны, ограничена условием:

$$|v| \leqslant \frac{2c_{\text{зв}}^{(0)}}{\gamma - 1}. \quad (14.11)$$

С другой стороны, так как волна (14.10) распространяется со скоростью $v - c_{\text{зв}}$, то граница между неподвижными ($v = 0$) и движущимися массами газа, распространяется со скоростью $-c_{\text{зв}}^{(0)}$.

Рассмотрим теперь следующую задачу, результаты которой могут быть непосредственно использованы для анализа

движений межзвездного газа. Допустим, что газ занимает полупространство, ограниченное при $x = 0$ с одной стороны вакуумом и что при $t = 0$ с этой границы начинается истечение газа в вакуум. Полагая в (14.9) $t = 0$ и $x = 0$, получаем $f(v) = 0$, т. е. движение будет автомодельным. При $t > 0$ от границы раздела в сторону газа будет двигаться волна разрежения со скоростью звука в неподвижном газе $c_{\text{зв}}$. По левую сторону от этой волны разрежения газ неподвижен, по правую — движется по закону:

$$v = \frac{x}{t} + c_{\text{зв}}. \quad (14.12)$$

Таким образом, график распределения скоростей в газе имеет прямолинейный вид, все время возрастая вплоть до значения (14.11), которое достигается на переднем фронте разлетающегося газа. С другой стороны, скорость звука также линейно спадает до нуля на переднем фронте разлетающегося газа. Распределение давления и плотности газа может быть вычислено по формулам (14.3):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\rho}{\rho_0} &= \left(\frac{c_{\text{зв}}}{c_{\text{зв}}^{(0)}} \right)^{\frac{2}{\gamma-1}} = \left[\frac{2}{\gamma+1} - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \frac{x}{tc_{\text{зв}}^{(0)}} \right]^{\frac{2}{\gamma-1}}, \\ \frac{p}{p_0} &= \left[\frac{2}{\gamma+1} - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \frac{x}{tc_{\text{зв}}^{(0)}} \right]^{\frac{2\gamma}{\gamma-1}}. \end{aligned} \right\} \quad (14.13)$$

Распределение скорости газа и скорости звука изображено на рис. 31. Хотя это решение, строго говоря, применимо лишь для одномерных движений, те особенности разлета газа, о которых мы только что говорили, сохраняют свою силу и в случае более сложных пространственных движений [44].

Так как для межзвездного газа $\gamma = \frac{5}{3}$, то из (14.11) следует, что скорость разлета межзвездного газа не превышает $3c_{\text{зв}}^{(0)}$, т. е. троекратной скорости звука в неподвижном газе.

Учет влияния магнитного поля не изменит существенно качественных и даже количественных результатов решения этой задачи. К сожалению, в этом случае не удается получить аналитического решения. Однако, если магнитное давле-

ние значительно больше газового, то можно приближенно использовать решение (14.7) — (14.13), положив $\gamma = 2$ в соответствии с результатами предыдущего параграфа [см. формулу (13.13)]. В этом случае, во-первых, скорость разлета газа всего в два раза больше скорости распространения возмущений, которая теперь равна скорости волн Альвена.

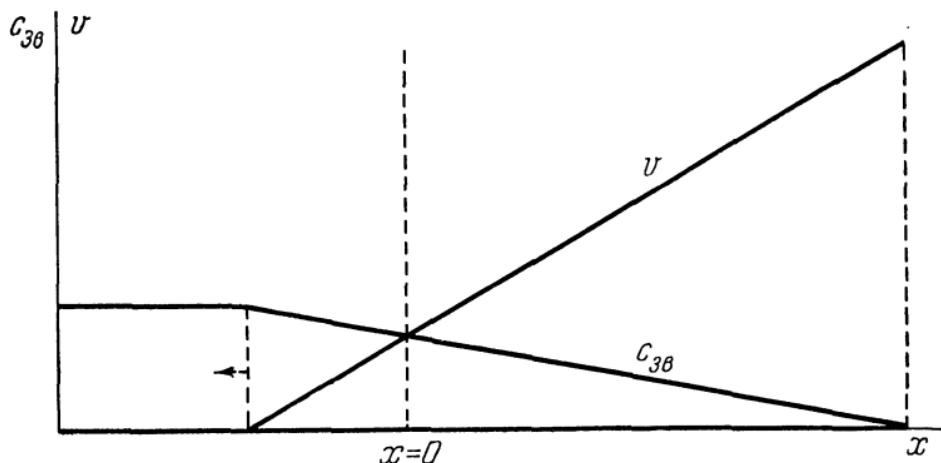


Рис. 31. Распределение скорости газа и скорости звука в разлетающейся области в некоторый момент времени. Влево идет волна разрежения (пунктир со стрелкой); справа — область вакуума.

Во-вторых, первое уравнение (14.13), описывая разлет намагниченного слоя межзвездного газа с малым газовым давлением ($H^2 \gg 8\pi p$), будет иметь вид

$$\frac{H}{H_0} = \frac{\rho}{\rho_0} = \left[\frac{2}{3} - \frac{x \sqrt{4\pi\rho_0}}{3H_0 t} \right]^2. \quad (14.14)$$

Так изменяется напряженность магнитного поля при расширении содержащего его газа в вакууме перпендикулярно к направлению поля. Поэтому вышеприведенные соображения справедливы лишь для одномерного движения (при расширении вдоль поля напряженность H не меняется). Учет внешнего гравитационного поля приведет к тому, что вся система движущегося газа будет «падать» в этом поле [44]. Например, если

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = g = \text{const}$$

то всюду в соотношениях типа (14.7) следует добавить слагаемое gt , а в соотношениях вида (14.8) добавить $\frac{gt^2}{2}$. Если же по мере движения газа ускорение силы тяжести меняется или если необходимо учитывать собственное гравитационное поле системы, то уравнения движения, к сожалению, не могут быть решены в конечном виде. Впрочем, в реальных условиях межзвездной среды гравитационное притяжение, по-видимому, не играет существенной роли.

В предыдущих параграфах мы неоднократно подчеркивали, что движение межзвездного газа чаще всего бывает изотермичным. Как это условие скажется на решении о разлете задачи массы газа? Изотермическое движение можно считать частным случаем политропического при $\gamma = 1$. К сожалению, в уравнениях этого параграфа переход к пределу $\gamma \rightarrow 1$ невозможен. Поэтому вернемся к (14.1), положив

$$k(S) = c_T^2 = \frac{RT}{\mu},$$

где c_T — изотермическая скорость звука, $\gamma = 1$, $b(S) = 0$ и $\frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0$, и запишем теперь (14.1) и (14.2) в таком виде:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + c_T^2 \frac{\partial \ln \rho}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \ln \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \ln \rho}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0. \quad (14.15)$$

Умножим второе уравнение (14.15) на c_T , сложим и вычтем его из первого уравнения (14.15). Мы получим

$$\frac{\partial}{\partial t} (v \pm c_T \ln \rho) + (v \pm c_T) \frac{\partial}{\partial x} (v \pm c_T \ln \rho) = 0, \quad (14.16)$$

т. е. уравнение типа (14.6). Весь дальнейший анализ проводится аналогичным образом, следует лишь повсюду заменить $\frac{2}{\gamma - 1}$ на $\ln \rho$. Можно было бы думать, что скорость разлета

$$v < \left| c_T \ln \frac{\rho}{\rho_0} \right|, \quad (14.17)$$

т. е. не ограничена сверху (ρ_0 — некоторая начальная плотность). Однако следует иметь в виду, что по мере уменьшения плотности газа условие изотермичности выполняется все хуже и хуже и на переднем фронте разлетающегося газа

оно заведомо не имеет места: там условия гораздо ближе к адиабатическим, и предел (14.11) сохраняет свое значение.

Распределение плотности, скорости газа и температуры (т. е. скорости звука) в области разлета в случае изотермичности будет отличаться в количественном отношении от приведенного на рис. 31, однако качественная картина разлета остается прежней.

Решение (11.9) или (11.12) справедливо только тогда, когда волна разрежения, идущая по покоящемуся газу, не встречает какого-либо препятствия или другую волну разрежения, идущую с противоположной стороны туманности, а также, если разлет газа не встречает сопротивления, иными словами, эти решения справедливы только для случая разлета газа в пустоту. Если эти условия не выполнены, то образуется сложная система течений, волн разрежения и ударных волн. В принципе можно рассчитать и такую картину движения. Для этого, в частности, необходимо найти общее решение системы (14.1) и (14.2), зависящее от двух произвольных функций [решение (14.9), зависящее только от одной произвольной функции, является особым]. Систему двух уравнений первого порядка (14.1) и (14.2) можно свести к одному уравнению второго порядка, общее решение которого в ряде случаев находится в явном виде.

Мы проиллюстрируем этот метод на примере изотермического течения. Введем потенциал скорости ψ так, чтобы $v = \frac{\partial \psi}{\partial x}$. Тогда уравнение (14.1) примет вид

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{1}{2} v^2 + c_T^2 \ln \rho + \frac{b^2}{4\pi} \rho + \varphi \right\} = 0.$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{1}{2} v^2 + c_T^2 \ln \rho + \frac{b^2}{4\pi} \rho + \varphi = \text{const.} \quad (14.18)$$

Введем вместо потенциала ψ новую функцию χ по формуле

$$\chi = \psi - xv + t \left(\frac{1}{2} v^2 + c_T^2 \ln \rho + \frac{b^2}{4\pi} \rho + \varphi \right), \quad (14.19)$$

откуда (ψ не зависит от v)

$$\frac{\partial \chi}{\partial v} = -x + vt; \quad \frac{\partial \chi}{\partial t} = t, \quad (14.20)$$

где

$$u = c_T^2 \ln \rho + \frac{b^2}{4\pi} \rho + \varphi. \quad (14.21)$$

Будем теперь считать u и v новыми независимыми переменными и преобразуем уравнение непрерывности (14.2) к этим переменным следующим образом: напишем его в виде якобианов

$$\frac{\partial(\ln \rho, x)}{\partial(t, x)} + v \frac{\partial(t, \ln \rho)}{\partial(t, x)} + \frac{\partial(t, v)}{\partial(t, x)} = 0.$$

Умножим это выражение на $\frac{\partial(t, x)}{\partial(u, v)}$ и раскрываем якобианы, считая u функцией только плотности ρ . Тогда

$$\frac{d \ln \rho}{du} \frac{\partial x}{\partial v} - v \frac{d \ln \rho}{du} \frac{\partial t}{\partial v} + \frac{\partial t}{\partial u} = 0. \quad (14.22)$$

Подставляя сюда (14.20) и (14.21), находим:

$$\left(\frac{RT}{\mu} + \frac{b^2 \rho}{4\pi} + \frac{d\varphi}{d \ln \rho} \right) \frac{\partial^2 \chi}{\partial u^2} + \frac{\partial \chi}{\partial u} - \frac{\partial^2 \chi}{\partial v^2} = 0. \quad (14.23)$$

Это и есть искомое преобразованное уравнения непрерывности. При выводе его было сделано лишь одно ограничивающее допущение: предполагалось, что потенциал гравитационного поля зависит только от плотности газа. Решив уравнение (14.23), мы найдем функцию $\chi(u, v)$ и, подставив ее затем в (14.20) и (14.21), определим в неявном виде зависимость плотности и скорости газа от координат и времени.

Можно отметить, что такой же вид будет иметь уравнение (14.23) и условия (14.21) при адиабатическом течении; изменится лишь выражение для u , которое теперь следует писать в таком виде:

$$u = \frac{c_{\text{зв}}^2}{\gamma - 1} + \frac{b^2}{4\pi} \rho + \varphi; \quad (14.24)$$

кроме того, нужно учитывать зависимость $c_{\text{зв}}$ от плотности газа в соответствии с (14.3).

На этом мы прервем дальнейшее изложение методов решения одномерных задач. Сделаем лишь одно замечание. Во многих курсах газодинамики (например, [44]) излагаются,

со всеми подробностями решения уравнений (14.17) и, особенно, решения уравнений (14.23). Эти результаты можно почти без изменений перенести в межзвездную газодинамику. Поэтому переписывать их здесь мы не будем, тем более, что пока трудно указать конкретные проблемы межзвездной газодинамики, где бы следовало прибегнуть к такому подробному математическому анализу.

Перейдем теперь к автомодельным движениям газа.

Решение (14.12) названо было «автомодельным» и вот почему. Решение любой газодинамической задачи должно зависеть от начальных значений тех или иных параметров. В рассмотренной нами задаче о разлете массы газа тоже есть, конечно, начальные параметры — плотность покоящегося газа и скорость звука в нем. Однако в этой задаче характерный размер и характерное время начальными параметрами не определяются. Отсюда следует, что координата и время должны входить в уравнения движения только в виде комбинации с размерностью скорости, т. е. в виде x/t , что и выражается формулой (14.12). Движение газа в различные моменты времени остается подобным самому себе (меняется только масштаб), поэтому эти движения и можно назвать *самоподобными*, или, как, принято в нашей литературе, *автомодельными* [69], [44]. В самом деле, из (14.13) следует, что, например, в момент времени $2t$ вся картина движения (распределение плотности, давления, скорости и т. п.) остается той же, что и в момент времени t , но характерный масштаб ее увеличен также в два раза.

Класс автомодельных движений можно значительно расширить, включив в это понятие и такие движения, в которых координаты и время входят в другой комбинации, определяемой размерностью заданных начальных параметров, а не обязательно в виде x/t . Очевидно, движение может быть автомодельным только в том случае, если число заданных определяющих параметров с независимыми размерностями ограничено. А именно, так как число основных единиц измерений равно трем (грамм, сантиметр, секунда), то число определяющих параметров с независимыми размерностями должно быть не больше двух [69], [44]. Тогда из двух определяющих параметров, координаты и времени, можно образовать лишь одну безразмерную комбинацию величин, т. е. один переменный параметр, от которого зависят все

изменяющиеся величины. Определяющих параметров с зависимыми размерностями может быть, конечно, и больше.

В качестве примера автомодельных движений рассмотрим движение сброшенной оболочки новой или сверхновой звезды в сопротивляющейся межзвездной среде [70].

Прежде всего выберем определяющие параметры. Сама сброшенная оболочка характеризуется ее полным количеством движения

$$P = mu_0,$$

где m — масса оболочки, а u_0 — ее начальная скорость. Энергия оболочки уменьшается при ее движении из-за высовечивания и поэтому не может служить определяющим параметром. Межзвездный газ характеризуется двумя параметрами — плотностью ρ_0 и температурой T_0 . Итого мы имеем три определяющих параметра; поэтому движение, вообще говоря, не является автомодельным. Однако эту задачу можно приближенно считать автомодельной, если пренебречь одним из параметров — а именно температурой (и следовательно, газовым давлением). Такое приближение допустимо, если скорость газа значительно превышает местную скорость звука. Температура должна оставаться низкой вследствие высовечивания (§ 6 и 10). При этих условиях остается два определяющих параметра с независимыми размерностями $[P] = \frac{g \cdot см}{сек}$ и $[\rho_0] = \frac{g}{см^3}$.

Будем считать движение оболочки сферически симметричным. Составим из расстояния до центра r , времени t и определяющих параметров P и ρ_0 безразмерную комбинацию

$$\eta = \left[\frac{\rho_0 r^4}{Pt} \right]^{\frac{1}{4}}, \quad (14.25)$$

от которой зависят плотность ρ и скорость газа v . Поэтому можно записать эти величины следующим образом:

$$v = \frac{r}{t} V(\eta); \quad \rho = \rho_0 R(\eta), \quad (14.26)$$

где $V(\eta)$ и $R(\eta)$ — безразмерные функции η . Уравнения движения в сферически-симметричном случае при $T = 0$,

$b = 0$ и $\varphi = 0$ согласно (13.21) имеют вид

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial \ln \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \ln \rho}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{2v}{r} = 0. \quad (14.27)$$

Подставляя сюда (14.26), мы сводим эту систему в частных производных к системе двух обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV}{d \ln \eta} &= \frac{V(\eta) [V(\eta) - 1]}{V(\eta) - \frac{1}{4}}, \\ \frac{dV(\eta)}{d \ln \eta} + \left[V(\eta) - \frac{1}{4} \right] \frac{d \ln R(\eta)}{d \ln \eta} + 3V(\eta) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (14.28)$$

решение которых находится элементарно [70]:

$$\left(\frac{\eta}{\eta_0} \right)^4 = \frac{V_0}{V} \left(\frac{1 - V_0}{1 - V} \right)^3, \quad \frac{R}{R_0} = \frac{1 - 4V_0}{1 - 4V} \left(\frac{1 - V}{1 - V_0} \right)^3, \quad (14.29)$$

где $V_0 = V(\eta_0)$ и $R_0 = R(\eta_0)$ — постоянные интегрирования.

Для определения этих постоянных сформулируем граничные условия. Передний фронт области межзвездного газа, увлеченного движением оболочки, характеризуется определенным значением параметра $\eta = \eta_0$; когда уравнение движения этого фронта согласно (14.25)

$$r_0 = \eta_0 \left[\frac{Pt}{\rho_0} \right]^{\frac{1}{4}}; \quad v_0 = \frac{dr_0}{dt} = \frac{1}{4} \frac{r_0}{t}, \quad (14.30)$$

где r_0 — расстояние этого фронта от звезды в момент t . С другой стороны, передний фронт газа является, очевидно, ударной волной, для которой всегда справедливо равенство (см. § 9):

$$\frac{v}{v_1} = 1 - \frac{v_2}{v_1} = 1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}. \quad (14.31)$$

В нашем случае $v_1 = v_0$, $\rho_1 = \rho_0$, $\rho_2 = \rho_0 R_0$, $v = \frac{r_0}{t} V_0$.

Подставляя эти значения в (14.31), получаем комбинацию граничных условий в виде

$$V_0 = \frac{1}{4} \left[1 - \frac{1}{R_0} \right]. \quad (14.32)$$

Параметр R_0 — скачок плотности на переднем крае области газа, увлеченной движением — мы пока оставим неопределенным.

Обозначая через η_* значение параметра η на тыловой стороне движущейся оболочки, мы можем записать еще одно соотношение, вытекающее из условия сохранения полного количества движения:

$$P = \int_{r_*}^{r_0} \rho v 4\pi r^2 dr, \quad (14.33)$$

где r_* — расстояние тыловой границы оболочки от звезды. Подставляя сюда (14.25) и (14.26), получаем:

$$1 = 4\pi \int_{\eta_*}^{\eta_1} V(\eta) R(\eta) \eta^3 d\eta. \quad (14.34)$$

Учитывая (14.29) и вычисляя интеграл, находим

$$\frac{1}{\pi} = V_0 \eta_0^4 \ln \left(\frac{1 - V_0}{1 - V_*} \frac{V_*}{V_0} \right), \quad (14.35)$$

где $V_* = V(\eta_*)$. Из (14.29), (14.32) и (14.35) следует, что рассматриваемый режим течения возможен при выполнении следующих условий:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{4} &\geq V \geq \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{R_0} \right); & \infty > R &\geq R_0; \\ 1 &\geq \frac{\eta}{\eta_0} \geq \left[\frac{(R_0 - 1)(3R_0 + 1)^3}{27R_0^4} \right]^{\frac{1}{4}}. \end{aligned} \right\} \quad (14.36)$$

Таким образом, при движении сброшенной оболочки новой или сверхновой звезды в сопротивляющейся межзвездной среде в последней образуется очень узкий слой сжатого газа, ибо третий член в последнем неравенстве близок к 1 (см. ниже). Поскольку мы пренебрегли газовым давлением, то разлета массы оболочки с тыловой ее стороны не будет, и вся оболочка вместе со слоем сжатого межзвездного газа будет двигаться почти как целое со скоростью, близкой к значению, определяемому (14.30).

Параметр R_0 остался пока произвольным. Так как скорость ударной волны v_0 много больше скорости звука в межзвездной среде, то $R_0 = 4$, если нет высвечивания, и $R_0 > 4$.

с учетом высвечивания. Примем в качестве нижнего предела $R_0 = \frac{1}{4}$ и верхнего предела для $R_* \rightarrow \infty$. Тогда $V_0 = \frac{3}{16}$, $V_* = \frac{1}{4}$. Подставляя эти значения в (14.35), получаем

$$\eta_0 = \left[\frac{16}{3\pi} \ln \frac{13}{9} \right] = 1,466; \quad \eta_* = \eta_0 \left[\frac{3}{4} \left(\frac{13}{12} \right)^3 \right]^{\frac{1}{3}} = 1,449,$$

откуда

$$\frac{\eta_0 - \eta_*}{\eta_0} = \frac{1}{86}, \quad (14.37)$$

т. е. толщина оболочки вместе с сжатым слоем газа немногим больше одной сотой ее радиуса. Следует отметить, что при других граничных условиях толщина оболочки вместе со слоем сжатого газа будет еще меньше, так как должно выполняться неравенство $4 \leq R_0 < R_* < \infty$. Учет газового давления и разлета газа с тыловой стороны оболочки несколько увеличит ее толщину, но пока выполняется условие $v_0 \gg 10-20 \text{ км/сек}$, увеличение толщины несущественно.

В заключение этого параграфа — еще несколько замечаний о движении оболочки новой в межзвездном газе.

Увлечение межзвездной среды расширяющейся оболочкой приводит к увеличению массы оболочки примерно пропорционально $t^{3/4}$. Эту зависимость, как и формулу (14.30), можно получить также из уравнения

$$\left(\frac{4\pi r_0^3 \rho_0}{3} + m \right) v_0 = mu_0, \quad (14.38)$$

выражающее условие сохранения полного количества движения при $\frac{4\pi}{3} r_0^3 \rho_0 > m$. Небольшое отличие численного множителя $(3\pi)^{1/4} = 1,752$ от 1,466 в (14.30) объясняется неучетом в (14.38) распределения плотности и скорости в оболочке. Кроме того, уравнение (14.38) не в состоянии выявить структуру оболочки и, в частности, любопытный вывод об ее малой относительной толщине.

Численно величина торможения зависит от начальной массы оболочки, ее скорости и плотности межзвездной среды (но не зависит от ее начального радиуса). При $m \approx 10^{-4} - 10^{-5}$ массы Солнца и $\rho_0 \approx 10^{-24} \text{ г/см}^3$ скорость оболочки уменьшится в два раза за несколько десятков лет, а в сто раз — за несколько тысяч лет [21].

§ 15. Движение ионизационных разрывов

В § 11 мы рассмотрели своеобразный тип ударных волн в межзвездном газе — *ионизационные разрывы*. В заключение параграфа мы отметили, что ионизационные разрывы неизбежно должны порождать нестационарную систему волн и различных течений, поскольку условия сохранения на контрольных поверхностях с добавочными условиями, характеризующими ионизационный разрыв, дают переопределенную систему уравнений.

Здесь мы изучим некоторые системы таких волн. Так как в соответствии с (11.14) или (11.16) плотность газа перед фронтом ионизационной волны должна иметь вполне определенное значение ρ_1 , не соответствующее, конечно, действительному значению плотности газа ρ_0 в области НI (которое к тому же не является постоянным), то перед ионизационной ударной волной должна идти либо ударная волна уплотнения (при $\rho_1 \geq \rho_0$), либо волна разрежения (при $\rho_1 \leq \rho_0$) рассмотренного в предыдущем параграфе вида. Какая из этих систем возникает в каждом конкретном случае — это зависит не только от отношения плотностей, но и от условий движения газа между разрывами. Поэтому здесь следует рассматривать отдельно изотермический и адиабатический случай. Начнем с первого.

При изотермическом движении газа возможны лишь ионизационные волны *разрежения*. В самом деле, ионизационная волна *уплотнения* двигается относительно газа перед ней со скоростью, большей скорости звука. С другой стороны, этот газ движется относительно идущей впереди ударной волны со скоростью, меньшей скорости звука, а если впереди идет волна разрежения, то со скоростью, равной скорости звука. Благодаря условию изотермичности скорость звука должна быть одинакова по всей движущейся области газа между ионизационной волной и ударной волной (либо волной разрежения). Но тогда скорость фронта ионизационной волны больше скорости *и* ударной волны или волны разрежения, следовательно, ионизационная волна обходит ударную волну и предложенная система волн не образуется.

Ионизационные волны *разрежения* однако, вполне могут «посыпать» вперед и ударную волну уплотнения и волну разрежения, так как скорость самой ионизационной волны разре-

жения значительно меньше скорости звука и, следовательно, она будет отставать и от ударной волны и от волны разрежения.

При адиабатическом движении газа между волнами в принципе возможно существование такой системы: ионизационная волна *уплотнения* и идущая впереди волна *разрежения*, за которой как мы знаем, скорость звука падает. Поэтому здесь возможно движение ионизационного разрыва хотя и со сверхзвуковой скоростью (поскольку скорость звука непосредственно перед ее фронтом мала), но более медленное, чем движение волны разрежения. Однако в этом случае необходимо выполнение неравенства [см. (11.13)]:

$$v_1 = 8 \sqrt{\frac{2}{15} RT_2} \leq c_{\text{зв}}^{(0)} = \sqrt{RT_0}, \quad (15.1)$$

где T_2 — температура в области Н II, T_0 — температура в невозмущенной области Н I, а $c_{\text{зв}}^{(0)}$ — скорость звука в этой области. Условие (15.1) в межзвездных условиях никогда не имеет места, да и кроме того, как мы видели в § 11, ионизационные разрывы уплотнения не могут существовать вообще, если нет высвечивания, т. е. если движение газа не изотермическое. Образование системы «волна разрежения — ионизационная волна уплотнения», как мы отмечали, возможно, однако весьма маловероятно.

В самом деле, в этом случае должно быть $\rho_0 > \rho_1 \ll \rho_2$, где ρ_1 — плотность газа в области Н I (т. е. в области волны разрежения непосредственно перед фронтом ионизационной волны разрежения). Величина $q(1 - q_1)L$ для горячих звезд, способных создавать зоны Н II, очень велика, порядка нескольких сотен или даже тысяч; $T_2/T_1 \approx 100$ и, следовательно, $\rho_1 \approx 10^{-19} r^{-2}$, т. е. значительно больше, чем обычно встречается в межзвездном пространстве. Именно поэтому и этот режим течения маловероятен.

Таким образом, самой вероятной системой волн, сопровождающих ионизационный фронт, является следующая: ударная волна уплотнения, сжимающая газ до значений, соответствующих (11.16)*), затем движущаяся область сжатого неионизованного водорода и по ней в свою очередь

*.) Но не обязательно равных этому значению; на этом мы остановимся ниже.

распространяется ионизационная волна разрежения. Исследованием этого режима течения мы и займемся в дальнейшем.

Полное решение системы уравнений, описывающих этот режим течения, сложно, да и вряд ли в этом есть существенная необходимость, так как при надлежащем упрощении эта задача может быть легко решена методом автомодельных движений [55].

Рассмотрим случай одномерного изотермического движения. Приближенно условие одномерности будет выполняться в случае, если область Н II создается не одной ионизирующей звездой, а целым агрегатом звезд, например звездной ассоциацией. Тогда вместо $L/4\pi r^2$ следует поставить в соответствующие формулы § 11 светимость этого агрегата звезд, рассчитанную на единицу площади фронта ионизационной волны и считать эту величину при движении постоянной (это справедливо, если расстояние до ионизационного фронта меньше размеров скопления горячих звезд). При этом условии движение будет автомодельным с такими определяющими параметрами: T_0 — температура области Н I до сжатия; T_1 — температура сжатого ударной волной газа в Н I (в силу изотермичности температура постоянна во всей сжатой области); T_2 — температура за ионизационным фронтом (Н II); ρ_0 — плотность газа в области Н I до сжатия, и ρ_2 — плотность газа сразу за ионизационным фронтом. Таким образом, всего определяющих параметров пять, но параметров с независимыми размерностями только два и потому движение действительно является автомодельным. За основные мы выберем параметры T_2 и ρ_2 .

В силу автомодельности движения плотность газа и его скорость зависят только от безразмерной комбинации

$$\eta = \frac{r}{t \sqrt{RT_2}}, \quad (15.2)$$

где R — газовая постоянная, r — координата, t — время. Введем безразмерные переменные по формулам

$$v = \sqrt{RT_2} V(\eta); \quad \rho = \rho_2 \sigma(\eta), \quad (15.3)$$

где $V(\eta)$ и $\sigma(\eta)$ — безразмерные скорость и плотность. Уравнения изотермического одномерного движения (без учета гравитационного и магнитного полей) запишутся так:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{RT}{\mu} \frac{\partial \ln \rho}{\partial r} = 0; \quad \frac{\partial \ln \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \ln \rho}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial r} = 0. \quad (15.4)$$

Подставляя сюда (15.2) и (15.3), находим

$$\left. \begin{aligned} [\eta - V(\eta)] \frac{dV(\eta)}{d\eta} &= \frac{T}{\mu T_2} \frac{d \ln \sigma(\eta)}{d\eta}, \\ [\eta - V(\eta)] \frac{d \ln \sigma(\eta)}{d\eta} &= \frac{dV(\eta)}{d\eta}. \end{aligned} \right\} \quad (15.5)$$

Это — система обыкновенных дифференциальных уравнений, решение которой легко находится в явном виде. Нетрудно убедиться, что (15.5) удовлетворяют два решения:

$$a) V = \text{const}, \quad \sigma = \text{const}; \quad (15.6)$$

$$b) V = \eta - \sqrt{\frac{T}{\mu T_2}}, \quad \sigma = \text{const} \cdot e^{\eta \sqrt{\frac{T}{\mu T_2}}}. \quad (15.7)$$

Теперь нужно сформулировать граничные условия. Из (15.2) следует, что и ионизационная и ударная волны, характеризуемые определенными значениями η , распространяются с постоянными скоростями:

$$\text{ионизационная волна: } v_i = \eta_i \sqrt{RT_2}, \quad (15.8)$$

$$\text{ударная волна *): } v_s = \eta_s \sqrt{RT_2}. \quad (15.9)$$

На фронте ударной волны с высвечиванием имеем, согласно (10.2), в переменных (15.3) [здесь $\sigma_s = \sigma(\eta_s)$]:

$$v_s = \eta_s \sqrt{RT_2} = \sqrt{\sigma_s \frac{\rho_2 \frac{RT_1}{\mu_1} - \rho_0 \frac{RT_0}{\mu_0}}{\rho_2 \sigma_s - \rho_0} \frac{\rho_0}{\rho_0}},$$

а согласно (10.3)

$$v = V(\eta_s) \sqrt{RT_2} = \sqrt{\left(\rho_2 \sigma_s \frac{RT_1}{\mu_1} - \rho_0 \frac{RT_0}{\mu_0} \right) \left(\rho_2 \sigma_s - \rho_0 \right) \frac{\rho_0}{\rho_0 \rho_2 \sigma_s}}.$$

Выводя эти формулы, мы в (10.2) и (10.3) поменяли индексы «2» на «1» и «1» на «0» и учли, что $\frac{\rho_1}{\rho_0} = \sigma(\eta_s) = \sigma_s$.

*.) В дальнейшем индексом i мы будем отмечать параметры ионизационной волны, а s — ударной.

Принимая $\mu_1 = \mu_0 = 1$, перепишем полученные формулы в таком виде:

$$\frac{\eta_s^2}{\sigma_s} = \frac{\rho_2}{\rho_0} \frac{\rho_2 \sigma_s T_1 - \rho_0 T_0}{(\rho_2 \sigma_s - \rho_0) T_2}, \quad V_s^2 = \frac{(\rho_2 \sigma_s T_1 - \rho_0 T_0)(\rho_2 \sigma_s - \rho_0)}{\rho_2 \rho_0 \sigma_s T_2}. \quad (15.10)$$

Граничные условия на фронте ионизационной волны (со стороны области H I) формулируются различно в зависимости от того, имеет ли место высвечивание в ионизационной волне или нет.

Если высвечивание несущественно, то, воспользовавшись (11.11), имеем

$$\begin{aligned} v_1 &= v_i - v = (\eta_i - V_i) \sqrt{RT_2} = \\ &= \sqrt{\frac{32}{15} RT_2} - \sqrt{\frac{32}{15} RT_2 - RT_1}, \end{aligned}$$

где v_i — скорость ионизационной волны (лучевым давлением мы пренебрегаем). Из (11.1) и (11.5) следует:

$$\sigma_i = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{\frac{10}{3} RT_2}}{\sqrt{\frac{32}{15} RT_2} - \sqrt{\frac{32}{15} RT_2 - RT_1}}.$$

Упрощая эти выражения, получаем

$$\left. \begin{aligned} \eta_i - V_i &= \sqrt{\frac{32}{15}} - \sqrt{\frac{32}{15} - \frac{T_1}{T_2}}; \\ \frac{1}{\sigma_i} &= \frac{4}{5} - \sqrt{\frac{16}{25} - \frac{T_1}{T_2}}. \end{aligned} \right\} \quad (15.11)$$

Если же в ионизационной волне имеет место высвечивание, то следует использовать уравнение (11.7), положив в нем $\gamma = 1$ и $\mu = 1/2$; в (11.5) тоже следует принять $\gamma = 1$. Тогда

$$\eta_i - V_i = \sqrt{2} - \sqrt{2 - \frac{T_1}{T_2}}; \quad \frac{1}{\sigma_i} = 1 - \sqrt{1 - \frac{T_1}{2T_2}}. \quad (15.12)$$

Наконец, со стороны области Н II на фронте ионизационной волны должны выполняться условия:

$$\sigma_i = 1; \quad v_2 = v_i - v = (\eta_i - V_i) \sqrt{RT_2} = \sqrt{\gamma \frac{RT_2}{\mu_2}}.$$

В случае ионизационной волны без высвечивания ($\gamma = 5/3$, $\mu = 1/2$) отсюда следует

$$\sigma_i = 1; \quad \eta_i - V_i = \sqrt{\frac{10}{3}}, \quad (15.13)$$

а в случае ионизационной волны с высвечиванием ($\gamma = 1$, $\mu = 1/2$)

$$\sigma_i = 1; \quad \eta_i - V_i = \sqrt{2}. \quad (15.14)$$

В дальнейшем мы будем пользоваться граничными условиями (15.10), (15.12) и (15.14); переход к случаю без высвечивания (15.11) и (15.13) не составляет труда.

Теперь можно перейти к анализу решения системы (15.5). Нетрудно убедиться, что решение (15.7) может удовлетворить только граничным условиям (15.14), иными словами, это решение описывает движение за фронтом ионизационной волны, в области Н II. Решение (15.6) удовлетворяет граничным условиям (15.10) и (15.12) и, следовательно, описывает движение газа между ударной и ионизационной волнами. Таким образом,

$$V_i = V_s, \quad \sigma_i = \sigma_s, \quad (15.15)$$

и система (15.10), (15.12), (15.15) полностью определяет параметры движения ударной и ионизационной волн, а также слоя газа между ними.

Численное решение этой системы несложно, но получить общее выражение не удается, хотя все же некоторые общие результаты вывести можно. Разделим первое уравнение (15.10) на второе; после простых преобразований получим

$$\frac{V_s}{\eta_s} = \frac{\rho_2 \sigma_s - \rho_0}{\rho_2 \sigma_s}. \quad (15.16)$$

Так как $V_s = V_i$, то из (15.16) и (15.12) следует:

$$\frac{\eta_s - \eta_i}{\eta_s} = \frac{1}{\sigma_s} \left[\frac{\rho_0}{\rho_s} - \frac{\sqrt{2}}{\eta_s} \right]. \quad (15.17)$$

В наиболее важном частном случае, когда $T_2 \gg T_1 \gg T_0$, приближенное решение системы (15.10), (15.12) и (15.15) имеет вид:

$$\sigma_i = \sigma_s = 4 \frac{T_2}{T_1}; \quad V = 2 \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_0}}; \quad \eta_s = 2 \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_0}} \quad (15.18)$$

и

$$\frac{\eta_s - \eta_i}{\eta_s} = \frac{T_1}{4T_2} \left[\frac{\rho_0}{\rho_2} - \sqrt{\frac{\rho_0}{2\rho_2}} \right]. \quad (15.19)$$

Таким образом, относительная толщина сжатого слоя газа между ударной и ионизационной волнами обратно пропорциональна скачкам плотности и температуры в ионизационной волне. Из (15.19) также следует, что рассматриваемый режим течения возможен, если $\rho_2 < 2\rho_0$. Можно показать, что это условие остается справедливым при любых значениях температур T_2 , T_1 и T_0 .

Течение газа в области НII за фронтом ионизационной волны, как нетрудно убедиться, описывается решением (15.7). В самом деле, именно это решение при $T = T_2$ и $\mu = 1/2$ удовлетворяет граничному условию (15.14). Отсюда

$$V = \eta - \sqrt{2}; \quad \sigma = e^{V^2/2} \left[\eta^{-2} \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_0}} \right]. \quad (15.20)$$

Возвращаясь к старым переменным и учитывая, что $\sqrt{2RT_2}$ — изотермическая скорость звука, получим

$$v = \frac{r}{t} - \sqrt{2RT_2}; \quad \rho = \rho_2 \exp \left(2 \frac{r_i - r}{t \sqrt{2RT_2}} \right), \quad (15.21)$$

т. е. обычное изотермическое течение, описывающее отток газа от задней стороны фронта ударной волны. Из (15.20) и (15.21) следует, что в этом случае движения газа r и η уменьшаются и скорость газа также уменьшается (однако газ продолжает двигаться в сторону, противоположную ионизирующему звездам) до тех пор, пока η не станет равным $\eta_c = \sqrt{2}$. Если область НII ничем не ограничена, то при $\eta < \eta_c$ газ движется в обратную сторону с возрастающей скоростью, так как величина η может иметь и отрицательные значения. Плотность газа при этом уменьшается. Если же область НII ограничена со всех сторон, то при $\eta \leq \eta_c$ газ неподвижен, а при $\eta = \eta_c$ мы имеем слабый разрыв, движу-

щейся со скоростью звука $c_{3B} = \sqrt{2RT_2}$. Плотность газа в неподвижной области

$$\rho_c = \rho_2 e^{2 \left[1 - \sqrt{\frac{2\rho_2}{\rho_0}} \right]}. \quad (15.22)$$

В этом случае мы имеем второе условие для величины ρ_0 (первое — это (11.16)), вытекающее из требования $\eta_c < \eta_1$, откуда

$$\frac{1}{2} \rho_0 < \rho_2 < 2\rho_0. \quad (15.23)$$

Температура T_1 в сжатой области НI пока остается неопределенной. Из (15.12) следует, что ее верхний предел равен $2T_2$. Любопытно рассмотреть движение «сжатой» области на этом пределе. В этом случае:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_i &= \sigma_s = 1; \\ V_i &= V_s = \sqrt{2 \frac{\rho_2 - \rho_0}{\rho_0}}; \\ \eta_s &= \sqrt{\frac{2\rho_2^2}{(\rho_2 - \rho_0)\rho_0}}; \\ \eta_i &= \sqrt{2} \left[1 + \sqrt{\frac{\rho_2 - \rho_0}{\rho_0}} \right]; \\ \frac{\eta_s - \eta_i}{\eta_s} &= \frac{\rho_0}{\rho_2} - \sqrt{\frac{(\rho_2 - \rho_0)\rho_0}{\rho_2^2}}. \end{aligned} \right\} \quad (15.24)$$

Отсюда следует, что теперь вместо (15.23) имеем условие

$$\rho_0 < \rho_2 < 2\rho_0, \quad (15.25)$$

т. е. течение возможно лишь в еще более узком интервале плотностей.

Наконец, рассмотрим еще один случай. Допустим, что в ударной волне нет высыпчивания, но движение газа за ее фронтом по-прежнему является изотермическим. Тогда $\rho_1 = 4\rho_0$ и

$$\sigma_i = \sigma_s = 4 \frac{\rho_0}{\rho_2}. \quad (15.26)$$

Из (15.12) определяем T_1 :

$$T_1 = T_2 \frac{\rho_2}{8\rho_0^2} (8\rho_0 - \rho_2) < \frac{3}{2} T_2. \quad (15.27)$$

С этим значением T_1 находим (при $T_1 \gg T_0$):

$$\left. \begin{aligned} V_i = V_s &= \sqrt{\frac{3T_1}{T_2}} = \sqrt{\frac{3\rho_2}{8\rho_0^2} (8\rho_0 - \rho_2)}; \\ \eta_s &= \frac{4}{3} V_s; \\ \frac{\eta_i - \eta_s}{\eta_s} &= \frac{\rho_2}{4\rho_0} \left[\frac{\rho_0}{\rho_2} - \frac{3}{4} \sqrt{\frac{16\rho_0^2}{3\rho_2} \frac{1}{8\rho_0 - \rho_2}} \right] = \\ &= \frac{1}{4} \left[1 - \sqrt{\frac{3\rho_2}{8\rho_0 - \rho_2}} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (15.28)$$

Условия (15.23) здесь сохраняют свою силу, и потому $T_1 < \frac{7}{8} T_2$.

Подведем итоги этого несколько затянувшегося исследования. При движении ионизационного разрыва впереди распространяется ударная волна, сжимающая газ в области НI и, вообще говоря, нагревающая его, однако водород остается нейтральным. Величина сжатия зависит от отношения температуры T_1 в сжатой области НI к температуре в НII, которая близка к $10\,000^\circ$. Для определения T_1 следовало бы рассмотреть тепловой баланс в этой области. Мы этого делать не будем, но, по-видимому, $T_1 \approx 1000^\circ - 3000^\circ$. Тогда сжатие оказывается порядка 10—100. Вся область сжатого газа, относительная толщина которой также порядка T_1/T_2 , т. е. $10^{-1} - 10^{-2}$, движется как целое с постоянной скоростью порядка

$$2 \sqrt{\frac{\rho_2 R T_2}{\rho_0}} \approx 20 \text{ км/сек.}$$

По этой области с относительно малой скоростью распространяется ионизационный разрыв, в котором плотность опять падает приблизительно до первоначального значения, и водород ионизируется. По отношению к наблюдателю скорость ионизационного разрыва также близка к 20 км/сек. За ионизационным разрывом начинается отток газа с уменьшающейся плотностью. Если есть препятствие для этого оттока, то образуется область неподвижного газа с плотностью, примерно равной $0,44 \rho_2$ [по (15.22) при $\rho_2 \approx \rho_0$]. Рис. 32 иллюстрирует эту картину движения.

Отметим самое существенное в этом исследовании: описанное движение возможно только при очень жестких начальных условиях, а именно при выполнении неравенств (15.23) или (15.25). Каково же движение ионизационных разрывов, если эти условия не выполняются, что чаще

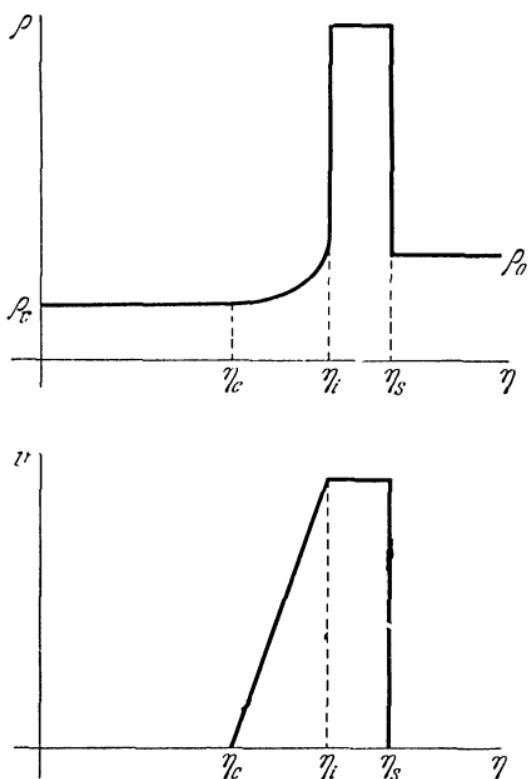


Рис. 32. Распределение плотности и скорости газа в системе «ударная волна уплотнения — ионизационная волна разрежения» в зависимости от безразмерного параметра η .

всего и бывает? Очевидно, тогда можно ожидать появление новых систем ударных волн и волн разрежения, нарушение условий изотермичности, а возможно, и условия точки Жуге, появления взаимодействий различных волн и т. п. В реальных условиях межзвездного пространства, где вдобавок ρ_0 отнюдь не постоянно даже в сравнительно небольших областях, все это может означать только одно — быстрое

превращение системы волн в беспорядочное турбулентное движение.

Таким образом, движение ионизационных разрывов в межзвездном пространстве чаще всего должно приводить к турбулизации. Благоприятным в этом смысле является также и сравнительно малая относительная толщина слоя сжатого газа и возможная неустойчивость его даже при выполнении условий (15.23) и (15.25).

До сих пор мы рассматривали движение ионизационных разрывов как одномерную автомодельную задачу [55]. При обобщении ее на трехмерное движение задача теряет свою автомодельность, ибо тогда появляются три параметра с независимыми размерностями: ρ_0 , T_2 и $r^2 \rho_2$. Поэтому исследование трехмерного движения (даже центрально-симметричного) связано с большими математическими трудностями. Мы его здесь проводить не будем, учитывая, что все равно рассматриваемая картина движения является, в сущности, лишь первым приближением (см. работы Кана [54] и Саведова и Грина [56]). С некоторым приближением можно и для трехмерного движения применять выведенные выше соотношения, только относительная толщина сжатого слоя увеличится примерно втрое.

Очевидно, что если в случае трехмерного движения неравенство (15.23) и выполнялось в какой-то момент времени, то оно скоро нарушится и потому можно ожидать, что в этом случае турбулизация наступает еще быстрее.

Все же, как ни сложна картина движения ионизационных волн, можно с уверенностью утверждать, что ионизация межзвездного газа звездами должна приводить к образованию плотных облаков неионизированного водорода, движущихся со скоростями $\sim 20 \text{ км/сек}$. Отношение их линейных размеров к размерам области, охваченной движением, примерно обратно пропорционально увеличению плотности в облаках, которое в свою очередь пропорционально отношению температур в областях Н I и Н II. Это — одна из причин, приводящая к появлению облачной структуры межзвездного газа.

Подобная гипотеза развивалась Оортом и Спицером [71], [72], предполагавшими, что таким образом можно объяснить появление звездных ассоциаций и конденсацию звезд из межзвездного газа. Однако анализ этой гипотезы выходит за рамки настоящей книги.

Наконец, в заключение отметим, что в этом параграфе не учитывалось влияние магнитного поля. В случае необходимости это нетрудно сделать, воспользовавшись результатами § 12 и 13.

§ 16. Распространение слабых возмущений и проблема устойчивости движений

Если отклонения параметров, определяющих движение, от заданного стационарного состояния, невелики, то можно ограничиться исследованием линеаризированных уравнений движения.

Линеаризация системы (13.1) — (13.6) производится следующим образом. Вместо H , ρ и p подставляем в эту систему величины $H_0 + h'$, $\rho_0 + \rho'$ и $p_0 + p'$, где H_0 , ρ_0 и p_0 — параметры, характеризующие данное стационарное состояние. Величины h' , ρ' , p' , а также v считаем малыми, так что квадратами их можно пренебречь. В результате мы получим линейную однородную систему дифференциальных уравнений, причем коэффициенты в этой системе будут являться функциями H_0 , ρ_0 и p_0 , а также $p_{\text{изл}}$ и потенциала гравитационного поля.

Эту систему легко превратить в алгебраическую, если предположить, что все малые величины пропорциональны $\exp\{i[\omega t + (kr)]\}$, где ω — частота колебаний, k — волновой вектор распространения возмущения. При этом вместо d/dt в дифференциальной системе следует поставить $i\omega$, а вместо d/dr — ik . В результате для амплитуд возмущений получается алгебраическая однородная система уравнений, для существования нетривиального решения которой необходимо, чтобы ее детерминант был равен нулю. После нескольких громоздкого вычисления, которые мы здесь приводить не будем см. [73] — [75], условие обращения детерминанта в нуль принимает вид дисперсионного уравнения для определения скорости распространения возмущений $c_m = \omega/k$:

$$\begin{aligned} & \{c_m^2 - a^2 \cos^2 \vartheta\} \{c_m^4 - c_m^2 \left[a^2 - c_{\text{зв}}^2 - \frac{i}{k^2} (k \operatorname{grad} \varphi) \right] + \\ & + a^2 \left[c_{\text{зв}}^2 - \frac{i}{k^2} (k \operatorname{grad} \varphi) \right] \cos^2 \vartheta\} = 0. \quad (16.1) \end{aligned}$$

Здесь $a = \frac{H_0}{V^{4\pi\rho_0}}$ — скорость волн Альвена, $c_{\text{зв}}^2 = \left(\frac{\partial p_0}{\partial \rho_0}\right)_s$ — скорость звука, $\cos \vartheta = (kH_0)/kH_0$, ϑ — угол между направлением магнитного поля и нормалью к фронту волны. Формула (16.1) определяет скорость распространения возмущений в намагниченном газе, находящемся во внешнем магнитном поле H_0 и во внешнем гравитационном поле φ [75]. Если внешнего гравитационного поля нет, а следует учесть гравитационное взаимодействие возмущений, то в (16.1) вместо $i(k \operatorname{grad} \varphi)$ следует подставить $4\pi f \rho_0$, где f — постоянная тяготения [76].

Приравнивание нулю первого множителя (16.1) дает две магнитогидродинамические волны, распространяющиеся со скоростью волн Альвена вдоль положительного и отрицательного направлений внешнего магнитного поля. Обращение в нуль второго множителя дает четыре волны: две (в положительном и отрицательном направлении) замедленные звуковые волны и две видоизмененные магнитогидродинамические волны, причем скорости их зависят от угла между направлением распространения возмущений и направлением внешнего магнитного поля. Наличие внешнего гравитационного поля приводит к затуханию колебаний, что следует из наличия мнимого члена в (16.1). К тому же эффекту приводит учет вязкости и электропроводности [74]. Не приводя подробного вывода, заметим, что расстояние z , на котором амплитуда волны возмущения уменьшится в e раз, определяется формулой

$$z \approx \frac{k^2}{2c_m \left[\nu + \frac{1}{4\pi\sigma} + (k \operatorname{grad} \varphi) \right]}. \quad (16.2)$$

Любопытно отметить, что если $\nu \neq 1/4\pi\sigma$, то магнитная и кинетическая части волны возмущения затухают неодинаково, а это должно привести к появлению новых возмущений.

Выше мы описали метод, при помощи которого дисперсионные уравнения (16.1) выводятся из уравнений движения. Сам вывод не был приведен из-за его громоздкости. Однако уравнение (16.1) (правда, без гравитационных членов) можно вывести и значительно проще, если исходить из условий (12.14) — (12.18), определяющих скачки параметров на газомагнитных разрывах. В самом деле, слабое «линеаризиро-

ванное» возмущение отличается от разрыва лишь своей величиной. Поэтому, устремив в формулах (12.14) — (12.18) величины всех скачков к нулю, мы должны в пределе получить формулы, определяющие распространение слабых возмущений.

Полагая в (12.18) $\Delta p = p_2 - p_1$, $\Delta \rho = \rho_2 - \rho_1$, $\Delta \varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ малыми, запишем это уравнение так:

$$\frac{J^2}{\rho^2} = \frac{\Delta p}{\Delta \rho} + \frac{H^2 \cos^2 \varphi}{8\pi} \frac{\Delta \operatorname{tg}^2 \varphi}{\Delta \rho} = \frac{H^2 \cos^2 \varphi}{8\pi} \frac{\Delta \operatorname{tg} \varphi}{\Delta \rho \operatorname{tg} \varphi} = v^2 \cos^2 \varphi.$$

Заменяя отношения приращений производными, получаем

$$\frac{J^2}{\rho^2} = \frac{\partial p}{\partial \rho} + \frac{H^2 \operatorname{tg}^2 \varphi}{4\pi} \frac{d\varphi}{d\rho} = \frac{H^2}{8\pi} \frac{\cos^2 \varphi \frac{d\varphi}{d\rho}}{\sin \varphi \cos \varphi + \varphi \frac{d\varphi}{d\rho}} = v^2 \cos^2 \varphi. \quad (16.3)$$

Исключая из этих уравнений $\frac{d\varphi}{d\rho}$ и учитывая, что $\frac{\partial p}{\partial \rho} = c_{\text{зв}}^2$, а $v \cos \varphi = c_m$ — скорость распространения возмущений, получаем уравнение

$$\frac{1}{a^2} = \frac{\sin^2 \varphi}{c_m^2 - c_{\text{зв}}^2} + \frac{\cos^2 \varphi}{c_m^2}, \quad (16.4)$$

которое, как нетрудно убедиться, совпадает со второй скобкой (16.1) при $\varphi = 0$. Первая скобка этого уравнения получается подобным же образом прямо из (12.16).

Этот метод вывода дисперсионного уравнения, имея явное преимущество в смысле простоты и наглядности, все же не дает возможности получить диссипативные члены, поскольку они не входят в уравнения, определяющие скачки параметров в разрывах.

Сказанное выше, конечно, не исчерпывает проблему линеаризованных движений. Возможны линеаризированные движения и не типа колебаний (в этом случае система определяющих линеаризованных уравнений не будет однородной): возможны распространения возмущений и других типов, например, энтропийные или температурные волны. Представляет интерес исследование отражения и преломления всех этих типов волн на различных неоднородностях среды. Анизотропия проводимости также может оказать существенное влияние на затухание волн различных типов.

Линеаризированные задачи самого различного типа широко используются в решениях различных вопросов магнитной газодинамики. Однако с точки зрения межзвездной газодинамики линеаризация уравнений является недопустимой абстракцией. Дело в том, что в межзвездном газе существуют такие флуктуации плотности и скорости, что считать их малыми ни при каких условиях нельзя. Поэтому линеаризованные задачи не могут найти себе сколько-нибудь широкого применения в межзвездной газодинамике и, следовательно, их общее изучение выходит за рамки настоящей книги. Однако одна проблема межзвездной газодинамики, причем весьма важная, широко пользуется теорией распространения слабых возмущений. Мы имеем в виду проблему устойчивости движений, к краткому изложению которой мы сейчас и перейдем.

Допустим, что мы имеем какое-нибудь состояние движения. Наложим на это движение *малые возмущения* (они могут возникать самопроизвольно). Если окажется, что амплитуда этих возмущений хотя бы при некоторых условиях может увеличиваться со временем, то это движение является *неустойчивым* и должно перейти в другие формы. Даже если амплитуда возмущений и не растет, но просто имеет место излучение различных волн, то движение также неустойчиво и будет затухать с течением времени, ибо эти волны уносят энергию. Таким образом, рассматриваемое движение окажется неустойчивым, если оно может излучать волны растущей или даже постоянной амплитуды. Тем самым проблема устойчивости действительно сводится к исследованию распространения и возбуждения малых возмущений.

Это исследование производится путем составления линеаризованных уравнений теми же приемами, как описано в начале этого параграфа, только теперь вместо v в уравнения подставляется $v^0 + v'$; v' считается малым, а v_0 описывает состояние движения, устойчивость которого мы исследуем. Затем все возмущения тоже предполагаются пропорциональными $\exp \{i [\omega t + (kr)]\}$, подставляются в линеаризованную систему и детерминант ее приравнивается нулю. Получается дисперсионное уравнение, обычно высокой степени. Если при его решении окажется, что существуют частоты с отрицательной мнимой частью, т. е. что $\text{Im}(\omega) < 0$, то амплитуда возмущения будет расти как $\exp \{ -\text{Im}(\omega)t\}$.

и движение является неустойчивым. Если мнимая часть ω положительна — колебания затухают.

К сожалению, возникающие при исследовании устойчивости движения математические трудности очень велики, и потому исследование устойчивости было проведено лишь для очень небольшого числа различных движений. Некоторые результаты, представляющие интерес для межзвездной газодинамики, мы изложим ниже, не вдаваясь, однако, в математические подробности.

Прежде всего, рассмотрим устойчивость ударных волн. Очевидно, что ударная волна будет устойчивой только в том случае, если она не в состоянии самопроизвольно излучать звуковые или какие-либо другие волны. Если скорость газа относительно волны сверхзвуковая (перед волной), то в этой области ударная волна, конечно, не может излучать слабые возмущения, распространяющиеся со скоростью звука. В дозвуковой области возможно распространение слабых возмущений, но амплитуды их должны удовлетворять условиям сохранения на разрыве. Поэтому, если число параметров, определяющих возмущения, меньше либо равно числу условий сохранения на разрыве, то возмущения не возникают, если больше — то самопроизвольные возмущения могут возникать [57]. В частности, в обычной ударной волне условий сохранения три, следовательно, для устойчивости ее необходимо существование не больше трех параметров, определяющих возмущения. Два из них — это амплитуда энтропийной волны (возмущение энтропии) и параметр, определяющий амплитуду возмущения самого фронта ударной волны. Значит, должно быть не больше одной звуковой волны. Нетрудно убедиться, что это возможно только в случае, если

$$v_1 > c_1, \quad v_2 < c_2, \quad (16.5)$$

где c_1 и c_2 — скорости звука соответственно до и после фронта волны. В самом деле, в этом случае в области до фронта волны вообще невозможно распространение звука, а за фронтом возможна лишь одна звуковая волна со скоростью $v_2 + c_2$. Если же $v_2 > c_2$, то за фронтом ударной волны могут возникнуть две волны — одна со скоростью $v_2 + c_2$, а вторая со скоростью $c_2 - v_2$. Неравенства (16.5) и представляют собой *необходимое условие устойчивости*

ударных волн. Однако (16.5) еще не является *достаточным условием*. Нужно, чтобы частоты, получаемые при решении соответствующего дисперсионного уравнения, обращались бы в нуль. Например, как показал Дьяков [77], если выполняется неравенство

$$\frac{1}{J^2} \frac{1 + \frac{2v_2^2}{c_2^2} - \frac{v_1 v_2}{c_2^2}}{1 + \frac{v_1 v_2}{c_2^2}} < \left(\frac{\partial V_2}{\partial p_2} \right)_\Gamma < \frac{1}{J^2} \left(1 - \frac{2V_2}{c_2} \right), \quad (16.6)$$

то даже при выполнении (16.5) разрыв может самопроизвольно излучать звуковые волны. Здесь $(\partial V_2 / \partial p_2)_\Gamma$ — производная от V_2 по p_2 , взятая вдоль адиабаты Гюгонио. Для идеального газа в ударной волне без высвечивания неравенства (16.6) не выполняются ни при каких условиях. Таким образом, обычные ударные волны устойчивы; следует отметить, что неравенства (16.5) равносильны требованию возрастания плотности и энтропии в волне.

В ударных волнах с высвечиванием выполнение неравенств (16.6) тоже обязательно для их устойчивости. Только теперь под c_1 и c_2 следует понимать соответствующие изотермические скорости звука, т. е. $\sqrt{RT_1/\mu_1}$ и $\sqrt{RT_2/\mu_2}$. Подставляя в (16.5) формулу (10.2), получаем

$$\frac{T_2}{T_1} \frac{\mu_1}{\mu_2} > \frac{1}{\rho_2} \left(2\rho_1 - \frac{\rho_1^2}{\rho_2} \right), \quad \frac{T_1}{T_2} \frac{\mu_2}{\mu_1} > \frac{\rho_2}{\rho_1} \left(2 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right). \quad (16.7)$$

Этим неравенствам должны удовлетворять скачки плотности и температуры в ударной волне с высвечиванием. Здесь в принципе могут оказаться устойчивыми и скачки разрежения. По (16.7) нетрудно убедиться, что скачок плотности в волне разрежения должен быть меньше, чем вдвое (при $T_2 \geq T_1$). Впрочем, вряд ли скачки разрежения существуют в действительности.

Теперь проверим, что дают для ударных волн с высвечиванием неравенства (16.6). В этом случае, очевидно,

$$\left(\frac{\partial V_2}{\partial p_2} \right)_\Gamma = - \frac{\mu V_2^2}{R T_2} = - \frac{\mu_2}{\rho_2^2 R T_2} = - \frac{1}{f_2^2 c_2^2}.$$

Подставляя в (16.6) (10.1) и предыдущее выражение, находим

$$\frac{1}{\rho_2^2 v_2^2} \frac{1 + \frac{2v_2^2}{c_2^2} - \frac{v_1 v_2}{c_2^2}}{1 + \frac{v_1 v_2}{c_2^2}} < -\frac{1}{\rho_2^2 c_2^2};$$

вторая часть неравенства (16.6) выполняется автоматически. Преобразовав полученное выше неравенство, получаем

$$c_2^4 + 3v_2^2 c_2^2 < v_1 v_2 (c_2^2 - v_2^2). \quad (16.8)$$

С другой стороны, так как в волне высвечивания $v_1 v_2 = c^2$, то выполнение (16.8) равносильно $3 < -1$. Таким образом, и ударные волны с высвечиванием, удовлетворяющие условию (16.5), устойчивы.

Подобным же образом можно показать, что устойчивы и ионизационные волны.

К сожалению, далеко не так однозначно решается вопрос об устойчивости магнитогазодинамических разрывов. Правда, в случае перпендикулярной газомагнитной ударной волны (§ 12) условия устойчивости (16.5) и неустойчивости (16.6) остаются в силе, если под c_2 понимать c_m :

$$c_m^2 = c_{3B}^2 + a^2 = c_{3B}^2 + \frac{H^2}{4\pi\rho} = \gamma \frac{RT}{\mu} + \frac{b^2\rho}{8\pi}, \quad (16.9)$$

так как в этом случае свойства газомагнитной ударной волны мало отличаются от обычных ударных волн: заменяется лишь уравнение состояния. Таким образом, перпендикулярные газомагнитные ударные волны устойчивы.

В случае наклонных газомагнитных ударных волн неравенства (16.5) следует писать в виде

$$v_1 \cos \varphi_1 > c_1; \quad v_2 \cos \varphi_2 < c_2. \quad (16.10)$$

Здесь главное затруднение сводится к увеличению числа возможных волн. Как мы видели в начале этого параграфа, при наличии магнитного поля появляются три различных вида волн: волна Альвена, видоизмененные звуковые волны и видоизмененные волны Альвена, — все распространяющиеся с различными скоростями. Правда, число уравнений, определяющих значение параметров на разрыве, тоже

увеличивается до пяти. Поэтому можно думать, что условия (16.10) являются необходимыми для устойчивости наклонной газомагнитной ударной волны. Но не совсем ясно, какую из величин c_m следует подставлять в (16.10) вместо c_1 и c_2 . Наконец, мы ничего не можем сказать о достаточных условиях устойчивости, поскольку неравенства (16.6) здесь не годятся: при учете магнитного поля они изменяются.

Таким образом, вопрос об устойчивости газомагнитных ударных волн остается открытым, хотя интуитивно кажется, что они, — по крайней мере, в большинстве случаев, — также являются устойчивыми.

Более того, при наличии сильного магнитного поля становятся устойчивыми и тангенциальные разрывы, т. е. такие разрывы, через которые нет потока массы.

Обычные тангенциальные разрывы неустойчивы, что легко доказывается описанным выше методом [57]. Но в сильных магнитных полях, параллельных плоскости разрыва, тангенциальные разрывы становятся устойчивыми. Сыроватский [60], [67], исследовавший устойчивость тангенциальных газомагнитных разрывов (при некоторых дополнительных упрощениях, наложенных на скачки параметров), показал, что эти разрывы становятся устойчивыми при выполнении условия

$$\frac{1}{4\pi} (H_1^2 + H_2^2) \geq \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} (v_1 - v_2)^2. \quad (16.11)$$

Здесь предположено, что скорости газа и вектора напряженности магнитного поля по обе стороны тангенциального разрыва параллельны друг другу, а волновой вектор возмущений почти перпендикулярен к скорости. Для любых малых возмущений тангенциальный разрыв будет устойчив, если

$$H^2 > \pi \rho (v_1 - v_2)^2; \quad (16.12)$$

при выводе (16.12) предположено, что $H_1 = H_2 = H$ и $\rho_1 = \rho_2 = \rho$.

В общем формулы (16.11) и (16.12) показывают, что тангенциальные разрывы становятся устойчивыми, если скачок скорости на них меньше соответствующих скоростей магнитогидродинамических волн Альвена. Отсюда, кстати, следует, что движение, рассмотренное в § 13 (формулы (13.14)–(13.17)), является устойчивым.

Выше мы рассматривали устойчивость некоторых магнитно-газодинамических движений. Очевидно, что методом наложения малых возмущений можно исследовать и устойчивость магнитогидродинамических движений, т. е. движений несжимаемой электропроводящей жидкости. Несжимаемость сильно упрощает математическую сторону задачи и уменьшает число возможных возмущений. Поэтому здесь удалось рассмотреть большее число задач. Правда, часто исследовалась неустойчивость нереальных конфигураций или движений, выбираемых лишь из условий математического удобства, но в некоторых работах были изучены и интересные с точки зрения применения теории нарушения устойчивости движения. Например, Чандрасекар [78] показал, что магнитное поле в изотропной среде сильно затрудняет наступление термической конвекции. С другой стороны, однако, учет анизотропии, выполненный Гершманом и Гинзбургом [39], показал, что при некоторых условиях магнитное поле может не только не усиливать устойчивость по отношению к наступлению конвекции, а наоборот, даже ослаблять устойчивость, способствуя наступлению конвекции.

Излагать здесь подробности этих работ мы не будем главным образом потому, что условие несжимаемости к межзвездному газу заведомо неприменимо, да и математический аппарат этих исследований по своей сложности также выходит за рамки настоящей книги. Все же хотелось бы отметить, что даже качественный перенос ряда этих результатов (например, ослабление устойчивости при учете анизотропии проводимости) на исследования динамики межзвездного газа представил бы интерес.

В связи с этим можно отметить и еще большой круг вопросов, который оперирует с устойчивостью в магнитной гидродинамике, но довольно тесно связан с проблемами астрофизики (см. § 20)—а именно, исследование устойчивости и формы магнитногравитационных конфигураций несжимаемой жидкости, которому было также посвящено много работ, начиная с первой и, пожалуй, наиболее интересной работы Чандрасекара и Ферми [76], показавшими, что цилиндр из несжимаемой электропроводящей жидкости, находящийся в собственном гравитационном поле и магнитном поле, параллельном оси, становится более устойчивым, чем при отсутствии магнитного поля. Усиление устойчивости

этого цилиндра иллюстрируется графиком на рис. 33, где приведена зависимость критической длины волны возмущения λ_* , при которой возмущения становятся неустойчивыми (при $\lambda > \lambda_*$) от магнитного поля H , выраженного в единицах

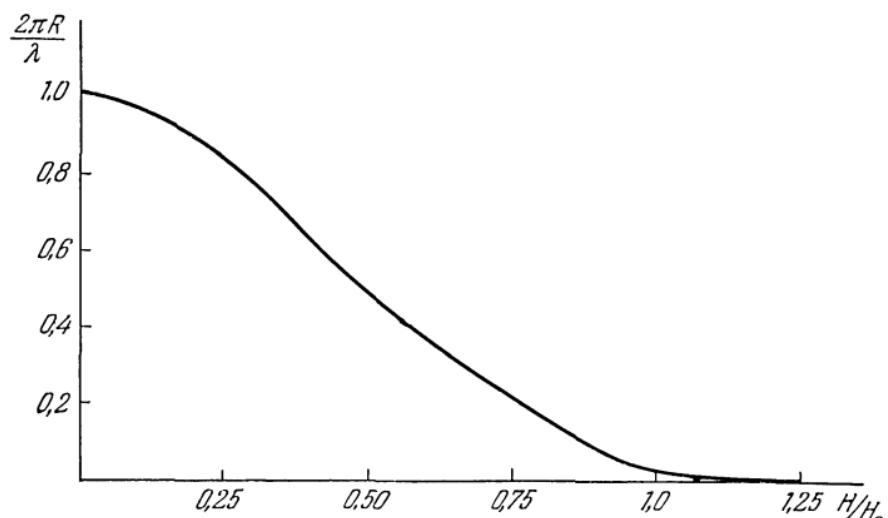


Рис. 33. Зависимость критической длины λ_* неустойчивых возмущений намагниченного самогравитирующего жидкого цилиндра радиуса R от напряженности магнитного поля H [76].

$H_s = 4\pi\rho R \sqrt{f}$, где ρ — плотность, R — радиус цилиндра и f — гравитационная постоянная.

В последующих работах (см., например, [79]—[82]) изучались чаще всего форма и реже устойчивость сфероидов, находящихся под действием внутреннего или внешнего магнитного поля. Физические результаты этих исследований очевидны — внутреннее магнитное поле сплющивает сфероид в направлении магнитного поля, поскольку в перпендикулярном к нему направлении действует «распирающее» магнитное давление $H^2/8\pi$ (в направлении магнитного поля это давление равно нулю). По той же причине внешнее магнитное поле вытягивает сфероиды вдоль своего направления. Таким образом, эллиптичность ϵ/R сфероидов определяется отношением магнитного давления $H^2/8\pi$ к «гравитационному давлению» $fM\rho/R$, где M — масса конфигурации, т. е. величиной

$$\frac{\epsilon}{R} \approx \frac{H^2 R}{8\pi f M \rho} \approx \frac{1}{6} \frac{H^2 R^4}{f M^2}, \quad (16.13)$$

так как для несжимаемой жидкости $\rho = \mathfrak{M}/\frac{4}{3}\pi R^3$. В зависимости от распределения магнитного поля внутри и вне конфигурации численный коэффициент может принимать различные значения порядка единицы.

Исследования конкретных моделей, в сущности, сводились к определению численного коэффициента в (16.13). Условие несжимаемости и однородность сфероидов являлось во всех случаях существенным для получения решения. Тем самым эти исследования выходят за рамки настоящей книги, а в тех случаях, когда нам нужно будет учесть «сплющивающее» или «вытягивающее» влияние соответственно внутреннего или внешнего магнитного поля, достаточно будет пользоваться формулой (16.13), по порядку величины сохраняющей справедливость и в сжимаемом газе, поскольку при выводе (16.13) несжимаемость не принималась во внимание. Заметим, кстати, что если наряду с гравитационным давлением существенным окажется и газовое давление, также являющееся изотропным, то вместо (16.13) следует взять

$$\frac{\epsilon}{R} \approx \frac{\frac{H^2}{8\pi}}{\frac{H^2}{8\pi} + \frac{f\mathfrak{M}\rho}{R} + p} \approx \frac{H^2 R^4}{6 \left(f\mathfrak{M}^2 + \frac{Rp}{\rho} \right)}. \quad (16.14)$$

Напоминаем, что здесь R — средний радиус конфигурации.

К вопросу об устойчивости магнитогравитационных конфигураций мы еще вернемся в § 20.

Заканчивая на этом параграф, мы хотели бы еще раз подчеркнуть сложность этой проблемы и необходимость дальнейших исследований, а также отметить, что магнитное поле оказывает существенное влияние на устойчивость движения, приводя к появлению новых видов конфигураций и течений, усиливая устойчивость одних движений и ослабляя (правда, в более редких случаях) устойчивость других.

ГЛАВА V

МЕЖЗВЕЗДНАЯ ТУРБУЛЕНТНОСТЬ

Турбулентностью вообще называется запутанное, завихренное состояние движения жидкости или газа. Часто употребляемый термин «беспорядочное движение» хотя и дает наглядное представление о характере турбулентности, все же неточен, ибо определенный *статистический порядок* в турбулентном движении имеет место.

Статистическая теория турбулентности несжимаемой жидкости достигла серьезных успехов, хотя и не может еще считаться законченной теорией. Однако теория турбулентности сжимаемого газа, в особенности при наличии сверхзвуковых движений, только начала развиваться. Поэтому обычно теорию турбулентности относят к гидродинамике, а не к газодинамике.

Мы уже много раз подчеркивали, что движение межзвездного газа ни в коей мере нельзя рассматривать как движение несжимаемой жидкости. Наличие скоростей, во много раз превышающей соответствующие скорости звука, существование облаков с большими флюктуациями плотности, взаимодействие газа с магнитными полями — все это заставляет нас развивать теорию турбулентности с учетом всех этих факторов, т. е. теорию газомагнитной турбулентности со сверхзвуковыми скоростями. С изложения такой теории мы и начнем эту главу.

§ 17. Теория газомагнитной турбулентности

В современной теории турбулентности существуют два основных метода — *корреляционный метод* (А. А. Фридман и Л. В. Келлер [83], Карман и Говарт [84], А. Н. Колмо-

горов [85]) и *спектральный метод* (А. М. Обухов [86], Гейзенберг [87], Чандрасекар [88], [89]) *).

В корреляционном методе основными характеристиками турбулентного состояния являются так называемые корреляционные тензоры, полученные при усреднении произведений компонентов скоростей (или разностей компонентов скоростей) по всевозможным парам точек. Например, *корреляционным тензором* скоростей второго ранга D_{ik} называется выражение, компонент i, k которого имеет вид

$$D_{ik} = \overline{v_i(r') v_k(r'')}, \quad (17.1)$$

где усреднение проводится по всем парам точек r' и r'' в области движения так, чтобы их расстояние $r = r' - r''$ было одинаковым. Аналогичным образом определяется и *структурный тензор* второго ранга B_{ik} корреляции разности компонент скоростей:

$$B_{ik}(r) = \overline{(v_i(r') - v_i(r''))(v_k(r') - v_k(r''))}. \quad (17.2)$$

Компоненты тензоров B_{ik} и D_{ik} связаны соотношением

$$B_{ik}(r) = 2[D_{ik}(0) - D_{ik}(r)], \quad (17.3)$$

получаемым при раскрытии скобок в (17.2) и почленном усреднении. Подобным же образом находятся и другие компоненты этих тензоров, а также тензоры более высоких рангов.

Затем составляются уравнения для определения этих тензоров путем усреднения соответствующих уравнений движения. Для получения уравнений в пригодной для решения форме приходится налагать на турбулентность некоторые ограничения — а именно, считать турбулентность однородной и изотропной (или локально-однородной и локально-изотропной), т. е. считать, что тензоры $D_{ik}(r)$ (и соответственно B_{ik}) не зависят ни от направлений, ни от положений в пространстве, а зависят только от абсолютного значения расстояний между парами точек. Если подобному условию

*) Иногда употребляются термины *корреляционная теория* и *спектральная теория*.

удовлетворяют только тензоры B_{ik} в некотором интервале расстояний r , а тензоры D_{ik} этому условию не удовлетворяют, — турбулентность называется локально-изотропной и локально-однородной [85]. Это — первое ограничение корреляционного метода в теории турбулентности. Второе ограничение связано с тем, что уравнения движения газодинамики [например (13.1) — (13.6)] не учитывают образования разрывов, следовательно, и корреляционные уравнения, полученные при их усреднении, также не могут учитывать образования ударных волн. Наконец, третье ограничение: различные компоненты корреляционных тензоров каждого ранга можно свести к соответствующей одной корреляционной функции (без чего корреляционные уравнения не решаются) только в том случае, если на скорости наложено условие $\operatorname{div} \mathbf{v} = 0$, т. е. условие несжимаемости.

Таким образом, корреляционный метод применим лишь к случаю однородной и изотропной турбулентности несжимаемой жидкости при отсутствии разрывов в ее движении, что исключает его применимость для исследования турбулентности межзвездного газа.

Правда, у корреляционного метода есть и существенное преимущество — он позволяет сразу получить корреляции скоростей — величины, непосредственно сравниваемые с наблюдениями. В корреляционных уравнениях возможен и учет магнитного поля путем введения соответствующих корреляционных тензоров напряженности магнитного поля типа (17.1) — (17.3), в которых вместо обычных скоростей следует поставить скорости волн Альвена $a = H/\sqrt{4\pi\rho}$. Магнитное поле, конечно, должно удовлетворять условию однородности и изотропности, что, вообще говоря, бывает очень редко. Но, несмотря на эти преимущества, корреляционный метод явно не годится для исследования межзвездной турбулентности — и мы не будем его здесь излагать. Необходимые нам для сравнения с наблюдениями корреляции скоростей и напряженностей магнитного поля можно будет, хотя и не прямым путем, получить при помощи спектрального метода.

В спектральном методе основными характеристиками являются спектральные функции кинетической энергии $F(k)$ и магнитной энергии $G(k)$, представляющие собой разложение этих величин в интеграл Фурье по волновым чис-

лам $k = 2\pi/l$, где l — масштаб движения. Иными словами, $F(k)dk$ — это количество *кинетической энергии*, рассчитанное на единицу массы, содержащейся или переносимой вихрями с волновыми числами в интервале от k до $k + dk$, а $G(k)dk$ — это количество *магнитной энергии* на единицу массы, содержащейся или переносимой вихрями с волновыми числами в интервале от k до $k + dk$. Таким образом,

$$F(k) = \frac{1}{2} \frac{dv_k^2}{dk}; \quad G(k) = \frac{d}{dk} \frac{H_k^2}{8\pi\rho},$$

где v_k и H_k — скорость и напряженность магнитного поля в вихрях с масштабами движения $l = 2\pi/k$ [90], [91].

Строго говоря, вместо этих спектральных функций следует определять спектральные тензоры $F_{ij}(k)$ и $G_{ij}(k)$, являющиеся разложением в интеграл Фурье соответствующих компонент корреляционных тензоров, однако для наших целей достаточно и более удобно первое определение. Дело в том, что при первом определении мы неявно предполагаем изотропность и однородность турбулентности, однако именно эта «неявность» и позволит нам записать соответствующие уравнения без ссылки на однородность и изотропность и тем самым получить теорию, хотя бы качественно пригодную и для неоднородной и неизотропной турбулентности. Важно и то обстоятельство, что в спектральном методе исходные уравнения постулируются непосредственно, а не выводятся из уравнений гидродинамики. Это позволит нам учесть и некоторые эффекты, связанные с образованием разрывов.

Все сказанное представляет серьезное преимущество спектрального метода для исследования межзвездной турбулентности, тем более, что и с математической стороны спектральный метод значительно проще. Поэтому мы ограничимся изложением спектрального метода в теории газомагнитной изотропной турбулентности и применением этой теории для исследования межзвездной турбулентности.

Исходные уравнения в спектральном методе для определения функций $F(k)$ и $G(k)$ не выводятся, а постулируются. Поэтому и мы сначала запишем эти уравнения, а затем рассмотрим значение каждого члена. Эти уравнения предложены автором этой книги [90, 91]. Они обобщают уравнения

Гейзенберга [87] для немагнитной турбулентности несжимаемой жидкости и имеют такой вид:

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int_0^k F(k, t) dk = 2 \left(\nu + z_f \int_k^\infty \sqrt{\frac{F}{k^3}} dk \right) \int_0^k F k^2 dk + \\ + 2 \int_0^k [F k^3]^{\frac{1}{2}} [\zeta_f F + \mu G] dk, \quad (17.4)$$

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int_0^k G(k, t) dk = 2 \left(\lambda + \chi_g \int_k^\infty \sqrt{\frac{F}{k^3}} dk \right) \int_0^k G k^2 dk - \\ - 2 \int_0^k [F k^3]^{\frac{1}{2}} G (\zeta_g + \mu) dk. \quad (17.5)$$

В левой части мы записали $F(k, t)$ и $G(k, t)$, чтобы подчеркнуть их зависимость от времени t ; в правой части у этих функций аргументы для сокращения опущены. В (17.4) и (17.5) ν — коэффициент вязкости и $\lambda = 1/4\pi\sigma$, где σ — электропроводность. Перейдем к описанию значения каждого из членов уравнений (17.4) — (17.5), а заодно и определим безразмерные параметры порядка единицы χ , ζ и μ . Индексом f будем обозначать величины, относящиеся к кинетической энергии, индексом g — величины, описывающие преобразования магнитной энергии.

Левые части обоих уравнений представляют собой полные диссипации кинетической и соответственно магнитной энергии в единице массы за единицу времени в движениях с масштабами, большими $l = 2\pi/k$, а правые части этих уравнений содержат члены, описывающие различные механизмы диссипации и преобразования энергии.

Выражения

$$2\nu \int_0^k F k^2 dk \quad \text{и} \quad 2\lambda \int_0^k G k^2 dk$$

определяют диссипацию кинетической и магнитной энергии в масштабах, больших l , непосредственно в тепловую энергию вследствие молекулярной вязкости и наличия электри-

ческого сопротивления (джоулево тепло). Форма, в которой записаны эти члены, объясняется тем, что, как мы видели в § 7 и 13, оба эти механизма описываются в соответствующих магнитогазодинамических уравнениях членами вида $\nu\Delta v$ и $\lambda\Delta H$. Так как оператор Лапласа Δ есть вторая производная по координатам, то в (17.4) и (17.5) появляются квадраты волновых чисел, пропорциональные $1/l^2 \sim \partial^2/\partial x^2$.

Следующие члены

$$2\kappa_f \int_k^\infty \sqrt{\frac{F}{k^3}} dk \int_0^k F k^2 dk$$

и

$$2\kappa_g \int_k^\infty \sqrt{\frac{F}{k^3}} dk \int_0^k G k^2 dk$$

описывают переход кинетической и магнитной энергии от движений больших масштабов к движениям меньших масштабов. Этот переход и является, собственно, характерной особенностью турбулентности. Соответствующие члены в уравнениях движения (13.1) — (13.6) имеют вид $(v\nabla)v$ и $\text{rot}[vH]$. Благодаря наличию нелинейности в уравнениях движения магнитогазодинамики — так называемых *инерционных членов* — здесь имеет место переход энергии между движениями различных масштабов. Преимущественное направление перехода (от больших масштабов к меньшим) объясняется статистическим процессом «дробления» энергии по большему числу степеней свободы, которыми обладают движения меньшего масштаба. С некоторым приближением этот процесс можно уподобить молекулярной вязкости, при которой тоже имеет место переход энергии от движений больших масштабов (макроскопическое движение) к меньшим (микроскопическое движение). Поэтому члены, описывающие этот переход энергии, должны быть подобны членам, описывающим молекулярную диссипацию, однако с другими («турбулентными») коэффициентами вязкости и проводимости.

Приведенная выше форма этих членов и соответствует такому описанию. Так как вязкость ν есть, с точностью до численного множителя порядка единицы, произведение длины свободного пробега на скорость молекул, то и турбулентная

вязкость должна представлять собой также произведение «длины пробега» $l \sim \frac{1}{k}$ малых вихрей на их скорость $v \sim \sqrt{Fk}$ ($F \sim v^2/k$). Переход энергии из масштабов, больших l , к меньшим осуществляется, как предположил Гейзенберг, всеми вихрями с масштабами, меньшими l . Поэтому турбулентная вязкость, с точностью до безразмерного множителя χ_f порядка единицы, определяется интегралом

$$\nu_{\text{турб}} \sim \nu = \int_k^{\infty} \sqrt{\frac{F(k, t)}{k^3}} dk. \quad (17.6)$$

Из соображений размерности $\nu_{\text{турб}} \sim \nu l$; учитывая же, что вязкость осуществляется не только вихрями с определенным значением k , а всеми вихрями с волновыми числами, большими k , имеем выражение, приведенное выше. Аналогично и «турбулентное электрическое сопротивление» можно записать как $\chi_g \nu$, где χ_g — множитель порядка единицы, поскольку величина λ и по размерности и по смыслу соответствует вязкости ν . Вообще говоря, множители χ_f и χ_g должны зависеть от геометрии вихрей, от деталей механизма перехода энергии между вихрями различных порядков и т. д. Теоретически эти параметры пока невозможно определить и поэтому мы будем считать их (т. е. χ_f и χ_g) величинами, которые должны, по крайней мере в принципе, определяться экспериментальным путем. К численному определению χ_g мы еще вернемся ниже.

Члены

$$2 \int_0^k \zeta_f F^{\frac{3}{2}} k^{\frac{3}{2}} dk \text{ и } 2 \int_0^k \zeta_g F^{\frac{1}{2}} G k^{\frac{3}{2}} dk$$

описывают непосредственную диссипацию кинетической энергии в тепловую и рост магнитной энергии в ударных волнах. Как мы видели в гл. III, в ударных волнах значительная часть энергии движения волны превращается в тепловую энергию, а также (в межзвездных условиях) излучается. Диссипация энергии, во-первых, пропорциональна v^2/τ , где τ — характерное время прохождения ударной волны ($\tau \sim l/v$) и, во-вторых, не зависит от движений других масштабов. По-

этому полная диссипация кинетической энергии в ударных волнах, возникающих при движениях с масштабами, большими $l \approx 2\pi/k$, описывается членом вида

$$\zeta_f \frac{v^3}{l} \sim \zeta_f F^{\frac{3}{2}} k^{\frac{5}{2}} \sim 2 \int_0^k \zeta_f [F(k, t) k]^{\frac{3}{2}} dk. \quad (17.7)$$

Здесь ζ_f — безразмерная величина порядка единицы, зависящая от структуры турбулентности, от частоты возникновения в ней ударных волн, от их профиля и от других возможных параметров. Поэтому величина ζ_f зависит, вообще говоря, и от масштабов движения, чем и объясняется ее внесение под знак интегралов в (17.7). Например, в тех масштабах движения, где $v < c_{\text{зв}}$, величина ζ_f близка к нулю, а в тех масштабах, где, наоборот, $v > c_{\text{зв}}$, величина ζ_f порядка единицы и может даже превышать ее. В принципе, конечно, возможно определение этой величины из анализа картины турбулентности в каждом данном случае, однако это очень трудная задача, и на современном этапе теории целесообразнее ее оставить как полуэмпирическую величину, характеризующую диссипацию энергии в турбулентных ударных волнах, так же как и параметры χ . Так как величина ζ_f меняется значительно медленнее, чем F , то во многих случаях ее можно считать постоянной.

В § 12 мы видели, что в газомагнитных ударных волнах магнитная энергия увеличивается благодаря сжатию магнитных силовых линий. Это увеличение описывается членом с ζ_g , где ζ_g играет ту же роль для магнитной энергии, что и ζ_f для кинетической. Увеличение (а не диссипация) магнитной энергии учитывается знаком минус в (17.5). Очевидно, $\zeta_g < \zeta_f$, так как магнитная энергия увеличивается за счет диссипации кинетической энергии.

Наконец, последний член $2 \int_0^k \mu F^{\frac{1}{2}} G k^{\frac{3}{2}} dk$, входящий

в уравнения (17.4) и (17.5) с разными знаками, описывает переход кинетической и магнитной энергии из одной формы в другую благодаря механизму «запутывания» и «распутывания» магнитных силовых линий, описанному в § 7. В сущности, приведенная форма этого члена представляет собой перевод на «спектральный язык» формулы (7.17). Безраз-

мерная функция порядка единицы μ играет здесь роль, аналогичную функциям ζ . Эта функция определяет направление перехода энергии (в зависимости от ее знака) и потому зависит от масштабов. Например, в тех масштабах, где $F > G$, $\mu > 0$, а при $F < G$ $\mu < 0$. Зависимость μ от масштабов движения значительно более слабая, чем зависимость F и G от k , и потому во многих задачах ее также можно считать постоянной. В отличие от ζ , μ не задается, а определяется из условий совместности уравнений (17.4) и (17.5).

Разумеется, выбор системы спектральных уравнений магнитной газодинамики в форме (17.4) — (17.5) не является однозначной операцией: возможны и другие формы. Однако те физические соображения, которые мы приводили выше при анализе различных членов этой системы, являются, по нашему мнению, более или менее убедительным аргументом в пользу такого выбора. Еще и еще одно обстоятельство, значительно суживающее возможности выбора формы спектральных уравнений. Так как уравнения магнитной газодинамики (13.1) — (13.6) линейны относительно плотности магнитной энергии, то и соответствующие спектральные уравнения должны быть линейны относительно $G(k, t)$. Система (17.4) — (17.5) этому условию удовлетворяет. Можно привести еще ряд менее существенных аргументов, свидетельствующих в пользу нашего выбора, но мы этого делать не будем, поскольку справедливость и применимость этой системы, как и всякой постулированной физической теории, может быть проверена и подтверждена лишь опытными или наблюдательными данными.

Перейдем теперь к решению системы (17.4) — (17.5). Для этого прежде всего превратим ее в систему дифференциальных уравнений. При этом удобно в качестве независимой переменной выбрать турбулентную вязкость y (17.6), а в качестве зависимых переменных — величины

$$\left. \begin{aligned} f(y, t) &= \sqrt{\frac{F(k, t)}{k}}, \\ g(y, t) &= \sqrt{\frac{G(k, t)}{k}}. \end{aligned} \right\} \quad (17.8)$$

Нетрудно убедиться, что $f(y, t)$ по порядку величины равно vl , т. е. с точностью до множителя $1/v$ — это число Рей-

нольдса для данного масштаба движения; $g(y, t)$ — аналог числа Рейнольдса для магнитного поля.

Продифференцируем дважды систему (17.4) — (17.5) по k и перейдем в ней к новым переменным, воспользовавшись очевидным преобразованием, следующим из (17.6) и (17.8):

$$\frac{\partial}{\partial k} = -\frac{f}{k} \frac{\partial}{\partial y}. \quad (17.9)$$

Проиллюстрируем эти преобразования на примере уравнения (17.4), которое в новых переменных имеет вид:

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int_0^k f^2 k dk = 2(\nu + \kappa_f y) \int_0^k f^2 k^3 dk + 2 \int_0^k f (\zeta_f f^2 + \mu g^2) k^3 dk.$$

Дифференцируем по k , учитываем (17.9) и делим на $2f/k$:

$$-\frac{k^2}{2f} \frac{\partial f^2}{\partial t} = (\nu + \kappa_f y) fk^4 + (\zeta_f f^2 + \mu g^2) k^4 - \kappa_f \int_0^k f^2 k^3 dk.$$

Еще раз дифференцируем по k :

$$\begin{aligned} -2k \frac{\partial f}{\partial t} - k^2 \frac{\partial^2 f}{\partial k \partial t} &= 4k^3 [(\nu + \kappa_f y) f + (\zeta_f f^2 + \mu g^2)] + \\ &+ k^4 \frac{\partial}{\partial k} [(\nu + \kappa_f y) f + (\zeta_f f^2 + \mu g^2)] - \kappa_f f^2 k^3. \end{aligned}$$

Опять воспользуемся (17.9) и разделим это уравнение на k^3 :

$$\frac{1}{k^2} \left[f \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial t} - 2 \frac{\partial f}{\partial t} \right] = \left(4 - f \frac{\partial}{\partial y} \right) [(\nu + \kappa_f y) f + (\zeta_f f^2 + \mu g^2)] - \kappa_f f^2.$$

Окончательно это уравнение перепишем в виде

$$f \frac{\partial A}{\partial y} - \left(4 - 2 \frac{\partial f}{\partial y} \right) A + \kappa_f = \frac{1}{k^2 f^2} \left[2 \frac{\partial f}{\partial t} - f \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial t} \right]. \quad (17.10)$$

Аналогично из (17.5) выводится уравнение

$$f \frac{\partial B}{\partial y} - \left(4 - 2 \frac{f}{g} \frac{\partial g}{\partial y} \right) B + \kappa_g = \frac{1}{k^2 f^2} \left[2 \frac{\partial g}{\partial t} - f \frac{\partial^2 g}{\partial y \partial t} \right]. \quad (17.11)$$

В уравнениях (17.10) и (17.11) величины A и B определяются формулами:

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{\gamma}{f} + \chi_f \frac{y}{f} + \zeta_f + \mu \frac{g^2}{f^2}, \\ B &= \frac{\lambda}{f} + \chi_g \frac{y}{f} - \zeta_g - \mu. \end{aligned} \right\} \quad (17.12)$$

Физический смысл членов в A и B таков: первые члены в правой части — обратные числа Рейнольдса $1/R$, вторые — обратные турбулентные числа Рейнольдса $\chi_{турб}/vl$; остальные члены уже известны. Преимущество этой записи состоит в том, что за исключением первых членов в A и B , которые малы для движения с большими числами Рейнольдса, все остальные меняются значительно медленнее, чем f и g .

Рассмотрим теперь различные случаи.

Наибольший интерес представляет стационарное состояние турбулентности. Этот случай осуществляется тогда, когда в среде находятся источники турбулентности постоянной интенсивности, т. е. когда существует какой-либо механизм, все время сообщающий энергию вихрям крупного масштаба, от которых эта энергия непрерывным «потоком» через всю иерархию вихрей передается движению меньшего масштаба вплоть до самых малых вихрей, где и рассеивается в тепловую энергию. В случае газомагнитной турбулентности со сверхзвуковыми скоростями имеет место и непосредственная диссиляция энергии в вихрях промежуточного и крупного масштаба (см. выше).

Для исследования стационарного состояния турбулентности положим в (17.4)—(17.5) и в (17.10)—(17.12) функции F и G , а следовательно, f и g не зависящими от времени, т. е. правые части (17.10)—(17.11) в этом случае приравняем нулю. Далее, для не слишком больших волновых чисел (т. е. в тех масштабах движения, где вязкость и электропроводность несущественны) как y , так и f велики, причем при малых k $f \propto y$. В самом деле, f/y есть турбулентное число Рейнольдса $vl/\chi_{турб}$, где вместо молекулярной вязкости стоит турбулентная вязкость. Это число всегда порядка единицы и, по крайней мере в первом приближении, не зависит от масштаба движения.

Что же касается функции g , то ее поведение заранее, вообще говоря, ничем не определено. Можно показать, однако,

что решение системы (17.10)–(17.12) возможно лишь в том случае, если при больших y (малые k) функция g имеет вид либо $g = \beta y$, либо $g = \gamma \sqrt{y}$.

Рассмотрим сначала первый случай и положим $f = \alpha y$, т. е. ограничимся первым приближением. Тогда система (17.10)–(17.12) для стационарной турбулентности имеет вид

$$\left. \begin{aligned} (4 - 2\alpha) \left(\frac{\kappa_f}{\alpha} + \zeta_f + \mu \frac{\beta^2}{\alpha^2} \right) &= \kappa_f; \\ (4 - 2\alpha) \left(\frac{\kappa_g}{\alpha} - \zeta_g - \mu \right) &= \kappa_g. \end{aligned} \right\} \quad (17.13)$$

Здесь опущены члены с λ и ν , несущественные при исследовании так называемой *области спектра Колмогорова*, т. е. движений в тех масштабах, где роль вязкости и теплопроводности невелика.

Мы получили вместо дифференциальной системы уравнений алгебраическую систему, решение которой легко находится в случае, если $\beta = \alpha$. Тогда

$$\alpha = \frac{-3 + 4 \frac{\zeta_f - \zeta_g}{\kappa_f - \kappa_g} + \sqrt{9 + 8 \frac{\zeta_f - \zeta_g}{\kappa_f + \kappa_g} + 16 \left(\frac{\zeta_f - \zeta_g}{\kappa_f + \kappa_g} \right)^2}}{4 \left(\frac{\zeta_f - \zeta_g}{\kappa_f - \kappa_g} \right)} \quad (17.14)$$

и

$$\mu = - \frac{\kappa_f \zeta_g + \kappa_g \zeta_f}{\kappa_f + \kappa_g}. \quad (17.15)$$

Если $\zeta_f - \zeta_g \ll \kappa_f + \kappa_g$, что чаще всего и бывает, то

$$\alpha = \frac{4}{3} + \frac{16}{27} \frac{\zeta_f - \zeta_g}{\kappa_f + \kappa_g} + \dots \quad (17.16)$$

Если же, наоборот, $\zeta_f - \zeta_g \gg \kappa_f + \kappa_g$, то

$$\alpha = 2 - \frac{1}{2} \frac{\kappa_f + \kappa_g}{\zeta_f - \zeta_g} + \dots \quad (17.17)$$

Вернемся теперь к прежним переменным. Из (17.9) следует, что

$$\frac{dy}{dk} = - \frac{f}{k} = - \frac{dy}{k},$$

откуда

$$y = \text{const} \cdot k^\alpha,$$

поэтому

$$F(k) = f^2 k,$$

$$F(k) = F(k_0) \left(\frac{k_0}{k} \right)^{2\alpha-1}. \quad (17.18)$$

Аналогично для спектральной функции магнитной энергии, учитывая, что $\alpha = \beta$, а следовательно, и $f = g$, мы получим

$$G(k) = F(k_0) \left(\frac{k_0}{k} \right)^{2\alpha-1}. \quad (17.19)$$

Здесь k_0 и $F(k_0)$ — постоянные интегрирования.

Каков физический смысл полученного решения? Прежде всего, формулы (17.18) и (17.19) свидетельствуют о том, что в этом случае имеет место полное равнораспределение энергии в движениях всех тех масштабов, при которых вообще применимо это решение. Правда, этот результат мы получили, положив $\alpha = \beta$. Если же $\alpha \neq \beta$, то обязательно должно быть

$$\frac{\alpha}{\beta} = \text{const},$$

и мы бы получили полное подобие спектров (в этом случае в (17.19) стоял бы впереди множитель β^2/α^2). Однако из общих соображений, которые мы приводили в § 1 и 6, можно заключить, что в стационарной газомагнитной системе имеет место равенство полной кинетической и полной магнитной энергии, и поэтому предположение $\alpha = \beta$ представляется довольно вероятным. Впрочем, это заключение разделяется не всеми авторами, исследовавшими гидромагнитную турбулентность [88], [92].

Далее, из (17.15) следует, что вдоль спектра имеет место переход энергии из магнитной формы в кинетическую. Физически это вполне очевидно: в ударных волнах, как мы уже видели, часть кинетической энергии газа превращается в магнитную, следовательно, должен иметь место и обратный переход, что и подтверждается тем, что величина μ пропорциональна ζ , т. е. параметрам, определяющим характер ударных волн в турбулентной среде.

Показатель спектра как кинетической, так и магнитной энергии газомагнитной турбулентности определяется фор-

мулой (17.14) или, с достаточной в большинстве случаев точностью, (17.16). Подставляя последнюю формулу в (17.18) и (17.19), получим

$$F(k) = G(k) = F(k_0) \left(\frac{k_0}{k} \right)^{\frac{5}{3} + \frac{32}{27} \frac{\zeta_f - \zeta_g}{\zeta_f + \zeta_g} + \dots}. \quad (17.20)$$

Если ударных волн нет, то $\zeta_f = \zeta_g = 0$, и (17.20) превращается в известную формулу спектра Колмогорова,

$$F(k) \sim k^{-\frac{5}{3}},$$

выведенную для случая несжимаемой жидкости и являющуюся, как хорошо известно, простым следствием размерностей входящих в нее величин.

Наличие прямой диссипации энергии ударной волны в тепловую (что как раз и определяется разностью $\zeta_f - \zeta_g$) приводит к тому, что спектр турбулентности сжимаемого газа с наличием ударных волн круче, чем спектр турбулентности несжимаемой жидкости. И этот результат физически очевиден: в более мелких вихрях столкновения потоков газа происходят чаще и сами эти вихри рассеиваются быстрее, чем более крупные вихри. Таким образом, в более мелких вихрях (но значительно больших тех масштабов движения, где существенной становится вязкость) диссипация энергии в ударных волнах больше — не за счет интенсивности этих волн, а за счет увеличения вероятности их появления. Поэтому и спектр газомагнитной турбулентности спадает круче.

Несколько замечаний о смысле постоянных интегрирования k_0 и $F(k_0)$. Энергия источников турбулизации сообщается самым большим вихрям, т. е. движениям основного масштаба l_0 . Величина этой энергии, отнесенной к единице массы газа, обозначается через ε и имеет размерность $\text{эр} \cdot \text{г} \cdot \text{сек}$; она является одной из основных характеристик турбулентного движения, наряду с l_0 . Движения с масштабами, большими l_0 (если они вообще присутствуют), зависят от геометрии источников турбулизации и от их свойств, движения с масштабами, меньшими l_0 , определяются только величиной ε , т. е. потоком энергии через всю иерархию вихрей, от основного масштаба к наименьшим вихрям, где эта энергия превращается в тепло благодаря действию вязкости.

(17.18)–(17.19) применимы именно к этой второй спектра. Тогда мы можем считать

$$k_0 = 2\pi/l_0 \text{ и } F(k_0) k_0^{\frac{5}{3}} = \varepsilon^{\frac{2}{3}},$$

в чем можно убедиться, учитывая, что $F(k_0) \approx v_0^2/k_0$ и $\varepsilon \approx \approx v_0^2/\tau_0 \approx v_0^3/l_0$. Впрочем, в реальных условиях межзвездного пространства картина турбулентности может быть значительно сложнее, чем приведенное выше описание (см. следующий параграф).

Возвращаясь к основным уравнениям (17.4)–(17.5), можно заметить, что в стационарном случае для $k > k_0$ левые части этих уравнений есть, собственно, величины $\varepsilon/2$ (при равнораспределении энергии обе левые части уравнений (17.4)–(17.5) равны друг другу). В самом деле, энергия источников турбулизации в рассматриваемой элементарной теории передается большим вихрям основного масштаба $l_0 = 2\pi/k_0$. В движениях этого масштаба происходит равнораспределение кинетической и магнитной энергии и затем эта энергия «спускается» по иерархии вихрей. Поэтому ε и представляет собой уменьшение энергии больших вихрей за 1 сек при диссиpации по движениям меньших масштабов. В стационарном случае это уменьшение их энергии должно компенсироваться постоянным притоком энергии от источников турбулизации, не учтенный в явной форме, в уравнениях (17.4)–(17.5). При исследовании стационарного случая можно прямо исходить из (17.4) и (17.5), заменив их левые части величинами $\varepsilon/2$.

Спектры турбулентности при $l \ll k_0$ не могут быть определены без знания геометрии и конкретных свойств источников турбулизации [именно поэтому они не учтены в (17.4)–(17.5)]. Спектры турбулентности при $k > k_0$ имеют универсальный характер и определяются для стационарного случая и равнораспределения магнитной и кинетической энергии формулами (17.18)–(17.20).

Рассмотрим теперь второй случай, при котором возможно решение системы (17.10)–(17.12), а именно, примем в первом приближении $g = \gamma \sqrt{u}$. Тогда член при μ в (17.12) имеет тот же порядок, что и u/f ; поэтому здесь приходится сохранить члены с u и λ и второе приближение

в разложении для f . Положим $f = \alpha y + \delta$. Тогда:

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{\chi_f}{\alpha} + \zeta_f + \left(\frac{\mu \gamma^2}{\alpha} + \frac{\nu}{\alpha} - \frac{\chi_f \delta}{\alpha} \right) \frac{1}{y}; \\ B &= \frac{\chi_g}{\alpha} - \zeta_g - \mu + \left(\frac{\lambda}{\alpha} - \frac{\chi_g \delta}{\alpha} \right) \frac{1}{y}. \end{aligned} \right\} \quad (17.21)$$

Подставляем (17.21) в (17.10) и (17.11), опять считая турбулентность стационарной. Получаем для больших значений y :

$$\left. \begin{aligned} (4 - 2\alpha) \left(\frac{\chi_f}{\alpha} + \zeta_f \right) + \frac{4 - \alpha}{\alpha} (\mu \gamma^2 + \nu - \chi_f \delta) \frac{1}{y} &= \chi_f; \\ (4 - \alpha) \left(\frac{\chi_g}{\alpha} - \zeta_g - \mu \right) + \frac{4}{\alpha y} (\lambda - \chi_g \delta) &= \chi_g. \end{aligned} \right\} \quad (17.22)$$

Первое приближение этого уравнения (члены без $1/y$) дает:

$$\alpha = \frac{-3 + 4 \frac{\zeta_f}{\chi_f} + \sqrt{9 + 8 \frac{\zeta_g}{\chi_f} + 16 \left(\frac{\zeta_f}{\chi_f} \right)^2}}{4 \frac{\zeta_f}{\chi_f}} \approx \frac{4}{3} + \frac{16}{27} \frac{\zeta_f}{\chi_f} + \dots \quad (17.23)$$

$$\mu = \chi_g \left[\frac{4 - 2\alpha}{(4 - \alpha) \alpha} - \zeta_g \right] \approx \frac{3}{8} \chi_g - \frac{5}{12} \frac{\chi_g}{\chi_f} \zeta_f - \dots \quad (17.24)$$

Второе приближение (приравнивание к нулю коэффициентов при $1/y$ и исключение δ) дает:

$$\gamma = \sqrt{\frac{\lambda \chi_f - \nu \chi_g}{\mu \chi_g}}. \quad (17.25)$$

Отсюда, кстати, следует условие

$$\chi_g < \frac{\lambda}{\nu} \chi_f$$

— условие, которому должен удовлетворять параметр χ_g , чтобы рассматриваемое решение имело место.

Действуя далее по аналогии с (17.18), получаем теперь для спектра кинетической энергии точно такую же формулу, однако вместо (17.20) будем теперь иметь:

$$F(k) = F(k_0) \left(\frac{k_0}{k} \right)^{\frac{5}{3} + \frac{32}{27} \frac{\zeta_f}{\chi_f} + \dots}. \quad (17.26)$$

Для спектра магнитной энергии находим:

$$\begin{aligned}
 G(k) &= g^2 k = \gamma^2 y k = \frac{\gamma^2}{\alpha} f k = \frac{\gamma^2}{\alpha} \sqrt{F(k) k} = \\
 &= \frac{\lambda z_f - \nu z_g}{\alpha \mu} \sqrt{F(k_0) k_0} \left(\frac{k_0}{k} \right)^{\alpha-1} = \\
 &= 2 \frac{\lambda z_f - \nu z_g}{z_f} \sqrt{F(k_0) k_0} \left(\frac{k_0}{k} \right)^{\frac{1}{3} + \frac{16}{27} \frac{\zeta_f}{\nu}} \dots
 \end{aligned} \quad (17.27)$$

Таким образом, в этом случае почти вся турбулентная энергия вихрей большого масштаба сосредоточена в форме кинетической энергии, а магнитная энергия больших вихрей мала. Однако в меньших вихрях относительная доля магнитной энергии увеличивается и, наконец, в тех вихрях, где движение контролируется в основном электропроводностью, плотности магнитной и кинетической энергии сравниваются. Такое состояние турбулентности можно назвать *квазистационарным*, так как мы получили его, с одной стороны, как решение уравнений для стационарного состояния турбулентности, а с другой, можно ожидать, что по истечении достаточно большого промежутка времени должно наступить равнораспределение кинетической и магнитной энергии, т. е. что решение (17.27) перейдет в решение (17.20).

С физической точки зрения это состояние турбулентности можно описать так: энергия источников турбулизации передается большим вихрям только в форме кинетической энергии, которая затем диссилирует через всю иерархию вихрей. При этом процессе часть кинетической энергии переходит в магнитную. Поэтому в этом случае следует левую часть (17.4), как и раньше, заменить ϵ , а левую часть (17.5) — нулем (или, точнее, малой величиной порядка обратного числа Рейнольдса).

Какое из двух решений описывает реальное состояние турбулентности в том или ином объекте — в том числе в межзвездном пространстве — могут решить только наблюдательные данные.

Наконец, последние замечания о теории газомагнитной турбулентности. Для области очень больших волновых чисел, где движение определяется вязкостью и теплопроводностью,

также можно решать уравнения (17.10) — (17.12), считая теперь u малым. Решение имеет вид

$$F(k) \approx G(k) \sim k^{-7}.$$

Сопоставить с наблюдениями этот результат мы, однако, не можем, так как эта область соответствует очень малым масштабам движения межзвездного газа, не наблюдаемым современными средствами.

Уравнения газомагнитной турбулентности позволяют исследовать также и нестационарное состояние. Решения получаются громоздкими и очень приближенными, поэтому мы здесь их приводить не будем, тем более, что турбулентность межзвездного газа можно считать стационарной. Для полноты картины все же заметим, что на не слишком поздних стадиях распада турбулентности меняется со временем только основной масштаб l_0 и параметр $F(k_0)$. Спектр при $k < k_0$ в каждый момент времени остается подобным самому себе. Это происходит из-за того, что временной масштаб малых вихрей

$$\tau \approx \frac{l}{v} \sim l^{\frac{2}{3}}$$

меньше, чем временной масштаб больших вихрей, так что «стационарное состояние» спектра малых вихрей устанавливается быстрее, чем успевают разрушаться большие вихри. Поэтому и для нестационарного состояния распада турбулентности можно применять формулы (17.20) или (17.26) и (17.27), считая теперь k_0 и $F(k_0)$ функциями времени, что составляет отдельную (кстати, довольно трудную) задачу.

Конечно, теория газомагнитной турбулентности не может ограничиться только теми вопросами, которые мы изложили. Флуктуации плотности, давления и температуры, функция распределения скоростей, турбулентность в расширяющихся оболочках, рост магнитной энергии в турбулентном движении, анализ источников турбулизации, анизотропия турбулентности, возможное влияние анизотропии электропроводности, условия возникновения ударных волн в газомагнитной турбулентности, инвариант Лойцянского, поведение спектра при очень малых волновых числах и т. д. и т. п., — вот далеко не полный перечень тех проблем и вопросов, которые стоят сейчас перед теорией газомагнитной турбулентности.

и которые имеют самое непосредственное отношение к применению этой теории к межзвездной газодинамике.

Подавляющее большинство этих вопросов остается пока без ответа, но не нужно забывать, что развитие теории газомагнитной турбулентности еще только началось и что здесь можно ожидать в ближайшем будущем больших успехов. Некоторые проблемы теории турбулентности мы еще затронем в последующих параграфах.

§ 18. Наблюдения межзвездной турбулентности

Мы уже отмечали в начале предыдущего параграфа, что непосредственно наблюдается не спектральная, а корреляционная или структурная функции турбулентности, от которых зависят компоненты тензоров (17.1) и (17.2). Переход от спектральной функции к корреляционной (или от спектрального тензора к корреляционному) совершается при помощи прямого и обратного преобразований Фурье. К сожалению, чтобы провести такое вычисление в явном виде до конца, приходится налагать на компоненты корреляционного тензора некоторые ограничения, например, потребовать, чтобы $\operatorname{div} \mathbf{v} = 0$, а это, как мы увидим позже, затрудняет непосредственное применение этого преобразования в случае газомагнитной турбулентности.

Дело заключается в следующем. Обозначим через $B_{tt}(r)$ компоненту структурного тензора, составленную из усредненных разностей компонент скоростей, перпендикулярных к линии, соединяющей пары произвольных точек вихря, отстоящих друг от друга на расстоянии r , $B_{rr}(r)$ — соответствующую компоненту тензора, составленную из компонент скоростей вдоль линии, соединяющей точки на расстоянии r и, наконец, B_{rt} — смешанную компоненту (см. рис. 34). Тогда, как доказывается в теории турбулентности несжимаемой жидкости, имеют место следующие соотношения [57], вытекающие из условия $\operatorname{div} \mathbf{v} = 0$:

$$B_{tt} = \frac{1}{2r} \frac{d}{dr} (r^2 B_{rr}). \quad (18.1)$$

Это соотношение очень удобно, но, к сожалению, оно применимо лишь для случая несжимаемой жидкости.

Из (18.1) следует, что в области спектра Колмогорова $B_{rr} \sim r^{2/3}$ имеем

$$B_{tt} = \frac{4}{3} B_{rr},$$

а при отсутствии корреляции (очень большие r) получаем

$$B_{tt} = B_{rr},$$

так как здесь

$$\overline{(v_1 - v_2)^2} = 2\overline{v_1^2} = \text{const.}$$

Поэтому мы в дальнейшем, учитывая, что все равно (18.1) неприменимо для сжимаемого газа, будем просто считать

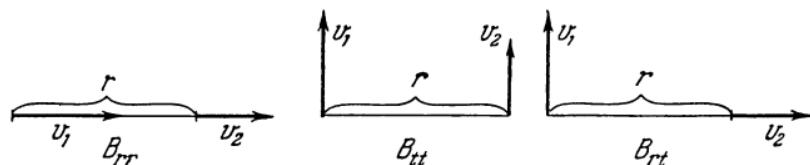


Рис. 34. Сопоставление компонентов скорости при определении компонентов структурного тензора.

$B_{tt} = B_{rr} = B(r)$. Точность такого приближения для нас вполне достаточна. Тогда уже можно применить здесь преобразование Фурье и для случая газомагнитной турбулентности. Мы приведем здесь соответствующие формулы преобразования Фурье без вывода — не очень сложного и хорошо известного, но несколько громоздкого:

$$F(k) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} B(r) (kr) \sin(kr) dr, \quad (18.2)$$

и обратное преобразование:

$$B(r) = \frac{2}{3} \int_0^{\infty} F(k) \frac{\sin(kr)}{kr} dk. \quad (18.3)$$

Аналогичные формулы можно записать для спектральной функции магнитной энергии и соответствующих корреляционных и структурных тензоров напряженности магнитного поля.

Формулу (18.3) можно наглядно пояснить следующим образом. При вычислении среднего выражения

$$\overline{(v_1 - v_2)^2} = B(r)$$

существенны лишь вихри с волновым числом $k \geq 2\pi/r$. В самом деле, скорость вихрей с меньшими волновыми числами мало меняется на расстоянии r , поскольку их характерная длина $l > r$. Поэтому эти вихри при вычислении среднего выпадают, ибо для них $v_1 \approx v_2$. С другой стороны, меньшие вихри с $k < 2\pi/r$ слабо коррелируют друг с другом, поэтому там

$$\overline{(v_1 - v_2)^2} \approx 2v_1^2 \approx \frac{2}{3}\overline{v_k^2};$$

v_k — средняя квадратная скорость вихрей с волновыми числами, большими k . Так как

$$\overline{v_k^2} \approx 2 \int_0^k F(k) dk,$$

то отсюда и следует (18.3) при $(kr) \ll 1$. В области спектра Колмогорова

$$B(r) \approx \frac{2}{3} \int_0^k F(k) dk \approx F(k) k \approx (\varepsilon r)^{\frac{2}{3}}. \quad (18.4)$$

С учетом формул (17.20), (17.26) и (17.27) мы можем записать:

1. Для стационарного состояния турбулентности

$$\overline{(v_1 - v_2)^2} \approx \left(\frac{H_1}{V^{\frac{4}{4\pi\rho_1}}} - \frac{H_2}{V^{\frac{4}{4\pi\rho_2}}} \right)^2 \approx (\varepsilon r)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{r}{r_0} \right)^{\frac{32}{27}} \frac{\zeta_f - \zeta_g}{x_f + x_g}. \quad (18.5)$$

2. Для квазистационарного состояния турбулентности

$$\overline{(v_1 - v_2)^2} \approx (\varepsilon r)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{r}{r_0} \right)^{\frac{32}{27}} \frac{\zeta_f}{x_f}, \quad (18.6)$$

$$\left(\frac{H_1}{V^{\frac{4}{4\pi\rho_1}}} - \frac{H_2}{V^{\frac{4}{4\pi\rho_2}}} \right)^2 \approx 2\lambda \left(\frac{\varepsilon}{r^2} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{r}{r_0} \right)^{\frac{16}{27}} \frac{\zeta_f}{x_f}. \quad (18.7)$$

Здесь r_0 — основной масштаб межзвездной турбулентности, а ε — диссипация энергии межзвездной турбулентности, определяемая мощностью источников ее турбулизации. Последние множители в (18.5) — (18.7) характеризуют величину диссипации энергии в межзвездных ударных волнах.

Формулы (18.5) — (18.7) и надлежит сравнивать с наблюдениями. При этом следует иметь в виду, что они справедливы, во-первых, с точностью до множителя порядка единицы (который можно включить в ε) и, во-вторых, для расстояний, меньших r_0 . При расстояниях, больших r_0 , правые части этих соотношений следует считать постоянными величинами $(\varepsilon r_0)^{2/3}$ и $2\lambda (\varepsilon/r_0^2)^{1/3}$ соответственно. Напоминаем, что в этих формулах под v_1 и v_2 , а также H_1 и H_2 следует понимать одинаково направленные компоненты скорости и напряженности магнитного поля в двух точках на расстоянии r .

Таким образом, задача сравнения теории газомагнитной турбулентности с данными наблюдений сводится к измерению скоростей и напряженностей магнитного поля в различных точках межзвездного пространства и сопоставление их корреляций со взаимными расстояниями.

Рассмотрим сначала корреляцию скоростей межзвездной турбулентности [55]. О скоростях движения различных элементов массы межзвездного газа можно судить по лучевым скоростям космических облаков. Правда, здесь результаты будут значительно искажены наблюдательной селекцией — ведь мы наблюдаем только сравнительно плотные и медленно движущиеся облака (§ 1). Поэтому и численные константы, характеризующие межзвездную турбулентность и определенные по лучевым скоростям межзвездных облаков, также будут весьма неуверенными. Однако можно думать, что качественные зависимости, и в первую очередь спектр межзвездной турбулентности (его показатель), в меньшей мере зависят от этой наблюдательной селекции. Во всяком случае, пока для исследования межзвездной турбулентности ничего более лучшего, чем лучевые скорости межзвездных газовых облаков, мы найти не можем.

Здесь есть и еще одна трудность, не менее серьезная. Дело в том, что у нас сейчас нет метода определения расстояний до облаков, а следовательно, и расстояний между облаками, т. е. величин r . Поэтому мы поступим здесь следующим образом. Выберем пары звезд, находящихся на

одинаковом расстоянии R от Солнца, на фоне спектра которых наблюдаются облака, и сопоставим квадрат разности лучевых скоростей облаков v_1^* и v_2^* с угловым расстоянием между звездами 2α (рис. 35). Предположим, что средний квадрат разности лучевых скоростей v_1^* и v_2^* зависит только от взаимного расстояния между облаками. Будем считать,

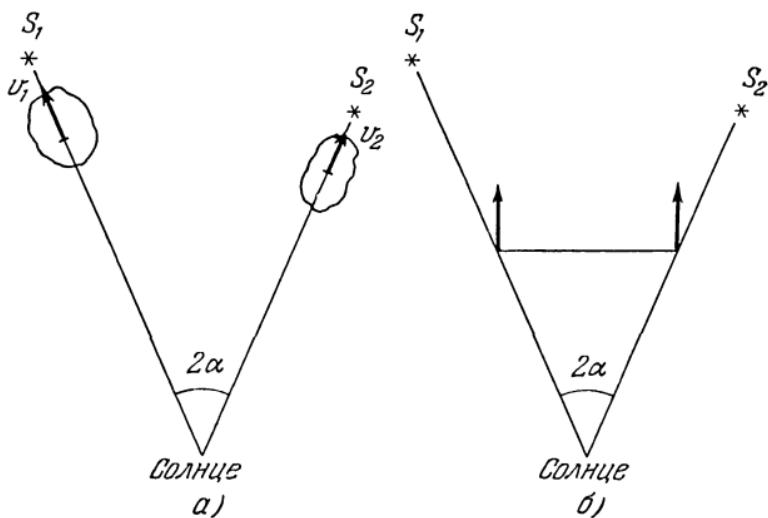


Рис. 35. Определение структурных функций турбулентности в межзвездном пространстве.

что каждое из наблюдаемых облаков имеет одинаковую вероятность находиться на любом расстоянии от Солнца до соответствующей звезды. Тогда величину

$$B(r) = B(\sqrt{y_1^2 + y_2^2 - 2y_1 y_2 \cos 2\alpha})$$

следует усреднить по y_1 и y_2 . Здесь y_1 и y_2 — расстояние от звезды до облаков. В результате получим

$$(v_1^* - v_2^*)^2 = A_v(\alpha) =$$

$$= \frac{1}{R^2} \int_0^R \int_0^R B(\sqrt{y_1^2 + y_2^2 - 2y_1 y_2 \cos 2\alpha}) dy_1 dy_2. \quad (18.8)$$

Этот интеграл можно преобразовать введением новых переменных

$$y_1 + y_2 = \frac{r \sin \varphi}{\sin \alpha}; \quad y_1 - y_2 = \frac{r \cos \varphi}{\cos \alpha},$$

к виду

$$A_v(\alpha) = \frac{1}{R^2 \sin 2\alpha} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{\frac{R \sin 2\alpha}{\sin(\varphi+\alpha)}} B(r) r dr. \quad (18.9)$$

Если $B(r) \propto r$ и $R \sin \alpha$ достаточно мало, то

$$A(\alpha) \sim (R \sin \alpha)^k.$$

Другое выражение для связи $A(\alpha)$ и $B(r)$, кроме (18.9), получим, предположив, что оба облака находятся на половине расстояний до звезд. Тогда, как следует из рис. 35, б,

$$A_v(\alpha) = \overline{(v_1^* - v_2^*)^2} = \overline{(v_{1r} - v_{2r})^2} \sin^2 \alpha + \overline{(v_{1t} - v_{2t})^2} \cos^2 \alpha = \\ = B_{rr}(r) \sin^2 \alpha + B_{tt}(r) \cos^2 \alpha = B(R \sin \alpha), \quad (18.10)$$

так как $r = R \sin \alpha$.

Формула (18.10) является приближением, так сказать, «с другой стороны». Действительная связь между $A(\alpha)$ и $B(r)$ должна быть промежуточна между обеими этими формулами. При малых $r = R \sin \alpha$ как (18.9), так и (18.10) дают одинаковые результаты, по крайней мере для показателя степени спектра. Более полное сопоставление их показывает, что отличие (18.9) от более простой формулы (18.10) составляет не более 15—20%, что в настоящее время является вполне достаточным оправданием использования (18.10) для определения $B(r)$.

Результаты обработки каталога Адамса [7] лучевых скоростей межзвездных газовых облаков при помощи формулы (18.10) приведены на рис. 36 и 37 [93].

Рис. 36 дает сводную кривую для структурной функции $B(r)$, полученную путем соединения соответствующих кривых с различными R . На правой стороне того же рисунка отложены значения корреляционной функции, вычисленные по (17.3) при $D_{rr}(0) = 10,2 \text{ км}^2/\text{сек}^2$.

На рис. 37 изображена спектральная функция, вычисленная по формуле (18.2).

Данные рис. 36 позволяют сразу сделать вывод, что при $r \leq 60$ pc корреляция скоростей имеет очень четко выраженный характер. Это качественно (и, как мы увидим ниже, количественно) хорошо соответствует представлению о закономерном турбулентном, а не просто хаотическом движении межзвездной среды. Действительно, структурная функция монотонно растет (с весьма незначительным разбросом

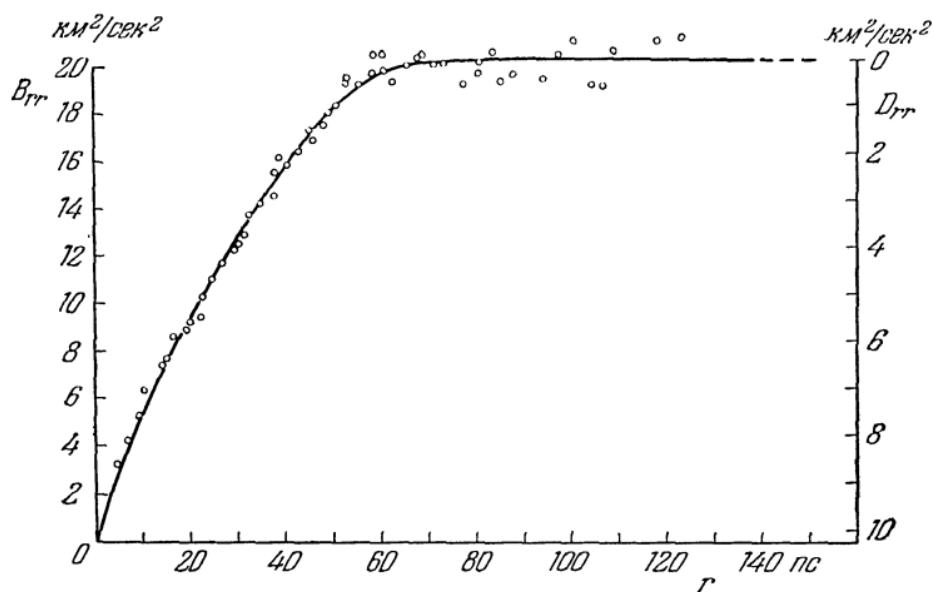


Рис. 36. Структурная B_{rr} и корреляционная D_{rr} функции межзвездной турбулентности.

точек) при увеличении r от 0 до 60 pc , а при $r > 80$ pc приближенно остается постоянной (правда, при большем разбросе точек). Масштаб движения 80 pc является, очевидно, основным масштабом для турбулентности системы межзвездных газовых облаков, ибо при больших масштабах корреляция скоростей D_{rr} близка к нулю.

Благодаря малому разбросу точек в области спектра масштабов, меньших основного, можно уверенно определить показатель степени структурной функции и ϵ . Способом наименьших квадратов получено [93]

$$\overline{(v_1 - v_2)^2} \approx (4 \cdot 10^{-4} r)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{r}{80 pc} \right)^{0.05} \quad (18.11)$$

в хорошем качественном согласии с (18.5). Правда, в силу сделанных выше замечаний о наблюдательной селекции получное значение $\epsilon \approx 4 \cdot 10^{-4}$ эрг/см³ ненадежно; конечно, нельзя считать надежной оценкой и значение

$$\frac{32}{27} \frac{\zeta_f - \zeta_g}{\chi_f + \chi_g} \approx 0,05.$$

Однако сам факт, что получено положительное значение для этой величины, достаточно интересен, если учесть,

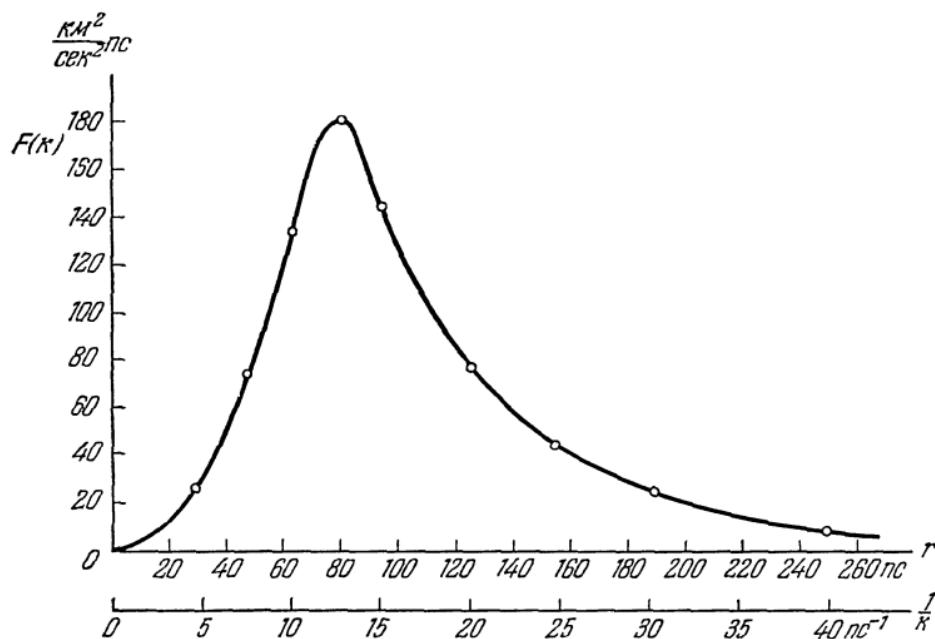


Рис. 37. Спектральная функция межзвездной турбулентности.

что усреднения, сделанные при определении $A(\alpha)$, приводят, вообще говоря, к уменьшению показателя спектра.

Приведенная на рис. 37 спектральная функция $F(k)$ при малых k пропорциональна k^3 (теоретически при малых k должно быть $F(k) \sim k^4$, как легко получить, разложив (18.2) в ряд по малым k). Впрочем, зависимость $F(k)$ от k при малых волновых числах должна определяться источниками турбулизации, и потому этот результат имеет формальный характер. Максимум спектральной функции получается при $k_0 \approx 0,05 (pc)^{-1}$, т. е. волновом числе основного масштаба.

Таким образом, приведенные результаты подтверждают гипотезу, что движение межзвездного газа имеет турбулентный характер, причем, по крайней мере в первом приближении, к нему можно применить теорию однородной и изотропной турбулентности.

Однако решающим доказательством применимости изложенной выше теории к исследованию межзвездной турбулентности было бы построение по данным наблюдений корреляционных функций напряженности магнитного поля. Но здесь мы сталкиваемся со значительно более серьезными трудностями. Во-первых, мы пока не можем наблюдать непосредственно межзвездные магнитные поля. Наличие этих полей, а также их количественные характеристики определяются косвенным путем — по поляризации света звезд и по наблюдениям космического радиоизлучения — и, следовательно, неоднозначны. Поскольку, например, интенсивность космического радиоизлучения зависит и от плотности космических лучей, то определить таким образом однозначные значения напряженности магнитного поля нельзя. То же относится и к наблюдениям поляризации света звезд. Во-вторых, наблюдения межзвездных магнитных полей показывают, что они имеют явно неоднородный характер (например, регулярное поле в спиральных рукавах и более хаотическое поле вне рукавов).

Ввиду этого о применимости теории однородной и изотропной газомагнитной турбулентности ко всей системе межзвездного газа говорить не приходится. Однако возможно, что в небольших областях межзвездного пространства предпосылки этой теории могут оказаться справедливыми. В частности, изложенные выше результаты исследования турбулентности межзвездного газа по скоростям облаков получены для области радиусом около 200 pc вокруг Солнца. При исследовании «магнитной» турбулентности также следует ограничиться областями такого же размера. Однако здесь нельзя рассматривать лишь околосолнечную область, ибо данные о межзвездных магнитных полях пока относятся к более удаленным областям Галактики. В этом случае методы построения корреляционных функций отличаются от изложенных выше, ибо здесь приходится сопоставлять (коррелировать) усредненные по лучу зрения величины, в то время как в вышесказанном методе усреднялись уже отдельные корреляционные функции.

Методы построения корреляционных функций усредненных величин были развиты Хорнером [95] и С. Б. Пикельнером [94] для исследования турбулентности в туманностях. Поскольку турбулентность в туманностях представляет для нас не меньший интерес, чем исследование межзвездной турбулентности, мы изложим здесь эти методы и приведем результаты для туманности Ориона, а затем сделаем некоторые замечания о применимости этих методов к анализу корреляций магнитного поля.

Вычислим корреляцию усредненных вдоль луча зрения значений какого-либо физического параметра a (скорость, давление, напряженность магнитного поля и т. д.). Имеем:

$$A(\alpha) = \left[\frac{1}{r_1} \int_{R_1}^{R_1+r_1} a(0, y_1) dy_1 - \frac{1}{r_2} \int_{R_2}^{R_2+r_2} a(\alpha, y_2) dy_2 \right]^2. \quad (18.12)$$

Здесь α — угловое расстояние между направлениями луча зрения на точки небесной сферы, в которых находятся измеренные усредненные значения параметров a , y — координата вдоль луча зрения; пределы интегралов определены границами областей, по которым производится усреднение. В дальнейшем мы примем $R_1 = R_2 = R$, $r_1 = r_2 = r$, $r \ll R$, $\alpha \ll 1$ и $R\alpha = x$, причем координаты y будем отсчитывать от ближайшей к наблюдателю границы туманности. Тогда (18.12) перепишется в виде

$$A(x) = \frac{1}{r^2} \left[\int_0^r a(0, y_1) dy_1 - \int_0^r a(x, y_2) dy_2 \right]^2. \quad (18.13)$$

Проведем согласно С. Б. Пикельнеру [94] ряд последовательных преобразований:

$$\begin{aligned} A(x) &= \frac{1}{r^2} \int_0^r \int_0^r \overline{[a(0, y_1) - a(x, y_1)][a(0, y_2) - a(x, y_2)]} dy_1 dy_2 = \\ &= \frac{1}{2r^2} \left\{ \int_0^r \int_0^r \overline{[(a(0, y_1) - a(x, y_2))^2 + (a(x, y_1) - a(0, y_2))^2]} + \right. \\ &\quad \left. + \overline{[a(0, y_1) - a(0, y_2)]^2 - [a(x, y_1) - a(x, y_2)]^2} \right\} dy_1 dy_2. \end{aligned} \quad (18.14)$$

Эти преобразования основаны на тождестве

$$\left[\int_0^r a \, dy \right]^2 = \int_0^r \int_0^r a_1 \, dy_1 a_2 \, dy_2$$

и правиле, что среднее от интеграла равно интегралу от среднего.

Теперь нетрудно убедиться, что интегралы от первых двух членов есть не что иное, как усредненные по расстояниям корреляции самих величин a (а не корреляции усредненных величин!), так как

$$\overline{[a(0, y_1) - a(x, y_2)]^2} = B_a \sqrt{x^2 + (y_2 - y_1)^2}, \quad (18.15)$$

где $B_a(r)$ — соответствующая структурная функция.

Аналогично каждый из двух последних членов (18.14) есть также усредненная корреляционная функция, ибо

$$\overline{[a(0, y_1) - a(0, y_2)]^2} = B_a(|y_1 - y_2|). \quad (18.16)$$

Таким образом,

$$A(x) = \frac{1}{r^2} \int_0^r \int_0^r \{ B_a(\sqrt{x^2 + (y_1 - y_2)^2}) - B_a(|y_1 - y_2|) \} dy_1 dy_2. \quad (18.17)$$

Вводя новые переменные

$$u = \frac{|y_1 - y_2|}{r}; \quad v = \frac{y_2 + y_1}{r},$$

мы можем проинтегрировать (18.17) один раз по v . Получим:

$$A(x) = 2 \int_0^1 \{ B_a(\sqrt{x^2 + r^2 u^2}) - B_a(ru) \} (1 - u) du. \quad (18.18)$$

Для турбулентного поля скоростей эти функции были вычислены Хорнером [95] и для турбулентного поля давлений — Пикельнером [96]. Оценивая интеграл (18.18), находим, что при $x \gg r$

$$A(x) \approx B_a(x) \quad (18.19)$$

в области масштабов, значительно меньших основного. С другой стороны, при $x = Rx \ll r$

$$A(x) \approx 2 \frac{x}{r} B_a(x). \quad (18.20)$$

Полные графики и таблицы функций (18.18) приведены в работах [94], [95].

Хорнер исследовал турбулентность в туманности Ориона по флуктуациям лучевых скоростей, измеренных Кемпбелом и Муром. Полагая в (18.19)

$$B_a(x) \approx \overline{(\Delta\varepsilon)^2} \approx (\varepsilon x)^{\frac{2}{3}},$$

зная расстояние до туманности и сопоставляя $(\Delta v)^2$, вычисленные по различным парам точек в картинной плоскости изображения туманности, с расстояниями между этими точками, можно определить как показатель корреляционной функции (теоретически он должен быть равен $\frac{2}{3}$), так и величину рассеянной энергии. Наблюдаемый показатель спектра действительно оказался близким к $\frac{2}{3}$; по Хорнеру $\varepsilon = 0,3 \cdot 0,5 \text{ эрг/г \cdot сек}$.

Турбулентность в той же туманности Ориона, но уже по флуктуациям яркости, была также исследована С. Б. Пикельнером и Г. А. Шайном [96]. Так как поверхностная яркость туманности I пропорциональна квадрату плотности n газа, то

$$\overline{(\Delta I)^2} \approx \overline{(\Delta n^2)} \approx \overline{(2n\Delta n)^2} \approx \overline{2n^2(\Delta n)^2} \sim n^2 \overline{(\Delta p)^2}; \quad (18.21)$$

с другой стороны, в теории турбулентности несжимаемой жидкости доказывается, что $\overline{(\Delta p)^2} \sim \rho^2 (\varepsilon r)^{\frac{4}{3}}$. Поэтому $B_I \sim (\varepsilon r)^{\frac{4}{3}}$. Вычисляя флуктуации яркости в различных парах точек и сопоставляя их квадраты с расстояниями между этими точками, можно определить наблюдаемую корреляционную функцию яркости. В соответствии с приведенными выше соображениями должно быть

$$A_I(x) = \overline{(\Delta I)^2} \sim (\varepsilon r)^{\frac{4}{3}}, \quad (18.22)$$

что и оказалось на самом деле. Показатель степени действительно близок к $\frac{4}{3}$, а для ε получено $\varepsilon \approx 1 \text{ эрг/г \cdot сек}$ в хорошем согласии с определением Хорнера. Следует отметить, что турбулентность в туманности Ориона можно

назвать *околозвуковой*: скорость движений газа порядка скорости звука. Поэтому и показатели степени корреляционных функций должны быть близкими к $\frac{2}{3}$ и $\frac{4}{3}$, т. е. соответствующими случаю несжимаемой жидкости. Применение (18.19), а не (18.20) оправдывается тем, что область «прозрачности» в туманности Ориона невелика: мы видим лишь сравнительно тонкий поверхностный слой. Поэтому условие $x > r$ здесь справедливо. Аналогичные исследования, но по другим туманностям, были проведены также Куртисом [97].

Как уже указывалось, эти же методы в принципе можно использовать и для построения корреляционных функций магнитных полей. В частности, анализируя флюктуации интенсивности космического радиоизлучения (сферической составляющей) и полагая, что они эквивалентны соответствующим флюктуациям межзвездного магнитного поля, можно, по-видимому, используя метод Пикельнера [94] для анализа флюктуаций яркости, определить и корреляционную функцию межзвездной магнитной турбулентности. Пока подобных попыток еще не было сделано. Еще раз можно отметить, что, вообще говоря, флюктуации интенсивности космического радиоизлучения могут в равной мере зависеть и от флюктуаций плотности космических частиц.

Другой способ построения корреляционных функций магнитного поля — это анализ флюктуаций поляризации света звезд. В силу существенной неоднородности межзвездного магнитного поля и наличия систематических изменений позиционного угла ϑ (см. рис. 2, стр. 14) такие исследования следует проводить, ограничиваясь лишь незначительными площадками небесной сферы вдали от области спиральных рукавов, чтобы по возможности исключить влияние регулярных магнитных полей и систематических изменений позиционных углов направления поляризации. Результаты предварительной попытки построения корреляционной функции межзвездной поляризации света звезд приведены на рис. 38, где изображена сводная кривая для ряда областей. Из рис. 38 видно, что корреляция действительно имеет место. Показатель степени этой корреляции —

$$\overline{(\Delta p)^2} \approx 5,2\alpha^{0,24} \sim (R\alpha)^{0,21}. \quad (18.23)$$

Здесь степень поляризации p выражена в процентах, угловое расстояние α — в градусах, R — расстояние до звезд, свет

которых поляризован межзвездными пылевыми частицами. Сопоставляя (18.23) с (18.20), поскольку $x \ll R$ (при $\alpha \leqslant 5^\circ$), находим

$$B_H(x) = B_H(R\alpha) \sim \alpha^{-0.76}. \quad (18.24)$$

Соответствующая спектральная функция по формуле (18.2) будет:

$$G(k) \sim \frac{1}{k} B_H\left(\frac{1}{k}\right) \sim \frac{1}{k^{0.24}},$$

что качественно согласуется с (16.27) — квазистационарной спектральной функцией магнитной турбулентности. Однако .

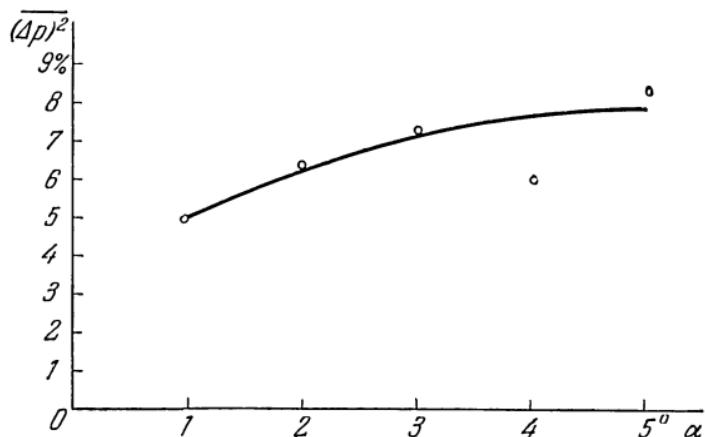


Рис. 38. Структурная функция межзвездной поляризации света звезд.

некоторая спорность исходных предпосылок расчета не позволяет нам считать этот вывод достаточно уверенным; здесь необходимо дальнейшее исследование.

Все же все изложенное в этом параграфе показывает, что движение газа в межзвездном пространстве можно исследовать методами теории турбулентного движения. Поэтому дальнейшее развитие как теории турбулентности, так и накопление наблюдательных данных о корреляциях параметров межзвездного газа представляет собой интересную и перспективную проблему.

§ 19. Облачная структура и межзвездная турбулентность

В двух предыдущих параграфах мы рассмотрели, в сущности, только одну — правда, самую существенную — сторону межзвездной турбулентности: наличие корреляции между скоростями или напряженностями межзвездного магнитного поля или равносильные этой особенности турбулентности спектральные функции. Собственно, наличие этих корреляций или спектральных функций является непосредственным выражением статистических закономерностей турбулентного движения.

Однако в рамках теории межзвездной турбулентности должны найти свое объяснение и другие особенности распределения движения межзвездного газа, описанные в гл. I, а именно: наличие облаков, функция распределения скоростей облаков, существование газовой короны Галактики и т. д. Как мы увидим ниже, общая наблюдаемая картина структуры системы межзвездного газа качественно описывается в рамках представлений теории газомагнитной турбулентности. К сожалению, количественное исследование этих вопросов наталкивается на серьезные трудности и поэтому до сих пор фактически не было проведено. Поэтому дальнейшее изложение будет иметь описательный и в значительной мере даже гипотетический характер.

Прежде всего, отметим одну особенность газомагнитной турбулентности, много обсуждавшуюся в литературе, но до сих пор не затронутую в этой книге. Мы уже упоминали в § 7, что если кинетическая энергия движения газа (облаков) больше магнитной, то движение газа «запутывает» магнитные силовые линии, тем самым увеличивая плотность магнитной энергии. С другой стороны, если плотность магнитной энергии больше кинетической, то имеет место обратный процесс — магнитное поле стремится «распутаться» и «выпрямиться». При этом часть магнитной энергии переходит в кинетическую. Поэтому движение газа со скоростями $v < \frac{H}{\sqrt{4\pi\rho}}$ «подавляется» магнитным полем, если это движение направлено поперек магнитных силовых линий. Другим выражением этого эффекта является устойчивость тангенциальных разрывов при $v^2 < H^2/\pi\rho$, о чём мы уже упоминали в § 12.

Казалось бы, что отсюда следует такой вывод: при газомагнитной турбулентности магнитное поле больших масштабов должно подавлять движение меньших масштабов. Тогда альтернатива: либо магнитное поле сосредоточено в вихрях малого масштаба (квазистационарное решение!), либо вся турбулентность состоит из малого числа вихрей крупного масштаба. В первом случае трудно представить конкретный механизм, ограничивающий рост магнитной энергии в более крупных вихрях, во втором случае мы приходим к противоречию с общим статистическим законом о дроблении энергии по большому числу движений меньшего масштаба.

Поэтому оба эти предположения не являются удовлетворительными с физической точки зрения, хотя формального доказательства их ошибочности мы не имеем. Любопытно отметить, что оба случая могут быть рассмотрены в рамках спектральной теории газомагнитной турбулентности, изложенной в § 17.

Первому случаю — концентрации магнитной энергии в вихрях малого масштаба — соответствует квазистационарное решение

$$\frac{H_k^2}{8\pi\rho} \approx G(k)k \approx 2\lambda \left(\frac{\epsilon}{r^2}\right)^{\frac{1}{3}}. \quad (19.1)$$

Левая часть достигает максимума при $r \approx l_\lambda \approx \left(\frac{\lambda^3}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{4}}$ (при $r < l_\lambda$ формула (19.1) неприменима).

Второй случай описывается стационарным решением (17.8) и (17.19) при $\chi_f \rightarrow 0$ и $\chi_g \rightarrow 0$, т. е. при отсутствии передачи энергии от вихрей большого масштаба к вихрям малого масштаба:

$$\frac{1}{2} v_k^2 \approx \frac{H_k^2}{8\pi\rho_k} \approx F(k)k \approx F(k_0) \left(\frac{k_0}{k}\right)^3 \approx \epsilon^{\frac{2}{3}} \frac{r^3}{r_0^3}. \quad (19.2)$$

Здесь спектральная плотность энергии достигает резкого максимума при $r \approx r_0$ (если $r > r_0$, то (19.2) неприменима).

Однако данные наблюдений (см. § 18), да и общие теоретические соображения свидетельствуют, что в межзвездном газе присутствуют и вихри малого масштаба, причем в то же

время магнитная энергия поля больших масштабов сравнима с кинетической энергией движений тех же масштабов. Таким образом, движения малого масштаба не подавляются магнитными полями больших вихрей. Как это объяснить?

По нашему мнению, наиболее вероятное объяснение этого свойства межзвездной турбулентности заключается в том, что различные масштабы движения (вихри) в межзвездном пространстве более обособлены, чем в случае обычной турбулентности без магнитного поля. Иными словами, в то время как в обычной турбулентности каждый элемент массы принимает участие сразу в движениях многих масштабов, в газомагнитной турбулентности каждый элемент массы в данный момент участвует лишь в одном масштабе движения и принадлежит лишь одному вихрю. Тем самым можно избежать подавления малых вихрей магнитным полем: ведь эти вихри движутся в тех областях, где магнитное поле невелико. Разумеется, эту обособленность не следует понимать слишком буквально — взаимодействие между вихрями различных масштабов все же должно быть, иначе мы возвратились бы к случаю отсутствия малых вихрей, уже описанного выше.

С теоретической точки зрения это обособление, с одной стороны, должно привести к более крутому спектру (так как величины k в этом случае меньше), а с другой стороны, должно привести к образованию отдельных ячеек-вихрей различных масштабов. Возможно, что именно таким образом в рамках теории газомагнитной турбулентности можно объяснить облачную структуру межзвездного газа. С этой точки зрения космические облака — это сравнительно небольшие вихри-ячейки межзвездной турбулентности, сдерживаемые (по крайней мере, частично) флюктуациями магнитного поля. Увеличение плотности в облаках можно объяснить, как мы видели в § 10, столкновениями потоков газов-вихрей более крупных масштабов.

Разумеется, это объяснение облачной структуры межзвездного газа весьма гипотетично. Высказывались и другие, обычно также спекулятивные гипотезы. В ряде работ (Бонди, Хойл, Гуревич и Лебединский, Занстра, Шацман и др.) рассматривались условия конденсации межзвездного газа, в особенности в применении к космогоническим проблемам). Изложение этих работ выходит, с одной стороны, за рамки настоящей книги, ибо мы здесь ограничиваемся только газо-

динамической стороной этой проблемы и в частности, связью с теорией турбулентности, а с другой стороны, мы не имеем сейчас сколько-нибудь уверенных количественных данных, позволяющих выбрать ту или иную гипотезу.

Критерием правильности гипотезы был бы, например, теоретический вывод и сравнение с наблюдениями функции распределения скоростей облаков $f(v) dv$, т. е. числа облаков в единице объема со скоростями в интервале от v до $v + dv$. Мы уже приводили в § 2 два аппроксимирующих выражения, однако оба они не имеют под собой сколько-нибудь надежного физического обоснования. Впрочем, в пользу выражения

$$f(v) \approx \text{const} \frac{dv}{v} \quad (19.3)$$

можно привести то соображение, что оно является наиболее простым с точки зрения размерностей, ибо среди параметров, описывающих систему межзвездного газа, нет одного определяющего параметра с размерностью скорости (дисперсии скоростей облаков и межоблачной среды различны; размерности скорости имеют также $\frac{H^2}{4\pi\rho}$ и kT).

Для сравнения с наблюдениями этой функции распределения (как, впрочем, и любой другой) следует найти функцию распределения лучевых скоростей, так как (19.3) дает функцию распределения абсолютных величин скоростей, которые мы определить не можем. Используя очевидное определение для лучевой скорости $v_r = v \cos \vartheta$, где ϑ — угол между направлением скорости облака и лучом зрения, мы можем написать для функции распределения лучевых скоростей [9]:

$$\varphi(v_r) dv_r = \frac{1}{2} dv_r \int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(\frac{v_r}{\cos \vartheta}\right) \frac{\sin \vartheta d\vartheta}{\cos \vartheta} = \frac{1}{2} dv_r \int_{v_r}^{\infty} f(v) \frac{dv}{v}, \quad (19.4)$$

так как $dv = v \sin \vartheta d\vartheta / \cos \vartheta$. Множитель $1/2$ учитывает равновероятность положительных и отрицательных значений v_r . Подставляя в (19.4) формулу (19.3) (и предполагая для

простоты, что $f(v > v_0) = 0$ и $f(v < v_v) = 0$, после нормировки находим

$$\varphi(v_r) = \frac{1}{2 \ln \frac{v_0}{v_v}} \left\{ \begin{array}{ll} \left(\frac{1}{|v_r|} - \frac{1}{v_0} \right) & \text{при } v_\lambda < |v_r| < v_0; \\ \left(\frac{1}{v_v} - \frac{1}{v_0} \right) & \text{при } 0 < |v_r| < v_v, \end{array} \right\} \quad (19.5)$$

где v_0 и v_v — верхняя и нижняя граница применимости (19.3). Сопоставление (19.7) с данными наблюдений лучевых скоростей межзвездных газовых облаков приведено на рис. 5 (стр. 26). Согласие удовлетворительное в некотором интервале скоростей. Особенno следует отметить большое число облаков с большими скоростями, не укладывающихся в нормальное распределение, причем этот эффект в действительности должен быть выражен еще резче, ибо в силу наблюдательной селекции мы наблюдаем преимущественно более плотные и более медленные межзвездные облака.

Более точный анализ привел бы, вероятно, к значительно более сложной функции распределения. Например, уже отмечалось, что облака с большими скоростями образуются, по-видимому, путем расширения межзвездного газа в области скопления горячих звезд. Это расширение в каждом случае характеризуется своей дисперсией скоростей, отличной от дисперсии скоростей более медленных и плотных облаков и от дисперсий скоростей межоблачной среды. В этих условиях можно рассматривать (19.3) как более общее и простое аппроксимирующее выражение (не зависящее от дисперсий скоростей) более сложной действительной функции распределения, зависящей от многих параметров.

Ряд общих закономерностей движения межзвездного газа можно получить, анализируя распределение плотности его энергии в пространстве (Пикельнер [6]). По-видимому, можно считать, что магнитогидродинамические и магнитогазодинамические ударные волны, перенося энергию из одной области Галактики в другую, выравнивают по всей области межзвездного газа полную плотность энергии, поскольку время распространения магнитогидродинамической волны от одного края Галактики к другому меньше ее времени жизни. Учитывая также и равнораспределение магнитной и кинетиче-

ской энергии, можно это условие записать в виде

$$\frac{H^2}{8\pi} \approx \frac{1}{2} \rho \bar{v^2} \approx \text{const.} \quad (19.6)$$

Анализ этого равенства для межзвездного газа позволил Пикельнеру обнаружить существование газовой короны Галактики. В самом деле, в межоблачной среде плотность газа ρ мала; следовательно, должна быть велика дисперсия скоростей $\bar{v^2}$. А большая дисперсия скоростей позволяет потокам газа в межоблачной среде подниматься на значительную высоту над галактической плоскостью, преодолевая гравитационное притяжение Галактики. Таким образом, газовая корона Галактики, существование которой подтверждается наблюдательными данными, поддерживается газомагнитными хаотическими движениями (и отчасти давлением космических лучей), т. е. в конечном счете газомагнитной турбулентностью. Источником турбулизации межоблачной среды служат, по-видимому, быстрые движения газа в ядре Галактики (С. Б. Пикельнер, И. С. Шкловский [14]).

§ 20. Спиральная структура галактик и волокнистая структура туманностей

Наиболее важными проблемами межзвездной газодинамики является исследование спиральной и волокнистой структуры распределения и движения межзвездного газа.

К сожалению, мы еще далеки не только от количественного решения этих проблем, но и от качественного понимания процессов, ведущих к образованию этих интересных образований. Некоторые, чисто гипотетические предположения все же выдвигались. Дальнейшее исследование может, конечно, опровергнуть их, но тем самым оно откроет путь новым гипотезам.

В § 3 и 4 мы уже отмечали, что образование как спиральных рукавов Галактики, так и волокнистой структуры туманностей тесно связано с магнитным полем. Ввиду этого именно в рамках магнитной газодинамики и следует искать объяснение спиральной и волокнистой структур.

Например, можно предложить такую схему образования спиральных рукавов: вращающаяся Галактика «накручивает» на себя межзвездное магнитное поле в силу неоднородности

вращения, вытягивая магнитные силовые линии в спиральные рукава, поскольку межзвездный газ в более быстро вращающейся внутренней области Галактики будет увлекать за собой магнитные силовые линии в силу принципа «приклеенности». Можно также предположить, что вращающаяся Галактика «накручивает» на себя межгалактическое магнитное поле.

За время существования Галактики ($\sim 10^{10}$ лет) она успела сделать около 50 оборотов — достаточно для образования ярко выраженных спиралей. Однако, почему при таком процессе образовались отдельные рукава, а не сплошное галактическое спиральное магнитное поле? Чем объясняется форма поперечного сечения рукавов? Каково происхождение «пересеченных спиралей»? От решения этих вопросов и зависит судьба той или иной гипотезы о происхождении спиральной структуры. Пока мы можем сказать лишь одно: магнитное поле может объяснить устойчивость спиральных рукавов, согласно исследованиям Чандрасекара и Ферми [76] (см. § 16), и делает, следозательно, возможным их существование.

Столь же неясно происхождение волокнистой структуры. Мы уже упоминали о предположении Пикельнера [43], что волокна — это светящиеся линии пересечения межзвездных ударных волн. Возможно, что природа некоторых объектов, например, волокнистой туманности в Лебеде, может быть объяснена подобным образом, но все же общая волокнистая структура, вероятно, связана с межзвездным магнитным полем. Весьма вероятно, что направление волокон совпадает с направлением магнитных силовых линий. С другой стороны, волокна явно являются местами уплотнения межзвездного газа. Как могли образоваться такие уплотнения? Можно, например, предположить, что газ «растекается» вдоль магнитных силовых линий. Такое растекание действительно возможно (§ 17). Это — движение, где повсюду выполнено условие $v = H/\sqrt{4\pi\rho}$, причем образующиеся при этом вытянутые туманности будут устойчивы. Как отметил Г. А. Шайн [5], условия наблюдения вытягивающихся туманностей благоприятнее, чем «расплющивающихся» во все стороны. В самом деле, при увеличении линейного размера в n раз поверхностная яркость «вытягивающейся» туманности уменьшается в n^2 раз, в то время как в изотропно расширяющейся туманности яркость уменьшается в n^5 раз. Таким образом можно объяснить преобладание вытянутых туманностей, но все же на этом пути трудно

понять образование тонких волокон, линейная длина которых в сотни раз превышает их толщину.

Можно предложить и другую гипотезу. В сильных газомагнитных ударных волнах уплотнения с высвечиванием резко увеличивается плотность энергии магнитного поля, причем движение газа за фронтом этой волны почти параллельно фронту ударной волны. Возможно, что при некоторых условиях подобная волна окажется неустойчивой и распадется на систему волокон.

Исследуя вопрос об устойчивости газомагнитных ударных волн путем наложения малых колебаний, мы отметили, что пока не удалось доказать ни устойчивость, ни неустойчивость этого типа разрывов. Однако помимо газодинамической неустойчивости здесь может возникать и неустойчивость другого вида. Например, в ударной волне сначала тормозятся тяжелые частицы — атомы и ионы; кинетическая энергия их в первую очередь превращается в тепловую. Двигущиеся с большими ($\sqrt{1840} \approx 43$ раза) скоростями электроны тормозятся медленнее. Поэтому на фронте ударной волны в ионизированном газе происходит разделение ионов и, как следствие этого, возникают электрические токи. Если эти токи направлены, скажем, преимущественно вдоль магнитных силовых линий, то их взаимодействие, не учтенное в наших магнитногазодинамических уравнениях, может привести к распаду фронта ударной волны на части, возможно, на систему волокон. Здесь, конечно, необходим количественный анализ.

Можно, конечно, предложить и другие объяснения волокнистой структуры. Однако без должного количественного анализа невозможно решить, насколько то или иное объяснение соответствует действительности. К сожалению, у нас мало и количественных наблюдательных данных. Здесь еще практически чистое поле для исследований, и можно надеяться, что дальнейшие теоретические и наблюдательные исследования в скором времени дадут нам решение и этих проблем — а вместе с тем создадут ясное представление о характере газодинамических процессов в межзвездном газе. Тогда мы сможем гораздо увереннее заняться проблемами происхождения и эволюции межзвездной среды.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. С. Шкловский, Космическое радиоизлучение, Гостехиздат, 1956.
2. С. А. Каплан, Астрон. ж. 29, 649, 1952.
3. H. Lambrecht, Mem. Soc. roy. sci. Liège. 15, 562, 1955.
4. С. Б. Пикельнер, Успехи физ. наук 58, 285, 1956.
5. Г. А. Шайн, Астрон. ж. 34, 3, 1957.
6. С. Б. Пикельнер, Докл. АН СССР 88, № 2, 1953.
7. W. Adams, Astrophys. J. 109, 354, 1949.
8. A. Blaauw, Bull. Astron. Inst. Netherl., № 436, 1952.
9. Su Shu-Hsiang, Astrophys. J. 112, 399, 1950.
10. С. А. Каплан, Астрон. ж. 31, 137, 1954.
11. С. А. Каплан, Астрон. сб. Львовского ун-та, вып. 2, 53, 1954.
12. Допп, Сообщ. на конференции по межзвездной газодинамике, Кембридж, США, июль 1957.
13. S. Lawrence, Astrophys. J. 123, 30, 1956.
14. С. Б. Пикельнер, И. С. Шкловский, Астрон. ж. 34, 145, 1957.
15. H. C. van de Hulst, C. A. Muller, J. H. Oort, Bull. Astron. Inst. Netherl. 12, № 452, 1954.
16. В. Ф. Газе, Изв. Крымской обсерв. 12, 88, 1954.
17. Г. А. Шайн, Астрон. ж. 32, 110, 381, 489, 1955.
18. И. С. Шкловский, Докл. АН СССР 90, 983, 1953.
19. J. H. Oort, T. Walraven, Bull. Astron. Inst. Netherl. 12, № 462, 1956.
20. B. Stromgren, Astrophys. J. 89, 526, 1939.
21. В. А. Амбарцумян, Э. Р. Мустель, А. Б. Северный, В. В. Соболев, Теоретическая астрофизика, Гостехиздат, 1952.
22. В. С. Сафронов, Вопросы космогонии, IV, 87, 1955.
23. W. Zanstra, Bull. Astron. Inst. Netherl. 11, 401, 1949.
24. В. В. Соболев, Астрон. ж. 34, 694, 1957.
25. S. Miyamoto, Publ. A. S. of Japan. 2, 23, 1950.
26. Г. А. Гурзадян, Вопросы динамики планетарных туманностей, Изд. АН АрмССР, Ереван, 1954.
27. L. Spitzer, Astrophys. J. 107, 6, 1948; 109, 337, 1949.
28. L. Spitzer, M. Savedoff, Astrophys. J. 111, 593, 1950.
29. M. Seaton, Ann. d'Astrophys. 18, 188, 1955.
30. В. Соболев, Уч. зап. ЛГУ, № 82, 1941.
31. С. А. Каплан, Докл. АН СССР 87, 909, 1952.
32. С. А. Каплан, Астрон. ж. 31, 31, 1954.

33. F. Kahn, *Gas Dynamics of Cosmic Clouds*, Amsterdam, 1955, Ch. 12.
34. H. Alfvén, *Cosmic Electrodynamics*, Oxford, 1950 (русский пер.: Х. Альвен, *Космическая электродинамика*, ИЛ, 1952).
35. A. Schlüter, *Z. Naturforsch. a*. 5A, 72, 1950; 6A, 73, 1953.
36. J. Piddington, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* 114, 638, 651, 1955.
37. T. G. Cowling, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* 116, 114, 1950.
38. S. Lundquist, *Ark. f. Fys.* 5, 297, 1952.
39. Б. Н. Гершман и В. Л. Гинзбург, Уч. зап. Горьковского ун-та 30, 3, 1956.
40. E. Fermi, *Phys. Rev.* 75, 1169, 1949.
41. W. Swann, *Franklin J. Inst.* 257, 191, 1954.
42. В. Л. Гинзбург, С. Б. Пикельнер, И. С. Шкловский, *Астрон. ж.* 32, 593, 1955.
43. С. Б. Пикельнер, *Изв. Крымской обсерв.* 12, 94, 1954.
44. К. П. Станюкович, *Неустановившиеся движения газовой среды*, Гостехиздат, 1955.
45. J. H. Oort, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* 106, 159, 1946.
46. J. M. Burgers, *Pros. Acad. Sci. Amsterdam* 49, 589, 1946; 50, 267, 1947.
47. *Problems of Cosmic Aerodynamics*, Dayton, Ohio, 1951 (русский пер.: Проблемы космической аэродинамики, ИЛ, 1953).
48. *Gas Dynamics of Cosmic Clouds*, Amsterdam, 1955.
49. Б. Риман, *Сочинения*, Гостехиздат, 1948.
50. С. А. Каплан, *Астрон. ж.* 33, 646, 1956.
51. Petschek, Сообщ. на конференции по межзвездной газодинамике, Кембридж, США, июль, 1957 г.
52. С. А. Каплан, Г. И. Гопасюк, Цирк. Львовской астрон. обсерв., № 25, 1953.
53. J. Chamberlain, *Astrophys. J.* 117, 387, 389, 1953.
54. F. R. Kahn, *Bull. Astron. Inst. Netherl.* 12, № 456, 1954.
55. С. А. Каплан, *Астрон. ж.* 34, 183, 1957.
56. M. Savedoff, J. Geeney, *Astrophys. J.* 122, 477, 1955.
57. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Механика сплошных сред*, 2-е изд., Гостехиздат, 1953.
58. F. Hoffmann, E. Telleg, *Phys. Rev.* 80, 697, 1950.
59. H. L. Helfer, *Astrophys. J.* 117, 177, 1953.
60. С. И. Сыроватский, *ЖЭТФ* 24, 622, 1953.
61. С. Б. Пикельнер, *Астрон. ж.* 34, 314, 1957.
62. С. А. Каплан, *Астрон. ж.* 31, 368, 1954.
63. С. А. Каплан, *Астрон. ж.* 34, 321, 1957.
64. А. И. Лебединский, *Вопросы космогонии*, II, 5, 1954.
65. С. А. Каплан, К. П. Станюкович, *Докл. АН СССР* 95, 769, 1954.
66. С. А. Каплан, К. П. Станюкович, *ЖЭТФ* 30, 382, 1956.
67. С. И. Сыроватский, *ЖЭТФ* 27, 121, 1954.
68. H. Alfvén, *Nature* 150, 405, 1942.
69. А. И. Седов, *Методы подобия и размерности в механике*, Гостехиздат, 1954.
70. С. А. Каплан, *Астрон. ж.* 33, 646, 1956.

71. J. H. Oort, E. Spitzer, *Astrophys. J.* **121**, 6, 1955.
 72. J. H. Oort, *Bull. Astron. Inst. Netherl.* **12**, № 455, 1954.
 73. V. Herlofson, *Nature* **165**, 1020, 1950.
 74. H. van der Hulst, *Problems of Cosmics Aerodynamics*, Dayton, Ohio, 1951 (русс. пер. см. [47]).
 75. А. Б. Северный, Изв. Крымской обсерв. **11**, 129, 1954.
 76. S. Chandrasekhar, E. Fermi, *Astrophys. J.* **118**, 116, 1953.
 77. С. П. Дьяков, ЖЭТФ **27**, 288, 1954.
 78. S. Chandrasekhar, *Proc. Roy. Soc.* **216**, 293, 1953.
 79. V. C. A. Ferraro, *Astrophys. J.* **119**, 407, 1954.
 80. G. Gjellestad, *Astrophys. J.* **119**, 14; **120**, 172, 1954.
 81. G. Burbidge, *Astrophys. J.* **120**, 589, 1954.
 82. F. C. Auluck, D. S. Kothari, *Z. Astrophys.* **33**, 237, 1956.
 83. А. А. Фридман, А. В. Келлер, *Proc. I Inter. Congr. Soc. Appl. Mech.*, Delft, 1924.
 84. Th. von Karman, L. Howarth, *Proc. Roy. Soc.* **164**, 192, 1938.
 85. А. Н. Колмогоров, Докл. АН СССР **30**, 299; **32**, 19, 1941.
 86. А. М. Обухов, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 4—5, 1941.
 87. W. Heisenberg, *Zs. f. Phys.* **124**, 628, 1948.
 88. S. Chandrasekhar, *Proc. Roy. Soc.* **204**, 435, 1951.
 89. S. Chandrasekhar, *Proc. Roy. Soc.* **233**, 322, 330, 1950.
 90. С. А. Каплан, Докл. АН СССР **94**, 33, 1954.
 91. С. А. Каплан, ЖЭТФ **27**, 699, 1954.
 92. G. K. Batchelor, *Proc. Roy. Soc.* **201**, 405, 1950.
 93. С. А. Каплан, Астрон. ж. **32**, 255, 1955.
 94. С. Б. Пикельнер, Изв. Крымской обсерв. **10**, 74, 1954.
 95. S. Hoegne, *Zs. f. Astrophys.* **30**, 17, 1951.
 96. С. Б. Пикельнер, Г. А. Шайн, Изв. Крымской обсерв. **10**, 97, 1954.
 97. G. Courteess, *C. R. Paris* **232**, 795, 1283, 1951; **234**, 506, 1952.
-

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
«ФИЗМАТГИЗ»

Москва, В-71, Ленинский проспект, 15

Белопольский А. А., Астрономические труды. Научно-биографический очерк и комментарии О. А. Мельникова, 1954, 320 стр., цена 6 руб. 90 коп.

Воронцов-Вельяминов Б. А., Очерки истории астрономии в России, 1956, 372 стр., цена 13 р. 85 коп.

Всехсвятский С. К., Физические характеристики комет, 1958 г. 576 стр., цена 27 руб.

Катасев Л. А., Фотографические методы метеорной астрономии, 1957, 180 стр., цена 5 руб. 26 коп.

Кринов Е. Л., Основы метеоритики, 1955, 392 стр., цена 14 руб. 80 коп.

Михайлов А. А., Теория затмений, изд. 2-е, перераб., 1954. 272 стр., цена 14 руб. 95 коп.

Михайлов А. А., Звездный атлас, содержащий для обоих полушарий все звезды до 8,25 величины, изд. 2-е, 1957, 20 карт, цена 15 руб.

Шаронов В. В., Природа планет, 1958, 552 стр., цена 19 руб. 05 коп.

Книги продаются в книжных магазинах и высыпаются наложенным платежом без задатка всеми республиканскими, краевыми и областными отделениями «Книга — почтой».

Самуил Аронович Каплан.
Межзвездная газодинамика.

Редактор *Л. В. Самсоненко.*
Техн. редактор *С. С. Гаврилов.*
Корректор *Г. Г. Желтова.*

Сдано в набор 3/IV 1958 г.
Подписано к печати 23/VI 1958 г.
Бумага 84×108^{1/32}. Физ. печ. л. 6,13.
Условн. печ. л. 10,45. Уч.-изд. л. 10,31.
Тираж 2500 экз. Т-03972.
Цена книги 7 р. 15 к. Заказ № 3081.

Государственное издательство
физико-математической литературы.
Москва, В-71, Ленинский проспект, 15.

Типография № 2
им. Евг. Соколовой УПП Ленсовнархоза.
Ленинград, Измайловский пр., 29.