

М. А. КОЛОСОВ
А. В. ШАБЕЛЬНИКОВ

**РЕФРАКЦИЯ
ЭЛЕКТРО-
МАГНИТНЫХ
ВОЛН
В АТМОСФЕРАХ
ЗЕМЛИ,
ВЕНЕРЫ
И МАРСА**

М. А. КОЛОСОВ, А. В. ШАБЕЛЬНИКОВ

**РЕФРАКЦИЯ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН
В АТМОСФЕРАХ ЗЕМЛИ,
ВЕНЕРЫ И МАРСА**



МОСКВА «СОВЕТСКОЕ РАДИО» 1976

УДК 621.371.2

Колосов М. А., Шабельников А. В. Рефракция электромагнитных волн в атмосферах Земли, Венеры и Марса. М., «Сов. радио», 1976, 220 с.

Обобщаются исследования по рефракции оптических, субмиллиметровых и ультракоротких волн в атмосферах Земли, Венеры и Марса. Основу обобщения составляют экспериментальные и теоретические результаты исследования по рефракции электромагнитных волн, полученные за последнее время. С учетом современной электрической модели земной атмосферы даются методы расчета и таблицы углов рефракции в атмосфере Земли во всем диапазоне видимых зенитных углов. Оценены рефракционные погрешности координат источников излучения, находящихся внутри преломляющей атмосферы и за ее пределами. Даны инженерные методы расчета погрешностей координат источников излучения. Приведены данные о рефракции электромагнитных волн в атмосферах Венеры и Марса, полученные на основе экспериментальных исследований атмосфер этих планет одним из авторов монографии с помощью космических аппаратов «Венера-4, 5, 6, 7, 8» и «Марс-2, 3».

Книга рассчитана на научных работников радиофизического, астрономического и геофизического профиля, инженеров и конструкторов, занимающихся разработкой систем связи, локации, навигации и т. д.

Рис. 39, табл. 16, назв. библ. 187.

**Редакция литературы
по вопросам космической радиоэлектроники**

К $\frac{30402-080}{046(01)-76}$ 41-76

© Издательство «Советское радио», 1976 г.

Предисловие

Рефракция электромагнитных волн в атмосферах Земли, Венеры, Марса и других планет солнечной системы в последнее время привлекает к себе пристальное внимание многих исследователей. Это связано с тем, что рефракция оказывает существенное влияние на характер распространения электромагнитных волн различных диапазонов в атмосферах Земли, Венеры и Марса и, в частности, приводит к появлению ошибок в определении координат источников излучения, находящихся на разных высотах от поверхности планеты. Явление рефракции электромагнитных волн успешно применяется также и для исследования физических свойств атмосферы Земли, Венеры, Марса и других планет солнечной системы.

В последние годы в периодической печати появились статьи, посвященные некоторым вопросам рефракции электромагнитных волн в атмосферах Земли, Венеры и Марса, однако они не охватывают всех проблем, интересующих инженеров и конструкторов различных систем связи, локации, навигации и т. д. В монографии предпринята попытка обобщения и систематического изложения исследований, выполненных в СССР и за рубежом за последнее время по рефракции оптических, субмиллиметровых и ультракоротких волн.

Авторы с единой точки зрения рассматривают явления рефракции электромагнитных волн в атмосферах Земли, Венеры и Марса при различных расположениях излучателя и приемника и дают общие методы расчета углов атмосферной рефракции с учетом новейших данных о физических параметрах этих атмосфер. Полученные теоретические результаты, там, где это возможно, сравниваются с экспериментальными данными.

При написании монографии авторы руководствовались непрерывно возрастающими требованиями, которые предъявляет инженерная практика к методам расчета рефракции электромагнитных волн различных диапазонов в неоднородных средах. В процессе написания книги авторы старались по возможности учесть весь богатый материал по данному вопросу, который имеется в настоящее время. В монографии содержатся результаты оригинальных исследований авторов по рефракции электромагнитных волн в земной атмосфере, кото-

рые частично были опубликованы в статьях, а частично излагаются здесь впервые.

Существенной особенностью предлагаемой монографии является ее инженерная направленность. Авторы стремились по возможности довести теоретические расчеты до простых формул, графиков и таблиц, облегчающих применение полученных результатов в инженерной практике.

Введение, главы, 1, 4, 9, 10, 11 и приложение написаны М. А. Колосовым и А. В. Шабельниковым, главы 2, 3, 5, 6, 7 и 8 написаны А. В. Шабельниковым.

Авторы выражают глубокую благодарность докт. техн. наук Н. А. Арманду за тщательный просмотр рукописи и высказанные замечания и советы. Авторы благодарят также докт. техн. наук Ф. Б. Черного, докт. физ.-мат. наук Ф. Г. Басса, докт. техн. наук И. Е. Островского и канд. физ.-мат. наук Е. В. Чаевского, критические замечания которых способствовали улучшению книги.

Введение

Рефракция¹⁾ электромагнитных волн представляет собой один из существенных разделов общей теории распространения электромагнитных волн в неоднородных средах. Рефракция обуславливает изменения траекторий распространения электромагнитных волн в зависимости от электрических свойств неоднородных сред (в частности, атмосферы Земли и других планет). Искривления траекторий электромагнитных волн в неоднородной атмосфере приводят к отклонению наблюдаемого положения источников излучения от их истинного положения и, соответственно, к изменению измеряемых до них расстояний. Степень этого отклонения характеризуется углом рефракции, который представляет собой угол между видимым и истинным направлением на источник излучения электромагнитных волн.

Теория рефракции электромагнитных волн в атмосфере Земли имеет довольно большую историю. Уже в I—II в. н. э. в трудах древнегреческих ученых Клеомена и Птолемея мы находим упоминания о рефракции света в земной атмосфере [54].

Первые работы по рефракции оптических волн в атмосфере Земли (астрономической рефракции) появились в середине XVII века в связи с потребностями мореплавания и морской навигации. К этому времени уже были известны экспериментальные таблицы астрономической рефракции, составленные Тихо Браге и Вильгельмом по наблюдениям Солнца, Луны и звезд. Кроме того, в этот период Снеллиусом и Декартом были установлены законы преломления и отражения света, которые явились математической основой для расчетов астрономической рефракции.

В первых работах по астрономической рефракции, выполненных Кеплером [1] и Кассини [2], атмосфера Земли предполагалась в виде однородного слоя и преломление света происходило на верхней границе этого слоя. Рассчитанные Кеплером и Кассини таблицы астрономической рефракции вполне удовлетворительно соответствовали экспериментальным данным для видимых зенитных углов, меньших 70° . Следует отметить, что Кас-

¹⁾ Термин «рефракция» происходит от латинского слова *refractus* — преломленный.

сини [2] впервые указал на зависимость оптической рефракции от температуры и давления воздуха у поверхности Земли. Подробное изложение теорий астрономической рефракции Кеплера и Кассини содержится в обзорных работах [3, 54].

С исследований Ньютона (1694—1695 гг.) начинается новый период в развитии теории астрономической рефракции [3, 4]. Ньютон делает значительный шаг вперед в геофизическом и математическом аспектах проблемы. Он рассматривает атмосферу как неоднородную среду, плотность которой уменьшается с высотой по линейному закону, и при расчетах углов рефракции применяет метод численного интегрирования дифференциального уравнения. В соответствии с двумя моделями неоднородной атмосферы Ньютон рассчитывает две таблицы астрономической рефракции, которые в широком диапазоне видимых зенитных углов ($z_0 = 0—70^\circ$) достаточно хорошо соответствовали экспериментальным данным.

За последующие после Ньютона два с половиной столетия были созданы многочисленные теории астрономической рефракции, которые отличались друг от друга либо аналитической зависимостью показателя преломления от высоты, либо различной методикой вычисления угла рефракции [3, 5—11, 54]. Все эти теории характеризовались одной особенностью: в достаточно широком диапазоне видимых зенитных углов ($0^\circ \leq z_0 \leq 70^\circ$) они давали практически (с точностью $1''$) одинаковые значения углов рефракции. Впервые это обстоятельство обнаружил Лаплас [5], высказав предположение, что в широком диапазоне видимых зенитных углов угол рефракции не зависит от характера изменения показателя преломления воздуха с высотой и определяется только его значением у поверхности Земли.

Дальнейшее развитие теории астрономической рефракции связано с учетом метеорологических поправок к среднему значению рефракции при изменении давления, температуры и влажности воздуха у поверхности Земли. Так, Бесселем [6] была получена формула для расчета истинного угла рефракции α по некоторому «среднему» углу рефракции $\alpha_{\text{ср}}$ с учетом поправок на давление воздуха, его температуру и влажность.

Накопленный многолетний опыт по расчетам астрономической рефракции был обобщен Гюльденом в Пул-

ковской обсерватории [8, 9] и позволил получить достаточно строгие методы для расчета углов астрономической рефракции, учитывающие как зависимости давления и температуры с высотой, так и изменения этих параметров у поверхности Земли. На основании этих методов в Пулковской обсерватории в 1870 г. [12] и в Парижской обсерватории в 1889 г. [13] были рассчитаны таблицы углов астрономической рефракции, которыми пользуются во многих странах мира до настоящего времени. Так, например, в СССР Пулковские таблицы оптической рефракции регулярно печатаются в астрономических ежегодниках, а также издаются отдельными изданиями [12].

Следует обратить внимание на одну особенность таблиц астрономической рефракции. Она заключается в том, что в соответствии с теоремой Лапласа для видимых зенитных углов, больших 70° , табличные значения углов рефракции могут сильно отличаться от реальных значений. Это приводит к значительным ошибкам в определении координат астрономических объектов, наблюдаемых под малыми углами места.

Точное предсказание углов астрономической рефракции при малых углах места до сих пор представляет собой сложную проблему, решение которой тесно связано с развитием и усовершенствованием теории земной рефракции.

Исследования земной рефракции оптических волн начались со второй половины XVII в. на основе проведения геодезических и нивелировочных работ. Так, еще в 1669 г. Пикар обнаружил влияние земной рефракции на углы депрессии (углы между горизонтом и лучом зрения на какой-либо отдаленный предмет) и рассчитал отношение радиуса Земли к радиусу кривизны луча зрения, которое оказалось равным 0,18. Позднее это отношение назвали коэффициентом земной рефракции (сокращенно КЗР). Изучением земной рефракции занимались многие исследователи и, в частности, Лаплас [5], Гюльден [8], Срезневский [14] и др. Многолетние исследования земной оптической рефракции, особенно над водной поверхностью, были обобщены в монографии К. В. Казанского [15], в которой содержится и подробная библиография работ по земной рефракции. Автор [15] отмечает, что, «несмотря на ряд практически важных обобщений в вопросах земной рефракции в течение

долгого времени продолжала и продолжает господствовать интуитивная эмпирика». К сказанному выше следует добавить, что трудности развития удовлетворительной теории земной оптической рефракции (так же, как и астрономической рефракции при малых углах места) обусловлены сильной зависимостью характера распространения электромагнитных волн вблизи поверхности Земли от быстроменяющихся метеорологических факторов. Адекватный учет этих факторов представляет в настоящее время одно из основных направлений развития теории распространения электромагнитных волн в неоднородных средах вообще и теории рефракции в частности.

Создание Максвеллом в 1873 г. общей теории электромагнитных волн и их последующее широкое применение для связи, локации, телевидения, навигации и т. д. потребовало пересмотра некоторых положений оптической рефракции применительно к радиоволнам и их специфическим особенностям распространения в земной атмосфере. К этим особенностям прежде всего следует отнести значительное влияние ионосферы на характер распространения радиоволн и существенную зависимость диэлектрической проницаемости воздуха от влажности.

Развитие теории радиорефракции¹⁾ началось с наиболее сложной проблемы расчета искривления траекторий волн, распространяющихся в приземном слое атмосферы между передатчиком и приемником. Экспериментально установленные факты распространения радиоволн на большие расстояния побудили исследователей искать причины этих явлений в искривлениях траекторий радиоволн в земной атмосфере. Однако проведенные Икклзом [16], Флемингом [17], Стюартом, Петри и Вильмоттом [18] оценки показали, что рефракция длинных волн в атмосфере не может объяснить большие дальности их распространения. Тем не менее важность влияния радиорефракции при расчетах напряженности поля как в зоне прямой видимости, так и за пределами горизонта подчеркивалась рядом исследователей еще в 1924—1930 гг. [19—22].

В 1933 г. Скиллинг, Берроуз и Феррель [23] ввели понятие «эквивалентного радиуса» Земли, с помощью которого они предложили учитывать среднюю рефрак-

¹⁾ Под радиорефракцией мы понимаем рефракцию электромагнитных волн с $\lambda \geq 1$ см.

цию при распространении радиоволн в зоне прямой видимости. В 1935—1938 гг. Берроуз, Десино и Хант [24], Эккерслей [25], Энглунд, Кроуфорд и Мэмфорд [26] высказали предположение, что путем замены реального радиуса Земли, входящего в дифракционные формулы, на «эквивалентный радиус» можно учесть влияние рефракции и при дифракции радиоволн вокруг Земли. Позднее М. И. Пономарев [27] доказал справедливость введения «эквивалентного радиуса» Земли в дифракционные формулы при малых расстояниях между корреспондирующими пунктами, находящимися на поверхности идеально проводящей Земли или вблизи нее. Наконец, в 1948 г. В. А. Фок [28] решил задачу дифракции прямой волны вокруг Земли с учетом рефракции и обосновал условия применимости «эквивалентного радиуса» Земли в дифракционных формулах в общем случае.

Одновременно с развитием теории дифракции радиоволн вокруг Земли с учетом рефракции разрабатывались и более простые методы расчета искривления траекторий радиоволн в атмосфере, основанные на принципах геометрической оптики. Эти методы аналогичны методам расчета оптической рефракции с той лишь разницей, что в радиодиапазоне диэлектрическая проницаемость тропосферы и стратосферы существенно зависит от влажности, а в ионосфере — от электронной концентрации. Выяснению зависимостей этих параметров от высоты и их надлежащей аналитической аппроксимации и были посвящены первые работы по радиорефракции [21, 23, 29—33].

В 1946 г. Б. А. Введенский и М. И. Пономарев [34] на основе принципа Ферма получили уравнение для траекторий радиоволн в одномерно-неоднородной атмосфере и провели его анализ для зависимости диэлектрической проницаемости воздуха от высоты вида $\varepsilon(r) = \delta + \gamma/r^2$, где δ и γ — коэффициенты, определяемые состоянием среды, r — расстояние от центра Земли до текущей точки траектории луча. Для указанной модели атмосферы были найдены радиусы кривизны лучей и углы рефракции и было показано, что для «прижатых» к земной поверхности лучей справедливо понятие «эквивалентного радиуса» Земли.

Выход человека в космос, запуски искусственных спутников Земли и межпланетных космических кораблей и освоение новых диапазонов электромагнитных волн

резко повысили интерес исследователей к проблемам распространения ультракоротких, субмиллиметровых и оптических волн в атмосферах Земли, Венеры, Марса и других планет солнечной системы.

Бурное развитие в последние годы радио- и оптической связи, локации, телевидения, космической навигации и т. д. потребовало решения большого количества новых задач по рефракции электромагнитных волн в атмосферах планет и космическом пространстве. Наряду с усовершенствованием методов расчета классических типов рефракции (астрономической и земной) [54, 55, 58, 59] возникли и успешно развиваются методы расчета фотограмметрической и планетной рефракции. Эти методы позволяют эффективно изучать атмосферы планет солнечной системы, их пространственные и временные изменения [49—51, 53, 56, 57].

Решение всего комплекса задач рефракции электромагнитных волн в неоднородных атмосферах развивается в настоящее время по двум основным направлениям. Первое направление определяется возрастающими точностями при нахождении координат источников излучения, находящихся как внутри атмосферы, так и за ее пределами. Оно связано с более строгим расчетом искривления траекторий электромагнитных волн, учитывающим тонкую структуру атмосферы (средний профиль диэлектрической проницаемости, ее вертикальные и горизонтальные неоднородности и турбулентность). Второе направление связано с применением рефракции в новых методах изучения физических свойств атмосфер планет солнечной системы. Это еще сравнительно молодое направление развивается на базе радиоастрономических исследований и исследований с ИСЗ и космических ракет.

Работы первого направления были начаты в СССР М. А. Колосовым в начале 50-х годов (см. гл. 4 данной монографии). На основании многочисленных высотных измерений диэлектрической проницаемости воздуха им была предложена биэкспоненциальная модель атмосферы и с ее помощью были рассчитаны таблицы углов средней радиорефракции с учетом наземных значений диэлектрической проницаемости воздуха и временных изменений параметров экспоненты, аппроксимирующей высотную зависимость ϵ в слое атмосферы 0—10 км.

В 1956 г. в работе [46] была доказана применимость

теоремы Лапласа при расчетах углов радиорефракции в диапазоне видимых зенитных углов $0—80^\circ$. В 1962 г. В. И. Татарским [35] было получено выражение для угла рефракции в слоисто-неоднородной среде в виде ряда по степенным функционалам от электронной концентрации в ионосфере и показано, что учет достаточного числа членов ряда позволяет вычислять рефракцию с любой наперед заданной точностью.

В 1965 г. в ИРЭ АН СССР [41] была предложена электрическая модель нижней атмосферы Земли, учитывающая средний профиль диэлектрической проницаемости воздуха, слоистые неоднородности конечных размеров и флуктуации ϵ . На основании этой модели Н. А. Арманд и М. А. Колосов [42] рассчитали углы рефракции радиоволн в тропосфере и стратосфере с учетом экспоненциальной зависимости диэлектрической проницаемости воздуха от высоты. В [42] указана возможность вычисления углов рефракции радиоволн по наземным метеорологическим данным, которые в среднем определяют высотную зависимость диэлектрической проницаемости воздуха. Б. Р. Бином и Е. Дж. Даттоном в 1966 г. [52] были получены аналогичные результаты.

В 1968 г. в работе [43] на основе электрической модели нижней атмосферы Земли [41] были рассчитаны углы рефракции электромагнитных волн с учетом среднего профиля и слоистых неоднородностей диэлектрической проницаемости воздуха. Было обнаружено существенное влияние слоистых неоднородностей ϵ на углы рефракции в диапазоне видимых зенитных углов $z_0 = 80—90^\circ$.

Флуктуации углов рефракции электромагнитных волн, обусловленные турбулентными неоднородностями атмосферы, были подробно рассмотрены В. И. Татарским в [44, 45], а также Н. А. Армандом, М. А. Колосовым и О. И. Яковлевым в [42, 53].

Существенное развитие рефракционные исследования первого направления получили в работах Я. Л. Альперта [36], А. Н. Казанцева, Д. С. Лукина, С. И. Фоминых [37—39], В. Г. Буркова и Ю. Я. Яшина [40], в которых проведен расчет углов рефракции в горизонтально и вертикально неоднородной атмосфере. Следует заметить, что учет горизонтальных неоднородностей ϵ резко усложняет расчет углов рефракции и для их опре-

деления приходится применять приближенные методы или методы численного интегрирования систем дифференциальных уравнений первого порядка.

Второе направление рефракционных исследований связано с изучением физических свойств атмосфер Земли и других планет солнечной системы. Так в 1965—1972 гг. советскими и американскими исследователями с помощью космических аппаратов «Венера-4, 5, 6, 7, 8», «Марс-2 и 3» и Маринер-4, 5, 6, 7» было проведено изучение атмосферы Венеры и Марса [47—51, 53], которое позволило рассчитать рефракцию электромагнитных волн в атмосферах этих планет и на ее основе определить усредненную зависимость диэлектрической проницаемости от высоты в атмосферах Венеры и Марса.

Большое количество работ по рефракции электромагнитных волн как в земной атмосфере, так и в атмосферах других планет, их некоторая разобщенность по методам исследований и полученным результатам побудили авторов настоящей монографии предпринять попытку изложить проблему рефракции волн оптического, субмиллиметрового и ультракороткого диапазонов ($\lambda = 0,3$ мкм — 3 м) с единой точки зрения, пригодной для атмосфер любых небесных тел, при любых расположениях излучателя и приемника. Расчеты углов рефракции проводятся с учетом новейших данных о физических параметрах атмосфер Земли, Венеры и Марса. Полученные теоретические результаты там, где это возможно, сравниваются с экспериментальными данными.

Глава 1

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЗЕМНОЙ АТМОСФЕРЫ

1.1. Состав и строение земной атмосферы

Атмосфера Земли представляет собой газовую оболочку, толщина которой равна примерно 20 000 км. Она в основном состоит из азота (78,084% по объему) кислорода (20,946%), аргона (0,934%), углекислого газа (0,031%), а также небольшого количества неона, гелия, криптона, водорода, метана и других природных и промышленных газов [60, 61].

В состав атмосферы входит также водяной пар, количество которого по объему меняется в широких пределах (от 0 до 4%) в зависимости от географического района, времени суток и сезона. Наконец, в атмосфере Земли всегда содержится большое количество пыли, попавшей в воздух из космоса, а также вследствие выветривания горных пород и гниения органических веществ. Много пыли попадает в воздух в результате сгорания различного вида топлива, отходов промышленных предприятий и т. д. Пылинки в воздухе являются ядрами конденсации, с помощью которых в атмосфере образуются мелкие капли в облаках и туманах, дождевые капли, град, снег и т. д. Все эти образования в метеорологии принято называть гидрометеорами или аэрозолями. Они оказывают существенное влияние на электрические свойства атмосферы и характер распространения электромагнитных волн в ней.

По своим электрическим свойствам атмосфера Земли делится на две большие области: нейтросферу, состоящую из тропосферы и стратосферы, и ионосферу, состоящую из термосферы и экзосферы. По современным представлениям, нейтросфера занимает нижний наиболее плотный слой атмосферы толщиной около 60 км. Ионосфера в среднем начинается на высоте 60 км, доходит до высот 20 000 км и далее постепенно переходит в межпланетную среду. Естественно, что границы между нейтросферой, ионосферой и космическим пространством не остаются постоянными, высоты этих границ меняются в зависимости от времени суток, сезона, географического района, солнечной активности и других факторов.

Прилегающая к земной поверхности воздушная оболочка (нейтросфера) в основном состоит из нейтральных молекул атмосферных газов. В нейтросфере имеется небольшое количество заряженных частиц (ионов и электронов), однако их процентное содержание по сравнению с нейтральными молекулами настолько мало, что не может оказывать заметного влияния на ее электрические свойства.

В нижней части нейтросферы — тропосферы, высота которой в верхних и средних широтах равна 8—12 км, а в низких широтах 14—18 км, находится наибольшее количество (99%) водяного пара и пылевых частичек органического и неорганического происхождения. В ней образуются туманы, облака, зарождаются и выпадают осадки, протекают грозовые явления.

Стратосфера представляет собой более однородную и менее изменчивую по физическим параметрам область нейтросферы. В этом слое воздуха процентное содержание газов такое же, как в тропосфере, но водяного пара значительно меньше (1%) и имеется небольшое количество пыли космического происхождения.

Вторая существенная область земной атмосферы — ионосфера — представляет собой частично ионизированную плазму, концентрация заряженных частиц которой и их химический состав довольно значительно меняются по высоте и в горизонтальном направлении. Основным агентом ионизации молекул и атомов газов, входящих в состав воздуха, является ультрафиолетовое излучение Солнца. Наряду с ионизацией газов атмосферы в ионосфере существует обратный процесс — рекомбинация образовавшихся ионов и электронов. Этот процесс при низких плотностях воздуха протекает гораздо медленнее ионизации, так что в ионосфере всегда сохраняется довольно высокая концентрация электронов.

На рис. 1.1 и 1.2 приведены типичные для дневного и ночного времени распределения электронной концентрации от высоты при максимуме и минимуме солнечной активности [62—64]. На рисунках видны основные слои ионосферы (D , E , F_1 и F_2), первый и третий из которых исчезают в ночное время. Выше максимума слоя F_2 электронная концентрация монотонно убывает и на расстояниях в несколько земных радиусов переходит в межпланетную плазму с концентрацией электронов $10—100 \text{ см}^{-3}$.

В атмосфере, как правило, воздушные массы участвуют в непрерывном упорядоченном движении (горизонтальная и вертикальная циркуляция, ветры, струйные течения и т. д.) и в случайном турбулентном движении. Все это приводит к быстрым пространственным изменениям физических свойств атмосферы (давление, температура, влажность, запыленность, концентрация заряженных частиц и т. д.) и соответственно ее электрических свойств.

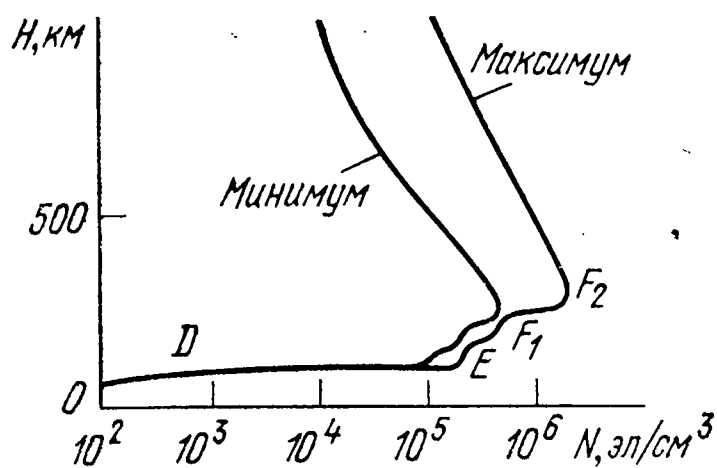


Рис. 1.1. Усредненное распределение электронов по высоте в дневное время в моменты экстремумов солнечной активности для геомагнитной широты 30—40°.

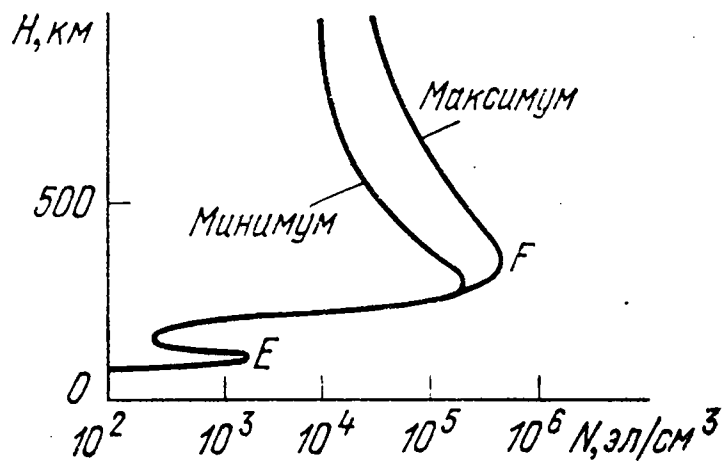


Рис. 1.2. Усредненное распределение электронов по высоте в ночное время в моменты экстремумов солнечной активности для геомагнитной широты 30—40°.

1.2. Электрические свойства земной атмосферы

Электрические свойства земной атмосферы в основном определяются газовой компонентой воздуха (нейтральной и ионизированной) и водяным паром. В общем случае диэлектрическая и магнитная проницаемости (и соответственно показатель преломления) атмосферы являются комплексными величинами

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_A &= \epsilon - i\epsilon', \\ \mu_A &= \mu - i\mu', \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

где ϵ и μ — действительные, а ϵ' и μ' — мнимые части диэлектрической и магнитной проницаемости воздуха. Рассмотрим, как определяются ϵ_A и μ_A для нейтросферы и ионосферы.

В нейтросфере на всех высотах и для всех линий основных поглощающих компонент (молекулярного кис-

лорода, водяного пара и т. д.) имеют место соотношения [65]

$$\varepsilon' \ll \varepsilon \text{ и } \mu' \ll \mu. \quad (1.2)$$

Эти неравенства позволяют выразить коэффициент преломления воздуха через действительные части ε_A и μ_A и с учетом малого отличия ε и μ от единицы написать

$$n = \sqrt{\varepsilon\mu} \approx 1 + (\varepsilon\mu - 1)/2. \quad (1.3)$$

Диэлектрическая и магнитная проницаемости воздуха определяются поляризационными свойствами газов атмосферы и водяного пара. Все молекулы атмосферных газов, за исключением водяного пара, являются неполярными, т. е. не имеют постоянного дипольного момента при отсутствии внешнего электрического поля. Спектр поглощения этих молекул имеет колебательную природу. Молекулы водяного пара (полярные молекулы) кроме колебательного обладают еще вращательным спектром, так как имеют значительный постоянный дипольный момент в отсутствие внешнего поля.

Диэлектрическая проницаемость любого газа с полярными молекулами вне полос поглощения была определена Дебаем [66]:

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{\rho N_A}{3M} \left[\alpha_0 + \frac{m_0}{3kT} \frac{1}{1 + i\omega\tau_0} \right], \quad (1.4)$$

где ε — диэлектрическая проницаемость газа; M — молекулярный вес; ρ — плотность газа; N_A — число Авогадро; α_0 — средняя поляризация молекул в газе в предположении отсутствия взаимного влияния молекул; m_0 — постоянный дипольный момент молекулы; k — постоянная Больцмана; T — абсолютная температура; τ_0 — время релаксации, необходимое для возвращения ориентированных внешним полем молекул к случайному распределению после устранения поля; $\omega = 2\pi f$, где f — частота внешнего поля.

В диапазоне оптических волн ($0,2 \text{ мкм} \leq \lambda \leq 1 \text{ мкм}$) $\omega\tau_0 \gg 1$ и второе слагаемое в (1.4) значительно меньше первого. Это означает, что на высоких частотах молекулы водяного пара не успевают следовать за изменением внешнего поля и поэтому вращательный спектр не влияет на диэлектрическую проницаемость.

В области субмиллиметровых и миллиметровых волн ($1 \text{ мкм} \leq \lambda \leq 1 \text{ см}$) $\omega\tau_0 \gtrsim 1$ и имеется много полос поглощения водяного пара, кислорода, углекислого газа и других компонент воздуха. В этом случае расчет диэлектрической проницаемости газов атмосферы и водяного пара проводится на основе квантовомеханических методов [65, 67, 68].

В радиодиапазоне ($\lambda > 1 \text{ см}$) $\omega\tau_0 \ll 1$, что позволяет записать формулу (1.4) в виде

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{\rho N_A}{3M} \left[\alpha_0 + \frac{m_0}{3kT} \right]. \quad (1.5)$$

Принимая во внимание уравнение состояния идеального газа и учитывая незначительное отличие ε любого газа нейтросферы от единицы, можно записать (1.5) следующим образом:

$$\varepsilon - 1 = K_2' \frac{P'}{T} \left(A + \frac{B}{T} \right), \quad (1.6)$$

где P' — парциальное давление газа; K_2' , A и B — постоянные.

Для неполярных газов ($m_0 = 0$) выражения (1.5) и (1.6) примут вид

$$(\varepsilon - 1) / (\varepsilon + 2) = \rho N_A \alpha_0 / 3M, \quad (1.7)$$

$$\varepsilon - 1 = K_1' P' / T, \quad (1.8)$$

где K_1' — некоторая постоянная.

Диэлектрическая проницаемость смеси m полярных и n неполярных газов с учетом закона Дальтона о парциальном давлении определяется соотношением

$$\varepsilon - 1 = \sum_{i=1}^n K_{1i}' \frac{P_i'}{T} + \sum_{j=1}^m K_{2j}' \frac{P_j'}{T} \left(A_j + \frac{B_j}{T} \right), \quad (1.9)$$

которое для нейтросферы может быть представлено следующим образом:

$$\varepsilon - 1 = K_1' \frac{P_d}{T} + K_2' \frac{e}{T} \left(A + \frac{B}{T} \right) + K_4' \frac{P_c}{T}, \quad (1.10)$$

где P_d — парциальное давление сухого воздуха без CO_2 ; e — парциальное давление водяных паров; P_c — парциальное давление углекислого газа.

Вводя приведенный показатель преломления

$$N = (n - 1) 10^6 \quad (1.11)$$

и учитывая соотношение (1.3), представим (1.10) в следующем виде:

$$N = K_1 \frac{P_d}{T} + K_2 \frac{e}{T} + K_3 \frac{e}{T^2} + K_4 \frac{P_c}{T}, \quad (1.12)$$

где K_1 , K_2 , K_3 и K_4 — некоторые коэффициенты, определяемые экспериментально.

Подробный анализ формулы (1.12) был сделан Смитом и Вайнтраубом [69] и Бином [70]. Эти авторы показали, что точность вычисления N по формуле (1.12) составляет 0,5%, а коэффициенты K_1 , K_2 , K_3 , K_4 в радиодиапазоне не зависят от длины волны и определяются следующими значениями:

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= 0,77607 \pm 0,0013 \text{ К/Па}, \\ K_2 &= 0,716 \pm 0,085 \text{ К/Па}, \\ K_3 &= 3747 \pm 31 \text{ К}^2/\text{Па}, \\ K_4 &= 1,2934 \pm 0,0002 \text{ К/Па}. \end{aligned} \right\} \quad (1.13)$$

Необходимо отметить, что величина K_4 в (1.13) получена с учетом приближенного равенства $K_4 \approx \frac{5}{3} K_1$, приведенного в [70]. По данным же работы [77], этот коэффициент в оптическом диапазоне волн равен $1,21543 \pm 0,00808 \text{ К/Па}$.

Формулу (1.12) можно представить в виде

$$N = K_1 \frac{P}{T} + K_3 \frac{e}{T^2} - 0,06 \frac{e}{T} + 0,517 \frac{P_c}{T}, \quad (1.14)$$

где $P = P_d + e + P_c$ — полное давление атмосферного воздуха. Оценки показывают, что 3-е и 4-е слагаемые в (1.14) составляют 0,07 и 0,02% от величины N . Поэтому для практических целей выражение (1.14) можно упростить и представить в виде [70]

$$N = \frac{0,776}{T} \left(P + \frac{4810 e}{T} \right). \quad (1.15)$$

Формула (1.15) наиболее часто применяется для расчета коэффициента преломления нижней атмосферы в радиодиапазоне.

В миллиметровом и субмиллиметровом диапазоне волн находится много полос поглощения атмосферных газов и водяного пара. Наличие таких полос приводит к нормальной и аномальной дисперсии показателя преломления нейтросферы, который в этом диапазоне волн ($\lambda > 10$ мкм) можно рассчитать по формуле [65, 67, 68]

$$N = K_1 P_d / T + K_2 e / T + 10^6 (\epsilon_{вр} - 1) / 2 + \\ + K_4(\lambda) P_c / T + 10^6 (\mu - 1) / 2, \quad (1.16)$$

где $\epsilon_{вр}$ — вращательная часть диэлектрической проницаемости водяного пара; μ — магнитная проницаемость молекулярного кислорода.

Коэффициенты K_1 и K_2 с погрешностью 0,5% не зависят от длины волны и определяются соотношениями (1.13), то же можно сказать и о коэффициенте K_4 , который слабо изменяется ($\approx 1\%$) только в диапазоне волн 12,9—17,1 мкм.

Величины μ и $\epsilon_{вр}$ в субмиллиметровом и миллиметровом диапазоне волн были определены С. А. Жевакиным и А. П. Наумовым [65, 67, 68]. Ими было показано, что магнитная проницаемость молекулярного кислорода вносит наибольший вклад в атмосферный показатель преломления на $\lambda \approx 4,74$ мм и $\lambda \approx 5,38$ мм. Этот вклад на уровне моря равен 0,4%, а на высоте 30 км составляет 3,8% от величины N . Вращательная часть диэлектрической проницаемости водяного пара оказывает большее влияние на приведенный показатель преломления нейтросферы. На рис. 1.3, 1.4 и 1.5 приведены полученные авторами [65, 67, 68] зависимости $10^5 (\epsilon_{вр} - 1)$ от частоты в диапазонах волн 10—20 мкм и 100 мкм — 1 см.

В [78] для окон прозрачности атмосферы в субмиллиметровом диапазоне волн ($1000 \text{ мкм} \geq \lambda \geq 23 \text{ мкм}$) по формулам, аналогичным [65, 67, 68], на БЭСМ-4 были рассчитаны величины $(\epsilon_{вр} - 1) 10^5$ при давлении сухого воздуха 100311 Па, парциальном давлении водяных паров 1013 Па и пяти значениях температуры в интервале 233—313 К. Температурные зависимости $(\epsilon_{вр} - 1) 10^5$ для каждой длины волны аппроксимирова-

лись соотношением $\epsilon_{вр} - 1 \sim T^{-k}$, где k определялось по методу наименьших квадратов.

В табл. П.9 для окон прозрачности субмиллиметрового диапазона ($23 \text{ мкм} \leq \lambda \leq 1000 \text{ мкм}$) представлены величины $(\epsilon_{вр} - 1)10^5$ и соответствующие им температурные коэффициенты k . Табличные значения $(\epsilon_{вр} - 1)10^5$ вычислялись при температуре воздуха $T = 293 \text{ К}$. В этой же таблице приведены величины

Рис. 1.3. Теоретическая зависимость вращательной части диэлектрической проницаемости водяного пара от длины волны ($\lambda > 0,2 \text{ мм}$) при $P = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $T = 293 \text{ К}$ и $\rho = 7,5 \text{ г/м}^3$.

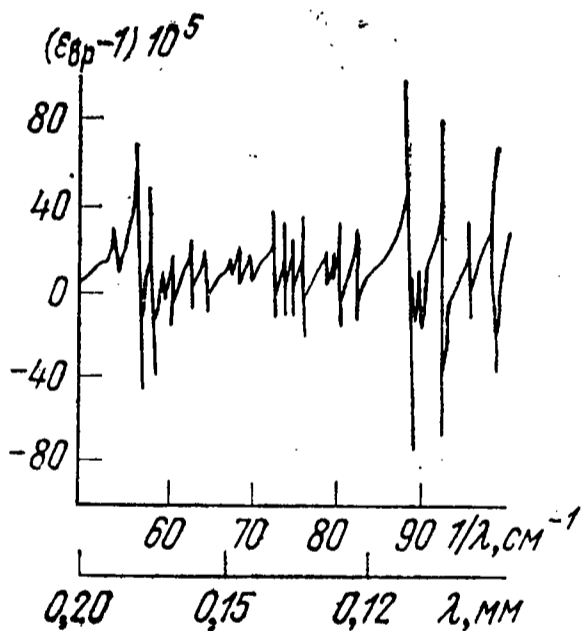
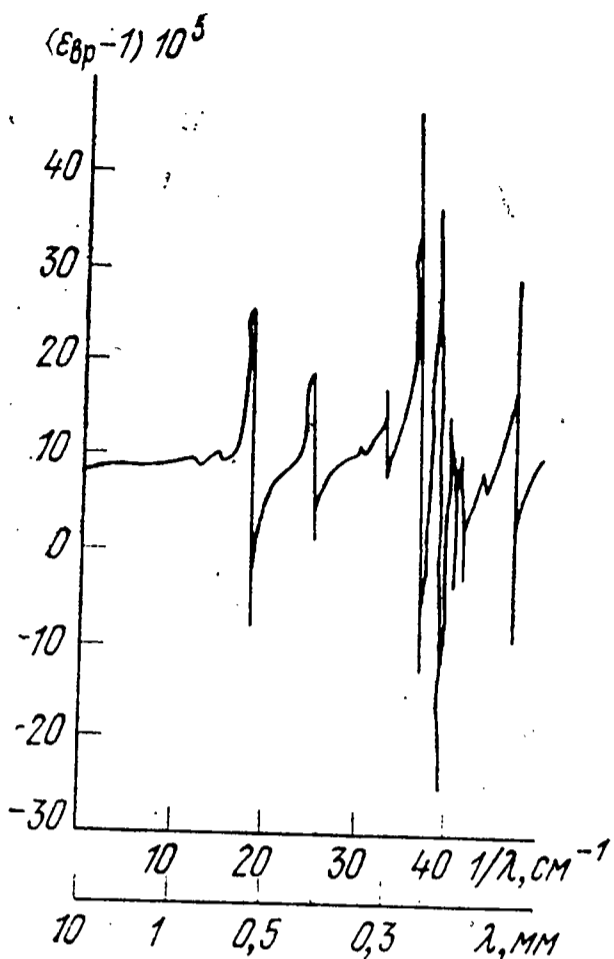


Рис. 1.4. Теоретическая зависимость вращательной части диэлектрической проницаемости водяного пара от длины волны ($0,1 \text{ мм} \leq \lambda \leq 0,2 \text{ мм}$) при $P = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $T = 293 \text{ К}$ и $\rho = 7,5 \text{ г/м}^3$.

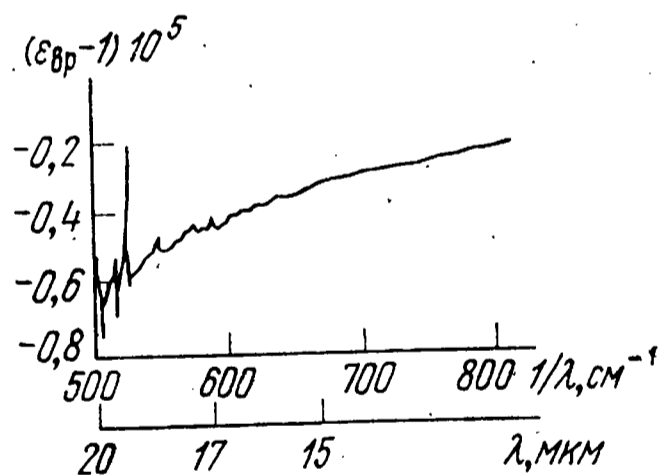


Рис. 1.5. Теоретическая зависимость вращательной части диэлектрической проницаемости водяного пара от длины волны ($10 \text{ мкм} \leq \lambda \leq 20 \text{ мкм}$) при $P = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $T = 293 \text{ К}$ и $\rho = 7,5 \text{ г/м}^3$.

$(\epsilon_{вр} - 1)10^5$ для волн сантиметрового и миллиметрового диапазонов. Величины $(\epsilon_{вр} - 1)10^5$ не зависят от P и прямо пропорциональны e .

Анализ рис. 1.3—1.5 и табл. П. 9 показывает, что величина $(\epsilon_{вр} - 1) 10^5$ сложным образом зависит от частоты и в среднем меняется при стандартных атмосферных условиях ($P = 101325$ Па, $T = 293$ К и $\rho = 7,5$ г/см³) от 8,93 на сантиметровых волнах до $-0,13$ на длине волны 10 мкм. При переходе в оптический диапазон $(\epsilon_{вр} - 1) 10^5$ стремится к нулю, что соответствует известным экспериментальным данным о независимости диэлектрической проницаемости воздуха на оптических частотах от влажности.

Для практических целей формулу (1.16) можно упростить и представить в виде

$$N = \frac{0,776}{T} P + \frac{1}{2} 10^6 [\epsilon_{вр}(\lambda) - 1], \quad (1.17)$$

где $P = P_d + e + P_c$ — полное давление воздуха в нейтросфере. Погрешность при определении N в тропосфере по формуле (1.17) составляет $\approx 1\%$.

В оптическом диапазоне приведенный показатель преломления определяется соотношением

$$N = K_5(\lambda) \frac{P - 10^{-2} (6/K_5(\lambda)) e}{T}, \quad (1.18)$$

где $K_5(\lambda) = N_0(\lambda) T_0/P_0$, $T_0 = 288$ К, $P_0 = 101325$ Па, а $N_0(\lambda)$ для сухого воздуха с точностью 0,05 N -единицы рассчитывается по формуле Эдлена [71]:

$$N_0(\lambda) = 64,328 + \frac{29498,10}{146 - 1/\lambda^2} + \frac{255,40}{41 - 1/\lambda^2}, \quad (1.19)$$

где λ выражена в микрометрах.

В табл. 1.1 приведена зависимость коэффициента K_5 от λ , которая показывает, что уже при $\lambda \geq 5$ мкм этот множитель практически не зависит от длины волны.

Второе слагаемое в формуле (1.18) при типичных значениях P и e в тропосфере составляет величину порядка 0,5 N -единицы (0,2% от N) и поэтому в большинстве случаев им можно пренебречь и определять N по формуле

$$N = K_5(\lambda) \frac{P}{T}. \quad (1.20)$$

Перейдем теперь к рассмотрению электрических характеристик ионосферы. Как мы уже отмечали в § 1.1;

Таблица 1.1
Зависимость дисперсионного множителя K_5 от длины волны

$K_5 (\lambda)$	λ , мкм
0,9204	0,2
0,8280	0,3
0,8030	0,4
0,7922	0,5
0,7866	0,6
0,7832	0,7
0,7811	0,8
0,7796	0,9
0,7786	1
0,7750	5
0,7748	10

ионосфера представляет собой квазинейтральную ионизированную среду, в которой наряду с нейтральными молекулами и атомами содержатся положительные и отрицательные ионы. Так как в ионосфере плотность воздуха на несколько порядков меньше, чем у поверхности Земли, то ее электрические параметры (диэлектрическая проницаемость ϵ и проводимость σ) целиком определяются положительными ионами и электронами. Вклад нейтральных молекул и атомов в величины ϵ и σ исчезающе мал.

Массы положительных ионов газов атмосферы в тысячи и десятки тысяч раз больше массы электрона, что позволяет в большинстве случаев пренебречь их влиянием при расчете ϵ и σ и учитывать только электроны. Тогда диэлектрическая проницаемость, проводимость и показатель преломления ионосферы определяются соотношениями [72]

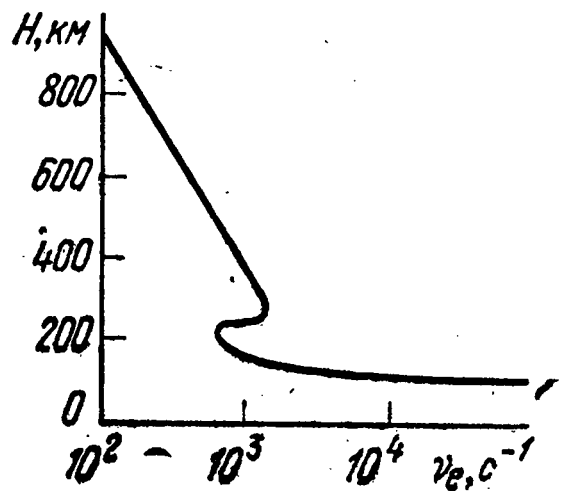
$$\epsilon = 1 - \frac{e^2 N_0}{m \epsilon_0} \frac{1}{(\omega^2 + \nu^2)}, \quad (1.21)$$

$$\sigma = \frac{e^2 N_0}{m} \frac{\nu}{(\omega^2 + \nu^2)}, \quad (1.22)$$

$$n = \sqrt{\frac{\epsilon}{2} + \sqrt{\left(\frac{\epsilon}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma}{2\omega}\right)^2}}, \quad (1.23)$$

где e и m — заряд и масса электрона; N_e — электронная концентрация в единице объема; ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума в системе единиц СИ; ν — число столкновений электрона с ионами, атомами и молекулами газа в единицу времени.

Рис. 1.6. Зависимость частоты электронных столкновений от высоты для дневных условий в период максимума солнечных пятен.



На рис. 1.6 приведена зависимость частоты столкновений от высоты для дневных условий в период максимума солнечных пятен [64]. Для большинства диапазонов электромагнитных волн имеет место неравенство

$$\omega^2 \gg \nu^2 \quad (1.24)$$

и формулы (1.21) и (1.22) приобретают вид

$$\epsilon = 1 - (e^2 N_e / m \epsilon_0 \omega^2), \quad (1.25)$$

$$\sigma = e^2 N_e \nu / m \omega^2, \quad (1.26)$$

или

$$\epsilon = 1 - 80,8 N_e / f^2, \quad (1.27)$$

$$\sigma = 7,15 \cdot 10^{-10} N_e \nu / f^2, \quad (1.28)$$

где σ — удельная проводимость ионосферы, 1/Ом·м; N_e — число электронов, м⁻³; ν — число столкновений электронов, с⁻¹; f — частота, Гц.

На высоких частотах ($f \geq 1$ МГц) выполняется неравенство

$$\epsilon \gg \sigma / \omega, \quad (1.29)$$

что позволяет упростить (1.23) и записать это соотношение в виде

$$n = \sqrt{\epsilon} = \sqrt{1 - \frac{e^2 N_e}{m \epsilon_0 (\omega^2 + \nu^2)}}. \quad (1.30)$$

При одновременном выполнении неравенства (1.24) и (1.29) (наиболее частый случай в ионосфере) формула (1.30) принимает вид

$$n = \sqrt{\epsilon^-} = \sqrt{1 - 80,8 \frac{N_3}{f^2}}. \quad (1.31)$$

Учет постоянного магнитного поля Земли значительно усложняет расчет показателя преломления ионосферы. В этом случае ионосфера приобретает анизотропные свойства, в результате которых электромагнитная волна расщепляется на две — обыкновенную и необыкновенную, распространяющиеся с различными скоростями. Эти скорости связаны с двумя показателями преломления, которые определяются из выражения [72, 73]

$$n_{1,2} = \sqrt{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \frac{1}{1 - q \frac{\omega_L}{\omega} \pm \frac{\omega_L}{\omega} \sqrt{1 + q^2}}}, \quad (1.32)$$

где $q = \omega_T^2 \omega / 2 \omega_L (\omega^2 - \omega_0^2)$, $\omega_0^2 = N_3 e^2 / m \epsilon_0$;

$$\omega_L = (e \mu_0 / m) H_{0L}; \quad \omega_T = (e \mu_0 / m) H_{0T}, \quad (1.33)$$

μ_0 — магнитная проницаемость вакуума в практической системе единиц; H_{0L} — продольная составляющая магнитного поля Земли, совпадающая с направлением распространения волны; H_{0T} — поперечная составляющая магнитного поля Земли, перпендикулярная направлению распространения волны.

Знак «+» в формуле (1.32) соответствует показателю преломления для обыкновенной волны, знак «—» перед корнем — показателю преломления «необыкновенной» волны.

В заключение настоящего параграфа выпишем основные формулы для показателей преломления нейтросферы и ионосферы в диапазоне волн $0,2 \text{ мкм} \leq \lambda \leq 1 \text{ км}$ и прокомментируем их.

1. Нейтросфера

1. Оптический и ближний инфракрасный диапазон волн ($0,2 \text{ мкм} \leq \lambda \leq 10 \text{ мкм}$):

$$n = 1 + 10^{-6} K_5(\lambda) P / T, \quad (1.34)$$

где $K_5(\lambda)$ определяется из табл. 1.1.

2. Субмиллиметровый и миллиметровый диапазон ($10 \text{ мкм} \leq \lambda \leq 10 \text{ мм}$):

$$n = 1 + 0,776 \cdot 10^{-6} \frac{P}{T} + \frac{1}{2} [\varepsilon_{\text{вр}}(\lambda) - 1], \quad (1.35)$$

где $\varepsilon_{\text{вр}} - 1$ определяется из рис. 1.3, 1.4, 1.5 и табл. П. 9.

3. Радиодиапазон ($1 \text{ см} \leq \lambda \leq 1 \text{ км}$):

$$n = 1 + \frac{0,776 \cdot 10^{-6}}{T} \left(P + \frac{4810 e}{T} \right). \quad (1.36)$$

II. Ионосфера

1. Диапазон волн ($0,2 \text{ мкм} \leq \lambda \leq 1 \text{ км}$) (магнитное поле Земли не учитывается):

$$n = \sqrt{1 - 80,8 N_s / f^2}. \quad (1.37)$$

2. Диапазон волн ($0,2 \text{ мкм} \leq \lambda \leq 1 \text{ км}$) (магнитное поле Земли учитывается):

$$n_{1,2} = \sqrt{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \frac{1}{1 - q \frac{\omega_L}{\omega} \pm \frac{\omega_L}{\omega} \sqrt{1 + q^2}}}, \quad (1.38)$$

где q , ω_0 , ω_L и ω_T определяются соотношениями (1.33).

Анализ формул (1.34)—(1.38) показывает, что в нейтросфере на всех частотах показатель преломления всегда незначительно больше единицы и испытывает небольшую дисперсию в оптическом ($\approx 20\%$) и субмиллиметровом ($\approx 30\text{—}40\%$ в окнах прозрачности) диапазонах волн. В ионосфере же показатель преломления может принимать любые значения между 0 и 1 и при некоторых величинах f и N_s может обращаться в нуль. В этом случае имеет место отражение электромагнитных волн от ионосферных слоев и возвращение их на Землю. Из формул (1.37) и (1.38) видно, что показатель преломления ионосферы значительно меняется с частотой, т. е. ионосфера является сильно диспергирующей средой. Однако на высоких частотах ($f \geq 10^{10}$ Гц) дисперсионные свойства ионосферы практически уже не проявляются.

1.3. Пространственные и временные изменения электрических параметров атмосферы

Из рассмотрения формул (1.34) — (1.38) следует, что коэффициенты преломления нейтросферы и ионосферы зависят от температуры, давления, влажности и электронной концентрации. Известно, что эти параметры меняются в пространстве и времени довольно сложным образом, причем наиболее существенные изменения происходят в вертикальном направлении. Поэтому сначала рассмотрим некоторые средние зависимости P , T , e и N_e от высоты, которые, как правило, связаны с макропроцессами, происходящими в земной атмосфере.

Усредненная зависимость давления от высоты определяется уравнением гидростатического равновесия [60, 64, 74]:

$$dP = -g \rho dh, \quad (1.39)$$

где P — давление воздуха; g — ускорение силы тяжести на высоте h ; ρ — плотность атмосферы.

Плотность атмосферы связана с давлением и температурой соотношением

$$\rho = Pm / kT, \quad (1.40)$$

где m — средняя масса частиц на высоте h ; T — температура на высоте h ; k — постоянная Больцмана.

Подставляя (1.40) в (1.39) и интегрируя, получаем так называемую барометрическую формулу

$$P = P_0 \exp \left(- \int_0^h \frac{m g}{kT} dh \right), \quad (1.41)$$

в соответствии с которой давление уменьшается с увеличением высоты по экспоненциальному закону. Параметры этого закона определяются функциональными зависимостями T и g от высоты. Так, в частном случае, когда $T = \text{const}$ и $g = \text{const}$ (изотермическая атмосфера), уравнение (1.41) приводится к виду

$$P = P_0 \exp(-m g h / kT) = P_0 \exp(-h / H), \quad (1.42)$$

где $H = kT / mg$ — некоторая приведенная высота, на которой давление уменьшается в e раз.

На рис. 1.7 представлена экспериментальная зависимость P от высоты, полученная с помощью ракетных наблюдений [60]. Эта зависимость в интервале высот 0 — 100 км подтверждает барометрические формулы (1.41) и (1.42). Исключение составляют большие высоты ($h > 100$ км), на которых наблюдается небольшое отклонение от экспоненциального закона, обусловленное резким возрастанием температуры на этих высотах.

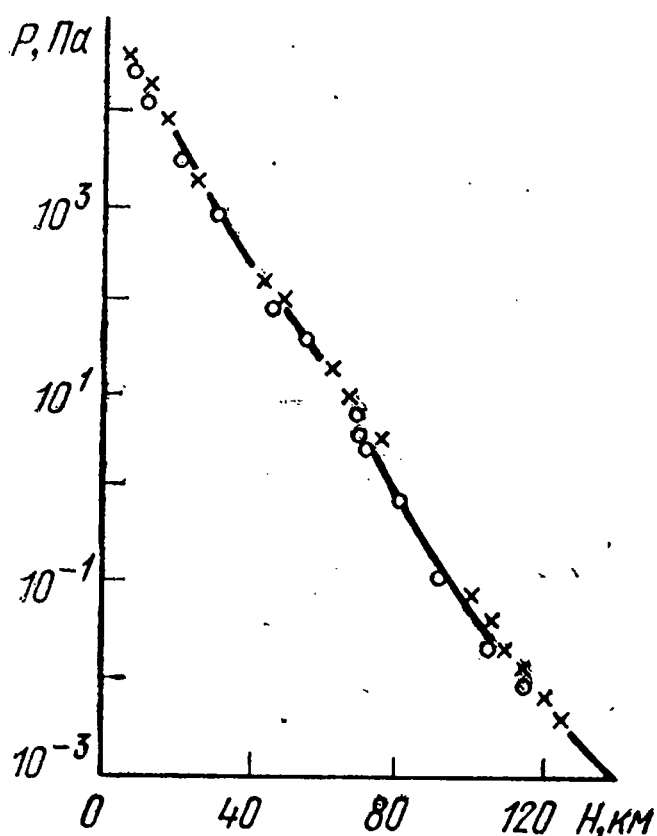


Рис. 1.7. Зависимость давления воздуха от высоты по наблюдениям на ракетах [60].

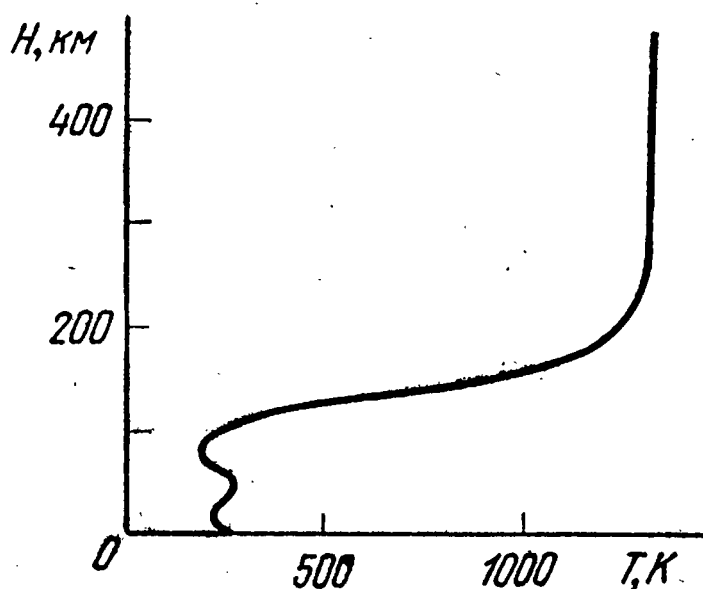


Рис. 1.8. Усредненная экспериментальная зависимость температуры воздуха от высоты по спутниковым и ракетным наблюдениям [64].

Температура атмосферы в отличие от давления меняется с высотой более сложным образом. На рис. 1.8 показан усредненный ход температуры с высотой в интервале высот от 0 до 500 км, полученный на основе ракетных и спутниковых измерений [64]. Анализ рисунка показывает, что в нейтросфере градиент температуры несколько раз меняет знак и обращается в нуль на высотах, превышающих 200 км. В наиболее существенной для рефракции области атмосферы — тропосфере — усредненную функциональную зависимость $T(H)$ можно аппроксимировать линейным или экспоненциальным законом.

Наиболее непостоянным параметром земной атмосферы является водяной пар. Его содержание меняется

от 0 до 4% от общего объема воздуха и сильно зависит от географического района, времени года и суток. Увлажненность воздуха наиболее часто характеризуется парциальным давлением водяного пара e (Па) или удельной влажностью S (г/кг), соответствующей количеству водяного пара в граммах в 1 г влажного воздуха. Эти две величины связаны между собой соотношением [74]

$$S = 0,622 e / (P - 0,378 e) \approx 0,622 e / P. \quad (1.43)$$

Основная масса водяного пара сосредоточена в тропосфере, в верхних слоях атмосферы содержание водяного пара не превышает 1% от его общей массы в воздухе. Для примера в табл. 1.2 приведено среднее распределение удельной влажности S по высоте в разное время года в районе г. Москвы [74]. Из таблицы следует, что уже на высотах, больших 8 км, удельная влажность становится меньше 0,5 г/кг во все сезоны года.

Таблица 1.2

Усредненная зависимость удельной влажности S (г/кг) от высоты в районе г. Москвы

Высота, км	Весна	Лето	Осень	Зима	Годовая влажность
0	3,9	8,9	4,6	1,9	4,8
0,5	3,8	8,5	4,5	1,8	4,6
1,0	3,4	7,3	4,1	1,9	4,2
1,5	2,9	6,3	3,6	1,8	3,6
2	2,5	5,2	3,2	1,7	3,1
3	1,8	3,8	2,3	1,2	2,3
4	1,3	2,7	1,6	0,8	1,6
5	0,8	1,8	1,1	0,6	1,1
6	0,6	1,1	0,7	—	—
7	0,5	0,7	0,6	—	—
8	—	0,5	—	—	—

Анализ многочисленных экспериментальных данных, проведенных М. С. Малкевичем, Ю. Б. Самсоновым и Л. И. Копровой [75], показал, что среднее распределение удельной влажности в тропосфере и стратосфере можно аппроксимировать экспоненциальными функциями вида

$$S(h) = S_0 \exp(-\alpha_0 h), \quad 0 \leq h \leq h_1, \\ S(h) = S_1 \exp[-\alpha_1 (h - h_1)], \quad h_1 \leq h \leq h_M, \quad (1.44)$$

где $h_1 = 8—15$ км — высота тропопаузы, а S_0 , α_0 и S_1 и α_1 лежат соответственно в пределах 1,6—17,5 г/кг, 0,42—0,84 км⁻¹, 0,002—0,05 г/кг и 0—0,31 км⁻¹.

Формулы (1.41)—(1.44) и рис. 1.8 позволяют сделать вывод, что парциальное давление водяного пара e , а вместе с ним и показатель преломления нейтросферы в среднем должны меняться по экспоненциальному закону. Экспериментальные исследования высотной зависимости показателя преломления нейтросферы, проведенные в последние годы [41, 52, 70], подтвердили экспоненциальное убывание n (и соответственно ε) с высотой практически во всех районах земного шара. Усредненная зависимость показателя преломления от высоты имеет следующий вид [41—43, 52, 76]:

$$n = 1 + \Delta n_0 \exp(-\beta h), \quad (1.45)$$

где $1 + \Delta n_0$ — показатель преломления воздуха у поверхности Земли; β — коэффициент, характеризующий скорость убывания n с высотой.

Величины Δn_0 и β зависят от географического района, времени суток и сезона. Обычно они лежат в пределах $\Delta n_0 = 240 \cdot 10^{-6} \div 380 \cdot 10^{-6}$ и $\beta = 0,10 \div 0,14$ 1/км. Для большинства районов земного шара была обнаружена связь между величинами Δn_0 и β . Так, например, в [42] эта связь определялась соотношением

$$\beta = \frac{7,32 \cdot 10^{-6}}{\Delta n_0} \exp(5,577 \cdot 10^3 \cdot \Delta n_0) \frac{1}{\text{км}}. \quad (1.46)$$

М. А. Колосовым в 1955 г. была предложена биэкспоненциальная модель нейтросферы. Усредненная зависимость диэлектрической проницаемости нейтросферы от высоты аппроксимировалась законом

$$\varepsilon = 1 + \exp[-A(B + h)], \quad (1.47)$$

где A и B определялись из следующих соображений. Для тропосферы (слой 0—10 км) при $h=0$ ε_0 меняется в пределах 1,000585—1,000749 в зависимости от времени суток, сезона и географического района. На верхней границе тропосферы ($h=10$ км) $\varepsilon_{10} = 1,000186$, что соответствует опытным данным. При $\varepsilon_0 = 1,000585$ $A = 0,1146$ и $B = 64,963$, при $\varepsilon = 1,000749$ $A = 0,1393$ и $B = 51,666$.

Для высот больше 10 км (стратосфера) соотношение (1.47) не зависит от метеоусловий. Параметры A и B в этом случае определяются из условий $\varepsilon_{10\text{км}} = 1,000186$ и $\varepsilon_{45\text{км}} = 1,000001$ и соответственно равны: $A = 0,1493$, $B = 47,531$.

Рассмотрим теперь изменения электронной концентрации ионосферы с высотой. Экспериментальные зависимости усредненной электронной концентрации от высоты для дневных и ночных условий показаны на рис. 1.1 и 1.2. В нижней части ионосферы (в области ниже максимума слоя F_2) экспериментальные зависимости $N_{\varepsilon}(h)$ обычно аппроксимируют параболическими или бипараболическими функциями [37, 62]:

$$N_{\varepsilon i}(r) = N_{\varepsilon i m} \left[2 \frac{r - r_{ni}}{y_{mi}} - \left(\frac{r - r_{ni}}{y_{mi}} \right)^2 \right]^q, \quad (1.48)$$

где $r = a + h$, a — радиус Земли, h — высота текущей точки в ионосфере над поверхностью Земли; $N_{\varepsilon i m}$ — максимальная электронная концентрация в i -м слое (слои D , E , F_1 , F_2); r_{ni} — координата начала i -го слоя; y_{mi} — полутолщина i -го слоя; $q = 1, 2, 3, \dots$. Величина q выбирается в зависимости от модели слоя: $q = 1$ соответствует параболическому слою, $q = 2$ — бипараболическому и т. д.

В верхней ионосфере, лежащей выше максимума электронной концентрации, зависимость N_{ε} от высоты аппроксимируется экспоненциальной функцией [61]

$$N_{\varepsilon}(r) = N_{\varepsilon F_2 m} \exp[-\beta_{\varepsilon}(r - r_{mF_2})], \quad (1.49)$$

где $N_{\varepsilon F_2 m}$ — электронная концентрация в максимуме слоя F_2 ; β_{ε} — коэффициент, определяющий скорость уменьшения электронной концентрации в верхней ионосфере с высотой; r_{mF_2} — высота максимума слоя F_2 .

Формулы (1.48), (1.49) позволяют представить выражение для показателя преломления ионосферы (1.37) в виде

$$n(r) = \sqrt{1 - \frac{80,8 \cdot N_{\varepsilon i}(r)}{f^2}}, \quad (1.50)$$

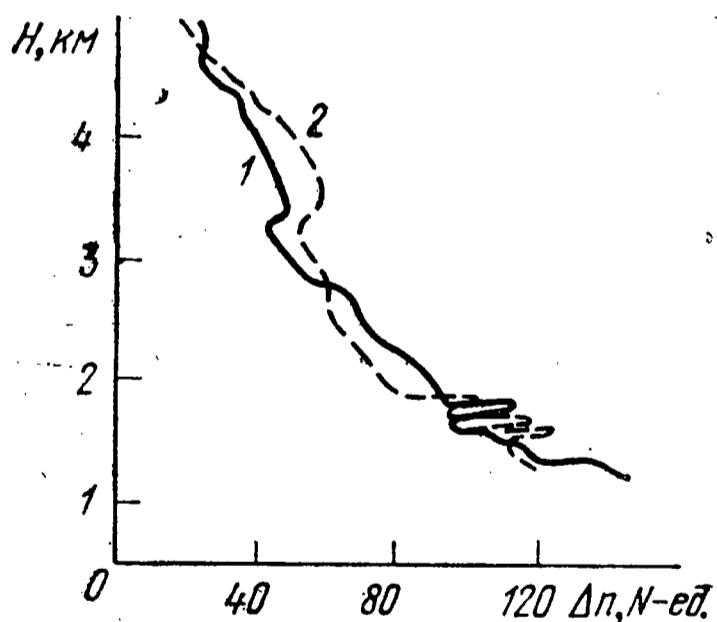
где $N_{\varepsilon i}(r)$ для нижней ионосферы определяется соотношением (1.48), а для верхней ионосферы — соотношением (1.49).

Формула (1.50) часто применяется для расчета траекторий распространения электромагнитных волн в ионосфере.

До сих пор мы рассматривали только усредненные вертикальные изменения P , T , e , N_e и соответственно показателя преломления нейтросферы и ионосферы с высотой. Однако в реальных условиях атмосфера всегда находится в непрерывном горизонтальном и вертикальном движении (атмосферная циркуляция, конвективные потоки, облака, ветер и т. д.), что приводит к отклонениям показателя преломления атмосферы от усредненных высотных профилей, к появлению слоистых и турбулентных неоднородностей показателя преломления.

Эти атмосферные неоднородности можно обнаружить с помощью специальных приборов — радиорефрактометров [41], поднимаемых на большие высоты самолетами или аэростатами. На рис. 1.9 приведен пример высотного зондирования тропосферы самолетным рефрактометром 20 апреля 1960 г. [41]. Зондирование проводилось над центральным районом Европейской территории СССР.

Рис. 1.9. Зависимость показателя преломления воздуха от высоты, полученная с помощью самолетного рефрактометра во время подъема (кривая 1) и спуска (кривая 2) 20 апреля 1960 г.



Анализ рисунка показывает, что на плавную кривую уменьшения показателя преломления с высотой накладываются резкие отклонения n от среднего значения на данной высоте, которые могут достигать (30—40) N -единиц. Эти отклонения показателя преломления от среднего профиля принято называть слоистыми неоднородностями. Эти слои имеют ограниченные размеры как по горизонтали, так и по вертикали и обычно перемещаются в атмосфере со скоростью ветра. Кроме слоистых

стых неоднородностей в атмосфере всегда имеют место флуктуации показателя преломления, обусловленные турбулентным и направленным движением воздуха. Флуктуации показателя преломления в атмосфере обычно описываются статистическими законами. Для однородной изотропной атмосферы турбулентные флуктуации показателя преломления характеризуются структурной функцией вида

$$D_n(r_\phi) = \begin{cases} c_n^2 r_\phi^{2/3} & \text{при } r \gg \lambda_0, \\ c_n^2 \lambda_0^{2/3} \frac{r_\phi^2}{\lambda_0^2} & \text{при } r \ll \lambda_0, \end{cases} \quad (1.51)$$

где c_n^2 — структурная постоянная, зависящая от высоты и погодных условий. В приземных воздушных массах c_n^2 меняется в пределах $5 \cdot 10^{-19} — 5 \cdot 10^{-16} \text{ см}^{-2/3}$; r_ϕ — расстояние между двумя точками, в которых рассматриваются флуктуации n ; λ_0 — внутренний масштаб флуктуаций n , равный 1—2 мм.

1.4. Электрическая модель земной атмосферы

Проведенные в последние годы с помощью самолетных рефрактометров, ракет и ИСЗ экспериментальные исследования электрических параметров нейтросферы и ионосферы позволяют создать электрическую модель атмосферы, достаточно близкую к действительности [37, 41, 43]. В соответствии с этой моделью коэффициент преломления атмосферы характеризуется тремя элементами: средним профилем $n(h)$ (сплошная кривая на рис. 1.10), слоистыми неоднородностями $n(h)$ (штриховая кривая на рис. 1.10) и турбулентными флуктуациями $n(\vec{r})$.

Средний коэффициент преломления нейтросферы и ионосферы определяется формулами (1.45), (1.48), (1.49) и (1.50). Параметры Δn_0 и β , входящие в формулу (1.45), зависят от географического района, времени суток и сезона.

В табл. 1.3 показана зависимость β от Δn_0 , охватывающая возможные суточные и сезонные изменения Δn_0 как в оптическом, так и в радиодиапазонах.

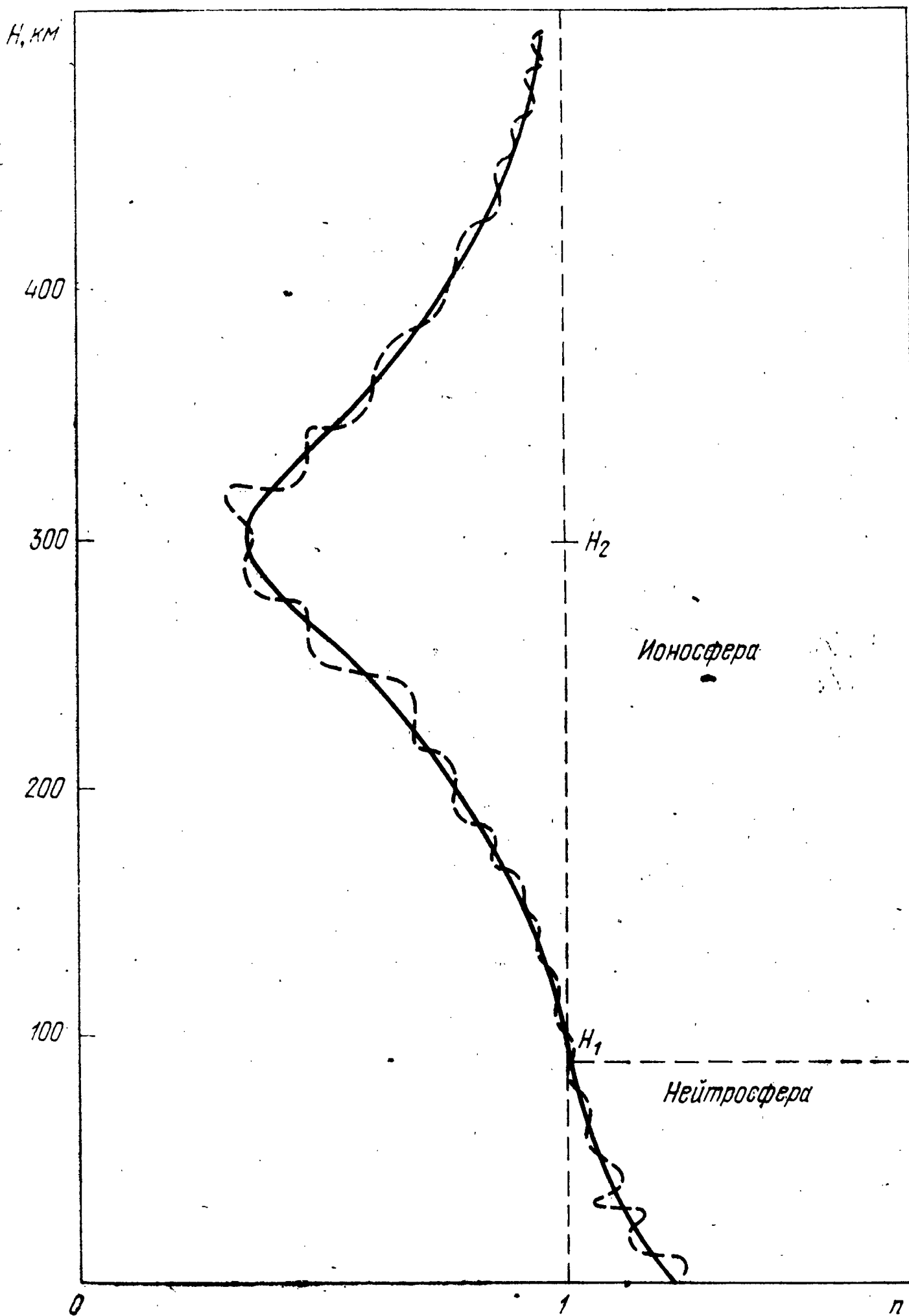


Рис. 1.10. Зависимость показателя преломления атмосферы от высоты:

— — — — — средний профиль n ; - - - - - слоистые неоднородности n .

Суточные и сезонные изменения Δn_0 и β
в оптическом и в радиодиапазоне

$\Delta n_0 \cdot 10^6$	239,5	263,5	292,5	328,5	374,5
β . 1/км	0,0944	0,1038	0,1146	0,1262	0,1393

Параметры, входящие в формулы (1.48), (1.49) и (1.50) ($N_{эм}$, y_m , r_m и т. д.), сильно зависят от географического района, солнечной активности, времени суток и сезона.

В области D : $N_{эмD} \approx 10^3$ эл/см³, $r_{mD} \approx 80$ км, $y_{mD} \approx 10$ км. В области E : $N_{эмE} = 10^5 - 1,5 \cdot 10^5$ эл/см³, $r_{mE} = 100$ км, $y_{mE} \approx 20$ км. В области F_1 : $N_{эмF_1} = 2,5 \times 10^5 - 4 \cdot 10^5$ эл/см³, $r_{mF_1} = 170$ км, $y_{mF_1} = 30$ км. В области F_2 : $N_{эмF_2} = 10^6 - 2 \cdot 10^6$ эл/см³, $r_{mF_2} = 200 - 400$ км, $y_{mF_2} = 150 - 200$ км. Параметр β_n , входящий в формулу (1.48), в среднем равен $6 \cdot 10^{-3}$ км⁻¹ и может меняться на 30% в большую и меньшую сторону [37].

Второй важной характеристикой электрической модели атмосферы являются слоистые неоднородности (слои). Слоистые неоднородности, определяемые как отклонения n от среднего профиля, существуют в атмосфере практически всегда [41, 43, 62]. Они являются ответственными за существование горизонтальных неоднородностей атмосферы на различных высотах.

Диэлектрические слои в атмосфере можно охарактеризовать пятью параметрами: формой, горизонтальными и вертикальными размерами, высотой расположения над поверхностью Земли, величиной отклонения коэффициента преломления в слое от среднего на данной высоте значения, скоростью движения и временем существования. Форма, горизонтальные размеры и толщина слоев бывают самыми разнообразными, однако большей частью встречаются сплюснутые по вертикали эллипсоидальные слои толщиной от нескольких единиц до нескольких сотен метров в нейтросфере и от десятков метров до единиц километров в ионосфере. Горизонтальные размеры слоев лежат в пределах от сотен метров до сотен километров. Высота расположения слоев также меняется в широких пределах, причем наиболее часто слои встречаются в интервале высот 0—2 км в

тропосфере и высотах 250—350 км в ионосфере. В соответствии с [41], число слоев в интервале высот 0—1 км равно 4—5, а в интервале высот 4—5 км равно 1—2.

Величина отклонения коэффициента преломления в слое от среднего на данной высоте значения $\delta n_c = n_c - n_{пр}$, называемая интенсивностью слоя, меняется от 20 N -единиц в интервале высот 0—1 км до (2—3) N -единиц в интервале высот 4—5 км. Важно отметить, что наибольшее количество слоев со значительной интенсивностью ($\delta n_c = (10—20) N$ -единиц) встречается в интервале высот 0—1 км. По мере роста высоты число слоев и их интенсивность в тропосфере уменьшается. В ионосфере интенсивность слоев меняется в пределах (20—40) N -единиц.

Скорость движения слоистых неоднородностей в нейтросфере составляет 2—30 м/с, а в ионосфере возрастает до 50—200 м/с с наиболее вероятным значением ≈ 100 м/с. Время жизни слоистых неоднородностей меняется от нескольких секунд и минут до нескольких часов и суток.

Наконец, третьей характеристикой электрической модели атмосферы являются турбулентные флуктуации коэффициента преломления воздуха, которые определяются интенсивностью Δn^2 и масштабом l_0 . Интенсивность флуктуаций Δn^2 меняется в тропосфере от 10^{-16} до 10^{-11} и слабо зависит от высоты над поверхностью Земли [41]. Масштабы турбулентных неоднородностей l_0 лежат в пределах 1 см — 500 м. Аналогичные величины интенсивностей флуктуаций и их масштабов имеют место в ионосфере [62].

Глава 2

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РЕФРАКЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В АТМОСФЕРЕ ЗЕМЛИ

2.1. Решение уравнений Максвелла в неоднородной атмосфере методом геометрической оптики

Система уравнений Максвелла, описывающая гармонические электромагнитные процессы в атмосфере, имеет вид

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= i \omega \varepsilon_a \vec{E}, \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -i \omega \mu_a \vec{H}, \\ \operatorname{div} \varepsilon_a \vec{E} &= 0, \operatorname{div} \mu_a \vec{H} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

Мы считаем, что в атмосфере Земли $\mu = \mu_a / \mu_0 = 1$, а ε_0 (абсолютное значение) является функцией координат и $\varepsilon_a = \varepsilon \cdot \varepsilon_0$, где ε и μ — относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости; ε_0 и μ_0 — диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума.

Будем искать решения системы (2.1) в виде

$$\vec{E} = \vec{E}_A \exp(-i k_0 \varphi) \text{ и } \vec{H} = \vec{H}_A \exp(-i k_0 \varphi), \quad (2.2)$$

где \vec{E}_A и \vec{H}_A — медленно меняющиеся на длине волны комплексные амплитуды полей \vec{E} и \vec{H} ; φ — медленно меняющаяся на длине волны фаза векторов \vec{E} и \vec{H} ; $k_0 = 2\pi/\lambda$ — волновое число.

Подставив (2.2) в систему уравнений (2.1), получим соотношения

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H}_A - i k_0 [\nabla \varphi \vec{H}_A] &= i \varepsilon \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} k_0 \vec{E}_A, \\ \operatorname{rot} \vec{E}_A - i k_0 [\nabla \varphi \vec{E}_A] &= -i \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} k_0 \vec{H}_A, \\ \nabla \varepsilon \vec{E}_A - i \varepsilon k_0 \nabla \varphi \vec{E}_A + \varepsilon \operatorname{div} \vec{E}_A &= 0, \\ -i k_0 \nabla \varphi \vec{H}_A + \operatorname{div} \vec{H}_A &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

Будем считать, что амплитуды \vec{E}_A и \vec{H}_A представлены в виде разложений по обратным степеням волнового числа k_0 :

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}_A &= \vec{E}_0 + \frac{1}{k_0} \vec{E}_1 + \frac{1}{k_0^2} \vec{E}_2 + \dots, \\ \vec{H}_A &= \vec{H}_0 + \frac{1}{k_0} \vec{H}_1 + \frac{1}{k_0^2} \vec{H}_2 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

Подставим эти выражения в уравнения (2.3) и, приравняв слагаемые при одинаковых степенях k_0 , получим

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{\epsilon_0/\mu_0} \epsilon \vec{E}_0 &= -[\nabla \varphi \vec{H}_0]; & \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} \vec{H}_0 &= [\nabla \varphi \vec{E}_0]; \\ \nabla \varphi \vec{E}_0 &= 0; & \nabla \varphi \vec{H}_0 &= 0; \end{aligned} \right\} (2.5)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{rot } \vec{H}_0 - i[\nabla \varphi \vec{H}_1] &= i\epsilon \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \vec{E}_1, \\ \text{rot } \vec{E}_0 - i[\nabla \varphi \vec{E}_1] &= -i \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \vec{H}_1, \\ \text{div} (\epsilon \vec{E}_0) &= i\epsilon (\vec{E}_1 \nabla \varphi), \\ \text{div } \vec{H}_0 &= i(\vec{H}_1 \nabla \varphi); \end{aligned} \right\} (2.6)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{rot } \vec{H}_1 - i[\nabla \varphi \vec{H}_2] &= i\epsilon \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \vec{E}_2, \\ \text{rot } \vec{E}_1 - i[\nabla \varphi \vec{E}_2] &= -i \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \vec{H}_2, \\ \text{div} (\epsilon \vec{E}_1) &= i\epsilon (\nabla \varphi \vec{E}_2), \\ \text{div } \vec{H}_1 &= i(\nabla \varphi \vec{H}_2) \end{aligned} \right\} (2.7)$$

и т. д.

Решая систему (2.5) относительно E_0 , имеем

$$[\nabla \varphi [\nabla \varphi \cdot \vec{E}_0]] = -\epsilon \vec{E}_0, \quad (2.8)$$

или

$$(\nabla \varphi)^2 \vec{E}_0 = \epsilon \vec{E}_0, \quad (\nabla \varphi)^2 = n^2 \text{ и } |\nabla \varphi| = n. \quad (2.9)$$

Соотношение (2.9) называется уравнением эйконала. Оно описывает изменение фазы волны вдоль направления распространения электромагнитной волны (вдоль луча).

Умножим соотношение (2.9) на единичный вектор $\vec{\tau}$, направленный по касательной к лучу по направлению возрастания фазы φ :

$$\vec{\tau} |\nabla \varphi| = \vec{\tau} n \text{ или } \nabla \varphi = \vec{\tau} n. \quad (2.10)$$

Уравнения (2.9) и (2.10) описывают в приближении геометрической оптики изменение фазы волны в неоднородной среде.

Для определения амплитуды волны \vec{E}_A воспользуемся соотношениями (2.3). Исключив из них амплитуду магнитного вектора \vec{H}_A и учитывая (2.10), получим уравнение

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{E}_A - i k_0 \operatorname{rot} [\vec{\tau} n \vec{E}_A] - i k_0 [n \vec{\tau} \operatorname{rot} \vec{E}_A] = \\ = - (i k_0 / n) \operatorname{div} (n^2 \vec{E}_A) \vec{\tau}, \end{aligned} \quad (2.11)$$

которое в приближении геометрической оптики принимает вид

$$\operatorname{rot} [n \vec{\tau} \vec{E}_A] + [n \vec{\tau} \operatorname{rot} \vec{E}_A] = \frac{1}{n} \operatorname{div} (n^2 \vec{E}_A) \vec{\tau}. \quad (2.12)$$

Для амплитуды магнитного поля получается аналогичное соотношение

$$\operatorname{rot} [\vec{\tau} \vec{H}_A] + \left[n \vec{\tau} \operatorname{rot} \frac{\vec{H}_A}{n} \right] = \frac{1}{n} \operatorname{div} (n \vec{H}_A) \vec{\tau}. \quad (2.13)$$

С помощью векторных преобразований уравнения (2.12) и (2.13) можно упростить и привести к виду

$$\left. \begin{aligned} 2 (\vec{E}_A \nabla n) \vec{\tau} + \vec{E}_A \Delta \varphi + 2n \frac{\partial \vec{E}_A}{\partial \tau} = 0, \\ 2 \left(\frac{\vec{H}_A}{n} \nabla n \right) \vec{\tau} + \frac{\Delta \varphi}{n} \vec{H}_A + 2n \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{\vec{H}_A}{n} \right) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.14)$$

Уравнения (2.14) выражают закон сохранения электромагнитной энергии вдоль лучевой трубки.

Соотношения (2.5), (2.10) и (2.14) являются полной системой уравнений геометрической оптики. Подробный анализ метода геометрической оптики, границ его применимости и его обобщений содержится в работе Ю. А. Кравцова [79]. Следуя [79], введем T и L — характерные масштабы изменения ε по пространству r и времени t , а также $\bar{\tau}_0$ и $\bar{\lambda}$ — средний период и сред-

нюю длину волны электромагнитного поля. Тогда для применимости метода геометрической оптики в недиспергирующих средах требуется выполнение следующих неравенств:

$$T \gg \bar{\tau}_0 \text{ и } L \gg \bar{\lambda}. \quad (2.15)$$

Для диспергирующих сред неравенства (2.15) принимают вид

$$T \gg \tau_0 \text{ и } L \gg \lambda_0, \quad (2.16)$$

где τ_0 и λ_0 — масштабы изменения ϵ по разностным переменным $t \rightarrow t'$ и $\vec{r} \rightarrow \vec{r}'$, характеризующие частотную и пространственную дисперсии.

Неравенства (2.15) и (2.16) являются необходимыми условиями применимости метода геометрической оптики в нестационарных и неоднородных диспергирующих средах. Эти неравенства требуют, чтобы среда была слабо нестационарной и слабо неоднородной, а волна — почти плоской и почти монохроматической.

2.2. Применение метода геометрической оптики для расчета траектории электромагнитных волн в неоднородной атмосфере

Выведем уравнение траектории электромагнитной волны, распространяющейся в неоднородной среде. Для этого продифференцируем соотношение (2.10) по S , где S — расстояние вдоль траектории луча:

$$\frac{\partial}{\partial S} (\nabla \varphi) = \frac{\partial}{\partial S} (\vec{\tau} n). \quad (2.17)$$

С учетом формулы для производной вектора вдоль кривой имеем для левой части (2.17) равенство

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial S} (\nabla \varphi) &= (\vec{\tau} \nabla) \nabla \varphi = \left(\tau_x \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \tau_y \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \partial x} + \tau_z \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z \partial x} \right) \vec{i} + \\ &+ \left(\tau_x \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} + \tau_y \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \tau_z \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z \partial y} \right) \vec{j} + \\ &+ \left(\tau_x \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial z} + \tau_y \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \partial z} + \tau_z \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right) \vec{k}, \end{aligned}$$

которое с помощью (2.10) может быть представлено следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial s} (\nabla \varphi) = & \frac{1}{2n} \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right] \vec{i} + \\ & + \frac{1}{2n} \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right] \vec{j} + \frac{1}{2n} \frac{\partial}{\partial z} \times \\ & \times \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right] \vec{k} = \frac{\partial n}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial n}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial n}{\partial z} \vec{k}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Окончательно получаем уравнение луча для общего случая произвольной зависимости n от координат в виде

$$\nabla n = \frac{\partial}{\partial s} (\vec{\tau} n). \quad (2.19)$$

В частном случае, когда показатель преломления атмосферы n зависит только от высоты над поверхностью Земли, ∇n направлен по радиусу \vec{r} , проведенному из центра Земли, и (2.19) можно представить так:

$$\left[\vec{r} \frac{\partial}{\partial s} (\vec{\tau} n) \right] = 0. \quad (2.20)$$

С помощью формул векторного анализа (2.20) можно записать в виде

$$\left[\vec{r} \frac{\partial}{\partial s} (\vec{\tau} n) \right] = \frac{\partial}{\partial s} [\vec{r} n \vec{\tau}] - \left[\frac{\partial \vec{r}}{\partial s}, n \vec{\tau} \right] \quad (2.21)$$

и, учитывая параллельность \vec{r} и $\frac{\partial \vec{r}}{\partial s}$ и $\vec{\tau}$, окончательно записать так:

$$\frac{\partial}{\partial s} [\vec{r} n \vec{\tau}] = 0. \quad (2.22)$$

Последнее равенство показывает, что траектория луча в сферически слоистой атмосфере определяется уравнением

$$n r \sin z = \text{const}, \quad (2.23)$$

где z — угол между радиусом-вектором \vec{r} и единичным касательным вектором $\vec{\tau}$.

На поверхности Земли имеем $n=n_0$; $r=a$; $z=z_0$ и (2.23) принимает вид

$$n r \sin z = n_0 a \sin z_0, \quad (2.24)$$

где z_0 — видимый зенитный угол прихода электромагнитной волны от источника, расположенного в атмосфере или за ее пределами.

2.3. Применение принципа Ферма для определения уравнения траектории луча в неоднородной атмосфере

Принцип минимального времени распространения света между точками A и B (рис. 2.1) был опубликован П. Ферма в 1662 г. [82]. В настоящее время этот принцип формулируется следующим образом: электромагнитная радиация распространяется в неоднородной среде между точками A и B по пути, определяемому экстремальным (минимальным) временем T . Математически этот принцип записывается в таком виде:

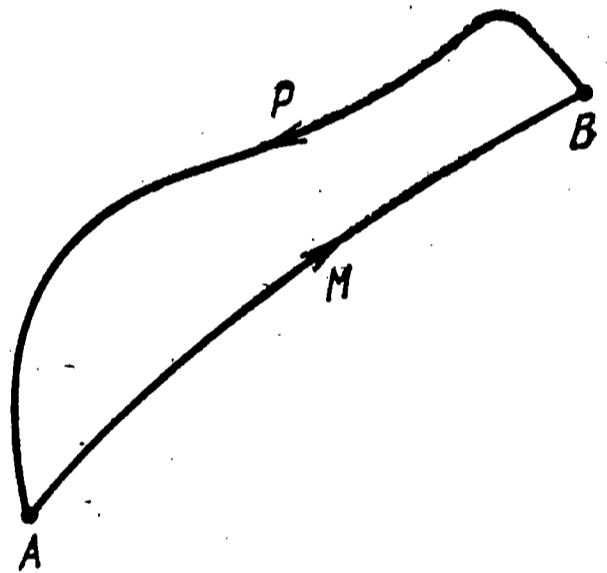


Рис. 2.1. Вид контура интегрирования.

$$\delta T = \delta \int_A^B \frac{dl}{v} = 0$$

или

$$\delta T = \delta \frac{1}{c} \int_A^B n dl = 0, \quad (2.25)$$

где δT — вариация времени; v и c — скорости электромагнитных волн в среде и в вакууме; n — показатель

преломления среды; dl — элемент траектории волны в среде.

Принцип Ферма можно получить из уравнений геометрической оптики. Для этого возьмем rot от обеих частей уравнения эйконала (2.10):

$$\text{rot}(\vec{\tau} n) = \text{rot} \nabla \varphi = 0. \quad (2.26)$$

Из (2.26) следует, что векторное поле $n\vec{\tau}$ безвихревое и, следовательно, интеграл по любому замкнутому контуру от $n\vec{\tau}$ равен нулю, т. е.

$$\oint_L (\vec{\tau} n) d\vec{l} = 0. \quad (2.27)$$

Выберем контур L так, чтобы одна его часть (AMB) (рис. 2.1) проходила по траектории луча, а другая (APB) — вне траектории. Тогда (2.27) можно представить в виде

$$\int_{AMB} (n \vec{\tau}) d\vec{l} = \int_{APB} (n \vec{\tau}) d\vec{l}. \quad (2.28)$$

Так как часть контура L совпадает с траекторией луча, то на линии AMB имеет место соотношение $\vec{\tau} d\vec{l} = dl$. В то же время на линии APB $\vec{\tau} d\vec{l} = dl \cos(\vec{\tau}, d\vec{l})$.

Следовательно, имеет место соотношение

$$\int_{AMB} n dl < \int_{APB} n dl$$

при любой кривой APB , не совпадающей с лучом AMB . Это означает, что

$$\int_{AMB} n dl = \min, \quad (2.29)$$

т. е. на траектории луча, соединяющего точки A и B , оптическая длина пути минимальна.

Представим интеграл в (2.29) в виде

$$\int_{AMB} n dl = c \int_{AMB} \frac{dl}{v}, \quad (2.30)$$

где c — скорость света, а v — скорость распространения электромагнитной волны в среде.

Интеграл в правой части (2.30) представляет собой время распространения электромагнитной волны в среде вдоль траектории луча между точками A и B . Следовательно,

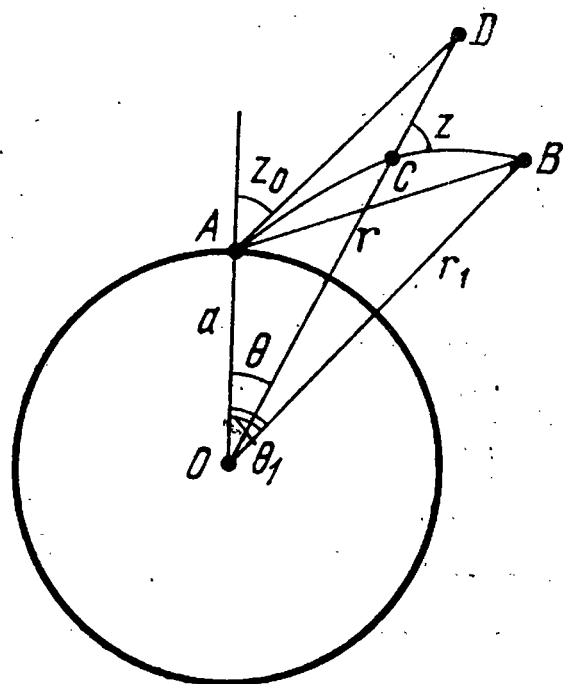
$$T = \int_{AMB} \frac{dl}{v} = \min, \quad (2.31)$$

что соответствует соотношению (2.25).

Применим принцип Ферма для определения уравнения траектории луча в неоднородной сферической слоистой среде. Тогда согласно рис. 2.2

$$dl = \sqrt{(dr/d\theta)^2 + r^2} d\theta. \quad (2.32)$$

Рис. 2.2. К выводу уравнения траектории луча с помощью принципа Ферма: ABC — траектория луча; $OA = a$ — радиус Земли.



Так как среда неоднородна, то скорость распространения электромагнитных волн будет зависеть от r и соотношение (2.31) с учетом (2.32) примет вид

$$T(r) = \int_0^{\theta_1} \frac{\sqrt{r^2 + (dr/d\theta)^2}}{v(r)} d\theta = \min, \quad (2.33)$$

где $T(r)$ — функционал, зависящий от вида функции $r(\theta)$.

Согласно принципам вариационного исчисления [80], дифференциальное уравнение, которому должна удовлетворять функция $r(\theta)$, чтобы функционал $T(r)$ был минимальным, имеет вид

$$f - r' f_{r'} = c_k, \quad (2.34)$$

где f — непрерывная функция, стоящая под знаком интеграла в (2.33), а c_k — произвольная постоянная, зависящая от начальных условий.

Подставляя в (2.34) подынтегральное выражение (2.33) и учитывая связь между $v(r)$ и $n(r)$, получаем уравнение траектории луча в виде

$$\frac{dr}{d\theta} = r \sqrt{\frac{r^2 n^2(r)}{c_k^2} - 1}. \quad (2.35)$$

Так как в любой точке траектории луча имеет место соотношение

$$\operatorname{ctg} z = r' / r, \quad (2.36)$$

то из (2.35) можно определить произвольную постоянную и записать уравнение траектории луча следующим образом:

$$r n \sin z = a n_0 \sin z_0. \quad (2.37)$$

Естественно, что формула (2.37) тождественна соотношению (2.24), полученному из уравнения эйконала (2.10).

Применим теперь принцип Ферма для определения траектории электромагнитной волны в трехмерно-неоднородной атмосфере [36]. В соответствии с этим принципом мы должны потребовать минимума времени распространения T электромагнитной волны между точками A и B , что эквивалентно условию

$$\delta T = \delta \frac{1}{c} \int_A^B n dl = 0. \quad (2.38)$$

В (2.38) показатель преломления среды и элемент длины траектории являются функциями трех координат. Наиболее удобной при выводе уравнения траектории волны в трехмерно-неоднородной среде является специальная сферическая система координат (r, θ, X) , впервые введенная Я. Л. Альпертом в работе [36]. Эта система выбирается следующим образом. На поверхности сферы радиусом R_0 в точке A располагается приемник, а в точке C — излучатель (рис. 2.3). Проводится плоскость S_1 через точки A, C, O и плоскость S_2 — через точки O и C , перпендикулярно S_1 . Траектория волны l

проектируется сферически на плоскости S_1 и S_2 . Система координат (r, θ, χ) выбирается таким образом, чтобы текущая точка траектории волны характеризовалась радиусом r и углами θ и χ , определяемыми из рис. 2.3.

В этой системе координат элемент длины траектории выражается формулой

$$dl = dr \sqrt{1 + \left(\frac{r d\theta}{dr}\right)^2 + \left(\frac{r d\chi}{dr}\right)^2}, \quad (2.39)$$

причем

$$r d\theta / dr = \operatorname{tg} z \quad \text{и} \quad r d\chi / dr = \operatorname{tg} \psi. \quad (2.40)$$

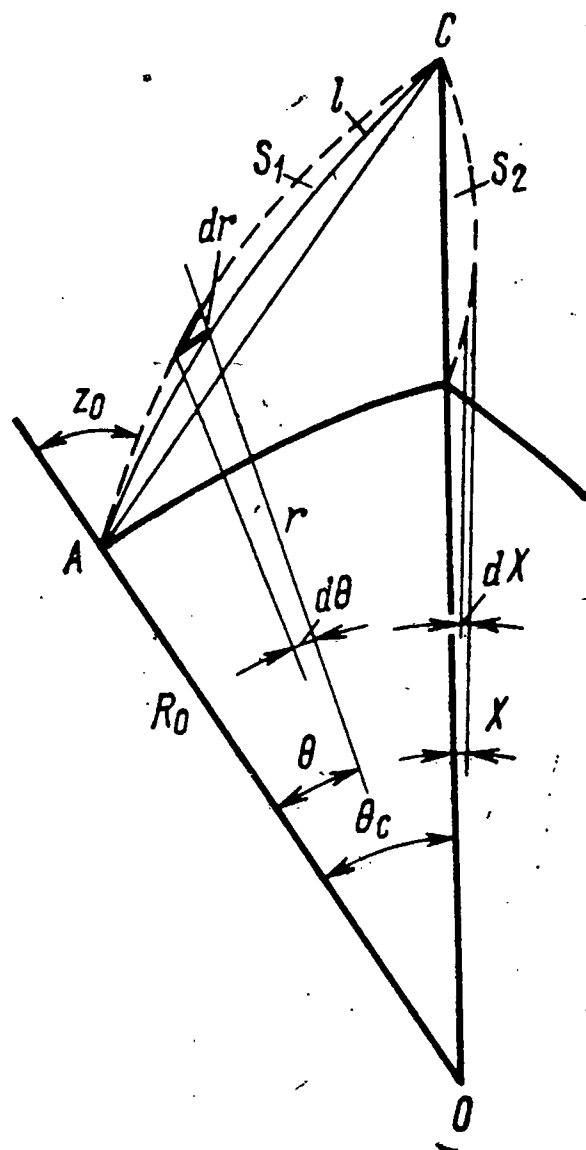


Рис. 2.3. Геометрические соотношения при выводе уравнения траектории волны в трехмерно-неоднородной среде.

Соотношение (2.39) позволяет представить условие (2.38) в виде

$$\delta T = \delta \frac{1}{c} \int_A^B n(r, \theta, \chi) \sqrt{1 + \left(\frac{r d\theta}{dr}\right)^2 + \left(\frac{r d\chi}{dr}\right)^2} dr = 0. \quad (2.41)$$

Интеграл (2.41) достигает минимального значения при условии, что подынтегральная функция F удовлетворяет двум дифференциальным уравнениям Лагранжа—Эйлера

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{\partial F}{\partial \theta'} \right) - \frac{\partial F}{\partial \theta} = 0; \quad \frac{d}{dr} \left(\frac{\partial F}{\partial \chi'} \right) - \frac{\partial F}{\partial \chi} = 0, \quad (2.42)$$

где $\theta' = d\theta/dr$ и $\chi' = d\chi/dr$.

Интегрируя уравнения (2.42) вдоль траектории волны от R_0 до r и учитывая соотношения (2.40), получаем обобщенный закон преломления в трехмерно-неоднородной среде в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{n r \operatorname{tg} z}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 z + \operatorname{tg}^2 \psi}} - \frac{n_0 R_0 \operatorname{tg} z_0}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 z_0 + \operatorname{tg}^2 \psi_0}} &= \int_{R_0}^r \frac{\partial n}{\partial \theta} dl, \\ \frac{n r \operatorname{tg} \psi}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 z + \operatorname{tg}^2 \psi}} - \frac{n_0 R_0 \operatorname{tg} \psi_0}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 z_0 + \operatorname{tg}^2 \psi_0}} &= \int_{R_0}^r \frac{\partial n}{\partial \chi} dl, \end{aligned} \right\} \quad (2.43)$$

где величины с индексом «0» соответствуют точке наблюдения.

Если среда двумерно-неоднородная с показателем преломления, зависящим от r и θ , то $\partial n / \partial \chi = 0$, $\operatorname{tg} \psi = 0$ и обобщенный закон преломления определяется одним уравнением

$$n r \sin z - n_0 R_0 \sin z_0 = \int_{R_0}^r \frac{\partial n}{\partial \theta} \sec z dr. \quad (2.44)$$

Наконец, для одномерно-неоднородной среды с показателем преломления, зависящим только от r , соотношение (2.44) превращается в обычный закон преломления для сферически-слоистой атмосферы:

$$n r \sin z = n_0 R_0 \sin z_0. \quad (2.45)$$

2.4. Радиус кривизны траектории луча

Радиус кривизны траектории луча в некоторой точке M (рис. 2.4) определяется из соотношения

$$\rho = \lim_{\Delta \gamma \rightarrow 0} \frac{\Delta l}{\Delta \gamma}. \quad (2.46)$$

Из рис. 2.4 следует, что

$$\Delta l = r \Delta \theta / \sin z \text{ и } \Delta \gamma = \Delta z + \Delta \theta. \quad (2.47)$$

Подстановка соотношений (2.47) в (2.46) позволяет написать равенство

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\sin z}{r} \left(\frac{dz}{d\theta} + 1 \right). \quad (2.48)$$

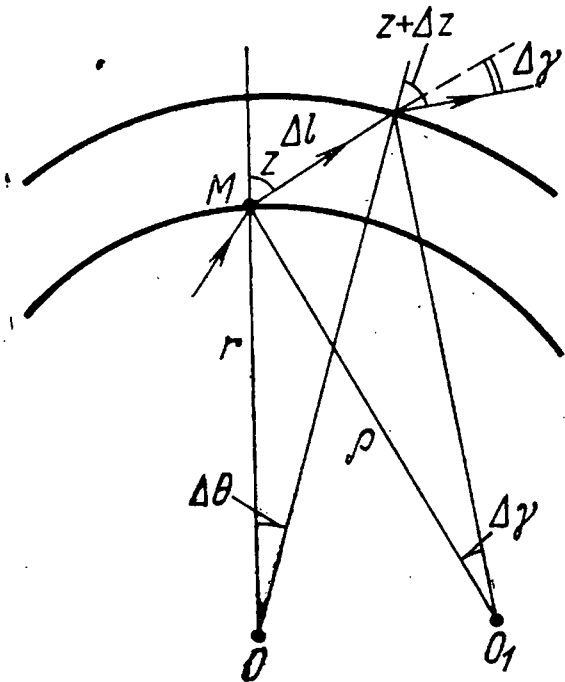


Рис. 2.4. Геометрические соотношения при определении радиуса кривизны траектории луча.

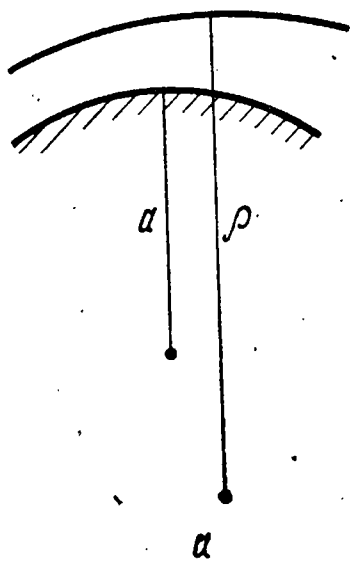


Рис. 2.5. К определению «эквивалентного радиуса» Земли.

Производную $dz/d\theta$ можно определить из уравнения луча (2.37):

$$\frac{dz}{d\theta} = - \frac{\operatorname{tg} z}{nr} \frac{dr}{d\theta} \left(\frac{dn}{dr} r + n \right), \quad (2.49)$$

которая с учетом (2.36) принимает вид

$$\frac{dz}{d\theta} = - \frac{dn}{dr} \frac{r}{n} - 1. \quad (2.50)$$

Подставляя (2.50) в (2.48), для радиуса кривизны луча получаем формулу

$$\rho = - n / \sin z (dn/dr). \quad (2.51)$$

Выражение (2.51) можно упростить при распространении электромагнитных волн в пределах нейтросферы. В этом случае $n \approx 1$, $\sin z \approx \sin z_0$ и (2.51) принимает вид

$$\rho = - 1 / \sin z_0 (dn/dr). \quad (2.52)$$

Если видимый зенитный угол z_0 близок к $\pi/2$, то радиус кривизны траектории луча определяется только градиентом показателя преломления

$$\rho = -1/(dn/dr). \quad (2.53)$$

Для стандартной атмосферы $dn/dr = -4 \cdot 10^{-8} \text{ м}^{-1}$ и радиус кривизны луча равен 25 000 км.

2.5. Эквивалентный радиус Земли и модифицированный показатель преломления воздуха

Искривление траекторий электромагнитных волн, распространяющихся в неоднородной атмосфере, затрудняет расчеты полей в точке приема, особенно при дифракции и интерференции. Для преодоления этих трудностей Скиллинг, Берроус и Феррель в 1933 г. [23] ввели понятие «эквивалентного радиуса» Земли, с помощью которого при некоторых условиях удается довольно просто учитывать рефракцию при распространении электромагнитных волн в неоднородной атмосфере.

Идея введения эквивалентного радиуса Земли a_0 заключается в следующем. Рассмотрим некоторую траекторию электромагнитной волны над сферической Землей (рис. 2.5, а) и введем относительную кривизну поверхности Земли и траектории волны по формуле

$$k_{\text{отн}} = (1/a) - (1/\rho), \quad (2.54)$$

где a — радиус Земли; ρ — радиус кривизны луча.

Теперь превратим траекторию электромагнитной волны в прямую линию ($\rho_{\text{пр}} = \infty$) и изменим действительный радиус Земли на некоторый эквивалент так, чтобы сохранить постоянной относительную кривизну $k_{\text{отн}}$ (рис. 2.5, б). Это условие позволяет написать соотношение

$$(1/a) - (1/\rho) = (1/a_0) - (1/\rho_{\text{пр}}), \quad (2.55)$$

откуда

$$a_0 = a/(1 - a/\rho), \quad (2.56)$$

или с учетом (2.53)

$$a_0 = a/1 + a(dn/dh). \quad (2.57)$$

Для нормальной атмосферы $\rho = 25 \cdot 10^3 \text{ км} \approx 4a$ и $a_3 = 4/3 a \approx 8500 \text{ км}$.

Эквивалентный радиус Земли имеет ограниченную область применимости. Пользоваться этим понятием можно только для близких к поверхности Земли траекторий при условии, что в (1.45) экспоненту можно разложить в ряд по (βh) и ограничиться двумя первыми членами разложения. Тогда (1.45) можно представить в виде

$$n = n_0 + (dn/dh)_0 h, \quad (2.58)$$

где $(dn/dh)_0 = -\Delta n_0 \beta$ — постоянный градиент показателя преломления воздуха. Формула (2.58) справедлива на малых высотах при выполнении неравенства

$$\beta h \ll 1. \quad (2.59)$$

Покажем, что при линейной зависимости показателя преломления от высоты (2.58) можно прийти к понятию эквивалентного радиуса Земли. Для этого подставим (2.58) в уравнение траектории луча (2.37):

$$\left[1 + \frac{1}{n_0} \left(\frac{dn}{dh} \right)_0 h + \frac{h}{a} + \frac{1}{n_0} \left(\frac{dn}{dh} \right)_0 \frac{h^2}{a} \right] \sin z = \sin z_0 \quad (2.60)$$

и учтем, что четвертое слагаемое в квадратной скобке много меньше первых трех и им можно пренебречь. Тогда имеем

$$\left\{ 1 + \left[\frac{1}{n_0} \left(\frac{dn}{dh} \right)_0 + \frac{1}{a} \right] h \right\} \sin z = \sin z_0. \quad (2.61)$$

Соотношение (2.61) будет тождественно уравнению траектории для сферически однородной атмосферы

$$(1 + h/a) \sin z = \sin z_0, \quad (2.62)$$

если в (2.61) заменить квадратную скобку на эквивалентный радиус Земли

$$1/a_3 = (dn/dh)_0/n_0 + 1/a. \quad (2.63)$$

Выражение (2.63), эквивалентное (2.57), получено при условии (2.59). Это условие и определяет область применимости эквивалентного радиуса Земли.

Эквивалентным радиусом Земли часто пользуются при расчетах полей как в области прямой видимости, так и в зоне дифракции. Возможность применения эквивалентного радиуса Земли при решении задачи дифракции электромагнитных волн вокруг Земли с учетом рефракции впервые строго обосновал В. А. Фок в 1948 г. [48].

Уравнение траектории луча (2.37) позволяет ввести еще один параметр, упрощающий расчеты полей в сферически неоднородных средах, так называемый модифицированный показатель преломления. Смысл введения модифицированного показателя преломления состоит в следующем. Представим (2.37) в виде

$$n(1 + h/a) \sin z = n_0 \sin z_0. \quad (2.64)$$

Если в (2.64) вместо реального показателя преломления ввести некоторый модифицированный показатель преломления

$$n_{\text{мод}} = n(1 + h/a) \approx n + h/a, \quad (2.65)$$

то формула (2.64) превратится в уравнение траектории луча для плоской Земли. Такой переход от сферически неоднородной атмосферы к плоско-неоднородной атмосфере упрощает расчеты полей в различных задачах распространения электромагнитных волн.

Иногда вместо $n_{\text{мод}}$ вводят модуль модифицированного показателя преломления по формуле

$$M = (n_{\text{мод}} - 1) 10^6 = (n - 1 + h/a) 10^6, \quad (2.66)$$

который позволяет определять характер рефракции при различной зависимости n от высоты. Графики зависимости M от h , называемые M -кривыми, обычно используют при расчетах углов рефракции [73, 81].

2.6. Различные типы и виды рефракции электромагнитных волн в земной атмосфере

Существует несколько типов и видов рефракции электромагнитных волн в атмосфере, которые определяются, с одной стороны, диапазоном волн и местоположением излучателя и приемника, а с другой — электрическими свойствами среды распространения, меняющимися в пространстве и времени.

В зависимости от расстояния излучателя (R_c) и приемника (R_0) от центра планеты радиуса (a) рассматривают шесть основных типов рефракции электромагнитных волн в атмосфере:

1. **Астрономическая рефракция** ($R_c \gg R_0 \approx a$), при которой излучатель находится за пределами атмосферы, на большом расстоянии от поверхности планеты, а приемник на поверхности планеты или вблизи нее.

2. **Атмосферная рефракция** ($R_c > R_0 \approx a$), при которой приемник расположен на поверхности планеты или вблизи нее, а излучатель — на большой высоте, но внутри атмосферы.

3. **Геодезическая или земная рефракция** ($R_c \approx R_0 \approx a$), при которой излучатель и приемник находятся в атмосфере на примерно равных высотах от поверхности Земли.

4. **Внеатмосферная фотограмметрическая рефракция** ($R_0 \gg R_c \approx a$), при которой излучатель находится на поверхности планеты или вблизи нее, а приемник — за пределами атмосферы.

5. **Атмосферная фотограмметрическая рефракция** ($R_0 > R_c \approx a$), при которой излучатель расположен на поверхности планеты или вблизи нее, а приемник — на большой высоте, но внутри атмосферы планеты.

6. **Планетная рефракция** ($R_c \gg a$ и $R_0 \gg a$) при которой излучатель и приемник расположены на большой высоте, за пределами атмосферы планеты¹⁾.

Каждый из перечисленных выше типов рефракции можно, в свою очередь, разделить на несколько видов (например, тропосферная и ионосферная рефракция, регулярная и случайная рефракция и т. д.), определяемых характером электрических свойств среды распространения и их пространственными и временными изменениями.

Пространственные свойства сферически-слоистой атмосферы определяются градиентом показателя преломления и соответствующим ему радиусом кривизны траектории луча. Высотные изменения показателя преломления в тропосфере и ионосфере определяются соотно-

¹⁾ Наряду с вышеприведенной классификацией в монографии для сокращения места при обозначении соответствующих типов рефракции будут применяться римские цифры. (Например, астрономическая рефракция будет обозначаться рефракцией I типа, атмосферная рефракция — рефракцией II типа и т. д.).

шениями (1.45) и (1.49). Параметры этих соотношений не остаются постоянными и меняются в зависимости от географического района, времени суток и сезона. Изменения $n(h)$ приводят к изменениям градиентов показателя преломления в атмосфере, а вместе с ними и радиусов кривизны траекторий электромагнитных волн.

Для классификации различных видов рефракции электромагнитных волн в атмосфере удобно рассматривать величину отношения радиуса кривизны траектории луча к радиусу Земли:

$$R = \rho/a = -1/a (dn/dh). \quad (2.67)$$

Из (2.67) следует, что в атмосфере, когда n уменьшается с высотой ($dn/dh < 0$), величина $R > 0$. Такая рефракция называется положительной (рис. 2.6). При положительной рефракции траектории электромагнитных волн обращены вогнутостью к Земле.

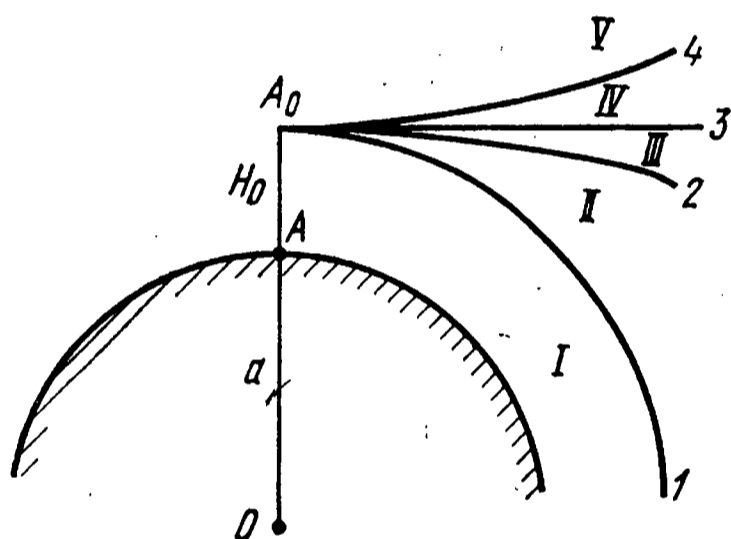


Рис. 2.6. Различные типы рефракции электромагнитных волн в атмосфере:

I — область положительной сверхрефракции, $R < 1$; II — область положительной повышенной рефракции $1 < R < 4$; III — область положительной пониженной рефракции, $4 < R < \infty$; IV — область отрицательной рефракции, $R < 0$ и $4 < |R| < \infty$; V — область отрицательной рефракции, $R < 0$ и $1 < |R| < 4$.

1 — положительная критическая рефракция, $R = 1$; 2 — положительная нормальная рефракция, $R = 4$; 3 — отсутствие рефракции, $R = \pm \infty$; 4 — отрицательная рефракция, $R = -4$.

Если n растет с высотой (отрицательные инверсии температуры и положительные инверсии влажности, ионосфера выше F_2 слоя), то $dn/dh > 0$, а $R < 0$. Такая рефракция называется отрицательной (рис. 2.6). В этом случае траектории электромагнитных волн обращены к Земле своей выпуклостью. Границей между положительной и отрицательной рефракциями служит прямая линия $R = \pm \infty$, которая характеризует отсутствие рефракции в однородной атмосфере ($dn/dh = 0$).

Положительная рефракция делится на различные виды в зависимости от конкретного значения dn/dh и R (рис. 2.6). Так, траектории, соответствующие значениям $R = +4$ ($dn/dh = -4 \cdot 10^{-8}$ 1/м) называются нормальной положительной рефракцией, а траектории, соответ-

ствующие $R = +1$ ($dn/dh = -15,7 \cdot 10^{-8}$ 1/м) — критической положительной рефракцией.

Траектории, соответствующие $R > 4$, характеризуют пониженную положительную рефракцию, а траектории, соответствующие $1 < R < 4$, — повышенную положительную рефракцию. Наконец, траектории, для которых $R < 4$, соответствуют положительной сверхрефракции. Положительная сверхрефракция, называемая также волноводным распространением электромагнитных волн, приводит к явлениям миража в оптике и к сверхдальному распространению волн радиодиапазона.

Следует заметить, что приведенная выше классификация типов и видов рефракции электромагнитных волн соответствует некоторым идеализированным средним условиям изменения показателя n с высотой. В реальной атмосфере n меняется с высотой по более сложному закону (см. § 1.4) и, кроме того, зависит от горизонтальных координат. В этом случае искривление траектории будет происходить не только в вертикальной, но и в горизонтальной плоскости и будет характеризоваться вертикальным и горизонтальным углами рефракции. Наконец, быстрые временные изменения показателя преломления атмосферы будут приводить к флуктуациям средних углов прихода в вертикальной и горизонтальной плоскостях.

Таким образом, слоистые и турбулентные неоднородности атмосферы являются ответственными за некоторые новые виды рефракции (например, горизонтальная рефракция, случайная рефракция), которые будут рассматриваться ниже.

Глава 3

РЕГУЛЯРНАЯ РЕФРАКЦИЯ ОПТИЧЕСКИХ ВОЛН В ЗЕМНОЙ АТМОСФЕРЕ (РЕФРАКЦИЯ I ТИПА)

3.1. Ньютонова теория астрономической рефракции и ее дальнейшее развитие

Теория рефракции оптических волн в атмосфере Земли начала развиваться примерно с середины I в. н. э. Однако вплоть до конца XVIII столетия все теоретические расчеты оптической рефракции носили либо каче-

ственный характер, либо основывались на довольно грубом представлении о преломлении оптических волн на верхней границе однородной атмосферы [3].

Впервые теория астрономической рефракции¹⁾ учитывающая неоднородные свойства земной атмосферы, была создана Ньютоном в 1694—1695 гг. [4]. Теория эта (за исключением одной таблицы рефракции) не была опубликована Ньютоном, и о ней сохранились самые отрывочные сведения, основанные на переписке Ньютона с королевским астрономом Флемстидом. Эта переписка была найдена в 1832 г. на чердаке одного из домов г. Лондона и опубликована Бэли в 1835 г. [4]. Пользуясь этими материалами, А. Н. Крылов в 1935 г. [4] восстановил теорию рефракции Ньютона и провел расчеты углов рефракции, которые мог применять Ньютон при составлении своих таблиц.

Ньютоном были вычислены две таблицы астрономической рефракции, причем к работе над первой из них он приступил в конце 1694 г. после получения от Флемстида экспериментальных величин рефракции вблизи горизонта. При расчете этой таблицы Ньютон предполагал, что плотность атмосферы линейно убывает с высотой. Однако линейное убывание плотности воздуха с высотой не соответствовало некоторым положениям, высказанным Ньютоном во второй книге «Математических начал» и поэтому в 1695 г. он вычисляет вторую таблицу астрономической рефракции, основываясь уже на экспоненциальной зависимости плотности воздуха от высоты.

Предположение об экспоненциальном изменении плотности воздуха от высоты представляет собой одно из достижений Ньютона в области геофизики. Эта зависимость до настоящего времени является основополагающей во всех теориях физики атмосферы и, естественно, приводит к экспоненциальной зависимости показателя преломления от высоты (см. § 1.4).

Ньютон не только правильно определил среднюю зависимость плотности воздуха от высоты, но и обнаружил влияние температуры на величину рефракции оптических волн при фиксированных углах места. Так, в письме к Флемстиду 24 октября 1694 г. он писал [4]:

¹⁾ Под астрономической рефракцией понимается рефракция оптических волн в атмосфере Земли, которые излучаются бесконечно удаленным источником.

«Сердечно благодарю Вас за Ваши сообщения, особенно за таблицу рефракции вблизи горизонта. Причину различной величины рефракции при той же самой высоте близ горизонта я усматриваю в различии нагревания воздуха в нижних его слоях, ибо, когда воздух от теплоты разрежен, он преломляет менее, когда же от холода он уплотнен, он преломляет сильнее. Эта разница должна быть более чувствительной, когда луч идет по нижним слоям атмосферы на протяжении многих миль, ибо лишь эти слои то разряжаются, то уплотняются теплом и холодом, тогда как средние и верхние слои всегда холодные. Я того мнения, что рефракция в верхних слоях слегка изменяется вместе с весом воздуха, показываемым барометром, ибо, когда воздух тяжелее и, значит, плотнее, он преломляет более, нежели когда он легче и реже. Я бы желал, чтобы при всех ваших наблюдениях, где надо принимать во внимание рефракцию, Вы бы записывали высоту барометра и теплоту воздуха, чтобы изменения рефракции от веса и теплоты воздуха могли бы впоследствии быть учтены, когда величины этих изменений станут известны».

Таким образом, Ньютон достаточно хорошо представлял неоднородные свойства земной атмосферы, что позволило ему рассчитать свои таблицы астрономической рефракции, которые до настоящего времени не потеряли своего значения.

Рассмотрим Ньютонову теорию астрономической рефракции, следуя работе А. Н. Крылова [4]. Пусть источник оптических волн находится в точке G (рис. 3.1) и луч от него идет на Землю по траектории ACG . Уравнение траектории луча в сферически-слоистой атмосфере определяется соотношением

$$nr \sin z = n_0 a \sin z_0. \quad (3.1)$$

Примем за независимую переменную центральный угол θ (рис. 3.1) и продифференцируем (3.1) по θ :

$$\left(\frac{dn}{d\theta} \frac{1}{n} + \frac{1}{r} \frac{dr}{d\theta} \right) \operatorname{tg} z = - \frac{dz}{d\theta}. \quad (3.2)$$

В любой точке траектории AC имеет место соотношение

$$\operatorname{tg} z = r \frac{d\theta}{dr}, \quad (3.3)$$

подстановка которого в (3.2) позволяет получить равенство

$$\frac{r}{n} \frac{dn}{dr} + 1 = - \frac{dz}{d\theta}. \quad (3.4)$$

Интегрируя (3.4), имеем

$$- \int_{z_0}^z dz = \int_0^\theta \frac{r}{n} \frac{dn}{dr} d\theta + \int_0^\theta d\theta \quad (3.5)$$

или

$$z_0 - z = \int_0^\theta \frac{r}{n} \frac{dn}{dr} d\theta + \theta. \quad (3.6)$$

Из треугольников ABD и OBC следует равенство

$$z_0 - z = -a + \theta, \quad (3.7)$$

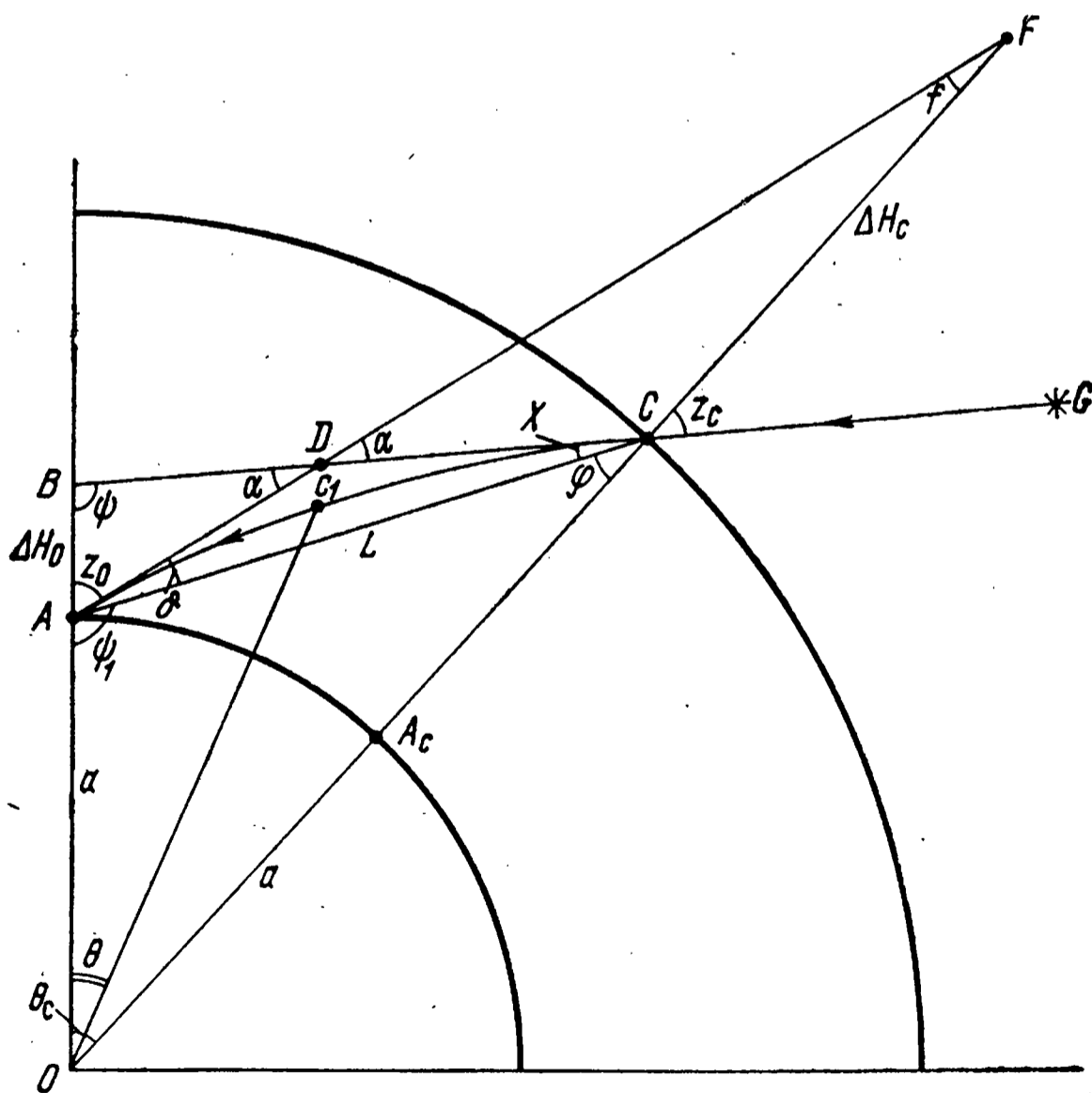


Рис. 3.1. Геометрические соотношения при выводе выражений для угла астрономической рефракции.

сравнение которого с (3.6) позволяет написать выражение для угла астрономической рефракции

$$\alpha = - \int_0^\theta \frac{r}{n} \frac{dn}{dr} d\theta \quad (3.8)$$

при любой зависимости $n(r)$.

При расчете своей первой таблицы Ньютон предположил, что показатель преломления воздуха n равномерно убывает с высотой по закону

$$n = n_0 - \frac{n_0 - 1}{R - a} (r - a), \quad (3.9)$$

где $R = a + H$ — высота преломляющей атмосферы Земли.

Если учесть, что $n_0 - 1 = \Delta n_0$ (см. § 1.5), то (3.9) примет вид

$$n = 1 + \Delta n_0 (R - r) / (R - a). \quad (3.10)$$

Дифференцируя (3.10) по θ , получаем

$$\frac{dn}{d\theta} = - \frac{\Delta n_0}{R - a} \frac{dr}{d\theta}. \quad (3.11)$$

Подставляя (3.10) и (3.11) в (3.8) и отбрасывая члены 2-го порядка малости, для угла рефракции получим выражение

$$\alpha = \frac{\Delta n_0}{R - a} \int_0^\theta r d\theta, \quad (3.12)$$

с помощью которого Ньютон вычислял свою первую таблицу астрономической рефракции. Параметры Δn_0 и R Ньютон определял на основании экспериментальных значений рефракции при некоторых фиксированных видимых зенитных углах.

Зависимость $r(\theta)$ можно найти из уравнения траектории луча (3.1) и соотношения (3.3). Эта зависимость в дифференциальной форме имеет вид

$$d\theta = \frac{n_0 a \sin z_0 dr}{r \sqrt{n^2 r^2 - n_0^2 a^2 \sin^2 z_0}}. \quad (3.13)$$

Связь между θ и r получается в результате интегрирования (3.13)

$$\theta = n_0 a \sin z_0 \int_a^R \frac{dr}{r \sqrt{n^2 r^2 - n_0^2 a^2 \sin^2 z_0}}. \quad (3.14)$$

Подставив (3.13) в (3.8), получим окончательно для угла астрономической рефракции выражение, справедливое при любой зависимости $n(r)$:

$$a = -n_0 a \sin z_0 \int_a^R \frac{1}{n} \frac{dn}{dr} \frac{dr}{\sqrt{n^2 r^2 - n_0^2 a^2 \sin^2 z_0}}. \quad (3.15)$$

Следовательно, зная функциональную зависимость $n(r)$, можно вычислить интеграл (3.15) и определить углы астрономической рефракции при различных видимых зенитных углах.

Как уже отмечалось выше, Ньютон при расчете 1-й таблицы рефракции брал зависимость $n(r)$ в виде (3.9), а при расчете 2-й таблицы — экспоненциальную зависимость вида

$$n = 1 + \Delta n_0 \exp(-\beta r/a). \quad (3.16)$$

Параметры Δn_0 , R и β , входящие в (3.9) и (3.16), определялись по значениям рефракции, наблюдаемым при двух значениях видимых зенитных углов. В письме к Флемстиду Ньютон отмечает, что интеграл (3.15) «определялся по формулам, следующим из его формул интерполяции».

В заключение отметим одно важное обстоятельство, на которое обратил внимание А. Н. Крылов [4]. Он показал, что величины углов рефракции в 1-й и 2-й таблицах Ньютона при $z_0 > 86^\circ$ заметно отклоняются от теоретических значений, вычисленных по (3.15) с учетом (3.9) и (3.16). По поводу причин этих отклонений А. Н. Крылов пишет: «Значения при 88° и 89° , показанные в таблице Ньютона, заметно разнятся от вычисленных нами по формулам приближенных квадратур. Это показывает, что или Ньютон вычислял их как-нибудь иначе, или же что он воспользовался наблюдениями Флемстида и придерживался не вычисленных теоретических значений, а этих наблюденных, учтя всю совокупность наблюдений Флемстида, произведенных столь тщательно, что Флемстид называет их «неоспоримыми».

Высказать более определенные суждения относительно этих расхождений не представляется возможным, так как Ньютон не опубликовал свою теорию астрономической рефракции и долгое время возражал против публикации своих таблиц рефракции. Так, в письме к Флемстиду от 9 июля 1695 г. Ньютон писал: «Я не имею намерения писать о рефракции и не желаю, чтобы таблица рефракции была распространяема».

Однако и те немногие сведения, которые сохранились до нашего времени, позволяют сделать неоспоримый вывод, что Ньютон заложил основы современной теории рефракции, особенно ее геофизической и математической сторон.

3.2. Теорема Лапласа и границы ее применимости в теории астрономической рефракции

Формула (3.15) предыдущего параграфа является исходной в различных теориях астрономической рефракции. Результаты расчета α по этой формуле, вообще говоря, зависят от вида функции $n(r)$, а точность расчета угла рефракции определяется точностью вычисления интеграла рефракции (3.15). Различие методов расчета интеграла (3.15) и зависимостей $n(r)$ определяет разнообразие существующих теорий астрономической рефракции [11].

Однако все теории астрономической рефракции имеют одну существенную особенность, которая заключается в независимости значений углов рефракции (с точностью порядка 10^{-4}) от вида функции $n(r)$ в диапазоне видимых зенитных углов $0—80^\circ$.

Впервые эту закономерность обнаружил Лаплас в 1805 г. [5]. Он высказал следующую теорему: «Таблица астрономической рефракции от одиннадцати градусов кажущейся высоты до зенита будет независима от всякой гипотезы относительно уменьшения плотности атмосферных слоев и она может служить на вершинах высочайших гор точно так же, как при уровне морей».

Следует заметить, что Ньютон, возможно, на 110 лет раньше Лапласа обнаружил теорему о независимости угла рефракции от вида функции $n(r)$. Так, в письме к Флемстиду от 26 января 1695 г. он писал [4]: «Составление новой таблицы рефракции заняло все мое время после праздников, но до сих пор я затратил свой

труд на бесплодные вычисления вследствие трудности этого дела. Однако, приняв в соображение, что такая таблица является для астрономии основной и что Вами затрачено столько трудов, чтобы доставить необходимый материал, я хочу ее закончить, чтобы иметь возможность что-либо поднести Вам за те труды, которые Вы для меня потратили при Ваших наблюдениях.

Однако я не вполне напрасно потратил свой труд, ибо я нашел новую теорему, которая делает вычисление рефракции весьма легким и которой я могу довольствоваться, если не придумаю чего-либо лучшего».

Возможно, что упоминаемая Ньютоном новая теорема и представляла собой теорему Лапласа, однако каких-либо достоверных доказательств этого факта в настоящее время не имеется.

Перейдем теперь к доказательству теоремы Лапласа и определим границы ее применимости при расчете углов астрономической рефракции. Для этого осуществим замену переменной в (3.15) $h=r-a$, где h — высота текущей точки траектории луча над поверхностью Земли.

В результате получим

$$\alpha = -n_0 \sin z_0 \int_0^H \frac{\left(\frac{dn}{dh}\right) dh}{n \sqrt{n^2 \left(1 + \frac{h}{a}\right)^2 - n_0^2 \sin^2 z_0}}, \quad (3.17)$$

где H — высота излучателя над поверхностью Земли.

Оценим влияние различных областей земной атмосферы на рефракцию оптических волн, излучаемых бесконечно-удаленным источником. Для этого разобьем интеграл (3.17) на два:

$$\alpha = I_1 + I_2 = -n_0 \sin z_0 \int_0^{H_1} \frac{\frac{dn}{dh} dh}{n \sqrt{n^2 \left(1 + \frac{h}{a}\right)^2 - n_0^2 \sin^2 z_0}} -$$

$$- n_0 \sin z_0 \int_{H_r}^{\infty} \frac{\left(\frac{dn}{dh}\right) dh}{n \sqrt{n^2 \left(1 + \frac{h}{a}\right)^2 - n_0^2 \sin^2 z_0}}, \quad (3.18)$$

где H_r , равное 60 км, соответствует верхней границе стратосферы.

Оценим величину 2-го слагаемого в (3.18) при условии, что n зависит от высоты по закону (1.45). Заменим знаменатель подынтегрального выражения 2-го слагаемого (3.18) его минимальным значением и осуществим интегрирование

$$I_{2\max} = \Delta n_0 \exp(-\beta H_r) n_0 \sin z_0 / \sqrt{(1 + H_r/a)^2 - n_0^2 \sin^2 z_0}. \quad (3.19)$$

Определим $I_{2\max}$ для средних метеорологических условий ($\Delta n_0 = 2,9 \cdot 10^{-4}$, $\beta = 0,1146$, табл. 1.3) при $z_0 = 90^\circ$. Расчет показывает, что $I_{2\max} = 0,4''$.

Так как $I_2 < I_{2\max}$, то величина угла рефракции, определяемого вторым слагаемым (3.18), не превышает $0,4''$ даже при $z_0 = 90^\circ$. При меньших z_0 $I_{2\max}$ будет уменьшаться в соответствии с (3.19). Это означает, что основной вклад в рефракцию оптических волн вносят нижние слои атмосферы ($H \leq 60$ км), влияние которых определяется первым слагаемым (3.18). Таким образом,

$$\alpha = - n_0 \sin z_0 \int_0^{H_r} \frac{\left(\frac{dn}{dh}\right) dh}{n \sqrt{n^2 \left(1 + \frac{h}{a}\right)^2 - n_0^2 \sin^2 z_0}} \quad (3.20)$$

при высоте излучателя, превышающей H_r . Если высота излучателя $H < H_r$, то α определяется формулой (3.17).

Займемся вычислением интеграла (3.17). Путем несложных тригонометрических преобразований и интегрирования выражение (3.17) можно представить в виде [43]:

$$\alpha = \ln \frac{n_0}{n_H} \operatorname{tg} z_0 + \sec z_0 \int_0^H \frac{\frac{dn}{dh} \operatorname{tg} \gamma dh}{n(1 + \operatorname{tg} z_0 \operatorname{tg} \gamma)}, \quad (3.21)$$

где $\gamma = \theta - \alpha$; θ — угловое расстояние между излучателем и приемником (рис. 3.1).

Первое слагаемое в (3.21) не зависит от характера изменения коэффициента преломления с высотой и соответствует теореме Лапласа [5]. Второе слагаемое в (3.21) определяется функциональной зависимостью $n(h)$ и его величина позволяет оценить границы применимости теоремы Лапласа. Проведем эту оценку, для чего несколько преобразуем подынтегральное выражение в (3.21). Так как основной вклад в рефракцию оптических волн вносят приземные слои атмосферы толщиной 60 км, то максимальное значение угла γ не превышает нескольких градусов даже для видимого зенитного угла $z_0 = 90^\circ$. Это позволяет во 2-м слагаемом (3.21) $\text{tg } \gamma$ заменить на γ и представить его в виде

$$I_3 = \sec^2 z_0 \int_0^H \frac{(dn/dh) \gamma dh}{n(1 + \text{tg } z_0 \gamma)}. \quad (3.22)$$

Из уравнения луча (3.1) с учетом малости угла γ следует, что

$$\gamma = \sqrt{\text{ctg}^2 z_0 + 2(1 - B)} - \text{ctg } z_0, \quad (3.23)$$

где

$$(1 - B) = 1 - \frac{n_0}{n(1 + h/a)} \approx \frac{h}{a} + (n - n_0). \quad (3.24)$$

Соотношение (3.23) справедливо во всем диапазоне зенитных углов z_0 , причем при $z_0 \leq 80^\circ$ оно может быть упрощено и представлено в виде

$$\gamma = \text{tg } z_0 (1 - B). \quad (3.25)$$

Заменим в подынтегральном выражении (3.22) функцию $\gamma/(1 + \text{tg } z_0 \gamma)$ ее максимальным значением

$$\gamma_H / (1 + \text{tg } z_0 \gamma_H), \quad (3.26)$$

где $\gamma_H = \text{tg } z_0 (1 - B_H)$; $B_H = n_0 / (1 + H/a)$.

Тогда выражение (3.22) примет вид

$$I_{3\text{max}} = \frac{\sec^2 z_0 \ln \frac{n_H}{n_0} \text{tg } z_0 (1 - B_H)}{1 + \text{tg}^2 z_0 (1 - B_H)}. \quad (3.27)$$

Так как $I_3 < I_{3\max}$, то приравнивая величину $I_{3\max}$ заданной точности расчета угла рефракции χ , получим относительно $\operatorname{tg} z_0$ кубическое уравнение вида

$$\operatorname{tg}^3 z_0 + \frac{\chi}{\Delta n_0} \operatorname{tg}^2 z_0 + \operatorname{tg} z_0 + \frac{\chi}{\Delta n_0(1 - B_H)} = 0. \quad (3.28)$$

Решение этого уравнения определяет максимальное значение зенитного угла z_0 , который является верхней границей области, где справедлива теорема Лапласа при заданной точности расчета угла рефракции χ . Так при точности расчета угла рефракции $\chi = 10''$ и $\Delta n_0 = 3 \cdot 10^{-4}$ граничный зенитный угол $z_0 = 70^\circ$. Естественно, что при изменении величин χ , H и Δn_0 границы применимости теоремы Лапласа также будут меняться.

В заключение заметим, что уравнение (3.28) определяет заведомо заниженную верхнюю границу применимости теоремы Лапласа, так как при расчете интеграла (3.22) функция $\gamma/(1 + \operatorname{tg} z_0 \gamma)$ была заменена максимальным значением (3.26). Очевидно, что более точный расчет интеграла (3.22) позволит несколько расширить область применимости теоремы Лапласа (см. § 3.4).

3.3. Пулковские таблицы углов астрономической рефракции

Пулковские таблицы астрономической рефракции широко известны во всем мире. Эти таблицы были впервые опубликованы А. И. Громадским в 1870 г. и затем переиздавались в 1905, 1930 и 1956 гг. [12]. Пулковские таблицы рассчитаны на основе теории рефракции пулковского астронома Гюльдена, который осуществил вычисление интеграла рефракции (3.15) методом разложения подынтегральной функции в ряд по возрастающим степеням тангенса половины видимого зенитного угла z_0 [8].

При расчете интеграла рефракции Гюльден использовал экспериментально определенные зависимости плотности воздуха и температуры от высоты вида

$$\rho = \exp(b - \beta/x)/x^2, \quad (3.29)$$

$$T = \frac{1 + \epsilon t}{1 + \epsilon t_0} = \left(1 - \beta \frac{s}{2}\right)^2 = x^2, \quad (3.30)$$

где ρ и T — плотность и относительная температура воздуха; t и t_0 — температура воздуха на высоте h и у поверхности Земли; $\varepsilon = 1/273$; $s = h/(a+h)$; $b = 13$; $\beta = 120(1+i)$, причем i — некоторый параметр, зависящий от времени года.

В приложении [8] Гюльден привел таблицу астрономической рефракции в диапазоне видимых зенитных углов $z_0 = 0—89^{\circ}30'$, которая и послужила А. И. Громадскому прототипом при составлении пулковских таблиц астрономической рефракции.

Пулковские таблицы дают логарифм угла астрономической рефракции (в секундах), вычисление которого осуществляется по формуле

$$\lg \alpha = \mu + \lg \operatorname{tg} z_0 + \lambda\gamma + A(B + T) + C + D + E, \quad (3.31)$$

где $\mu = 1,76$ в диапазоне видимых зенитных углов $0—70^{\circ}$ и несколько меньше ($\mu = 1,74$) в диапазоне углов $70—85^{\circ}$, z_0 — видимый зенитный угол.

Первые два слагаемых в (3.31) представляют собой среднюю астрономическую рефракцию, вычисленную для Пулкова при температуре воздуха $t_0 = 9,31^{\circ}\text{C}$, давлении атмосферы $P_0 = 10^5$ Па при температуре ртути в барометре $\tau = 0^{\circ}\text{C}$, давлении водяных паров $l_0 = 735$ Па и длине световой волны $\lambda_0 = 5753 \text{ \AA}$. Остальные слагаемые формулы (3.31) дают поправки к среднему логарифму рефракции в случаях, когда метеорологические и географические параметры приемного пункта и характеристики источников отличаются от исходных. Так 3-е, 4-е и 5-е слагаемые дают поправки на температуру, давление и влажность воздуха, а 6-е и 7-е слагаемые — поправки на длину волны источника и изменение силы тяжести в месте наблюдения относительно силы тяжести в Пулкове.

Следует заметить, что пулковские таблицы астрономической рефракции составлены не для всех возможных на Земле значений температуры, давления и влажности. Наиниžшая отрицательная температура воздуха в пулковских таблицах ограничивается величиной -29°C , а наивысшая $+30^{\circ}\text{C}$. Соответствующие диапазоны изменений давления и влажности воздуха составляют $P = 9,6 \cdot 10^4—1,07 \cdot 10^5$ Па и $e = 0—2000$ Па.

Естественно, что эти диапазоны не охватывают всех метеорологических условий, имеющих место на всей поверхности Земли. Особенно это относится к полярным

областям, где температура воздуха часто бывает ниже -29°C , и к тропическим районам повышенной влажности.

Экспериментальные исследования астрономической рефракции при видимых зенитных углах $z_0 > 80^{\circ}$ показывают, что табличные значения α в большинстве случаев отличаются от экспериментальных данных. Причина этого состоит в том, что при больших зенитных углах на величину угла рефракции существенно влияет отличие реального профиля показателя преломления от принятого при расчетах пулковских таблиц. Это означает, что пулковские углы астрономической рефракции при $z_0 > 80^{\circ}$ должны быть скорректированы с учетом реально существующей метеорологической обстановки на трассе распространения оптических волн.

3.4. Метод расчета углов регулярной астрономической рефракции

Соотношение (3.21) позволяет рассчитать углы астрономической рефракции при усредненной зависимости $n(h)$ в виде (1.45). Второе слагаемое (3.21) с учетом (3.23) и (3.24) можно представить так:

$$I_3 = \frac{\text{ctg } z_0}{\cos^2 z_0} \ln \frac{n_H}{n_0} + L, \quad (3.32)$$

где L определяется формулой

$$L = - \frac{\text{ctg } z_0}{\cos^2 z_0} \times \int_0^H \frac{\frac{dn}{dh} dh}{n \sqrt{1 + 2\text{tg}^2 z_0 \frac{h}{a}} \sqrt{1 + \frac{2\text{tg}^2 z_0 (n - n_0)}{1 + 2\text{tg}^2 z_0 \frac{h}{a}}}}. \quad (3.33)$$

Разлагая в (3.33) второй радикал в ряд, ограничиваясь двумя первыми членами разложения и заменяя в подын-

тегральном выражении $1/n$ через 1, получим окончательно для L выражение:

$$L = - \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_0^H \frac{\frac{dn}{dh} dh}{\sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{a}}} +$$

$$+ \frac{\operatorname{tg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_0^H \frac{\frac{dn}{dh} (n - n_0) dh}{\left(\sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{a}} \right)^3}. \quad (3.34)$$

Тогда соотношение (3.21) для угла рефракции с учетом (3.32) и (3.34) примет вид

$$\alpha = - \operatorname{ctg} z_0 \ln n_0/n_H - \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \times$$

$$\times \int_0^H \frac{\frac{dn}{dh} dh}{\left(1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{a} \right)^{1/2}} + \frac{\operatorname{tg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_0^H \frac{\frac{dn}{dh} (n - n_0) dh}{\left(1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{a} \right)^{3/2}}. \quad (3.35)$$

Формула (3.35) справедлива во всем диапазоне изменения зенитных углов ($0 \leq z_0 \leq 90^\circ$) при любых зависимостях $n(h)$.

Применим формулу (3.35) для расчета регулярной рефракции оптических волн в земной атмосфере. Под регулярной рефракцией электромагнитных волн будем понимать рефракцию, обусловленную экспоненциальной зависимостью коэффициента преломления воздуха от высоты (1.45). С учетом этой зависимости формула (3.34) примет вид

$$L = L_1 + (1 - \beta a \Delta n_0) \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} L_2 + \beta \Delta n_0 a \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} L_3, \quad (3.36)$$

где

$$L_1 = \frac{\beta a \Delta n_0^2 \operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \left[\frac{\exp(-2\beta H) - \exp(-\beta H)}{\sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H}{a}}} \right], \quad (3.37)$$

$$L_2 = \beta \Delta n_0 \int_0^H \frac{\exp(-\beta h) dh}{\left(1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{a}\right)^{1/2}}, \quad (3.38)$$

$$L_3 = 2\beta \Delta n_0 \int_0^H \frac{\exp(-2\beta h) dh}{\left(1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \cdot h/a\right)^{1/2}}. \quad (3.39)$$

Выражения (3.38) и (3.39) определяются через интеграл вероятности

$$\Phi(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^x \exp(-y^2/2) dy \quad (3.40)$$

следующим образом:

$$L_2 = \Delta n_0 \sqrt{\beta a} \operatorname{ctg} z_0 \exp(\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0 / 2) \sqrt{\pi/2} \times \\ \times [\Phi(\sqrt{\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0 2\beta H}) - \Phi(\sqrt{\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0})], \quad (3.41)$$

$$L_3 = \Delta n_0 \sqrt{2\beta a} \operatorname{ctg} z_0 \exp(\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0) \sqrt{\pi/2} \times \\ \times [\Phi(\sqrt{2\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0 + 4\beta H}) - \Phi(\sqrt{2\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0})]. \quad (3.42)$$

Функция $\Phi(x)$ при $x \ll 1$ представляется рядом вида

$$\Phi(x) = \sqrt{2/\pi} (x - x^3/2 \cdot 3 + x^5/2! \cdot 2^2 \cdot 5 - \dots), \quad (3.43)$$

а при $x \gg 1$ — асимптотическим рядом

$$\Phi(x) = 1 - \sqrt{2/\pi} \exp(-x^2/2) (x^{-1} - x^{-3} + 1 \cdot 3 \cdot x^{-5} - \dots). \quad (3.44)$$

Таким образом, выражение (3.35) примет вид

$$\alpha = -\operatorname{ctg} z_0 \ln n_0/n_H + L_1 + \operatorname{ctg} z_0 \sec^2 z_0 L_2 + \\ + \beta a \Delta n_0 \operatorname{ctg} z_0 \sec^2 z_0 (L_3 - L_2), \quad (3.45)$$

где L_1 , L_2 и L_3 определяются соотношениями (3.37), (3.41) и (3.42).

Последнее слагаемое в (3.45) при $z_0=90^\circ$ составляет 10% от величины $\frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} L_2$, причем его вклад в величину α быстро уменьшается по мере уменьшения угла z_0 . Так уже при $z_0=86^\circ$ его величина равна 1% от значения предпоследнего слагаемого. Поэтому при не слишком больших точностях расчета угла рефракции (точность $\approx 1'$) этим слагаемым можно пренебречь.

Формула (3.45) позволяет рассчитывать регулярную астрономическую рефракцию с точностью не хуже $1''$ во всем диапазоне видимых зенитных углов ($0 \leq z_0 \leq 90$).

В табл. 3.1 приведены величины углов астрономической рефракции, взятые из пулковских таблиц [12] и вычисленные по формуле (3.45) при $P=10^5$ Па, $T=282,31$ К, $e=735$ Па и $\lambda=5,753 \cdot 10^{-5}$ см ($\Delta n_0=2,79 \cdot 10^{-4}$ и $\beta=0,109$ км $^{-1}$). Из табл. 3.1 следует, что во всем диапазоне видимых зенитных углов ($z_0=0-90^\circ$) пулковские значения углов астрономической рефракции

Таблица 3.1

Значения углов астрономической рефракции, взятые из пулковских таблиц и вычисленные по формуле (3.45) при $\Delta n_0=2,79 \cdot 10^{-4}$; $\beta=0,109$ км $^{-1}$; $a=6370$ км

Видимый зенитный угол z_0 в градусах	Угол рефракции α , по пулковским таблицам [12] в угловых секундах	Угол рефракции α , вычисленный по формуле (3.45), в угловых секундах
10	10,14	10,13
20	20,96	20,96
30	33,2	33,2
40	48,3	48,3
50	68,5	68,6
60	99,4	99,5
70	156,8	156,4
75	211,6	211,4
80	315,5	315,5
81	348,6	348,4
82	388,9	388,2
83	438,8	438,5
84	502,2	501,4
85	585,0	584,4
86	696,7	696,6
87	853,4	852,4
88	1084,4	1084,0
89	1445,2	1444,4
90	2050,5	2049,5

с точностью порядка $1''$ соответствуют величинам углов рефракции, рассчитанным по (3.45). Такое хорошее согласие подтверждает справедливость соотношения (3.45) и его соответствие экспериментальным данным.

Рассмотрим ряд частных случаев этой формулы.

1. Пусть $z_0 \leq 80^\circ$.

В этом случае при расчете L_2 и L_3 справедливо разложение (3.44), причем число членов ряда, которые необходимо удерживать, определяется точностью расчета угла рефракции. В частности, при точности расчета α в $1''$ при $z_0 \leq 80^\circ$ в разложении (3.44) достаточно оставить первые два члена, а при той же точности расчета α в диапазоне $z_0 \leq 70^\circ$ можно ограничиться первым членом разложения. При $z_0 > 80^\circ$ необходимое для расчета α с требуемой точностью число членов ряда (3.44) будет возрастать и в этом случае удобно вычислять α непосредственно по формуле (3.45).

1а. Пусть $z_0 \leq 70^\circ$.

В этом случае $L_1 \approx 0$, а $L_2 = L_3 \approx \Delta n_0$. С учетом этих значений формула (3.45) примет простой вид

$$\alpha = \Delta n_0 \operatorname{tg} z_0, \quad (3.46)$$

который соответствует теореме Лапласа. Это означает, что при точности расчета α в $1''$ в диапазоне видимых зенитных углов $0 \leq z_0 \leq 70^\circ$ угол рефракции не зависит от вида функции $n(h)$ и определяется только величиной коэффициента преломления воздуха у земной поверхности.

1б. Пусть $70^\circ \leq z_0 \leq 80^\circ$.

В этом случае $L_1 \approx 0$, $L_2 \approx \Delta n_0 - \Delta n_0/\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0$, $L_3 = \Delta n_0 - \Delta n_0/2\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0$ и (3.45) примет вид

$$\alpha = \Delta n_0 \operatorname{tg} z_0 - \Delta n_0 \left(\frac{1}{\beta a} - \frac{\Delta n_0}{2} \right) \frac{\operatorname{tg} z_0}{\cos^2 z_0}. \quad (3.47)$$

Из (3.47) видно, что при $70^\circ \leq z_0 \leq 80^\circ$ теорема Лапласа нарушается и угол рефракции начинает зависеть от величины β , которая характеризует скорость убывания коэффициента преломления с высотой.

Формула (3.47) позволяет более точно определить границы применимости теоремы Лапласа при расчете астрономической рефракции (см. § 3.2). Для этого потребуем, чтобы второе слагаемое в (3.47) было меньше или равно некоторой заданной точности расчета угла рефракции δ_p :

$$\frac{\operatorname{tg} z_0}{\cos^2 z_0} \leq \frac{\delta_p}{\Delta n_0 \left(\frac{1}{\beta a} - \frac{\Delta n_0}{2} \right)} = m. \quad (3.48)$$

Соотношение (3.48) представляет кубическое уравнение относительно $\operatorname{tg} z_0$:

$$\operatorname{tg}^3 z_0 + \operatorname{tg} z_0 - m = 0, \quad (3.49)$$

решение которого определяет верхнюю границу применимости теоремы Лапласа. Это решение имеет вид

$$\operatorname{tg} z_0 = \sqrt[3]{\frac{m}{2} + \sqrt{\frac{m^2}{4} + \frac{1}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{m}{2} - \sqrt{\frac{m^2}{4} + \frac{1}{27}}}. \quad (3.50)$$

Таким образом, максимальный граничный угол z_0 зависит от заданной точности расчета угла рефракции δ_p и от параметров экспоненты Δn_0 и β . При стандартных атмосферных условиях $P_0 = 101300$ Па и $T_0 = 288$ К, длине волны $\lambda = 0,45$ мкм ($\Delta n_0 = 2,8 \cdot 10^{-4}$; $\beta = 0,1244$ км $^{-1}$) и точности расчета угла рефракции $1''$ ($\delta_p = 5 \cdot 10^{-6}$) максимальный граничный угол равен 67° .

2. Пусть z_0 близко к 90° .

В этом случае для вторых слагаемых, стоящих в квадратных скобках (3.41) и (3.42), справедливо разложение (3.43), а для первых слагаемых — разложение (3.44). Ограничиваясь в (3.41) и (3.42) первыми членами разложений (3.43) и (3.44) и учтя, что $L_1 \approx 0$, получим для α вблизи горизонта выражение

$$\alpha = -\Delta n_0 \operatorname{ctg} z_0 + (1 - \beta a \Delta n_0) \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} L_2 + \beta a \Delta n_0 \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} L_3, \quad (3.51)$$

где

$$L_2 = \Delta n_0 \frac{\sqrt{\beta a}}{\operatorname{tg} z_0} \exp\left(\frac{\beta a}{2 \operatorname{tg}^2 z_0}\right) \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(1 - \sqrt{\frac{2\beta a}{\pi} \operatorname{ctg} z_0}\right),$$

$$L_3 = \Delta n_0 \frac{\sqrt{2\beta a}}{\operatorname{tg} z_0} \exp\left(\frac{\beta a}{\operatorname{tg}^2 z_0}\right) \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(1 - \sqrt{\frac{4\beta a}{\pi} \operatorname{ctg} z_0}\right).$$

При $z_0 = 90^\circ$ формула (3.51) упрощается и принимает вид

$$\alpha = \Delta n_0 \sqrt{\frac{\pi \beta a}{2} [1 + (\sqrt{2} - 1) \beta a \Delta n_0]}. \quad (3.52)$$

Формула (3.52) еще раз подтверждает установленный выше факт, что при $z_0 > 70^\circ$ угол рефракции определяется не только значением коэффициента преломления у земной поверхности, но зависит также от величины β , характеризующей скорость изменения n с высотой.

Заметим, что если приемная система будет находиться на некоторой высоте H_0 от поверхности Земли, то угол астрономической рефракции будет определяться теми же формулами (3.45), (3.37), (3.41) и (3.42), в которых радиус Земли a , показатель преломления воздуха у поверхности Земли $n_0 = 1 + \Delta n_0$ и высоту излучателя H необходимо соответственно заменить на величины $R_0 = a + H_0$, $n_0(H_0) = 1 + \Delta n_0 \exp(-\beta H_0)$ и $H_1 = H - H_0$.

Рассмотрим в заключение результаты экспериментальных исследований углов астрономической рефракции и их соответствие пулковским таблицам и соотношению (3.45). Анализ многочисленных экспериментальных работ по астрономической рефракции [3, 8, 11, 54, 55] показывает, что, как правило, в диапазоне видимых зенитных углов $z_0 = 0 - 80^\circ$ величины α с погрешностью, не превышающей $1''$, соответствуют пулковским таблицам и, соответственно, формуле (3.45). При больших зенитных углах ($80^\circ \leq z_0 \leq 90^\circ$) это соответствие обычно нарушается и разность наблюдаемых и табличных значений может достигать $5' - 10'$ [55, 83—86].

Такие сильные отклонения наблюдаемых углов астрономической рефракции от табличных одни авторы объясняли наклонами атмосферных слоев и возникновением горизонтальных градиентов показателя преломления воздуха [55, 86—89], другие — существованием вертикальных инверсионных слоев температуры и показателя преломления воздуха [43, 55, 83, 86]. Проведенные численные оценки изменений астрономической рефракции за счет наклона атмосферных слоев дали значения на 1—2 порядка меньшие экспериментально наблюдаемых величин [55, 86, 88, 89].

Эффект отклонения наблюдаемых значений углов астрономической рефракции от теоретических достаточно надежно объясняется влиянием вертикальных инверсионных слоев показателя преломления воздуха [43, 90]. Подробно этот вопрос будет рассмотрен в гл. 7.

Глава 4

РЕГУЛЯРНАЯ РЕФРАКЦИЯ РАДИОВОЛН В ЗЕМНОЙ АТМОСФЕРЕ (РЕФРАКЦИЯ I ТИПА)

4.1. Методы расчета рефракции радиоволн в тропосфере и стратосфере

Метод расчета рефракции радиоволн в атмосфере Земли отличается от соответствующего метода расчета оптической рефракции двумя особенностями. Первая особенность состоит в том, что в радиодиапазоне показатель преломления тропосферы и стратосферы начинает зависеть не только от температуры и давления, но и от влажности воздуха, и в этом случае должен определяться соотношениями (1.35) и (1.36). Вторая особенность обусловлена тем, что в радиодиапазоне ($\lambda > 5$ см) существенное влияние на характер распространения радиоволн начинает оказывать ионосфера. Это приводит к дополнительному искривлению траекторий радиоволн и, соответственно, к возникновению ионосферной рефракции.

Поэтому при расчете радиорефракции I типа мы должны учитывать одновременное действие всей атмосферы на величину искривления траектории радиоволн. Однако, при заданной точности расчета α и фиксированном зенитном угле излучателя можно определить диапазон радиоволн, для которого ионосфера не будет оказывать влияния на искривление траектории волны и угол рефракции будет определяться только воздействием тропосферы и стратосферы.

Оценки показывают, что при точности расчета угла радиорефракции в $1''$ и видимом зенитном угле излучателя $z_0 = 90^\circ$ граничная длина волны равна примерно 5 см. При больших длинах волн ионосфера начинает влиять на величину угла рефракции и это влияние необходимо учитывать (см. § 4.3). Естественно, что при заданной точности расчета угла рефракции граничная длина волны будет увеличиваться по мере уменьшения видимого зенитного угла излучателя. Учитывая сделанное выше замечание, в этом разделе мы рассмотрим методы расчета рефракции радиоволн субмиллиметрового, миллиметрового и ультракоротковолнового диапазонов в тропосфере и стратосфере.

В § 3.4 была изложена методика определения рефракции оптических волн, в земной атмосфере и получено общее выражение (3.45) для расчета углов оптической рефракции во всем диапазоне видимых зенитных углов. Эта же методика справедлива и в радиодиапазоне, и формулу (3.45) можно применять для вычисления тропосферной и стратосферной рефракций, заменив параметры показателя преломления воздуха в оптическом диапазоне на параметры показателя преломления воздуха в радиодиапазоне в соответствии с формулами (1.34)—(1.36), (1.45), (1.46).

Таким образом, угол радиорефракции I типа в земной атмосфере для длин волн, меньших 5 см, определяется соотношением

$$\alpha = -\operatorname{ctg} z_0 \ln n_0/n_H + L_1 + \operatorname{ctg} z_0 \sec^2 z_0 L_2 + \beta \Delta n_0 \operatorname{ctg} z_0 \sec^2 z_0 (L_3 - L_2), \quad (4.1)$$

где

$$L_1 = -\Delta n_0^2 \beta a \operatorname{ctg} z_0 \sec^2 z_0 \times \\ \times \{ [\exp(-\beta H) - \exp(-2\beta H)] (1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 H/a)^{-1/2} \}, \quad (4.2)$$

$$L_2 = \Delta n_0 \sqrt{\pi \beta a / 2} \operatorname{ctg} z_0 \exp(\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0 / 2) \times \\ \times [\Phi(\sqrt{\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0 + 2\beta H}) - \Phi(\sqrt{\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0})], \quad (4.3)$$

$$L_3 = \Delta n_0 \sqrt{\pi \beta a} \operatorname{ctg} z_0 \exp(\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0) \times \\ \times [\Phi(\sqrt{2\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0 + 4\beta H}) - \Phi(\sqrt{2\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0})]. \quad (4.4)$$

Величины n_0 , Δn_0 , n_H и β , входящие в (4.1)—(4.4), должны определяться по формулам (1.34)—(1.36), (1.45) и (1.46).

Для упрощения расчетов углов радиорефракции и сведения их к соответствующим таблицам углов астрономической рефракции М. А. Колосовым в 1955 г. был разработан метод «эквивалентных» температур. Суть этого метода состоит в следующем.

Приведенный показатель преломления воздуха в радиодиапазоне определяется соотношением (1.15):

$$(n - 1)10^6 = \frac{0,776}{T} \left(P + \frac{4810 e}{T} \right), \quad (4.5)$$

а приведенный коэффициент преломления атмосферы в оптическом диапазоне — выражением (1.20)

$$(n - 1) 10^6 = K_5(\lambda) P/T, \quad (4.6)$$

где дисперсионный множитель $K_5(\lambda)$ рассчитывается по формуле Эдлена (1.19) и для некоторых длин волн дан в табл. 1.4.

Таблицы оптической рефракции, публикуемые в астрономических ежегодниках, обычно приводятся для длины волны 0,5753 мкм (см. § 3.3.). В этом случае $K_5(\lambda) = 78,7$ и приведенный показатель преломления воздуха на этой длине волны имеет вид

$$(n - 1) 10^6 = 0,787 P/T. \quad (4.7)$$

Найдем такую температуру сухого воздуха, чтобы приведенный показатель преломления сухого воздуха (4.7) равнялся бы приведенному показателю преломления влажного воздуха (4.5). Это условие и определяет нам эквивалентную температуру сухого воздуха, по своему рефракционному действию равного рефракционному эффекту влажного воздуха. Следовательно,

$$0,787 \frac{P}{T_3} = \frac{0,776}{T} \left(P + \frac{4810 e}{T} \right), \quad (4.8)$$

откуда

$$T_3 = 1,014 \frac{T}{1 + 4810 e/PT}. \quad (4.9)$$

Таким образом, при расчете углов радиорефракции по астрономическим таблицам необходимо термодинамическую температуру, приводимую в таблицах, заменять на эквивалентную температуру радиорефракции. Для средней полосы СССР типичные значения эквивалентной температуры составляют летом $-40^\circ \div -50^\circ \text{C}$ и зимой $-20^\circ \div -30^\circ \text{C}$.

4.2. Методы расчета радиорефракции в ионосфере

Как уже отмечалось в гл. 1, ионосфера в отличие от нейтросферы представляет собой более сложную среду, электрические свойства которой зависят не только от координат и времени, но также определяются час-

тотой и направлением распространения электромагнитных волн. Естественно, что дисперсионные и анизотропные свойства ионосферы на некоторых частотах оказывают существенное влияние на ее показатель преломления и значительно усложняют расчет углов радиорефракции.

Диапазон частот, в котором проявляются дисперсионные и анизотропные свойства ионосферы, можно определить из соотношений (1.37) и (1.38). Эти формулы позволяют установить, что волны короче 6 м проходят через ионосферу без отражения при любых углах выхода с поверхности Земли. Волны длиннее 18 м отражаются от ионосферы всегда, а волны длиной 6—18 м отражаются от ионосферы только в некотором диапазоне углов выхода, определяемом максимальной электронной концентрацией F_2 -слоя, его высотой и частотой волны. Поэтому при расчете ионосферной рефракции естественно рассматривать волны короче 6 м, которые проходят через ионосферу при любых углах выхода с поверхности Земли.

Оценки формулы (1.38) показывают, что на волнах 3 м и короче влияние анизотропных свойств ионосферы на рефракцию можно не учитывать и определять ее показатель преломления по формуле (1.37) [91].

Исходя из указанных выше соображений, будем рассчитывать рефракцию радиоволн в ионосфере в диапазоне частот 100 МГц и выше.

На высоких частотах ионосфера не влияет на рефракцию электромагнитных волн и в этих условиях ее электрические свойства близки к электрическим свойствам вакуума. Граничная частота радиоволн, на которой электрические свойства ионосферы соответствуют вакууму, определяется точностью расчета углов радиорефракции и видимым зенитным углом источника излучения. Так, например, при точности расчета угла радиорефракции $1''$ и видимом зенитном угле источника излучения $z_0 = 90^\circ$ граничная частота равна 7 ГГц ($\lambda = 5$ см). Это означает, что в диапазоне волн 5 см и меньше ионосферная рефракция не превышает $1''$ при любых зенитных углах.

Таким образом, мы будем рассматривать рефракцию радиоволн в ионосфере в ультракоротком диапазоне ($\lambda = 3$ см—3 м) и для исключения влияния нейтросферы на величину угла рефракции поместим точку наблюде-

ния на нижней границе ионосферы. Случай одновременного воздействия нейтросферы и ионосферы на угол рефракции радиоволн при расположении точки наблюдения на поверхности Земли будет рассмотрен в § 4.3. Для расчета радиорефракции в ионосфере воспользуемся методом, изложенным в § 3.4. В соответствии с этим методом угол рефракции в ионосфере определяется формулой (3.35)

$$\alpha_n = - \operatorname{ctg} z_0 \ln(n_0/n_D) + L, \quad (4.10)$$

где n_0 и n_D — показатели преломления на нижней и верхней границах ионосферы соответственно; z_0 — видимый зенитный угол излучателя в точке наблюдения;

$$L = \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_0^D \frac{\frac{dn}{dh} dh}{\left(1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{R_0}\right)^{1/2}} + \frac{\operatorname{tg} z_0}{\cos^2 z_0} + \int_0^D \frac{\frac{dn}{dh} (n - n_0) dh}{\left(1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{R_0}\right)^{3/2}}, \quad (4.11)$$

R_0 — расстояние между центром Земли и нижней границей ионосферы; D — расстояние между нижней и верхней границами ионосферы. Высота h отсчитывается от нижней границы ионосферы.

Первое слагаемое в (4.10) равно нулю, так как на нижней и верхней границах ионосферы $n_0 = n_D = 1$. Второе слагаемое в (4.10), определяемое выражением (4.11), зависит от конкретного вида функции $n(h)$. В соответствии с современными представлениями о характере изменения электронной концентрации с высотой показатель преломления ионосферы в среднем определяется двумя зависимостями [37, 92, 93]:

$$n = 1 - \Delta n_M \left(2 \frac{h}{d} - \frac{h^2}{d^2}\right), \quad (4.12)$$

$0 \leq h \leq d$ — нижняя ионосфера;

$$n = 1 - \Delta n_M \exp[-\beta_n(h - d)], \quad (4.13)$$

$d \leq h \leq D$ — верхняя ионосфера,

$$\text{где} \quad \Delta n_M = f_{\text{кр}}^2 / 2f^2, \quad (4.14)$$

f — частота радиоволны; $f_{\text{кр}} = \sqrt{80,8 N_{mF_2}}$ — максимальная критическая частота для слоя F_2 ; d — высота максимума F_2 -слоя над нижней границей ионосферы; N_{mF_2} — электронная концентрация в максимуме слоя F_2 ; $\beta_{\text{и}}$ — коэффициент, характеризующий скорость убывания электронной концентрации с высотой выше максимума слоя F_2 .

С учетом выражений (4.12) и (4.13) формулу (4.11) можно представить в виде двух слагаемых

$$L = L_1 + L_2, \quad (4.15)$$

где L_1 — величина угла рефракции в нижней ионосфере; L_2 — величина угла рефракции в верхней ионосфере; L_1 определяется формулой

$$L_1 = - \frac{\text{ctg } z_0}{\cos^2 z_0} \int_0^d \frac{\frac{dn}{dh} dh}{\left(1 + 2 \text{tg}^2 z_0 \frac{h}{R_0}\right)^{1/2}} +$$

$$+ \frac{\text{tg } z_0}{\cos^2 z_0} \int_0^d \frac{\frac{dn}{dh} (n - n_0) dh}{\left(1 + 2 \text{tg}^2 z_0 \frac{h}{R_0}\right)^{3/2}}, \quad (4.16)$$

в которой n зависит от высоты по закону (4.12); L_2 определяется выражением

$$L_2 = - \frac{\text{ctg } z_0}{\cos^2 z_0} \int_d^D \frac{\frac{dn}{dh} dh}{\left(1 + 2 \text{tg}^2 z_0 \frac{h}{R_0}\right)^{1/2}} +$$

$$+ \frac{\text{tg } z_0}{\cos^2 z_0} \int_d^D \frac{\frac{dn}{dh} (n - n_0) dh}{\left(1 + 2 \text{tg}^2 z_0 \frac{h}{R_0}\right)^{3/2}}, \quad (4.17)$$

где n меняется с высотой по закону (4.13).

Интегрируя (4.16) с учетом (4.12), для L_1 получим соотношение

$$L_1 = -\frac{2\Delta n_M}{m} \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \left\{ (1 - \sqrt{1 + 2m}) + \frac{1}{3m} [(m-1) \times \right. \\ \left. \times \sqrt{1 + 2m} + 1] \right\} + \frac{2\Delta n_M^2}{5m^2} \frac{\operatorname{tg} z_0}{\cos^2 z_0} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + 2m}} \times \right. \\ \left. \times \left(\frac{2}{m^2} + \frac{12}{m} + 19 + 6m \right) - \left(\frac{2}{m^2} + \frac{10}{m} + 10 \right) \right], \quad (4.18)$$

где

$$m = \operatorname{tg}^2 z_0 d/R_0. \quad (4.19)$$

Аналогично, интегрируя (4.17) с учетом (4.13), для L_2 будем иметь формулу

$$L_2 = L_1^0 + (1 - \beta_n R_0 \Delta n_s) \operatorname{ctg} z_0 \sec^2 z_0 L_2^0 + \\ + \Delta n_s \beta_n R_0 \operatorname{ctg} z_0 \cos^{-2} z_0 L_3^0, \quad (4.20)$$

где

$$\Delta n_s = -\Delta n_M \exp(\beta_n d), \quad (4.21)$$

$$L_1^0 = \Delta n_s^2 \beta_n R_0 \operatorname{ctg} z_0 \sec^2 z_0 \times$$

$$\times \{ [\exp(-\beta_n d) - \exp(-2\beta_n d)] (1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 d/R_0)^{-1/2} - \\ - [\exp(-\beta_n D) - \exp(-2\beta_n D)] (1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 D/R_0)^{-1/2} \}, \quad (4.22)$$

$$L_2^0 = \Delta n_s \sqrt{\pi \beta_n R_0 / 2} \operatorname{ctg} z_0 \exp(\beta_n R_0 \operatorname{ctg}^2 z_0 / 2) \times \\ \times [\Phi(\sqrt{\beta_n R_0 \operatorname{ctg}^2 z_0 + 2\beta_n D}) - \Phi(\sqrt{\beta_n R_0 \operatorname{ctg}^2 z_0 + 2\beta_n d})], \quad (4.23)$$

$$L_3^0 = \Delta n_s \sqrt{\pi \beta_n R_0} \operatorname{ctg} z_0 \exp(\beta_n R_0 \operatorname{ctg}^2 z_0) \times \\ \times [\Phi(\sqrt{2\beta_n R_0 \operatorname{ctg}^2 z_0 + 4\beta_n D}) - \\ - \Phi(\sqrt{2\beta_n R_0 \operatorname{ctg}^2 z_0 + 4\beta_n d})]. \quad (4.24)$$

Формулы (4.18) и (4.20) позволяют рассчитывать углы регулярной рефракции радиоволн в ионосфере во всем диапазоне видимых зенитных углов.

Рассмотрим частные случаи общей формулы (4.10).

1. $m \ll 1$ и $z_0 \leq 60^\circ$.

В этом случае радикалы в (4.18) можно разложить в ряды Тейлора, а интегралы вероятности $\Phi(x)$ в (4.20) — в асимптотические ряды и ограничиться в первом случае четырьмя, а во втором случае двумя членами разложения.

Тогда угол рефракции в ионосфере будет определяться соотношением

$$\alpha_{\text{и}} = \left(\frac{2}{3} \Delta n_M \frac{d}{R_0} + \frac{\Delta n_M^2}{2} \right) \frac{\text{tg } z_0}{\cos^2 z_0}. \quad (4.25)$$

Из (4.25) следует, что при $z_0 \leq 60^\circ$ угол рефракции в ионосфере зависит от видимого зенитного угла, показателя преломления в максимуме слоя F_2 , высот нижней границы ионосферы и слоя F_2 над поверхностью Земли.

2. $m \gg 1$ и $z_0 = 90^\circ$.

В этом случае

$$L_1 = \frac{8}{3} \Delta n_M \sqrt{\frac{R_0}{2d}} + \frac{24}{5} \Delta n_M^2 \left(\sqrt{\frac{R_0}{2d}} \right)^3, \quad (4.26)$$

$$L_2 = - \Delta n_M \sqrt{\frac{R_0}{2d}} \quad (4.27)$$

и угол рефракции в ионосфере на горизонте определяется формулой

$$\alpha_{\text{и}} = \frac{5}{3} \Delta n_M \sqrt{\frac{R_0}{2d}} + \frac{24}{5} \Delta n_M^2 \left(\sqrt{\frac{R_0}{2d}} \right)^3. \quad (4.28)$$

Формулы (4.26) и (4.27) показывают, что верхняя ионосфера, расположенная выше слоя F_2 , компенсирует примерно одну треть угла рефракции от нижней ионосферы. Из соотношения (4.28) видно, что угол рефракции в ионосфере на горизонте зависит от тех же параметров, что и в случае 1, однако характер этой зависимости несколько иной.

4.3. Рефракция радиоволн в атмосфере.

Общий случай.

Рассмотрим общий случай радиорефракции в атмосфере Земли с учетом одновременного воздействия тро-

посферы, стратосферы и ионосферы на искривление траектории радиоволн. Будем считать, что точка наблюдения находится на поверхности Земли, а усредненный показатель преломления атмосферы меняется с высотой по законам

$$n = 1 + \Delta n_0 \exp(-\beta h), \quad 0 \leq h \leq H_1, \quad (4.29)$$

$$n = 1 - \Delta n_M \left[2 \frac{(h - H_1)}{(H_2 - H_1)} - \frac{(h - H_1)^2}{(H_2 - H_1)^2} \right], \quad (4.30)$$

$$H_1 \leq h \leq H_2,$$

$$n = 1 - \Delta n_M \exp[-\beta_n (h - H_2)], \quad H_2 \leq h \leq H_3, \quad (4.31)$$

где H_1 , H_2 и H_3 — высоты нижней границы ионосферы, максимума слоя F_2 и верхней границы ионосферы над поверхностью Земли; $n_0 = 1 + \Delta n_0$ и $n_M = 1 - \Delta n_M$ — показатели преломления атмосферы у поверхности Земли и в максимуме слоя F_2 ; β — коэффициент, характеризующий скорость убывания показателя преломления тропосферы и стратосферы с увеличением высоты; β_n — коэффициент, характеризующий скорость уменьшения электронной концентрации с высотой выше максимума слоя F_2 .

Характер зависимости показателя преломления от высоты в различных областях атмосферы на фиксированной длине волны показан на рис. 1.10. Общая формула для расчета угла рефракции во всей атмосфере Земли имеет вид (см. § 3.4)

$$\alpha = -\operatorname{ctg} z_0 \ln(n_0/n_3) + L, \quad (4.32)$$

где

$$L = -\frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_0^{H_3} \frac{\frac{dn}{dh} dh}{\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{a}}} +$$

$$+ \frac{\operatorname{tg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_0^{H_3} \frac{\frac{dn}{dh} (n - n_0) dh}{\left(\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{a}} \right)^3}. \quad (4.33)$$

Здесь n_0 и n_3 — показатели преломления атмосферы у поверхности Земли и на верхней границе ионосферы;

z_0 — видимый зенитный угол источника; a — радиус Земли.

Так как усредненная зависимость показателя преломления атмосферы определяется тремя соотношениями (4.29), (4.30) и (4.31), то (4.33) целесообразно разбить на три слагаемых

$$L = L_1 + L_2 + L_3, \quad (4.34)$$

где

$$L_1 = -\frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_0^{H_1} \frac{\frac{dn}{dh} dh}{\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{a}}} +$$

$$+ \frac{\operatorname{tg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_0^{H_1} \frac{\frac{dn}{dh} (n - n_0) dh}{\left(\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{a}} \right)^3}, \quad (4.35)$$

$n(h)$ меняется по закону (4.29);

$$L_2 = -\frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_{H_1}^{H_2} \frac{\frac{dn}{dh} dh}{\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{a}}} +$$

$$+ \frac{\operatorname{tg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_{H_1}^{H_2} \frac{\frac{dn}{dh} (n - n_0) dh}{\left(\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{a}} \right)^3}, \quad (4.36)$$

$n(h)$ определяется соотношением (4.30);

$$L_3 = -\frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_{H_2}^{H_3} \frac{(dn/dh) dh}{\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{a}}} +$$

$$+ \frac{\operatorname{tg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_{H_2}^{H_3} \frac{(dn/dh) (n - n_0) dh}{\left(1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{a} \right)^{3/2}}, \quad (4.37)$$

$n(h)$ определяется формулой (4.31).

Интегрируя (4.35) — (4.37) с учетом зависимостей (4.29) — (4.31), для L_1 , L_2 и L_3 получим соотношения

$$L_1 = L_{11} + (1 - \beta a \Delta n_0) \operatorname{ctg} z_0 \sec^2 z_0 L_{12} + \beta a \Delta n_0 \operatorname{ctg} z_0 \sec^2 z_0 L_{13}. \quad (4.38)$$

Здесь

$$L_{11} = -\Delta n_0^2 \beta a \operatorname{ctg} z_0 \sec^2 z_0 \times \times [\exp(-\beta H_1) - \exp(-2\beta H_1)] (1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 H_1/a)^{-1/2}, \quad (4.39)$$

$$L_{12} = \Delta n_0 \sqrt{\pi \beta a/2} \operatorname{ctg} z_0 \exp(\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0/2) \times \times [\Phi(\sqrt{\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0 + 2\beta H_1}) - \Phi(\sqrt{\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0})], \quad (4.40)$$

$$L_{13} = \Delta n_0 \sqrt{\pi \beta a} \operatorname{ctg} z_0 \exp(\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0) \times \times (\Phi(\sqrt{2\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0 + 4\beta H_1}) - \Phi(\sqrt{2\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0})). \quad (4.41)$$

$$L_2 = L_{21} + L_{22}, \quad (4.42)$$

где

$$L_{21} = 2 \Delta n_M a (H_2 - H_1)^{-2} \operatorname{ctg} z_0 \sin^{-2} z_0 \{H_2 \times \times [(1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 H_2/a)^{1/2} - (1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 H_1/a)^{1/2}] + \times \times \operatorname{ctg}^2 z_0 [(1 - \operatorname{tg}^2 z_0 H_2/a) (1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 H_2/a)^{1/2} - \times \times (1 - \operatorname{tg}^2 z_0 H_1/a) (1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 H_1/a)^{1/2}] a/3\}, \quad (4.43)$$

$$L_{22} = \frac{8 \operatorname{tg} z_0 \Delta n_M^2}{5 \cos^2 z_0 b^4 (H_2 - H_1)^4} \left(\frac{p}{\sqrt{1 + b H_2}} - \frac{q}{\sqrt{1 + b H_1}} \right), \quad (4.44)$$

причем

$$p = [8 + 24 b H_2 + 19 b^2 H_2^2 + 3 b^3 H_2^3 + 5 b^2 g (1 + b H_2)],$$

$$q = [8 + 4 b H_1 - b^2 H_1^2 + b^3 H_1^3/2 + 20 b H_2 + 10 b^2 H_2^2 +$$

$$+ 10 b^2 H_1 H_2 - 5 b^3 H_1^2 H_2/2 + 5 b^3 H_1 H_2^2 +$$

$$+ 5 b^2 g + 5 b^3 g (H_1 + H_2)/2],$$

$$b = 2 \operatorname{tg}^2 z_0/a, \quad g = H_2^2 - (H_2 - H_1)^2 (1 + \Delta n_0/\Delta n_M),$$

$$L_3 = L_{31} + (1 - \Delta n_0 \beta_H a) \operatorname{ctg} z_0 \sec^2 z_0 L_{32} - \Delta n_M \beta_H a \exp(\beta_H H_2) \operatorname{ctg} z_0 \sec^2 z_0 L_{33} + L_{34}, \quad (4.45)$$

где

$$L_{31} = -\Delta n_M^2 \beta_n a \operatorname{ctg} z_0 \sec^2 z_0 [(1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 H_2/a)^{-1/2} - \exp[-2\beta_n(H_3 - H_2)](1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 H_3/a)^{-1/2}], \quad (4.46)$$

$$L_{32} = -\Delta n_M \sqrt{\pi \beta_n a / 2} \operatorname{ctg} z_0 \exp[\beta_n(H_2 + a \operatorname{ctg}^2 z_0 / 2)] \times \\ \times [\Phi(\sqrt{\beta_n a \operatorname{ctg}^2 z_0 + 2\beta_n H_3}) - \Phi(\sqrt{\beta_n a \operatorname{ctg}^2 z_0 + 2\beta_n H_2})], \quad (4.47)$$

$$L_{33} = -\Delta n_M \sqrt{\pi \beta_n a} \operatorname{ctg} z_0 \exp[\beta_n(H_2 + a \operatorname{ctg}^2 z_0)] \times \\ \times [\Phi(\sqrt{2\beta_n a \operatorname{ctg}^2 z_0 + 4\beta_n H_3}) - \Phi(\sqrt{2\beta_n a \operatorname{ctg}^2 z_0 + 4\beta_n H_2})], \quad (4.48)$$

$$L_{34} = -\Delta n_0 \Delta n_M \beta_n a \operatorname{ctg} z_0 \sec^2 z_0 [(1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 H_2/a)^{-1/2} - \exp[-\beta_n(H_3 - H_2)](1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 H_3/a)^{-1/2}]. \quad (4.49)$$

Таким образом, соотношения (4.32), (4.34), (4.38), (4.42) и (4.45) определяют полный угол регулярной радиорефракции в земной атмосфере во всем диапазоне видимых зенитных углов. Анализ этих соотношений показывает, что величина полного угла радиорефракции в земной атмосфере зависит от видимого зенитного угла источника, радиуса Земли, показателей преломления атмосферы у земной поверхности и в максимуме F_2 -слоя, характера изменения показателя преломления с высотой, от высот нижней и верхней границ ионосферы и от высоты максимума слоя F_2 .

Следует обратить внимание на одну характерную особенность соотношения (4.32): угол радиорефракции в ионосфере определяется не только параметрами ионосферы, но также зависит от показателя преломления воздуха у земной поверхности [см. (4.44) и (4.45)].

Рассмотрим частные случаи общего соотношения (4.32), характеризующего величину угла радиорефракции в земной атмосфере.

1. $2 \operatorname{tg}^2 z_0 H_2 / a \ll 1$, $z_0 \leq 60^\circ$.

В этом случае радикалы в (4.43) и (4.44) можно разложить в ряды Тейлора, а интегралы вероятности $\Phi(x)$ в (4.40), (4.41), (4.47) и (4.48) — в асимптотические ряды и ограничиться для радикалов четырьмя, а для интегралов вероятности двумя членами разложе-

ния. Тогда выражение для угла радиорефракции в земной атмосфере будет иметь вид

$$\alpha = \Delta n_0 \operatorname{tg} z_0 + \Delta n_M \frac{\operatorname{tg} z_0}{\cos^2 z_0} \frac{1}{a} \left[H_2 - \frac{2H_2^2 + 2H_2H_1 - H_1^2}{3(H_2 - H_1)} \right] +$$

$$+ \frac{2\Delta n_M^2}{(H_2 - H_1)^4} \frac{\operatorname{tg} z_0}{\cos^2 z_0} \left[\left(\frac{H_2^4}{4} - \frac{g}{2} H_2^2 \right) - \right.$$

$$\left. - \left(\frac{H_1^4}{4} - H_2H_1^3 + H_2^2H_1^2 + \frac{g}{2} H_1^2 - gH_2H_1 \right) \right]. \quad (4.50)$$

$$2. \quad 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_2}{a} \gg 1, \quad z_0 \approx 90^\circ.$$

В этом случае выражения (4.38), (4.42) и (4.45) упрощаются и соотношение (4.32) будет определяться формулой

$$\alpha = \Delta n_0 \sqrt{\frac{\pi\beta a}{2}} [1 + (\sqrt{2} - 1)\Delta n_0\beta a] +$$

$$+ \frac{2\Delta n_M \sqrt{2}a}{(H_2 - H_1)^2} [H_2(\sqrt{H_2} - \sqrt{H_1}) -$$

$$- \frac{1}{3}(H_2\sqrt{H_2} - H_1\sqrt{H_1})] + \frac{\sqrt{2}\Delta n_M^2 a^{3/2}}{(H_2 - H_1)^4} \times$$

$$\times \left[\frac{1}{\sqrt{H_2}} \left(\frac{6}{5} H_2^3 + 2gH_2 \right) - \frac{1}{\sqrt{H_1}} \left(\frac{H_1^3}{5} - H_2H_1^2 + \right. \right.$$

$$\left. \left. + 2H_2^2H_1 + gH_1 + gH_2 \right) \right] - \Delta n_M \sqrt{\frac{a}{2H_2}}. \quad (4.51)$$

Используем выражение (4.51) для оценки величин углов радиорефракции при некоторых средних атмосферных условиях для длин волн излучателя 3 и 1 м, 30, 10, 5 и 3 см.

При расчетах будем предполагать следующие параметры атмосферы: $\Delta n_0 = 3,3 \cdot 10^{-4}$; $\beta = 0,14 \text{ км}^{-1}$; $a = 6370 \text{ км}$; $N_{mF_2} = 2 \cdot 10^6 \text{ см}^{-3}$; $H_1 = 60 \text{ км}$ и $H_2 = 310 \text{ км}$.

Δn_M определяется формулой (4.14) и, например, для $\lambda = 3 \text{ м}$ составляет $8,08 \cdot 10^{-3}$. Результаты расчета углов радиорефракции по формуле (4.51) в нейтросфере, ионосфере и во всей атмосфере для шести длин волн представлены в табл. 4.1.

Рефракция радиоволн различных диапазонов
в земной атмосфере при $z_0=90^\circ$

Угол рефракции	Длина волны λ , см					
	300	100	30	10	5	3
В тропосфере и стратосфере	48'	48'	48'	48'	48'	48'
В ионосфере	88'	8'27"	47"	5"	1"3	0"47
Во всей атмосфере	136'	56'27"	48'47"	48'5"	48'1"3	48'0"47

Из табл. 4.1 следует, что величина угла рефракции радиоволн в ионосфере быстро уменьшается примерно обратно пропорционально квадрату частоты излучения и уже на длине волны 30 см в 60 раз меньше, чем в нейтросфере.

Формулы (4.42) и (4.45) при заданной точности расчета угла рефракций и фиксированной величине z_0 позволяют оценить диапазон радиоволн, для которого ионосфера не оказывает влияния на величину угла радиорефракции. Так, при точности расчета α в 1" и при видимом зенитном угле излучателя $z_0=90^\circ$ можно пренебречь влиянием ионосферной радиорефракции начиная с длин волн $\lambda \leq 5$ см. В этом диапазоне волн угол рефракции определяется только тропосферой и стратосферой и α рассчитывается в соответствии с формулами (4.32), (4.38). Естественно, что граничная длина волны будет уменьшаться при увеличении точности расчета угла рефракции и будет возрастать при уменьшении z_0 .

4.4. Теорема Лапласа и границы ее применимости при расчете рефракции радиоволн в земной атмосфере

В гл. 3 мы подробно проанализировали теорему Лапласа в оптическом диапазоне волн и определили границы ее применимости. В радиодиапазоне теорема Лапласа также имеет место, но условия ее применимости несколько отличаются от условий оптического диапазона. Для той части радиодиапазона, в которой ионосфера не оказывает влияния на величину угла рефракции,

границы применимости теоремы Лапласа определяются соотношением (3.50), полученным в § 3.4 для оптических волн. Эти границы зависят от заданной точности расчета угла рефракции δ_p , от показателя преломления воздуха у земной поверхности $1 + \Delta n_0$ и от скорости его убывания с высотой β .

В радиодиапазоне в отличие от оптического Δn_0 несколько больше за счет влияния влажности, что приводит к незначительному уменьшению (на несколько градусов) области применимости теоремы Лапласа на радиоволнах. Остальные условия применимости теоремы Лапласа в коротковолновой части радиодиапазона идентичны условиям ее применимости на оптических волнах.

Совершенно иначе обстоит дело с теоремой Лапласа на радиоволнах, для которых существенна ионосферная рефракция. Для этого диапазона волн при видимых зенитных углах $z_0 \leq 60^\circ$ угол рефракции определяется не только показателем преломления воздуха у земной поверхности, но также зависит от показателя преломления в максимуме слоя F_2 и от его высоты над поверхностью Земли, а также от высоты нижней границы ионосферы [см. (4.50)]. В этом случае теорема Лапласа в ее классической формулировке не имеет места. Однако появляется возможность предсказания углов регулярной атмосферной радиорефракции по измеренным показателям преломления атмосферы у поверхности Земли и в максимуме слоя F_2 , а также по высотам максимума слоя F_2 и нижней границы ионосферы над земной поверхностью. Эти атмосферные параметры можно достаточно просто получать с помощью наземных метеорологических и ионосферных станций и на их основе оперативно рассчитывать углы регулярной рефракции радиоволн в земной атмосфере.

4.5. Экспериментальные методы исследования рефракции радиоволн в атмосфере по космическим источникам

Для экспериментального изучения рефракции радиоволн в атмосфере Земли применяют методы наблюдения космических радиоисточников (Солнце, Луна и т. д.) под различными зенитными углами. Ниже описывается методика определения радиорефракции в атмосфере по радиоизлучению Солнца на волне 3,2 см.

Прием радиоизлучения осуществлялся радиометром, основные характеристики которого изложены в [94]. Углы прихода радиоволн от Солнца вычислялись по методу «остронаправленной антенны» для наблюдения радиорефракции при углах места более 1° и методу «выходных и заходных кривых» для радиорефракции на горизонте.

Метод «остронаправленной антенны» осуществлялся с помощью установки, снабженной антенной с рефлектором диаметром 4 м. Антенна устанавливалась на заданный угол места и поворачивалась по азимуту так, чтобы центр Солнца все время лежал в вертикальной плоскости, проходящей через ось диаграммы. В момент, когда угол прихода радиоволн совпадает с углом места оси диаграммы, сигнал достигает максимума. Разность между истинным углом места центра Солнца в этот момент (определяемым по астрономическим таблицам) и углом места оси диаграммы и представляет собой угол рефракции.

Точность измерения рефракции по этому методу определяется, в основном, раствором диаграммы антенны, точностью установки осей антенны и точностью отсчета угла места. Систематические ошибки могут быть внесены также поглощением в атмосфере (искажающим форму кривой изменения сигнала при прохождении источника через диаграмму направленности антенны в вертикальной плоскости вследствие зависимости поглощения в атмосфере от высоты) и запаздыванием сигнала в выходном устройстве, имеющем большую постоянную времени. Кроме того, причиной ошибок может быть неравномерное распределение «радиояркости» по диску Солнца, вызывающее смещение «центра тяжести радиоизлучения» относительно геометрического центра Солнца (эта последняя ошибка вероятна только в периоды повышенной солнечной активности). Помимо прямых методов устранения причин ошибок (точная установка осей и точный отсчет углов, учет поглощения, измерение времени запаздывания сигнала в фильтре и т. д.), большинство систематических ошибок может быть исключено или существенно уменьшено косвенным методом. Измеряется радиорефракция при больших углах места (например, 15°), где сама радиорефракция уже мала и ее отклонения от среднего значения не могут быть заметными. Поскольку среднее значение радиоре-

фракции для этого угла места известно, сопоставление результатов измерения радиорефракции с этим средним значением позволяет исключить или уменьшить большинство систематических ошибок.

В результате вероятная суммарная ошибка с применявшейся аппаратурой может быть доведена до $\pm 2', 5$ при угле места в 1° и до $1', 5$ при угле места в 2° . Увеличение ошибки с уменьшением угла места объясняется, главным образом, более сильным влиянием поглощения при малых углах места. Однако метод «остронаправленной антенны» неприменим при углах места, меньших 1° , так как диаграмма антенны искажается из-за влияния Земли. В этом случае радиорефракция может быть определена путем наблюдений моментов восхода и захода Солнца. Влияние радиорефракции на горизонте сводится к тому, что «радиовосход» начинается раньше, а «радиозаход» наступает позже, чем они должны были бы наступить в отсутствие радиорефракции. Моменты восхода и захода в этом последнем случае могут быть определены путем астрономических расчетов. Их сопоставление с наблюдаемыми моментами радиовосхода и радиозахода позволяет определить радиорефракцию на горизонте.

Описанная выше методика была применена одним из авторов для экспериментальной проверки таблиц радиорефракции, рассчитанных по формулам, аналогичным (4.1) и (4.9). Наблюдения рефракции солнечного излучения проводились в диапазоне видимых зенитных углов $75-90^\circ$. Измеренные значения сравнивались с найденными по пулковским таблицам величинами астрономической рефракции с применением метода эквивалентных температур.

Расхождение между измеренным и вычисленным углами радиорефракции обусловлено, с одной стороны, неточностью измерений угла (погрешностью аппаратуры), и, с другой стороны, неточностью самого метода расчета вследствие отличия вертикального распределения диэлектрической проницаемости воздуха от принятого в таблицах и ошибками при определении эквивалентной температуры.

Для малых углов места основной причиной погрешностей является отличие реального профиля показателя преломления воздуха от принятого при расчетах.

Можно считать, что погрешности в определении угла рефракции из-за влияния тропосферы и инструментальные ошибки измерений независимы.

Тогда

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{\text{и}}^2 + \sigma_{\text{т}}^2}, \quad (4.52)$$

где σ — среднее квадратичное отклонение измеренных величин углов радиорефракции от расчетных; $\sigma_{\text{и}}$ — средняя квадратичная инструментальная ошибка; $\sigma_{\text{т}}$ — среднее квадратичное отклонение рассчитанного с учетом реального профиля угла рефракции от соответствующего табличного значения для тропосферы.

Данные об инструментальной погрешности можно получить из измерений, проведенных при таких условиях, когда влияние тропосферы мало или же может быть учтено с достаточной точностью.

Например, при угле места 15° можно надежно вводить среднюю поправку на радиорефракцию, так как ее величина при изменениях эквивалентной температуры на $\pm 10^\circ$ изменяется лишь на $\pm 10''$, а вертикальное распределение коэффициента преломления может быть любым. В результате обработки 50 случаев наблюдений под углом места 15° было найдено, что среднее квадратичное отклонение от средней величины, характеризующее инструментальную ошибку измерений, равно $\pm 1', 3$.

Для оценки среднее квадратичного отклонения измеренных величин углов радиорефракции от рассчитанных при углах места $0 \div 10^\circ$ воспользуемся по аналогии с оптической рефракцией эмпирическим соотношением, полученным Фуссом [83], и запишем его в виде

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{\text{и}}^2 \Lambda(\theta_0) + k_a (\alpha_\infty / 1000)^4}. \quad (4.53)$$

Это выражение отличается от формулы Фусса тем, что из (4.53) исключена флуктуационная составляющая и в него введена инструментальная ошибка.

Зависимость инструментальной погрешности от видимого угла места $\Lambda(\theta_0)$ мы представим в виде $\exp(\gamma/\theta_0)$ (для диапазона видимых углов $1-15^\circ$).

Анализ полученных значений среднее квадратичных отклонений показал, что выражение (4.53) удовлетворяет экспериментальным данным, если его записать в виде

$$\sigma = [6100 \exp(0,17/\theta_0) + 350 (\alpha_\infty / 1000)^4]^{1/2}, \quad (4.54)$$

где θ_0 , град; σ и α_∞ , угл. с.

На рис. 4.1 приведена рассчитанная по формуле (4.54) кривая зависимости указанного среднеквадратичного отклонения от видимого угла места. Крестиком нанесены значения среднеквадратичных отклонений измеренных величин от рассчитанных, полученные летом 1952 и 1954 гг. В качестве значения рефракции (α_∞) взято ее значение при приведенной эквивалентной температуре -40°C (средняя температура для лета). Сопоставление расчета с результатами измерений показывает, что выражение (4.54) удовлетворительно отвечает экспериментальным данным во всем диапазоне углов места от 1 до 15° . Выражение (4.54) позволяет также найти значение ошибки рассматриваемого метода расчета углов радиорефракции. Для этого надо положить, что измерения производятся прибором, не имеющим инструментальной погрешности, т. е. принять, что $\sigma_{\text{и}} = 0$.

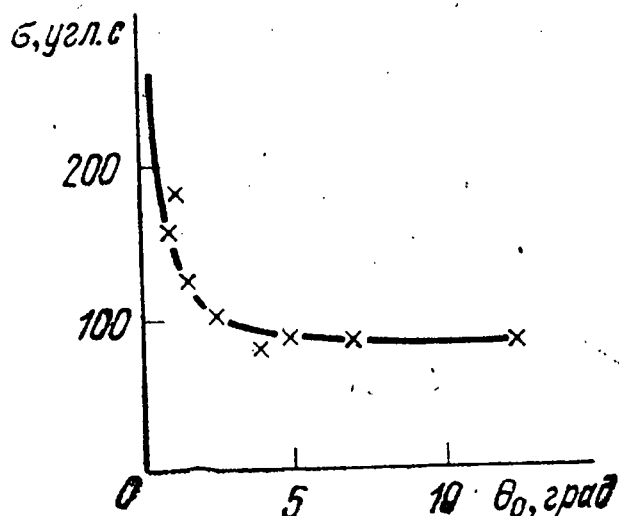


Рис. 4.1. Зависимость среднеквадратичного значения отклонения измеренных углов радиорефракции от вычисленных.

Тогда среднеквадратичное отклонение истинных значений углов радиорефракции от вычисленных по таблицам составит

$$\sigma_{\text{рад}} = 18,7 (\alpha_\infty / 1000)^2. \quad (4.55)$$

Погрешность для оптических наблюдений имеет вид [83]

$$\sigma_{\text{опт}} = 5,6 (\alpha_\infty / 1000)^2. \quad (4.56)$$

Таким образом, погрешность метода введения текущих поправок на радиорефракцию примерно в три раза превышает погрешность метода введения текущих поправок на астрономическую рефракцию.

Вполне возможно, что это расхождение обусловлено не столько различным влиянием влажности воздуха на оптическую рефракцию и радиорефракцию, сколько не-

достаточной точностью наших измерений по сравнению с оптическими измерениями.

Для характеристики возможных ошибок в определении углов радиорефракции при применении описанной выше методики введения текущих поправок в случае бесконечно удаленного источника в табл. 4.2 приведены значения среднеквадратичных отклонений истинных значений углов радиорефракции от вычисленных по формуле (4.55) для различных углов места.

Таблица 4.2

**Погрешность метода введения текущих поправок
на радиорефракцию**

Видимые углы места	Среднеквадратичное отклонение истинных величин от вычисленных	
	Лето	Зима
0°00'	2'37"	2'07"
0°30'	1'50"	1'24"
1°00'	1'15"	59"
1°30'	54"	43"
2°00'	47"	31"
2°30'	32"	24"
3°30'	19"	15"
5°00'	11"	9"
7°00'	6"	5"
10°00'	3"	2"

Глава 5

РЕФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ПРИ РАСПОЛОЖЕНИИ ИЗЛУЧАТЕЛЯ И ПРИЕМНИКА ВНУТРИ ПРЕЛОМЛЯЮЩЕЙ АТМОСФЕРЫ (РЕФРАКЦИЯ II, III И V ТИПА)

5.1. Рефракция электромагнитных волн ($\lambda \leq 5$ см) в земной атмосфере при различных высотах излучателя и приемника

Развитые в гл. 3 и 4 методы определения углов атмосферной рефракции (рефракции I типа) основывались на том, что при больших расстояниях до источника электромагнитных волн истинный угол атмосферной рефракции δ (рис. 5.1) равен углу полной атмосферной рефракции α . При расположении излучателя и приемника внутри преломляющей атмосферы это равенство на-

рушается и угол атмосферной рефракции δ становится меньше α на величину угла χ , характеризующего так называемую фотограмметрическую рефракцию [56]. Из рис. 5.1 следует, что

$$\delta = \alpha - \chi. \quad (5.1)$$

В настоящей главе мы разовьем методы расчета углов атмосферной рефракции α , δ и χ , используя основные соотношения, полученные в гл. 3 и 4. Знание этих углов рефракции имеет существенное значение для целого ряда практических приложений.

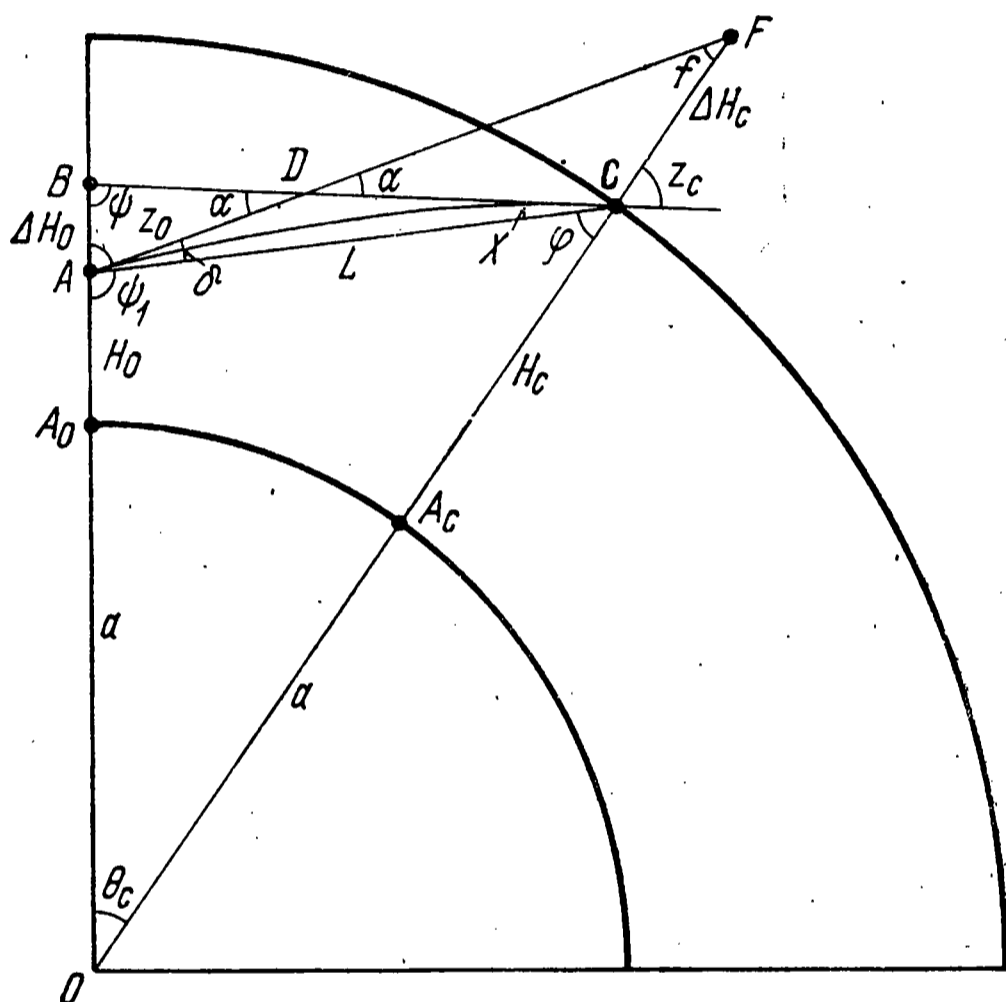


Рис. 5.1. Геометрические соотношения, применяемые при расчете углов рефракции в земной атмосфере.

Как мы уже отмечали в гл. 4, для электромагнитных волн с $\lambda \leq 5$ см ионосфера не оказывает существенного влияния на их рефракцию. В этом случае показатель преломления атмосферы меняется с высотой по экспоненциальному закону (1.45), причем параметры экспоненты зависят от длины волны и метеорологических условий (см. гл. 1).

Поместим в такой экспоненциальной атмосфере излучатель и приемник соответственно в точки C и A (рис. 5.1) и определим углы атмосферной рефракции α , δ и χ . Будем считать, для определенности, что высота излучателя над поверхностью Земли H_c больше высоты

приемника H_0 . В этом случае угол полной атмосферной рефракции α будет определяться соотношением, аналогичным (3.35):

$$\alpha = -\ln \frac{n_A}{n_c} \operatorname{ctg} z_0 - \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_0^{H_{c0}} \frac{\frac{dn}{dh} dh}{\sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{R_0}}} +$$

$$+ \frac{\operatorname{tg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_0^{H_{c0}} \frac{\frac{dn}{dh} (n - n_A) dh}{\left(\sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{R_0}} \right)^3}, \quad (5.2)$$

где n_c и n_A — показатели преломления атмосферы в месте расположения излучателя и приемника; $R_0 = a + H_0$ — расстояние приемника до центра Земли, $H_{c0} = H_c - H_0$; a — радиус Земли.

Методы расчета интегралов, входящих в (5.2), были подробно изложены в гл. 3. Основываясь на них, мы можем записать соотношение (5.2) в виде

$$\alpha = -\ln \frac{n_A}{n_c} \operatorname{ctg} z_0 + L_1 + \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} L_2 +$$

$$+ \beta R_0 \Delta n_A \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} (L_3 - L_2), \quad (5.3)$$

где

$$L_1 = \frac{\beta R_0 \Delta n_A^2 \operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \left[\frac{\exp(-2\beta H_{c0}) - \exp(-\beta H_{c0})}{(1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 H_{c0}/R_0)^{1/2}} \right], \quad (5.4)$$

$$L_2 = \Delta n_A \frac{\sqrt{\beta R_0}}{\operatorname{tg} z_0} \exp\left(\frac{\beta R_0}{2\operatorname{tg}^2 z_0}\right) \sqrt{\frac{\pi}{2}} \times$$

$$\times [\Phi(\sqrt{\beta R_0 \operatorname{ctg}^2 z_0 + 2\beta H_{c0}}) - \Phi(\sqrt{\beta R_0 \operatorname{ctg}^2 z_0})], \quad (5.5)$$

$$L_3 = \Delta n_A \frac{\sqrt{2\beta R_0}}{\operatorname{tg} z_0} \exp\left(\frac{\beta R_0}{\operatorname{tg}^2 z_0}\right) \sqrt{\frac{\pi}{2}} \times$$

$$\times [\Phi(\sqrt{2\beta R_0 \operatorname{ctg}^2 z_0 + 4\beta H_{c0}}) - \Phi(\sqrt{2\beta R_0 \operatorname{ctg}^2 z_0})]. \quad (5.6)$$

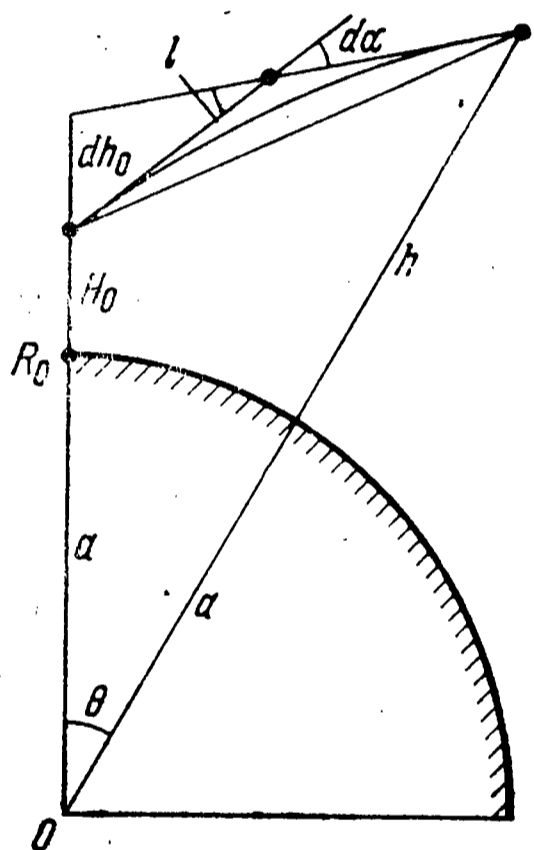
Формулы (5.3) — (5.6) при различных видимых зенитных углах допускают соответствующие упрощения (см. § 3.4) и приводятся к выражениям, аналогичным (3.46), (3.47), (3.51) и (3.52).

Перейдем теперь к расчету углов истинной и фотографической рефракции δ и χ [56]. Рассмотрим треугольник ABC (рис. 5.1), из которого с учетом $h_0 \ll \ll L$ угол χ можно представить в виде

$$\chi = h_0/L, \quad (5.7)$$

где

$$L \approx H_{c0} \sec \left(z_0 - \frac{\theta_c}{2} \right). \quad (5.8)$$



Элементарная длина dh_0 (рис. 5.2) связана с дифференциалом угла полной атмосферной рефракции соотношением

$$dh_0 = l d\alpha, \quad (5.9)$$

где

$$l \approx h \sec \left(z_0 - \frac{\theta}{2} \right). \quad (5.10)$$

Рис. 5.2. Геометрические соотношения, применяемые при выводе формулы (5.12).

Из выражения (3.17) следует, что

$$d\alpha = - \frac{1}{n} \left(\frac{dn}{dh} \right) \operatorname{tg} z dh. \quad (5.11)$$

Подставляя (5.10) и (5.11) в (5.9) и производя интегрирование, представим величину h_0 так:

$$h_0 = - \int_0^{H_{c0}} \frac{h}{n} \left(\frac{dn}{dh} \right) \operatorname{tg} z \sec \left(z_0 - \frac{\theta}{2} \right) dh.$$

Последнее соотношение и формула (5.8) позволяют записать выражение (5.7) в виде

$$\chi = - \int_0^{H_{c0}} \frac{1}{n} \left(\frac{dn}{dh} \right) \operatorname{tg} z \frac{h}{H_{c0}} \frac{\sec \left(z_0 - \frac{\theta}{2} \right)}{\sec \left(z_0 - \frac{\theta_c}{2} \right)} dh. \quad (5.12)$$

Учитывая, что в интервале интегрирования при $z_0 \ll 88^\circ$ функция $\sec \left(z_0 - \frac{\theta}{2} \right) \cos \left(z_0 - \frac{\theta_c}{2} \right) \approx 1$, запишем (5.12) следующим образом:

$$\chi = - \int_0^{H_{c0}} \frac{1}{n} \left(\frac{dn}{dh} \right) \operatorname{tg} z \frac{h}{H_{c0}} dh. \quad (5.13)$$

Из (5.11) следует, что

$$\alpha = - \int_0^{H_{c0}} \frac{1}{n} \left(\frac{dn}{dh} \right) \operatorname{tg} z dh. \quad (5.14)$$

Вычитая (5.13) из (5.14), получаем выражение для угла истинной атмосферной рефракции δ :

$$\delta = - \int_0^{H_{c0}} \left(1 - \frac{h}{H_{c0}} \right) \frac{1}{n} \left(\frac{dn}{dh} \right) \operatorname{tg} z dh. \quad (5.15)$$

Представим (5.15) в виде двух слагаемых, учитывая, что

$$1/n \approx 1, \quad z = z_0 - \theta + \alpha = z_0 - \gamma \text{ и } \gamma \ll 1: \quad (5.16)$$

$$\delta = \delta_1 + \delta_2, \quad (5.17)$$

где

$$\delta_1 = - \operatorname{tg} z_0 \int_0^{H_{c0}} \left(1 - \frac{h}{H_{c0}} \right) \left(\frac{dn}{dh} \right) dh, \quad (5.18)$$

$$\delta_2 = \sec^2 z_0 \int_0^{H_{c0}} \left(1 - \frac{h}{H_{c0}} \right) \left(\frac{dn}{dh} \right) \left(\frac{\gamma}{1 + \operatorname{tg} z_0 \gamma} \right) dh. \quad (5.19)$$

Из уравнения траектории луча (2.23) при условии (5.16) можно получить соотношение

$$\gamma = \operatorname{ctg} z_0 \sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \left[\frac{h}{R_0} + (n - n_A) \right]} - \operatorname{ctg} z_0,$$

которое позволяет записать выражение (5.19) в виде

$$\delta_2 = \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_0^{H_{c0}} \left(1 - \frac{h}{H_{c0}} \right) \left(\frac{dn}{dh} \right) \times$$

$$\times \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{R_0}} \sqrt{1 + 2 \frac{\operatorname{tg}^2 z_0 (n - n_A)}{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{R_0}}} \right] dh. \quad (5.20)$$

Разлагая второй радикал в (5.20) в ряд и ограничиваясь двумя первыми членами разложения, запишем соотношение для δ_2 так:

$$\delta_2 = \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_0^{H_{c0}} \left(1 - \frac{h}{H_{c0}} \right) \left(\frac{dn}{dh} \right) \times$$

$$\times \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{R_0}}} + \frac{\operatorname{tg}^2 z_0 (n - n_A)}{\left(\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{R_0}} \right)^3} \right] dh. \quad (5.21)$$

Таким образом, соотношения (5.17), (5.18) и (5.21) позволяют определять угол δ при любой зависимости $n(h)$. Угол χ вычисляется по формуле (5.1) с учетом (5.3).

Рассчитаем интегралы (5.18) и (5.21) при условии, что показатель преломления атмосферы меняется с высотой по закону (1.45). Интегрируя (5.18) с учетом (1.45), получаем для δ_1 выражение

$$\delta_1 = \Delta n_A \operatorname{tg} z_0 \left[1 - \frac{1 - \exp(-\beta H_{c0})}{\beta H_{c0}} \right]. \quad (5.22)$$

Вычислим далее интеграл (5.21), записав его в виде трех слагаемых

$$\delta_2 = \delta_{21} + \delta_{22} + \delta_{23}, \quad (5.23)$$

где

$$\delta_{21} = \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_0^{H_{c0}} \left(1 - \frac{h}{H_{c0}}\right) \left(\frac{dn}{dh}\right) dh,$$

$$\delta_{22} = - \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_0^{H_{c0}} \frac{\left(1 - \frac{h}{H_{c0}}\right) \left(\frac{dn}{dh}\right) dh}{\sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{R_0}}},$$

$$\delta_{23} = \frac{\operatorname{tg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_0^{H_{c0}} \frac{\left(1 - \frac{h}{H_{c0}}\right) \left(\frac{dn}{dh}\right) (n - n_A) dh}{\left(\sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{R_0}}\right)^3}.$$

Осуществляя интегрирование последних трех соотношений, представим δ_{21} , δ_{22} и δ_{23} формулами

$$\delta_{21} = - \Delta n_A \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \left[1 - \frac{1 - \exp(-\beta H_{c0})}{\beta H_{c0}}\right], \quad (5.24)$$

$$\delta_{22} = \Delta n_A \cdot \beta R_0 \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\sin^2 z_0} \exp q \left\{ \left(1 + \frac{q}{\beta H_{c0}} - \frac{1}{2\beta H_{c0}}\right) \frac{1}{\sqrt{2q}} \times \right.$$

$$\times \sqrt{\frac{\pi}{2}} [\Phi(p\sqrt{2q}) - \Phi(\sqrt{2q})] +$$

$$\left. + \frac{\exp q}{2\beta H_{c0}} [p \exp(q - qp^2) - 1] \right\}, \quad (5.25)$$

$p^2 = 1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 (H_{c0}/R_0)$; $q = \beta R_0/2 \operatorname{tg}^2 z_0$; $\Phi(x)$ — интеграл вероятности,

$$\delta_{23} = \Delta n_A^2 \beta R_0 \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} (\delta_{231} - \delta_{232}), \quad (5.26)$$

где

$$\delta_{231} = \left\{ \left(1 + \frac{q}{\beta H_{c0}}\right) \left[1 - \frac{\exp(q - qp^2)}{p}\right] - \right.$$

$$\left. - \left(2q + \frac{q}{\beta H_{c0}} + \frac{2q^2}{\beta H_{c0}}\right) \frac{\exp q}{\sqrt{2q}} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \times \right.$$

$$\left. \times [\Phi(p\sqrt{2q}) - \Phi(\sqrt{2q})] \right\}, \quad (5.27)$$

$$\delta_{232} = \left\{ \left(1 + \frac{q}{\beta H_{c0}} \right) \left[1 - \frac{\exp(2q - 2qp^2)}{p} \right] - \right. \\ \left. - \left(4q + \frac{q}{\beta H_{c0}} + \frac{4q^2}{\beta H_{c0}} \right) \frac{\exp 2q}{\sqrt{4q}} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \times \right. \\ \left. \times [\Phi(p\sqrt{4q}) - \Phi(\sqrt{4q})] \right\}. \quad (5.28)$$

Таким образом, соотношения (5.17), (5.22) — (5.28) позволяют рассчитать угол истинной атмосферной рефракции δ в диапазоне видимых зенитных углов $0^\circ \leq z_0 \leq 88^\circ$ при условии, что показатель преломления атмосферы меняется с высотой по закону (1.45).

В случае $z_0 \leq 80^\circ$, $p\sqrt{2q} \gg 1$ и $\sqrt{2q} \gg 1$ интегралы вероятности, входящие в (5.25), (5.27) и (5.28), можно разложить в асимптотические ряды (3.44) и ограничиться тремя первыми членами. В результате для δ_2 получится выражение

$$\delta_2 = \Delta n_A \frac{\operatorname{tg} z_0}{\cos^2 z_0} \left\{ \left[\frac{H_{c0}}{R_0} \exp(-\beta H_{c0}) + \frac{1 - \exp(-\beta H_{c0})}{2\beta^2 H_{c0} R_0} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1 + \exp(-\beta H_{c0})}{\beta R_0} \right] + \Delta n_A \left[\frac{1}{2} + \frac{1 - \exp(-\beta H_{c0})}{2\beta H_{c0}} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1 - \exp(-2\beta H_{c0})}{8\beta H_{c0}} \right] \right\}, \quad (5.29)$$

которое совместно с (5.22) определяет угол δ с точностью $\approx 1''$. В диапазоне видимых зенитных углов $0^\circ \leq z_0 \leq 70^\circ$ величина δ_2 при реальных параметрах соотношения (1.45) не превышает $1''$ и угол δ при этих условиях вычисляется с помощью формулы (5.22).

Угол фотограмметрической рефракции χ определяется по формулам (5.1), (5.3) и (5.17) в диапазоне видимых зенитных углов $z_0 \leq 88^\circ$ при любых высотах излучателя и приемника. Знание этого угла имеет существенное значение при оценках искажений аэроснимков земной поверхности, получаемых с различных летательных аппаратов. Подробно эти вопросы рассмотрены в работах [55, 56, 95, 96].

5.2. Рефракция электромагнитных волн ($\lambda \leq 5$ см) в земной атмосфере при близких или равных высотах излучателя и приемника

Рассмотренные в предыдущих разделах методы расчета углов рефракции основывались на применении соотношений (3.17) и (5.15), независимой переменной в которых являлась высота текущей точки траектории луча над сферической поверхностью радиуса $a + H_0$ (a — радиус Земли; H_0 — высота приемника над поверхностью Земли). Однако при близких или равных высотах излучателя и приемника соотношения (3.17) и (5.15) теряют смысл и не позволяют рассчитывать углы рефракции.

На практике же часто встречаются случаи, когда необходимо определять рефракцию электромагнитных волн от источников, высоты расположения которых близки или равны высотам приемников. В частности, такие задачи возникают при определении геодезической или земной рефракции, а также при расчете атмосферной рефракции между объектами, поднятыми на примерно равные высоты (например, между двумя ИСЗ).

В этом случае для определения углов рефракции мы применим интеграл рефракции в форме (3.8), где в качестве независимой переменной принят центральный угол θ . При расчетах будем использовать зависимость показателя преломления от высоты r в виде (1.45), которая на длинах волн $\lambda \leq 5$ см справедлива во всей атмосфере.

Таким образом, угол полной атмосферной рефракции α будет определяться соотношением (см. рис. 5.1)

$$\alpha = - \int_0^{\theta} \frac{r}{n} \left(\frac{dn}{dr} \right) d\theta, \quad (5.30)$$

где n меняется по закону (1.45).

Уравнение траектории луча в сферически неоднородной атмосфере позволяет установить связь между радиусом-вектором r и геоцентрическим углом θ . С учетом малости угла θ эта зависимость имеет вид

$$r = \frac{n_A R_0}{n} \left[1 + \operatorname{ctg} z_0 \theta + \left(\operatorname{ctg}^2 z_0 + \frac{1}{2} \right) \theta^2 \right], \quad (5.31)$$

где $R_0 = a + H_0$.

Подставляя (5.31) и (1.45) в (5.30) и учитывая, что при $H_0 \approx H_c$ $n_A / n^2 \approx 1$, для α получим выражение

$$\alpha = \Delta n_A \beta R_0 \exp(\beta R_0) \int_0^{\theta_c} \left[1 + \operatorname{ctg} z_0 \theta + \left(\operatorname{ctg}^2 z_0 + \frac{1}{2} \right) \theta^2 \right] \times \\ \times \exp \left\{ -\beta R_0 \left[1 + \operatorname{ctg} z_0 \theta + \left(\operatorname{ctg}^2 z_0 + \frac{1}{2} \right) \theta^2 \right] \right\} d\theta. \quad (5.32)$$

Производя интегрирование в (5.32), представим α в виде

$$\alpha = \frac{\Delta n_A \beta R_0}{q_1} \exp(\beta R_0 p_1^2) \left\{ L + \frac{1}{2} \left(1 - p_1^2 + \frac{1}{2 \cdot \beta \cdot R_0} \right) \times \right. \\ \left. \times \sqrt{\frac{\pi}{\beta R_0}} [\Phi(u_2) - \Phi(u_1)] \right\}, \quad (5.33)$$

где

$$L = \left[\frac{p_1}{2\beta R_0} \exp(-\beta R_0 p_1^2) - \frac{p_1 + q_1 \theta_c}{2\beta R_0} \times \right. \\ \left. \times \exp \{ -\beta R_0 (p_1 + q_1 \theta_c)^2 \} \right];$$

$$p_1 = \frac{\operatorname{ctg} z_0}{2 \sqrt{\frac{1}{2} + \operatorname{ctg}^2 z_0}}; \quad q_1 = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \operatorname{ctg}^2 z_0};$$

$$u_1 = p_1 \sqrt{2\beta R_0}; \quad u_2 = \sqrt{2\beta R_0} (p_1 + \theta_c q_1); \quad (5.34)$$

$\Phi(x)$ — интеграл вероятности, определяемый соотношением (3.40).

Соотношение (5.33) представляет собой общее выражение для определения угла полной атмосферной рефракции, справедливое во всем диапазоне видимых зенитных углов при любых высотах излучателя и приемника.

Рассмотрим несколько частных случаев соотношения (5.33), наиболее типичных для практических приложений.

А. Высоты излучателя и приемника близки друг к другу, что равносильно выполнению неравенств $u_2 \ll 1$ и $u_1 \ll 1$.

В этом случае функции $\Phi(u)$ и экспоненты в (5.33) можно разложить в степенные ряды и ограничиться двумя первыми членами разложения. После соответствующих преобразований соотношение (5.33) примет вид

$$\alpha = \Delta n_A \beta R_0 \theta_c \exp(\beta R_0 \rho_1^2) \left[1 + \frac{\rho_1}{2} \sqrt{\rho_1^2 + \frac{R_c n_c}{R_0 n_A} - 1} + \frac{1}{2} \left(\frac{R_c n_c}{R_0 n_A} - 1 \right) \right], \quad (5.35)$$

где n_c — показатель преломления воздуха у излучателя; $R_c = a + H_c$ — расстояние излучателя до центра Земли.

При одинаковых высотах излучателя и приемника и при $z_0 = 90^\circ$ (5.35) упрощается и определяется выражением

$$\alpha = \Delta n_A \beta R_0 \theta_c = \Delta n_A \beta L, \quad (5.36)$$

где $L = R_0 \theta_c$ — расстояние между излучателем и приемником по дуге большого круга, проходящего через точки O , A и C (рис. 5.1). Соотношение (5.36) представляет собой хорошо известную формулу, применяемую обычно для расчета земной или геодезической рефракции [15].

Б. Высоты излучателя и приемника значительно отличаются друг от друга, т. е. выполняется условие $u_2 \gg 1$ и $u_1 \gg 1$.

В этом случае интегралы вероятности $\Phi(u)$ в (5.33) можно представить асимптотическими рядами [см. (3.44)] и ограничиться двумя первыми членами разложения.

В результате упрощений (5.33) примет простой вид

$$\alpha = \Delta n_A \operatorname{tg} z_0. \quad (5.37)$$

соответствующий теореме Лапласа [42, 43, 46].

В. Излучатель находится за пределами атмосферы, а приемник — вблизи поверхности Земли, причем видимый зенитный угол близок к 90° (астрономическая рефракция вблизи горизонта).

В этом случае имеют место соотношения $u_2 \gg 1$, $u_1 \ll 1$ и формулу (5.33) можно записать следующим образом:

$$\alpha = \Delta n_A \frac{\beta R_0}{q_1} \left[\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\beta R_0}} \left(1 + \frac{1}{2\beta R_0} \right) - \rho_1 \right]. \quad (5.38)$$

Для астрономической рефракции на горизонте ($z_0 = 90^\circ$, $p_1 = 0$, $q_1 = 1/\sqrt{2}$) (5.38) упрощается и приводится к формуле

$$\alpha = \Delta n_A \sqrt{\frac{\pi \beta R_0}{2} \left(1 + \frac{1}{2\beta R_0}\right)}. \quad (5.39)$$

Соотношение (5.39) с точностью до нескольких процентов соответствует значению угла рефракции на горизонте, вычисленному в § 3.4 другим способом [см. (3.52)].

Таким образом, формула (5.33) представляет собой достаточно общее выражение для угла полной атмосферной рефракции и может применяться при расчетах α в сферически-слоистой атмосфере во всем диапазоне видимых зенитных углов и при любых (в том числе и при равных) высотах излучателя и приемника.

Рассмотрим теперь методы расчета углов рефракции δ и χ . При близких, но не равных друг другу высотах излучателя и приемника угол истинной атмосферной рефракции δ можно вычислить по формулам (5.17), (5.22) и (5.23). Соответственно, угол фотограмметрической рефракции можно определить из выражений (5.1), (5.17) и (5.3). В случае равных высот излучателя и приемника углы δ и χ равны друг другу и находятся из простого соотношения (см. рис. 5.1)

$$\delta = \chi = \alpha/2, \quad (5.40)$$

причем α определяется по формулам (5.35) или (5.36).

5.3. Рефракция радиоволн ($5 \text{ см} \leq \lambda \leq 3 \text{ м}$) в земной атмосфере при различных высотах излучателя и приемника

Существенное влияние ионосферы на характер распространения радиоволн диапазона $5 \text{ см} - 3 \text{ м}$ заметно усложняет расчеты углов рефракции α , δ и χ . Это усложнение связано с тем, что методика расчета углов рефракции α , δ и χ зависит от расположения излучателя и приемника в той или иной области земной атмосферы и от характера изменения среднего показателя преломления атмосферы с высотой. Различные комбинации высот излучателя и приемника позволяют выде-

лить три случая рефракции радиоволн в атмосфере Земли. Рассмотрим последовательно эти случаи.

1. Излучатель и приемник находятся в нейтросфере в точках C и A соответственно (см. рис. 5.1). При этих условиях для определения углов рефракции α , δ и χ можно пользоваться формулами (5.1), (5.3), (5.17), (5.22) и (5.23), имея в виду, что требуемые для расчета параметры экспоненты (1.45) Δn_A и β должны вычисляться из соотношений (1.15), (1.46) и табл. 1.3.

2. Приемник помещен в нейтросфере в точке A (рис. 5.1) на высоте H_0 над поверхностью Земли, а излучатель — в нижней ионосфере, в точке C на высоте H_c над земной поверхностью. В этом случае показатель преломления в нейтросфере и нижней ионосфере меняется с высотой по законам:

$$n = 1 + \Delta n_A \exp(-\beta h), \quad 0 \leq h \leq H_{10}, \quad (5.41)$$

где $n_A = 1 + \Delta n_A$ — показатель преломления атмосферы в точке A ; $H_{10} = H_1 - H_0$; H_1 — высота нижней границы ионосферы над поверхностью Земли; высота h отсчитывается от точки A ;

$$n = 1 - \Delta n_M \left[2 \frac{h - H_{10}}{H_{20} - H_{10}} - \frac{(h - H_{10})^2}{(H_{20} - H_{10})^2} \right],$$

$$H_{10} \leq h \leq H_{20}, \quad (5.42)$$

где $1 - \Delta n_M$ — показатель преломления атмосферы в максимуме слоя F_2 ; $H_{20} = H_2 - H_0$; H_2 — высота максимума слоя F_2 над поверхностью Земли.

В соответствии с (4.32) угол полной атмосферной рефракции α определяется соотношением,

$$\alpha = - \ln \frac{n_A}{n_c} \operatorname{ctg} z_0 + L, \quad (5.43)$$

где

$$L = - \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_0^{H_{c0}} \frac{\frac{dn}{dh} dh}{\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{R_0}}} +$$

$$+ \frac{\operatorname{tg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_0^{H_{c0}} \frac{\frac{dn}{dh} (n - n_A) dh}{\left(\sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{R_0}} \right)^3}, \quad (5.44)$$

где R_0 — расстояние точки A до центра Земли, $H_{c0} = H_c - H_0$.

Так как область интегрирования в (5.44) охватывает нейтросферу и нижнюю ионосферу, величину L целесообразно представить в виде двух слагаемых:

$$L = L_1 + L_2, \quad (5.45)$$

где

$$L_1 = - \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_0^{H_{10}} \frac{\frac{dn}{dh} dh}{\sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{R_0}}} +$$

$$+ \frac{\operatorname{tg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_0^{H_{10}} \frac{\frac{dn}{dh} (n - n_A) dh}{\left(\sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{R_0}} \right)^3} \quad (5.46)$$

и $n(h)$ меняется по закону (5.41);

$$L_2 = - \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_{H_{10}}^{H_{c0}} \frac{\frac{dn}{dh} dh}{\sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{R_c}}} +$$

$$+ \frac{\operatorname{tg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_{H_{10}}^{H_{c0}} \frac{\frac{dn}{dh} (n - n_A) dh}{\left(\sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{R_c}} \right)^3} \quad (5.47)$$

и $n(h)$ меняется по закону (5.42).

Осуществляя интегрирование (5.46) и (5.47) по методу, развитому в § 3.4, для величин L_1 и L_2 получим соотношения

$$L_1 = L_{11} + \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} L_{12} + \beta R_0 \Delta n_A \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} (L_{13} - L_{12}), \quad (5.48)$$

где

$$L_{11} = \frac{\beta R_0 \Delta n_A^2}{\sin z_0 \cos z_0} \frac{[\exp(-\beta H_{10}) - \exp(-2\beta H_{10})]}{\sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_{10}}{R_0}}}, \quad (5.49)$$

$$L_{12} = \Delta n_A \frac{\sqrt{\beta R_0}}{\operatorname{tg} z_0} \exp\left(\frac{\beta R_0}{2\operatorname{tg}^2 z_0}\right) \sqrt{\frac{\pi}{2}} \times \\ \times [\Phi(\sqrt{\beta R_0 \operatorname{ctg}^2 z_0 + 2\beta H_{10}}) - \Phi(\sqrt{\beta R_0 \operatorname{ctg}^2 z_0})], \quad (5.50)$$

$$L_{13} = \Delta n_A \frac{\sqrt{2\beta R_0}}{\operatorname{tg} z_0} \exp\left(\frac{\beta R_0}{\operatorname{tg}^2 z_0}\right) \sqrt{\frac{\pi}{2}} \times \\ \times [\Phi(\sqrt{2\beta R_0 \operatorname{ctg}^2 z_0 + 4\beta H_{10}}) - \Phi(\sqrt{2\beta R_0 \operatorname{ctg}^2 z_0})]; \quad (5.51)$$

$$L_2 = L_{21} + L_{22}, \quad (5.52)$$

где

$$L_{21} = 2\Delta n_M \frac{R_0}{(H_2 - H_1)^2} \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\sin^2 z_0} \left\{ H_{20} \sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_{c0}}{R_0}} - \right. \\ \left. - \sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_{10}}{R_0}} \right\} + \frac{R_0}{3\operatorname{tg}^2 z_0} \left[\left(1 - \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_{c0}}{R_0} \right) \times \right. \\ \left. \times \sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_{c0}}{R_0}} - \left(1 - \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_{10}}{R_0} \right) \sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_{c0}}{R_0}} \right], \quad (5.53)$$

$$L_{22} = \frac{4\Delta n_M^2}{(H_2 - H_1)^4 b^4} \frac{\operatorname{tg} z_0}{\cos^2 z_0} \left(\frac{p_2}{\sqrt{1 + bH_{c0}}} - \frac{q_2}{\sqrt{1 + bH_{10}}} \right), \quad (5.53a)$$

$$p_2 = \left[\left(\frac{m_1^3}{5} - m_1^2 + 3m_1 + 1 \right) - 3H_{20}b \left(\frac{m_1^2}{3} - 2m_1 - 1 \right) + \right. \\ \left. + b^2 (2H_{20}^2 + g)(m_1 + 1) + b^3 H_{20}g \right],$$

$$q_2 = \left[\left(\frac{m_2^3}{5} - m_2^2 + 3m_2 + 1 \right) - 3H_{20}b \left(\frac{m_2^2}{3} - 2m_2 - 1 \right) + \right. \\ \left. + b^2 (2H_{20}^2 + g)(m_2 + 1) + b^3 H_{20}g \right],$$

$$b = 2 \frac{\operatorname{tg}^2 z_0}{R_0}, \quad m_1 = 1 + bH_{c0}, \quad m_2 = 1 + bH_{10},$$

$$g = H_{20}^2 - (H_2 - H_1)^2 \left(1 + \frac{\Delta n_A}{\Delta n_M} \right).$$

Таким образом, формулы (5.43), (5.45), (5.48) и (5.52) определяют угол полной атмосферной рефракции при расположении излучателя в нижней ионосфере, а приемника — в нейтросфере.

Перейдем теперь к вычислениям углов рефракции δ и χ . Угол истинной атмосферной рефракции δ можно представить в виде суммы

$$\delta = \delta_1 + \delta_2, \quad (5.54)$$

в которой δ_1 и δ_2 выражаются соотношениями (5.18) и (5.21). Разобьем каждое из слагаемых (5.54) на две части, соответствующие различным законам изменения показателя преломления с высотой (5.41) и (5.42). Тогда

$$\delta_1 = \delta_{11} + \delta_{12}, \quad (5.55)$$

где

$$\delta_{11} = -\operatorname{tg} z_0 \int_0^{H_{10}} \left(1 - \frac{h}{H_{c0}} \right) \left(\frac{dn}{dh} \right) dh, \quad (5.56)$$

и n меняется по закону (5.41)

$$\delta_{12} = -\operatorname{tg} z_0 \int_{H_{10}}^{H_{c0}} \left(1 - \frac{h}{H_{c0}} \right) \left(\frac{dn}{dh} \right) dh \quad (5.57)$$

и n зависит от высоты по закону (5.42).

Аналогично

$$\delta_2 = \delta_{21} + \delta_{22}, \quad (5.58)$$

где δ_{21} и δ_{22} определяются выражением (5.21), в котором пределы интегрирования для первого слагаемого соответствуют пределам интегрирования (5.56) и изменению n по формуле (5.41), а для второго — пределам интегрирования (5.57) и высотному изменению n (5.42).

Интегрируя (5.56) и (5.57), получим для δ_{11} и δ_{12} соотношения

$$\delta_{11} = \Delta n_A \operatorname{tg} z_0 \left[1 - \left(1 - \frac{H_{10}}{H_{c0}} \right) \exp(-\beta H_{10}) - \frac{[1 - \exp(-\beta H_{10})]}{\beta H_{c0}} \right], \quad (5.59)$$

$$\delta_{12} = \Delta n_M \operatorname{tg} z_0 \frac{(H_{c0} - H_{10})}{d} \left[2 \left(1 + \frac{H_{10}}{d} \right) - \left(1 + \frac{H_{10}}{H_{c0}} \right) \left(1 + \frac{H_{c0} + H_{10}}{d} \right) + \frac{2}{3H_{c0}d} (H_{c0}^2 + H_{c0}H_{10} + H_{10}^2) \right]. \quad (5.60)$$

Переходим к интегрированию выражения (5.58). Для этого представим величину δ_{21} в виде суммы трех интегралов

$$\delta_{21} = \delta_{211} + \delta_{212} + \delta_{213}, \quad (5.61)$$

где

$$\delta_{211} = \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_0^{H_{10}} \left(1 - \frac{h}{H_{c0}} \right) \left(\frac{dn}{dh} \right) dh, \quad (5.62)$$

$$\delta_{212} = \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_0^{H_{10}} \left(1 - \frac{h}{H_{c0}} \right) \left(\frac{dn}{dh} \right) \frac{dh}{\sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{R_0}}}, \quad (5.63)$$

$$\delta_{213} = \frac{\operatorname{tg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_0^{H_{10}} \left(1 - \frac{h}{H_{c0}} \right) \left(\frac{dn}{dh} \right) \frac{(n - n_A) dh}{\left(\sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{R_0}} \right)^3}. \quad (5.64)$$

Во всех соотношениях (5.62) — (5.64) n меняется с высотой по закону (5.41). Интеграл (5.62) аналогичен выражению (5.56). Поэтому величина δ_{211} будет определяться соотношением (5.59), в котором $\operatorname{tg} z_0$ необходимо заменить на $-\operatorname{ctg} z_0 \sec^2 z_0$. Соответственно, величины δ_{212} и δ_{213} можно рассчитать по формулам (5.25) и (5.26), заменив в них параметр

$$p = \sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_{c0}}{R_0}} \quad \text{на} \quad p_s = \sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_{10}}{R_0}}.$$

Наконец, рассмотрим методику определения второго слагаемого (5.58). По аналогии с (5.61) представим δ_{22} в виде суммы трех интегралов

$$\delta_{22} = \delta_{221} + \delta_{222} + \delta_{223}, \quad (5.65)$$

где

$$\delta_{221} = \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_{H_{10}}^{H_{c0}} \left(1 - \frac{h}{H_{c0}}\right) \left(\frac{dn}{dh}\right) dh, \quad (5.66)$$

$$\delta_{222} = -\frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_{H_{10}}^{H_{c0}} \left(1 - \frac{h}{H_{c0}}\right) \left(\frac{dn}{dh}\right) \times \\ \times \frac{dh}{\sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{R_0}}}, \quad (5.67)$$

$$\delta_{223} = \frac{\operatorname{tg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_{H_{10}}^{H_{c0}} \left(1 - \frac{h}{H_{c0}}\right) \left(\frac{dn}{dh}\right) \times \\ \times \frac{(n - n_A) dh}{\left(\sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{R_0}}\right)^3}. \quad (5.68)$$

В последних трех формулах n зависит от высоты по закону (5.42). Последовательное интегрирование (5.66) — (5.68) позволяет представить δ_{221} , δ_{222} и δ_{223} в виде

$$\delta_{221} = -\Delta n_M \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \frac{(H_{c0} - H_{10})}{d} \left[2 \left(1 + \frac{H_{10}}{d}\right) - \right. \\ \left. - \left(1 + \frac{H_{10}}{H_{c0}}\right) \left(1 + \frac{H_{c0} + H_{10}}{d}\right) + \frac{2}{3H_{c0}d} \times \right. \\ \left. \times (H_{c0}^2 + H_{c0}H_{10} + H_{10}^2) \right], \quad (5.69)$$

$$\delta_{222} = T_2 \{ [M_1(H_{c0}) - M_2(H_{c0}) + M_3(H_{c0})] - \\ - [M_1(H_{10}) - M_2(H_{10}) + M_3(H_{10})] \}, \quad (5.70)$$

$$\text{где } T_2 = 2 \frac{\Delta n_M}{d} \frac{\text{ctg} z_0}{\cos^2 z_0}; \quad M_1 = t_1 \frac{2}{b} \sqrt{x};$$

$$M_2 = t_2 \left(\frac{x}{3} - 1 \right) \frac{2}{b^2} \sqrt{x};$$

$$M_3 = t_3 \left(\frac{x^2}{5} - \frac{2}{3}x + 1 \right) \frac{2}{b^3} \sqrt{x};$$

$$t_1 = \left(1 + \frac{H_{10}}{d} \right); \quad t_2 = \left(\frac{1}{H_{c0}} + \frac{1}{d} \frac{H_{10}}{H_{c0}} + \frac{1}{d} \right);$$

$$t_3 = \frac{1}{H_{c0}d};$$

$$x = 1 + bh \text{ и } b = 2 \frac{\text{tg}^2 z_0}{R_0},$$

$$\begin{aligned} \delta_{223} = T_3 \{ [K_1(H_{c0}) + K_2(H_{c0}) + K_3(H_{c0}) + K_4(H_{c0}) + K_5(H_{c0})] - \\ - [K_1(H_{10}) + K_2(H_{10}) + K_3(H_{10}) + K_4(H_{10}) + K_5(H_{10})] \}, \end{aligned} \quad (5.71)$$

$$\text{где } T_3 = 2 \frac{\Delta n_M}{d} \frac{\text{tg} z_0}{\cos^2 z_0}; \quad K_1 = -f_0 \frac{2}{b} \frac{1}{\sqrt{x}},$$

$$K_2 = f_1 (x + 1) \frac{2}{b} \frac{1}{\sqrt{x}};$$

$$K_3 = -f_2 \left(\frac{x^2}{3} - 2x + 1 \right) \frac{2}{b^3} \frac{1}{\sqrt{x}};$$

$$K_4 = f_3 \left(\frac{x^3}{5} - x^2 + 3x + 1 \right) \frac{2}{b^4} \frac{1}{\sqrt{x}};$$

$$K_5 = -f_4 \left(\frac{x^4}{7} - \frac{4}{5}x^3 + 2x^2 - 4x - 1 \right) \frac{2}{b^5} \frac{1}{\sqrt{x}};$$

$$f_0 = u_2 s_1; \quad f_1 = u_1 s_2 - u_2 s_1 - v_1 u_1 s_1; \quad f_2 = u_1 s_3 + \\ + u_2 s_2 + v_1 u_1 s_2 - v_1 u_2 s_1; \quad f_3 = u_2 s_3 + v_1 u_1 s_3 + v_1 u_2 s_2;$$

$$f_4 = v_1 u_2 s_3;$$

$$u_1 = 1 + \frac{H_{10}}{d}; \quad u_2 = \frac{1}{d}; \quad s_1 = \Delta n_A - \Delta n_M \frac{H_{10}}{d^2} (2d + H_{10}),$$

$$s_2 = 2\Delta n_M \frac{(d + H_{10})}{d^2}, \quad s_3 = \frac{\Delta n_M}{d^2}, \quad v_1 = 1/H_{c0},$$

$$x = 1 + bh, \quad b = 2 \frac{\operatorname{tg}^2 z_0}{R_0}.$$

Угол фотограмметрической рефракции χ определяется в случае 2 из соотношений (5.1), (5.43) и (5.54).

3. Приемник находится в нейтросфере в точке А на высоте H_0 , а излучатель — в верхней ионосфере в точке С на высоте H_c над поверхностью Земли. В этих условиях показатели преломления в нейтросфере и нижней ионосфере меняются с высотой по законам (5.41) и (5.42), а высотная зависимость показателя преломления в верхней ионосфере имеет вид

$$n = 1 - \Delta n_M \exp[-\beta_n (h - H_{20})], \quad H_{20} \leq h \leq H_{30}, \quad (5.72)$$

где $H_{20} = H_2 - H_0$; $H_{30} = H_3 - H_0$, а H_2 и H_3 — высоты максимума слоя F_2 и верхней границы ионосферы над поверхностью Земли.

Угол полной атмосферной рефракции α в случае 3 определяется формулой

$$\alpha = -\ln \frac{n_A}{n_c} \operatorname{ctg} z_0 + L_1 + L_2 + L_3. \quad (5.73)$$

Величина L_1 в (5.73) вычисляется из соотношений (5.46), (5.48) — (5.51). Третье слагаемое (5.73) находится из выражений (5.47), (5.52) — (5.53 а), в которых величина H_{c0} заменяется на H_{20} . Четвертое слагаемое (5.73) рассчитывается по формуле

$$L_3 = -\frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_{H_{20}}^{H_{c0}} \frac{\frac{dn}{dh} dh}{\sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{R_0}}} +$$

$$+ \frac{\operatorname{tg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_{H_{20}}^{H_{c0}} \frac{\frac{dn}{dh} (n - n_A) dh}{\left(\sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{R_0}}\right)^3}, \quad (5.74)$$

где $n(h)$ меняется с высотой по закону (5.72).

Проводя интегрирование (5.74) по методу, изложенному в § 4.3, для L_3 получим выражение

$$L_3 = L_{31} + (1 - \Delta n_A \beta_H R_0) \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} L_{32} - \Delta n_M \beta_H R_0 \exp(\beta_H H_{20}) \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} L_{33} + L_{34}, \quad (5.75)$$

где

$$L_{31} = -\Delta n_M^2 \beta_H R_0 \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_{20}}{R_0}}} - \frac{\exp[-2\beta_H (H_c - H_2)]}{\sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_{c0}}{R_0}}} \right], \quad (5.76)$$

$$L_{32} = -\Delta n_M \frac{\sqrt{\beta_H R_0}}{\operatorname{tg} z_0} \exp \left[\beta_H \left(\frac{R_0}{2\operatorname{tg}^2 z_0} + H_{20} \right) \right] \times \sqrt{\frac{\pi}{2}} [\Phi(\sqrt{\beta_H R_0 \operatorname{ctg}^2 z_0 + 2\beta_H H_{c0}}) - \Phi(\sqrt{\beta_H R_0 \operatorname{ctg}^2 z_0 + 2\beta_H H_{20}})], \quad (5.77)$$

$$L_{33} = -\Delta n_M \frac{\sqrt{2\beta_H R_0}}{\operatorname{tg} z_0} \exp \left[\beta_H \left(\frac{R_0}{\operatorname{tg}^2 z_0} + H_{20} \right) \right] \times \sqrt{\frac{\pi}{2}} [\Phi(\sqrt{2\beta_H R_0 \operatorname{ctg}^2 z_0 + 4\beta_H H_{c0}}) - \Phi(\sqrt{2\beta_H R_0 \operatorname{ctg}^2 z_0 + 4\beta_H H_{20}})], \quad (5.78)$$

$$L_{34} = -\Delta n_A \Delta n_M \beta_H R_0 \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \left[\frac{1}{\sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_{20}}{R_0}}} - \frac{\exp[\beta_H (H_c - H_2)]}{\sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_{c0}}{R_0}}} \right]. \quad (5.79)$$

Угол истинной атмосферной рефракции δ в случае 3 определяется по формулам (5.17), (5.18) и (5.21), причем соотношения (5.18) и (5.21) можно представить в виде суммы трех интегралов, соответствующих трем

законам изменения показателя преломления атмосферы с высотой (5.41), (5.42) и (5.72). Следовательно,

$$\delta = \delta_1 + \delta_2, \quad (5.80)$$

где

$$\delta_1 = \delta_{11} + \delta_{12} + \delta_{13}, \quad (5.81)$$

$$\delta_2 = \delta_{21} + \delta_{22} + \delta_{23}. \quad (5.82)$$

Первое слагаемое (5.81) соответствует (5.56) и вычисляется из соотношения (5.59), второе определяется по формуле

$$\delta_{12} = \Delta n_M \operatorname{tg} z_0 \left[2 \left(1 + \frac{H_{10}}{d} \right) - \frac{(H_{20} + H_{10})}{H_{c0}} \times \right. \\ \left. \times \left(1 + \frac{H_{c0} + H_{10}}{d} \right) + \frac{2}{3H_{c0}d} (H_{20}^2 + H_{20}H_{10} + H_{10}^2) \right], \quad (5.83)$$

которая получается из (5.57) заменой верхнего предела интеграла H_{c0} на H_{20} . Выражение для расчета δ_{13} имеет вид

$$\delta_{13} = -\operatorname{tg} z_0 \int_{H_{20}}^{H_{c0}} \left(1 - \frac{h}{H_{c0}} \right) \left(\frac{dn}{dh} \right) dh, \quad (5.84)$$

интегрирование которого с учетом (5.72) приводит к величине

$$\delta_{13} = -\Delta n_M \operatorname{tg} z_0 \left[\left(1 - \frac{H_{20}}{H_{c0}} \right) + \right. \\ \left. + \frac{1}{\beta_n H_{c0}} \{ \exp [\beta_n (H_{20} - H_{c0})] - 1 \} \right]. \quad (5.85)$$

Первое слагаемое (5.82) определяется соотношениями (5.61) — (5.64), второе находится по формулам (5.65) — (5.68), в которых верхние пределы интегралов H_{c0} заменяются на H_{20} . Величину δ_{23} удобно представить в виде суммы трех интегралов

$$\delta_{23} = \delta_{231} + \delta_{232} + \delta_{233}, \quad (5.86)$$

где
$$\delta_{231} = \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_{H_{20}}^{H_{c0}} \left(1 - \frac{h}{H_{c0}}\right) \left(\frac{dn}{dh}\right) dh,$$

$$\delta_{232} = -\frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_{H_{20}}^{H_{c0}} \left(1 - \frac{h}{H_{c0}}\right) \left(\frac{dn}{dh}\right) \frac{dh}{\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{R_0}}},$$

$$\delta_{233} = \frac{\operatorname{tg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_{H_{20}}^{H_{c0}} \left(1 - \frac{h}{H_{c0}}\right) \left(\frac{dn}{dh}\right) \times$$

$$\times \frac{(n - n_A) dh}{\left(\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{R_0}}\right)^3}.$$

Интегрирование последних трех выражений позволяет представить δ_{231} , δ_{232} , δ_{233} в виде

$$\delta_{231} = \Delta n_M \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \left[\left(1 - \frac{H_{20}}{H_{c0}}\right) + \frac{1}{\beta_n H_{c0}} \left\{ \exp [\beta_n (H_{20} - H_c)] - 1 \right\} \right], \quad (5.87)$$

$$\delta_{232} = -\Delta n_M \beta_n R_0 \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\sin^2 z_0} \exp (q_n + \beta_n H_{20}) \left\{ \left(1 + \frac{q_n}{\beta_n H_{c0}} - \frac{1}{2\beta_n H_{c0}}\right) \sqrt{\frac{\pi}{4q_n}} [\Phi (p_2 \sqrt{2q_n}) - \Phi (p_1 \sqrt{2q_n})] + \frac{\exp (-q_n p_1^2)}{2\beta_n H_{c0}} [p_2 \exp (\beta_n H_{20} - \beta_n H_c) - p_1] \right\}, \quad (5.88)$$

где $p_1 = (1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 H_{20}/R_0)^{1/2}$; $p_2 = (1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 H_{c0}/R_0)^{1/2}$,
 $q_n = \beta_n \cdot R_0 / 2 \operatorname{tg}^2 z_0$; $\Phi(x)$ — интеграл вероятности;

$$\delta_{233} = -\Delta n_M \beta_n R_0 \operatorname{ctg} z_0 \sec^2 z_0 \exp (q_n + \beta_n H_{20}) \times$$

$$\times (\Delta n_A I_1 + \Delta n_M \exp [\beta_n H_{20}] I_2), \quad (5.89)$$

где

$$I_1 = \left\{ \left(1 + \frac{q_n}{\beta_n H_{c0}}\right) \left[\frac{\exp (-q_n p_1^2)}{p_1} - \frac{\exp (-q_n p_2^2)}{p_2} \right] - \right.$$

$$\begin{aligned}
& - \left(2q_n + \frac{q_n}{\beta_n H_{c0}} + \frac{2q_n^2}{\beta_n H_{c0}} \right) \times \\
& \times \sqrt{\pi/4q_n} [\Phi(p_2 \sqrt{2q_n}) - \Phi(p_1 \sqrt{2q_n})], \\
I_2 = \exp q_n & \left\{ \left(1 + \frac{q_n}{\beta_n H_{c0}} \right) \left[\frac{\exp(-2q_n p_1^2)}{p_1} - \frac{\exp(-2q_n p_2^2)}{p_2} \right] - \right. \\
& - \left(4q_n + \frac{q_n}{\beta_n H_{c0}} + \frac{4q_n^2}{\beta_n H_{c0}} \right) \times \\
& \times \sqrt{\pi/8q_n} [\Phi(2p_2 \sqrt{q_n}) - \Phi(2p_1 \sqrt{q_n})] \}.
\end{aligned}$$

Входящие в (5.89) величины p_1 , p_2 , q_n и $\Phi(x)$ соответствуют значениям (5.88). Угол фотограмметрической рефракции в случае 3 рассчитывается по формулам (5.1), (5.73) и (5.80).

Заметим в заключение, что угол δ в ряде случаев определяется по формуле

$$\delta = \operatorname{arctg} \left(\frac{R_c \sin \theta_c}{R_c \cos \theta_c - R_0} \right) - z_0, \quad (5.89a)$$

в которой θ_c находится путем численного интегрирования на ЭВМ соотношения (3.14) [55].

5.4. Рефракция радиоволн ($5 \text{ см} \leq \lambda \leq 3 \text{ м}$) в земной атмосфере при близких или равных высотах излучателя и приемника

Методы расчета рефракции радиоволн диапазона 5 см — 3 м в земной атмосфере при близких или равных высотах излучателя и приемника аналогичны методам, изложенным в § 5.2, и основаны на интегрировании соотношения (5.30). Учитывая специфику рефракции электромагнитных волн при близких или равных высотах излучателя и приемника, мы рассмотрим три случая вычисления интеграла (5.30), соответствующих трем зависимостям показателя преломления атмосферы от высоты (4.29), (4.30) и (4.31).

1. Излучатель и приемник расположены в нейтросфере, показатель преломления которой меняется с высотой по закону (4.29). В этих условиях угол полной ат-

моосферной рефракции α определяется по формулам (5.32), (5.33), (5.34), полученным в § 5.2.

2. Излучатель и приемник находятся в нижней ионосфере, причем $n(h)$ меняется с высотой по формуле (4.30). Подставляя соотношение (4.30) в (5.30) и производя интегрирование, для угла полной атмосферной рефракции α получим выражение

$$\alpha = \frac{2\Delta n_M}{(H_2 - H_1)^2} R_0 \theta_c \left\{ R_2 \left[1 + \operatorname{ctg} z_0 \frac{\theta_c}{2} + \left(\operatorname{ctg}^2 z_0 + \frac{1}{2} \right) \frac{\theta_c^2}{3} \right] - R_0 \left[1 + \operatorname{ctg} z_0 \theta_c + \left(\operatorname{ctg}^2 z_0 + \frac{1}{3} \right) \theta_c^2 + 2 \operatorname{ctg}^2 z_0 \left(\operatorname{ctg}^2 z_0 + \frac{1}{2} \right) + \left(\operatorname{ctg}^2 z_0 + \frac{1}{2} \right)^2 \frac{\theta_c^4}{5} \right] \right\}, \quad (5.90)$$

где $R_2 = a + H_2$.

При равных высотах излучателя и приемника величины, стоящие в квадратных скобках (5.90), близки к 1, и в этом случае угол рефракции α определяется соотношением

$$\alpha = \frac{2\Delta n_M}{(H_2 - H_1)^2} (R_2 - R_0) \theta_c R_0 = G_0 L, \quad (5.91)$$

где $G_0 = \frac{2\Delta n_M}{(H_2 - H_1)^2} (R_2 - R_0)$ — градиент показателя преломления в точке приема; $L = \theta_c R_0$ — расстояние между излучателем и приемником по дуге большого круга, проходящего через точки A и C .

Формула (5.91) обычно используется для расчета земной или геодезической рефракции [15].

3. Приемник и излучатель радиоволн помещены в верхней ионосфере в точках A и C (рис. 5.1). Показатель преломления верхней ионосферы экспоненциально возрастает с высотой по закону (4.31). В этом случае формула для угла полной атмосферной рефракции α с учетом (5.31) будет иметь вид

$$\alpha = -\Delta n_A \beta_n R_0 \exp(\beta_n R_0) \int_0^{\theta_c} \left[1 + \operatorname{ctg} z_0 \theta + \right.$$

$$+ \left(\operatorname{ctg}^2 z_0 + \frac{1}{2} \right) \theta^2 \left. \exp \left\{ -\beta_n R_0 \left[1 + \operatorname{ctg} z_0 \theta + \right. \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \left(\operatorname{ctg}^2 z_0 + \frac{1}{2} \right) \theta^2 \right] \right\} d\theta, \quad (5.92)$$

где $\Delta n_A = \Delta n_M \exp [\beta_n (R_2 - R_0)]$.

Осуществляя интегрирование (5.92), для угла α получаем выражение

$$\alpha = \frac{\Delta n_A \beta_n R_0}{q} \exp (\beta_n R_0 p^2) \left\{ L + \frac{1}{2} \left(1 - p^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{2\beta_n R_0} \right) \sqrt{\frac{\pi}{\beta_n R_0}} [\Phi(u_2) - \Phi(u_1)] \right\}, \quad (5.93)$$

$$\text{где } L = \left\{ \frac{p}{2\beta_n R_0} \exp (-\beta_n R_0 p^2) - \frac{p + q\theta_c}{2\beta_n R_0} \times \right. \\ \left. \times \exp [-\beta_n R_0 (p + q\theta_c)^2] \right\};$$

$$p = \frac{\operatorname{ctg} z_0}{2 \sqrt{\frac{1}{2} + \operatorname{ctg}^2 z_0}}, \quad q = \sqrt{\frac{1}{2} + \operatorname{ctg}^2 z_0}; \quad (5.94)$$

$$u_1 = p \sqrt{2\beta_n R_0}; \quad u_2 = \sqrt{2\beta_n R_0} (p + \theta_c q);$$

$\Phi(x)$ — интеграл вероятности.

Из соотношения (5.94) следует, что угол α в верхней ионосфере представляет собой отрицательную величину. Это означает, что в верхней ионосфере имеет место отрицательная рефракция радиоволн.

При равных высотах излучателя и приемника соотношение (5.93) упрощается (см. § 5.2) и принимает вид

$$\alpha = -\Delta n_A \beta_n R_0 \theta_c = -G_0 L, \quad (5.95)$$

где $G_0 = \Delta n_A \beta_n$ — градиент показателя преломления в точке приема; L — расстояние между передатчиком и приемником по дуге большого круга, проходящего через точки A и C . Естественно, что по своей структуре формула (5.95) совпадает с выражениями (5.36) и (5.91), полученными для углов рефракции α в нейтросфере и

нижней ионосфере при равных высотах излучателя и приемника.

Отметим в заключение, что углы рефракции δ и χ при близких или равных высотах излучателя и приемника определяются по формулам (5.1), (5.17) и (5.40), приведенным в § 5.1 и 5.2.

Глава 6

ПЛАНЕТНАЯ РЕФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН (РЕФРАКЦИЯ VI ТИПА)

6.1. Планетная рефракция электромагнитных волн диапазона $\lambda \leq 5$ см в земной атмосфере

Планетная рефракция обычно возникает в тех случаях, когда излучатель и приемник расположены за пределами атмосферы на больших расстояниях от поверхности планеты, а траектория электромагнитной волны в некоторой области проходит через неоднородную атмосферу. При планетной рефракции искривление траектории волны происходит, как правило, в средней части трассы, связывающей передатчик и приемник.

На рис. 6.1 показаны геометрические соотношения, применяемые при расчетах планетной рефракции. Излучатель расположен в точке C на высоте H_c , а приемник — в точке B на высоте H_B над поверхностью планеты. При планетной рефракции на траектории луча имеется точка A , в которой видимые зенитные углы излучателя и приемника равны 90° . Точка A по сравнению со всеми остальными точками траектории луча имеет минимальную высоту H_0 , обычно называемую «прицельным расстоянием». Угол планетной рефракции α (рис. 6.1) представляет собой угол между касательными, проведенными через точки B и C . Он определяет степень искривления траектории электромагнитной волны атмосферой планеты. По величине этого угла можно судить об электрических свойствах атмосферы планеты (подробнее об этом см. § 6.3, гл. 10 и 11). Наряду с величиной α практический интерес представляют углы δ и χ

(рис. 6.1), обуславливающие погрешности угловых координат высоколетающих объектов.

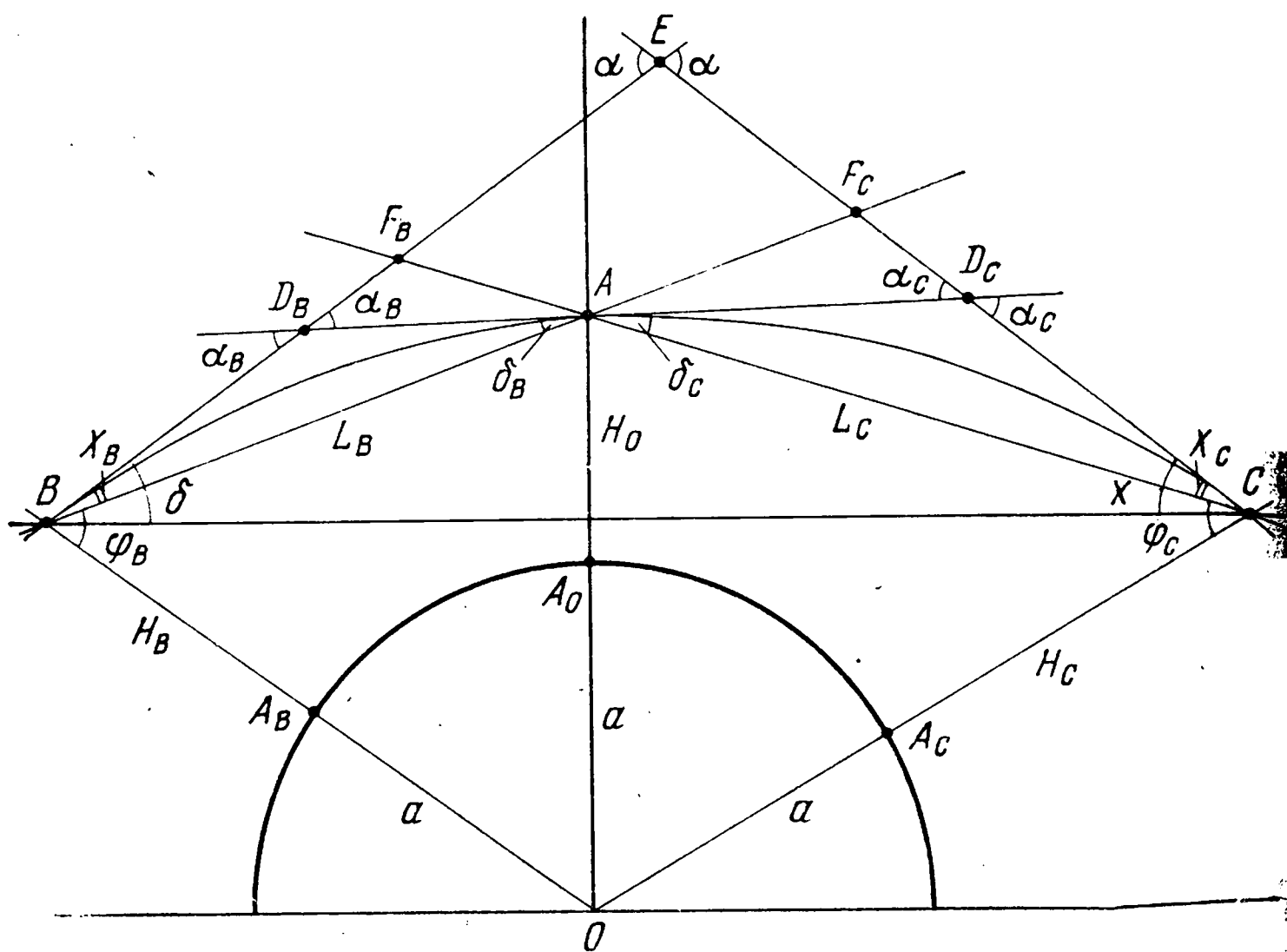


Рис. 6.1. Геометрические соотношения, применяемые при расчете планетной рефракции.

Первые результаты по планетной рефракции были получены в 1761 г. М. В. Ломоносовым, когда он наблюдал прохождение Венеры по диску Солнца [97, 98].

Планетная рефракция обычно сопровождает явления покрытия звезд или естественных спутников атмосферами планет. Эффекты преломления света при таких покрытиях обычно используются астрономами для изучения свойств атмосферы той или иной планеты солнечной системы [99, 100].

Выход человека в космос, успешные запуски ИСЗ, космических кораблей и межпланетных станций послужили мощным стимулом к резкому увеличению экспериментальных и теоретических исследований планетной рефракции. В настоящее время планетная рефракция электромагнитных волн представляет собой один из существенных методов исследования атмосферы планет солнечной системы. Полученные в этой области результаты по изучению атмосферы Венеры и Марса будут изложены в гл. 10 и 11.

В этой главе мы рассмотрим планетную рефракцию электромагнитных волн, возникающую в атмосфере Земли при расположении излучателей и приемников на ИСЗ и космических кораблях и оценим возможности применения этой рефракции для изучения электрических свойств земной атмосферы.

Рассмотрим метод расчета угла планетной рефракции α (рис. 6.1) для электромагнитных волн диапазона $\lambda \ll \leq 5$ см. В этом случае ионосфера не оказывает влияния на величину угла планетной рефракции и искривление траектории электромагнитной волны целиком обусловлено воздействием нейтросферы. Поместим излучатель электромагнитных волн в точке C на высоте H_C , а приемник — в точке B на высоте H_B над поверхностью Земли. Из треугольника $D_B E D_C$ (рис. 6.1) следует, что угол планетной рефракции α определяется соотношением

$$\alpha = \alpha_B + \alpha_C, \quad (6.1)$$

где α_B — угол полной атмосферной рефракции при расположении излучателя в точке B , а приемника — в точке A , на высоте H_0 над поверхностью Земли; α_C — угол полной атмосферной рефракции при расположении излучателя в точке C , а приемника — в точке A .

В § 5.1 были развиты методы расчета углов полной атмосферной рефракции при расположении излучателя и приемника на различных высотах. Основываясь на формулах (5.2) — (5.6) и полагая в них $z_0 = 90^\circ$ (в точке A видимый зенитный угол излучателя и приемника равен 90°), запишем выражения для углов рефракции α_B и α_C в виде

$$\alpha_B = L_{B1} + L_{B2} + L_{B3}, \quad (6.2)$$

где

$$L_{B1} = -\Delta n_A^2 \beta R_0 \sqrt{\frac{R_0}{2H_{B0}}} [\exp(-\beta H_{B0}) - \exp(-2\beta H_{B0})], \quad (6.3)$$

причем $R_0 = a + H_0$ — расстояние точки A от центра Земли; $H_{B0} = H_B - H_C$; $\Delta n_A = n_A - 1$; n_A — показатель преломления атмосферы в точке A ;

$$L_{B2} = \Delta n_A \sqrt{\frac{\pi \beta R_0}{2}} \Phi(\sqrt{2\beta H_{B0}}), \quad (6.4)$$

$\Phi(x)$ — интеграл вероятности,

$$L_{B3} = \Delta n_A^2 \beta R_0 \sqrt{\frac{\pi \beta R_0}{2}} [\sqrt{2} \Phi(\sqrt{4\beta H_{B0}}) - \Phi(\sqrt{2\beta H_{B0}})]; \quad (6.5)$$

$$\alpha_C = L_{C1} + L_{C2} + L_{C3}, \quad (6.6)$$

где

$$L_{C1} = -\Delta n_A^2 \beta R_0 \sqrt{\frac{R_0}{2H_{C0}}} [\exp(-\beta H_{C0}) - \exp(-2\beta H_{C0})], \quad (6.7)$$

причем

$$H_{C0} = H_C - H_0;$$

$$L_{C2} = \Delta n_A \sqrt{\frac{\pi \beta R_0}{2}} \Phi(\sqrt{2\beta H_{C0}}), \quad (6.8)$$

$$L_{C3} = \Delta n_A^2 \beta R_0 \sqrt{\frac{\pi \beta R_0}{2}} [\sqrt{2} \Phi(\sqrt{4\beta H_{C0}}) - \Phi(\sqrt{2\beta H_{C0}})]. \quad (6.9)$$

Рассмотрим частные случаи соотношений (6.2) и (6.6)

А. Излучатель и приемник находятся на таком расстоянии друг от друга, что выполняются условия $\sqrt{2\beta H_{B0}} \ll 1$ и $\sqrt{2\beta H_{C0}} \ll 1$. В этом случае экспоненты и интегралы вероятности в (6.3)—(6.5) и (6.7)—(6.9) можно разложить в ряды Тейлора и ограничиться для экспонент двумя первыми членами разложения, а для интегралов вероятности — одним. Тогда соотношения (6.2) и (6.6) принимают вид

$$\alpha_B = \Delta n_A \beta \sqrt{2H_{B0} R_0} + \Delta n_A^2 \beta^2 R_0 \sqrt{\frac{R_0 H_{B0}}{2}}, \quad (6.10)$$

$$\alpha_C = \Delta n_A \beta \sqrt{2H_{C0} R_0} + \Delta n_A^2 \beta^2 R_0 \sqrt{\frac{R_0 H_{C0}}{2}}. \quad (6.11)$$

Б. Излучатель и приемник удалены друг от друга на такое расстояние, что выполняются неравенства

$\sqrt{2\beta H_{B0}} \gg 1$ и $\sqrt{2\beta H_{C0}} \gg 1$. При этих условиях интегралы вероятности в (6.4), (6.5), (6.8) и (6.9) можно разложить в асимптотические ряды (3.44) и ограничиться двумя первыми членами разложения. В результате получим следующие формулы для углов рефракции α_B и α_C :

$$\alpha_B = \Delta n_A \sqrt{\frac{\pi\beta R_0}{2}} \left[1 + (\sqrt{2} - 1)\Delta n_A \beta R_0 - \frac{\exp(-\beta H_{B0})}{\sqrt{\pi\beta H_{B0}}} \right], \quad (6.12)$$

$$\alpha_C = \Delta n_A \sqrt{\frac{\pi\beta R_0}{2}} \left[1 + (\sqrt{2} - 1)\Delta n_A \beta R_0 - \frac{\exp(-\beta H_{C0})}{\sqrt{\pi\beta H_{C0}}} \right]. \quad (6.13)$$

Последние слагаемые в квадратных скобках (6.12) и (6.13) для большинства практических случаев $\ll 1$ и их можно не учитывать при определении величин α_B и α_C .

Формулы (6.12) и (6.13) можно применить для оценки ослабления уровня сигнала за счет планетной рефракции. Поместим излучатель электромагнитных волн в точке C на расстоянии H_C , а приемник — в точке B на расстоянии H_B над поверхностью планеты. Ход лучей в отсутствие и при наличии рефракции в атмосфере

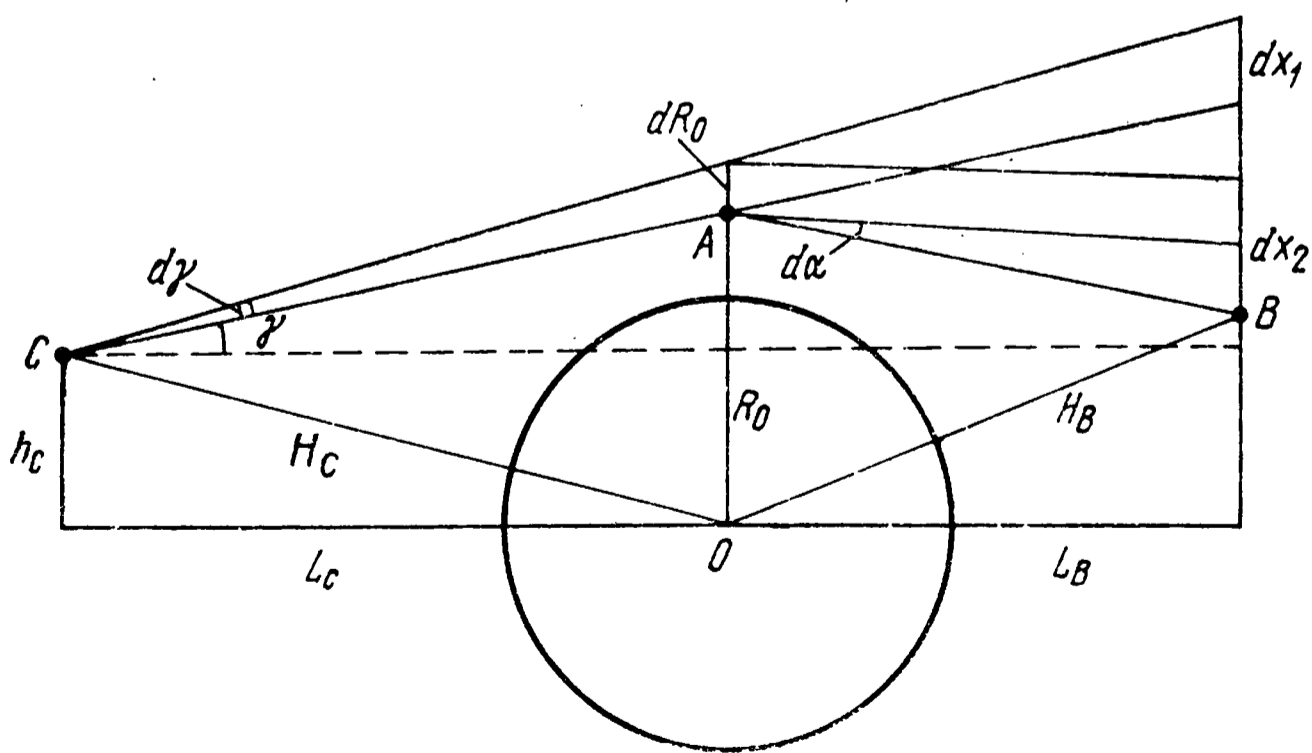


Рис. 6.2. Геометрические соотношения, применяемые при расчете ослабления уровня сигнала за счет планетной рефракции.

планеты показан на рис. 6.2. Из рисунка следует, что ослабление интенсивности излучения в точке B за счет планетной рефракции V_p определяется соотношением

$$V_p = dx_1 / dx_2, \quad (6.14)$$

где

$$dx_1 = (L_C + L_B) d\gamma / \cos \gamma, \quad dx_2 = dR_0 + L_B (d\gamma - d\alpha), \quad (6.15)$$

$$\operatorname{tg} \gamma = (R_0 - h_C) / L_C. \quad (6.16)$$

Из (6.16) следует, что

$$d\gamma / dR_0 = \cos^2 \gamma / L_C. \quad (6.17)$$

Подставляя (6.15) и (6.17) в (6.14), для функции ослабления V_p получим выражение

$$V_p = \frac{\cos \gamma (L_C + L_B)}{L_C \left[1 + L_B \left(\frac{\cos^2 \gamma}{L_C} - \frac{d\alpha}{dR_0} \right) \right]}. \quad (6.18)$$

Величина $d\alpha/dR_0$ вычисляется из соотношений (6.1), (6.12), (6.13) и для земной атмосферы имеет вид

$$\frac{\partial \alpha}{\partial R_0} = -m_1 \beta \sqrt{R_0} \exp(-\beta R_0) [1 + 2m_2 R_0 \exp(-\beta R_0)], \quad (6.19)$$

где $m_1 = \Delta n_0 \exp(\beta a) \sqrt{2\pi\beta}$, $m_2 = (\sqrt{2} - 1) \Delta n_0 \beta \exp(\beta a)$.

Рассмотрим частные случаи формулы (6.18).

1. $L_C \gg L_B$, что соответствует $\cos \gamma \approx 1$. При этом условии соотношение (6.18) упрощается и приводится к виду

$$V_p = 1 / \left(1 - L_B \frac{d\alpha}{dR_0} \right). \quad (6.20)$$

Формулы, аналогичные (6.20), были получены Г. В. Розенбергом [101] и Ф. Линком [102] при расчете рефракции солнечных лучей в атмосфере Земли (эффект рефракционной дивергенции), а также В. В. Шароновым [98] при оценке ослабления блеска звезд, по-

крываемых атмосферой Венеры.

2. $L_B \gg L_C$; $L_C \gg a$; $\cos \gamma \approx 1$. В этом случае функция ослабления V_p определяется соотношением

$$V_p = 1 / \left(1 - L_C \frac{d\alpha}{dR_0} \right), \quad (6.21)$$

которое было получено в [53] для оценки рефракции радиоволн от межпланетной космической станции «Маринер-4» в атмосфере Марса.

3. $L_B \gg L_C$, $L_C \gtrsim a$, $\cos \gamma < 1$. При выполнении этих условий соотношение (6.18) приводится к виду

$$V_p = 1 / \left(\cos \gamma - \frac{L_C}{\cos \gamma} \frac{d\alpha}{dR_0} \right), \quad (6.22)$$

где

$$\cos \gamma = 1 / \left(\sqrt{1 + \frac{(R_0 - h_C)^2}{L_C^2}} \right).$$

Случай 3 обычно реализуется при наблюдении на Земле рефракционного ослабления сигнала от искусственного спутника какой-либо планеты.

Рассмотрим в заключение этого параграфа влияние рефракции оптических волн на обнаруженное советскими и американскими космонавтами явление цветного сумеречного ореола вокруг Земли [103—108]. Цветовая картина сумеречного ореола, по описаниям В. В. Николаевой-Терешковой, такова [103]: нижняя часть ореола, примыкающая к Земле, окрашена в желто-оранжевые и желтые тона, затем идет широкая белесая полоса, которая переходит в светло-голубую, темно-синюю и черно-фиолетовую полосы. По данным американских космонавтов Д. Макдивитта и Э. Уайта [104], сумеречный ореол Земли в вертикальном направлении имеет следующую окраску: красно-оранжевая полоса, затем желтая, светло-голубая и белесая полосы, потом опять светло-голубая, синяя и белесая полосы.

К. П. Феоктистов [105] наблюдал такую картину сумеречного ореола: красно-оранжевая, желтая, голубая и белесая полосы, затем голубая и белесая полосы повторялись еще дважды. Наконец, Б. В. Воинов и Е. В. Хрунов [106—108] на космическом корабле «Со-

юз-5» провели визуальные наблюдения сумеречного ореола Земли и обнаружили такую эволюцию цветов: в земле примыкают красно-оранжевая, желто-оранжевая и желтая полосы, затем идет узкая темно-синяя полоса пониженной яркости, которая переходит в синюю, светло-голубую, темно-синюю и черно-фиолетовую полосы.

Эти описания цветовой картины сумеречного ореола Земли имеют некоторые общие черты (нижняя часть ореола окрашена в красно-желтые тона, верхняя — в светло-голубые, синие и фиолетовые тона; на некоторых высотах наблюдаются белые полосы) и некоторые индивидуальные особенности (белые полосы имеют разные высоты и толщины, иногда появляется узкая темно-синяя полоса пониженной яркости).

Авторы работ [103, 105—108] объясняют явление сумеречного ореола Земли на основе молекулярного и аэрозольного рассеяния света в земной атмосфере без учета эффектов отражения и рефракции, которые в неоднородной атмосфере Земли при больших зенитных углах играют существенную роль. Вычисленные в [106] на основе модели однократного рассеяния теоретические кривые монохроматической яркости ($\lambda = 450$ мкм) сумеречного ореола земной атмосферы в диапазоне высот 0—30 км значительно (на один-два порядка) отличаются от экспериментальных данных, полученных Б. В. Волыновым и Е. В. Хруновым на космическом корабле «Союз-5». Авторы [106] объясняют такое сильное расхождение влиянием многократного рассеяния, которое не учитывалось при теоретических расчетах. Однако в работах [109, 110] утверждается, что сумеречный ореол Земли, наблюдаемый с космических кораблей, образуется в основном за счет рассеяния первого порядка.

Таким образом, существующие в настоящее время теоретические модели сумеречного ореола Земли, основанные на молекулярном и аэрозольном рассеянии, не в состоянии полностью объяснить экспериментально наблюдаемую картину.

Рассмотрим планетную рефракцию оптических волн и покажем, что она качественно описывает наблюдаемую цветовую картину сумеречного ореола Земли. Для этого определим рефракционное ослабление оптических волн в нижней части тропосферы для фиолетового и красного участков спектра. В этом случае вблизи поверхности Земли в фиолетовой области $\Delta n_{\phi} \approx 3,4 \cdot 10^{-4}$

и $\beta_{\text{ф}} \approx 0,132 \text{ км}^{-1}$, а в красной — $\Delta n_k \approx 2,9 \cdot 10^{-4}$ и $\beta_k \approx 0,127 \text{ км}^{-1}$.

Подставляя эти значения в формулы (6.19), (6.20) и принимая высоту полета спутника $H_B = 233 \text{ км}$, получим, что фиолетовое излучение ослабляется вблизи поверхности Земли за счет планетной рефракции в 6,7 раза, а красное — в 5,5 раза. Таким образом, рефракционное ослабление оптических волн приводит к некоторому «покраснению» нижней части атмосферы.

Далее из формул (6.1), (6.12), (6.13) следует, что угол планетной рефракции α увеличивается с уменьшением длины волны. Это означает, что с ростом высоты визирования атмосферного слоя должна уменьшаться длина волны приходящего в точку наблюдения ослабления. Следовательно, эффект планетной рефракции качественно отражает усредненную цветовую картину сумеречного ореола Земли, наблюдаемую с ИСЗ и космических кораблей.

Однако подчеркнем еще раз, что только одной планетной рефракцией оптических волн (или только одним молекулярным и аэрозольным рассеянием) нельзя полностью объяснить всю совокупность цветовой картины сумеречного ореола Земли. Для полного теоретического решения этой проблемы необходим одновременный учет эффектов рассеяния, поглощения, преломления и отражения, возникающих при распространении оптических волн в неоднородной атмосфере.

6.2. Планетная рефракция радиоволн диапазона $5 \text{ см} \leq \lambda \leq 3 \text{ м}$ в земной атмосфере

Как мы уже неоднократно отмечали, в диапазоне волн $5 \text{ см} \leq \lambda \leq 3 \text{ м}$ ионосфера вносит заметный вклад в искривление траекторий радиоволн, распространяющихся в земной атмосфере. Величина этого вклада в случае планетной рефракции определяется высотой точки A над поверхностью Земли (рис. 6.1). Рассмотрим методы расчета планетной рефракции радиоволн диапазона $5 \text{ см} \leq \lambda \leq 3 \text{ м}$ при расположении точки A , соответственно, в нейтросфере, нижней и верхней ионосфере.

Во всех этих случаях угол планетной рефракции α определяется соотношением (6.1), в котором углы α_B и α_C равны друг другу. Следовательно, наша задача сводится к нахождению одного из углов полной атмос-

ферной рефракции α_B или α_C при расположении приемника в точке A , а излучателя — в точках B или C , находящихся за пределами атмосферы.

1. Пусть точка A (рис. 6.1) находится в нейтросфере на высоте H_0 над поверхностью Земли. Тогда угол полной атмосферной рефракции α_C вычисляется по формулам (5.48), (5.52), (5.73) и (5.75) при условии, что $z_0 = 90^\circ$. Пренебрегая в этих формулах величинами второго порядка малости по сравнению с основными членами, для α_C получим выражение

$$\begin{aligned} \alpha_C = & \Delta n_A \sqrt{\frac{\pi \beta R_0}{2}} \Phi(\sqrt{2\beta H_{10}}) + \\ & + 2 \Delta n_M \frac{\sqrt{2R_0}}{(H_2 - H_1)^2} \left(\frac{2}{3} H_{20} \sqrt{H_{20}} - \right. \\ & \left. - H_{20} H_{10}^{1/2} + H_{10} H_{10}^{1/2} / 3 \right) - \Delta n_M \sqrt{\pi \beta_{\text{и}} R_0 / 2} \times \\ & \times \exp(\beta_{\text{и}} H_{20}) [\Phi(\sqrt{2\beta_{\text{и}} H_{30}}) - \Phi(\sqrt{2\beta_{\text{и}} H_{20}})]. \quad (6.23) \end{aligned}$$

Первое слагаемое в (6.23) характеризует вклад нейтросферы в величину рефракции α_C , а второе и третье слагаемые — вклад нижней и верхней ионосферы. Из (6.23) следует, что при увеличении H_0 от 0 до H_1 первое слагаемое стремится к 0, а второе и третье слагаемые возрастают до значения

$$\alpha_C^{\text{и}}(H_0 = H_1) = \frac{5}{3} \Delta n_M \sqrt{\frac{R_0}{2(H_2 - H_1)}}, \quad (6.24)$$

которое получается из (6.23) при условии $H_{10} = 0$ и $\sqrt{2\beta_{\text{и}} H_{20}} \gg 1$.

2. Точка A (рис. 6.1) расположена в нижней ионосфере на высоте H_0 над поверхностью Земли. В этом случае угол полной атмосферной рефракции α_C находится из соотношения (5.86) по методике, изложенной в § 5.3. Полагая в (5.86) $z_0 = 90^\circ$ и пренебрегая величинами второго порядка малости по сравнению с главными членами, представим α_C в виде

$$\alpha_C = \frac{4}{3} \Delta n_M \frac{H_{20}}{(H_2 - H_1)^2} \sqrt{2H_{20}R_0} -$$

$$\begin{aligned}
& - \Delta n_M \sqrt{\frac{\pi \beta_n R_0}{2}} \exp(\beta_n H_{20}) \times \\
& \times [\Phi(\sqrt{2\beta_n H_{30}}) - \Phi(\sqrt{2\beta_n H_{20}})]. \quad (6.25)
\end{aligned}$$

Выражение (6.25) при $H_0 = H_1$ переходит в соотношение (6.24), а при $H_0 = H_2$ приводится к формуле

$$\alpha_C = - \Delta n_M \sqrt{\pi \beta_n R_0 / 2}. \quad (6.26)$$

3. Точка A (рис. 6.1) находится в верхней ионосфере на высоте H_0 над поверхностью Земли. В этих условиях α_C определяется по формуле (5.88) в предположении, что $z_0 = 90^\circ$:

$$\alpha_C = - \Delta n_M \sqrt{\frac{\beta_n R_0 \pi}{2}} \exp(\beta_n H_{20}) \Phi(\sqrt{2\beta_n H_{30}}). \quad (6.27)$$

Соотношение (6.27) при $H_0 = H_2$ переходит в (6.26), а при $H_0 = H_3$ обращается в 0.

В заключение следует заметить, что нейтросфера и нижняя ионосфера создают положительную рефракцию (траектория волны отклоняется в сторону планеты), а верхняя ионосфера создает отрицательную рефракцию (траектория волны отклоняется в сторону от планеты).

6.3. Определение электрических свойств атмосферы Земли методом планетной рефракции

Полученные в предыдущих параграфах формулы для α позволяют применить планетную рефракцию для нахождения электрических свойств земной атмосферы. Такую задачу можно решить с помощью двух ИСЗ, расположенных за пределами атмосферы в точках B и C (рис. 6.2) на таком расстоянии друг от друга, при котором излучение одного спутника распространяется к другому через земную атмосферу. Измеряемое в этом случае ослабление сигнала, обусловленное планетной рефракцией, может при определенных условиях характеризовать электрические свойства земной атмосферы.

Рассмотрим этот вопрос более подробно. Для определенности будем считать, что высота одного спутника над поверхностью Земли много больше другого ($H_C \gg \gg H_B$). Далее предположим, что спутник C излучает

электромагнитный сигнал, а спутник B принимает его. В этом случае планетный угол рефракции α с точностью до величин первого порядка малости рассчитывается по формуле

$$\alpha = \Delta n_0 \exp[-\beta(R_0 - a)] \sqrt{2\pi\beta R_0}, \quad (6.28)$$

а рефракционное ослабление сигнала в точке B определяется соотношением

$$V_p = 1/(1 + L_B \beta \alpha), \quad (6.29)$$

которое следует из (6.20) с учетом выражения (6.28).

Рассмотрим изменение функции ослабления во времени при движении по орбите спутника B без учета движения высокорасположенного спутника C , что справедливо при малых временах наблюдения (порядка нескольких минут).

Дифференцируя (6.29) по времени, получим

$$d V_p/dt = -L_B \beta (d \alpha/dt)/(1 + L_B \beta \alpha)^2. \quad (6.30)$$

Скорость изменения угла планетной рефракции во времени можно найти из соотношения (6.28). Дифференцируя это равенство по времени и учитывая, что $2\beta R_0 \gg 1$, будем иметь

$$d \alpha/dt = \beta \alpha d R_0/dt, \quad (6.31)$$

где величина $d R_0/dt$ определяется из выражения (6.15):

$$d R_0/dt = (dx_2/dt) + L_B d \alpha/dt. \quad (6.32)$$

Из (6.31) и (6.32) следует, что

$$d \alpha/dt = -\beta v_x \alpha / (1 + L_B \beta \alpha), \quad (6.33)$$

где v_x — скорость перемещения спутника B вдоль оси x (рис. 6.2).

Подставляя (6.33) в (6.30) и учитывая (6.29), получим дифференциальное уравнение для нахождения зависимости $V_p(t)$:

$$d V_p/V_p^2 (1 - V_p) = \beta v_x dt, \quad (6.34)$$

интегрирование которого приводит к соотношению

$$\frac{1}{V_p} + \ln \left(\frac{1}{V_p} - 1 \right) - 2 = -\beta v_x (t - t_0). \quad (6.35)$$

При интегрировании (6.34) было принято, что время t_0 соответствует величине ослабления $V_p = 0,5$. В формуле (6.35) $v_x < 0$ при заходе спутника B за диск планеты и $v_x > 0$ при выходе спутника B из-за диска планеты.

Из (6.35) следует, что определяя экспериментальную зависимость $V_p(t)$ и зная скорость перемещения спутника B v_x , можно найти величину β , которая характеризует высотное изменение показателя преломления атмосферы в экспоненциальной зависимости (1.45). Вычислив величину β , мы можем по формуле (1.46) рассчитать Δn_0 и, соответственно, показатель преломления атмосферы у поверхности Земли.

Зависимость (6.35) неоднократно применялась для определения параметров атмосфер планет Солнечной системы [53, 98—100, 102, 111—114]. В частности, 7 июля 1959 г. произошло покрытие Венерой Регула, что позволило экспериментально наблюдать изменение блеска этой звезды во время затмения и по формуле (6.35) рассчитать величину β_3^B (или высоту однородной атмосферы Венеры $H_B = 1/\beta_3^B$). По данным Ж. Вокулера [111, 112], высота однородной атмосферы Венеры на уровне «оптического» слоя $H(h_0) = 6,8 \pm 0,2$ км. Близкие значения $H(h_0)$ были получены и другими авторами [98, 114].

К сожалению, до сих пор еще нет экспериментов по расчету параметров земной атмосферы на основе рефракционного ослабления электромагнитных волн, хотя теоретически этот вопрос проработан уже достаточно подробно [115—118]. Наиболее полное теоретическое исследование возможностей расчета высотных распределений плотности и давления атмосферы Земли по углу планетной рефракции α , определяемому с помощью двух ИСЗ, было проведено В. И. Татарским в работах [117, 118], где он получил общие формулы, связывающие плотность и давление земной атмосферы с углом планетной рефракции α , и при некоторых исходных данных рассчитал величину прицельного расстояния R_0 и угол планетной рефракции α для экспоненциальной модели атмосферы Земли. В. И. Татарским в [118] бы-

ла оценена точность определения плотности атмосферы по измерению угла планетной рефракции и проанализированы различные виды ошибок, влияющие на эту точность.

Глава 7

РЕФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ПРИ НАЛИЧИИ СЛОИСТЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ В АТМОСФЕРЕ ЗЕМЛИ

7.1. Слоистые неоднородности нейтросферы и их влияние на вертикальную рефракцию радиоволн

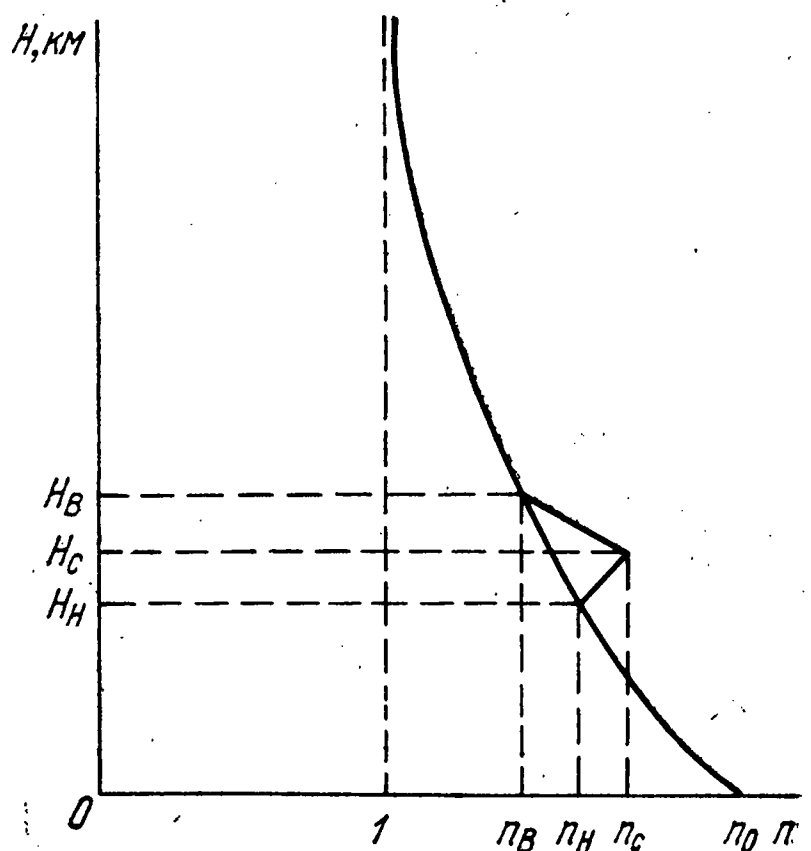
Выше мы рассматривали рефракцию электромагнитных волн в атмосфере Земли с учетом среднего профиля показателя преломления воздуха. Однако, как уже отмечалось в гл. 1, в земной атмосфере всегда существуют слоистые неоднородности диэлектрической проницаемости воздуха, которые оказывают существенное влияние на среднюю рефракцию электромагнитных волн. Ниже будет проведена оценка вклада слоистых неоднородностей атмосферы в суммарную рефракцию электромагнитных волн.

Рассмотрим характер рефракции электромагнитных волн в нейтросфере при наличии одного слоя, расположенного на высоте H_c над поверхностью Земли [43]. Расчет угла рефракции в присутствии нескольких слоев, находящихся на разных высотах, может быть проведен аналогичным образом. Будем считать, что коэффициент преломления в слое меняется с высотой по линейному закону (рис. 7.1). Такая аппроксимация достаточно хорошо отражает реальные зависимости $n(h)$ в слоистых неоднородностях.

Рассчитаем угол полной атмосферной рефракции электромагнитных волн в нейтросфере при наличии слоя и оценим отклонение этого угла от среднего угла рефракции, обусловленного экспоненциальным изменением коэффициента преломления воздуха с высотой по закону (1.45). Угол полной атмосферной рефракции при наличии слоя можно определить с помощью формулы (3.35):

$$\begin{aligned}
\alpha_c = & \ln \frac{n_0}{n_H} \left(\operatorname{tg} z_0 - \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \right) - \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \times \\
& \times \left[\int_0^{H_H} \frac{-\beta \Delta n_0 \exp(-\beta h) dh}{\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 h/a}} + \right. \\
& + \int_{H_H}^{H_c} \frac{(n_c - n_H) dh}{(H_c - H_H) \sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 h/a}} + \\
& + \int_{H_c}^{H_B} \frac{(n_B - n_c) dh}{(H_B - H_c) \sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 h/a}} + \\
& \left. + \int_{H_B}^H \frac{-\beta \Delta n_0 \exp(-\beta h) dh}{\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 h/a}} \right]. \quad (7.1)
\end{aligned}$$

Рис. 7.1. Зависимость коэффициента преломления воздуха в слое от высоты в нейтросфере.



В формуле (7.1) отброшено последнее слагаемое выражения (3.35), которое составляет несколько процентов от величины 3-го слагаемого (3.35) даже при $z_0 = 90^\circ$. Угол рефракции при экспоненциальном профиле определяется соотношением (3.45). Вычитая (7.1) из (3.45) и производя интегрирование, для разности углов реф-

рации при отсутствии и наличии слоя получим формулу

$$\Delta \alpha = \alpha - \alpha_c = \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} L_4 + \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \cdot \frac{a}{\operatorname{tg}^2 z_0} \times$$

$$\times \left[\left(\frac{n_c - n_H}{H_c - H_H} \right) \left(\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_c}{a}} - \right. \right.$$

$$\left. - \sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_H}{a}} + \left(\frac{n_B - n_c}{H_B - H_c} \right) \times \right.$$

$$\left. \times \left(\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_B}{a}} - \sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_c}{a}} \right) \right], \quad (7.2)$$

где

$$L_4 = \Delta n_0 \sqrt{\beta a} \operatorname{ctg} z_0 \exp(\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0 / 2) \sqrt{\pi/2} \times$$

$$\times [\Phi(\sqrt{\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0 + 2\beta H_B}) - \Phi(\sqrt{\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0 + 2\beta H_H})]. \quad (7.3)$$

Рассмотрим частные случаи выражения (7.2).

1. Пусть $z_0 \leq 80^\circ$. В этом случае $\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0 \gg 1$ и $2 \operatorname{tg}^2 z_0 \left(\frac{H_B}{a} \right) \ll 1$, что позволяет функции $\Phi(x)$ в (7.3)

разложить в асимптотический ряд (3.44), а радикалы во втором слагаемом (7.2) — в ряды Тейлора, и ограничиться в обоих случаях тремя первыми членами разложения. После несложных преобразований формула (7.2) примет вид

$$\Delta \alpha = \frac{\operatorname{tg} z_0}{2 a \cos^2 z_0} \left[(\Delta n_B H_B - \Delta n_H H_H) \left(1 - \frac{6 \operatorname{tg}^2 z_0}{\beta a} \right) + \right.$$

$$\left. + (\Delta n_H - \Delta n_B) \left(H_c - \frac{2}{\beta} \right) + \Delta n_c (H_B - H_H) \right]. \quad (7.4)$$

Оценки (7.4) показывают, что для параметров слоев, характерных для нейтросферы (см. гл. 1), величина $\Delta \alpha$ не превышает $1''$ при $z_0 \leq 80^\circ$. Это означает, что при расчете угла полной атмосферной рефракции в диапазоне видимых зенитных углов $0 \leq z_0 \leq 80^\circ$ с точностью в $1''$ слоистые неоднородности нейтросферы могут не приниматься во внимание.

2. Пусть $80^\circ < z_0 \leq 90^\circ$. В этом случае при толщинах слоев $H_B - H_H \leq 1$ км формула (7.2) упрощается и представляется в виде

$$\Delta \alpha = \frac{\delta n_c a}{\sin^2 z_0} \left[\frac{\sqrt{\text{ctg}^2 z_0 + 2H_c/a} - \sqrt{\text{ctg}^2 z_0 + 2H_H/a}}{H_c - H_H} - \frac{\sqrt{\text{ctg}^2 z_0 + 2H_B/a} - \sqrt{\text{ctg}^2 z_0 + 2H_c/a}}{H_B - H_c} \right], \quad (7.5)$$

где δn_c — максимальное отклонение показателя преломления в слое от среднего на данной высоте значения.

Формула (7.5) позволяет определить характер зависимости $\Delta \alpha$ от z_0 и параметров слоя. Рассмотрим зависимость $\Delta \alpha$ от параметров слоя при $z_0 = 90^\circ$. При этом условии (7.5) можно записать так:

$$\Delta \alpha = \delta n_c \sqrt{2a} \left[\frac{\sqrt{H_c} - \sqrt{H_H}}{H_c - H_H} - \frac{\sqrt{H_B} - \sqrt{H_c}}{H_B - H_c} \right], \quad (7.6)$$

$$\Delta \alpha = \delta n_c \sqrt{2a H_c} \left[\frac{1 - \sqrt{1 - d_H/H_c}}{d_H} - \frac{\sqrt{1 + d_B/H_c} - 1}{d_B} \right], \quad (7.7)$$

где $d_H = H_c - H_H$ и $d_B = H_B - H_c$.

Для слоев, параметры которых удовлетворяют условиям $d_H/H_c \ll 1$ и $d_B/H_c \ll 1$, радикалы в (7.7) можно разложить в ряды Тейлора и ограничиться тремя первыми членами разложения. В результате (7.7) примет вид

$$\Delta \alpha = \delta n_c \sqrt{2a} (d_H + d_B) / 8 H_c^{3/2}. \quad (7.8)$$

Из анализа формул (7.7) и (7.8) следует важный вывод, что наибольший вклад в отклонение угла рефракции от среднего значения вносят слоистые неоднородности, расположенные вблизи поверхности Земли.

Для иллюстрации этого положения на рис. 7.2 приведена зависимость $\Delta\alpha$ от высоты слоя при $\delta n_c = 2 \cdot 10^{-5}$ и $d_H = d_B = 100$ м. Из рис. 7.2 следует, что величина $\Delta\alpha$ быстро уменьшается от 14' до 1' при увеличении высоты слоя от 100 до 350 м. При дальнейшем увеличении высоты слоя скорость уменьшения $\Delta\alpha$ резко падает и сама величина $\Delta\alpha$ стремится к нулю. Так, при $H_c = 1000$ м $\Delta\alpha$ составляет лишь 11", а при $H_c = 2000$ м — 4". Это означает, что при расчете α с точностью порядка 1' необходимо знать конкретный вид функции $n(h)$ в интервале высот от нуля до 350 м.

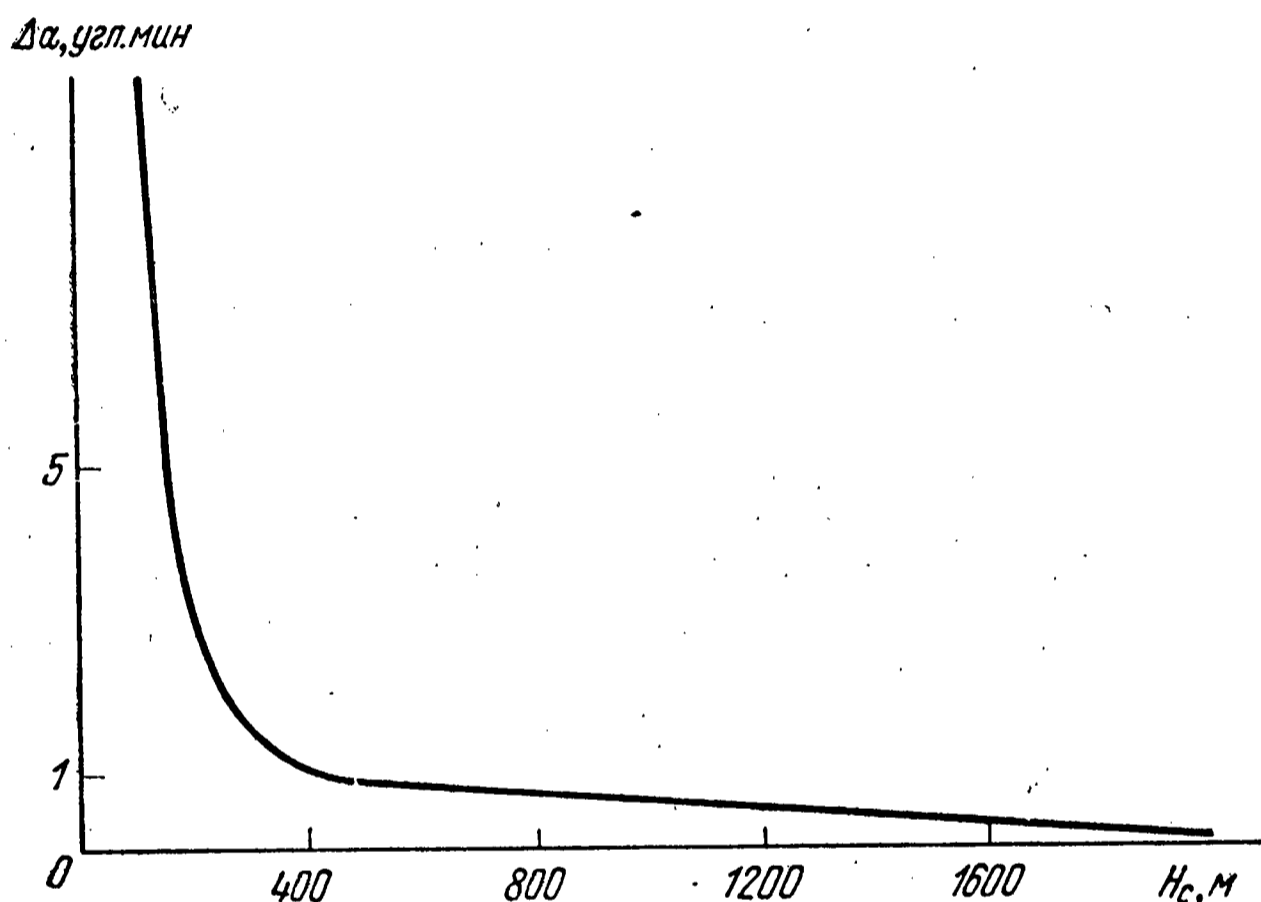


Рис. 7.2. Зависимость величины $\Delta\alpha$ от высоты слоя при $\delta n_c = 2 \cdot 10^{-5}$; $d_H = 100$ м; $d_B = 100$ м; $z_0 = 90^\circ$.

Таким образом, слоистые неоднородности нейтросферы оказывают существенное влияние на углы рефракции электромагнитных волн при видимых зенитных углах, больших 80° . Влияние слоистых неоднородностей тем больше, чем ближе они находятся к земной поверхности, и тем меньше, чем меньше z_0 . Для учета влияния слоистых неоднородностей на углы рефракции при точностях расчета α в 1' необходимо знать конкретный вид функции $n(h)$ в слое воздуха толщиной 300—400 м, прилегающем к земной поверхности. При меньших точностях расчета угла рефракции требуемый интервал высот, внутри которого необходимо знать функцию $n(h)$, уменьшается, при больших — увеличивается.

7.2. Слоистые неоднородности ионосферы и их влияние на вертикальную рефракцию радиоволн

Слоистые неоднородности в ионосфере встречаются гораздо чаще, чем в нейтросфере, и имеют регулярный (слои D , E , F_1) и случайный характер. Параметры ионосферных неоднородностей приведены в гл. 1, здесь же мы только отметим, что слои в ионосфере более мощные по сравнению с тропосферными как по интенсивности, так и по размерам. В частности, интенсивность ионосферных слоев меняется в пределах (20—100) N -ед., вертикальные размеры — от нескольких сотен мет-

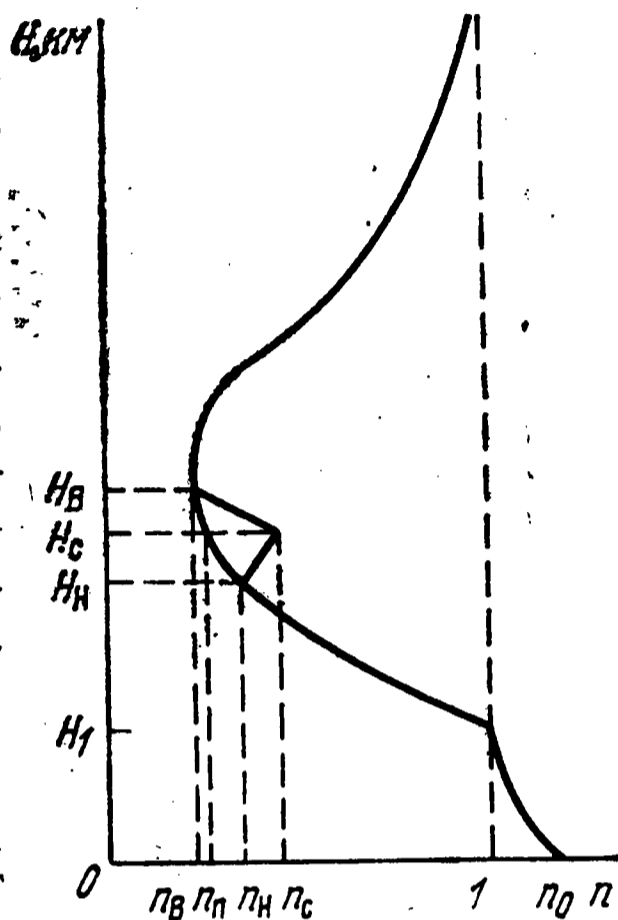


Рис. 7.3. Зависимость коэффициента преломления в ионосферном слое от высоты.

ров до нескольких десятков километров, а горизонтальные размеры — от километра до нескольких тысяч километров.

Рассмотрим влияние слоистых неоднородностей ионосферы на рефракцию радиоволн. Будем считать, что показатель преломления в ионосферном слое меняется по линейному закону (рис. 7.3):

$$n = (h - H_H) \frac{m_H}{d_H} + n_H, \quad H_H \leq h \leq H_c, \quad (7.9)$$

$$n = (h - H_c) \frac{m_B}{d_B} + n_c, \quad H_c \leq h \leq H_B, \quad (7.10)$$

где $m_H = n_c - n_H$; $m_B = n_B - n_c$; $d_H = H_c - H_H$; $d_B = H_B - H_c$; n_H , n_B — показатели преломления на нижней и верхней границах слоя; n_c — показатель преломления в центре слоя; H_H и H_B — высоты нижней и верхней границ слоя, H_c — высота центральной части слоя.

Линейные аппроксимации (7.9) и (7.10) достаточно близки к реальным зависимостям показателя преломления в нерегулярных слоях ионосферы [93].

Угол полной атмосферной радиорефракции при наличии слоя в нижней ионосфере определяется соотношением, аналогичным (7.1):

$$\alpha_{ис} = - \ln \frac{n_0}{n_3} \operatorname{ctg} z_0 + L_c, \quad (7.11)$$

где

$$L_c = - \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \left[\int_0^{H_1} \frac{\frac{dn}{dh} dh}{\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{a}}} + \right. \\ + \int_{H_1}^{H_H} \frac{\frac{dn}{dh} dh}{\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{a}}} + \int_{H_H}^{H_c} \frac{\frac{m_H}{d_H} dh}{\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{a}}} + \\ + \int_{H_c}^{H_B} \frac{\frac{m_B}{d_B} dh}{\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{a}}} + \int_{H_B}^{H_2} \frac{\frac{dn}{dh} dh}{\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{a}}} + \\ \left. + \int_{H_2}^{H_3} \frac{\frac{dn}{dh} dh}{\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{a}}} \right]. \quad (7.12)$$

Показатель преломления атмосферы в первом интеграле (7.12) меняется с высотой по закону (4.29), во втором и пятом интегралах — по закону (4.30), а в шестом — по формуле (4.31). Выражение (7.11) получено при тех же предположениях, что и формула (7.1).

Угол полной атмосферной рефракции в отсутствие ионосферного слоя определяется из соотношения

$$\alpha_{\text{и}} = -\ln \frac{n_0}{n_3} \operatorname{ctg} z_0 - \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \left[\int_0^{H_1} \frac{\frac{dn}{dh} dh}{\sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{a}}} + \right. \\ \left. + \int_{H_1}^{H_2} \frac{\frac{dn}{dh} dh}{\sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{a}}} + \int_{H_2}^{H_3} \frac{\frac{dn}{dh} dh}{\sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{a}}} \right], \quad (7.13)$$

где показатель преломления атмосферы в первом, втором и третьем интегралах соответственно меняется с высотой по законам (4.29), (4.30) и (4.31).

Вычитая (7.11) из (7.13) и производя соответствующее интегрирование, для разности углов рефракции при отсутствии и наличии ионосферного слоя получим выражение

$$\Delta \alpha_{\text{и}} = \alpha_{\text{и}} - \alpha_{\text{ис}} = -\frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} (L_1 + L_2 + L_3), \quad (7.14)$$

где

$$L_1 = \frac{p a}{\operatorname{tg}^2 z_0} \left[\sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_B}{a}} - \sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_H}{a}} \right] - \\ - \frac{1}{3} \frac{q a^2}{\operatorname{tg}^4 z_0} \left[\left(1 - \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_B}{a} \right) \sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_B}{a}} - \right. \\ \left. - \left(1 - \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_H}{a} \right) \sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_H}{a}} \right], \quad (7.15)$$

$$p = -\frac{2 \Delta n_M H_2}{(H_2 - H_1)^2}, \quad q = \frac{2 \Delta n_M}{(H_2 - H_1)^2}, \quad (7.16)$$

$$L_2 = -\frac{m_H}{d_H} \frac{a}{\operatorname{tg}^2 z_0} \left[\sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_c}{a}} - \right. \\ \left. - \sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_H}{a}} \right], \quad (7.17)$$

$$L_3 = -\frac{m_B}{d_B} \frac{a}{\operatorname{tg}^2 z_0} \left[\sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_B}{a}} - \right. \\ \left. - \sqrt{1 + 2\operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_c}{a}} \right]. \quad (7.18)$$

Соотношение (7.14) определяет добавочную рефракцию радиоволн в земной атмосфере, обусловленную наличием слоя в нижней ионосфере, и позволяет вычислять $\Delta\alpha_n$ во всем диапазоне видимых зенитных углов. Рассмотрим частные случаи (7.14):

1. Пусть выполняется условие $2\text{tg}^2 z_0 (H_B/a) \ll 1$, что имеет место при $z_0 \leq 70^\circ$. В этом случае радикалы, входящие в (7.15), (7.17) и (7.18), можно разложить в ряды Тейлора и ограничиться четырьмя первыми членами разложения. В результате для $\Delta\alpha_n$ получим выражение

$$\Delta\alpha_n = \frac{\text{tg} z_0}{\cos^2 z_0} \frac{d}{2a} \left[\delta n_c + \frac{1}{3} \Delta n_M \frac{(d_B^2 - d_B d_H + d_H^2)}{(H_2 - H_1)^2} \right], \quad (7.19)$$

где $d = d_H + d_B$ — толщина слоя, $\delta n_c = n_c - n_n$ — отклонение показателя преломления в слое от среднего значения на высоте H_c . Оценки (7.19) показывают, что при наиболее часто встречающихся толщинах нерегулярных слоев в нижней ионосфере [93] ($d = 1-10$ км) второе слагаемое в квадратных скобках (7.19) много меньше первого. Пренебрегая этим слагаемым, представим величину $\Delta\alpha_n$ в виде

$$\Delta\alpha_n = \delta n_c \frac{\text{tg} z_0 d}{\cos^2 z_0 2a}. \quad (7.20)$$

Соотношение (7.20) позволяет оценить величину $\Delta\alpha_n$ при $z_0 \leq 70^\circ$. Примем максимально возможную толщину слоя $d = 60$ км (обычная толщина регулярного слоя F_1) и $\delta n_c = 10^{-4}$. В этом предельном случае величина $\Delta\alpha_n$ при $z_0 = 70^\circ$ не будет превышать $3''$. При обычных толщинах ионосферных нерегулярных слоев ($d = 1-10$ км) $\Delta\alpha_n$ будет много меньше $1''$. Следовательно, при расчете рефракции радиоволн в атмосфере с точностью порядка $1''$ влиянием нерегулярных ионосферных слоев можно пренебречь в диапазоне видимых зенитных углов $z_0 \leq 70^\circ$.

2. Пусть $2\text{tg}^2 z_0 (H_H/a) \gtrsim 1$, что имеет место при $z_0 \geq 80^\circ$. При этих условиях соотношение (7.14) можно записать следующим образом:

$$\Delta\alpha_n = L_1 + L_2 + L_3, \quad (7.21)$$

где

$$L_1 = -\frac{p a}{\sin^2 z_0} \left[\sqrt{\operatorname{ctg}^2 z_0 + 2 \frac{H_B}{a}} - \sqrt{\operatorname{ctg}^2 z_0 + 2 \frac{H_H}{a}} \right] +$$

$$+ \frac{1}{3} \frac{q a^2}{\sin^2 z_0} \left[\left(\operatorname{ctg}^2 z_0 - \frac{H_B}{a} \right) \sqrt{\operatorname{ctg}^2 z_0 + 2 \frac{H_B}{a}} - \right.$$

$$\left. - \left(\operatorname{ctg}^2 z_0 - \frac{H_H}{a} \right) \sqrt{\operatorname{ctg}^2 z_0 + 2 \frac{H_H}{a}} \right], \quad (7.22)$$

$$L_2 = \frac{m_H}{d_H} \frac{a}{\sin^2 z_0} \left[\sqrt{\operatorname{ctg}^2 z_0 + 2 \frac{H_c}{a}} - \sqrt{\operatorname{ctg}^2 z_0 + 2 \frac{H_H}{a}} \right], \quad (7.23)$$

$$L_3 = \frac{m_B}{d_B} \frac{a}{\sin^2 z_0} \left[\sqrt{\operatorname{ctg}^2 z_0 + 2 \frac{H_B}{a}} - \sqrt{\operatorname{ctg}^2 z_0 + 2 \frac{H_c}{a}} \right]. \quad (7.24)$$

Формула (7.21) определяет разностную рефракцию радиоволн при больших зенитных углах. В частности, при $z_0 = 90^\circ$ (7.21) упрощается и приводится к виду

$$\Delta \alpha_n = \frac{\Delta n_M \sqrt{2a}}{(H_2 - H_1)^2} \left[\frac{1}{3} (H_B \sqrt{H_B} - H_H \sqrt{H_H}) + \right.$$

$$\left. + H_c (\sqrt{H_B} - \sqrt{H_H}) - d \sqrt{H_c} \right] +$$

$$+ \delta n_c \sqrt{2a} \left[\frac{(\sqrt{H_c} - \sqrt{H_H})}{d_H} - \frac{(\sqrt{H_B} - \sqrt{H_c})}{d_B} \right]. \quad (7.25)$$

Учитывая, что толщины ионосферных слоев значительно меньше их высот над поверхностью Земли ($d_B/H_c \ll 1$ и $d_H/H_c \ll 1$), радикалы в (7.25) можно разложить в ряды Тейлора и ограничиться четырьмя первыми членами разложения. В результате (7.25) можно представить так:

$$\Delta \alpha_n = \frac{\sqrt{2a} d}{8 \cdot H_c^{3/2}} \left[\delta n_c + \frac{\Delta n_M}{3} \frac{(d_B^2 - d_B d_H + d_H^2)}{(H_2 - H_1)^2} \right]. \quad (7.26)$$

Выше мы уже отмечали, что при типичных толщинах ионосферных слоев второе слагаемое в (7.26) мно-

го меньше первого и им можно пренебречь. Тогда (7.26) примет вид

$$\Delta \alpha_{\text{и}} = \delta n_c \frac{\sqrt{2ad}}{8 H_c^{3/2}}. \quad (7.27)$$

Оценки $\Delta \alpha_{\text{и}}$ по формуле (7.27) показывают, что даже для регулярных слоев ионосферы величина разностной рефракции для радиоволн диапазона $\lambda \leq 3$ м не превышает нескольких десятков угловых секунд, в то время как приземные тропосферные слои меньшей толщины и интенсивности могут изменить значение средней атмосферной рефракции на $10'$ — $15'$. Такое существенное различие обусловлено тем, что ионосферные слои находятся на больших высотах от поверхности Земли, чем тропосферные, и в соответствии с (7.27) должны оказывать меньшее влияние на разностную рефракцию.

Естественно, что при приближении точки наблюдения к ионосферному слою, его вклад в величину $\Delta \alpha_{\text{и}}$ будет возрастать. Так, при размещении приемника на нижней границе слоя F_1 разностная рефракция при $d=3$ км; $H_c=30$ км и $\delta n_c=10^{-4}$ N-единиц будет равна $52''$, в то время как при расположении точки наблюдения на поверхности Земли величина $\Delta \alpha_{\text{и}}$ при тех же параметрах слоя составит всего $8''$.

Методы, изложенные в настоящем параграфе, позволяют оценить воздействие слоистых неоднородностей верхней ионосферы на разностную рефракцию радиоволн. Однако вклад этих неоднородностей в величину $\Delta \alpha_{\text{и}}$ будет пренебрежимо мал, так как они находятся на большом расстоянии от поверхности Земли и имеют меньшие по сравнению со слоями нижней ионосферы интенсивности.

7.3. Влияние горизонтальных градиентов показателя преломления атмосферы на рефракцию электромагнитных волн

До сих пор мы рассматривали рефракцию электромагнитных волн в атмосфере, показатель преломления которой зависел только от одной сферической координаты — высоты над поверхностью Земли. Однако, присутствие слоистых неоднородностей атмосферы различных размеров и интенсивностей приводит к тому, что показатель преломления воздуха начинает зависеть от

угловых сферических координат θ и χ . В этом случае горизонтальные неоднородности атмосферы будут давать дополнительный вклад в величину угла рефракции, который необходимо учитывать при решении многих практических проблем.

В § 2.3 гл. 2 на основе принципа Ферма были получены общие уравнения траекторий электромагнитных волн, которые позволяют рассчитывать углы рефракции в трехмерно-неоднородной атмосфере [см. (2.43)]. Однако решение уравнений (2.43) в общем случае при любой зависимости $n = n(r, \theta, \chi)$ сопряжено с большими математическими трудностями, и поэтому в этих условиях приобретают важное значение приближенные методы, которые позволяют для целого ряда прикладных задач получать достаточно надежные результаты.

Ниже мы рассмотрим один из таких методов. Для упрощения расчетов будем считать, что атмосфера двумерно-неоднородная с показателем преломления, зависящим от r и θ по формуле [39]

$$n(r, \theta) = 1 + \Delta n_0 (1 + g \theta) \exp[-\beta(r - a)], \quad (7.28)$$

где $1 + \Delta n_0$ — показатель преломления у поверхности Земли в точке приема ($\theta = 0$), β — коэффициент, характеризующий скорость уменьшения показателя преломления воздуха с высотой, g — горизонтальный градиент показателя преломления атмосферы.

Далее, предположим, что горизонтальные изменения показателя преломления атмосферы происходят в плоскости большого круга, проходящей через излучатель и приемник.

В этом случае от соотношений (2.43) мы переходим к обобщенному закону преломления для двумерно-неоднородной среды

$$n r \sin z - n_0 a \sin z_0 = \int_a^r \frac{\partial n}{\partial \theta} \frac{dr}{\cos z}. \quad (7.29)$$

Подставляя (7.28) в (7.29) и переходя к новой переменной интегрирования $r = a + h$, представим (7.29) в виде

$$n(a + h) \sin z - n_0 a \sin z_0 = \int_0^H \frac{\Delta n_0 g \exp(-\beta h) dh}{\cos z}, \quad (7.30)$$

где H — высота излучателя над поверхностью Земли. Для определения угла z , входящего в подынтегральное выражение (7.30), воспользуемся уравнением траектории луча в сферически слоистой атмосфере (2.45), что является хорошим приближением при расчетах углов рефракции в двумерно-неоднородной среде. В этом случае

$$z = z_0 - \gamma, \quad (7.31)$$

где γ вычисляется по формулам (3.23) и (3.24). Внося (7.31) в знаменатель подынтегрального выражения (7.30) и производя интегрирование с учетом малости угла γ , для правой части (7.30) получим выражение

$$I = g L_2 / \beta \cos z_0, \quad (7.32)$$

где

$$L_2 = \Delta n_0 \frac{\sqrt{\beta a}}{\operatorname{tg} z_0} \exp\left(\frac{\beta a}{2 \operatorname{tg}^2 z_0}\right) \sqrt{\frac{\pi}{2}} \times \\ \times [\Phi(\sqrt{\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0 + 2\beta H}) - \Phi(\sqrt{\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0})]. \quad (7.33)$$

В результате уравнение траектории луча в двумерно-неоднородной атмосфере будет иметь вид

$$n(a+h) \sin z = n_0 a \sin z_0 + \frac{g L_2}{\beta \cos z_0}. \quad (7.34)$$

Последнее соотношение позволяет рассчитать новое значение угла γ_r , характеризующее рефракцию электромагнитных волн в двумерно-неоднородной среде. Подставляя в (7.34) величину $z = z_0 - \gamma_r$ и учитывая, что $\gamma_r \ll 1$, получим для γ_r уравнение

$$\gamma_r^2 + 2 \operatorname{ctg} z_0 \gamma_r - 2 \left[\frac{h}{a} (1 + M) - M \right] = 0, \quad (7.35)$$

где

$$M = \frac{g L_2}{\beta a n_0 \sin z_0 \cos z_0}. \quad (7.36)$$

Решение (7.35) имеет вид

$$\gamma_r = \sqrt{\operatorname{ctg}^2 z_0 + 2 \left[\frac{h}{a} (1 + M) - M \right]} - \operatorname{ctg} z_0. \quad (7.37)$$

Угол рефракции электромагнитных волн в земной атмосфере определяется соотношением (3.21), которое с учетом (7.37) можно представить так:

$$\alpha_r = - \ln \frac{n_0}{n_H} \operatorname{ctg} z_0 - \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \frac{1}{\sqrt{1 - 2 \operatorname{tg}^2 z_0 M}} \times \\ \times \int_0^H \frac{\frac{dn}{dh} dh}{\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{a_r}}}, \quad (7.38)$$

где

$$a_r = \frac{(1 - 2 \operatorname{tg}^2 z_0 M)}{1 + M} a. \quad (7.39)$$

Внося под интеграл (7.38) соотношение (7.28), заменяя в нем медленно меняющуюся функцию $\Delta n_0(1 + g\theta)$ ее значением y приемника Δn_0 и интегрируя, получим для угла рефракции в двумерно-неоднородной атмосфере выражение

$$\alpha_r = - \Delta n_0 \operatorname{ctg} z_0 + \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \frac{L_r}{\sqrt{1 - 2 \operatorname{tg}^2 z_0 M}}, \quad (7.40)$$

где

$$L_r = \Delta n_0 \frac{\sqrt{\beta a_r}}{\operatorname{tg} z_0} \exp\left(\frac{\beta a_r}{2 \operatorname{tg}^2 z_0}\right) \sqrt{\frac{\pi}{2}} \times \\ \times [\Phi \sqrt{\beta a_r \operatorname{ctg}^2 z_0 + 2 \beta H} - \Phi(\sqrt{\beta a_r \operatorname{ctg}^2 z_0})]. \quad (7.41)$$

Таким образом, соотношения (7.40) и (7.41) позволяют рассчитывать угол рефракции в двумерно-неоднородной атмосфере, показатель преломления которой меняется по закону (7.28).

Рассмотрим частные случаи выражения (7.40).

1. Будем считать, что $\sqrt{\beta a_r \operatorname{ctg}^2 z_0} \gg 1$ и $z_0 \leq 70^\circ$. В этом случае интегралы вероятности в (7.33) и (7.41) можно разложить в асимптотические ряды (3.44) и ограничиться двумя первыми членами. В результате получим

$$L_2 = L_r = \Delta n_0. \quad (7.42)$$

Осуществляя разложение радикала второго слагаемого (7.40) в ряд Тейлора, оставляя два первых члена раз-

ложения и учитывая (7.42), представим угол рефракции в виде

$$\alpha_r = \Delta n_0 \operatorname{tg} z_0 + \Delta n_0^2 g / \beta a \cos^4 z_0. \quad (7.43)$$

Для зенитного угла $z_0 = 0$ будем иметь

$$\alpha_r^0 = \Delta n_0^2 g / \beta a. \quad (7.44)$$

Так как величина g у поверхности Земли определяется соотношением

$$g = (a / \Delta n_0) (\partial n / \partial L), \quad (7.45)$$

где L — расстояние вдоль поверхности Земли, $(\partial n / \partial L)$ — горизонтальный градиент показателя преломления у поверхности Земли, то формула (7.44) примет вид

$$\alpha_r^0 = (\Delta n_0 / \beta) (\partial n / \partial L). \quad (7.46)$$

Из (7.43) следует, что угол рефракции в двумерно-неоднородной атмосфере при $z_0 \leq 70^\circ$ зависит от величины показателя преломления у поверхности Земли, а также от вертикального и горизонтального градиентов $n(r, \theta)$. Соотношения (7.44) и (7.46) показывают, что в отличие от случая сферически-слоистой атмосферы угол рефракции в двумерно-неоднородной среде не обращается в нуль при $z_0 = 0$. В частности, полагая, в (7.46) $\Delta n_0 = 3 \cdot 10^{-4}$; $\beta = 0,11 \text{ км}^{-1}$ и $\partial n / \partial L = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}^{-1}$, для угла α_r^0 получим значение $0'',273$.

2. Пусть $\sqrt{\beta a_r \operatorname{ctg}^2 z_0} \ll 1$ и $z_0 \approx 90^\circ$. В этих условиях (7.40) упрощается и приводится к виду

$$\alpha_r = \Delta n_0 \sqrt{\frac{\pi \beta a}{2}} \left[1 + \sqrt{\left(\frac{\pi a}{2 \beta} \right) \left(\frac{\partial n}{\partial L} \right)} \right]^{-1/2}. \quad (7.47)$$

Последнее соотношение показывает, что горизонтальные неоднородности вносят дополнительный вклад в величину угла рефракции в сферически-слоистой атмосфере. В зависимости от знака горизонтального градиента эти неоднородности могут увеличивать или уменьшать величину вертикального угла рефракции.

Глава 8

ФЛУКТУАЦИИ УГЛОВ РЕФРАКЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В АТМОСФЕРЕ ЗЕМЛИ

В гл. 1 мы рассмотрели электрическую модель земной атмосферы и указали, что она характеризуется случайными и регулярными изменениями показателя преломления. Флуктуации показателя преломления атмосферы приводят к случайным изменениям углов рефракции (углов прихода электромагнитных волн в точку наблюдения), что сказывается на работе различных астрономических и радиотехнических систем.

Существует два метода расчета флуктуаций углов рефракции электромагнитных волн в земной атмосфере. Один метод основан на решении волнового уравнения для электромагнитной волны, прошедшей через турбулентную атмосферу и попавшей на приемную антенну [45]. В основе другого лежит теория рефракции электромагнитных волн в неоднородной среде. Основные положения этого подхода изложены в [42].

Рассмотрим кратко первый метод, следуя работе В. И. Татарского [45]. Будем считать, что на приемную антенну диаметра D падает электромагнитная волна \vec{E} со случайной фазой и амплитудой. Поле в фокусе антенны можно определить из волнового уравнения

$$\Delta \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \quad (8.1)$$

с условием, что при $x=0$ (плоскость антенны)

$$E_0(y, z) = A_0 \exp[\varphi_1(y, z) + i\varphi_2(y, z)]. \quad (8.2)$$

Решение уравнения (8.1) имеет вид

$$E(x, y, z) = \iint_{-\infty}^{\infty} E_0(\eta, \zeta) w(x, y - \eta, z - \zeta) d\eta d\zeta, \quad (8.3)$$

где

$$w(x, y - \eta, z - \zeta) = \frac{k \exp(ikr)}{2\pi ir} \frac{x}{r} \left(1 - \frac{1}{ikr}\right), \quad (8.4)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = R_0^2 \text{ и } r^2 = x^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2.$$

Заменяя в экспоненте (8.4) r на $R_0 - (\eta \sin \alpha + \zeta \sin \beta)$, а в знаменателе — на R_0 и считая величины α и β малыми, причем

$$\sin \alpha = y/R_0, \quad \sin \beta = z/R_0, \quad (8.5)$$

получим

$$E = \frac{k \exp(ikR_0)}{2\pi i R_0} \iint_D E_0(\eta, \zeta) \exp[-ik(\alpha\eta + \beta\zeta)] d\eta d\zeta. \quad (8.6)$$

Распределение интенсивности в зависимости от углов α и β определяется соотношением EE^* :

$$I(\alpha, \beta) = EE^* = \frac{k^2}{4\pi^2 R_0^2} \iint_D \iint_D E_0(\eta, \zeta) E_0^*(\eta', \zeta') \exp\{ik[\alpha(\eta - \eta') + \beta(\zeta - \zeta')]\} d\eta d\zeta d\eta' d\zeta'. \quad (8.7)$$

Угловые координаты центра тяжести этого распределения определяются следующим образом:

$$\alpha_0 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(\alpha, \beta) \alpha d\alpha d\beta}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(\alpha, \beta) d\alpha d\beta}; \quad \beta_0 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(\alpha, \beta) \beta d\alpha d\beta}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(\alpha, \beta) d\alpha d\beta}. \quad (8.8)$$

Проводя интегрирование (8.8) в соответствии с методикой, изложенной в [45], для α_0 получим формулу

$$\alpha_0 = -\frac{1}{k} \frac{\iint_D \exp[2\varphi_1(\eta, \zeta)] \frac{\partial \varphi_2(\eta, \zeta)}{\partial \eta} d\eta d\zeta}{\iint_D \exp[2\varphi_1(\eta, \zeta)] d\eta d\zeta}. \quad (8.9)$$

Из (8.9) следует, что основную роль при расчете α_0 играют флуктуации фазы, амплитудные же флуктуации несущественны и представляют поправки второго порядка. Следовательно, ими можно пренебречь и считать $\varphi_1 = 0$.

Тогда (8.9) примет вид

$$\alpha_0 = -\frac{1}{k} \frac{1}{D} \iint_D \frac{\partial \varphi_2(\eta, \zeta)}{\partial \eta} d\eta d\zeta. \quad (8.10)$$

Средний квадрат флуктуаций α_0 равен

$$\sigma_{\alpha_0}^2 = \frac{1}{k^2 D^2} \iint_D \iint_D \left\langle \frac{\partial \varphi_2(\eta, \zeta)}{\partial \eta} \frac{\partial \varphi_2(\eta', \zeta')}{\partial \eta'} \right\rangle d\eta d\zeta d\eta' d\zeta', \quad (8.11)$$

или

$$\sigma_{\alpha_0}^2 = \frac{1}{2k^2 D^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 D_s(\eta, \zeta)}{\partial \eta^2} K(\eta, \zeta) d\eta d\zeta, \quad (8.12)$$

где $D_s(\eta, \zeta)$ — структурная функция флуктуаций фаз электромагнитной волны в плоскости антенны,

$$K(\eta, \zeta) = K(\rho) = \begin{cases} 2R^2 \left[\arccos\left(\frac{\rho}{2R}\right) - \frac{\rho}{2R} \sqrt{1 - \frac{\rho^2}{4R^2}} \right], & \rho < D, \\ 0, & \rho > D. \end{cases} \quad (8.13)$$

Будем считать флуктуации фаз изотропными, а антенну круглой с радиусом R . В этом случае

$$D_s(\eta, \zeta) = D_s(\sqrt{\eta^2 + \zeta^2}) = D_s(\rho), \quad (8.14)$$

$$\frac{\partial^2 D_s(\rho)}{\partial \eta^2} = \frac{\eta^2}{\rho^2} D_s''(\rho) + \frac{\zeta^2}{\rho^2} \frac{D_s'(\rho)}{\rho}.$$

Используем в (8.12) полярные координаты $\eta = \rho \cos \varphi$ и $\zeta = \rho \sin \varphi$ и с учетом (8.13) и (8.14) для $\sigma_{\alpha_0}^2$ получим выражение

$$\sigma_{\alpha_0}^2 = \frac{1}{\pi k^2 R^2} \int_0^{2R} \left[D_s''(\rho) + \frac{D_s'(\rho)}{\rho} \right] \left[\arccos\left(\frac{\rho}{D}\right) - \frac{\rho}{D} \sqrt{1 - \frac{\rho^2}{D^2}} \right] \rho d\rho. \quad (8.15)$$

В работе [45] для структурной функции флуктуаций фаз получены следующие формулы:

$$D_s(\rho) = \frac{1}{2} 0,73 \cdot C_\varepsilon^2 k^2 L \rho^{5/3} \quad (D \ll \sqrt{\lambda L} \text{ и } \rho \ll \sqrt{\lambda L}), \quad (8.16)$$

$$D_s(\rho) = 0,73 \cdot C_\varepsilon^2 k^2 L \rho^{5/3} \quad (D \gg \sqrt{\lambda L} \text{ и } \rho \gg \sqrt{\lambda L}). \quad (8.17)$$

Рассчитаем (8.15) с учетом (8.16). Величина $\sigma_{\alpha_0}^2$ при условиях (8.17) определяется аналогично.

В (8.15) введем новую переменную интегрирования $x = \rho/D$; тогда получим

$$\sigma_{\alpha_0}^2 = \frac{0,73}{2} C_\varepsilon^2 L D^{-\frac{1}{3}} \frac{100}{9\pi} \int_0^1 x^{2/3} [\arccos x - x \sqrt{1-x^2}] dx. \quad (8.18)$$

Интеграл в (8.18) равен [45]

$$I_0 = \frac{9\sqrt{\pi}}{55} \frac{\Gamma(4/3)}{\Gamma(11/6)} \quad (8.19)$$

и выражение для $\sigma_{\alpha_0}^2$ принимает вид

$$\sigma_{\alpha_0}^2 = 0,97 \frac{0,73}{2} C_\varepsilon^2 L D^{-\frac{1}{3}} \quad (\lambda_0 \ll 2R \ll \sqrt{\lambda L}). \quad (8.20)$$

В случае (8.17) формула (8.18) имеет вид

$$\sigma_{\alpha_0}^2 = 0,71 \cdot C_\varepsilon^2 L D^{-\frac{1}{3}} \quad (D \gg \sqrt{\lambda L}) \quad (8.21)$$

или

$$\sigma_{\alpha_0}^2 = 2,84 \cdot C_n^2 L D^{-\frac{1}{3}} \quad (D \gg \sqrt{\lambda L}). \quad (8.22)$$

Если C_n^2 зависит от высоты над поверхностью Земли, то

$$\sigma_{\alpha_0}^2 = 2,84 \cdot D^{-1/3} \sec z_0 \int_0^\infty C_n^2(h) dh. \quad (8.23)$$

Так как величина C_n^2 имеет максимум при малых h , то флуктуации угла рефракции в основном возникают

в нижних слоях атмосферы. В. И. Татарский отмечает [45], что существенное влияние на $\sigma_{\alpha_0}^2$ оказывают флуктуации показателя преломления в непосредственной близости от антенны. Из формулы (8.23) следует, что σ_{α_0} пропорционально $\sqrt{\sec z_0}$. Такая зависимость σ_{α_0} от z_0 подтверждается экспериментально (рис. 8.1), хотя в ряде случаев имеются отступления от (8.23) [119]. В. И. Татарский [45] объясняет эти отступления сильным влиянием местных условий.

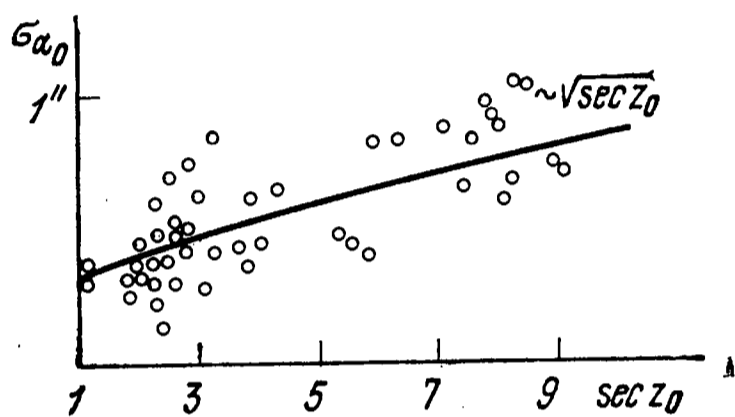


Рис. 8.1. Зависимость среднеквадратичного значения флуктуаций угла прихода оптических волн от зенитного угла [45].

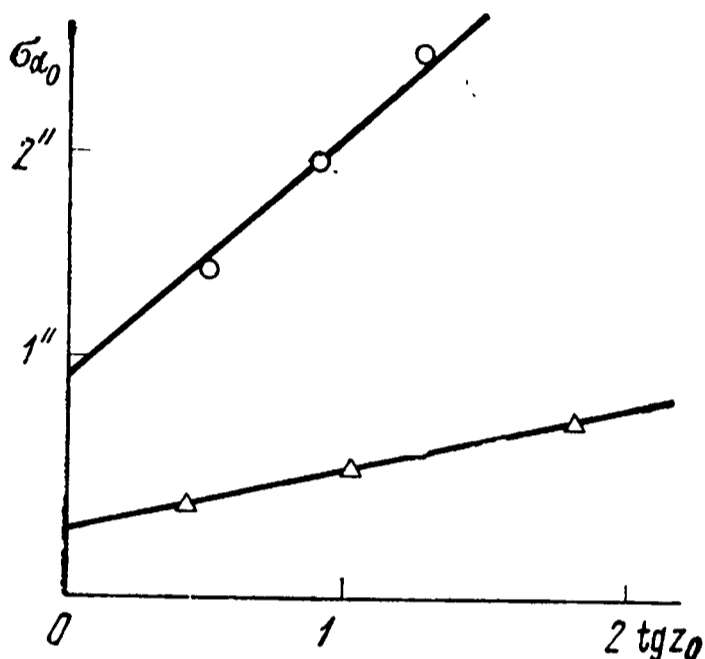


Рис. 8.2. Экспериментальная зависимость среднеквадратичного значения флуктуаций угла рефракции от зенитного угла [120]:

○○○ — данные Фесенкова, Алма-Ата, 1947 г.; △△△ — данные Бугославской, Москва, 1903—1935 гг.

Перейдем теперь ко второму методу определения флуктуаций углов рефракции [42]. Этот метод справедлив при медленных флуктуациях углов прихода ($f_{\alpha} \ll \leq 10$ Гц), вызванных изменением параметров крупных неоднородностей показателя преломления нижней тропосферы. В случае бесконечно удаленного источника для $z_0 \leq 70^\circ$ угол рефракции вычисляется из соотношения (3.46):

$$\alpha_0 = \Delta n_0 \operatorname{tg} z_0. \quad (8.24)$$

Из (8.24) следует, что среднеквадратичное значение флуктуаций угла рефракции определяется по формуле

$$\sigma_{\alpha_0} = \sigma_{\Delta n_0} \operatorname{tg} z_0, \quad (8.25)$$

где $\sigma_{\Delta n_0}$ — среднеквадратичное значение флуктуаций показателя преломления у приемной антенны.

На основе анализа большого количества экспериментальных данных в [120, 121] была получена эмпирическая формула для амплитуды дрожания изображений звезд в телескопах:

$$\sigma_{\alpha_0} = \sigma_0 + k_n \operatorname{tg} z_0, \quad (8.26)$$

где σ_0 — среднеквадратичная величина флуктуаций угла рефракции в зените; k_n — коэффициент пропорциональности, который по данным авторов [120, 121] меняется в пределах $0'',05$ — $0'',25$ в зависимости от метеорологических условий и высоты пункта наблюдения.

Рис. 8.2, взятый из [120], демонстрирует зависимость σ_{α_0} от z_0 типа (8.26) для двух климатических районов СССР.

Так как среднеквадратичные значения флуктуаций показателя преломления у земной поверхности (см. гл. 1) $\sigma_{\Delta n_0}$ соответствуют величинам K_n , полученным в [120, 121], то выражения (8.25) и (8.26) по характеру зависимости σ_{α_0} от z_0 идентичны друг другу. Они отличаются на постоянное слагаемое σ_0 , которое определяется эффектом рассеяния электромагнитных волн на турбулентных неоднородностях тропосферы [120].

В заключение заметим, что флуктуации угла рефракции радиоволн при расположении приемника на поверхности Земли определяются теми же соотношениями (8.22), (8.23) и (8.26), но с другими параметрами флуктуаций показателя преломления атмосферы, соответствующими радиодиапазону [53].

Глава 9

ПОГРЕШНОСТИ КООРДИНАТ ИСТОЧНИКОВ ИЗЛУЧЕНИЯ, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ РЕФРАКЦИЕЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В АТМОСФЕРЕ ЗЕМЛИ

9.1. Погрешности в определении угла места источника излучения

Искривление траекторий электромагнитных волн в неоднородной атмосфере Земли приводит к появлению ошибок при нахождении координат источника излу-

чения. Наиболее существенными рефракционными погрешностями являются ошибки при определении угла места, дальности и высоты излучателя электромагнитных волн. Рассмотрим последовательно эти погрешности и установим их связь с измеряемыми координатами источника излучения.

Погрешность в определении угла места (или истинного зенитного угла) излучателя характеризуется углом δ (см. рис. 5.1), который рассчитывается по формулам (5.17), (5.22) или (5.89а). В частности, формулы (5.22) и (5.89а) были использованы для расчета таблиц углов рефракции δ при различных высотах и видимых зенитных углах излучателя и при некоторых типичных электрических параметрах атмосферы. При вычислениях угла рефракции δ применялась биэкспоненциальная модель показателя преломления нижней атмосферы (1.47). Результаты расчета углов рефракции δ для трех значений показателя преломления воздуха у поверхности Земли представлены в табл. П. 1 — П. 3.

Табл. П. 1 — П. 3 позволяют вычислять углы рефракции δ для электромагнитных волн $\lambda \leq 5$ см во всем диапазоне высот излучателя ($H=5-1000$ км). Для радиоволн диапазона $5 \text{ см} \leq \lambda \leq 3 \text{ м}$ табл. П.1 — П. 3 можно пользоваться только в интервале высот 5—60 км. При бóльших высотах излучателя начинает сказываться влияние ионосферы и в этих условиях углы рефракции α и δ определяются по формулам § 5.3 с учетом высотной зависимости показателя преломления атмосферы (5.41), (5.42) и (5.72). Результаты расчета углов радиорефракции α и δ по этим формулам на длине волны $\lambda=3$ м для некоторых средних параметров нейтросферы ($\Delta n_0=3,285 \cdot 10^{-4}$, $\beta=0,126 \text{ км}^{-1}$ и ионосферы ($H_1=60 \text{ км}$, $H_2=310 \text{ км}$, $\Delta n_M=4,04 \cdot 10^{-3}$, $\beta_a=0,0035 \text{ км}^{-1}$, $a=6370 \text{ км}$) представлены в табл. П.4 и П.5.

9.2. Рефракционные погрешности при определении дальности между источником излучения и приемником

Рассмотрим рефракционные погрешности, возникающие при определении дальности до излучателя электромагнитных волн. Длина траектории электромагнитной волны в неоднородной атмосфере (или ее фазовый путь AC , рис. 3.1) есть

$$L_{\phi} = \int_0^{H_C} \frac{n}{\cos z} dh, \quad (9.1)$$

где n — показатель преломления атмосферы, H_C — высота излучателя, z — угол между радиус-вектором текущей точки траектории волны и касательной в этой точке.

Истинное (геометрическое) расстояние между излучателем и приемником определяется из (9.1) при условии $n=1$:

$$L = \int_0^{H_C} \frac{dh}{\cos z}. \quad (9.2)$$

Вычитая (9.2) из (9.1), получим рефракционную погрешность, возникающую при расчете расстояния между излучателем и приемником:

$$\Delta L_{\phi} = \int_0^{H_C} \frac{(n-1) dh}{\cos z}. \quad (9.3)$$

Находя из уравнения траектории луча в сферически-слоистой атмосфере (2.24) $\cos z$ и преобразуя его на основе методов, развитых в гл. 3, запишем (9.3) следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta L_{\phi} = & \frac{1}{\cos z_0} \int_0^{H_C} \frac{(n-1) dh}{\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{a}}} + \\ & + \frac{\operatorname{tg}^2 z_0}{\cos z_0} \int_0^{H_C} \frac{(n-1)(n_0-n) dh}{\left(\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{a}} \right)^3}. \end{aligned} \quad (9.4)$$

Соотношение (9.4) определяет рефракционную погрешность ΔL_{ϕ} при любой зависимости показателя преломления атмосферы от высоты. Рассчитаем фазовую ошибку ΔL_{ϕ} при изменении показателя преломления атмос-

феры по экспоненциальному закону (1.45). В этом случае (9.4) примет вид

$$\Delta L_{\phi} = \frac{\Delta n_0}{\cos z_0} \int_0^{H_c} \frac{\exp(-\beta h) dh}{\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{a}}} + \Delta n_0^2 \frac{\operatorname{tg}^2 z_0}{\cos z_0} \int_0^{H_c} \frac{[\exp(-\beta h) - \exp(-2\beta h)] dh}{\left(\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{a}}\right)^3}. \quad (9.5)$$

Интегрируя (9.5) по методике, описанной в § 3.4, для разности между фазовым путем L_{ϕ} и геометрическим расстоянием L получим формулу

$$\Delta L_{\phi} = L_1 + \frac{(1 - \Delta n_0 \beta a)}{\beta \cos z_0} L_2 + \frac{\Delta n_0 a}{\cos z_0} L_3, \quad (9.6)$$

где

$$L_1 = - \frac{\Delta n_0^2 a}{\cos z_0} \frac{[\exp(-\beta H_c) - \exp(-2\beta H_c)]}{\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_c}{a}}}, \quad (9.7)$$

$$L_2 = \Delta n_0 \frac{\sqrt{\beta a}}{\operatorname{tg} z_0} \exp\left(\frac{\beta a}{2 \operatorname{tg}^2 z_0}\right) \sqrt{\frac{\pi}{2}} \times \\ \times [\Phi(\sqrt{\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0 + 2\beta H_c}) - \Phi(\sqrt{\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0})], \quad (9.8)$$

$$L_3 = \Delta n \frac{\sqrt{2\beta a}}{\operatorname{tg} z_0} \exp\left(\frac{\beta a}{\operatorname{tg}^2 z_0}\right) \sqrt{\frac{\pi}{2}} \times \\ \times [\Phi(\sqrt{2\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0 + 4\beta H_c}) - \Phi(\sqrt{2\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0})]. \quad (9.9)$$

Выражение для рефракционной погрешности, аналогичное (9.6), было получено Н. А. Армандом в [53].

Рассмотрим частные случаи соотношения (9.6).

1. Пусть $\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0 \gg 1$ и, соответственно, $z_0 \leq 70^\circ$. При этих условиях интегралы вероятности в (9.6) можно разложить в асимптотические ряды (3.44) и ограничиться двумя первыми членами разложения. В результате (9.6) упростится и примет вид

$$\Delta L_{\phi} = \frac{\Delta n_0}{\beta \cos z_0} \left[1 - \frac{\exp(-\beta H_c)}{\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_c}{a}}} \right]. \quad (9.10)$$

2. Пусть $\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0 \ll 1$, $z_0 \approx 90^\circ$, а $2\beta H_c \gg 1$. В этом случае вторые слагаемые в квадратных скобках (9.8) и (9.9) можно разложить в степенные ряды, а первые слагаемые — в асимптотические ряды (3.44) и ограничиться первыми членами разложения. Тогда (9.8) и (9.9) можно представить так:

$$L_2 = \Delta n_0 \sqrt{\beta a} \operatorname{ctg} z_0 \exp(\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0 / 2) \sqrt{\frac{\pi}{2}} \times \\ \times \left[1 - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sqrt{\beta a} \operatorname{ctg} z_0 \right], \quad (9.11)$$

$$L_3 = \Delta n_0 \sqrt{2\beta a} \operatorname{ctg} z_0 \exp(\beta a \operatorname{ctg}^2 z_0) \sqrt{\frac{\pi}{2}} \times \\ \times \left[1 - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sqrt{2\beta a} \operatorname{ctg} z_0 \right]. \quad (9.12)$$

При $z_0 = 90^\circ$ (9.11) и (9.12) упрощаются и соотношение (9.6) будет определяться формулой

$$\Delta L_\phi = \Delta n_0 \sqrt{\pi a / 2\beta} [1 + (\sqrt{2} - 1) \Delta n_0 \beta a]. \quad (9.13)$$

Заметим, что выражением (9.6) на волнах $\lambda \leq 5$ см можно пользоваться при расчете ΔL_ϕ для всех высот и видимых зенитных углов излучателя. В диапазоне же радиоволн $5 \text{ см} \leq \lambda \leq 3 \text{ м}$ это выражение справедливо только в интервале высот $0 \leq H_c \leq 60 \text{ км}$. При бóльших высотах излучателя заметный вклад в фазовый путь радиоволн будет вносить ионосфера и учесть этот вклад можно с помощью соотношения (9.4).

Вычислим фазовую поправку ΔL_ϕ в ионосфере при расположении излучателя выше максимума слоя F_2 , а приемника — на поверхности Земли. В этом случае мы можем пренебречь вторым слагаемым (9.4), так как его значение не будет превышать нескольких процентов от величины первого слагаемого. В результате (9.4) примет вид

$$\Delta L_\phi = L_1^n + L_2^n, \quad (9.14)$$

где

$$L_1^n = \frac{1}{\cos z_0} \int_{H_1}^{H_2} \frac{(n-1) dh}{\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{a}}}, \quad (9.15)$$

причем n меняется с высотой по закону (5.42), H_1 — высота нижней границы ионосферы, H_2 — высота максимума слоя F_2 ,

$$L_2^n = \frac{1}{\cos z_0} \int_{H_2}^{H_C} \frac{(n-1) dh}{\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{a}}}, \quad (9.16)$$

причем n меняется с высотой по закону (5.72), H_C — высота излучателя над поверхностью Земли.

Интегрируя (9.15) и (9.16), для L_1^n и L_2^n получим выражения

$$\begin{aligned} L_1^n = & -\Delta n_M \frac{a}{(H_2 - H_1)^2} \frac{\cos z_0}{\sin^2 z_0} \left\{ \left[H_1 (H_1 - 2H_2) - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{H_2 a}{\operatorname{tg}^2 z_0} + \frac{a^2}{4 \operatorname{tg}^4 z_0} \right] \left[\left(1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_2}{a} \right)^{1/2} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \left(1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_1}{a} \right)^{1/2} \right] + \left(\frac{H_2 a}{3 \operatorname{tg}^2 z_0} - \frac{a^2}{6 \operatorname{tg}^4 z_0} \right) \times \right. \\ & \times \left[\left(1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_2}{a} \right)^{3/2} - \left(1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_1}{a} \right)^{3/2} \right] + \frac{a^2}{20 \operatorname{tg}^4 z_0} \times \\ & \left. \times \left[\left(1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_2}{a} \right)^{5/2} - \left(1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{H_1}{a} \right)^{5/2} \right] \right\}, \quad (9.17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_2^n = & -\Delta n_M \sqrt{\frac{\pi a}{2\beta}} \frac{1}{\sin z_0} \exp[\beta_n (H_2 + a \operatorname{ctg}^2 z_0/2)] \times \\ & \times [\Phi(\sqrt{\beta_n a \operatorname{ctg}^2 z_0 + 2\beta_n H_C}) - \Phi(\sqrt{\beta_n a \operatorname{ctg}^2 z_0 + 2\beta_n H_2})]. \quad (9.18) \end{aligned}$$

Из формул (9.17) и (9.18) следует, что поправка на фазовый путь радиоволн в ионосфере отрицательна. Это обусловлено тем, что фазовая скорость электромагнитных волн в ионосфере больше скорости света и, следовательно, фазовый путь в ионосфере между излучателем и приемником меньше фазового пути в вакууме.

В работах [53, 122] для фазовой поправки ΔL_ϕ в ионосфере были получены формулы, аналогичные (9.14), и было показано, что поправка на групповой путь радиоволн в ионосфере равна по величине ΔL_ϕ и противоположна ей по знаку:

$$\Delta L_{\text{гр}} = -\Delta L_\phi. \quad (9.19)$$

В [53, 122] приведены также примеры расчета ΔL_{ϕ} и $\Delta L_{гр}$ для некоторых конкретных параметров ионосферы.

Таким образом, формулы (9.6) и (9.14) позволяют вычислять рефракционные ошибки, возникающие в нейтросфере и ионосфере при определении расстояния между излучателем и приемником. В табл. П.6 — П.8 приведены примеры такого расчета ΔL_{ϕ} в нейтросфере для разных высот и видимых зенитных углов излучателя при некоторых типичных параметрах Δn_0 и β , характеризующих высотное распределение показателя преломления нижней атмосферы. Из таблиц следует, что максимальное значение фазовой поправки ΔL_{ϕ} в нейтросфере во всем диапазоне видимых зенитных углов излучателя не превышает 128 м.

Оценки соотношений (9.17), (9.18) показывают, что в ионосфере для радиоволн $\lambda=3$ м величины ΔL_{ϕ} и $\Delta L_{гр}$ меняются в пределах 1—10 км в зависимости от видимого зенитного угла излучателя и параметров ионосферы. По мере роста частоты радиоволн ионосферные фазовая и групповая поправки уменьшаются по закону $\sim f^{-2}$.

9.3. Рефракционные погрешности при определении высоты источника излучения

Рефракция электромагнитных волн в земной атмосфере приводит обычно к увеличению истинной высоты

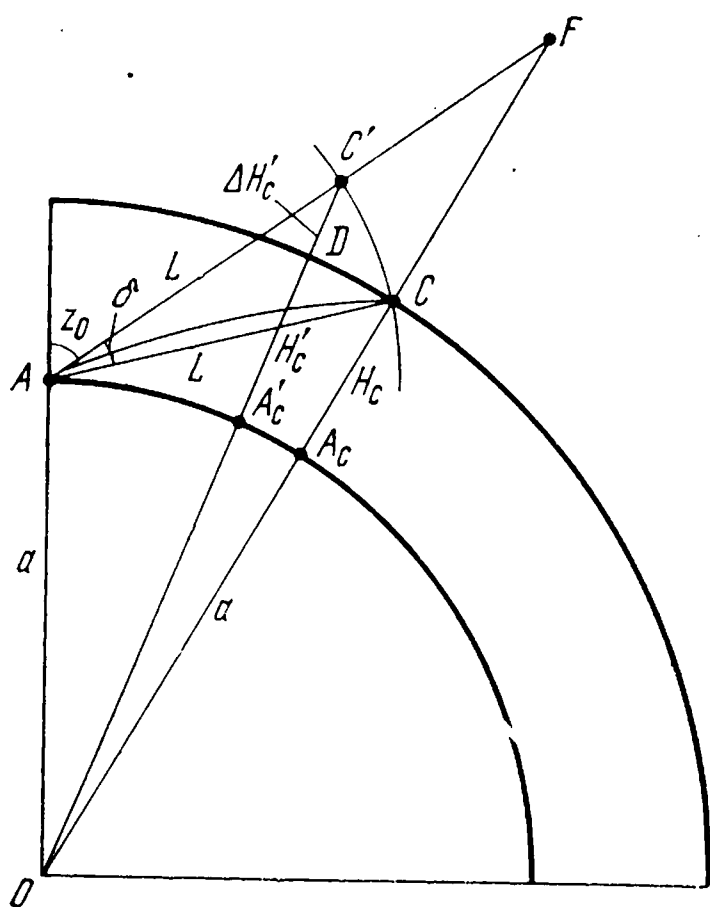


Рис. 9.1. Геометрические соотношения, применяемые при расчете высотных рефракционных погрешностей.

источника излучения на величину $\Delta H'_C$, которая в соответствии с рис. 9.1 определяется соотношением

$$\Delta H'_C = H'_C - H_C, \quad (9.20)$$

где H'_C — видимая высота источника излучения, H_C — истинная высота источника излучения над поверхностью Земли.

Величины H'_C и H_C находятся по теореме косинусов из треугольников $AC'O$ и ACO (рис. 9.1):

$$H'_C = a \sqrt{1 + \frac{L^2}{a^2} + 2 \frac{L}{a} \cos z_0} - a, \quad (9.21)$$

$$H_C = a \sqrt{1 + \frac{L^2}{a^2} + 2 \frac{L}{a} \cos (z_0 + \delta)} - a. \quad (9.22)$$

Разлагая радикалы (9.21) и (9.22) в ряды Тейлора и ограничиваясь двумя первыми членами разложения, представим (9.20) в виде

$$\Delta H'_C = L \delta \sin z_0. \quad (9.23)$$

Если известна видимая высота источника излучения H'_C , то величина $\Delta H'_C$ может быть определена по формуле

$$\Delta H'_C = \delta \sin z_0 \left[\sqrt{a^2 \cos^2 z_0 + 2a H'_C} - a \cos z_0 \right]. \quad (9.24)$$

Из соотношений (9.23), (9.24) следует, что в зависимости от значений δ , z_0 , L и H'_C величина погрешности в определении высоты источника излучения может меняться в широких пределах. В частности, при $z_0 = 90^\circ$, $L = 500$ км и $\delta = 2250''$ значение $\Delta H'_C$ составляет 5,45 км.

Глава 10

РЕФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В АТМОСФЕРЕ ВЕНЕРЫ

10.1. Состав и строение атмосферы Венеры

Венера является самой близкой к Земле планетой Солнечной системы. Ее средние геометрические размеры

(радиус поверхности a_B) и средняя плотность вещества ρ_B близки к соответствующим параметрам Земли и равны 6050 км и 5,22 г/см³. В период нижнего соединения Венера приближается к Земле в среднем на расстояние около 40 млн. км и имеет видимый угловой диаметр 60",8 (максимальный 65",2).

Однако несмотря на свою относительную близость к Земле, Венера представляет собой очень трудный объект для визуальных наблюдений, так как обладает мощной оптически непрозрачной атмосферой. Честь открытия атмосферы Венеры принадлежит М. В. Ломоносову, который в июне 1761 г. наблюдал прохождение Венеры по диску Солнца и обнаружил «тонкое как волос сияние» вокруг части диска планеты, находившейся еще вне диска Солнца [97]. Он объяснил обнаруженное сияние преломлением солнечных лучей в атмосфере Венеры и на основании этого факта пришел к заключению, что «планета Венера окружена знатною воздушною атмосферою, таковою (лишь бы не большею), какова обливается около нашего шара земного».

Впоследствии Венеру детально исследовали многие ученые и астрономы-любители. За двухсотлетний период интенсивного визуального наблюдения Венеры был накоплен большой экспериментальный материал, были открыты новые оптические явления и факты. В частности, были обнаружены непостоянные во времени светлые и темные области на освещенном диске планеты, полярные «шапки», удлинение «рогов» серпа Венеры вплоть до их соединения в кольцо, пепельное свечение темной стороны планеты, отклонение наблюдаемых моментов дихотомии от вычисленных (эффект Шретера) и др. [98, 123—126].

С начала XX столетия стали интенсивно развиваться новые наземные методы исследования Венеры: фотометрические, спектроскопические, радиоастрономические, радиолокационные и затменные [98, 123—131]. В частности, в 1932 г. Адамс и Дэнхем [132] впервые обнаружили полосы CO₂ в ближнем инфракрасном спектре Венеры. Дальнейшие спектроскопические исследования атмосферы Венеры в инфракрасном диапазоне вблизи верхней границы облаков ($P=2 \cdot 10^4$ Па и $T=240—270$ К) позволили установить, что углекислый газ является основной компонентой атмосферы Венеры, а отношения смесей H₂O, O₂ и CO к CO₂ соответствен-

но равны 10^{-4} , $4 \cdot 10^{-5}$ и $4,5 \cdot 10^{-5}$ [133, 134]. Анализ спектров Венеры, полученных с помощью высотного реактивного самолета, указывает на еще меньшее отношение смеси $\text{H}_2\text{O}/\text{CO}_2$, равное 10^{-6} [135].

Радиоастрономические методы исследования позволили значительно увеличить объем наших знаний о физических свойствах атмосферы и поверхности Венеры [124—128, 131, 136—138]. Измерения собственного радиоизлучения Венеры в миллиметровом, сантиметровом и дециметровом диапазонах волн привели к установлению экспериментальной зависимости яркостной температуры от длины волны и показали, что поверхность планеты в среднем нагрета до температуры порядка 700 К. Анализ радиоизлучения Венеры в сантиметровом диапазоне волн с высоким разрешением привел к заключению, что распределение радиояркости по диску планеты обладает свойством круговой симметрии, причем к краю диска происходит уменьшение яркостной температуры [137]. Отсутствие поляризации сантиметрового радиоизлучения на краю диска указывает на то, что в этом диапазоне излучает не поверхность Венеры, а нижние слои ее атмосферы.

Анализ теоретических и экспериментальных спектров яркостной температуры Венеры был проведен Поллаком и Моррисоном [138]. Они пришли к выводу, что наличие только одного углекислого газа в атмосфере Венеры даже с учетом пыли не может обеспечить наблюдаемой непрозрачности атмосферы в радиодиапазоне. Хорошего согласия теоретических и экспериментальных данных можно достигнуть при концентрации водяного пара $0,65 \pm 0,35\%$ и при наличии в нижней атмосфере 4-х км изотермического слоя, прилегающего к поверхности планеты. При этом радиус поверхности Венеры должен равняться $a_B = 6049,5 \pm 3$ км, поверхностное давление $P_0 = (95 \pm 20) \cdot 10^5$ Па и поверхностная температура $T_0 = 770^\circ \pm 25$ К.

Радиолокация Венеры, проведенная в последнее десятилетие в СССР, США и Англии, позволила получить достаточно точные значения периода собственного вращения планеты, ее радиус и угол наклона оси вращения к плоскости эклиптики [124—128, 136, 138—143]. По радиолокационным наблюдениям Шапиро [142] радиус Венеры получился равным $6056 \pm 1,2$ км. Усредненный по многим измерениям радиус Венеры в экваториальной

области по данным Ю. Н. Ветухновской и А. Д. Кузьмина равен 6050 ± 5 км [128]. Недавние оценки Карпентера [143] дают для периода вращения Венеры значение $242^{\text{д}}, 982 \pm 0^{\text{д}} 04$ и направление вращения, обратное направлению орбитального движения планеты. Это означает, что Венера не находится в синодическом резонансе с вращением Земли. Координаты проекции вектора вращения Венеры на небесную сферу равны соответственно: прямое восхождение $\alpha_{\text{В}} = 94^{\circ}, 1 \pm 3^{\circ}$, склонение $\delta_{\text{В}} = -71^{\circ}, 4 \pm 1^{\circ}$. Радиолокационные исследования Венеры показали [141], что поверхность Венеры более гладкая, чем поверхность Луны. Вероятное значение углов наклона неровностей поверхности порядка 3° . Альbedo Венеры в дециметровом диапазоне волн в 2 раза больше, чем альbedo Луны, и равно около 15%.

Изучение условий прохождения электромагнитных волн от естественных космических источников через атмосферу Венеры позволяет получить данные о физических свойствах верхней атмосферы этой планеты. В частности, анализ наблюдений покрытия Венерой звезды первой величины Регула 7 июля 1959 г. показал [111—114], что высота атмосферы Венеры, на которой интенсивность Регула уменьшилась в 2 раза, равна $6169 \pm \pm 10$ км. Масштаб высоты в этой области $H(h_0) = 6,8 \pm \pm 0,2$ км, температура $T(h_0) = 297 \pm 10$ К, а градиент температур $\partial T / \partial h = 3^{\circ} / \text{км}$.

Таким образом, новые наземные методы в исследовании атмосферы Венеры значительно продвинули наши представления о физических условиях, существующих на этой планете. Однако, несмотря на большое количество данных, полученных о Венере наземными методами, наши знания о физических свойствах атмосферы этой планеты были в значительной степени противоречивы и неоднозначны. Такое положение давало широкий простор различным гипотезам и предположениям, характеризующим физические условия в атмосфере и на поверхности Венеры [166]. Преодолеть эти трудности и получить более достоверные данные о свойствах атмосферы Венеры можно было только путем непосредственных измерений физических параметров атмосферы планеты с помощью космических аппаратов.

Первый в истории выдающийся эксперимент подобного рода был осуществлен в СССР 18 октября 1967 г., когда советская автоматическая межпланетная станция

(АМС) «Венера-4» плавно опустилась в атмосфере Венеры на ночной стороне и произвела в интервале высот 54—26 км прямые измерения состава, температуры, давления и плотности атмосферы планеты. Результаты этих измерений были переданы на Землю по телеметрическому каналу. 19 октября 1967 г. вблизи Венеры пролетела американская АМС «Маринер-5», с помощью которой радиозатменным методом было осуществлено зондирование атмосферы Венеры в интервале высот 93—38 км.

16 и 17 мая 1969 г. две советские АМС «Венера-5» и «Венера-6» успешно достигли планеты Венера, вошли в ее атмосферу на ночной стороне в 2700 км от терминатора и произвели прямые измерения температуры, давления, плотности и состава атмосферы Венеры в интервале высот 55—20 км. Наконец, 15 декабря 1970 г. и 22 июля 1972 г. АМС «Венера-7» и «Венера-8» впервые в истории человечества опустились на поверхность другой планеты солнечной системы — Венеры и осуществили измерения физических свойств атмосферы и поверхности этой планеты. Результаты прямых измерений физических свойств поверхности и атмосферы Венеры содержатся в [47, 50, 128—131, 138, 144—155].

По данным А. П. Виноградова с сотрудниками [146—148] атмосфера Венеры в основном состоит из углекислого газа ($97 \pm 4\%$). Количество азота и кислорода не превышает соответственно 2 и 0,1%. Количество водяного пара по атмосфере в среднем не больше 0,05%, однако, в [148] указывается, что водяной пар распределен в атмосфере Венеры неравномерно. Его максимальная концентрация соответствует облачному слою и уменьшается с приближением к поверхности планеты. По оценкам [148] облачный слой в среднем расположен на высоте 60—70 км, причем его нижняя половина состоит из капелек воды, а верхняя — из кристаллов льда. Высота облачного слоя, полученная на основе оптических наблюдений и затмения Венерой Регула, равна 60 ± 20 км [111—114].

Следует заметить, что гипотеза о водяной природе облачного слоя Венеры не является в настоящее время общепринятой, так как встречает ряд трудностей [129, 166]. В частности, в спектре яркостной температуры Венеры не удается обнаружить минимум в линии поглощения водяного пара на волне 1,35 см. Далее, возникают

трудности при конденсации водяного пара при наблюдаемых температурах облачного слоя и концентрациях H_2O в нем. В связи с этим некоторые исследователи отвергают гипотезу о водяной природе облачного слоя Венеры и считают, что этот слой может состоять из H_2SO_4 , NH_4Cl , SiO_2 , HgCl_2 , NaCl , C_3O_2 , MgCO_3 , Hg_2Cl_2 , HgS , Hg_2Br_2 , Hg_2I_2 и т. д. [129, 156, 157].

Ряд авторов высказывает предположение, что в атмосфере Венеры имеются два облачных слоя [156—158]. Один из них расположен в интервале высот 60—70 км и является клочковатым и оптически прозрачным. Отдельные области этого слоя имеют горизонтальные размеры порядка нескольких тысяч километров и могут иногда перемещаться со скоростью 100 м/с. Большинство авторов считает [129, 148—150], что этот слой состоит из водяного пара и кристалликов льда, но есть предположения, что основной его компонентой являются ртутные и хлористые соединения [156, 157]. По мнению А. Д. Кузьмина и Ю. Н. Ветухновской [158], верхний облачный слой определяет спектр собственного радиоизлучения Венеры, но не вызывает существенного поглощения радиоволн, даже в сантиметровом диапазоне.

Второй облачный слой Венеры находится вблизи поверхности планеты и, по предположениям Койпера [156], в основном состоит из не полностью гидратизированного двуххлористого железа FeCl_2 . Этот слой оптически непрозрачен, поглощает сантиметровые волны и имеет температуру, близкую к температуре поверхности планеты.

Перейдем теперь к обсуждению зависимостей температуры, давления и плотности атмосферы Венеры от высоты. Наиболее полные данные по этому вопросу содержатся в работах [47, 144, 145, 161, 166—169]. На рис. 10.1 и 10.2 приведены экспериментальные зависимости давления и температуры атмосферы Венеры от высоты, полученные авторами [161] на основе обобщения результатов «Венеры-4, 5, 6» и «Маринер-5». Из рисунков следует, что температура у поверхности планеты (на среднем уровне) равна 772 К и линейно уменьшается с высотой до уровня облачного слоя. Градиент температуры в нижней атмосфере близок к адиабатическому и равен примерно $-8,5^\circ/\text{км}$. Давление у поверхности планеты (на среднем уровне) порядка 10^7 Па и падает с ростом высоты по степенному закону, соответствующему

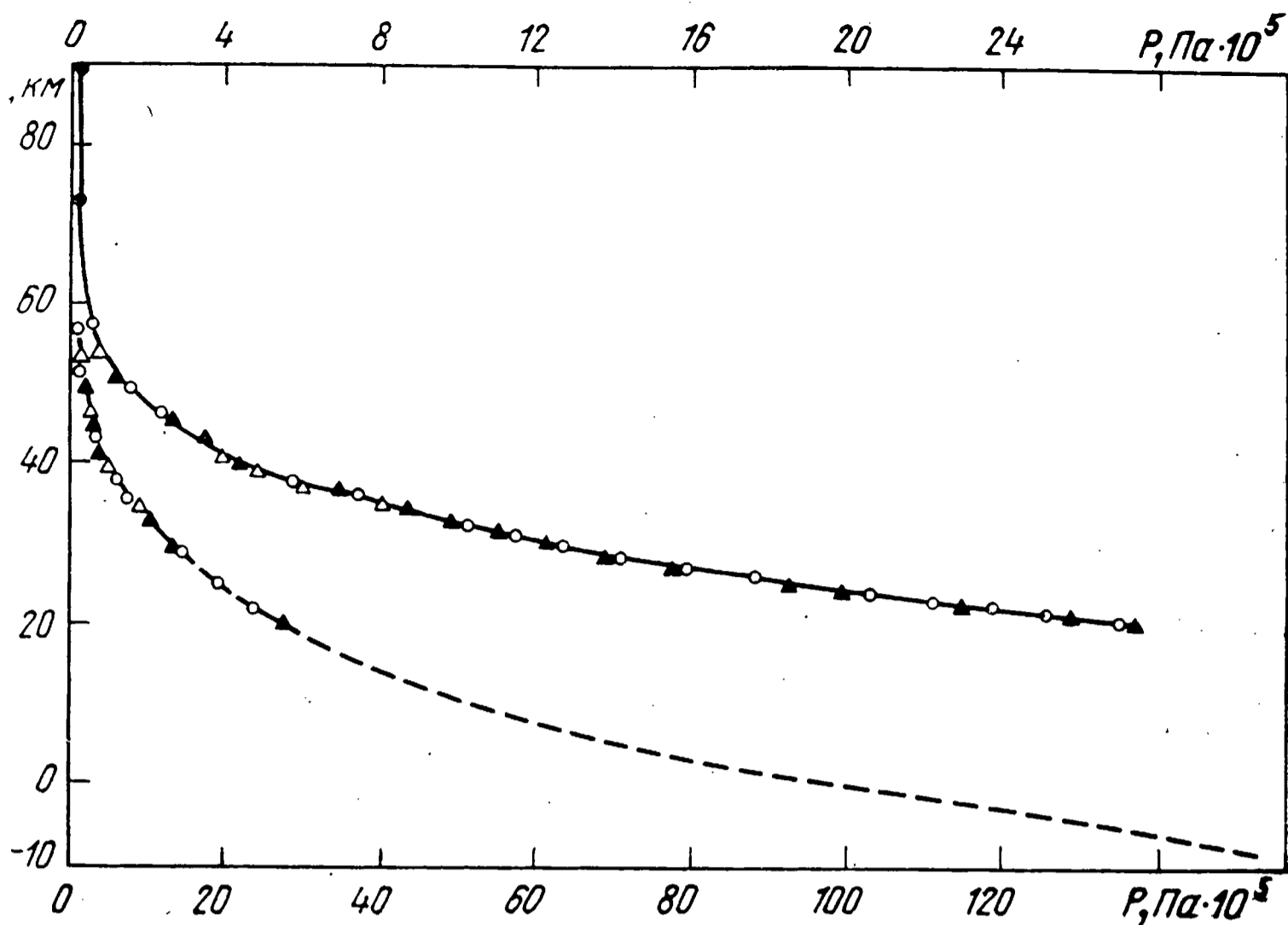


Рис. 10.1. Зависимость давления нижней атмосферы Венеры от высоты по [161]:

$\triangle\triangle$ —, „В-4“; $\circ\circ$ —, „В-5“; $\blacktriangle\blacktriangle$ —, „В-6“; $\bullet\bullet$ —, „М-5“;

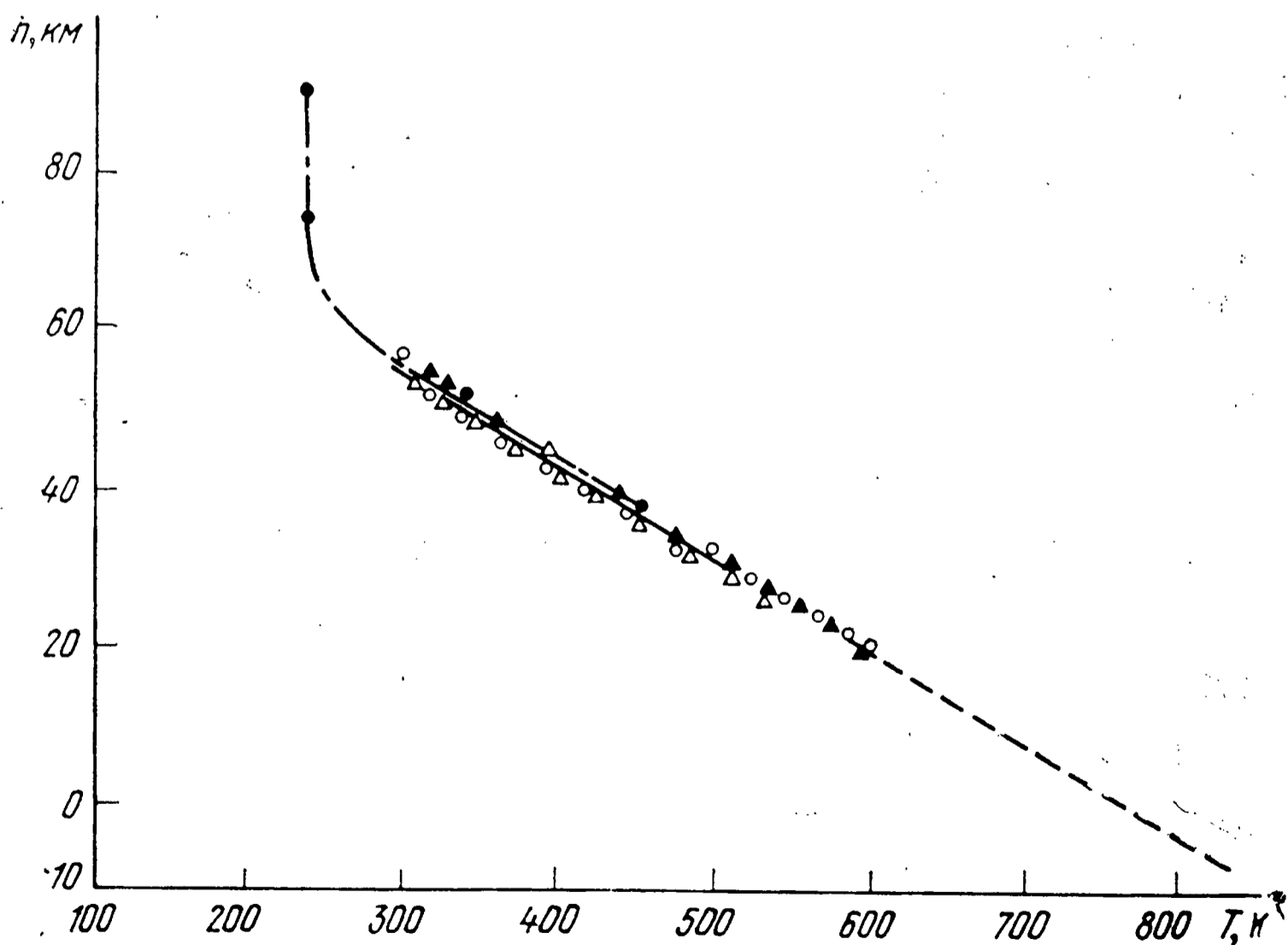


Рис. 10.2. Зависимость температуры нижней атмосферы Венеры от высоты по [161]:

$\triangle\triangle$ —, „В-4“; $\circ\circ$ —, „В-5“; $\blacktriangle\blacktriangle$ —, „В-6“; $\bullet\bullet$ —, „М-5“.

политропной атмосфере [98]. Выше облачного слоя скорость убывания температуры резко уменьшается и становится равной $\approx -1^\circ/\text{км}$. На высоте мезопаузы атмосферы ($h \approx 100$ км) температурный градиент меняет знак и на больших высотах начинается рост температуры до значений порядка 700 К [161].

В табл. 10.1 приведены зависимости температуры, давления, плотности и числа частиц в 1 см^3 атмосферы Венеры от высоты в слое 0—120 км, соответствующие рабочей модели В. И. Мороза [166]. Эта модель атмосферы Венеры наиболее полно соответствует наземным оптическим и радионаблюдениям, а также прямым измерениям АМС «Венера-4, 5, 6, 7, 8» и «Маринер-5».

Рассмотрим электрические параметры верхней атмосферы Венеры. Измерения по покрытию Венерой «Маринера-5» позволили установить наличие ионосферы на дневной и ночной сторонах планеты [50, 151, 159]. На рис. 10.3 и 10.4 показаны высотные зависимости электронной концентрации в ионосфере Венеры, полученные из анализа радиозатменных данных «Маринера-5» [50, 151]. Из рисунков следует, что ионосфера Венеры менее мощная, чем земная. Максимальная электронная концентрация на дневной и ночной сторонах планеты расположена на высоте 140 км и равна, соответственно $(5-6) \cdot 10^5 \text{ эл/см}^3$ и $2 \cdot 10^4 \text{ эл/см}^3$. Меньшая мощность венерианской ионосферы по сравнению с земной объясня-

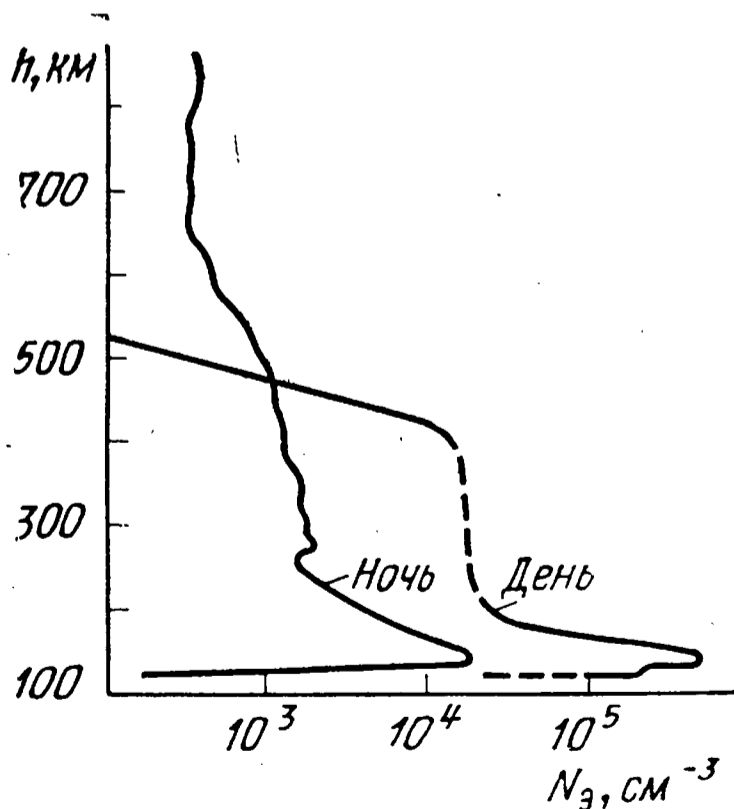


Рис. 10.3. Высотные зависимости электронной концентрации в дневной и ночной ионосферах Венеры, полученные «Маринером-5» [151].

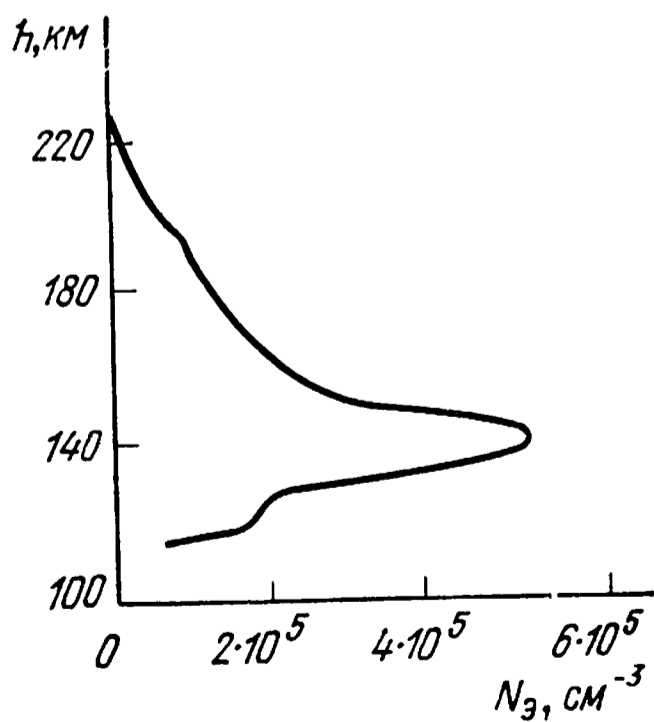


Рис. 10.4. Высотная зависимость электронной концентрации дневной ионосферы Венеры по данным [50].

ется, по-видимому, отсутствием магнитного поля у Венеры вследствие ее медленного вращения вокруг оси.

Таблица 10.1

Рабочая модель атмосферы Венеры до высоты 120 км

h , км	T , $^{\circ}K$	P , Па	ρ , г/см ³	n_r , см ⁻³	Примечание
0	750	$92 \cdot 10^5$	$6,3 \cdot 10^{-2}$	$8,8 \cdot 10^{20}$	Поверхность
5	713	$69 \cdot 10^5$	5,0	7,0	
10	675	$50,3 \cdot 10^5$	3,8	5,4	
15	636	$35,0 \cdot 10^5$	2,8	4,0	
20	596	$25,2 \cdot 10^5$	2,18	3,07	Конец работы «Венеры-5 и 6»
25	556	$17,3 \cdot 10^5$	1,58	2,23	
30	515	$11,5 \cdot 10^5$	1,15	1,62	
35	472	$7,40 \cdot 10^5$	$8,1 \cdot 10^{-3}$	1,14	
40	428	$4,50 \cdot 10^5$	5,5	$7,74 \cdot 10^{19}$	
45	382	$2,60 \cdot 10^5$	3,58	5,05	
50	340	$1,43 \cdot 10^5$	2,16	3,04	
55	304	$7,1 \cdot 10^4$	1,25	1,70	Начало работы «Венеры-4, 5 и 6»
60	274	$3,4 \cdot 10^4$	$6,6 \cdot 10^{-4}$	$9,0 \cdot 10^{18}$	
65	250	$1,4 \cdot 10^4$	2,7	3,6	Верхняя граница облачного слоя
70	240	$5,5 \cdot 10^3$	1,2	1,6	
80	220	$7,0 \cdot 10^2$	$1,7 \cdot 10^{-5}$	$2,3 \cdot 10^{17}$	
90	200	$7,4 \cdot 10^1$	$1,9 \cdot 10^{-6}$	$2,6 \cdot 10^{16}$	
100	180	$6,2 \cdot 10$	$1,8 \cdot 10^{-7}$	$2,5 \cdot 10^{15}$	
110	160	$4,9 \cdot 10^{-1}$	$1,6 \cdot 10^{-8}$	$2,2 \cdot 10^{14}$	Мезопауза
120	205	$3,9 \cdot 10^{-2}$	$1,0 \cdot 10^{-9}$	$1,4 \cdot 10^{13}$	Затмение Регула

Перейдем теперь к вопросу о движении атмосферы Венеры как в глобальном масштабе, так и в локальных областях. Теоретические исследования Г. С. Голицина [160] указывают на то, что в атмосфере Венеры существует циркуляция, приводящая к выравниванию температур дневной и ночной сторон атмосферы планеты. Экспериментальным подтверждением такой планетарной циркуляции является движение верхнего облачного слоя Венеры, скорость которого достигает 100 м/с, а направление противоположно направлению вращения планеты.

Локальные движения в атмосфере Венеры упорядоченного и турбулентного типа, по-видимому, аналогич-

ны земным и могут приводить к возникновению слоистых и турбулентных неоднородностей температуры и давления. Измерения флуктуаций сигналов, излучаемых АМС «Венера-4, 5, 6» и «Маринер-5», позволяют оценить параметры слоистых и турбулентных неоднородностей атмосферы Венеры [48, 53, 162—164]. В соответствии с [48, 53, 163, 164] атмосфера Венеры сильно турбулентна и в интервале высот 40—60 км флуктуации температуры достигают 1—4 К на расстоянии нескольких десятков метров. Структурная постоянная флуктуаций температуры C_T на этих высотах соответственно меняется в пределах $0,1—0,4 \text{ см}^{-1/3}$.

Анализ флуктуаций амплитуды сигнала «Маринер-5» на волне 13 см показал [162], что среднеквадратичные значения разности температур на расстоянии 10 м составляют $1,4 \cdot 10^{-2} \text{ К}$, а структурная постоянная флуктуаций температуры $C_T = 1,4 \cdot 10^{-3} \text{ см}^{-1/3}$. Эти параметры флуктуаций температуры в атмосфере Венеры значительно меньше соответствующих величин, найденных в [48, 163, 164]. Такое различие, по-видимому, можно объяснить тем, что сигналы от «Венеры-4» поступали на Землю из более плотных областей атмосферы Венеры, чем сигналы от «Маринер-5».

Определение слоистых неоднородностей в атмосфере планет методом распространения радиоволн является более сложной задачей, чем исследование турбулентных образований. Решение такой задачи на основе данных по радиозатмению «Маринер-5» [50, 153] было впервые осуществлено в [164], где было обращено внимание на регулярные замирания сигналов от «Маринер-5» на дневной и ночной стороне Венеры на высотах порядка 50 км от поверхности планеты. Это регулярное уменьшение амплитуды сигнала было интерпретировано как дополнительное рефракционное ослабление, обусловленное температурным инверсионным слоем на нижней границе облаков.

Теоретические оценки показали, что наблюдаемое ослабление сигнала может дать инверсионный слой толщиной 1 км с отклонением температуры от среднего значения порядка 6—12 К. Следует, однако, заметить, что прямые измерения температуры АМС «Венера-4, 5 и 6» не обнаружили этого слоя, хотя бортовое оборудование было приспособлено для регистрации отклонений температуры порядка [161].

Интересные данные о динамике атмосферы Венеры были получены В. В. Кержановичем и др. при анализе движения спускаемых аппаратов «Венера-5, 6 и 7» в атмосфере планеты [165, 170, 171]. В соответствии с их оценкой максимальная величина пульсаций вертикальной скорости ветра не превышала 0,3—0,5 м/с. Пульсации горизонтальной компоненты скорости ветра лежали в пределах 0,3—0,5 м/с, а сама горизонтальная скорость ветра менялась в интервале 0—(3—25) м/с, причем по оценкам [165] меньшие значения горизонтальной скорости более вероятны.

Приведенные выше данные прямых измерений физических параметров атмосферы Венеры, а также результаты наземных исследований этих параметров оптическими, спектроскопическими, радиоастрономическими и радиолокационными методами позволяют построить модель атмосферы планеты, достаточно близкую к действительности. При построении модели мы будем учитывать основные параметры атмосферы, которые оказывают существенное влияние на ее электрические свойства и на условия их изменения.

Итак, атмосфера Венеры, в основном, состоит из углекислого газа, его содержание равно $97 \pm 4\%$. Кроме CO_2 имеется небольшое количество азота ($< 2\%$) и кислорода ($< 0,1\%$). Среднее содержание водяного пара в атмосфере равно $0,05\%$, однако водяной пар в атмосфере Венеры распределен неравномерно. В основном, он сосредоточен в верхнем облачном слое планеты. Процентное содержание водяного пара в этом слое заключено в пределах $0,1—1\%$. Заметим, что природа верхнего облачного слоя Венеры до сих пор окончательно не выяснена. Помимо водяного пара и конденсированной воды облачный слой может состоять из ледяных кристаллов SiO_2 , HgCl_2 , NaCl , C_3O_2 , MgCO_3 , NH_4Cl и ряда других веществ.

Верхний облачный слой расположен на высоте $60 \pm \pm 10$ км над поверхностью планеты и имеет толщину 8—10 км. Размер частиц в этом слое порядка нескольких микрон, а сам слой представляет собой довольно прозрачную дымку с дальностью видимости около 10 км.

Температура, давление и плотность нижней части атмосферы Венеры ($h=0—120$ км) в среднем меняются с высотой по законам, представленным на рис. 10.1, 10.2 и

в табл. 10.1. Температура и давление у поверхности планеты ($a_B = 6050$ км) соответственно равны $743 \pm \pm 8$ К и $(90 \pm 1,5) \cdot 10^5$ Па, причем в слое 0—60 км температура меняется с высотой по адиабатическому закону [169].

Ионосфера Венеры менее мощная, чем земная. Электронная концентрация в ионосфере меняется по законам, изображенным на рис. 10.3 и 10.4.

10.2. Электрическая модель атмосферы Венеры

Приведенные в предыдущем параграфе данные о химическом составе, температуре, давлении и электронной концентрации атмосферы Венеры позволяют построить усредненную электрическую модель атмосферы этой планеты. Основываясь на экспериментальных данных [146—148], будем считать, что атмосфера Венеры целиком состоит из углекислого газа и, следовательно, ее приведенный показатель преломления в слое 0—120 км определяется соотношением

$$N_B = (n_B - 1) 10^6 = K_4 \frac{P}{T}, \quad (10.1)$$

где K_4 , в соответствии с [172], равно 1,349 К/Па. Это значение близко к величине K_4 , полученной для углекислого газа в § 1.2.

Подставляя в (10.1) значения P и T из табл. 10.1, получим зависимость приведенного показателя преломления атмосферы Венеры от высоты, которая показана в табл. 10.2.

Таблица 10.2

Зависимость приведенного показателя преломления атмосферы Венеры от высоты

h , км	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
N_B , N -ед.,	16 760	13 225	10 183	7 520	5 778	4 252	3 051	2 142	1 437	930
h , км	50	55	60	65	70	80	90	100	110	120
N_B , N -ед.,	575	319	170	76,5	31,3	4,35	0,506	0,047	0,0042	0,00026

Для расчета рефракции электромагнитных волн в атмосфере Венеры целесообразно аппроксимировать высотную зависимость показателя преломления, представленную в табл. 10.2, биэкспоненциальным законом

$$n_B = 1 + \Delta n_1^B \exp(-\beta_1^B h), \quad 0 \leq h \leq H_{\Pi}^B, \quad (10.2)$$

$$n_B = 1 + \Delta n_2^B \exp[-\beta_2^B (h - H_{\Pi}^B)], \quad H_{\Pi}^B \leq h \leq H_1^B, \quad (10.3)$$

где $1 + \Delta n_1^B$ — показатель преломления атмосферы Венеры у ее поверхности; $1 + \Delta n_2^B = 1 + \Delta n_1^B \exp(-\beta_1^B H_{\Pi}^B)$ — показатель преломления атмосферы Венеры на высоте H_{Π}^B ; H_{Π}^B — высота атмосферы Венеры, на которой происходит изменение скорости уменьшения показателя преломления с высотой; H_1^B — высота нижней границы ионосферы Венеры, β_1^B — коэффициент, характеризующий скорость уменьшения показателя преломления атмосферы Венеры в слое $0 - H_{\Pi}^B$, β_2^B — коэффициент, характеризующий скорость уменьшения показателя преломления атмосферы Венеры в слое $H_{\Pi}^B - H_1^B$.

Оценки показывают, что при $\Delta n_1^B = 0,01676$; $H_{\Pi}^B = 35$ км; $\beta_1^B = 0,057$ км⁻¹ и $\beta_2^B = 0,1$ км⁻¹ отклонение биэкспоненциальной зависимости (10.2), (10.3) от табличной не превышает нескольких процентов в диапазоне высот 0—70 км. При больших высотах степень отклонения возрастает, но сам приведенный показатель преломления в интервале высот 70—120 км составляет несколько N -единиц и не оказывает существенного влияния на рефракционные эффекты.

Перейдем теперь к определению высотной зависимости показателя преломления ионосферы Венеры. Учитывая полученные в [53, 54] экспериментальные профили электронной концентрации (см. рис. 10.3, 10.4), аппроксимируем высотные изменения показателя преломления в ионосфере параболическим и экспоненциальным законами:

$$n_B = 1 - \Delta n_M^B \left[2 \frac{(h - H_1^B)}{(H_2^B - H_1^B)} - \frac{(h - H_1^B)^2}{(H_2^B - H_1^B)^2} \right],$$

$$H_1^B \leq h \leq H_2^B, \quad (10.4)$$

$$n_B = 1 - \Delta n_M^B \exp[-\beta_M^B (h - H_2^B)], \quad H_2^B \leq h \leq H_3^B, \quad (10.5)$$

где $1 - \Delta n_M^B$ — показатель преломления в максимуме ионосферного слоя; H_1^B — высота нижней границы ионосферы Венеры; H_2^B — высота максимума электронной концентрации в ионосферном слое, H_3^B — высота верхней границы ионосферы Венеры; $\beta_{и}^B$ — коэффициент, характеризующий скорость уменьшения электронной концентрации с высотой выше максимума ионосферного слоя Венеры.

Для средних условий в ионосфере Венеры будем считать, что $H_1^B = 120$ км, $H_2^B = 140$ км, $H_3^B = 500$ км; $\beta_{и}^B = 0,06$ км⁻¹ и $\Delta n_M^B = 2 \cdot 10^{-3}$ ($\lambda = 3$ м).

Естественно, что параметры соотношений (10.2) — (10.5) не остаются постоянными и меняются в некоторых пределах в зависимости от времени венерианских суток и географического района. В частности, по данным [50, 151] электронная концентрация в максимуме ионосферного слоя и высота верхней границы ионосферы различны для дневных и ночных условий. В дневное время $N_M^B = 5—6 \cdot 10^5$ эл/см³, а в ночных условиях $N_M^B = 2—3 \cdot 10^4$ эл/см³. Соответственно, высоты верхней границы венерианской ионосферы для дневного и ночного времени равны 500 и 3000 км. Такое различие структуры дневной и ночной ионосферы Венеры объясняется отсутствием магнитного поля у этой планеты и воздействием солнечного ветра на венерианскую атмосферу.

10.3. Виды рефракции электромагнитных волн в атмосфере Венеры.

Эквивалентный радиус Венеры

Наличие у Венеры мощной атмосферы приводит к возникновению сильных рефракционных эффектов и, в частности, к ярко выраженному явлению сверхрефракции электромагнитных волн. Для оценки степени рефракции электромагнитных волн в венерианской атмосфере введем радиус кривизны траектории луча по формуле

$$\rho_B = \frac{n_B}{\sin z (dn_B / dh)}, \quad (10.6)$$

где z — угол между радиус-вектором и касательной текущей точки траектории луча.

Для траекторий электромагнитных волн, излучаемых параллельно или почти параллельно поверхности Венеры, $\sin z \approx 1$ и

$$\rho_B = -n_B / (dn_B / dh). \quad (10.7)$$

В нижней атмосфере Венеры выражение (10.7) с учетом (10.2) примет вид

$$\rho_B = \frac{\exp(\beta_1^B h_0^B)}{\Delta n_1^B \beta_1^B}, \quad (10.8)$$

где h_0^B — высота излучателя над поверхностью планеты.

Вид рефракции электромагнитных волн в атмосфере любой планеты определяется соотношением (2.67), которое для нижней части атмосферы Венеры можно записать так:

$$R_B = \frac{\rho_B}{a_B + h_0^B} = \frac{\exp(\beta_1^B h_0^B)}{\Delta n_1^B \beta_1^B (a_B + h_0^B)}, \quad (10.9)$$

где a_B — радиус Венеры.

Подставляя в (10.9) параметры нижней атмосферы Венеры ($\Delta n_1^B = 0,01676$ и $\beta_1^B = 0,057 \text{ км}^{-1}$), для величины R_B у поверхности планеты получим значение 0,173, что соответствует условию сверхрефракции по классификации § 2.6. Очевидно, явление сверхрефракции будет существовать во всем диапазоне высот h_0^B , которые удовлетворяют условию $R_B < 1$. С увеличением высоты излучателя h_0^B радиус кривизны траектории луча будет возрастать и при некоторой величине $h_0^B = H_k^B$ примет значение, равное $a_B + H_k^B$. В этом случае $R_B = 1$ и сверхрефракция переходит в критическую, при которой электромагнитные волны распространяются в атмосфере Венеры по окружности радиуса $a_B + H_k^B$. При дальнейшем росте высоты излучателя последовательно будет иметь место повышенная, нормальная и пониженная рефракция.

Представляет интерес определить критическую высоту атмосферы Венеры H_k^B , ниже которой в атмосфере возникает явление сверхрефракции. Приблизительно эту высоту можно найти из соотношения (10.9), приравняв

его 1 и прологарифмировав полученное равенство. В результате получим для H_k^B формулу

$$H_k^B = \frac{\ln(\Delta n_1^B \beta_1^B a_B)}{\beta_1^B}. \quad (10.10)$$

Численное значение H_k^B с учетом параметров нижней атмосферы Венеры равно 31 км.

Можно вычислить более точное значение критической высоты атмосферы Венеры на основе уравнения траектории луча в сферически-слоистой среде

$$nr \sin z = n_0^B a_B \sin z_0. \quad (10.11)$$

Так как при сверхрефракции траектория луча в атмосфере имеет точку поворота, в которой $\sin z = 1$, выражение (10.11) в этой точке примет вид

$$n(h) \left(1 + \frac{h}{a_B} \right) = n_0^B \sin z_0. \quad (10.12)$$

Обозначим левую часть соотношения (10.12) через x_B и построим зависимость $x_B(h)$, воспользовавшись табл. 10.2. В результате получим кривую, приведенную на рис. 10.5. Из рисунка видно, что функция $x_B(h)$ на некоторой высоте h_k имеет минимум, характерный для существования эффекта сверхрефракции в атмосфере любой планеты. В атмосфере Венеры функция $x_B(h)$ минимальна на высоте $h_k = 34$ км, которая соответствует точному значению критической высоты H_k^B .

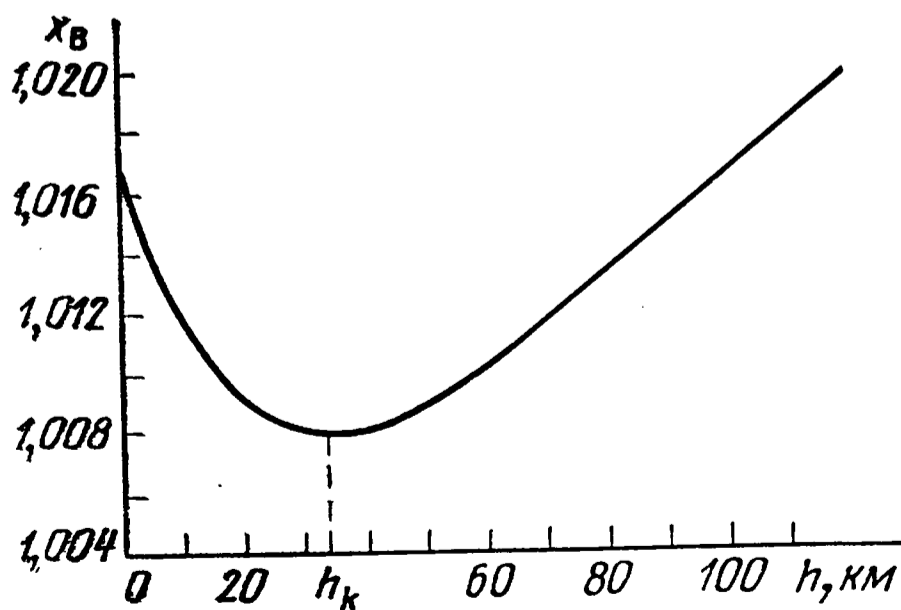


Рис. 10.5. Зависимость функции x_B от высоты.

Соотношение (10.12) и рис. 10.5 позволяют рассчитать диапазон видимых зенитных углов $z_{0 \min} \leq z_0 \leq 90^\circ$, при которых выходящее с поверхности Венеры излучение вновь возвращается к планете. Из (10.12) следует, что

$$\sin z_{0 \min} = \frac{x_B(h_k)}{n_0^B} \quad (10.13)$$

и минимальный видимый зенитный угол равен $82^\circ 25'$. Следовательно, электромагнитные волны, излученные с поверхности Венеры, уходят в атмосферу только при углах места, превышающих $7^\circ 35'$.

Перейдем теперь к определению эквивалентного радиуса Венеры, воспользовавшись соотношением (2.57). Для венерианской атмосферы выражение для эквивалентного радиуса будет иметь вид

$$a_\varepsilon^B = \frac{a_B}{1 + a_B (dn_B/dh)} \quad (10.14)$$

Подставляя в (10.14) численные значения радиуса Венеры и градиента показателя преломления вблизи поверхности планеты, получим для a_ε^B отрицательную величину, равную -1270 км. Отрицательный эквивалентный радиус характерен для планет, в атмосферах которых существует явление сверхрефракции. В соответствии с [173] отрицательный эквивалентный радиус Венеры можно применять при расчете напряженности поля электромагнитных волн, распространяющихся в венерианской атмосфере.

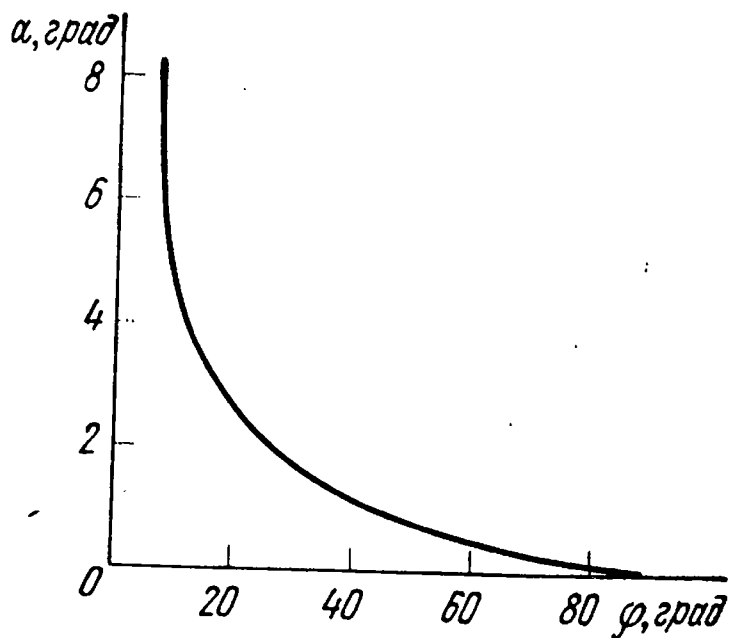


Рис. 10.6. Зависимость угла рефракции в атмосфере Венеры от угла места луча по данным [163].

10.4. Методы расчета рефракции электромагнитных волн I и II типов в атмосфере Венеры

Методы расчета рефракции электромагнитных волн I и II типов начали интенсивно развиваться с конца

1967 г. после успешного полета АМС «Венера-4». В работах [48, 53, 163, 174] с помощью БЭСМ впервые было проведено вычисление углов рефракции I типа, основанное на аппроксимации высотной зависимости коэффициента преломления венерианской атмосферы экспонентой с квадратичным или линейным показателем степени. На рис. 10.6, взятом из [163], дан пример такого расчета при аппроксимации высотной значимости показателя преломления атмосферы Венеры экспонентой вида

$$n_B = 1 + \exp [-(a^B h^2 + b^B h + C^B)], \quad (10.15)$$

где параметры $a^B = 5,79 \cdot 10^{-4} \text{ км}^{-2}$; $b^B = 4,4 \cdot 10^{-2} \text{ км}^{-1}$, $C^B = 4,11$ соответствуют давлению у поверхности планеты $P_0 = 92 \cdot 10^5 \text{ Па}$ и температуре у поверхности $T_0 = 750 \text{ К}$.

Ниже мы рассмотрим аналитический метод вычисления углов рефракции в атмосфере Венеры, основанный на биэкспоненциальной высотной зависимости показателя преломления (10.2), (10.3) в нейтросфере и квадратично-экспоненциальной (10.4), (10.5) — в ионосфере. Вначале определим угол полной атмосферной рефракции α^B в диапазоне электромагнитных волн $\lambda \leq 5 \text{ см}$, для которых ионосфера не оказывает существенного влияния на величину α^B . В этом случае угол рефракции α^B вычисляется из соотношения (3.20)

$$\alpha^B = -n_1^B \sin z_0 \int_0^H \frac{\left(\frac{dn_B}{dh}\right) dh}{n_B^2 \sqrt{n_B^2 \left(1 + \frac{h}{a_B}\right)^2 - n_1^B \sin^2 z_0}}, \quad (10.16)$$

в котором показатель преломления атмосферы меняется с высотой по закону (10.2), (10.3).

Метод расчета интеграла рефракции, развитый в § 3.4, позволяет представить (10.16) в виде

$$\alpha^B = -\ln \frac{n_1^B}{n_H^B} \operatorname{ctg} z_0 + L_1^B + L_2^B, \quad (10.17)$$

где n_1^B и n_H^B — показатели преломления атмосферы у поверхности планеты и у излучателя,

$$\begin{aligned}
L_1^B = & - \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_0^{H_{\Pi}^B} \frac{\left(\frac{dn_B}{dh}\right) dh}{\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{a^B}}} + \\
& + \frac{\operatorname{tg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_0^{H_{\Pi}^B} \frac{\left(\frac{dn_B}{dh}\right) (n_B - n_1^B) dh}{\left(\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{a_B}}\right)^3}, \quad (10.18)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_2^B = & - \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_{H_{\Pi}^B}^H \frac{\left(\frac{dn_B}{dh}\right) dh}{\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{a}}} + \\
& + \frac{\operatorname{tg} z_0}{\cos^2 z_0} \int_{H_{\Pi}^B}^H \frac{\left(\frac{dn_B}{dh}\right) (n_B - n_1^B) dh}{\left(\sqrt{1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 \frac{h}{a_B}}\right)^3}. \quad (10.19)
\end{aligned}$$

Показатели преломления атмосферы Венеры в (10.18) и (10.19) соответственно зависят от высоты по законам (10.2) и (10.3). Интегрируя соотношения (10.18) и (10.19), для величин L_1^B и L_2^B получим выражения

$$\begin{aligned}
L_1^B = & L_{11}^B + (1 - \beta_1^B \Delta n_1^B a_B) \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} L_{12}^B + \\
& + \beta_1^B \Delta n_1^B a_B \frac{\operatorname{ctg} z_0}{\cos^2 z_0} L_{13}^B, \quad (10.20)
\end{aligned}$$

где

$$L_{11}^B = - \frac{\beta_1^B (\Delta n_1^B)^2 a_B}{\sin z_0 \cos z_0} \left[\frac{\exp(-\beta_1^B H_{\Pi}^B) - \exp(-2\beta_1^B H_{\Pi}^B)}{(1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 H_{\Pi}^B / a_B)^{1/2}} \right], \quad (10.21)$$

$$L_{12}^B = \Delta n_1^B \sqrt{\beta_1^B a_B} \operatorname{ctg} z_0 \exp(\beta_1^B a_B \operatorname{ctg}^2 z_0 / 2) \sqrt{\pi/2} \times \\ \times [\Phi(\sqrt{\beta_1^B a_B \operatorname{ctg}^2 z_0 + 2\beta_1^B H_{\Pi}^B}) - \\ - \Phi(\sqrt{\beta_1^B a_B \operatorname{ctg}^2 z_0})], \quad (10.22)$$

$$L_{13}^B = \Delta n_1^B \sqrt{2\beta_1^B a_B} \operatorname{ctg} z_0 \exp(\beta_1^B a_B \operatorname{ctg}^2 z_0) \sqrt{\pi/2} \times \\ \times [\Phi(\sqrt{2\beta_1^B a_B \operatorname{ctg}^2 z_0 + 4\beta_1^B H_{\Pi}^B}) - \Phi(\sqrt{2\beta_1^B a_B \operatorname{ctg}^2 z_0})], \quad (10.23)$$

$$L_2^B = L_{21}^B + (1 - \beta_2^B \Delta n_1^B a_B) m \operatorname{ctg} z_0 \sec^2 z_0 L_{22}^B + \\ + \beta_2^B \Delta n_1^B a_B m^2 \operatorname{ctg} z_0 \sec^2 z_0 L_{23}^B, \quad (10.24)$$

$$\text{где } m = \exp[H_{\Pi}^B (\beta_2^B - \beta_1^B)], \quad (10.25)$$

$$L_{21}^B = \frac{\beta_2^B (\Delta n_1^B)^2 a_B m}{\sin z_0 \cos z_0} \left\{ \frac{[\exp(-\beta_2^B H_{\Pi}^B) - m \exp(-2\beta_2^B H_{\Pi}^B)]}{(1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 H_{\Pi}^B / a_B)^{1/2}} - \right. \\ \left. - \frac{[\exp(-\beta_2^B H) - m \exp(-2\beta_2^B H)]}{(1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 H / a_B)^{1/2}} \right\}, \quad (10.26)$$

$$L_{22}^B = \Delta n_1^B \sqrt{\beta_2^B a_B} \operatorname{ctg} z_0 \exp(\beta_2^B a_B \operatorname{ctg}^2 z_0 / 2) \sqrt{\pi/2} \times \\ \times [\Phi(\sqrt{\beta_2^B a_B \operatorname{ctg}^2 z_0 + 2\beta_2^B H}) - \\ - \Phi(\sqrt{\beta_2^B a_B \operatorname{ctg}^2 z_0 + 2\beta_2^B H_{\Pi}^B})], \quad (10.27)$$

$$L_{23}^B = \Delta n_1^B \sqrt{2\beta_2^B a_B} \operatorname{ctg} z_0 \exp(\beta_2^B a_B \operatorname{ctg}^2 z_0) \sqrt{\pi/2} \times \\ \times [\Phi(\sqrt{2\beta_2^B a_B \operatorname{ctg}^2 z_0 + 4\beta_2^B H}) - \\ - \Phi(\sqrt{2\beta_2^B a_2 \operatorname{ctg}^2 z_0 + 4\beta_2^B H_{\Pi}^B})]. \quad (10.28)$$

Формулы (10.17), (10.20) и (10.24) позволяют вычислять углы полной атмосферной рефракции в диапазоне видимых зенитных углов $0^\circ - 82^\circ 25'$. При видимых зенитных углах $z_0 > 82^\circ 25'$ в атмосфере Венеры возникает явление сверхрефракции, которое приводит к волноводному распространению электромагнитных волн вдоль поверхности планеты.

Соотношения (10.20) и (10.24) допускают значительные упрощения при видимых зенитных углах $z_0 \leq 60^\circ$. В этих условиях интегралы вероятности в (10.22),

(10.23), (10.27) и (10.28) можно разложить в асимптотические ряды (3.44) и ограничиться двумя первыми членами разложения. Тогда выражение (10.17) примет вид

$$\alpha^B = \ln \frac{n_1^B}{n_H^B} \operatorname{tg} z_0, \quad (10.29)$$

который соответствует теореме Лапласа применительно к атмосфере Венеры (см. § 3.2). Оценки соотношений (10.17) и (10.29) показывают, что при точности расчета угла рефракции α^B 2' теорема Лапласа справедлива в диапазоне видимых зенитных углов $z_0 \leq 60^\circ$. При росте точности определения α^B , диапазон видимых зенитных углов, для которых применима теорема Лапласа, сокращается, при уменьшении — возрастает.

Перейдем теперь к определению угла рефракции α^B в атмосфере Венеры для радиоволн диапазона $5\text{ см} \leq \lambda \leq 3\text{ м}$. В этом случае (см. § 4.3) угол полной атмосферной рефракции вычисляется по формуле

$$\alpha^B = - \ln \frac{n_1^B}{n_H^B} \operatorname{ctg} z_0 + L_1^B + L_2^B + L_3^B + L_4^B, \quad (10.30)$$

где L_1^B и L_2^B определяются соотношениями (10.20) и (10.24), а L_3^B и L_4^B — соответственно выражениями (4.42) и (4.45), в которых производится следующая замена: $\Delta n_0 \rightarrow \Delta n_1^B$, $\Delta n_M \rightarrow \Delta n_M^B$, $a \rightarrow a_B$, $H_1 \rightarrow H_1^B$, $H_2 \rightarrow H_2^B$, $H_3 \rightarrow H_3^B$ и $\beta_{\text{и}} \rightarrow \beta_{\text{и}}^B$. Для ряда частных случаев формула (10.30) допускает упрощения, аналогичные преобразованиям соотношения (4.34). Численные оценки тропосферных и ионосферных слагаемых выражения (10.30) показывают, что в атмосфере Венеры ионосферная рефракция даже для радиоволн $\lambda = 3\text{ м}$ примерно на два порядка меньше, чем тропосферная.

10.5. Планетная рефракция электромагнитных волн в атмосфере Венеры и методы ее расчета

Планетная рефракция электромагнитных волн в атмосфере Венеры была впервые обнаружена М. В. Ломоносовым в 1761 г. во время прохождения Венеры по диску Солнца. Он заметил яркий ободок вокруг части

диска планеты, еще не вступившей на солнечный диск. Аналогичное свечение было обнаружено М. В. Ломоносовым и при выходе Венеры с солнечного диска. Ломоносов объяснил открытое им явление рефракцией солнечных лучей в атмосфере Венеры: «Сие ничто иное показывает, как преломление лучей солнечных в Венериной атмосфере» [97]. Подробное теоретическое описание эффекта Ломоносова дано В. В. Шароновым в [98, 123].

Через 30 лет эффект Ломоносова был подтвержден немецким астрономом Шретером и английским астрономом В. Гершелем, которые обнаружили на Венере сумеречные явления. В дальнейшем планетная рефракция оптических волн в атмосфере Венеры неоднократно наблюдалась при покрытии звезд Венерой и это явление использовалось для оценок параметров венерианской атмосферы [98, 124].

Рассмотрим методы расчета планетной рефракции в атмосфере Венеры, основываясь на результатах, полученных в гл. 6 для атмосферы Земли. При вычислениях будем предполагать, что излучатель электромагнитных волн и приемник находятся на достаточно большом расстоянии от поверхности Венеры за пределами ее атмосферы. В этом случае (см. рис. 6.1) для электромагнитных волн $\lambda \leq 5$ см угол планетной рефракции определяется из соотношений

$$\alpha_{\Pi}^B = \Delta n_A^B \sqrt{2\pi\beta_2^B R_A^B} [1 + (\sqrt{2} - 1) \Delta n_A^B \beta_2^B R_A^B], \quad (10.31)$$

где $1 + \Delta n_A^B$ — показатель преломления венерианской атмосферы в точке A ; β_2^B — скорость убывания показателя преломления атмосферы Венеры над критической высотой H_k^B ; R_A^B — расстояние от центра планеты до точки A .

Отметим, что формула (10.31) справедлива только в той части атмосферы Венеры, которая находится над поверхностью радиуса $a_B + H_k^B$, соответствующей критической рефракции. На высотах, меньших H_k^B , планетная рефракция не может существовать из-за эффекта сверхрефракции. Оценки угла планетной рефракции вблизи уровня критической рефракции ($H_0^B = 35$ км, $\beta_2^B = 0,1$ км⁻¹) показывают, что $\alpha_{\Pi}^B = 12^\circ 43'$. Такая большая величина угла планетной рефракции в совокупности со сверхрефракцией и рассеянием приводит к характер-

ным для атмосферы Венеры эффекту Шретера, пепельному свету, удлинению рогов серпа и другим явлениям [98, 123, 124].

Перейдем теперь к расчету планетной рефракции для радиоволн диапазона $5 \text{ см} \leq \lambda \leq 3 \text{ м}$. В этом случае угол планетной рефракции $\alpha_{\text{п}}^{\text{В}}$ для различных H_0 определяется соответственно из соотношений (6.23) (для $H_k^{\text{В}} \leq H_0^{\text{В}} \leq H_1^{\text{В}}$), (6.25) (для $H_1^{\text{В}} \leq H_0^{\text{В}} \leq H_2^{\text{В}}$) и (6.27) (для $H_2^{\text{В}} \leq H_0^{\text{В}} \leq H_3^{\text{В}}$) с учетом выражения (6.1). При вычислении $\alpha_{\text{п}}^{\text{В}}$ в формулах (6.23), (6.25) и (6.27) производится замена параметров атмосферы Земли на параметры атмосферы Венеры: $\Delta n_{\text{А}} \rightarrow \Delta n_{\text{А}}^{\text{В}}$, $\Delta n_{\text{М}} \rightarrow \Delta n_{\text{М}}^{\text{В}}$, $\beta \rightarrow \beta_2^{\text{В}}$, $\beta_{\text{и}} \rightarrow \beta_{\text{и}}^{\text{В}}$, $R_0 \rightarrow R_0^{\text{В}}$, $H_{10} \rightarrow H_{10}^{\text{В}}$, $H_{20} \rightarrow H_{20}^{\text{В}}$, $H_{30} \rightarrow H_{30}^{\text{В}}$.

Эффект планетной рефракции электромагнитных волн позволяет оценить электрические параметры атмосферы Венеры. Впервые такой эксперимент был проведен 7 июля 1959 г. во время покрытия Венерой звезды первой величины — Регула. Затмение Венерой Регула наблюдалось большой группой астрономов в ряде стран Европы, Азии и Африки [98, 113]. Особенно подробные данные по затмению Регула были получены во Франции Ж. Вокулером [111, 112]. На рис. 10.7, взятом из [175],

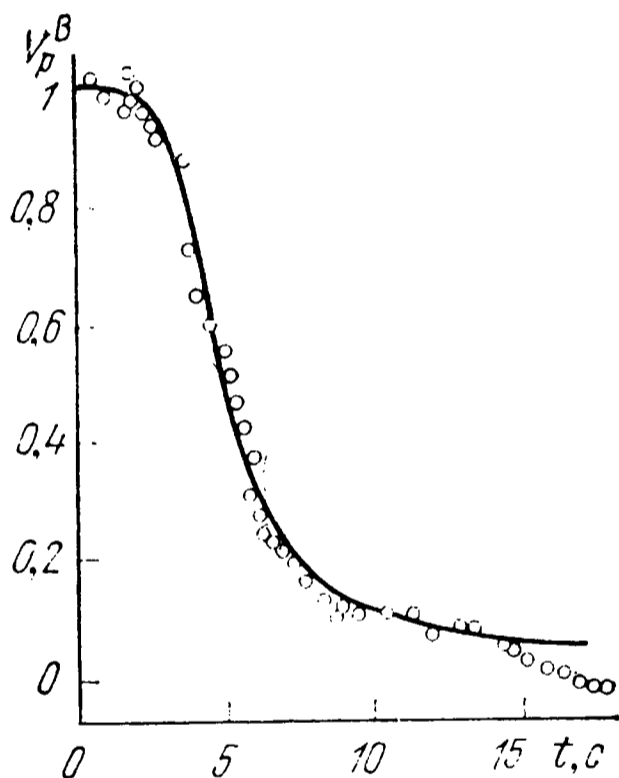


Рис. 10.7. Кривая блеска Регула при закрытии его Венерой по данным [175].

точками показана экспериментальная зависимость блеска Регула от времени при его заходе за диск Венеры. Сплошная кривая $V_p^{\text{В}}(t)$ на рис. 10.7 построена по формуле (6.35), которая для Венеры имеет вид

$$\frac{1}{V_p^{\text{В}}} + \ln \left(\frac{1}{V_p^{\text{В}}} - 1 \right) - 2 = -\beta_3^{\text{В}} v_x (t - t_0), \quad (10.32)$$

где $V_p^{\text{В}}$ — функция рефракционного ослабления блеска звезды в атмосфере Венеры; $\beta_3^{\text{В}}$ — скорость уменьшения показателя преломления атмосферы Венеры на уровне

затмения Регула; v_x — скорость движения наблюдателя вдоль оси x (см. рис. 6.2).

Из рис. 10.7 следует, что экспериментальные данные достаточно хорошо ложатся на теоретическую кривую при $\beta_3^B = 0,147 \text{ км}^{-1}$. Исходя из такого соответствия, Ж. Вокулер определил шкалу высот $H(h_0)$ на уровне «оптического» слоя $h_0 = 120 \text{ км}$, которая оказалась равной $6,8 \pm 0,2 \text{ км}$ [111, 112].

В последние годы появились новые возможности изучения планетной рефракции в атмосфере Венеры с помощью автоматических межпланетных станций. В частности, в 1967 г. был осуществлен эксперимент по покрытию атмосферой Венеры космического аппарата «Маринер-5», который позволил определить физические свойства верхней нейтросферы и ионосферы этой планеты [50, 151—155]. С помощью изменений фазы и амплитуды сигнала, излученного космическим аппаратом «Маринер-5», прошедшего через атмосферу Венеры и принятого на Земле, были определены высотные профили температуры, давления и электронной концентрации венерианской атмосферы, которые показаны на рис. 10.1—10.4. Из рисунков видно, что результаты определения температуры и давления атмосферы Венеры с помощью АМС «Маринер-5» находятся в хорошем соответствии с прямыми измерениями этих параметров, проведенными советскими АМС «Венера-4, 5 и 6» [161].

Глава 11

РЕФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В АТМОСФЕРЕ МАРСА

11.1. Состав и строение атмосферы Марса

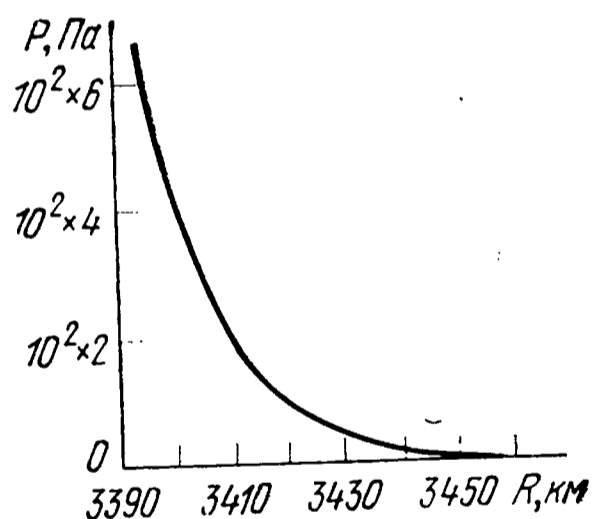
Марс по сравнению с Землей и Венерой имеет меньшие размеры (средний радиус поверхности $a_M = 3380 \text{ км}$), меньшую среднюю плотность вещества ($\rho_M = 3,97 \text{ г/см}^3$) и, соответственно, обладает более разреженной атмосферой. Наблюдательной астрономией за прошедшие два столетия был накоплен большой экспериментальный материал о физических свойствах марсианской атмосферы, однако полученные путем оптических, радиоастрономических и спектроскопических на-

блюдений данные в большинстве своем были противоречивы и не давали однозначного ответа на вопрос о составе и строении атмосферы Марса [126, 176, 177].

И только проведенные в последнее время непосредственные исследования марсианской атмосферы с помощью АМС «Марс-2, 3» и «Маринер-4, 6, 7 и 9» позволили получить более достоверные данные о свойствах атмосферы этой планеты [177—184]. Результаты экспериментов показывают, что марсианская атмосфера почти целиком состоит из углекислого газа (около 100%) с небольшой (<1%) примесью водяного пара, H_2S , SO_2 и NO_2 [132, 183]. Концентрация водяного пара меняется в марсианской атмосфере от 12 до 60 мкм осажденной воды в зависимости от района, времени марсианских суток и сезона.

Периодически в атмосферу Марса попадают мелкие пылевые частицы размером около 1 мкм и больше, поднятые с поверхности планеты пылевыми бурями. Одна из таких бурь была зарегистрирована на Марсе АМС «Марс-2, 3» и «Маринер-9» в конце 1971 г. — начале 1972 г. [184]. Высота пылевых облаков достигала 10 км над средним уровнем поверхности планеты.

Рис. 11.1. Вертикальный профиль атмосферного давления Марса, полученный с помощью АМС «Маринер-6» для района Meridiani Sinus [179].



Космические аппараты «Марс-2, 3» и «Маринер-4, 6, 7 и 9» позволили определить высотные профили температуры и давления в различных областях Марса, а также высотные изменения электронной концентрации в марсианской ионосфере. Атмосферное давление у марсианской поверхности в зависимости от рельефа местности меняется в пределах $(3—9)10^2$ Па и на среднем уровне равно 650 Па [132, 179—181]. Температура у поверхности планеты сильно зависит от района измерения, времени марсианских суток и сезона и меняется от $15—20^\circ\text{C}$ в марсианский полдень у экватора до -120°C ночью у южной полярной шапки [132, 179—181].

На рис. 11.1 и 11.2 показаны вертикальные профили атмосферного давления и температуры, полученные радиозатменным методом с помощью АМС «Маринер-6» для района Meridiani Sinus [179]. Аналогичные высотные профили атмосферного давления и температуры были определены и для других районов Марса [179—181]. На рис. 11.3 дана высотная зависимость электронной концентрации в дневной ионосфере Марса, полученная радиозатменным методом при полете АМС «Маринер-7» [180]. Из рисунка следует, что максимум электронной концентрации, равный $1,5 \cdot 10^5$ эл/см³, имеет место на высоте 130 км. На ночной стороне Марса ионосферы не было обнаружено.

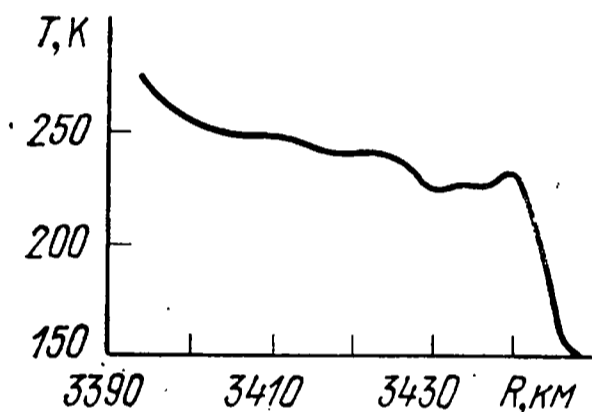


Рис. 11.2. Вертикальный профиль температуры атмосферы Марса, полученный с помощью АМС «Маринер-6» для района Meridiani Sinus [179].

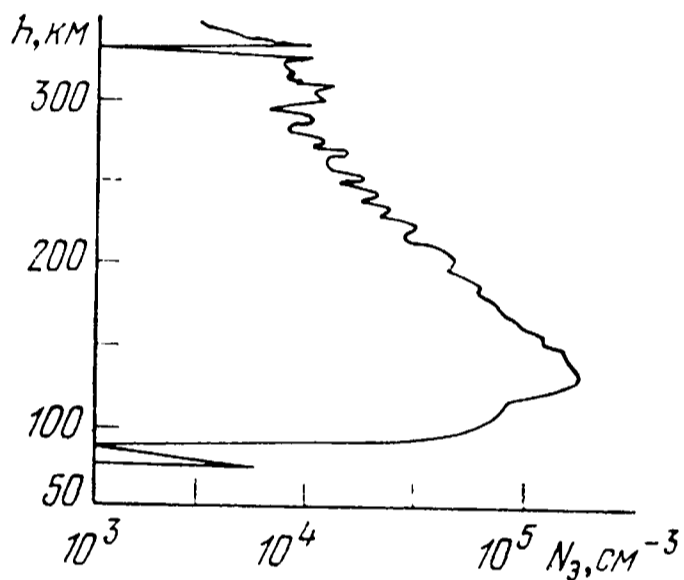


Рис. 11.3. Вертикальный профиль электронной концентрации в дневной ионосфере Марса, полученный радиозатменным методом с помощью АМС «Маринер-7» [180].

11.2. Электрическая модель атмосферы Марса

Построим электрическую модель марсианской атмосферы, предполагая, что атмосфера целиком состоит из углекислого газа, а высотные профили температуры, давления и электронной концентрации меняются в среднем по законам, представленным на рис. 11.1—11.3. Для нижней атмосферы Марса толщиной около 100 км приведенный показатель преломления вычисляется по формуле

$$N_M = (n_M - 1) 10^6 K_4 \frac{P}{T}, \quad (11.1)$$

где $K_4 = 1,349$ К/Па.

Подставляя в (11.1) значения P и T из рис. 11.1 и 11.2, получим зависимость показателя преломления атмосферы Марса от высоты, которую с достаточной для практики точностью можно аппроксимировать экспоненциальным законом вида

$$n_M = 1 + \Delta n_0^M \exp(-\beta_M h), \quad (11.2)$$

где $1 + \Delta n_0^M$ — показатель преломления атмосферы у поверхности Марса, β_M — коэффициент, характеризующий скорость уменьшения показателя преломления атмосферы Марса с высотой.

По аналогии с ионосферами Земли и Венеры аппроксимируем высотный профиль показателя преломления ионосферы Марса параболически экспоненциальной зависимостью

$$n_M = 1 - \Delta n_M^M \left[2 \frac{(h - H_1^M)}{(H_2^M - H_1^M)} - \frac{(h - H_1^M)^2}{(H_2^M - H_1^M)^2} \right],$$

$$H_1^M \leq h \leq H_2^M, \quad (11.3)$$

$$n_M = 1 - \Delta n_M^M \exp[\beta_{и}^M (H_2^M - h)], \quad H_2^M \leq h \leq H_3^M, \quad (11.4)$$

где $1 - \Delta n_M^M$ — показатель преломления в максимуме ионосферного слоя, H_1^M — высота нижней границы ионосферы Марса, H_2^M — высота максимума электронной концентрации в ионосферном слое, H_3^M — высота верхней границы ионосферы Марса, $\beta_{и}^M$ — коэффициент, характеризующий скорость уменьшения электронной концентрации с высотой выше максимума ионосферного слоя Марса.

Для средних условий, существующих в марсианской атмосфере, параметры соотношений (11.2) — (11.4) имеют следующие значения: $\Delta n_0^M = 4 \cdot 10^{-6}$; $\beta_M = 0,075 \text{ км}^{-1}$; $H_1^M = 90 \text{ км}$; $H_2^M = 130 \text{ км}$; $H_3^M = 300 \text{ км}$; $\beta_{и}^M = 0,046 \text{ км}^{-1}$; $\Delta n_M^M = 6,05 \cdot 10^{-4}$ (для $\lambda = 3 \text{ м}$). Численные величины параметров соотношений (11.2) — (11.4) будут меняться в некоторых пределах в зависимости от солнечной активности, района измерения, времени марсианских суток и сезона. Очевидно, что в атмосфере Марса имеются слоистые и турбулентные неоднородности показателя преломления, однако характеристики этих неоднородностей известны еще недостаточно надежно.

11.3. Виды рефракции электромагнитных волн в атмосфере Марса.

Эквивалентный радиус Марса

Как мы уже отмечали в § 10.3, характер рефракции электромагнитных волн в атмосфере любой планеты определяется отношением радиуса кривизны траектории луча к радиусу планеты. Для нижней части атмосферы Марса это отношение будет иметь вид

$$R_M = \frac{\rho_M}{a_M + h_0^M} = \frac{\exp(\beta_M h_0^M)}{\Delta n_0^M \beta_M (a_M + h_0^M)}, \quad (11.5)$$

где ρ_M — радиус кривизны траектории луча, a_M — радиус Марса, h_0^M — высота излучателя над поверхностью Марса. Подставляя в (11.5) численные значения параметров, для R_M у поверхности Марса получим величину 1010. Такое значение R_M соответствует условию пониженной рефракции в атмосфере Марса. Градиент показателя преломления атмосферы у поверхности Марса с учетом (11.2) равен

$$(dn_M/dh)_0 = -\Delta n_0^M \beta_M = -3 \cdot 10^{-7} \text{ км}^{-1}. \quad (11.6)$$

По аналогии с соотношением (2.57) эквивалентный радиус Марса определяется формулой

$$a_{\text{э}}^M = \frac{a_M}{1 + a_M (dn_M/dh)_0}, \quad (11.7)$$

из которой после подстановки численных значений для $a_{\text{э}}^M$ получаем величину 3383 км. Незначительное отличие $a_{\text{э}}^M$ от a_M и большое значение R_M характеризуют слабую рефракцию электромагнитных волн в марсианской атмосфере.

11.4. Методы расчета рефракции электромагнитных волн I и II типов в атмосфере Марса

Для расчета рефракции электромагнитных волн I и II типа в атмосфере Марса применим метод, развитый для атмосферы Земли в гл. 3 и 4. Вначале определим

углы полной атмосферной рефракции электромагнитных волн диапазона $\lambda \leq 5$ см, для которого можно пренебречь влиянием марсианской ионосферы. В этом случае с учетом (3.20) и (11.2) угол полной атмосферной рефракции α^M вычисляется из выражения

$$\alpha^M = -\ln \frac{n_0^M}{n_H^M} \operatorname{ctg} z_0 + L^M, \quad (11.8)$$

где n_0^M и n_H^M — показатели преломления марсианской атмосферы у поверхности планеты и у излучателя, z_0 — видимый зенитный угол излучателя,

$$L^M = L_1^M + (1 - \beta_M \Delta n_0^M a_M) \operatorname{ctg} z_0 \sec^2 z_0 L_2^M + \\ + \beta_M \Delta n_0^M a_M \operatorname{ctg} z_0 \sec^2 z_0 L_3^M, \quad (11.9)$$

$$L_1^M = -\beta_M (\Delta n_0^M)^2 a_M \operatorname{ctg} z_0 \sec^2 z_0 \times \\ \times \{[\exp(-\beta_M H) - \exp(-2\beta_M H)](1 + 2 \operatorname{tg}^2 z_0 H/a_M)^{-1/2}\}, \quad (11.10)$$

$$L_2^M = \Delta n_0^M \sqrt{\beta_M a_M} \operatorname{ctg} z_0 \exp(\beta_M a_M \operatorname{ctg}^2 z_0/2) \sqrt{\pi/2} \times \\ \times [\Phi(\sqrt{\beta_M a_M \operatorname{ctg}^2 z_0 + 2\beta_M H}) - \Phi(\sqrt{\beta_M a_M \operatorname{ctg}^2 z_0})], \quad (11.11)$$

$$L_3^M = \Delta n_0^M \sqrt{2\beta_M a_M} \operatorname{ctg} z_0 \exp(\beta_M a_M \operatorname{ctg}^2 z_0) \sqrt{\pi/2} \times \\ \times [\Phi(\sqrt{2\beta_M a_M \operatorname{ctg}^2 z_0 + 4\beta_M H}) - \Phi(\sqrt{2\beta_M a_M \operatorname{ctg}^2 z_0})]. \quad (11.12)$$

Рассмотрим частные случаи соотношения (11.8).

1. $z_0 \leq 80^\circ$. При этих условиях интегралы вероятности в (11.11) и (11.12) можно разложить в асимптотические ряды (3.44) и ограничиться двумя первыми членами разложения. В результате соотношение (11.8) приводится к виду, соответствующему теореме Лапласа для марсианской атмосферы:

$$\alpha^M = \Delta n_0^M \operatorname{tg} z_0. \quad (11.13)$$

При точности расчета углов рефракции $1''$ формула (11.13) справедлива в диапазоне видимых зенитных уг-

лов $0 \leq z_0 \leq 81^\circ$. При больших зенитных углах для вычисления угла рефракции α^M с той же точностью необходимо удерживать в разложении (3.44) большее число членов ряда или определять α^M непосредственно по формуле (11.8).

2. $z_0 = 90^\circ$ и $2\beta_M H \gg 1$. В этом случае (11.8) по методу, изложенному в § 3.4, приводится к выражению

$$\alpha^M = \Delta n_0^M \sqrt{\frac{\pi\beta_M a_M}{2} [1 + (\sqrt{2} - 1)\beta_M a_M \Delta n_0^M]}, \quad (11.14)$$

которое определяет максимальный угол рефракции на марсианском горизонте. Для средних параметров нижней атмосферы Марса $\Delta n_0^M = 4 \cdot 10^{-6}$ и $\beta_M = 0,075 \text{ км}^{-1}$ максимальный угол рефракции на горизонте равен $16'',5$. Эксперименты с АМС «Марс-2, 3» и «Маринер-4, 6, 7 и 9» показали, что величины углов рефракции α^M могут отличаться от средних значений на 10—15% в зависимости от района измерения, времени марсианских суток и сезона.

Перейдем теперь к вычислению углов полной атмосферной рефракции α^M для радиоволн диапазона $5 \text{ см} \leq \lambda \leq 3 \text{ м}$. По аналогии с Землей и Венерой (см. § 4.3 и § 10.4) формула для расчета угла α^M в радиодиапазоне имеет вид

$$\alpha^M = -\ln \frac{n_0^M}{n_H^M} \operatorname{ctg} z_0 + L_1^M + L_2^M + L_3^M, \quad (11.15)$$

где L_1^M определяется соотношением (11.9), а значения L_2^M и L_3^M вычисляются соответственно по формулам (4.42) и (4.45), в которых осуществляется такая замена параметров: $\Delta n_0 \rightarrow \Delta n_0^M$, $\Delta n_M \rightarrow \Delta n_M^M$; $a \rightarrow a_M$, $H_1 \rightarrow H_1^M$; $H_2 \rightarrow H_2^M$, $H_3 \rightarrow H_3^M$ и $\beta_n \rightarrow \beta_n^M$. Упрощение формулы (11.15) для ряда частных случаев можно осуществить по методике, изложенной в § 4.3. Оценки различных слагаемых соотношения (11.15) показывают, что для радиоволн метрового диапазона ($\lambda = 3 \text{ м}$) ионосферная часть полного угла рефракции примерно на два порядка превышает тропосферную.

11.5. Планетная рефракция электромагнитных волн в атмосфере Марса и методы ее расчета

Выше мы установили, что атмосфера Марса сильно разрежена и давление у поверхности планеты меняется в пределах $(3-9)10^2$ Па со средним значением 650 Па. Такое низкое давление приводит к незначительному искривлению траекторий электромагнитных волн в марсианской атмосфере и, в частности, к малым величинам планетной рефракции.

Выполним расчет планетной рефракции по методу, изложенному в гл. 6, при расположении излучателя и приемника за пределами атмосферы Марса на больших расстояниях от его поверхности. В этих условиях угол планетной рефракции (см. рис. 6.1) для электромагнитных волн $\lambda \leq 5$ см вычисляется из выражения, аналогичного (10.31):

$$\alpha_{\Pi}^M = \Delta n_A^M \sqrt{2\pi\beta_M R_A^M} [1 + (\sqrt{2} - 1)\Delta n_A^M \beta_M R_A^M], \quad (11.16)$$

где $1 + \Delta n_A^M$ — показатель преломления марсианской атмосферы в точке A ; β_M — скорость убывания показателя преломления в нейтросфере Марса; R_A^M — расстояние от центра Марса до точки A .

Угол планетной рефракции для радиоволн диапазона $5 \text{ см} \leq \lambda \leq 3 \text{ м}$ при различных H_0^M находится аналогично Земле и Венере по формулам (6.23) (для $0 \leq H_0^M \leq H_1^M$), (6.25) (для $H_1^M \leq H_0^M \leq H_2^M$) и (6.27) (для $H_2^M \leq H_0^M \leq H_3^M$) с учетом выражения (6.1). При этом в соотношениях (6.23), (6.25) и (6.27) параметры атмосферы Земли заменяются на параметры атмосферы Марса: $\Delta n_A \rightarrow \Delta n_A^M$, $\Delta n_M \rightarrow \Delta n_M^M$, $\beta \rightarrow \beta_M$, $\beta_{\text{и}} \rightarrow \beta_{\text{и}}^M$, $R_0 \rightarrow R_0^M$; $H_{10} \rightarrow H_{10}^M$, $H_{20} \rightarrow H_{20}^M$, $H_{30} \rightarrow H_{30}^M$.

Для средних значений электрических параметров марсианской атмосферы ($\Delta n_0^M = 4 \cdot 10^{-6}$ и $\beta_M = 0,075 \text{ км}^{-1}$), угол планетной рефракции при $R_A^M = a_M$ составляет $33''$. Несмотря на такую малую величину α_{Π}^M , эффект планетной рефракции, приводящий к изменениям амплитуды, фазы и частоты излучаемого косми-

ческим аппаратом сигнала, неоднократно применялся для исследования физических параметров атмосферы Марса [177—183, 185]. Особенно подробные исследования физических свойств марсианской атмосферы затменным методом были проведены в конце 1971 — начале 1972 г. советскими и американской космическими станциями «Марс-2, 3» и «Маринер-9» [184—187]. Были определены высотные профили температуры T^M , давления P^M , показателя преломления n^M и электронной концентрации $N_{\text{э}}^M$ в различных областях марсианской атмосферы. Полученные зависимости $T^M(h)$, $P^M(h)$, $n^M(h)$ и $N_{\text{э}}^M(h)$ оказались близкими к высотным профилям T^M , P^M , n^M и $N_{\text{э}}^M$, снятым ранее космическими станциями «Маринер-4, 6 и 7» [178—181, 185] и показанным на рис. 11.1—11.4.

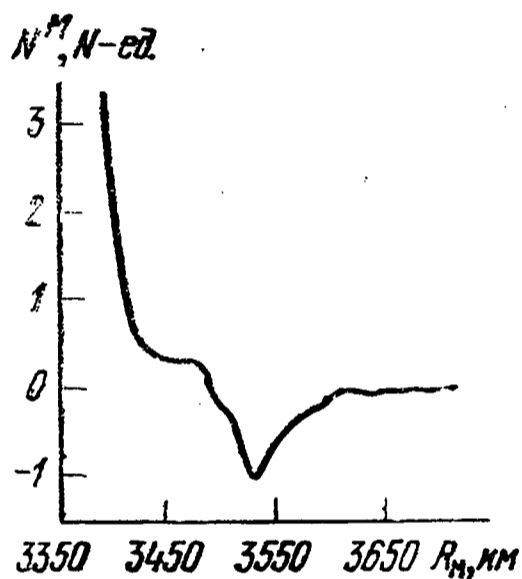


Рис. 11.4. Вертикальный профиль приведенного показателя преломления в атмосфере Марса, полученный с помощью АМС «Маринер-6» [179].

Таким образом, эксперименты с покрытием атмосферой Марса космических аппаратов «Маринер-4, 5, 6, 7, 9» и «Марс-2, 3» продемонстрировали большие возможности затменных методов при исследовании атмосфер Венеры и Марса. По-видимому, эти методы будут и в дальнейшем эффективно применяться при изучении атмосфер других планет солнечной системы.

Приложение
Таблица П.1

Значения углов рефракции δ (в угловых секундах) при различных высотах
и видимых зенитных углах излучателя ($\Delta n_0 = 2,635 \cdot 10^{-4}$, $\beta = 0,104 \text{ км}^{-1}$, $a = 6370 \text{ км}$)

$H, \text{ км}$	5	10	15	20	25	30	35	40	45	60	100	200	300
1	0,2	0,4	0,5	0,6	0,6	0,7	0,7	0,7	0,7	0,8	0,9	0,9	0,9
10	2,1	3,6	4,8	5,5	6,2	6,6	7,0	7,3	7,5	8,0	8,7	9,1	9,3
20	4,4	7,5	10,0	11,5	12,7	13,7	14,5	15,1	15,6	16,6	17,9	18,8	19,1
30	6,9	11,9	15,9	18,2	20,2	21,8	23,0	23,9	24,8	26,4	28,4	29,8	30,3
40	10,0	17,2	23,1	26,4	29,3	31,6	33,4	34,8	36,0	38,4	41,2	43,3	44,0
50	14,2	24,4	32,8	37,4	42,0	45,5	48,1	50,1	51,6	54,8	58,7	61,6	62,6
60	20,3	35,1	47,2	55,3	61,9	66,7	70,4	73,2	75,4	79,9	85,3	89,4	90,8
65	25,1	43,7	58,7	68,8	76,8	82,8	87,2	90,6	93,3	98,8	105,5	110,4	112,1
70	32,0	55,9	74,8	88,2	98,4	105,9	111,5	115,8	119,2	126,2	134,5	140,8	143,0
72	35,9	62,6	83,1	98,7	110,1	118,4	124,6	129,4	133,3	141,0	150,3	157,3	159,7
74	41,0	71,0	94,1	111,7	124,4	133,8	140,8	146,2	150,5	159,2	169,7	177,6	180,2
76	47,5	81,6	108,0	128,0	142,5	153,2	161,1	167,4	172,2	182,1	194,0	203,0	206,1
78	55,9	95,6	126,2	149,4	166,2	179,4	187,7	194,8	200,4	211,8	225,6	236,1	239,7
80	67,5	114,8	151,1	178,5	198,2	212,8	223,6	232,0	238,6	252,0	268,2	280,7	285,1
81	75,1	127,3	167,3	197,4	219,0	234,9	246,8	255,9	263,1	277,8	295,6	309,5	314,4
82	84,5	142,7	187,1	220,3	244,2	261,7	274,8	284,9	292,8	309,0	328,7	344,2	349,8
83	96,4	162,1	211,9	248,9	275,5	294,9	309,4	320,6	329,4	347,4	369,5	387,1	393,5
84	111,9	187,2	243,6	285,3	315,1	336,8	353,0	365,6	375,5	395,7	420,8	441,0	448,5
85	133,0	220,7	285,4	332,8	366,6	391,1	409,4	423,6	434,8	457,9	486,8	510,6	519,7
86	163,4	267,5	342,8	397,1	435,6	463,6	484,7	500,9	513,8	540,5	574,5	603,4	614,6
87	209,9	336,4	424,7	487,6	532,0	564,2	588,6	607,5	622,6	654,2	695,4	731,5	746,0
88	288,3	444,2	548,4	621,3	672,8	710,5	739,1	761,6	779,7	818,1	869,9	917,3	936,9
89	436,5	627,3	749,0	833,5	893,7	938,4	972,8	1000,3	1022,7	1071,3	1139,4	1205,1	1233,4
89,5	564,3	771,8	902,4	993,4	1058,9	1108,1	1146,5	1177,3	1202,7	1260,4	1340,4	1419,8	1454,8
90	767,2	989,8	1130,3	1229,0	1301,2	1356,1	1399,5	1434,8	1464,2	1529,5	1625,8	1724,3	1769,0

Т а б л и ц а П.1 (продолжение)

H, км z ₀ , град	400	500	600	800	1000	1500	2000	3000	4000	5000	7000	10000	∞
	1	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
10	9,3	9,4	9,4	9,4	9,5	9,5	9,5	9,5	9,5	9,5	9,5	9,6	9,6
20	19,3	19,4	19,4	19,4	19,6	19,6	19,6	19,7	19,7	19,7	19,7	19,7	19,7
30	30,6	30,7	30,8	30,9	31,0	31,1	31,2	31,2	31,2	31,2	31,3	31,3	31,3
40	44,4	44,6	44,8	44,9	45,0	45,2	45,3	45,3	45,4	45,4	45,4	45,4	45,5
50	63,0	63,4	63,5	63,8	63,9	64,1	64,2	64,3	64,4	64,4	64,4	64,5	64,6
60	91,4	91,9	92,1	92,5	92,7	93,0	93,1	93,3	93,4	93,4	93,5	93,5	93,7
65	113,0	113,5	113,8	114,2	114,5	114,9	115,0	115,2	115,3	115,4	115,5	115,6	115,7
70	144,0	144,7	145,1	145,7	146,0	146,5	146,8	147,0	147,2	147,3	147,4	147,5	147,8
72	160,9	161,6	162,1	162,8	163,2	163,7	164,0	164,3	164,5	164,6	164,7	164,8	165,2
74	181,6	182,4	183,0	183,7	184,2	184,8	185,2	185,5	185,7	185,9	186,0	186,2	186,6
76	207,6	208,6	209,3	210,2	210,7	211,4	211,9	212,3	212,6	212,7	212,9	213,1	213,6
78	241,6	242,7	243,5	244,6	245,2	246,1	246,7	247,2	247,6	247,8	248,0	248,2	249,0
80	287,4	288,8	289,8	291,1	292,0	293,2	293,9	294,6	295,0	295,3	295,7	296,0	297,0
81	316,9	318,6	319,7	321,2	322,1	323,5	324,3	325,2	325,7	326,0	326,5	326,8	328,0
82	352,7	354,6	355,9	357,6	358,8	360,4	361,3	362,4	363,0	363,4	363,9	364,3	365,8
83	396,9	399,1	400,6	402,7	404,0	406,0	407,1	408,4	409,1	409,6	410,2	410,8	412,6
84	452,6	455,2	457,0	459,5	461,2	463,6	465,0	466,6	467,5	468,1	468,9	469,6	471,9
85	524,6	527,8	530,1	533,2	535,3	538,4	540,1	542,2	543,4	544,2	545,2	546,1	549,2
86	620,8	624,9	627,9	631,9	634,6	638,6	640,9	643,7	645,3	646,4	647,8	649,0	653,2
87	754,2	759,7	763,6	769,0	772,6	778,2	781,4	785,2	787,5	789,0	791,0	792,8	798,8
88	948,2	955,8	961,4	969,0	974,2	982,2	987,0	992,6	996,0	998,3	1001,3	1003,9	1013,1
89	1250,1	1261,4	1269,7	1281,4	1289,4	1301,8	1309,2	1318,1	1323,4	1327,0	1331,8	1336,1	1351,0
89,5	1475,7	1489,9	1500,5	1515,3	1525,5	1541,4	1551,0	1562,5	1569,4	1574,2	1580,5	1586,0	1605,8
90	1795,8	1814,3	1828,0	1847,5	1860,9	1882,0	1894,8	1910,2	1919,5	1925,9	1934,4	1942,0	1968,8

Значения углов рефракции δ (в угловых секундах) при различных высотах
и видимых зенитных углах излучателя ($\Delta n_0 = 3,285 \cdot 10^{-4}$; $\beta = 0,126 \text{ км}^{-1}$; $a = 6370 \text{ км}$)

$H, \text{ км}$ $z_0, \text{ град}$	5	10	15	20	25	30	35	40	45	60	100	200	300
1	0,3	0,5	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9	1,0	1,0	1,0	1,1	1,1	1,1
10	3,1	5,2	6,6	7,6	8,3	8,9	9,3	9,6	9,8	10,3	11,0	11,4	11,6
20	6,4	10,7	13,6	15,7	17,1	18,3	19,1	19,8	20,3	21,4	22,6	23,6	23,9
30	10,1	16,9	21,6	24,8	27,2	29,0	30,4	31,4	32,2	33,9	35,9	37,5	37,9
40	14,6	24,6	31,3	36,2	39,6	42,3	44,1	45,6	46,8	49,3	52,3	54,6	55,1
50	20,8	34,2	44,5	51,3	56,1	60,0	62,6	64,6	66,5	70,0	74,2	77,5	78,3
60	29,8	50,5	64,7	74,5	81,8	87,2	91,2	94,3	96,7	101,7	107,7	112,2	113,7
65	36,9	62,4	80,0	92,3	101,4	108,0	112,9	116,7	119,7	125,8	133,1	138,6	140,4
70	47,7	79,7	102,4	118,3	129,8	138,2	144,4	149,2	152,9	160,6	169,9	176,9	179,2
72	52,5	88,9	114,4	132,4	145,2	154,5	160,5	166,8	170,9	179,6	189,9	197,6	200,2
74	59,8	100,8	129,5	149,8	164,2	174,7	182,5	188,5	193,1	202,9	214,4	223,2	226,1
76	69,1	115,9	148,7	171,8	188,2	200,1	209,0	215,9	221,1	232,2	245,4	255,3	258,8
78	81,3	135,8	173,8	200,6	219,6	233,4	243,7	251,6	257,6	270,4	285,6	297,3	301,3
80	98,0	163,0	208,2	239,9	262,4	278,6	290,8	300,1	307,4	322,3	340,3	354,2	359,1
81	109,0	180,8	230,6	265,5	290,1	307,9	321,1	331,2	339,5	355,8	375,6	391,0	396,5
82	122,6	202,8	258,1	296,8	324,0	343,6	358,2	369,4	378,5	396,5	418,5	435,7	441,9
83	139,8	230,5	292,6	335,8	366,1	388,0	404,2	416,6	426,7	446,8	471,5	491,1	498,3
84	162,4	266,4	336,9	385,7	419,8	444,4	462,6	476,6	487,6	510,3	538,5	561,2	569,7
85	193,2	314,6	395,8	451,5	490,3	518,2	538,9	554,9	567,7	593,7	626,2	653,2	663,4
86	237,6	382,2	477,1	541,5	586,1	618,2	642,1	660,6	675,3	705,6	744,3	777,2	789,9
87	306,1	482,6	595,0	670,2	722,2	759,6	787,9	809,5	825,9	863,2	910,7	952,4	969,1
88	422,5	642,1	776,5	865,4	926,7	971,2	1004,9	1031,3	1052,6	1067,8	1158,7	1214,6	1237,8
89	645,4	918,2	1078,9	1184,8	1258,9	1313,4	1355,4	1388,9	1416,2	1475,4	1558,6	1639,2	1674,1
89,5	837,5	1137,1	1312,5	1429,0	1511,5	1573,1	1621,0	1659,5	1691,2	1761,0	1861,5	1962,0	2006,4
90	1127,0	1450,9	1643,0	1772,6	1866,0	1936,8	1992,6	2038,0	2075,9	2160,3	2285,3	2414,5	2473,1

Т а б л и ц а П.2 (продолжение)

z_0 , град	H , км		400	500	600	800	1000	1500	2000	3000	4000	5000	7000	10000	∞
	1	2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2
10	11,7	11,7	11,8	11,7	11,8	11,8	11,8	11,8	11,9	11,9	11,9	11,9	11,9	11,9	1,2
20	24,1	24,2	24,3	24,2	24,4	24,4	24,4	24,4	24,5	24,5	24,6	24,6	24,6	24,6	1,2
30	38,2	38,3	38,6	38,3	38,7	38,8	38,8	38,8	38,9	38,9	39,0	39,0	39,0	39,0	1,2
40	55,5	55,8	55,9	55,8	56,3	56,4	56,4	56,4	56,5	56,6	56,6	56,6	56,7	56,7	1,2
50	78,9	79,2	79,4	79,2	79,8	80,0	80,0	80,0	80,2	80,3	80,3	80,4	80,4	80,4	1,2
60	114,4	114,9	115,2	114,9	115,8	116,1	116,1	116,1	116,3	116,4	116,5	116,6	116,6	116,7	1,2
65	141,4	141,9	142,3	141,9	143,1	143,5	143,5	143,5	143,7	143,9	144,0	144,1	144,2	144,2	1,2
70	180,4	181,1	181,4	181,1	182,6	183,1	183,1	183,1	183,4	183,7	183,9	184,0	184,1	184,2	1,2
72	201,6	202,4	202,9	202,4	204,1	204,7	204,7	204,7	205,0	205,3	205,5	205,6	205,8	205,9	1,2
74	227,6	228,6	229,2	228,6	230,5	231,2	231,2	231,2	231,6	232,0	232,2	232,4	232,5	232,7	1,2
76	260,3	261,6	262,3	261,6	263,9	264,7	264,7	264,7	265,2	265,7	266,0	266,1	266,4	266,6	1,2
78	303,4	304,7	305,6	304,7	307,4	308,5	308,5	308,5	309,0	309,7	310,0	310,3	310,6	310,8	1,2
80	361,6	363,2	364,9	363,2	366,7	365,8	366,7	368,1	368,8	369,4	370,1	370,4	370,8	371,2	1,2
81	399,3	401,1	402,4	401,1	405,1	406,7	406,7	406,7	407,6	408,5	409,1	409,5	409,9	410,4	1,2
82	445,2	447,3	448,7	447,3	451,9	450,7	453,8	453,8	454,8	456,0	456,6	457,1	457,7	458,1	1,2
83	502,1	504,6	506,3	504,6	510,1	508,6	512,3	512,3	513,5	515,0	515,8	516,3	517,0	517,6	1,2
84	574,3	577,2	579,3	577,2	583,9	582,1	586,6	586,6	588,2	590,0	591,1	591,8	592,6	593,4	1,2
85	669,0	672,6	675,2	672,6	681,0	678,7	684,5	684,5	686,5	688,8	690,2	691,1	692,2	693,3	1,2
86	797,1	801,8	805,1	801,8	812,7	809,7	817,3	817,3	820,0	823,1	825,0	826,2	827,8	829,2	1,2
87	978,6	984,9	989,5	984,9	999,9	995,7	1006,3	1006,3	1010,1	1014,5	1017,2	1018,9	1021,3	1023,3	1,2
88	1251,3	1260,0	1266,7	1260,0	1282,2	1276,0	1291,7	1291,7	1297,4	1304,1	1308,1	1310,8	1314,3	1317,5	1,2
89	1694,7	1708,9	1719,1	1708,9	1743,4	1733,5	1758,8	1758,8	1768,1	1779,1	1785,7	1790,2	1796,3	1801,6	1,2
89,5	2033,0	2051,2	2064,6	2051,2	2096,6	2083,6	2117,1	2117,1	2129,4	2144,2	2153,1	2159,3	2167,4	2174,6	1,2
90	2508,6	2533,0	2551,3	2533,0	2595,0	2577,1	2623,1	2623,1	2640,2	2660,8	2673,3	2681,9	2693,3	2703,4	1,2

Значения углов рефракции δ (в угловых секундах) при различных высотах
и видимых зенитных углах излучателя ($\Delta n_0 = 3,745 \cdot 10^{-4}$; $\beta = 0,139 \text{ км}^{-1}$; $\alpha = 6370 \text{ км}$)

$H, \text{ км}$ $z_0, \text{ град}$	5	10	15	20	25	30	35	40	45	60	100	200	300
1	0,4	0,6	0,8	0,9	1,0	1,0	1,1	1,1	1,1	1,2	1,3	1,3	1,3
10	3,8	6,3	7,9	9,0	9,8	10,4	10,9	11,2	11,4	12,0	12,6	13,1	13,3
20	7,8	13,0	16,3	18,6	20,2	21,4	22,5	23,2	23,6	24,7	26,0	27,1	27,5
30	12,4	20,6	25,9	29,5	32,1	34,0	35,7	36,7	37,4	39,2	41,3	43,0	43,5
40	18,1	29,9	37,6	42,9	46,7	49,5	51,8	53,3	54,4	57,0	60,0	62,5	63,3
50	25,6	42,4	53,3	60,8	66,1	70,2	73,5	75,5	77,1	80,9	85,0	88,4	89,9
60	37,2	60,7	77,0	88,4	96,3	102,0	106,6	109,9	111,2	117,5	123,5	128,3	129,9
65	45,0	75,6	95,6	109,6	119,2	126,0	131,3	135,3	138,5	144,9	152,7	158,5	160,5
70	58,5	97,0	122,5	139,9	152,5	161,2	167,9	173,0	177,0	185,1	195,0	202,4	204,9
72	65,0	108,2	136,9	156,6	170,4	180,3	187,7	193,4	197,8	207,0	218,0	226,2	229,0
74	74,1	122,7	155,0	177,2	192,7	203,9	212,2	218,7	223,6	233,9	246,2	255,5	258,6
76	85,5	141,0	178,0	203,2	220,9	233,7	243,1	250,5	256,1	267,9	281,9	292,5	296,1
78	100,4	165,1	208,1	237,4	257,8	272,6	283,6	292,1	298,5	312,2	328,4	340,8	345,0
80	121,1	198,3	249,4	284,1	308,3	325,7	338,6	348,5	356,5	372,4	391,7	406,4	411,6
81	134,6	220,1	276,4	314,6	341,1	360,2	374,4	385,2	394,0	411,4	432,5	449,0	454,8
82	151,5	246,9	309,5	351,8	381,2	402,3	418,0	429,9	439,6	458,9	482,4	500,8	507,5
83	172,8	280,7	351,1	398,5	431,3	454,8	472,2	485,5	496,3	517,9	544,3	565,3	572,9
84	200,8	324,6	404,7	458,3	495,3	521,7	541,4	556,4	568,2	592,6	622,8	647,2	656,3
85	239,0	383,8	476,2	537,5	579,6	609,8	632,2	649,4	663,2	691,2	726,2	755,2	766,2
86	294,2	467,1	575,4	646,5	695,2	730,1	756,0	776,1	792,0	824,8	866,6	902,2	916,0
87	379,9	591,6	720,5	804,1	861,2	902,2	932,9	956,6	975,7	1015,2	1067,0	1112,6	1130,1
88	527,0	792,3	947,6	1047,4	1115,5	1164,8	1202,0	1231,2	1254,6	1304,4	1371,7	1433,7	1459,5
89	814,2	1147,1	1335,5	1456,5	1540,4	1602,1	1649,5	1687,2	1717,9	1784,8	1879,9	1970,7	2010,4
89,5	1068,2	1436,6	1644,5	1779,5	1874,4	1945,0	2000,0	2044,2	2080,6	2160,9	2276,9	2393,3	2445,1
90	1463,2	1865,4	2096,6	2249,7	2359,4	2442,5	2508,0	2561,4	2606,0	2705,6	2853,8	3008,0	3078,4

Т а б л и ц а П.3 (продолжение)

z ₀ , град	H, км		400	500	600	800	1000	1500	2000	3000	4000	5000	7000	10000	∞
	1	10	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3
1	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3
10	13,3	13,4	13,4	13,4	13,4	13,4	13,4	13,5	13,5	13,5	13,6	13,6	13,6	13,6	13,6
20	27,6	27,6	27,6	27,6	27,6	27,7	27,8	27,9	27,9	28,0	28,0	28,0	28,0	28,0	28,1
30	43,7	43,8	43,9	43,9	44,1	44,1	44,2	44,3	44,3	44,4	44,4	44,4	44,5	44,5	44,5
40	63,5	63,7	63,8	63,8	64,0	64,0	64,2	64,3	64,3	64,5	64,6	64,6	64,6	64,6	64,7
50	90,4	90,4	90,6	90,6	90,9	90,9	91,1	91,3	91,3	91,5	91,6	91,6	91,7	91,7	91,8
60	130,7	131,1	131,5	131,5	131,9	131,9	132,1	132,5	132,6	132,8	132,9	133,0	133,0	133,1	133,3
65	161,5	162,1	162,5	162,5	163,0	163,0	163,3	163,7	163,9	164,2	164,3	164,4	164,4	164,5	164,8
70	206,1	206,9	207,4	207,4	208,1	208,1	208,5	209,0	209,3	209,7	209,8	210,0	210,1	210,2	210,6
72	230,4	231,3	231,8	231,8	232,6	232,6	233,0	233,7	234,0	234,4	234,6	234,7	234,9	235,0	235,4
74	260,2	261,2	261,9	261,9	262,8	262,8	263,3	264,0	264,4	264,9	265,1	265,3	265,5	265,6	266,1
76	298,0	299,1	299,9	299,9	300,9	300,9	301,6	302,5	303,0	303,5	303,8	304,0	304,2	304,4	305,0
78	347,3	348,6	349,6	349,6	350,8	350,8	351,6	352,7	353,3	354,0	354,4	354,6	354,9	355,2	356,0
80	414,4	416,1	417,2	417,2	418,8	418,8	419,8	421,2	422,0	422,9	423,4	423,7	424,2	424,7	425,7
81	457,9	459,8	461,2	461,2	462,9	462,9	464,1	465,7	466,7	467,7	468,3	468,7	469,2	469,7	471,0
82	511,0	513,2	514,8	514,8	516,8	516,8	518,2	520,1	521,2	522,5	523,2	523,7	524,3	524,8	526,5
83	577,0	579,7	581,5	581,5	584,0	584,0	585,6	587,9	589,3	590,8	591,7	592,3	593,0	593,7	595,8
84	661,2	664,3	666,6	666,6	669,6	669,6	671,6	674,5	676,2	678,1	679,2	680,0	681,0	681,8	684,6
85	772,2	776,1	778,9	778,9	782,7	782,7	785,2	789,0	791,1	793,6	795,1	796,1	797,4	798,5	802,2
86	923,8	928,8	932,5	932,5	937,4	937,4	940,7	945,7	948,6	952,0	954,0	955,4	957,1	958,7	963,9
87	1141,2	1148,1	1153,1	1153,1	1159,9	1159,9	1164,6	1171,6	1175,7	1180,6	1183,5	1185,4	1188,0	1190,3	1197,9
88	1474,4	1494,4	1491,7	1491,7	1501,9	1501,9	1508,8	1519,4	1525,7	1533,1	1537,6	1540,6	1544,6	1548,1	1560,5
89	2034,0	2045,0	2061,8	2061,8	2078,3	2078,3	2089,7	2107,3	2117,9	2130,6	2138,2	2143,5	2150,4	2156,5	2178,2
89,5	2476,1	2497,4	2513,1	2513,1	2535,3	2535,3	2550,6	2574,6	2589,1	2606,5	2617,0	2624,2	2633,8	2642,3	2672,3
90	3121,1	3150,6	3172,6	3172,6	3203,9	3203,9	3225,5	3259,7	3280,4	3305,5	3320,8	3331,3	3345,2	3357,6	3401,7

Значения углов рефракции α (в угловых секундах) при различных высотах
и видимых зенитных углах излучателя ($\Delta n_0 = 3,285 \cdot 10^{-4}$; $\Delta n_M = 4,04 \cdot 10^{-3}$; $\beta = 0,126 \text{ км}^{-1}$; $\beta_H = 0,0035 \text{ км}^{-1}$;
 $a = 6370 \text{ км}$)

$H, \text{ км}$ z_0 град	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	85	110
10	5,6	8,6	10,2	11,0	11,5	11,7	11,8	11,9	11,93	11,95	11,96	11,96	39,6	64,3
20	11,6	17,8	21,0	22,7	23,7	24,1	24,4	24,5	24,62	24,66	24,68	24,69	81,7	132,5
30	18,5	28,2	33,3	36,1	37,5	38,3	38,7	38,9	39,05	39,11	39,14	39,16	129,4	209,8
40	26,8	40,9	48,4	52,4	54,5	55,6	56,2	56,6	56,73	56,82	56,87	56,89	187,5	303,8
50	38,1	58,1	68,7	74,4	77,4	79,0	79,8	80,3	80,51	80,64	80,71	80,74	264,9	428,5
60	55,3	84,4	99,8	107,9	112,3	114,6	115,8	116,5	116,82	117,00	117,10	117,15	380,6	613,7
70	87,7	133,5	157,8	170,6	177,4	181,0	182,9	183,9	184,45	184,73	184,88	184,96	585,3	935,7
72	98,2	149,4	176,5	190,8	198,4	202,4	204,5	205,6	206,22	206,53	206,69	206,78	647,7	1032,0
74	111,2	169,1	199,6	215,8	224,3	228,8	231,1	232,4	233,0	233,4	233,6	233,7	721,9	1145,4
76	127,7	194,1	229,0	247,4	257,1	262,2	264,8	266,3	267,0	267,4	267,6	267,7	811,8	1280,4
78	149,6	227,0	267,6	288,8	300,0	305,9	308,9	310,5	311,4	311,8	312,1	312,2	922,2	1443,1
80	179,8	272,3	320,5	345,6	358,7	365,5	369,1	370,9	371,9	372,4	372,7	372,8	1060,7	1641,4
82	224,5	338,7	397,5	427,9	443,6	451,7	455,9	458,1	459,2	459,8	460,1	460,2	1238,4	1885,7
84	297,1	448,8	519,4	557,2	576,4	586,2	591,2	593,8	595,1	595,8	596,2	596,4	1474,5	2192,3
86	434,4	638,7	737,4	785,7	809,6	821,6	827,6	830,6	832,2	832,9	833,3	833,5	1811,5	2595,7
88	772,9	1076,1	1209,1	1270,4	1299,6	1313,7	1320,7	1324,1	1325,9	1326,8	1327,2	1327,4	2384,1	3218,0

Таблица П.4 (продолжение)

H, км z ₀ , град	135	160	185	210	235	260	285	310	410	510	610	710	810	910
	10	86,0	104,7	120,6	133,5	143,5	150,6	154,9	156,3	114,9	86,2	66,4	52,6	43,0
20	177,2	215,9	248,5	275,1	295,7	310,4	319,1	322,1	237,0	178,2	137,5	109,3	89,7	76,2
30	280,5	341,6	393,1	435,0	467,5	490,6	504,4	509,1	375,4	283,3	219,6	175,6	145,2	124,1
40	406,0	494,1	568,3	628,7	675,4	708,6	728,4	735,0	544,1	413,0	322,9	260,8	218,1	188,5
50	572,0	695,4	799,1	883,4	948,5	994,6	1022,1	1031,3	768,5	589,5	467,3	383,7	326,4	287,1
60	817,1	991,5	1137,3	1255,3	1346,1	1410,2	1448,2	1460,8	1102,1	861,3	698,9	589,0	514,3	463,6
70	1238,3	1495,0	1707,7	1878,1	2008,1	2099,0	2152,6	2170,2	1678,4	1356,9	1144,5	1003,2	908,7	845,1
72	1362,6	1642,1	1872,9	2057,3	2197,4	2295,3	2352,8	2371,6	1848,1	1508,2	1284,9	1137,0	1038,4	972,3
74	1507,8	1813,0	2063,9	2263,7	2415,0	2520,3	2582,0	2602,2	2045,3	1686,7	1452,5	1298,1	1195,4	1126,8
76	1679,2	2013,1	2286,3	2502,9	2666,2	2779,6	2845,7	2867,3	2276,1	1898,6	1653,7	1492,8	1386,3	1315,3
78	1883,0	2248,8	2546,5	2781,2	2957,3	3079,0	3149,8	3172,8	2547,0	2151,0	1895,6	1728,7	1618,5	1545,3
80	2127,1	2527,8	2851,5	3105,2	3294,7	3425,0	3500,4	3524,9	2865,2	2451,6	2186,5	2013,9	1900,4	1825,2
82	2421,0	2858,3	3209,0	3481,9	3684,6	3823,3	3903,2	3929,1	3237,6	2808,1	2534,2	2356,7	2240,3	2163,3
84	2777,8	3251,4	3627,9	3919,0	4133,9	4280,3	4364,3	4391,4	3672,3	3229,0	2947,9	2766,3	2647,5	2569,2
86	3227,0	3732,3	4131,0	4437,4	4662,5	4815,1	4902,4	4930,5	4189,6	3735,9	3449,2	3264,5	3144,0	3064,5
88	3882,1	4409,8	4823,7	5140,4	5372,3	5529,1	5618,6	5647,3	4892,4	4432,1	4142,0	3955,4	3833,7	3753,6

Т а б л и ц а П.4 (продолжение)

$H, \text{ км}$	1010	1110	1210	1310	1410	1510	1610	1710	1810	1910	2010	2110	3010
$z_0,$ град													
10	31,7	28,5	26,3	24,8	23,7	22,9	22,4	22,1	21,8	21,6	21,5	21,4	21,23
20	66,7	60,2	55,7	52,5	50,3	48,8	47,8	47,0	46,5	46,2	45,9	45,7	45,36
30	109,5	99,4	92,4	87,5	84,2	81,8	80,2	79,1	78,3	77,8	77,4	77,1	76,55
40	168,2	154,1	144,4	137,6	133,0	129,8	127,5	126,0	124,9	124,2	123,7	123,3	122,52
50	260,1	241,5	228,7	219,9	213,9	209,7	206,8	204,8	203,4	202,5	201,8	201,3	200,36
60	429,0	405,3	389,2	378,1	370,5	365,3	361,7	359,2	357,5	356,3	355,5	355,0	353,78
70	802,2	773,2	753,5	740,1	731,0	724,7	720,5	717,6	715,6	714,2	713,2	712,6	711,21
72	927,8	897,7	877,3	863,5	854,1	847,7	843,3	840,3	838,2	836,8	835,8	835,2	833,76
74	1080,7	1049,7	1028,6	1014,4	1004,7	998,1	993,6	990,5	988,4	987,0	986,0	985,3	983,87
76	1267,7	1235,7	1214,1	1199,4	1189,5	1182,7	1178,1	1175,0	1172,8	1171,4	1170,3	1169,7	1168,18
78	1496,3	1463,5	1441,3	1426,3	1416,1	1409,2	1404,5	1401,3	1399,1	1397,6	1396,6	1395,9	1394,38
80	1775,0	1741,3	1718,7	1703,4	1693,0	1686,0	1681,2	1677,9	1675,7	1674,1	1673,1	1672,4	1670,86
82	2112,1	2077,7	2054,7	2039,1	2028,5	2021,4	2016,5	2013,2	2011,0	2009,4	2068,3	2007,6	2006,08
84	2516,9	2482,1	2458,7	2442,9	2432,2	2424,9	2420,0	2416,7	2414,4	2412,8	2411,8	2411,0	2409,47
86	3011,7	2976,4	2952,8	2936,8	2926,0	2918,7	2913,8	2910,4	2908,1	2906,5	2905,4	2904,7	2903,14
88	3700,4	3664,9	3641,0	3625,0	3614,2	3606,8	3601,8	3598,4	3596,1	3594,5	3593,5	3592,7	3591,15

П Р И М Е Ч А Н И Е: В таблице П.4 приведены значения углов рефракции для радиоволн $\alpha = 3$ м. Для оценок величин углов рефракции α_λ на других длинах волн при расположении излучателя в ионосфере на

высоте H можно воспользоваться следующим соотношением: $\alpha_\lambda = \alpha_{60 \text{ км}}^T + (\alpha_H^T - \alpha_{60 \text{ км}}^T) \frac{\lambda^2}{9}$, где α_H^T — таблич-

ное значение угла рефракции, соответствующее высоте H ; $\alpha_{60 \text{ км}}^T$ — табличное значение угла рефракции, соответствующее высоте 60 км; λ — длина волны излучателя, м.

Значения углов рефракции δ (в угловых секундах) при различных высотах
и видимых зенитных углах излучателя ($\Delta n_0 = 3,285 \cdot 10^{-4}$; $\Delta n_M = 4,04 \cdot 10^{-3}$; $\beta = 0,126 \text{ км}^{-1}$; $\beta_{\text{и}} = 0,0035 \text{ км}^{-1}$;
 $a = 6370 \text{ км}$)

$H, \text{ км}$	$z_0, \text{ град}$	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	85	110
10		3,1	5,2	6,6	7,6	8,3	8,9	9,3	9,6	9,8	10,0	10,2	10,4	15,0	23,4
20		6,4	10,6	13,6	15,6	17,2	18,3	19,1	19,8	20,3	20,7	21,1	21,4	30,9	48,3
30		10,1	16,9	21,5	24,8	27,2	29,0	30,3	31,4	32,2	32,9	33,4	33,9	48,9	76,4
40		14,7	24,5	31,3	36,1	39,5	42,1	44,0	45,6	46,8	47,8	48,6	49,2	70,9	110,7
50		20,8	34,8	44,4	51,2	56,1	59,7	62,5	64,7	66,4	67,8	68,9	69,9	100,4	156,2
60		30,2	50,5	64,5	74,3	81,4	86,7	90,7	93,8	96,3	98,3	99,9	101,3	144,8	224,0
70		47,9	80,0	101,9	117,4	128,5	136,8	143,1	147,9	151,8	155,0	157,6	159,7	224,9	342,7
72		53,7	89,5	114,0	131,3	143,7	152,9	159,9	165,4	169,7	173,2	176,1	178,5	250,0	378,5
74		60,8	101,3	129,0	148,4	162,4	172,8	180,7	186,8	191,6	195,6	198,8	201,5	280,2	421,0
76		69,8	116,2	147,9	170,1	186,1	197,9	206,9	213,8	219,4	223,8	227,5	230,6	317,5	472,2
78		81,7	135,9	172,8	198,6	217,1	230,7	241,1	249,1	255,5	260,7	264,9	268,5	364,8	534,9
80		98,3	163,1	206,9	237,4	259,3	275,4	287,6	297,1	304,6	310,7	315,7	319,9	426,8	613,4
82		122,7	202,8	256,5	293,7	320,2	339,7	354,5	365,9	374,9	382,3	388,3	393,4	511,6	714,9
84		162,4	266,2	334,0	381,8	415,1	439,4	457,8	472,0	483,3	492,5	500,1	506,5	635,8	853,8
86		237,3	381,9	474,4	536,4	579,9	611,6	635,5	654,1	669,0	681,1	691,2	699,8	838,7	1065,5
88		421,8	641,3	772,7	858,7	918,6	962,6	996,0	1022,4	1043,8	1061,5	1076,4	1089,2	1237,1	1464,14

Таблица П.5 (продолжение)

H, км z ₀ , град	135	160	185	210	235	260	285	310	410	510	610	710	810	910
	10	33,0	42,8	52,2	61,2	69,4	77,9	83,5	89,4	100,3	100,1	96,2	91,0	85,6
20	68,1	88,2	107,7	126,0	143,0	158,4	172,1	184,0	206,6	206,4	198,3	187,7	176,8	166,5
30	107,7	139,5	170,2	199,2	226,0	250,2	271,8	290,7	326,3	326,4	313,9	297,6	280,8	264,9
40	155,9	201,7	246,0	287,7	326,2	361,0	392,1	419,2	470,7	471,4	454,4	431,9	408,7	386,8
50	219,5	283,7	345,6	403,8	457,4	505,9	549,0	586,7	659,0	661,7	640,2	611,1	581,0	552,6
60	313,5	403,8	490,8	572,2	647,1	714,7	774,7	826,9	929,3	937,5	913,0	878,0	841,4	806,6
70	474,6	606,8	733,1	850,6	958,0	1054,5	1140,0	1214,2	1365,6	1380,8	1369,4	1334,0	1295,1	1257,3
72	522,2	665,7	802,5	929,6	1045,5	1149,5	1241,5	1321,5	1486,5	1516,7	1499,4	1465,6	1427,6	1390,4
74	577,8	734,0	882,4	1020,0	1145,1	1257,3	1356,4	1442,6	1623,0	1660,7	1647,6	1616,6	1580,5	1544,5
76	643,6	813,7	794,8	1123,7	1258,9	1379,9	1486,7	1579,5	1777,4	1824,3	1817,1	1790,1	1756,9	1723,2
78	722,3	907,4	1082,2	1243,1	1388,9	1519,2	1634,1	1734,1	1951,3	2009,9	2010,5	1989,2	1960,4	1930,0
80	817,8	1018,6	1207,4	1380,7	1537,3	1677,1	1800,4	1907,7	2146,4	2219,1	2230,0	2216,4	2193,6	2168,1
82	936,0	1152,1	1354,4	1539,5	1706,6	1855,6	1987,1	2101,8	2363,5	2453,0	2476,6	2473,1	2458,3	2439,3
84	1089,0	1317,8	1531,4	1726,6	1902,6	2059,6	2198,4	2319,7	2605,1	2713,8	2752,8	2761,6	2757,0	2746,4
86	1308,8	1544,9	1765,1	1966,5	2148,3	2310,9	2455,0	2581,6	2889,2	3018,5	3075,0	3098,3	3105,8	3105,4
88	1706,8	1942,0	2162,1	2364,0	2547,0	2711,5	2858,1	2987,8	3314,0	3464,4	3539,8	3579,5	3600,8	3612,3

Таблица П.5 (продолжение)

H, км z ₀ , град	1010	1110	1210	1310	1410	1510	1610	1710	1810	1910	2010	2110	3010
	10	76,0	71,8	68,2	64,9	62,1	59,5	57,2	55,2	53,4	51,7	50,2	48,9
20	157,2	148,8	141,4	134,8	128,9	123,7	119,1	115,0	111,2	107,9	104,9	102,1	85,4
30	250,5	237,6	226,1	216,0	207,0	199,0	191,8	185,5	179,7	174,5	169,9	165,6	139,8
40	366,8	349,0	333,1	319,1	306,6	295,6	285,7	276,9	268,9	261,8	255,3	249,4	213,5
50	526,7	503,5	482,9	464,6	448,4	434,0	421,1	409,6	399,2	389,9	381,4	873,7	326,4
60	774,8	746,3	720,9	698,4	678,4	660,5	644,6	630,3	617,4	605,7	595,1	585,4	525,5
70	1222,3	1190,7	1162,4	1137,1	1114,6	1094,3	1076,2	1059,8	1045,0	1031,5	1019,2	1007,9	937,0
72	1355,8	1324,4	1296,1	1270,9	1248,3	1228,0	1209,8	1193,3	1178,4	1164,8	1152,4	1141,0	1068,9
74	1510,8	1480,1	1452,4	1427,6	1405,3	1385,2	1367,2	1350,8	1336,0	1322,5	1310,1	1298,7	1226,4
76	1691,2	1661,9	1635,3	1611,3	1589,7	1570,3	1552,7	1536,8	1522,3	1509,1	1496,9	1485,8	1414,5
78	1900,8	1873,6	1848,9	1826,4	1806,1	1787,8	1771,1	1756,0	1742,2	1729,6	1718,1	1707,4	1638,8
80	2142,8	2118,9	2096,8	2076,7	2058,4	2041,8	2026,7	2012,9	2000,3	1988,8	1978,1	1968,3	1904,7
82	2419,4	2400,1	2381,9	2365,1	2349,7	2335,6	2322,7	2310,9	2300,1	2290,2	2281,0	2272,4	2217,0
84	2733,5	2720,2	2707,1	2694,8	2683,3	2672,6	2662,8	2653,8	2645,5	2637,8	2630,7	2624,1	2580,6
86	3101,1	3095,3	3088,7	3082,0	3075,5	3069,3	3063,5	3058,1	3053,1	3048,4	3044,0	3089,9	3012,8
88	3618,3	3621,3	3622,5	3622,7	3622,4	3621,7	3620,9	3620,1	3619,2	3618,3	3617,4	3616,6	3611,0

Таблица П.6

Значения фазовой поправки ΔL_{Φ} в нейтросфере (в метрах) при различных высотах и видимых зенитных углах излучателя ($\Delta n_0 = 3,285 \cdot 10^{-4}$, $\beta = 0,126 \text{ км}^{-1}$; $a = 6370 \text{ км}$)

z_0 , град	H , км	5	10	15	20	25	30	35	40	45	60
1		1,21	1,86	2,19	2,35	2,42	2,46	2,47	2,48	2,48	2,48
10		1,25	1,94	2,28	2,43	2,51	2,55	2,57	2,57	2,58	2,58
20		1,36	2,09	2,44	2,60	2,68	2,72	2,74	2,74	2,75	2,75
30		1,56	2,31	2,69	2,86	2,95	2,99	3,01	3,02	3,03	3,03
40		1,78	2,63	3,06	3,26	3,36	3,40	3,42	3,44	3,45	3,45
50		2,13	3,13	3,54	3,88	4,00	4,05	4,08	4,10	4,12	4,12
60		2,70	3,99	4,54	4,95	5,10	5,17	5,21	5,24	5,27	5,27
65		3,15	4,68	5,45	5,81	5,98	6,08	6,12	6,16	6,22	6,22
70		3,84	5,72	6,67	7,12	7,33	7,45	7,52	7,60	7,68	7,69
72		4,22	6,30	7,34	7,84	8,07	8,20	8,25	8,27	8,27	8,27
74		4,70	7,03	8,19	8,74	9,01	9,16	9,19	9,21	9,24	9,24
76		5,31	7,96	9,27	9,89	10,21	10,39	10,43	10,45	10,46	10,48
78		6,13	9,18	10,70	11,41	11,80	11,93	11,98	12,03	12,07	12,10
80		7,26	10,89	12,71	13,55	13,98	14,12	14,21	14,26	14,33	14,33
81		8,00	12,02	14,02	14,94	15,42	15,56	15,67	15,75	15,86	15,80
82		8,92	13,42	15,54	16,54	17,21	17,36	17,49	17,55	17,56	17,56
83		10,12	15,24	17,68	18,81	19,42	19,57	19,66	19,76	19,77	19,77
84		11,64	17,44	20,19	21,48	22,01	22,33	22,42	22,51	22,68	22,70
85		13,84	20,51	23,69	25,19	25,77	26,08	26,22	26,46	26,57	26,57
86		16,94	24,89	28,44	30,12	30,82	31,20	31,29	31,44	31,53	31,54
87		21,68	31,16	35,61	37,42	38,09	38,55	38,74	38,81	38,90	38,94
88		29,74	41,66	46,57	48,65	49,72	50,20	50,39	50,43	50,69	50,69
89		45,41	59,80	65,64	68,02	69,27	69,81	70,03	70,10	70,31	70,46
89,5		58,73	74,41	80,55	83,40	84,66	85,12	85,82	86,12	86,46	86,66
90		79,62	96,10	103,21	106,18	107,50	108,21	108,71	109,16	109,41	109,71

Значения фазовой поправки ΔL_{Φ} в нейтросфере (в метрах) при различных высотах и видимых зенитных углах излучателя ($\Delta n_0 = 3,745 \cdot 10^{-4}$, $\beta = 0,139 \text{ км}^{-1}$, $a = 6370 \text{ км}$)

z_0 , град	H , км	5	10	15	20	25	30	35	40	45	60
1		1,34	2,02	2,35	2,50	2,58	2,60	2,62	2,63	2,63	2,63
10		1,38	2,10	2,44	2,59	2,67	2,70	2,72	2,73	2,74	2,74
20		1,51	2,26	2,60	2,77	2,85	2,89	2,90	2,91	2,92	2,92
30		1,71	2,49	2,86	3,04	3,13	3,17	3,19	3,20	3,20	3,21
40		1,96	2,83	3,26	3,46	3,56	3,60	3,63	3,64	3,65	3,65
50		2,33	3,38	3,89	4,12	4,24	4,29	4,32	4,34	4,36	4,36
60		2,96	4,30	4,95	5,26	5,41	5,48	5,52	5,55	5,58	5,59
65		3,46	5,04	5,81	6,18	6,35	6,44	6,50	6,54	6,60	6,60
70		4,22	6,18	7,13	7,57	7,78	7,90	7,97	8,06	8,10	8,15
72		4,64	6,81	7,85	8,34	8,58	8,71	8,73	8,75	8,77	8,79
74		5,17	7,59	8,76	9,31	9,57	9,72	9,76	9,79	9,81	9,81
76		5,65	8,59	9,92	10,54	10,84	11,02	11,06	11,09	11,11	11,11
78		6,75	9,94	11,46	12,17	12,55	12,70	12,77	12,81	12,83	12,84
80		7,99	11,79	13,59	14,46	14,89	15,04	15,13	15,22	15,26	15,28
81		8,92	13,18	15,19	16,06	16,60	16,75	16,85	16,96	16,99	16,99
82		9,86	14,57	16,80	17,77	18,32	18,49	18,61	18,70	18,74	18,76
83		11,18	16,56	19,90	20,16	20,80	20,88	21,05	21,14	21,16	21,16
84		12,90	18,93	21,71	22,98	23,58	23,83	23,96	24,04	24,26	24,26
85		15,28	22,30	25,49	26,96	27,55	27,84	28,06	28,14	28,28	28,28
86		18,82	27,10	30,80	32,49	33,18	33,36	33,61	33,70	33,78	33,79
87		24,25	34,34	38,74	40,61	41,30	41,76	41,95	42,07	42,16	42,16
88		33,23	45,84	50,91	52,98	54,07	54,59	54,79	54,85	55,10	55,10
89		51,58	66,93	73,11	75,60	76,93	77,49	77,74	77,90	78,10	78,60
89,5		67,70	84,44	91,29	94,47	95,46	96,40	96,76	97,18	97,41	97,88
90		93,37	111,87	119,65	123,42	125,12	126,06	126,69	127,26	127,14	127,93

Значения фазовой поправки ΔL_{ϕ} в нейтросфере (в метрах) при различных высотах и видимых зенитных углах излучателя ($\Delta n_0 = 2,635 \cdot 10^{-4}$; $\beta = 0,104 \text{ км}^{-1}$; $a = 6370 \text{ км}$)

$H, \text{ км}$	5	10	15	20	25	30	35	40	45	60
$z_0, \text{ град}$										
1	1,02	1,63	1,96	2,11	2,19	2,22	2,24	2,25	2,25	2,25
10	1,05	1,59	2,05	2,20	2,27	2,31	2,33	2,34	2,34	2,34
20	1,13	1,84	2,19	2,36	2,43	2,47	2,49	2,50	2,50	2,50
30	1,30	2,04	2,42	2,60	2,68	2,72	2,74	2,75	2,75	2,75
40	1,53	2,33	2,75	2,96	3,05	3,10	3,12	3,13	3,14	3,14
50	1,83	2,78	3,28	3,52	3,63	3,70	3,72	3,74	3,75	3,76
60	2,31	3,53	4,18	4,48	4,63	4,70	4,74	4,77	4,80	4,80
65	2,70	4,12	4,90	5,26	5,44	5,52	5,58	5,62	5,66	5,66
70	3,28	5,05	5,99	6,43	6,65	6,76	6,85	6,90	6,95	7,00
72	3,60	5,55	6,59	7,08	7,30	7,40	7,45	7,50	7,53	7,53
74	4,00	6,18	7,35	7,89	8,15	8,32	8,36	8,38	8,38	8,38
76	4,51	6,99	8,30	8,93	9,25	9,43	9,45	9,48	9,48	9,48
78	5,20	8,06	9,57	10,31	10,67	10,90	10,87	10,90	10,94	10,96
80	6,13	9,55	11,32	12,19	12,62	12,76	12,83	12,89	12,92	12,93
81	6,75	10,52	12,49	13,40	13,90	14,01	14,15	14,27	14,30	14,30
82	7,56	11,71	13,93	14,95	15,50	15,62	15,70	15,74	15,78	15,78
83	8,53	13,29	15,71	16,84	17,47	17,59	17,69	17,73	17,75	17,75
84	9,86	15,29	18,02	19,29	19,87	20,06	20,28	20,28	20,30	20,31
85	11,62	17,94	21,07	22,57	23,10	23,38	24,66	23,75	23,80	23,85
86	14,16	21,44	25,11	26,59	27,42	27,64	27,74	27,84	27,86	27,89
87	18,09	26,97	31,16	32,97	33,81	34,23	34,26	34,38	34,40	34,40
88	24,61	35,46	40,32	42,36	43,29	43,78	43,99	44,10	44,10	44,11
89	37,06	50,16	55,46	57,93	58,84	59,59	59,75	59,83	59,88	60,01
89,5	47,23	60,96	66,86	69,58	70,47	71,03	70,75	71,02	71,30	71,99
90	62,46	76,60	83,22	85,84	86,97	87,64	87,42	87,75	88,09	88,94

Т а б л и ц а П.9

Зависимость $(\epsilon_{BP} - 1) \cdot 10^5$ от длины волны и температуры

Длина волны λ , мкм	$(\epsilon_{BP} - 1) 10^5$	k	Длина волны λ , мкм	$(\epsilon_{BP} - 1) 10^5$	k
100000	8,928	1,965	45,9	-2,314	2,121
50000	8,929	1,964	44,5	1,888	0,339
10000	8,928	1,964	44,1	5,094	0,286
5000	8,940	1,964	43,5	-7,876	2,042
1000	9,332	2,000	43,3	-7,555	+0,614
910	9,391	2,016	43,0	-5,632	1,148
890	9,456	2,014	42,1	-2,511	2,135
728	9,799	2,049	40,9	4,275	0,813
449	9,102	1,890	39,0	-8,544	0,986
351	9,884	1,924	38,2	-3,700	1,497
337	10,60	1,978	38,0	-2,874	1,870
322	11,33	2,043	37,1	-2,037	2,268
294	12,59	2,054	36,2	3,373	-1,489
263	13,79	1,832	35,8	-5,968	0,905
232	6,435	1,312	35,1	-3,676	0,914
222	9,149	1,636	34,9	-2,770	1,266
200	9,828	2,089	34,5	-3,548	1,526
185	15,12	2,474	34,0	-2,280	1,692
177	7,631	0,795	32,2	-2,871	0,743
164	5,212	0,986	32,0	-2,437	0,968
159	3,200	2,220	31,4	-1,871	1,391
151	6,672	1,452	30,8	-1,780	1,852
143	9,743	1,871	30,2	-2,429	0,428
130	5,648	0,567	29,6	-1,968	1,114
123	7,433	0,908	29,3	-1,753	1,427
119	7,769	1,882	29,0	-1,515	1,646
110	4,750	2,090	28,9	-1,239	2,489
102	10,23	1,680	28,6	-2,779	-0,271
96,8	2,861	-0,855	28,4	-2,381	-0,072
92,00	-1,054	2,684	28,1	-2,346	-0,323
87	3,87	-0,213	28,0	-2,283	0,622
84	11,72	1,371	27,7	-1,977	0,325
83	16,36	1,600	27,4	-1,677	0,642
80,0	4,685	2,323	26,9	-1,091	2,409
77,0	2,012	-0,703	26,5	-1,811	-0,073
73,4	3,342	-0,617	26,3	-1,521	0,406
69,5	0,599	1,682	25,8	-1,324	0,848
67,0	7,788	1,102	25,3	1,286	0,286
66,0	-16,20	2,654	24,8	1,283	0,418
64,7	-8,392	2,966	24,4	-1,151	0,646
63,2	-17,71	0,924	23,7	-1,194	0,728
62,2	-5,628	1,374	23,6	-1,235	0,186
61,0	-1,119	3,642	23,4	-1,113	0,4438
59,6	3,445	1,955	23,3	-1,079	0,5074
58,3	-7,261	2,979	20	-0,587	
55,6	-3,925	2,842	17	-0,445	
54,9	-5,742	1,057	15	-0,320	
54,2	-2,135	2,435	12	-0,196	
51,4	-3,244	-1,831	11	-0,160	
50,3	4,974	1,879	10	-0,124	
48,6	-6,758	1,730			
47,4	-6,242	2,204			

Список литературы

1. **Kepler J.** Ad vitellionem paralipomena, quibus astronomiae pars optica traditur. Francofurt, 1604.
2. **Cassini J. D.** Ephemerides novissimae motium coelestium marchionis cornelii malvasiae ab A. 1661 ad 1666. Additis ephemeridibus solis et tabulis refractionum ex nov hypothesis J. D. Cassini. Mutinae, 1662.
3. **Хвостиков И. А.** Ньютон и развитие учения о рефракции света в земной атмосфере.— В кн.: Сборник статей к трехсотлетию со дня рождения Исаака Ньютона. Под ред. С. И. Вавилова. М., Изд-во АН СССР, 1943.
4. **Крылов А. Н.** Ньютонова теория астрономической рефракции. М., Изд-во АН СССР, 1935.
5. **Laplace P. S.** Traite de mecanique c'eleste, v. 4, Paris, 1805.
6. **Bessel F.** Fundamenta astronomiae, 1818.
7. **Bruhns C.** Die Astronomische Strahlenbrechung in ihrer Historischen Entwicklund, Leipzig, 1861.
8. **Gylden H.** Untersuchungen über die Constitution der Atmosphäre und die Strahlenbrechung in derselben.— „Memoires L'académie des Sciences de St.-Pétersbourg“, 1866, t. 10, № 1, p. 1—82.
9. **Gylden H.** Untersuchungen über die Constitution der Atmosphäre und die Strahlenbrechung in derselben.— „Mémoires L'académie des Sciences de St.-Peterbourg“, 1868, t. 12, № 4, p. 1—58.
10. **Garfinkel V.** An investigation in the theory of astronomical refraction.— „Astronom. J.“, 1944, v. 50, № 2, p. 169.
11. **Беляев Н. А.** Рефракция внеземного радиоизлучения в атмосфере.— «Астрономический журнал», 1955, т. 32, № 4, с. 359—372.
12. **Таблицы рефракции Пулковской обсерватории.** Под ред. А. А. Михайлова. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1956.
13. **Radan R.** Essai sur les réfractions astronomiques, Paris, 1889.
14. **Срезневский Б. И.** Соотношение между земной рефракцией и понижением температуры с высотой.— «Метеорологический вестник», 1905, № 1.
15. **Казанский К. В.** Земная рефракция над обширными водными поверхностями. Л., Гидрометеиздат, 1966.
16. **Eccles W.** Atmospheric refraction in wireless telegraphy.— „Electrician“, 1913, v. 71, № 9, p. 969—975.
17. **Fleming J.** On Atmospheric refraction and its bearing on the transmission of electromagnetic waves round the earth's surface.— „Proc. Phys. Soc.“, 1914, v. 26, pt. 5, p. 318—333.
18. **Stuart J., Petrie M., Wilmotte M.** Refraction of electromagnetic waves round the earth's surface.— „Nature“, 1927, v. 119, № 2991, p. 31—38.
19. **Мигулин В. В.** Советская наука и техника за 50 лет. Развитие физики в СССР. Радиопизика, М., «Наука», 1967, с. 209—232.
20. **Baker T.** On the Refraction of electromagnetic waves in a Spherically stratified medium.— „Phil. Mag.“, 1927, v. 4, № 24, p. 955—980.
21. **Pedersen P.** Les ondes très courtes. In the propogation of Radio Waves. Copenhagen, 1927.

22. **Jouaust R.** Les ondes très courtés. — „L'onde Electrique“, 1930, v. 9, № 2, p. 5—17.
23. **Schelleng J., Burrows C., Ferrell E.** Ultra-short-wave propagation.— „Proc. IRE“, 1933, v. 21, № 3, p. 427—463.
24. **Burrows C., Decino A., Hunt E.** Ultra-short-wave propagation over land.— „Proc. IRE“, 1935, v. 23, № 9, p. 1507—1535.
25. **Eckerslay T.** The Propagation of radio waves.— „J. Inst. Elec. Eng.“, 1937, v. 80, № 2, p. 286—302.
26. **Englund C., Crawford A., Mumford W.** Ultra-short-wave transmission and atmospheric irregularities.— „Bell Syst. Techn. Journ.“, 1938, v. 17, № 3, p. 489—519.
27. **Пономарев М. И.** Влияние рефракции на распространение радиоволн вокруг Земли.— «Изв. АН СССР, ОТН», 1946, № 9, с. 1219—1233.
28. **Фок В. А.** Распространение прямой волны вокруг Земли при учете дифракции и рефракции. В кн.: Исследования по распространению радиоволн. Под ред. Б. А. Введенского. Вып. 2. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1948, с. 40—68.
29. **Smith Rose R., MacPetrie J.** Refraction of electromagnetic waves.— „The Wireless Eng. and Exper. Wir.“, 1934, v. 11, № 1, p. 3—14.
30. **Englund C., Crawford A., Mumford W.** Further results of a study of ultra-short-wave transmission phenomena.— „Bell Syst. Techn. Journ.“, 1935, v. 14, № 7, p. 369—387.
31. **Введенский Б. А., Аренберг А. Г.** Распространение ультракоротких радиоволн. М., «Связьрадиоиздат», 1938.
32. **Eckart G., Plendl H.** Die Überwindung der Erdkrümmung bei Ultra-kurzwellen durch die Strahlenbrechung in der Atmosphäre.— „Hochfreq. Techn. und Electroak.“, 1938, B. 52, S. 44—58.
33. **Введенский Б. А., Аренберг А. Г.** Рефракция ультракоротких радиоволн в «невозмущенной» тропосфере.— «УФН», 1941, т. 25, № 3, с. 273—309.
34. **Введенский Б. А., Пономарев М. И.** Применение методов геометрической оптики для определения траектории ультракоротких радиоволн в неоднородной тропосфере.— «Изв. АН СССР, ОТН», 1946, № 9, стр. 1201—1210.
35. **Татарский В. И.** К теории рефракции в слоисто-неоднородной среде.— «Изв. вузов СССР, Радиофизика», 1962, т. 5, № 5, с. 923—928.
36. **Альперт Я. Л.** О рефракции и доплеровском смещении частоты радиоволн, излучаемых ИСЗ в трехмерно-неоднородной ионосфере.— «Геомагнетизм и аэрономия», 1963, т. 3, № 4, с. 626—634.
37. **Казанцев А. Н., Лукин Д. С.** Механизм распространения радиоволн, излучаемых искусственным спутником.— «Космические исследования», 1966, т. 4, № 2, с. 221—237.
38. **Казанцев А. Н., Лукин Д. С., Фоминых С. И.** Метод расчета рефракции радиоволн и рефракционных ошибок при определении траектории ИСЗ.— «Космические исследования», 1967, т. 5, № 4, с. 601—607.
39. **Результаты** расчета рефракции радиоволн в горизонтально-неоднородной тропосфере и ионосфере.— «Космические исследования», 1967, т. 5, № 5, с. 766—771. Авт.: А. Н. Казанцев, Д. С. Лукин, С. И. Фоминых, В. П. Круглов, В. Е. Патеев.

40. **Бурков В. Г., Яшин Ю. Я.** К теории рефракции электромагнитных волн в двумерно-неоднородной изотропной среде.— «Изв. вузов СССР. Радиофизика», 1967, т. 10, № 12, с. 1631—1638.
41. **Дальнее тропосферное распространение ультракоротких радиоволн.** Под ред. Б. А. Введенского, М. А. Колосова, А. И. Калинина, Я. С. Шифрина. М., «Сов. радио», 1965. Авт.: Н. А. Арманд, Б. А. Введенский, И. А. Гусятинский и др.
42. **Арманд Н. А., Колосов М. А.** О рефракции радиоволн в тропосфере.— «Радиотехника и электроника», 1965, т. 10, № 8, с. 1401—1409.
43. **Шабельников А. В.** Рефракция электромагнитных волн в атмосфере Земли при наличии слоистых неоднородностей.— «Радиотехника и электроника», 1968, т. 13, № 12, с. 2115—2121.
44. **Татарский В. И.** Теория флуктуационных явлений при распространении волн в турбулентной атмосфере. М., Изд-во АН СССР, 1959.
45. **Татарский В. И.** Распространение волн в турбулентной атмосфере. М., «Наука», 1967.
46. **Шабельников А. В.** Влияние вида функции распределения диэлектрической проницаемости воздуха с высотой на рефракцию радиоволн в нижних слоях атмосферы.— «Радиотехника и электроника», 1956, т. 1, № 3, с. 277—280.
47. **Температура, давление и плотность атмосферы Венеры по данным измерений АМС «Венера-4».**— «ДАН СССР», 1968, т. 179, № 2, с. 310—312. Авт.: В. С. Авдеевский, Н. Ф. Бородин, В. В. Кузнецов и др.
48. **Колосов М. А., Яковлев О. И., Ефимов А. И.** Исследование распространения дециметровых радиоволн в атмосфере Венеры с помощью АМС «Венера-4».— «ДАН СССР», 1968, т. 182, № 1, с. 93—96.
49. **The „Mariner-4“ occultation experiment.**— „Astronaut and astronaut“, 1965, № T-7, p. 72—74. Aut.: A. J. Kliore, D. L. Cain, G. S. Levy, R. Eshleman.
50. **Atmosphere and ionosphere of Venus from the Mariner-5 s-band radio occultation measurement.**— „Science“, 1967, v. 158, № 3809, p. 1683—1688. Aut.: A. J. Kliore, G. S. Levy, D. L. Cain and oth.
51. **Kliore A. J., Cain D. L., Levy G. S.** Structure of the atmosphere of Venus derived from „Mariner-5“, s-band measurements.— In: Proc. 11-th Cospar Meeting, Tokyo, 1968, May 9—21.
52. **Bean V. R., Dutton E. J.** Radio meteorology. Boulder, Colorado, 1966.
53. **Колосов М. А., Арманд Н. А., Яковлев О. И.** Распространение радиоволн при космической связи. М., «Связь», 1969.
54. **Mahan A. J.** Astronomical refraction—some history and theories,— „Appl. Opt.“, 1962, v. 1, № 4, p. 497—511.
55. **Колчинский И. Г.** Рефракция света в земной атмосфере. Киев, «Наукова думка», 1967.
56. **Куштин И. Ф.** Рефракция световых лучей в атмосфере. М., «Недра», 1971.
57. **Яковлев О. И.** Распространение радиоволн в солнечной системе. М., «Сов. радио», 1974.
58. **Колчинский И. Г.** Современное состояние вопроса об учете рефракции при астрономических наблюдениях — В кн.: Труды

- 18-й астрометр. конф. СССР, Пулково, 1969, Л., «Наука», 1972, с. 250—261.
59. **Шабельников А. В.** Рефракция электромагнитных волн при равных или близких друг к другу высотах излучателя и приемника.— «Радиотехника и электроника», 1973, т. 18, № 9, с. 1946—1948.
 60. **Хргиан А. Х.** Физика атмосферы. Л., Гидрометеиздат, 1969.
 61. **Уэбб В. Л.** Структура стратосферы и мезосферы. Пер. с англ. М., «Мир», 1969.
 62. **Альперт Я. Л.** Распространение радиоволн и ионосфера. М., Изд-во АН. СССР, 1960.
 63. **Уиттен Р. К., Поппов И. Д.** Физика нижней ионосферы. Пер. с англ. М., «Мир», 1968.
 64. **Околоземное космическое пространство.** Пер. с англ. М., «Мир», 1966. Авт.: А. Ж. Десслер, В. Б. Хансон, Ф. С. Джонсон и др.
 65. **Жевакин С. А., Наумов А. П.** О коэффициенте преломления нижней атмосферы на миллиметровых и субмиллиметровых радиоволнах.— «Радиотехника и электроника», 1967, т. 12, № 6, с. 955—964.
 66. **Дебай П.** Полярные молекулы. М., ГНТИ, 1931.
 67. **Жевакин С. А., Наумов А. П.** О коэффициенте преломления нижней атмосферы на миллиметровых и субмиллиметровых радиоволнах. Вращательная часть диэлектрической проницаемости атмосферного водяного пара в диапазоне длин волн $\lambda = 10$ мкм.— «Радиотехника и электроника», 1967, т. 12, № 7, с. 1147—1156.
 68. **Жевакин С. А., Наумов А. П.** О коэффициенте преломления нижней атмосферы на миллиметровых и субмиллиметровых радиоволнах. Магнитная проницаемость молекулярного кислорода.— «Радиотехника и электроника», 1967, т. 12, № 8, с. 1339—1342.
 69. **Smith E. K., Weintraub S.** The constants in the equation for atmospheric refractive index at radio frequencies.— „Proc. IRE“, 1953, v. 41, № 8, p. 1035—1037.
 70. **Bean V. R.** The atmospheric refractive index at radio frequencies.— „Proc. IRE“, 1962, v. 50, № 3, p. 260—273.
 71. **Справочник по геофизике,** Новосибирск, «Наука», 1965.
 72. **Альперт Я. Л., Гинзбург В. Л., Фейнберг Е. Л.** Распространение радиоволн. М., ГИТТЛ, 1953.
 73. **Черный Ф. Б.** Распространение радиоволн. М., «Сов. радио», 1972.
 74. **Матвеев Л. Т.** Основы общей метеорологии. Физика атмосферы. Л., Гидрометеиздат, 1965.
 75. **Малкевич М. С., Самсонов Ю. Б., Капрова Л. И.** Водяной пар в стратосфере.— «УФН», 1963, т. 80, № 1, с. 93—124.
 76. **Bean V. R., Thayer G. D.** Models of the atmospheric radio refractive index.— „Proc. IRE“, 1959, v. 47, № 5, p. 740—755.
 77. **Handbook of chemistry and physics.** Ed. C. D. Hodgman. Thirty-seventh Edition USA, 1956.
 78. **Зражевский А. Ю., Малинкин В. Г., Соколов А. В.** К вопросу о дисперсии вращательной части диэлектрической проницаемости паров воды и ее зависимости от параметров атмосферы.— «Радиотехника и электроника», 1974, т. 19, № 11, с. 2392—2394.
 79. **Кравцов Ю. А.** Комплексные лучи и комплексные каустики. «Изв. вузов. Радиофизика». 1967, т. 10, № 9—10, с. 1283—1304.

80. **Ахиезер Н. И.** Лекции по вариационному исчислению. М., ГИТТЛ, 1955.
81. **Фейнберг Е. Л.** Распространение радиоволн вдоль земной поверхности. М., Изд-во АН СССР, 1961.
82. **Льоцци М.** История физики. Пер. с итал. М., «Мир», 1970.
83. **Fuss V. E.** Beobachtungen und Untersuchungen über die astronomische Strahlenbrechung in der Nahe des Horizontes.— „Mem. de L'Acad. des Sci. de St.-Peterbourg“, 1871, t. 18, № 3, p. 3—21.
84. **Фесенков В. Г.** Определение рефракции при больших зенитных расстояниях из наблюдений над Солнцем при помощи секстанта.— «Астрономический журнал», 1927, т. 4, № 2, с. 37—43.
85. **Буйницкий В. Х.** О величине рефракции близ горизонта в высоких широтах.— «Проблемы Арктики», 1949, № 3, с. 72—78.
86. **Василенко Н. А.** Определение астрономической рефракции у горизонта в различные периоды года.— В кн.: Астрометрия и астрофизика. Вып. 17. Киев, «Наукова думка», 1972, с. 96—108.
87. **Семенов Л. И.** Рефракционные аномалии.— «Астрономический журнал», 1937, т. 14, № 5—6, с. 500—504.
88. **Зверев М. С.** К вопросу о вычислении рефракционных аномалий по данным аэрологических наблюдений.— «Астрономический журнал», 1946, т. 23, № 2, с. 97—110.
89. **Беляев Н. А.** Синоптические рефракционные аномалии в области антициклона на средней части Европейской территории СССР.— «Астрономический журнал», 1954, т. 31, № 3, с. 267—280.
90. **Колчинский И. Г.** Поправки на рефракцию при наблюдении объектов на высоте 5—300 км. «Геодезия и картография». 1968, № 11, с. 25—36.
91. **Воронин А. Л.** О рефракции радиоволн УКВ диапазона в ионосфере.— «Геомагнетизм и аэрономия», 1964, т. 4, № 3, с. 531—538.
92. **Иванов-Холодный Г. С., Никольский Г. М.** Солнце и ионосфера. М., «Наука», 1969.
93. **Электронная концентрация в ионосфере и экзосфере.** Пер. с англ. Под ред. К. И. Грингауза. М., «Мир», 1966.
94. **Кайдановский Н. Л., Мирзабекян Э. Г., Хайкин С. Э.** Поляризационный радиометр и его применения.— В кн.: Труды 5-го совещания по вопросам космологии. М., Изд-во АН СССР, 1955.
95. **Гонин Г. Б.** Искажение координат аэроснимков и модели вследствие влияния атмосферной рефракции и кривизны земной поверхности.— В кн.: Фотограмметрическая обработка и дешифрирование аэроснимков. Под ред. Г. Б. Гониной. Л., «Наука», 1957.
96. **Гонин Г. Б.** Уточнение формул фотограмметрической рефракции и количественная оценка ее влияния на координаты аэроснимка и модели при различных условиях съемки.— В кн.: Прикладная фотограмметрия. Под ред. Г. Б. Гониной. Л., «Наука», 1969.
97. **Ломоносов М. В.** Явление Венеры на Солнце, наблюденное в Санкт-Петербургской императорской Академии наук мая 26 дня 1761 года. Полное собрание сочинений. М., Изд-во АН СССР, 1955, т. 4, с. 361—376.
98. **Шаронов В. В.** Планета Венера. М., «Наука», 1965.

99. **Link F.** Eclipse phenomena in astronomy, Berlin—Heidelberg—New York, Springer-Verlag, 1969.
100. **Price M. J., Hall J. S.** The physical properties of the jovian atmosphere inferred from eclipses of the galilean satellites. Preliminary Results. „Icarus“, 1971, v. 14. № 1, p. 3—12.
101. **Розенберг Г. В.** Сумерки. М., Физматгиз, 1963.
102. **Link F.** Beleuchtungstafeln der Erdatmosphäre. „Mitteilungen und Beobachtungen d. Tschechischen Astron. Ges. Praha“, 1941, № 6, p. 1—12.
103. **Розенберг Г. В., Николаева-Терешкова В. В.** Атмосферный аэрозоль по измерениям с космического корабля.— «Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана», 1965, т. 1, № 4, с. 132—141.
104. **Dunkelman L., Gill I. R.** Geoastronomical observations. Manned space flight experiments.— In: Proc. Symposium Gemini III and IV, NASA. Washington, 1964.
105. **Некоторые** результаты оптических наблюдений с космического корабля «Восход».— В кн.: Исследования космического пространства. Под ред. Г. А. Скуридина, М., «Наука», 1965, с. 62—64. Авт.: К. П. Феоктистов, Г. В. Розенберг, А. Б. Сандомирский и др.
106. **Некоторые** результаты визуальных наблюдений и спектрофотометрирования сумеречного ореола земной атмосферы с космического корабля «Союз-5».— «ДАН СССР», 1970, т. 190, № 2, с. 327—331. Авт.: К. Я. Кондратьев, Б. В. Волынов, Е. В. Хрунов и др.
107. **Визуальные** оценки цвета сумеречного неба по наблюдениям с космического корабля «Союз-5».— «ДАН СССР», 1970, т. 191, № 4, с. 824—825. Авт.: К. Я. Кондратьев, А. П. Гальцев, О. И. Смоктий, Е. В. Хрунов.
108. **Колориметрия** сумеречного неба по спектрам горизонта, полученным с космического корабля «Союз-5».— «ДАН СССР», 1970, т. 191, № 5, с. 1044—1047. Авт.: К. Я. Кондратьев, А. П. Гальцев, О. И. Смоктий, Е. В. Хрунов.
109. **Марчук Г. И., Михайлов Г. А.** Результаты решения некоторых задач атмосферной оптики методом Монте Карло.— «Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана», 1967, т. 3, № 4, с. 111—118.
110. **Соболев В. В.** Рассеяние света в атмосферах планет. М., «Наука», 1972.
111. **Vaucouleurs G. de.** The occultation of Regulus by Venus in july. „Sky and Telescope“, 1959, v. 18, № 11, p. 606—609.
112. **Vaucouleurs G. de, Menzed D. H.** Results of the occultation of Regulus by Venus, july 7, 1959.— „Nature“, 1960, v. 188, № 4744, p. 28—33.
113. **Мартынов Д. Я.** О радиусе Венеры. «Астрономический журнал», 1960, т. 37, № 5, с. 848—855; 1962, т. 39, № 4, с. 653—659.
114. **Мартынов Д. Я., Поспергелис М. М.** Заметка о фотометрическом анализе строения атмосферы Венеры.— «Астрономический журнал», 1961, т. 38, № 3, с. 558—561.
115. **Jones L. M., Fischbach F. F., Peterson J. W.** Satellite measurements of atmospheric structure by refraction.— „Planet. Space Sci.“, 1962, v. 9, № 6, p. 568—573.
116. **Fischbach F. F.** A Satellite method for pressure and temperature below 24 km. „Bull. Amer. Meteorol. Soc.“, 1965, v. 46, № 9, p. 932—941.

117. **Татарский В. И.** К определению плотности атмосферы при помощи измерений фазы и угла рефракции с ИСЗ.— «Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана», 1968, т. 4, № 7, с. 699—709.
118. **Татарский В. И.** О возможной точности определения плотности атмосферы по измерениям фазы и угла рефракции с ИСЗ.— «Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана», 1968, т. 4, № 8, с. 811—818.
119. **Колчинский И. Г.** Оптическая нестабильность земной атмосферы по наблюдениям звезд. Киев, «Наукова думка», 1967.
120. **Васильев О. Б.** О зависимости дрожания звезд от зенитного расстояния.— В кн.: Оптическая нестабильность земной атмосферы. Под ред. Н. И. Кучерова. М.—Л., «Наука», 1965, с. 40—48.
121. **Васильев О. Б., Яковлева Н. Н.** О зависимости астроклимата от высоты пункта наблюдения над уровнем моря.— В кн.: Астрофизические исследования. В. 1, Л., «Наука», 1970, с. 100—124.
122. **К вопросу о влиянии ионосферы на определение положения космических ракет.**— «Радиотехника и электроника», 1963, т. 8, № 6, с. 942—949. Авт.: Г. Л. Гдалевич, К. И. Грингауз, В. А. Рудаков, С. М. Рытов.
123. **Шаронов В. В.** Природа планет. М., ГИФМЛ, 1958.
124. **Мур П.** Планета Венера. Пер. с англ. М., ИЛ, 1961.
125. **Мороз В. И.** Физика планет. М., «Наука», 1967.
126. **Соболев В. В.** Курс теоретической астрофизики. М., «Наука», 1967.
127. **Бронштэн В. А.** Природа Венеры.— «Астрономический вестник», 1967, т. 1, № 1, с. 4—27.
128. **Ветухновская Ю. Н., Кузьмин А. Д.** Планета Венера.— «Астрономический вестник», 1970, т. 4, № 1, с. 8—23.
129. **Конашенков В. Н., Кондратьев К. Я.** Новое о Венере и Марсе. Л., Гидрометеиздат, 1970.
130. **Мартынов Д. Я.** Планеты. Решенные и нерешенные проблемы, М., «Наука», 1970.
131. **Ржига О. Н.** Анализ спектра яркостной температуры и структура нижней атмосферы Венеры.— «Астрономический журнал», 1970, т. 47, № 3, с. 566—576.
132. **Дэнхем Т.** Спектроскопические наблюдения планет на обсерватории Маунт Вильсон.— В кн.: Атмосферы Земли и планет. Под ред. Дж. Койпера. М., ИЛ, 1951, с. 322—340.
133. **Belton M. J. S.** Theory of the curve of growth and phase effects in a clouby atmosphere: Applicatione to Venus.— „J. Atmos. Sci“, 1968, v. 25, № 4, p. 232—241.
134. **Belton M. J. S., Hunten D. N., Goody R. M.** „Quantitative spectroscopy of Venus in the region 8000—11000 A“.— In: The atmospheres of Venus and Mars., New York, Gordon and Breach, 1968.
135. **High altitude spectra from NASA CV-990. Jet. II. Water vapor on Venus.**— „Communs of the Lunar and Planetary Lab.“, 1968—1969, № 4, p. 209—228. Aut.: G. P. Kulper, F. F. Forbes, D. L. Stelnmetz, R. L. Mitchell.
136. **Wood A. J., Watson R. B., Pollack J. B.** Venus estimates of the surface temperature and pressure from radio and measurements.— „Science“, 1968, v. 162, № 3849, p. 114—116.

137. **Berge G. L., Greisen E. W.** High resolution interferometry of Venus at 3,12 sm wavelength.— „Astrophys. J.“, 1969, v. 156, № 3, p. 1125—1134.
138. **Pollack J. B., Morrison D.** Venus: determination of atmospheric parameters from the microwave spectrum.— „Icarus“, 1970, v. 12, № 3, p. 376—390.
139. **Результаты радиолокации Венеры в 1961 году.**— «Радиотехника и электроника», 1962, т. 7, № 11, с. 1860—1872. Авт.: В. А. Котельников, В. М. Дубровин, В. А. Морозов, Г. М. Петров и др.
140. **Радиолокационные наблюдения Венеры в Советском Союзе в 1962 г.**— «ДАН СССР», 1963, т. 153, № 3, с. 532—535. Авт.: В. А. Котельников, В. М. Дубровин, Б. А. Дубинский и др.
141. **Ржига О. Н.** Результаты радиолокации планет.— «Космические исследования», 1969, т. 7, № 1, с. 84—91.
142. **Ash M. E., Shapiro I. I., Smith W. B.** Astronomical constants and planetary ephemerides deduced from radar and optical observations.— „Astronom. J.“, 1967, v. 72, № 3, p. 338—350.
143. **Carpenter R. L.** Radar determination of the rotation of Venus.— „Astronom. J.“, 1960, v. 75, № 1, p. 61—66.
144. **Авдеевский В. С., Маров М. Я., Рождественский М. К.** Результаты измерений параметров атмосферы Венеры на советской АМС «Венера-4».— «Космические исследования», 1969, т. 7, № 2, с. 233—246.
145. **Маров М. Я.** Атмосфера планеты Венера.— «Вестник АН СССР», 1969, т. 39, № 5, с. 72—81.
146. **Определение химического состава атмосферы Венеры межпланетной станцией «Венера-4».**— «ДАН СССР», 1968, т. 179, № 1, с. 37—39. Авт.: А. П. Виноградов, Ю. А. Сурков, С. П. Флоренский, Б. М. Андрейчиков.
147. **Виноградов А. П., Сурков А. Ю., Андрейчиков Б. М.** Исследование состава атмосферы Венеры на автоматических станциях «Венера-5» и «Венера-6».— «ДАН СССР», 1970, т. 190, № 3, с. 552—554.
148. **Химический состав атмосферы Венеры.**— «Космические исследования», 1970, т. 8, № 4, с. 578—587. Авт.: А. П. Виноградов, Ю. А. Сурков, Б. М. Андрейчиков, О. М. Калинкина, И. М. Гречищева.
149. **Михневич В. В., Соколов В. А.** Модель атмосферы Венеры по результатам прямых измерений температуры и плотности.— «Космические исследования», 1969, т. 7, № 2, с. 220—232.
150. **Kuzmin A. D.** The atmosphere of the planet Venus.— „Radio Science“, 1970, v. 5, № 2, p. 339—345.
151. **Venus ionosphere and atmosphere as measured by dual frequency radio occultation of Mariner-5.**— „Science“, 1967, v. 158, № 3809, p. 1678—1683.
152. **Kliore A. J., Cain O. L.** Mariner-5 and the radius of Venus.— „J. Atmos. Sci.“, 1968, v. 25, № 4, p. 549—554.
153. **Fjeldbo G., Eshleman V. R.** The atmosphere of Venus as studied with the Mariner-5 dual radiofrequency occultation experiment.— „Radio Science“, 1969, v. 4, № 10, p. 879—897.
154. **Sagan C., Pollack J. B.** On the structure of the Venus atmosphere.— „Icarus“, 1969, v. 10, № 2, p. 274—389.

155. **Eshleman V. R.** Atmospheres of Mars and Venus: A review of Mariner-4 and 5 and Venera-4 experiments.—„Radio Science“, 1970, v. 5, № 2, p. 325—332.
156. **Kuiper G. P.** The identification of Venus clouds.—„Commun Lunar and Planetary Lab.“, 1968—1969, v. 6, № 4, p. 229—250.
157. **Rasool S. I.** The structure of Venus clouds.—„Radio Science“, 1970, v. 5, № 2, p. 367—368.
158. **Ветухновская Ю. Н., Кузьмин А. Д.** Двухслойная модель атмосферы Венеры.—«Астрономический вестник», 1967, т. 1, № 2, с. 85—88.
159. **Грингауз К. И., Бреус Т. К.** Сравнительные характеристики ионосфер планет земной группы — Марса, Венеры и Земли.—«Космические исследования», 1969, т. 7, № 6, с. 871—890.
160. **Голицин Г. С.** Теория подобия для крупномасштабных движений планетарных атмосфер.—«ДАН СССР», 1970, т. 190, № 2, с. 323—326.
161. **Авдуевский В. С., Маров М. Я., Рождественский М. К.** Результаты измерений на автоматических станциях «Венера-5» и «Венера-6» и модель атмосферы Венеры.—«Космические исследования», 1970, т. 8, № 6, с. 871—881.
162. **Гурвич А. С.** Оценка характеристик мелкомасштабной турбулентности в атмосфере Венеры по флуктуациям радиосигналов межпланетных станций «Венера-4» и «Маринер-5».—«Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана», 1969, т. 5, № 11, с. 1173—1178.
163. **Колосов М. А., Яковлев О. И., Ефимов А. И.** Распространение радиоволн в атмосфере Венеры по данным космических аппаратов «Венера-4», «Венера-5» и «Венера-6».—«Радиотехника и электроника», 1970, т. 15, № 12, с. 2473—2478.
164. **Флуктуации радиоволн и неоднородности коэффициента преломления атмосферы Венеры.**—«Космические исследования», 1970, т. 8, № 6, с. 882—888. Авт.: М. А. Колосов, О. И. Яковлев, Г. Д. Яковлева, А. И. Ефимов.
165. **Кержанович В. В., Андреев Б. Н., Готлиб В. М.** Исследование динамики атмосферы Венеры с помощью автоматических межпланетных станций «Венера-5» и «Венера-6».—«ДАН СССР», 1970, т. 194, № 2, с. 288—290.
166. **Мороз В. И.** Атмосфера Венеры.—«УФН», 1971, т. 104, № 2, с. 255—296.
167. **Маров М. Я.** Модель атмосферы Венеры.—«ДАН СССР», 1971, т. 196, № 1, с. 67—70.
168. **Советская межпланетная станция на поверхности Венеры.**—«Правда», 1971, № 27(19170), с. 3.
169. **«Венера-8»: итоги космического рейса.**—«Правда», 1972, № 254(19762), с. 3.
170. **Кержанович В. В.** Скорость ветра и турбулентность в атмосфере Венеры, полученные по данным доплеровских измерений скорости АМС «Венера-4», «Венера-5» и «Венера-6».—«Космические исследования», 1972, т. 10, № 2, с. 261—273.
171. **Кержанович В. В.** Скорость ветра и некоторые характеристики поверхности Венеры, полученные с помощью АМС «Венера-7».—«Космические исследования», 1972, т. 10, № 3, с. 390—399.
172. **Essen L., Froome K. D.** The refractive indices and dielectric constants of air and its principal constituents at 24,000 Mcs.—„Proc. Phys. Soc. London“, 1951, v. B64, № 10, p. 862—875.

173. Брауде С. Я., Островский И. Е., Санин Ф. С. Использование понятия отрицательного эквивалентного радиуса Земли для оценки интенсивной рефракции радиоволн.— «Изв. вузов. Радиофизика», 1961, т. 4, № 1, с. 67—73.
174. Яковлев О. И., Яковлева Г. Д. О распространении УКВ в атмосфере Венеры.— «Радиотехника и электроника», 1969, т. 14, № 4, с. 579—586.
175. Vaucouleurs G. de, Vaucouleurs A. de. L'occultation de Régulus par Vénus le 7 juill, 1959.— „Ann. Observ. Houga“, 1961, v. 3, p. 3—18.
176. Уиппл Ф. Земля, Луна и планеты. Пер. с англ. Под ред. В. И. Мороза. М., «Наука», 1967.
177. Мишо Ш. Планета Марс. Пер. с англ. М., «Мир», 1970.
178. Новое о Марсе и Венере. Пер. с англ. Под ред. В. И. Мороза. М., «Мир», 1968.
179. Kliore A., Fjeldbo G., Seidel B. First results of the Mariner-6 radio occultation measurement of the lower atmosphere of Mars.— „Radio Sci.“, 1970, v. 5, № 2, p. 373—380.
180. Fjeldbo G., Kliore A., Seidel B. The Mariner 1969 occultation measurements of the upper atmosphere of Mars.— „Radio Sci.“, 1970, v. 5, № 2, p. 381—386.
181. Temperature distributions in the lower atmosphere of Mars from Mariner-6 and 7 radio occultation data.— „J. Atmos. Sci.“, 1970, v. 27, № 5, p. 841—843. Aut.: S. I. Rasool, J. S. Hogan, R. W. Stewart, L. H. Russell.
182. Исследования атмосферы Марса и Венеры. Пер. с англ. Под ред. К. Я. Кондратьева. Л., Гидрометеиздат, 1970.
183. Коваль И. К. Атмосфера и поверхность Марса.— «Астрономический вестник», 1971, т. 5, № 3, с. 129—143.
184. Советские автоматы исследуют Марс.— «Правда», 1972, № 238 (19746), с. 3.
185. Hogan J. S., Stewart R. W., Rasool S. I. Radio occultation measurements of the Mars atmosphere with Mariners 6 and 7.— „Radio Sci.“, 1972, v. 7, № 5, p. 525—538.
186. О радиопросвечивании атмосферы Марса при помощи аппарата «Марс-2».— «Радиотехника и электроника», 1972, т. 17, № 12, с. 2483—2490. Авт.: М. А. Колосов, О. И. Яковлев, Ю. М. Круглов и др.
187. The atmosphere of Mars from Mariner-9 radio occultation measurements.— „Icarus“, 1972, v. 17, № 2, p. 484—516. Aut.: A. J. Kliore, D. L. Cain, G. Fjeldbo, B. L. Seidel, M. J. Sykes, S. I. Rasool.

Указатель

Атмосфера:

- Венеры 157—168
 - давление 158—163, 165
 - ионосфера 164
 - критическая высота 171—173
 - облака 162, 165
 - плотность 158—163, 165
 - показатель преломления 168—170
 - приведенный показатель преломления 168
 - слоистые неоднородности 166
 - состав 157—162
 - температура 158—163, 165
 - тропосфера 162—164
 - турбулентность 165, 167
 - циркуляция 165
 - электрическая модель 167—168
 - электронная концентрация 164
- Земли 13—35
 - аэрозоль 13
 - водяной пар 13, 15, 27—29
 - давление 26—27
 - диэлектрическая проницаемость 15—16, 22—24, 29
 - ионосфера 13—14, 22, 25, 30—31
 - магнитная проницаемость 15—16
 - нейтросфера 13—14, 24—25
 - облака 14
 - показатель преломления 16—17, 22—24, 29
 - приведенный показатель преломления 18—22, 33
 - проводимость 22—23
 - пылевые частицы 13—14
 - слоистые неоднородности 14, 31—32, 34—35
 - состав 13
 - стратосфера 14, 30
 - струйные течения 15, 31
 - температура 26—27

- тропосфера 14, 28
- турбулентные неоднородности 15, 31—32, 35
- удельная влажность 28—29
- частота электронных столкновений 26—27
- циркуляция 15, 31, 35
- эквивалентная температура 73—74
- электрическая модель 32—35
- электрические свойства 15—24, 26—29
- электронная концентрация 14—15, 30
- Марса 180—183
 - давление 181—182
 - ионосфера 182
 - показатель преломления 183
 - приведенный показатель преломления 182—188
 - слоистые неоднородности 183
 - состав 180—181
 - температура 181—182
 - тропосфера 181—182
 - турбулентность 183
 - циркуляция 181
 - электрическая модель 182
 - электронная концентрация 182

- Барометрическая формула 26
- Затмение регула 179—180
- Интеграл вероятности 67
- Лагранжа — Эйлера уравнение 45—46
- Лапласа теорема 56—63, 85—86
- Магнитное поле Земли 24
- Максвелла уравнения 35—39
- Метод геометрической оптики 35—39
- Модифицированный показатель преломления 50
- Ньютона теория рефракции 53—58
- Обобщенный закон преломления 46

- Показатель преломления земной атмосферы:**
 оптический диапазон 16, 19—21, 24
 радиодиапазон 17, 19—21, 24
 сублимированный диапазон 17, 19—21, 25
- Пулковские таблицы углов астрономической рефракции** 63—65
- Радиорефрактометры** 31—32
- Радиорефракция в атмосфере:**
 Венеры 174—177
 Земли 72—83, 86—91, 102—116
 Марса 184—186
- Радиус кривизны луча** 46—48
- Рефракционное ослабление** 121—123
- Рефракционные погрешности координат излучателей:**
 высоты 156—157
 дальности 151—156
 угла места 150—151
- Рефракция в атмосфере:**
 Венеры 170—173
 — ионосферная 177
 — критическая 171
 — нормальная 171
 — планетная 177—180
 — повышенная 171
 — пониженная 171
 — тропосферная 174—176
 Земли 53—130
 — астрономическая 51, 53—71
 — атмосферная 51, 91—98
 — вертикальная 53, 130—140
 — горизонтальная 53, 140—144
 — земная 51
 — ионосферная 51, 74—78, 135—140
 — критическая 52—53
 — нормальная 52
 — оптическая 51
 — отрицательная 52
 — планетная 51, 117—130
 — повышенная 52—53
 — пониженная 52—53
 — регулярная 51, 53—58, 65—68
 — случайная 51, 130—134, 145—150
 — тропосферная 51, 72—74
 — фотограмметрическая 51
 Марса 184—187
 — ионосферная 186
 — оптическая 184—186
 — планетная 187—188
 — пониженная 184
 — регулярная 184—186
 — тропосферная 184—185
- Сверхрефракция в атмосфере:**
 Венеры 170—171
 Земли 52—53
- Структурная постоянная** 32
- Структурная функция флуктуаций показателя преломления атмосферы** 32
- Сумеречный ореол Земли** 123—125
- Таблицы углов оптической и радиорефракции в атмосфере Земли** 189—200
- Таблицы фазовых поправок в нейтросфере Земли** 201—203
- Таблицы вращательной части диэлектрической проницаемости водяного пара в субмиллиметровом диапазоне волн** 204
- Углы рефракции в атмосфере:**
 Венеры 175—176
 — истинный 177—180
 — полный 175—176
 Земли 57, 99—102
 — истинный 99—102, 117
 — полный 99—102, 116
 — фотограмметрический 99—102, 117
 Марса 184—187
 — истинный 187—188
 — полный 184—186
- Уравнение траектории луча** 40—41, 44
- Уравнение Эйконала** 39—40
- Ферма принцип** 41—45
- Эдлена уравнение** 21
- Эквивалентный радиус:**
 Венеры 173
 границы применимости 49
 Земли 48—50
 Марса 184

Оглавление

Предисловие	3
Введение	5
Глава 1. Электрические свойства земной атмосферы	13
1.1. Состав и строение земной атмосферы	13
1.2. Электрические свойства земной атмосферы	15
1.3. Пространственные и временные изменения электрических параметров атмосферы	26
1.4. Электрическая модель земной атмосферы	32
Глава 2. Теоретические основы рефракции электромагнитных волн в атмосфере Земли	35
2.1. Решение уравнений Максвелла в неоднородной атмосфере методом геометрической оптики	35
2.2. Применение метода геометрической оптики для расчета траекторий электромагнитных волн в неоднородной атмосфере	39
2.3. Применение принципа Ферма для определения уравнения траектории луча в неоднородной атмосфере	41
2.4. Радиус кривизны траектории луча	46
2.5. Эквивалентный радиус Земли и модифицированный показатель преломления воздуха	48
2.6. Различные типы и виды рефракции электромагнитных волн в земной атмосфере	50
Глава 3. Регулярная рефракция оптических волн в земной атмосфере (Рефракция I типа)	53
3.1. Ньютонова теория астрономической рефракции и ее дальнейшее развитие	53
3.2. Теорема Лапласа и границы ее применимости в теории астрономической рефракции	59
3.3. Пулковские таблицы углов астрономической рефракции	63
3.4. Метод расчета углов регулярной астрономической рефракции	65
Глава 4. Регулярная рефракция радиоволн в земной атмосфере (Рефракция I типа)	72
4.1. Методы расчета рефракции радиоволн в тропосфере и стратосфере	72
4.2. Методы расчета радиорефракции в ионосфере	74
4.3. Рефракция радиоволн в атмосфере. Общий случай	79
4.4. Теорема Лапласа и границы ее применимости при расчете рефракции радиоволн в земной атмосфере	85
4.5. Экспериментальные методы исследования рефракции радиоволн в атмосфере по космическим источникам	86
Глава 5. Рефракция электромагнитных волн при расположении излучателя и приемника внутри преломляющей атмосферы (Рефракция II, III и V типа)	91
5.1. Рефракция электромагнитных волн ($\lambda \leq 5$ см) в земной атмосфере при различных высотах излучателя и приемника	91

5.2. Рефракция электромагнитных волн ($\lambda \leq 5$ см) в земной атмосфере при близких или равных высотах излучателя и приемника	99
5.3. Рефракция радиоволн ($5 \text{ см} \leq \lambda \leq 3 \text{ м}$) в земной атмосфере при различных высотах излучателя и приемника	102
5.4. Рефракция радиоволн ($5 \text{ см} \leq \lambda \leq 3 \text{ м}$) в земной атмосфере при близких или равных высотах излучателя и приемника	114
Глава 6. Планетная рефракция электромагнитных волн (рефракция VI типа)	117
6.1. Планетная рефракция электромагнитных волн диапазона $\lambda \leq 5$ см в земной атмосфере	117
6.2. Планетная рефракция радиоволн диапазона $5 \text{ см} \leq \lambda \leq 3 \text{ м}$ в земной атмосфере	125
6.3. Определение электрических свойств атмосферы Земли методом планетной рефракции	127
Глава 7. Рефракция электромагнитных волн при наличии слоистых неоднородностей в атмосфере Земли	130
7.1. Слоистые неоднородности нейтросферы и их влияние на вертикальную рефракцию радиоволн	130
7.2. Слоистые неоднородности ионосферы и их влияние на вертикальную рефракцию радиоволн	135
7.3. Влияние горизонтальных градиентов показателя преломления атмосферы на рефракцию электромагнитных волн	140
Глава 8. Флуктуации углов рефракции электромагнитных волн в атмосфере Земли	145
Глава 9. Погрешности координат источников излучения, обусловленные рефракцией электромагнитных волн в атмосфере Земли	150
9.1. Погрешности в определении угла места источника излучения	150
9.2. Рефракционные погрешности при определении дальности между источником излучения и приемником	151
9.3. Рефракционные погрешности при определении высоты источника излучения	156
Глава 10. Рефракция электромагнитных волн в атмосфере Венеры	157
10.1. Состав и строение атмосферы Венеры	157
10.2. Электрическая модель атмосферы Венеры	168
10.3. Виды рефракции электромагнитных волн в атмосфере Венеры. Эквивалентный радиус Венеры	170
10.4. Методы расчета рефракции электромагнитных волн I и II типов в атмосфере Венеры	173
10.5. Планетная рефракция электромагнитных волн в атмосфере Венеры и методы ее расчета	177
Глава 11. Рефракция электромагнитных волн в атмосфере Марса	180
11.1. Состав и строение атмосферы Марса	180

11.2. Электрическая модель атмосферы Марса	182
11.3. Виды рефракции электромагнитных волн в атмосфере Марса. Эквивалентный радиус Марса	184
11.4. Методы расчета рефракции электромагнитных волн I и II типов в атмосфере Марса	184
11.5. Планетная рефракция электромагнитных волн в атмосфере Марса и методы ее расчета	187
Приложение	189
Список литературы	205
Указатель	215

МИХАИЛ АЛЕКСАНДРОВИЧ КОЛОСОВ
АНАТОЛИЙ ВЛАДИМИРОВИЧ ШАБЕЛЬНИКОВ

**Рефракция электромагнитных волн
в атмосферах Земли, Венеры и Марса**

Редактор *К. И. Кучумова*
Художественный редактор *А. Н. Алтунин*
Обложка художника *А. С. Завьялова*
Технический редактор *В. А. Силаева*
Корректор *Н. М. Давыдова*

Сдано в набор 12/І 1976 г. Подписано в печать 10/ІХ 1976 г.
Т-16184 Формат 84×108/32 Бумага типографская № 2
Объем 11,55 усл. п. л., 11,510 уч.-изд. л.
Тираж 1900 экз. Зак. 1032 Цена 1 р. 16 к.

Издательство «Советское радио», Москва, Главпочтамт, а/я 693

Типография издательства «Советское радио»,
Москва, Главпочтамт, а/я 693