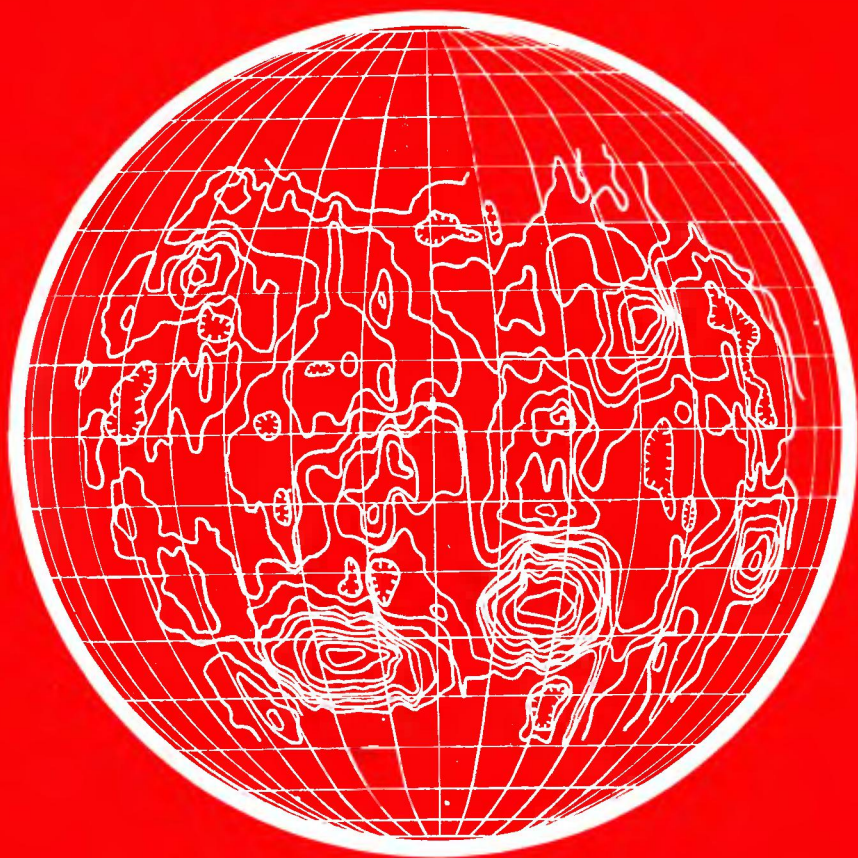




физика и астрономия ЛУНЫ



физика и астрономия ЛУНЫ

Physics and Astronomy of the Moon

Second Edition

Edited by
Zdeněk Kopal

Department of Astronomy
University of Manchester
Manchester, England

ACADEMIC PRESS
NEW YORK AND LONDON 1971

физика и астрономия ЛУНЫ

Под редакцией
З. Копала

Перевод с английского
Под редакцией
Г. А. Лейкина

ИЗДАТЕЛЬСТВО «МИР»
МОСКВА 1973

В книге дан обзор современных представлений о Луне на основе достижений последних лет, в том числе экспедиций «Аполлонов» 12 и 14. В первых разделах рассмотрены основные астрономические данные: движение, масса, отражательная способность. В последующих главное внимание уделено строению поверхности, геологии и морфологии лунных образований, а также результатам исследования образцов лунного вещества. В заключение изложены проблемы происхождения и эволюции Луны, а также лунного рельефа.

Книга рассчитана как на специалистов, так и на широкие круги читателей, интересующихся новыми данными о Луне.

Издательство «Мир» 1973 г.

*Редакция космических исследований,
астрономии и геофизики*

ПРЕДИСЛОВИЕ
РЕДАКТОРА
ПЕРЕВОДА

Второе издание этой книги, с которого выполнен перевод, вышло в свет в 1971 г. С тех пор исследования Луны претерпели новый качественный скачок: завершена программа «Аполлон», проведены знаменующие новый этап изучения космических тел исследования при помощи автоматов, доставивших на Землю грунт из морской и материковой областей и проводивших обширные комплексные маршрутные исследования.

И все же выпуск русского перевода книги оправдан и полезен. Это определяется несколькими факторами.

Прежде всего тема книги ограничена астрономией и физикой Луны. Эти аспекты изучения Луны испытывают пока еще, к сожалению, сравнительно медленный прогресс. Книга содержит не только вполне современный очерк результатов и методов, но и четко формулирует задачи, для решения которых потребуется, вероятно, не один год напряженного труда.

Книга состоит из отдельных глав, написанных специалистами, интенсивно и плодотворно работающими в данных конкретных областях. Такое построение приводит к некоторому нарушению цельности картины, но вместе с тем вводит читателя в самую суть проблемы. Испытываешь эстетическое наслаждение, видя, как авторы по немногим отрывочным сведениям находят решение проблемы, подтвержденное позднейшими исследованиями. Это, в частности, относится к последней, шестой главе.

В книге подробно и ясно изложены небесномеханические проблемы исследования Луны, привлекающие большое внимание сейчас, когда прогресс в изучении строения лунных недр и минералогии лунной поверхности позволил по-новому подойти к изучению эволюции и глобального строения Луны. Существенно, что методы, изложенные в книге, весьма общи и с успехом начинают применяться к исследованию многих других тел солнечной системы.

Из сказанного следует, что книга представляет значительный интерес для всех интересующихся исследованиями планет и Луны,

особенно же для тех, кто прямо или косвенно вносит свой вклад в эти исследования.

Нам представляется, что книга служит вполне современным введением в астрономический и физический аспекты изучения Луны, в частности для тех, кто пришел к изучению Луны не от астрономии.

Перевод книги выполнен С. К. Татевян (гл. 1—3), Т. П. Скобелевой и Ж. Ф. Родионовой (гл. 4), Л. Н. Бондаренко (гл. 5) и С. В. Маевой (гл. 6).

Г. Лейкин

ПРЕДИСЛОВИЕ

Многовековая история астрономии не знала более драматических и полных неожиданностей страниц, чем те, которые были написаны в последние десять лет, когда благодаря созданию космических кораблей мы смогли проводить наблюдения за пределами земной атмосферы и несколько раз опуститься на ближайшие к нам небесные тела: Венеру, Марс и особенно Луну. Среди этих исторических экспериментов исследования Луны занимают особенно важное место. С сентября 1959 г., после того как первая советская космическая ракета достигла лунной поверхности как предвестник дальнейших достижений, наши познания в физике и астрономии Луны небывало возросли и обещают продвигаться вперед теми же темпами еще в течение многих лет.

При столь быстром развитии какой-либо области наших знаний возникает необходимость довести до научной общественности новые сведения в доступной форме. Десять лет назад, на заре лунной космической эры, в первом издании этой книги пятнадцать авторов объединили свои усилия, чтобы дать обзор имеющихся сведений о Луне; настоящее, второе издание продолжает эту традицию.

В то время, когда печаталось первое издание, только один космический корабль достиг Луны, и первая фотография ее обратной стороны, полученная «Луной-3» в октябре 1959 г., дала информации не больше, чем первые оптические наблюдения видимой с Земли стороны Луны Галилео Галилеем в 1610 г. Но с 1959 г. к Луне или на окололунную орбиту было запущено еще не менее 36 космических аппаратов. Из них 14 совершили мягкую посадку, а два доставили на Луну людей, которые затем благополучно вернулись на Землю с материалами неопценимого научного значения.

Под напором информации, поступившей с космических аппаратов, первое издание этой книги устарело, как только вышло из печати, задолго до конца 60-х годов. Возникла насущная потребность заменить ее более полным обзором. Однако

вскоре стало очевидным, что краткое изложение современных (на 1970 г.) знаний физики и астрономии Луны невозможно уместить в одном томе приемлемых размеров. Поэтому нашим первым желанием было разделить предмет исследований на две части, т. е. посвятить астрономии и физике Луны два различных тома. Но в результате двух успешных полетов «Аполлонов» к Луне в 1969 г. мы получили так много новых данных, что теперь необходимо не два, а несколько томов. Более того, поскольку исследование Луны с высадкой на нее людей предполагается продолжить еще в течение нескольких ближайших лет, время для самого полного обзора еще не подошло.

В связи с этим уже после начала работы над вторым изданием книги было решено ограничиться пока одним томом, уделив основное внимание астрономии нашего спутника, а обзоры по исследованию физических свойств лунной поверхности, ее химии и минералогии включать в выпускаемые издательством Academic Press сборники «Advances in Astronomy and Astrophysics», пока не настанет время изложить их в исчерывающей форме.

Глава 1

ДВИЖЕНИЕ ЛУНЫ В ПРОСТРАНСТВЕ

АНДРЕ ДЕПРИ

1. Числовые данные

Движение центра масс Луны относительно центра масс Земли подвергается едва заметным возмущениям от планет, но весьма значительно зависит от Солнца. В планетных теориях преобладающее влияние центральной массы обеспечивает преимущество для использования метода вариации постоянных; движение считается близким к кеплеровскому, вековые и периодические отклонения от средних элементов малы. В этом отношении лунная теория полностью отлична. Здесь доминирующей массой обладает не центральная планета, а возмущающее тело. По этой причине Луна под одновременным воздействием притяжений Земли и Солнца движется по орбите вокруг Земли, далекой от кеплеровской. Думается, что числовые данные, приведенные в этом разделе, убедят в этом читателей, не являющихся специалистами в небесной механике. Поэтому теоретики отказались от представления оскулирующих элементов Луны в виде рядов (если они вообще когда-либо всерьез об этом думали) и предпочитают разлагать в ряд сами координаты (долготу, широту и параллакс) в функции времени. Лунная теория — одна из самых трудных проблем небесной механики — развивалась совершенно отлично от других планетных теорий.

Ниже приводятся несколько важных числовых данных.

Синодический период обращения — интервал времени между двумя последовательными полнолуниями. Он может быть вычислен по датам затмений на протяжении длительного времени. Сейчас принимается величина, равная 29,5305881 средних суток. Фазы Луны и затмения определяются *лунациями*, которые составляют *месяц* по древнему лунному календарю. Синодическое среднее движение, т. е. разность между сидерическим средним движением n' Луны и сидерическим средним движением n Солнца, равно

$$n' - n = 1296000''/29,5305881 = 43886'',6979.$$

Отсюда сидерическое среднее движение Луны определяется как

$$n' = 43886",6979 + 3548",1928 = 47434",8907.$$

Сидерический период обращения Луны, т. е. интервал времени, за который средняя долгота Луны, отсчитываемая от фиксированной точки весеннего равноденствия, увеличивается на 360° , равен $1296000"/n' = 27,3216609$ средних суток. На фоне неподвижных звезд Луна движется со скоростью $13^\circ 10' 35''$ в сутки; за час она смещается в среднем немного более чем на $1/2^\circ$ — угол, примерно равный ее видимому диаметру. Если Луна проецируется на богатую звездами область неба, то в телескоп легко заметить смещение Луны, поскольку она движется со скоростью $0",5$ за секунду.

Среднее тропическое движение Луны, отсчитываемое от подвижной точки весеннего равноденствия, получается путем прибавления суточной прецессии, а именно $\lambda = 0",1376$, к среднему сидерическому движению; таким образом, оно равно $n' + \lambda = 47435",0283$. *Тропический период* обращения Луны равен $1296000"/(n' + \lambda) = 27,3215816$ средних суток и определяется как интервал времени, за который прямое восхождение Луны увеличивается на 24 ч.

Для любого заданного момента можно, зная координаты и скорость Луны, построить кеплеровскую орбиту Луны, по которой она бы двигалась, если не принимать во внимание возмущения, вызываемые Солнцем. Такая кеплеровская орбита обычно называется *оскулирующим эллипсом*. Его средний эксцентриситет равен $e'_0 = 0,0549\dots$. Поэтому первый член в соответствующем уравнении центра имеет коэффициент $2e'_0 = 6'17''$. Это основное неравенство в движении Луны. Большая ось вращается против часовой стрелки; среднее сидерическое движение перигея равно $\mu = 6'40",9167$; период его обращения равен $1296000/\mu = 8$ лет 310 сут. Аномалистическое среднее движение Луны (по отношению к подвижному перигею) равно $n' - \mu = 47033",9740$. Средняя аномалия Луны $M' = (n' - \mu)(t - t_0)$ увеличивается на 360° за время, называемое *аномалистическим периодом*; он равен $1296000"/(n' - \mu) = 27,5545502$ средних суток.

Кроме векового смещения перигея, следует учитывать также значительные периодические неравенства не только в движении большой полуоси, но и в изменении эксцентриситета. Наибольшее неравенство имеет период, равный времени, которое необходимо Солнцу, чтобы опять вернуться на линию апсид, т. е. примерно 206 сут, или немного больше чем полгода (перигей Солнца и Луны смещаются в одном направлении). Эксцентриситет колеблется между экстремальными значениями 0.045 и 0.065.

Общий эффект этих изменений движения Луны по долготе можно учесть добавлением к уравнению центра для эллипса (фиксиро-

ванных размеров, но с перемещающимся перигеем) неравенства, называемого *эвекцией*. Его период равен 31,81 сут; полуамплитуда может достигать $1^{\circ}16'$.

Оптические наблюдения, а также теоретические исследования выявили еще ряд неравенств в долготе Луны. Одним из самых значительных является *вариация*, период которой равен синодическому периоду Луны. Плоскость, содержащая в каждый данный момент оскулирующий эллипс, определяемый положением и скоростью Луны в этот момент, не остается неподвижной в пространстве. Ее наклонение к эклиптике в среднем равно $5^{\circ}8'43''$. Оно подвергается периодическим изменениям, наибольшее из которых имеет амплитуду $9'$ и период 173 сут.

Линия узлов прецессирует по часовой стрелке со средней скоростью $\nu = -3'10'',77$. Соответствующий период равен 18,60 лет.

Драконический период обращения Луны, который определяется как интервал между двумя последовательными прохождениями Луны через восходящий узел, равен $1296000/(n' - \nu) = 27,2122178$ средних суток. Этот период в основном определяет изменение широты Луны и поэтому играет существенную роль в предсказании затмений.

Прецессия узла также дает неравенства. Главное из них имеет период 173 сут, такой же, как преобладающее неравенство в движении перигея. В действительности — это время между двумя последовательными прохождениями Солнца через линию узлов. Поскольку узлы орбит Солнца и Луны обращаются в противоположных направлениях, следует ожидать, что этот период должен быть немного меньше чем 6 месяцев.

Преобладающее периодическое неравенство в узле и в перигее вносит в широту Луны изменения с амплитудой $10'$ и периодом 32,38 средних суток. Оно известно как *большое неравенство по широте*.

В результате изменений эксцентриситета расстояние от Земли до Луны подвергается значительным периодическим изменениям. Параллакс Луны должен быть представлен в виде суммы периодических членов, к которым добавлена постоянная, называемая *средним лунным параллаксом* $P' = 3422'',70$. Это среднее расстояние, выраженное в экваториальных радиусах Земли, равно $d = 1/\sin P' = 60,2666$ и называется *средним расстоянием Луны*.

II. Основная задача

Наклонение I' лунной орбиты в среднем невелико. Ошибка, которую мы вводим, считая $\cos I' = 1$, мала — порядка $I'^2 = 0,008$. Для простоты мы будем считать, что Луна не покидает плоскость эклиптики.

В табл. 1 приведен ряд символов, которые мы будем часто использовать в дальнейшем. Динамика задачи становится очевидной из рис. 1. Притяжение Луны Солнцем можно разложить на

ОБОЗНАЧЕНИЯ

Таблица 1

| | Земля (E) | Луна (M) | Солнце (S) |
|----------------------------|-----------|----------|------------|
| Масса | m | m' | 1 |
| Геоцентрическое расстояние | | r' | r |
| Долгота | | ζ | \odot |
| Большая полуось | a | a' | |
| Среднее движение | n | n' | |
| Эксцентриситет | e | e' | |

два вектора: один по направлению Луна — Земля длиной kr'/r''^3 и второй по направлению Земля — Солнце, длина которого

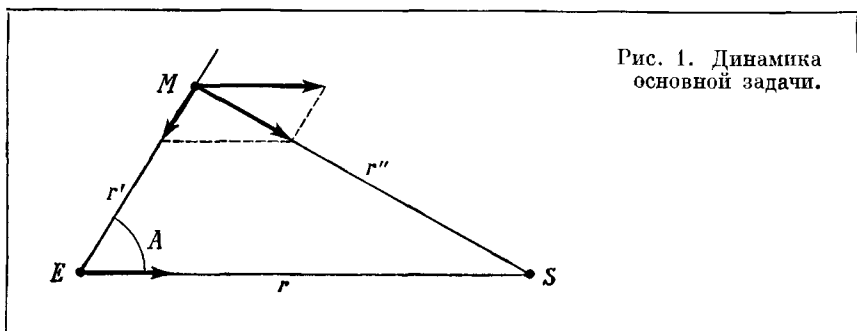


Рис. 1. Динамика основной задачи.

kr'/r''^3 (r'' — расстояние между Солнцем и Луной). Вследствие этого возмущающая сила складывается из двух векторов: первого, равного kr'/r''^3 и направленного вдоль прямой Луна — Земля, и второго, равного $kr(1/r''^3 - 1/r^3)$ и направленного вдоль прямой Земля — Солнце. Мы раскладываем ее на радиальную S и тангенциальную P составляющие:

$$S = -kr'/r''^3 + kr(1/r''^3 - 1/r^3) \cos A, \quad (1)$$

$$P = -kr(1/r''^3 - 1/r^3) \sin A. \quad (2)$$

Уравнения движения для Луны имеют вид

$$\frac{d^2 r'}{dt^2} - r' \left(\frac{d\zeta}{dt} \right)^2 = -k \frac{m+m'}{r'^2} + S, \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} \left(r'^2 \frac{d\zeta}{dt} \right) = Pr'. \quad (4)$$

Эти выражения точные. Чтобы исследовать аналитически движение Луны, их следует разложить в ряд. Для этого можно применить такое представление к функции

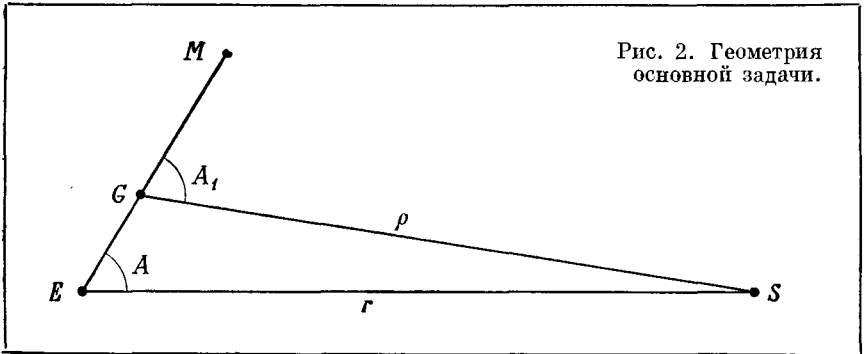
$$r''^{-3} = r^{-3} (1 - 2r'r^{-1} \cos A + r'^2 r^{-2})^{-3/2}. \quad (5)$$

Подставляя (5) в выражения (1) и (2) для возмущающей силы, получаем разложения следующего вида:

$$S = n^2 \frac{a^3}{r^3} r' \left[\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \cos A + \frac{9}{8} \frac{r'}{r} \cos A + \frac{15}{8} \frac{r'}{r} \cos 3A + \dots \right], \quad (6)$$

$$P = -n^2 \frac{a^3}{r^3} r' \left[\frac{3}{2} \sin 2A + \frac{3}{8} \frac{r'}{r} \sin A + \frac{15}{8} \frac{r'}{r} \sin 3A + \dots \right]. \quad (7)$$

В этих выражениях предполагается, что массы Земли и Луны пренебрежимо малы по сравнению с массой Солнца.



Обычно считают более удобным относить положение Солнца к центру масс G системы Земля — Луна, а не к самой Земле (рис. 2). В такой конфигурации приближенно

$$r = \rho + [m'/(m + m')] r' \cos A_1, \quad (8)$$

$$\frac{1}{r^3} = \frac{1}{\rho^3} \left(1 - 3 \frac{m'}{m + m'} \frac{r'}{\rho} \cos A_1 \right), \quad (9)$$

$$A = A_1 - [m'/(m + m')] (r'/\rho) \sin A_1. \quad (10)$$

Отсюда

$$\cos 2A = \cos 2A_1 + [m'/(m + m')] (r'/\rho) (\cos A_1 - \cos 3A_1), \quad (11)$$

$$\sin 2A = \sin 2A_1 + [m/(m + m')] (r'/\rho) (\sin A_1 - \sin 3A_1) \quad (12)$$

и т. д. Таким образом, компоненты возмущающей силы выражаются рядами

$$S = \frac{1}{2} n^2 \frac{a^3}{\rho^3} r' \left(1 + 3 \cos 2A_1 + \frac{9}{4} \frac{r'}{\rho} \frac{m-m'}{m+m'} \cos A_1 + \dots \right), \quad (13)$$

$$P = -\frac{1}{2} n^2 \frac{a^3}{\rho^3} r' \left(3 \sin 2A_1 + \frac{3}{4} \frac{r'}{\rho} \frac{m-m'}{m+m'} \sin A_1 + \dots \right). \quad (14)$$

Движение Солнца относительно G и движение Луны по отношению к Земле лучше всего представляются кеплеровыми элементами. Отношение $(a/\rho)^3$ тогда имеет вид обычных рядов Даламбера по степеням эксцентриситета e и кратным средней аномалии M :

$$(a/\rho)^3 = 1 + (3/2) e^2 + 3e \cos M + (9/2) e^2 \cos 2M + \dots \quad (15)$$

Геоцентрическое расстояние Луны также выражается классическим рядом Даламбера по степеням e' и кратным M' :

$$r'/a' = 1 + (1/2) e'^2 - e' \cos M' - (1/2) e'^2 \cos 2M' + \dots \quad (16)$$

Угол A_1 является разностью долгот Луны и Солнца и зависит как от сидерических средних движений n и n' , так и от периодических неравенств в их долготах, определяемых кеплеровским движением, которые мы обозначим соответственно $\bar{\omega}$ и $\bar{\omega}'$. Поэтому можно написать

$$\xi = (n' - n) t + \xi_0, \quad (17)$$

$$A_1 = \xi - \bar{\omega} + \bar{\omega}', \quad (18)$$

причем

$$\bar{\omega} = 2e \sin M + (5/4) e^2 \sin 2M + \dots, \quad (19)$$

$$\bar{\omega}' = 2e' \sin M' + (5/4) e'^2 \sin 2M' + \dots \quad (20)$$

Угол ξ , составляющий основную часть A_1 , не является линейной функцией времени, поскольку среднее движение n' подвергается по крайней мере периодическим изменениям; то же самое можно сказать и о средней аномалии M' , на которую влияют изменения средней долготы и смещение перигея. Даже среднюю аномалию Солнца нельзя рассматривать как чисто линейную функцию времени. Поэтому мы не сможем представить компоненты возмущений S и P как сумму элементарных периодических членов. Это одна из основных трудностей лунной теории. Первое приближение, которого часто бывает вполне достаточно для большинства планетных теорий, совершенно не подходит для точных эфемерид Луны.

В принципе разложение возмущающей функции приводит к уравнениям типа

$$\begin{aligned} \cos kA_1 = & [1 - (k^2/2) (\bar{\omega}' - \bar{\omega})^2 + \dots] \cos k\xi - \\ & - [k (\bar{\omega}' - \bar{\omega}) - (k^3/6) (\bar{\omega}' - \bar{\omega})^3 + \dots] \sin k\xi, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \sin kA_1 = & [1 - (k^2/2) (\bar{\omega}' - \bar{\omega})^2 + \dots] \sin k\xi + \\ & + [k (\bar{\omega}' - \bar{\omega}) - (k^3/6) (\bar{\omega}' - \bar{\omega})^3 + \dots] \cos k\xi. \end{aligned} \quad (22)$$

Квадратные скобки включают суммы косинусов и синусов с аргументами, кратными средним аномалиям M и M' . Окончательно компоненты S и P выражаются тройными рядами Фурье по M , M' и ξ .

Для наших целей нам необходимо знать только первые несколько членов в разложениях

$$S = \frac{1}{2} n^2 a' \times$$

$$\times \left(1 + \frac{3}{2} e^2 + 3 \cos 2\xi + 3e \cos M + \frac{9}{4} \frac{a'}{a} \frac{m-m'}{m+m'} \cos \xi + \dots \right). \quad (23)$$

$$P = -\frac{1}{2} n^2 a' \left(3 \sin 2\xi + \frac{3}{4} \frac{a'}{a} \frac{m-m'}{m+m'} \sin \xi + \dots \right). \quad (24)$$

Интегрирование в аналитической форме системы, состоящей из уравнений (1) и (2), с точностью, удовлетворяющей требованиям наблюдений, — это необыкновенно трудная задача. Нет смысла описывать ее здесь в деталях. Наблюдателям-астрономам иногда надо знать главные члены в движении Луны, в то время как полные выражения их не интересуют. Для того чтобы выделить эти главные неравенства, сделаем ряд упрощений:

1) Будем рассматривать отдельно каждый член возмущающей силы в уравнениях движения и будем выводить соответствующие неравенства, учитывая только одно возмущение, как будто оно единственное.

2) При интегрировании уравнений будем считать, что аргументы ξ , M и M' — линейные функции времени, т. е. пренебрежем периодическими изменениями, которые могут на них сказываться.

3) Любыми короткопериодическими членами, появляющимися в правой части одновременно с долгопериодическими, мы будем пренебрегать. Можно показать, что большинство короткопериодических членов в возмущениях дают неравенства с очень малыми амплитудами.

Результаты, получаемые путем таких упрощенных действий, составляют второе приближение лунной теории.

III. Постоянный член радиальной составляющей возмущения

Выделим постоянный член

$$^{1/2} n^2 a' (1 + ^{3/2} e^2)$$

в ряде (23), представляющем радиальную составляющую возмущения. Уравнение (3) для радиального движения превращается в

$$\frac{d^2 r'}{dt^2} - r' \left(\frac{d\zeta}{dt} \right)^2 = -k \frac{m+m'}{r'^2} + \frac{1}{2} n^2 a' \left(1 + \frac{3}{2} e^2 \right), \quad (25)$$

которое в таком приближении может быть интерпретировано как действие постоянной силы, добавляемой Солнцем к притяжению Земли. С другой стороны, уравнение (25) показывает, что если Луна обращается вокруг Земли по эллипсу с большой полуосью a' и эксцентриситетом e' , то

$$-k(m + m') + (1/2) n^2 a'^3 [1 + (3/2) e^2]$$

есть средняя величина

$$-k(m + m') + (1/2) n^2 a' r'^2 [1 + (3/2) e^2].$$

Поэтому уравнение (25) может быть преобразовано к виду

$$\frac{d^2 r'}{dt^2} - r' \left(\frac{d\zeta}{dt} \right)^2 = \frac{k(m + m') - \frac{1}{2} n^2 a'^3 \left(1 + \frac{3}{2} e^2 \right)}{r'^2} \quad (26)$$

С такой степенью приближения солнечное возмущение сказывается как кажущееся уменьшение притяжения Луны Землей. Применяя третий закон Кеплера, мы найдем

$$n'^2 a'^3 = k(m + m') - (1/2) n^2 a'^3 [1 + (3/2) e^2] \quad (27)$$

и, полагая

$$F = 1 + (1/2) (n^2/n'^2) [1 + (3/2) e^2], \quad (28)$$

получим

$$k(m + m') = n'^2 a'^3 F. \quad (29)$$

Более полное выражение для F , учитывающее эксцентриситет e' и наклонение I' , дает значение

$$F = 1,002723.$$

Если массу Солнца принять за единицу, то общая масса системы Луна — Земля связана с элементами земной орбиты формулой

$$k(1 + m + m') = n^2 a^3. \quad (30)$$

Следовательно, с достаточным приближением имеем

$$\frac{1}{m+m'} = \left(\frac{n}{n'}\right)^2 \left(\frac{a}{a'}\right)^3 \frac{1}{F}, \quad (31)$$

где можно принять

$$\frac{n}{n'} = \frac{3548'',19}{47434'',9} = \frac{1}{13,3688}$$

и

$$a/a' = 388,93,$$

откуда

$$1/(m+m') = 328280.$$

Эта величина в настоящее время является предметом постоянных споров. Большим прогрессом в этой области явились радиолокационные измерения расстояний между планетами, которые дали толчок для новых определений астрономических постоянных, и особенно астрономической единицы. Вначале радиолокационные данные не согласовывались с величинами, полученными Рабе [19] по движению Эроса. Но сейчас, когда Рабе [20] стала известна принципиальная ошибка в его уравнениях, обнаруженная Мэри П. Френсис, анализ орбит Эроса с 1926 по 1965 г. (Рабе и Френсис [21]) дал лучшее согласие с данными, основанными на радиолокации. Однако пока еще слишком рано говорить об окончательных значениях этих величин. В наше намерение входило только краткое изложение той части лунной теории, в которой данные наблюдений, получаемые с высокой точностью, будут вынуждать нас и в дальнейшем развивать аналитические теории. Конечно, рассуждения можно и обратить. Если отношения масс $1/(m+m')$, а также отношения n/n' и a/a' будут определены с большей точностью, уравнения (31) позволят уточнить величину F ; тогда уже задачей небесной механики явится получить выражение типа (28) для этой уточненной величины F .

IV. Вариация

Вариация — это неравенство в долготе Луны, открытое Тихо Браге в 1582 г. и объясненное Ньютоном в его «Началах». Его период равен половине синодического месяца; оно исчезающе мало как в сизигиях, так и в квадратурах. Максимальная амплитуда превышает $39'$. Результаты наблюдений позволяют определить аргумент вариации: он равен удвоенному углу ξ , который мы ввели в уравнение (17) как превышение средней долготы Луны по отношению к средней долготе Солнца.

Для того чтобы глубже изучить вариацию, вернемся к уравнениям движения (3) и (4). Однако мы будем пренебрегать как эксцентриситетом e , так и параллактическими членами в составляющих возмущения (23) и (24). То же самое сделаем с приближенным выражением (28) для F ; учитывая (29), можно заменить $k(m + m')$ на

$$n^2 a'^3 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{n^2}{n'^2} \right).$$

В результате мы имеем систему

$$\frac{d^2 r'}{dt^2} - r' \left(\frac{d\zeta}{dt} \right)^2 = -n'^2 \frac{a'^3}{r'^2} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{n^2}{n'^2} \right) + \frac{1}{2} n^2 a' (1 + 3 \cos 2\xi), \quad (32)$$

$$\frac{d}{dt} \left(r'^2 \frac{d\zeta}{dt} \right) = -\frac{3}{2} n^2 a'^2 \sin 2\xi. \quad (33)$$

Интегрируя эти уравнения методом последовательных приближений, при первой итерации можно с достаточной точностью считать n' и a' постоянными. Тогда уравнение (33) сводится к квадратурам, и мы имеем

$$r'^2 \frac{d\zeta}{dt} = n' a'^2 \left[1 + \frac{3}{4} \frac{n^2}{n'^2} \frac{1}{1 - (n/n')} \cos 2\xi \right]. \quad (34)$$

Подставляя $d\zeta/dt$ из (34) в (32), после некоторых очевидных упрощений и преобразований получаем

$$\begin{aligned} \frac{d^2 r'}{dt^2} &= n^2 a' \left(1 - \frac{a'}{r'} \right) \left(1 - \frac{n^2}{n'^2} \right) + \\ &+ \frac{3}{2} n^2 a' \left[1 + \frac{n}{n'} \frac{1}{1 - (n/n')} \cos 2\xi \right]. \end{aligned} \quad (35)$$

Выражение

$$r' = a' (1 - x \cos 2\xi) \quad (36)$$

является хорошим приближенным решением этого уравнения при условии, что

$$x = \frac{3}{2} \left(\frac{n}{n'} \right)^2 \frac{1 - (n/2n')}{[1 - (n/n')][1 - (5n/3n')]} \quad (37)$$

Равенство (36) говорит о том, что в синодической системе отсчета, основной осью которой является направление Земля — Солнце, орбита Луны приблизительно представляется овалом с малой осью, ориентированной к Солнцу. Возвращаясь к квадратуре (34), мы получим уравнение

$$\zeta = n'(t - t_0) + \frac{n'}{n' - n} \left[x + \frac{3}{8} \left(\frac{n}{n'} \right)^2 \frac{1}{1 - (n/n')} \right] \sin 2\xi + \dots, \quad (38)$$

которое выражает вариацию как периодическое неравенство в долготе Луны. В степенных рядах по n'/n коэффициенты вариации начинаются с

$$\frac{11}{8} \left(\frac{n}{n'} \right)^2 + \frac{59}{12} \left(\frac{n}{n'} \right)^3.$$

Эти два члена являются первыми в медленно сходящемся ряде, который, согласно Делоне, может быть продолжен следующим образом:

$$\begin{aligned} & \frac{11}{4} \left(\frac{n}{n'} \right)^2 + \frac{59}{12} \left(\frac{n}{n'} \right)^3 + \frac{893}{72} \left(\frac{n}{n'} \right)^4 + \frac{2855}{108} \left(\frac{n}{n'} \right)^5 + \\ & + \frac{8304449}{165888} \left(\frac{n}{n'} \right)^6 + \dots = 1587'' + 424'' + 80'' + 13'' + 2'' + \dots \end{aligned}$$

Сумма его оказывается равной $35'31''$. Но после добавления некоторых членов, вызываемых эксцентриситетами орбит Солнца и Луны и наклоением, коэффициент при $\sin 2\xi$ оказывается равным $39'30''$.

V. Параллактическое неравенство

Параллактическое неравенство зависит от аргумента ξ ; его период равен синодическому месяцу, и оно в основном определяется следующими членами в возмущении:

$$\begin{aligned} S &= \frac{9}{8} n^2 a' \frac{a'}{a} \frac{m-m'}{m+m'} \cos \xi, \\ P &= -\frac{3}{8} n^2 n' \frac{a'}{a} \frac{m-m'}{m+m'} \sin \xi. \end{aligned}$$

Это приводит к уравнениям

$$\frac{d^2 r'}{dt^2} - r' \left(\frac{d\zeta}{dt} \right)^2 = -\frac{n'^2 a'^3}{r'^2} + \frac{9}{8} n^2 \frac{a'^2}{a} \cos \xi, \quad (39)$$

$$\frac{d}{dt} \left(r'^2 \frac{d\zeta}{dt} \right) = -\frac{3}{8} n^2 \frac{a'^3}{a} \sin \xi. \quad (40)$$

Предполагая, что приближенное решение имеет вид

$$r' = a' [1 + x (a'/a) \cos \xi], \quad (41)$$

мы находим, что x должен удовлетворять соотношению

$$[n'^2 - (n' - n)^2] x = \frac{3}{8} [n^2 / (n' - n)] (5n' - 3n),$$

откуда первые члены в разложении x по степеням n/n' будут

$$x = \frac{15}{16} \frac{n}{n'} + \frac{27}{32} \left(\frac{n}{n'} \right)^2 + \dots \quad (42)$$

Полная теория лунного движения показывает, что точен только первый член этого медленно сходящегося ряда.

Учитывая (41) и (42), с помощью уравнения (40) мы находим соответствующее неравенство в долготе Луны:

$$\zeta = n'(t - t_0) - \frac{a'}{a} \left(\frac{15}{8} \frac{n}{n'} + \dots \right) \sin \xi;$$

второй член в правой части представляет параллактическое неравенство.

Согласно Делоне [9], коэффициенты параллактического неравенства могут быть точно представлены рядом

$$\begin{aligned} & -\frac{15}{8} \frac{a'}{a} \frac{m-m'}{m+m'} \frac{n}{n'} - \frac{93}{8} \frac{a'}{a} \frac{m-m'}{m+m'} \left(\frac{n}{n'} \right)^2 - \\ & - \frac{6887}{128} \frac{a'}{a} \frac{m-m'}{m+m'} \left(\frac{n}{n'} \right)^3 - \frac{137197}{512} \frac{a'}{a} \frac{m-m'}{m+m'} \left(\frac{n}{n'} \right)^4 - \dots = \\ & = -74'' - 34'' - 12'' - 4'' - \dots \end{aligned}$$

Броун [4] определил, что этот коэффициент равен $-124'',96$.

Значение этого коэффициента с большой точностью может быть получено из наблюдений покрытий звезд Луной. Наличие его приводит к тому, что радиус кривизны лунной орбиты возрастает для новой Луны и убывает для полной, в результате чего центр орбиты смещается к Солнцу. Поэтому параллактическое неравенство задерживает покрытия на $3^m 48^s$ в первой четверти и ускоряет их на ту же величину в последней четверти. Однако подобные временные расхождения могут быть легко получены из наблюдений с точностью $0,1-0,2$ с; использование фотоэлектрической аппаратуры могло бы еще уменьшить ошибку. Обработку измерений осложняют неровности края диска Луны.

VI. Годичное неравенство

Подобно вариации, годичное неравенство было открыто Тихо Браге. Это — периодическое изменение среднего движения Луны с периодом, равным 1 году.

Возвращаясь к выражениям (23) и (24) для возмущения, заметим, что радиальная составляющая S содержит член с $\cos M$, в то время как P не содержит такого члена. Поэтому по отношению к этому члену уравнения движения будут

$$\begin{aligned} \frac{d^2 r'}{dt^2} - r' \left(\frac{d\zeta}{dt} \right)^2 &= -\frac{n'^2 a'^3}{r'^2} + \frac{3}{2} n^2 a' e \cos M, \\ \frac{d}{dt} \left(r'^2 \frac{d\zeta}{dt} \right) &= 0. \end{aligned} \tag{43}$$

Задаваясь приближенным решением в форме

$$r' = a' (1 + x \cos M),$$

мы находим, что x должен удовлетворять соотношению

$$x (n'^2 - n^2) = \frac{3}{2} n^2 e,$$

и получим

$$x = \frac{3}{2} e \left(\frac{n}{n'} \right)^2 \left[1 + \left(\frac{n}{n'} \right)^2 + \dots \right]. \quad (44)$$

Если долгота Луны равна

$$\zeta = n' (t - t_0) - 2 (n'/n) x \sin 2M, \quad (45)$$

то первый член в разложении (44) будет равен $-3en/n'$. Развивая лунную теорию до членов выше второго порядка, Делоне получил более точные ряды:

$$\begin{aligned} & -3e \frac{n}{n'} + \frac{735}{16} e \left(\frac{n}{n'} \right)^3 + \frac{1261}{4} e \left(\frac{n}{n'} \right)^4 + \frac{142817}{96} e \left(\frac{n}{n'} \right)^5 + \\ & + \frac{3257665}{576} e \left(\frac{n}{n'} \right)^6 + \dots = -776'' + 67'' + 34'' + 12'' + 3'' + \dots \end{aligned}$$

Вследствие годового неравенства с 2 января по 2 июля Луна отстает от средней луны, а с 2 июля по 2 января реальная Луна опережает среднюю. В начале апреля затмения и покрытия запаздывают более чем на 20 мин из-за годового неравенства; эти же явления в начале октября ускоряются на ту же величину.

VII. Вековое ускорение

В 1763 г. Галлей обнаружил, что среднее движение Луны, полученное из сравнения наблюдений затмений, описанных Птолемеем и спустя семь веков арабами, оказалось меньше его значения, полученного по измерениям, выполненным с IX по XVIII в. Лаланц определил, что величина, называемая, вообще говоря совершенно неправильно, *вековым ускорением* Луны, равна $10''$ за столетие. В действительности эта величина есть коэффициент при t^2 (время измеряется столетиями), вводимый в выражение для долготы Луны

$$\zeta = n' (t - t_0) + bt^2 + \dots \quad (46)$$

для описания векового возрастания ее среднего движения.

Этот метод объяснения наблюдений Галлея оставался эмпирическим до тех пор, пока Лаплас в 1787 г. не доказал, что вековое изменение эксцентриситета e должно вызывать вековое изменение

в долготе Луны. Как известно, большая полуось земной орбиты не подвергается вековым возмущениям (по крайней мере до членов третьего порядка); однако среднее расстояние между Землей и Солнцем есть функция $a \left(1 + \frac{1}{2} e^2\right)$, которая изменяется с эксцентриситетом. Вследствие этого непериодическая составляющая притяжения Луны Солнцем изменяется вековым образом с изменением эксцентриситета орбиты Земли. Лаплас дал математическую теорию этой зависимости и вычислил величину b , которая хорошо согласуется с эмпирическим значением Лаланда.

Однако в 1853 г. Адамс [1] обнаружил существенные недостатки в аргументах Лапласа. Он получил для b ряд, дополненный Делоне и имеющий вид [8]

$$b = \frac{3}{2} e_0 h \frac{n^2}{n'} - \frac{3771}{64} e_0 h \frac{n^4}{n'^3} - \frac{34\,047}{64} e_0 h \frac{n^5}{n'^4} - \dots = \\ = 10''\text{,}3 - 2''\text{,}3 - 1''\text{,}5 - 0''\text{,}7 - \dots$$

В этом разложении e_0 — эксцентриситет орбиты Земли в эпоху 1900,0, h — коэффициент при $-t$ в вековом изменении e . Согласно Ньюкомбу, $e_0 = 0,01675104$ и $h = 418 \cdot 10^{-7}$, время измеряется столетиями.

Теория Адамса — Делоне давала вековое изменение $6''$; Броун увеличил его до $7''\text{,}14$. Суть расхождений состояла в том, что вековое уменьшение эксцентриситета Земли объясняло лишь чуть больше половины эмпирической величины Лаланда. Все современные наблюдения подтверждают необходимость увеличить значение b до $12''\text{,}36$. Следуя предположению Канта, сперва Феррель, а затем Делоне объяснили такое расхождение диссипацией энергии приливами: вековое увеличение продолжительности суток, вызываемое приливным трением, автоматически приводит к фиктивному ускорению Луны. Однако это объяснение никак нельзя считать исчерпывающим.

В действительности приливы замедляют не только вращение Земли, но и движение Луны по орбите. Полная теория этих сложных явлений и их взаимосвязи еще только разрабатывается, так как мы имеем мало хороших данных о приливах в некоторых районах земного шара, и математическая сторона этого вопроса весьма сложна. Правда, можно показать, по крайней мере качественно, что диссипация энергии приливов приводит и к увеличению среднего расстояния Луны, и к росту эксцентриситета ее орбиты. Однако, как следует из третьего закона Кеплера, увеличение расстояния вызывает уменьшение среднего движения.

Короче говоря, видимый вековой рост долготы Луны, происходящий вследствие увеличения продолжительности суток, частично

компенсируется вековым замедлением из-за сопутствующей деформации орбиты. Наблюдения показывают нам разницу между этими двумя эффектами, но теоретическое отношение их остается для нас неизвестным.

Вековое ускорение может служить примером косвенного воздействия планет на лунную орбиту. Остальные планеты, помимо Земли, заметно изменяют притяжение Луны Солнцем, ибо они входят в выражения для координат Луны в виде существенных неравенств. Прямые возмущения вследствие притяжения планетами системы Земля — Луна, вообще говоря, слишком малы и незаметны. Но этого нельзя сказать о косвенных возмущениях, даже если они очень незначительно изменяют долготу Солнца и радиус-вектор Земли. Планетные возмущения, которые не могли бы быть обнаруженными в орбитальном движении Земли, становятся ощутимыми в возмущениях Луны, так как они усиливают их. По этой причине, прежде чем исследовать влияние планет в лунной теории, необходимо разработать высокоточную теорию движения Земли для того, чтобы избежать опасности не заметить в долготе Луны очень значительных косвенных воздействий [18].

VIII. Разложение возмущающей функции

В основном возмущающая функция используется для изучения изменений, вызываемых эксцентриситетом e' , а именно смещения перигея Луны и изменений эксцентриситета лунной орбиты. Если x и y — геоцентрические прямоугольные координаты Солнца, x' и y' — координаты Луны, при условии, что наклоном I' можно пренебречь, возмущающая функция имеет вид

$$R = k \left(\frac{1}{r^n} - \frac{xx' + yy'}{r^3} \right) = \frac{n^2 a^3}{r} \left(\frac{r}{r^n} - \frac{xx' + yy'}{r^2} \right). \quad (47)$$

Учитывая формулы

$$\begin{aligned} xx' + yy' &= rr' \cos A, \\ r/r^n &= [1 - 2(r'/r) \cos A + (r'/r)^2]^{1/2}, \end{aligned}$$

функцию R легко разложить в виде

$$\begin{aligned} R = \frac{n^2 a^3}{r} \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{r'}{r} \right)^2 (1 + 3 \cos 2A) + \right. \\ \left. + \frac{1}{8} \left(\frac{r'}{r} \right)^3 (3 \cos A + 5 \cos 3A) + \dots \right]. \quad (48) \end{aligned}$$

Первый член может быть отброшен, так как он не содержит элементов лунной орбиты и поэтому не сказывается на частных про-

изводных. После этого мы имеем

$$R = \frac{n^2 a^3}{r^3} r'^2 \left[\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \cos 2A + \frac{3}{8} \frac{r'}{r} \cos A + \frac{5}{8} \frac{r'}{r} \cos 3A + \dots \right]. \quad (49)$$

Задача теперь состоит в том, чтобы разложить R с помощью частных разложений (8) — (12) и (16) — (20). Например, пренебрегая величиной m' по сравнению с m и сохраняя только неперіодические члены, периодические члены первого порядка в e , периодические члены 2-го порядка в e' и несколько первых параллактических членов, мы находим

$$\begin{aligned} \frac{1}{n^2 a'^2} R = & \frac{1}{4} + \frac{3}{8} e^2 + \frac{3}{8} e'^2 + \frac{3}{4} \cos 2\xi + \frac{3}{4} e \cos M - \frac{3}{8} e \cos (2\xi + M) + \\ & + \frac{21}{8} e \cos (2\xi - M) - \frac{1}{2} e' \cos M' + \frac{3}{4} e' \cos (2\xi + M') - \\ & - \frac{9}{4} e' \cos (2\xi - M') + \frac{3}{4} e'^2 \cos (2\xi + 2M') + \\ & + \frac{15}{8} e'^2 \cos (2\xi - 2M') + \frac{3}{8} \frac{a'}{a} \cos \xi + \frac{5}{8} \frac{a'}{a} \cos 3\xi + \dots \quad (50) \end{aligned}$$

Если принять во внимание наклонение I' , то в предыдущее выражение следует добавить четвертый аргумент, а именно угол η между Луной и восходящим узлом ее орбиты.

Разложение функции R , которое Делоне довел до 320 членов, является начальным шагом в общей теории Луны. Делоне использовал ручные вычисления; сейчас же сконструированы универсальные системы, проводящие такие расчеты автоматически с точностью, на несколько порядков превосходящей максимум, достигнутый Делоне [2].

IX. Вековое движение перигея

В уравнениях возмущения Лагранжа для функции R предположим, что наклонение орбиты равно 0, и будем пренебрегать квадратом эксцентриситета. Тогда уравнения возмущения сведутся к системе

$$\begin{aligned} \frac{da'}{dt} &= \frac{2}{a'} \frac{\partial R}{\partial e'}, \\ \frac{de'}{dt} &= \frac{1}{n' a'^2 e'} \frac{\partial R}{\partial \omega'}, \\ \frac{d\bar{\omega}'}{dt} &= \frac{1}{n' a'^2 e'} \frac{\partial R'}{\partial e'}. \end{aligned} \quad (51)$$

Затем в возмущающей функции сохраним член, имеющий наибольший период. Члены с аргументами M' и $2\xi - M'$ имеют период,

близкий к одному месяцу, член с $2\xi + M'$ — период около 10 дней, член с $2(\xi + M')$ — период около одной недели. Остается только член с $2(\xi - M') = -2(\odot - \bar{\omega}')$, период которого равен примерно 6 месяцам, если перигей Луны не изменяется. Таким образом, мы должны ограничить возмущающую функцию членами

$$R = (3/8) n^2 a'^2 e'^2 (1 + 5 \cos 2\varphi), \quad (52)$$

где полагаем

$$\odot - \bar{\omega}' = \varphi. \quad (53)$$

Следовательно,

$$\partial R / \partial \epsilon' = 0,$$

так как долгота Луны не входит явно в R . Это означает, что в рамках нашего приближения большая полуось a' не испытывает возмущений, вызываемых аргументом $2(\xi - M')$. В соответствии с этим уравнения Лагранжа преобразуются к виду

$$\begin{aligned} \frac{de'}{dt} &= -\frac{15}{4} \frac{n^2}{n'} e' \sin 2\varphi, \\ \frac{d\bar{\omega}'}{dt} &= \frac{1}{4} \frac{n^2}{n'} (3 + 15 \cos 2\varphi). \end{aligned} \quad (54)$$

Изучим вначале движение перигея. Из (54) мы получаем

$$\frac{d\varphi}{dt} = n \left(1 - \frac{3}{4} \frac{n}{n'} \right) \left(1 - \frac{15n}{4n' - 3n} \cos 2\varphi \right). \quad (55)$$

Это уравнение сводится к квадратурам. Если мы положим

$$\operatorname{tg} \varphi = x, \quad 15n / (4n' - 3n) = p, \quad (56)$$

то (55) может быть переписано в виде

$$n \left(1 - \frac{3}{4} \frac{n}{n'} \right) (t - t_0) = \int \frac{dx}{1 - p + (1 + p)x^2}$$

или

$$\operatorname{tg} \varphi = \left(\frac{1-p}{1+p} \right)^{1/2} \operatorname{tg} \left[n \left(1 - \frac{3}{4} \frac{n}{n'} \right) (1 - p^2)^{1/2} (t - t_0) \right]. \quad (57)$$

Введем величины

$$\psi = n \left[1 - \frac{3}{4} \frac{n}{n'} \right] (1 - p^2)^{1/2} (t - t_0), \quad (58)$$

$$q = [(1 - p)/(1 + p)]^{1/2}, \quad (59)$$

так чтобы мы могли использовать (57) для выражения долготы перигея в виде ряда

$$\bar{\omega}' = \odot - \varphi = nt + \varepsilon - \psi + [(1 - q)/(1 + q)] \sin 2\psi + \dots \quad (60)$$

Это можно интерпретировать так, как если бы перигей имел вековое движение со средней угловой скоростью

$$\mu = n \{1 - [1 - (3/4) (n/n')^2] (1 - p^2)^{1/2}\}; \quad (61)$$

это приближение дает величину 0,00739 n' , или 351", тогда как из наблюдений эта величина равна 401".

Как видно из (61), разложение μ начинается с членов

$$\mu = n' \left[\frac{3}{4} \left(\frac{n}{n'} \right)^2 + \frac{225}{32} \left(\frac{n}{n'} \right)^3 + \dots \right]. \quad (62)$$

Ньютон получил самый первый член. Оказывается, что вычисления Ньютона дали половину действительного векового движения, т. е.

$$(3/4) (n^2/n') = 0,00420n'$$

вместо 0,00845 n' , что получается из наблюдений. Первые исследования Клеро и Даламбера [5,6] не дали удовлетворительного объяснения расхождения. Клеро даже предлагал добавить к ньютонскому тяготению дополнительное притяжение, обратно пропорциональное кубу расстояния, для того чтобы согласовать теоретические прогнозы и наблюдения. Однако в 1749 г. Клеро провел анализ членов выше 1-го порядка (1752), отбросив свое необоснованное предложение, и получил приведенную выше числовую величину. Немного позже Даламбер (1754) дал буквенное выражение для коэффициентов второго порядка в μ . Однако прошло много лет, прежде чем было получено более точное аналитическое выражение μ . Его основная часть, не зависящая от эксцентриситета и наклона, выведена Делоне в виде следующего ряда:

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} n' \left(\frac{n}{n'} \right)^2 + \frac{225}{32} n' \left(\frac{n}{n'} \right)^3 + \frac{4071}{128} n' \left(\frac{n}{n'} \right)^4 + \frac{265\,493}{2048} n' \left(\frac{n}{n'} \right)^5 = \\ = 0,00419643n' + 294\,280n' + 99\,570n' + 30\,368n'. \end{aligned}$$

Даже если разложение довести до членов девятого порядка, ряд так медленно сходится, что дает только три значащие цифры. Хилл [15] эту чрезвычайно трудную задачу решил и получил величину

$$0,0085725730049n'.$$

К этой средней величине следует добавить менее существенные члены, зависящие от наклона и эксцентриситетов. Окончательно найдем

$$\mu = 0,008452115n' = 400'',9167,$$

что соответствует периоду 8 лет и 310 дней.

Х. Эвекция

В предыдущем разделе было показано, что долгота перигея включает периодическое неравенство

$$\bar{\omega}' = \bar{\omega}'_0 + \mu t + [(1 - q)/(1 + q)] \sin 2\psi. \quad (63)$$

Поскольку ψ — вековая часть угла φ (при условии, что $\bar{\omega}'$ — средняя долгота перигея и что эксцентриситет орбиты Земли не учитывается), из (63) можно получить

$$\bar{\omega}' = \bar{\omega}'_0 + \mu t + [(1 - q)/(1 + q)] \sin (2\odot - 2\bar{\omega}'_a). \quad (64)$$

Коэффициент периодического неравенства равен

$$\alpha = \frac{1-q}{1+q} = \frac{1-(1-p^2)^{1/2}}{p} = 0,152 = 8^\circ,7$$

(в действительности значение α может достигать $11^\circ,6$). В нашем простейшем обзоре мы ограничимся только первым членом разложения, а именно

$$\alpha = \frac{15}{8} \frac{n}{n'} + \dots$$

Период этого неравенства равен

$$\pi/(n - \mu) = 205,89 \text{ сут.}$$

Для того чтобы выявить соответствующее неравенство в эксцентриситете, вернемся к уравнениям (54), которые запишем теперь в виде

$$\begin{aligned} \frac{de'}{dt} &= -\frac{15}{4} \frac{n^2}{n'} e' \sin 2\varphi, \\ \frac{d\varphi}{dt} &= n \left(1 - \frac{3}{4} \frac{n}{n'} - \frac{15}{4} \frac{n}{n'} \cos 2\varphi \right). \end{aligned} \quad (65)$$

Это приводит к квадратуре

$$\frac{de'}{e'} = \frac{1 - (15/4) (n/n') \sin 2\varphi}{1 - (3/4) (n/n') - (15/4) (n/n') \cos 2\varphi} d\varphi,$$

которая интегрируется в конечном виде

$$e' = \frac{C}{[1 - (3/4) (n/n') - (15/4) (n/n') \cos 2\varphi]^{1/2}}, \quad (66)$$

где C — постоянная интегрирования.

С учетом (65) формула (66) приобретает вид

$$e'^2 d\varphi/dt = C^2 n,$$

откуда, учитывая соотношение (67)

$$\frac{d\varphi}{dt} = (1 - 2\alpha \cos 2\psi) \frac{d\psi}{dt},$$

можно получить

$$e' = e'_a [1 + \alpha \cos 2 (\odot - \bar{\omega}'_a) + \dots]. \quad (68)$$

Если среднее значение эксцентриситета $e'_a = 0,0549$, то истинный эксцентриситет колеблется в пределах

$$e'_a (1 - \alpha) = 0,0448 \quad \text{и} \quad e'_a (1 + \alpha) = 0,0650.$$

Теперь найдем уравнение центра. Если \mathcal{M}' — возмущенная средняя аномалия Луны, то

$$\zeta = n't + \varepsilon' + 2e' \sin \mathcal{M}'. \quad (69)$$

Поскольку перигей смещается, мы имеем

$$\mathcal{M}' = n't + \varepsilon' - \bar{\omega}'_0 - \mu t - \alpha \sin 2 (\odot - \bar{\omega}'_a), \quad (70)$$

и вековая часть \mathcal{M}' есть угол

$$M' = (n' - \mu) t + \varepsilon' - \omega'_0. \quad (71)$$

Объединяя (70) и (71), получим

$$\mathcal{M}' = M' - \alpha \sin 2\psi,$$

откуда

$$\sin \mathcal{M}' = \sin M' - \alpha \sin 2\psi \cos M'. \quad (72)$$

После подстановки (68) и (72) в (69) найдем

$$\zeta = n't + \varepsilon' + 2e'_a \sin M' + 2e'_a \alpha \sin (M' - 2\psi) + \dots \quad (73)$$

Первое периодическое неравенство представляет собой уравнение центра для эллиптической орбиты постоянной величины, линия апсид которой вращается в прямом направлении с угловой скоростью μ . К этому уравнению центра добавляется периодическое неравенство, зависящее от аргумента

$$M' - 2\psi = M' - 2 (\odot - \bar{\omega}'_a) = 2\xi - M'.$$

Оно представляет собой *эвекцию*, открытие которой обычно приписывают Птолемею. Время входит как множитель

$$n' - 2n + \mu = 40739'',42,$$

соответствующий периоду 31,81194 сут. Коэффициент эвекции представляется рядом

$$2e'_a \alpha = e'_a \left(\frac{15}{4} \frac{n}{n'} + \dots \right).$$

Для главной части эвекции Делоне получил очень медленно сходящийся ряд:

$$\begin{aligned} \frac{15}{4} e'_a \frac{n}{n'} + \frac{263}{16} e'_a \left(\frac{n}{n'}\right)^2 + \frac{48\,217}{768} e'_a \left(\frac{n}{n'}\right)^3 + \\ + \frac{1\,880\,537}{9216} e'_a \left(\frac{n}{n'}\right)^4 + \frac{130\,463\,405}{221\,184} e'_a \left(\frac{n}{n'}\right)^5 + \dots = \\ = 3176'' + 1041'' + 298'' + 72'' + 16'' + \dots \end{aligned}$$

Так как среднее значение эксцентриситета достаточно велико, то коэффициенты уравнения центра имеют большие значения:

$$6^\circ 17' 20'' \sin M' + 12' 49'' \sin 2M' + 36'' \sin 3M' + \dots$$

XI. Неравенства в широте

До сих пор мы полагали, что возмущающая сила действует в плоскости лунной орбиты, в действительности же ее вектор лежит в плоскости, проходящей через Солнце, Землю и Луну. Следовательно, она имеет составляющую N , перпендикулярную плоскости орбиты.

В разд. II мы разлагали возмущающую силу на два вектора: один вдоль радиуса-вектора Луны, другой — параллельно радиусу-вектору Земля — Солнце. Только второй вектор имеет ортогональную составляющую, не равную нулю:

$$N = \frac{3}{2} n^2 a' \sin I' [\sin(2\xi - \eta) - \sin \eta], \quad (74)$$

где

$$\eta = \zeta - \Omega, \quad (75)$$

откуда уравнения возмущений имеют вид

$$d\Omega'/dt = -\frac{3}{4} (n^2/n') [1 - \cos 2\eta - \cos 2(\xi - \eta) + \cos 2\xi], \quad (76)$$

$$dI'/dt = \frac{3}{4} (n^2/n') \sin I' [\sin 2(\xi - \eta) + \sin 2\xi - \sin 2\eta].$$

Период членов с аргументом $2(\xi - \eta) = -2(\odot - \Omega')$ наибольший и равен примерно шести месяцам; члены с 2ξ имеют период, равный половине синодического периода, а члены с 2η — период, равный половине драконического периода. Пренебрегая короткопериодическими членами, мы сведем уравнения (76) к системе

$$d\Omega'/dt = -\frac{3}{2} (n^2/n') \sin^2(\odot - \Omega'), \quad (77)$$

$$dI'/dt = -\frac{3}{4} (n^2/n') \sin I' \sin 2(\odot - \Omega').$$

Уравнение для долготы восходящего узла выводится так же, как уравнение для аргумента перигея. Полагая

$$\begin{aligned}\varphi &= \odot - \Omega', \\ p &= \frac{3n}{4n' + 3n}, \\ q &= \left(\frac{1-p}{1+p} \right)^{1/2}, \\ \psi &= n \left(1 + \frac{3}{4} \frac{n}{n'} \right) \left[1 - \left(\frac{3n}{4n' + 3n} \right)^2 \right]^{1/2} (t - t_0),\end{aligned}$$

мы находим, что

$$\begin{aligned}\Omega' &= \Omega'_0 + n \left\{ 1 - \left(1 + \frac{3}{4} \frac{n}{n'} \right) \left[1 - \left(\frac{3n}{4n' + 3n} \right)^2 \right]^{1/2} \right\} t + \\ &+ \frac{1 - (1 - p^2)^{1/2}}{p} \sin 2\psi.\end{aligned}$$

Поэтому среднее сидерическое движение узла равно

$$v = -n \left[\left(1 + \frac{3}{2} \frac{n}{n'} \right)^{1/2} - 1 \right] = -n' \left[\frac{3}{4} \left(\frac{n}{n'} \right)^2 - \frac{9}{32} \left(\frac{n}{n'} \right)^3 + \dots \right].$$

Главную часть v , не зависящую от эксцентриситета и наклона, Делоне представил в виде следующего ряда:

$$\begin{aligned}-\frac{3}{4} n' \left(\frac{n}{n'} \right)^2 + \frac{9}{32} n' \left(\frac{n}{n'} \right)^3 + \frac{273}{128} n' \left(\frac{n}{n'} \right)^4 + \\ + \frac{9797}{2048} n' \left(\frac{n}{n'} \right)^5 + \frac{199\,273}{24\,576} n' \left(\frac{n}{n'} \right)^6 + \dots = \\ = -0,00419643n' + 11\,771n' + 6677n' + \\ + 1120n' + 142n' + \dots,\end{aligned}$$

Сумма этого ряда равна $-0,00399918n' = -189'',70$; наблюдаемое значение $-190'',77$. Используя более точный метод, Адамс получил величину $-0,00399917228n'$. Учитывая члены, зависящие от эксцентриситета и наклона, найдем для среднего сидерического движения узла значение

$$v = -190'',7717;$$

соответствующий период обращения равен 18,600 лет.

Обозначив через Ω'_a среднюю долготу узла, мы можем записать соотношение между долготой и ее главным неравенством в виде

$$\Omega' = \Omega'_a + \beta \sin 2\psi, \quad (78)$$

где

$$\beta = [1 - (1 - p^2)^{1/2}] / p.$$

Период неравенства равен

$$\pi/(\eta - \nu) = 173,31 \text{ сут.}$$

Амплитуда выражается рядом

$$\beta = \frac{3}{8} \frac{n}{n'} - \frac{9}{32} \left(\frac{n}{n'} \right)^2 + \dots,$$

сумма которого сходится к значению $1^{\circ}31'$.

Теперь исследуем неравенства в наклонении. Исключение времени из второго уравнения системы (77) приводит к дифференциальному уравнению

$$\frac{dI'}{\sin I'} = \frac{-(3/4)(n/n') \sin 2\varphi}{1 + (3/4)(n/n') - (3/4)(n/n') \cos 2\varphi} d\varphi.$$

Введя величину

$$\tau = \text{tg}(I'/2),$$

перепишем ее в форме

$$\frac{d\tau}{\tau} = \frac{-(3/4)(n/n') \sin 2\varphi}{1 + (3/4)(n/n') - (3/4)(n/n') \cos 2\varphi} d\varphi.$$

Дифференциальное уравнение имеет теперь такой же вид, как и уравнение для эксцентриситета e' . Таким образом, мы можем сразу же написать, что

$$\text{tg}(I'/2) = (1 + \beta \cos 2\psi) \text{tg}(I'_a/2),$$

где I'_a — постоянная интегрирования. В результате имеем

$$I' = I'_0 + \sin I'_0 \left[\frac{3}{8} \frac{n}{n'} - \frac{9}{32} \left(\frac{n}{n'} \right)^2 + \dots \right] \cos 2\psi + \dots$$

Преобладающее неравенство в наклонении имеет тот же период, как и неравенство узла, а именно около 173 сут; половина амплитуды неравенства равна $\beta \sin I'_0 = 8',2$.

Короткопериодические неравенства можно получить из полных уравнений (76). После некоторых преобразований находим следующие разложения для долготы узла и наклонения:

$$\begin{aligned} \Omega' &= \Omega'_0 + \nu t + \left[\frac{3}{8} \frac{n}{n'} - \frac{9}{32} \left(\frac{n}{n'} \right)^2 \right] \sin 2(\odot - \Omega'_a) - \\ &\quad - \frac{3}{8} \left(\frac{n}{n'} \right)^2 \sin 2(\mathbb{C} - \odot) + \frac{3}{8} \left(\frac{n}{n'} \right)^2 \sin 2(\mathbb{C} - \Omega'_a) + \dots, \\ I' &= I'_0 + \sin I'_0 \left\{ \left[\frac{3}{8} \frac{n}{n'} - \frac{9}{32} \left(\frac{n}{n'} \right)^2 \right] \cos 2(\odot - \Omega'_a) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{3}{8} \left(\frac{n}{n'} \right)^2 \cos 2(\mathbb{C} - \odot) + \frac{3}{8} \left(\frac{n}{n'} \right)^2 \cos 2(\mathbb{C} - \Omega'_a) + \dots \right\}. \end{aligned}$$

XII. Таблицы Луны

В XVIII в. некоторые страны, имеющие развитый морской флот, были крайне заинтересованы в астрономических исследованиях по улучшению лунной теории. Авторам первых таблиц для определения долготы по положению Луны присуждались крупные премии. В эти же времена перед часовых дел мастерами была поставлена задача создать хронометры, способные в условиях качки хранить время исходного меридиана. И сегодня, хотя использование часов вытеснило наблюдения Луны для определения долгот, астрономы обращаются к движению Луны для практического определения так называемого «равномерного времени».

Несмотря на многократные усилия, таблицы Луны оставались совершенно неудовлетворительными вплоть до начала XIX в.: их ошибки достигали 1—2'. До Ньютона искусные наблюдатели эмпирически определяли уравнение центра, эвекцию, годичное уравнение и вариацию; но они были не в состоянии получить большое количество других неравенств, менее существенных, по которым никак нельзя пренебрегать. Эти неравенства накладываются очень запутанным образом на главные неравенства. Они были выявлены аналитическим исследованием числовых значений коэффициентов, определявшихся путем тщательного разложения в ряды с применением последовательных приближений. Ньютон учитывал только главные неравенства; его лунная теория никогда не шла далее второго приближения, чего, конечно, недостаточно. Клеро в своей «Теории Луны» (опубликованной в 1752 г. и дополненной в 1765 г.), Даламбер в различных мемуарах с 1754 по 1773 г., Эйлер [12, 13] в «Теории движения Луны» (1753) и затем в «Теории движений Луны» (1772) сделали следующий шаг. Именно они явились создателями аналитической теории. Однако таблицы Тобиаса Майера (1770) все еще основывались на коэффициентах, полученных эмпирически из наблюдений; то же самое относится и к таблицам Бурга, основанным на измерениях Маскелайна, и к таблицам Брадлея, в которых использовались наблюдения самого Брадлея.

Третий этап в составлении лунных таблиц начался с исследований Лапласа, который посвятил один из томов «Небесной механики» (1802) существенному улучшению теории и довел ее до степени обобщения, недостижимой для его предшественников. На основании выводов Лапласа Дамуазо [7] первым из астрономов составил таблицы Луны по аналитическим рядам, используя наблюдения только для определения числовых значений постоянных интегрирования и физических величин. Поправки, внесенные в коэффициенты Дамуазо в более поздние годы, в целом не превышают (за исключением некоторых коэффициентов) нескольких

десятих секунды в долготе. Эти таблицы, уточненные Майером, Бургом и Масоном, широко использовались до тех пор, пока не были вытеснены в 1857 г. таблицами Ганзена [14].

Ганзен улучшил аналитическое приближение настолько, что, по общему мнению современников, лунная теория считалась полностью завершенной, поскольку координаты Луны, определенные лучшими наблюдателями с 1750 по 1850 г., очень близко совпадали с вычисленными положениями. Но вскоре новые ряды наблюдений начали отличаться от табличных эфемерид; в 1875 г. разность по долготе достигла $8''$. Однако по теории Делоне (1867), в которой были получены в буквенной форме все неравенства до седьмого порядка (и даже иногда до девятого), получались числовые коэффициенты, очень близкие к коэффициентам Ганзена. Таким образом, исключалась возможность объяснить эти расхождения существенными ошибками эфемерид. Именно в это время Ньюкомб начал подозревать наличие флуктуаций в скорости вращения Земли.

С 1915 по 1925 г. французские эфемериды (*Connaissance des Temps*) вычислялись по таблицам Радо [22], в основе которых лежали ряды Делоне. Позже во всех странах при вычислении эфемерид использовали таблицы Броуна [4]. Используя лунную теорию в трактовке Хилла, Броун с наибольшей возможной точностью вычислил не буквенные выражения коэффициентов неравенств, а их численные значения. Формулы Делоне представляют собой очень медленно сходящиеся степенные ряды, обрезание которых часто приводит к появлению значительных остаточных членов. В настоящее время сложилось общее мнение, что эти ряды дают удовлетворительный результат только при разложении дальше членов 14-го порядка. Автоматизация буквенных выкладок могла бы значительно облегчить эту трудоемкую работу [2, 3]. Астрономы очень заинтересованы в создании необходимых вычислительных средств [10].

Семьдесят лет назад, во времена, когда все вычисления проводились с помощью таблиц логарифмов, Броун смог преодолеть присущую лунной теории медленную сходимость рядов. В его таблицах даны три координаты Луны: долгота, широта и экваториальный параллакс. Долгота и широта — это суммы синусоидальных функций, экваториальный параллакс — сумма косинусоидальных функций. Аргументы тригонометрических рядов — линейные функции времени, имеющие вид

$$iM' + jM + k\xi + l\eta,$$

где M (соответственно M') — средняя аномалия Солнца (соответственно Луны), сведенная только к вековой части, ξ — разность между средними долготами Луны и Солнца и η — средний аргу-

мент широты Луны. Индексы i, j, k, l — рациональные целые числа.

Совсем недавно таблицы Броуна подверглись эффективной переработке, которая увеличила их точность на несколько порядков. Известные еще древним расхождения между теоретическими эфемеридами и результатами измерений присущи лунной теории до сих пор. То, что было сделано Эккертом и его сотрудниками для солнечной части лунной теории, должно быть сделано и для ее планетной части. И действительно, обработка наблюдений искусственных лунных спутников показывает, что планетные возмущения существенно влияют на эфемериды Луны — по крайней мере, при той высокой точности, которая характерна для наблюдений доплеровским методом.

XIII. Выводы

Под натиском космических исследований лунная теория терпела глубокие изменения. Современные исследования представляют собой обширные программы, требующие нескольких лет для их подготовки и проведения и осуществляемые совместно несколькими ведомствами. Предварительные результаты быстро устаревают. Это быстрое старение является совершенно новой особенностью лунной теории. Характерным примером может служить предположение Эккерта о полой Луне [41]. Стремясь согласовать данные наблюдений с теорией физической либрации Луны, Эккерт счел возможным предположить, что наш спутник имеет меньшую плотность в ядре, чем в коре. В настоящее время Ван Фландерн глубоко проанализировал остаточные невязки в лунной теории и показал несостоятельность предположения Эккерта. В то же время радиолокационные измерения неспособны дать точность, необходимую для нынешней теории. Выполненные недавно численные интегрирования, включающие все планеты солнечной системы, дали удивительно высокую точность. Последние выводы, по-видимому, преувеличивают их точность: Остервинтер предположил, что приливное трение должно объяснить некоторые возмущения, которые не удастся объяснить дифференциальными поправками, полученными из чисто гравитационной теории.

По этим причинам настоящий обзор не включает сведений из самой последней литературы. Из-за актуальности проблемы число возникающих здесь новых идей велико, однако лунная теория не может служить примером быстрого ниспровержения неоправдавшихся предположений. Это раздел небесной механики, развивавшийся в старых достойных традициях и терпеливо совершенствуемый долгое время. В наши дни он получил необходимые вычислительные средства, но в то же время начал развиваться

на совершенно новой основе. Оптические измерения позволили более детально исследовать аналитические выражения для долготы и широты. С другой стороны, радиолокационные измерения подчеркнули необходимость точного анализа измерений расстояний и лучевых скоростей. Кроме того, целесообразно иметь настолько обобщенные и гибкие таблицы Луны, чтобы по мере получения новой информации с космических кораблей можно было бы улучшать таблицы введением дифференциальных поправок. Настало время для нового поколения таблиц Луны.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Adams J. C.*, Phil. Trans. Roy. Soc. London, **143**, 397 (1853).
2. *Barton D.*, Astron. J., **71**, 438 (1966).
3. *Barton D.*, Astron. J., **72**, 1281 (1967).
4. *Brown E. W.*, Tables of the Motion of the Moon, Yale Univ. Press, New Haven, Connecticut, 1919.
5. *Clairaut A. C.*, Théorie de la lune, Paris, 1752.
6. *d'Alembert J.*, Théorie de la lune, Paris, 1754.
7. *Damoiseau M. C. T.*, Mem. Inst. France, **1**, 313, 1827.
8. *Delaunay C. E.*, Mem. Acad. Sci., Paris, **28** (1860).
9. *Delaunay C. E.*, Mem. Acad. Sci., Paris, **29** (1860).
10. *Deprit A., Rom A.*, Astron. J., **73**, 210 (1968).
11. *Eckert W. J.*, Astron. J., **71**, 314 (1966).
12. *Euler L.*, Théorie Motus Lunae, Saint Petersburg, 1753.
13. *Euler L.*, Théorie Motuum Lunae, Saint Petersburg, 1772.
14. *Hansen P. A.*, Abh. Saechs. Ges. (Akad.) Wiss., **6**, 91 (1862).
15. *Hill G. W.*, Collected Mathematical Works, vol. 1, 1877.
16. *Kovalersky J.*, Astron. J., **73**, 203 (1968).
17. *Laplace P. S.*, Mécanique Céleste, Paris, 1802.
18. *Mulholland D. J.*, Science, **155**, 74 (1968).
19. *Rabe E.*, Astron. J., **55**, 112 (1950).
20. *Rabe E.*, Astron. J., **72**, 852 (1967).
21. *Rabe E., Francis M.*, Astron. J., **72**, 856 (1967).
22. *Radau R.*, Ann. Obs. Paris, **21**, B1 (1895).

Глава 2

ЛИБРАЦИИ ЛУНЫ

М. Д. МОУТСУЛАС

1. Введение

Еще во времена древнегреческих астрономов было известно, что Луна постоянно обращена к Земле одной и той же стороной. Двадцать четыре века назад Демокрит высказал предположение, что видимые невооруженным глазом лунные образования — не что иное, как горы и долины, похожие на земные. Однако в средние века его предположение было вытеснено уверенностью, что мы видим на диске Луны просто отражение рельефа земной поверхности. Пока эта уверенность сохранялась, наблюдения видимых деталей не могли привести к сколько-нибудь надежному заключению о структуре лунной поверхности и о возможном движении лунного шара вокруг собственной оси. К счастью, такое положение держалось не очень долго. В самом начале XVI в. Галилей первым посмотрел на Луну в телескоп. Его инструмент с разрешающей способностью 10" позволил ему наблюдать крупные лунные образования и нарисовать схематическую карту поверхности Луны. Хотя рисунки Галилея были не очень точными, они все же помогли ему заметить, что Луна не бывает повернута к Земле строго одной и той же стороной, а как бы колеблется вокруг центра масс. Амплитуда этой *либрации* лунного шара равна примерно 8° (рис. 1 и 2), что позволяет видеть с Земли почти $\frac{3}{5}$ поверхности Луны. Вскоре было выдвинуто чисто геометрическое объяснение лунной либрации. К концу XVII в. вызывающие ее причины были выяснены, и явление полностью объяснено.

Поскольку это кажущееся перемещение образований лунной поверхности является результатом трех независимых причин, его можно разделить на три составляющие:

а) *Оптическая либрация по долготе* возникает вследствие того, что Луна, двигаясь вокруг Земли по эллиптической орбите с переменной угловой скоростью, вращается равномерно вокруг своей оси.

б) *Оптическая либрация по широте* возникает в результате того, что плоскость лунной орбиты не параллельна плоскости лунного экватора.

в) *Суточная, или параллактическая, либрация* вызывается тем, что положение наблюдателя по отношению к Луне меняется, поскольку он вращается вместе с Землей.

Можно без труда найти соотношение для оптической либрации, выраженное через элементы лунной орбиты. Из сферического треугольника, образованного экватором Луны, орбитой Луны и лунным меридианом, который проходит через видимый центр лунного диска, мы находим

$$\cos(l + l_{\zeta} - \Omega) \cos(i + I) = \sin(l + l_{\zeta} - \Omega) \operatorname{ctg} M - \sin(i + I) \operatorname{ctg}(\pi/2), \quad (1)$$

что дает

$$\operatorname{tg}(l + l_{\zeta} - \Omega) = \operatorname{tg} M \cos(i + I), \quad (2)$$

где l — представляет оптическую либрацию по долготе, l_{ζ} — средняя долгота Луны на ее орбите, Ω — долгота восходящего узла Луны, i — наклонение лунной орбиты к эклиптике, I — наклонение лунного экватора к эклиптике и M — угловое расстояние между восходящим узлом лунной орбиты и видимым центром лунного диска. Выражение для M находится из соотношения элементов сферического треугольника, который образован лунной орбитой, лунным экватором и большим кругом, проходящим через полюс эклиптики и видимый центр лунного диска. Это дает

$$\operatorname{tg} M = \frac{\operatorname{tg}(\lambda - \Omega)}{\cos i}, \quad (3)$$

где λ — эклиптическая долгота Луны.

Поэтому равенство (2) принимает вид

$$\operatorname{tg}(l + l_{\zeta} - \Omega) = \operatorname{tg}(\lambda - \Omega) [\cos I - \operatorname{tg} i \sin I]; \quad (4)$$

поскольку

$$\operatorname{tg} \beta = \sin(\lambda - \Omega) \operatorname{tg} i, \quad (5)$$

где β — эклиптическая широта Луны, мы, наконец, получаем

$$\operatorname{tg}(l + l_{\zeta} - \Omega) = \frac{\sin(\lambda - \Omega) \cos I - \operatorname{tg} \beta \sin I}{\cos(\lambda - \Omega)}. \quad (6)$$

Сферический треугольник, из которого получено равенство (4), дает также соотношение между оптической либрацией по широте b и элементами лунной орбиты. В самом деле, мы имеем

$$\sin b = -\sin M \sin(i + I), \quad (7)$$

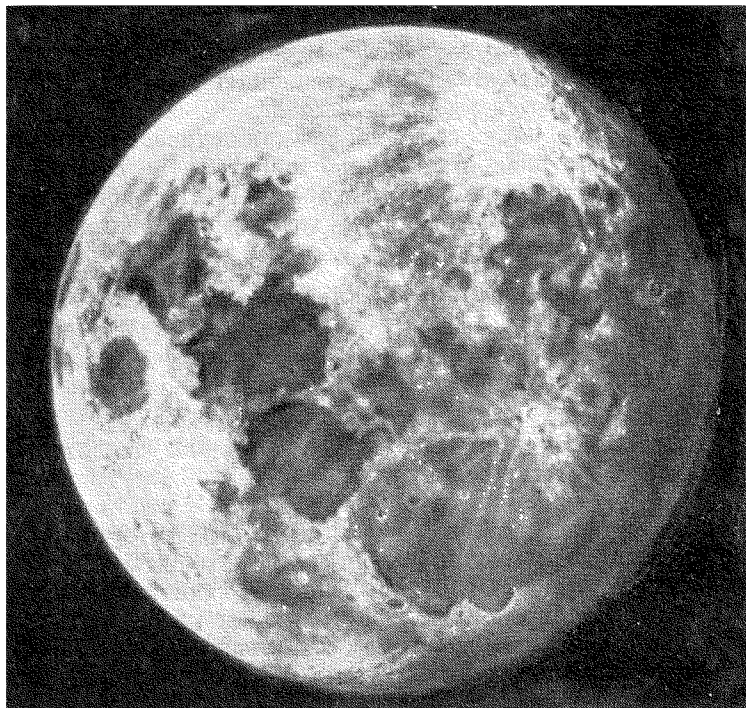


Рис. 1. Фотография Луны, полученная на 60-см рефракторе обсерватории Пик-дю-Миди 30 августа 1966 г. в 20 ч 40 мин 15 с (постоянные либрации: $l = +4,8$; $b = +6,2$).

в то время как из треугольника, приведенного к соотношению (3), получаем

$$\sin M = \frac{\sin \beta}{\sin i}. \quad (8)$$

Подставляя в (7), мы имеем

$$\begin{aligned} \sin b &= -(\cos I + \operatorname{ctg} i \sin I) \sin \beta = \\ &= -\cos I \sin \beta - \sin(\lambda - \Omega) \cos \beta \sin I. \end{aligned} \quad (9)$$

Аналогично может быть найдено равенство

$$\sin(l + l_{\zeta} - \Omega) = \frac{\operatorname{tg} b}{\operatorname{tg}(i + I)}, \quad (10)$$

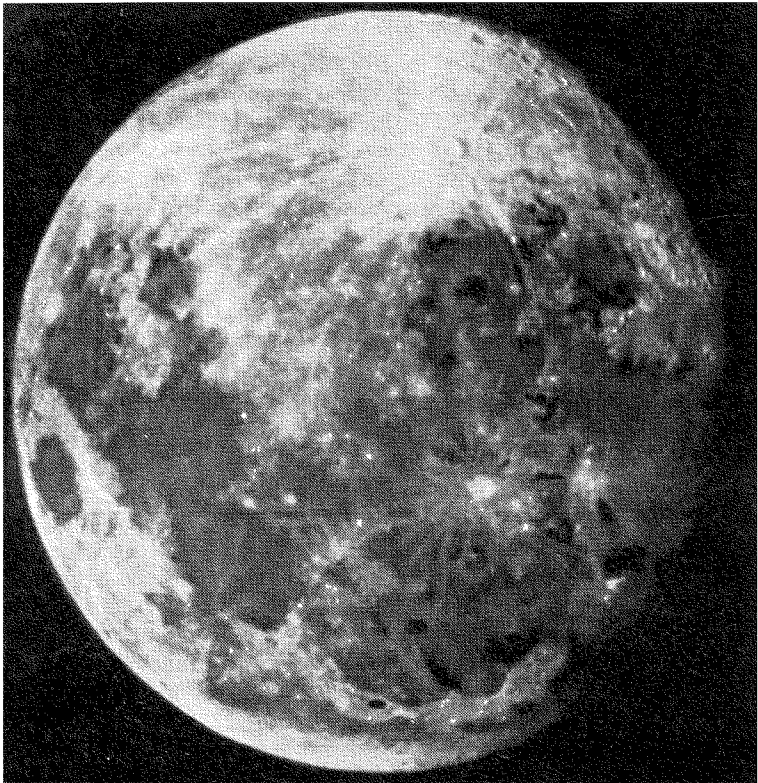


Рис. 2. Фотография Луны, полученная на 60-см рефракторе обсерватории Пик-дю-Миди 25 декабря 1966 г. в 21 ч 46 мин 25 с (постоянные либрации: $l = -5,4$; $b = -2,9$).

которое описывает связь между оптической либрацией по долготе и оптической либрацией по широте.

Соотношение между элементами сферического треугольника, образованного на селеноцентрической небесной сфере проекциями северного полюса Земли, северного полюса Луны и видимого центра лунного диска, дает уравнения

$$\begin{aligned} \cos \eta \cos (\alpha - \Omega') = \\ = \sin \eta \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{2} - \delta \right) - \sin (\alpha - \Omega') \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{2} + l + l_{\zeta} - \Omega + \Delta \right), \quad (11) \end{aligned}$$

ИЛИ

$$\operatorname{tg}(l + l_{\zeta} - \Omega + \Delta) = -\cos \eta \operatorname{tg}(\alpha - \Omega') - \frac{\sin \eta \operatorname{tg} \delta}{\sin(\alpha - \Omega')} \quad (12)$$

И

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + b\right) = \cos \eta \cos\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right) + \sin \eta \sin\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right) \cos(\alpha - \Omega'). \quad (13)$$

ИЛИ

$$\sin \beta = \cos \eta \sin \delta + \sin \eta \cos \delta \cos(\alpha - \Omega'). \quad (14)$$

Равенства (12) и (14) выражают оптическую либрацию через экваториальные координаты Луны α и δ , где η — наклонение лунного экватора к экватору Земли, Ω' — долгота восходящего узла лунного экватора на экваторе Земли и Δ — дуга лунного экватора от восходящего узла на экваторе Земли до восходящего узла на эклиптике.

Из того же треугольника мы получаем выражение

$$\sin C' = \frac{\sin \eta \cos(l + l_{\zeta} - \Omega + \Delta)}{\cos \delta} = -\frac{\sin \eta \cos(\alpha - \Omega')}{\cos b} \quad (15)$$

для позиционного угла C' лунной оси.

Суточная либрация будет включена в равенства (12), (14), (15), если вместо геоцентрических координат α и δ использовать топоцентрические координаты α' и δ' Луны. Разности между координатами определяются из выражений

$$\operatorname{tg}(H' - H) = \frac{\rho \sin \pi_{\zeta} \cos \varphi \sin H}{\cos \delta - \rho \sin \pi_{\zeta} \cos \varphi \cos H}, \quad (16)$$

$$\operatorname{tg}(\delta' - \delta) = \frac{\rho \sin \pi_{\zeta} \sin \varphi (\Lambda \sin \delta - \cos \delta)}{1 - \rho \sin \pi_{\zeta} \sin \varphi (\Lambda \cos \delta + \sin \delta)}, \quad (17)$$

где

$$\Lambda = \operatorname{ctg} g' \frac{\cos [(H' + H)/2]}{\cos [(H' - H)/2]}. \quad (18)$$

Здесь ρ — расстояние наблюдателя от центра Земли в единицах экваториального радиуса Земли, φ — геоцентрическая широта наблюдателя, π_{ζ} — экваториальный горизонтальный параллакс Луны, а H' и H — соответственно топоцентрический и геоцентрический часовые углы Луны.

Поскольку $H = S - \alpha$ и $H' = S - \alpha'$, где S — звездное время, равенства (16) и (18) принимают вид

$$\operatorname{tg}(\alpha' - \alpha) = \frac{\rho \sin \pi_{\zeta} \cos \varphi \sin(S - \alpha)}{\cos \delta - \rho \sin \pi_{\zeta} \cos \varphi \cos(S - \alpha)} \quad (19)$$

И

$$\Lambda = \operatorname{ctg} \varphi \frac{\cos \{S - [(\alpha + \alpha')/2]\}}{\cos [(\alpha - \alpha')/2]}. \quad (20)$$

Очевидно, что рассматриваемые либрации не представляют какого-либо действительного колебательного движения лунного шара. Они бы не возникали, если бы Луна двигалась по круговой орбите в плоскости, перпендикулярной оси вращения, а наблюдатель постоянно находился в центре окружности. Дело попросту в том, что проекция точки места нахождения наблюдателя на равномерно вращающуюся Луну не всегда приходится на одну и ту же точку лунной поверхности, а совершает периодическое движение (как следствие описанных выше причин), что и создает у наблюдателя впечатление либрации Луны.

Однако, кроме описанных выше видимых либраций Луны, возникновение которых объясняется чисто геометрическими причинами, существует еще либрация Луны, которая представляет отклонение действительного движения лунного шара вокруг его центра масс от однородного вращения. Причина этого отклонения имеет динамический характер. Это так называемая *физическая либрация Луны*. Ее величина не настолько значительна, чтобы быть заметной случайному наблюдателю, но длительные ряды наблюдений с помощью специальных методов могут позволить получить оценку. Изучение физической лунной либрации является сложной, но очень интересной проблемой как наблюдательной, так и теоретической астрономии. Ниже сделана попытка дать обзор проблемы и работ по ее решению на основе общей теории вращения твердого тела в трехмерной системе координат во внешнем силовом поле, которое в настоящей задаче образуется притяжением Луны и Солнца.

II. Вращение Луны

Изучение вращения Луны основано на следующих трех законах, опубликованных Д. Кассини в 1693 г.:

1. Луна вращается с запада на восток вокруг своей полярной оси с постоянной угловой скоростью и с периодом обращения, равным времени обращения вокруг Земли, т. е. равным сидерическому месяцу.

2. Наклонение лунного экватора к плоскости эклиптики постоянно и равно $2,5^\circ$ *).

3. Полюса оси вращения Луны, эклиптики и лунной орбиты лежат на одном большом круге в указанном порядке, т. е. плоско-

*) Действительная величина наклонения $I = 1^\circ 31'$ была найдена значительно позже. Лаплас (1799 г.) использовал в своих вычислениях величину $I = 2^\circ 45'$, данную Майером.

сти лунного экватора, лунной орбиты и эклиптики пересекаются по одной и той же прямой, называемой линией узлов; нисходящий узел экватора является восходящим узлом орбиты (рис. 3).

Не известно, как Кассини вывел свои законы. Большинство авторов склонно считать их «эмпирическими законами», основанными на длинных рядах наблюдений, сделанных самим Кассини.

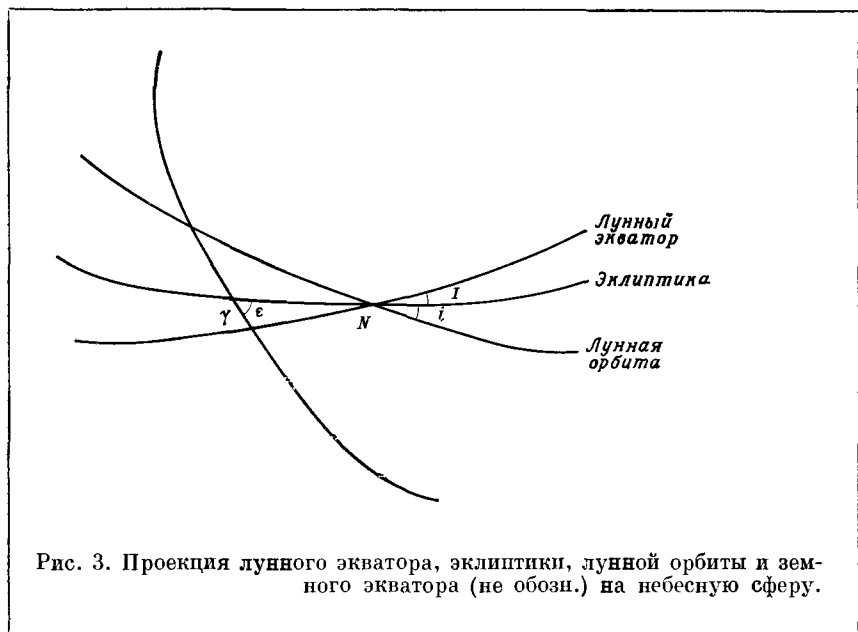


Рис. 3. Проекция лунного экватора, эклиптики, лунной орбиты и земного экватора (не обози.) на небесную сферу.

Тем не менее можно доказать, что они описывают движение, которое среди всех возможных динамических решений соответствует минимуму диссипации энергии за счет внутреннего трения [11].

Однако даже во времена Кассини было известно, что Луна не сферична и что притяжение Землей лунного выступа, который не всегда ориентирован на Землю (рис. 4), создает либрацию лунного шара относительно его центра масс.

Ньютон первый предположил существование физической либрации Луны. В III книге «Начал», объяснив явления оптической либрации и сделав заключение, что Луна имеет форму сфероида, наибольший диаметр которого направлен к Земле, он утверждает [59]:

«Исходя из того, что Луна обращена к Земле всегда одной и той же стороной, тело Луны не может оставаться в любом другом

положении и будет возвращено к этому положению благодаря либрационному движению; однако эти либрации должны быть чрезвычайно медленны, поскольку они вызываются очень слабыми силами. Таким образом, сторона Луны, которая должна быть все время обращена к Земле, может по причинам, указанным в «Предложении XVII» *), быть повернутой к другому фокусу лунной

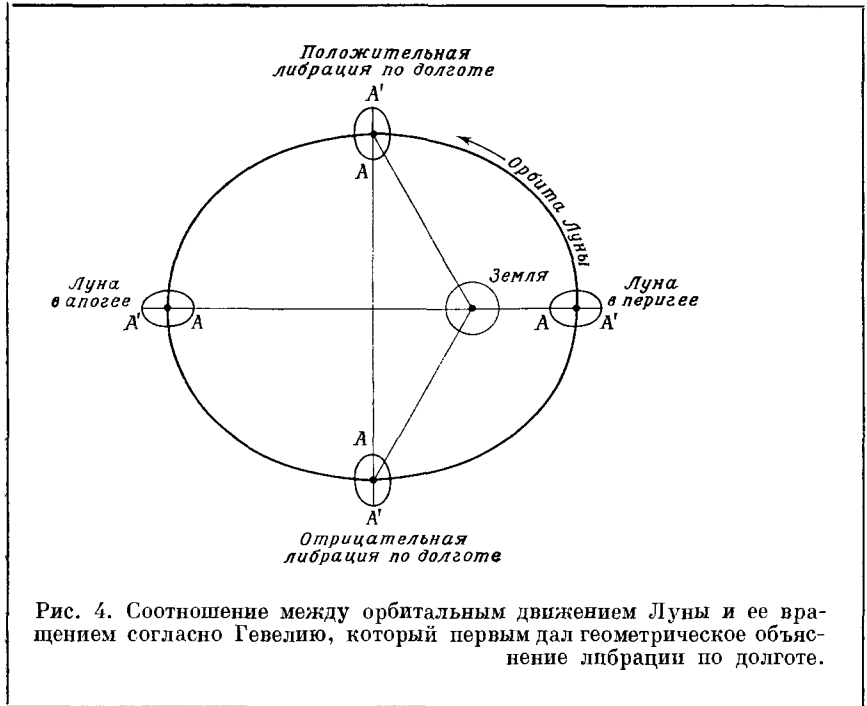


Рис. 4. Соотношение между орбитальным движением Луны и ее вращением согласно Гевелию, который первым дал геометрическое объяснение либрации по долготе.

орбиты, не будучи тут же возвращенной назад и повернутой опять по направлению к Земле».

Следует заметить, что большинство последующих исследователей предполагали, что «подобно Гевелию, Ньютон считал лунную ось перпендикулярной эклиптике» [20, 58], поскольку Ньютон в своем объяснении физической либрации Луны не упоминал о наклонении оси. Однако в своих «Началах» (предложение XVII, теорема XV) Ньютон утверждает, что «либрация по широте возникает из-за широты Луны и наклонения ее оси к плоскости эклип-

*) В «Предложении XVII» Ньютон описывает явления оптической либрации.

тики». Единственное замечание, которое мы можем сделать к этому утверждению Ньютона, состоит в том, что причиной либрации по широте является в действительности наклонение лунной оси к лунной орбите, а не к эклиптике, поскольку, если даже ось Луны становится перпендикулярной к плоскости эклиптики, мы все же будем наблюдать либрацию по широте до тех пор, пока плоскости лунной орбиты и лунного экватора не совпадут.

Со времен Ньютона изучение вращения Луны основывалось на предположении, что Луна ведет себя в точности как твердое тело. Можно показать, что это не совсем так; но даже если Луну не считать жидким или упругим твердым телом, все же нельзя предположить существование у Луны бесконечно большой вязкости и полного отсутствия периодических приливных возмущений. Мы до сих пор не имеем достаточной информации о структуре Луны, чтобы установить точно амплитуду таких деформаций. Однако мы можем сказать, что вызываемые ими возмущения во вращении Луны очень малы по сравнению с прямым воздействием притяжения Земли на несферичную Луну. Но это находится уже за пределами возможностей наблюдений с Земли.

В таком случае вращение Луны относительно ее центра масс может быть исследовано при помощи уравнений Эйлера, описывающих вращение твердого тела относительно неподвижной точки, поскольку единственным значительным эффектом, который может вызвать приливную деформацию тела Луны на длительных промежутках времени, является затухание свободной либрации. Как известно, теорией вращения твердого тела занимались многие выдающиеся математики последних двух столетий. Даламбер (1749) первый рассмотрел вращательное движение свободного твердого тела, а Эйлер спустя несколько лет (1758) вывел уравнения движения твердого тела с одной неподвижной точкой и получил интегралы, существующие при условии, что результирующая всех приложенных к телу сил проходит через неподвижную точку. В начале прошлого столетия (1815) Лагранж обнаружил, что в том случае, когда эллипсоид инерции для неподвижной точки есть сфероид, ось которого проходит через центр тяжести, уравнения движения могут быть проинтегрированы.

Даламбер и Эйлер специально занимались вращением Луны, но именно Лагранж первый дал полную динамическую интерпретацию законов Кассини и вывел теорию вынужденных колебаний во вращении Луны. Парижская Академия наук, которая была заинтересована в решении проблемы лунной либрации и учредила специальную премию за работы в этой области, в 1764 г. присудила эту премию Лагранжу за первую часть его исследований. В этой работе Лагранж доказал, что форма Луны должна быть эллипсоидом с наибольшей осью, направленной на Землю,

и с наименьшей полярной осью; причем даже в том случае, если первоначально период вращения лунного шара не совпадал с периодом его обращения, все равно через некоторое время периоды должны были сравняться в результате влияния притяжения Земли. Во второй части своего исследования, которое появилось в 1780 г. в мемуарах Берлинской Академии наук, Лагранж объяснил совпадение узлов лунной орбиты и экватора и вывел соотношение между лунной либрацией и движением узлов. Сокращенное решение системы уравнений, описывающих вращение Луны, было дано Лапласом в 1798 г. Его методом пользовалось большинство последующих исследователей. Пуассон, который был продолжателем Лагранжа и Лапласа в исследованиях вращения Луны, рассмотрел влияние некоторых членов, которыми Лагранж пренебрег. Пуассон также получил возможные пределы величины лунной физической либрации и нашел, что она никогда не превосходит $5'$ в селенографических координатах.

Однако, несмотря на то что вращение Луны на первый взгляд кажется совершенно элементарной задачей классической механики, которая так интенсивно изучалась в прошлом, она все еще решена не полностью. Простота формы уравнений движения на самом деле обманчива. Разложение в ряды, члены которых включают явные функции времени, приводит к очень сложным формулам, и для больших промежутков времени может быть найдено только грубо приближенное решение задачи. В настоящее время, когда эти уравнения могут быть разрешены с помощью электронных вычислительных машин, интерес к этой задаче возродился, и, видимо, недалеко то время, когда она будет полностью решена.

III. Уравнения движения

Рассмотрим селеноцентрическую прямоугольную систему координат, совпадающую с главными осями инерции Луны. Предположим, что Луна имеет форму 3-осного эллипсоида с наибольшей осью, направленной вдоль среднего направления на Землю, и с наименьшей осью, являющейся осью вращения. Направим Ox вдоль наибольшей оси, Oz вдоль оси вращения по направлению к северному полюсу Луны и Oy так, что она образует правую систему координат (т. е. ось Oy направлена на завершающую часть орбиты).

Положение этих осей по отношению к фиксированной в пространстве системе эклиптических координат определяется с помощью трех эйлеровых углов θ , ψ , φ , где θ — наклонение лунного экватора к эклиптике, ψ — долгота нисходящего узла лунного экватора и φ — угол между нисходящим узлом лунного экватора и направлением оси Ox (рис. 5).

Если законы Кассини справедливы, то углы θ , ψ , φ удовлетворяют равенствам

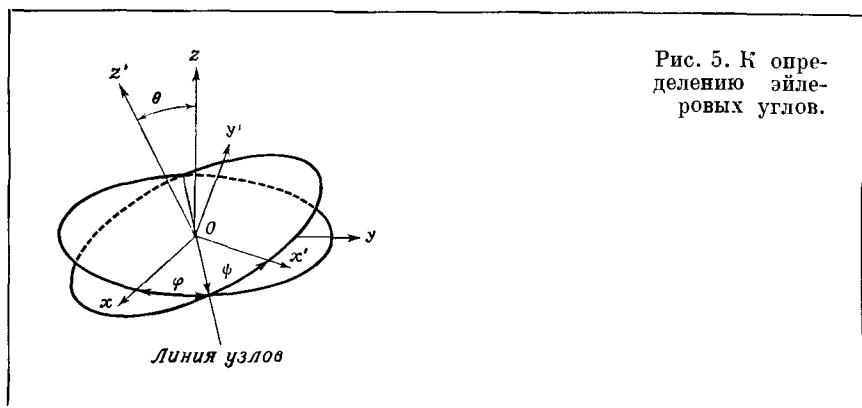
$$\theta = I, \quad (21)$$

$$\psi = \Omega \quad (22)$$

и

$$\varphi = 180^\circ + l_{\zeta} - \psi, \quad (23)$$

где I — среднее наклонение лунного экватора к эклиптике, l_{ζ} — средняя долгота Луны, Ω — долгота восходящего узла лунной орбиты. Отклонения углов θ , ψ , φ от указанных выше



средних значений обозначены ρ , σ , τ , которые являются компонентами физической либрации Луны по наклонению, узлу и долготе соответственно. Равенства (21) — (23) тогда запишутся так:

$$\theta = I + \rho, \quad (24)$$

$$\psi = \Omega + \sigma \quad (25)$$

и

$$\varphi = 180^\circ + l_{\zeta} - \psi + \tau. \quad (26)$$

Малые величины ρ , σ , τ , являющиеся функциями времени, могут быть определены из хорошо известных уравнений Эйлера:

$$A\dot{\omega}_x - (B - C)\omega_y\omega_z = F_x, \quad (27)$$

$$B\dot{\omega}_y - (C - A)\omega_z\omega_x = F_y \quad (28)$$

и

$$C\dot{\omega}_z - (A - B)\omega_x\omega_y = F_z, \quad (29)$$

где

$$\omega_x = -\dot{\psi} \sin \theta \sin \varphi - \dot{\theta} \cos \varphi, \quad (30)$$

$$\omega_y = -\dot{\psi} \sin \theta \cos \varphi + \dot{\theta} \sin \varphi \quad (31)$$

и

$$\omega_z = \dot{\psi} \cos \theta + \dot{\varphi} \quad (32)$$

являются угловыми скоростями вращения Луны относительно осей Ox , Oy , Oz ; F_x , F_y , F_z — составляющие внешних сил, действующих на Луну;

$$A = \int (y^2 + z^2) dm, \quad B = \int (z^2 + x^2) dm, \\ C = \int (x^2 + y^2) dm$$

— моменты инерции относительно тех же осей; точками обозначены производные по времени.

Мы предположим, что действие сил, возникающих вследствие земного сжатия Земли и притяжения Луны Солнцем, относительно мало и им можно пренебречь по сравнению с гравитационным притяжением Земли, которая считается точечной массой. Разлагая потенциал V в степенной ряд, мы получаем с удовлетворительной точностью следующие выражения для правых частей уравнений (27) — (29):

$$F_x = z \frac{\partial V}{\partial y} - y \frac{\partial V}{\partial z} = \frac{3Gm_{\oplus}}{R^5} (C - B) y_E z_E, \quad (33)$$

$$F_y = x \frac{\partial V}{\partial z} - z \frac{\partial V}{\partial x} = \frac{3Gm_{\oplus}}{R^5} (A - C) z_E x_E \quad (34)$$

и

$$F_z = y \frac{\partial V}{\partial x} - x \frac{\partial V}{\partial y} = \frac{3Gm_{\oplus}}{R^5} (B - A) x_E y_E, \quad (35)$$

где G — гравитационная постоянная, m_{\oplus} — масса Земли, R — расстояние между центрами Земли и Луны; x_E , y_E , z_E — координаты центра Земли в селенографической системе координат, удовлетворяющие следующим равенствам:

$$x_E = R [\cos B_{\zeta} (\cos v \cos \varphi + \sin v \sin \varphi \cos \theta) + \\ + \sin B_{\zeta} \sin \varphi \sin \theta], \quad (36)$$

$$y_E = R [\cos B_{\zeta} (-\cos v \sin \varphi + \sin v \cos \varphi \cos \theta) + \\ + \sin B_{\zeta} \cos \varphi \sin \theta] \quad (37)$$

и

$$z_E = R [\cos B_{\zeta} (\sin v \sin \theta) - \sin B_{\zeta} \cos \theta]. \quad (38)$$

Здесь мы обозначим через B_{ζ} истинную геоцентрическую широту Луны и через ν истинную селеноцентрическую долготу Земли, отсчитываемую вдоль лунного экватора.

После соответствующих подстановок равенства (27) — (29) становятся

$$\dot{\omega}_x + \alpha \omega_y \omega_z = 3Gm_{\oplus} \alpha R^{-3} \cos^2 B_{\zeta} \{[\sin \nu \cos \varphi \cos \theta - \cos \nu \sin \varphi] \sin \nu \sin \theta - [\sin \nu \cos \varphi \cos 2\theta - \cos \nu \sin \varphi \cos \theta] \operatorname{tg} B_{\zeta} - \sin \theta \cos \theta \cos \varphi \operatorname{tg}^2 B_{\zeta}\}, \quad (39)$$

$$\dot{\omega}_y - \beta \omega_z \omega_x = -3Gm_{\oplus} \beta R^{-3} \cos^2 B_{\zeta} \{[\sin \nu \sin \varphi \cos \theta + \cos \nu \cos \varphi] \sin \nu \sin \theta - [\sin \nu \sin \varphi \cos 2\theta + \cos \nu \cos \varphi \cos \theta] \operatorname{tg} B_{\zeta} - \sin \theta \cos \theta \sin \varphi \operatorname{tg}^2 B_{\zeta}\} \quad (40)$$

и

$$\dot{\omega}_z + \gamma \omega_x \omega_y = (3/2) Gm_{\oplus} \gamma R^{-3} \cos^2 B_{\zeta} \{\cos 2\varphi \sin 2\nu \cos \theta - \sin 2\varphi \cos 2\nu - \sin 2\varphi \sin^2 \nu \sin^2 \theta + 2 \sin \theta [\cos \nu \cos 2\theta + \sin \nu \sin 2\varphi \cos \theta] \operatorname{tg} B_{\zeta} + \sin^2 \theta \sin 2\varphi \operatorname{tg}^2 B_{\zeta}\}, \quad (41)$$

где величины α , β , γ определяются выражениями

$$\alpha = \frac{C-A}{A}, \quad \beta = \frac{C-A}{B}, \quad \gamma = \frac{B-A}{C}. \quad (42)$$

Подставляя (30) — (32) в (39) — (41) и пренебрегая квадратами и произведениями малых величин, находим

$$\ddot{\theta} \cos \varphi + \alpha \omega_z \dot{\theta} \sin \varphi = -3Gm_{\oplus} R^{-3} \alpha [\theta \sin \nu - B_{\zeta}] \sin(\nu - \varphi), \quad (43)$$

$$\ddot{\theta} \sin \varphi + \beta \omega_z \dot{\theta} \cos \varphi = -3Gm_{\oplus} R^{-3} \beta [\theta \sin \nu - B_{\zeta}] \cos(\nu - \varphi) \quad (44)$$

и

$$\ddot{\psi} + \dot{\psi} = 3Gm_{\oplus} R^{-3} \gamma \sin(\nu - \varphi) \cos(\nu - \varphi). \quad (45)$$

Введем переменные

$$p = \sin \theta \cos \varphi \approx \theta \cos \varphi \quad (46)$$

и

$$q = \sin \theta \sin \varphi \approx \theta \sin \varphi, \quad (47)$$

так что выражения

$$\dot{p} = \dot{\theta} \cos \varphi - \theta \dot{\varphi} \sin \varphi = \dot{\theta} \cos \varphi + \theta \dot{\psi} \sin \varphi - \theta (\dot{\varphi} + \dot{\psi}) \sin \varphi \quad (48)$$

и

$$\dot{q} = \dot{\theta} \sin \varphi + \theta \dot{\varphi} \cos \varphi = \dot{\theta} \sin \varphi - \theta \dot{\psi} \cos \varphi + \theta (\dot{\varphi} + \dot{\psi}) \cos \varphi \quad (49)$$

в пределах точности наших приближений принимают вид

$$\dot{p} = -\omega_x - q\omega_z \quad (50)$$

и

$$\dot{q} = \omega_y + p\omega_z \quad (51)$$

или

$$\omega_x = -\dot{p} - q\omega_z, \quad (52)$$

$$\omega_y = +\dot{q} - p\omega_z \quad (53)$$

и

$$\ddot{\omega}_x = -\ddot{p} - q\dot{\omega}_z - \dot{q}\omega_z, \quad (54)$$

$$\ddot{\omega}_y = +\ddot{q} - p\dot{\omega}_z - \dot{p}\omega_z. \quad (55)$$

В первом приближении, удовлетворяющем законам Кассини, угловая скорость ω_z может быть выражена как

$$\omega_z = \dot{\varphi} + \dot{\psi} = n, \quad (56)$$

где n — постоянная, представляющая среднее движение Луны и равная $n = 2,661700 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}$, что соответствует сидерическому месяцу продолжительностью 27,321661 сут.

Подставляя (54) — (55) в (39), (40) и принимая во внимание, что ω_z рассматривается как постоянная, т. е. $\dot{\omega}_z = 0$, находим

$$\begin{aligned} \ddot{p} + (1 - \alpha) \omega_z \dot{q} + \alpha \omega_z^2 p = \\ = -3Gm_{\oplus} \alpha R^{-3} (\theta \sin v - B_{\zeta}) \sin(v - \varphi), \end{aligned} \quad (57)$$

$$\begin{aligned} \ddot{q} - (1 - \beta) \omega_z \dot{p} + \beta \omega_z^2 q = \\ = -3Gm_{\oplus} \beta R^{-3} (\theta \sin v - B_{\zeta}) \sin(v - \varphi). \end{aligned} \quad (58)$$

Предполагая, что правые части этих уравнений равны нулю, мы можем найти периодические решения в виде $p = F e^{\omega_z s t}$ и $q = H e^{\omega_z s t}$, где s — мнимая постоянная, а F и H — произвольные коэффициенты. Тогда система уравнений (57), (58) дает однородную систему

$$Fs^2 + (1 - \alpha) Hs + \alpha F = 0, \quad (59)$$

$$Hs^2 - (1 - \beta) Fs + \beta H = 0, \quad (60)$$

которая для $s^2 = -1$ или $s^2 = -\alpha\beta$ допускает нетривиальное решение для F и H . При условии, что ось z является или наименьшей или наибольшей в конфигурации, произведение $\alpha\beta$ положительно и оба значения s мнимые.

Описанное выше движение представляет собой свободную либрацию Луны относительно ее центра масс. Тем не менее на практике приходится признать, что тело с размерами Луны не

может вести себя как абсолютно твердое тело, и через большой промежуток времени движение затухнет. Интерес представляет именно вынужденная либрация, представленная правыми частями уравнений, поскольку она не затухает и определяется положением Луны в пространстве.

Если L_{ζ} — истинная геоцентрическая долгота Луны, имеем формулу

$$v = L_{\zeta} + 180^{\circ} - \psi, \quad (61)$$

которая с учетом (6) дает

$$v - \varphi = L_{\zeta} - l_{\zeta} - \tau. \quad (62)$$

В первом приближении этой величиной можно пренебречь; при $v = \varphi$ равенства (57), (58) принимают вид

$$\ddot{p} + (1 - \alpha) n \dot{q} + \alpha n^2 p = 0, \quad (63)$$

$$\ddot{q} - (1 - \beta) n \dot{p} + 4\beta n^2 q = 3\beta n^2 i \sin(l_{\zeta} - \Omega). \quad (64)$$

Выражения

$$p = P \cos(l_{\zeta} - \Omega), \quad q = Q \sin(l_{\zeta} - \Omega)$$

являются решением этой системы, причем

$$P = -3\beta i \left[\frac{(1 - \alpha)(1 + m)}{(1 + m)^2 (m^2 + 2m - 3\beta - \alpha\beta) + 4\alpha\beta} \right], \quad (65)$$

$$Q = 3\beta i \left[\frac{\alpha - (1 + m)^2}{(1 + m)^2 (m^2 + 2m - 3\beta - \alpha\beta) + 4\alpha\beta} \right], \quad (66)$$

а $-mi$ есть скорость рецессии линии узлов. Подставляя выражения для p и q из (46), (47), мы находим для β формулу

$$\beta = \frac{2}{3} \left(\frac{mI}{\sin i + I} \right), \quad (67)$$

которая для наблюдаемых значений m , i , I дает

$$\beta = 0,62 \cdot 10^{-3}.$$

Учет членов второго порядка приводит к значению *)

$$\beta = 6,28 \cdot 10^{-4}.$$

*) Подробная теория этого вопроса дана Джеффрисом [30, 32]. Последний ввел систему координат $OXYZ$, где ось OZ фиксирована по направлению и перпендикулярна к эклиптике, а OX и OY вращаются вокруг нее равномерно с угловой скоростью, равной среднему движению Луны. Далее Джеффрис считает, что матрица направляющих косинусов главных осей инерции Ox , Oy и Oz по отношению к $O\bar{X}$, $O\bar{Y}$, $O\bar{Z}$ для эйлеровых углов θ , φ , ψ имеет форму

$$\begin{array}{c} x \\ y \\ z \end{array} \left(\begin{array}{ccc} X & Y & Z \\ \cos \varphi \cos \theta \cos \psi - \sin \varphi \sin \psi & \sin \varphi \cos \theta \cos \psi + \cos \varphi \sin \psi & -\sin \theta \cos \psi \\ -\cos \varphi \sin \theta \sin \psi - \sin \varphi \cos \psi & -\sin \varphi \cos \theta \sin \psi + \cos \varphi \cos \psi & \sin \theta \sin \psi \\ \cos \varphi \sin \theta & \sin \varphi \sin \theta & \cos \theta \end{array} \right).$$

С другой стороны, подставляя в выражение для p и q значение θ из (24), мы находим

$$\rho = -\frac{\sin I}{2} \left[\frac{P^2 - Q^2}{P^2 + Q^2} \right] \cos^2 (l_\zeta - \Omega), \quad (68)$$

а также соотношение между σ и τ в виде

$$\sigma - \tau = (1/2I) (Q - P) \sin 2 (l_\zeta - \Omega).$$

Равенство (41), исследованное отдельно, дает выражение либрации по долготе. Если мы пренебрежем квадратами и произведениями малых величин θ^2 и B^2 , то (41) становится таким:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_z + \gamma \omega_x \omega_y &= (3/2) Gm_\oplus \gamma R^{-3} \cos^2 B_\zeta \times \\ &\times [(1 - \mu) \sin 2 (v - \varphi) - \mu \sin 2\varphi], \end{aligned} \quad (69)$$

где

$$\mu = 1 - \cos I + \operatorname{tg} i \sin I. \quad (70)$$

Подставим теперь выражение для $v - \varphi$ из (62). Разность $L_\zeta - l_\zeta$ истинной и средней долгот Луны дана Броуном [8] в виде суммы периодических членов. Согласно Козиелу, при

Затем он полагает

$$\sin \varphi = \chi, \quad \theta = (\pi/2) + \sin^{-1} \xi, \quad \psi = (\pi/2) + \sin^{-1} \eta$$

и приходит к матрице

$$\begin{array}{c} X \qquad Y \qquad Z \\ \begin{array}{l} x \\ y \\ z \end{array} \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2} \chi^2 - \frac{1}{2} \xi^2 & \chi - \frac{1}{2} \chi \xi^2 & -\xi \\ -\chi + \xi \eta + \frac{1}{2} \eta^2 \chi & 1 - \frac{1}{2} \chi^2 - \frac{1}{2} \eta^2 + \xi \eta \chi & \eta - \frac{1}{2} \xi^2 \eta \\ \xi + \chi \eta - \frac{1}{2} \xi (\chi^2 + \eta^2) & -\eta + \chi \xi + \frac{1}{2} \eta \chi^2 & 1 - \frac{1}{2} \xi^2 - \frac{1}{2} \eta^2 \end{pmatrix} \end{array}$$

Считая, что наклонение i лунной орбиты к эклиптике постоянно и что Луна обращается с одинаковой скоростью $-n'$, он получает уравнения

$$\begin{aligned} B \ddot{\xi} + n(A + B - C) \dot{\eta} + n^2(C - A) \xi &= \\ = -\frac{3n^2 \lambda (C - A)}{1 + \mu} \left[\left(1 - \frac{1}{2} e^2 - \sin^2 i \right) \xi - \sin i \left(1 - \frac{1}{2} e^2 - \frac{3}{2} \sin^2 \frac{i}{2} \right) \sin(n + n') t \right] \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} A \ddot{\eta} - n(A + B - C) \dot{\xi} + n^2(C - B) \eta &= \\ = -\frac{3n^2 \lambda (C - B)}{1 + \mu} \left[\left(2e^2 - \frac{1}{2} \sin^2 i \right) \eta + \sin i \left(2e^2 - \frac{1}{2} \sin^2 \frac{i}{2} \right) \cos(n + n') t \right], \end{aligned}$$

где $\mu = 1/81,3$ — отношение масс Луны и Земли; $e = 0,0549$ — эксцентриситет лунной орбиты и $\lambda = 1,0027$ — поправочный член за солнечное возмущение.

расчетах мы учитываем члены с коэффициентами, превышающими 10^{-6} . Тогда величина $L_{\zeta} - l_{\zeta}$ принимает вид

$$\begin{aligned}
 L_{\zeta} - l_{\zeta} = & 22639^{\prime\prime}5 \sin g + 769^{\prime\prime} \sin 2g + 36^{\prime\prime}1 \sin 3g + \\
 & + 1^{\prime\prime}9 \sin 4g + 7^{\prime\prime}6 \sin (-2g - g') + \\
 & + 109^{\prime\prime}7 \sin (-g - g') + 668^{\prime\prime}1 \sin (-g') + \\
 & + 147^{\prime\prime}7 \sin (g - g') + 9^{\prime\prime}7 (2g - g') + \\
 & + 1^{\prime\prime}2 \sin (-g - 2g') + 7^{\prime\prime}5 \sin (-2g') + \\
 & + 2^{\prime\prime}6 \sin (g - 2g') + 0^{\prime\prime}055 \sin (-g + 2\omega) + \\
 & + 1^{\prime\prime}37 \sin 2\omega - 39^{\prime\prime}5 \sin (g + 2\omega) - \\
 & - 411^{\prime\prime}6 \sin (2g + 2\omega) - 45^{\prime\prime}1 \sin (3g + 2\omega) - \\
 & - 4^{\prime\prime} \sin (4g + 2\omega) - 1^{\prime\prime}4 \sin (-g' - 2\omega') + \\
 & + 55^{\prime\prime}2 \sin (-2g' - 2\omega') - 6^{\prime\prime}4 \sin (g - 2g' - 2\omega') + \\
 & + 2^{\prime\prime}2 \sin (-3g' - 2\omega') + 1^{\prime\prime}1 \sin (\omega - \omega') + \\
 & + 18^{\prime\prime} \sin (g + \omega - \omega') + 1^{\prime\prime}3 \sin (2g + \omega - \omega') - \\
 & - 1^{\prime\prime}8 \sin (-g - g' + \omega - \omega') - \\
 & - 18^{\prime\prime}6 \sin (-g' + \omega - \omega') - \\
 & - 125^{\prime\prime}2 \sin (g - g' + \omega - \omega') - \\
 & - 8^{\prime\prime}5 \sin (2g - g' + \omega - \omega') - \\
 & - 2^{\prime\prime}5 \sin (g + 2\omega - 2\omega') + 2^{\prime\prime}5 \sin (-g' + 2\omega - 2\omega') - \\
 & - 28^{\prime\prime}5 \sin (g - g' + 2\omega - 2\omega') - \\
 & - 24^{\prime\prime}4 \sin (2g + g' + 2\omega - 2\omega') - \\
 & - 2^{\prime\prime}9 \sin (3g - g' + 2\omega - 2\omega') + \\
 & + 13^{\prime\prime}2 \sin (-g - 2g' + 2\omega - 2\omega') + \\
 & + 211^{\prime\prime}7 \sin (-2g' + 2\omega - 2\omega') + \\
 & + 4586^{\prime\prime}4 \sin (g - g' + 2\omega - 2\omega') + \\
 & + 2369^{\prime\prime}9 \sin (2g - 2g' + 2\omega - 2\omega') + \\
 & + 192^{\prime\prime} \sin (3g - 2g' + 2\omega - 2\omega') + \\
 & + 14^{\prime\prime}4 \sin (4g - 2g' + 2\omega - 2\omega') + \\
 & + 1^{\prime\prime}1 \sin (5g - 2g' + 2\omega - 2\omega') + \\
 & + 8^{\prime\prime}6 \sin (3g' + 2\omega - 2\omega') + \\
 & + 206^{\prime\prime} \sin (g - 3g' + 2\omega - 2\omega') + \\
 & + 165^{\prime\prime}1 \sin (2g - 3g' + 2\omega - 2\omega') +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ 14''6 \sin (3g - 3g' + 2\omega - 2\omega') + \\
 &+ 1''2 \sin (4g - 3g' + 2\omega - 2\omega') + \\
 &+ 7''4 \sin (g - 4g' + 2\omega - 2\omega') + \\
 &+ 8''1 \sin (2g - 4g' + 2\omega - 2\omega') - \\
 &- 9''4 \sin (3g - 2g' + 4\omega - 2\omega') - \\
 &- 5''7 \sin (4g - 2g' + 4\omega - 2\omega') - \\
 &- 1''2 \sin (g - 3g' + 3\omega - 3\omega') - \\
 &- 3''2 \sin (2g - 3g' + 3\omega - 3\omega') + \\
 &+ 1''2 \sin (g - 4g' + 4\omega - 4\omega') + \\
 &+ 30''8 \sin (2g - 4g' + 4\omega - 4\omega') + \\
 &+ 38''4 \sin (3g - 4g' + 4\omega - 4\omega') + \\
 &+ 13''9 \sin (4g - 4g' + 4\omega - 4\omega') + \\
 &+ 2'' \sin (5g - 4g' + 4\omega - 4\omega') + \\
 &+ 2''7 \sin (2g - 5g' + 4\omega - 4\omega') + \\
 &+ 4''4 \sin (3g - 5g' + 4\omega - 4\omega') + \\
 &+ 1''9 \sin (4g - 5g' + 4\omega - 4\omega'), \tag{71}
 \end{aligned}$$

где g — средняя аномалия Луны, g' — средняя аномалия Солнца, ω — угловое расстояние перигея Луны от восходящего узла орбиты, ω' — угловое расстояние перигея Солнца от восходящего узла на лунной орбите.

Единственным отклонением от таблиц Броуна является замена коэффициента $+1''298$ [8] при члене, аргумент которого равен удвоенной долготе перигея лунной орбиты, новым коэффициентом, равным $+1''370$ [13] по данным Эккерта и Смита.

Аргументы g , g' , ω , ω' связаны с аргументами, которые использовал Броун [8], следующим образом:

$$g = l, \quad g' = l', \quad \omega = F - l, \quad \omega' = F - D - l'. \tag{72}$$

Первая часть скобок в правой части равенства (23) равна

$$\begin{aligned}
 (1 - \mu) \sin 2(v - \varphi) &= (1 - \mu) \sin 2(L_{\zeta} - l_{\zeta} - \tau) = \\
 &= (1 - \mu) [\sin 2(L_{\zeta} - l_{\zeta}) \cos 2\tau - \\
 &- \cos 2(L_{\zeta} - l_{\zeta}) \sin 2\tau] = \\
 &= (1 - \mu) \{\sin 2(L_{\zeta} - l_{\zeta}) \times \\
 &\times [1 - 2\tau^2 + \frac{2}{3}\tau^4 \dots] - \\
 &- \cos 2(L_{\zeta} - l_{\zeta}) \times
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times [2\tau - \frac{4}{3}\tau^3 + \frac{4}{15}\tau^5 \dots] \} = \\
& = (1 - \mu) \{ \sin 2(L_{\zeta} - l_{\zeta}) - \\
& - 2\tau \cos 2(L_{\zeta} - l_{\zeta}) - \\
& - 2\tau^2 \sin 2(L_{\zeta} - l_{\zeta}) + \dots \}. \quad (73)
\end{aligned}$$

Воспользовавшись равенствами (25), (26), а также соотношением

$$l_{\zeta} = g + \omega + \Omega, \quad (74)$$

мы находим для второй части скобок

$$\begin{aligned}
\mu \sin 2\varphi &= \mu \sin 2(g + \omega + \Omega + \tau - \psi) = \\
&= \mu \sin 2(g + \omega + \tau - \sigma) = \\
&= \mu [\sin 2(g + \omega) \cos 2(\tau - \sigma) + \\
&+ \cos 2(g + \omega) \sin 2(\tau - \sigma)] = \\
&= \mu \{ \sin 2(g + \omega) [1 - 2(\tau - \sigma)^2 + \frac{2}{3}(\tau - \sigma)^4 - \dots] + \\
&+ \cos 2(g + \omega) [2(\tau - \sigma) - \frac{4}{3}(\tau - \sigma)^3 + \dots] \}. \quad (75)
\end{aligned}$$

Поскольку величины τ и σ очень малы, члены второго и более порядков могут быть отброшены; таким образом, (73) и (75) дают

$$\begin{aligned}
(1 - \mu) \sin 2(L_{\zeta} - l_{\zeta} - \tau) - \mu \sin 2\varphi &= \\
&= (1 - \mu) [\sin 2(L_{\zeta} - l_{\zeta}) - 2\tau \cos 2(L_{\zeta} - l_{\zeta})] - \\
&- \mu [\sin 2(g + \omega) + 2(\tau - \sigma) \cos 2(g + \omega)]
\end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned}
(1 - \mu) \sin 2(L_{\zeta} - l_{\zeta} - \tau) - \mu \sin 2\varphi &= \\
&= -2\tau [(1 - \mu) \cos 2(L_{\zeta} - l_{\zeta}) + \mu \cos 2(g + \omega)] + \\
&+ (1 - \mu) \sin 2(L_{\zeta} - l_{\zeta}) - \mu \sin 2(g + \omega) + \\
&+ 2\mu\sigma \cos 2(g + \omega). \quad (76)
\end{aligned}$$

В выражении для B_{ζ} , также выведенном Броуном, Козиел [37] учел все члены, коэффициенты которых больше $1''0$. В этом случае величина B_{ζ} определяется формулой

$$\begin{aligned}
B_{\zeta} &= -1''6 \sin(-2g + \omega) - 31''8 \sin(-g + \omega) - \\
&- 999''7 \sin \omega + 18461''5 \sin(g + \omega) + \\
&+ 1010,2 \sin(2g + \omega) + 61''9 \sin(3g + \omega) + \\
&+ 4'' \sin(4g + \omega) - 2''8 \sin(2g + 3\omega) - 6''3 \sin(3g + 3\omega) - \\
&- 1'' \sin(4g + 3\omega) - 5''7 \sin(g' + \omega) - \\
&- 6''5 \sin(g + g' + \omega) - 5''3 \sin(2g + g' + \omega) + \\
&+ 5''1 \sin(-g' + \omega) + 4''9 \sin(g - g' + \omega) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 6^{\prime}8 \sin (2g - g' + \omega) - 12^{\prime}1 \sin (g - g' + \omega - 2\omega') + \\
& + 2^{\prime}1 \sin (-3g - 2g' + \omega - 2\omega') + \\
& + 1^{\prime}5 \sin (-2g - 2g' + \omega - 2\omega') + \\
& + 15^{\prime}6 \sin (-g - 2g' + \omega - 2\omega') + \\
& + 166^{\prime}6 \sin (-2g + \omega - 2\omega') + \\
& + 623^{\prime}7 \sin (g - 2g' + \omega - 2\omega') + \\
& + 33^{\prime}4 \sin (2g - 2g' + \omega - 2\omega') + \\
& + 7^{\prime}5 \sin (-3g' + \omega - 2\omega') + 29^{\prime}7 \sin (g - 3g' + \omega - 2\omega') + \\
& + 1^{\prime}8 \sin (2g - 3g' + \omega - 2\omega') + \\
& + 1^{\prime}1 \sin (g - 4g' + \omega - 2\omega') - \\
& - 1^{\prime}3 \sin (2g - g' + 3\omega - 3\omega') - \\
& - 1^{\prime}3 \sin (3g - g' + 3\omega - 2\omega') - \\
& - 1^{\prime}6 \sin (g - 2g' + 3\omega - 2\omega') + \\
& + 199^{\prime}5 \sin (2g - 2g' + 3\omega - 2\omega') + \\
& + 117^{\prime}3 \sin (3g - 2g' + 3\omega - 2\omega') + \\
& + 15^{\prime}1 \sin (4g - 2g' + 3\omega - 2\omega') + \\
& + 1^{\prime}5 \sin (5g - 2g' + 3\omega - 2\omega') + \\
& + 8^{\prime}9 \sin (2g - 3g' + 3\omega - 2\omega') + \\
& + 8'' \sin (3g - 3g' + 3\omega - 2\omega') + \\
& + 1^{\prime}1 \sin (4g - 3g' + 3\omega - 2\omega') + \\
& + 6^{\prime}6 \sin (2g - 4g' + 3\omega - 4\omega') + \\
& + 3^{\prime}7 \sin (3g - 4g' + 3\omega - 4\omega') + \\
& + 2^{\prime}4 \sin (3g - 4g' + 5\omega - 4\omega') + \\
& + 3'' \sin (4g - 4g' + 5\omega - 4\omega') + \\
& + 1^{\prime}2 \sin (5g - 4g' + 5\omega - 4\omega') + 4^{\prime}8 \sin \omega' - \\
& - 2^{\prime}2 \sin (g + 2g' + \omega + 2\omega') - \\
& - 5^{\prime}4 \sin (2g - g' + 2\omega - \omega').
\end{aligned} \tag{77}$$

Величина члена R^{-1} выражается через среднее расстояние до Луны (которое принимается за единицу длины) из разложения синуса параллакса, содержащегося в таблицах Броуна, и может быть представлена в форме:

$$\begin{aligned}
R^{-1} = & 1 + 10^{-6} [54501 \cos g + 2970 \cos 2g + 182 \cos 3g + \\
& + 12 \cos 4g - 30 \cos (-2g - 2g') - 277 \cos (-g - g') - \\
& - 117 \cos (-g') + 337 \cos (g - g') + 37 \cos (2g - g') +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 0,1 \cos 2\omega - 208 \cos (g + 2\omega) - \\
& - 24 \cos (-g - 2g' - 2\omega') - 31 \cos (-2g' - 2\omega') - \\
& - 14 \cos (g - 2g' - 2\omega') + 44 \cos (g + \omega - \omega') - \\
& - 286 \cos (g - g' + \omega - \omega') - 32 \cos (2g - g' + \omega - \omega') - \\
& - 66 \cos (g - g' + 2\omega - 2\omega') - \\
& - 88 \cos (2g - g' + 2\omega - 2\omega') - \\
& - 14 \cos (3g - g' + 2\omega - 2\omega') - \\
& - 35 \cos (-g - 2g' + 2\omega - 2\omega') - \\
& - 89 \cos (-2g' + 2\omega - 2\omega') + \\
& + 1025 \cos (g - 2g' + 2\omega - 2\omega') + \\
& + 8249 \cos (2g - 2g' + 2\omega - 2\omega') + \\
& + 902 \cos (3g - 2g' + 2\omega - 2\omega') + \\
& + 83 \cos (4g - 2g' + 2\omega - 2\omega') + \\
& + 422 \cos (g - 3g' + 2\omega - 2\omega') + \\
& + 560 \cos (2g - 3g' + 2\omega - 2\omega') + \\
& + 67 \cos (3g - 3g' + 2\omega - 2\omega') + \\
& + 14 \cos (g - 4g' + 2\omega - 2\omega') + \\
& + 27 \cos (2g - 4g' + 2\omega - 2\omega') - \\
& - 11 \cos (2g - 3g' + 3\omega - 3\omega') + \\
& + 109 \cos (2g - 4g' + 4\omega - 4\omega') + \\
& + 176 \cos (3g - 4g' + 4\omega - 4\omega') + \\
& + 76 \cos (4g - 4g' + 4\omega - 4\omega') + \\
& + 13 \cos (5g - 4g' + 4\omega - 4\omega') + \\
& + 20 \cos (3g - 5g' + 4\omega - 4\omega')]. \tag{78}
\end{aligned}$$

Для левой части равенства (73) мы имеем на основании (32)

$$\begin{aligned}
\dot{\omega}_z &= \ddot{\psi} \cos \theta + \ddot{\varphi} - \dot{\psi} \dot{\theta} \sin \theta = \\
&= \ddot{\psi} + \ddot{\varphi} - 2\dot{\psi} \sin^2 (\theta/2) - \ddot{\psi} \dot{\theta} \sin \theta. \tag{79}
\end{aligned}$$

Но

$$\ddot{\psi} + \ddot{\varphi} = \ddot{\tau}$$

и

$$2\dot{\psi} \sin^2 (\theta/2) + \dot{\psi} \dot{\theta} \sin \theta = d [2\dot{\psi} \sin^2 (\theta/2)]/dt.$$

В результате мы окончательно имеем равенство

$$\ddot{\tau} + 3Gm_{\oplus} \gamma \lambda A_{(t)} \tau = 3Gm_{\oplus} \gamma \lambda B_{(t)} + G_{(t)}, \quad (80)$$

где

$$A_{(t)} = R^{-3} \cos^2 B_{\zeta} [(1 - \mu) \cos^2 (L_{\zeta} - l_{\zeta}) + \mu \cos 2(g + \omega)], \quad (81)$$

$$B_{(t)} = (R^{-3} \cos^2 B_{\zeta} / 2) [(1 - \mu) \sin 2(L_{\zeta} - l_{\zeta}) - \mu \sin 2(g + \omega)] \quad (82)$$

и

$$C_{(t)} = [-\gamma \omega_x \omega_y + d [2\dot{\psi} \sin^2 (\theta/2)]/dt + + 2\mu\sigma \cos 2(g + \omega)] 3Gm_{\oplus} \gamma R^{-3} \cos^2 B_{\zeta}. \quad (83)$$

На этой стадии решения значительный вклад был сделан Экхардом [16], который первым применил электронные вычислительные машины для решения системы уравнений, определяющих физическую либрацию Луны. При этом он использовал уравнения

$$\begin{aligned} \ddot{p}_1 + 4\beta \dot{L}^2 p_1 - (1 - \beta) \dot{L} \dot{p}_2 = p_3 \beta k^2 (a/r)^3 u_3 u_1 + \\ + 3\beta \dot{L}^2 p_1 + d (\dot{\tau}_{p_2})/dt. \end{aligned} \quad (84)$$

$$\begin{aligned} \ddot{p}_2 + \alpha \dot{L}^2 p_2 + (1 - \alpha) \dot{L} \dot{p}_1 = p_3 \alpha k^2 (\alpha/r)^3 u_2 u_3 - \\ - d (\dot{\tau}_{p_1})/dt, \end{aligned} \quad (85)$$

$$\ddot{\tau} + \gamma k^2 \tau = \gamma k^2 [(a/r)^3 u_1 u_2 + U + \tau] + (1/2) I^2 \ddot{\sigma}, \quad (86)$$

где u_1, u_2, u_3 — направляющие косинусы прямой Луна — Земля; p_1, p_2, p_3 — направляющие косинусы эклиптики; L — средняя долгота Луны; r — расстояние Земля — Луна; α — большая полуось орбиты; $k^2 = 3\lambda \dot{L}^2 / (1 + k)$, где $\lambda = 1,0027$ — поправочный коэффициент, впервые использованный Джеффрисом [32], и $k = 1/81,3$ — отношение масс Луна — Земля. Наконец, $U = -0,00283 \sin 2D$, где $2D$ — аргумент возмущения — представляет собой член, характеризующий солнечное притяжение.

В результате решения системы уравнений на машине IBM 7090 получено решение, представленное в табл. 1 для различных значений γ и постоянного значения $\beta = 0,00063$ и в табл. 2 для различных значений β и постоянного значения $\gamma = 0,0002$.

Таблица 1

ОКОНЧАТЕЛЬНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ τ , $I\rho$, ρ И I ПИИ $\beta = 0,00063$

| | Аргумент | | | | Коэффициент при $\gamma = 0,00010 \dots, 0,00032$ | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------------------------|----------|------|-----|-----|---|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|----------------|--|--|--------|--|--|--|--|--|--|
| | l | l' | F | D | 0,00010 | 0,00014 | 0,00018 | 0,00020 | 0,00022 | 0,00024 | 0,00028 | 0,00032 | | | | | | | | | | |
| τ , синусные члены | 0 | 0 | 2 | -2 | 0,7 | 1,0 | 1,3 | 1,4 | 1,6 | 1,7 | 2,0 | 2,4 | | | | | | | | | | |
| | 0 | 1 | 0 | 0 | 37,0 | 52,9 | 69,6 | 78,2 | 87,1 | 96,1 | 114,0 | 134,6 | | | | | | | | | | |
| | 1 | -1 | 0 | -1 | -1,4 | -1,3 | -1,3 | -1,2 | -1,2 | -1,2 | -1,2 | -1,2 | -1,2 | | | | | | | | | |
| | 1 | 0 | 0 | -2 | 1,8 | 2,6 | 3,3 | 3,6 | 4,0 | 4,3 | 5,1 | 5,8 | | | | | | | | | | |
| | 1 | 0 | 0 | -1 | -1,4 | -2,0 | -2,6 | -3,0 | -3,3 | -3,7 | -4,4 | -5,2 | | | | | | | | | | |
| | 1 | 0 | 0 | 0 | -8,3 | -11,0 | -13,6 | -14,9 | -16,2 | -17,6 | -20,2 | -22,8 | | | | | | | | | | |
| | 2 | -2 | 0 | -2 | 9,8 | 0,8 | 0,5 | 0,5 | 0,4 | 0,4 | 0,4 | 0,3 | | | | | | | | | | |
| | 2 | -1 | 0 | -2 | 0,4 | 0,5 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1,0 | 1,0 | 1,3 | 1,5 | | | | | | | | | |
| | 2 | 0 | -2 | 0 | -1,3 | -2,9 | -8,7 | -25,3 | 47,8 | 14,4 | 14,4 | 7,0 | 5,2 | | | | | | | | | |
| | 2 | 0 | 0 | -2 | 4,3 | 6,0 | 7,8 | 8,6 | 9,5 | 10,4 | 12,3 | 14,2 | | | | | | | | | | |
| $I\rho$, синусные члены | 0 | 0 | 2 | -2 | -3,5 | -3,4 | -3,3 | -3,3 | -3,2 | -3,2 | -3,1 | -3,0 | | | | | | | | | | |
| | 0 | 0 | 2 | 0 | -10,0 | 10,2 | -10,4 | -10,5 | -10,6 | -10,7 | -10,8 | -10,0 | | | | | | | | | | |
| | 1 | 0 | -2 | 0 | -48,0 | 40,6 | -33,3 | -29,6 | -26,0 | -22,3 | -15,0 | -7,7 | | | | | | | | | | |
| | 1 | 0 | 0 | -2 | 2,9 | 2,8 | 2,6 | 2,6 | 2,5 | 2,4 | 2,3 | 2,2 | | | | | | | | | | |
| | 1 | 0 | 0 | 0 | -117,6 | -112,6 | -107,6 | -105,1 | -102,6 | -100,1 | -95,1 | -90,1 | | | | | | | | | | |
| | 2 | 0 | 0 | 0 | -1,2 | -1,1 | -1,0 | -1,0 | -0,9 | -0,9 | -0,8 | -0,7 | | | | | | | | | | |
| | 0 | 0 | 2 | -2 | -3,5 | -3,4 | -3,3 | -3,3 | -3,3 | -3,2 | -3,2 | -3,1 | -3,0 | | | | | | | | | |
| | 0 | 0 | 2 | 0 | -11,0 | -11,0 | -11,0 | -11,0 | -11,0 | -11,0 | -11,0 | -11,1 | -11,1 | | | | | | | | | |
| | 1 | 0 | -2 | 0 | 48,2 | 40,8 | 33,5 | 29,8 | 26,2 | 22,5 | 15,1 | 7,8 | | | | | | | | | | |
| | 1 | 0 | 0 | -2 | -2,5 | -2,3 | -2,1 | -2,1 | -2,0 | -1,9 | -1,7 | -1,6 | | | | | | | | | | |
| ρ , косинусные члены | 1 | 0 | 0 | 0 | -115,6 | -110,5 | -105,4 | -102,9 | -100,3 | -97,8 | -92,7 | -87,6 | | | | | | | | | | |
| | 2 | 0 | -2 | 0 | -1,6 | -1,2 | -0,8 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | величина < 0,3 | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | 5548,4 | | | 5547,5 | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | 5549,3 | | | 5547,5 | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | 5550,3 | | | 5547,5 | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | 5552,2 | | | 5547,5 | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | 5554,2 | | | 5547,5 | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | 5554,2 | | | 5547,5 | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | 5554,2 | | | 5547,5 | | | | | | |
| I , постоянный член | | | | | | | | | | | | | 5548,4 | | | 5547,5 | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | 5549,3 | | | 5547,5 | | | | | | |

Таблица 2

ОКОНЧАТЕЛЬНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ τ , $I\sigma$, ρ И I ПРИ $\gamma=0,00020$

| | Аргумент | | | | Коэффициент при $\beta = 0,00060 \dots 0,00066$ | | |
|----------------------------|----------|------|-----|-----|--|---------|---------|
| | I | I' | F | D | 0,00060 | 0,00063 | 0,00066 |
| τ , синусные члены | 0 | 0 | 2 | -2 | 1",4 | 1",4 | 1",4 |
| | 0 | 1 | 0 | 0 | 78,2 | 78,2 | 78,2 |
| | 1 | -1 | 0 | -1 | -1,2 | -1,2 | -1,2 |
| | 1 | 0 | 0 | -2 | 3,6 | 3,6 | 3,6 |
| | 1 | 0 | 0 | -1 | -3,0 | -3,0 | -3,0 |
| | 1 | 0 | 0 | 0 | -14,7 | -14,9 | -15,1 |
| | 2 | 0 | -2 | 0 | -24,3 | -25,3 | -26,4 |
| | 2 | 0 | 0 | -2 | 8,7 | 8,6 | 8,6 |
| $I\sigma$, синусные члены | 0 | 0 | 2 | -2 | -3,1 | -3,3 | -3,4 |
| | 0 | 0 | 2 | 0 | -9,9 | -10,5 | -11,1 |
| | 1 | 0 | -2 | 0 | -25,6 | -29,6 | -33,9 |
| | 1 | 0 | 0 | -2 | -2,4 | -2,6 | 2,8 |
| | 1 | 0 | 0 | 0 | -98,1 | -105,1 | -112,1 |
| | 2 | 0 | 0 | 0 | -0,9 | -1,0 | -1,0 |
| ρ , косинусные члены | 0 | 0 | 2 | -2 | -3,1 | -3,1 | -3,5 |
| | 0 | 0 | 2 | 0 | -10,4 | -11,0 | -11,7 |
| | 1 | 0 | -2 | 0 | 25,8 | 29,8 | 34,1 |
| | 1 | 0 | 0 | -2 | -1,9 | -2,1 | -2,2 |
| | 1 | 0 | 0 | 0 | -96,1 | -102,9 | -109,8 |
| I , постоянные члены | | | | | 5212,6 | 5549,3 | 5895,8 |

IV. Значения коэффициентов
в третьем уравнении

Последние пятьдесят лет предметом оживленных дискуссий было третье уравнение движения, определяющее либрации по долготе и обычно рассматриваемое отдельно от первых двух. Когда Йонссон опубликовал в 1917 г. результаты своих исследований [33], было отмечено, что они не согласуются с результатами, полученными Хайном в 1902 г. [24]. Позже Хайн подтвердил свои первые результаты [28, 29]. Долгое время все последующие исследователи придерживались мнения, что это разногласие было вызвано тем, что Хайн использовал лунные таблицы Ганзена [22],

в то время как Йонссон пользовался таблицами Броуна. Козиел [35] повторил работу, используя «Таблицы движения Луны» Броуна [8], но придерживался метода Хайна и получил согласие с результатами последнего.

Следует заметить, что до сих пор все исследователи пытались решить уравнение (80) путем разложения выражений (81) — (83), отбрасывая при этом все члены, зависящие от времени в (81), и в конце концов приходили к решению уравнения в следующей форме:

$$\ddot{\tau} + w^2\tau = 3Gm_{\oplus}\gamma \sum_i H_i \sin h_i, \quad (87)$$

где w — постоянный коэффициент, зависящий от величины γ , а аргументы h_i (как линейные функции g , g' , ω , ω') содержат постоянные члены и члены, изменяющиеся пропорционально времени.

Общее решение уравнений (87) имеет вид

$$\tau = A \sin(\omega t + a) - \sum_i \frac{3Gm_{\oplus}\gamma H_i \sin h_i}{(dh_i/dt)^2 - w^2}. \quad (88)$$

Очевидно, что это решение применимо только тогда, когда величины dh_i/dt не близки и не равны w . На практике это происходит, если γ принимает значение $\gamma = 0,000213$. Тогда w становится равной скорости изменения величины h_i , имеющей аргументом 2ω . Проведя тщательные исследования, Козиел определил точное значение отношения f динамических сжатий Луны α и β , для которого существует особенность; он нашел, что критическое значение $f = 0,662$. Он пишет:

«В непосредственной близости от точки $f = 0,662$, где коэффициент неограниченно растет, физическая либрация по долготе не может быть представлена выражением (1.36)*, так как оно было найдено в предположении, что τ — малая величина. Однако поскольку в природе мы имеем дело с условиями, соответствующими устойчивому равновесию, то очевидно, что истинные значения f для Луны не должны лежать вблизи критической точки».

Маковер [46] не был согласен с Козиелом и высказал предположение, что Козиел, получив окончательную форму соотношения

$$\begin{aligned} \ddot{\tau} + 0,9853M'\gamma\tau &= M'_\gamma \sum H_i \sin h_i - \gamma pq + \\ &+ M'\gamma [-(0,161 \cos g) \tau + 0,103I\sigma \cos (2g + 2\omega)] + \\ &+ (I/2) (d^2I\sigma/dt^2), \quad (89) \end{aligned}$$

* Уравнение (88) в этой главе.

которое соответствует нашему выражению (60), где $3M$ заменено на M' , пренебрег при интегрировании в первом приближении членом $0,161M'\gamma t \cos g$, который только в 6 раз меньше, чем члены первого порядка в левой части того же уравнения. Маковер показал, что этот член, как и некоторые другие члены в правой части уравнения, должен учитываться. В таком случае решение

$$\tau = A \sin [\alpha + t (0,9853M'\gamma)^{1/2}] - \sum \{M'\gamma H_i \sin h_i / (dh_i/dt)^2 - 0,9853M'\gamma\}, \quad (90)$$

обладающее особенностью, замеченной Козиелом, не может считаться правильным. Маковер пришел к заключению, что это уравнение должно быть преобразовано в уравнение Хилла следующего вида:

$$(d^2x/dt^2) + (q^2 + 2q_1 \cos 2t + 2q_2 \cos 4t + \dots) = \\ = \sum \alpha_i \sin n_i t, \quad (91)$$

но он не привел решения этого уравнения и не определил его коэффициенты.

Масловский и Метельский [48], учитывая член $0,1612M'\gamma t \cos g$, пытались найти решение уравнения

$$(d^2\tau/dt^2) + (0,9853M'\gamma + 0,1612M'\gamma \cos g) \tau = M'\gamma \sum \dots, \quad (92)$$

которое они преобразовали в уравнение Матьё в виде

$$(d^2y/dx^2) + (a + 16b \cos 2x) y = 0, \quad (93)$$

где

$$a = q^2 = 0,9853 (4M'\gamma/g^2) \quad \text{и} \quad 16b = 2q_1 = 0,1612 (16M'\gamma/4g^2).$$

Моутсулас [50] вычислил коэффициенты уравнения Хилла, соответствующие уравнению (89), для частного случая, когда лунный перигей близок к узлу лунной орбиты, но он подчеркивал следующее обстоятельство:

«В любом случае, когда мы ищем лучшее приближение к решению для частного случая, как мы это только что делали, или если мы пытаемся найти решение для общего случая, содержащее длинные ряды различных членов, как это делали предыдущие исследователи, любое предположение о расположении или даже существовании особых точек в решении задачи является преждевременным, поскольку это решение не будет чисто математическим, но основано на приближенной формуле Хейна, выведенной в результате многочисленных упрощений и отбрасывании многих членов».

С другой стороны, Хабибуллин [21] в очень тщательном аналитическом решении рассматривал уравнение (87) как нелинейное.

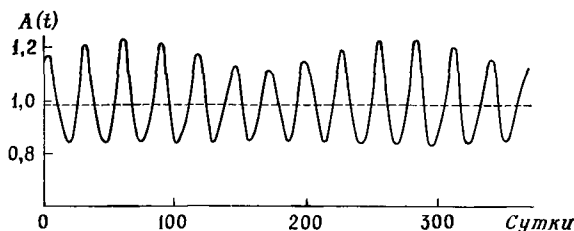


Рис. 6. Сравнение зависящего от времени коэффициента в линейном члене уравнения либрации по долготе с постоянной, используемой большинством исследователей: --- постоянное значение коэффициента линейного члена; — изменения того же коэффициента по расчетам Моутсуласа.

Он добавил член третьей степени и исследовал решение уравнения

$$\ddot{\tau} + w^2\tau = \sum_{i=1}^{69} K_i \sin(\alpha_i + \beta_i t) + \varepsilon_2 \tau^3, \quad (94)$$

где $w^2 = 0,985237M'\gamma$ и $\varepsilon_2 = 0,656825M'\gamma$. Однако, хотя он утверждает, что его решение верно с точностью до третьего порядка, это справедливо лишь в том случае, когда f принимает значение, сильно отличающееся от $f = 0,662$, при котором коэффициент члена с аргументом 2ω увеличивается бесконечно и либрация τ не может быть определена. Та же особенность видна в табл. 1 для члена с аргументом $(2l - 2F)$ между значениями $\gamma = 0,00020$ и $\gamma = 0,00022$.

Позже Моутсулас [51], основываясь на таблицах Броуна, вычислил точное значение коэффициента линейного члена и нашел его изменение во времени. На рис. 6 показаны эти изменения в течение года в сравнении с постоянным значением, принятым предыдущими исследователями. Затем уравнение (80) рассматривалось как уравнение с переменными коэффициентами, и в результате численного решения были получены величины либрации для периода в один год для случаев $f = 0,5$, $f = 0,662$ и $f = 0,8$, причем для β бралось значение $\beta = 0,000227$ (рис. 7). Особое внимание следует обратить на очень интересный результат, который получается при $f = 0,662$. Начальные условия принимались $t = 3$, $\tau = 0$, $d\tau/dt = -0,00001$ рад/сут.

В итоге были получены величины либрации Луны для различных начальных условий и различных моделей лунной конфигура-



ции. Очевидно, что сравнения этих вычислений с рядами точных наблюдений лунной либрации дадут важные сведения о фигуре Луны.

V. Сравнение с наблюдениями

Явление вращательного движения Луны и возникающая вследствие этого физическая либрация, являющаяся отклонением реального движения от движения, удовлетворяющего законам Кассини, столь незначительна по величине, что, хотя она была уверенно предсказана Ньютоном три века назад и впоследствии настойчиво изучалась многими выдающимися теоретиками, выявить физическую либрацию путем наблюдений не удавалось очень долгое время. Ни сам Д. Кассини (1693), ни его сын Жак Кассини, который продолжал работу отца, не дали подробного описания самих наблюдений и метода, при помощи которых были сформулированы законы Кассини. Во всяком случае, кажется очень неправдоподобным, чтобы Кассини пытался обнаружить физическую либрацию визуально. Ошибки карты Луны, которую он опубликовал, ясно показывают, что он не делал каких-либо точных измерений, и координаты деталей лунной поверхности определялись на глаз.

Первые систематические измерения координат небольших лунных образований с целью изучения вращения Луны были сделаны Майером. Он выполнил 27 измерений кратера Манилий, 9 — Диснисия и 12 — Цензорина и пытался подтвердить законы Кассини.

Согласно Лапласу [45], Майер заменил величину $-2\frac{1}{2}^\circ$, принятую Кассини для наклоения лунного экватора к эклиптике, на $2^\circ 45'$. Над этой проблемой Майер работал всего два года (1748 и 1749), а потом перешел к более важной, по его мнению, задаче — созданию точной карты Луны.

Лаланд [44] провел в 1763 г. новую серию измерений координат кратера Манилий с помощью микрометра и нашел, что наклонение лунного экватора к эклиптике равно $1^\circ 43'$, что намного меньше величины, данной Майером, и очень близко к действительной ($1^\circ 31'$). В конце XVIII в. Шрётер измерил расстояние от края диска Луны до нескольких малых кратеров. При этом он использовал наилучшие для того времени инструменты. В 1784 г. он начал работать на 4-футовом ньютонском рефлекторе Гершеля, а через два года перешел на другой телескоп Гершеля, с фокусным расстоянием 17 футов и диаметром объектива 6 дюймов. Наблюдения, выполненные на этих двух инструментах, были опубликованы в 1791 г. в первом томе его «Селенотопографических фрагментов». Второй том этой книги, вышедший в 1802 г., содержал наблюдения, выполненные с 1792 по 1801 г. с помощью больших инструментов: 7-футового рефлектора Шрётера, 13-футового ньютонского рефлектора (диаметр объектива 9,5 дюйма) и большого рефлектора (фокусное расстояние 26 футов, диаметр 19 дюймов). Техника его измерений состояла в совмещении изображения лунных деталей, видимых одним глазом, с белым экраном, наблюдаемым другим глазом. Экран, расположенный перпендикулярно к телескопу на расстоянии 32,5 дюйма, был разделен на квадраты со стороной полдюйма, соответствующие $20''$ на небе. Однако, несмотря на большие усилия, Шрётер не смог с достаточной точностью определить величину физической либрации, так как его метод приводил к значительным случайным ошибкам.

К этому времени Лаплас закончил фундаментальные исследования физической либрации, которые вошли во второй том его «Небесной механики» [45]. Отсутствие наблюдательных данных для подтверждения этих исследований стало особенно ощутимо. Лаплас считал все предыдущие наблюдения неудовлетворительными и недостаточными, и поэтому он уговорил Буvara и Араго из Парижской обсерватории провести наблюдения либрации более точными средствами. В 1806 г. Бувар и Араго на 65-см экваториале выполнили 18 микрометрических измерений расстояния кратера Манилия от края диска Луны в экваториальных координатах. Между 1808 и 1810 гг. Бувар сделал еще 124 измерения координат Манилия, которые были обработаны Николе и представлены Парижской Академии в 1816 и 1818 гг. Сам Николе в 1819 г. провел серию из 32 измерений Манилия и после обработки всех 174 наблюдений, выполненных Буваром, Араго и им самим, полу-

чил величину $1^{\circ}28'45''$ для наклоения лунного экватора к эклиптике и значение $4'49'',7$ (селеноцентрическое) для максимальной величины физической либрации по долготе, соответствующей годовичному уравнению [60, 62]. Принимая во внимание свои результаты, которые соответствуют величине $f = 0,055$, Николе пришел к заключению, что форма Луны не представляет собой фигуру тела, находящегося в гидростатическом равновесии. Пуассон, который в то время был ведущим теоретиком в области физической либрации Луны, не поддержал вывода Николе о неравновесной фигуре Луны и сделал предположение, что наблюдения, использованные Николе, возможно, были недостаточно точны, чтобы дать правильный результат. Даже Николе был убежден в правоте Пуассона.

В начале 1830-х годов Крейль и Стамбуччи в Милане выполнили 327 измерений положений кратера Боде по отношению к краю лунного диска. Крейль обработал 194 из них и нашел величину $I = 1^{\circ}35'48''$ для наклоения лунной оси к эклиптике и $f = 0,005$. Но он не продолжил свою работу, обескураженный тем, что публикация его результатов [40] в «Астрономических эфемеридах Милана, 1837» не привлекла внимания современников.

Беер и Мэдлер (1837) высказали предположение, что основной причиной неточности наблюдений физической либрации Луны являлось то, что для измерений выбирались такие большие кратеры, как Манилий, расположенные далеко от центра лунного диска. Они предложили в дальнейшем использовать один из небольших ярких кратеров вблизи центра. Замечательным этапом в истории методов наблюдения физической либрации Луны явилось использование Бесселем гелиометра (1839). Гелиометр был изобретен в 1748 г. Буге, который пришел к выводу, что если в экваториальном телескопе один объектив заменить двумя одинаковыми объективами, расположенными рядом, то они будут давать в фокальной плоскости два изображения одной и той же звезды. Если одну из линз перемещать в плоскости, параллельной фокальной, то соответствующее изображение звезды в фокальной плоскости также будет смещаться и можно добиться того, чтобы изображения двух звезд совместились. Тем самым измерение угловых расстояний на небесной сфере свелось к измерению перемещения линз. Спустя несколько лет после изобретения Буге Доллонд видоизменил прибор, заменив две цельные линзы двумя половинами одной разрезанной пополам линзы. Когда две половинки располагаются рядом, образуя полную линзу, в главном фокусе видно только одно изображение звезды, так как изображения, образуемые полулинзами, накладываются друг на друга. Если же одна полулинза перемещается относительно другой в направлении, параллельном линии разреза, то образуемое ею в фокусе изображение тоже переме-

щается; таким образом, расстояние между двумя изображениями в фокусе равно расстоянию между центрами двух полуплинз. С помощью этого микрометра двойного изображения были получены высокоточные измерения угловых расстояний, а поскольку этот прибор использовался для измерения диаметра Солнца, он был назван «гелиометром». Лаланд [43] на 50 лет раньше Бесселя применил гелиометр при исследованиях Луны, однако только для измерения ее диаметра.

Бессель также придерживался мнения Беера и Мэдлера, что следовало бы выбрать более удобную точку лунной поверхности в качестве опорной для измерения либрации, и он предложил для этого кратер Мёстинг А. Метод наблюдений, разработанный Бесселем, состоял в измерении позиционных углов и расстояний семи точек края лунного диска по отношению к опорному кратеру Мёстинг А. Сравнивая наблюденную таким образом величину лунной либрации с теорией, развитой для произвольных значений f , он определил правильное значение f . Все последующие исследователи в основном использовали тот же метод (т. е. обработку гелиометрических наблюдений и применение дифференциальных формул для нахождения поправок к приближенным значениям лунных постоянных).

Первые гелиометрические наблюдения лунной либрации были выполнены учениками Бесселя Шлютером (1841—1843) и Вихманом (1844—1846) с помощью кенигсбергского гелиометра (рис. 8). Из обработки своих наблюдений Вихман [70, 71] получил величину $f = 0,48 \pm 0,08$ и сделал заключение, что значительные ошибки возникают из-за неровности лунного края. Шлютер не обработал свои наблюдения. Это было сделано позже Францем [18], который вывел величину $f = 0,488 \pm 0,028$, Страттоном [67], нашедшим $f = 0,50 \pm 0,03$, и, наконец, Науманном, получившим $f = 0,71 \pm 0,08$ [53]. В течение 1875 и 1876 гг. Гартвиг, используя страбургский гелиометр Репсольда (фокусное расстояние 170 см, диаметр 10,6 см), выполнил серию из 42 наблюдений кратера Манилий А и в течение следующих трех лет еще одну серию из 42 наблюдений кратера Мёстинг А. Гартвиг [23] указал на некоторые ошибки, которые были ранее сделаны при обработке наблюдений. В 1884—1885 гг. в Дерпте (ныне Тарту) Гартвиг выполнил еще 36 наблюдений с помощью гелиометра, аналогичного страбургскому, и между 1890 и 1922 гг. в Бамберге он сделал 266 наблюдений кратера Мёстинг А с помощью большого гелиометра Репсольда (фокусное расстояние 270 см, диаметр 18,4 см). Первые серии наблюдений Мёстинга А были обработаны самим Гартвигом и дали величину $f = 0,507 \pm 0,060$ [23]. Позже их обработал Франц [17], который получил $f = 0,4684 \pm 0,0564$. Серии дерптских наблюдений были обработаны дважды Козиелом [35, 36],

один раз с начальной величиной $f_0 = 0,73$ и второй раз с $f_0 = 0,5$. Полученные результаты различались и были как больше, так и меньше 0,662. Науманн [53] частично обработал третью серию наблюдений и получил $f = 0,72 \pm 0,03$ без учета неровностей лунного края и $f = 0,71 \pm 0,03$ с учетом поправок за эти неровности. В начале нашего века Хейн [24] начал серии микрометрических измерений лунной либрации, используя 30-см рефрактор

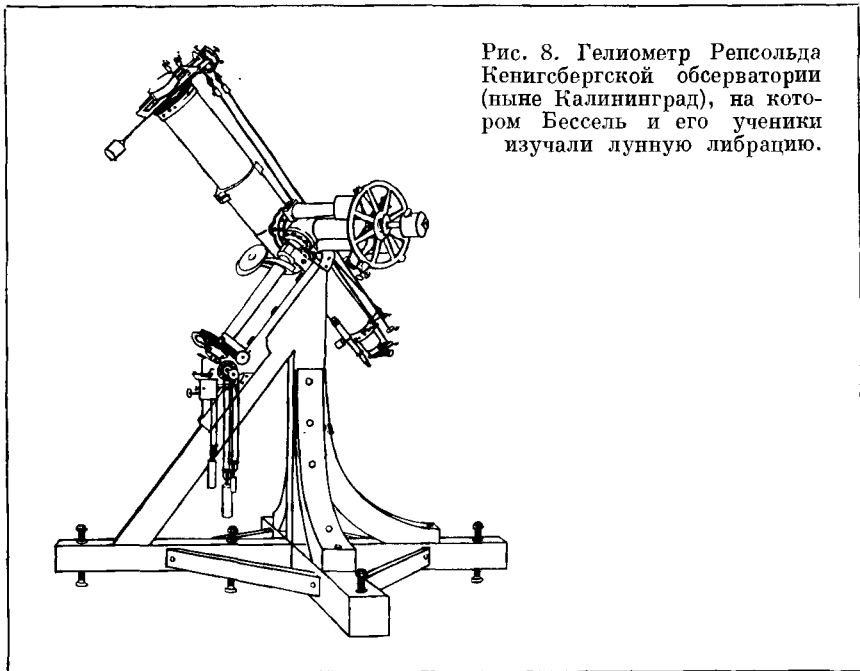


Рис. 8. Гелиометр Репсоляда Кенигсбергской обсерватории (ныне Калининград), на котором Бессель и его ученики изучали лунную либрацию.

Лейпцигской обсерватории. Одновременно он тщательно проанализировал использованные до него методы обработки наблюдений, а впоследствии обработал свои собственные наблюдения и наблюдения своих предшественников, получив значения f в пределах от 0,70 до 0,85 [26—28, 29]. В это же время работы по лунной либрации были начаты в Казанской обсерватории, которая стала знаменитой благодаря последовательным сериям наблюдений (Краснов, 1895—1898; Михайловский, 1898—1905; Банахевич, 1910—1915; Яковкин, 1916—1931; Белькович, 1932—1942; Нефедьев, 1936). Вёлькель [69] обработал наблюдения Михайловского и определил $f = 0,79 \pm 0,11$. Наблюдения Банахевича были обработаны Яковкиным [72], который нашел $f = 0,74 \pm 0,03$. Яковкин более известен своим предположением о том, что фигура

лунного диска не круг; что только край северного полушария — круг, в то время как южное полушарие ограничено эллипсом вида $R = R_0 + \alpha \cos^2 p$ [73]. Яковкин обработал также 251 собственное наблюдение лунной либрации и получил $f = 0,68 \pm \pm 0,02$. В 1950 г. он сделал новую попытку определить постоянные Луны с учетом изменения лунного профиля и из тех же наблюдений получил $f = 0,82 \pm 0,03$. Белькович обработал свои 151 наблюдение и получил $f = 0,63 \pm 0,03$ и в то же время, повторив обработку наблюдений Михайловского, пришел к величине $f = 0,84 \pm 0,08$. После того как им было учтено влияние эффекта фазы, Белькович еще раз обработал свои собственные наблюдения и получил $f = 0,67 \pm 0,03$ [2, 3]. Значительное количество наблюдений было выполнено Нефедьевым [54—57], который из обработки своих первых 143 наблюдений (1938—1945) нашел $f = 0,65 \pm 0,05$ при начальном значении $f_0 = 0,73$ и $f = = 0,57$ при начальном значении $f_0 = 0,60$.

Последний по времени, но еще далеко не окончательный вклад в определение лунной либрации по гелиометрическим наблюдениям был сделан Козиелом [35—39]. Продолжая работу Банахеви-ча, он обработал огромное количество наблюдений, а именно 3282 наблюдения, выполненные в Страсбурге, Дерпте, Бамберге и Казани за 370 ночей наблюдений между 1877 и 1916 гг. Используя несколько модифицированный способ обработки, он получил $f = 0,633 \pm 0,011$.

По расхождениям приведенных выше результатов становится очевидным, что точность использованных методов очень сомнительна и что необходимо изучить возможность ее повышения. Одной из таких возможностей может оказаться фотографирование Луны. Конечно, этот метод не нов. В 1875—1878 гг. Притчард в Оксфорде провел измерения лунных фотографий с целью выявления либраций. Однако его результаты [64, 65], как и результаты Пьюизо в Париже [66] и ряда других исследователей, считались намного хуже гелиометрических, и потому этот метод не совершенствовался. Результаты, полученные Хабибуллиным [20], оказались вполне приемлемыми, однако значения $I = 1^\circ 33' 19'' \pm 16''$ и $f = 0,89 \pm 0,13$, представленные Горыней [19] на XII Генеральной ассамблее Международного астрономического союза, вызвали сомнения относительно точности фотографического метода. Позже Артур [1] предложил использовать лунные фотографии со следами звезд, но он как будто не продолжил свою работу до получения какого-нибудь реального результата.

Однако недавно в Манчестере был сконструирован новый инструмент, позволяющий получать длиннофокусные фотографии Луны на пластинках с предварительным экспонированием звездного фона (Моутсулас, 1969). Высокая точность, которую дает

этот метод при определении ориентировки пластинки и масштаба, обещает обеспечить при измерении либрации точность порядка $0^{\circ}.1$. Это первое существенное изменение в технике измерений с 1839 г. и, возможно, лучшее из того, что мы сделали для определения лунной либрации из наблюдений с Земли.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Arthur D. W. G.*, in «Measure of the Moon», ed. Z. Kopal and C. L. Goudas, Reidel Publ. Co., Dordrecht, Netherlands, 1967, p. 52.
2. *Белькович И. В.*, Астрон. цирку. АН СССР, № 81 (1948).
3. *Белькович И. В.*, Изв. АОЭ, № 24 (1949).
4. *Bessel F. W.*, Astron. Nachr., 16, 257 (1839).
5. *Bouguer P.*, Mém. Acad., 1748, p. 11.
6. *Brown E. W.*, An Introductory Treatise on the Lunar Theory, Cambridge Univ. Press, London and New York, 1896.
7. *Brown E. W.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., 59, 1—103 (1910).
8. *Brown E. W.*, Tables of the Motion of the Moon, Yale Univ. Press, New Haven, Connecticut, 1919.
9. *Cassini G. D.*, Traité de l'origine et du progrès de l'astronomie, Paris, 1693.
10. *Chauvenet W.*, Manual of Spherical and Practical Astronomy, vol. II, Lippincott, Philadelphia, Pennsylvania, 1891.
11. *Colombo G.*, in «Measure of the Moon», 1967, p. 12.
12. *d'Alembert J.*, Precession of the Equinoxes, 1749.
13. *Eckert W. J.*, Trans. I.A.U., 12B, 103 (1964).
14. *Eckert W. J., Jones R., Clark H. K.*, Improved Lunar Ephemeris 1952—1959, Washington, D.C., 1954, p. 283.
15. *Eckhardt D. H.*, Astron. J., 70, 466 (1965).
16. *Eckhardt D. H.*, in «Measure of the Moon», 1967, p. 40.
17. *Franz J.*, Astron. Nachr., 116, Do. 2761 (1887).
18. *Franz J.*, Astron. Beob. Königsberg, 38 (1889).
19. *Горыня А. А.*, Draft Rep. IAU, 12, 214 (1964).
20. *Хабидуллин Ш. Т.*, Изв. АОЭ, № 31, 1 (1958).
21. *Хабидуллин Ш. Т.*, Тр. Казан. гор. астрон. общ., № 34 (1966).
22. *Hansen P. A.*, Tables de la Lune, London, 1857.
23. *Hartwig E.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., 41, 375 (1881).
24. *Hayn F.*, Abh. Saechs. Ges. (Akad.) Wiss., 27, 861 (1902).
25. *Hayn F.*, Abh. Saechs. Ges. (Akad.) Wiss., 29, 1—83 (1904).
26. *Hayn F.*, Abh. Saechs. Ges. (Akad.) Wiss., 30, 1—105 (1907).
27. *Hayn F.*, Abh. Saechs. Ges. (Akad.) Wiss., 32, 1—113 (1914).
28. *Hayn F.*, Astron. Nachr., 199, 261 (1920).
29. *Hayn F.*, Enzykl. Math. Wiss., 6, 1020—1043 (1923).
30. *Jeffreys H.*, in «Vistas in Astronomy», ed. A. Beer, vol. I, Pergamon Press, Oxford, 1955, p. 189.
31. *Jeffreys H.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., 117, 475 (1957).
32. *Jeffreys H.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., 122, 421 (1961).
33. *Jönsson A.*, Medd. Lunds, Ser. II, № 15 (1917).
34. *Kopal Z.*, The Moon, Reidel Publ. Co., Dordrecht, Netherlands, 1969.
35. *Koziel K.*, Acta Astron., Cracoviae, Ser. a4, 61—539 (1948).
36. *Koziel K.*, Acta Astron., Cracoviae, Ser. a4, 153—193 (1949).
37. *Koziel K.*, in «Physics and Astronomy of the Moon», ed. Z. Kopal, 1st ed., Academic Press, New York, 1962, p. 27.
38. *Koziel K.*, Trans. I.A.U., 12A, 233 (1964).
39. *Koziel K.*, in «Measure of the Moon», 1967, p. 3.

40. *Kreil J.*, in «Effemeridi: Astronomiche di Milano par l'Anno 1837», 1837.
41. *Lagrange J. L.*, *Mém. Acad. Berlin*, in «Oeuvres de Lagrange», ed. J. M. Serret, vol. 5. Gauthiers — Villars, Paris, 1780.
42. *Lagrange J. L.*, *Mécanique Analytique*, rev. ed., 1815.
43. *Lalande J. A.*, *Astronomie*, vol. 2, 1771, p. 813.
44. *Lalande J. A.*, *Astronomie*, vol. 3, 1771, p. 406—417.
45. *Laplace P. S.*, *Traité de mécanique céleste*, vol. 2, Paris, 1798.
46. *Маковец С. Г.*, *Бюлл. Инст. теор. астрон.*, 8, 249 (1962).
47. *Maslowski J.*, in «Measure of the Moon», 1967, p. 23.
48. *Maslowski J.*, *Mietelski J.*, *Acta Astron.*, Cracoviae, 13, 135 (1963).
49. *Mietelski J.*, in «Measure of the Moon», 1967, p. 29.
50. *Moutsoulas M. D.*, in «Measure of the Moon», 1967, p. 35.
51. *Moutsoulas M. D.*, Ph. D. Thesis, Univ. Manchester, 1967.
52. *Moutsoulas M. D.*, *Star-Calibrated Lunar Photography*, in «The Moon», vol. 1, 1970, p. 173.
53. *Naumann H.*, *Abh. Sachr. Akad. Wiss.*, 43, 1 (1939).
54. *Нефедьев А. А.*, *Изв. АОЭ*, № 26 (1951).
55. *Нефедьев А. А.*, *Изв. АОЭ*, № 29 (1955).
56. *Нефедьев А. А.*, *Бюлл. АОЭ*, № 30 (1957).
57. *Нефедьев А. А.*, *Бюлл. АОЭ*, № 36 (1963).
58. *Newton E.*, *The Moon*, Longmans, Green, New York, 1876, pp. 80—110.
59. *Newton I.*, *Principia*, Cambridge Univ. Press, London and New York, 1686 (F. Cajori, ed., reprint, 1934).
60. *Nicollet M.*, *Mémoire sur la libration de la Lune*, Con. d. Temps, 1822.
61. *Nicollet M.*, *Détermination astronomique des lois du Mouvement de rotation de la Lune*, Con. d. Temps, 1822.
62. *Nicollet M.*, *Addition au Mémoire sur la libration de la Lune*, insère dans *la Connaissance des Temps de 1822*, Con. d. Temps, 1823.
63. *Plummer H. C.*, *An Introductory Treatise on Dynamical Astronomy*, Cambridge Univ. Press, London and New York, 1918, p. 312—322.
64. *Pritchard C.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 39, 447 (1879).
65. *Pritchard C.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 41, 405 (1881).
66. *Puiseux M.*, *Ann. Obs. Paris, Mem.* 32 (1825).
67. *Stratton F. J. M.*, *Mem. Roy. Astron. Soc.*, 59, 257—290 (1909).
68. *Tisserand F.*, *Traité de mécanique céleste*, vol. 2. Gauthier-Villars, Paris, 1891.
69. *Велькель М.*, *Тр. Каз. гор. астрон. общ.*, № 17 (1908).
70. *Wichtmann M.*, *Astron. Nachr.*, 26, 289 (1846).
71. *Wichtmann M.*, *Astron. Nachr.*, 27, 53, 81, 97, 211 (1847).
72. *Яковкин А. А.*, *Изв. АОЭ*, № 13 (1928).
73. *Яковкин А. А.*, *Бюлл. Казан. гор. астрон. общ.*, № 4 (1934).
74. *Яковкин А. А.*, *Публ. Киев. астрон. общ.*, № 3 (1950).

Глава 3

ДИНАМИКА СИСТЕМЫ ЗЕМЛЯ — ЛУНА

ГОРДОН В. ГРОВЗ

1. Введение

Динамику системы Земля — Луна можно рассматривать четырьмя этапами: 1) Земля и Луна (а также Солнце и планеты) принимаются за материальные точки. Именно этот случай обычно называют «гравитационной» теорией, но, конечно, все последующие уточнения также опираются на закон всемирного тяготения Ньютона; 2) Земля и Луна рассматриваются как тела конечных размеров, но они считаются абсолютно твердыми; 3) учитываются приливные деформации без диссипации и, наконец, 4) диссипация принимается во внимание.

Теория материальных точек, или гравитационная, описывает реальное движение Луны с точностью, достаточной для практической астрономии, за исключением явлений прецессии и нутации. Согласно этой теории, не существует никаких вековых изменений ни эксцентриситета, ни наклона лунной орбиты, ни среднего расстояния Луны. Долгопериодические изменения могут рассматриваться как вековые на относительно коротких промежутках времени, например «вековые» ускорения средней долготы Луны, возникающие из долгопериодических изменений эксцентриситета орбиты Земли. Это надо все время иметь в виду при дальнейшем обобщении теории.

Конечные размеры не только усложняют движение центров масс Земли и Луны, но также требуют изучения новых явлений, а именно движения (вращения) относительно их центров масс. До тех пор пока тела считаются абсолютно твердыми и сферически симметричными по распределению масс, не возникает никаких дополнительных эффектов движения центров масс и угловые скорости остаются постоянными. Наибольшим отклонением Земли от сферической симметрии является ее экваториальный выступ, из-за которого притяжение Луны (и Солнца) создает момент сил. Это вызывает неравномерное перемещение к западу полюса Земли вокруг полюса эклиптики. Такое движение можно рассматривать

как состоящее из двух компонент: *прецессии*, вызываемой равномерным смещением к западу точки весеннего равноденствия с полным периодом обращения около 26 тысяч лет (при этом наклонение экваториальной плоскости Земли к эклиптике считается постоянным), и *нутаии*, состоящей из ряда малых периодических членов в наклонении и долготе относительно точки весеннего равноденствия, накладывающихся на постоянную прецессию. Положение небесных тел наблюдается относительно перемещающейся в пространстве мгновенной оси вращения Земли. Если положение Луны определяется в системе координат, включающей эту ось, то члены, представляющие прецессию и нутацию, необходимо учитывать, хотя это и не будет истинным движением относительно инерциальной системы. Момент сил, создаваемый действием Земли на несферически распределенные массы внутри Луны, является причиной физической либрации (см. [24]).

Если отбросить предположение об абсолютной твердости, то движение окажется сильно зависящим от характера деформаций. В недавнем обсуждении проблемы вращения Земли Манком и Макдональдом [36] центральную роль играл выбор соответствующего закона, связывающего напряжение и деформацию. Наибольший интерес вызывает эффект воздействия на тело Земли небольших приращений напряжений (в условиях высокого гидростатического давления), действующих в течение длительных периодов времени. Но этот эффект очень трудно количественно оценить как теоретически, так и путем лабораторных исследований горных пород Земли. Изучение движения Луны и Земли дает нам больше знаний о свойствах земного вещества, чем лунного, и это положение, очевидно, сохранится еще некоторое время.

При современной конфигурации системы Земля — Луна приливная диссипация энергии внутри Земли замедляет ее вращение и увеличивает расстояние до Луны и период ее обращения. Этот эффект был впервые обнаружен Галлеем в 1695 г. как ускорение в долготе Луны, отнесенной к всемирному времени (основанному на вращении Земли). Исторический обзор проблемы был дан Брауэром и Ори [3]. Приливное трение также вызывает вековые изменения эксцентриситета и наклонения лунной орбиты и наклонения плоскости обращения Земли вокруг Солнца, однако эти эффекты слишком малы, чтобы их можно было заметить за исторический период времени. В конце XIX в. Дж. Дарвин опубликовал серию теоретических статей [8, 9], в которых он пытался вычислить эти вековые эффекты, рассматривая Землю как вязкое жидкое тело. Затем им была разработана теория эволюции системы Земля — Луна, начиная с образования. До сих пор никто не смог повторить исследования Дарвина при менее ограничительных предположениях. Приливные эффекты в движении узла

и перигея Луны тонут в превышающих их на несколько порядков изменениях значительных солнечных возмущений. Что касается прецессии и нутации, то и здесь влияние экваториального выступа значительно превосходит приливный эффект.

Следует подчеркнуть, что только приливное воздействие на продолжительность дня и месяца, на эксцентриситет, наклон орбиты и наклонение эклиптики, вероятно, является действительно вековым. Несмотря на то что эти изменения медленные, их влияние станет ощутимым через достаточно большой промежуток времени. Проблема сводится к вопросу о начальном (и конечном) состоянии солнечной системы. Как дополнительный материал см. [29].

II. Кинематические и динамические соотношения

Положение Луны обычно определяется в той же правой декартовой системе координат x_j ($j = 1, 2, 3$), которую использовали Брауэр и Ори [3]. Положение эклиптики в данную эпоху принимается за плоскость x_1x_2 с положительным направлением оси x_3 к северу. Положительное направление x_1 берется в сторону среднего положения точки весеннего равноденствия на данную эпоху и x_2 — под прямым углом в сторону востока. Начало координат лежит в центре масс Земли, и поэтому выбранная система хотя и не вращается, но все же не является инерциальной. Определение ориентации Земли в пространстве намного сложнее. Предположим, что x'_j — правая декартова система координат, помещенная внутри Земли, с началом, совпадающим с центром масс Земли. В последующем не имеет значения, как оси этой системы расположены в Земле и как они движутся относительно Земли и является ли Земля деформируемым или твердым телом. В данном случае нас интересует только зависимость между двумя системами координат. Вторая система имеет три степени свободы относительно первой, поскольку их начала совпадают. Обычно для определения ориентации выбираются три параметра, а именно эйлеровы углы ε , ϑ , ψ . В литературе нет единообразия в методах таких вычислений, и здесь мы будем придерживаться метода Кондона [6] с небольшим изменением обозначений.

Предположим, что i_j и i'_j — единичные векторы первой и второй систем соответственно. Тогда ε — угол между i_3 и i'_3 , так что $\cos \varepsilon = (i_3 \cdot i'_3)$. Плоскости x_1x_2 и $x'_1x'_2$ пересекаются по линии, известной как *линия узлов*; вектор $[i_3 \times i'_3]$ лежит на этой же линии и определяет положительное направление вдоль нее. Угол ϑ отсчитывается от i_1 к $[i_3 \times i'_3]$ по направлению к i_2 . Таким образом, ε и ϑ фиксируют ориентировку оси x'_3 , и остается только определить угол поворота вокруг этой оси. И, наконец, ψ — это

угол между $[\mathbf{i}_3 \times \mathbf{i}'_3]$ и \mathbf{i}'_1 , согласно отношению $\mathbf{i}'_1 \cdot (\mathbf{i}_3 \times \mathbf{i}'_3) = \sin \varepsilon \cos \psi$, и $\mathbf{i}'_2 \cdot (\mathbf{i}_3 \times \mathbf{i}'_3) = -\sin \varepsilon \sin \psi$. Позже мы свяжем ε с наклоном плоскости вращения Земли, ϑ с долготой истинной точки весеннего равноденствия эпохи, ψ с сидерическим временем.

В дальнейшем используется метод декартовых тензоров. Точка с координатами x_j в первой системе будет во второй системе иметь координаты

$$x'_k = l_{jk} x_j. \quad (1)$$

Обратный переход совершается по формуле

$$x_k = l_{kj} x'_j. \quad (2)$$

Величины $l_{jk} = \mathbf{i}_j \cdot \mathbf{i}'_k$ удовлетворяют соотношениям

$$\begin{aligned} l_{ij} l_{kj} &= \delta_{ik}, \\ l_{ji} l_{jk} &= \delta_{ik} \end{aligned} \quad (3)$$

и выражаются через эйлеровы углы следующим образом:

$$\begin{aligned} l_{11} &= \cos \vartheta \cos \psi - \sin \vartheta \sin \psi \cos \varepsilon, \\ l_{12} &= -\cos \vartheta \sin \psi - \sin \vartheta \cos \psi \cos \varepsilon, \\ l_{13} &= \sin \varepsilon \sin \vartheta, \\ l_{21} &= \sin \vartheta \cos \psi + \cos \vartheta \sin \psi \cos \varepsilon, \\ l_{22} &= -\sin \vartheta \sin \psi + \cos \vartheta \cos \psi \cos \varepsilon, \\ l_{23} &= -\sin \varepsilon \cos \vartheta, \\ l_{31} &= \sin \varepsilon \sin \psi, \\ l_{32} &= \sin \varepsilon \cos \psi, \\ l_{33} &= \cos \varepsilon. \end{aligned} \quad (4)$$

Движение второй (штрихованной) системы координат относительно первой (нештрихованной) определяется вектором мгновенной угловой скорости $\boldsymbol{\omega}(t)$, или эквивалентным антисимметричным тензором $\Omega_{jk}(t)$. Поскольку относительная скорость изменения эйлеровых углов характеризует также и относительное движение, то очевидно, что эти два способа описания вращения эквивалентны. Точка с фиксированными координатами во второй системе имеет, согласно (2), следующие компоненты скорости:

$$v_k \equiv \dot{x}_k = \dot{l}_{kj} x'_j. \quad (5)$$

Составляющую этого вектора во второй системе можно получить обычным преобразованием векторов:

$$v'_i = l_{ki} v_k = l_{ki} \dot{l}_{kj} x'_j = x'_j \Omega'_{ji}, \quad (6)$$

где

$$\Omega'_{ji} \equiv l_{kj}l_{ki}.$$

Составляющие Ω'_{ji} могут быть выражены через эйлеровы углы и их производные посредством (4).

Положение Луны необходимо связывать с событиями на Земле. Если r_m — расстояние Луны от центра Земли, β и λ — небесная широта и долгота Луны в какой-то момент в невращающейся (первой) системе координат, то прямоугольные координаты Луны определяются равенствами

$$\begin{aligned} y_1 &= r_m \cos \beta \cos \lambda, \\ y_2 &= r_m \cos \beta \sin \lambda, \\ y_3 &= r_m \sin \beta. \end{aligned} \quad (7)$$

Однако β и λ не являются величинами, непосредственно полученными из наблюдений. Широта Луны обычно относится к истинной эклиптике эпохи, а долгота — к истинной точке весеннего равноденствия эпохи. Эти точки отсчета не являются неподвижными вследствие планетных возмущений земной орбиты, а также прецессии и нутации. Если требуется не слишком высокая точность, то можно сделать упрощение, пренебрегая нутационными членами и движением эклиптики. Тогда наклон эклиптики ϵ' будет постоянным, и максимальная ошибка за короткий период времени (несколько тысяч лет) составит примерно $10''$. Если λ' — долгота, отсчитываемая от средней точки весеннего равноденствия эпохи (в предположении, что истинная и средняя точки не различаются), то

$$\lambda = \lambda' - \sigma (t - t_0), \quad \sigma > 0,$$

где период прецессии равен $2\pi/\sigma$ и t_0 — эпоха. Положим, что α — прямое восхождение, отсчитываемое по направлению к востоку от средней точки весеннего равноденствия вдоль небесного экватора, а δ — склонение. Соотношение между этими координатными системами следующее [41, стр. 40]:

$$\begin{aligned} \sin \beta &= \sin \delta \sin \epsilon' - \cos \delta \sin \epsilon' \sin \alpha, \\ \cos \beta \cos \lambda' &= \cos \delta \cos \alpha, \\ \cos \beta \sin \lambda' &= \sin \delta \sin \epsilon' + \cos \delta \cos \epsilon' \sin \alpha, \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} \sin \delta &= \sin \beta \cos \epsilon' + \cos \beta \sin \epsilon' \sin \lambda', \\ \cos \delta \cos \alpha &= \cos \beta \cos \lambda', \\ \cos \delta \sin \alpha &= -\sin \beta \sin \epsilon' + \cos \beta \cos \epsilon' \sin \lambda'. \end{aligned}$$

Любая точка α , δ на небесной сфере в каждый данный момент времени может быть спроецирована на Землю. Положим, что θ

и φ — дополнение широты и восточная долгота проекции выбранной точки небесной сферы на Земле соответственно. Имеем соотношения

$$\alpha = \varphi + t + h - \pi, \quad \theta + \delta = \pi/2,$$

где t — среднее гринвичское время, выраженное в угловой мере, h — средняя долгота (λ') Солнца. Эти равенства позволяют выразить θ , φ через β и λ в функции времени (см. описание используемых систем координат в [15]). Если x'_3 берется в направлении оси вращения Земли и начальный меридиан $\varphi = 0$ совпадает с осью x'_1 , то [41, стр. 41—44]

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon', \\ \vartheta &= \lambda - \lambda', \\ \psi &= t + h - \pi. \end{aligned} \quad (8)$$

Уравнения движения Земли вокруг центра масс имеют вид

$$L_{jk} = \dot{H}_{jk}, \quad (9)$$

где возмущающий момент и момент количества движения выражены составляющими антисимметричных тензоров

$$\begin{aligned} L_{jk} &= \int (x_j f_k - x_k f_j) \rho \, d\tau, \\ H_{jk} &= \int (x_j \dot{x}_k - x_k \dot{x}_j) \rho \, d\tau, \end{aligned} \quad (10)$$

где f_j — компоненты силы, действующие на каждую частицу Земли единичной массы, ρ — плотность, интеграл берется по объему, который мы считаем Землей. Движение центра масс первой координатной системы относительно инерциальной системы не должно входить в (9), поскольку началом системы является центр масс Земли. Для удобства считаем, что момент количества движения состоит из двух частей: первая зависит от движения оси x'_j относительно системы x_j и вторая — от движения относительно системы x'_j . Таким образом,

$$H_{jk} = \Phi_{jk\alpha\beta} \Omega_{\alpha\beta} + h_{jk}, \quad (11)$$

где $\Phi_{jk\alpha\beta}$ — тензор четвертого ранга, представляющий собой тензор инерции Земли, равный

$$\int (\delta_{\beta k} x_j - \delta_{j\beta} x_k) x_\alpha \rho \, d\tau, \quad (12)$$

и относительный момент количества движения равен

$$h_{jk} = \int (x_j u_k - x_k u_j) \rho \, d\tau, \quad (13)$$

где u_j — составляющие скорости в подвижной системе, заданные соотношением

$$u_j = \dot{x}'_j.$$

В трехмерном пространстве, с которым мы имеем дело, можно записать динамические уравнения в тензорах более низкого ранга, поскольку антисимметричные тензоры имеют относительно мало независимых элементов. Обычно используются соответствующие тензоры более низкого ранга:

$$\Omega_i = \frac{1}{2} \varepsilon_{ijk} \Omega_{jk},$$

$$L_i = \frac{1}{2} \varepsilon_{ijk} L_{jk},$$

$$H_i = \frac{1}{2} \varepsilon_{ijk} H_{jk},$$

$$h_i = \frac{1}{2} \varepsilon_{ijk} h_{jk},$$

$$\Phi_{jk} = \frac{1}{2} \varepsilon_{j\gamma\delta} \varepsilon_{\alpha\beta k} \Phi_{\gamma\delta\alpha\beta} = \int (\delta_{jk} x_\alpha x_\alpha - x_j x_k) \rho d\tau,$$

с помощью которых уравнения (9) и (11) могут быть записаны в виде

$$L_i = \dot{H}_i, \quad (14)$$

$$H_i = \Phi_{ij} \Omega_j + h_i. \quad (15)$$

Тензор ε_{ijk} равен -1 , 1 или 0 в зависимости от того, используется ли четная подстановка индексов $1, 2, 3$, нечетная или какие-либо два индекса равны. Тензор Φ_{jk} симметричный. Его составляющие в подвижной системе называются *моментами и произведениями инерции*. Таким образом, имеем три момента инерции:

$$A = \Phi'_{11} = \int (x'_2 x'_2 + x'_3 x'_3) \rho d\tau,$$

$$B = \Phi'_{22} = \int (x'_3 x'_3 + x'_1 x'_1) \rho d\tau,$$

$$C = \int (x'_1 x'_1 + x'_2 x'_2) \rho d\tau$$

и произведения инерции:

$$F = -\Phi'_{23} = -\Phi'_{32} = \int x'_2 x'_3 \rho d\tau,$$

$$G = -\Phi'_{13} = -\Phi'_{31} = \int x'_3 x'_1 \rho d\tau,$$

$$H = -\Phi'_{12} = -\Phi'_{21} = \int x'_1 x'_2 \rho d\tau.$$

Уравнения (14) и (15) могут быть использованы для изучения влияния перемещения масс, ветров, океанических течений на вращение Земли, а также лунных эффектов. Поскольку мы будем учитывать только последние эффекты, то примем в интегралах, определяющих Φ_{jk} , H_i и h_i , Землю как единое целое вместе с ее океанами и атмосферой.

Если рассматривать Луну как материальную точку, то уравнение ее движения может быть записано в виде

$$\ddot{y}_j + \mu r_m^{-3} y_j = \left[\frac{\partial}{\partial x_j} R(x_1, x_2, x_3, t) \right]_{x_\alpha = y_\alpha}, \quad (16)$$

где

$$\mu = \gamma (m_0 + m),$$

m и m_0 — массы Земли и Луны соответственно и γ — постоянная тяготения ($M^{-1}L^3T^{-2}$). Солнце, планеты и все массы вселенной входят в возмущающую функцию $R(x_1, x_2, x_3, t)$, но здесь мы будем учитывать только эффект распределения масс внутри Земли. Потенциал в точке x_j с учетом распределения масс равен

$$\Psi = -\gamma \int \Delta^{-1} \mu d\tau;$$

Δ — расстояние от переменной точки внутри Земли до точки x_j . Согласно формуле Мак-Кулло, потенциал равен

$$\Psi = -\gamma m_0 r^{-1} + \gamma r^{-3} \left[\frac{3}{2} r^{-2} \Phi_{jk} x_j x_k - \frac{1}{2} \Phi_{jj} \right] + O(r^{-4}). \quad (17)$$

Для точки, удаленной на расстояние, равное расстоянию Луны, мы можем пренебречь величинами порядка r^{-4} . Тогда возмущающая функция будет иметь вид

$$\begin{aligned} R &= -[(m_0 + m)/m_0] (\Psi + \gamma m_0 r^{-1}) = \\ &= -\left(\frac{\mu}{m_0}\right) r^{-3} \left[\frac{3}{2} r^{-2} \Phi_{jk} x_j x_k - \frac{1}{2} \Phi_{jj} \right]; \end{aligned}$$

градиент R будет равен

$$\frac{\partial R}{\partial x_i} = \frac{\mu}{m_0} \left[r^{-7} x_i \left(\frac{15}{2} \Phi_{jk} x_j x_k - \frac{3}{2} r^2 \Phi_{jj} \right) - 3r^{-5} \Phi_{ij} x_j \right]. \quad (18)$$

Реакция Луны на эту возмущающую силу порождает действующий на Землю момент сил относительно ее центра масс, равный

$$L_i = 3\gamma m r_m^{-5} \varepsilon_{ijk} \Phi_{ka} y_j y_\alpha. \quad (19)$$

Уравнения (14), (15) и (19) выражают возмущающий эффект Луны на вращение Земли, а уравнения (16) и (18) — возмущающий эффект Земли на вращение Луны. Рассматривая воздействие

на вращение Земли, более удобно пользоваться вращающейся системой координат.

В этой системе уравнение (14) принимает вид

$$L'_i = H'_i + \Omega'_j H'_j. \quad (20)$$

Мгновенная угловая скорость до сих пор не связывалась с вращением Земли, и в действительности эта связь выражается только в движении подвижных координатных осей относительно неподвижных. Таким образом, это движение полностью произвольно. Единственным ограничением является то, что в каждый момент подвижная координатная система должна получаться из неподвижной жестким (твердотельным) вращением.

После того как подвижные координатные системы закреплены в Земле, ориентировка Земли и ее осей вращения может быть определена эйлеровыми углами и угловой скоростью. Особенно интересны следующие вопросы: 1) ориентировка осей вращения Земли относительно тела Земли, что определяется составляющими Ω'_j ; 2) ориентировка осей вращения Земли в пространстве, что определяется составляющими Ω_j ; 3) ориентировка Земли в пространстве, определяемая величинами l_{jk} и эйлеровыми углами.

Рассмотрим некоторые характерные примеры. Сначала предположим, что Земля — твердое тело и подвижные оси жестко с ней связаны. Полагаем h_j равными 0 и компоненты Φ'_{jk} тензора инерции не зависящими от времени. Движение Земли можно представить уравнением, полученным из (14), (15) и (19):

$$3\gamma m_r^{-5} \varepsilon_{ijk} \Phi_{k\alpha} y_j y_\alpha = (d/dt) (\Phi_{ij} \Omega_j). \quad (21)$$

Во вращающейся системе координат это уравнение принимает вид

$$\{\varepsilon_{ijk} [3\gamma m_r^{-5} y'_j y'_\alpha - \Omega'_j \Omega'_\alpha] - \delta_{ik} \dot{\Omega}'_\alpha\} \Phi'_{k\alpha} = 0. \quad (22)$$

После исключения градиента возмущающей функции уравнения (16), (18) и (22) дают систему из 6 дифференциальных уравнений для трех составляющих положения Луны и трех компонент, определяющих ориентировку Земли. Ориентация Земли, хотя она и выражается 9 величинами l_{jk} , в действительности определяется только тремя независимыми величинами, которыми можно, например, считать эйлеровы углы. Теоретически эти уравнения могут быть решены совместно, в результате чего будет получено полное решение задачи в виде функции времени (без учета других возмущений). Однако на практике эту задачу лучше решать методом последовательных приближений. Координаты Луны сначала получают из уравнения (16), используя метод Брауэра и Ори [3] без учета влияния Земли (18) на возмущающую функцию. Затем

с известными координатами Луны решается уравнение (22), из которого вычисляются три величины, характеризующие ориентацию Земли. И наконец, с помощью уравнения (18) определяется та часть возмущающей функции, которая зависит от распределения масс внутри Земли и используется для расчета поправки к движению Луны. Для вычисления или уточнения значений фундаментальных величин, таких, как момент инерции Земли и т. д., используются наблюдения. В данном случае, рассматривая движение Земли, мы будем предполагать, что движение Луны полностью известно, и наоборот.

Представление Земли в виде твердого тела уже учитывает влияние прецессии и нутации. Чтобы учесть приливные деформации Земли, следует специально рассмотреть, как закреплены в Земле оси вращающейся системы координат. Имеется несколько вариантов, каждый из которых допускает свои упрощения: 1) Средние оси Земли определяются таким образом, чтобы изменение момента количества движения Земли вследствие относительного движения h'_i всегда было равно нулю. 2) Главные оси Земли определяются так, что произведения инерции F, G, H всегда равны нулю. С точки зрения изучения ветров, морских течений, смещения коры, приливных деформаций всей Земли, возможных конвективных движений в мантии и дрейфа континентов очевидно, что для первых двух случаев данные измерений вращения Земли, полученные на обсерваториях, «прикрепленных» к земной коре, не будут совпадать с вращением рассматриваемой системы координат. 3) Манк и Макдональд [36] предложили другой способ: «географические оси», которые фиксированы в «средней коре» Земли; ось x'_3 примерно совпадает со средним направлением на северный полюс, x'_1 указывает современное положение гринвичского меридиана, x'_2 повернута на 90° к востоку от Гринвича. Третий способ не приводит к таким упрощениям, как первые два, однако имеет свое преимущество в том, что обеспечивает более тесную связь с наблюдениями. Моменты и произведения инерции в этом случае уже не являются постоянными, а величиной h_i нельзя пренебрегать. Если принять, что составляющие Φ_{jk} определены из приливной теории или наблюдений, то можно получить возмущающую функцию и рассчитать ее влияние на движение Луны. Из уравнений (19) может быть определен возмущающий момент сил, действующий на Землю, а затем вычислен момент количества движения путем интегрирования уравнения (14). Для того чтобы перейти от моментов количества движения к угловой скорости, определяемой наземными обсерваториями, необходимо знать значение h'_i и составляющие тензоры инерции Земли. Влияние относительных моментов количества движения h'_i незначительно в случае больших изменений во вращении Земли, связанных с медленным веко-

вым эффектом, действующим на продолжительном промежутке времени. Но решение любой из этих проблем требует вычисления приливного влияния на тензор инерции Земли.

III. Приливные деформации

Гравитационный потенциал Луны, действующий на Землю, удобно представить как сумму двух величин: 1) член

$$\Psi_c = -\gamma m r_m^{-3} x_j y_j, \quad (23)$$

градиент которого постоянен в каждый данный момент и равен (с противоположным знаком) действительному гравитационному ускорению Луны по направлению к центру масс Земли, и 2) приливообразующий потенциал. Здесь, как и раньше, y_j ($j = 1, 2, 3$) обозначает координаты центра масс Луны относительно центра Земли и r_m обозначает $(y_i y_j)^{1/2}$. Ψ_c не вызывает напряжений в Земле; деформации вызываются только приливообразующим потенциалом

$$\begin{aligned} \Psi_T = & -\frac{\gamma m}{r_m} \left\{ \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{r}{r_m} \right)^2 + \frac{3}{2} \frac{(x_j y_j)^2}{r_m^4} \right] + \right. \\ & \left. + \left[-\frac{3}{2} \frac{r^2 x_j y_j}{r_m^4} + \frac{5}{2} \frac{(x_j y_j)^3}{r_m^6} \right] + O \left[\left(\frac{r}{r_m} \right)^4 \right] \right\}. \quad (24) \end{aligned}$$

Равенство (24) — это ряд по сферическим гармоникам, сходящийся во всех точках внутри и вблизи Земли. Первая квадратная скобка — это гармоника 2-й степени порядка $(r/r_m)^2$, вторая скобка — гармоника 3-й степени порядка $(r/r_m)^3$. В последующем рассмотрении мы будем пренебрегать гармониками выше второй степени, поскольку отношение $(r/r_m)^3$ вблизи Земли — малая величина. Однако этот член второй степени не вызывает никакой результирующей силы на Земле независимо от распределения масс, хотя он и создает момент сил. Для того чтобы вычислить приливное возмущение на Земле от действия притяжения Луны (в дополнение к эффекту от момента сил), необходимо учесть гармоники 3-й степени в приливообразующем потенциале.

На практике приливный потенциал обычно выражается рядом гармонических членов. Каждый член — пространственная сферическая гармоника (2-й степени), которая вращается вокруг оси Земли с постоянной скоростью. Тот факт, что приливообразующий потенциал может быть выражен указанным образом, значительно упрощает изучение приливов и дает возможность вычислить приливообразующий потенциал для любой точки в заданный момент. Для этого необходимо только иметь таблицу частот, эпоху и коэффициент каждого члена. Правда, вычисление этих постоянных — очень трудоемкая работа, если учесть сложность теории движения

Земли, Луны и Солнца. Для более полного ознакомления с теорией представления приливов в виде гармонических рядов читатель отсылается к работам [12] или [39]. Результирующий ряд может быть выражен в виде

$$-\frac{1}{2}U (gr^2/a) \left[\frac{1}{2} (1 - 3 \cos^2 \theta) \sum_0 C_i \cos A_i + \sin 2\theta \sum_1 C_i \cos (A_i + \varphi) + \sin^2 \theta \sum_2 C_i \cos (A_i + 2\varphi) \right], \quad (25)$$

где θ и φ — географические координаты, a — средний радиус Земли и c^{-1} — среднее обратное расстояние до Луны,

$$U = \frac{3}{2} \frac{m}{m_0} \frac{a^3}{c^3};$$

современное значение этой безразмерной постоянной равно $0,843 \cdot 10^{-7}$; C_i — коэффициенты составляющих, A_i — линейные комбинации (с коэффициентами, выраженными целыми числами) шести параметров:

τ_0 — гринвичское среднее лунное время, выраженное в угловой мере ($= t - s + h$),

s — средняя долгота Луны,

h — средняя долгота Солнца,

p — средняя долгота лунного перигея,

N' — значение средней долготы восходящего узла Луны, взятое с обратным знаком,

p_1 — средняя долгота перигея Солнца.

Все эти параметры почти линейно растут со временем t , где t — гринвичское среднее солнечное время, выраженное в угловой мере. Долготы отсчитываются от средней точки весеннего равноденствия эпохи. Индексы 0, 1, 2 соответствуют суммированию по долгопериодическим, суточным и полусуточным составляющим соответственно. Величины C_i зависят от движения Луны. Их значения, соответствующие современному истинному движению Луны, даны Дудсоном [12] *).

Каждый член в (25) — это возмущающий потенциал (до гармоник 2-й степени), действующий на Землю. Общее влияние этих членов может рассматриваться как линейная сумма влияний каждого члена. Если бы Земля состояла из однородных сферических слоев, то тогда проблема реакции Земли была бы проще.

*) Следует иметь в виду, что если приливный потенциал выражается в форме (25), то аргументы табл. 1 Дудсона следует уменьшить на $\pi/2$, так как в его таблицах аргументы 1-го вида должны использоваться с синусом, а не с косинусом.

Наличие нерегулярных океанических бассейнов усложняет проблему, но зато делает ее более интересной. Понятие о слоистой Земле, вероятно, достаточно хорошо представляет Землю. В этом случае возмущающий потенциал n -й степени на любой высоте или глубине внутри Земли будет вызывать возмущение, выраженное поверхностной сферической гармоникой n -й степени. При этом возмущающий потенциал той же степени будет вызывать эффект пропорционально своей величине. Во внешних точках потенциал деформированной Земли будет представляться сферической гармоникой n -й степени. Для сравнительно высоких частот, таких, как приливы, тело Земли ведет себя как упругое тело. Реакция в этом случае мгновенная и может быть описана соответствующими числами Лява. Числа h_2 и k_2 определяются таким образом, что член

$$-h_2 \Psi_T / g$$

представляет общую величину, на которую поднимается поверхность Земли, а член

$$k_2 (\alpha/r)^5 \Psi_T \quad (26)$$

представляет собой результирующее приращение потенциала для внешних точек. Числа Лява учитывают только эффект деформации тела Земли. Нижние индексы 2 обозначают вторую степень, соответствующую приливообразующему потенциалу. Числа Лява теоретически могут быть определены для любой модели Земли, упругие свойства которой выражаются в функции расстояния от центра.

Может быть найдено приращение тензора инерции Земли, возникающее вследствие упругих деформаций, вызываемых приливным потенциалом. Для любой точки пространства на данном расстоянии выражение (26) должно быть равно приращению (17) вследствие изменения $\Delta\Phi_{ik}$. В то же время Φ_{ij} инвариантно для сферически-симметричной Земли, подвергающейся небольшим деформациям вследствие приливногo потенциала степени $n \neq 0$. Таким образом,

$$\Delta\Phi_{jj} = 0,$$

и мы получим

$$\Delta\Phi_{ij} = k_2 m (\alpha/r_m)^5 \left(\frac{1}{3} r_m^2 \delta_{ij} - y_i y_j \right), \quad (27)$$

откуда число Лява k_2 определяется непосредственно через $\Delta\Phi_{jk}$ вместо результирующего внешнего потенциала. Возможно использование или жестко связанной с Землей, или инерциальной координатной системы. Поэтому мы можем заменять координаты и $\Delta\Phi_{jk}$ соответствующими им значениями в подвижной системе и получить выражения для приращения тензора инерции в координатах Луны относительно географических осей.

При длительных напряжениях земное тело подвергается пластической деформации, и тогда законы статики не могут быть использованы. В действительности даже для таких высоких частот, как частота приливов, небольшое отклонение от упругости может вызвать значительные эффекты в движении системы Луна — Земля. Манк и Макдональд [36] показали, что концепция *операторов Лява* — удобный способ описания пластических свойств тела Земли в целом. В этом случае реакция Земли характеризуется зависимостью от частоты возмущающего потенциала и учитывается диссипация энергии.

В дополнение к приливообразующему потенциалу на деформацию и внешний потенциал оказывает влияние изменение толщины слоя воды в океанах. Эти океанические приливы оказывают прямое давление на тело Земли из-за изменения веса воды и одновременно создают дополнительный возмущающий потенциал, возникающий из-за ее собственного гравитационного притяжения. В предыдущем случае приливообразующий потенциал «не нагружал» Землю. Целесообразно определить другой ряд чисел Лява для возмущений, которые «нагружают» Землю. Для гравитационной нагрузки q_n (ML^{-2}), имеющей форму поверхностной гармоники n -й степени, внешний потенциал на твердой Земле будет равен

$$\Psi_n = -\frac{4\pi\gamma a}{2n+1} \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} q_n.$$

Допустим, что h'_n и k'_n определяются так, что

$$-\frac{h'_n \Psi_n}{g} = \frac{h'_n}{g} \frac{4\pi\gamma a}{2n+1} \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} q_n$$

— есть величина, на которую поднимается поверхность Земли, и

$$(1 + k'_n) \Psi_n = -\frac{4\pi\gamma a}{2n+1} \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} q_n$$

является общим результирующим потенциалом для внешних точек. Очевидно, что поверхностная гармоника нулевой степени будет нарушать сохранение массы Земли, в то время как поверхностная гармоника первой степени будет смещать центр масс Земли от начального положения; гармоники высоких степеней быстро уменьшаются и могут не приниматься во внимание на расстояниях, равных расстоянию до Луны. Поэтому мы будем рассматривать только гармоники второй степени. Допустим, что $\zeta(\theta, \varphi, t)$ — действительная высота прилива, наблюдаемая в океане, определяется как отклонение от среднего (по времени) расстояния от поверхности моря до его дна, и пусть ζ_2 — вклад в функцию $\zeta\Theta$ поверхностной гармоники второй степени, где $\Theta(\theta, \varphi)$ — океаническая функция, определенная Манком и Мак-

дональдсом [36], равная единице над океанами и нулю над материками. Тогда общий вклад потенциала, возникающего вследствие приливной деформации Земли, на больших расстояниях равен

$$k_2 (a/r)^5 \Psi_T - (4/5) (1 + k_2') \rho g a (a/r)^3 \zeta_2, \quad (28)$$

где ρ — плотность морской воды. Хотя Ψ_T аппроксимируется гармоникой второй степени только вблизи Земли, первый член равенства (28) представляет реакцию тела Земли и также является гармоникой второй степени. Поэтому в выражение (28) для отдаленных точек будет входить та же асимптотическая формула для Ψ_T , что и для близких к Земле точек. Приращение тензора инерции Земли, связанное с нагрузкой морской воды $\zeta(\theta, \varphi, t)$ на деформированное морское дно, плюс деформация тела Земли, вызываемая исключительно этой нагрузкой, по отношению к географическим осям есть

$$\begin{aligned} \Delta A &= (4\pi/15) (1 + k_2') a^4 \rho (a_2^0 - 3a_2^2), \\ \Delta B &= (4\pi/15) (1 + k_2') a^4 \rho (a_2^0 + 3a_2^2), \\ \Delta C &= (8\pi/15) (1 + k_2') a^4 \rho a_2^0, \\ \Delta F &= (2\pi/5) (1 + k_2') a^4 \rho b_2^1, \\ \Delta G &= (2\pi/5) (1 + k_2') a^4 \rho a_2^1, \\ \Delta H &= (4\pi/5) (1 + k_2') a^4 \rho b_2^2, \end{aligned} \quad (29)$$

где a_i^j и b_i^j суть пять коэффициентов 2-й степени в разложении функции ζ для моря (для материков они равны нулю), т. е.

$$\begin{aligned} \zeta_2(\theta, \varphi, t) &= a_2^0 \left(\frac{3}{2} \cos \theta - \frac{1}{2} \right) + \frac{3}{2} \cos \theta \sin \theta (a_2^1 \cos \varphi + b_2^1 \sin \varphi) + \\ &+ \frac{3}{2} \sin^2 \theta (a_2^2 \cos 2\varphi + b_2^2 \sin 2\varphi). \end{aligned} \quad (30)$$

Теперь остается связать каким-либо образом ζ с исходным возмущающим потенциалом Ψ_T . Теоретики пытались это сделать со времен Лапласа, но достигли успеха лишь в определенных случаях, а именно для воображаемых океанов простой геометрической формы. Дудсон [13] дал хороший обзор всех этих работ. В случае долгопериодических приливов мы могли бы удовлетвориться равновесной теорией. Но для определения этой равновесной формы необходимо учитывать весь потенциал. Мы могли бы предположить следующий ход событий. Приливообразующий потенциал деформирует тело Земли и поверхность моря в фигуру, описываемую поверхностной гармоникой второй степени. Но нагрузка от океанических приливов, равная нулю на континентах, сильно проявляется в поверхностных гармониках более высокого порядка. Каждая из этих высоких гармоник вызывает дополнительную

деформацию тела Земли и дополнительное самопритяжение океанических масс и т. д. Манк и Макдональд [36] вычислили первые несколько поверхностных сферических гармоник своей «океанической функции» $\Theta(\theta, \varphi)$. Эти коэффициенты входят в соотношения, с помощью которых можно вычислить равновесную фигуру поверхности моря, суши и внешнего потенциала, заданного начальным возмущающим потенциалом. Следует заметить, однако, что Вунш [53] обнаружил значительные расхождения между наблюдаемыми и равновесными долгопериодическими приливами океана. Эти расхождения в настоящее время полностью объяснить невозможно.

Изучение приливов в твердом теле Земли и чандлеровского колебания полюсов дает величины $h_2 = 0,56$ и $k_2 = 0,29$. Вычисления, выполненные Такеучи [46] и основанные на распределении плотности и упругих свойств Земли, выведенных из сейсмических и других данных, дают: 1) $h_2 = 0,59$; $k_2 = 0,29$ или 2) $h_2 = 0,64$; $k_2 = 0,26$ для двух моделей, предложенных Булленом [21]. Наблюдаемые и теоретические величины хорошо согласуются между собой и не противоречат величинам Манка и Макдональда, полученным для упругой, несжимаемой, однородной сферы, измененной так, чтобы дать заметное экваториальное вздутие в случае нулевой твердости. Что касается чисел Лява, обусловленных деформациями от нагрузки, то для несжимаемой однородной сферы получаем формулы

$$h'_n = -(2/3)(n-1)h_n, \quad k'_n = -(2/3)(n-1)k_n$$

[36, разд. 5.8]. Приведенные выше значения h_2 и k_2 дают приблизительно $h'_2 = -0,39$, $k'_2 = 0,19$. Отрицательное значение h'_2 говорит о том, что морское дно опускается при положительном приливе, как и следовало ожидать. Однако до сих пор числа Лява, характеризующие нагрузку, не определены из наблюдений.

IV. Вращение Земли

При изучении вращения Земли можно рассматривать изменение вращения или по отношению к географическим осям (Ω_j), или по отношению к невращающейся системе (Ω_j). Первый случай концентрирует внимание на колебаниях, а второй — на прецессии и нутации. Однако иногда свободное колебание оси вращения Земли относительно географических осей также относится к «свободной нутации». Рассмотрим сначала колебания. Равенства (20) и (15) могут быть значительно упрощены с помощью схемы возмущений, работающей до тех пор, пока полюс вращения остается достаточно близким к географическому (x'_3) полюсу.

Пусть

$$\begin{aligned} A &= A_0 + A', & \Omega'_1 &= \Omega m_1, \\ B &= A_0 + B', & \Omega'_2 &= \Omega m_2, \\ C &= C_0 + C', & \Omega'_3 &= \Omega (1 + m_3), \end{aligned}$$

где A_0 — среднее значение величины $(A + B)/2$, C_0 — среднее значение C и Ω — средняя угловая скорость Земли. Будем считать безразмерные параметры A'/C_0 , B'/C_0 , C'/C_0 , F/C_0 , G/C_0 , H/C_0 , m_i и $h_i/\Omega C_0$ и их приращения малыми величинами, произведениями и квадратами которых можно пренебречь. Уравнения (15) и (20) тогда могут быть записаны в виде

$$(\dot{m}_1/\sigma_r) + m_2 = \varphi_2, \quad (\dot{m}_2/\sigma_r) - m_1 = -\varphi_1, \quad \dot{m}_3 = \dot{\varphi}_3, \quad (31)$$

где

$$\sigma_r = [(C_0 - A_0)/A_0] \Omega$$

соответствует свободной нутации твердой Земли и равна примерно 2π рад за 10 месяцев *) и

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= (1/A_0 \Omega \sigma_r) [-\Omega^2 G - \Omega \dot{F} + \Omega h_1 + \dot{h}_2 - L'_2], \\ \varphi_2 &= (1/A_0 \Omega \sigma_r) [-\Omega^2 F + \Omega \dot{G} + \Omega h_2 - \dot{h}_1 + L'_1], \\ \varphi_3 &= (1/C_0 \Omega) \left[-\Omega C' - h_3 + \int_0^t L'_3 dt \right]. \end{aligned} \quad (32)$$

Выражения (32) Манк и Макдональд назвали «возбуждающей функцией». Соотношения (31) и (32) показывают, что колебания вызываются возмущающим моментом сил, создаваемым внеземными телами, переменным движением масс внутри Земли или изменением моментов произведений инерции. Последний эффект является доминирующим. Если возмущающие члены в (32) возникают только из-за притяжения Луны, то тогда они могут быть выражены через моменты и произведения инерции согласно (19). Составляющие возмущающего момента L'_1 и L'_2 меньше соответствующих величин $\Omega^2 G$ и $\Omega^2 F$ на множитель порядка $3\gamma m_r^{-3} \Omega^{-2} \approx 10^{-4}$. Поэтому составляющие колебания m_1 и m_2 больше подвергаются прямому воздействию приливного горба в свободном вращении Земли, чем воздействию возмущающего момента Луны на тот же горб. Но в любом случае приливный эффект мал по сравнению с влиянием геофизических явлений. Однако приливы оказывают заметное влияние на изменение продолжительности суток, которое определяется изменением C' в выражении для φ_3 . Лунные и солнечные приливы несколько изменяют сжатие Земли и ее момент

*) Действительная частота свободной нутации, или чандлеровского колебания, для реальной (деформируемой) Земли равна примерно одному циклу в 14 месяцев [36, разд. 6.2].

инерции, влияя тем самым на свободное вращение. Наблюдения продолжительности суток показывают, что расхождения со временем накапливаются и, таким образом, долгопериодические приливы, особенно Ssa , дают наибольший эффект. Минц и Манк [33, 34] вычислили, что прилив Ssa делает сутки на 0,3 мс длиннее в марте и сентябре, чем в июне и декабре. Имеются также годовые и полугодовые геофизические вариации примерно той же величины. Двухнедельные и месячные лунные приливы вызывают изменение продолжительности суток, которое не зависит ни от метеорологических, ни от геофизических эффектов. Наблюдения этих изменений показывают хорошее согласие с теорией [28]. Если изменяющиеся возмущающие компоненты L'_1 и L'_2 в среднем не равны нулю, то будет иметь место небольшое постоянное смещение полюса Земли [17]. Однако постоянное воздействие L'_3 приводит, как будет показано позже, к вековым изменениям скорости вращения Земли.

Теперь рассмотрим прецессию и нутацию. Уравнение (21) может быть использовано в случае твердой Земли, но составляющие тензора инерции должны быть получены относительно невращающихся осей. Если предположить, что моменты и произведения инерции равны $A, A, C, 0, 0, 0$ относительно вращающихся осей Земли, тогда составляющие относительно инерциальных осей будут

$$\begin{aligned}\Phi_{11} &= A + (C - A) \sin^2 \vartheta \sin^2 \varepsilon, \\ \Phi_{12} &= -(C - A) \cos \vartheta \sin \vartheta \sin^2 \varepsilon, \\ \Phi_{22} &= A + (C - A) \cos^2 \vartheta \sin^2 \varepsilon, \\ \Phi_{13} &= (C - A) \sin \vartheta \cos \varepsilon \sin \varepsilon, \\ \Phi_{33} &= A + (C - A) \cos^2 \varepsilon, \\ \Phi_{23} &= -(C - A) \cos \vartheta \cos \varepsilon \sin \varepsilon,\end{aligned}\quad (33)$$

а составляющие возмущающего момента будут равны

$$\begin{aligned}L_1 &= 3\gamma m r_m^{-5} (C - A) [y_1 y_2 \sin \vartheta \cos \varepsilon \sin \varepsilon + \\ &\quad + y_1 y_3 \cos \vartheta \sin \vartheta \sin^2 \varepsilon - y_2^2 \cos \vartheta \cos \varepsilon \sin \varepsilon + \\ &\quad + y_2 y_3 (\cos^2 \varepsilon - \cos^2 \vartheta \sin^2 \varepsilon) + y_3^2 \cos \vartheta \cos \varepsilon \sin \varepsilon].\end{aligned}\quad (34a)$$

$$\begin{aligned}L_2 &= 3\gamma m r_m^{-5} (C - A) [-y_1^2 \sin \vartheta \cos \varepsilon \sin \varepsilon + \\ &\quad + y_1 y_2 \cos \vartheta \cos \varepsilon \sin \varepsilon + y_1 y_3 (\sin^2 \vartheta \sin^2 \varepsilon - \cos^2 \varepsilon) - \\ &\quad - y_2 y_3 \cos \vartheta \sin \vartheta \sin^2 \varepsilon + y_3^2 \sin \vartheta \cos \varepsilon \sin \varepsilon].\end{aligned}\quad (34b)$$

$$\begin{aligned}L_3 &= 3\gamma m r_m^{-5} (C - A) [-y_1^2 \cos \vartheta \sin \vartheta \sin^2 \varepsilon + \\ &\quad + y_1 y_2 \sin^2 \varepsilon (\cos^2 \vartheta - \sin^2 \vartheta) - y_1 y_3 \cos \vartheta \cos \varepsilon \sin \varepsilon + \\ &\quad + y_2^2 \cos \vartheta \sin \vartheta \sin^2 \varepsilon - y_2 y_3 \sin \vartheta \cos \varepsilon \sin \varepsilon].\end{aligned}\quad (34b)$$

Как и следовало ожидать, тензор инерции не зависит от момента количества движения ψ относительно оси x'_3 и момент сил не имеет составляющей в направлении x'_3 из-за предполагаемой симметрии. Вулард [52] дает полное исследование прецессии и нутации Земли, но мы рассмотрим только один частный случай. Будем считать орбиту Луны круговой и лежащей в плоскости x_1x_2 . Тогда положение Луны может быть представлено следующим образом:

$$y_1 = r_m \cos \sigma' t, \quad y_2 = r_m \sin \sigma' t, \quad y_3 = 0, \quad r_m = \text{const.}$$

Изменения ε и ϑ значительно медленнее, чем координат Луны y_1 и y_2 , поэтому мы можем заменить возмущающий момент его средним значением за месячный период, полагая, что ε и ϑ постоянны в течение этого периода. Тогда

$$\overline{y_1^2} = \overline{y_2^2} = \frac{1}{2} r_m^2, \quad \overline{y_1 y_2} = \overline{y_1 y_3} = \overline{y_2 y_3} = \overline{y_3^2} = 0.$$

Уравнения (21) принимают вид

$$\begin{aligned} \bar{L}_1 &= -\frac{3}{2} \gamma m r_m^{-3} (C - A) \cos \vartheta \cos \varepsilon \sin \varepsilon = \\ &= \frac{d}{dt} [A \dot{\varepsilon} \cos \vartheta + C \dot{\psi} \sin \vartheta \sin \varepsilon + (C - A) \dot{\vartheta} \sin \vartheta \sin \varepsilon \cos \varepsilon], \end{aligned} \quad (35a)$$

$$\begin{aligned} \bar{L}_2 &= -\frac{3}{2} \gamma m r_m^{-3} (C - A) \sin \vartheta \cos \varepsilon \sin \varepsilon = \\ &= \frac{d}{dt} [A \dot{\varepsilon} \sin \vartheta - C \dot{\psi} \cos \vartheta \sin \varepsilon - (C - A) \dot{\vartheta} \cos \vartheta \sin \varepsilon \cos \varepsilon], \end{aligned} \quad (35b)$$

$$\bar{L}_3 = 0 = \frac{d}{dt} [C \dot{\psi} \cos \varepsilon + (A \sin^2 \varepsilon + C \cos^2 \varepsilon) \dot{\vartheta}]. \quad (35b)$$

Одно из решений этих уравнений:

$$\dot{\varepsilon} = 0, \quad \vartheta = \sigma t, \quad \dot{\psi} = \Omega \text{ (const)}$$

при условии, что σ — корень квадратного уравнения

$$\sigma^2 + [C\Omega/(C - A)] \sigma \sec \varepsilon + \frac{3}{2} \gamma m r_m^{-3} = 0. \quad (36)$$

Один корень (36) соответствует движению, при котором ось вращения значительно отклоняется от оси фигуры (см. [38]), и не представляет для нас интереса. Другой корень приблизительно равен

$$\sigma = -\frac{3}{2} \gamma m r_m^{-3} \Omega^{-1} [(C - A)/C] \cos \varepsilon. \quad (37)$$

Учитывая влияние Солнца, возьмем суммарную величину $m r_m^{-3}$ для Солнца и Луны. Отношение солнечного члена к лунному равно 0,460 — такое же, как для приливообразующего потенциала, и для описания полного эффекта достаточно ввести в выражение

(37) множитель 1,460 и использовать лунные величины. Затем, если мы примем для Ω и ε современные значения скорости вращения Земли и наклонения и будем считать $(C - A)/C = 0,00327$, то получим для периода прецессии $2\pi/\sigma$ значение 25 400 лет. Знак минус показывает, что ϑ непрерывно уменьшается, т. е. прецессия есть движение равноденственных точек к западу. На практике обычно делается наоборот: наблюдаемое значение прецессии используется для вычисления $(C - A)/C$.

Для полного решения фактические координаты Луны (или Солнца) должны быть подставлены в (34). Тогда оказывается, что ε и ϑ , помимо постоянной прецессии, содержат ряды периодических членов, представляющих вынужденную нутацию. Основной член (с периодом 18,6 лет) соответствует регрессии узлов лунной орбиты и имеет амплитуду $9''$ в наклонении. Полное описание этих членов дано Вулардом [52]; см. также [40, гл. 20].

Кельвин показал, что отклонение от твердости почти совсем не влияет на прецессию и вынужденную нутацию. Если имеется различие в моментах инерции относительно осей, лежащих в плоскости экватора, то A должно быть равно среднему значению из наибольшего и наименьшего из этих моментов. Отклонения от осевой симметрии недавно были измерены методами спутниковой геодезии, но они не ведут к движениям, представляющим интерес для астрономии. Таким образом, имеются некоторые подтверждения правомочности использования твердой осесимметричной модели.

V. Вековое изменение

В 1695 г. Галлей, проанализировав древние и недавние затмения, заподозрил, что среднее движение Луны увеличилось (относительно вращения Земли). Последующие работы подтвердили это предположение и показали, что наблюдения могут быть приведены в соответствие с теорией добавлением к вычисленной долготы Луны величины, приблизительно равной $10''T^2$, где T выражено в юлианских столетиях (36 525 средних солнечных суток с начальной эпохой 1900,0). Если среднюю долготу Луны выразить как

$$a + bT + cT^2,$$

тогда среднее движение $n = b + 2cT$ и ускорение $\dot{n} = 2c$. Однако обычно как ускорение рассматривается коэффициент c при T^2 , а не $2c$.

Лаплас искал объяснение этому вековому ускорению, и в 1787 г. выразил мнение, что оно является следствием вторичного планетного возмущения. Явление ускорения Лаплас объяснил следующим образом. Солнечное возмущение действует на движение Луны в среднем противоположно земному притяжению

и уменьшает среднее движение Луны. Сила солнечного возмущения зависит от среднего расстояния Солнца, которое в свою очередь зависит от эксцентриситета земной орбиты. Современное возмущение от планет уменьшает эксцентриситет земной орбиты, а следовательно, и среднюю величину солнечного возмущения. Лаплас получил для ускорения величину $10''18$, что хорошо согласуется с наблюдениями. Однако Адамс [1] обнаружил, что вычисления Лапласа были неполны. Последующие члены в медленно сходящихся рядах уменьшили величину, полученную Лапласом, до $5''70$. Любопытно, что результат Адамса не признавался до тех пор, пока не было показано, что приливное трение может объяснить это расхождение. Отвлечемся на некоторое время от наклона эклиптики, наклона лунной орбиты к эклиптике и эксцентриситета. Тогда, если E — общая кинетическая и потенциальная энергия системы Земля — Луна и $-N$ — средний гравитационный возмущающий момент Луны, действующий на приливный выступ Земли,

$$-dE/dt = N (\Omega - n)$$

представляет скорость, с которой энергия переходит в теплоту из-за приливного трения при условии сохранения моментов количества движения. Это должно иметь место, поскольку теплота не преобразуется в кинетическую или потенциальную энергию. Поэтому, так как $\Omega > n$, мы должны иметь $N > 0$, так что возмущающий момент уменьшает скорость вращения Земли и увеличивает орбитальную скорость Луны. Конечный результат, однако, приводит к тому, что момент количества движения, передаваемый Луне вследствие замедления вращения Земли, целиком затрачивается на увеличение потенциальной энергии Луны. При этом кинетическая энергия, среднее движение и линейная скорость уменьшаются удалением Луны по спирали от Земли. В то время как среднее движение Луны, измеренное в абсолютной шкале времени, уменьшается, оно действительно увеличивается по отношению ко времени, измеряемому вращением Земли. Поэтому астрономы всегда рассматривают вековой приливный эффект как *ускорение* Луны в средней долготе.

Необходимо помнить, что часть наблюдаемого ускорения, объясняемая гравитационной теорией (в предположении, что планеты — материальные точки), не является истинным вековым изменением [4, стр. 268]. Примерно через 24 000 лет эксцентриситет земной орбиты достигнет своего минимума и затем начнет увеличиваться, а его воздействие на среднее движение Луны будет обратным. Если бы мы жили достаточно долго, мы смогли бы отделить вековые и долгопериодические эффекты непосредственно из наблюдений. А пока мы вынуждены определять вековые изме-

нения по наблюдениям совместных эффектов и вычитать из них ту часть, которая может быть вычислена из планетной теории. Несомненно, что для проблемы первичной конфигурации системы Земля — Луна в период ее образования и для других космогонических проблем имеет значение только истинное вековое изменение. Следует также иметь в виду, что ускорение среднего движения Луны от планет называется «ускорением», даже если оно измеряется абсолютными часами, поскольку оно никак не влияет на вращение Земли. Сейчас под действием этого эффекта Луна движется по спирали, сближаясь с Землей. Но за относительно короткий промежуток времени, за который мы имеем наблюдения, мы вправе считать планетный и приливный эффекты вековыми.

Такие явления непосредственно связаны с измерением и определением времени; поэтому можно получить большие расхождения в результатах, если не оговорить специально, о какой системе отсчета времени идет речь. Для большинства практических земных задач вполне удовлетворительно астрономическое время (звездное или всемирное). Оно определяется из наблюдений моментов кульминации звезд. Однако необходимо иметь независимый стандарт времени для изучения проблем, связанных с изменением скорости вращения Земли. Эфемеридное время определяется как независимая переменная в солнечной, лунной и планетных теориях, и предполагается, что оно «течет непрерывно и равномерно». Его масштаб определяется так, что длина суток эфемеридного времени равна средней длине суток всемирного времени на протяжении последних трех столетий. Если отвлечься от рассматриваемых приливных эффектов, то единое эфемеридное время может быть определено из наблюдений Солнца, Луны или любой планеты. Если исключить все эмпирические члены из эфемерид Солнца, Луны и планет, то любая невязка (в эфемеридном времени) между наблюдаемой небесной долготой Луны, Солнца или планет в значительной степени определяется приливным эффектом в движении Луны. Не должно быть расхождений между долготами Солнца и планет, поскольку приливные воздействия на движение этих тел пренебрежимо малы. В астрономическом времени расхождения в наблюдаемой долготе Луны могут быть отнесены за счет аномалий вращения Земли в той же степени, как и за счет приливного эффекта в движении Луны. Если бы на скорость вращения Земли влияли только геофизические события (а не приливное трение), тогда расхождения в средней долготе всех тел (наблюдаемые минус вычисленные), отсчитываемые в астрономическом времени, были бы пропорциональны их средним движениям.

Планетное и приливное ускорения могут быть отделены одно от другого по следующему признаку: первое не влияет на вращение Земли, в то время как второе оказывает такое влияние и может

прогнозироваться. Приведенный ниже анализ основывается на выводах Джеффриса [21]; см. также [45]. Наклон к эклиптике, эксцентриситеты, наклоны и солнечное возмущение не учитываются. Если m' , n' , c' , $-N'$ обозначают соответственно массу Солнца, среднее движение, расстояние и приливный момент сил, действующий на Землю, то по законам Кеплера

$$n^2 c^3 = \gamma (m_0 + m), \quad n'^2 c'^3 = \gamma (m_0 + m').$$

Пусть

$$c = c_0 \xi^2, \quad n = n_0 \xi^{-3}, \quad c' = c'_0 \xi'^2, \quad n' = n'_0 \xi'^{-3};$$

индекс 0 обозначает современную величину. Момент количества движения орбитального движения Земли и Луны относительно их центра масс равен

$$\frac{m_0 m c^2 n}{m_0 + m} = \frac{m_0 m c_0^2 n_0}{m_0 + m} \xi.$$

Пара сил $-N$ и $-N'$, действующих на Землю, должна быть связана с парой N и N' , стремящейся увеличить орбитальное движение. Эти эффекты почти совершенно не зависят друг от друга, так как главные периоды солнечного и лунного приливов различны. Взаимозависимость через «сидерические» приливы K_1 и K_2 [17] не изменяет результата. Таким образом,

$$\begin{aligned} m_0 m c_0^2 n_0 (d\xi/dt)/(m_0 + m) &= N, \\ m_0 m' c_0'^2 n_0' (d\xi'/dt)/(m_0 + m') &= N', \\ C d\Omega/dt &= -N - N' - \delta, \end{aligned} \quad (38)$$

где

$$\delta = \Omega dC/dt$$

учитывает влияние геофизических явлений на вращение Земли. (Конечно, дифференцирование производится по эфемеридному времени, а не по астрономическому.) Рассмотрим теперь влияние изменений вращения и обращения на наблюдения небесного тела. Кажущееся увеличение скорости движения Луны вследствие изменения вращения Земли равно

$$-(n/\Omega) (d\Omega/dt).$$

К этому следует добавить изменение ускорения вследствие изменения n в среднем движении. Если v обозначает видимое ускорение изменения положения Луны, которое определяется коэффициентом при T^2 , то

$$v = \frac{1}{2} \left(\frac{dn}{dt} - \frac{n}{\Omega} \frac{d\Omega}{dt} \right), \quad (39)$$

где множитель $1/2$ необходим при сделанном выше определении ускорения. Аналогично видимое ускорение Солнца равно

$$v' = \frac{1}{2} \left(\frac{dn'}{dt} - \frac{n'}{\Omega} \frac{d\Omega}{dt} \right). \quad (40)$$

Ускорения среднего движения могут быть записаны в виде

$$\frac{dn}{dt} = -3n_0\xi^{-4} \frac{d\xi}{dt} + 2P, \quad \frac{dn'}{dt} = -3n'_0\xi'^{-4} \frac{d\xi'}{dt}, \quad (41)$$

где P обозначает ту часть ускорения среднего движения Луны, которая следует из планетной теории ($P = 5'',70$ век $^{-2}$). Для коротких интервалов времени (в несколько тысяч лет) среднее движение и другие параметры изменяются так незначительно, что мы можем считать $\xi = \xi' = 1$. Кроме того, первый член (40) составляет примерно 10^{-6} от второго, и им можно пренебречь. Затем, объединяя (38) — (41) и опуская индексы 0 у c, c', n, n' , мы получим

$$v = [(m_0 + m)/2m_0mc^2] [\kappa' (N + N' + \delta) - 3N] + P, \quad (42)$$

$$v' = [(m_0 + m)/2m_0mc'^2] (n'/n) \kappa' (N + N' + \delta),$$

где κ' — современное отношение орбитального углового момента к угловому моменту вращения Земли:

$$\kappa' = [m_0m/(m_0 + m)] (c^2n/C\Omega) = 4,82.$$

Величины v и v' обычно рассматриваются как вековые ускорения и определяются из наблюдений. Моменты сил N и N' могут быть вычислены теоретически, если задаться моделью приливной деформации. Величина δ зависит от геофизических явлений, и в настоящее время ее невозможно оценить независимо. Нужно отметить, что N' и δ входят в уравнения только в виде суммы $(N' + \delta)$, и поэтому с помощью одних астрономических наблюдений их разделить нельзя. Ускорение v_m любого тела, не подвергающегося приливным эффектам (например, Меркурия), выражается формулой

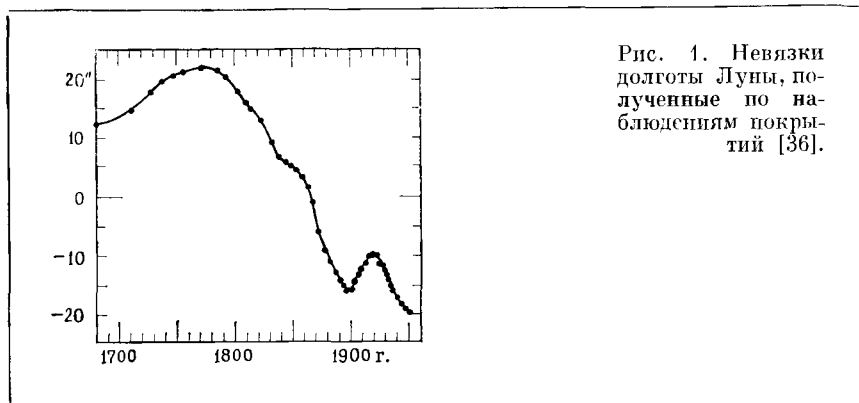
$$v_m = [(m_0 + m)/2m_0mc^2] (n_m/n) \kappa' (N + N' + \delta).$$

Это подтверждается наблюдениями: все небесные тела, за исключением Луны, следуют одному и тому же эфемеридному времени (см. рис. 2).

На рис. 1 показаны невязки долготы Луны, полученной из наблюдений покрытий, с эфемеридами, отнесенными к астрономическому времени [36, разд. 11.2].

Разности «наблюденные величины минус теоретические» основаны на данных Спенсер-Джонса [42, табл. 5] для периода с 1680 по 1908 г. и Брауэра [3, табл. VIIa] для периода 1908—1950 гг. (см. также [43, табл. 1]). Все эмпирические члены вычтены из

теоретического значения долготы Луны. Таким образом, вторая производная кривой всегда равна $2(v - P)$ в наших обозначениях. Следует иметь в виду, что каждая точка кривой представляет собой среднюю долготу за год, и сглаживание проводилось различными способами. Характерны следующие три особенности: 1) общее «вековое» уменьшение; 2) сглаженный горб между 1680



и 1850 гг., представляющий «большой эмпирический член» Ньюкомба; 3) сравнительно высокочастотный скачок между 1900 и 1950 гг.

Рис. 2 показывает невязки для Солнца и Меркурия, определенные тем же путем, но умноженные на отношения средних движений

$$n/n' = 13,37 \quad \text{и} \quad n/n_m = 3,32.$$

Вторая производная каждой кривой имеет вид

$$[(m_0 + m)/m_0 mc^2] \kappa'(N + N' + \delta) = (n/C\Omega)(N + N' + \delta).$$

Если невязки целиком отнести за счет переменной скорости вращения Земли, не влияющей на положения других небесных тел, то три кривые должны быть идентичными. На самом деле они удивительно похожи друг на друга, но не идентичны. По-видимому, расхождения между Солнцем и Меркурием лежат в пределах обычного разброса наблюдений, и их не следует связывать с нашими предыдущими заключениями. Расхождения между лунной кривой на рис. 1 и любой из кривых рис. 2 называются «взвешенной разностью невязок» и показаны на рис. 2. Вторая производная этой кривой должна быть равна

$$-3N [(m_0 + m)/m_0 mc^2] = (dn/dt) - 2P, \quad (43)$$

что соответствует той части ускорения Луны, которая возникает из-за приливной пары сил, но отнесена к абсолютному времени.

Важно отметить, что обе кривые рис. 3 очень хорошо соответствуют формуле $-11''.2T^2$. Приливное трение на Земле замедляет среднее движение Луны на эту величину, что соответствует $N = -3,9 \cdot 10^{23}$ дин·см. Современных данных недостаточно, чтобы выявить какие-либо вариации в замедлении среднего движения

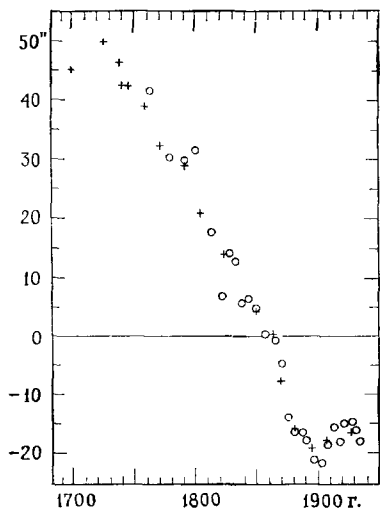


Рис. 2. Невязки долгот Солнца (○) и Меркурия (+) (ноябрьские прохождения), приведенные к их среднему движению. В период с 1680 по 1740 г. не было наблюдений долгот Солнца. Редукция наблюдений Меркурия за этот период проводилась по экстраполированной долготе Солнца [36].

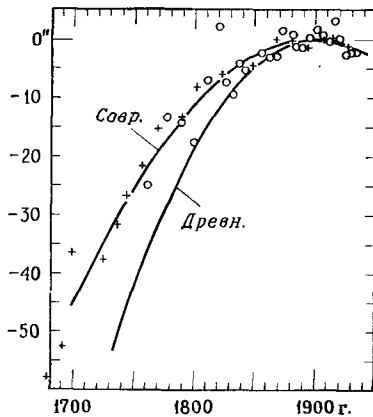


Рис. 3. Взвешенная разность невязок для Солнца (○) и Меркурия (+). Значения для Меркурия до 1740 г. получены по экстраполированной долготе Солнца. Кривая «Совр.» соответствует $-11''.2T^2$, кривая «Древн.» — величине $-18''.85T^2$ [36].

Луны, и мы должны довольствоваться тем, что \dot{n} принимается постоянной. Большой эмпирический член и скачок в XX в. не нашли отражения в кривой взвешенных разностей невязок и, очевидно, являются следствием или изменений солнечного приливного возмущающего момента, или геофизических неравномерностей во вращении Земли; последнее более правдоподобно.

Оценка величины ускорения в принципе зависит от наблюдений покрытий с 1680 г. и сведений о древних затмениях. Предположим, что затмение должно было иметь место в эпоху t_0 (в системе

времени, близкой к современной), если основываться на современных эфемеридах и современных значениях Ω , n и n' . В эту эпоху Луна и Солнце (или антисолнце) имели бы одну и ту же долготу λ_0 при отсутствии векового ускорения. Но в момент t_0 действительные долготы были бы

$$\lambda = \lambda_0 + 2 \int_0^{t_0} \int_0^t v dt = \lambda_0 + vt_0^2,$$

$$\lambda' = \lambda_0 + 2 \int_0^{t_0} \int_0^t v' dt = \lambda_0 + v't_0^2$$

при условии, что мы считаем ускорения постоянными. Если фактически затмение произошло в момент $t_0 + \Delta t$, когда Солнце и Луна имели долготу $\lambda_0 + \Delta\lambda$, то мы получим

$$\Delta\lambda = vt_0^2 + n\Delta t = v't_0^2 + n'\Delta t, \quad (44)$$

и поэтому затмение запоздает на время

$$-\Delta t = [(v - v')/(n - n')] t_0^2,$$

в течение которого Земля повернулась бы на дополнительный угол $\Omega\Delta t$, если он не зависит от вековых ускорений. Для $t = -20$ векам, затмения были бы смещены на несколько часов по времени и на несколько десятков градусов по географической долготе. Величины $\Delta\lambda$ и Δt наблюдаются; n и n' в выражении (44) известны. Расхождение в долготе $\Delta\lambda$ требует более тщательных наблюдений, и его обычно нельзя получить из описаний древних затмений. Таким образом, каждое затмение дает только одно соотношение между v и v_1 , и поэтому для однозначного решения необходимо более одного затмения. К сожалению, многочисленные изученные затмения не привели к согласующимся результатам. Древние затмения были объектом интенсивных исследований Фотерингема, историка, превратившегося в астронома. Де Ситтер [10] обработал данные Фотерингема и пришел к заключению, что средние вековые ускорения, начиная с античных времен, равны

$$v = 5'',22 \pm 0'',30; \quad v' = 1'',80 \pm 0'',16.$$

Эти величины соответствуют кривой взвешенных разностей невязок $-18'',85T^2$, которая обозначена на рис. 3 как «древняя». Эта величина критически зависит от векового ускорения Солнца и не удовлетворяет современным наблюдениям. Для более полного ознакомления с данным вопросом и библиографией наблюдений читатель отсылается к работам Спенсер-Джонса [45] и Манка и Макдональда [36].

Недавние палеонтологические находки [50, 51] дают информацию другого рода. На некоторых кораллах видны как годовичные, так и совершенно отчетливые суточные изменения роста. Срез таких кораллов показывает последовательность суточных гребней и сезонных волн. Современные кораллы дают приблизительно 365 суточных гребней за сезонную волну. Старые кораллы, по-видимому, дают большее число суток за год, вплоть до 410, но эти измерения очень трудоемки и неуверенны. Имеется несколько различных способов установления возраста коралла. Теоретически таким образом можно получить абсолютную историю длины суток, поскольку изменения в длине года пренебрежимо малы. Увеличение количества дней в году с увеличением возраста кораллов согласуется в принципе с замедлением вращения Земли вследствие приливного трения.

VI. Прилиевые пары сил

Возникает вопрос, какие из приливов — происходящие в твердом теле или океанические — оказывают большее влияние на вращение Земли. Современные знания недостаточны, чтобы ответить на этот вопрос. В действительности и земные и океанические приливы могут вносить существенный вклад в диссипацию энергии и в образование пары сил. Воздействие приливов в твердом теле может быть аппроксимировано следующим образом. Дополнительный потенциал, вызываемый деформированным приливами телом Земли, вычисляется по первому члену уравнений (24) и (26). Для этого дополнительного внешнего потенциала получаем

$$\Psi = -\frac{1}{2} \frac{k_2 \gamma m r^2}{r_m^3} \left(\frac{a}{r}\right)^5 (3 \cos^2 \theta' - 1),$$

где θ' — угол между радиусом-вектором x_j и положением Луны y_j . Эта формула предполагает мгновенную упругую реакцию тела Земли. Если реакция не упругая, то угол θ' будет равен $-\chi$ вместо $\theta' = 0$ по отношению к дополнительному внешнему потенциалу, где 2χ — фазовый сдвиг реакции Земли на полусуточный прилив. Возмущение, действующее на Луну, будет равно

$$-\frac{m}{r_m} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta'} \Big|_{\substack{r=r_m \\ \theta'=-\chi}} = \frac{3}{2} \frac{k_2 \gamma m^2 a^5}{r_m^7} \sin 2\chi \approx 5,5 \cdot 10^{24} \sin 2\chi \text{ дин} \cdot \text{см}$$

при $k_2 = 0,29$. Если эту величину приравнять величине $(3,9 \pm \pm 1,0) \cdot 10^{23}$ дин·см, получаемой по лунным невязкам, то мы видим, что фазовый сдвиг в 2° достаточен, чтобы полностью объяснить торможение вращения Земли [26].

Эта величина очень мала, чтобы ее можно было зарегистрировать с помощью гравиметра или другими наблюдениями приливов в твердом теле Земли. Парийский [37] пересмотрел гравиметрические данные Мельхиора [31] для различных станций в Европе и в Азии и пришел к заключению, что среднее значение фазового сдвига положительно и приблизительно равно указанной выше величине. Однако отдельные значения так сильно различаются друг от друга, что их осреднение весьма сомнительно. Мельхиор [30] дал хороший обзор проблем, связанных с измерением приливов Земли. Джеффрис [20] утверждает, что приливы в твердом теле Земли не являются основной причиной приливного трения.

Тейлор [47] провел детальное изучение диссипации приливной энергии в Ирландском море и обнаружил, что она может объяснить 2% наблюдаемых вековых изменений. Это в 30 раз больше величины приливной диссипации энергии в глубоких океанах! Если трение приливного течения о дно подчиняется квадратичному закону, то скорость диссипации пропорциональна кубу скорости течения. Приливы бывают более высокими и обладают большими скоростями в мелководных морях и на шельфе мирового океана, и тем самым объясняется непропорциональное распределение приливной диссипации. Джеффрис [21] по наблюдениям приливных течений в Беринговом море пришел к заключению, что 80% необходимой диссипации происходит именно здесь. Но Манк и Макдональд [36] считают, что наблюдения течений, по которым была получена эта цифра, не характерны для всего Берингова моря, и уменьшили эту величину на порядок. Ими были изучены данные о приливных течениях на многих морях и шельфах. В результате они пришли к заключению, что очень трудно обеспечить всю диссипацию энергии вращения Земли за счет океанов. Миллер [32] изучил большинство имеющихся данных о приливных течениях и пересмотрел вклады различных морей и прибрежных пространств в общую приливную диссипацию, используя соображения об энергетическом потоке, а также закон кубов для рассматриваемых районов. Он получил меньшее значение диссипации для Берингова моря, но показал, что за основную часть эффекта ответственны очень мало мест (а именно: территория между Австралией и Малыми Зондскими островами, Берингово море, Гудзонов пролив, Охотское море, юго-восточный берег Южной Америки). Однако его оценка неопределенна в пределах множителя 2.

Спор об океаническом или твердотельном варианте приливной диссипации до сих пор не решен, особенно если учесть, что рассматриваемое ниже лунное возмущение, действующее на океанический прилив, может объяснить явление полностью. Кокс и Сэндстром [7] предложили любопытную версию: энергия приливного движения океанов может переходить во внутренние колеба-

ния у береговых линий или других мест, где имеются неровности дна. Внутренние колебания с периодом, равным приливному, часто наблюдаются в океанах как изменение зависимости температуры от глубины. Эти внутренние волны распространяются от места возникновения и в конечном счете рассеивают всю свою энергию в открытом океане. Манк [35] установил, что общая энергия, диссипирующая таким образом, составляет $\sim 4 \cdot 10^{-6}$ эрг/(г·с) ($1/6$ общей приливной диссипации). С другой стороны, заслуживает внимания тот факт, что Луна и Меркурий, не имеющие океанов, очевидно, испытали достаточную приливную диссипацию, чтобы в конце концов постоянно «смотреть» на Землю и Солнце одним полушарием *). Хейсканен [19] вычислил лунный и солнечный возмущающие моменты, действующие на океанический прилив, основываясь на котидальных картах мира Штернека [49]. С учетом некоторых неопределенностей его результат соответствует возмущающему моменту, необходимому для объяснения наблюдаемого векового ускорения Луны. Гровз и Манк [17] перевычислили эффект океанических приливов, используя более современные котидальные карты Дитриха [11], и пришли к такому же заключению, а именно: океанический прилив может объяснить полную приливную диссипацию и необходимый возмущающий момент. Но из-за недостаточности сведений о приливах в центральных районах океанов, вдали от мореографов, вычисленные значения могут уменьшиться или увеличиться более чем в 2 раза. Сущность используемого метода состоит в следующем. Приливный возмущающий момент, действующий на Землю, выражается формулой

$$L_i = \varepsilon_{ijk} \int x_j (\partial \Psi_{\mathbf{T}} / \partial x_k) \rho \, d\tau.$$

Используя разложение (25) для приливообразующего потенциала, это выражение может быть выражено в виде суммы гармонических членов. Принимая во внимание (29), мы можем записать

$$\begin{aligned} L'_i = & (\pi/15) U g (1 + k'_2) a^3 \rho \times \\ & \times \left[-9b_2^1 \sum_0 C_i \cos A_i + 12b_2^2 \sum_1 C_i \cos A_i + \right. \\ & + 12 (a_2^0 + a_2^2) \sum_1 C_i \sin A_i + 6b_2^1 \sum_2 C_i \cos A_i + \\ & \left. + 6a_2^1 \sum_2 C_i \sin A_i \right], \end{aligned} \quad (45a)$$

*) Период вращения Меркурия вокруг оси не равен его периоду обращения вокруг Солнца, но составляет $2/3$ его, обеспечивая постоянство ориентации планеты в перигелии.

$$\begin{aligned}
 L'_2 = & (\pi/15) U g (1 + k'_2) a^3 \rho \times \\
 & \times \left[9a_2^1 \sum_0 C_i \cos A_i + 12(a_2^0 - a_2^2) \sum_1 C_i \cos A_i + \right. \\
 & + 12b_2^2 \sum_1 C_i \sin A_i + 6a_2^1 \sum_2 C_i \cos A_i - \\
 & \left. - 6b_2^1 \sum_2 C_i \sin A_i \right], \quad (45б)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L'_3 = & (\pi/15) U g (1 + k'_2) a^3 \rho \times \\
 & \times \left[-6b_2^1 \sum_1 C_i \cos A_i - 6a_2^1 \sum_1 C_i \sin A_i - \right. \\
 & \left. - 24b_2^2 \sum_2 C_i \cos A_i - 24a_2^2 \sum_2 C_i \sin A_i \right]. \quad (45в)
 \end{aligned}$$

Если реальный прилив линейно связан с приливообразующим потенциалом, то высота прилива в любом месте состоит из суммы тех же компонент, что и потенциал (25), но с измененными амплитудами и фазами. Таким образом,

$$\zeta = \sum_i H_i \cos(A_i - G_i), \quad (46)$$

где амплитуды H_i (θ , φ) и гринвичская эпоха G_i (θ , φ) определяются из приливных наблюдений и указываются на котидальных картах. Коэффициенты (30) определяются интегрированием выражений

$$\begin{aligned}
 a_2^0 = & (5/8\pi) \int \zeta (3 \cos^2 \theta - 1) \sin \theta \, d\theta \, d\varphi, \\
 a_2^1 = & (5/2\pi) \int \zeta \cos \theta \sin^2 \theta \cos \varphi \, d\theta \, d\varphi, \\
 a_2^2 = & (5/8\pi) \int \zeta \sin^3 \theta \cos 2\varphi \, d\theta \, d\varphi, \\
 b_2^1 = & (5/2\pi) \int \zeta \cos \theta \sin^2 \theta \sin \varphi \, d\theta \, d\varphi, \\
 b_2^2 = & (5/8\pi) \int \zeta \sin^3 \theta \sin 2\varphi \, d\theta \, d\varphi
 \end{aligned} \quad (47)$$

по всем океанам (см., например, [27]). Если из (47) определить коэффициенты 2-й степени и подставить в (45), то результат будет содержать произведение рядов синусов и косинусов от A_i . Мы интересуемся только средней величиной векового эффекта и потому

Таблица 1*

| | Хейканен | | Лунные | | | | Солнечные | | | | Общие |
|---------------------|------------------------|------|-------------|---------|-------|-------------|-----------|-------|------|-------|-------|
| | лунные полусуточные | | полусуточн. | суточн. | общие | полусуточн. | суточн. | общие | | | |
| | | | | | | | | | | общие | |
| Тихий океан | + | 3,8 | 2,8 | 0,6 | 3,4 | 0,7 | 0,2 | 0,9 | 4,3 | | |
| | - | -2,5 | -1,9 | -0,0 | -1,9 | -0,5 | -0,0 | -0,5 | -2,4 | | |
| | сумма | 4,3 | 0,9 | 0,6 | 1,5 | 0,2 | 0,2 | 0,4 | 1,9 | | |
| Атлантический океан | + | 4,8 | 2,1 | 0,1 | 2,2 | 0,5 | 0,0 | 0,5 | 2,7 | | |
| | - | -1,2 | -1,1 | -0,1 | -1,2 | -0,2 | -0,0 | -0,2 | -1,4 | | |
| | сумма | 0,6 | 1,0 | 0,0 | 1,0 | 0,3 | 0,0 | 0,3 | 1,3 | | |
| Индийский океан | + | 4,8 | 1,5 | 0,2 | 1,7 | 0,4 | 0,1 | 0,5 | 2,2 | | |
| | - | -1,6 | -0,9 | -0,1 | -1,0 | -0,2 | -0,0 | -0,2 | -1,2 | | |
| | сумма | 0,2 | 0,6 | 0,1 | 0,7 | 0,2 | 0,1 | 0,3 | 1,0 | | |
| Общая сумма | | 2,1 | 2,5 | 0,7 | 3,2 | 0,7 | 0,3 | 1,0 | 4,2 | | |

* Работа, совершаемая приливными силами Луны и Солнца в океанах, в единицах 1019 эрг/с. Положительные и отрицательные области суммированы независимо, чтобы показать степень неопределенности.

можем оставить только постоянный член. Среднее значение составляющей возмущающего момента, направленной вдоль оси Земли, равно

$$\begin{aligned} \langle L'_3 \rangle = & \frac{1}{2} U g a^3 \rho (1 + k'_2) \sum_1 C_i \int H_i \sin \kappa_i \cos \theta \sin^2 \theta d\theta d\varphi + \\ & + \sum_2 C_i \int H_i \sin \kappa_i \sin^3 \theta d\theta d\varphi, \end{aligned} \quad (48)$$

где

$\kappa_i = G_i + \varphi$ для суточных составляющих,

$\kappa_i = G_i + 2\varphi$ для полусуточных составляющих.

Однако было бы очень трудно вычислить интегралы (48) для каждой существенной приливной составляющей. Если океаны в целом характеризуются линейной реакцией и частотами, далекими от резонансных приливов, то амплитуду любой составляющей можно аппроксимировать величиной, пропорциональной амплитуде, соответствующей равновесной составляющей, и считать фазы равными. Этот прием лежит в основе так называемого «вынужденного» метода для определения приливных констант меньших составляющих (39) и справедлив только для составляющих одного вида. Таким образом, количество численных интегрирований в выражении (48) уменьшается до 2, по одному для каждого вида составляющих. Гровз и Манк провели вычисления основных составляющих K_1 и M_2 . Результаты Хейсканена и Гровза и Манка приведены в табл. 1.

Представляет интерес отношение лунного и солнечного возмущающих моментов. Предполагая, что реакция океана и сила трения приливного течения линейны, Джеффрис [21] получил для этого отношения значение 5,1. Если сила трения пропорциональна квадрату скорости течения, то эта величина равна 3,4. Используя предположение о «вынужденности» и рассматривая возмущающий момент, Гровз и Манк получили отношение 4,00 и 2,94 для полусуточных и суточных приливов соответственно, вводя взаимодействие лунного и солнечного эффектов через сидерические составляющие K_1 и K_2 . (В каждую из этих составляющих входят лунные и солнечные эффекты одной частоты.) Однако нет никакого теоретического метода оценки их отношения. Определенное по котидальным картам Дитриха отношение полусуточных и суточных приливов приводит к величине лунно-солнечного отношения около 3,2.

VII. Наклонение и эксцентриситет

В отсутствие диссипации приливной энергии внутри Земли в движении Луны не возникает интересующих нас эффектов. Любое воздействие на движение узлов или линии апсид было бы чрезвычайно мало по сравнению с солнечными возмущениями. Среднее расстояние, эксцентриситет, наклонение орбиты спутника и наклонение оси вращения Земли не обнаруживают каких-либо вековых изменений. Дарвин [8] провел исчерпывающее теоретическое исследование вековых изменений этих элементов, считая Землю вращающейся вязкой жидкостью. Хотя результаты Дарвина нельзя непосредственно применить к реальной Земле, они тем не менее должны приниматься во внимание.

Скорость вращения Земли, период и среднее движение Луны, среднее расстояние или большая полуось лунной орбиты — все эти параметры являются взаимозависимыми. Мы будем рассматривать среднее движение Луны, имея в виду, что остальные элементы тоже соответственно изменяются. Уже было отмечено, что приливная диссипация, каков бы ни был ее механизм, уменьшает среднее движение. Дарвин нашел, что скорость этого уменьшения зависит от величины вязкости, принятой для тела Земли. Согласно Дарвину, при вязкости, дающей наибольший эффект, всего 50 000 000 лет назад Земля и Луна могли быть очень близки друг к другу, обращаясь с периодом в 4 ч или меньше. Процесс в будущем будет продолжаться до тех пор, пока не будет достигнуто состояние, при котором оба тела будут постоянно обращены друг к другу одними и теми же полушариями и будут обращаться с периодом около 50 современных суток. Однако результаты Дарвина трудно принять, если учесть, что приливная диссипация обеспечивается не вязкими силами и, вероятно, даже не силами в теле Земли, и сам Дарвин не настаивал на достоверности своей временной шкалы.

Что касается других элементов — эксцентриситета, наклона орбиты, наклона эклиптики, — то здесь вычисления были очень сложными, а их интерпретация еще труднее. К сожалению, Дарвин пришел к выводу, что, исходя из общих принципов, ему не удалось определить (как это было сделано в случае среднего движения), уменьшается или увеличивается какой-либо из этих элементов. Здесь очень важно знать детали механизма диссипации. Например, Дарвин нашел, что «...если наклон эклиптики был бы равен нулю, то эллиптичность или увеличивалась, или уменьшалась бы в соответствии с тем, занимают ли 18 оборотов планеты меньшее или большее время, чем 11 оборотов спутника». Это

утверждение справедливо только для предельного случая очень малой вязкости. Дарвин заключил, что эксцентриситет (и эллиптичность) лунной орбиты были первоначально малы, затем увеличились до максимума и в конечном счете уменьшились опять к тому времени, когда образовались океаны и начали играть главную роль в диссипации. Дарвин считал, что океаническое приливное трение вновь увеличивает эксцентриситет. Наклонения эклиптики и орбиты подчиняются другим подобным условиям. По мнению Дарвина, первоначально наклон эклиптики был не больше 12° , и наклонение лунной орбиты было примерно таким же. Затем наклон эклиптики постепенно увеличился, в то время как наклонение уменьшалось [14]. Джеффрис [22] заново исследовал этот вопрос, подтвердив результаты Дарвина, и распространил их на другие механизмы диссипации. Он заключил, что эксцентриситет и наклонение в настоящее время увеличиваются. Койпер [25] показал, что при определенных условиях наклон эклиптики будет увеличиваться. Голдрейх [15] при помощи вычислительной машины численным методом решал осредненные уравнения возмущений и нашел, что наклонение лунной орбиты никогда не было меньше 10° . Он пришел к заключению, что Луна не могла двигаться по экваториальной орбите — результат, который противоречит теории отделения Луны от Земли и накладывает ограничения на теорию независимой аккреции.

Естественно предположить, что при эллиптической орбите действие ускоряющих сил на Луну будет наибольшим вблизи перигея, так как возникающие на Земле приливы в этом случае оказываются наиболее высокими благодаря меньшему расстоянию до Луны. Если ускоряющие силы действовали бы на Луну только в перигее, то ее расстояние в апогее непрерывно увеличивалось бы, в то время как перигей оставался постоянным; таким образом, эксцентриситет возрастал бы. С другой стороны, если бы ускоряющие силы были постоянны вдоль всей орбиты, то эксцентриситет должен был уменьшаться. В действительности увеличение или уменьшение эксцентриситета зависит от того, как меняется средняя ускоряющая сила (или приливное возмущение, действующее на Землю) с изменением расстояния до Луны. Исходя из разумного предположения об обратной пропорциональности приливного возмущающего момента и расстояния до Луны, можно показать [16], что эксцентриситет будет увеличиваться. С другой стороны, Юри и др. [48] показали, что в настоящее время приливная диссипация внутри Луны стремится уменьшить эллиптичность.

Поскольку показано, что океанические приливы способны полностью объяснить вековое уменьшение среднего движения Луны, то уместно предположить, что они могут также воздействовать на наклон эклиптики, наклонение и эксцентриситет орбиты

с заметной (с космогонической точки зрения) скоростью. Будем придерживаться обычной схемы при изучении возмущений эллиптической орбиты. Обозначим через α любой оскулирующий элемент, например эксцентриситет, наклонение, общую энергию и т. д. Оскулирующим элементом может быть любая постоянная в задаче двух тел. Если бы все возмущения внезапно прекратили свое воздействие на систему, образованную двумя точечными массами, то траектория любой из масс относительно другой была бы эллипсом. Его форма и ориентация в пространстве были бы неизменны; все элементы α были бы постоянны, согласно их определению. Более того, результирующий эллипс был бы касательным к истинной траектории в момент, когда возмущения были отброшены. Даже если эллиптическое движение возмущается, то концепция оскулирующих элементов остается полезной: элементы α считаются медленно изменяющимися параметрами. Этот метод широко известен как метод вариации параметров.

Если положение и скорость Луны известны в любой данный момент, нужный оскулирующий элемент может быть вычислен. Таким образом,

$$\alpha = \alpha (y_1, y_2, y_3, \dot{y}_1, \dot{y}_2, \dot{y}_3). \quad (49)$$

Явная форма функции (49) для любого элемента может быть найдена обычными методами небесной механики (см., например, [40]). Три элемента особенно нас интересуют: a — большая полуось, e — эксцентриситет и i — наклонение.

Удобно представить их как функции составляющих момента количества движения

$$A_i = \varepsilon_{ijh} y_j \dot{y}_h,$$

скорости (относительно Земли)

$$v = (\dot{y}_i^2)^{1/2}$$

и абсолютной величины момента количества движения

$$h = (A_i^2)^{1/2}$$

и рассмотреть простые функции интересующих элементов. Мы имеем

$$a^{-1} = \frac{2}{r_m} - \frac{v^2}{\mu}, \quad \operatorname{tg}^2 i = \frac{A_1^2 + A_2^2}{A_3^2}, \quad e^2 = 1 - \frac{h^2}{\mu a}. \quad (50)$$

Каждая из величин A_j , h , a^{-1} , $\operatorname{tg}^2 i$ и e^2 — оскулирующий элемент и может быть обозначена через α .

Рассмотрим теперь, как изменяется оскулирующий элемент под действием возмущающей функции R . Дифференцирование (49)

по времени дает

$$\dot{\ddot{\alpha}} = \frac{\partial \alpha}{\partial y_j} \dot{y}_j + \frac{\partial \alpha}{\partial y_j} \ddot{y}_j.$$

Компоненты ускорения \ddot{y}_j могут быть исключены из этого уравнения с помощью (16). Из определения α следует, что при $R = 0$ величина $\dot{\alpha}$ должна быть также равна нулю. Итак, мы получаем выражение

$$\dot{\alpha} = \frac{\partial \alpha}{\partial y_j} \frac{\partial R}{\partial x_j} \Big|_{x_\alpha = y_\alpha}, \quad (51)$$

связывающее изменение любого оскулирующего элемента с возмущающей функцией. Следует отметить, что (51) записано не в такой форме, которая обычно используется в теории возмущений. В планетарной теории удобно выражать скорость изменения каждого оскулирующего элемента через другие элементы так, чтобы получающаяся в результате система дифференциальных уравнений после ее решения показала бы изменение каждого элемента во времени. Примененный здесь метод был введен Дарвином и особенно удобен, когда известны или заданы общие соотношения между деформацией и приливообразующим потенциалом. Каула [23] использовал этот метод при рассмотрении определенного типа диссипации в теле Земли на вековое изменение элементов орбиты Луны. Если приливная деформация может быть получена только эмпирически при современной конфигурации системы Земля — Луна, то проще использовать формулу (51). В этом случае нет необходимости представлять возмущающую функцию через оскулирующие элементы.

Интерпретировать (51) нужно очень осторожно. Выражение представляется линейным относительно возмущающей функции — это действительно так, но только при вычислении мгновенного значения $\dot{\alpha}$. Например, предположим, что из R было исключено солнечное возмущение. Истинная траектория Луны начала бы отклоняться от вычисленной. Поскольку все функции в правой части (51) зависят от положения Луны, то через достаточно длительный интервал времени ошибка стала бы очень значительной, потому что функции вычислялись бы для ошибочного положения Луны.

В качестве примера использования (51) для вычисления мгновенного среднего векового изменения элементов рассмотрим $\alpha = a^{-1}$. Производные могут быть вычислены из (50)

$$\frac{\partial a^{-1}}{\partial y_j} = -\frac{2y_j}{a}.$$

Тогда (18) и (51) дают

$$da^{-1}/dt = m_0^{-1}r_m^{-7} [(-15\Phi_{jk}y_jy_k + 3r_m^2\Phi_{jj})\delta_{\alpha\beta} + 6r_m^2\Phi_{\alpha\beta}]y_\alpha\dot{y}_\beta. \quad (52)$$

Выражения для изменения других элементов имеют аналогичный вид, хотя и несколько более сложный. Приливная часть в Φ_{jk} для случая приливов в твердом теле Земли может быть задана, а для случая океанических приливов берется из результатов наблюдений или котидальных карт, согласно (29). Координата y_j и скорость \dot{y}_j Луны могут быть получены из идеализированной теории лунного движения или взяты из таблиц Броуна (см. [3]) для реального движения Луны в современных условиях. В любом случае решение (51) приводит к многократному умножению рядов с тригонометрическими членами. В конце концов остаются только непериодические члены. Если движение Луны в современных условиях используется совместно с современными приливыми наблюдениями, то получается лишь современная скорость вековых изменений элементов. Мы не в состоянии сейчас оценить роль океанических приливов в прошедшие и будущие геологические эпохи. Пока нет никаких перспектив для определения влияния океанов на изменение этих элементов от эпохи к эпохе таким же способом, как это делал Дарвин для вязкой Земли.

ЛИТЕРАТУРА

1. Adams J. C., Phil. Trans. Roy. Soc. London, A143, 397 (1853).
2. Brouwer D., Astron. J., 57, 125 (1952).
3. Brouwer D., Hori G.-I., in «Physics and Astronomy of the Moon», ed. Z. Kopal, 1st ed., Academic Press, New York, 1962, ch. 1.
4. Brown E. W., An Introductory Treatise on Lunar Theory, Cambridge Univ. Press, London and New York, 1896.
5. Clemence G. M., in «Handbook of Physics», ed. E.U. Condon and H. Odishaw, McGraw-Hill, New York, 1958, ch. 8, part II, p. 60.
6. Condon E. U., in «Handbook of Physics», 1958, ch. 1, part II, p. 3.
7. Cox C., Sandstrom H., J. Oceanog. Soc. Japan, 20, 499—513 (1962).
8. Darwin G. H., Scientific Papers, vol. II, Cambridge Univ. Press, London and New York, 1908. См. также: Phil. Trans. Roy. Soc. London, 170, part I (1879); part II, 447, 539; 171, 713 (1880); Proc. Roy. Soc., 30, 255 (1880); Phil. Trans. Roy. Soc. London, 172, 491 (1881).
9. Darwin G. H., The Tides and Kindred Phenomena in the Solar System, 3rd ed., Houghton, Boston, Massachusetts, 1911 [Reprinted by Freeman and Co., San Francisco and London, 1962 (paperback)]. (Русский перевод: Дж. Г. Дарвин, Приливы и родственные им явления в Солнечной системе, изд. 2-е, «Наука», М., 1965.)
10. De Sitter W., Bull. Astron. Inst. Neth., 4, 21 (1927).
11. Dietrich G., Z. Ges. Erdk. (1944).
12. Doodson A. T., Proc. Roy. Soc., A100, 305 (1921).
13. Doodson A. T., Adv. Geophys., 5, 117 (1958).
14. Gerstenkorn H., Z. Astrophys., 36, 245 (1955).
15. Goldreich P., Geophysik, 4, 411—439 (1966).

16. *Groves G. W.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **121**, № 5, 496—502 (1960).
17. *Groves G. W.*, *Munk W. H.*, J. Marine Res., **17**, 119—214 (1958).
18. *Halley E.*, Phil. Trans. Roy. Soc. London, **19**, 194 (1695).
19. *Heiskanen W.*, Ann. Acad. Sci. Fennicae, Ser. AIII, **18**, 1 (1924).
20. *Jeffreys H.*, in «The Earth as a Planet», ed. G.P. Kuiper, Univ. of Chicago Press, Chicago, Illinois, 1954, ch. II, p. 42.
21. *Jeffreys H.*, The Earth, 4th ed., Cambridge Univ. Press, London and New York, 1959. (Русский перевод: Г. Джеффрис, Земля, ее происхождение, история и строение, ИЛ, М., 1960.)
22. *Jeffreys H.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **122**, 339—343 (1961).
23. *Kaula W. M.*, Rev. Geophys., **2**, 661—685 (1964).
24. *Koziel K.*, in «Physics and Astronomy of the Moon», 1st ed., 1962, ch. 2.
25. *Kuiper G. P.*, On the Origin of the Solar System, Yerkes Observatory, Williams Bay, Wisconsin (mimeo.), 1949.
26. *MacDonald G. J. F.*, Rev. Geophys., **2**, 467—541 (1964).
27. *MacRobert T. M.*, Spherical Harmonics, 2nd rev. ed., Dover, New York, 1947.
28. *Markowitz W.*, Astron. J., **60**, 171 (1955).
29. *Marsden B. G.*, *Cameron A. G. W.*, The Earth — Moon System, Plenum Press, New York, 1966.
30. *Melchior P.*, Adv. Geophys., **4**, 302 (1958).
31. *Melchior P.*, Mares Terrestres Bull. Inform., № 16 (1959).
32. *Miller G. R.*, J. Geophys. Res., **70**, 2485—2489 (1966).
33. *Mintz Y.*, *Munk W. H.*, Tellus, **3**, 117 (1951).
34. *Mintz Y.*, *Munk W. H.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., Geophys. Suppl., **6**, 566 (1954).
35. *Munk W. H.*, Deep-Sea Res., **13**, 707—730 (1966).
36. *Munk W. H.*, *MacDonald G. J. F.*, The Rotation of the Earth; a Geophysical Discussion, Cambridge Univ. Press, London and New York, 1960. (Русский перевод: У. Манк, Г. Макдональд, Вращение Земли, «Мир», М., 1964.)
37. *Парийский Н. П.*, Астрон. ж., **37**, 543 (1960).
38. *Routh E. J.*, Advanced Dynamics of a System of Rigid Bodies, 6th ed., 1905 (reprinted, Dover, New York, 1955).
39. *Schureman P.*, Manual of Harmonic Analysis and Prediction of Tides, Spec. Publ. № 98, U.S. Dept. of Commerce, Coast and Geodetic Survey, 1941.
40. *Smart W. M.*, Celestial Mechanics, Longmans, Green, New York, 1953. (Русский перевод: У. М. Смарт, Небесная механика, «Мир», М., 1965.)
41. *Smart W. M.*, Spherical Astronomy, Cambridge Univ. Press, London and New York, 1956.
42. *Spencer-Jones H.*, Ann. Cape Obs., **13**, part 3 (1932).
43. *Spencer-Jones H.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **99**, 541 (1939).
44. *Spencer-Jones H.*, in «The Earth as a Planet», ed. G.P. Kuiper, Univ. of Chicago Press, Chicago, Illinois, 1954, ch. I, p. 1.
45. *Spencer-Jones H.*, Handbuch der Physik, Bd. 47, 1956, S. 1.
46. *Takeuchi H.*, Trans. Am. Geophys. Union, **31**, 651 (1950).
47. *Taylor G. I.*, Phil. Trans. Roy. Soc. London, **A220**, 1 (1919).
48. *Urey H. C.*, *Elsasser W. M.*, *Rochester M. G.*, Astron. J., **129**, 842 (1959).
49. *Von Sterneck R.*, Sitzber. Akad. Wiss. Wien, Math.-Naturw. Kl. Abt. IIa, **129**, 131 (1920).
50. *Wells J. W.*, Nature, **197**, 948—950 (1963).
51. *Wells J. W.*, in «The Earth — Moon System», eds. B.G. Marsden and A.G.W. Cameron, 1964, p. 70.
52. *Woolard E. W.*, Astron. Papers, U.S. Naval Obs., **15**, part 1 (1953).
53. *Wunsch C.*, Rev. Geophys., **5**, 447—475 (1967).

Глава 4

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ И ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЛУНЫ

С. Л. ГУДАС

1. Введение

С чисто математической точки зрения силовая функция Луны, так же как и любого другого тела конечных размеров, может быть определена только при условии, что известны две другие функции, а именно функция распределения плотности и уравнение ее поверхности. Есть, конечно, другие пути, которые приводят косвенным образом, хотя иногда и быстрее, к тому же результату с различными степенями приближения, но для этого требуются дополнительные предположения о свойствах аналитичности (т. е. непрерывности и возможности разложения в ряд этих двух функций). Такие предположения представляются очень логичными для ученого и являются, когда это касается тел звездных размеров, разумеем, справедливыми с большой степенью точности, в то время как для малых тел, таких, как Луна, которые могут не подчиняться гидростатическим законам самогравитирующих тел, они не всегда справедливы и, следовательно, могут приводить к парадоксальным выводам.

Имеются два косвенных и независимых метода, которые используются в последние годы для получения информации о силовой функции Луны: во-первых, это изучение ее эйлеровского движения относительно центра масс, а во-вторых, исследование гравитационных гармоник наблюдаемых движений искусственных спутников, обращающихся вокруг Луны. Для получения быстро сходящихся приближений основных характеристик гравитационного поля, используемых в прикладных целях, эти два метода являются более практичными, чем прямые методы. Мы рассмотрим их в настоящей главе более детально, изложив также некоторые аспекты прямого метода и его приложений для двух видов функций распределения плотности, используя, конечно, и имеющуюся информацию о фигуре Луны.

Уравнение поверхности является важным для наших целей и также будет детально обсуждено. Предполагается, что его можно

выразить через сферические функции и точность этого выражения ограничена точностью данных. Сейчас имеются две разновидности таких данных. Они могут быть получены, во-первых, при помощи наземных телескопов и, во-вторых, при помощи космических аппаратов. Эти данные обычно представляются в форме пространственных координат точек, соответствующих поверхностным образованиям, в принятой системе координат.

Наземные наблюдения дают информацию двух видов о фигуре Луны. В самом деле, характер движения Луны по отношению к земному наблюдателю приводит к необходимости применения двух различных методов изучения морфологии разных областей Луны. Точки определенного сферического пояса на Луне в то или иное время становятся точками лимба и проецируются на темное небо или, реже, на яркий солнечный диск. Мы будем называть этот пояс *краевой зоной*; она занимает 30% площади лунной поверхности, которая может наблюдаться с Земли.

Морфология этой части Луны может быть изучена с большой точностью — лишь в очень немногих местах ошибки в определении геоцентрических (наблюдаемых из центра Земли) высот превосходят 0",1, или 190 м, и в настоящее время возможно ее детальное изучение.

Однако об остальных частях лунной поверхности нельзя сказать то же самое. *Абсолютное положение* (т. е. пространственные координаты точек, соответствующих поверхностным образованиям, в принятой системе координат) даже в лучших каталогах, имеющих к настоящему времени, известно с точностью $\pm 0",3$ (геоцентрическая секунда). Отклонение фигуры Луны от сферы достаточно велико, поэтому такая точность (хотя она имеет тот же порядок величины) все же позволяет нам с помощью наземных инструментов изучать природу этого отклонения. Однако для того, чтобы установить истинный характер фигуры Луны, необходимы более точные измерения.

Краевая зона в сочетании с остальной видимой частью поверхности (той, что никогда не становится частью краевой зоны) составляет 59% всей поверхности Луны, и с Земли мы можем изучить фигуру только этой части поверхности. Вследствие этого точность определения всей фигуры Луны с необходимостью ограничивается теми допущениями относительно остальной части поверхности, которыми мы пользуемся. Исследование любой фигуры, включая и данную, подчиняется этому ограничению, действительную важность которого нельзя оценить.

Во всех более ранних исследованиях, за единственным исключением, используется дополнительное ограничение — предположение, что лунная фигура является сфероидом или эллипсоидом. Исключение представляет работа Яковкина, который первым

показал, что лимб недостаточно хорошо аппроксимируется эллипсом; он заменил эллипс другой кривой, которая, как показано в этой главе, подразумевает существование больших третьей и четвертой гармоник. Если для лимба характерны большие третья и четвертая гармоники, это должно быть верным и для фигуры в целом. Это второе допущение, и вытекающие из него ограничения могут быть обойдены (в отличие от первого ограничения); здесь это сделано впервые путем разложения уравнения поверхности Луны по сферическим функциям.

Данные о фигуре по вземным наблюдениям сейчас ограничены и охватывают только узкий экваториальный пояс на видимой стороне Луны. Они могут быть получены путем анализа сдвига изображения на фотографиях, снятых космическими зондами «Лунар орбитер» [48].

В настоящей главе мы сначала обсудим различные приближения уравнения поверхности, а также связанные с ним вопросы, такие, как положение центра фигуры и центра масс. Затем мы обсудим различные приближения гравитационного поля Луны и ее силовой функции.

II. Форма

лунной поверхности

Для записи уравнения внешней границы Луны мы должны прежде всего определить систему отсчета, которая будет использоваться. Наиболее подходящими являются так называемые *селенографические* координаты, которые эквивалентны географическим координатам на Земле. Ранее принималось, что начало этой системы координат совпадает с центром видимого лунного диска, который считался кругом при любых углах либрации, но это далеко не так. Глядя в телескоп, мы можем различить на лунном лимбе большие и малые неровности, особенно около южной полярной области. Точные измерения и редукция показывают, что представление лимба рядом Фурье включает члены всех порядков и что члены низкого порядка вплоть до четвертого имеют приблизительно одинаковую величину [19]. Ниже будет показано, что аналогичные и более точные измерения лимба Хайном [30] и Ваттсом [71] согласуются с этим выводом. Дэвидсон [12] и Брукс [7], используя фотографии во время затмений 1962 и 1963 гг., получили разложение Фурье для лимба при различных либрациях, включая члены до 30-го порядка. Из их измерений также следует, что лунный лимб при этих либрационных углах отнюдь не является правильной окружностью. Поэтому следующим шагом для определения центра диска является представление измерений лимба окружностью с неизвестными радиусом и центром. В этом случае

выступы и впадины реального лимба будут компенсировать друг друга и сводиться к нулю в среднем по контуру, и нет необходимости предполагать их случайное распределение, как считает Яковкин [77].

Если мы определим центр диска таким образом, то, как указали Веймер [73] и Яковкин [77], его положение изменяется с изменением угла либрации, и мы рискуем получить круги отсчета, которые не лежат на одной сфере. Причина этого очевидна: наши круги отсчета, соответствующие различным углам либрации, не являются сечениями одной сферы отсчета. К тому же радиус кругов отсчета с изменением угла либрации меняется и зависит только от полной либрации по широте [77]. Путем совмещения 20° -ных дуг кругов отсчета, взятых при всех углах либрации, Веймер [73] нашел *средний профиль* Луны, который соответствует нулевой либрации по долготе и широте. Сравнение его отдельных лунных профилей со средним профилем показывает, что их разница не превышает $0'',5$ (геоцентрич.). В пределах этой ошибки круги отсчета дают одну сферу отсчета для сферической зоны, определенной экстремальными значениями оптической либрации. Это справедливо лишь в случае, если распределение отклонений индивидуальных профилей от среднего является случайным; выполняется ли это условие — не совсем ясно. Если распределение не является случайным, то ошибка в $0'',5$, вероятно, слишком велика, так как она сравнима с оценкой углового расстояния между центром круга отсчета при нулевой либрации и центром масс Луны, который должен быть принят за *начало селенографических координат*. Это положение можно улучшить путем выбора значения радиуса и центра сферы отсчета, подогнанной к измерениям лимба для всех возможных углов либрации и приведенной к тому же масштабу.

Необходимо уяснить, что даже в наилучшем случае средний лунный радиус и положение его центра, определенные по измерениям лимба, не являются *истинными радиусом и центром геометрической фигуры Луны*, потому что 80% поверхности не участвуют в этом определении. Если положение центра круга отсчета меняется с изменением полной оптической либрации по широте (включающей оптический эффект физической и суточной либраций), то нельзя считать, что это определение центра фигуры, основанное на очень ограниченном диапазоне лунных профилей, достаточно близко к центру фигуры, основанной на всех возможных профилях. Именно поэтому мы считаем, что положение центра лунной фигуры, определенное по наблюдениям краевой зоны, нельзя отождествлять с центром фигуры всей Луны в целом.

О'Киф и Камерон [55] определили центр фигуры Луны как центр сферы, наилучшим образом представляющей видимое полушарие Луны. В частности, они получили такую сферу методом

наименьших квадратов по ряду точек, определенных Францем [16] и переработанных Шруткой-Рехтенштаммом [59, 60]. Точки отнесены к оптическому центру лунного диска, или центру круга отсчета при нулевой полной либрации. Было найдено, что ошибка в высоте этих точек составляет около 1,23 км. При этом в сферической зоне $\sim 20^\circ$ вдоль края точек Шрутки-Рехтенштамма нет. В связи с этим О'Киф и Камерон заключили, что начало системы отсчета, используемое Шруткой-Рехтенштаммом, не является действительным центром сферы, найденной способом наименьших квадратов, или сферы отсчета. Координаты последней в системе отсчета Шрутки-Рехтенштамма, обычно называемой *стандартной системой отсчета*, следующие:

$$\xi_0 = -0,4 \pm 0,4 \quad (\text{ср. ош.}), \quad (1)$$

$$\eta_0 = -1,4 \pm 0,4 \quad (\text{ср. ош.}), \quad (2)$$

где «ср. ош.» означает среднюю ошибку. Единицей длины является 1 км, и, так как ось совпадает с осью вращения Луны, эти числа, если их понимать буквально, показывают, что центр фигуры, соответствующий данным по видимой стороне, находится ниже центра фигуры, соответствующего данным по лимбу.

Ясно, однако, что центр фигуры по О'Кифу и Камерону неприемлем, поскольку он определен по данным только видимой стороны без учета данных по лимбу. Компромиссное положение центра фигуры можно получить определением сферы, представляющей все известные точки поверхности. Это было сделано Гудасом [19] путем совместного анализа данных по точкам Шрутки-Рехтенштамма и точкам лимба Дэвидсона и Брукса. Используемый метод состоял в разложении уравнения поверхности по сферическим функциям. Центр фигуры, если он не совпадает с началом системы отсчета для точек, может быть получен из поверхностных гармоник первого порядка (которые будут содержать один зональный, один тессеральный и один секториальный члены). Если координаты центра фигуры обозначить через ξ_0 , η_0 , ζ_0 , то разложение поверхности по сферическим функциям будет иметь вид

$$r = r_0 + \eta_0 P_1^0 + (\zeta_0 \cos \lambda + \xi_0 \sin \lambda) P_1^1 + \dots, \quad (3)$$

и, следовательно, мы можем непосредственно получить положение центра фигуры, если известны коэффициенты разложения по функциям. Значения этих коэффициентов изменяются с изменением начала системы отсчета, и мы можем определить центр фигуры как *точку, которая, будучи принятой за начало системы координат, к которой отнесена поверхность тела, приводит к исключению поверхностных гармоник первого порядка*. Оценка О'Кифа и Камерона для центра фигуры, даваемая выражениями (1) и (2), приводит к следующему уравнению поверхности сферы отсчета,

соответствующей данным Шрутки-Рехтенштамма в первом порядке по q :

$$r = r_0 [1 - (1,4/r_0) P_1^0 - (0,4/r_0) P_1^1 \sin \lambda]. \quad (4)$$

Аналогичный анализ данных селенодезической контрольной системы AMS *) совместно с данными Дэвидсона и Брукса по лимбу приводит к уравнению

$$r = r_0 [1 + (0,86/r_0) P_1^0 + (0,95/r_0) P_1^1 \sin \lambda]. \quad (5)$$

Наконец, данные ACIC **) были обработаны таким же образом и дали выражение

$$r = r_0 [1 - (0,52/r_0) P_1^1 - (0,35/r_0) P_1^1 \sin \lambda]. \quad (6)$$

Согласие между выражениями (4) и (6) является удовлетворительным, чего нельзя сказать о согласии между этими двумя выражениями, с одной стороны, и выражением (5), с другой.

Непосредственный гармонический анализ [19] данных Шрутки-Рехтенштамма вместе с данными по лимбу Дэвидсона и Брукса приводит к уравнению

$$r = r_0 [1 - (0,45/r_0) P_1^0 + (0,17/r_0) P_1^1 \sin \lambda]. \quad (7)$$

Коэффициенты $-0,45$ и $0,17$ имеют средние ошибки $\pm 0,13$ и $\pm 0,07$ [19, стр. 436], и поэтому их значения могут быть соответственно не больше $0,58$ и $0,24$ и не меньше $0,32$ и $0,10$. Из уравнений (3) и (5) — (7) получаем

$$\xi_0 = 0,17 \pm 0,07 \quad (\text{ср. ош.}), \quad (8)$$

$$\eta_0 = -0,45 \pm 0,13 \quad (\text{ср. ош.}). \quad (9)$$

Сравнивая результаты О'Кифа и Камерона [уравнения (1) и (2)] с (8) и (9), мы находим, что центр симметрии Луны, вычисленный по всем известным лунным точкам, находится ближе всего к началу селенографической системы координат, которая основана только на данных по лимбу.

Яковкин [77] предложил другой метод определения положения центра фигуры, который он отождествляет с центром диска, и среднего радиуса Луны при всех углах либрации (главным образом по широте, потому что, как уже говорилось, либрация по долготе не влияет на положение центра фигуры и средний радиус). Его метод, однако, зависит от предположения о форме только лунного лимба, поэтому едва ли мы можем утверждать, что центр фигуры может быть определен таким путем. Яковкин [76]

*) U.S. Army Map Service (AMS) — Армейская картографическая служба США.

**) Aeronautical Chart and Information Center of the U.S. Air Force (ACIC) — Центр аэронавтических карт и информации ВВС США.

предположил, что северная половина лунного лимба является полукругностью, а южная половина — полуэллипсом, большая часть которого параллельна оси вращения Луны. Радиус этой полукругности равен R_0 , а полуоси полуэллипса равны $R_0 + a$ и R_0 , так что гладкость в точках сопряжения не нарушается. Общий центр полукругности и полуэллипса взят за начало двух осей координат, лежащих в плоскости диска, где ось H является проекцией оси вращения, а ось E нормальна к ней и лежит в той же плоскости. Таким образом, уравнение лимба в полярных координатах имеет вид

$$R = R_0,$$

$$R = (R_0^2 + a^2 \sin^2 \beta + 2a \sin^2 \beta)^{1/2}$$

или, с точностью до членов первого порядка по a ,

$$R = R_0 \quad \text{для северного лимба,} \quad (10)$$

$$R = R_0 + a \sin^2 \beta \quad \text{для южного лимба.}$$

Угол β — селенографическая широта точек лимба. Ряд Фурье, в который разлагается уравнение (10), представляющее лунный профиль по Яковкину, имеет вид

$$R = R_0 + \frac{a}{4} - \frac{a}{4} \cos 2\beta + \frac{4a}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin (2n+1) \beta}{(2n-1)(2n+1)(2n+3)}. \quad (11)$$

В этом выражении β играет роль позиционного угла и меняется от 0 до 360° против часовой стрелки. Если оставить только гармоники первого порядка, мы получаем

$$R = R_0 + \frac{a}{4} - \frac{4a}{3\pi} P_1^0(\sin \beta); \quad (12)$$

это означает, что средний радиус круга равен $R_0 + (a/4)$ и что его центр лежит ниже общего центра полукругности и полуэллипса, а именно в точке с координатами

$$E_0 = 0, \quad H_0 = -(4a/2\pi) \approx -0,42a. \quad (13)$$

Яковкин [74] представил кругом отсчета восточные половины полукругности и полуэллипса так, чтобы можно было провести сравнение с измерениями лимба по покрытиям звезд; таким образом, он получил следующие координаты центра:

$$E_0 = -0,56a, \quad H_0 = -0,42a. \quad (14)$$

Благодаря симметрии соответствующие координаты по западным половинам будут

$$E_0 = +0,56a, \quad H_0 = -0,42a, \quad (15)$$

и, таким образом, среднее из (14) и (15) в точности дает значение (13), полученное с помощью разложения Фурье.

Спенсер-Джонс [65], проанализировав несколько сот покрытий, получил $H_0 = -0^{\circ}51$, откуда вытекает значение $a = 1^{\circ}21$.

С другой стороны, Яковкин [77] дал значения $a = 0^{\circ}96 + + 0^{\circ}08\beta_0$ для восточного лимба и $a = 0^{\circ}96 + 0^{\circ}02\beta_0$ для западного лимба. Здесь β_0 — полная оптическая либрация по широте, измеряемая в градусах. Гаврилов и др. [47] модифицировали эти результаты Яковкина. Тем не менее коэффициенты β_0 различны для западного и восточного лимбов, и это вполне согласуется с западно-восточной асимметрией, обнаруженной Спенсером-Джонсом при наблюдениях покрытий. Чтобы объяснить эту асимметрию, Яковкин [77] предложил вторую модель лунного профиля, которая состоит из полуокружности для северной половины и полуэллипса для южной, причем большая ось полуэллипса образует некоторый угол с осью вращения Луны. Подбором он нашел, что этот угол, измеряемый по часовой стрелке от северного полюса, составляет 15° . Согласно Яковкину, эта модель описывает изменение среднего радиуса профиля как за либрационный период, так и за месяц.

Яковкин [77] предложил еще одну модель, которая представляется более сложной и более близкой к действительности, так как она не только описывает профиль с помощью изменения центра и радиуса, но и учитывает гармоника третьего и четвертого порядков. Позднее Гудас [23] показал, рассмотрев все доступные данные по краевой зоне, что так оно и есть. В частности, Яковкин предложил для лимба выражения

$$R = R_0 \quad \text{для северного лимба,} \quad (16)$$

$$R = R_0 + a \sin^4 (\beta + \gamma) \quad \text{для южного лимба,} \quad (17)$$

где $\gamma = 15^{\circ}$ и $a = a(\beta_0)$. Точнее говоря, уравнение (16) описывает лимб для позиционных углов в диапазоне от -15° до $+165^{\circ}$, а уравнение (17) — в диапазоне от $+165^{\circ}$ до $+345^{\circ}$. Таким образом, лимб описывается непрерывной кривой с производной, которая также является непрерывной. Уравнения (16) и (17) объединяются с помощью следующего разложения Фурье:

$$R = R_0 + \frac{3a}{16} - \frac{a}{4} \cos 2(\beta + \gamma) + \frac{a}{16} \cos 4(\beta + \gamma) - \\ - \frac{48a}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n+1)(\beta + \gamma)}{(2n-3)(2n-1)(2n+1)(2n+3)(2n+5)}. \quad (18)$$

Настоящая модель дает меньший средний радиус лунного профиля: $R_0 + 3a/16$ вместо $R_0 + a/4$, который был получен в модели (10), но разница пренебрежимо мала. Положение центра лимба может

быть определено из гармоник первого порядка. Мы легко найдем, что

$$E_0 = -16a \sin \gamma / 15\pi, \quad H_0 = -16a \cos \gamma / 15\pi; \quad (19)$$

для $\gamma = 15^\circ$ получаем

$$E_0 = -0,088a, \quad H_0 = -0,328a. \quad (20)$$

Среднее из оценок, полученных Яковкиным для восточного и западного лимбов, сравнимо с этими величинами. Если мы сравним отдельно теоретические положения центров окружностей, представляющих восточную и западную половины профиля, с положениями этих центров, данными Спенсером-Джонсом [64], мы получим, что $a = 1^\circ 35 + 0^\circ 02\beta_0$ для восточной половины и $a = 1^\circ 37 + 0^\circ 11\beta_0$ для западной.

Вторая модель Яковкина, по-видимому, является полезной, так как она дает более удовлетворительное значение для радиусов и центров окружностей, представляющих восточную и западную половины лунного профиля при всех углах либрации. Ясно, однако, что центр фигуры Луны не может совпадать ни с одним из этих центров. К тому же тот факт, что даже при $\beta_0 = 0$ мы имеем два различных центра и средних радиуса, создает определенные трудности при фиксации начала селенографической системы координат. В этом отношении объединенное выражение (18) модели лунного профиля по Яковкину значительно улучшает дело. Как будет показано ниже, ситуация может быть еще более улучшена.

Яковкин предположил, что точка $E = H = 0$ является проекцией центра масс на диск. Координаты ξ_c, η_c этой же точки по отношению к селенографической системе отсчета с началом, помещенным в центре диска, равны $\xi_c = -E_0 = 0,088a, \eta_c = H_0 = 0,328a$. Третью координату ζ_c этой точки невозможно определить по наземным наблюдениям, и сейчас мы считаем ее равной нулю. Для нулевого угла либрации ($\beta = 0$) мы находим, что $\xi_c = 0^\circ 12$ и $\eta_c = 0^\circ 45$, или $\xi_c = 0,22$ км и $\eta_c = 0,84$ км. Поэтому центр масс расположен в 1 км к северу и западу от центра фигуры диска. Шрутка-Рехтенштамм [59] получил значение $\xi_c = 0,00$ км и $\eta_c = 0,93$ км, которые очень близки к оценкам в модели профиля по Яковкину. Наконец, анализ гипсометрических данных АСИС привел к выводу, что центр фигуры видимой части Луны очень близок к центру фигуры профиля и что в проекции на плоскость диска они отстоят друг от друга на 1 км.

Кто касается третьей координаты ζ_c центра масс по отношению к селенографической системе координат, то данными, которые могут служить грубым приближением, являются координаты точек падений «Рейнджеров» 6—9 [63], а также координаты некоторого числа точек внутри узкого экваториального пояса Луны,

фотографии которого получены зондами «Лунар орбитер» [48]. Эти данные показывают, что $\zeta_c > 0$, т. е. центр масс смещен по направлению к Земле. Если это так, то расстояние точек поверхности в окрестности центра диска от начала селенографической системы координат будет систематически больше, чем их расстояние от центра масс, что в точности соответствует данным «Рейнджеров» и «Орбитеров». Разумеется, эти данные относятся к центру масс Луны, и поэтому у точек, находящихся в центральной области диска, радиусы систематически меньше, чем их радиусы, измеренные из центра фигуры Луны. Этих данных недостаточно для определения относительного положения двух центров, но вполне возможно, что центр масс лежит приблизительно на 2 км ближе к Земле, чем центр фигуры. Координаты центра масс в системе $O\xi\eta\zeta$ могут быть следующими: $\xi_c = 0,2$ км, $\eta_c = 0,8$ км, $\zeta_c = 1,5$ км. Можно считать, что координаты ξ_c и η_c получены из наблюдений и проверены наблюдениями, в то время как значение ζ_c является только предварительным. Ламар и Мак-Ганн-Ламар [43], используя координаты точек падений «Рейнджеров» и координаты тех же точек, измеренных геометрически ACIC и AMS, получили значения

$$\xi_c = -2,5, \quad \eta_c = 3,2, \quad \zeta_c = 3,2 \quad (\text{ACIC})$$

и

$$\xi_c = 1,5, \quad \eta_c = 13,6, \quad \zeta_c = 5,6 \quad (\text{AMS}).$$

Эти координаты безусловно ошибочны; мы согласны с Ламаром, что эти величины отражают трудности в определении лунных высот с достаточной точностью, особенно когда речь идет о высотах конкретных участков поверхности, а не большой области в целом. Ранее отмечалось уже, что отдельные измерения высот могут быть ошибочны из-за условий «видимости». Чтобы исключить все сомнения в том, что положение центра масс, данное Ламаром, ошибочно из-за неверных данных, мы должны добавить, что координата η_c , которую можно наблюдать, принималась равной $0,5$ (геоцентрич.), или 1 км, и эта величина вводилась как эмпирическая поправка к широте Луны, согласно *Astronomical Ephemeris and Nautical Almanac* (см. соответствующие таблицы). Расстояние между двумя центрами при проекции на диск является предметом, как уже упоминалось, прямого определения. Это было сделано путем сравнения положений центра масс, приведенных в *Astronomical Ephemeris*, с наблюдаемым положением центра диска в определенную эпоху. Если бы ξ_c и η_c имели значения, вычисленные Ламаром, то это расстояние было бы давно известно.

Другая интересная для нас величина — это средний радиус Луны r_0 . Основываясь на измерениях фигуры и орбиты, мы получили результаты, представленные в табл. 1.

СРЕДНИЙ РАДИУС ЛУНЫ

| Автор | r_0 | Данные |
|-------------------------|--------|-----------------|
| Гудас, 1965 [23] | 1737,5 | АСИС |
| Съёгрэн, 1967 [63] | 1735,5 | «Рейнджеры» |
| Майкл, 1967 [48] | 1736,0 | «Лунар орбитер» |
| Шаширо и др., 1967 [62] | 1736,0 | Радиолокация |

С другой стороны, Майкл [48] дает графическое представление различных результатов, что позволяет провести прямое сравнение. Сравнение показывает, что гармонический анализ селенодезической контрольной системы АСИС дает значения радиусов, которые систематически больше примерно на 2 км, чем радиусы по данным «Рейнджеров» и «Орбитеров». Результаты «Рейнджеров» и «Орбитеров» очень хорошо согласуются между собой и с результатами, полученными из радиолокационных измерений. Район, в котором возможно сравнение, не простирается далее 50° долготы, не захватывает краевой зоны и ограничен узким экваториальным поясом. Средний радиус профиля Луны очень близок к 1738 км; это значение не вызывает сомнений, и мы надеемся, что будущие полеты «Орбитеров» подтвердят этот результат, а тем самым и данные о центральных экваториальных районах.

Сейчас перед нами стоит проблема, как объяснить эту систематическую разницу. Проще всего было бы отбросить селенодезические измерения, так как мы не можем сомневаться в результатах орбитальных исследований. Но это не выход, поскольку мы при этом не объясняем, почему лунный профиль имеет больший средний радиус, в то время как ожидается прямо противоположное. Другой ответ является более удовлетворительным: селенодезические измерения сделаны по отношению к центру фигуры, а движения «Орбитеров» и «Рейнджеров» относятся к центру масс. Таким образом, радиусы точек поверхности, которые мы находим путем орбитальных измерений, представляют собой расстояния рассматриваемых точек от центра масс, а не от центра фигуры. Другими словами, эти две величины, измеренные двумя методами для одной и той же точки, должны систематически различаться. Следовательно, разность между измеренными значениями среднего радиуса Луны относительно центра фигуры и центра масс может быть объяснена, если мы предположим, что центр масс Луны расположен на 1,5 км ближе к Земле, чем центр фигуры.

Если это так, то естественный спутник Земли не может иметь симметричного распределения масс и можно рассматривать множество случаев неравномерного распределения масс, которые объясняли бы смещение центра масс. Одна из возможностей состоит в предположении, что поверхность видимой стороны Луны состоит из более тяжелого материала и, в частности, что плотность морей больше, чем средняя плотность Луны. Это предположение не так уж невероятно, ибо, исходя из гладкости поверхности морей, мы можем утверждать, что они приобрели свою форму в основном под влиянием тяготения, когда их вещество было в жидком или полужидком состоянии. После затвердения плотность вещества, естественно, стала больше, чем она была перед превращением в жидкую или полужидкую фазу.

Другое объяснение смещения центра масс состоит в предположении, что плотность в недрах распределяется несимметрично. Могут быть сделаны и другие равновероятные предположения. Но мы пока воздержимся от каких бы то ни было гипотез и только отметим тот факт, что средний лунный радиус, вычисленный по движению искусственных спутников Луны и «Рейнджеров», на 1,5 км меньше среднего радиуса лунного профиля и среднего радиуса, полученного из селенодезических измерений; отметим также, что средний радиус профиля и видимой стороны Луны довольно точно определен.

Попытаемся теперь получить приближенное выражение для уравнения лимба. По данным для высот, полученным Хайном [30], Шруткой-Рехтенштаммом [60], Ваттсом [71], Болдуином [3], Дэвидсоном [12], Бруксом [7], АМС [68] и АСИС [4] и покрывающим видимое полушарие и краевую зону, было получено следующее уравнение лунной поверхности:

$$r = r_0 + \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^i (J_{ij} \cos j\lambda + J'_{ij} \sin j\lambda) P_i^j(\mu), \quad (21)$$

где $\mu = \sin \beta$. Численные значения для коэффициентов J_{ij} и J'_{ij} получены для каждого ряда измерений высот. Полагая $\lambda = \pm \pi/2$ и изменяя соответствующим образом значения угла β , мы получим уравнение лимба при нулевой либрации:

$$\begin{aligned} r = r_0 + J_{00} + \frac{1}{4} J_{20} - \frac{3}{2} J_{22} + \frac{9}{64} J_{40} - \frac{45}{16} J_{42} + \frac{315}{8} J_{44} + \\ + \left(J_{10} + \frac{3}{8} J_{30} - \frac{15}{4} J_{32} \right) \sin \beta + \left(J'_{11} + \frac{3}{8} J'_{31} - \frac{45}{4} J'_{33} \right) \cos \beta + \\ + \left(\frac{3}{2} J'_{21} + \frac{5}{8} J'_{41} - \frac{105}{4} J'_{43} \right) \sin 2\beta + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(-\frac{3}{4} J_{20} - \frac{3}{2} J_{22} - \frac{5}{16} J_{40} + \frac{15}{4} J_{42} + \frac{105}{2} J_{44} \right) \cos 2\beta + \\
& + \left(-\frac{5}{8} J_{30} - \frac{15}{4} J_{32} \right) \sin 3\beta + \left(-\frac{15}{8} J'_{31} - \frac{15}{4} J'_{33} \right) \cos 3\beta + \\
& + \left(-\frac{35}{16} J'_{41} - \frac{105}{8} J'_{43} \right) \sin 4\beta + \\
& + \left(\frac{35}{64} J_{40} + \frac{105}{16} J_{42} + \frac{105}{8} J_{44} \right) \cos 4\beta. \quad (22)
\end{aligned}$$

Значения J_{ij} и J'_{ij} , полученные по данным Шрутки-Рехтенштамма, совместно с данными для точек лимба, полученными Дэвидсоном и Бруксом, приводят к следующему уравнению лимба:

$$\begin{aligned}
r = r_0 - 0,3 - 0,4 \sin \beta - 0,2 \cos \beta + 1,0 \sin 2\beta - 0,3 \cos 2\beta + \\
+ 0,5 \sin 3\beta - 0,1 \cos 3\beta - 0,6 \sin 4\beta + 0,4 \cos 4\beta, \quad (23)
\end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned}
r = r_0 - 0'',14 - 0'',21 \sin \beta - 0'',11 \cos \beta + 0'',54 \sin 2\beta - \\
- 0'',16 \cos 2\beta + 0'',27 \sin 3\beta - 0'',05 \cos 3\beta - \\
- 0'',32 \sin 4\beta + 0'',21 \cos 4\beta. \quad (24)
\end{aligned}$$

Сравнимые выражения для лимба были получены объединением данных Шрутки-Рехтенштамма и Хайна и Ваттса. Вторая модель Яковкина [уравнение (18)] для $a = 1'',36$ и $\gamma = 15^\circ$ дает

$$\begin{aligned}
r = r_0 + 0'',26 + 0'',00 \sin \beta + 0'',00 \cos \beta + 0'',17 \sin 2\beta - \\
- 0'',30 \cos 2\beta + 0'',44 \sin 3\beta + 0'',44 \cos 3\beta - \\
- 0'',05 \sin 4\beta + 0'',08 \cos 4\beta. \quad (25)
\end{aligned}$$

Сравнение уравнений (24) и (25) показывает, что модель Яковкина согласуется с измерениями Хайна, Ваттса, Дэвидсона и Брукса. Большая ось эллиптической части лимба, описываемой уравнением (24), направлена с юго-запада на северо-восток и составляет угол 33° с осью вращения Луны. Это значение хорошо согласуется со средним из оценок Яковкина (15°), Ваттса ($27^\circ \pm 15^\circ$), Поттера и Быстрова (36°) и Дэвидсона и Брукса (37°). С другой стороны, различие между большой и малой осями эллипса составляет $2'',3$, что соответствует сжатию примерно $1/800$. Значения этого (экваториального) сжатия лимба, полученные другими исследователями, приведены в таблице:

| Исследователь | Сжатие | Исследователь | Сжатие |
|--------------------|--------|---------------------|--------|
| Граф, 1912 [29] | 1/2200 | Поттер, 1962 [56] | 1/1200 |
| Хайн, 1912 [31] | 1/2200 | Ваттс, 1963 [71] | 1/1600 |
| Шевалье, 1917 [10] | 1/800 | Дэвидсон, 1963 [12] | 1/1700 |
| Доманже, 1962 [13] | 1/900 | Брукс, 1963 [7] | 1/1700 |

Даже между лучшими из этих оценок нельзя достичь согласия, но имеются основания считать, что лунный лимб вытянут вдоль направления, составляющего угол 35° с проекцией оси вращения. Различие между полудиаметрами составляет от $1'',0$ до $2'',0$, или от 2 до 4 км. Это обстоятельство явно противоречит установленной истине, что разность $C' - B'$ моментов инерции относительно осей $O\xi$ и $O\eta$ положительна, если только краевая зона Луны не компенсирована изостатически почти полностью. Более того, эти две главные оси инерции не совпадают с большим и малым диаметрами эллиптической компоненты фигуры лимба. Краевая зона Луны дает нам достаточно оснований считать, что *Луна не может быть однородным телом и не должна рассматриваться как таковое. Крупномасштабная подгонка привела к заметным изменениям в однородной фигуре, но направления осей моментов инерции остались почти неизменными.* Весьма вероятно, что большее значение коэффициента $+0'',25$ в члене $\sin 3\beta$, а также коэффициентов $-0'',19$ и $+0'',25$ в членах $\sin 4\beta$ и $\cos 4\beta$ вызвано изменениями того же рода. Аналогичные коэффициенты были найдены Гудасом [19] при анализе всей Луны в целом, и, таким образом, результат, по-видимому, справедлив для всей Луны. Ось инерции $O\xi$ не совпадает с наибольшим диаметром (направлением «выпуклости») лунной фигуры. «Выпуклость» лунной фигуры отнюдь не направлена вдоль линии Земля — Луна, и это привело к значительным ошибкам в оценке ее размеров, когда она предполагалась эллипсоидальной и направленной в сторону Земли. Этот вопрос будет обсужден в следующих разделах.

В прошлом делались различные предположения относительно фигуры Луны в целом. В разных случаях она предполагалась сферической, сфероидальной или эллипсоидальной. Но сейчас стало ясно, что эти предположения не соответствуют действительности, и, таким образом, в настоящее время лучше всего их отвергнуть и представлять лунную поверхность разложением в ряд по сферическим функциям. Предположений об обратной стороне Луны избежать нельзя, поскольку сейчас для нее нет измерений. В этой связи мы изучили три гипотезы. Первая гипотеза: обратная

сторона Луны совершенно сферическая; эта гипотеза была отвергнута, потому что она несовместима с предположением о вытянутости фигуры Луны приблизительно в направлении Земля — Луна. Вторая гипотеза: обе полусферы радиально симметричны относительно лунного центра. Третья гипотеза: обе полусферы симметричны относительно плоскости $O\xi\eta$. После сравнения второй и третьей гипотез был сделан вывод, что последняя лучше. Основа этого сравнения, так же как и другие детали, будет обсуждена позднее в этой же главе.

Задача разложения уравнения поверхности небесного тела, такого, как Луна, в ряд по сферическим функциям может привести к интересным выводам о форме его поверхности, поле тяготения, физических условиях на поверхности и способности к деформациям подкорового вещества в том случае, если мы знаем из наблюдений с достаточной точностью абсолютные высоты и угловые координаты большого числа точек, распределенных равномерно по его поверхности. Для изучения фигуры Земли такое разложение было сделано Преером [57] в Пражском университете. Преер вычислил коэффициенты гармоник до 16-го порядка. Более современные работы, выполненные Хофсоммером и др. [33], расширили это разложение до 31-й гармоники. Последнее разложение требует определения 1024 коэффициентов по измерениям абсолютных высот 40 824 точек на поверхности земного шара. Более тщательную работу на эту же тему недавно проделали Ли и Каула [44].

В случае Луны ситуация следующая: до недавнего времени существовало только 150 надежных точек, измеренных или, вернее, перемеренных Шруткой-Рехтенштаммом [60]. Эти точки покрывают только часть видимого диска Луны и не распространяются на район вблизи лимба (и, конечно, на обратную сторону Луны). Каждая точка задается тремя координатами, а именно: двумя углами (селеноцентрическими долготой λ и широтой β по отношению к среднему положению основного меридиана и экватору) и скалярной величиной h (измеряемой в километрах), которая представляет высоту данной точки относительно средней лунной сферы с радиусом 1738,0 км. Каждое из этих трех чисел содержит определенную ошибку, но нас интересует только ошибка в h . Ошибка в h , как указывал Шрутка-Рехтенштамм, изменяется от точки к точке от нескольких сот метров до нескольких километров. Средняя ошибка этих точек составляет около 1,2 км. Гармонический анализ этих данных, дополненных измерениями вблизи лунного лимба и вышеуказанными предположениями об обратной стороне Луны, в принципе возможен. Но не ясно, какой может быть точность определения коэффициентов с учетом всех ошибок, даже если мы ограничимся гармониками низкого порядка.

Недавно Болдуин [3] опубликовал дополнительные данные, основанные на измерениях пяти ликских пластинок. Для измеренных 696 точек он привел стандартные лунные координаты ξ , η и высоту h над средней лунной сферой. Величина h измерена в единицах 17,38 м, или 10^{-5} среднего лунного радиуса; средний лунный радиус Болдуина равен 1740,408 км. Стандартные координаты ξ , η и ζ точки, абсолютная высота которой равна h , измерены в значениях лунного радиуса. Предполагается, что

$$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = (1 + 10^{-5}h)^2 \quad (26)$$

и, следовательно,

$$|\xi|, |h|, |\zeta| \leq 1.$$

Между селеноцентрическими и стандартными лунными координатами имеет место следующее соотношение:

$$\begin{aligned} \xi &= (1 + 10^{-5}h) \cos \beta \sin \lambda, \\ \eta &= (1 + 10^{-5}h) \sin \beta, \\ \zeta &= (1 + 10^{-5}h) \cos \beta \cos \lambda. \end{aligned} \quad (27)$$

По оценке Болдуина, средняя ошибка его измерений составляет 840 м, но ошибка каждой индивидуальной точки не дана, так что невозможно определить в отличие от данных Шрутки-Рехтенштамма, как эта ошибка распределяется и как она влияет на коэффициенты отдельных гармоник. Мы можем только предположить, что эти коэффициенты должны быть более точными, чем коэффициенты, вычисленные по точкам Шрутки-Рехтенштамма, благодаря большей точности для более поздних наблюдений. Кроме того, у Болдуина больше точек, и это позволяет включить больше членов в гармоническое разложение. Отсутствие точек вблизи лунного лимба и на обратной стороны Луны является недостатком данных Болдуина, и, следовательно, здесь также необходимы дополнительные точки вблизи лунного лимба и предположения относительно обратной стороны Луны.

В 1964 г. AMS опубликовала список 256 точек, равномерно распределенных по видимой стороне Луны. Измерения основаны на 15 ликских пластинках, причем каждая точка измерена по крайней мере на шести из них. Результаты представлены в стандартных и в селенографических координатах. Приведены также ошибки каждой из координат ξ , η , ζ . Оценено, что ошибки этих точек в проекции на плоскость местного горизонта и в вертикальном направлении имеют среднеквадратичное значение 1094 и 858 м соответственно.

Другой список, из 196 точек, был составлен АСИС на основании измерений 40 фотографических пластинок и опубликован в 1965 г.

Объединив данные AMS и ACIC а также дополнительные измерения, DOD *) опубликовал в 1967 г. новый список абсолютных положений. Наконец, в 1968 г. Миллс и Сэдбери [50] составили по измерениям 120 негативов каталог абсолютных положений 906 точек. Эта система, возможно, является последней попыткой определения основных свойств фигуры Луны по наземным оптическим и фотографическим наблюдениям.

Ожидается, что новые данные, которые уже получаются с искусственных спутников Луны, уменьшат ошибки наземных систем на порядок, если не больше. К тому же они дадут контрольные точки для 41% поверхности, которые наземные системы не могут охватить.

Наземные измерения полностью основаны на стереоскопическом методе, который применим благодаря оптической либрации Луны, позволяющей наземному наблюдателю видеть одно и то же образование на поверхности по направлениям, различающимся почти на 20° . Такой угол позволяет определить абсолютные координаты точечных образований центрального района лунного диска с радиусом сферы ошибок немного меньше полукилометра ($\sim 0,43$ км), если мы предположим, что дифференциальная атмосферная рефракция вносит ошибку, не выходящую за пределы круга диаметром 5 мкм, когда измерения производятся на фотографических изображениях диаметром 17 см. Эта ошибка одного порядка величины с ожидаемым различием между осями любой подходящей эллипсоидальной компоненты лунной фигуры; и в результате наземные измерительные системы могут дать только качественные оценки. Хуже того, только 59% поверхности могут быть покрыты контрольными точками, и поэтому нельзя определить зависящие от долготы гармоники фигуры. Однако из-за симметрии зональных гармоник относительно плоскости *Oyz* стандартной системы координат они могут быть определенным образом аппроксимированы при условии, что их амплитуда превышает уровень «шума» измерений. Но если бы даже «шума» не существовало, зональные гармоники были бы до некоторой степени неопределенными из-за отсутствия на обратной стороне Луны контрольных точек, хотя и в меньшей степени, чем гармоники, зависящие от долготы из-за произвольности определения последних.

В настоящее время, спустя год или больше со времени запуска первого лунного спутника, данные, которые можно получить из грубых оценок гравитационных гармоник, указывают на то, что в случае почти однородности или радиальной зависимости распределения плотности неровности поверхности Луны, которые могут быть описаны гармониками до 4-го порядка, составляют

*) U.S. Department of Defense (DOD) — министерство обороны США.

примерно 2 км (см., например, Аким [2] или Майкл [49]). Это означает, что при помощи наземных телескопов, использующих для стереоскопических наблюдений базис 20° , можно было бы получить приближение для основных гармоник фигуры (до 4-го порядка) с точностью до 25% их величины, если бы, конечно, обратную сторону также можно было изучить при подобных условиях. Представляется, таким образом, что основной вклад первого поколения лунных спутников будет состоять в покрытии всей Луны контрольными точками. Улучшение точности координат этих точек является второстепенной задачей для определения поверхностных гармоник низкого порядка, или степени. Хорошим примером такой ситуации является краевая зона Луны, которая обеспечена достаточным количеством точек с начала этого века [30]; наземные наблюдения оказываются достаточными для определения гармоник (ряда Фурье) лунного профиля, включающих члены до четвертого порядка [8]. Здесь необходимо указать, что измерения, сделанные за последние примерно 60 лет, хорошо согласуются между собой. Хотя из этих надежных результатов можно извлечь очень мало (если вообще что-либо можно извлечь) [24, 45], все же они показывают, что наземных наблюдений, покрывающих всю Луну (если бы это было возможно), было бы достаточно для определения основных гармоник ее фигуры.

Из-за невозможности определить среднюю ошибку для наземных контрольных систем их сравнительная оценка является сложной задачей. Главная проблема применения принципа стереоскопии к определению абсолютных координат точек поверхности состоит не в относительно малых размерах их стереодифференциального смещения, а скорее в дифференциальном смещении из-за аномальной рефракции земной атмосферы, которое может быть устранено только статистическим методом. Если мы определим стереосмещение точек, используя комбинацию двух из n фотографий, полученных при различных либрациях, то редуцированные координаты точек не будут (исключая случайные совпадения) одинаковыми в любых двух случаях, потому что эффект аномальной рефракции и стереосмещение являются аддитивными и неразделимыми. Первый из указанных выше эффектов должен быть устранен из первоначальных измерений перед тем, как будет сделана редукция. Один из путей «очистки» измерений был предложен в более ранней работе Гудаса [27]. Это предложение явилось развитием менее строгого, но успешно примененного метода устранения рассмотренной выше ошибки [1].

Как уже упоминалось, задача оценки контрольных систем становится сложной, когда критерий ошибки не может быть применен. Таким образом, необходимо ввести критерии другого рода, определяемые правдоподобием статистических свойств, кото-

рым контрольная система должна удовлетворять, чтобы быть приемлемой. Одним примером такого критерия является знак коэффициента второй зональной гармоники фигуры Луны, который должен быть отрицательным, если существует полярное сжатие. Динамическое полярное сжатие Луны является хорошо установленным фактом, и, следовательно, наиболее вероятно, что существует подобное же (качественно) сжатие фигуры, особенно если учесть, что это согласуется с существующими теориями и наблюдениями. Если сжатие имеет место, то знак коэффициента должен быть отрицательным. Действительно, если Луна приобрела форму эллипсоида вращения, то уравнение ее поверхности должно иметь вид

$$r = r_0 + J_{20}P_2^0(\mu), \quad (28)$$

где $P_2^0(\mu) = \frac{1}{2}(3\mu^2 - 1)$ и $\mu = \sin \beta$. Здесь угол β — селенографическая широта. Радиус-вектор r , таким образом, зависит только от β ; чтобы существовало полярное сжатие, должно быть $r(0) > r(\pi/2)$ или $J_{20}P_2^0(0) > J_{20}P_2^0(1)$, т. е. $J_{20} < 0$.

Аналогично в связи с законами Кассини зйлеровское движение Луны вокруг ее центра масс предполагает, что среднее направление линии Земля — Луна совпадает с осью наименьшей инерции Луны. В случае однородного тела это означает, что Луна вытянута в этом направлении. Это верно также, если отклонение от неоднородности мало. Мы покажем сейчас, что коэффициент J_{22} в уравнении фигуры должен быть положительным. В самом деле, новый член в описании фигуры имеет вид $J_{22}P_2^2(\mu) \cos 2\lambda$, где λ — селенографическая долгота и $P_2^2(\mu) = 3(1 - \mu^2)$. Фигура может быть вытянута только в том случае, если $J_{22}P_2^2(0) > -J_{22}P_2^2(0)$, что справедливо, если $J_{22} > 0$.

Условия $J_{20} < 0$ и $J_{22} > 0$ согласуются с результатами «Лунар орбитер» 1, 2, 3 и «Луны-10» и, более того, являются единственными условиями, которые мы можем использовать сейчас для оценки контрольных систем. Если Луна является однородным телом, то редукция данных «Луны-10» [2] приводит к выводу, что $J_{20} = -0,597$ и $J_{22} = 0,041$. До полетов «Орбитеров» эти константы считались равными $J_{20} = -0,593$ и $J_{22} = 0,067$.

Значения этих констант, полученные с помощью анализа различных контрольных систем, доступных к настоящему времени, приведены в табл. 2. Замечательно, что все контрольные системы, за исключением системы Болдуина [3], дали ожидаемые знаки для этих двух постоянных фигуры и, таким образом, приводят к выводу, что Луна, во-первых, сплюснута, а во-вторых, вытянута в сторону Земли. Первоначальная система АСИС [1] дает количественные значения, близкие к однородному случаю.

Таблица 2

КОЭФФИЦИЕНТЫ ГАРМОНИК, ВЫВЕДЕННЫЕ НА ОСНОВЕ СИСТЕМЫ DOD-66 И ДАННЫХ ПО ЛИМБУ ДЭВИДСОНА [12] И БРУКСА [7]

| Зональные | Тессеральные | Секториальные |
|------------------|-----------------------|-----------------------|
| $J_{00} = 1,94$ | | |
| $J_{10} = 0,36$ | $J_{11} = 0$ | $J'_{11} = -0,27$ |
| $J_{20} = 0,24$ | $J_{21} = 0$ | $J'_{21} = 0,31$ |
| | $J_{22} = 0,23$ | $J'_{22} = 0$ |
| $J_{30} = -0,64$ | $J_{31} = 0$ | $J'_{31} = 0,29$ |
| | $J_{32} = 0,071$ | $J'_{32} = 0$ |
| | $J_{33} = 0$ | $J'_{33} = -0,11$ |
| $J_{40} = -0,06$ | $J_{41} = 0$ | $J'_{41} = 0,24$ |
| | $J_{42} = -0,069$ | $J'_{42} = 0$ |
| | $J_{43} = 0$ | $J'_{43} = -0,0068$ |
| | $J_{44} = 0,0062$ | $J'_{44} = 0$ |
| $J_{50} = -0,05$ | $J_{51} = 0$ | $J'_{51} = -0,22$ |
| | $J_{52} = 0,016$ | $J'_{52} = 0$ |
| | $J_{53} = 0$ | $J'_{53} = -0,0012$ |
| | $J_{54} = 0,00041$ | $J'_{54} = 0$ |
| | $J_{55} = 0$ | $J'_{55} = 0,00033$ |
| $J_{60} = 0,90$ | $J_{61} = 0$ | $J'_{61} = -0,19$ |
| | $J_{62} = 0,0056$ | $J'_{62} = 0$ |
| | $J_{63} = 0$ | $J'_{63} = -0,0022$ |
| | $J_{64} = -0,00021$ | $J'_{64} = 0$ |
| | $J_{65} = 0$ | $J'_{65} = -0,00010$ |
| | $J_{66} = -0,000012$ | $J'_{66} = 0$ |
| $J_{70} = 0,66$ | $J_{71} = 0$ | $J'_{71} = 0,081$ |
| | $J_{72} = -0,0013$ | $J'_{72} = 0$ |
| | $J_{73} = 0$ | $J'_{73} = 0,0013$ |
| | $J_{74} = 0,0000004$ | $J'_{74} = 0$ |
| | $J_{75} = 0$ | $J'_{75} = 0,0000006$ |
| | $J_{76} = -0,0000096$ | $J'_{76} = 0$ |
| | $J_{77} = 0$ | $J'_{77} = 0,0000021$ |
| | $J_{81} = 0$ | $J'_{81} = -0,059$ |
| $J_{80} = 0,21$ | $J_{82} = -0,0041$ | $J'_{82} = 0$ |
| | $J_{83} = 0$ | $J'_{83} = -0,000059$ |
| | $J_{84} = -0,0000052$ | $J'_{84} = 0$ |
| | $J_{85} = 0$ | $J'_{85} = 0,0000099$ |
| | $J_{86} = 0,0000032$ | $J'_{86} = 0$ |
| | $J_{87} = 0$ | $J'_{87} = 0,0000001$ |
| | $J_{88} = 0,0000002$ | $J'_{88} = 0,0000001$ |

Как хорошо известно, в краевой зоне точные измерения на основе стереоскопической техники невозможны. Однако в пределах сферической зоны в 20° вдоль лимба при нулевой полной либрации легко получить точно измеренные точки другим способом. Это можно сделать при помощи карт краевой зоны Хайна и Ваттса.

Дополнительные определения для точек вблизи лунного лимба были любезно представлены нам Бруксом [7] и Дэвидсоном [12] из Манчестерского университета. Эти определения сделаны по фотографиям, полученным во время двух последних кольцеобразных солнечных затмений. Их точность сравнима с точностью точек Шрутки-Рехтенштамма.

Как уже подчеркивалось, для представления фигуры Луны сферическими функциями необходимо сделать допущения об ее обратной стороне. В противном случае возникает неустойчивость коэффициентов, соответствующих гармоникам различных порядков, что имело место на первой стадии настоящей работы: средняя ошибка в гармоническом представлении видимого полушария уменьшалась только при увеличении порядка включенных гармоник, но в то же время коэффициенты были неустойчивыми и возрастали по абсолютной величине, хотя следовало бы ожидать, что они будут инвариантными. Поэтому мы предположили, что обратная сторона Луны симметрична по отношению к видимой стороне, так что если (ξ, η, ζ) или (λ, β, h) есть точка лунной поверхности, то $(-\xi, \eta, \zeta)$ или $(\pi - \lambda, \beta, h)$ также является точкой лунной поверхности. Нет надобности говорить, что экспериментальных данных для такого предположения не имеется. Тем не менее найдено, что оно все же лучше, чем два других упомянутых выше предположения, по следующей причине. Уравнение поверхности Луны может быть разложено по сферическим гармоникам следующим образом:

$$r = r_0 \left[1 + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=0}^i (j_{ij} \cos j\lambda + j'_{ij} \sin j\lambda) T_{ij}(\beta) \right]. \quad (29)$$

Если $\delta(\xi, \eta, \zeta)$ — плотность в точке (ξ, η, ζ) внутри Луны, то главные моменты инерции A' , B' , C' Луны выражаются соотношениями

$$A' = \int (\eta^2 + \zeta^2) dM', \quad (30)$$

$$B' = \int (\xi^2 + \zeta^2) dM', \quad (31)$$

$$C' = \int (\xi^2 + \eta^2) dM'. \quad (32)$$

В полярных координатах и для $\delta = \text{const}$ они становятся равными соответственно

$$A' = \delta \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \int_0^{r(\beta, \lambda)} \rho^4 \cos \beta (\cos^2 \beta \sin^2 \lambda + \sin^2 \beta) d\rho d\lambda d\beta, \quad (33)$$

$$B' = \delta \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \int_0^{r(\beta, \lambda)} \rho^4 \cos \beta (\cos^2 \beta \cos^2 \lambda + \sin^2 \beta) d\rho d\lambda d\beta, \quad (34)$$

$$C' = \delta \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \int_0^{r(\beta, \lambda)} \rho^4 \cos^3 \beta d\rho d\lambda d\beta. \quad (35)$$

Прямым интегрированием мы получаем

$$A' = (2M'r_0^2/5) (1 + j_{20}/2 - 3j_{33}), \quad (36)$$

$$B' = (2M'r_0^2/5) (1 + j_{20}/2 + 3j_{33}), \quad (37)$$

$$C' = (2M'r_0^2/5) (1 - j_{20}), \quad (38)$$

где

$$M' = 4\pi r_0^3 \delta / 3.$$

Наблюдения показывают, что моменты инерции Луны приблизительно удовлетворяют следующему условию (а):

$$\beta = (C' - A')/B' = 0,0006267 \pm 0,0000010 \text{ (ср. кв. ош.) [36]},$$

где «ср. кв. ош.» обозначает среднюю квадратическую ошибку. Это β не следует путать с селенографической широтой. Величина β может быть получена подстановкой в уравнение (8) Джеффриса [36] величины $\beta (1 + 0,00047f) = 0,0006280$ последнего значения f , данного Козиелом [41]. Джеффрис [37] дал для β значение $0,0006279 \pm 0,0000015$, но, видимо, мы ничего не выиграем в точности, используя эту величину.

Моменты инерции должны также удовлетворять следующему условию (б):

$$f = B'(C' - B')/A'(C' - A') = 0,633 \pm 0,011 \text{ (ср. кв. ош.) [41]}.$$

Сравнимое значение для f было также получено недавно Нефедьевым [54], Шакировым [61], Горыней [18] и Масловским и Метельским [47]. Подставив выражения (36) — (38) для A' , B' и C' в эти условия и пренебрегая членами с произведениями j_{20} и j_{22} , мы получаем два следующих линейных уравнения:

$$-1,4994j_{20} + 3j_{22} = 0,00066267, \quad (39)$$

$$0,1835j_{20} + 1,663j_{22} = 0. \quad (40)$$

Если мы ограничимся тремя значащими цифрами и вспомним, что $J_{ij} = r_0 j_{ij}$, то получим

$$J_{20} = -0,593, \quad (41)$$

$$J_{22} = 0,0666. \quad (42)$$

Таким образом, независимо от значений остальных поверхностных гармоник и в предположении, что Луна может считаться однородным телом, эти два коэффициента вторых гармоник должны иметь приведенные выше значения. Впрочем, отклонение от однородности весьма вероятно, если не совершенно определено, как можно судить по представлению поверхности, полученному для краевой зоны Гудасом [24] на основе исследований Хайна, Ваттса и др. Однако не удастся достичь такого представления, при котором эллипсоидальная компонента лунной поверхности была бы ориентирована в направлении оси вращения и в то же время главная ось эллипсоида инерции была бы направлена к Земле. Добавим, что многие исследователи, несмотря на количественное противоречие в определении размеров полюсей предполагаемого лунного эллипсоида или вытянутого сфероида, заключили, что главная ось всегда направлена к Земле.

Если бы Луна действительно была однородной, эллипсоидальные составляющие фигуры были бы равны

$$r(\beta, \lambda) = r_0 + 1/2 J_{20} (3 \sin^2 \beta - 1) + 3 J_{22} \cos^2 \beta \cos 2\lambda, \quad (43)$$

где коэффициенты J_{20} и J_{22} имеют численные значения, приведенные в (41) и (42). Однако их определение из изучения фигуры может привести к разным результатам. Это объясняется ошибками в измерениях, неоднородностью Луны и отсутствием данных о высотах для обратной стороны. Если исключить ошибки измерений, то фактор неоднородности может влиять на значения коэффициентов J_{20} и J_{22} таким образом, что неравенства $J_{20} < < 2J_{22}$ и $J_{22} > 0$ всегда будут удовлетворяться. Эти два неравенства гарантируют, что большая ось эллипсоидальной составляющей направлена к Земле. Они могут быть использованы в качестве критерия при проверке разных предположений об общей форме обратной стороны Луны. Они использовались для анализа данных Шрутки-Рехтенштамма и Болдуина. В первом случае, исходя из предположения о радиальной симметрии обоих полушарий, были получены значения $J_{20} = 0,23$ и $J_{22} = 0,46$. В предположении симметрии относительно плоскости $O\xi\eta$ получены значения $J_{20} = -0,10$ и $J_{22} = 0,31$.

На основе тех же двух предположений по данным Болдуина получены значения $J_{20} = 0,98$; $J_{22} = -0,03$ и $J_{20} = 0,94$, $J_{22} = -0,03$ соответственно. Таким образом, для обоих рядов данных

в предположении симметрии относительно плоскости $O\xi\eta$ получаются результаты, лучше удовлетворяющие необходимым неравенствам, и поэтому это предположение всегда использовалось при анализе разных селенодезических систем.

Подтверждением правильности предположения о симметрии относительно плоскости $O\xi\eta$ служит тот факт, что, исключив из каталога Шрутки-Рехтенштамма все точки со средними ошибками, превосходящими 2 км (в величине h), мы получим следующие результаты: $J_{20} = -14$ и $J_{22} = 0,28$. Эти значения ближе к тем, которые соответствуют однородности и удовлетворяют необходимым неравенствам.

Определение коэффициентов при представлении лунной фигуры рядом гармоник проводилось способом наименьших квадратов. Как и ожидалось, средняя квадратическая ошибка уменьшается с увеличением порядка гармоник, включенных в разложение. Надо сказать, что предположение о симметрии не влияет на точность представления гармониками фигуры видимой стороны Луны. Если предположения изменятся или появятся фактические данные, то коэффициенты индивидуальных гармоник изменятся, однако средние квадратические ошибки останутся теми же: представление видимой стороны сферическими функциями не будет более точным, чем сейчас.

Другими словами, представление формы видимого полушария Луны будет одинаково точным (эта точность зависит от точности измерений и числа используемых гармоник) независимо от того, будет ли другое полушарие представлено предполагаемыми или фактическими данными.

Пусть (λ, β, r) — полярные координаты точки на поверхности Луны, причем r измеряется от центра, а λ и β объяснены выше. Можно записать $r = r_0 + h$, где r_0 — средний радиус Луны. Мы хотим представить h в виде ряда по полиномам Лежандра и присоединенным функциям от аргументов λ и β :

$$h = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^i (J_{ij} \cos j\lambda + J'_{ij} \sin j\lambda) P_i^j(\sin \beta), \quad (44)$$

где P_i^j — полиномы и присоединенные функции Лежандра, которые могут быть получены из рекуррентного соотношения

$$(i+1) P_{i+1}^j = (2i+1) [\mu P_j^i + j(1-\mu^2)^{1/2} P_i^{j-1}] + i P_{i-1}^j \quad (45)$$

и $P_0^0 = 1$, $P_1^0 = \mu$.

С другой стороны, в уравнении (44) коэффициенты J_{ij} и J'_{ij} являются неизвестными, которые в принципе можно вычислить

из выражений

$$J_{i0} = \frac{2i+1}{4\pi} \int_0^{2\pi+1} \int_{-1}^1 h(\lambda, \beta) P_i^0 d\mu d\lambda, \quad (46)$$

$$J'_{i0} = 0, \quad (47)$$

$$J_{ij} = \frac{2i+1}{4\pi} \frac{i-j}{i+j} \int_0^{2\pi+1} \int_{-1}^1 h(\lambda, \beta) P_i^j \cos j\lambda d\mu d\lambda \quad (j \neq 0), \quad (48)$$

$$J'_{ij} = \frac{2i+1}{4\pi} \frac{i-j}{i+j} \int_0^{2\pi+1} \int_{-1}^1 h(\lambda, \beta) P_i^j \sin j\lambda d\mu d\lambda \quad (j \neq 0). \quad (49)$$

Очевидно, что для вычисления коэффициентов J_{ij} и J'_{ij} необходимо знать или функцию $h(\lambda, \beta)$, или координаты ряда точек, равномерно распределенных по сфере.

Применив способ наименьших квадратов к выражению (44), мы определили эти коэффициенты с помощью двух независимых рядов наблюдений: во-первых, по точкам Шрутки-Рехтенштамма с дополнением точек Хайна, Ваттса, Брукса и Дэвидсона в предположении о симметрии; во-вторых, по точкам Болдуина и, в-третьих, по данным AMS, дополненным точками Хайна, Ваттса, Брукса и Дэвидсона.

Как уже упоминалось, мы приняли $n = 8$, хотя это сильно превышает значение n , допускаемое точностью и числом имеющих точек.

Если λ_k, β_k, h_k — координаты известной точки на поверхности Луны, то система нормальных уравнений имеет вид

$$\sum_{k=1}^N \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^i P_s^t \cos_{\sin} t\lambda_k (J_{ij} \cos j\lambda_k + J'_{ij} \sin j\lambda_k) P_i^j = \\ = \sum_{k=1}^M h_k P_s^t \cos_{\sin} t\lambda_k, \quad s=0, 1, \dots, n, \quad t=0, 1, \dots, s, \quad (50)$$

где N — общее число точек. Предположим, что k -я точка определена с ошибкой δh_k . Эта ошибка перейдет в коэффициенты уравнения (44) в виде δJ_{ij} и $\delta J'_{ij}$. Последние можно вычислить, решив систему уравнений, подобных (50), которая в этом случае имеет вид

$$\sum_{k=1}^M \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^i P_s^t \cos_{\sin} t\lambda_k (\delta J_{ij} \cos j\lambda_k + \delta J'_{ij} \sin j\lambda_k) P_i^j = \\ = \sum_{k=1}^M P_s^t \cos_{\sin} t\lambda_k \delta h_k, \quad s=0, 1, \dots, n, \quad t=0, 1, \dots, s. \quad (51)$$

Системы уравнений (50) и (51) содержат $(n + 1)(n + 2)$ уравнений каждая, но $(n + 1)$ из них нужно отбросить, поскольку при $t = 0$ (а t принимает это значение $n + 1$ раз) обе части уравнения умножаются на нуль. Таким образом, мы имеем только $(n + 1)^2$ уравнений. Программа вычислений составлена таким образом, что параметр n задается исследователем.

При $\beta = 0$ выражение (44) представляет разложение в ряд Фурье для лунного экватора, а при $\lambda = 0$ оно представляет разложение по сферическим функциям для центрального меридиана и принимает вид

$$h = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^i J_{ij} P_i^j. \quad (52)$$

Разложение в ряд Фурье для экватора имеет более простую форму, чем выражение (44), так как пропадают некоторые члены, а именно

$$P_i^0 = 0 \text{ для } i = 2k - 1, k = 1, 2, \dots, \quad (53)$$

$$P_i^j = 0 \text{ для } i + j = 2k - 1, k = 1, 2, \dots \quad (i \geq j). \quad (54)$$

Кроме того, предположение о симметрии двух лунных полушарий приводит к соотношению

$$J_{2i, 2j-1} = J'_{2i-1, 2j} = 0, \quad i, j = 1, 2, \dots \quad (i \geq j). \quad (55)$$

Ряд Фурье для лунного экватора и разложение по сферическим функциям для центрального меридиана представляют особый интерес, в связи с чем мы рассмотрим их отдельно, после того как приведем численные коэффициенты разложения.

Вычисление коэффициентов гармоник, представленных в таблице 3, основано на 36^4 точках, из которых 150 измерены Шруткой-Рехтенштаммом, 32 — Дэвидсоном и Бруксом, а остальные являются зеркальным отражением 182 измеренных точек относительно плоскости $O\xi\eta$.

Из рекуррентной формулы (45) видно, что полиномы и присоединенные функции Лежандра не нормированы, а это означает, что для $J_{ij} = J'_{ij} = 1$ амплитуда тессеральных или секториальных гармоник увеличивается с увеличением порядка гармоник. Зональные гармоники всегда имеют единичную амплитуду. Таким образом, ценность десятичных знаков в коэффициентах тессеральных и секториальных гармоник меняется: шестой десятичный знак в гармониках низкого порядка соответствует миллиметрам на поверхности Луны, тогда как в коэффициентах J_{sj} и J'_{sj} он соответствует сотням метров. Например, коэффициент при J_{86} создает вдоль экватора волну $0,340 \cos 6\lambda$ км, хотя он сам равен $5 \cdot 10^{-6}$. После подстановки коэффициентов из табл. 3 в разложение

Таблица 3

КОЭФФИЦИЕНТЫ ГАРМОНИК ПО ДАННЫМ ШРУТКИ-РЕХТЕНШТАММА И ТОЧКАМ КРАЕВОЙ ЗОНЫ, ИЗМЕРЕННЫМ ДЭВИДСОНОМ [12] И БРУКСОМ [7]

| Зональные | Тессеральные | Секториальные |
|-------------------|-----------------------|-----------------------|
| $J_{00} = -0,55$ | $J_{11} = 0$ | $J'_{11} = 0,17$ |
| $J_{10} = -0,45$ | $J_{21} = 0$ | $J'_{21} = 0,5$ |
| $J_{20} = -0,10$ | $J_{22} = 0,31$ | $J'_{22} = 0$ |
| $J_{30} = -0,36$ | $J_{31} = 0$ | $J'_{31} = 0,12$ |
| | $J_{32} = -0,028$ | $J'_{32} = 0$ |
| | $J_{33} = 0$ | $J'_{33} = -0,0027$ |
| $J_{40} = 1,37$ | $J_{41} = 0$ | $J'_{41} = 0,21$ |
| | $J_{42} = -0,043$ | $J'_{42} = 0$ |
| | $J_{43} = 0$ | $J'_{43} = -0,0039$ |
| | $J_{44} = 0,01$ | $J'_{44} = 0$ |
| $J_{50} = -0,15$ | $J_{51} = 0$ | $J'_{51} = -0,22$ |
| | $J_{52} = -0,028$ | $J'_{52} = 0$ |
| | $J_{53} = 0$ | $J'_{53} = 0,0018$ |
| | $J_{54} = 0,00061$ | $J'_{54} = 0$ |
| | $J_{55} = 0$ | $J'_{55} = -0,00027$ |
| $J_{60} = -0,017$ | $J_{61} = 0$ | $J'_{61} = 0,18$ |
| | $J_{62} = 0,024$ | $J'_{62} = 0$ |
| | $J_{63} = 0$ | $J'_{63} = -0,00018$ |
| | $J_{64} = 0,00034$ | $J'_{64} = 0$ |
| | $J_{65} = 0$ | $J'_{65} = -0,00041$ |
| | $J_{66} = -0,00033$ | $J'_{66} = 0$ |
| $J_{70} = -0,88$ | $J_{71} = 0$ | $J'_{71} = 0,20$ |
| | $J_{72} = -0,018$ | $J'_{72} = 0$ |
| | $J_{73} = 0$ | $J'_{73} = 0,0017$ |
| | $J_{74} = -0,00038$ | $J'_{74} = 0$ |
| | $J_{75} = 0$ | $J'_{75} = 0$ |
| | $J_{76} = -0,000010$ | $J'_{76} = 0$ |
| | $J_{77} = 0$ | $J'_{77} = 0,0000030$ |
| | $J_{81} = 0$ | $J'_{81} = 0,10$ |
| | $J_{82} = 0,0095$ | $J'_{82} = 0$ |
| | $J_{83} = 0$ | $J'_{83} = -0,00067$ |
| | $J_{84} = 0,00040$ | $J'_{84} = 0$ |
| | $J_{85} = 0$ | $J'_{85} = 0,0000020$ |
| | $J_{86} = -0,0000050$ | $J'_{86} = 0$ |
| | $J_{87} = 0$ | $J'_{87} = 0$ |
| $J_{80} = -0,99$ | $J_{88} = 0$ | $J'_{88} = 0$ |

по сферическим функциям получим

$$h(0, \pi/2) = -0,7 \text{ км}, \quad h(0, -\pi/2) = -0,5 \text{ км},$$

$$h(\pi/2, 0) = -0,9 \text{ км}, \quad h(-\pi/2, 0) = 0,6 \text{ км}.$$

Находим также $h(0, 0) = 2,6$ км. Это означает, что лунный диаметр, направленный к Земле, больше среднего из двух приведенных диаметров на 5,2 км.

Как уже упоминалось, разложение в ряд Фурье для экватора ($\beta = 0$) можно легко получить, используя найденные коэффициенты гармоник, а это представляет наиболее легкий путь анализа экваториального выступа, представленного различными гармониками. Эти сведения, безусловно, важны для суждения как о современном физическом состоянии нашего спутника, так и об истории его развития.

Обозначая через E_i и M_i пересечения поверхностной гармоники i -го порядка и лунного экватора и центрального меридиана соответственно, а через E и M — суммы $\sum E_i$ и $\sum M_i$, находим

$$E_0 = -0,55, \quad (56)$$

$$E_1 = 0,17 \sin \lambda, \quad (57)$$

$$E_2 = 0,05 + 0,94 \cos 2\lambda, \quad (58)$$

$$E_3 = -0,18 \sin \lambda - 0,05 \sin 3\lambda, \quad (59)$$

$$E_4 = 0,52 + 0,32 \cos 2\lambda + 1,16 \cos 4\lambda, \quad (60)$$

$$E_5 = 0,40 \sin \lambda - 0,12 \sin 3\lambda - 0,26 \sin 5\lambda, \quad (61)$$

$$E_6 = 0,01 + 0,32 \cos 2\lambda - 0,08 \cos 4\lambda - 0,34 \cos 6\lambda, \quad (62)$$

$$E_7 = -0,43 \sin \lambda + 0,2 \sin 3\lambda + 0,41 \sin 7\lambda, \quad (63)$$

$$E_8 = -0,27 - 0,19 \cos 2\lambda + 0,39 \cos 4\lambda + 0,34 \cos 6\lambda, \quad (64)$$

$$E = \sum_{i=0}^8 E_i.$$

Для разложения центрального меридиана по сферическим функциям имеем следующие выражения:

$$M_0 = -0,55, \quad (65)$$

$$M_1 = -0,45\mu, \quad (66)$$

$$M_2 = -0,1\mu^2 + 0,93\nu^2 + 0,05, \quad (67)$$

$$M_3 = -0,90\mu^3 - 0,43\mu\nu^2 + 0,54\mu, \quad (68)$$

$$M_4 = 5,99\mu^4 - 2,96\mu^2\nu^2 - 5,14\mu^2 + 0,32\nu^2 + 1,12\nu^4 + 0,51, \quad (69)$$

$$M_5 = -0,58\mu^5 + 1,28\mu^3 - 0,27\mu - 4,41\mu^3\nu^2 + 1,47\mu\nu^2 + \\ + 0,58\mu\nu^4, \quad (70)$$

$$M_6 = -0,24\mu^6 + 0,32\mu^4 - 0,11\mu^2 + 0,01 + 105,25\mu^4v^2 - 5,74\mu^2v^2 + 0,32v^2 + 1,77\mu^2v^4 - 0,16v^4 - 0,34v^6, \quad (71)$$

$$M_7 = 23,58\mu^7 - 38,11\mu^5 + 17,33\mu^3 - 1,93\mu - 38,27\mu^2v^2 + 15,59\mu^3v^2 - 2,12\mu v^2 - 8,56\mu^3v^4 + 1,97\mu v^4 - 0,16v^6, \quad (72)$$

$$M_8 = -49,77\mu^8 + 92,90\mu^6 - 53,60\mu^4 + 9,74\mu^2 - 0,27 + 8,15\mu^2v^4 + 0,38v^4 - 5,07\mu^2v^6 + 0,34v^6, \quad (73)$$

$$M = \sum_{i=0}^8 M_i. \quad (74)$$

Коэффициенты, приведенные в табл. 4, позволяют вычислить высоты на главных диаметрах Луны. Действительно, мы находим

$$\begin{aligned} h(0, 0) &= 3,9, & h(\pi/2, 0) &= 1,1, \\ h(-\pi/2, 0) &= 0,5, & h(0, \pi/2) &= -1,7, \\ h(0, -\pi/2) &= 1,4. \end{aligned}$$

Рассмотрим теперь вклад отдельных гармоник в форму экваториального сечения в соответствии с третьей колонкой коэффициентов в табл. 3.

Находим

$$E_2 = +0,2 + 2,1 \cos 2\lambda, \quad (75)$$

$$E_3 = -0,2 \sin \lambda + 1,1 \sin 3\lambda, \quad (76)$$

$$E_4 = -0,2 + 0,1 \cos 2\lambda + 0,9 \cos 4\lambda. \quad (77)$$

Таким образом, амплитуда волны второго порядка вдоль экватора больше, чем волны третьего порядка, и даже больше, чем четвертого. Аналогичные волны вдоль центрального меридиана даются следующими выражениями:

$$M_2 = 2,3 - 2,7\mu^2, \quad (78)$$

$$M_3 = 2,3\mu - 2,1\mu^3, \quad (79)$$

$$M_4 = 0,8 - 0,3\mu^2 - 1,1\mu^4. \quad (80)$$

Важной особенностью результатов гармонического анализа данных AMS является то обстоятельство, что центр фигуры всей Луны совпадает с центром масс.

Как уже упоминалось, центр масс, согласно Яковкину, совпадает с центром окружности, наилучшим образом представляющей северную половину лимба. Центр полного лимба при нулевой либрации используется в качестве начала селенографических координат, относительно которого определяется абсолютное положение точек поверхности. Это приводит к совпадению центра

Таблица 4

КОЭФФИЦИЕНТЫ ГАРМОНИК ПО ДАННЫМ АМС И ТОЧКАМ КРАЕВОЙ ЗОНЫ, ИЗМЕРЕННЫМ ДЭВИДСОНОМ [12] И БРУКСОМ [7]

| Зональные | Тессеральные | Секториальные |
|-------------------|-----------------------|-----------------------|
| $J_{00} = 0,87$ | | |
| $J_{10} = 0,86$ | $J_{11} = 0$ | $J'_{11} = 0,95$ |
| $J_{20} = -0,30$ | $J_{21} = 0$ | $J'_{21} = 0,49$ |
| | $J_{22} = 0,69$ | $J'_{22} = 0$ |
| $J_{30} = -0,13$ | $J_{31} = 0$ | $J'_{31} = 0,15$ |
| | $J_{32} = 0,13$ | $J'_{32} = 0$ |
| | $J_{33} = 0$ | $J'_{33} = 0,073$ |
| $J_{40} = -0,59$ | $J_{41} = 0$ | $J'_{41} = 0,19$ |
| | $J_{42} = -0,011$ | $J'_{42} = 0$ |
| | $J_{43} = 0$ | $J'_{43} = 0,0018$ |
| | $J_{44} = 0,0089$ | $J'_{44} = 0$ |
| $J_{50} = 0,0099$ | $J_{51} = 0$ | $J'_{51} = -0,27$ |
| | $J_{52} = 0,026$ | $J'_{52} = 0$ |
| | $J_{53} = 0$ | $J'_{53} = 0,0038$ |
| | $J_{54} = 0,0010$ | $J'_{54} = 0$ |
| | $J_{55} = 0$ | $J'_{55} = 0,00033$ |
| $J_{60} = 0,54$ | $J_{61} = 0$ | $J'_{61} = -0,20$ |
| | $J_{62} = 0,0058$ | $J'_{62} = 0$ |
| | $J_{63} = 0$ | $J'_{63} = -0,0015$ |
| | $J_{64} = -0,00041$ | $J'_{64} = 0$ |
| | $J_{65} = 0$ | $J'_{65} = -0,00017$ |
| | $J_{66} = -0,000012$ | $J'_{66} = 0$ |
| $J_{70} = -0,42$ | $J_{71} = 0$ | $J'_{71} = 0,14$ |
| | $J_{72} = 0,0073$ | $J'_{72} = 0$ |
| | $J_{73} = 0$ | $J'_{73} = 0,0020$ |
| | $J_{74} = -0,00011$ | $J'_{74} = 0$ |
| | $J_{75} = 0$ | $J'_{75} = 0,0000030$ |
| | $J_{76} = -0,000016$ | $J'_{76} = 0$ |
| | $J_{77} = 0$ | $J'_{77} = 0,0000050$ |
| $J_{80} = 0,31$ | $J_{81} = 0$ | $J'_{81} = 0,012$ |
| | $J_{82} = -0,0089$ | $J'_{82} = 0$ |
| | $J_{83} = 0$ | $J'_{83} = -0,00064$ |
| | $J_{84} = -0,0000040$ | $J'_{84} = 0$ |
| | $J_{85} = 0$ | $J'_{85} = 0,000017$ |
| | $J_{86} = 0,0000040$ | $J'_{86} = 0$ |
| | $J_{87} = 0$ | $J'_{87} = 0,0000010$ |
| | $J_{88} = 0$ | $J'_{88} = 0$ |

фигуры с центром масс. Строго говоря, начало координат находится в юго-восточном направлении от центра масс, а центр фигуры, как следует из данных AMS, находится в северо-западном направлении от начала и приблизительно совпадает с центром масс. Результаты данных Шрутки-Рехтенштамма и Болдуина не согласуются с этими выводами. В этом отношении данные ACIC не согласуются с данными AMS, как вскоре будет показано. Из наблюдения покрытий следует, что эти два центра не совпадают.

Обратимся теперь к анализу селенодезической системы ACIC. Поскольку в этой системе высоты отнесены к сфере 1740,4 км, данные краевой зоны также должны относиться к этому уровню. Поэтому коэффициент J_{00} равен примерно 2,12 км. *Это означает, что средний лунный радиус, соответствующий данным ACIC, равен 1737,5 км.* В этом отношении высоты идеально согласуются с оценками, полученными по данным Шрутки-Рехтенштамма. Средний радиус, полученный по данным системы AMS, равен 1738,9 км, т. е. на 1,4 км больше, и это, очевидно, соответствует неправдоподобно большим высотам, полученным по данным AMS для центральных районов Луны. Например, точки MAC № 291 и 748 имеют высоты 12 км над сферой радиуса 1738,0 км и многие другие точки имеют такие же невероятные превышения. Гудас [23], однако, нашел, что вторая гармоника, полученная по данным AMS, достаточно близка к ее ожидаемому значению. Отсюда следует, что несколько неправильных точек не могут повлиять на величину гармоники. Но средний радиус кажется сильно преувеличенным из-за этих точек, и правильное значение должно быть близким к оценке ACIC.

Необходимо также заметить, что значения J_{00} , полученные с использованием трех разных рядов дополнительных точек из краевой зоны, в основном идентичны. Это более или менее верно для всех коэффициентов гармоник, что еще раз подтверждает совместимость этих данных.

Из значений табл. 5 найдены следующие экваториальные [$E_2(\lambda)$, $E_3(\lambda)$ и $E_4(\lambda)$] и меридиональные [$M_2(\beta)$, $M_3(\beta)$ и $M_4(\beta)$] гармоники:

$$E_2(\lambda) = 0,23 + 0,87 \cos 2\lambda, \quad (81)$$

$$E_3(\lambda) = -0,13 \sin \lambda - 0,11 \sin 3\lambda, \quad (82)$$

$$E_4(\lambda) = 0,09 + 0,55 \cos 2\lambda + 0,87 \cos 4\lambda, \quad (83)$$

$$M_2(\beta) = -1,56 \sin^2 \beta + 1,10, \quad (84)$$

$$M_3(\beta) = 1,91 \sin^2 \beta - 1,51 \sin \beta, \quad (85)$$

$$M_4(\beta) = 5,77 \sin^4 \beta - 7,04 \sin^2 \beta + 1,51. \quad (86)$$

Таблица 5

ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ, ВЫВЕДЕННЫЕ ИЗ СЕЛЕНОДЕЗИЧЕСКОЙ КОНТРОЛЬНОЙ СИСТЕМЫ АСИС И ДАННЫХ ДЭВИДСОНА [12] И БРУКСА [7] ДЛЯ КРАЕВОЙ ЗОНЫ

| Зональные | Тессеральные | Секториальные |
|-------------------|----------------------|-----------------------|
| $J_{00} = 2,12$ | $J_{11} = 0$ | $J'_{11} = -0,40$ |
| $J_{10} = -0,39$ | $J_{21} = 0$ | $J'_{21} = 0,57$ |
| $J_{20} = -0,46$ | $J_{22} = 0,29$ | $J'_{22} = 0$ |
| $J_{30} = 0,40$ | $J_{31} = 0$ | $J'_{31} = 0,086$ |
| | $J_{32} = -0,061$ | $J'_{32} = 0$ |
| | $J_{33} = 0$ | $J'_{33} = -0,0075$ |
| $J_{40} = 0,25$ | $J_{41} = 0$ | $J'_{41} = 0,28$ |
| | $J_{42} = -0,074$ | $J'_{42} = 0$ |
| | $J_{43} = 0$ | $J'_{43} = 0,016$ |
| | $J_{44} = 0,0087$ | $J'_{44} = 0$ |
| $J_{50} = 0,39$ | $J_{51} = 0$ | $J'_{51} = -0,25$ |
| | $J_{52} = -0,0017$ | $J'_{52} = 0$ |
| | $J_{53} = 0$ | $J'_{53} = -0,0034$ |
| | $J_{54} = 0,00029$ | $J'_{54} = 0$ |
| | $J_{55} = 0$ | $J'_{55} = 0,00035$ |
| $J_{60} = 0,42$ | $J_{61} = 0$ | $J'_{61} = -0,079$ |
| | $J_{62} = -0,0077$ | $J'_{62} = 0$ |
| | $J_{63} = 0$ | $J'_{63} = -0,00013$ |
| | $J_{64} = -0,00017$ | $J'_{64} = 0$ |
| | $J_{65} = 0$ | $J'_{65} = 0,16$ |
| | $J_{66} = -0,000039$ | $J'_{66} = 0$ |
| $J_{70} = -0,031$ | $J_{71} = 0$ | $J'_{71} = 0,16$ |
| | $J_{72} = 0,0075$ | $J'_{72} = 0$ |
| | $J_{73} = 0$ | $J'_{73} = 0,00091$ |
| | $J_{74} = 0,000013$ | $J'_{74} = 0$ |
| | $J_{75} = 0$ | $J'_{75} = 0,000003$ |
| | $J_{76} = -0,000007$ | $J'_{76} = 0$ |
| | $J_{77} = 0$ | $J'_{77} = 0,000001$ |
| $J_{80} = 0,14$ | $J_{81} = 0$ | $J'_{81} = -0,032$ |
| | $J_{82} = -0,0046$ | $J'_{82} = 0$ |
| | $J_{83} = 0$ | $J'_{83} = 0,0010$ |
| | $J_{84} = 0,00016$ | $J'_{84} = 0$ |
| | $J_{85} = 0$ | $J'_{85} = 0,000014$ |
| | $J_{86} = -0,000002$ | $J'_{86} = 0$ |
| | $J_{87} = 0$ | $J'_{87} = -0,000001$ |
| | $J_{88} = 0,000000$ | $J'_{88} = 0$ |

Если Луна — однородное тело, то экваториальные и меридиональные гармоники второго порядка должны быть

$$E_2(\lambda) = 0,30 + 0,21 \cos 2\lambda, \quad (87)$$

$$M_2(\beta) = -0,90 \sin^2 \beta + 0,51. \quad (88)$$

Таким образом, данные АСИС, по-видимому, подтверждают гипотезу, что Луна довольно однородна. Хотя разницу между коэффициентами в выражениях (81), (87) и (84), (88) можно отнести за счет отклонений от однородности, но большей частью она, видимо, возникает из-за конечных ошибок в системе АСИС. Однако представляется, что эта система — *лучшая из имеющихся на сегодняшний день*, поскольку она дает лучшее приближение к ожидаемому значению для двух коэффициентов второй гармоники. Улучшение точности этой системы очень желательно, и в этом смысле большие надежды возлагаются на результаты изучения последних двух серий фотографий, планируемого АСИС. Однако включение ранее вычисленных точек для установления системы отсчета сильно ограничивает возможности улучшения систем АСИС и АМС.

Из-за конечных ошибок в исходных точках система координат, к которой относятся опорные точки, отличается от системы стандартных координат, и это различие проявляется в систематической ошибке. Для исключения этих ошибок необходимо знать постоянные преобразования, которые вычисляются по улучшенным исходным точкам. Поэтому, раз такие точки имеются, можно улучшить всю систему, не прибегая к измерениям. Определение постоянных преобразования является существенной частью работы, необходимой для установления эффективной контрольной системы, и эта тема требует отдельного рассмотрения. Поскольку метод последовательного фотографирования не использовался при измерении исходных точек, которое в действительности сводится к изучению физической либрации, и ввиду того что этот метод, как выяснено, дает значительное улучшение, разумно предположить, что указанная выше систематическая ошибка может быть устранена при его использовании.

Фотографирование с большими экспозициями, применявшееся столетия назад, не решает этой проблемы из-за большой неопределенности в координатах x , y точек на пластинке, так как, хотя стереоскопический метод и позволяет измерять дифференциальные смещения в несколько десятых микрона, все же невозможно исключить влияние турбулентности атмосферы, которое может достигать 80 мкм. Действительно, экспозиция в несколько минут будет осреднять высокочастотную турбулентность, не вызывая увеличения ошибок, связанных со слежением за лунным диском. Для низкочастотных эффектов необходимы, вероятно, значительно большие

экспозиции, и их невозможно исключить этим методом. Оба эти недостатка (неопределенность в положении и слишком большая экспозиция) успешно преодолеваются последовательным фотографированием, которое позволяет получить резкие очертания образований и в то же самое время учитывать их движение за разумно выбранные промежутки времени, меняющиеся от секунд до минут. По этой причине аргументы, выдвигаемые Хопманном [35] относительно преимущества фотографии с длинной экспозицией перед фотографией с короткой экспозицией, позволяют заключить, что лучший путь к устранению эффектов «видимости» состоит в использовании метода последовательного фотографирования.

Возвращаясь к вопросу об опорных точках и к связанной с ними системе отсчета, необходимо отметить, что изучение изменения плотности внутри Луны по точным определениям гравитационных и поверхностных гармоник должно приводиться к одной и той же системе отсчета. В выражении потенциала силы тяжести Луны, недавно примененном для изучения лунных спутников, первая гармоника отсутствует, так как начало координат помещено в центр масс. Если Луна лишь слегка отклоняется от однородности, то же самое должно быть верно и для ее поверхности. Анализ данных АСИС показывает, что зональные и секториальные гармоники первого порядка не являются пренебрежимо малыми, в то время как тессеральная гармоника должна быть равна нулю в предположении симметрии. Не обращающиеся в нуль члены означают, что для полного исключения первой гармоники мы должны перенести начало системы АСИС в точку со стандартными координатами ξ_0, η_0 , где

$$\xi_0 = -0,40, \quad \eta_0 = -0,39.$$

Эта точка лежит приблизительно в направлении самого большого диаметра лимба в модели, предложенной Яковкиным [76, 77]; положение большой оси эллиптической составляющей лимба подтверждено также исследованиями Шевалье [9, 10], Поттера [56], Ватса [71], Доманже [13] и Гудаса [24].

Представляется, что исходные точки Шрутки-Рехтенштамма, использованные для редукции системы АСИС, имеют небольшую систематическую ошибку в положении начала, которая возникла, как предсказали Банахевич [5] и Доманже [13], в связи с проблемой определения центра некругового диска по лимбу, измеренному на пластинке с изображением не совсем полной Луны. Это вторая трудность, встречающаяся на пути получения ряда опорных точек, которая также нуждается в тщательном анализе и которая уже обсуждалась Гудасом [23].

Вычисление функции $h(\beta, \lambda)$, основанное на тех же самых коэффициентах, дает

$$\begin{aligned}h(0, 0) &= 2,48 \text{ км,} \\h(0, -\pi/2) &= 1,53 \text{ км,} \\h(0, +\pi/2) &= -1,15 \text{ км.}\end{aligned}$$

Это означает, что диаметр, направленный приблизительно к центру Земли, больше перпендикулярного ему экваториального диаметра на 4,6 км. Аналогичным образом получим значения

$$h(-\pi/2, 0) = -0,24, \quad h(+\pi/2, 0) = -0,06,$$

которые указывают на то, что полярный диаметр на 5,26 км короче самого большого диаметра.

Таким образом, полярный диаметр является самым коротким. Это не противоречит прежнему утверждению Гудаса [24], что большая полуось эллиптической составляющей лимба ближе к полярной оси, чем к экваториальной, поскольку здесь мы рассмотрели совокупность 81 члена, а не только гармоники второго порядка.

Мы не будем тщательно анализировать селеноцентрическую систему DOD. Ограничимся изучением общей совместимости системы DOD-66 с хорошо установленными свойствами второй поверхностной гармоники Луны. Приведем результаты вычисления, не останавливаясь на процессе вывода системы.

Были проложены три разных хода с использованием разных точек для краевой зоны. Полученные результаты даны в табл. 5. В табл. 6 мы приводим зональные гармоники, полученные из анализа системы DOD-66, дополненной точками лимба по Ваттсу [71]. Целью этого анализа была проверка ортогональности коэффициентов, поскольку ортогональность необходима для любого представления наблюдений.

Критерий ортогональности, примененный к каждому представлению, ясно показывает, что результаты приемлемы практически во всех случаях, где величины коэффициентов значимы. Например, средний радиус (т. е. постоянный член представления) изменяется только на 7%. С другой стороны, значение J_{30} изменяется на 117%. Это значение, однако, очень мало и лежит в пределах ожидаемого уровня шумов; таким образом, мы можем считать его несущественным. Из той же самой таблицы мы выводим, что два последних представления дают почти идентичные результаты. Это указывает, что представление стабилизируется на уровне седьмой и восьмой гармоник.

Средний радиус Луны, согласно системе DOD-66, равен 1737,5 км, т. е. почти совпадает со значением, получен-

Таблица 6

ТЕСТ ОРТОГОНАЛЬНОСТИ

| Включенные члены | J_{00} | J_{10} | J_{20} | J_{30} | J_{40} | J_{50} | J_{60} | J_{70} | J_{80} |
|-------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 4 | 2,05 | 0,51 | | | | | | | |
| 9 | 1,83 | 0,53 | 0,17 | | | | | | |
| 16 | 1,84 | 0,35 | 0,13 | 0,01 | | | | | |
| 25 | 2,00 | 0,32 | 0,35 | -0,00 | -0,12 | | | | |
| 36 | 2,00 | 0,28 | 0,39 | -0,10 | -0,11 | -0,08 | | | |
| 49 | 2,03 | 0,31 | 0,27 | -0,12 | -0,15 | -0,07 | 0,84 | | |
| 64 | 2,02 | 0,27 | 0,27 | -0,07 | -0,13 | -0,10 | 0,83 | -0,42 | 0,18 |
| 81 | 2,02 | 0,27 | 0,30 | -0,08 | -0,14 | -0,10 | 0,85 | -0,43 | 0,18 |
| Суммы | 15,99 | 2,84 | 1,88 | -0,36 | -0,65 | -0,35 | 2,52 | -0,85 | 0,18 |
| Средние | 2,00 | 0,36 | 0,27 | -0,06 | -0,13 | -0,09 | 0,84 | -0,425 | 0,18 |
| Максимальное отклонение | 0,13 | 0,17 | 0,14 | 0,07 | -0,02 | 0,02 | 0,01 | -0,005 | 0 |
| % от максимального отклонения | 7 | 47 | 52 | 117 | 15 | 22 | 1 | 1 | 0 |

ным на основе системы ACIC [6]. Средний радиус в системе AMS равен 1738,9 км, согласно Гудасу [23].

Обозначим координаты центра фигуры относительно принятого начала стандартной системы отсчета через (ξ_0, η_0, ζ_0) . Поскольку $J_{10} = \eta_0$, $J'_{11} = \xi_0$ и $J_{11} = \zeta_0$ в километрах, система DOD-66 (см. табл. 2) дает следующее:

$$\xi_0 = -0,29, \quad \eta_0 = 0,27, \quad \zeta_0 = 0.$$

Это означает, что центр фигуры лежит в северном полушарии и в том же квадранте, что и Море Дождей. В системе ACIC центр фигуры смещен в южное полушарие и находится в одном квадранте с Морем Влажности, но разница между их положениями очень мала. Однако центр фигуры в системе AMS находится в одном квадранте с Морем Кризисов, на расстоянии около 1,5 км от положений, полученных в системах DOD-66 и ACIC.

Эллипсоидальные составляющие лунной фигуры, согласно системе DOD-66, выражаются уравнением

$$r = 1737,5 + 0,15 (3 \sin^2 \beta - 1) + 0,60 \sin \beta \cos \beta \sin \lambda + \\ + 0,54 \cos^2 \beta \cos 2\lambda. \quad (89)$$

Если a, b, c — большие полуоси, то

$$a = 1737,89 \text{ для } \lambda = \beta = 0,$$

$$b = 1737,36 \text{ для } \lambda = \pi/2, \quad \beta = 0,$$

$$c = 1737,80 \text{ для } \lambda = 0, \quad \beta = \pi/2.$$

Можно сделать вывод, что в системе DOD-66 полярный диаметр почти такой же, как диаметр, направленный к Земле, а третий диаметр чуть меньше двух других.

Если обозначить через $E_2(\lambda)$ и $M_2(\beta)$ гармоники второго порядка ряда Фурье для экватора и первого меридиана, тогда легко установить, что

$$E_2(\lambda) = -0,15 + 0,54 \cos 2\lambda, \quad (90)$$

$$M_2(\beta) = -0,09 \sin^2 \beta + 0,39. \quad (91)$$

Соответствующие выражения для системы ACIC будут

$$E_2(\lambda) = 0,23 + 0,87 \cos 2\lambda, \quad (92)$$

$$M_2(\beta) = -1,56 \sin^2 \beta + 1,10. \quad (93)$$

Если же Луна предполагается почти однородной, результаты изучения физической либрации и данных «Луны-10» приводят к

$$E_2(\lambda) = 0,30 + 0,21 \cos 2\lambda, \quad (94)$$

$$M_2(\beta) = -0,90 \sin^2 \beta + 0,51. \quad (95)$$

Из сравнения выражений (90) — (93) с (94) — (95) невозможно установить, какая контрольная система лучше соответствует эллипсоидальным составляющим фигуры Луны. Это объясняется в основном тем, что главный вклад в величину коэффициентов (90) — (93) вносит член, зависящий от долготы $P_2^2(\mu) \cos 2\lambda$. Коэффициент этого члена (т. е. J_{22}) не может быть улучшен с помощью метода, описанного в этой главе, поскольку из-за недостатка данных для обратной стороны Луны мы вынуждены делать весьма сомнительное предположение о том, что контрольные точки на обратной стороне являются зеркальным отражением точек на видимой стороне. Хотя это предположение не влияет серьезно на коэффициенты зональных членов разложения, которые по определению являются строго симметричными (что соответствует принятому предположению), коэффициенты членов, зависящих от долготы, могут быть очень далекими от реальности — столь далекими, как и само предположение. Из результатов, полученных с лунных спутников, не следует, что принятое предположение верно.

Однако, как указывалось ранее, коэффициент J_{20} должен быть отрицательным, если имеется полярное сжатие. Как система AMS, так и ACIC дали сжатие, весьма близкое к тому, которое было получено из исследования физических либраций [20] и движения лунных спутников [2, 49]. В отличие от них система DOD-66 дает не полярное сжатие, а скорее полярную вытянутость. Действительно, значение коэффициента J_{20} предполагает, что полярный диаметр примерно на 0,9 км длиннее экваториального, тогда как в системах AMS и ACIC дело обстоит наоборот и к тому же различие между радиусами больше. Так, в системе AMS экваториальный диаметр превосходит полярный на 0,9 км, а в системе ACIC разница между ними достигает 1,35 км. Более ранняя система, вычисленная Шруткой-Рехтенштаммом [60], предполагает меньшее сжатие ($a - c = 0,40$ км). В этом отношении система DOD-66 является менее точной, чем системы AMS, ACIC и Шрутки-Рехтенштамма. Это следует из анализа табл. 7. Из этой таблицы вытекает, что система ACIC лучше других согласуется с результатами изучения динамики Луны.

Таблица 7

СРАВНЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЭЛЛИпсоИДАЛЬНЫХ КОМПОНЕНТ

| Коэффициент | Болдуин | Шрутка-Рехтенштамм | AMS | ACIC | DOD-66 | Однородное тело («Луна-10») |
|-------------|---------|--------------------|-------|-------|--------|-----------------------------|
| J_{20} | 0,94 | -0,14 | -0,30 | -0,46 | 0,30 | -0,597 |
| J_{22} | -0,03 | 0,68 | 0,69 | 0,29 | 0,18 | 0,041 |

Первая карта изогипс для поверхности Луны была составлена Францем [15] как раз на рубеже двух столетий на основе абсолютных высот лишь 55 точек. Его результаты оказались очень интересными по ряду причин. Во-первых, сходство между его картой, картой, составленной Болдуином в 1963 г., и картой, составленной на основе данных Болдуина, очевидно.

Карта Франца показывает, в согласии с двумя последними картами, что часть Моря Спокойствия, Море Дождей, Море Ясности, часть Моря Холода и Океан Бурь находятся ниже уровня средней сферы Луны. Во-вторых, материки южного полушария являются возвышенностями. Наконец, тщательное изучение карты Франца приводит к заключению, что если обратная сторона симметрична видимой (предположение, возможно верное, по крайней мере до некоторой степени), то лунная фигура и ее потенциал должны характеризоваться непренебрежимо малой гармоникой четвертого порядка, величина которой не может быть установлена в настоящее время. Основной аргумент для этого вывода состоит в том, что если бы Луна была трехосным эллипсоидом, то за изогипсами $-1,2$ и $-2,4$ км, проведенными вокруг Океана Бурь, Моря Дождей и Моря Ясности, в направлении северо-восточного лимба должна была бы следовать не нулевая изогипса, а изогипса, соответствующая еще более низкому уровню. Оказалось, что примерно на половине расстояния до лимба центральный выступ Луны окружен понижениями, которые затем сменяются возвышенностями только в направлении северного полюса и по диаметру запад — восток. Южное полушарие не подходит полностью под эту модель, и, как мы увидим дальше, то же самое верно для карты изогипс, составленной Болдуином. Причина в том, что лунная фигура обладает зональными гармониками третьего порядка, т. е. имеет грушевидную составляющую, которая проявляется в асимметрии между северным и южным полушариями. На основании аналогии с земными гармониками Каула [39] сделал вывод, что эта асимметрия выражается членом

$$K_{30} (GM'/R) (r_0/R)^3 P_3^0 \quad (96)$$

в гравитационном поле Луны; где G — постоянная Гаусса, r_0 и M' — средний радиус и масса Луны, R — селеноцентрическое расстояние притягиваемого тела, а P_3^0 — полином Лежандра третьего порядка. Каула установил, что K_{30} имеет величину порядка $\pm 9,3 \cdot 10^{-5}$. На основании предположения, что Луна является однородным телом, Гудас [22] дает оценку

$$K_{30} = -8,63 \cdot 10^{-5}. \quad (97)$$

Такое совпадение, если оно не случайно, вполне удовлетворительно. Этот результат основан на данных Шрутки-Рехтенштамма.

С другой стороны, данные AMS при том же самом предположении приводят к значению

$$K_{30} = -3,37 \cdot 10^{-5}, \quad (98)$$

которое хорошо укладывается в пределы интервала, указанного Каулой, и близко к значению, полученному по данным Шрутки-Рехтенштамма. Гармоника (96) определяется поверхностной гармоникой

$$j_{30} r_0 P_3^0, \quad (99)$$

и Гудас [21] показал, что

$$j_{30} = 3K_{30}/7. \quad (100)$$

Следовательно, грушевидная составляющая фигуры Луны частично маскирует существование больших гармоник четвертого порядка; этот факт трудно было установить без гармонического анализа гипсометрических данных. Проведя такой анализ, мы видим, что карта Франца подтверждает этот факт. В дальнейшем мы увидим, что это верно и для карт Болдуина, Шрутки-Рехтенштамма и AMS.

Следующей хронологически была карта Риттера [58]. Он измерял высоты на терминаторе. Этот метод до сих пор не получил окончательного признания. Хопманн [34] предложил несколько иной вариант этого метода: использовать точки вне терминатора, на темной части диска, на которые упали первые лучи Солнца. Это позволяет избегать неточностей, связанных с нечеткостью терминатора. Именно это обстоятельство вносило в результаты Риттера большую систематическую погрешность, из-за чего карта его неточна и не представляет интереса.

Шрутка-Рехтенштамм [60] опубликовал карту, основанную на 150 точках, измеренных первоначально Францем [16] и позднее переизмеренных Шруткой-Рехтенштаммом. Средняя ошибка последних измерений составляет около 1,23 км и экваториальный выступ имеет высоту примерно 3 км; при этом Шрутка-Рехтенштамм предполагал, что Луна является трехосным эллипсоидом. Примерно такого же порядка экваториальный выступ получил Гудас [19] по тем же данным, но без предположения о трехосности Луны. Современные значения f и β для Луны не согласуются с такой большой величиной выступа, которая явно завышена по причинам, объясненным Гудасом [22].

К счастью, карты Шрутки-Рехтенштамма и Хопманна не основываются на этом предположении, и, несмотря на большую среднюю ошибку, они значительно лучше карты Франца. Франц, Шрутка-Рехтенштамм и Хопманн не пользовались телескопическими изображениями Луны при составлении своих карт, которые представляют собой просто ряды измерений. Так, по картам Шрутки-Рехтенштамма и Хопманна Море Облаков, часть Океана

Бурь, Моря Дождей и Моря Спокойствия, Море Паров, Залив Центральный и Залив Зноя лежат выше среднего уровня Луны, что противоречит общепринятому мнению, что моря должны лежать ниже среднего уровня.

Гармонический анализ фигуры Луны показал, что эти результаты могут быть верными. Оси «стандартных координат» и главные оси инерции должны совпадать, а «равновесная» гипсометрическая карта Луны должна всегда удовлетворять этому условию. Из-за возможной неоднородности Луны трудно решить, удовлетворяет ли карта этому условию. В том случае, если плотность зависит только от расстояния до центра Луны или если Луна почти однородна, упомянутое выше условие удовлетворяется, если масса, лежащая над средним уровнем, расположена симметрично относительно линии Земля — Луна или оси OZ . То же самое должно быть справедливо и для понижений. Это соображение в его обращенной форме можно использовать в качестве критерия при изучении распределения плотности в Луне. Например, если допустить, что карта Шрутки-Рехтенштамма и Хопманна точна, приходим к выводу, что или плотность Луны зависит только от расстояния от центра, или Луна почти однородна. С этой точки зрения карта изогипс Франца представляется не очень точной.

Карта изогипс Болдуина [3] основана на большем числе точек (696), измеренных на пяти ликских пластинках. Гармонический анализ фигуры Луны, основанный на этих измерениях, подтвердил выводы Болдуина [4] относительно экваториального выступа. Кроме того, уравнение поверхности, полученное из анализа этих данных, позволяет построить карту изогипс, которая совпадает (за исключением несущественных деталей) с картой, составленной самим Болдуином. Этого можно было ожидать, так как использовались гармоники только до восьмого порядка, и поэтому данные о высотах, полученные по измерениям пластинок, были сглажены; остался только общий рисунок гипсометрической карты. Большинство выводов, сделанных Болдуином [4] на основании его карты, были таким образом проверены независимым путем. Ниже мы вернемся к обсуждению этой карты.

Высотные данные Болдуина были подвергнуты критике Хопманном [35] и Гудасом [22] с двух разных позиций. Хопманн сообщил, что измерения одних и тех же 18 образований, сделанные Болдуином [3], Шруткой-Рехтенштаммом [60] и AMS [67, 68], согласуются довольно слабо. Согласно Хопманну, лучшие измерения в настоящее время сделаны AMS, на втором месте стоят измерения Шрутки-Рехтенштамма, на последнем месте — данные Болдуина. Необходимо подчеркнуть, что отсутствие согласованности в измерениях одних и тех же величин само по себе еще не позволяет судить о том, какие измерения лучше. Тем не менее

Гудас [22] пришел к заключению, что измерения Шрутки-Рехтенштамма [60] являются более точными, чем измерения Болдуина [3], и в этом смысле он согласен с Хопманном. Основания для сравнения здесь более уверенны, и вывод, если он получен, надежен. Ряд измерений абсолютных высот в целом должен быть совместим с величинами f , β , и γ , полученными из либраций. В предположении о квазиоднородности Луны или об изменении плотности только с расстоянием от центра вне зависимости от направления получается, что измерения Шрутки-Рехтенштамма совместимы со значениями f , β и γ , так же как и данные AMS. Показано, что измерения Болдуина приводят к отрицательному значению f и к совершенно неприемлемым значениям β и γ .

Карта изогипс Луны, составленная AMS [68], основана на 256 высотах, равномерно распределенных на видимой стороне Луны. Указанная средняя вероятная ошибка высот равна 858 м, т. е. примерно такая же, как для данных Болдуина, и значительно меньше, чем у Шрутки-Рехтенштамма (1230 м). Можно сказать, что эта карта имеет больше сходства с картами Шрутки-Рехтенштамма и Хопманна, чем с картой Болдуина. Например, Море Дождей на карте Болдуина лежит ниже средней сферы, а на картах Шрутки-Рехтенштамма и Хопманна половина Моря Дождей лежит ниже средней сферы (не более чем на -1 км), а половина — выше средней сферы (не более чем на $+1$ км), а на карте AMS оно всюду выше среднего уровня (в некоторых частях на $+3$ км). Другой пример: Море Облаков на картах Шрутки-Рехтенштамма, Хопманна и AMS лежит выше среднего уровня Луны, а на карте Болдуина — ниже среднего уровня.

Карты изогипс Шрутки-Рехтенштамма и Хопманна, Болдуина и AMS будут здесь пересмотрены, исходя из данных, которые были использованы в каждом случае, однако мы применим другую методику.

Прежде всего найдем из имеющихся данных уравнение поверхности Луны в виде суммы сферических гармоник. Лучше, если в это уравнение будет включено достаточное число членов, чтобы сделать среднюю квадратическую ошибку в способе наименьших квадратов меньше средней квадратической ошибки наблюдений. Для этого, вероятно, потребуются включение гармоник до десятого порядка и даже выше.

Уравнение тогда будет

$$r(\beta, \lambda) = r_0 \left[1 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^i (j_{ij} \cos j\lambda + j'_{ij} \sin j\lambda) P_i^j(\beta) \right], \quad (101)$$

где r_0 — средний радиус Луны, принимавшийся при выводе превышений, плюс величина J_{00} .

Изогипсами являются кривые, удовлетворяющие уравнению

$$f(\beta, \lambda) = h, \quad h = \text{const.} \quad (102)$$

Для $-\pi/2 \leq \beta \leq \pi/2$ и $-\pi/2 \leq \lambda \leq \pi/2$ существует ограниченное число кривых, удовлетворяющих уравнению (102). Есть ряд численных методов нахождения этих кривых. Мы использовали два таких метода.

Для вычислений первым методом была использована аналоговая электронно-вычислительная машина Кембриджской исследовательской лаборатории ВВС США в Бедфорде, штат Массачусетс. Сначала вычислялась величина $f(\beta, \lambda) - h$ при фиксированном значении β . Затем проверялся знак этой величины, и перо графопостроителя, следуя изменению величины λ от $-\pi/2$ до $\pi/2$, чертило прямую линию на бумаге, если знак был отрицательным, и поднималось, когда знак был положительным. Эта операция повторялась для всех значений β от $-\pi/2$ до $\pi/2$ при постоянном h . Граничные точки каждой горизонтальной линии представляют с точностью до 0,001 нули функции $f(\beta, \lambda) - h$ при $\beta = \text{const}$ и $h = \text{const}$ в интервале $-\pi/2 \leq \lambda \leq \pi/2$. Если соединить эти точки непрерывной линией, получим изогипсу для высоты h км. Если теперь давать h разные значения, получим изогипсы разных высот, вычерченные на той же самой диаграмме, которая будет представлять полную карту изогипс.

Такой метод построения карты изогипс очень эффективен и достаточно точен, поскольку ошибка определения изогипс меньше 10 м.

Другой метод может быть описан следующим образом. Запишем выражение (102) в виде

$$f(\beta, \lambda, h) = 0. \quad (103)$$

Допустим, что h фиксировано. Выберем произвольно точку (β_0, λ_0) в качестве начальной. По всей вероятности, $f(\beta_0, \lambda_0, h) \neq 0$. Чтобы найти точку (β_1, λ_1) , для которой

$$|f(\beta_1, \lambda_1, h)| \leq |f(\beta_0, \lambda_0, h)|, \quad (104)$$

дадим приращения $\delta\beta$ и $\delta\lambda$ для β и λ такие, что удовлетворяется уравнение

$$f(\beta_0 + \delta\beta, \lambda_0 + \delta\lambda, h) = 0. \quad (105)$$

В первом приближении имеем

$$(\partial f / \partial \lambda) \delta\lambda + (\partial f / \partial \beta) \delta\beta = -f(\beta_0, \lambda_0, h), \quad (106)$$

где частные производные $\partial f / \partial \beta$ и $\partial f / \partial \lambda$ вычислены в точке (β_0, λ_0) . Теперь, решая уравнение (106) вместе с уравнением

$$(\partial f / \partial \lambda) \delta\beta - (\partial f / \partial \beta) \delta\lambda = 0, \quad (107)$$

найдем

$$\delta\beta = -\frac{f(\partial f/\partial\beta)}{(\partial f/\partial\beta)^2 + (\partial f/\partial\lambda)^2}, \quad (108)$$

$$\delta\lambda = -\frac{f(\partial f/\partial\lambda)}{(\partial f/\partial\beta)^2 + (\partial f/\partial\lambda)^2}. \quad (109)$$

Добавляя эти приращения к β_0 и λ_0 соответственно, мы удовлетворяем условию (104) и таким образом приближаемся к значениям β и λ , которые удовлетворяют уравнению (103).

Когда одна точка этой кривой найдена — назовем ее (β, λ) , — сдвинем ее вдоль касательной к кривой. Это приращение должно удовлетворять зависимости

$$(\partial f/\partial\beta) \delta\beta + (\partial f/\partial\lambda) \delta\lambda = 0. \quad (110)$$

Для движения вдоль кривой надо, чтобы скалярное произведение приращений $(\delta\beta, \delta\lambda)$ в двух последовательных точках кривой было положительным. Если это не соблюдается, мы должны изменить знаки обеих составляющих.

Поскольку уравнение (110) дает направление кривых и не дает величины приращения, необходимо выбрать размер шага, которым мы движемся.

Кажется разумным принять

$$[(\delta\beta)^2 + (\delta\lambda)^2]^{1/2} = 5\pi/180. \quad (111)$$

В зависимости от кривизны изогипсы можно выбирать разные значения длины шага. Поэтому

$$\delta\beta = \frac{5\pi}{180} \frac{|\partial f/\partial\lambda|}{[(\partial f/\partial\lambda)^2 + (\partial f/\partial\beta)^2]^{1/2}}, \quad (112)$$

$$\delta\lambda = -\frac{\partial f/\partial\beta}{\partial f/\partial\lambda} \delta\beta. \quad (113)$$

Вычисление значений $\partial f/\partial\beta$ и $\partial f/\partial\lambda$ довольно сложно. Это можно сделать путем непосредственного частного дифференцирования и последующей оценки производных для данных численных значений $f(\beta + \delta\beta, \lambda)$ и $f(\beta, \lambda + \delta\lambda)$, где $\delta\beta$ и $\delta\lambda$ выбирались произвольно. Затем $\partial f/\partial\beta$ и $\partial f/\partial\lambda$ аппроксимируются величинами

$$\frac{f(\beta + \delta\beta, \lambda) - f(\beta, \lambda)}{\delta\beta} \quad \text{и} \quad \frac{f(\beta, \lambda + \delta\lambda) - f(\beta, \lambda)}{\delta\lambda}. \quad (114)$$

Эти приближения так же полезны, как и производные при условии, что $\delta\beta$ и $\delta\lambda$ выбирались достаточно малыми.

III. Силовая функция Луны

По мере увеличения количества траекторных данных для лунных спутников разные гармоники *силовой функции для Луны* будут определяться с точностью, достаточной для практических целей. Однако гравитационное поле, созданное телом, однозначно определяется внешней границей и распределением масс внутри нее. Возможность исследовать распределение масс, если известны внешняя граница и гравитационные гармоники, представляется интересной. Мы рассмотрим два случая распределения масс: тело с постоянной плотностью и тело с полиномиальным распределением масс.

Уравнение поверхности, выраженное через полиномы Лежандра и присоединенные функции, имеет вид

$$r = r_0 \left[1 + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n (j_{nm} \cos m\lambda + j'_{nm} \sin m\lambda) P_n^m(\mu) \right], \quad (115)$$

где r_0 — средний радиус, $\mu = \sin \beta$, а λ и β — селенографические координаты точки поверхности. Начало координат отнесено к центру фигуры, и это означает, что

$$j_{10} = j_{11} = j'_{11} = 0.$$

Силовая функция $U(X, Y, Z)$ задается выражением

$$U(X, Y, Z) = G \int_{(M)} dM/\rho, \quad (116)$$

где $\rho = [(X - \xi)^2 + (Y - \eta)^2 + (Z - \zeta)^2]^{1/2}$; G — гравитационная постоянная; $dM = \delta d\xi d\eta d\zeta$ и δ — плотность. Здесь мы примем закон плотности

$$\delta = \delta_c + \alpha \rho^p, \quad (117)$$

использованный Джеффрисом [36, гл. 4]. Смысл этих обозначений несколько изменен по сравнению с книгой Джеффриса.

В полярных координатах силовую функцию можно представить в виде

$$\begin{aligned} U(R, L, B) = & \\ = \frac{G}{R} \left\{ M + \frac{1}{R^2} \left[\frac{1}{2} (-I_{200} + 2I_{020} - I_{002}) P_2^0(\mu) + \frac{1}{2} I_{110} P_2^1(\mu) \sin L + \right. \right. & \\ & + I_{011} P_2^1(\mu) \cos L + \frac{1}{2} P_{101} P_2^2(\mu) \sin 2L + \\ & \left. \left. + \frac{1}{4} (-I_{200} + I_{002}) P_2^2(\mu) \cos 2L \right] \right\} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{R^3} \left[\frac{1}{2} (-3I_{210} + 2I_{030} - 3I_{012}) P_3^0(\mu) + \right. \\
 & + \frac{1}{4} (-I_{300} + 4I_{120} - I_{102}) P_3^1(\mu) \sin L + \\
 & \quad + \frac{1}{4} (-I_{003} - I_{201} + 4I_{021}) P_3^1(\mu) \cos L + \\
 & \quad + \frac{1}{6} I_{111} P_3^2(\mu) \sin 2L + \\
 & \quad + \frac{1}{4} (-I_{120} + I_{012}) P_3^2(\mu) \cos 2L + \\
 & \quad + \frac{1}{8} \left(\frac{1}{3} I_{300} - I_{102} \right) P_3^3(\mu) \sin 3L + \\
 & \quad \left. + \frac{1}{8} \left(\frac{1}{3} I_{003} - I_{201} \right) P_3^3(\mu) \cos 3L \right] + \\
 & + \frac{1}{R^4} \left[(3I_{400} - 24I_{220} + 8I_{040} + 6I_{202} - 24I_{022} + 3I_{004}) P_4^0(\mu) + \right. \\
 & \quad + \frac{1}{4} (-3I_{310} + 4I_{130} - 3I_{112}) P_4^1(\mu) \sin L + \\
 & \quad + \left(I_{031} - \frac{3}{4} I_{013} - \frac{3}{4} I_{211} \right) P_4^1(\mu) \cos L + \\
 & \quad + \frac{1}{12} (-I_{301} - 2I_{103} + 6I_{121}) P_4^2(\mu) \sin 2L + \\
 & \quad + \frac{1}{24} (I_{400} - 6I_{220} + 6I_{022} - I_{004}) P_4^2(\mu) \cos 2L + \\
 & \quad + \frac{1}{24} (-I_{310} + 3I_{112}) P_4^3(\mu) \sin 3L + \\
 & \quad + \frac{1}{24} (I_{013} - 3I_{211}) P_4^3(\mu) \cos 3L + \\
 & \quad + \frac{1}{48} (2I_{103} - I_{301}) P_4^4(\mu) \sin 4L + \\
 & \quad \left. + \frac{1}{192} (I_{400} - 6I_{202} + I_{004}) P_4^4(\mu) \cos 4L \right] + O(R^{-5}) \}.
 \end{aligned} \tag{118}$$

В этом выражении $R = (X^2 + Y^2 + Z^2)^{1/2}$, $\mu = \sin B$, а L и B — селенографические координаты точки с координатами X, Y, Z . Таким образом,

$$\begin{aligned}
 X &= R \cos B \sin L, \\
 Y &= R \sin B, \\
 Z &= R \cos B \cos L.
 \end{aligned} \tag{119}$$

Поэтому силовая функция, описанная уравнением (118), будет найдена, если мы вычислим входящие в него выражения $I_{\varphi\sigma\tau}$:

$$I_{\varphi\sigma\tau} = \int_{(M)} \xi^{\varphi} \eta^{\sigma} \zeta^{\tau} dM. \quad (120)$$

Интеграл берется в пределах, определенных уравнением поверхности (115). Элемент объема dM в точке ξ, η, ζ , где

$$\begin{aligned} \xi &= \rho \cos \beta \sin \lambda, \\ \eta &= \rho \sin \beta, \\ \zeta &= \rho \cos \beta \cos \lambda, \end{aligned} \quad (121)$$

дается выражением

$$dM = \delta \rho^2 \cos \beta \, d\rho \, d\lambda \, d\beta. \quad (122)$$

Обычно силовая функция выражается в форме

$$U(R, L, B) =$$

$$= \frac{GM}{R} \left[1 + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{r_0}{R} \right)^n (C_{nm} \cos mL + S_{nm} \sin mL) P_n^m(\mu) \right], \quad (123)$$

а коэффициенты C_{nm} и S_{nm} можно выразить в виде интегралов (120) посредством уравнений

$$C_{20} = (1/2Mr_0^2) (-I_{200} + 2I_{020} - I_{002}), \quad (124)$$

$$C_{21} = (1/Mr_0^2) I_{011}, \quad (125)$$

$$S_{21} = (1/2Mr_0^2) I_{110}, \quad (126)$$

$$C_{22} = (1/4Mr_0^2) (-I_{200} + I_{002}), \quad (127)$$

$$S_{22} = (1/2Mr_0^2) I_{101}, \quad (128)$$

$$C_{30} = (1/2Mr_0^3) (-3I_{210} + 2I_{030} - 3I_{012}), \quad (129)$$

$$C_{31} = (1/4Mr_0^3) (-I_{003} - I_{201} + 4I_{021}), \quad (130)$$

$$S_{31} = (1/4Mr_0^3) (-I_{300} + 4I_{120} - I_{102}), \quad (131)$$

$$C_{32} = (1/4Mr_0^3) (-I_{210} + I_{012}), \quad (132)$$

$$S_{32} = (1/6Mr_0^3) I_{111}, \quad (133)$$

$$C_{33} = (1/24Mr_0^3) (I_{003} - 3I_{201}), \quad (134)$$

$$S_{33} = (1/24Mr_0^3) (I_{300} - I_{102}), \quad (135)$$

$$C_{40} = (1/Mr_0^4) (3I_{400} - 24I_{220} + 8I_{040} + 6I_{202} - 24I_{022} + 3I_{004}), \quad (136)$$

$$C_{41} = (1/4Mr_0^4) (-3I_{211} - 3I_{013} + 4I_{031}), \quad (137)$$

$$S_{41} = (1/4Mr_0^4) (-3I_{310} - 2I_{103} + 6I_{121}), \quad (138)$$

$$C_{42} = (1/24Mr_0^4) (J_{400} - 6I_{220} + 6I_{022} - I_{004}), \quad (139)$$

$$S_{42} = (1/12Mr_0^4) (-I_{301} - 2I_{103} + 6I_{121}), \quad (140)$$

$$C_{43} = (1/24Mr_0^4) (I_{013} - 3I_{211}), \quad (141)$$

$$S_{43} = (1/24Mr_0^4) (-I_{310} + 3I_{112}), \quad (142)$$

$$C_{44} = (1/192Mr_0^4) (I_{400} - 6I_{202} + I_{004}), \quad (143)$$

$$S_{44} = (1/48Mr_0^4) (2I_{103} - I_{301}). \quad (144)$$

Общая масса, соответствующая закону плотности (117), равна

$$W = (4\pi r_0^3/3) [\delta_c + 3\alpha r_0^p/(p + 3)].$$

Теперь вычислим объемный интеграл (120). С помощью соотношений (121) и после интегрирования по ρ найдем

$$\begin{aligned} I_{\varphi\sigma\tau} = & r_0^k \frac{\delta_c}{k} + \frac{\alpha r_0^p}{\Lambda} \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} \mu^\sigma (1 - \mu^2)^\rho (\sin \lambda)^\varphi (\cos \lambda)^\tau d\lambda d\mu + \\ & + r_0^k (\delta_c + \alpha r_0^p) \int_{-1}^1 \sum_{m=2}^{\infty} \sum_{n=0}^m P_n^m(\mu) \left[j_{nm} \int_0^{2\pi} \cos m\lambda (\sin \lambda)^\varphi (\cos \lambda)^\tau d\lambda + \right. \\ & \left. + j'_{nm} \int_0^{2\pi} \sin m\lambda (\sin \lambda)^\varphi (\cos \lambda)^\tau d\lambda \right] \mu^\sigma (1 - \mu^2)^\rho d\mu, \quad (145) \end{aligned}$$

где

$$k = \varphi + \sigma + \tau + 3 = 2p + \sigma + 3,$$

$$\Lambda = k + p,$$

$$\rho = (\varphi + \tau)/2.$$

Выражение (145) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} I_{\varphi\sigma\tau} = & r_0^k \frac{\delta_c}{k} + \frac{\alpha r_0^p}{\Lambda} p(0, 0, \delta, p) T(0, \varphi, \tau) + \\ & + r_0^k (\delta_c + \alpha r_0^p) \sum_{n=2}^4 \sum_{m=0}^n p(n, m, \sigma, \rho) \times \\ & \times [j_{nm} T(m, \varphi, \tau) + j'_{nm} T'(m, \varphi, \tau)], \quad (146) \end{aligned}$$

где

$$T(m, \varphi, \tau) = \int_0^{2\pi} \cos m\lambda (\sin \lambda)^\varphi (\cos \lambda)^\tau d\lambda, \quad (147)$$

$$T'(m, \varphi, \tau) = \int_0^{2\pi} \sin m\lambda (\sin \lambda)^\varphi (\cos \lambda)^\tau d\lambda, \quad (148)$$

$$P(n, m, \rho, \sigma) = \int_{-1}^{+1} P_n^m(\mu) \mu^\sigma (1 - \mu^2)^\rho d\mu. \quad (149)$$

Вычисление этих интегралов — сложное дело (подробности описаны в статье Гудаса и Хиггинса [28]). После того как все необходимые выражения типа (120) вычислены, их можно подставить в (124) — (144) и получить общие соотношения

$$C_{mn} = \frac{3(\delta_c + \alpha r_0^p) j_{mn}}{(2n+1)[\delta_c + 3\alpha r_0^p/(p+3)]}, \quad (150)$$

$$S_{mn} = \frac{3(\delta_c + \alpha r_0^p) j'_{mn}}{(2n+1)[\delta_c + 3\alpha r_0^p/(p+3)]}. \quad (151)$$

Эти два выражения идентичны тем, которые были установлены в работе Гудаса [20] для случая постоянной плотности (если $\alpha = 0$), т. е. в первом случае распределения масс.

Важное заключение, которое можно сделать на основании выражений (150) и (151), состоит в том, что при $\alpha < 0$ и $p > 0$ тело с данными гравитационными гармониками будет иметь поверхностную гармонику большей амплитуды, чем при $\alpha = 0$. Например, для члена, описывающего сжатие, это означает, что у тела, плотность которого растет с глубиной, сжатие фигуры будет больше, чем у тела с постоянной плотностью.

Формулы (150) и (151) можно выразить через среднюю плотность тела δ_m следующим образом:

$$C_{nm} = \frac{3[(\delta_c + (\delta_m - \delta_c)(p+1))]}{(2n+1)[\delta_c + 3(p+1)(\delta_m - \delta_c)/(p+3)]} j_{nm}, \quad (152)$$

$$S_{nm} = \frac{3[\delta_c + (\delta_m - \delta_c)(p+1)]}{(2n+1)[\delta_c + 3(p+1)(\delta_m - \delta_c)/(p+3)]} j'_{nm}. \quad (153)$$

Применим эти формулы для случая $p = 1$. На основе результатов «Луны-10» Гудас [26] нашел, что в этом случае $\delta_m = 3\delta_c/4$. Для $m = 0$, $n = 2$ отношение (152) дает

$$C_{20} = \frac{12}{25} j_{20}, \quad (154)$$

$$C_{22} = \frac{12}{25} j_{22}, \quad (155)$$

откуда

$$j_{20} = -0,429 \cdot 10^{-3}, \quad (156)$$

$$j_{22} = 0,029 \cdot 10^{-3}. \quad (157)$$

Таким образом, сфероидальные составляющие фигуры показывают, что экваториальный радиус Луны больше полярного на 1,12 км.

Далее мы обсудим все известные результаты, касающиеся постоянных силовой функции. Результаты по средним лунным радиусам уже рассматривались.

Следующий интересный член в выражении силовой функции — это произведение $Gm = \mu$, где G — гравитационная постоянная, m — масса Луны. Значение, полученное для него Майклом [48] на основе анализа траекторий «Орбитеров», хорошо согласуется с данными, полученными Вегосом и Траском [70], которые использовали полеты «Рейнджеров».

Наиболее интересной компонентой лунного гравитационного поля является его вторая гармоника. Эта гармоника состоит из пяти составляющих: одной зональной, двух секториальных и двух тессеральных. Они описываются членами с коэффициентами

$$C_{20}, C_{21}, S_{21}, C_{22} \text{ и } S_{22}, \quad (158)$$

где

$$C_{20} = (A + B + 2C)/2mr_0^2; \quad C_{22} = (B - A)/2mr_0^2, \quad (159)$$

$$C_{21} = E/mr_0^2; \quad S_{21} = D/mr_0^2; \quad S_{22} = F/2mr_0^2. \quad (160)$$

В выражениях (159) и (160) величины A , B , C , D , E , F представляют собой моменты и произведения инерции Луны по отношению к стандартной системе отсчета. Таким образом, C — момент инерции относительно оси вращения Луны, а A — момент инерции относительно оси, лежащей в экваториальной плоскости Луны и направленной в среднем к Земле. Раньше мы предполагали, что стандартная система отсчета является системой главных осей инерции и что величины D , E , F равны нулю или очень близки к нему. Истинное направление главных осей инерции не может отличаться от направлений, которые приняты при изучении физической либрации, более чем на несколько процентов от самой физической либрации по широте и долготе. Таким образом, включение произведений инерции в выражение силовой функции позволяет быстро проверить точность оценки различных коэффициентов. Этот контроль мы будем осуществлять при сравнении разных результатов. Выражения (160) указывают, что коэффициенты C_{21} , S_{21} и S_{22} должны быть равны нулю.

В табл. 8 приведены значения, полученные для постоянных C_{20} , C_{22} из разных определений. Для каждого значения авторы

дают среднюю квадратическую или максимальную ошибки, которые не приводятся в этой таблице. За исключением Джеффриса и автора этой статьи, все авторы, цитируемые в табл. 8, предполагают ненулевые значения произведений инерции и смещают главные оси инерции на несколько градусов от их истинного положения. Майкл, например, смещает третью ось инерции, которая должна совпадать с осью вращения, на $3^{\circ}, 8$ от этой оси, а две другие — на $6^{\circ}, 1$ и $4^{\circ}, 7$ от осей x и y в стандартной системе отсчета. Необходимо отметить, что эти углы слишком велики и абсолютно нереальны. Это было отмечено самим Майклом [48], который нашел, что коэффициенты $C_{2,1}$, $S_{2,1}$ и $S_{2,2}$ имеют тенденцию уменьшаться, по мере того как включаются дополнительные траекторные данные. Если бы указанные величины углов были правильными, амплитуды физической либрации Луны составляли бы несколько градусов, в то время как известно, что их современное значение не превышает $2'$ (селеноцентрич.).

Таблица 8

ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ $C_{2,0}$ и $C_{2,2}$

| Автор | $C_{2,0} \cdot 10^4$ | $C_{2,2} \cdot 10^4$ | Данные |
|---------------------|----------------------|----------------------|-------------------------|
| Джеффрис, 1959 [36] | -2,093 | 0,210 | Физическая либрация |
| Гудас, 1965 [23] | -1,60 | | ASIC, фигура Луны |
| Аким, 1966 [2] | -2,06 | 0,140 | «Луна-10» |
| Майкл, 1967 [48] | -2,0596 | 0,2042 | «Лунар орбитер» 1, 2, 4 |
| Лорелл, 1967 [46] | -2,0263 | 0,2192 | «Лунар орбитер» 1—4. |

Примечательно, однако, что значения коэффициентов $C_{2,0}$ и $C_{2,2}$, полученные динамическими методами, хорошо согласуются с коэффициентами, которые соответствуют однородному распределению масс, как показали Джеффрис [36] и Кук [11] по движению узла и перигея. Майкл [48] и Лорелл [46] получили очень небольшое увеличение плотности с глубиной, причем различие между центральной и поверхностной плотностями не превышало 5%. С другой стороны, Аким [2] получил такие значения для коэффициентов вторых зональных и тессеральных гармоник, которые предполагают вдвое большую плотность в центре Луны по сравнению с ее поверхностью, как это уже обсуждалось Гудасом [26]. Таким образом, результаты Эккерта [14] по движению узла и перигея необходимо пересмотреть. Джеффрис [38] указал на несколько возможных источников ошибок.

Наконец, в табл. 9 дано отношение механических эллиптичностей $f = (C_{2,0} + C_{2,2}) / (C_{2,0} - C_{2,2})$, полученных разными авто-

рами. Если бы Луна находилась в условиях гидростатического равновесия, значение f было бы равно 0,25, но его настоящее значение, как следует из таблицы, в три раза больше. Далее, третье уравнение Эйлера для физической либрации по долготе содержит f как единственный неизвестный параметр, и его решение невозможно, когда f становится равным 0,662. Поэтому очень важно правильно определить величину f по сравнению с этим критическим значением. Результаты, приведенные в табл. 9, не дают однозначного ответа, хотя большинство оценок превышает критическое значение.

Таблица 9

ОТНОШЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ ЭЛЛИПТИЧНОСТЕЙ, f

| Автор | f | Данные |
|---------------------|-------|-------------------------|
| Хайн, 1907 [30] | 0,750 | Физическая либрация |
| Джеффрис, 1959 [36] | 0,674 | Физическая либрация |
| Кук, 1961 [11] | 0,804 | Движение узла и перигея |
| Козиел, 1967 [42] | 0,633 | Физическая либрация |
| Эккерт, 1965 [14] | 0,638 | Движение узла |
| Гудас, 1967 [26] | 0,750 | «Луна-10» |
| Майкл, 1967 [48] | 0,699 | «Лунар орбитер» |
| Лорелл, 1967 [46] | 0,646 | «Лунар орбитер» |

Наиболее вероятными считаются следующие результаты:

- 1) центр фигуры не совпадает с центром масс;
- 2) фигура не находится в состоянии гидростатического равновесия;
- 3) распределение масс очень близко к однородному; степень достоверности этих трех утверждений возрастает с увеличением их номера.

Если центры фигуры и масс не совпадают, то плотность не может быть постоянной внутри всего лунного шара; если только неоднородность не обусловлена в основном более высокой плотностью морей, трудно или почти невозможно представить, что недра на большом протяжении находятся в расплавленном состоянии. Если же Луна далека от состояния гидростатического равновесия, то как она может иметь значительное жидкое или полужидкое ядро? И наоборот, как можно иметь обширные лавовые потоки на поверхности, не имея в результате этих потоков условий, близких к гидростатическому равновесию? Того количества лавы, из которого созданы нынешние моря, достаточно, чтобы привести к равновесию, когда лава была еще в расплавленном состоянии,

при условии, что отклонение от равновесия было не больше, чем сейчас.

С некоторой степенью определенности можно лишь утверждать, что перед формированием морей динамическая фигура Луны была еще дальше от условий равновесия, поскольку любой свободный поток на твердом, изолированном небесном теле, не находящемся в гидростатическом равновесии, приближает это тело к состоянию равновесия.

То же самое справедливо и для тела, часть которого становится жидкой из-за радиоактивного нагрева, однако это утверждение неприменимо к телу, которое всегда было жидким и у которого вытекающее вещество тем или иным способом оказалось на поверхности.

Прежде чем закончить настоящую главу, мы перечислим некоторые последние достижения в определении гравитационного поля по ускорению аппаратов «Лунар орбитер» при их движении вокруг Луны. Обратимся к статьям Мюллера и Сьёгрена [51, 52], в которых они приводят окончательные результаты обработки доплеровских данных, записанных в виде карты эквиравитационных кривых. Данные, рассмотренные упомянутыми выше авторами, — это ускорения, соответствующие гравитационной гармонике второго порядка; таким образом, на картах изолиниями обозначено местное ускорение силы тяжести на поверхности минус местное ускорение, соответствующее второй гармонике.

Короче говоря, Мюллер и Сьёгрэн делают следующее: на первой стадии данные наблюдений обрабатываются методом наименьших квадратов при помощи теоретической модели гравитационного поля вблизи Луны (модель представляет Луну в виде трехосного эллипсоида). На второй стадии, используя полиномы третьей степени, авторы определяют остаточные ускорения, не учитываемые теоретической моделью. Вникая во все тонкости этой сложной задачи, авторы указанной работы столкнулись со многими проблемами, преодоление которых потребовало больших усилий и правильного подхода, и результаты свидетельствуют об их успехах.

Из результатов, полученных этими авторами, особое внимание научной общественности привлекло то, что остаточные ускорения над всеми круглыми морями на видимой стороне (морями Дождей, Ясности, Кризисов, Нектара и Влажности) оказались положительными; это же верно и для областей между Морем Восточным и Заливами Зноя и Радуги (эта область должна быть древним деформированным морем, заключают авторы). На остальной части видимого полушария распределение невязок по знаку не имеет систематического характера.

Это открытие важно само по себе и является новым элементом, который необходимо принимать во внимание при создании теории

процессов, ответственных за современные условия в верхней коре и за внешний вид Луны. Систематический характер невязок ясно указывает, что их причину надо искать не слишком глубоко в теле Луны. Этот взгляд разделяют Мюллер и Сьёгрэн [52], которые, сообщив свои результаты, высказали гипотезу, что «очень большие концентрации вещества под центрами всех пяти круглых морей на видимой стороне» ответственны за положительные аномалии; это согласуется с тем, что предполагал Юри [66]. Далее они предположили, что эти концентрации массы состоят из вещества высокой плотности, такого, как никель или железо, и дали им название «масконы».

Правдоподобная во многих отношениях мысль, что плотность всех морей (а не только круглых) больше, чем плотность материков, неоднократно высказывалась многими авторами; столько же авторов считали, что моря, как правило, — понижения. В то время как в первом утверждении никто никогда не сомневался, второе утверждение оспаривается на основе измерений. Так, Брэй и Гудас [6] после анализа этих измерений предположили, что моря не обязательно являются понижениями; в частности, Море Дождей практически представляет собой материк, Залив Радуги — глубокое понижение. Интересно отметить, что гравитационные аномалии, полученные Мюллером и Сьёгреном, являются положительными над Морем Дождей и отрицательными над Заливом Радуги. Имеются и другие примеры.

Гравитационные аномалии на (или вблизи) поверхности зависят как от местной плотности притягивающих масс, так и от высоты поверхности. Эта зависимость сложна и связана с условиями, при которых Луна достигла своего равновесия. Интерпретация, предложенная Мюллером и Сьёгреном для невязок ускорения над круглыми морями, имеющих систематический характер, учитывает только изменения плотности и таким образом пренебрегает возможным влиянием различия высот. По этой причине никелево-железные «масконы» представляют одну крайность интерпретации, в то время как однородное «поднятие» над круглыми морями — другая крайность. Нет сомнения в том, что истина лежит где-то между этими двумя крайними случаями, и теперь осталось установить действительное положение гармонического среднего.

Из всего описанного выше следует, что теперь, после открытия Мюллера и Сьёгрена, круглые моря необходимо отличать от других морей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Aeronautical Chart and Information Center, Tech. Rept. № 15, U.S. Air Force, St. Louis, Missouri, 1965.
2. Аким Е. Л., ДАН СССР, 170, № 4, 799 (1966).

3. Baldwin R. B., The Measure of the Moon, Univ. of Chicago Press, Chicago, Illinois, 1963.
4. Baldwin R. B., Icarus, 3, 166 (1964).
5. Banachiewicz T., Ciel Terre, 75, 1 (1952).
6. Bray T. A., Goudas C. L., Icarus, 5, 526 (1966).
7. Brooks S. A., M. Sc. Thesis, University of Manchester, 1963.
8. Carson D., Davidson M. E., Goudas C. L., Kopal Z., Stoddard L. G., Icarus, 5, 334 (1966).
9. Chevalier S., Bull. Astron., 34, 5 (1917).
10. Chevalier S., Bull. Astron., 34, 161 (1917).
11. Cook A. H., Geophys. J., 2, 222 (1961).
12. Davidson M. E., M. Sc. Thesis, University of Manchester, 1963.
13. Dommanget J., Commun. Obs. Belg., 208, 3 (1962).
14. Eckert W. J., Astron. J., 70, 791 (1965).
15. Franz J., Astron. Beob. Koenigsberg, 38, 1 (1899).
16. Franz J., Mitt. Sternw. Breslau, 1, 1 (1901).
17. Гаерилов И. В., Маер С. П., Муз Л. Н., Астрономическая конференция СССР, Пулково, 1960, Изд-во АН СССР, 1963, стр. 397—400.
18. Горыня А. А., Бюлл. Киевской обс., 4, 35 (1962).
19. Goudas C. L., Icarus, 2, 423 (1963).
20. Goudas C. L., Icarus, 3, 168 (1964).
21. Goudas C. L., Icarus, 3, 273 (1964).
22. Goudas C. L., Icarus, 3, 476 (1964).
23. Goudas C. L., Icarus, 4, 188 (1965).
24. Goudas C. L., Icarus, 4, 218 (1965).
25. Goudas C. L., Advan. Astron. Astrophys., 4, 139 (1965).
26. Goudas C. L., Astron. J., 72, 955 (1967).
27. Goudas C. L., In «Measure of the Moon», eds. Z. Kopal and C. L. Goudas, Reidel Publ., Dordrecht, Netherlands, 1967, p. 237.
28. Goudas C. L., Higgins T. P., Astrophys. Space Sci., 3, 490 (1969).
29. Graff K., Astron. Nachr., 195, 44 (1912).
30. Hayn F., Abh. Saechs. Ges. (Akad.) Wiss., 30, 1 (1907).
31. Hayn F., Astron. Nachr., 193, 118 (1912).
32. Hayn F., Abh. Saechs. Ges. (Akad.) Wiss., 35, 1 (1914).
33. Hofsommer D. J., Potters-Albeda G. C. F. E., Potters M. L., Rept. № R344, Math. Center at Amsterdam, 1959.
34. Hopmann J., Sitzber. Oesterr. Akad. Wiss., Math-Naturw. Kl., Abt. II, 172, № 5—8, 103 (1963).
35. Hopmann J., Anz. Oesterr. Akad. Wiss., Math-Naturw. Kl., 12, 367 (1964).
36. Jeffreys H., The Earth, 4th ed., Cambridge Univ. Press., London and New York, 1959. (Русский перевод: Г. Джеффрис, Земля, ИЛ, М., 1960.)
37. Jeffreys H., Mon. Not. Roy. Astron. Soc., 125, 421 (1961).
38. Jeffreys H., Mon. Not. Roy. Astron. Soc., 136, 311 (1967).
39. Kaula W. M., Calculations of Perturbations of Lunar Orbiters, U.S. Govt. Mem., 1963.
40. Kopal Z., Icarus, 3, 2 (1964).
41. Koziel K., Draft. Rept., 12th Gen. Assembly I.A.U., Hamburg, 1964, p. 217.
42. Koziel K., Proc. Roy. Soc., A296, 248 (1967).
43. Lamar D. L., McGann-Lamar J. V., Study of Shape and Internal Structure of the Moon, 6th Quart. Program Rept. Earth Sci. Res. Corp., Santa Monica, California, 1968.
44. Lee W. H. K., Kaula W. M., J. Geophys. Res., 72, № 2, 753 (1967).
45. Лесун Б. Ю., Proc. Roy. Soc., A296, 266 (1967).
46. Lorell J., Sjogren W. L., Science, 159, 625 (1967).
47. Maslowski J., Mietelski J., Acta Astron., 13, 135 (1963).

48. *Michael W. H., Tolson R. H.*, The Use of Artificial Satellites for Geodesy, Vol. II, Publ. Natl. Tech. Univ., Greece, 1967, p. 611.
49. *Michael W. H., Tolson R. H., Gapsynski J. P.*, Science, 153, 1102 (1966).
50. *Mills G. A., Sudbury P. V.*, Icarus, 9, 538 (1968).
51. *Muller P. M., Sjogren W. L.*, Consistency of Lunar Orbiter Residuals with Trajectory and Local Gravity Effects, Tech. Rept. 32-1072, Jet Propulsion Lab., Pasadena, California, 1968.
52. *Muller P. M., Sjogren W. L.*, Science, 161, 680 (1968).
53. *Нефедьев А. А.*, Бюлл. Энгельгард. обс., 30, 1 (1957).
54. *Нефедьев А. А.*, Бюлл. Энгельгард. обс., 36, 27 (1963).
55. *O'Keefe J. A., Cameron W. S.*, Icarus, 1, 271 (1962).
56. *Potter H. I.*, In «The Moon», eds. Z. Kopal and Z. K. Mikhailov, Academic Press, New York, 1962, p. 63.
57. *Prey A.*, Abh. Ges. Wiss. Goettingen, Math-Phys. Kl. [N.S.], 2, 1 (1922).
58. *Ritter H.*, Astron. Nachr., 252, 157 (1934).
59. *Schrutka-Rechtenstamm G.*, Sitzber. Oesterr. Akad. Wiss., Math-Naturw. Kl., Abt. II, 165, № 114, 97 (1956).
60. *Schrutka-Rechtenstamm G.*, Sitzber. Oesterr. Akad. Wiss., Math-Naturw. Kl., Abt. II, 167, № 1—4, 71 (1958).
61. *Шакиров К. С.*, Бюлл. Энгельгард. обс., 34, 37 (1963).
62. *Shapiro A., Vliana E. A., Yaplee B. S., Knowles S. H.*, Proc. 10th COSPAR Meeting, London, 1967, Paper № 1, 1967.
63. *Sjogren W. L.*, In «Measure of the Moon», eds. Z. Kopal and C. L. Goudas, Reidel Publ. Co., Dordrecht, Netherlands, 1967, p. 341.
64. *Spencer-Jones H.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., 90, 71 (1929).
65. *Spencer-Jones H.*, Ann. Cape Obs., 13, 70 (1932).
66. *Urey H. C.*, In «Physics and Astronomy of the Moon», ed. Z. Kopal, 1st ed., Academic Press, New York, 1962, p. 484—486.
67. U.S. Army Map Service, Tech. Rept. № 29, Part One, Corps of Eng., U.S. Army, Washington D.C., 1960.
68. U.S. Army Map Service, Tech. Rept. № 29, Part Two, Corps of Eng., U.S. Army, Washington, D.C., 1964.
69. U.S. Department of Defense, DOD-66 Selenodetic Control System, Defense Intelligence Agency, Washington, D.C., 1967.
70. *Vegos C. J., Trask D. W.*, Ranger Combined Analysis, Part II, NASA Space Program Summary, Vol. III, Jet Propulsion Lab., Cal. Inst. Tech., 1967, p. 37—44.
71. *Watts C. B.*, The Marginal Zone of the Moon, Astron. Papers № 17, Am. Ephemeris and Naut. Almanac, U.S. Govt. Printing Office, Washington, D.C., 1963.
72. *Weimer T.*, Atlas des profils lunaires, Obs., Paris, 1952.
73. *Weimer T.*, In «The Moon», eds. Z. Kopal and Z. K. Mikhailov, Academic Press, New York, 1962, p. 55.
74. *Яковкин А. А.*, Бюлл. Энгельгардт. обс., 4, 314 (1934).
75. *Яковкин А. А.*, Trans. I.A.U., 8, 231 (1952).
76. *Яковкин А. А.*, Trans. I.A.U., 10, 268 (1958).
77. *Яковкин А. А.*, в сб. «Луна», под ред. А. В. Маркова, 1960, стр. 7.
78. *Яковкин А. А., Белькович Ю.*, Astron. Nachr., 246, 305 (1933).

Глава 5

ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЛУННОЙ ПОВЕРХНОСТИ

БРЮС ХАПКЕ

1. Введение

В последнее время достигнуты блестящие успехи в прямых исследованиях планет. Однако по ряду причин изучение оптических свойств Луны остается задачей первостепенной важности для понимания природы поверхности нашего естественного спутника.

Анализ оптических, инфракрасных и радиочастотных характеристик Луны позволил сделать некоторые выводы о свойствах лунного грунта. Позднее, при полетах космических аппаратов типа «Луна» и «Сервейер», эти результаты можно было проверить непосредственно.

Однако, если бы это была единственная причина, лунная оптика представляла бы интерес в основном лишь для истории науки. Истинное значение оптических исследований становится понятным, если принять во внимание размеры областей, о которых можно получить фактические данные с помощью различных космических аппаратов.

В недалеком будущем мы сможем непосредственно изучать мельчайшие частицы лунного грунта, и дистанционные измерения поверхности Луны должны помочь разобраться в вопросе, типичны ли для ее поверхности посещенные космическими кораблями области или же они в некотором смысле аномальны. (В качестве невероятного примера можно представить себе, что гипотетические жители Луны взяли пробу земного вещества в районе пустыни Уайт Сэндс на юге штата Нью-Мексико, в результате чего ученые-селениты пришли бы к заключению, что земная кора почти целиком состоит из гипса.) Ясно, что информация о всей поверхности Луны должна складываться из дистанционных, но чувствительных измерений и точных данных, полученных в результате прямых исследований некоторых областей. Кроме того, оптические свойства некоторых тел солнечной системы (например,

Меркурия, Марса и астероидов) в некоторых отношениях сходны с лунными. Следовательно, многие выводы о природе лунного грунта могут оказаться справедливыми и для поверхностей этих тел.

II. Наблюдения

Оптические свойства Луны можно охарактеризовать следующими пятью особенностями:

1. **Низкое альbedo.** Луна отражает только около 7% падающего на нее солнечного света; отражательные способности самых ярких и самых темных областей различаются друг от друга незначительно, составляя отношение 3,5 : 1.

2. **Красноватый цвет.** В диапазоне $\lambda = 0,3 - 3$ мкм спектральное альbedo монотонно увеличивается с длиной волны с небольшими изменениями вдоль спектра.

3. **Закон обратного отражения.** Яркость всех областей лунного диска достигает резкого максимума в полнолуние, когда источник света находится точно позади наблюдателя.

4. **Низкая поляризация.** Средняя поляризация лунного света в квадратурах составляет около 8%, максимальное изменение от места к месту не превосходит 3,5 : 1. Поляризация изменяется определенным образом с фазовым углом.

5. **Повсеместность.** Четыре предыдущих положения справедливы для любой известной области на Луне независимо от ее положения на лунной сфере, наклона поверхности и морфологического типа.

В следующих разделах данной главы эти положения рассматриваются более подробно, а также обсуждаются выводы о природе лунного грунта, которые из них вытекают.

А. Альbedo

В фотометрии Луны и планет рассматриваются различные виды альbedo: альbedo Бонда, геометрическое, полусферическое и нормальное альbedo.

Альbedo Бонда B , называемое также сферическим или интегральным альbedo, есть отношение количества света, отраженного телом во всех направлениях, к количеству света, падающего на это тело. Альbedo Бонда имеет важное значение для физики планет, но его трудно определить, если точно не знать характер отражения света данным телом в различных направлениях. Легче измерить геометрическое альbedo p , которое также характеризует отражательную способность тела и определяется как отношение яркости тела при нулевом фазовом угле к яркости поверхности Ламберта (идеально отражающий, идеально рассеивающий экран)

такого же углового диаметра, как рассматриваемое тело, и ориентированного перпендикулярно солнечным лучам.

Геометрическое альbedo и альbedo Бонда связаны с фазовым интегралом q следующим соотношением:

$$B = pq, \quad (1)$$

где

$$q = 2 \int_0^{\pi} \Phi(g) \sin g \, dg; \quad (2)$$

g — фазовый угол (угол Солнце — Луна — Земля), $\Phi(g)$ — интегральная фазовая функция тела, представляющая собой количество света, отраженного в единичном телесном угле около направления на наблюдателя при фазовом угле g ; функция Φ нормирована, так что $\Phi(0) = 1$.

Для плоского участка поверхности величиной, аналогичной альbedo Бонда, является полусферическое альbedo, определяемое как отношение количества света, рассеянного в полусфере над этой поверхностью, к количеству падающего на нее света. Полусферическое альbedo зависит главным образом от угла падения излучения. Это альbedo редко используется в лунной фотометрии, поэтому оно не будет обсуждаться в дальнейшем; отметим только, что именно эта величина определяет тепловой баланс и поэтому она важна для рассмотрения температуры лунной поверхности.

Для плоской поверхности аналогом геометрического альbedo является нормальное альbedo A , которое определяется как отношение при $g = 0$ яркости рассматриваемой области, наклоненной к направлению падающих лучей, к яркости поверхности Ламберта, стягивающей такой же телесный угол, как и рассматриваемая область, но ориентированной перпендикулярно направлению на Солнце. Подобно полусферическому альbedo, нормальное альbedo является в основном функцией наклона поверхности. К счастью, фотометрическая функция лунной поверхности обладает таким специфическим свойством, что нормальное альbedo не зависит от направления падения (и наблюдения) лучей, поэтому многие исследователи пользовались именно этой величиной.

1. Альbedo полной Луны

Абсолютная звездная величина Луны является одной из важных астрофизических постоянных. Различие в звездной величине между Солнцем и Луной определяет альbedo Луны. Измерения звездной величины полной Луны были выполнены видными учеными, такими, как Гершель, Целльнер, Пикеринг, Колдер, Кинг,

Никонова и Петтит, использовавшими визуальные, фотографические и фотоэлектрические методы. Критический обзор и переоценка этих наблюдений сделаны Мартыновым [16]. Он дает следующие величины:

$$\begin{aligned} \text{абсолютная визуальная величина Солнца } m_s &= -26,80 \pm 0,03, \\ \text{абсолютная визуальная величина полной Луны } m_m &= \\ &= -12,71 \pm 0,06, \\ m_m - m_s &= 14,09 \pm 0,035. \end{aligned}$$

Используя интегральную фазовую функцию Ружье (разд. II, В), можно оценить значение фазового интеграла для Луны и определить ρ и B . Гаррис [86] дает $q = 0,585$, $\rho = 0,415$ и $B = 0,067$.

К сожалению, остается все же большая неопределенность в значениях звездной величины Луны и ее альbedo. Луну нельзя наблюдать с Земли точно при нулевой фазе, и приведенные выше значения относятся к измерениям, сделанным при фазовых углах больше 1° . Но для малых фазовых углов фазовая функция Луны изменяется крайне быстро с изменением g (так называемый «опозиционный эффект»). Герельс и др. [67], используя благоприятное солнечное затмение, выполнили наблюдения при фазовом угле $0,8^\circ$ и пришли к выводу, что между $g = 5^\circ$ и $g = 0^\circ$ яркость Луны удваивается. Тогда $m_m = -13,35$. Конечно, только наблюдения со спутников позволят окончательно определить точное значение m_m .

Герельс и др. [67] обнаружили различие в 20% между альbedo, определенными ими в 1956 и 1963 гг. Они не смогли объяснить его никакими ошибками в наблюдениях и предположили, что причиной этого различия является люминесценция. Однако это объяснение вызывает сомнение, так как оно требует наличия широкой полосы люминесценции с энергией в 1% солнечной постоянной, что для обычных силикатов физически нереально.

2. Дифференциальное альbedo

Раньше наблюдатели оценивали яркость лунных образований по визуальной шкале Шрётера. Эта шкала непригодна для современных работ из-за ее субъективного характера и недостаточной точности. Первые современные определения альbedo были сделаны Гетцем [68] и Розенбергом [112]. Барабашов [2], используя 10-дюймовый рефлектор, установил с помощью метода фотографической фотометрии, что в полнолуние яркость различных деталей лунной сферы зависит только от типа образования и не зависит от углового расстояния до центра диска. Именно это свойство лунной фотометрической функции делает понятие нормального альbedo таким удобным для лунной фотометрии. Позднее определения

яркости различных лунных образований в полнолуние были выполнены Шароновым, Сытинской и Радловой, применившими для этого визуальное сравнение и фотографическо-фотометрический метод. Сытинская [25] объединила эти наблюдения в каталог, содержащий нормальные альbedo 104 объектов. Фотоэлектрический метод использовали Ван ден Берг [122], Вилдей и Пон [133], Герельс и др. [67]. Ван Диггелен [124] фотографически измерил яркость дна 36 кратеров при $g = 0,7^\circ$ и попытался экстраполировать их к нулевой фазе.

Достаточно беглого взгляда на сильно увеличенную фотографию полной Луны, чтобы обнаружить фотометрическое разнообразие лунной поверхности. Даже на относительно плоских и гладких областях, таких, как моря, имеется множество точек различного альbedo, особенно там, где морскую поверхность пересекают лучевые системы. Это разнообразие наряду с быстрым изменением яркости вблизи нулевой фазы сильно затрудняет детальное сравнение измерений разных авторов. Тем не менее различные значения нормального альbedo оказались в приемлемом количественном согласии друг с другом, за исключением результатов Герельса и др. и Ван Диггелена, которые выше остальных определений из-за того, что приведены к нулевой фазе.

В табл. 1 приведена составленная Сытинской [25] сводка данных о нормальном альbedo (по Шаронову [36]).

Таблица 1

АЛЬБЕДО И ЦВЕТ ЛУННЫХ ОБРАЗОВАНИЙ

| Тип образования | Нормальное альbedo A , % | | Цветовая разность D * | |
|---------------------|----------------------------|-----------|-------------------------|-------------|
| | среднее | пределы | среднее | пределы |
| Моря | 6,5 | 5,1—8,0 | 0,338 | 0,290—0,400 |
| Болота | 9,1 | 8,4—9,5 | 0,349 | 0,312—0,373 |
| Материки | 10,5 | 8,2—12,5 | 0,347 | 0,318—0,385 |
| Дно темных кратеров | 6,5 | 6,0—7,1 | 0,346 | 0,299—0,375 |
| Яркие кратеры | 12,9 | 8,8—17,6 | 0,352 | 0,323—0,380 |
| Лучи | 13,1 | 10,0—16,3 | 0,351 | 0,316—0,338 |

* D — разность показателей цвета Луны и Солнца; в отечественной литературе часто называется избытком цвета. — *Прим. перев.*

Самыми темными областями на Луне оказались области в Океане Бурь с $A = 5,1\%$, самым светлым — дно кратера Аристарх с $A = 17,6\%$. Из-за оппозиционного эффекта значения A в табл. 1 должны быть увеличены, возможно, в 2 раза, хотя этот множитель в настоящее время точно не определен. Сытинская статистически

проанализировала также распределение нормального альbedo и обнаружила, что почти равновероятны все значения A между 7 и 13% и лишь несколько образований имеют A между 5 и 7% и между 13 и 18%.

Б. Цвет

1. Интегральный спектр

Хотя Луна кажется глазу серебристой или серой, точные колориметрические измерения показали, что наш естественный спутник немного краснее Солнца. По данным Рессела [114], показатель цвета Луны равен $+1,18^m$, а разность D между показателями цвета Луны и Солнца составляет от $+0,25$ до $+0,39^m$. Шаронов [35] дает $D = +0,332$.

Обычно D определяется как разность показателей цвета (в смысле «фотографическая величина минус визуальная») для Луны и для Солнца. Для тел с цветом, как у Луны, D фактически тождественно разности между показателями $B - V$. В этой главе обозначение D будет использоваться в обоих случаях. Гаррис [86] приводит значение $D = +0,29^m$. Таким образом, отражательная способность Луны приблизительно на 30% ниже в голубых лучах, чем в зеленых. В табл. 2 приведены значения геометрического альbedo в системе длин волн UVVRI, измеренные фотоэлектрическим методом Гаррисом [86].

Таблица 2

СПЕКТРАЛЬНОЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ АЛЬBEDО ЛУНЫ *

| Длина волны | | $p(\lambda)$, % |
|-----------------|---------------|------------------|
| область спектра | λ , Å | |
| | 3530 | 6,6 |
| B | 4480 | 8,8 |
| V | 5540 | 11,5 |
| R | 6900 | 16 |
| I | 8200 | 17 |

* Данные взяты из работы Гарриса «Интегральная фотометрия и колориметрия планет и спутников» (см. кн. «Планеты и спутники», 1963).

Монотонное изменение альbedo с длиной волны, показанное в табл. 2, по-видимому, продолжается как в далекую ультрафиолетовую, так и в далекую инфракрасную области. Измерения в длинах волн меньше 3000 Å должны выполняться с ракет и спутников, так как необходимо подняться выше слоя озона в земной атмосфере. Такие наблюдения [41, 87] являются еще довольно грубыми,

но все-таки они показывают, что ультрафиолетовое геометрическое альbedo Луны очень низко; вероятно, его значение находится между 1 и 2%. Наблюдения с поверхности Земли в длинах волн больше 0,8 мкм затруднены полосами поглощения H_2O и CO_2

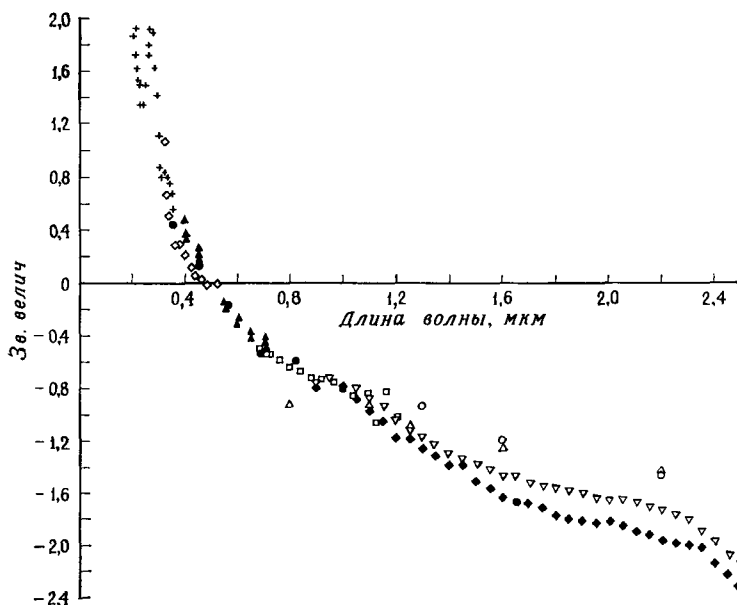


Рис. 1. Отражательный спектр Луны (относительно Солнца), нормированный к нулю при $\lambda = 5000 \text{ \AA}$ [129]. Дополнительные точки, которых нет на рисунке: $m \approx -1,6$ при $\lambda = 3,5 \text{ мкм}$ и $m \approx 0$ при $\lambda = 8 \text{ мкм}$. Различные значки обозначают данные различных авторов: \circ Байндер и др. [44], ИК; \bullet Гаррис [86], видимая область; $+$ Лебединский и др. [11, 12], УФ; \triangle М. Марков и Хохлова [15], Мороз [18], ИК; \blacktriangle Петрова [22], видимая область; \diamond Стейр и Джонстон [117], УФ; \square Талл [118], ИК; ∇ и \blacklozenge Ваттсон и Даниельсон [125], ИК.

в тропосфере; правда, некоторые данные все же были получены [18, 44]. Ваттсон и Даниельсон [125] измерили на высотном аэростате «Стратоскоп-II» инфракрасную отражательную способность Моря Спокойствия и опубликовали детальный спектр. На длинах волн больше 2,5 мкм становится значительной тепловая эмиссия с лунной поверхностью, и отражательная способность в этом диапазоне известна плохо.

Марков и Хохлова [15] по наземным наблюдениям оценили, что геометрическое альbedo на λ 3,5 мкм приблизительно равно 43%. Они высказали также мысль, что, поскольку излучение в интервале 8—14 мкм по закону Кирхгофа составляет около 90%, отражательная способность должна быть порядка 10%, и в спектре отражения между 3,5 и 8 мкм должны быть один или несколько максимумов.

Уэллс [129] собрал всю имеющуюся информацию о спектре Луны; его результаты показаны на рис. 1. Оба конца спектра на рис. 1 отчасти условны, и яркость, возможно, завышена в далекой инфракрасной области и занижена в далеком ультрафиолете. Вероятные ошибки 0,2^m или больше. Чтобы привести данные наблюдений к полнолунию, предполагалось, что Луна имеет для всех длин волн такую же фазовую функцию, как в видимой области, хотя некоторые теоретические и наблюдательные данные (разд. II, В и III, А) свидетельствуют о том, что фотометрическая функция с уменьшением длины волны может становиться более остроконечной. При построении рис. 1 предполагалось также, что малое различие цветов, наблюдаемое в видимых лучах, сохраняется в ультрафиолетовой и инфракрасной областях.

Лунный спектр почти лишен полос, которые могли бы дать информацию о составе Луны. Стейр и Джонстон [117] полагали, что они обнаружили полосу на λ 3800 Å; данные Гарриса [86], Мороза [18] и Ваттсона и Даниельсона [125] указывают на наличие некоторой детали в окрестности 1 мкм. Эти полосы, если они реальны, говорят о присутствии в лунных силикатах ионов железа. На космическом аппарате «Зонд-3» был измерен слабый максимум вблизи 2450 Å [12]. Уже упоминались максимумы в далекой инфракрасной области, на которые указывали Марков и Хохлова [15]; ни один из них не был отождествлен.

2. Цветовые различия

В телескоп Луна имеет однородный коричнеvато-серый оттенок и почти лишена цветовых различий. Фирсов [63] утверждал, что он может различить весьма яркие цвета во многих областях лунной поверхности, но это впечатление субъективно и трудно оценимо. Многие наблюдатели способны видеть только слабые цветовые различия, например то, что светлая внутренняя часть Моря Ясности краснее, чем темная краевая.

Первые количественные измерения цветовых различий на Луне были сделаны Вильзингом и Шайнером [135]. Их наблюдения установили, что материки немного краснее морей. Барабашов [3] измерил цвета 46 участков лунной поверхности методом трехцветной фотографической фотометрии. Его результаты показали,

что изменения цвета ΔD от места к месту не превышают 0,25—0,30. Позднее Барабашов и Чекирда [6] расширили эти измерения до 72 областей с пятью фильтрами; их результаты, по-видимому, подтверждают предыдущую работу Барабашова. Барабашов [4] обобщил и критически рассмотрел все значительные советские работы по лунной колориметрии, выполненные в течение последних 40 лет.

Некоторая трудность при измерениях цвета методом фотографической фотометрии с фильтрами возникает из-за неоднородности альbedo лунной поверхности. Небольшие ошибки в отождествлении областей на различных фотографиях могут привести к появлению фиктивных цветов, которые на самом деле обусловлены различиями в альbedo. Исследователи, использовавшие другие методы, обычно получали более слабые цветовые различия; следовательно, такие ошибки действительно могут иметь место. Кроме того, сравнение различных цветовых каталогов показывает, что они весьма слабо согласуются между собой. Фесенков [32] и Шаронов [38] использовали для визуальной фотометрии фотометр с синим клином. Максимальное изменение D , обнаруженное Шароновым, было равно $\Delta D = 0,11$. Койн [49] для измерения цветовых различий между разными областями использовал фотографическую спектрофотометрию. Для большинства площадок различия были менее 0,10, но две небольшие области в окрестности Моря Кризисов различались по цвету на $\Delta D = 0,15$. Фотоэлектрические методы применяли Герельс и др. ([67], 13 участков), Ван ден Берг ([122], 14 участков), Вилдей и Пон ([133], 29 участков) и Койн ([50], 36 участков). Хорошее согласие результатов наблюдается у последних четырех групп наблюдателей, которые обнаружили, что максимальный диапазон изменения D приблизительно равен $\Delta D = 0,08$.

Тейфель [29], используя дисперсионный фотографическо-спектрофотометрический метод, измерил в диапазоне 3900—6200 Å спектр 90 площадок Луны относительно опорной области в Море Паров. Для большинства площадок цветовые различия не превышают 0,10, однако он обнаружил несколько пятен, цвет которых отличается от среднего цвета Луны почти на 0,20. Цветовые измерения проводили также Миронова [17] и Сергеева [24], в основном с такими же результатами.

Радлова и Шаронов [23] исследовали способность глаза различать цвета при наблюдениях Луны с синим клином. Они обнаружили, что цветовые отличия в $0,01^m$ необнаружимы, но цветовые различия в $0,10^m$ легко наблюдать. Поскольку на Луне цвета лежат у границы различимости, они пришли к выводу, что диапазон лунных значений ΔD меньше 0,10. Это заключение, по-видимому, подтверждается фотоэлектрическими наблюдениями, хотя

работы Тейфеля [29] и Койна [49] показывают, что, возможно, существует несколько областей ограниченного размера с большими цветовыми контрастами.

Неоднократно пытались получить цветную фотографию Луны. Мите и Зигерт [97] сфотографировали Луну в красных и ультрафиолетовых лучах, совместили оба изображения, отпечатав красную фотографию оранжевой, а ультрафиолетовую — зеленой. В результате получилось удивительное фотографическое изображение Луны с отчетливыми цветовыми контрастами. На нем хорошо видно, что материки, Море Влажности, часть Моря Дождей и Моря Ясности краснее, чем Море Спокойствия. У. Райт [141] опубликовал фотографии Луны в ультрафиолетовых и инфракрасных лучах, из которых видно, что такие районы, как Море Ясности и Море Дождей, обладают гораздо большими контрастами в инфракрасной области, чем в ультрафиолетовой. Барабашов [4] сфотографировал Луну на цветную фотоэмульсию. Уиткер [132] опубликовал несколько интересных цветных контрастных фотографий Луны. Он наложил позитивное изображение Луны, полученное в инфракрасных лучах, на негативное изображение ее в ультрафиолетовых лучах. Плотность пластинок была тщательно подобрана таким образом, что, если бы Луна была бесцветна, изображение получилось бы однородно серым. Поэтому изменения яркости на отпечатке были обусловлены только цветовыми контрастами. Изображение ясно показывает покраснение лучевых систем вокруг кратеров Коперник и Аристарх относительно остальной части Моря Дождей.

Все фотографические методы имеют общий недостаток, состоящий в том, что различия в альбедо и цвете влияют на изображение, поскольку чувствительность эмульсии различна в разных лучах. Поэтому многие цвета, видимые на этих изображениях, могут быть ложными, особенно у наиболее слабо выраженных образований. Однако определенное сходство между различными фотографиями и согласие их с результатами количественных измерений указывает на то, что фотографический метод, вероятно, изображает лунные цветовые различия с достаточной степенью достоверности.

Обнаруживается некоторая зависимость цвета от типа местности, хотя корреляция эта не очень строгая. В общем материки и лучи бывают красноватыми, а моря — более синими. В табл. 1 приводятся избытки цвета D для различных типов лунных образований, согласно данным Шаронова [38]. Из этой таблицы видно, что диапазон цветов внутри одной и той же группы деталей так же велик, как и цветовые различия между группами.

Имеется также некоторая корреляция между цветом и альбедо: чем ярче образование, тем оно краснее. Однако это правило так же

часто нарушается, как и выполняется. Более яркие материк и лучи, как правило, действительно краснее темных морей [49]. С другой стороны, Тихо, светлый молодой кратер, почти такого же цвета, как Море Дождей, темная, более старая область [122].

На цветокоонтрастной фотографии Уитекера лучи Коперника имеют почти такой же цвет, как дно Залива Радуги. Фотоэлектрические измерения Вилдея и Пона обнаруживают слабую корреляцию яркости и цвета, а диаграмма Шаронова [38], показывающая зависимость A от D , имеет очень большой разброс точек. Однако соотношение цвет — альbedo может выдерживаться внутри малых областей; Ван ден Берг [122] одновременно измерил цвета и яркости малого участка Луны к северу от Шрётера и обнаружил между ними строгую корреляцию.

В. Изменения яркости

Необычный характер зависимости интенсивности отраженного Луной солнечного света от фазового угла дает ключ к пониманию природы мелкомасштабной структуры лунной поверхности. Некоторые особенности лунной фотометрической функции известны уже несколько столетий. Галилей в своем «Диалоге о двух главнейших системах мира» анализировал отсутствие потемнения к лимбу в полнолуние и объяснял это неровностью лунной поверхности. Вторая особенность лунного закона отражения, сильное обратное рассеяние, с очевидностью следует из наблюдений: Луна в 10 раз ярче в полнолуние, чем в четверти.

1. Интегральная фазовая функция

Гершель, вероятно, одним из первых измерил количественно изменение яркости Луны с фазовым углом. Более поздние наблюдения выполнили Бонд, Целльнер, Пикеринг, Стеббинс и Браун, а также Вислиценус. Однако эти исследователи не учитывали атмосферное поглощение. Рассел [114] вновь обработал результаты их наблюдений и опубликовал фазовую кривую, которая впоследствии широко использовалась. Ружье [113] выполнил серию фотоэлектрических определений лунной фазовой функции с точностью $\pm 0,05^m$. Его кривая, вероятно, является самой точной из имеющихся в настоящее время. Фазовая функция Ружье приведена в табл. 3 (в исправленном варианте Ван Диггелена [123]) и изображена на рис. 2.

Имеется слабая асимметрия между значениями до и после полнолуния, что, вероятно, отражает небольшие фотометрические

различия между морскими и материковыми областями, так как материки преобладают в восточной полусфере Луны, а моря — в западной.

Измеряя яркость лимба Луны, Данжон [51] обнаружил, что освещенный серп Луны меньше, чем это следует из геометрических соображений, и он исчезает, когда угловое расстояние Луны от Солнца меньше 7° . По-видимому, этот эффект обусловлен

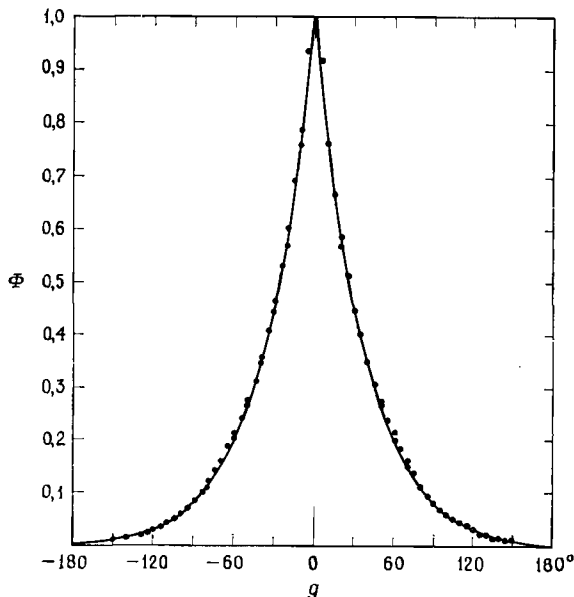


Рис. 2. Интегральная фазовая функция Луны. Точки — данные Ружье [113]; кривая — теоретически рассчитанная функция Хапке [74].

изрытостью лунного грунта, а не тем, что освещенный Солнцем серп становится невидимым, так как попадает в солнечный ореол, создаваемый рассеянием света в земной атмосфере. Однако Кумен и др. [91], используя коронограф, поднятый на ракете на высоту 110 км, сфотографировал Луну при элонгации 2° и обнаружил, что серп отлично виден.

Таблица 3
ИНТЕГРАЛЬНАЯ ФАЗОВАЯ ФУНКЦИЯ ЛУНЫ

| Фазовый угол | Перед полнолунием | После полнолуния |
|--------------|-------------------|------------------|
| 0° * | 1,00 | 1,00 |
| 10 | 0,787 | 0,759 |
| 20 | 0,603 | 0,586 |
| 30 | 0,466 | 0,453 |
| 40 | 0,356 | 0,350 |
| 50 | 0,275 | 0,273 |
| 60 | 0,211 | 0,211 |
| 70 | 0,161 | 0,156 |
| 80 | 0,120 | 0,111 |
| 90 | 0,0824 | 0,0780 |
| 100 | 0,0560 | 0,0581 |
| 110 | 0,0377 | 0,0405 |
| 120 | 0,0249 | 0,0261 |
| 130 | 0,0151 | 0,0158 |
| 140 | | 0,0093 |
| 150 | | 0,0046 |

* Не точно нулевая фаза.

2. Дифференциальная фазовая функция

Фактор светлоты, или яркости, r некоторого участка поверхности планеты можно записать в виде

$$r = A\varphi(i, e, g), \quad (3)$$

где r — отношение яркости исследуемой области к яркости экрана Ламберта, расположенного нормально к падающим лучам; A — нормальное альbedo области; i — угол между падающими лучами и нормалью к поверхности; e — угол наблюдения; g — фазовый угол; φ — известная фотометрическая функция поверхности. По определению $\varphi = 1$ при $g = 0$. Используя соотношения

$$\cos e = \cos \beta \cos \alpha \quad \text{и} \quad \cos i = \cos \beta \cos(\alpha + g), \quad (4)$$

где α и β — соответственно яркостные долгота и широта, фактор яркости можно выразить как

$$r = A\varphi(\alpha, \beta, g). \quad (5)$$

В 1895 г. Вислиценус (см. [136]), используя визуальный метод, провел первые измерения изменения яркости лунных поверхностных образований. Барабашов [2], также применив визуальный метод, установил, что яркость любой морской области достигает максимума в полнолуние и не зависит от углового расстояния от центра диска, а различия в яркости между отдельными деталями определяются только различиями в альбедо. А. Марков [13] распространил этот закон на все лунные структуры. Эпик [105], используя фотографическую фотометрию, показал, что φ одинаково для всех областей Луны. Большие ряды измерений выполнили многие ученые, в том числе Фесенков и др. ([33], фотографический метод), Беннет ([43], фотографический), Сытинская и Шаронов ([28], визуальный), Федорец ([31], фотографический), Ван Диггелен ([123, 124], фотографический), Вилдей и Пон ([133], фотоэлектрический), Герельс и др. ([67], фотоэлектрический) и Барабашов и др. ([9], фотографический метод). Каталог Федорец, состоящий из 172 областей, является особенно ценным источником информации. Герельс и др. измерили изменение интенсивности и поляризации в пяти областях спектра для 13 участков, что дало важную информацию об изменении лунных оптических свойств с длиной волны. В работах последних авторов и Ван Диггелена [124] особенно интересны измерения, относящиеся к малым фазовым углам. Барабашов и др. [9] изучали районы лимба. Анализ имеющихся данных был выполнен Орловой [20, 21] и Миннартом [99]. Миннарт использовал некоторую общую симметрию законов отражения, чтобы получить среднюю лунную фотометрическую функцию; его статья является блестящим обзором всех данных вплоть до 1961 г.

Одним из странных результатов, полученных Федорец, было то, что интенсивность света, отраженного от некоторых ярких кратеров, достигала максимума при углах в несколько градусов после полнолуния, что кажется нарушением правила Барабашова. Однако Герельс и др., а также Вилдей и Пон тщательно исследовали этот эффект фотоэлектрическим методом и не смогли его подтвердить. Упомянутое аномальное фазовое запаздывание сомнительно и, возможно, возникает от передержки фотографических пластинок или других факторов, связанных с использованием фотографической фотометрии.

Ван Диггелен [123] сравнил свои наблюдения с результатами предшествующих работ и обнаружил в общем удовлетворительное согласие. Анализ всех данных показывает, что лунная поверхность обладает следующими фотометрическими свойствами:

а) Для образований одного и того же типа яркость в полнолуние одинакова для всех областей Луны. Таким образом, нормальное альбедо A не зависит от i и e , а зависит только от типа местно-

сти, являясь независимым коэффициентом при определении g в уравнениях (3) и (5).

б) Все области без исключения имеют максимальную яркость в полнолуние. Это правило особенно поразительно для краевых районов диска Луны: например, яркость области на западном лимбе, как это видно с Земли, за несколько часов увеличивается почти от нуля в местный рассвет до максимальной интенсивности в полнолуние.

в) Если исключить различия в альbedo, изофоты для любой фазы приблизительно следуют меридианам. Таким образом, фотометрическая функция φ не зависит от яркостной широты β .

г) Все образования с одинаковой долготой характеризуются сходными значениями фотометрической функции, хотя различия, связанные с местными условиями, все же существуют. Фотометрические функции морей и особенно лучей имеют несколько более острые максимумы, чем у материков. В то же время фотометрические функции лучей и некоторых ярких кратеров почти не отличаются от функций других типов лунных поверхностных образований; лучи выделяются в полнолуние только благодаря тому, что их яркостная кривая немного уже и более заострена.

д) Яркость всех областей до (или после) полнолуния увеличивается (или уменьшается) быстрее, чем по линейному закону; таким образом, соответствующие кривые всегда вогнуты кверху и пересекаются в полнолуние. Такое поведение кривых характеризует свойство лунного закона отражения, называемое *обратным рассеянием*. Для области вблизи центра лунного диска яркость при $g = 30^\circ$ составляет примерно половину яркости при $g = 5^\circ$. Для области с $\alpha = 60^\circ$ яркость при $g = 60^\circ$ равна приблизительно 40% яркости при $g = 5^\circ$, а при $g = 120^\circ$ — около 15% яркости при $g = 5^\circ$. Хапке [78] ввел коэффициент обратного рассеяния B_S , определяемый как отношение яркости поверхности при $\alpha = 60^\circ$ и $g = 60^\circ$ к яркости при $\alpha = 60^\circ$, $g = 5^\circ$. Для Луны B_S изменяется от 32 до 48%.

Для области на западном лимбе закон обратного рассеяния означает, что интенсивность отраженного к Земле света быстро уменьшается после полнолуния, хотя количество энергии, падающей на единицу площади в этом районе, увеличивается пропорционально $\cos i$; в четверти яркость значительно меньше половины яркости в полнолуние, хотя интенсивность падающего солнечного света больше на порядок величины. Подобным же образом яркость областей в высоких широтах сильно изменяется вблизи полнолуния, хотя изменения i и e бесконечно малы. Очевидно отсутствие сходства между лунным законом обратного рассеяния и любым законом диффузного и ламбертовского отражения, в котором яркость поверхности пропорциональна $\cos i$.

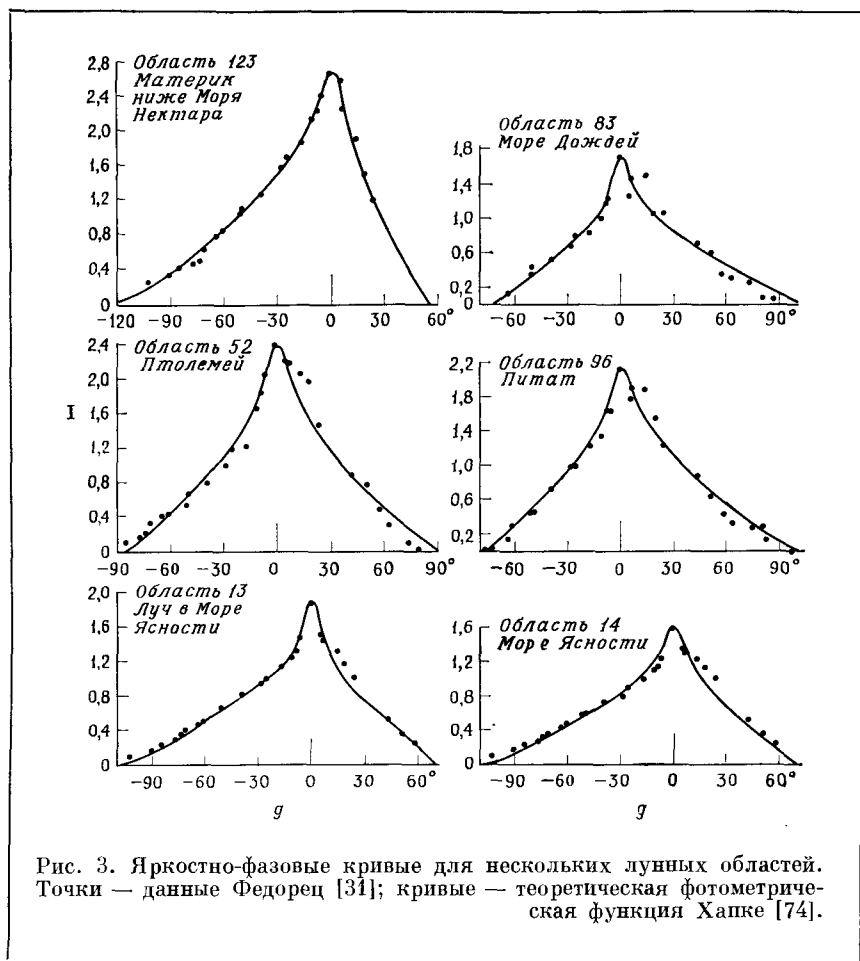


Рис. 3. Ярочно-фазовые кривые для нескольких лунных областей. Точки — данные Федорев [31]; кривые — теоретическая фотометрическая функция Хашке [74].

е) Скорость увеличения яркости особенно велика при малых фазовых углах. Это правило известно как *опозиционный эффект* и, по-видимому, имеет иное объяснение, чем эффект обратного рассеяния. Между $g = 5^\circ$ и $g = 1,5^\circ$ яркость увеличивается на 15—20%, а между $g = 1,5^\circ$ и $g = 0,8^\circ$ она растет еще на 10—15%. Общее увеличение яркости между $g = 5^\circ$ и $g = 0^\circ$ может достигать 50—100% *).

*) По данным работ Вилдея и Пона (см. *Astrophys. J.*, 157, № 3, part 2, L193—L195, 1969; *Astrophys. J.*, 158, № 2, part 2, L129—L130, 1969), использовавших результаты исследований «Аполлонов» 8 и 11, величина яркостной

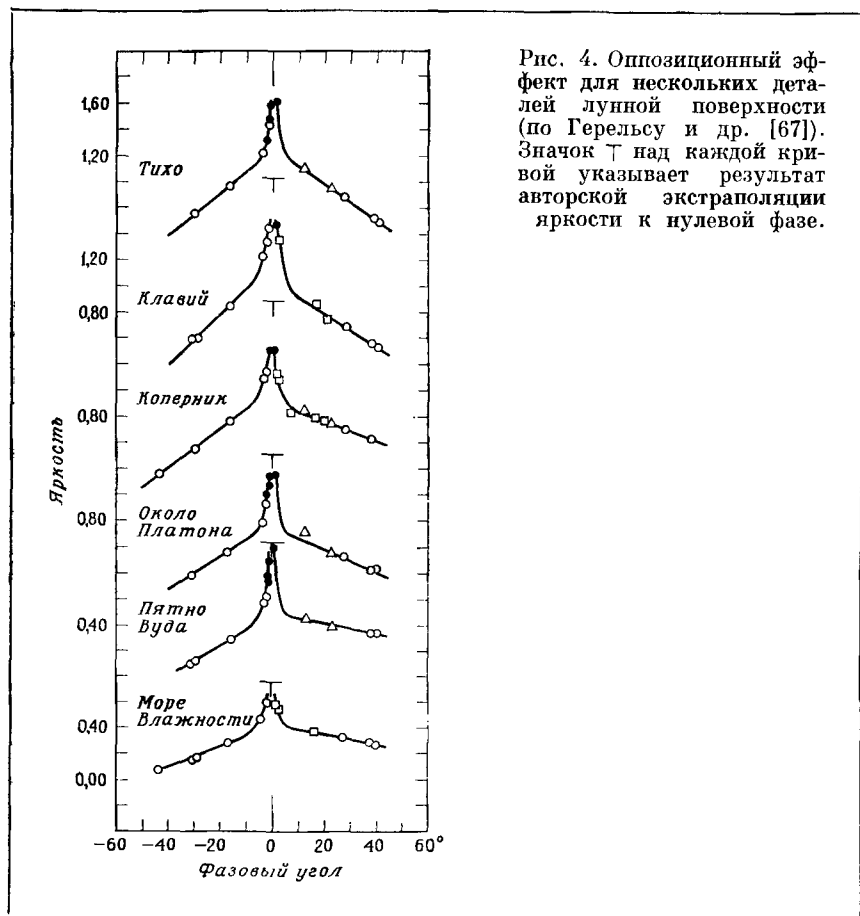


Рис. 4. Оппозиционный эффект для нескольких деталей лунной поверхности (по Герельсу и др. [67]). Значок Т над каждой кривой указывает результат авторской экстраполяции яркости к нулевой фазе.

На рис. 3 и 4 даны яркостно-фазовые кривые для нескольких областей. Средние лунные кривые для четырех серпов при разных долготах приведены на рис. 5.

Герельс и др. [67] обнаружили, что Луна становится несколько более красноватой по мере отклонения фазы от полнолуния. Таким образом, пик обратного рассеяния шире в красных лучах, чем в голубых. По их данным, $(B - V) = (+0,838 \pm 0,002) + (0,0017 \pm 0,0002) |g|$, где g выражено в градусах.

волны вблизи нулевой фазы коррелирует с литологическими свойствами поверхности и составляет 7% (от фазы $1,5^\circ$ к фазе 0°) для морских областей и 19% для материковых.— Прим. перев.

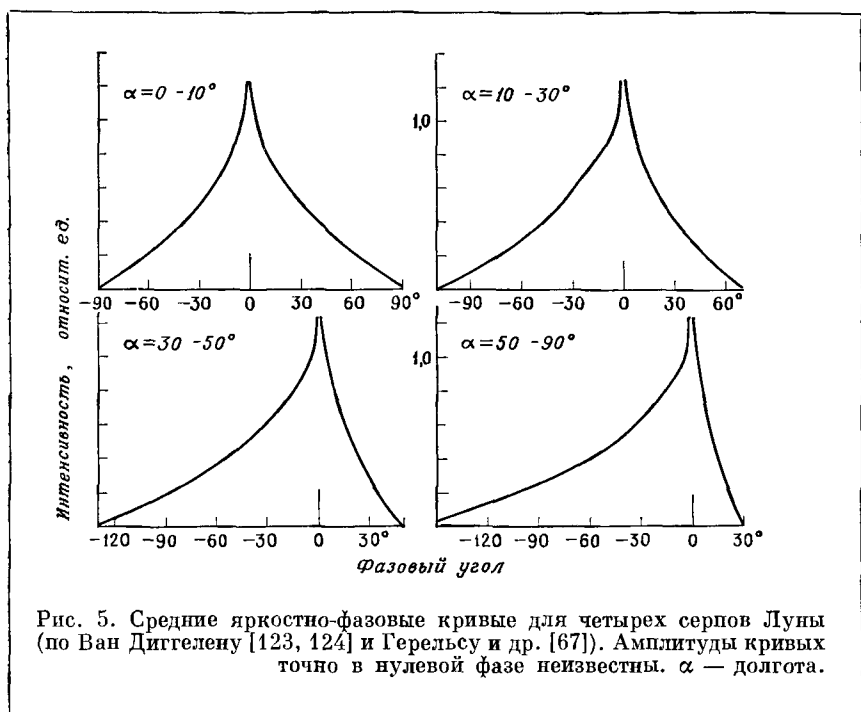


Рис. 5. Средние яркостно-фазовые кривые для четырех серпов Луны (по Ван Диггелену [123, 124] и Герельсу и др. [67]). Амплитуды кривых точно в нулевой фазе неизвестны. α — долгота.

Г. Поляризация

Первые измерения поляризации солнечного света, отраженного поверхностью Луны, выполнены в 1811 г. Араго [42], который был также пионером в изучении поляризации света неба. Араго установил, что максимум поляризации достигается вблизи квадратур и что моря имеют более высокую поляризацию, чем материк. Позже такие исследования проводили Секки, Росс, Ландерер и Барабашов (сводка дана Лио [92]), но согласие между их результатами было слабое. Первые детальные и точные измерения поляризации лунного света выполнил Лио [92], и его работа стала классической для изучения поляризации света, отраженного Луной и планетами. Ф. Райт [138, 139] получил кривые поляризации для ряда лунных районов. Позднее аналогичные наблюдения провели Дольфюс [54] и Джапиашили [10]. Герельс и др. [67], как и Дольфюс [55], измерили фотоэлектрическим методом зависимость поляризации от длины волны для нескольких областей Луны. Ряд наблюдений советских исследователей обсуждается в работе А. Маркова [14].

Лио [92] изобрел поляриметр, в котором изображение участка лунной поверхности можно наблюдать визуально. Частично поляризованный свет, проходя через прибор, вызывает появление на изображении интерференционных полос. Вводя калиброванную компенсационную пластинку, можно заставить полосы исчезнуть, и, таким образом, можно обнаруживать поляризацию до 0,1%. Вводя пластинку в четверть волны, можно было измерить эллиптическую поляризацию, однако эллиптическая компонента в лунном свете не была обнаружена: верхний предел эллиптичности, согласно Лио, равен $1/80$ *).

Лио установил, что поляризация лунного света линейна, направление колебаний электрического вектора либо перпендикулярно, либо параллельно плоскости зрения (плоскость, образованная падающим и отраженным лучами). Этот любопытный факт (ибо существуют две другие плоскости, имеющие отношение к данному явлению: плоскости падения и наблюдения), к счастью, значительно упрощает представление поляризационных данных. Следуя Араго, Лио определил степень поляризации как

$$P = (I_1 - I_2)/(I_1 + I_2), \quad (6)$$

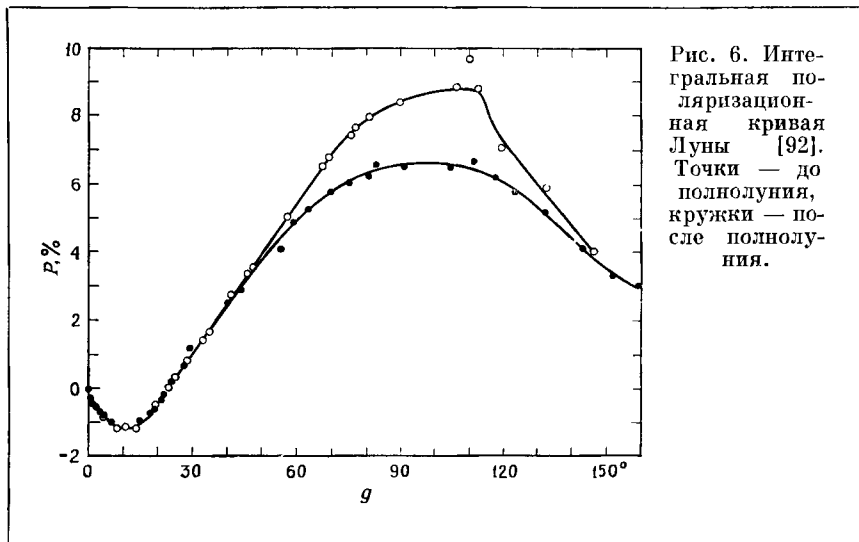
где I_1 — интенсивность света с колебанием электрического вектора перпендикулярно плоскости зрения и I_2 — интенсивность света с колебанием параллельно плоскости зрения.

1. Интегральный свет

На рис. 6 изображена кривая поляризации, полученная Лио для интегрального света Луны в функции фазового угла. В полнолуние поляризация равна нулю. При увеличении фазового угла наблюдается небольшая отрицательная поляризация (плоскость колебаний электрического вектора лежит в плоскости зрения). Отрицательная поляризация увеличивается до максимума в 1% при $g = 11^\circ$, а затем уменьшается, становясь равной нулю при $g = 23,5^\circ$. Затем плоскость колебаний электрического вектора поворачивается перпендикулярно плоскости зрения, а степень поляризации начинает возрастать, становясь положительной. Она имеет широкий максимум при фазовых углах приблизительно $100-110^\circ$ и затем снова уменьшается. Кривые почти идеально симметричны для положительных и отрицательных фазовых углов, если не говорить о высоте положительного максимума, который

* По данным Ю. Н. Липского и М. М. Поспергелиса [Астрон. ж., 44, № 2, 410—412 (1967)], эллиптичность поляризации лунного света составляет тысячные доли процента и меняет знак при изменении знака разности азимутов между падающим и отраженным лучами.— *Прим. перев.*

равен 6,6% для растущей и 8,8% для убывающей Луны; это различие, без сомнения, обусловлено тем, что в западном полушарии Луны моря занимают большую часть освещенной области, чем в восточной. Отрицательная ветвь поляризационной кривой одинакова для положительных и отрицательных фаз. Степень поляризации, вероятно, остается положительной для больших фазовых



углов и становится равной нулю при $g = 180^\circ$, хотя для фазовых углов больше 160° данных о поляризации не имеется.

Следует отметить, что свет, зеркально отраженный от плоской поверхности по закону Френеля, всегда будет положительно поляризован, так как коэффициент отражения Френеля для I_1 больше, чем для I_2 . Поэтому существование отрицательной поляризации лунного света говорит о том, что в рассеянии света от лунной поверхности участвует не только зеркальное отражение, но и другие процессы; этот вывод вытекает также из свойств лунной фотометрической функции.

2. Дифференциальная поляризация

Точки на рис. 6 можно также рассматривать как поляризационную кривую типичного района Луны. По данным Лио, поляризационные кривые всех областей лунной поверхности похожи, поляризация не чувствительна к изменениям i и e и зависит почти исключительно от g . Плоскость поляризации при данной фазе оди-

накова для всех участков и с точностью до $0,5^\circ$ либо параллельна, либо перпендикулярна плоскости зрения. Отрицательная ветвь поляризационной кривой фактически идентична для всех лунных образований. Отрицательный максимум изменяется от $P = -0,95$ до $P = -1,25\%$ при изменении g от 9 до 11° . Инверсия происходит около значений g от $22^\circ 40'$ до $23^\circ 35'$. Никакой существенной зависимости от альбеда или типа структуры не было замечено.

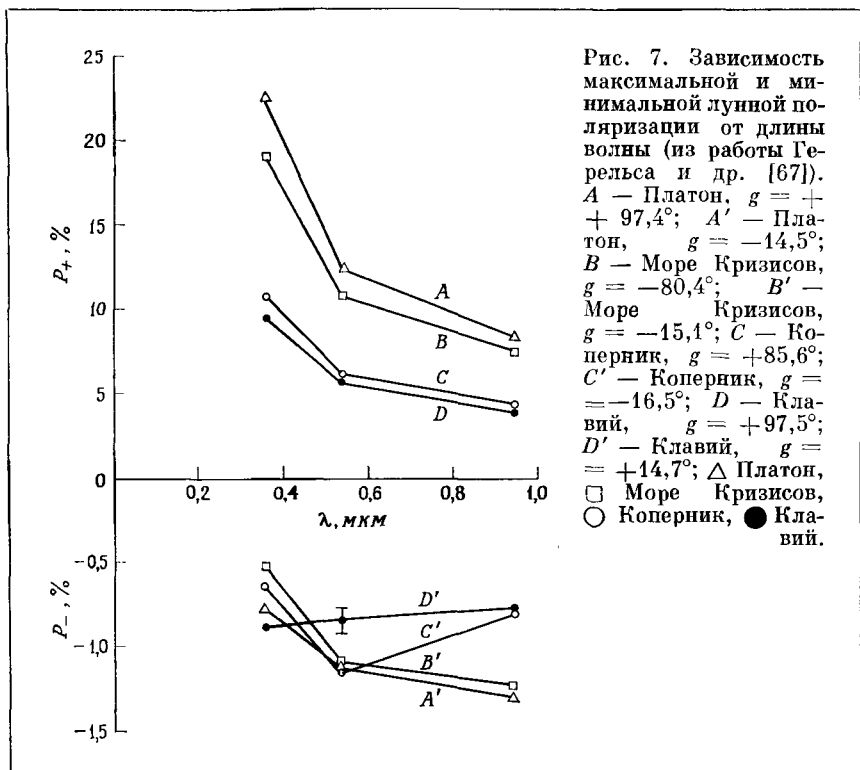
Положительная ветвь поляризационной кривой показывает отчетливую зависимость от альбеда: чем ярче образование, тем ниже максимум положительной поляризации. Максимум P для материков лежит в диапазоне от $6,5$ до $7,5\%$, а для морей — от 12 до 16% . Наблюдалось несколько участков с максимумом в области $7,5 < P < 12\%$. Самую низкую поляризацию имеет район белого пятна в Фурнерии: $P = 4,8\%$. Самая высокая поляризация — у темного пятна между Эратосфеном и Мёстингом: $P = 17,0\%$. Изменения поляризации от места к месту нерегулярны в морях и сглажены в материковых районах. По данным Райта и др. [140], значение фазового угла, при котором достигается максимум, несколько зависит от альбеда или типа местности, хотя это довольно трудно определить из-за большой ширины экстремума. Высокий максимум для темных морей, видимо, сдвигается к большим фазовым углам по сравнению с низким максимумом для ярких горных районов.

Поляризация не зависит от i , за исключением случая почти скользящего падения лучей вблизи терминатора, где иногда наблюдается внезапное возрастание поляризации до 50% . Мала зависимость и от e , кроме скользящих углов рассеяния; для них в полнолуние на лимбе наблюдается малая степень поляризации ($P < 0,2\%$) при электрическом векторе, параллельном лимбу.

В противоположность наблюдениям Лио, Джапиашвили [10] обнаружил, что поворот плоскости поляризации вблизи угла инверсии происходит не мгновенно, а охватывает конечную область углов шириной около 20° . Однако аппаратура Джапиашвили имела приблизительно 4% паразитной поляризации, которая могла повлиять на его наблюдения. Герельс и др. [67] специально исследовали этот эффект и не смогли его подтвердить.

Герельс и Теска [66], Герельс и др. [67] и Дольфюс [55] показали, что поляризация сильно зависит от длины волны. Положительная поляризация для данного участка поверхности уменьшается с увеличением длины волны. Аналогичные изменения наблюдались Дольфюсом [54] для пепельного света. Поскольку альbedo Луны увеличивается с длиной волны, влияние цвета согласуется с влиянием альбеда (с ростом альбеда поляризация уменьшается) и, возможно, оба эффекта возникают по одной причине.

Отрицательная ветвь кривой поляризации, по-видимому, растет с длиной волны, хотя и слабо зависит от альбеда. Таким образом, отрицательная и положительная ветви, возможно, обусловлены разными причинами. Наблюдательные данные для зависимости



отрицательной поляризации от длины волны не так определены, как для положительной, хотя наблюдения Аврамчука [1] в основном согласуются с результатами Герельса и др. Зависимость поляризации от длины волны проиллюстрирует рис. 7 *).

3. Деполяризация

Степень деполяризации света, производимой лунным грунтом, была определена Дольфюсом [54] по измерениям поляризации освещенной Землей части Луны. Поскольку фазовый угол для

* Подробнее об исследованиях зависимости поляризации от длины волны см. в обзорной статье Л. Н. Бондаренко [Астрон. вестник, II, № 4 (1968)]. — Прим. перев.

пепельного света всегда равен нулю, его степень поляризации при любой фазе Луны должна составлять определенную часть от степени поляризации интегрального солнечного света, отраженного Землей. Дольфюс обнаружил, что поляризация пепельного света равна нулю вблизи новолуния и достигает максимума приблизительно в 11% при $g = 83^\circ$. Он измерил поляризацию света, отраженного Землей, во время запусков воздушных шаров и установил, что большая часть поляризации обусловлена релеевским рассеянием в атмосфере, а свет, отраженный от Земли или облаков, поляризован слабо. При $g = 90^\circ$ степень поляризации земного света равна $P \approx 33\%$. Дольфюс определил коэффициент остаточной поляризации для лунной поверхности как

$$R = P_{\text{отр}}/P_{\text{пад}} \quad (7)$$

Средняя величина R для Луны при $g = 0$ составляет $R = 0,33$. Дольфюс измерил R для различных лунных областей и нашел, что R уменьшается с увеличением альбеда A , т. е. ведет себя так же, как положительная ветвь кривой поляризации.

Д. Обсуждение оптических свойств и их взаимосвязи

В предыдущих разделах этой главы были детально описаны различные лунные оптические свойства. Теперь полезно обобщить эти характеристики и рассмотреть связи между ними. Существование таких связей показывает, что оптические свойства Луны зависят друг от друга и что удовлетворительная модель лунной поверхности должна учитывать все эти свойства и их взаимоотношения. Но соотношения оптических свойств таковы, что построение зависимости одной характеристики от другой дает не однозначную кривую, а поле значений. Очевидно, местные факторы оказывают некоторое влияние на лунные оптические свойства.

Наиболее удивительным свойством оптических характеристик Луны является их универсальность. На Луне неизвестно ни одной аномальной области. Хотя не все участки лунной поверхности подвергались количественным измерениям, достаточно посмотреть в телескоп, чтобы установить ее фотометрическую однородность. Любая область с высоким альбедо или резко отличным цветом была бы немедленно замечена. Кроме того, если бы некая деталь обладала отличным типом фотометрической функции, это было бы выявлено по изменению ее яркости в сравнении с окружающей местностью. Например, если бы какое-то образование в западной части Луны отражало свет не по закону обратного рассеяния, а диффузно, то между полнолунием и третьей четвертью оно увеличивало бы свою яркость, в то время как окружающая поверх-

ность становилась темнее. Другие примеры также очевидны. Поляриметры, использованные Лио и Дольфюсом, позволили визуально обследовать поверхность Луны, и любая область с аномальным ходом поляризации была бы легко замечена. Даже поляризация областей с крутыми склонами, таких, как Прямая Стена или внутренние валы некоторых кратеров, не отличается от других лунных районов [54].

Каждое количественное измерение лунных оптических свойств обычно охватывает область площадью в несколько сотен квадратных километров, и поэтому результаты могут быть сильно осреднены. Но и визуальные наблюдения с разрешением до 500 м не показали каких-либо существенных различий в оптических свойствах. Лунное обратное рассеяние, вероятно, является редким свойством, которым обладает очень мало веществ; материал, обуславливающий это свойство, должен покрывать почти всю поверхность Луны и иметь очень малую примесь более обычного (по земным стандартам) вещества.

В общем различия оптических свойств, их изменения и связи между ними можно подытожить следующим образом:

Моря и днища темных кратеров имеют тенденцию к более низким альбедам, менее красным цветам, более резким пикам обратного рассеяния, более высокой положительной поляризации и неправильным изменениям поляризации от места к месту.

Материки характеризуются более высокими альбедами, более красным цветом; кривые обратного рассеяния шире, а значения положительной поляризации и ее пространственные изменения меньше.

Лучи и яркие кратеры обладают самыми высокими альбедами, более красным цветом, самыми резкими пиками обратного рассеяния и малыми значениями положительной поляризации.

III. Интерпретация

А. Экспериментальные исследования

Оптические свойства лунной поверхности, описанные в предыдущих разделах этой главы, сильно отличаются от характеристик обычных земных материалов, с которыми встречается астроном или геолог. Благодаря этому различию оказалось возможным изучать с Земли гораздо меньшие детали лунной поверхности, чем допускает разрешение телескопа. Процесс отражения от шероховатой поверхности настолько сложен, что только недавно эта важная проблема классической физики стала проясняться. Около ста лет назад русский астроном Ф. Ф. Петрушевский (см. [37]) сформу-

лировал «План физического изучения поверхности Луны». Петрушевский предложил расширить топографические исследования Луны, которые уже тогда проводились весьма детально, включив в них количественные фотометрические, спектральные и поляриметрические наблюдения лунной поверхности. Он подчеркнул, что эти наблюдения должны дополняться детальным изучением земных горных пород и минералов как в их чистом виде, так и при самых разнообразных условиях, в которых они встречаются на Земле. Однако по иронии судьбы замечательная и многообещающая программа Петрушевского начала успешно воплощаться в жизнь лишь незадолго до того, как технические достижения сделали возможным непосредственное изучение лунного грунта.

В так называемой классической модели Луны предполагается, что лунные кратеры имеют вулканическое происхождение, а моря — это огромные поля лавы. Из этой модели естественно следует, что оптические свойства Луны обусловлены разрушенными оплавленными обломками, подобными тем, что широко встречаются на поверхностях земных лавовых потоков. Такого объяснения оптических свойств придерживались многие исследователи Луны, хотя многие аргументы свидетельствовали против него, и только недавно фотографии, переданные аппаратами серии «Сервейер», окончательно его отвергли.

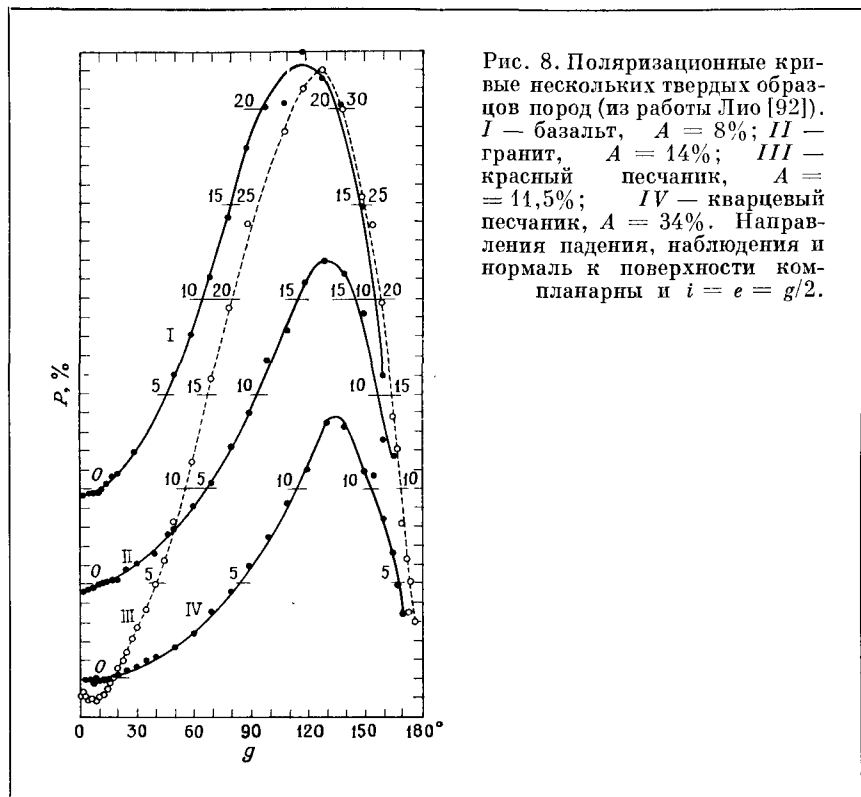
Лио [92] одним из первых указал на то, что лунный грунт — это не твердая лава. Чтобы объяснить свои результаты измерения поляризации Луны и планет, он изучал поляризационные свойства различных земных материалов: изверженных и осадочных пород, лав, порошков, шариков и вулканических пеплов. Свойства всех изученных Лио пород существенно отличались от лунных в следующих отношениях:

1) Отрицательная ветвь их поляризационных кривых была слабо выражена по сравнению с кривой Луны. Минимальная поляризация была очень мала и достигалась при фазовых углах, значительно меньших 10° . Инверсия происходила при 20° , а не при $23,5^\circ$.

2) Положительная ветвь поляризационных кривых имела слишком широкий максимум с вершиной при фазовых углах больше 120° , а не меньше 110° , как для Луны. Кривые Лио для гранита, базальта и двух песчаников показаны на рис. 8. Ф. Райт [138] также измерил поляризацию нескольких пород.

Измерения Лио были выполнены в основном для зеркальной конфигурации с $i = e = g/2$ и когда падающий и отраженный лучи и нормаль к поверхности компланарны. Позднее Дольфюс [53] распространил эти измерения и на незеркальный случай. Он обнаружил, что поляризация пород с гладкими зеркальными поверхностями сильно зависит от ориентации поверхности. При

данном e максимум скорее наступает для приблизительно зеркальных условий $g = 2i = 2e$, чем для $g = 100^\circ$. Кроме того, при фиксированном g отрицательная ветвь сильно зависит от i , увеличиваясь (по абсолютной величине, но сохраняя знак) с ростом i , а не является независимой от i . Для шероховатых поверхностей



тех же пород зависимость поляризации от угла падения несколько ослабевает, но все-таки резко отличается от лунной. На рис. 9 показаны поляризационные кривые кварцевого песчаника с шероховатой поверхностью.

Наблюдения Лию и Дольфюса показали, что лавы с относительно плоскими или гладкими поверхностями не могут в большом количестве присутствовать на поверхности Луны. Вулканические породы такого типа весьма распространены на Земле: это обсидианы — стекло гранитного состава и базальтовые волнистые лавы, характерные для вулканов гавайского типа. Если бы такие

материалы существовали на лунной поверхности, отрицательная поляризация вблизи нулевой фазы увеличивалась бы с удалением от «подземной точки», а при больших фазах на экваторе, вблизи точки с зеркальными условиями, имелся бы участок поверхности с большей поляризацией, чем во всех остальных местах.

Лио также измерил поляризацию нескольких образцов пористой лавы. Их кривые в основном были похожи на кривые твердых

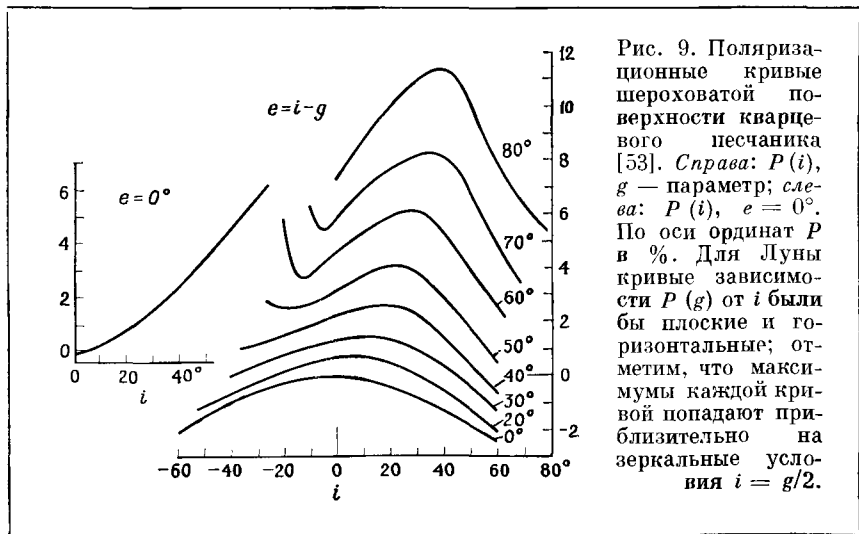


Рис. 9. Поляризационные кривые шероховатой поверхности кварцевого песка [53]. Справа: $P(i)$, g — параметр; слева: $P(i)$, $e = 0^\circ$. По оси ординат P в %. Для Луны кривые зависимости $P(g)$ от i были бы плоские и горизонтальные; отметим, что максимумы каждой кривой попадают приблизительно на зеркальные условия $i = g/2$.

пород — также имели слишком большую положительную поляризацию и слишком малую отрицательную. У нескольких образцов положительная поляризация была сходна с лунной, хотя отрицательная ветвь была выражена слабо. Филдер и др. [62] получили аналогичные результаты для искусственно вспененных пород, полученных путем расплавления в вакууме. Таким образом, по-видимому, ни туфы, ни шлаки, ни пенообразные породы не представлены в чистом виде на лунной поверхности.

Светлоокрашенные порошки, исследованные Лио, не соответствуют поляризационным кривым Луны, так как отрицательная ветвь у них почти отсутствует, положительная ветвь слишком мала и максимум достигается при слишком больших фазовых углах. Поляризационные кривые песков и глин аналогичны кривым твердых пород. Дольфюс и Кайо [56] и Дольфюс [53] продолжили исследования на песках и глинах и получили такие же результаты. Стекланные шарики, исследованные Лио, имели сложные поляризационные кривые, не похожие на лунные. Таким образом,

светлые порошкообразные материалы типа песков и глин, очевидно, не присутствуют на лунной поверхности, стеклянные шарики также не влияют существенно на оптические свойства Луны.

Из всех материалов, исследованных Лيو, только некоторые вулканические пеплы в деталях воспроизводят поляризационные кривые Луны. Наибольшее сходство дают мелкозернистые и почти непрозрачные пеплы. Дольфюс и Кайо [56] и Дольфюс [53] позднее показали, что эти свойства необходимы для получения луноподобной отрицательной поляризации. (Хотя Лيو не уточнял размеры зерен, Дольфюс описывал такой порошок как легко образующий комки, т. е. порошок обладал способностью слипаться. Это предполагает, что зерна преимущественно имеют размеры меньше 20 мкм.) Лيو справедливо сделал вывод, что вся лунная поверхность покрыта по крайней мере тонким слоем порошка, похожего на мелкозернистый темный вулканический пепел. Коффин [48] измерил зависимость поляризации от длины волны для гавайских вулканических пеплов и нашел, что поляризация топкораздробленной лавы похожа на лунную, а поляризация грубого шлака — нет.

Вильзинг и Шайнер [134, 135] измерили альbedo и цвет большого числа пород. Шаронов [34, 39] для сравнения земных пород с лунными использовал измерения Борисовой и Будниковой цветов и альbedo примерно 800 горных пород и метеоритов. Учитывая, что лунные наблюдения осредняют большие области и что лунная поверхность непрерывно подвергается метеоритным ударам, Шаронов старался отбирать образцы, представляющие основные типы пород, образующих земную кору, и использовал данные только для поверхностей свежих изломов. Он пришел к выводу, что хотя некоторые образцы этих пород могут иметь альbedo и цвета, близкие к лунным, но в среднем все типы пород имеют более высокое альbedo, чем у Луны. Соотношения цвет — альbedo земных изверженных пород и Луны сопоставляются на рис. 10.

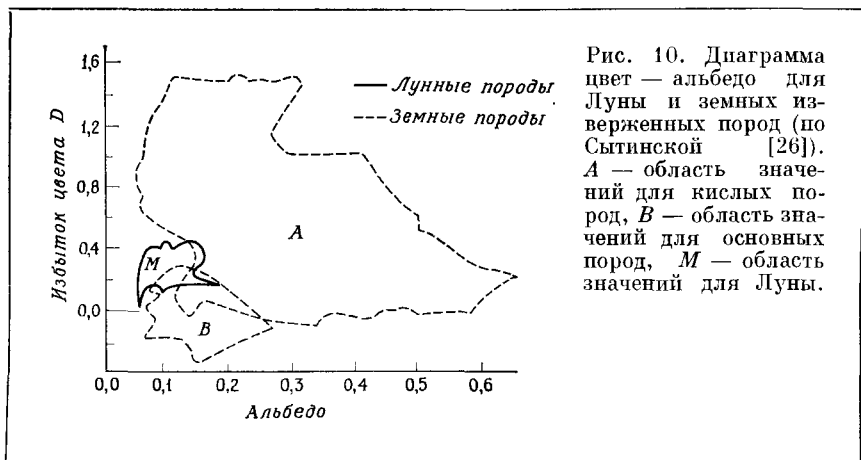
По этим данным можно заключить, что если бы какие-нибудь участки Луны были покрыты материалом, похожим на земные породы, их альbedo было бы выше наблюдаемого даже при учете осредняющего эффекта. Выводы Шаронова усилились после того, как Лيو пришел к заключению о мелкозернистой природе лунной поверхности.

Хорошо известно, что раздробление пород увеличивает их альbedo [41, 78], и, таким образом, различие между раздробленными земными породами и лунной поверхностью еще больше увеличивается. Зависимость альbedo, цвета и других оптических свойств от размера частиц иллюстрирует рис. 13.

Адамс и Фелис [41] измерили спектры отражения некоторых мелкозернистых материалов, и на основе этих данных Адамс [40]

пришел к выводу, что наиболее близок к лунному спектр дробленого базальта.

Многие ученые изучали рассеивающие свойства различных материалов, пытаясь найти вещества, которые соответствовали бы лунной фотометрической функции. Такие исследования проводили: Ружье [113] — пемза и гравий; Орлова [19] — песок, гравий и несколько разных горных пород; Федорец [31] — песчаник и туф; Ван Диггелен [123] — ровные плоскости, покрытые шариками, углублениями, выпуклостями, стеклянные бусинки и вулканический пепел; Барабашов и Чекирда [5, 7] — пески, глины,



порошки, лавы и породы в различных видах: твердые, распыленные, расплавленные и вновь затвердевшие, облученные ультрафиолетовым светом, рентгеновскими лучами и протонами; Сытинская [27] — расплавленная кора метеоритов; Шаронов [39] — вулканические породы.

Ни одно из этих веществ не рассеивает свет назад так сильно, как Луна, их коэффициент обратного рассеяния B_s лежит в диапазоне от 0,60 до 2,0. Эти неудачи по воспроизведению лунной фотометрической функции заслуживают внимания, так как большинство из исследованных материалов в разное время предлагалось в качестве веществ, покрывающих всю или часть лунной поверхности, и можно было привести для этого правдоподобные аргументы. Действительно, присутствие пемзы, туфов и пепла можно было бы ожидать, если на Луне была значительная вулканическая деятельность; углубления, куски горных пород, пески могли образоваться при ударах метеоритов о поверхность, образующих кратеры и разбрасывающих щебень; расплавление пород

из-за вулканической или ударной деятельности могло создать полупрозрачные шарики, которые сильно рассеивают свет назад [107]; на присутствие песка и распыленных пород указывали измерения тепловых свойств Луны [130]; наличие тонкой непрозрачной пыли подтверждалось поляризационными данными [53. 92].

Барабашов и Чекирда [5] пришли к выводу, что лунная фотометрическая функция, вероятно, требует существования больших обломков с острыми и неправильными краями. Таким образом, казалось необходимым для объяснения лунных оптических свойств ввести двухслойную модель: крупномасштабные угловатые структуры неизвестной морфологии (дающие правильную фотометрическую функцию), покрытые тонким слоем пыли, похожей на вулканический пепел (объясняющей поляризационные данные). Голд [69] и Юри [120] полагали, что лунная поверхность может быть покрыта слоем пыли значительной толщины; но это, по-видимому, противоречит существующим данным измерений на песках и порошках, которые показали, что такие материалы имеют рассеивающую функцию, подобную ламбертовской. Уиппл [131] также считал, что Луна покрыта слоем пыли, но слой этот очень тонок. Поскольку неспособность земных материалов удовлетворить лунной фотометрической функции очевидна, Сытинская и ее сотрудники [27] предположили, что метеориты, ударяясь о лунную поверхность, сплавляют материал в нечто шероховатое и искореженное, похожее на шлак из доменной печи, — это вещество они назвали «метеоритным шлаком».

Первое важное открытие, сыгравшее большую роль для понимания лунной фотометрической функции, было сделано Ван Диггеленом [123], который обнаружил, что разновидность лишайника *Cladonia Rangifernia* дает обратное рассеяние точно так же, как Луна. Этот лишайник широко использовался в пейзажных моделях для имитации деревьев и кустарников. Его открытая ветвистая структура оказалась совершенно отличной от того, что ранее предполагалось вероятным для лунных поверхностных материалов. Хапке и Ван Хорн [84] и Хапке [75] измерили широкий круг веществ и смогли определить те свойства, которыми должен обладать материал, чтобы отражать свет так же, как Луна. Обсудим их подробно.

Лунный закон рассеяния, по-видимому, обусловлен эффектами теней, которые отбрасывают частицы лунного вещества на соседние частицы, и может быть объяснен следующим образом. Когда наблюдатель смотрит на материал со сложной структурой вдоль направления падающих лучей, он видит только полностью освещенные поверхности. Когда он смотрит в любом другом направлении, он видит поверхности, которые частично освещены и частично затемнены. Поэтому поверхность оказывается самой яркой при

нулевой фазе. Однако этот эффект справедлив для любой средне-шероховатой поверхности и сам по себе еще не может объяснить лунный закон рассеяния. Узость лунного фотометрического максимума требует, чтобы поверхностный материал был «решетчатым», с глубокими туннелями, расходящимися по всем направлениям. В этом случае, если наблюдатель смотрит параллельно падающим лучам, он видит освещенные стороны и дно этих туннелей, а когда источник света уходит из-за головы наблюдателя, днища этих туннелей оказываются в тени. Резкость максимума лунного закона рассеяния требует, чтобы глубина ямок или туннелей была больше, чем ширина. Тот факт, что лунная поверхность рассеивает свет строго назад даже при почти скользящих углах наблюдения, требует, чтобы оси туннелей были распределены почти изотропно. Поскольку эффект обратного рассеяния обусловлен тенями, частицы лунного материала должны быть слабо отражающими и непрозрачными; если бы частицы были полупрозрачны, свет, просачивающийся сквозь них, делал бы поверхность слишком яркой при больших фазовых углах; если бы их альbedo было слишком высоким, многократное отражение световых лучей заполнило бы тени.

Таким образом, становятся понятными предыдущие неудачи в подборе луноподобных материалов. Большинство горных пород и лав недостаточно пористы и рассеивают свет по квазиламбертовскому типу. У многих пористых образцов ямки и трещины ориентированы преимущественно вертикально; их вещество давало резкие пики обратного рассеяния при вертикальном обзоре, но не при «скользящем» наблюдении. Пески, порошки и большинство вулканических пемз, пеплов и туфов слишком прозрачны для обеспечения достаточного теневого эффекта и поэтому имеют законы рассеяния, подобные ламбертовскому. Поверхности, образованные непрозрачным песком и грубым пеплом, имеют, вероятно, недостаточно сложную структуру, недостаточно пористы и рассеивают свет частично по ламбертовскому закону, а частично в обратном направлении. На рис. 11 приведены отражающие свойства ряда материалов.

Требования лунного закона рассеяния можно удовлетворить различными путями. Барабашов и Гаража [8], а также Хапке [75] показали, что базальтовый шлак, раздробленный до непрозрачных кусочков и насыпанный случайным образом, так чтобы углубления ориентировались по всем направлениям, имеет луноподобную фотометрическую функцию. Кроме того, некоторые виды растений (деревья, кустарники, лишайники) имеют такую структуру, что их ветви и листья образуют взаимосвязанные полости, которые действуют так же, как случайно ориентированные глубокие туннели (это свойство растений легко наблюдать с самолета).

Другими материалами с такой же ветвистой структурой являются: металлические усы [84], кораллы [73], твердая пена, образованная

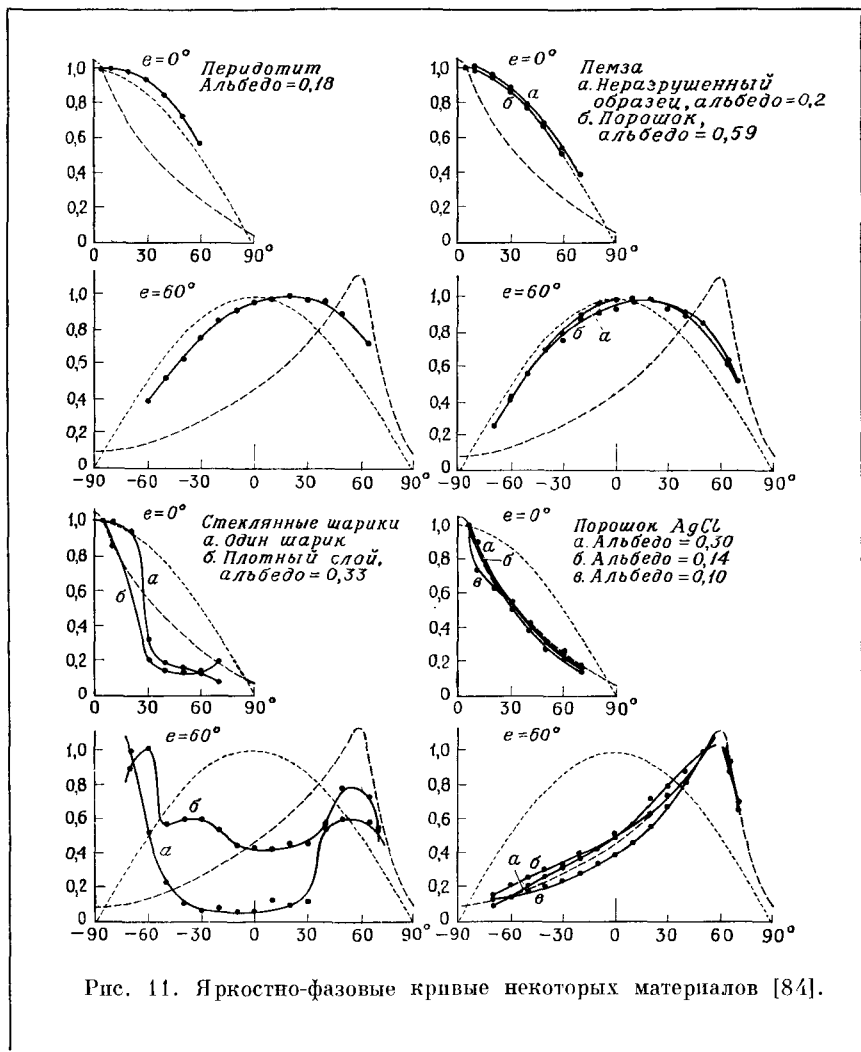


Рис. 11. Яркостно-фазовые кривые некоторых материалов [84].

быстрым впрыскиванием расплавленной породы в вакуум [52, 62], и непрозрачные мелкораздробленные порошки [84].

Мелкие порошки принадлежат к классу материалов, способных благодаря силам сцепления, действующим между любыми

соприкасающимися поверхностями, образовывать структуры с взаимосвязанными пустотами. Эти силы обусловлены слабыми силами Ван-дер-Ваальса и водородными связями и, что следует подчеркнуть, не вызываются поверхностным натяжением пленок адсорбированной воды. Они наблюдаются для хорошо дегазированных в вакууме поверхностей [115]. Эти силы обычно несущественны в повседневной деятельности человека. Действительно, если породу превратить в гравий или песок и насыпать на пластинку, отдельные частицы подсакаивают, катятся, заполняют желобки и отверстия и образуют материал, который не является особенно пористым или сложным. Но если размеры частиц настолько малы, что силы сцепления превышают их вес, каждое зерно прилипает к тому зерну, с которым оно впервые соприкоснулось; таким путем из мелких порошков может быть построена сложная открытая структура. Различие в поведении, которое может быть вызвано изменением размера частиц, хорошо иллюстрируют колотый сахар и сахарная пудра.

Хапке и Ван Хорн назвали образования такого типа, которые можно разглядеть в микроскоп, «структурами воздушных замков». Следуя выводам Уилпла [131] и Эпика [106] о том, что метеоритные удары превращают внешние слои лунной поверхности в пыль, Хапке и Ван Хорн предположили, что внешние слои лунного грунта состоят из слабосвязанных порошкообразных пород. Тип упаковки «воздушные замки» можно воспроизвести в лаборатории, если просеивать пыль через мелкоячеистое сито. Пористость, или доля незаполненного объема, на поверхности, запыленной таким образом, была оценена Хапке и Ван Хорном приблизительно в 90%. Однако позднее Халке [78] показал, что хорошее обратное рассеяние может быть получено с несколько меньшей пористостью, порядка 75—80%; такая пористость типична для рыхлых мелких порошков, высыпанных на поверхность из контейнера. Для получения резкого обратного рассеяния насыпанный порошок должен быть «поцарапан» концом иглы, чтобы придать поверхности шероховатость. Верхний предел размеров твердых частиц, образующих в лабораторных условиях «воздушные замки», оценивается в 15 мкм.

Хотя Хапке и Ван Хорн нашли несколько порошков, которые воспроизводят лунный закон рассеяния, включая NiS , CuO , Fe_2O_3 и AgCl , темневшие под влиянием ультрафиолетового облучения, ни один из испытанных ими порошков названных пород не является достаточно непрозрачным, чтобы сильно рассеивать свет назад. Они предположили, что лунные материалы могут отличаться от земных пород в следующих двух аспектах:

1. Лунные поверхностные материалы могут быть существенно более поглощающими. Например, некоторые метеориты, такие, как

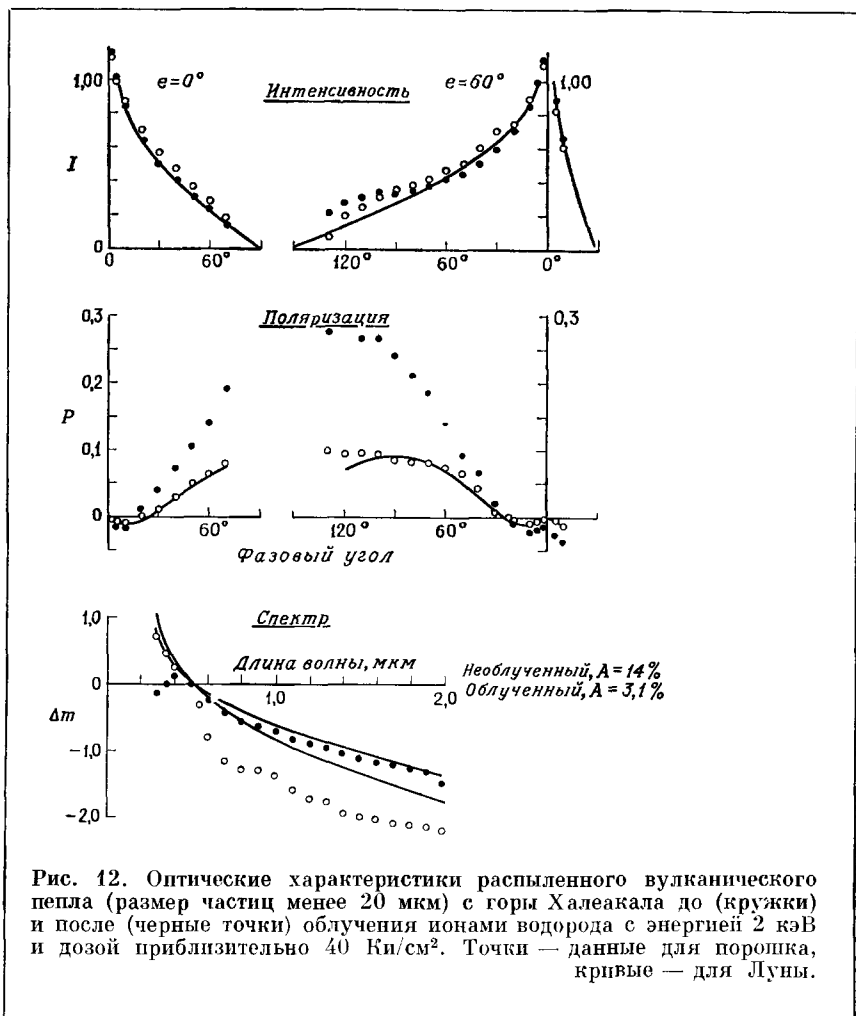
углистые хондриты (предположение Юри [120]), остаются непрозрачными даже при мелком дроблении. Это предположение требует, чтобы породы лунной коры были мафическими или ультрамафическими, в то время как полевые шпаты и кварц, самые распространенные минералы в гранитных породах, совершенно прозрачны даже при гораздо больших размерах зерен, чем 15 мкм. Сытинская [27] предположила, что силикаты, подверженные повторным метеоритным ударам, будут темнеть. Кроме того, недавно было обнаружено, что некоторые типы земных базальтов, богатых окислами железа, достаточно непрозрачны, чтобы иметь в мелкораздробленном состоянии луноподобный закон рассеяния; это образцы из кратера Писга в Калифорнии и кратера горы Халеакала на Гавайских островах. На рис. 12 показаны оптические свойства порошка базальтового пепла из кратера горы Халеакала.

2. Некоторые виды облучения могут вызвать потемнение лунных силикатов по сравнению с земными. Предположения такого рода выдвигали многие исследователи. Голд [69] высказал мысль, что облучение, сопровождающееся переносом вещества, могло бы объяснить различие в альбедо между материками и морями. Буттнер [45] и Платт [108] предположили, что потемнение лунного вещества вызвано космическими лучами. Уиппл [131], проводя аналогию с золотой чернью, у которой темный налет образован распылением металлического золота, высказал предположение, что протоны солнечного ветра своим распыляющим действием вызывают потемнение лунной пыли. (Однако следует отметить, что аналогия Уиппла мало применима к Луне, так как для получения золотой черни необходимо высокое давление окружающей среды — порядка 10^{-2} мм рт. ст; если золото распыляется в высоком вакууме, получается гладкий яркий налет.) Венер [127] указывал, что солнечный ветер является в основном ионизованным водородом и сильно восстанавливающим агентом. Таким образом, силикаты, которые по существу являются окислами кремния и металлов, могли бы потемнеть из-за частичного восстановления окислов в металлы и обогащения более тяжелыми атомами металлов благодаря более легкому распылению элементов с малым атомным весом.

Предположение о потемнении под действием солнечного ветра экспериментально исследовали Венер и его сотрудники, а также Дольфюс и Хапке. Облучение мелких порошков ионами водорода с энергией солнечного ветра приводит к тому, что материалы темнеют и по оптическим свойствам становятся более похожи на лунные [55, 57, 76—78, 90, 111].

Хапке исследовал влияние дозы радиации, размера частиц, химического состава и пористости на оптические свойства порош-

ков [77—79, 82, 126]. При облучении раздробленной породы ионами водорода с энергией 2 кэВ и дозой от 10 до 100 Ки/см² ее альbedo уменьшается, закон рассеяния изменяется от ламбер-



товского к закону обратного рассеяния, спектр краснеет, положительная поляризация увеличивается с уменьшением длины волны, а отрицательная становится более четко выраженной. Тем не менее большинство порошков различных пород дублируют

лунные свойства с недостаточной точностью, чтобы их можно было рассматривать как возможные компоненты лунной поверхности. Только порошки, у которых значительная часть частиц имеет

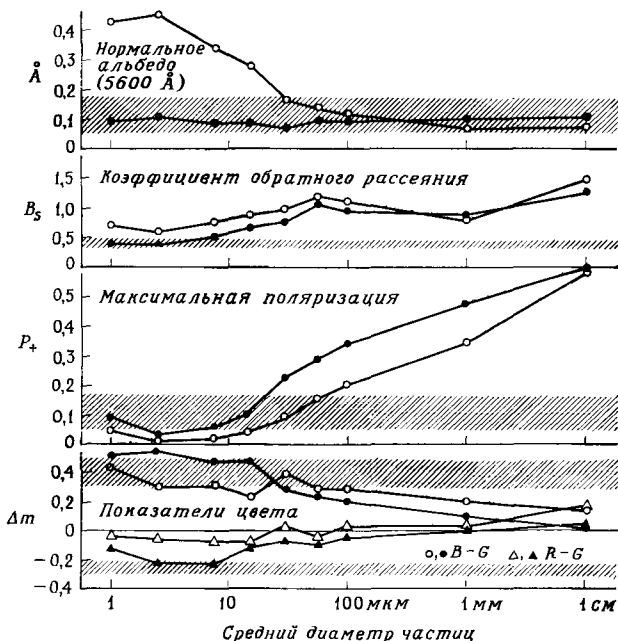


Рис. 13. Зависимость некоторых оптических характеристик порошка оливинного базальта от среднего размера частиц и облучения водородными ионами (доза: 40 Ки/см² при 2 кэВ) [78]. Точки — данные для пыли (светлые кружки — необлученная, зачерненные — облученная), заштрихованные области соответствуют Луне.

размер менее 20 мкм, рассеивают свет строго обратно и имеют положительную поляризацию менее 17%. На рис. 13 показаны некоторые оптические свойства облученных и необлученных порошков оливинного базальта в функции размера частиц.

Дольфус [55] нашел, что максимум поляризации облученных порошков снижается с увеличением длины волны; Кеннайт и др. [90] также обнаружили эту связь между поляризацией и длиной волны для облученных порошков и показали, что максимум обратного рассеяния шире в красных лучах, чем в синих.

Ни один из гранитных материалов, изучавшихся Хапке [79, 82], не стал достаточно непрозрачным после облучения, и поэтому их альбедо были в общем слишком высокими, а максимумы обратного рассеяния шире, чем у Луны. Это же справедливо для порошков с кристаллической решеткой, бедной железом (типа энстатита). Хотя некоторые типы хондритов обладают высокой непрозрачностью в необлученном состоянии и хорошо рассеивают назад, их спектры слишком плоские; после облучения степень их поляризации слишком высока, и их спектры имеют максимум в синей области, который никогда не наблюдался ни у Луны, ни у распыленных пород. Было показано, что эти аномальные особенности обусловлены присутствием металлического железа, из чего следует, что лунный поверхностный материал, вероятно, содержит очень мало свободного железа. Таким образом, можно сделать вывод, что внешние слои Луны по своему составу не совпадают ни с хондритами, ни с гранитами. Детальные оптические свойства Луны могут быть воспроизведены порошками некоторых ультраосновных, основных и средних пород при условии, что они содержат значительное количество минералов с высоким содержанием железа в кристаллической решетке. Таким образом, лунные оптические свойства соответствуют порошкообразным материалам, по составу близким к ферробазальту или ферродуниту. На рис. 14 и 15 показаны оптические характеристики порошка оливинового базальта и порошка хондрита до и после облучения ионами водорода.

Физический механизм, вызывающий потемнение порошка при протонном облучении, в настоящее время точно не известен. Замечено, что окислы металлов с низкими окислительными потенциалами, такие, как CuO , Ag_2S и Fe_2O_3 , под действием облучения легко восстанавливаются до более низких валентных состояний и даже до свободных металлов. Таким образом, потемнение горных пород и минералов, богатых Fe_2O_3 , — типа лимонита, гематита и сильно окисленного базальтового вулканического пепла — обусловлено простым химическим восстановлением.

Однако окислы металлов с более высокими окислительными потенциалами, например SiO_2 , Al_2O_3 и MgO , темнеют мало или не темнеют совсем. Кроме того, когда большие куски горных пород, бедных Fe_2O_3 , облучаются ионами водорода, их верхние поверхности остаются без изменения, а боковые стороны и нижняя часть покрываются темным веществом; порошок, сделанный из образцов тех же пород, при облучении темнеет. Хапке [77, 78] для объяснения этих фактов предложил следующий механизм. Когда ионы высоких энергий сталкиваются с плоской поверхностью силикатного вещества, выбитые атомы покидают поверхность приблизительно в том же количестве, в каком образуются.

Однако, когда поверхность сложная, содержит много выступов, как в случае свободно упакованных порошков, большая часть выбитых атомов перехватывается соседними выступами и прилипает к ним. Коэффициенты прилипания различны для разных атомов

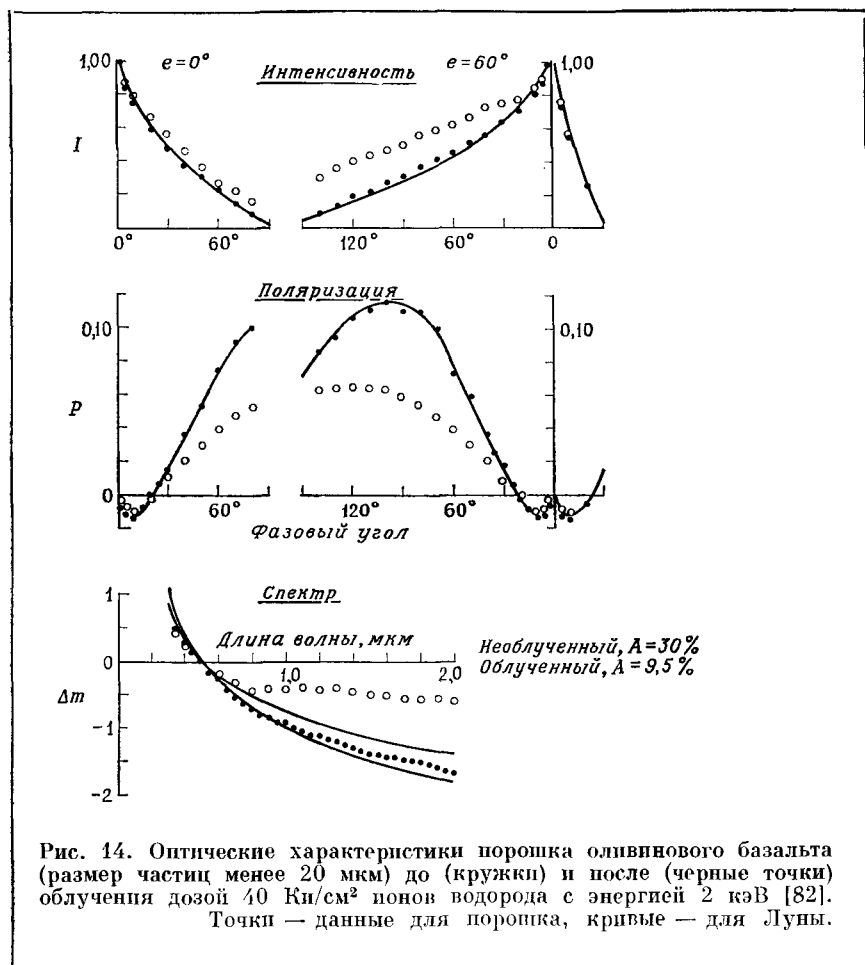
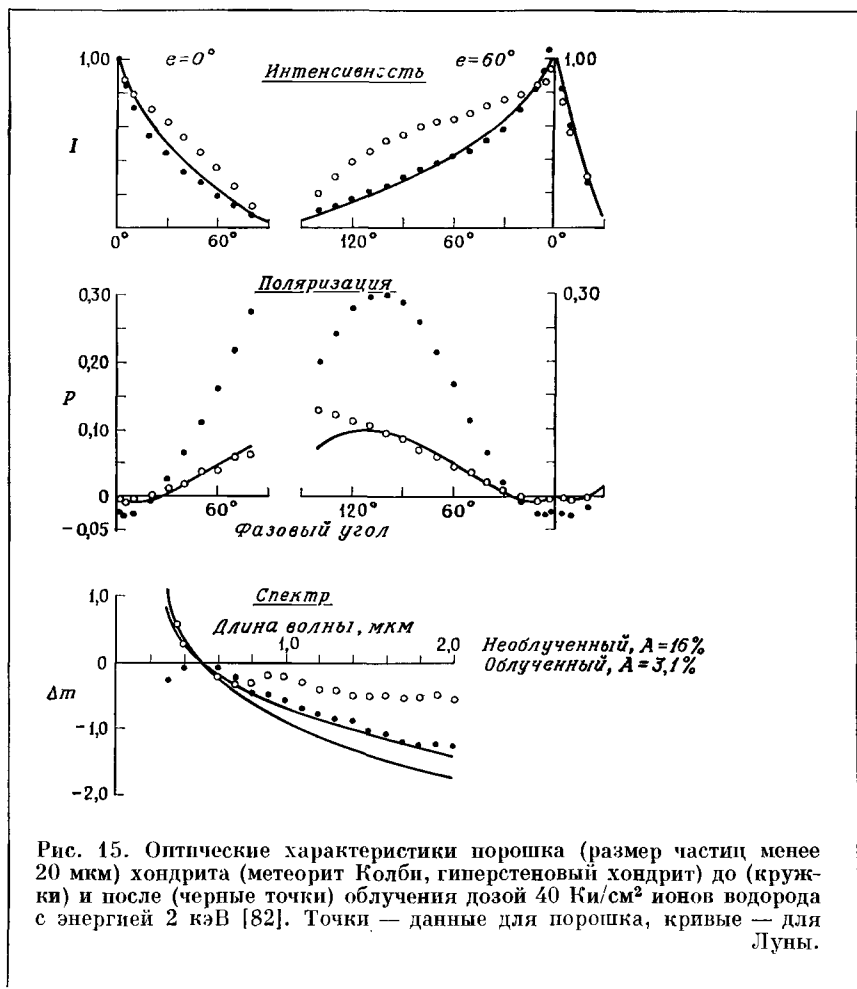


Рис. 14. Оптические характеристики порошка оливнинового базальта (размер частиц менее 20 мкм) до (кружки) и после (черные точки) облучения дозой 40 Ки/см² ионов водорода с энергией 2 кэВ [82]. Точки — данные для порошка, кривые — для Луны.

и, в частности, для кислорода ниже, чем для кремния и металлов. Таким образом, поверхностный слой из распыленного вещества может содержать много вакансий для кислородных ионов, играющих роль центров окрашивания при захвате электронов. Остается показать, является ли предложенный механизм справедливым.

Облучения, описанные выше, выполнялись в вакуумных системах, откачивавшихся диффузионными насосами. Нэш [100] использовал безмасляный сорбционно-ионный насос, но гораздо более



слабый источник ионов и не смог получить достаточно отчетливого потемнения, о котором сообщали другие ученые. Он предположил, что потемнение может быть вызвано какой-либо ложной причиной, которая не могла бы иметь места на Луне, например осмолением масла насоса. Грир и Хапке [72] нашли небольшое количество

загрязнений на некоторых облученных образцах, исследовавшихся Хапке.

Причины расхождения между работами Нэша и других исследователей еще до конца не ясны. Однако некоторые выводы вполне определены.

1. Какова бы ни была природа потемнения под действием ионов, это — сложное явление, которое, без сомнения, не является просто отложением некоторого инородного вещества, например насосного масла или распыленного металла. Многие порошки и ровные поверхности образцов пород и минералов не темнеют заметным образом, а один порошок, Al_2O_3 , под действием водородной бомбардировки становился ярче. Особенно поразительный пример таких эффектов был продемонстрирован Хапке [78], который поместил под ионный пучок сразу несколько порошков различных окисей. Порошкообразные Al_2O_3 и SiO_2 слабо изменялись под действием ионов, но смесь этих двух порошков значительно потемнела.

2. Нагревание и электронная бомбардировка порошкообразных образцов в вакууме не вызывает их заметного потемнения — это показывает, что вакуумное распыление является необходимой частью процесса.

3. Умышленное загрязнение углеводородами вызывает беспорядочное потемнение облученных порошков, и их спектры отличаются от спектров незагрязненных порошков.

4. Степень потемнения порошка сильно зависит от его состава и особенно от содержания в кристаллической решетке железа. Например, минерал энстатит $MgSiO_3$ под действием облучения темнеет незначительно; но если в его решетку примешано небольшое количество железа, мы имеем дело с бронзитом $(Mg, Fe)SiO_3$, который темнеет гораздо сильнее, чем энстатит, под той же дозой радиации.

5. Нельзя ожидать, что окрестности Луны совершенно свободны от углеродистых минералов. Пары дегазации из внутренних слоев Луны, вероятно, содержат CO_2 и CH_4 . Солнечный ветер также будет содержать приблизительно 0,001 углерода, если он имеет такой же состав, как фотосфера.

Оппозиционный эффект был использован экспериментально Эткингом [103] и Хапке [83]. Используя источник и детектор с очень малым угловым полем зрения, Эткинг показал, что многие обычные вещества обнаруживают резкое возрастание яркости вблизи нулевой фазы. (Манера изложения материала в статье Эткинга на первый взгляд оставляет впечатление, что обсуждается эффект обратного рассеяния, и многие цитируют работу Эткинга для подтверждения того, что большинство материалов рассеивают свет обратно, подобно Луне. Однако такое утверждение неспра-

ведливо: в статье Эткинга рассматриваются только малые фазовые углы, тогда как описание эффекта обратного рассеяния охватывает весь диапазон фазовых углов.) Хапке [83] исследовал зависимость оппозиционного эффекта от размера частиц. По-видимому, эффект более четко выражен для поверхностей, составленных из мелких частиц, чем из больших частиц. Это дополнительный аргумент в пользу того, чтобы считать мелкозернистый порошок основной составной частью лунного грунта.

По мнению Ван Диггелена, нельзя считать, что вещество имеет лунный закон рассеяния, пока оно не исследовано при нескольких углах наблюдения. Как минимум, он предлагает конфигурацию, эквивалентную следующим положениям на лунной сфере: $(\alpha, \beta) = (0^\circ, 0^\circ), (0^\circ, 60^\circ), (60^\circ, 0^\circ)$ и $(60^\circ, 60^\circ)$. Критерий Ван Диггелена заслуживает особого внимания. В литературе встречается много статей, в которых на основе измерений только при одном угле наблюдения утверждается, что различные материалы имеют фотометрическую функцию, похожую на лунную. Обычно используется угол $(\alpha = 0^\circ, \beta = 0^\circ)$, который является наихудшей возможной конфигурацией, так как при вертикальном взгляде зеркальное отражение нельзя отличить от обратного рассеяния и даже умеренно сложные поверхности показывают сильное обратное рассеяние. Если приходится использовать только один угол наблюдения, то он должен быть большим. Опыт показывает, что если имеется сильное обратное рассеяние при $(\alpha = 60^\circ, \beta = 0^\circ)$, то оно будет и при других углах. На рис. 14 приведены данные только для $(0^\circ, 0^\circ)$ и $(60^\circ, 0^\circ)$; но вещество в соответствии с рекомендациями Ван Диггелена измерялось и при других конфигурациях и дало интенсивность и поляризацию, фактически идентичные показанным кривым.

Б. Теоретический анализ

1. Фотометрическая функция

Одной из наиболее простых и широко используемых формул, описывающих рассеяние от шероховатой поверхности, является закон Ламберта

$$dI = I_0 \cos i \cos e dA, \quad (8)$$

где dI — яркость малого элемента поверхности dA . Этот закон, известный также как закон идеального диффузного рассеяния, состоит в том, что яркость участка большой поверхности пропорциональна освещенности и не зависит от угла, под которым он наблюдается, так как площадь наблюдаемой области увеличивается пропорционально $\sec e$. Коэффициент обратного рассеяния для ламбертовской поверхности $B_s = 2$. По определению ламбертовская поверхность является идеальным деполаризатором.

Существуют в принципе два способа создания ламбертовской поверхности. Во-первых, представим себе поверхность, изготовленную из крошечных, неразрешаемых при наблюдении, зеркально отражающих граней, нормали к которым распределены изотропно в верхней полусфере таким образом, что любой луч, падающий на поверхность, имеет равную вероятность быть рассеянным в любом направлении. Однако, если бы такую поверхность действительно можно было построить, обнаружилось бы, что каждая грань отбрасывает тень, и поэтому материал становится ярче, когда углы падения и наблюдения совпадают, т. е. закон отражения представлял бы собой комбинацию диффузного и обратного рассеяния. Поскольку грани зеркально отражающие, поляризационная кривая соответствовала бы законам Френеля.

Второй способ достижения закона Ламберта — построение поверхности из непоглощающих рассеивателей, образующих сложный комплекс. Тогда луч света, проникший внутрь структуры, будет претерпевать так много актов рассеяния перед выходом наружу, что память о первоначальном направлении падения будет потеряна, и он будет выходить на поверхность со случайным направлением. Такие поверхности можно аппроксимировать при помощи многих материалов, в том числе пудры $MgCO_3$ и осевшего дыма MgO . Эти материалы удовлетворяют закону Ламберта только благодаря их низкой поглощающей способности. Именно поэтому ламбертовские поверхности обычно имеют высокое альbedo, в то время как для темных поверхностей характерно обратное рассеяние. Поверхности многих горных пород имеют функции рассеяния, подобные ламбертовским, так как содержат минералы, состоящие из полупрозрачных, слабо поглощающих кристаллов.

Закон рассеяния для непрозрачной сферы, элементы поверхности которой подчиняются закону Ламберта, можно получить интегрированием уравнения (8) по сфере [121]:

$$I_L = K [\sin g + (\pi - g) \cos g]. \quad (9)$$

Это выражение описывает также рассеяние от совокупности редко расположенных в пространстве непрозрачных выпуклых частиц, поверхности которых ориентированы случайно и рассеивают свет по закону Ламберта.

Второй важный закон отражения дается хорошо известными формулами Френеля для зеркального отражения:

$$dI_1 = \cos i [\sin(i - i')/\sin(i + i')]^2 \delta(e - i) \delta(g - 2i) dA, \quad (10a)$$

$$dI_2 = \cos i [\operatorname{tg}(i - i')/\operatorname{tg}(i + i')]^2 \delta(e - i) \delta(g - 2i) dA, \quad (10б)$$

$$\sin i = n \sin i', \quad (10в)$$

где индексы 1 и 2 относятся соответственно к положительно и отрицательно поляризованной компоненте, δ — дельта-функция Дирака, n — коэффициент преломления поверхностного материала. Этот закон отражения применим только для поверхностей, являющихся ровными и гладкими в масштабе, большом по сравнению с длиной волны света.

Очевидно, что рассеяние от лунной поверхности не имеет ничего общего ни с законом Ламберта, ни с законом Френеля. Тем не менее в большинстве теорий рассеяния от шероховатых поверхностей принимается, что один или другой из этих законов справедлив для микроскопических элементов поверхности.

Миннарт [98] указал, что любой закон рассеяния от лунной поверхности должен подчиняться принципу взаимозаменяемости Гельмгольца. Это правило гласит, что у поверхности, для которой существенны только процессы отражения и поглощения, функция рассеяния $f(i, e, g)$ должна подчиняться соотношению

$$f(i, e, g) = \frac{\cos e}{\cos i} f(e, i, g). \quad (11)$$

Другими словами, яркость поверхности, освещенной под углом i и наблюдаемой под углом e , относится к яркости поверхности, освещенной под углом $i' = e$ и наблюдаемой под углом $e' = i$, как косинусы этих двух углов. В сущности этот принцип обратимости следует из того факта, что фотон может следовать в любом направлении вдоль светового луча, соединяющего источник и приемник с поверхностью.

Многочисленные теоретические модели, включающие либо углубления, либо возвышения на ровной поверхности, были рассмотрены несколькими авторами, в том числе Барабашовым, Марковым, Шенбергом, Беннетом и Ван Диггеленом; все они проанализированы Миннартом [99]. Обычно допускалось, что элементы поверхности подчиняются закону Ламберта. Типичным примером является модель Ван Диггелена [123], состоящая из полуэллипсоидальных чаш. Все эти модели более или менее удовлетворительно объясняли резкое обратное рассеяние вблизи вертикального наблюдения, но совершенно не подходили для больших углов наблюдения. Обратившись к рис. 16, легко увидеть, почему такие модели дают неправильные результаты. Когда Солнце и глаз находятся в конфигурации *A*, небольшое увеличение g вызывает значительное увеличение затененной области, видимой глазу внутри чаши. Напротив, в конфигурации *B* увеличение g не вызывает изменений в величине теневой области, которая может быть видна глазу. Таким образом, любые модели, в которых оси углублений или выпуклостей преимущественно направлены вверх, не способны дать резкого обратного рассеяния при больших углах e .

Модель, которая достаточно хорошо объяснила фотометрические наблюдения, была предложена Хапке [74]. В ней принимается, что лунный грунт состоит из мелких рассеивающих зерен, случайным образом собранных в открытую пористую решетку, в кото-

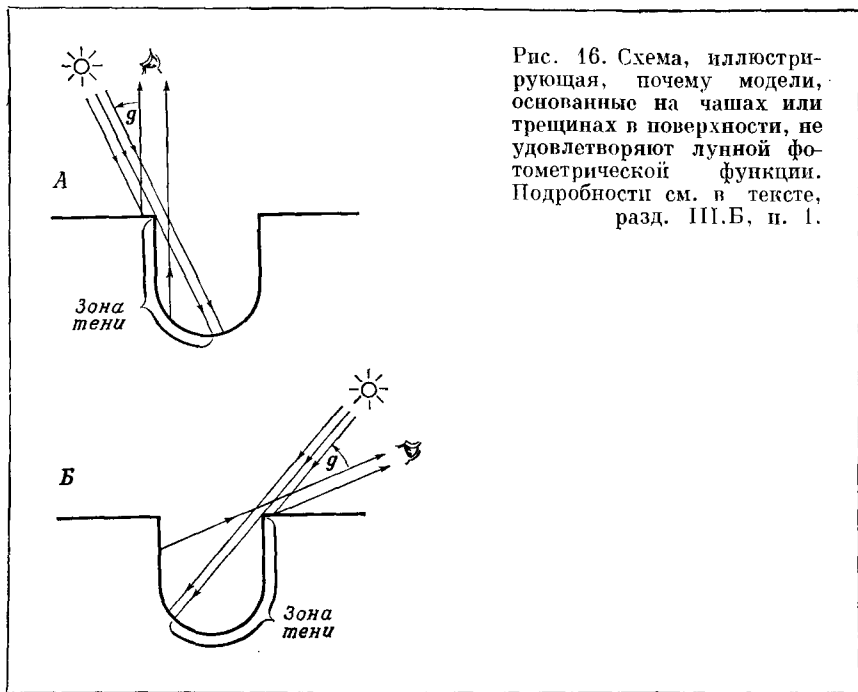


Рис. 16. Схема, иллюстрирующая, почему модели, основанные на чашах или трещинах в поверхности, не удовлетворяют лунной фотометрической функции. Подробности см. в тексте, разд. III.Б, п. 1.

рую свет может свободно проникать с любого направления. Зерна велики по сравнению с длиной волны. Многократное рассеяние не учитывается. Пучок лучей, входящих внутрь поверхности, будет ослабляться из-за поглощения и рассеяния зернами. Луч, рассеянный в произвольном направлении, также будет ослабляться на своем пути от поверхности, за исключением случая рассеяния внутри небольшого интервала углов около направления, обратного падающему лучу. Направление падения является преимущественным для выхода света, так как если луч может проникнуть в решетку и осветить частицу изнутри, то отраженный луч может без препятствий выйти таким же путем (и даже внутри небольшого конуса углов около направления падения).

Это преимущественное направление было учтено в модели допущением, что поверхность состоит из воображаемых трубок, ориентированных на источник. В трубке по пути вниз падающие

лучи ослабляются по экспоненциальному закону; луч, рассеянный таким образом, что он проходит через стенку трубки, также будет ослаблен; однако если луч выходит через вершину той трубки, в которую он вошел, считается, что ослабление равно нулю. В результате фотометрическая функция выразится в виде

$$\varphi(\alpha, \beta, g) = L(\alpha, g) S(g) B(g), \quad (12)$$

где

$$L(\alpha, g) = \cos(\alpha + g) / [\cos \alpha + \cos(\alpha + g)], \quad (12a)$$

$$S(g) = [\sin |g| + (\pi - |g|) \cos |g|] / \pi + \\ + (1 - \cos |g|)^2 / 10, \quad (12б)$$

$$B(g) = 2 - [(\operatorname{tg} |g| / 2h)] [1 - \exp(-h/\operatorname{tg} |g|)] \times \\ \times [3 - \exp(-h/\operatorname{tg} |g|)], \quad (12в)$$

если $|g| \leq \pi/2$ и $B(|g| > \pi/2) = 1$. В этих уравнениях L определяется законом Ломмеля — Зеелигера, S — функция рассеяния одиночной частицы, причем предполагается, что она слегка прозрачна, выпукла и что элементы ее поверхности рассеивают свет по закону Ламберта. В выражении (12б) первый член определяется уравнением (9), а второй является эмпирической поправкой, описывающей преломление света в частице. Последняя была введена, чтобы согласовать яркость при больших фазовых углах с наблюдаемой. Множитель B описывает обратное рассеяние, создаваемое трубками. Величина h — параметр, определяющий пористость грунта; для Луны h лежит в диапазоне от 0,40 до 0,80.

Уравнение (12) можно проинтегрировать по освещенной части лунной сферы; в результате получится интегральный закон рассеяния для Луны:

$$\Phi(g) = Q(g) S(g) B(g), \quad (13)$$

где

$$Q(g) = \frac{1}{2} \left[1 - \sin \frac{1}{2} |g| \operatorname{tg} \frac{1}{2} |g| \ln \left(\operatorname{ctg} \frac{1}{2} |g| \right) \right]. \quad (14)$$

Примеры применения уравнения (12) к данным Федорца показаны в виде сплошных кривых на рис. 3; аналогичное применение уравнения (13) к данным Ружье приведено на рис. 2.

Уравнение (12) описывает фотометрические свойства Луны на всех широтах, но для краевых районов предсказывает яркость, которая вблизи полнолуния оказывается больше, чем наблюдается в действительности. Выражение Ломмеля — Зеелигера (12а) применимо к макроскопически ровной поверхности. Хапке [80] предположил, что реальная лунная поверхность в малом масштабе плотно усеяна мелкими кратерами и может быть представлена как состоящая из параллельных цилиндрических углублений.

Усовершенствованная фотометрическая модель дает несколько более сложное выражение вместо (12а), но (12б) и (12в) остаются без изменений. Улучшенная функция, показанная на рис. 17, удовлетворяет данным для всех долгот и широт.

Ирвин [89] обсудил эффекты экранирования и затенения внутри среды, состоящей из отдельных частиц (которой аппроксимируют

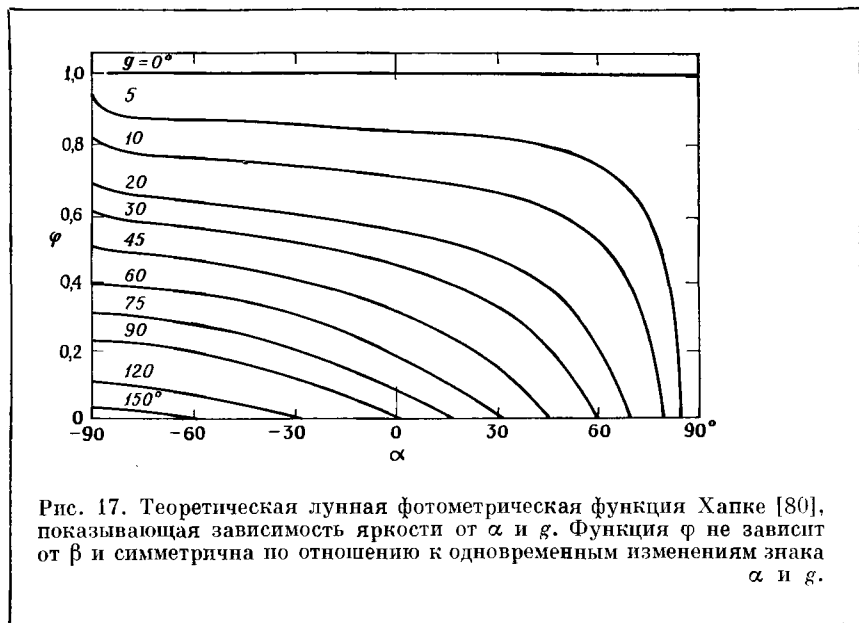


Рис. 17. Теоретическая лунная фотометрическая функция Хапке [80], показывающая зависимость яркости от α и g . Функция φ не зависит от β и симметрична по отношению к одновременным изменениям знака α и g .

лунный грунт), и показал, как можно вывести более строгую, чем уравнения (12а) — (12в), фотометрическую функцию. Однако он не дал выражения этой функции в явном виде.

Оппозиционный эффект, по-видимому, является экстраполяцией эффекта обратного рассеяния к малым фазовым углам, и очень хотелось бы считать, что оба эффекта обусловлены одной причиной. Однако открытие Эткинга [103], что большинство поверхностей имеют оппозиционный эффект, делает такое предположение сомнительным. Причины этих особенностей рассеяния еще не до конца выяснены.

2. Поляризация

Фотометрическая функция лунной поверхности может быть понята в рамках модели однократного рассеяния. Однако до сих пор не ясно, в какой мере может повлиять на поляризацию Луны

многократное рассеяние. Лио [92] и Дольфюс [53] показали, что пористость влияет как на положительную, так и на отрицательную ветви поляризационных кривых земных материалов, указывая тем самым, что многократно рассеянные лучи существенны для этих материалов, а возможно, и для Луны.

Почти полное отсутствие зависимости поляризации от i и e можно объяснить, если считать, что лунная поляризационная кривая является в сущности либо кривой одного зерна лунного грунта, либо результатом большого числа процессов рассеяния, создающих почти изотропию. Низкое альbedo лунного грунта и тот факт, что многократное рассеяние обычно приводит к фотометрической функции, подобной ламбертовской, показывают, что второе предположение неправильно. Закон поляризации для Луны, по-видимому, является главным образом результатом однократного рассеяния, возможно слегка измененного дважды рассеянными лучами. (Под однократным рассеянием подразумевается взаимодействие луча света с одной частицей, даже если этот процесс включает более одного отражения или рассеяния между различными частями частицы.) Альbedo Луны порядка 10%, как и значение положительной поляризации; поэтому соблазнительно предположить, что положительная ветвь является по сути поляризационной функцией одной средней частицы, а 1% отрицательной поляризации обусловлен эффектом двойного отражения.

Интенсивность и поляризационные функции сферических частиц можно точно рассчитать при помощи теории Ми (см. [121]). Однако формулы Ми применимы только к совершенно однородным изотропным шарам, в то время как зерна лунного грунта определено угловаты и содержат много неоднородностей внутри и на поверхностях. Относительно небольшие изменения размеров или формы частиц будут сильно изменять их функции Ми. Таким образом, расчеты Ми ценны для определения общих оптических свойств лунного зерна, например общего затухания внутри него или количества дифрагированного света, но для предсказания таких деталей функции рассеяния, как величина и ход отрицательной поляризации или положение максимума положительной поляризации, теория Ми помогает мало. В настоящее время наиболее полезны полуэмпирические оптические модели.

Лио [92], Дольфюс и Кайо [56] и Дольфюс [53] показали, что поляризационные функции зернистых сред очень мало зависят от их показателей преломления, но определяются главным образом условиями на поверхностях зерен (например, являются ли они гладкими и блестящими или шероховатыми и матовыми) и поглощательной способностью частиц. Зависимость поляризации от поглощения была обсуждена Умовым [30]. Свет, рассеянный телом, состоит из лучей, отраженных от внешней поверхности,

которые в большой степени положительно поляризованы, и лучей, преломленных и рассеянных внутри тела, которые не поляризованы или слабо поляризованы отрицательно. Поскольку поглощение существенно только для последних лучей, наименьшая поляризация будет наблюдаться у тех тел, поглощательная способность которых наименьшая, т. е. которые имеют самое высокое альbedo. Это объясняет обратную зависимость поляризации от альbedo и соотношение между цветом и положительной поляризацией.

Принимая в расчет только однократное рассеяние, можно построить следующую грубую модель для объяснения положительной ветви кривой поляризации. Допустим, что зерна лунного грунта выпуклы и содержат случайно ориентированные грани. Эти грани двух типов: гладкие плоскости, отражающие свет по законам Френеля [уравнения (10а) — (10в)], и шероховатые поверхности, диффузно рассеивающие свет приблизительно по закону Ламберта [уравнение (8)] и не поляризующие его. Первые поверхности будут давать вклад в свет, регистрируемый детектором, только если они так точно ориентированы, что $i = e = g/2$. Вторые поверхности рассеивают свет по всем направлениям, и надо провести интегрирование по всем ориентациям, в результате чего получим уравнение (9). Поляризация, создаваемая такой группой зерен, запишется в виде

$$P = f(F_1 - F_2) / [f(F_1 + F_2) + (1 - f)I_L], \quad (15)$$

где

$$F_1(g) = \cos i [\sin(i - i') / \sin(i + i')]^2,$$

$$F_2(g) = \cos i [\operatorname{tg}(i - i') / \operatorname{tg}(i + i')]^2,$$

$\sin i = n \sin i'$, $i = g/2$ и f — доля граней с гладкими поверхностями.

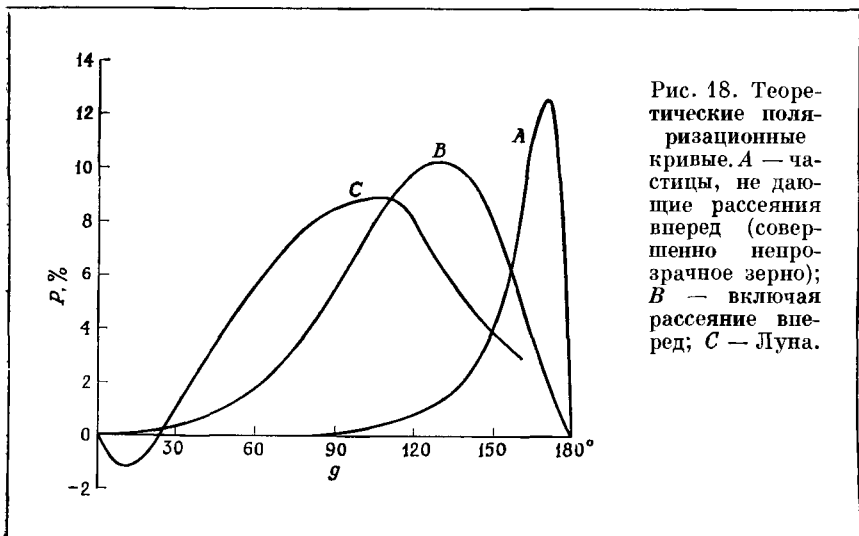
Если выбрать значение K в $I_L(g)$ и f таким образом, чтобы $P_{\max} = 10\%$, а $n = 1,50$, что типично для силикатов, то фазовый угол, при котором P максимально, будет близок к 170° (рис. 18). Это происходит оттого, что оба члена в знаменателе (15) становятся малыми при больших фазовых углах. Максимум сместится к меньшим значениям углов, если в выражении I_L учесть рассеяние вперед или преломление; тогда I_L заменится $S(g)$, определяемым (12б). Поэтому улучшенным выражением для P будет

$$P = (F_1 - F_2) / \{(F_1 + F_2) + [(1 - f)/f]cS\}, \quad (16)$$

где c — величина, пропорциональная альbedo частиц; в соответствии с альbedo Луны [74] $c \approx 0,04$. Чтобы максимальное значение P было равно 10%, достаточно иметь только $\sim 1/60$ всех граней зеркально отражающими. Результаты расчета по уравнению (16) с $f = 1/60$, $c = 0,04$ и $n = 1,50$ также показаны на

рис. 18. Результирующая кривая больше похожа на лунную, хотя фазовый угол максимума все еще велик. Поскольку альбедо увеличивается с длиной волны, из выражения (16) видно, что поляризация уменьшается с ростом альбедо и длины волны, что следует и из наблюдений.

Делались попытки оценить показатель преломления лунного грунта в предположении, что максимум поляризации имеет место



при угле Брюстера (см., например, [67]). Однако такое предположение было бы справедливым только в том случае, если бы Луна отражала зеркально, чего определенно нет. Для рассмотренной выше модели положение максимума совершенно нечувствительно к значению n и почти полностью определяется видом $S(g)$. Интересно отметить, что как фотометрическая функция, так и поляризационная кривая Луны требуют, чтобы лунные частицы были слегка прозрачны.

Рассмотренная модель не способна объяснить отрицательную поляризацию, так как ламбертовская поверхность по определению не поляризует свет, а отражение по законам Френеля дает только положительную поляризацию. Лио [92] предложил три возможных механизма для объяснения отрицательной ветви поляризации: преломление, многократное отражение и дифракцию.

Свет, проникший в полупрозрачное вещество и преломленный или рассеянный внутри него, при выходе будет отрицательно поляризован. Не имеется модели, которая объясняла бы отрица-

тельную ветвь кривой поляризации внутренним преломлением. Маккойд [95] получил приемлемую отрицательную поляризацию, используя модель слоистой поверхности с площадками, наклоненными случайным образом в одном измерении. Однако, если площадки модели Маккойда были бы наклонены в двух измерениях, а не в одном, отрицательная поляризация была бы значительно меньше.

Лио [92] полагал, что главной причиной появления отрицательной поляризации является многократное отражение. Оман [104] полуколичественно рассмотрел эту возможность и пришел к выводу, что достаточно большая отрицательная поляризация могла получаться в результате двукратного отражения от квази-зеркальных граней в лунном грунте. Эти грани могли бы или принадлежать соседним зернам, или быть частями одного и того же зерна. Если луч света, отраженный или рассеянный обратно в направлении на источник, претерпел бы френелевское отражение от поверхности, приблизительно параллельной плоскости зрения, то он был бы отрицательно поляризован. Лио показал, что изменение пористости вещества влияет на отрицательную ветвь, а Дольфюс и Кайо [56] и Дольфюс [53] обнаружили, что отрицательная часть поляризационной кривой исчезает, если порошок заменить частицами того же порошка, располагающимися на больших расстояниях друг от друга. Это открытие, по-видимому, поддерживает гипотезу многократного рассеяния.

Многократное релеевское рассеяние известно как причина отрицательной поляризации в земной атмосфере [116] и может оказаться приемлемым объяснением и для лунной поверхности. Однако атмосферная отрицательная ветвь обусловлена в основном многослойной структурой атмосферы и сильно зависит от i , указывая на существенное отличие от Луны.

Хопфилд [88] предложил специальную модель для воспроизведения отрицательной поляризации эффектами дифракции. В его модели учитывается тот факт, что свет, испытавший дифракцию на краю, частично поляризован. При рассеянии краевых волн, испытавших дифракцию на поверхности частицы грунта и на соседних частицах, при малых фазовых углах наблюдается отрицательная поляризация. Модель Хопфилда привлекательна тем, что полуколичественно предсказывает близкую к лунной величину отрицательной поляризации, которая так же, как и лунная, не зависит от альбедо и увеличивается с длиной волны. Поскольку эта модель, помимо дифракции, учитывает рассеяние соседними зернами, она также объясняет исчезновение отрицательной ветви у «разреженной» пыли.

Несмотря на очевидный успех модели Хопфилда, ее надо применять к Луне и другим планетам с большой осторожностью.

Поскольку интенсивность краевой волны зависит от периметра частицы, а общая интенсивность рассеянного света пропорциональна площади, отрицательная поляризация в этой модели будет значительной только для маленьких частиц, размером порядка 10 мкм или меньше. Однако не вызывает сомнения, что многие большие объекты также дают отрицательную поляризацию. Например, маленький винт с осью, перпендикулярной плоскости зрения, будет давать отрицательную поляризацию, более четко выраженную, чем лунная; ясно, что эта поляризация обусловлена двойным отражением типа рассмотренного Оманом отражения от резьбы винта, поскольку она исчезает, если резьбу срезать. Вогнутости в зернах лунного грунта или определенные сочетания соседних зерен могут дать такой же результат, как резьба винта. Не исключена возможность, что отрицательная ветвь возникает от взаимодействия одного зерна с лучом света. Волстенкрофт и Роуз [137] показали, что зодиакальный свет также обнаруживает отрицательную поляризацию, хотя частицы в нем, как предполагается, слишком далеки друг от друга, так что многократное отражение или дифракция в сочетании с рассеянием не могут играть важной роли.

Необходимо подчеркнуть, что наличие отрицательной поляризации само по себе не является аргументом в пользу малого размера частиц лунной поверхности. Свидетельство в пользу мелких частиц является чисто эмпирическим и основано на сходстве деталей отрицательной ветви лунной поляризационной кривой с аналогичными кривыми для мелко раздробленного темного порошка. Никакого теоретического обоснования такому сходству пока еще не дано. Вообще в настоящее время теоретическое объяснение лунной поляризации весьма неудовлетворительно.

В. Выводы о природе лунной поверхности

1. Данные наземных исследований

Чтобы выяснить природу лунного грунта, нужно использовать результаты различных исследований. Очевидно, наиболее детальную информацию дают космические зонды. Однако области, которые не исследовались космическими аппаратами, тоже представляют большой интерес, и экстраполяция от исследованных к неисследованным районам будет заслуживать больше доверия, если косвенные выводы о лунной поверхности будут согласованы с прямыми измерениями. Кроме того, благодаря дистанционным наблюдениям можно судить о некоторых свойствах лунного грунта,

которые еще не измерены во время космических экспериментов. Поэтому данные космических аппаратов будут независимо рассмотрены в последнем разделе.

Для объяснения лунных оптических свойств и в качестве основной компоненты лунной поверхности предлагалось много типов разных материалов. Это распыленные горные породы, вулканические шлаки и пены, метеоритный шлак, стеклянные шарики, металлические усы и материалы, похожие на растительные или коралловые поросли. Оптические характеристики Луны сами по себе опровергают большинство этих моделей; кроме того, для объяснения поляризации нужно предположить, что почти все эти вещества покрыты тонким слоем темного порошка. Если включить некоторые дополнительные факторы, то можно показать, что свойства лунного грунта можно определить довольно точно. Из неоптических исследований наиболее важны имеющаяся у нас информация об условиях на Луне и ее радиолокационные характеристики [60].

На Луне нет атмосферы и воды, и поэтому растительность, кораллы и тому подобные материалы биологического происхождения едва ли могут входить в состав лунной поверхности. Обширные покровы из металлических усов или метеоритного железа также могут быть исключены, так как из-за высокой электропроводности этих материалов коэффициент отражения радиоволн от Луны был бы гораздо выше наблюдаемого, а кроме того, спектр железа в оптическом диапазоне плоский.

Имеются три аргумента против присутствия на лунной поверхности значительного количества стеклянных шариков. Во-первых, хотя стеклянные шарики хорошо рассеивают свет назад, они еще более сильно рассеивают его вперед, из-за чего действуют как толстые линзы (рис. 11). Поэтому, если бы лунный закон рассеяния был обусловлен стеклянными шариками, это привело бы к тому, что поверхностная яркость Луны была бы больше при узком серпе, чем в полнолуние, в то время как лунная поверхность становится фактически невидимой при больших фазовых углах. Во-вторых, обратное рассеяние от стеклянных шариков обусловлено их сферической формой и гладкой поверхностью, но трудно ожидать, чтобы эти характеристики сохранились при обработке грунта ударами метеороидов. Эти же аргументы относятся к любым другим моделям, которые требуют оптического совершенства для объяснения обратного рассеяния, например к таким объектам, как уголковые отражатели. В-третьих, поляризационные кривые стеклянных шариков и жидких капель совершенно не похожи на лунные.

Некоторые независимые аргументы указывают на то, что лунные фотометрические законы не обусловлены вулканическими

лемзами или шлаками. Однородность оптических свойств требует, чтобы материал, вызывающий обратное рассеяние, был распространен на Луне повсеместно, включая моря, днища кратеров, кратерные валы и лучи. Однако поверхностная структура лавового потока обладает весьма локальными характеристиками и будет изменяться от места к месту даже для одного и того же кратера. Например, как глыбовые, так и волнистые лавы гавайского типа широко распространены в земных платобазальтах; первая шероховата и создает обратное рассеяние, но вторая представляет собой гладкую блестящую поверхность, которая совершенно несовместима с лунными оптическими свойствами.

Будет ли лава пениться в вакууме или нет, зависит от первоначального содержания в ней летучих веществ и скорости, с которой она будет выливаться в разреженное окружающее пространство. Все, кто занимался определениями К — Аг-возраста, убеждены, что многие породы, в частности кислые разновидности, будут пениться при плавлении в вакууме; но многие другие типы пород, в частности базальты, будут оставаться спокойными. Поэтому можно предположить, что те места на Луне, где лава, богатая летучими веществами, внезапно выбрасывалась на поверхность, покрыты пенообразным материалом или пеплом, а те места, где бедный летучими веществами базальтовый расплав спокойно изливался на поверхность, должны быть гладкими и зеркальными.

Оптические характеристики не могут ставить никаких пределов размерам структур, обуславливающих фотометрический закон, — можно только сказать, что эти структуры должны быть велики по сравнению с длиной волны видимого света, так как они должны отбрасывать тени. Однако радиолокационные свойства Луны [59, 70] свидетельствуют, что в масштабе более нескольких сантиметров большинство областей лунной поверхности является гладкими. Поэтому размер структур, вызывающих обратное рассеяние света, должен лежать в диапазоне от 1 мкм до 1 см, а неровности более крупного масштаба не могут быть привлечены для объяснения фотометрической функции. Однако, хотя многие земные экструзивные материалы, такие, как потоки пепла, образуют ровные поверхности, довольно распространены и потоки, поверхность которых покрыта угловатыми образованиями размером более нескольких сантиметров.

Общепризнано, что некоторые (если не большинство) лунные кратеры образованы ударами крупных метеоритов. Но высокие давления, возникающие при таких ударах, полностью уничтожают любые вулканические образования, существовавшие на поверхности до удара. Таким образом, если закон обратного рассеяния обусловлен лавовыми формациями, ударные кратеры должны были бы иметь другой тип фотометрической функции. Аналогично этому

можно ожидать, что при выбросах частиц грунта в результате ударов микрометеоритов будет удаляться достаточно толстый слой первичной лунной поверхности, какой бы она ни была.

Наконец, универсальность лунных оптических характеристик указывает на то, что они обусловлены внешним агентом, действующим на лунной поверхности, а не каким-то внутренним процессом. Удары мелких частиц межпланетной пыли, вероятно, являются важным фактором, действующим на Луну. Недавние экспериментальные исследования сверхзвуковых ударов [64] показали, что преобладающим эффектом при метеоритной бомбардировке является распыление вещества, а расплавление и испарение играют второстепенную роль. Таким образом, гипотезу метеоритного шлага можно отвергнуть.

Сверхзвуковое столкновение со скальной породой или пемзой приводит к дроблению некоторого количества материала мишени, равного примерно 1000 масс попавшего снаряда; при этом образуются обломки главным образом в форме мелких частиц. Маккрекен и Дьюбин [96] оценили, что в течение последних 4,5 млрд. лет на лунную поверхность выпало примерно 1 г/см^2 метеоритного вещества, если метеоритный поток все время оставался неизменным. Суммарного количества ударов за это время было достаточно, чтобы полностью распылить слой лунной поверхности толщиной в 1 м или более. Большинство таких падений происходило в форме мелких частиц. Таким образом, имеющиеся доказательства недвусмысленно указывают на то, что Луна везде покрыта слоем распыленных пород и что именно этот материал ответствен за лунные оптические свойства. Пыль, вероятно, состоит в основном из местного лунного вещества с небольшой примесью межпланетного вещества — в противном случае лунная поверхность имела бы еще более однородные оптические свойства, чем наблюдается в действительности.

Если именно пыль создает лунную фотометрическую функцию, она должна быть достаточно тонкой, чтобы поверхностные силы взаимодействия между частицами позволили строить сложные открытые структуры. В земных условиях верхний предел размера частиц, при котором возможно образование таких структур в отсутствие воды, составляет около 15 мкм. Отсюда можно оценить средний размер частиц в лунном грунте. Экстраполирование к Луне не дает особенно точных результатов, так как поверхностные адгезионные силы зависят от того, насколько поверхности зерен загрязнены, например, углеводородами или водяным паром. Хапке [83] рассмотрел имеющиеся данные о распределении размера частиц в лунном грунте и пришел к выводу, что средний размер частиц, взвешенных по массе, порядка 10 мкм или, самое большее, несколько десятков микрон.

Грунт должен быть некомпактным и иметь пористость около 75—80%. Связующие силы между частицами могут быть не очень велики. Вполне достаточно сцепления порядка 10^3 — 10^4 дин/см², хотя есть предположение, что вакуумное спекание или спекание при распылении может приводить к гораздо большему сцеплению частиц [428]. Однако это маловероятно, так как постоянное перемешивание поверхности микрометеоритной бомбардировкой должно делать грунт рыхлым. Действительно, причиной создания высокопористых верхних слоев лунного грунта, по всей вероятности, являются удары космической пыли. Точки, непосредственно подвергшиеся удару, конечно, будут уплотнены из-за чрезвычайно высоких давлений, возникающих при сверхзвуковых ударах. Однако масса грунта порядка 10^3 — 10^4 от массы попадающих «снарядов» будет разбрасываться взрывом; при ударах этих вторичных частиц будет выбрасываться еще больше зерен грунта, которые отлетят только на короткие расстояния. Таким образом, конечный результат ударов — сохранение верхних слоев лунного грунта хорошо перемешанными, рыхлыми и пористыми. Наши почвоведы, вероятно, классифицировали бы лунный грунт как легко уплотняющийся, слабо связанный ил.

Из оптических наблюдений нельзя оценить ход плотности грунта с глубиной, но предполагается, что плотность увеличивается с глубиной из-за самоуплотнения грунта и из-за эффектов уплотнения подповерхностного материала при метеоритных ударах. Толщину поверхностного слоя также нельзя определить из оптических данных, но низкая радиолокационная отражательная способность Луны указывает, что на протяжении нескольких метров под поверхностью скальных пород нет [70].

Требование того, чтобы частицы размером всего 10—20 мкм в диаметре были почти непрозрачны, налагает довольно строгие ограничения на возможный состав лунного поверхностного материала при допущении, что он состоит из силикатов. Если низкое альbedo частиц не обусловлено внешними факторами (например, облучением солнечным ветром), тогда лунный материал должен быть мафическим.

Основанием для такого заключения является то, что только железо достаточно обильно и силы осцилляторов в его спектре достаточно велики, чтобы объяснить высокую непрозрачность частиц лунного грунта; требуемое количество железа подразумевает основной или ультраосновной материал. Однако металлическое железо или магнетит следует отвергнуть, так как их спектры не похожи на лунные.

Если красноватый цвет Луны не вызван облучением солнечного ветра, тогда очень вероятно, что он обусловлен присутствием Fe^{3+} , так как ион окисного железа имеет сильную полосу поглощения

в ультрафиолетовом диапазоне. Необлученный порошок вулканического пепла, оптические свойства которого показаны на рис. 12, богат Fe_2O_3 и оптически похож на Луну, если не считать его значительно более «красного» спектра. Однако гипотеза о том, что красноватый лунный цвет обусловлен Fe_2O_3 , встречает много трудностей. Высокое отношение $\text{Fe}^{2+}/\text{Fe}^{3+}$ во многих земных лавах основного состава, вероятно, обусловлено окисляющим действием земной атмосферы. Измерения гавайских лав [110] показали, что состояние окисления железа уменьшается с глубиной. Поскольку на лунной поверхности среда является восстанавливающей из-за солнечного ветра, можно ожидать, что большинство атомов железа будет находиться в низшем валентном состоянии. Все, кто исследовал влияние солнечного ветра, подтверждают эту точку зрения. Нэш, который не смог подтвердить обнаруженного другими исследователями общего потемнения материалов под действием протонного облучения, нашел, что порошки, богатые Fe_2O_3 , будут темнеть при таких экспериментах [101]. Однако облучение подобных материалов, по-видимому, вызывает сильную положительную и отрицательную поляризацию и создает максимум в голубой части спектра отражения (рис. 12), вероятно обусловленный металлическим железом и отсутствующий в спектре Луны.

Далее, существуют довольно сильные возражения со стороны геологов против повсеместного присутствия на лунной поверхности окисленного материала, которое вытекает из распространения красноватого цвета по всей Луне. Состояние окисления свежих обнажений пород весьма изменчиво даже на Земле с ее окисляющей средой и зависит в основном от таких локальных факторов, как температура и содержание летучих веществ в магме. Поэтому, если считать, что красноватый цвет вызван присутствием Fe_2O_3 , на лунной поверхности можно было бы ожидать гораздо более широкого диапазона цветов.

Если влияние солнечного ветра может изменять отражательную способность силикатного порошка, то можно понять ограниченный диапазон изменения лунных оптических характеристик. В таком случае диапазон пород, которые могут входить в состав лунного грунта и быть совместимыми с его характеристиками, расширяется: в добавление к основным и ультраосновным породам в него могут быть определено включены богатые железом породы среднего состава и тектиты, но хондриты и граниты, равно как металлическое железо и магнетит, по-прежнему исключаются. Время, необходимое для потемнения силикатов под действием протонного облучения, составляет на Луне, по-видимому, 10^1 — 10^5 лет. Это время невелико по сравнению с возрастом большинства лунных образований, который предполагается порядка 10^8 —

10⁹ лет, но облучение поверхности, вероятно, не достигло насыщения, поскольку на нее поступает свежий материал при ударах метеоритов.

Итак, оптические характеристики Луны можно объяснить повсеместным наличием богатой железом пыли силикатных пород, частицы которой уложены в пористую, открытую структуру. Типичную структуру, необходимую для получения лунной фотометрической функции, можно создать в лаборатории, если насыпать порошок с размером частиц менее 20 мкм на ровную плоскость и поцарапать его поверхность концом иглы. Поскольку мелкий порошок обладает силами сцепления, частицы могут удерживаться на крутых склонах лунных образований.

Фотометрическая функция обусловлена экранированием и рассеянием света «внутри» поверхности. Частицы грунта должны быть почти непрозрачными, чтобы отбрасывать резкие тени. Но как интенсивность, так и поляризация требуют некоторой прозрачности. Для объяснения спектра Луны необходимо, чтобы зерна грунта сильнее поглощали в голубых лучах, чем в красных. Положительная ветвь лунной поляризационной кривой, по-видимому, определяется фазовой функцией частиц; поэтому уменьшение положительной поляризации с увеличением альбедо и длины волны вызвано уменьшением непрозрачности частицы. Увеличение непрозрачности уменьшает ширину пика обратного рассеяния. Таким образом, небольшие различия между оптическими свойствами морей и материков можно объяснить слабыми изменениями в поглощательных характеристиках частиц, которые покрывают эти два типа лунных образований. Изменения в непрозрачности могут быть обусловлены различиями в составе, размерах частиц или степени облучения. Что касается состава, то, вероятно, наибольшее влияние на оптические свойства оказывает содержание железа в кристаллической решетке. Увеличение содержания Fe в силикатном порошке уменьшает альбедо и увеличивает поляризацию; следовательно, можно предполагать, что материковые области содержат несколько меньше железа, чем моря [82]. Большие колебания степени поляризации в морях можно объяснить, если считать, что моря моложе и не достигли той степени однородности под действием ударов, как материки.

Лучи, по-видимому, несколько отличаются от остальной лунной поверхности тем, что соединяют высокое альбедо с узким максимумом обратного рассеяния. Предполагают, что лучи являются относительно свежими выбросами при метеоритных ударах. Поскольку они связаны с геологически молодыми кратерами, кажется вероятным, что лучи могут исчезать за геологическое время, и потемнение лучей часто рассматривают как доказательство действия облучения. Резкое обратное рассеяние можно

объяснить, если некоторые частицы материала лучей имеют более сложное строение, чем среднее лунное зерно. Гаулт и др. [65] показали, что выбросы при ударах сверхзвуковых снарядов о такие пористые мишени, как песок или пемза, содержат частицы с очень сложными, смятыми формами. Измерение фотометрических свойств этих обломков [81] показало, что они имеют очень резкие и большие максимумы обратного рассеяния. Таким образом, лучи могут содержать более высокий процент таких сложных объектов, чем остальная лунная поверхность.

2. Данные лунных зондов

Впервые в истории картина лунной поверхности была передана на Землю советским космическим аппаратом «Луна-9», но обнаруженный вид ландшафта не исключал наличия ни вулканического шлака, ни пыли [71]. Все сомнения в том, что лунный грунт состоит в основном из мелкого порошка, были устранены телевизионными изображениями, переданными американским аппаратом «Сервейер-1» [46]. Углубление в лунном грунте, сделанное «ногой» «Сервейера-1», непосредственно обнаружило многие свойства лунного грунта, о которых можно было предполагать по дистанционным измерениям. На рис. 19 показан отпечаток ноги, типичный и для всех остальных успешных посадок аппаратов «Сервейер».

Отсутствие приподнятого ободка или горба около углубления показывает, что лунный грунт является сжимаемым. Крутая стенка впадины и тот факт, что грунт аккуратно воспроизводит форму края ноги, свидетельствуют о том, что материал обладает вязкостью. Большая гладкость краев отпечатка указывает, что в лунном грунте преобладают мелкие частицы, а большие объекты типа гальки, видимые на снимке, вероятно, являются комками порошка.

Основная масса частиц лунного грунта на изображении не разрешается. Верхний предел среднего размера частицы, определенный разрешением телевизионной оптики «Сервейера», составляет приблизительно 0,5 мм. Этот верхний предел был уменьшен на порядок величины, когда «Сервейер-3» сфотографировал дно одного из отпечатков ноги; было обнаружено, что выступ высотой 60 мкм на нижней стороне ноги был отпечатан на поверхности [47]. Дно этого отпечатка имело более диффузную фотометрическую функцию, чем окружающий лунный грунт, указывая тем самым на то, что слабое сжатие порошка уменьшает обратное рассеяние. Этого можно было ожидать, если фотометрическая функция обусловлена способной к уплотнению структурой грунта, но если считать, что она объясняется только сложностью форм частиц, то эти особенности непонятны. Видимая на изображении степень изрытости недостаточна для объяснения лунного закона обратного

рассеяния; очевидно, структуры, ответственные за фотометрическую функцию, еще остаются неразрешенными.

Сигнал телевизионных камер «Сервейера» был использован для измерения изменений яркости небольших участков лунной поверхности. Местная фотометрическая функция, по-видимому,

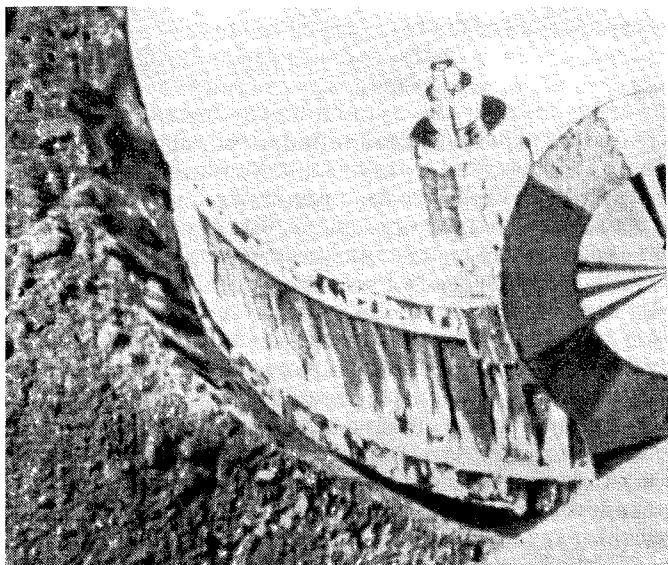


Рис. 19. Изображение отпечатка, сделанного на лунном грунте подошвой второй ноги «Сервейера-1». Подошва имеет диаметр около 30 см и толщину 13 см. Высота Солнца 54° .

фактически идентична крупномасштабной функции [109]. Цветные фильтры на борту космического корабля были использованы для получения цветных фотографий лунного ландшафта [102]. Удивительно отсутствие цвета в любой части этих изображений, особенно при сравнении с разнообразием цвета типичных земных пустынных или горных пейзажей. Монотонность лунных оптических свойств в большом и малом масштабах снова указывает на важность внешних факторов.

Самые верхние слои лунного грунта имеют значительно большее альbedo, чем подповерхностный материал (на рис. 19 видна часть горки темного вещества, выброшенного в результате удара

посадочных ног, происшедшего на малой скорости). Толщина этого слоя ниже предела разрешения оптики «Сервейера» и, возможно, составляет только несколько частиц. Поскольку такой слой наблюдался при всех успешных посадках «Сервейеров», очевидно, он вызван внешними причинами. Наиболее вероятным объяснением является то, что высокая отражательная способность обусловлена обесцвечиванием светопоглощающих цветовых центров вещества под действием солнечного излучения видимого и ближнего ультрафиолетового диапазонов, хотя возможны и другие объяснения, например различия в размере частиц [61].

Более поздние «Сервейеры» имели аппаратуру для измерения химического состава лунного грунта по рассеянию α -частиц. Оказалось, что моря похожи по составу на земные базальты и базальтовые ахондриты [119]. Соблазнительно предположить вместе с Дьюком [58], что Луна является источником некоторых ахондритов, хотя бедные железом разновидности, такие, как энстатитовые ахондриты, несовместимы с лунными оптическими свойствами.

В заключение следует отметить, что свойства лунного грунта, которые можно вывести из оптических характеристик Луны, находятся в согласии с результатами прямых измерений, хотя последние, конечно, значительно более детальны. Поэтому оптические методы можно использовать с достаточной уверенностью для определения многих свойств областей, которые еще не подвергались исследованию космическими аппаратами.

Дополнение в корректуре. Во время написания этой главы произошли два события, которые важны для обсуждаемых здесь вопросов. Во-первых, это успешная посадка «Аполлона-11» и доставка лунного грунта для лабораторных исследований. Предварительное изучение образцов не вызывает необходимости в существенном пересмотре этой главы. Средний размер зерна (взвешенный по массе) лунных частиц лежит в диапазоне 30–40 мкм. Пределы, в которых изменяются оптические свойства грунта под действием облучения и остеклования, пока еще не ясны [85]. Вторым событием является публикация результатов серии тщательных измерений цветовых различий на лунной поверхности, выполненных при помощи двухлучевого фотоэлектрического фотометра [93, 94]. В частности, подтверждено присутствие в лунном спектре полосы Fe^{2+} на длине волны 1,0 мкм.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аврамчук В. В., в сб. «Физика Луны и планет», под ред. И. К. Коваля, «Наукова думка», Киев, 1964, стр. 3.
2. Барабашов Н. П., *Astron. Nachr.*, **217**, 445 (1923).

3. *Барабашов Н. П.*, *Астрон. ж.*, 1, 3—4, 44 (1924).
4. *Барабашов Н. П.*, в кн. «Луна», под ред. А. В. Маркова, Физматгиз, М., 1960, стр. 125.
5. *Барабашов Н. П.*, *Чекирда А. Т.*, *Астрон. ж.*, 22, 11 (1945).
6. *Барабашов Н. П.*, *Чекирда А. Т.*, Труды Астрон. обсерв. Харьковского гос. ун-та, 3 (11), 13 (1954).
7. *Барабашов Н. П.*, *Чекирда А. Т.*, *Астрон. ж.*, 36, № 5, 851 (1959).
8. *Барабашов Н. П.*, *Гаража В. И.*, *Астрон. ж.*, 39, № 2, 305 (1962).
9. *Барабашов Н. П.*, *Белоброва И. О.*, *Езерский В. И.*, *Езерская В. А.*, *Астрон. ж.*, 43, № 5, 1039 (1966).
10. *Джапиашвили В. П.*, Бюлл. Абастуманской обсерв., № 21, 54 (1957).
11. *Лебединский А.*, *Алешин Г.*, *Иозенас В.*, *Краснопольский В.*, *Селиванов А.*, *Засецкий В.*, in «Moon and Planets», ed. A. Dollfus, North-Holland Publ., Amsterdam, 1967, p. 65.
12. *Лебединский А.*, *Краснопольский В.*, *Кривсько А.*, in «Moon and Planets», ed. A. Dollfus, North-Holland Publ., Amsterdam, 1967, p. 59.
13. *Марков А.*, *Astron. Nachr.*, 221, 65 (1924).
14. *Марков А. В.*, в кн. «Луна», под ред. А. В. Маркова, Физматгиз, М., 1960, стр. 156.
15. *Марков М.*, *Хохлова В.*, Докл. АН СССР, 157, № 4, 826 (1964); *Астрон. ж.*, 42, № 2, 386 (1965); Известия комиссии по физике планет, вып. 5, 16 (1965).
16. *Мартынов Д. Я.*, *Астрон. ж.*, 36, № 4 (1959).
17. *Миронова М. Н.*, в сб. «Физика Луны и планет», под ред. И. К. Коваля, «Наукова думка», Киев, 1964, стр. 16.
18. *Мороз В. И.*, *Астрон. ж.*, 42, № 6, 1287 (1965).
19. *Орлова Н. С.*, Уч. зап. ЛГУ, № 153, 166 (1952).
20. *Орлова Н. С.*, *Астрон. цирк.*, № 156, 19 (1955).
21. *Орлова Н. С.*, *Астрон. ж.*, 33, № 1, 93 (1956).
22. *Петрова Н. Н.*, *Астрон. ж.*, 43, № 1, 162 (1966).
23. *Радлова Л. Н.*, *Шаронов В. В.*, *Астрон. ж.*, 35, № 5, 788 (1958).
24. *Сергеева А. Н.*, в сб. «Физика Луны и планет», под ред. И. К. Коваля, «Наукова думка», Киев, 1964, стр. 30.
25. *Сытинская Н. Н.*, *Астрон. ж.*, 30, 295 (1953).
26. *Сытинская Н. Н.*, Уч. зап. ЛГУ, № 190, 74; Труды обс. ЛГУ, 17 (1957).
27. *Сытинская Н. Н.*, *Астрон. ж.*, 36, 315 (1959).
28. *Сытинская Н. Н.*, *Шаронов В. В.*, Уч. зап. ЛГУ, № 153, 114; Труды обс. ЛГУ, 16 (1952).
29. *Тейфель В. Г.*, *Астрон. ж.*, 36, № 6, 1041 (1959).
30. *Улов Н.*, *Phys. Z.*, 13, 962 (1912); см. также Избр. соч., М.—Л., Гостехиздат, 1950, стр. 415.
31. *Федорец В. А.*, Уч. зап. ХГУ, 42; Труды Астрон. обс. ХГУ, 2, 49 (1952).
32. *Фесенков В. Г.*, *Astron. Nachr.*, 236, 7 (1929).
33. *Фесенков В. Г.*, *Штауде Д.*, *Паренаго П.*, Труды Московского гос. астрон. ин-та, 4, № 1, 1 (1928).
34. *Шаронов В. В.*, *Астрон. ж.*, 31, 442 (1954).
35. *Шаронов В. В.*, *Астрон. цирк.*, № 157, 19 (1955).
36. *Шаронов В. В.*, Природа планет, Физматгиз, М., 1958.
37. *Шаронов В. В.*, в кн. «Луна», под ред. А. В. Маркова, Физматгиз, М., 1960, стр. 331.
38. *Шаронов В. В.*, *Астрон. ж.*, 39, № 1, 87 (1962).
39. *Шаронов В. В.*, *Астрон. ж.*, 42, № 1, 136 (1965).
40. *Adams J.*, *Geophys. J. Res.*, 72, 5717 (1967).
41. *Adams J.*, *Felice A.*, *J. Geophys. Res.*, 72, 5705 (1967).
42. *Arago F.*, *Astron. Pop.*, 3, 463 (1856).
43. *Bennett A.*, *Astrophys. J.*, 88, 1 (1938).

44. *Binder A., Cruikshank D., Hartmann W., Icarus, 4, 415 (1965).*
45. *Buettner K., Publ. Astron. Soc. Pacific, 64, 11 (1952).*
46. *Christensen E., Batterson S., Benson H., Chandler C., Jones R., Scott R., Shipley E., Sperling F., Sutton G., NASA, SP-126, 1 (1966).*
47. *Christensen E., Batterson S., Benson A., Choate R., Jaffe L., Jones R., Ko H., Spenser R., Sperling F., Sutton G., NASA, SP-146, 94 (1967).*
48. *Coffeen D., Astron. J., 70, 403 (1965).*
49. *Coyne G., Astron. J., 68, 49 (1963).*
50. *Coyne G., Astron. J., 70, 115 (1965).*
51. *Danjon A., Astronomie, 50, 57 (1936).*
52. *Dobar W., Icarus, 5, 399 (1966).*
53. *Dollfus A., Ann. Astrophys., 19, 83 (1956).*
54. *Dollfus A., Ann. Astrophys., Suppl. № 4 (1957).*
55. *Dollfus A.* in «The Nature of the Lunar Surface», eds. W. Hess, D. Menzel and J. O'Keefe, Johns Hopkins Press, Baltimore, Maryland, 1966, p. 155.
56. *Dollfus A., Cailleux A., Compt. Rend., 230, 1411 (1950).*
57. *Dollfus A., Geake J., Compt. Rend., 260, 4924 (1965).*
58. *Duke M., Trans. Am. Geophys. Union, 45, № 1, 86 (1964).*
59. *Evans J., Hagfors T., Icarus, 3, 151 (1964).*
60. *Evans J., Hagfors T., Adv. Astron. Astrophys., 8, 29 (1971).*
61. *Felice A., J. Geophys. Res., 72, 5721 (1967).*
62. *Felder G., Guest J., Wilson L., Planet. Space Sci., 15, 1653 (1967).*
63. *Firsoff V., Strange World of the Moon, Science Editions, New York, 1962.*
64. *Gault D., Shoemaker E., Moore H., NASA TN D-1767, 1963.*
65. *Gault D., Heitowit E., Moore H., Trans. Am. Geophys. Union, 45, № 1, 74 (1964).*
66. *Gehrels T., Teska T., Appl. Opt., 2, 67 (1963).*
67. *Gehrels T., Coffeen D., Owings T., Astron. J., 69, 826 (1964).*
68. *Goetz P., Veroeffentl. Sternw. Oesterberg, 1, № 2 (1919).*
69. *Gold T., Mon. Not. Roy. Astron. Soc., 115, 585 (1955).*
70. *Gold T.,* in «The Lunar Surface Layer», eds. J. Salisbury and P. E. Glaser, Academic Press, New York, 1964, p. 345.
71. *Gold T., Hapke B., Science, 153, 290 (1966).*
72. *Greer R., Hapke B., J. Geophys. Res., 72, 3131 (1967).*
73. *Halajian J., Ann. N.Y. Acad. Sci., 123, 671 (1965).*
74. *Hapke B., J. Geophys. Res., 68, 4571 (1963).*
75. *Hapke B.,* in «The Lunar Surface Layer», eds. J. Salisbury and P. E. Glaser, Academic Press, New York, 1964, p. 323.
76. *Hapke B., Trans. Am. Geophys. Union, 45, № 2, 347 (1964).*
77. *Hapke B., Ann. N.Y. Acad. Sci., 123, 711 (1965).*
78. *Hapke B.,* in «The Nature of the Lunar Surface», eds. W. Hess, D. Menzel and J. O'Keefe, Johns Hopkins Press, Baltimore, Maryland, 1966, p. 141.
79. *Hapke B., Trans. Am. Geophys. Union, 47, № 1, 149 (1966).*
80. *Hapke B., Astron. J., 71, 333 (1966).*
81. *Нарке В., не опубликовано, 1967.*
82. *Нарке В., Science, 159, 76 (1968).*
83. *Нарке В., Planet. Space Sci., 16, 101 (1968).*
84. *Нарке В., Van Horn H., J. Geophys. Res., 68, 4545 (1963).*
85. *Нарке В., Cohen A., Cassidy W., Wells E., Science, 167, 745 (1970).*
86. *Harris D.,* in «Planets and Satellites», eds. G. P. Kuiper and B. Middlehurst, Vol. III, Univ. of Chicago Press, Chicago, Illinois, 1961, p. 272. (Русский перевод: «Планеты и спутники», ИЛ, М., 1963, стр. 241.)
87. *Heddle D., Nature, 193, 861 (1962).*
88. *Hopfield J., Science, 151, 1380 (1966).*
89. *Irvine W., J. Geophys. Res., 71, 2931 (1966).*

90. *KenKnight C., Rosenberg D., Wehner G.*, J. Geophys. Res., **72**, 3105 (1967).
91. *Koomen M., Tousey R., Seal R., Jr.*, in «Moon and Planets II», ed. A. Dollfus, North-Holland Publ., Amsterdam, 1967, p. 187.
92. *Lyot B.*, Ann. Obs. Paris, **8**, № 1 (1929).
93. *McCord T.*, J. Geophys. Res., **74**, 3131 (1969).
94. *McCord T., Johnson T.*, J. Geophys. Res., **74**, 4395 (1969).
95. *McCoy G.*, J. Opt. Soc. Am., **57**, 1345 (1967).
96. *McCracken C., Dubin M.*, in «The Lunar Surface Layer», eds. J. Salisbury and P. F. Glaser, Academic Press, New York, 1964, p. 179.
97. *Miethé A., Seegert E.*, Astron. Nachr., **188**, 371 (1911).
98. *Minnaert M.*, Astrophys. J., **93**, 403 (1941).
99. *Minnaert M.*, in «Planets and Satellites», eds. G. P. Kuiper and E. Middlehurst, Univ. of Chicago Press, Chicago, Illinois, 1961, p. 213. (Русский перевод: «Планеты и спутники», ИЛ, М., 1963, стр. 192.)
100. *Nash D.*, J. Geophys. Res., **72**, 3089 (1967).
101. *Nash D.*, частное сообщение, 1968.
102. *Newell H.*, Natl. Geograph. Mag., **130**, 578 (1966).
103. *Oetking P.*, J. Geophys. Res., **71**, 2505 (1966).
104. *Öhman Y.*, Ann. Stockholm Obs., **18**, № 8 (1955).
105. *Õpik E.*, Publ. Tartu Obs., **26**, № 1 (1924).
106. *Õpik E.*, Progr. Astronaut. Sci., **1**, 215 (1962).
107. *O'Keefe J.*, Astrophys. J., **126**, 466 (1957).
108. *Platt J.*, Science, **127**, 1502 (1958).
109. *Rennilson J., Dragg J., Morris E., Shoemaker E., Turkevich A.*, Jet Propulsion Lab., Pasadena, California, Tech. Rept. № 32-1023, 1966.
110. *Richter D., Moore J.*, U.S. Geol. Surv., Profess. Papers 537-B, 1966.
111. *Rosenberg D., Wehner G.*, J. Geophys. Res., **69**, 3307 (1964).
112. *Rosenberg H.*, Astron. Nachr., **214**, 137 (1921).
113. *Rougier M.*, Ann. Obs. Strasbourg, **2**, Part 3, 203 (1933).
114. *Russell H.*, Astrophys. J., **43**, 103 (1916).
115. *Ryan J.*, J. Geophys. Res., **71**, 4413 (1966).
116. *Sekera Z.*, in «Handbuch der Physik», ed. S. Flügge, Bd. 48, Springer, 1957, S. 288.
117. *Stair R., Johnston R.*, J. Res. Natl. Bur. Stand., **51**, № 2, 81 (1953).
118. *Tull R. G.*, Icarus, **5**, 505 (1966).
119. *Turkevich A., Franzgrote E., Patterson J. H.*, Science, **158**, 635 (1967).
120. *Vrey H.*, Sky and Telescope, **15**, 161 (1956).
121. *Van de Hulst H.*, Light Scattering by Small Particles, Wiley, New York, 1957. (Русский перевод: Г. Ван де Хюлст, Рассеяние света малыми частицами, ИЛ, М., 1961.)
122. *Van den Bergh S.*, Astron. J., **67**, 147 (1962).
123. *Van Diggelen J.*, Rech. Astron. Obs. Utrecht, **14**, № 2 (1959).
124. *Van Diggelen J.*, Planet. Space Sci., **13**, 271 (1965).
125. *Wattson R., Danielson R.*, Astrophys. J., **142**, 16 (1965).
126. *Wattson R., Hapke B.*, Astrophys. J., **144**, 364 (1966).
127. *Wehner G.*, Am. Rocket Soc. J., **31**, 438 (1961).
128. *Wehner G., KenKnight C., Rosenberg D.*, Planet. Space Sci., **11**, 1257 (1963).
129. *Wells E.*, частное сообщение, 1967.
130. *Wesselink A.*, Bull. Astron. Inst. Neth., **10**, 351 (1948).
131. *Whipple F.*, Vistas Astron., **2**, 267 (1959).
132. *Whitaker E.*, in «The Nature of the Lunar Surface», eds. W. Hess, D. Menzel and J. O'Keefe, Johns Hopkins Press, Baltimore, Maryland, 1966, p. 79.
133. *Wildey R., Pohn H.*, Astron. J., **69**, 619 (1964).

134. *Wilsing J., Scheiner J.*, Publ. Astrophys. Obs. Potsdam, **20**, № 6, 1 (1909).
135. *Wilsing J., Scheiner J.*, Publ. Astrophys. Obs. Potsdam, **24**, № 77, 3 (1924).
136. *Wirtz C.*, Astron. Nachr., **201**, 289 (1915).
137. *Wolstencroft R., Rose L.*, Astrophys. J., **147**, 271 (1967).
138. *Wright F. E.*, Proc. Natl. Sci. U.S., **13**, 535 (1927).
139. *Wright F. E.*, Smithsonian Inst., Ann. Rept., **169** (1935).
140. *Wright F. E., Wright F. H., Wright H.*, in «Moon, Meteorites and Comets», eds. B. Middlehurst and G. P. Kuiper, Univ. Chicago Press, Chicago, Illinois, 1963, p. 1.
141. *Wright W.*, Publ. Astron. Soc. Pacific, **41**, 125 (1929).

Глава 6

ВОЗНИКНОВЕНИЕ И ИСТОРИЯ ЛУНЫ

ГАРОЛЬД С. ЮРИ

ГОРДОН ДЖ. Ф. МАКДОНАЛЬД

1. Введение

Мы не знаем, как возникла Луна; не знаем также, каким образом солнечная система в целом приобрела свой современный вид. Однако по этим вопросам все же имеются некоторые сведения; и если мы получаем результаты, исследуя этот небольшой объем данных и добывая дополнительные сведения, то мы можем попытаться рассмотреть проблему происхождения и возможной истории нашего спутника и его связь с Землей и солнечной системой. Мы не можем вернуться назад во времени и наблюдать процессы, которые уже произошли, равно как не можем наблюдать процессы, которые происходят сейчас в звездах и солнечных системах в нашей Галактике: наши возможности ограничены изучением «окаменевших остатков». К счастью, сведения, которые мы получаем благодаря осуществлению космических программ, дают очень интересную и точную информацию по этой проблеме.

Существование высоких гор и масконов предполагает высокую степень твердости внешних частей Луны. Если вся Луна однородна по плотности или по крайней мере плотность ее меняется только с изменением расстояния от центра, то ее глубокие недра должны обладать значительной твердостью, так как форма Луны не является равновесной, т. е. обусловленной ее собственным гравитационным полем, полем Земли и действием центробежной силы, которая вызывается вращением Луны вокруг оси и обращением по орбите. Наличие концентраций масс под круглыми морями и другими образованиями свидетельствует о том, что Луна была твердой с тех пор, как они образовались на ранней стадии ее развития. Эти условия твердости в свою очередь накладывают ограничения на распределение радиоактивных элементов и на прошлую тепловую историю Луны. Интерпретация образований на лунной поверхности невозможна без рассмотрения ее тепловой истории. Все наблюдаемые вулканические явления, а именно выходы газов в кратере Альфонс и в окрестностях Аристарха, по-видимому, весьма незначительны. Небольшие конусообразные

структуры и некоторые поверхностные особенности, возможно, указывают на слабую вулканическую деятельность. Поскольку Луна — малое тело по сравнению с Землей, вулканическая деятельность на Луне не могла быть так значительна, как на Земле в настоящее время или в прошлом, но только детальные расчеты могут дать нам количественные оценки этих различий. Низкая плотность Луны и, очевидно, низкое содержание железа в ее общем составе приводят к интересным заключениям о ее происхождении. Орбита Луны, обращающейся вокруг Земли, изменялась в результате приливных взаимодействий. Современные элементы орбиты существенным образом ограничивают возможные динамические конфигурации системы Земля — Луна в прошлом. Возрасты, определенные по обилию K^{40} — Ar^{40} , Rb — Sr и U — Th — Pb , указывают, что поверхность Луны очень старая.

Совершенно ясно, что все эти взаимосвязанные условия затрудняют логическое изложение доказательств и выводов, если заранее не постулировать некоторые положения, выясняющиеся в процессе обсуждения. Предполагается, что Луна аккумуляровалась при низких температурах, а расплавление носило только местный или временный характер; что со времени своего образования она сохранила высокую степень твердости; что поверхностные детали были образованы главным образом в процессе соударений тел с ее поверхностью; что потоки лавы или пепла или же облака пыли являются результатом ударов с высокой энергией, а не результатом подповерхностного плавления такого типа, как это наблюдается на Земле. Поверхностные структуры ударного происхождения сформировались главным образом в течение короткого периода времени на весьма раннем этапе истории Луны, до периода образования самых ранних осадочных пород на Земле. Мы не можем определенно высказываться о происхождении гладких областей Луны до тех пор, пока не получим еще данных. Базальтовый характер лунного вещества и на морях и на материках определенно указывает на то, что происходило частичное плавление или кристаллизация первичного вещества, но это сложный вопрос и его нелегко согласовать с другими данными. Высокое содержание газов в лунной пыли указывает на то, что это вещество находилось на поверхности Луны в течение долгого времени, вероятно миллиард лет или более.

II. Происхождение лунных кратеров

Большинство лунных кратеров имеют круговые очертания и окаймлены высоким валом; у многих больших кратеров имеется центральная горка. Диапазон размеров очень велик: от маленьких

кратеров диаметром в несколько метров или даже сантиметров до огромного кратера Клавий диаметром 236 км. Еще большие кратеры существуют на невидимом с Земли полушарии. Нередко внутренность кратеров частично заполнена ровным серым веществом (кратер Варгентин заполнен им до краев). У валов и центральных горок довольно пологие склоны, как и у большинства лунных гор [47]. Самые маленькие кратеры, по-видимому, очень сходны с метеоритными кратерами на Земле. Вообще поперечники кратеров существенно больше высот их валов, т. е. они широкие и мелкие. Некоторые из меньших кратеров расположены вдоль борозд, например кратеры к западу от Коперника. Эти кратеры, как и некоторые другие, должны быть обусловлены процессами, зарождающимися в недрах Луны. Гринакр [72], Гринакр и Бар [73] и Козырев [107] наблюдали извержения, которые, по-видимому, не сопровождались истечением лавы *). Хартман и Харрис [82] описывают структуры, похожие на конусы из пещла, в области, наблюдавшейся Гринакром. Однако в свете данных об огромной твердости Луны трудно понять их оценку температуры изливающейся лавы, которую они считают равной 1580 К.

Впервые лунные кратеры наблюдал Галилей в 1610 г., и до 1873 г. считалось, что они имеют вулканическое происхождение. Проктор предположил, что они образовались в результате столкновений с метеорными телами, и с тех пор спор относительно их природы продолжается. Болдуин [10, 11] очень подробно рассмотрел этот вопрос и привел много ссылок на литературу. Его работа показала, что большинство кратеров должно быть обусловлено столкновениями с массивными телами. К этому выводу в свое время пришел Гильберт [57], который рассмотрел многие особенности кратеров и их случайное распределение в предположении, что моря возникли в результате сильных соударений (разд. III), а также заметное отличие их форм по сравнению с земными вулканами, особенно если учесть отсутствие эрозии **).

*) Как пишут Берли и Миддлхерст в своем обширном обзоре литературы [21], о таких извержениях имеется много сообщений. В. Гершель наблюдал аналогичное извержение вблизи Аристарха, когда эта область не была освещена. Возможно, что эти явления реальные и свечение вызывается своего рода электрическими разрядами в газах, покидающих Луну.

**) Вблизи центра лунного диска несколько больших кратеров расположены приблизительно на одной линии в направлении север — юг, и часто утверждается, что это указывает на какое-то неслучайное явление. Однако это единственный выдающийся пример такого рода, и, по-видимому, следует думать, что это случайное явление. Копал [100] предполагает, что Птолемей и Альфонс могут быть кальдерами, потому что на разделяющем их валу не видно никаких разрушений, вызванных различными временами падений, но валы обнаруживают несомненные признаки ударных явлений. Не образовались ли они в результате одновременного падения двух осколков одного тела, разделившегося в гравитационном поле Луны при приближении тела к Луне?

Кратеры среднего размера случайно распределены в гладких морях и неровных континентальных областях, в то время как большие кратеры на морях отсутствуют, но в некоторых случаях располагаются по краям круглых морей. Этот последний пункт будет обсужден позже в другой связи (разд. IV). В некоторых областях встречается неслучайное расположение кратеров, возможно обусловленное ударами ограниченного роя тел.

При рассмотрении вопроса о метеоритном или магматическом происхождении кратеров следует начать с вопроса об источниках энергии, необходимых для их образования. Каким-то образом большие количества энергии были сконцентрированы в очень ограниченных областях, случайно распределенных по поверхности. Сравнения с Землей затруднительны из-за ее большего размера и гораздо большей активности. Кальдеры образовались в некоторых местах Земли и по крайней мере в некоторых случаях обусловлены очень сильными взрывами. В расплавленных силикатах может растворяться значительное количество воды, и, когда силикаты кристаллизуются, давление воды увеличивается настолько, что может произойти взрыв [30]. Если бы лунные кратеры образовались таким путем, то на Луне должно было быть много таких же вулканических образований, какие наблюдаются сейчас на Земле, причем они должны были бы быть более многочисленными из-за отсутствия на Луне разрушающей эрозии. Подобного обилия типичных вулканов на Луне нет и нет также складчатых горных систем, какие существуют теперь или существовали в прошлые геологические эпохи на Земле *). Случайное распределение относительно поверхности и типа формации, на которой они расположены, наилучшим образом объясняется ударной гипотезой. На Луне могли происходить соударения разного типа, зависящие от массы, скорости и химического состава сталкивающегося тела и характера участка поверхности. Такие ударяющие тела могли служить достаточными источниками энергии в локальных областях. Меньшие кратеры размером в несколько километров в диаметре подобны земным метеоритным кратерам. Диаметры кратерного купола Вредефорт в Африке и кратера Нордлинген-Рис в Европе составляют около 40 и 24 км соответственно. Следовательно, эти кратеры сравнимы с некоторыми лунными кратерами промежуточных размеров.

Билс и Холидей [15] подвели итог исследованиям кратеров на Канадском щите. Наблюдалось довольно много малых кратеров и примерно пять кратеров диаметром более 16 км. Тела, падающие на Землю, должны сталкиваться с ней со скоростью по крайней мере 11,2 км/с, но их скорости могут быть и значительно больше,

*) Это отметил Гильберт [57], и другие компетентные исследователи согласны с ним.

так что энергия этих тел на грамм вещества, вероятно, во много раз больше энергии тел, сталкивающихся с Луной. Следовательно, эти тела, происхождение которых, без сомнения, связано с соударениями астероидов или голов комет, могли образовать на Земле несколько большие по диаметру кратеры, чем те же тела могли образовать на Луне. Кратеры на Земле видоизменяются под действием водной эрозии и геологических процессов. Тем не менее очевидно огромное сходство их с лунными кратерами, хотя кратеры на Луне ближе к идеальным *). В частности, центральные горки могли образоваться в результате падения тела после отскока (как предполагал Гильберт) или падения фрагментов лунных пород, но не исключено, что происходило местное расплавление, которое приводило к некоторому преходящему вулканическому явлению. У некоторых из этих горок на вершинах небольшие кратеры, которые могли быть образованы последующими ударами малых тел или могли быть побочным результатом сильного соударения или, возможно, результатом действия временного вулкана. Копал [100, гл. 17] всесторонне сравнил ударную и вулканическую гипотезы происхождения лунных кратеров.

Многие фотографии, полученные во время осуществления космических программ США и СССР, особенно при полетах «Орбитеров» и аппаратов, посаженных на поверхность Луны, сильно обогатили наши сведения о ее поверхности. Однако излюбленные объяснения поверхностных структур остаются во многом прежними. В большинстве случаев продолжают считать, что кратеры образованы соударениями, а моря — потоками лавы или пепла. Оказалось, что поверхностное вещество сильно раздроблено и обладает такой же прочностью и сцеплением, как слабо связанные земные грунты. Каково бы ни было происхождение этого вещества, оно подвергалось интенсивным ударным процессам, являющимся очевидным механизмом образования мелкозернистого вещества.

Можно сделать вывод, что кратеры в большинстве случаев образовались в результате случайного падения тел на поверхность Луны.

III. Ударные моря.

в частности Море Дождей

Строение Моря Дождей **) представляет явные доказательства происхождения этого моря, и вся область дает необыкновенно богатую информацию о происхождении поверхностных деталей

*) Подробное описание см. в книге Болдуина [11, гл. VI].

**) Система Моря Дождей была открыта Гильбертом в 1893 г. и позднее вновь открыта (по-видимому, независимо) другими. Дельморт [35, 36] описал эту систему. Этот район нанесли на карту Ламеш [113] и Дарви [32]. Последний поместил место удара в Море Дождей к югу от береговой линии между

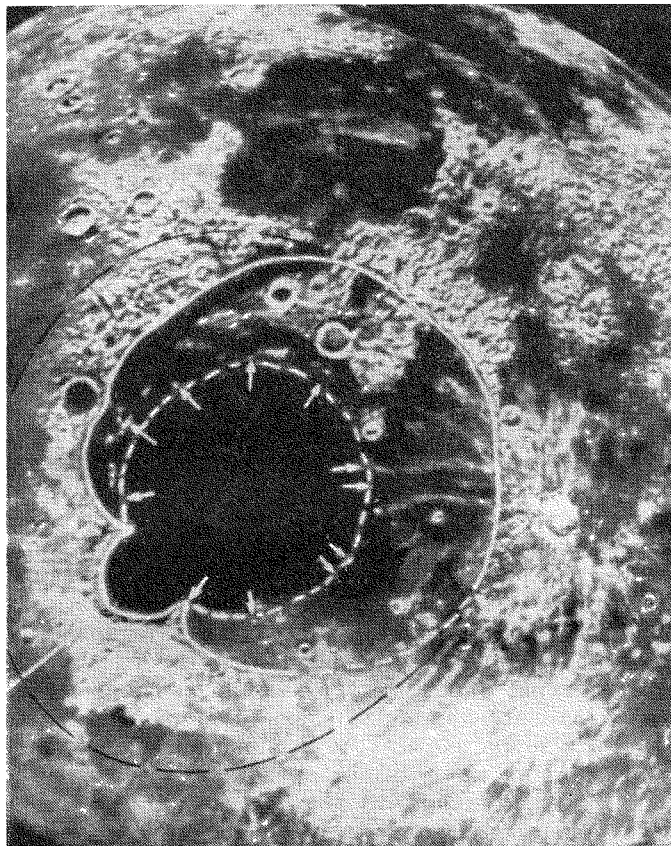


Рис. 1. Район Моря Дождей.

Луны. На рис. 1 приведена ректифицированная фотография этой части поверхности. Море Дождей состоит из двух круговых областей: большая область очерчивает границу с прилегающими гора-

Платоном и Мысом Лаплас, вместо того чтобы поместить его непосредственно перед Заливом Радуги. Современные авторы считают это местоположение неправдоподобным. Место удара должно было находиться близ Пико, Питона и Прямой Стены или должно было налагаться на них, и можно ожидать, что эти детали образовались в результате соударения. В тексте приведены доводы в пользу наиболее вероятного положения места соударения. Болдуин [10] также обсуждал этот вопрос.

ми, а меньшая — с кольцом горных пиков; внутри меньшего круга нет горных пиков. Можно заметить, что от этого внутреннего круга расходятся горные хребты; этот внутренний круг расположен как раз перед Заливом Радуги. Когда-то в прошлом эта область Луны была покрыта большими и малыми кратерами, подобно южным возвышенным областям. Некоторое тело приблизилось под малым углом в направлении большой стрелки, вырыло глубокую яму внутри области, ограниченной малой окружностью, подняло волнообразные образования вокруг всей области и раскидало части своего вещества и вещества Луны в огромный веер радиальных горных хребтов, простирающихся примерно на 1500 или 2000 км от области удара. Впоследствии волна частично осела и разрушилась на береговой линии, т. е. на большом круге на фотографии. Кратеры в прилегающей области были в значительной мере разрушены. По количеству вещества в окрестностях Гильберт оценил диаметр тела примерно в 160 км.

Изучение более детальных фотографий, полученных аппаратами «Орбитер», показывает, что эту картину следует уточнить. Огромные круглые волнообразные очертания, показанные длинными круговыми штрихами и продолжающие огромную трещину на поверхности Луны перед горами Кавказ, Апеннины и Карпаты до берега Моря Холода, определенно являются неотъемлемой частью этой картины, и, вероятно, между внутренним и этим большим кругом лежит еще один круговой хребет. Это делает Море Дождей похоже на Море Восточное, для которого характерна правильная структура. Залив Радуги — явно послеморской кратер, а не точка входа тела, образовавшего Море Дождей, хотя он и расположен в точке входа. (Это становится еще яснее, если рассматривать большой круг, чтобы представить развитие событий во времени.) Удивительно, что тело, не связанное с основным ударом, могло попасть так точно в это место. Возможно, Залив Радуги был образован телом, которое отделилось от главного тела, когда оно приблизилось к Луне, и потому упало неподалеку и чуть позже *).

Кратеры внутри большого кратера (так же как Платон на северном берегу) все послеморские, как, вероятно, кратеры везде вблизи берегов морей. Из огромной массы силикатов, по-видимому, образовались Альпы, Гемус, Кавказ и Карпаты и другие хребты в Океане Бурь. Долина Альп на северо-западе моря также обязана

* Прежде предполагалось, что тело прошло через Залив Радуги, но недавнее всестороннее изучение этой области показывает, что Залив Радуги является результатом последующего удара. Доказательство заключается в сходстве картины выбросов из этого кратера и других окружающих кратеров. Мы обязаны д-ру Вильгельму за то, что он обратил наше внимание на этот факт.

своим существованием этому событию. Вероятно, это длинная трещина, созданная огромной волной, которая образовала берег моря. (Удивительно, что выявлена только одна трещина такого рода.) Другие желоба, проходящие через валы Птолемея и Альфонса и в указанных горных областях, почти наверняка обусловлены плотными «снарядами», образовавшимися при этом соударении. Тело, вероятно, подошло с дозвуковой скоростью, т. е. менее 5 или 6 км/с; в противном случае оно могло целиком зарыться в грунт, прежде чем его верхняя часть получила бы сигнал о том, что контакт произошел. Торможение в вертикальном направлении было необходимо для того, чтобы железо-никелевые и силикатные массы могли быть отклонены в приблизительно горизонтальном направлении. Если тело не было спутником Луны, оно двигалось по орбите, близкой к гиперболической, и могло приблизиться к Луне под малым углом со скоростью, несколько большей скорости освобождения; таким образом, его скорость могла быть заключена где-то между 2,4 и 6 км/с. Если бы оно подошло с гораздо большей скоростью, то, вероятно, должно было бы испариться без остатка, на который указывают масконы (разд. V). Энергию можно определить из следующей формулы:

$$\lg D = K_1 \lg E - K_2,$$

где D — диаметр в километрах, E — энергия в эргах, а K_1 и K_2 равны соответственно 0,3284 и 7,924 (по Болдуину [11]) или 0,294 и 6,92 (по Нордайку [150]). Энергия соударения в Море Дождей при $D = 680$ км равна $5,7 \cdot 10^{32}$ эрг [11] или $1,5 \cdot 10^{33}$ эрг [150]. Соответствующие массы при 5 и 2,4 км/с равны $4 \cdot 10^{21}$ и $20 \cdot 10^{21}$ г [11] или $1,0 \cdot 10^{22}$ и $5,1 \cdot 10^{22}$ г [150]. Экстраполяция на основании данных о земных взрывных кратерах не может быть очень надежной, и потому все полученные значения энергии и массы приближительны.

Сабанеев [237] провел много экспериментов по падению мягких объектов в слой мягкого вещества и нашел, что лунные кратеры должны были образоваться в результате соударения тел, летящих в большинстве случаев в вертикальном направлении, и что, следовательно, эти тела приближались со скоростями, близкими к скорости убегания для Луны; это согласуется с характеристиками соударения в Море Дождей.

Наиболее вероятно, что другие кольцевые моря, а именно Моря Ясности, Кризисов, Нектара и Влажности, образовались при соударении других тел. Несимметричность этих морей не столь очевидна, как в случае Моря Дождей, и поэтому можно предполагать, что тела падали более отвесно. Затопленные моря — типа Моря Изобилия, Моря Спокойствия, Океана Бурь и Моря Облаков — и другие ровные области, такие, как различные заливы

и заполненные кратеры, вероятно, образовались при таких вторичных процессах, как течение лавы из морей, образованных ударами, или в результате разбрызгивания мелко раздробленного вещества из этих морей либо переноса его временной атмосферой.

Гильберт считал, что моря состоят из силикатов, расплавленных энергией ударявшихся тел, и что эта жидкость выпала в виде брызг на всю область вблизи центра лунного диска. Болдуин утверждал, что лава, высвобожденная из недр Луны при ударе в Море Дождей, растеклась по Океану Бурь и Морю Облаков и, кроме того, в моря к западу. Голд [61] предполагает, что ровные области образованы пылью, возникшей в результате эрозии под действием света и частиц и «растекающейся» по Луне. Юри [202] считает, что как расплавленные силикаты, так и пыль или песчаное вещество образовались в результате сильных ударов и что во временной атмосфере эти вещества могли переноситься на огромные расстояния. Койсер [108] утверждает, что кора, образовавшаяся в ходе аккреции, плавала на расплавленных силикатах и что силикаты поднимались в областях, где кора была разрушена сильными ударами, и таким путем создавались моря.

Энергии сильных соударений, даже при дозвуковых скоростях, вполне достаточно для некоторого расплавления, хотя и невозможно надежно оценить процесс такого масштаба в деталях. Некоторое количество энергии наверняка должно было быть потеряно в виде сейсмической энергии и диссипировать в виде тепла в недрах Луны. Если в ударившемся теле и на лунной поверхности были летучие вещества, то должны были возникнуть выбросы расплавленного или мелко раздробленного вещества и могло существовать значительное пылевое облако. В сложных вопросах такого рода непосредственные наблюдения были бы гораздо более убедительны, чем теоретические расчеты. Море Спокойствия, в частности из-за его неправильных границ и множества частично затопленных разрушенных кратеров внутри моря, похоже на лавовый поток из области Моря Ясности.

Теория подвижной пыли как наиболее важного и определяющего механизма едва ли может быть правильной. В настоящее время в морях есть кратеры с высокими валами, а Прямая Стена в Море Облаков является еще одним примером. Все многочисленные борозды и гребни в ровных областях также должны были выровняться и заполниться, если бы существовала подвижная пыль. Все же аргумент Голда о том, что ровное пространство внутри кратеров и между ними в материковых областях вряд ли может быть результатом медленного растекания расплавленных силикатов по всей этой области, является убедительным. Какой-то пылевой, песчаный или каменистый материал должен покрывать эти ровные области, даже если под ним находится затвердевшая лава.

Поскольку жидкие силикаты, встречающиеся на Земле, обла- дают меньшей плотностью, чем твердые, находящиеся в контакте с ними, то весьма сомнительно, чтобы какие-либо большие массы жидких силикатов могли оставаться под твердой корой в течение продолжительного времени. Действительно, при естественных лунотрясениях такая жидкость должна была бы высвободиться без каких-либо ударов, инициирующих процесс. Это должно быть верно, особенно в связи с предположением о том, что кора, образовавшаяся из космической пыли среднего космического состава, плавает на жидкости, так как твердое вещество должно быть плотнее, чем жидкость. В гипотезе о том, что слой расплавленного вещества лежал под современной наблюдаемой поверхностью во времена, когда она формировалась, трудно понять, каким образом поддерживались высокие горы. Если только эти горы по каким-то неясным причинам не обладали низкой плотностью, они должны были бы в течение короткого периода времени погрузиться под лунную поверхность. Это было ясно Гильберту уже две трети столетия тому назад.

Ван Дорн [221] провел исследование комплекса почти концен- трических колец Моря Восточного. Он считает, что твердые породы под действием высоких давлений, вызываемых ударом массивного тела, двигались так же, как жидкости при много меньших напря- жениях, и образовали целую серию волн, которые довольно бы- стро, в течение нескольких десятков минут, застыли и оставили ряд круговых образований. Он оценил энергию удара в $1,5 \cdot 10^{31}$ эрг. В табл. 1 приведены вычисленные и наблюдаемые радиусы кон-

Таблица 1

РАДИУСЫ КОНЦЕНТРИЧЕСКИХ КОЛЕЦ МОРЯ ВОСТОЧНОГО
(В КИЛОМЕТРАХ)

| | | | | | |
|-------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| Наблюдаемые | 180 | 240 | 305 | 465 | 730 |
| Вычисленные | 178 | 230 | 318 | 469 | 725 |

центрических колец. Ван Дорн не смог определить скорость тела; это было бы чрезвычайно интересно с точки зрения пред- положения, что тела приближались с дозвуковыми скоростями. Однако, хотя наиболее вероятно, что удары тел, при которых образовались другие моря, относились к заключительной стадии аккумуляции Земли и Луны, удивительная свежесть Моря Восточ- ного может указывать на то, что оно сформировалось много позднее других и было образовано телом из пояса астероидов, двигавшим- ся с высокой скоростью. Все же присутствие большого числа

послеморских кратеров свидетельствует в пользу того, что и это море должно быть результатом раннего удара на лунной поверхности.

Ван Дорн [221, 222] применил свои методы также и к другим морям и сделал вывод, что подобные соображения приложимы и к ним. Он считает, что Апеннино-Кавказский откос Моря Дождей тянется до северного берега Моря Холода и что он образует одно из колец этого моря, как говорилось выше. Энергия соударения в Море Дождей по его оценке равна $7,6 \cdot 10^{31}$ эрг, т. е. значительно меньше, чем энергия, вычисленная по формулам Болдуина и Нордайка, и указывает на массу ударившегося тела в $2,7 \cdot 10^{21}$ г.

Пайк [162] представил доказательства изостатического выравнивания кратеров с диаметрами более 15 км. На графике глубин, отсчитанных от высот вала над современным дном приблизительно 250 свежих кратеров, виден резкий излом для кратеров с диаметрами приблизительно 15 км, который указывает, что центр кратера поднялся, а валы осели. Он делает вывод, что произошло изостатическое выравнивание. По-видимому, этот вывод находится в явном противоречии с существованием масконов, и наиболее вероятно, что непосредственные физические измерения масс являются более надежными, чем поверхностные характеристики, так как последние могут быть обусловлены различными механизмами. Так, мы замечаем, что форма малых кратеров простая, чашеобразная, а по мере увеличения размеров у кратеров появляются отчасти заполненное дно, центральные горки и, наконец, колоссальные кольцевые структуры, как, например, у Моря Восточного.

Еще более сильные соударения, вероятно, связаны с обширными расплавами, как в Морях Ясности и Дождей. Представляется вероятным, что эти моря заполнились раздробленными породами или расплавленными силикатами непосредственно после соударения. Излом на графике, составленном Пайком, вероятно, вызван некоторым изменением в видимых эффектах соударений для кратеров диаметром 15 км. Несомненно, что если бы кратеры этого размера изостатически выровнялись, то масконы, каково бы ни было их происхождение, также должны были изостатически выровняться.

Ряд данных указывает, что на раннем этапе истории Луны внешний слой Луны был нагрет до высокой температуры. После остывания до некоторой температуры внешние слои оказались способными поддерживать кратеры диаметром меньше 15 км, но до некоторой степени изостатически выровнялись в случае больших кратеров, в то время как очень твердые недра, которые аккумуляровались при низких температурах, поддерживают мас-

коны на протяжении всей последующей истории Луны *) [213, 217].

На обратной стороне Луны нет таких обширных морей и морей недавнего происхождения, как на видимой стороне. Предлагалось много объяснений этого различия, такие, как эффект некоторой фокусировки Землей. Однако это может быть только случайным эффектом. Если бы Море Дождей вместе с Океаном Бурь и Морем Холода, которые обязаны своим существованием непосредственно столкновению в Море Дождей, были перенесены на обратную сторону, то обе полусферы были бы, вероятно, очень похожи по внешнему виду. На обратной стороне есть достаточно большие кратеры. Например, Море Москвы похоже по размерам на Моря Влажности и Нектара. Однако могут быть и другие моря, покрытые множеством более мелких кратеров.

Как будет сказано ниже, протолуна могла быть захвачена Землей на раннем этапе истории солнечной системы. В этом случае ее бомбардировали тела общего с Землей состава, т. е. очень похожие на метеориты. В результате образовывались такие же кратеры, как те, что видны теперь на лунных континентах, а иногда происходили соударения, приводящие к образованию больших морей.

Масса, выпадавшая в область моря, вероятно, частично расплавлялась. Силикатное вещество затвердевало и разбивалось последующими соударениями меньших тел. Этот процесс многократно повторялся, но, наконец, аккумуляция Земли и планет земной группы закончилась; процесс соударений настолько ослабел, что за последние 4,66 млрд. лет происходили лишь отдельные редкие столкновения.

Существование концентраций масс, т. е. масконов, показывает, что неправильности лунного рельефа поддерживаются очень твердыми породами. Чрезвычайно сомнительно, чтобы вблизи этих масконов могли выливаться гигантские лавовые потоки (т. е. несколько миллионов кубических километров вещества), сравнимые с самыми большими лавовыми потоками на Земле.

В лавовом потоке породы должны оседать, заполняя объем, где лава образовалась, и создавая давление, обеспечивающее поток. Однако те же самые породы не осели под тяжестью масконов.

*) Из наблюдений на «Аполлоне-12», полученных при приближении к месту посадки, Мюллер и Сьёрген (частное сообщение) находят, что отрицательные гравитационные аномалии существуют на Птолемею и Аль-Баттани и что изостатическое выравнивание было неполным, в то же время эти кратеры должны быть очень старыми.

IV. Время формирования лунной поверхности

Определенные детали лунной поверхности приводят к выводу, что сильные соударения происходили в течение удивительно короткого периода времени [196, стр. 213; 197, стр. 31], и это важно с точки зрения происхождения Луны *).

Детали лунной поверхности, равно как и земной, приводят к выводу, что эти соударения происходили на весьма раннем этапе их истории. Возраст самых ранних пород на Земле датируется примерно 3 или 3,5 млрд. лет. Самые древние из известных пород встречаются в Африке; они простираются на значительные расстояния (приблизительно 300 км) и не обнаруживают никаких следов, которых можно было бы ожидать при интенсивных соударениях **). Если Земля подвергалась интенсивным соударениям, как это было характерно для Луны, то после образования этих пород такие соударения должны были их в сильной степени разрушить. Кроме того, если Луна была где-то вблизи Земли или на орбите вокруг Солнца, близкой к орбите Земли, во времена, когда происходили лунные соударения, то Земля должна была бомбардироваться более интенсивно, чем Луна, из-за более сильного гравитационного поля. Мы должны прийти к выводу, что наиболее интенсивная бомбардировка лунной поверхности происходила более 3,5 млрд. лет назад. После этого образовались лишь некоторые большие лунные кратеры, в частности лучевые кратеры. Шесть громадных кратеров такого рода существуют на полушарии, обращенном к Земле, и, вероятно, число таких кратеров на всей Луне может быть оценено примерно в 15. Земля, имеющая в 13,4 раза большую площадь поверхности и большее сечение захвата, определяемое ее более сильным полем, должна была бы подвергнуться приблизительно 300 таким соударениям, т. е. примерно одному столкновению за каждые 15 млн. лет истории Земли. Так как большая часть Земли покрыта водой или недоступна по другим причинам и на ней происходили мощные вулканические и горообразовательные процессы, а также интенсивная эрозия, то, вероятно, самое большее, что могло сохраниться из этого типа деталей и быть обнаружено, — это кратерный купол Вредефорт. Заманчиво допустить, что множество кратеров на лунных материках представляют заключительную стадию аккумуляции системы Земля - Луна из твердых тел.

Каков бы ни был источник ударяющихся тел, эти соударения в подавляющей части относятся к ранней истории Луны. Ударные

*) В последние годы многие авторы совершенно независимо пришли к тому же выводу [151].

**) Эти данные сообщил Энгел.

моря видимой стороны указывают на то, что возрасты их различны. Море Дождей и Море Восточное самого недавнего происхождения. В центральных областях Моря Дождей и других морей нет больших кратеров. Это можно объяснить, если допустить, что они были еще жидкими, когда интенсивная бомбардировка прекратилась. По-видимому, море образовалось и начало покрываться кратерами. Потом большое тело образовало еще одно море, а за ним последовало множество меньших образований. Это описание процесса подкрепляется картиной обратной стороны, где мы находим свидетельства о значительно большем возрасте морей или больших кратеров. Они почти сплошь покрыты меньшими кратерами. Некоторые области имеют только общие очертания области, которая могла быть морем, но в настоящее время они почти незаметны. Если эта интерпретация верна, то соударения, образовавшие моря, были частью процесса бомбардировки, и, следовательно, возраст морей превышает $3,5 \cdot 10^9$ лет и они образовались $4,66 \cdot 10^9$ лет назад *).

В районе Моря Дождей и Моря Ясности много гребней, радиально расходящихся от области Моря Дождей; это особенно верно для южного берега Моря Ясности. Такие гребни, четко ориентированные относительно области соударения и имеющие тонкую видимую структуру, расположены также в ровной области, связывающей оба моря. Если Море Дождей сформировалось первым, то соударение, при котором образовалось Море Ясности, должно было разрушить эти гребни или покрыть их выбросами. Мы приходим к выводу, что верно противоположное, а именно что Море Ясности старше **). Но в этом случае необходимо объяснить отсутствие на поверхности Моря Ясности гребней от столкновения в Море Дождей. Очевидным объяснением является то, что это море было еще жидким, когда произошло столкновение в Море Дождей.

Точно так же во внутренних частях ударных морей нет больших кратеров, хотя на их берегах часто встречаются большие кратеры, которые, по-видимому, возникли в послеморской период. (Это утверждение верно только для ударной области Моря Дождей. Очевидно, что в области шельфа между двумя окружностями на рис. 1 есть такие большие кратеры.) Хотя такие кратеры могли образоваться и случайно, они подкрепляют вывод, полученный из взаимосвязи Морей Ясности и Дождей, а именно что моря были еще жидкими, когда интенсивная бомбардировка прекратилась.

Эти факты предполагают очень короткий интервал времени между двумя соударениями, при которых образовались Моря

*) О'Лири и др. [154] считают, что они обнаружили чрезвычайно большое и почти исчезнувшее море вблизи центра обратной стороны Луны.

**) Эти факты были замечены Гильбертом в 1893 г.

Ясности и Дождей, а в других случаях — короткий период времени, в течение которого в основном происходила бомбардировка лунной поверхности. Расчеты времени затвердевания трудны из-за того, что только что образованное Море Ясности могло быть покрыто пенистым пемзообразным веществом с низкой теплопроводностью. Юри [197, стр. 36, 37] оценил, что время затвердевания жидкой лавы, находящейся под 100-метровым слоем пемзообразного вещества, плавающего на поверхности резервуара глубиной 10 км, могло составлять 100 000 лет. Время пропорционально глубине резервуара и толщине изолирующего слоя. Вычисленное время, вероятно, является максимальным.

Расчеты времен остывания застывших лав указывают на такую же продолжительность времени. Эти выводы были сделаны на основании качественного изучения фотографий, полученных с Земли, но недавние количественные статистические исследования размеров и численности лунных кратеров, проведенные Шумейкером и Хартманом [174], приводят к выводу, что моря образовались на ранних этапах истории солнечной системы, как уже ранее сообщил Юри [197] *). Число меньших кратеров в морях согласуется с их числом, определяемым эмпирическими формулами, но большие кратеры оказываются существенно многочисленнее. Шумейкер и Хартман объясняют это тем, что частота падения больших тел 4,66 млрд. лет назад, возможно, была больше и что возраст морей действительно столь велик. Хартман [79] вновь пересмотрел эту проблему и пришел к выводу, что многие из этих ударяющих тел были спутниками Земли, как считали Гильберт [57] и Юри [196]. Не исключено, что отсутствие больших кратеров в круглых морях объясняется тем, что эти моря были еще жидкими, когда интенсивная бомбардировка прекратилась в результате захвата Луной и Землей спутников Земли.

Предполагается, что отсутствие поверхностных деталей в круглых морях обусловлено лавовыми потоками, изливавшимися из недр Луны значительное время спустя после соударения, как упоминалось выше (разд. III). Существование очень массивных тел под поверхностью ударных морей создает большое затруднение для традиционной теории лавовых потоков.

Кратковременность образования лунных морей легко объясняется захватом Луны Землей во время заключительной стадии формирования Земли путем захвата твердых тел [197, 207]. Можно ожидать, что некогда по орбитам в окрестностях Земли двигалось множество тел различных размеров. Вступление такого массивного тела, как Луна, на близкую орбиту должно было сильно

*) Болдуин [11] подробно рассмотрел эту работу. Однако он придерживается той точки зрения, что Луна была сильно разогрета. Многочисленные наблюдения решительно опровергают эту гипотезу.

изменить орбиты меньших тел, так что они должны были или столкнуться с Землей или Луной, или покинуть систему. Такие соударения с Луной могли происходить со скоростью убегания для Луны или с чуть большей в соответствии с выводом, сделанным в предыдущем разделе относительно падения планетезимали, вызвавшей образование Моря Дождей.

С ранним происхождением морей и кратеров на Луне можно согласовать и другие возможные теории образования Луны. Так, отрывающуюся от Земли Луну должно было, вероятно, сопровождать множество тел, движущихся по орбитам вблизи Луны, и эти тела могли вызвать интенсивные соударения на ранних этапах лунной истории. Трудности, присущие теории отрыва, будут изложены далее (разд. IX). Аккумуляция Луны из нескольких меньших протолун, двигавшихся по орбитам вокруг Земли, также, вероятно, должна была произойти за короткое время. Множество осколков, образующихся при их соударениях, должны были поставлять меньшие тела, которые могли создавать кратеры и моря на образовавшемся объединенном теле. Такие луны могли быть старше Земли.

Эпик [152] приходит к очень близким выводам и оценивает время аккумуляции Луны как спутника Земли, растущего за счет тел, обращающихся вокруг Земли, только в 80 лет. Такой быстрый рост должен был привести к довольно сильному разогреву Луны и препятствовать сохранению масконов, но оценка Эпика согласуется с гипотезой формирования внешних частей Луны в течение краткого периода времени *).

Предполагалось, что Луна была захвачена Землей менее 4,6 млрд. лет назад. Аргументы, приведенные до сих пор, не исключают этой возможности при условии, что соударения с ее поверхностью происходили более 3,5 млрд. лет назад, когда Луна не была на орбите вокруг Земли. Однако Клауд [26] приходит к выводу, что приливные явления на Земле «существовали по крайней мере 2 млрд. лет назад, что они были, вероятно, больше, чем теперь, и что, следовательно, Луна в то время была на орбите и, по-видимому, несколько ближе к Земле, чем сейчас». Он приводит аргументы в пользу существования приливов с амплитудой около 2 м и больше, которые могли производиться Луной только на расстоянии, равном половине современного. Это доказательство далеко не точно, но указывает на то, что примерно 3 или 3,5 млрд. лет назад Луна обращалась вокруг Земли и что приливы не были очень велики.

*) Хартман [80] не согласен с этим выводом, но он не учитывает, что Луна, захваченная в рой меньших спутников, должна изменить их орбиты, и они быстро столкнутся с Землей или Луной или же будут выброшены из системы.

Таковы выводы, основанные на прежних данных, которые в общем подтверждаются сведениями, полученными путем изучения лунных пород, доставленных при полетах «Аполлонов». Состав грунта в отношении обилий Rb^{87} — Sr^{87} , U и Th — Pb указывает на то, что основная дифференциация лунной поверхности происходила приблизительно $4,6 \cdot 10^9$ лет назад, но некоторые процессы расплавления происходили также около $3,65 \cdot 10^9$ лет назад. Сведения, доставленные как «Сервейерами», так и «Аполлонами», показывают, что темные морские области покрыты очень тонкой пылью с обломками кристаллических пород, перемешанными с этой пылью. Это те кристаллические породы, которые были датированы обычными методами, и было найдено, что они приблизительно на 10^9 лет моложе тонкой фракции [3] *).

Возрасты пород и грунта Моря Спокойствия, определенные по U, Th — Pb и Rb^{87} — Sr^{87} , показывают, что общий процесс дифференциации произошел $4,6$ — $4,7$ млрд. лет назад и что переплавление титано-железистых базальтов произошло $3,65$ млрд. лет назад [3, 172, 188]. Из-за более молодого возраста скальных пород возникает вопрос о том, было ли это плавление вызвано крупномасштабными морскими соударениями или какими-то процессами радиоактивного разогрева. Возможный вывод таков, что оно, вероятно, было обусловлено высокими концентрациями урана и тория, имевшимися на ранних этапах лунной истории, и значительно большим разогревом в течение этой ранней истории, т. е. что $4,6 \cdot 10^9$ лет назад концентрация U^{235} , U^{238} , Th^{232} и K^{40} была выше, чем сейчас, в 87, 2, 1,25 и 11 раз соответственно. Поскольку лунный грунт имеет очень низкую теплопроводность, это может быть верно и для других областей Луны, а в действительности вся проблема, по-видимому, удивительно сложна.

V. Фигура Луны

Неправильная форма Луны и значение этого с точки зрения истории Луны были рассмотрены Юри [196, 197]. Джеффрис [92, 93] и Коппал [101] сделали обзор данных, относящихся к сжатию Луны. Коротко говоря, вычисленные равновесные значения механической эллиптичности в полях Земли и Луны следующие:

$$\beta = (C - A)/B = 5Ma^3/4mc^3,$$

$$\alpha = (C - B)/A = 5Ma^3/4mc^3,$$

$$\gamma = (B - A)/C = 15Ma^3/4mc^3.$$

*) В последнее время появился ряд работ, в которых утверждается, что заключение о большем возрасте тонкой фракции связано с потерей Rb в этой фракции по сравнению со скальной породой.— *Прим. перев.*

Здесь C — момент инерции относительно оси вращения Луны, A — момент относительно оси, направленной к Земле, а B — момент относительно третьей оси; M и m — соответственно массы Земли и Луны; a — радиус Луны и c — расстояние Земля — Луна. Эти уравнения выведены в предположении, что Луна однородна по плотности (по широте и по долготе) и что плотность только незначительно меняется с глубиной. Поверхность Луны (или, вернее, селеноида) должна представляться сферической гармоникой второго порядка и иметь большие полуоси, равные

$$a [1 + (35Ma^3/12mc^3)], \quad a [1 - (10Ma^3/12mc^3)], \\ a [1 - (25Ma^3/12mc^3)].$$

Теоретические значения трех эллиптичностей соответственно равны $3,75 \cdot 10^{-5}$, $2,81 \cdot 10^{-5}$ и $0,94 \cdot 10^{-5}$. Значение первых двух из этих величин можно вычислить из элементов орбиты по формуле

$$\theta_0 = [3i\beta/(1 + \mu) (2\mu + \mu^2 - 3\beta)] (1 + \mu + 1/2\mu^2 - 2\alpha)^{1/2},$$

где θ_0 и i — наклонения соответственно лунного экватора и орбиты к эклиптике, а μ — отношение лунного периода к периоду прецессии узла. Численные значения хорошо известны: $\theta_0 = 1^\circ 32' 4''$, $i = 5^\circ 8' 33''$ и $\mu = 0,004019$. Вычисленное из наблюдений значение $\beta = (C - A)/B$, приблизительно равное $(C - A)/C$, составляет 0,0006294. Это надежное значение, и оно в 16,8 раза больше вычисленного теоретического. Значение величины $(C - B)/A$ можно получить только из физической либрации Луны по долготе, но из-за очень трудных наблюдений она известна ненадежно. Кроме того, угловая скорость движения Луны вокруг Земли меняется главным образом из-за эксцентричности орбиты и, кроме того, из-за притяжения Солнца. Это также приводит к либрациям по долготе; амплитуда либраций, вызываемых Солнцем, зависит от γ .

В течение последних 150 лет астрономы пытались оценить константы, описывающие физическую либрацию, при помощи методов, которые часто приводили к различным результатам. Расхождения между значениями этих величин, полученными разными астрономами, являются результатом использования данных, охватывающих малые интервалы по сравнению с периодом изменения членов, входящих в математическое выражение для либрации [106]. Козиел [105] вывел четыре серии гелиометрических наблюдений, охватывающих период с 1877 до 1915 г., и нашел, что $\alpha/\beta = 0,633$. Вычисленные и наблюдаемые значения приведены в табл. 2. Из наблюдаемых величины следует, что

$$B = 1,0002311A, \quad C = 1,0006295A.$$

Таблица 2

| | Наблюдае- мые, $\times 10^4$ | Вычислен- ные, $\times 10^5$ |
|----------|---------------------------------|---------------------------------|
| α | 3,984 | 0,94 |
| β | 6,294 | 3,75 |
| γ | 2,310 | 2,81 |

Эккерт [41] определил отношение динамических эллиптичностей по орбитальному движению Луны и получил $\alpha/\beta = 0,638$. Так как это определение не зависит от гелиометрических наблюдений, его можно рассматривать как частичное подтверждение результата Козиела. Большое расхождение между теоретическим значением для α/β (равным 0,25) и этими наблюденными значениями говорит о том, что либо одна, либо обе гипотезы о постоянной плотности и гидростатическом равновесии неприменимы к Луне. Согласно теории, разность между полярным радиусом и радиусом, направленным к Земле, должна составлять 64 м, а наблюдения указывают, что она несколько больше 1 км и что разность между радиусом, перпендикулярным к полярному радиусу, и радиусом, направленным к Земле, только чуть меньше этого значения. В этом случае разность напряжений в центре Луны, согласно вычислениям Джеффриса [92, стр. 389] для тела, однородного по плотности и имеющего свободную поверхность, задаваемую формулой

$$r = a [1 + \varepsilon (1/3 - \cos^2 \theta)],$$

определяется величиной

$$(32/95) g \rho a \varepsilon,$$

где $g = GM/a^2$ — ускорение силы тяжести на поверхности, $a \rho$ — плотность. При $a\varepsilon = 1,1$ км разность напряжений между направлением на полюс и направлением к Земле составляет 20 бар. Эта величина является минимальной для максимальных разностей напряжений. Большие разности напряжений могут существовать в других местах внутри Луны. Это указывает на то, что глубокие недра Луны должны быть в настоящее время исключительно прочными и что они были таковыми с тех пор, как Луна приобрела свою неправильную форму. Удивительно, что такое большое тело, как Луна, находящееся под напряжениями, вызываемыми приливами, и напряжениями, обусловленными неодинаковыми тепловыми изменениями, не способно изменить свою форму на 1 км и, таким образом, снять напряжения. Но если изменения не произошло, то это определенно указывает на значительную прочность

глубоких недр, а это свидетельствует об отсутствии обширных расплавов в глубоких недрах.

Другое объяснение неправильной формы предложили Юри и др. [220]. Они считают, что плотность Луны меняется с угловыми координатами, а именно: плотность выше всего вдоль направления на полюс, а ниже всего в направлении Земли, причем это изменение обусловлено скоплением областей разной плотности. Разность напряжений можно сделать близкой к нулю в центре, но где-то в Луне должны существовать большие разности напряжений. Юри и др. показали, что в центре Луны не будет напряжений, если сглаженное распределение плотности описывается уравнением

$$\rho/\rho_0 = 1 - \beta' P_2(\cos \theta) - \alpha' P_2(\sin \theta \cos \varphi),$$

а поверхность — уравнением

$$a/a_0 = 1 + (19/20) [\beta' P_2(\cos \theta) + \alpha' P_2(\sin \theta \cos \varphi)],$$

где ρ_0 — средняя плотность, a_0 — радиус сферы, имеющей объем Луны, θ — угол, отсчитываемый от направления на Землю, а φ — азимут, отсчитываемый от перпендикуляра к направлениям на Землю и полюс *), β' и α' — константы, определяемые из наблюдаемых эллиптичностей. (Это не та конфигурация, для которой потенциальная энергия минимальна, но она несомненно аппроксимирует ее довольно хорошо, если учесть неопределенность данных.) Легко показать, что

$$(C - A)/B = 9\beta'/8 \quad \text{и} \quad (C - B)/A = 9\alpha'/8,$$

и они должны быть равны той части наблюдаемых величин, которая не связана с приливами. Тогда β' и α' соответственно равны $5,595 \cdot 10^{-4}$ и $3,541 \cdot 10^{-4}$. Эти авторы показали также, что нагрузку на изостатически уравновешенной поверхности нельзя использовать для объяснения наблюдений, если в центре Луны нет напряжений. В Луне с таким изменением плотности, если представить ее моделью, имеющей однородную плотность по угловым координатам, более плотные области должны опускаться в недра, а менее плотные — плавать поверх более плотного вещества. Иными словами, составляющие с высокой плотностью, например железо, никель и др., должны оседать из общей массы. Чтобы препятствовать такому процессу перестройки, нужна значительно меньшая прочность, чем для того, чтобы препятствовать просто изменению формы всей Луны, как это было бы нужно, если бы Луна была однородна по плотности. Если плотность Луны изменяется с угло-

*) $P_2(\cos \theta)$ и $P_2(\sin \theta \cos \varphi)$ — сферические функции, равные соответственно $\frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2}$ и $\frac{3}{2} \sin^2 \theta \cos^2 \varphi - \frac{1}{2}$.

выми координатами, то Луна вообще никогда в своей истории не могла быть расплавлена.

Многие исследователи пытались вывести относительные превышения лунной поверхности в функции долготы и широты из наземных фотографий, сделанных с высокой разрешающей способностью. Гудас [70, 71] показал, что различные исследования не согласуются между собой сколько-нибудь удовлетворительным образом, и пришел к выводу, что вообще не было произведено достаточно точных наблюдений, чтобы можно было сделать определенный вывод о том, что высота морей меньше, чем высота континентов. Гудас не рассматривал отдельно точки на континентах и на морях в отличие от Болдуина [11] и Ранкорна и Грея [170]. Эти последние авторы нашли, что высоты морей заметно меньше высот континентов: среднее различие в высоте составило $2,41 \pm 1,37$ км (по Болдуину) и $1,16 \pm 0,43$ км (по Ранкорну и Грею). Вероятные ошибки так велики и оба результата так различны, что трудно быть уверенным в их справедливости. Данные для трех осей очень различны и приведены в табл. 3 вместе со

Таблица 3

| | Болдуин [11] | | Ранкорн и Грей [170] | | | Юри и др. [220] |
|-------------|---------------|-------|----------------------|------|---------|-----------------|
| | возвышенности | моря | возвышенности | моря | среднее | |
| $a_x - a_z$ | 2,42 | 0,04 | 3,48 | 4,43 | 2,59 | 2,05 |
| $a_x - a_y$ | 1,82 | 1,17 | 2,98 | 3,59 | 2,39 | 1,70 |
| $a_y - a_z$ | 0,60 | -1,13 | 0,50 | 0,84 | 0,20 | 0,35 |

средними значениями для этих величин и теоретическими значениями по Юри и др. [220] (здесь a_x , a_y и a_z — радиусы в направлении осей A , B и C). Данные, конечно, весьма приближены. Отрицательные гравитационные аномалии над континентальными областями вообще указывают, что их большая высота, вероятнее всего, связана с меньшей плотностью вещества, которое в этих областях, по-видимому, имеет сильно переработанный, обломочный характер. Точно так же пониженные уровни морей, вероятно, объясняются большей компактностью вещества поверхности и, возможно, некоторым приближением к состоянию изостазии в результате опускания нижележащих масконов.

Ранкорн предполагает, что существует конвекция с восходящими потоками к Земле и от Земли вдоль оси, направленной к Земле. Такие потоки должны иметь место в глубоких недрах, так как на лунной поверхности совсем нет складчатых гор. При этой гипотезе достаточно частичного расплавления недр, поскольку такая

конвекция, вероятно, существует в мантии Земли, из которой в течение геологического времени поступила только очень небольшая часть расплавленных силикатов, образовавших кору Земли. Однако, согласно Чандрасекху [23], гипотеза такой двухъячеечной конвекции, по-видимому, требует, чтобы у Луны было ядро; орбитальные данные исключают существование ядра с радиусом больше приблизительно $1/10$ радиуса Луны. В этом случае трудно понять существование масконов. Из этой теории следует также, что C и B должны быть равны. Сейсмические наблюдения при помощи инструментов, установленных на Луне «Аполлонами» 11 и 12, показывают, что Луна значительно менее активна, чем Земля, и возможно, что в действительности инструменты, значительно более чувствительные, чем инструменты, используемые на Земле, вообще не отметили никакой активности в недрах Луны. Если принять во внимание эти наблюдения, то представляется невероятным, чтобы в Луне могла существовать конвекция. Левин [115] предполагает, что отличие полярного радиуса от остальных обусловлено более низкой температурой на полюсах; он считает равными радиусы, идущие по оси, направленной к Земле, и по оси запад — восток. Левин считает также, что величины A и B приблизительно равны, что, по-видимому, неверно.

Наблюдения советских и американских спутников Луны служат источником информации о гравитационном поле Луны. Точность систем слежения равна ± 5 м в расстоянии и $\pm 0,1$ см/с в скорости. Предполагается, что и долго- и короткопериодические возмущения орбит спутников, обусловленные зональными и тессеральными гармониками гравитационного поля, должны быть велики по сравнению с точностью слежения, если только у Луны гравитационное поле ненамного более гладкое, чем у Земли. Определению орбиты спутника Луны очень помогает тот факт, что за спутником можно следить почти непрерывно, за исключением того времени, когда его покрывает Луна. В этом отношении спутники Луны отличаются от спутников Земли, которые наблюдаются со станций, разбросанных по всей поверхности.

Было сделано много попыток свести данные советских и американских орбитальных аппаратов. Они показывают, что гравитационное поле Луны существенно отличается от поля однородного трехосного эллипсоида и что, кроме того, существуют большие гравитационные аномалии малой протяженности, которые тесно коррелируют с топографическими деталями. Гравитационный потенциал Луны представляется рядом по сферическим функциям:

$$V(r, \varphi, \lambda) = \frac{GM}{r} \left[1 + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r} \right)^n P_n^m(\sin \varphi) (C_{n,m} \cos m\lambda + S_{n,m} \sin m\lambda) \right],$$

Таблица 1

ЛУНИНЫЕ ГРАВИТАЦИОННЫЕ КОНСТАНТЫ ЛЕНГЛИ [136]

| n | m | $C_{n,m}$ | $S_{n,m}$ | n | m | $C_{n,m}$ | $S_{n,m}$ |
|-----|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------|
| 2 | 0 | $-2,0707 \cdot 10^{-4}$ | | 2 | 0 | $-0,4236 \cdot 10^{-6}$ | $0,1021 \cdot 10^{-6}$ |
| | 1 | $-0,4425 \cdot 10^{-6}$ | $-0,4573 \cdot 10^{-5}$ | | 3 | $-0,1278 \cdot 10^{-6}$ | $-0,8495 \cdot 10^{-7}$ |
| | 2 | $0,2242 \cdot 10^{-4}$ | $0,2119 \cdot 10^{-6}$ | | 4 | $0,4497 \cdot 10^{-9}$ | $-0,2423 \cdot 10^{-7}$ |
| 3 | 0 | $-0,6303 \cdot 10^{-5}$ | | 5 | $-0,3431 \cdot 10^{-8}$ | $-0,3146 \cdot 10^{-8}$ | |
| | 1 | $0,2437 \cdot 10^{-4}$ | $0,2304 \cdot 10^{-5}$ | 6 | $-0,3267 \cdot 10^{-9}$ | $-0,8890 \cdot 10^{-9}$ | |
| | 2 | $0,5016 \cdot 10^{-5}$ | $0,2031 \cdot 10^{-5}$ | 7 | $0,6019 \cdot 10^{-10}$ | $0,3593 \cdot 10^{-10}$ | |
| | 3 | $0,1657 \cdot 10^{-5}$ | $-0,6798 \cdot 10^{-6}$ | 8 | $-0,1700 \cdot 10^{-10}$ | $0,3003 \cdot 10^{-10}$ | |
| 4 | 0 | $0,1938 \cdot 10^{-4}$ | | 9 | 0 | $-0,1543 \cdot 10^{-5}$ | |
| | 1 | $-0,5732 \cdot 10^{-5}$ | $0,6802 \cdot 10^{-5}$ | | 1 | $0,3113 \cdot 10^{-5}$ | $-0,5388 \cdot 10^{-5}$ |
| | 2 | $-0,9628 \cdot 10^{-6}$ | $-0,1505 \cdot 10^{-5}$ | | 2 | $-0,3399 \cdot 10^{-7}$ | $-0,7719 \cdot 10^{-7}$ |
| | 3 | $-0,3332 \cdot 10^{-6}$ | $-0,5601 \cdot 10^{-6}$ | | 3 | $-0,1032 \cdot 10^{-7}$ | $0,7082 \cdot 10^{-7}$ |
| 5 | 4 | $-0,1097 \cdot 10^{-6}$ | $0,1436 \cdot 10^{-6}$ | 4 | $-0,7594 \cdot 10^{-9}$ | $0,3100 \cdot 10^{-8}$ | |
| | 0 | $-0,7459 \cdot 10^{-5}$ | | 5 | $-0,5896 \cdot 10^{-9}$ | $-0,6877 \cdot 10^{-10}$ | |
| | 1 | $0,1361 \cdot 10^{-5}$ | $-0,1211 \cdot 10^{-5}$ | 6 | $0,1733 \cdot 10^{-9}$ | $0,3254 \cdot 10^{-9}$ | |
| | 2 | $0,1161 \cdot 10^{-5}$ | $-0,2239 \cdot 10^{-6}$ | 7 | $-0,1802 \cdot 10^{-10}$ | $0,1056 \cdot 10^{-9}$ | |
| | 3 | $0,3677 \cdot 10^{-7}$ | $0,3212 \cdot 10^{-6}$ | 8 | $-0,2858 \cdot 10^{-11}$ | $0,7883 \cdot 10^{-13}$ | |
| 6 | 4 | $-0,4407 \cdot 10^{-7}$ | $-0,6055 \cdot 10^{-7}$ | 9 | $0,9618 \cdot 10^{-12}$ | $-0,1309 \cdot 10^{-11}$ | |
| | 5 | $0,1065 \cdot 10^{-7}$ | $-0,2249 \cdot 10^{-7}$ | 10 | 0 | $0,5634 \cdot 10^{-4}$ | |
| | 0 | $-0,1078 \cdot 10^{-5}$ | | | 1 | $0,9866 \cdot 10^{-6}$ | $-0,4387 \cdot 10^{-5}$ |
| | 1 | $-0,3608 \cdot 10^{-6}$ | $0,2489 \cdot 10^{-5}$ | | 2 | $0,4507 \cdot 10^{-8}$ | $0,1562 \cdot 10^{-6}$ |
| | 2 | $-0,8893 \cdot 10^{-6}$ | $-0,6553 \cdot 10^{-6}$ | | 3 | $0,5270 \cdot 10^{-7}$ | $0,6100 \cdot 10^{-8}$ |
| | 3 | $-0,3013 \cdot 10^{-6}$ | $-0,1234 \cdot 10^{-6}$ | | 4 | $-0,1263 \cdot 10^{-8}$ | $0,3405 \cdot 10^{-9}$ |
| 4 | $-0,9780 \cdot 10^{-8}$ | $-0,9199 \cdot 10^{-8}$ | 5 | | $-0,3326 \cdot 10^{-9}$ | $-0,1906 \cdot 10^{-9}$ | |
| 7 | 5 | $0,1160 \cdot 10^{-7}$ | $-0,8338 \cdot 10^{-9}$ | 6 | $0,9548 \cdot 10^{-10}$ | $0,6065 \cdot 10^{-10}$ | |
| | 6 | $-0,2027 \cdot 10^{-8}$ | $0,3899 \cdot 10^{-8}$ | 7 | $-0,1612 \cdot 10^{-10}$ | $-0,2332 \cdot 10^{-10}$ | |
| | 0 | $0,2408 \cdot 10^{-4}$ | | 8 | $0,1589 \cdot 10^{-11}$ | $-0,6560 \cdot 10^{-11}$ | |
| | 1 | $0,7825 \cdot 10^{-5}$ | $0,8072 \cdot 10^{-5}$ | 9 | $-0,1970 \cdot 10^{-13}$ | $-0,2194 \cdot 10^{-12}$ | |
| | 2 | $-0,2876 \cdot 10^{-7}$ | $0,4082 \cdot 10^{-6}$ | 10 | $0,3677 \cdot 10^{-13}$ | $0,4656 \cdot 10^{-13}$ | |
| | 3 | $0,9552 \cdot 10^{-7}$ | $0,1925 \cdot 10^{-6}$ | 11 | 0 | $-0,2460 \cdot 10^{-4}$ | |
| | 4 | $0,3526 \cdot 10^{-7}$ | $0,2545 \cdot 10^{-7}$ | | 1 | $-0,3018 \cdot 10^{-5}$ | $-0,1162 \cdot 10^{-4}$ |
| 5 | $0,3427 \cdot 10^{-8}$ | $0,4139 \cdot 10^{-8}$ | 2 | | $-0,4904 \cdot 10^{-6}$ | $-0,1440 \cdot 10^{-6}$ | |
| 6 | $-0,1046 \cdot 10^{-8}$ | $-0,3027 \cdot 10^{-9}$ | 3 | | $-0,1665 \cdot 10^{-7}$ | $-0,5797 \cdot 10^{-7}$ | |
| 8 | 7 | $0,1202 \cdot 10^{-9}$ | $-0,3228 \cdot 10^{-9}$ | 4 | $-0,4579 \cdot 10^{-8}$ | $-0,5297 \cdot 10^{-9}$ | |
| | 0 | $-0,2655 \cdot 10^{-4}$ | | 5 | $-0,5080 \cdot 10^{-9}$ | $-0,4178 \cdot 10^{-9}$ | |
| 1 | $0,3915 \cdot 10^{-5}$ | $-0,1929 \cdot 10^{-5}$ | 6 | $0,4348 \cdot 10^{-10}$ | $-0,1719 \cdot 10^{-10}$ | | |
| | | | | 7 | $-0,3006 \cdot 10^{-11}$ | $-0,1071 \cdot 10^{-10}$ | |
| | | | | 8 | $0,1018 \cdot 10^{-11}$ | $0,8618 \cdot 10^{-12}$ | |

Продолжение табл. 4

| n | m | $C_{n,m}$ | $S_{n,m}$ | n | m | $C_{n,m}$ | $S_{n,m}$ |
|-----|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 12 | 9 | $-0,1568 \cdot 10^{-12}$ | $0,3522 \cdot 10^{-12}$ | 13 | 0 | $-0,5772 \cdot 10^{-4}$ | |
| | 10 | $-0,8114 \cdot 10^{-14}$ | $0,1011 \cdot 10^{-13}$ | | 1 | $-0,1212 \cdot 10^{-5}$ | $-0,5758 \cdot 10^{-5}$ |
| | 11 | $0,3365 \cdot 10^{-15}$ | $-0,1121 \cdot 10^{-11}$ | | 2 | $-0,2697 \cdot 10^{-6}$ | $-0,4811 \cdot 10^{-6}$ |
| | 0 | $0,3299 \cdot 10^{-4}$ | | | 3 | $-0,3097 \cdot 10^{-8}$ | $-0,6567 \cdot 10^{-7}$ |
| | 1 | $-0,7492 \cdot 10^{-5}$ | $0,1741 \cdot 10^{-5}$ | | 4 | $-0,6767 \cdot 10^{-9}$ | $0,2535 \cdot 10^{-10}$ |
| | 2 | $0,2196 \cdot 10^{-6}$ | $0,3018 \cdot 10^{-6}$ | | 5 | $-0,1816 \cdot 10^{-9}$ | $-0,1769 \cdot 10^{-9}$ |
| | 3 | $0,1767 \cdot 10^{-7}$ | $0,1406 \cdot 10^{-7}$ | | 6 | $0,4368 \cdot 10^{-11}$ | $-0,1534 \cdot 10^{-10}$ |
| | 4 | $-0,3808 \cdot 10^{-9}$ | $0,3799 \cdot 10^{-8}$ | | 7 | $-0,1489 \cdot 10^{-11}$ | $-0,2404 \cdot 10^{-11}$ |
| | 5 | $0,1613 \cdot 10^{-9}$ | $0,2592 \cdot 10^{-9}$ | | 8 | $-0,2117 \cdot 10^{-13}$ | $0,5572 \cdot 10^{-13}$ |
| | 6 | $0,4248 \cdot 10^{-10}$ | $0,3727 \cdot 10^{-10}$ | | 9 | $0,4683 \cdot 10^{-15}$ | $-0,1922 \cdot 10^{-13}$ |
| | 7 | $-0,1548 \cdot 10^{-11}$ | $-0,2311 \cdot 10^{-11}$ | | 10 | $0,2138 \cdot 10^{-14}$ | $0,1472 \cdot 10^{-14}$ |
| | 8 | $0,1040 \cdot 10^{-12}$ | $0,4489 \cdot 10^{-12}$ | | 11 | $-0,2018 \cdot 10^{-15}$ | $0,1719 \cdot 10^{-15}$ |
| 9 | $-0,7071 \cdot 10^{-13}$ | $-0,3553 \cdot 10^{-13}$ | 12 | $-0,7876 \cdot 10^{-17}$ | $-0,8119 \cdot 10^{-17}$ | | |
| 10 | $0,4963 \cdot 10^{-14}$ | $-0,1136 \cdot 10^{-13}$ | 13 | $0,9554 \cdot 10^{-18}$ | $-0,1706 \cdot 10^{-18}$ | | |
| 11 | $0,7496 \cdot 10^{-16}$ | $-0,2479 \cdot 10^{-15}$ | | | | | |
| 12 | $-0,3627 \cdot 10^{-17}$ | $-0,1553 \cdot 10^{-17}$ | | | | | |

где V — гравитационный потенциал, r — радиальное расстояние от центра масс Луны, φ — широта, отнесенная к лунному экватору, λ — долгота, отсчитываемая от «средней» линии, соединяющей центры Земли и Луны, а $P_n^m(\sin \varphi)$ — присоединенные полиномы Лежандра n -й степени и m -го порядка.

В табл. 4 приведены значения $C_{n,m}$ и $S_{n,m}$, полученные Михаэлем и др. [135]. Их метод решения состоял в создании больших вычислительных программ, с помощью которых численно интегрируются орбиты и учитываются различные ошибки. Лорелл и Сьёгрэн использовали иные методы решения [117].

Песмотря на то что эти предварительные результаты отличаются друг от друга, все же из существующего в настоящее время материала можно сделать несколько выводов. Член экваториального выступа $C_{2,0}$ преобладает, но величина зональных гармоник убывает медленно. Такие члены, как $C_{3,0}$, $C_{5,0}$ и $C_{7,0}$, а также некоторые тессеральные и секториальные члены не обращаются в нуль. Абсолютная величина зональных гармоник высокого порядка $C_{10,0}$, $C_{11,0}$, $C_{12,0}$ и $C_{13,0}$ значительно больше, чем у членов $C_{4,0}$ и $C_{5,0}$. Это важно потому, что эти гармоники должны быть равны нулю для тела, находящегося в гидростатическом равновесии, возмущаемого приливными силами и силами вращения.

Мюллер и Сьёгрэн [142] из Лаборатории реактивных двигателей нашли, что орбиты, вычисленные при помощи разложения



Рис. 2. Гравитационные аномалии на Луне, по Мюллеру и Сьёгрэну [143].

по сферическим функциям пятой степени, обнаруживают остаточные невязки ~ 1 см/с. т. е. на порядок величины больше ожидаемых ошибок слежения. Вместо того чтобы использовать представление с помощью сферических функций очень высокого

порядка, Мюллер и Сьёрген использовали лунные спутники как непосредственные акселерометры. Для каждого витка орбита определяется минимум по шести параметрам. Тогда отклонения скорости от ожидаемой можно нанести на график в функции времени. Наклоны кривых дают ускорения. Несмотря на неточности, возникающие от того, что известна только одна компонента отклонения скорости, между результатами по разным орбитам получается хорошее согласие. Выведенные ускорения обнаруживают замечательную корреляцию положительных гравитационных аномалий с шестью морями и областью Залива Зноя (рис. 2). Моря — это области значительного избытка масс, в то время как возвышенности — это главным образом области сравнительного дефицита масс. Размеры морей, составляющие примерно 200—500 км, таковы, что для адекватного разложения по сферическим функциям были бы нужны члены на 15—20 порядков выше, чем имеются сейчас.

Член $C_{2,0}$ в разложении по сферическим функциям дает информацию относительно радиального распределения плотности. Член $C_{2,0}$ связан с разностью моментов инерции выражением

$$C_{2,0} = \left[C - \frac{1}{2}(A + B) \right] / Ma^2.$$

Тогда момент C определяется выражением

$$\begin{aligned}
 -C/Ma^2 &= 2C_{2,0} (1 - \alpha\beta) / (\alpha + \beta - 2\alpha\beta), \\
 A &= C (1 - \beta) / (1 - \alpha\beta), \quad B = C (1 - \alpha) / (1 - \alpha\beta).
 \end{aligned}$$

Используя значения Козиела для α и β и определение Михаэля и др. для $C_{2,0}$, мы получаем

$$\begin{aligned}
 A &= 0,4029Ma^2, \quad B = 0,4030Ma^2, \\
 C &= 0,4031Ma^2.
 \end{aligned}$$

Однако, если мы используем значение Козиела для β , приведенную выше зависимость для $C_{2,0}$ и

$$C_{2,2} = (B - A) / 4Ma^2,$$

мы получим

$$\begin{aligned}
 \frac{A}{Ma^2} &= \frac{1}{\beta} [-C_{2,0} + 2C_{2,2}(1 - 2\beta)], \\
 \frac{B}{Ma^2} &= \frac{1}{\beta} (-C_{2,0} + 2C_{2,2}), \\
 \frac{C}{Ma^2} &= \frac{1}{\beta} [-C_{2,0}(1 + \beta) + 2C_{2,2}(1 - \beta)].
 \end{aligned}$$

Таким образом,

$$A = 0,4001_5 Ma^2, \quad B = 0,4002_4 Ma^2, \\ C = 0,4004_0 Ma^2.$$

Ошибка в этих расчетах весьма велика, и особенно может быть большой ошибкой в значении Козиела *) для α . Михаэль и др. [135] находят, что главные оси тензора момента инерции смещены менее чем на 2° от осей тела. Чувствительность среднего момента инерции I к химической дифференциации в Луне иллюстрируется двухслойной моделью Луны. Для такой модели мы имеем

$$\frac{I}{Ma^2} = \frac{2}{5} \left[x^2 + \frac{\rho_s}{\bar{\rho}} (1 - x^2) \right],$$

где

$$x = r/a.$$

Здесь r — радиус внутренней сферы, $\bar{\rho}$ — средняя плотность Луны, а ρ_s — плотность внешней оболочки. Если считать, что внешний слой толщиной в сотую часть радиуса a состоит из базальта плотностью $2,9 \text{ г/см}^3$, то $I/Ma^2 = 0,39845$. Это значение не согласуется с наблюдениями. С другой стороны, если мы используем большие значения для A , B и C , то возможно, что слой со средней плотностью 4 г/см^3 и толщиной 30 км мог бы существовать. Слой пыли и обломков, обладающий низкой плотностью, требует повышенного количества вещества с высокой плотностью во внешних частях Луны.

Если бы Луна была однородной по плотности, то значения Козиела для α и β давали бы $C_{2,0} = -2,0567 \cdot 10^{-4}$ (сравнимое со значениями $-2,0707 \cdot 10^{-4}$ Михаэля и др. и $-1,9076 \cdot 10^{-4}$ Лорелла и Сьёгрена) и $C_{2,2} = 0,2311 \cdot 10^{-4}$ (вместо $0,2242$ и $0,0895$, даваемых соответственно этими авторами). В настоящее время мы можем сделать вывод, что Луна значительно более близка к однородности, чем Земля, так как для Земли $C/Ma^2 = 0,33$, и что оценки A , B и C согласуются с гипотезой о том, что распределение плотности в Луне не очень отличается от однородного по радиусу. Эти оценки также указывают на то, что плотность внешней оболочки Луны несколько выше, чем у недр, из-за различий в составе или температуре. Это согласуется с химическим составом «базальта» из образцов, доставленных «Аполлоном-11» (разд. VII).

Отклонение фигуры Луны от фигуры тела, находящегося в гидростатическом равновесии, означает, что в теле Луны суще-

*) Михаэль и др. [135] используют значение $\beta = 6,29 \cdot 10^{-4}$, а Коппал [103] в качестве лучшего значения предлагает $\beta = 6,27 \pm 0,01 \cdot 10^{-4}$. Обе эти величины дают большие значения для A , B и C .

ствуют разности напряжений. Оценку этих разностей напряжений можно получить, вычислив эквивалентную нагрузку на поверхность A_n, m , создающую то же гравитационное поле, которое описывается сферическими функциями. Можно считать, что наблюдаемое гравитационное поле Луны создается однородной сферой с учетом распределения плотности на поверхности. Можно вычислить разности напряжений внутри такой модели Луны. Если распределение плотности почти однородно, то наибольшая разность напряжений приблизительно равна $\lambda_n A_n (S_n^2)^{1/2}$, где S_n^2 — среднее из S_n^2 по сфере, S_n — поверхностная гармоника степени n , а λ_n — константа, близкая к единице [91, стр. 187].

Возмущение гравитационного поля g_n , обусловленное нескомпенсированной поверхностной плотностью σ_n , выражается как $g_n = 4\pi G [(n-1)/(2n+1)] \sigma_n S$, и член g_n связан с коэффициентами разложения гравитационного поля соотношением $g_n = (n-1) G M C_{n,0} / a^2$, так что эквивалентная поверхностная плотность равна

$$\sigma_{n,0} = (2n+1) M C_{n,0} / 4\pi a^2.$$

Затем эту поверхностную плотность можно использовать для вычисления поверхностной нагрузки A_n и, таким образом, разно-

Таблица 5

РАЗНОСТЬ НАПРЯЖЕНИЙ В ЛУНЕ, СВЯЗАННАЯ С ЗОНАЛЬНЫМИ ГАРМОНИКАМИ

| Степень гармоники | Гравитационные возмущения, мгал | Приблизительная максимальная разность напряжений, бар | Глубина максимума разности напряжений, км |
|-------------------|---------------------------------|---|---|
| 2 | 34 | 15 | Центр ** |
| 3 | 2 | 0,5 | 700 |
| 4 | 10 | 2 | 430 |
| 5 | 5 | 0,8 | 350 |
| 6 | 0,9 | 0,1 | 290 |
| 7 | 23 | 3 | 250 |
| 8 | 30 | 3 | 220 |
| 9 | 2 | 0,2 | 190 |
| 10 | 82 | 8 | 170 |
| 11 | 40 | 4 | 160 |
| 12 | 61 | 5 | 140 |
| 13 | 115 | 9 | 130 |
| 15—25 * | 60—230 | 25—75 | 120—70 |

* Оценка для масконов.

** В модели Юри и др. [220] напряжение в центре снимается за счет больших напряжений в других местах.

сти напряжений в Луне. Для $n = 2$ наибольшая разность напряжений существует в центре Луны; для гармоник с $n = 3$ разность напряжений максимальна на глубине приблизительно 0,4 радиуса, а для более высоких гармоник — на глубине около α/n . Вычисленная разность напряжений, соответствующая гравитационным гармоникам, приведенным в табл. 4, и глубины, на которых они достигаются, даны в табл. 5. Судя по гармоникам низкого порядка, мы делаем вывод, что вещество, составляющее Луну, способно выдерживать разность напряжений от нескольких бар до 10—20 бар на всех глубинах от 130 км до центра.

Масконы

Указания на то, что Луна обладает высокой твердостью и, следовательно, имеет более низкую температуру, чем Земля, решительно подтверждаются существованием масконов в круглых ударных морях и нескольких других областях, согласно наблюдениям Мюллера и Сьёгрена [142]. Мюллер и Сьёгрэн [143] считают, что из-за методов расчета наблюдаемые ими аномалии занижены приблизительно на 30%. Данные измерений и исправленные данные об аномалиях приведены в табл. 6. Заметная положительная

Таблица 6

ПАРАМЕТРЫ МАСКОНОВ

| Название маскона (широта, долгота) | Аномалия, мгал | |
|------------------------------------|----------------|--------------|
| | измеренная | исправленная |
| Море Дождей (+ 38°, — 18°) | 170 | 220 |
| Море Ясности (+ 28, + 18) | 170 | 220 |
| Море Кризисов (+ 16, + 58) | 100 | 130 |
| Море Нектара (— 16, + 34) | 90 | 120 |
| Залив Зноя (+ 10, — 8) | 60 | 80 |
| Море Влажности (— 25, — 40) | 50 | 65 |
| Море Гумбольдта (+ 57, + 82) | 40 | 52 |
| Море Восточное (— 20, — 95) | 40 | 52 |
| Море Смита (— 4, + 85) | 40 | 52 |
| Безымянный (— 7, + 27) | 40 | 52 |
| Безымянный (— 17, + 70) | 30 | 40 |
| Гримальди (— 6, — 68) | 20 | 26 |
| Залив Радуги * (+ 45, — 31) | —70 | —90 |

* Маскон Залива Радуги — единственный установленный маскон с отрицательной аномалией.

аномалия существует в Заливе Зноя, а единственная заметная отрицательная аномалия — в Заливе Радуги. Аномалия в Заливе Зноя наводит на мысль о том, что море, существовавшее ранее на этом месте, было покрыто осколками от ударных столкновений в Море Дождей и в Море Ясности, а менее отчетливые морские аномалии, вероятно, указывают положение малых морей, которые были частично «засыпаны» при меньших соударениях, при которых образовались многие кратеры на возвышенных областях. Рис. 2 — репродукция карты этих аномалий по Мюллеру и Сьёгрену. Из рисунка сразу ясно, что полного изостатического выравнивания не произошло, так как в этом случае масконы вообще не могли бы быть обнаружены.

Положительные и отрицательные аномалии существуют и на Земле; они образуются в результате ряда процессов, в том числе истечения лавы и, возможно, конвективных движений в мантии. Резервуары расплавленных силикатов расположены на глубине нескольких сот километров под поверхностью, а так как силикаты менее плотны, чем лежащие выше породы, они выжимаются к поверхности давлением этих пород и разбрызгиваются по поверхности и застывают. Высота излившегося слоя в пределе может быть такова, что давление столба менее плотной жидкости точно равно давлению, вызываемому более плотными соседними породами. Жидкость затвердевает, образуя более плотное твердое вещество. Таким образом возникают горы или протяженные плоские поверхности с большей массой на единицу площади, чем у соседних более плотных пород, и в результате получается положительная гравитационная аномалия. Примером могут служить Гавайские острова. Этот избыток массы медленно оседает до тех пор, пока масса на единицу площади не выровняется, и, таким образом, породы с низкой плотностью «плавают» на более плотных породах, расположенных ниже, а через несколько миллионов лет устанавливается изостазия. Примером образования положительных и отрицательных аномалий служат возвышенность Японских островов и Японская впадина в Тихом океане в области этих островов. Можно постулировать, что конвективный поток в мантии опускается в этой области, образуя впадину в дне океана, перенося дополнительную массу под поверхность суши и вызывая вулканическую активность; таким образом образуется горный массив, а именно Японские острова. На Земле положительные аномалии встречаются над континентами и гористыми областями, а отрицательные — над глубоководными океаническими впадинами. Эта ситуация не имеет ничего общего с ситуацией на Луне. Возможно, что моря ненамного ниже континентальных областей, но они, конечно, не представляют собой явных гористых областей, а Залив Радуги никоим образом не похож на впадины Тихого океана. Ни лавовы-

ми, ни конвективными потоками нельзя объяснить лунные масконы. Нет такого способа, при помощи которого поток лавы мог бы выжать наверх избыточную массу. Но даже если бы это было возможно, было бы совершенно абсурдно думать, что лавовые потоки в миллионы кубических километров могли быстро вытечь на поверхность Луны, заполняя обширные ровные области, в результате того, что поверхностное скальное вещество, опускаясь, выжимало жидкость на поверхность, и в то же самое время предполагать, что эти избыточные массы не потонули бы в горячей пластичной массе, пока не установилась изостазия.

Как обсуждалось в разд. IV, детали лунной поверхности, вероятно, соответствуют заключительным процессам формирования Земли, а их возраст, по-видимому, составляет 4,6 млрд. лет. Тела, которые сталкивались с Луной, могли приходить не из пояса астероидов, а из окрестностей системы Земля — Луна и, возможно, падали на Луну с довольно низкими скоростями. Вероятно, это были обломки больших тел, обладавшие малой физической прочностью. При ударе об обломочную поверхность они расплющивались, а их энергия была достаточна для плавления самих тел и некоторой части вещества поверхности Луны. Если сделать эти предположения, то, по-видимому, разумно допустить, что масконы — это остатки падавших тел, образовавших моря [102, 216]. Некоторое количество вещества было выброшено, некоторое упало обратно в морские кратеры, и, возможно, происходило частичное расплавление.

Юри [216] вычислил избытки масс, необходимые для получения наблюдаемых аномалий, исходя из модели поверхностной плиты, покрывающей круглую область Моря Дождей, и получил значение $5,2 \cdot 10^{21}$ г. Конел и Холстром [28] использовали четырехслойную модель для Моря Ясности и оценили массу в $4,8 \cdot 10^{21}$ г. Каула [95] оценил избытки масс с помощью теоремы Гаусса, что более надежно, чем методы, используемые другими авторами. Его оценки довольно хорошо согласуются с моделью, представляющей собой сферу, центр которой расположен в 50 км под поверхностью. Хотя эта модель не может быть правильной, она дает некоторое представление о протяженности этих масконов, а также значения масс, близкие к массам, вычисленным Каулой. Вероятно, эти массы до некоторой степени уплощенные и первоначально имели скопление металла у основания, а сверху были покрыты частично расплавленным и частично раздробленным силикатным веществом. Предположение о том, что избыток массы обусловлен более плотным телом того же объема, что и полная потерянная масса, дает для массы тела величину

$$m = \Delta t (\rho / \Delta \rho),$$

где Δm — избыток массы, ρ — плотность тела, а $\Delta\rho$ — разность плотностей тела и окружающего вещества. Очевидно, невозможно вычислить единственное значение m , так как ρ и $\Delta\rho$ неизвестны, а Δm неопределенно, поскольку неизвестен баланс массы при ударе. В табл. 7 приведены избытки масс и массы, вычисленные по последним данным Мюллера и Сьёгрена [144].

Нордаик [150] и Болдуин [11] дали формулы, выведенные по земным взрывам, связывающие диаметры кратеров с энергией, вызывающей взрыв. Ясно, что аналогия между атомным взрывом и соударением с низкой скоростью весьма приближенна, но более надежными данными мы в настоящее время не располагаем. Нордаик и Болдуин используют формулу зависимости между диаметром кратера и энергией столкновения, образовавшего кратер:

$$\lg D = K_1 \lg E - K_2,$$

где D — диаметр в километрах, E — энергия в эргах. Значения констант K_1 и K_2 соответственно равны 0,3284 и 7,924 (по Болдуину) и 0,294 и 6,92 (по Нордайку). Энергии для ударных морей заключены соответственно в пределах от $4,2 \cdot 10^{31}$ до $5,7 \cdot 10^{32}$ эрг (по Болдуину) и от $8,2 \cdot 10^{31}$ до $1,5 \cdot 10^{33}$ эрг (по Нордайку). Предположив минимальную скорость соударения 2,38 км/с, можно вычислить массы, которые приведены в табл. 7. Сразу ясно, что получается весьма удовлетворительное согласие, особенно между массами по Болдуину и самыми последними массами по Мюллеру и Сьёгрёну, предположившими, что плотность тела была 4 г/см^3 , а плотность замещенного вещества $3,36 \text{ г/см}^3$. Стайц [183] считает, что тела были железо-никелевые и имели диаметры приблизительно от 16 до 60 км и что они могли проникать на глубину примерно 7—11 их диаметров. Вероятно, тела не проникали столь глубоко, и возможно, что масконы сильно «расплющены», как и следует ожидать от тел нулевой прочности. Однако массы по Стайцу отличаются от масс, приведенных в табл. 7, только незначительно. В этих работах много неопределенного, например данные Мюллера и Сьёгрена, значения величин $\Delta\rho$ и ρ , экстраполяция данных о взрывах на обширные ударные лунные моря и предположение о минимальной скорости 2,38 км/сек.

Хартман [81] показал, что существует два семейства тел, одно из которых ответственно за кратеры, а другое — за морские структуры. Диаграмма зависимости числа кратеров от их диаметров (в логарифмической шкале по обоим осям) показывает, что кривая для ударных морей лежит ниже, чем для кратеров, и что морские бассейны больше и малочисленнее, чем можно было бы ожидать из графика для кратеров на возвышенностях. Это можно объяснить распределением падающих на Луну тел, если эти тела образовались при соударениях между массами, содержащими

Таблица 7

МАССЫ, ВЫЧИСЛЕННЫЕ РАЗЛИЧНЫМИ МЕТОДАМИ (В ЕДИНИЦАХ 10²¹Г)

| | Диаметр моря, км | Масса *) | | | Вычисленный избыток масс | | | Масса ***) ($\rho = 4, \Delta\rho =$ $= 0,64$) | Масса ***) ($\rho = 8, \Delta\rho =$ $= 4,64$) |
|-----------------|------------------------|------------------|------------------|-----------------|--------------------------|-----------------------|---------------------------------|--|--|
| | | по Бол- дувну | по Нор- дайку | по Ван Дорну | по Кюле | сферическая модель | по Мюллеру и Сьбрену (**) | | |
| | | | | | | | | | |
| Море Дождей | 680 | 20,0 | 52 | 2,7 | 0,70 | 0,74 | 2,0 | 12,5 | 3,5 |
| Море Ясности | 580 | 12,1 | 30 | 1,6 | 0,40 | 0,74 | 1,6 | 10,0 | 2,8 |
| Море Кризисов | 530 | 9,4 | 22 | 0,8 | 0,20 | 0,44 | 0,7 | 4,4 | 1,2 |
| Море Нектара | 450 | 5,7 | 13 | 0,85 | 0,17 | 0,41 | 0,6 | 3,75 | 1,0 |
| Залив Зноя | 230 | 0,74 | 1,3 | | | 0,27 | 0,75 | 4,7 | 1,3 |
| Море Влажности | 460 | 6,1 | 14 | 0,5 | 0,065 | 0,22 | 0,5 | 3,1 | 0,9 |
| Море Гумбольдта | 300 | 1,7 | 3,2 | | | 0,18 | | | |
| Море Восточное | 360 | 2,9 | 6 | 1,4 | | 0,18 | 0,35 | 2,2 | 0,6 |
| Море Смита | 290 (?) | 1,5 | 2,9 | 0,8 | | 0,18 | 0,5 | 3,1 | 0,9 |
| Залив Радуги | 235 | 0,79 | 1,4 | | | -0,30 | -0,15 | ? | ? |

*) Массы введены из вычисленных энергий в предположении скорости 2,38 км/с. Ван Дорн (частное сообщение) считает, что его данные, возможно, занижены на 40%.

**) Частное сообщение.

***) Массы вычислены по избытку масс, согласно Мюллеру и Сьбрену.

силикатные вещества, и металлическими массами. Силикатные тела должны были быть систематически меньше, чем металлические. Таким образом, если моря образованы металлическими телами, то избыток масс нужно умножить на $\sim 8/4,64$, или на $1,74$. Массы, вычисленные таким образом, приведены в последней колонке. Эти массы лучше согласуются с оценками Ван Дорна.

Увеличение нагрузки, вызываемое круглой плитой, равно $\Delta\rho g d$, где g — ускорение силы тяжести. Максимальная разность напряжений в этой модели будет равна приблизительно половине нагрузки, так что масконы создают разность напряжений порядка 25—75 бар на глубинах 80—120 км, и моря могли бы быть представлены сферическими функциями 15—25-й степени.

Другая гипотеза, отличная от гипотезы о том, что масконы поддерживаются конечной прочностью, заключается в том, что они размещаются в очень вязкой жидкости и время, прошедшее с момента их образования, недостаточно для выравнивания. Формула Хейсканена — Венинг-Мейнеса для времени исчезновения изостатической неустойчивости имеет вид

$$t = 2\pi \eta (l^2 + k^2)^{1/2} / \Delta\rho g l k.$$

Если обе величины l и k равны между собой и равны диаметру ударной области (для Моря Дождей это 680 км), разность плотности массивного тела и окружающего вещества $\Delta\rho$ равна единице, а время равно $4,6 \cdot 10^9$ лет, то вязкость равна $2 \cdot 10^{26}$ П и меньше, если линейные размеры тела меньше. Эффективная вязкость поверхностных областей Земли составляет около 10^{22} П. Поскольку ни Земля, ни Луна не являются вязкими жидкостями, кажущееся различие в вязкости может иметь только качественное значение.

Отрицательная аномалия в Заливе Радуги, возможно, связана с низкой плотностью вещества, такого, как пылевой грунт и обломки, которые наблюдались в месте посадок «Аполлонов» 11 и 12, или с пониженным уровнем поверхности Залива Радуги относительно окружающей суши. Однако наиболее вероятно, что более высоко расположенный грунт очень сильно раздроблен и, следовательно, также обладает низкой плотностью. Мюллер и Съёгрэн оценивают дефицит массы в $1,5 \cdot 10^{20}$ г, и тогда, возможно, в этой области находится несколько сот тысяч кубических километров вещества низкой плотности. Поверхности Залива Радуги и Моря Дождей смыкаются и не обнаруживают никаких различий в составе. Это указывает на то, что поверхность моря тоже может состоять из вещества с низкой плотностью и что масконы, расположенные ниже, компенсируют это вещество малой плотности. Сигер [173] на основании строения кратера Дауэс утверждает, что грунт

и осколки вблизи границы Моря Спокойствия и Моря Ясности образуют слой глубиной в километр.

Из астрономических данных и данных о лунных спутниках можно сделать несколько выводов о недрах Луны. Фигура Луны в целом не может быть приписана комбинированному действию деформаций вращения и приливных деформаций в какой-то момент времени. Вещество, образующее Луну, выдерживает разность напряжений на всех глубинах. Разности напряжений больше (несколько десятков бар) во внешнем слое толщиной 100 км, но они значительны (несколько бар) и на более глубоких уровнях. Нет никаких указаний на заметную радиальную зависимость распределения плотности или на существование плотного ядра. Есть несколько слабых указаний, подтверждающих гипотезу, что поверхностный слой Луны обладает более высокой плотностью. Конечно, и данные по спутникам, и астрономические данные согласуются с гипотезой, что Луна — относительно однородное тело и что она обладает весьма значительной твердостью, которая много выше твердости внешних частей Земли.

Возникает вопрос, возможны ли лавовые потоки на Луне. Морские бассейны весьма гладкие и простираются на большие расстояния; следовательно, если они представляют собой лавовые потоки, лава должна была быть очень жидкой и быстро растекаться по поверхности. Но это означает, что породы, лежавшие над скоплением расплавленной лавы, залегающим под поверхностью, должны были быстро перемещаться в объем, занимаемый жидкостью. Трудно поверить, что породы, способные поддерживать наблюдаемые масконы, могли бы быстро выжать жидкость на поверхность. Вообще сомнительно, происходил ли в глубоких слоях Луны какой-нибудь процесс плавления, образующий лавы.

Можно сделать определенный вывод, что Луна много тверже и находится при более низких температурах, чем Земля. Следует подумать о других возможных объяснениях гладких поверхностей морей, внутренних частей кратеров и других неправильных гладких областей. Но состав поверхностного вещества похож на анортозит и базальт*), и возникновение этого дифференцированного вещества должно объясняться более ранним процессом частичного плавления или фракционированной кристаллизации, который не влиял на распределение плотности в глубоких недрах Луны. Эти процессы плавления и образования «пыли» на поверхности морей должны были происходить на весьма ранних этапах истории солнечной системы, возможно даже до формирования Земли (разд. VIII).

*) См. данные по «Аполлону-11» в Science за январь 1970 г., приведенные многими авторами.

VI. Тепловой баланс Луны

Пока не будут сделаны непосредственные наблюдения теплового потока из недр Луны, все утверждения о тепловом балансе Луны должны основываться на косвенных данных. В настоящее время есть два вида данных, относящихся к тепловым условиям в глубине Луны: информация, связанная с разностями напряжений внутри Луны, и оценки электропроводности вещества, образующего Луну. Мы докажем, что оба эти источника указывают, что в недрах Луны температура не превосходила температуры плавления и даже не была близка к ней и что, следовательно, недра, определяющие вулканическую деятельность, принимали незначительное участие в формировании внешней поверхности Луны.

Как было установлено в предыдущем разделе, Луна испытывает разность напряжений на всех уровнях, причем разность напряжений максимальна во внешнем слое толщиной в несколько сот километров. Для оценки температуры по выдерживаемой разности напряжений требуется иметь представление о поведении вещества при температурах и давлениях, существующих в недрах Луны. При температурах ниже $500\text{--}700^\circ\text{C}$ и давлениях $5\text{--}10$ кбар твердые тугоплавкие минералы, подобные оливину, с механической точки зрения ведут себя преимущественно как упругие тела, пока не достигается напряжение пластического течения; тогда вещество подвергается хрупкому разрушению или пластическим деформациям [74]. Напряжение пластических течений различно для разных веществ и различных условий температура — давление, но оно порядка $100\text{--}1000$ бар. При более высоких температурах происходят различные процессы, определяемые диффузией; для большинства веществ характерна ползучесть при любых разностях напряжений [69]. Если эти характеристики приложимы к лунному веществу, то существование разностей напряжений в глубине Луны указывает, что либо вещество находится при температуре, которая гораздо ниже температуры плавления, либо разность напряжений поддерживается некоторым активным процессом (а именно конвекцией), противодействующим диссипации ползучестью. Так как из-за низкого давления внутри Луны температура плавления веществ возрастает незначительно, то температура внутри Луны, если разности напряжений сохраняются благодаря конечной прочности, должна быть не выше $1000\text{--}1100^\circ\text{C}$. Например, интервал температур плавления для базальта — эглогита на глубине 250 км в Луне составляет $1100\text{--}1250^\circ\text{C}$, на глубине 500 км он равен $1250\text{--}1375^\circ\text{C}$, а на глубине 1000 км это $1425\text{--}1575^\circ\text{C}$ [235].

Голд [64] предположил, что если бы Луна была проводящим телом, то межпланетное магнитное поле, которое несет солнечный

ветер, не могло бы проникать в недра Луны, а образовывало бы магнитный барьер на стороне Луны, обращенной к потоку, с напряженностью поля, равной динамическому давлению солнечного ветра. Колберн и др. [27], Сонетт и др. [182] и Несс и др. [147] по данным космического аппарата «Эксплорер-35» установили, что у Луны нет такой ударной волны. Потоки плазмы солнечного ветра не отклоняются лунной поверхностью, а поглощаются ею. В результате на подветренной стороне Луны существует плазменный вакуум. Несс и др. [147] утверждают, что удельная электрическая проводимость Луны значительно меньше, чем первоначально предполагал Голд, и что верхний предел проводимости может быть очень низок и составляет 10^{-5} — 10^{-6} См/м. Колберн и др. [27] считают, что обладающий большим омическим сопротивлением поверхностный слой может подавлять токи, в результате чего низкое значение, полученное Нессом, может относиться только к самому внешнему слою.

Холлвег [88] исследовал взаимодействие солнечного ветра с моделью двухслойной Луны. Он утверждает, что внешний слой Луны может обладать высоким омическим сопротивлением, если он состоит из раздробленной, тонкораспыленной сухой породы, или внешняя область может быть относительно хорошо проводящей, если в порах есть вода. Холлвег показывает, что если есть внешний слой с достаточно высокой проводимостью, в котором в основном и текут токи, то толщина этого слоя должна быть порядка нескольких десятков километров, а проводимость недр должна быть низкой — меньше 10^{-5} См/м. Для того чтобы такой слой мог экранировать недра, нужны исключительно низкие проводимости: 10^{-10} См/м при толщине слоя 10 м и менее 10^{-7} См/м при толщине 10 км. Обе эти величины представляются слишком низкими для обычных пород или даже для пылевых агрегатов. В итоге Холлвег утверждает, что проводимость недр низкая, менее 10^{-5} См/м.

При измерении магнитного поля вне зоны, экранированной Луной, обнаружены характерные возмущения магнитного поля; напряженность поля увеличивается при удалении от зоны экранирования Луной и уменьшается по направлению к ней [147, 148]. Измерения плазмы показывают, что ее характеристики подвергаются соответствующим изменениям в окрестности магнитных возмущений. Шварц и Шуберт [172] и Холлвег [89] считают, что это вызвано индукционными процессами. Сигналы на расстоянии полета «Эксплорера-35» слабые, как и следует ожидать при затухании индуцированного поля по закону r^{-3} . Если эти сигналы реальны и действительно обусловлены индуцированным магнитным полем, то они дают дополнительные сведения об изменении электропроводности в Луне.

Отсутствие ударной волны может дать верхний предел в распределении температуры в Луне, так как от температуры сильно зависит проводимость как полупроводников, так и ионных кристаллов. Проводимость σ можно записать в виде

$$\sigma = \sigma_{0s} \exp(-E_s/kT) + \sigma_{0i} \exp(-E_i/kT),$$

где обозначения s и i относятся соответственно к полупроводниковой и ионной проводимостям. Согласно Костеру [29], константы этого уравнения для перидотита следующие: $\sigma_{0s} = 3,8$ См/м, $\sigma_{0i} = 10^7$ См/м и $E_s = 0,81$ эВ, $E_i = 2,3$ эВ. Проводимости, вычисленные из этого уравнения и из других подобных уравнений, например по Гамильтону [77], оказываются выше, чем допускается отсутствием ударной волны, если температура Луны не чрезвычайно низка (800 или 1000 К). Несс [146] оценивает проводимость Луны в $8 \cdot 10^{-5}$ См/м, для которой, в согласии с приведенным выше уравнением, требуется температура 600 °С. Однако этот вывод зависит от предположения об отсутствии слоя аномально низкой проводимости вблизи поверхности [88].

Холлвег [89] объясняет магнитные флуктуации при помощи островов высокой проводимости, разбросанных по поверхности Луны и имеющих характеристические размеры моря. Холлвег предполагает, что высокая проводимость обусловлена наличием воды в подповерхностном влагопроницаемом слое, существующем лишь местами. Если гипотеза проводящих островов верна, то высокая проводимость может быть вызвана железом, принесенным большими телами, которые привели к образованию масконов.

Общее согласие относительно максимальной температуры, полученной из изучения разностей напряжений в Луне и электрической проводимости, приводит нас к предположению, что недра Луны холодные в том смысле, что в Луне нет протяженных областей, где температура превышает 1000—1200 °С. Этот вывод накладывает строгие ограничения на возможный радиоактивный состав лунного вещества.

С 1952 г. было сделано много теоретических расчетов тепловой истории Луны [114, 121—123, 159, 197, 204]. Фрикер и др. [49] продолжили свои ранние расчеты, учтя возможное плавление и химическую дифференциацию в глубоких недрах. При расчетах нужно делать предположения относительно многих величин: о теплопроводности силикатов, которые в свою очередь определяются химическим составом Луны; об обилии радиоактивных элементов К, U и Th, которые в настоящее время надежно измерены для метеоритов различных типов, но неизвестно, насколько эти обилия применимы к Земле и Луне. Расчеты, которые были сделаны, большей частью согласуются в том, что трудно избе-

жать плавления в глубоких недрах Луны, если содержание радиоактивных элементов близко к хондритовому. Существование разностей напряжений в теле Луны и низкая электрическая проводимость недр исключают возможность обширного расплавления. Несколько авторов заметили, что плавление в глубоких недрах проявилось бы в лавовых потоках. Голд [61], в частности, указывал, что структуру поверхности Луны трудно объяснить многочисленными лавовыми потоками из индивидуальных кратеров, широко разбросанных по поверхности Луны.

Невозможно с уверенностью установить, какова была начальная температура Луны во время ее формирования. Тот факт, что на поверхности Луны обнаружено вещество, являющееся продуктом дифференциации, указывает, что некогда на поверхности Луны происходил какой-то процесс плавления. С другой стороны, расчеты показывают, что первоначально расплавленная Луна должна остаться расплавленной или частично расплавленной в значительной части как из-за низкой теплопроводности, так и из-за непрерывного выделения радиоактивного тепла. Следовательно, при изучении тепловой истории Луны мы должны принять, что Луна образовалась как холодное тело.

Заметная близповерхностная концентрация радиоактивных элементов предотвратила бы расплавление в глубоких недрах. В диапазоне принимаемых значений температуропроводности теплопроводность могла перенести некоторую часть генерируемого тепла вниз на глубину около 600—800 км. Если радиоактивные элементы были расположены выше этих глубин, то температура недр осталась бы ниже температуры плавления [125]. Но мы не знаем никаких путей для отделения радиоактивных элементов без изменения всего химического состава, а гравитационные данные указывают на почти полную однородность Луны. К тому же, как указывалось выше (см. разд. V), твердость, достаточная для того, чтобы поддерживать масконы, несовместима с требуемым обширным расплавлением.

Для многих силикатных минералов измерена удельная теплоемкость, и мы примем средние величины, которые использовал Келли [97]. Из-за низкой концентрации железа, находящегося преимущественно в окисленном состоянии, процентное содержание магниезиальных метасиликатов должно быть значительно выше, чем ортосиликатов. Средняя удельная теплоемкость магниезиальных метасиликатов равна 0,279 кал/°С, а магниезиальных ортосиликатов 0,295 кал/°С. У побочных минералов, таких, как жадеит, силикат кальция и сульфат железа, теплоемкости более низкие. Мы возьмем среднее из данных для обоих магниезиальных силикатов, т. е. 0,287 кал/°С. Температуропроводность определяется теплопроводностью, деленной на удельную тепло-

емкость, отнесенную к единице объема, но так как плотность уменьшается с ростом температуры, а удельная теплоемкость увеличивается, то возможно, что влияние температуры на температуропроводность пренебрежимо мало по сравнению с неопределенностями в коэффициенте теплопроводности. Мы будем полагать, что плотность остается постоянной, так как влияние растущих давления и температуры должно приблизительно компенсировать друг друга.

Теплопроводность можно вычислить по формуле

$$K = K_0 + 16n^2\sigma T^3/3\varepsilon_0,$$

где K_0 — обычная решеточная теплопроводность [121]. Последний член описывает вклад лучистого переноса; здесь n — показатель преломления, σ — постоянная Стефана — Больцмана, а ε_0 — непрозрачность. Для множества силикатных материалов решеточная теплопроводность равна приблизительно 0,008 кал/(см·с·°С), в то время как непрозрачность колеблется от 5 до 100 см⁻¹. Таким образом, при температурах ниже 700—1000 °С роль лучистого переноса незначительна, но при более высоких температурах и более низких значениях непрозрачности он преобладает.

Было сделано несколько предположений относительно обилия элементов. Многие используют хондриты групп Н и L, другие — углистые хондриты I типа, а третьи предлагали брать за образец некоторые конкретные метеориты. Для этих метеоритов было сделано много анализов калия, и недавно Михаэлис и др. [223] и Аренс и др. [1] получили очень точные данные. Атомные обилия на 10⁶ атомов кремния для некоторых групп метеоритов и для Солнца следующие:

| | |
|----------------------------|------|
| Хондриты группы Н | 3300 |
| Хондриты группы L | 3400 |
| Углистые хондриты I типа | 3920 |
| Углистые хондриты III типа | 1630 |
| Солнце [5] | 3160 |
| Солнце [110—112] | 1580 |

В других группах метеоритов обнаруживается разброс обилий в широких пределах, и потому они не рассматриваются. Данные для пяти углистых хондритов III типа согласуются в пределах ошибки эксперимента с данными о калии, приведенными в таблице. Значения для Солнца, приведенные в работе Ламберта и Уорнера [110—112], в два раза выше значений, приведенных у Голдберга и др. [65], но, по-видимому, это более надежные значения. Аллер [5] приводит обилие, близкое к обилию в углистых хондритах III типа. Данные о хондритах III типа приблизительно согла-

суются с концентрацией калия в Земле, по определению Вассер-бурга и др. [227]. Эти авторы заметили, что отношение процентного содержания калия к урану в породах земной коры удивительно постоянно и равно 10^4 , тогда как в хондритах это отношение равно $(6-8) \cdot 10^4$. Последние анализы урана в метеоритах дают несколько бóльшие значения. Обилие урана в углистых хондритах III типа, согласно самым последним данным Амиэля и др. [7], приводит к отношению $2 \cdot 10^4$, что сходно с породами земной коры (см. также [25]).

Мы выберем два набора данных для концентраций K, Th и U: 1) средние концентрации для H- и L-групп хондритов [25]; 2) недавно полученные данные для калия в углистых хондритах III типа [13, 223] и последнюю работу Амиэля и др. [7] о концентрациях урана; концентрацию тория примем в 3,15 раза большей, чем концентрация урана. Так как низкая плотность Луны указывает на меньшее содержание железа ($\sim 10\%$) по сравнению с метеоритами ($\sim 25\%$), то концентрация этих элементов в Луне выше, чем в метеоритах, в $1/0,85$ раза, если концентрации относительно кремния считать постоянными. Это приводит к значительно большим температурам для Луны, чем все, о которых когда-либо сообщалось в литературе. Однако если углистые хондриты III типа представляют лунное вещество в отношении и железа и калия (о чем речь пойдет ниже), то возможны даже более низкие концентрации этих элементов. Концентрации в метеоритах и концентрации, вычисленные для Луны, приведены в табл. 8. В табл. 9 даны физические константы для этих радиоактивных элементов, а в табл. 10 — максимальные температуры, которые можно ожидать, если не происходит никакой потери энергии в среде.

Таблица 8

КОНЦЕНТРАЦИИ (В ЕДИНИЦАХ 10^{-6}г/г)

| | Хондриты группы H и L | Столбец 1 $\times 1/0,85$ | Хондриты типа III | Столбец 3 $\times 1/0,85$ |
|----|--------------------------|------------------------------|----------------------|------------------------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 |
| K | 850 | 1000 | 360 | 425 |
| Th | 0,0415 | 0,0488 | 0,0493 | 0,0580 |
| U | 0,0132 | 0,0155 | 0,0157 | 0,0185 |

Сразу ясно, что первый набор концентраций при однородном распределении элементов в Луне привел бы к полному расплавлению в глубоких недрах Луны и что было бы очень трудно объяснить неправильную форму Луны. При втором наборе концентраций

Таблица 9

| Ядро | Тепловая энергия | | Период полу- распада, 10 ⁹ лет | Константа распада, (10 ⁹ лет) ⁻¹ |
|-------------------|------------------|-------------------------|---|--|
| | МэВ/г атом | Дж/г × 10 ¹⁰ | | |
| K ⁴⁰ | 0,71 | 0,171 | 1,306 | 0,5305 |
| Th ²³² | 39,8 | 1,655 | 13,9 | 0,0499 |
| U ²³⁵ | 45,2 | 1,856 | 0,713 | 0,972 |
| U ²³⁸ | 47,4 | 1,922 | 4,51 | 0,154 |

температура во всей Луне, аккумулировавшейся при низкой температуре, всюду оставалась бы значительно ниже температуры плавления. Эта модель очень похожа на модель, принятую Юри [209]. Если температуры остаются ниже 2000 К, а непрозрачность заключена в пределах от 50 до 100 см⁻¹, то пренебрежение лучистым переносом не внесет значительных ошибок. Если теплопроводность считается постоянной, дифференциальное уравнение принимает вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} = K \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \sum Q_i \exp(-\alpha_i t),$$

где Q_i — скорость роста температуры, обусловленная i -м радиоактивным элементом при $t = 0$ при условии полной тепловой изоляции. Решение этого уравнения имеет вид

$$T(r, t) = T_1 + T_2 + T_3,$$

где

$$T_1 = \sum_i \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Q_i}{a_i - K \left(\frac{n\pi}{a} \right)^2} \frac{2(-1)^n a}{n\pi} \frac{a}{r} \sin \left(n\pi \frac{r}{a} \right) \times$$

$$\times [\exp(-\alpha_i t) - \exp(-Kn^2\pi^2 t/a^2)],$$

$$T_2 = -T_{0a} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(-1)^n a}{n\pi} \frac{a}{r} \sin \left(n\pi \frac{r}{a} \right) \exp \left(-\frac{Kn^2\pi^2 t}{a^2} \right),$$

$$T_3 = -\Delta T \sum_{n=1}^{\infty} \frac{12(-1)^n a}{(n\pi)^3} \frac{a}{r} \sin \left(n\pi \frac{r}{a} \right) \exp \left(-\frac{Kn^2\pi^2 t}{a^2} \right).$$

Здесь T_1 дает превышение температуры над средой, определяемое радиоактивными элементами; T_2 — температура, обусловленная остыванием от начальной температуры, равной везде T_0 , и T_3 — температура, обусловленная членом $\Delta T (1 - r^2/a^2)$ в формуле

Таблица 10

ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИЕ В ЛУЧНОМ ВЕЩЕСТВЕ ПРИ ЧЕТЫРЕХ ПРИНЯТЫХ ОБИЛИЯХ К, Тн И U.
ПРИВЕДЕННЫХ В ТАБЛ. 8*

| | Концентрация (в ед. 10^{-6} г/г) | | | | dE/dt (в наст. момент), эрг/г·год | | | | Дж/г за 4,6 · 10 ⁹ лет | | | |
|--------------------------------------|------------------------------------|--------|--------|--------|-------------------------------------|-------|-------|-------|-----------------------------------|------|------|------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| K ⁴⁰ | 0,100 | 0,118 | 0,0425 | 0,0500 | 0,91 | 1,07 | 0,39 | 0,45 | 1797 | 2114 | 761 | 892 |
| Th ²³² | 0,0415 | 0,0488 | 0,0493 | 0,0580 | 0,34 | 0,40 | 0,41 | 0,48 | 177 | 208 | 210 | 248 |
| U ²³⁵ (×10 ⁴) | 0,951 | 1,117 | 1,131 | 1,333 | 0,017 | 0,020 | 0,020 | 0,024 | 158 | 186 | 188 | 222 |
| U ²³⁸ | 0,0131 | 0,0154 | 0,0156 | 0,0184 | 0,39 | 0,46 | 0,46 | 0,54 | 260 | 296 | 309 | 365 |
| | | | | Всего | 1,66 | 1,96 | 1,27 | 1,50 | 2392 | 2804 | 1468 | 1729 |
| | | | | | Рост температуры (плавления нет) | | | | 1992 | 2335 | 1223 | 1440 |

*) Очевидно, что полное плавление могло произойти в случае 2, а частичное плавление — во всех остальных случаях.

начальной температуры. Величину Q_i можно вычислить по формуле

$$Q_i = \frac{E_i}{c} \frac{dm_{i0}}{dt} = \frac{E_i}{c} \alpha_i m_{ip} \exp(\alpha_i t),$$

где E_i — энергия на грамм i -го ядра, m_{i0} и m_{ip} — массы i -го ядра на грамм метеорита соответственно в начальный и настоящий

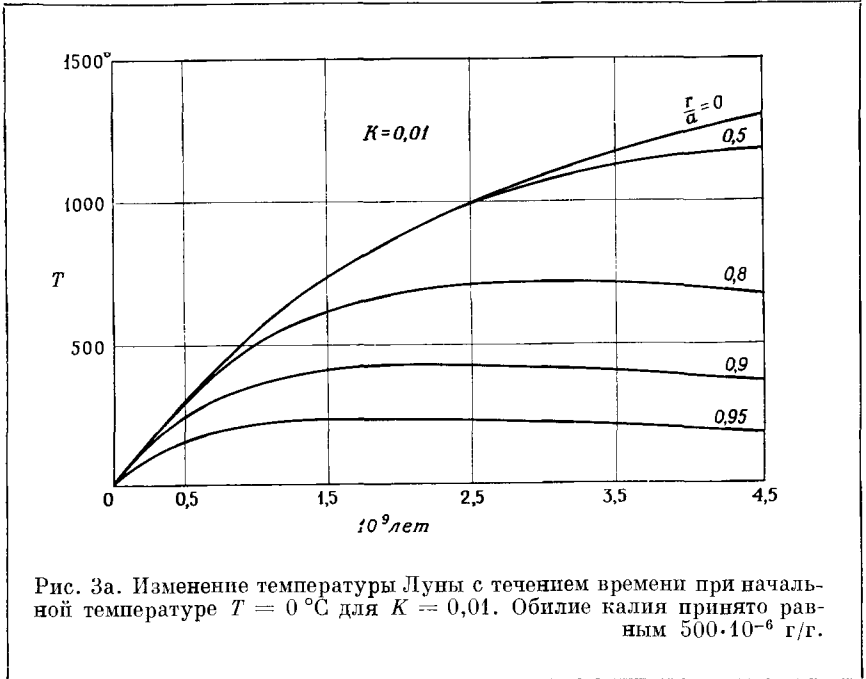


Рис. За. Изменение температуры Луны с течением времени при начальной температуре $T = 0^\circ\text{C}$ для $K = 0,01$. Обилие калия принято равным $500 \cdot 10^{-6}$ г/г.

момент, c — удельная теплоемкость метеоритного вещества, предполагаемая постоянной. На рис. За представлены результаты для первоначально холодной Луны (0°C), для которой взяты чуть большее содержание калия, равное $500 (10^{-6} \text{ г/г})$, и возраст $4,5 \cdot 10^9$ лет. Предполагалось, что температуры начала плавления и полного расплавления и температура затвердевания первоначально полностью расплавленной Луны связаны формулой вида

$$T = T_0 + \Delta T (1 - r^2/a^2),$$

а значения T_0 и ΔT предполагались равными:

| | T_0 | ΔT |
|------------------|-------|------------|
| Начало плавления | 1100 | 500 |
| Полное плавление | 1600 | 200 |
| Затвердевание | 1100 | 900 |

Член при ΔT эквивалентен предположению об увеличении температуры плавления пропорционально давлению. Однако в случае расплавленной Луны предполагается фракционирование силикатов во время затвердевания. Фрикер и др. [49] используют несколько отличные значения и учитывают лучистый перенос при непрозрачности 100 см^{-1} . Это приводит к мало отличающимся температурам, за исключением того случая, когда учитывается плавление в Луне, имеющей начальную температуру 500°C ; при этом получаются значительные различия. Очевидно, что если принимать во внимание доказательства твердости Луны, то разумные оценки обилия радиоактивных элементов и физических констант приводят к очень похожим распределениям температур, которые едва ли можно улучшить, не располагая значительно большими сведениями об этих данных.

В табл. 11 приведены температуры, вычисленные Юри [209], а также температуры, вычисленные для концентраций, соответствующих случаям 3 и 4 в табл. 8 и 10, для возраста $4,6 \cdot 10^9$ лет

Таблица 11

СОВРЕМЕННАЯ ТЕМПЕРАТУРА ЛУНЫ (В $^\circ \text{C}$) СОГЛАСНО ГИПОТЕЗЕ
ХОЛОДНОЙ ЛУНЫ С НАЧАЛЬНОЙ ТЕМПЕРАТУРОЙ 0°C

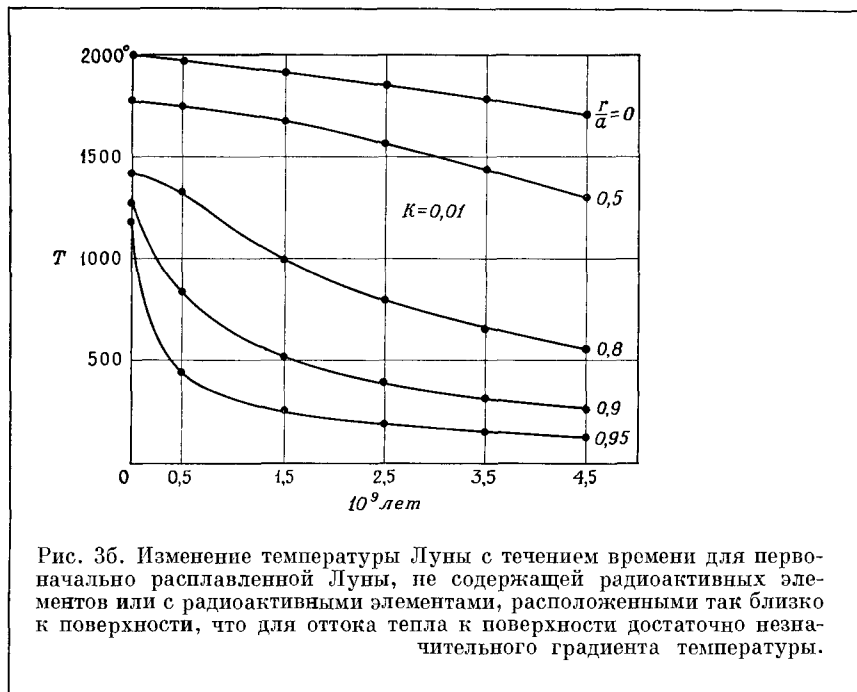
| Расстояние от центра в долях радиуса (радиус 1738 км) | K = 0,005 [209] | K = 0,010 [209] | На основании табл. 10 при K = 0,01 | |
|---|--------------------|--------------------|---------------------------------------|------|
| | | | 3 | 4 |
| 0,0 | 1290 | 1290 | 1205 | 1418 |
| 0,5 | 1263 | 1172 | 1083 | 1275 |
| 0,8 | 945 | 669 | 619 | 728 |
| 0,9 | 546 | 361 | 344 | 405 |
| 0,95 | 290 | 182 | 173 | 204 |

и постоянной температуропроводности 0,01. Эти значения температуры находятся целиком внутри диапазона, где такие тугоплавкие силикаты, как оливин или базальт, будут подвергаться хрупкому или пластическому разрушению только при разностях напряжений более 100 бар. Разность напряжений, вызываемая масконами, — порядка 40 бар на глубине 100 км. Таким образом, распределение температур, представленное на рис. 3а, согласуется с существованием больших поверхностных аномалий. На больших глубинах кривая температур подходит ближе к области плавления базальта — эклгита или более тугоплавкого, обогащенного оливином вещества, и можно ожидать ползучести при небольших разностях напряжений. Наблюдаемые гравитационные коэффи-

циенты указывают на значительно меньшие разности напряжений на глубинах более 600 км при температурах, близких к температуре плавления, но не превышающих ее. Шкала времени для полного выравнивания малых разностей напряжений в глубоких недрах может быть велика по сравнению с $4,6 \cdot 10^9$ лет. Это означает, что эффективная вязкость вещества глубже 500 км приблизительно равна 10^{26} — 10^{27} П. Следует заметить, что такая же величина получена для нижней мантии Земли [124, 128]. Эти температуры согласуются с оценками электрической проводимости.

Фрикер и др. [49] изучили последствия плавления недр Луны, принимая во внимание лучистый перенос. Они нашли, что в первоначально однородной Луне с содержанием радиоактивных элементов, близким к концентрации 1 в табл. 10, и при начальной температуре 0°C частичное расплавление начинается на глубинах 800 км через $2,8 \cdot 10^9$ лет после образования Луны. В их модели радиоактивные изотопы в значительной степени концентрируются у внешнего края расширяющейся зоны расплава. Через $3,3 \cdot 10^9$ лет после образования Луны фронт расплава достигает глубины 360 км, где останавливается в результате возросшей потери тепла через поверхность. Затем зона плавления отступает внутрь, достигая глубины 560 км через $4,5 \cdot 10^9$ лет после образования Луны. Фрикер и др. указывают, что в этой и в подобных ей моделях тепловой истории в интервале времени от одного до трех миллиардов лет назад могла иметь место обширная вулканическая активность, которая сопровождалась заметной химической дифференциацией. Как уже говорилось, мы считаем, что модель частично расплавленной Луны несовместима с многочисленными наблюдениями. Нет никаких указаний на радиальную зависимость плотности, которая была бы результатом химической дифференциации; гравитационные данные согласуются с почти однородным распределением плотности. Глубокие недра выдерживают небольшие разности напряжений. В модели расплавленной Луны температура на глубине 200 км равна приблизительно 800°C ; при этой температуре возникала бы ползучесть, и разности напряжений, на которые указывают масконы, не могли бы сохраняться. Электрическая проводимость указывает на более низкую температуру, чем та, которой требует модель расплавленной Луны. Хотя дно морей можно интерпретировать как обширные лавовые потоки, различие между видимой и невидимой полусферами Луны в отношении морей нельзя объяснить внутренними процессами, так как внутренний нагрев был бы очень близок к сферически симметричному. Короче, детальные расчеты Фрикера и др. подтверждают вывод о том, что содержание радиоактивных элементов в Луне значительно меньше, чем в хондритах L- и H-групп.

Фрикер и др. [49] используют также несколько отличные обилия К, U и Th, а именно обилия, оцененные Вассербургом и др. [227] для Земли. Они равны соответственно 309, 0,0309 и 0,114



вед. 10^{-6} г/г. Мы считаем, что концентрации урана и тория, возможно, слишком высоки, хотя полученные температуры близки к нашим.

Гипотеза горячей Луны, отделившейся от Земли вследствие образования ядра и представляющей единое большое тело, привлекательна для многих исследователей Луны. На рис. 36 приведены температурные кривые, полученные для первоначально расплавленной и затвердевшей Луны по формулам и данным, приведенным выше. При расчете предполагалось, что в процессе затвердевания радиоактивные элементы сконцентрировались так близко к поверхности, что выделяемое ими тепло терялось и не приводило к значительному повышению температуры. Даже небольшой остаток радиоактивных элементов, сохранившихся в недрах, приводил бы к высоким температурам и делал бы невозможным объяснение значительной твердости и низких температур, на которые указывают эффекты солнечного ветра. Если радиоактивные элементы сконцентрировались в довольно толстом поверхностном

слое так, что они поддерживали температуру плавления на некоторой глубине, то недра не могли остыть ниже этой температуры.

Итак, определяемое тепловое состояние недр Луны согласуется со следующим составом радиоактивных элементов: $K = 425$, $Th = 0,058$ и $U = 0,0185$ (в ед. 10^{-6} г/г). Несколько большие концентрации не привели бы к неприемлемо высоким температурам, но содержание радиоактивных элементов, такое, как в хондритах L- и H-групп, привело бы к температурам, значительно превышающим те, при которых Луна имеет низкую электрическую проводимость и прочную внешнюю оболочку, способную выдерживать разность давлений в 25—75 бар.

VII. Плотность и состав Луны

После тщательных исследований, проводившихся в течение столетия и даже больше, мы лишь весьма приблизительно знаем состав Земли в целом. Ее состав в отношении содержания железа, по-видимому, близок к составу хондритов с высоким содержанием железа. Имеются указания на то, что в Земле содержится заметно меньше калия [227]. Многие более редкие элементы не встречаются в хондритах H-группы в солнечных отношениях, и мы не знаем, присутствуют ли эти элементы в таких обилиях и в Земле и в Луне. Состав Луны, очевидно, отличается от состава Земли, однако здесь огромный простор для исследований.

Самые важные сведения о составе Луны выводятся из интерпретации ее низкой средней плотности. Эта низкая плотность послужила главным аргументом для предположения, сделанного Дж. Дарвином, о том, что Луна образовалась из внешних частей Земли. Если принять во внимание, что плотность планет земной группы, приведенная к низким температурам и давлениям, различна, то представляется более разумным предположить, что низкая плотность Луны связана с этой более общей закономерностью. Несколько лет назад Юри [197, 200, 206] предположил, что состав Луны ближе к составу нелетучей части солнечного вещества, чем состав любого другого планетного тела. Однако вплоть до настоящего момента невозможно окончательно отвергнуть гипотезу об отделении Луны от Земли, из которой следует, что ее плотность и химический состав, в том числе содержание железа, соответствуют плотности и составу мантии Земли.

Обычно в настоящее время предполагается, что хондритовые метеориты близки к образцам первичного вещества. Однако они не однородны по составу, и, следовательно, их состав изменился под влиянием процессов фракционирования. Юри и Крег [218] выявили среди этих метеоритов две преобладающие группы, а другие, дополнительные группы были обнаружены Прайором.

Явнелъ [238] также указал на другие группы. У нас нет способа опознать, какая из этих групп (если вообще таковая имеется) соответствует первичному составу. Если бы можно было выделить некоторую группу с особыми физическими характеристиками и точно одинаковым составом, можно было бы считать, что такая группа могла аккумулироваться из нефракционированного первичного вещества. Несколько лет назад было сделано предположение, что углистые хондриты, возможно, образуют такую группу. Данные анализов по многим элементам указывают на значительное, но не точное постоянство состава, но данные по другим элементам не указывают на это. Были составлены таблицы обилий элементов в предположении, что хондритовые метеориты представляют примерный образец первичного вещества [184, 185]. Эти таблицы весьма успешно использовались для построения теорий происхождения элементов. Обычно предполагается, что состав Солнца совпадает с первичным составом солнечной системы с той разницей, что он изменен ядерными реакциями, протекшими с тех пор, как отделились планеты.

Плотность Луны при низких давлениях и обычных земных температурах можно вычислить, оценив среднюю температуру и давление и используя разумные значения для коэффициентов объемного расширения и сжимаемости. Из данных, приведенных в предыдущем разделе, средняя температура может быть оценена приблизительно в 800°C . Среднее давление равно $4\pi r^2 G a^2 / 15$; при подстановке численных значений это дает 19 100 бар.

Используя данные Берча [18] и Скиннера [177], мы оценили коэффициент объемного расширения α и сжимаемость β для Луны, состав которой предполагался метеоритным, за исключением того, что содержание железа бралось равным 8,4% по весу. Предполагалось также, что натрий и кальций входят в состав жадеита и грюссуларита. Мы получаем, что $\alpha = 2,815 \cdot 10^{-5}$ и $\beta = 9,31 \cdot 10^{-7}$. Среднюю плотность при 0°C и низком давлении можно вычислить по формуле

$$\rho = \rho_0 (1 + 19,100\beta - 800\alpha).$$

При $\rho = 3,36$ получаем $\rho_0 = 3,376$. Среднее давление не может иметь большую ошибку, а коэффициент сжимаемости не меняется быстро с увеличением давления. Однако коэффициент объемного расширения меняется довольно быстро, а средняя температура 800°C — это спорная оценка. Группы метеоритов с низким и высоким содержанием железа по Юри и Крегу содержат соответственно 22,33 и 28,58% железа, а вычисленные плотности, если предполагать минералы с низкой плотностью, равны соответственно 3,574 и 3,761 г/см³. (Наблюденные средние плотности чуть меньше, что, вероятно, вызвано наличием пор в этих телах.) При давлении-

ях, существующих внутри большей части Луны, натрия и кальций будут, вероятно, входить в состав жадеита и граната, увеличивая, таким образом, вычисленные плотности, которые тогда оказываются равными 3,68 и 3,85 г/см³. Вычисленная плотность нелетучего солнечного вещества, согласно недавно полученным данным Ламберта и Уорнера [110—112] *), по которым отношение кремния к железу равно 10, получена равной 3,313 г/см³ в предположении, что железо присутствует в виде FeO, а вычисленное содержание железа равно 5% по весу. Если обилие железа удвоить, считая, что половина железа находится в виде FeO, а половина — в виде FeS, то плотность равна 3,390 г/см³, а содержание железа по весу должно составлять 8,65%. Если бы все металлическое железо и половину FeO и FeS удалить из среднего метеорита H-группы, согласно Виику [230], то плотность стала бы равной 3,387 г/см³. Ясно, что Луна в целом содержит менее 10% железа по весу. Если обилие железа в Солнце по отношению к другим элементам несколько выше значений, предложенных Ламбертом и Уорнером, как прежде считали многие астрономы, то средний состав Луны точно согласуется с данными для Солнца.

С другой стороны, ряд данных указывает, что обилие железа в Солнце много выше этих значений из-за ошибок в силах осцилляторов. Определения Потташа для обилий в короне [163, 164] были первыми, которые подтверждали эту точку зрения, а в последние годы накопились некоторые другие доказательства [52, 131, 186]. Интересно, что у нескольких углистых хондритов III типа плотность близка к 3,4. Отношение железа к кремнию в них равно примерно 0,8. Железо содержится в виде FeO и FeS; вода составляет 2% по весу и имеется небольшое количество углеродистых соединений. Эти тела, как отмечалось выше (разд. VI), содержат около $360 \cdot 10^{-6}$ г/г калия, и количество выделяемого тепла оказывается значительно меньшим, чем в том случае, если бы этого элемента было около $800—900 \cdot 10^{-6}$ г/г. Возражение, что в присутствии воды происходило бы интенсивное расплавление, в этом случае не обязательно верно**). Таким образом, существует возможность, что в Луне могут быть первичные солнечные обилия и железа и калия и эти обилия можно согласовать с обилиями метеоритов определенной группы, а именно углистых хондритов III типа. Приблизительное согласие в отношениях калия к урану

*) Данные Ламберта и Уорнера [110—112] для главных элементов следующие: Si 10^6 ; Mg $8,52 \cdot 10^5$; Al $7,08 \cdot 10^4$; Ca $6,03 \cdot 10^4$; Na $4,26 \cdot 10^4$; Fe 10^6 и Ni 10^4 . Значение для Fe, возможно, занижено в 2 раза, т. е. в логарифмической шкале оно скорее 6,85 по сравнению с 12,0 для водорода, чем 6,55.

***) Это возражение приводилось в гл. 6 в первом издании книги Юри [210] и в других его работах, однако возможность более низких обилий калия при этом не рассматривалась.

и тории в Земле и Луне при этом сохраняется. Следует заметить, что приведенные выше вычисления, основанные на плотности солнечного вещества при низких температурах и давлениях, в этом случае ненадежны, так как плотности воды и углеводородных соединений быстро меняются при высоких температурах и давлениях и характер их изменения плохо известен.

Момент инерции сферы лунного радиуса для различных двухслойных моделей легко вычислить, основываясь на определенных предположениях о температуре, давлении, сжимаемости и коэффициенте теплового расширения, из следующих уравнений:

$$\frac{I}{Ma^2} = \frac{2}{3a^2} \frac{\int_0^a \rho(r) r^4 dr}{\int_0^a \rho(r) r^2 dr},$$

$$\int_0^a \rho(r) r^2 dr = \rho_m \frac{a^3}{3}.$$

При $\alpha = 2,815 \cdot 10^{-5}$ и $\beta = 9,31 \cdot 10^{-7}$, температуре $1600(1 - r^3/a^3)^\circ\text{C}$ и давлении $47100(1 - r^3/a^3)$ бар величина $I/Ma^2 = 0,40029$, т. е. она очень близка к среднему моменту инерции по Михаэлю и др. [135]. Если предположить, что недра Луны однородны по плотности, а на поверхности находится слой с плотностью 4 г/см^3 , мы найдем, что для получения необходимого эффекта достаточно слоя толщиной 4—5 км. Как упоминалось выше, при другом выборе констант подобный слой может иметь толщину около 40 км. Слой базальта с плотностью $2,9 \text{ г/см}^3$ и толщиной 50 км дает момент инерции $I/Ma^2 = 0,39965$. Сильно фрагментированный внешний слой дает аналогичный результат, и, чтобы получить наблюдаемую величину, требуется добавка вещества с высокой плотностью, т. е. масконов, или температурный эффект с глубиной. Железное ядро радиусом $0,2a$ дает значение $I/Ma^2 = 0,3957$, и оно, по-видимому, исключается, но ядро радиусом $0,1a$ дает значение $I/Ma^2 = 0,39945$, которое может быть затушевано влиянием температуры или масконов. Моменты инерции — ценные ограничивающие данные, но они не позволяют получать позитивных результатов о химическом составе и радиальной структуре.

Присутствие графита снизило бы плотность хондритового вещества, и простые расчеты показывают, что около 7—11% графита в зависимости от различных других факторов было бы достаточно, а углеродистых соединений было бы достаточно и еще меньшего количества. Рингвуд [168] предположил, что восстановление окислов железа и кремния углеродом привело к высокой плотности Земли. Возможно, что Луна является телом, имеющим

высокую концентрацию углерода, не прошедшего через процесс восстановления. Верно, что окись железа и графит при низких температурах долго не взаимодействовали бы, но в настоящее время температура в Луне должна быть достаточно высокой, чтобы такие реакции происходили. Согласно приближенным термодинамическим расчетам для реакций между окисью железа и углеродом, давление окиси углерода в глубоких недрах в настоящее время должно быть около 10^4 бар и, следовательно, меньше, чем давление вышележащих слоев. По-видимому, нельзя исключить возможность большого количества графита, которое могло бы объяснить низкую плотность. Очень черные горные области западнее Коперника, представляющие собой часть лучистой системы Моря Дождей, возможно, состоят из углеродистого вещества, что подтверждало бы это предположение. Однако очень низкие концентрации углерода в пробах с Базы Спокойствия в Море Спокойствия противоречат гипотезе сколько-нибудь повышенной концентрации углерода на Луне.

VIII. Химический состав поверхностных областей

Физические свойства тонкого слоя лунной поверхности известны из кривых остывания, построенных по наблюдениям Петтита [157, 158] во время затмений. Весселинк [229] вывел теорию для такой кривой остывания, и сравнение вычисленной и наблюдаемой кривых дает величину произведения теплопроводности, плотности и теплоемкости $K_{рс} = 1,2 \cdot 10^{-6}$ в калориях и единицах СГС.

Егер и Харпер [90] показали, что данные Петтита не согласуются с моделью поверхности, состоящей только из одного слоя однородного состава. Начальная часть кривой остывания соответствует, по их расчетам, веществу с константой $K_{рс} = 0,94 \times 10^{-6}$ кал²/(см⁴·с·°С²), но часть кривой, соответствующая полной тени, не согласуется с этим значением. Они получили согласие, взяв слой толщиной 0,17 см с указанным значением константы $K_{рс}$ и наложив его на вещество с $K_{рс} = 10^{-4}$. Гилвари [58] распространил этот метод на данные Петтита о затмении 27 октября 1939 г. Он пришел к выводу, что и горы и гладкие области покрыты веществом с очень малой теплопроводностью.

Пидингтон и Миннет [161] измерили интенсивность излучения Луны на частоте 24 000 МГц и по нему оценили температуру в новолуние в 145 К, а для более глубоких слоев — в 234 К. Было проведено много исследований излучения Луны в длинах волн от 0,8 до 75 см [135]. Оцененная средняя температура колеблется в пределах от 180 до 250 К. Подповерхностная температура, вероятно, лежит в этих пределах. На длинных волнах вариации

температуры с лунациями не наблюдается, так как излучение исходит из слоев, расположенных существенно ниже поверхности. Все измерения указывают, что поверхность покрыта тонким, очень хорошо изолирующим слоем с $K_{рс} \approx 10^{-6}$.

По поляризации света, отраженного от лунной поверхности, Райт [234] заключил, что Луна покрыта пылью с высоким содержанием SiO_2 , как пемза или гранит. Лио [119] по изменению поляризации света с углом отражения сделал вывод о том, что поверхность покрыта бурым вулканическим пеплом. Разные области Луны поляризуют свет несколько различным образом. Часто предполагается, что слой пепла был сформирован метеоритами, падающими на поверхность.

Воздействие света и частиц высокой энергии почти наверняка привело к образованию поверхностного слоя вещества, отличающегося от любого естественного вещества на поверхности Земли. Поэтому нельзя ожидать, что изучение поляризации и поглощения света приведет к опознанию этого вещества. Н. Н. Сытинская [187] изучила диаграммы яркость — цвет для Луны и многих земных веществ и не нашла никакого согласия между диаграммами для Луны и какими-либо земными веществами. Хапке [78] на основании обширного изучения оптических свойств Луны и интенсивности отражения и поляризации пришел к выводу, что поверхность Луны похожа на базальт и совершенно не похожа на метеоритное вещество.

Туркевич и др. [192—195] методом α -рассеяния при помощи измерений на «Сервейерах» 5—7 нашел, что состав лунной поверхности в Море Спокойствия, Заливе Центральном и горной области чуть к северу от Тихо похож на земные базальты. В табл. 12Б приведены численные результаты. Данные «Сервейеров» 5 и 6 очень близки, а данные «Сервейера-7» (по кратеру Тихо) похожи на данные первых двух, за исключением того, что содержание железа и титана в нем ниже. Эти эксперименты дали нам первую определенную информацию о химическом составе лунной поверхности, и она не противоречит полученным ранее, менее точным данным. Сходство между гористыми и гладкими областями указывает, что поверхностное вещество Луны подверглось процессу сильной дифференциации, как если бы произошло обширное плавление на ранних этапах истории Луны, предшествовавшее эпохе многочисленных соударений. Изучение тепловой истории Луны показывает, как трудно объяснить эти наблюдения. Состав базальтового типа указывает на общее расплавление; отсутствие изостатического выравнивания указывает на очень твердую и сравнительно холодную Луну, более холодную, чем Земля.

Спектрографические анализы образцов «Аполлона-11» [190] и разнообразные данные, полученные многими исследователя-

ми *), подтверждают анализы Туркевича и др., сделанные ранее. Эти результаты показывают, что произошла весьма значительная дифференциация и что она была совсем иного рода, чем дифференциация, типичная для Земли.

В табл. 12А приведена краткая сводка результатов анализов образцов с «Аполлона-11» и предварительные результаты по образцам с «Аполлона-12». Кристаллические породы с «Аполлона-11» по различной концентрации щелочей можно разделить на две группы, и при этом выявляется, что группы разделяются и по другим элементам. Столбцы, отвечающие группам, которые соответствуют хьюстоновской классификации, помечены буквами А и В. Анализы грунта помечены буквой D. Состав брекчиевых пород приблизительно такой же, как состав грунта. Образцы 10057 и 10017 использовались как типичные для пород с высоким содержанием щелочей, а 10020 — для пород с низким их содержанием. В случае необходимости использовались и другие образцы. Наиболее явное отличие грунта от кристаллических пород состоит в пониженном содержании титана и повышенном содержании алюминия. В табл. 12Б приведены анализы светлоокрашенных фрагментов грунта, которые согласуются с данными, полученными в области Тихо на «Сервейере-7». Они имеют состав анортозитов [233]. Грунт Базы Спокойствия представляет собой смесь кристаллических пород и анортозитового грунта. По-видимому, лунная поверхность состоит из титано-железистого базальта, и из анортозитовых пород. Эти два типа пород часто тесно связаны и на Земле, хотя и составляют очень маленькую часть земных пород, на Луне могут быть очень распространенными. Можно полагать, что обычный базальт, если он медленно кристаллизовался из жидкого состояния, мог разделиться на верхний слой анортозита и нижний слой титано-железистого базальта [233]. Однако сочетание анортозита и титано-железистого базальта в обнаруженных пропорциях не соответствует составу земного базальта (например, содержание алюминия слишком высоко). Представляется вероятным, что на Луне имеются и другие типы пород.

Низкие концентрации сидерофильных элементов показывают, что жидкое металлическое железо должно было отделиться от жидкого расплава в какое-то время, предшествовавшее образованию и морей и континентов. После этого отделения расплав силиката затвердел, а затем подвергся интенсивной бомбардировке множеством тел, при которой образовались континенты и моря.

*) Эти работы опубликованы в выпуске Science от 30 января 1970 г. Они были опубликованы столь недавно, что в этой главе было невозможно сделать соответствующий обзор. Отсылаем читателя к оригинальной публикации и к статьям, которые опубликованы в других журналах. [См. также: Мэйсон У., Мелсон Б., Лунные породы, М., «Мир», 1973.— Прим. ред.]

Таблица 12А

| | Основные элементы (вес. %) | | | Среднее по «Аполлону-12» [118] |
|-----------------------------------|----------------------------|------------------|-----------------|--------------------------------------|
| | 10057 А [45] | 10020 В [132] | 10084 D [45] | |
| 14 SiO ₂ | 39,79 | 39,92 | 41,50 | 40 |
| 22 TiO ₂ | 11,44 | 10,72 | 7,50 | 3,7 |
| 13 Al ₂ O ₃ | 10,84 | 10,04 | 14,31 | 11,2 |
| 26 FeO | 19,35 | 19,35 | 15,62 | 21,3 |
| 12 MgO | 7,65 | 7,81 | 7,95 | 11,7 |
| 20 CaO | 10,08 | 11,24 | 11,84 | 10,7 |
| 11 Na ₂ O | 0,54 | 0,37 | 0,48 | 0,45 |
| 19 K ₂ O | 0,32 | 0,05 | 0,16 | 0,065 |

Второстепенные составляющие
(на 10⁶ г, если не оговорено, что на 10⁹ г)

| | А | | В | | D | | Среднее по «Аполлону-12» [118] |
|-------|------|-------------------------|------|------------|------|------------------|--------------------------------------|
| 3 Li | 14 | (57) [225] | 12 | (20) [132] | 6 | [140]—10,4 [225] | 5,5 |
| 4 Be | 2,5 | (57) [140] | 2 | (20) [140] | 4 | [140] | |
| 5 B | 0,8 | (57) [225] | 1,2 | (44) [225] | 1,03 | [225] | |
| 6 C | 70 | (49) [139] | 64 | (50) [139] | 184 | сред. [139] | |
| 7 N | 116 | (49) [139] | 30 | (50) [139] | 127 | [139] | |
| 9 F | 251 | (17) [167] | 202 | (44) [167] | 144 | [167] | |
| 11 Na | 3800 | (17) [53] | 2800 | (20) [53] | 3200 | [53] | |
| 15 P | 750 | (17) [45] | 350 | (44) [45] | 440 | [45] | |
| 16 S | 2200 | (17) [132] | 1500 | (20) [132] | 1350 | [132, 231] | |
| 17 Cl | 15 | (17) [167] | 14,6 | (44) [167] | 11,7 | [167] | |
| 19 K | 2610 | (17) [53] | 486 | (20) [53] | 1200 | [53] | 540 |
| 21 Sc | 52 | (17) [132] | 85 | (20) [140] | 60 | [140] | 50 |
| 23 V | 70 | (17) [231] | 82 | (72) [231] | 71 | [231] | 88 |
| 24 Cr | 2260 | (17) [231] | 2730 | (20) [132] | 1880 | [231] | 3750 |
| 25 Mn | 1700 | (17) [231] | 1850 | (20) [132] | 1550 | [231] | 2050 |
| 27 Co | 27,2 | (57) [96] | 5,65 | (20) [96] | 27,3 | [96] | 40 |
| 28 Ni | 17 | (17) [53] | 10 | (20) [53] | 198 | [53] | 54 |
| 29 Cu | 3,52 | (57) [96] | 6,57 | (20) [96] | 8,15 | [45, 96] | |
| 30 Zn | 49 | (17) [132] | 1,29 | (20) [96] | 21,0 | [96] | |
| | | | 26 | (20) [132] | 47 | [132] | |
| 31 Ga | 5,05 | (57), сред. [9, 225] | 1,90 | (20) [96] | 5,32 | [96] | |

Продолжение табл. 12А

| | А | В | Д | Среднее по «Аполлону-12» [118] |
|-------|--------------------|----------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------|
| 32 Ge | < 0,2 (57) [9] | | 0,34 [9] | |
| 33 As | 0,04 (57) [140] | 0,03 (20) [140] | 0,07 [140] | |
| 34 Se | | 0,4 (20) [140] | 0,2 [140] | |
| 35 Br | 0,08 (17) [167] | 0,079 (72) [167] | 0,10 сред. [167] | |
| 37 Rb | 5,63 (17) [53] | 0,63 (20) [53] | 2,79 [53] | 0,64 |
| 38 Sr | 174,8 (17) [53] | 149,8 (20) [53] | 171,4 [53] | 145 |
| 39 Y | 210 (57) [140] | 130 (20) [140] | 150 [140] | 51 |
| 40 Zr | 410 (17) [132] | 210 (20) [132] | 260 [132] | 170 |
| 41 Nb | 42 (57) [140] | 36 (20) [140] | 33 [140] | |
| 42 Mo | 0,4 (57) [140] | 0,4 (20) [140] | 0,7 [140] | |
| 46 Pd | 7,3 (57) [96] | 1,5 (20) [96] | 9,8 на 10 ⁹ , сред. [96] | |
| 47 Ag | 0,69 (57) [96] | 2,27 (20) [96] | 8,74 на 10 ⁹ , сред. [96] | |
| 48 Cd | 3,15 (57) [96] | 6,37 (20) [96] | 39,4 на 10 ⁹ , сред. [96] | |
| 49 In | 3,0 (57) [9] | на 10 ⁹ | 679 на 10 ⁹ [9] | |
| 50 Sn | 0,6 (57) [140] | 1,2 (58) [140] | 0,7 [140] | |
| 51 Sb | 5 (57) [140] | 10 на 10 ⁹ (20) [140] | 5 на 10 ⁹ [140] | |
| 53 I | 5,9 (17) [167] | ≤ 16,9 (47) [167] | 625 на 10 ⁹ [167] | |
| | на 10 ⁹ | на 10 ⁹ | | |
| 55 Cs | 0,155 (17) [53] | 32 на 10 ⁹ (62) [53] | 0,104 [53] | |
| 56 Ba | 308 (17) [53] | 77,1 (20) [53] | 176 [53] | 72 |
| 57 La | 26,2 (17) [53] | 7,95 (20) [53] | 16,3 [53] | |
| 58 Ce | 77,2 (17) [53] | 25,8 (20) [53] | 47,6 [53] | |
| 60 Nd | 59,2 (17) [53] | 24,1 (20) [53] | 36,8 [53] | |
| 62 Sm | 21 (17) [53] | 9,49 (20) [53] | 13,1 [53] | |
| 63 Eu | 2,15 (17) [53] | 1,61 (20) [53] | 1,77 [53] | |
| 64 Gd | 27,0 (17) [53] | 12,8 (20) [53] | 17,2 [53] | |
| 65 Tb | 5,0 (57) [86] | 2,59 (20) [86] | 3,2 [86] | |
| 66 Dy | 34,1 (17) [53] | 16,2 (20) [53] | 19,7 [53] | |
| 68 Er | 19,2 (17) [53] | 9,99 (20) [53] | 12,1 [53] | |
| 70 Yb | 18,8 (17) [53] | 9,77 (20) [53] | 11,5 [53] | |
| 71 Lu | 2,66 (17) [53] | 1,43 (20) [53] | 1,58 [53] | |
| 72 Hf | 15 (57) [140] | 11 (20) [140] | 9 [140] | |

| | А | | В | | D | | Среднее по «Аполлону-12» [118] |
|-------|-------|------------|-------|------------|-------|------------------------------------|--------------------------------|
| 73 Ta | 1,2 | (57) [140] | 1,3 | (20) [140] | 1,3 | [140] | |
| 74 W | 0,42 | (57) [140] | 0,13 | (20) [140] | 0,25 | [140] | |
| 77 Ir | 0,023 | (57) [96] | 0,027 | (20) [96] | 7,14 | на 10 ⁹ , сред. [96] | |
| 79 Au | 0,017 | (57) [96] | 0,075 | (20) [96] | 3,08 | на 10 ⁹ , сред. [96] | |
| 80 Hg | 13 | (17) [167] | 5,5 | (72) [167] | 3,1 | сред. [167] | |
| 81 Tl | 1,09 | (57) [96] | 0,33 | (20) [96] | 1,55 | на 10 ⁹ , сред. [96] | |
| 82 Pb | 1,56 | (17) [188] | 0,37 | (20) [188] | 1,39 | [188] | |
| 83 Bi | 0,27 | (57) [96] | 0,15 | (20) [96] | 1,56 | на 10 ⁹ , сред. [96] | |
| 90 Th | 3,363 | (17) [188] | 0,694 | (20) [188] | 2,092 | [188] | 0,91 |
| 92 U | 0,854 | (17) [188] | 0,202 | (20) [188] | 0,544 | [188] | 0,23 |

В скобках указаны две последние цифры номера исследуемого образца.

Таблица 12Б

| | «Сервейер-5» | «Сервейер-6» | «Сервейер-7» [195] | Анортозитовое габбро [233] | |
|--------------------------------|--------------|--------------|--------------------|----------------------------|-------|
| | | | | а | б |
| SiO ₂ | 46,5±5 | 49,1±4 | 46±4 | 46,0 | 45,4 |
| TiO ₂ | 7,6±2,5 | 3,5±0,3 | 0,4±2 | 0,3 | Следы |
| Al ₂ O ₃ | 14,4±1,5 | 14,7±0,6 | 27,6±2,5 | 27,3 | 33,8 |
| FeO | 12,1±2 | 12,4±2 | 4,3±1,5 | 6,2 | 2,8 |
| MgO | 4,4±2 | 6,6±0,4 | 1,9±3 | 7,9 | 1,7 |
| CaO | 14,5±2 | 12,9±2 | 19±2 | 14,1 | 17,5 |
| Na ₂ O | 0,6±0,6 | 0,8±0,3 | 0,4±0,5 | 0,3 | 0,4 |
| F | | | 0,1±3 | | |

Почти полное отсутствие ²⁰⁴Pb указывает на то, что первичный свинец был полностью вынесен, возможно, при растворении в расплавленном железе или сульфиде железа в этом же самом процессе расплавления.

Очень летучие элементы, т. е. инертные газы, водород, азот, углерод (в виде метана), и вода были в сильной степени потеряны Луной. Содержание других относительно летучих элементов, а именно кадмия, таллия и висмута, обеднено, но не ясно, были ли они унесены с Луны или сохранились в других ее частях. Низкое обилие щелочей весьма примечательно и указывает на перенос этих элементов в другие части Луны или на их потерю Луной в целом. Заметно повышенные концентрации других элементов, а именно титана, циркония, бария, иттербия и редких земель, должны быть обусловлены фракционированием жидкости и твердого вещества, и где-то под лунной поверхностью должны быть другие вещества с пониженным содержанием этих элементов. Должен был происходить обширный процесс плавления, охватывавший всю лунную поверхность, и все же масконы должны поддерживаться со времени своего образования $4,6 \cdot 10^9$ лет, или, возможно, $3,7 \cdot 10^9$ лет назад, вплоть до настоящего времени.

Состав третьей компоненты, названный здесь «дунитом», можно оценить, предположив, что Луна в целом имеет приблизительно состав хондритовых метеоритов и что она дифференцировалась на анортозитовый слой Вуда и др. [233], титано-железистые породы «Аполлонов» 11 и 12 и эту третью, дунитовую, компоненту. В табл. 13 приведены результаты такой оценки, в которой исполь-

Таблица 13

| | Метеориты | Анортозит | «Аполлон-11» | | «Аполлон-12» | |
|---------------------------------------|-----------|-----------|--------------------------------------|----------|--------------|----------|
| | | | породы (среднее из образцов 17 и 20) | дунит | породы | дунит |
| SiO ₂ | 48,20 | 45,7 | 40,81 | 48,68 | 40,57 | 48,70 |
| TiO ₂ | 0,178 | 0,15 | 11,34 | 0,00 | 3,75 | 0,00 |
| Al ₂ O ₃ | 3,17 | 30,55 | 9,18 | 0,00 | 11,36 | 0,00 |
| FeO | 15,78 | 4,5 | 19,81 | 17,00 | 21,60 | 16,57 |
| MgO | 30,20 | 4,8 | 7,82 | 33,47 | 11,86 | 34,01 |
| CaO | 2,48 | 15,8 | 11,02 | 0,84 | 10,86 | 0,71 |
| Компонент в образцах «Аполлона-11», % | | 9,79 *) | 1,42 *) | 88,79 *) | | |
| Компонент в образцах «Аполлона-12», % | | 8,59 *) | | | 4,35 *) | 87,06 *) |

*) Проценты не точны, так как для их определения используются только TiO₂ и Al₂O₃. Если дуниты содержат некоторое количество TiO₂ и Al₂O₃, то требуется большая доля дунита.

зованы средний состав силикатных фаз Н- и L-групп хондритов для лунного вещества, оценка Вуда и др. для анортозита и состав образцов «Аполлонов» 11 и 12 для титано-железистого базальта. При этой оценке предполагалось отсутствие алюминия и титана в дунитовом слое. Рассчитанный состав дунита похож на состав ахондритов, бедных кальцием, но не совпадает точно ни с одним из них. Содержание железа в лунных силикатах было выбрано произвольно. Представляется вероятным, что произошла дифференциация на три слоя: наверху анортозит с плотностью в твердом состоянии около $2,8 \text{ г/см}^3$, внизу дунит с плотностью около $3,3 \text{ г/см}^3$ и титано-железистый базальт между ними; базальт должен был затвердеть последним. В то время, когда титано-железистый базальт еще был жидким, он был вынесен к поверхности Моря Спокойствия и Океана Бурь некоторым процессом. Это произошло во время столкновений, которые привели к образованию этих морей, и сильных ударов, обеспечивающих механизм переноса. Был ли такой процесс в действительности? На этот вопрос нелегко ответить на основании небольшого количества данных, которыми мы располагаем. Так как жидкий титано-железистый базальт плотнее, чем твердый анортозит, то, по-видимому, разумно предположить, что он поднялся к поверхности в смеси с некоторым газом и что этот газ не был преимущественно водяным паром.

Изохрона $^{87}\text{Rb}/^{87}\text{Sr}$ для образца 10044, доставленного космическим аппаратом «Аполлон-11», согласно результатам группы Вассербурга [3], дает такое низкое значение для первоначального отношения $^{87}\text{Rb}/^{87}\text{Sr}$, что время, требуемое для эволюции этого первоначального вещества от первичного метеоритного отношения, составляет всего лишь около 11 млн. лет. Следовательно, стронций должен был отделиться от рубидия в то же самое время, когда аккумулировалось метеоритное вещество. Это показывает, что первоначальное плавление лунной поверхности произошло в раннюю эпоху истории солнечной системы. Тот же самый вывод можно сделать из результатов датирования по свинцу. Луна как самостоятельное тело существовала примерно $4,6 \cdot 10^9$ лет назад. Она была расплавлена по крайней мере на поверхности, затем затвердела и подверглась интенсивной бомбардировке.

Следует заметить, что базальтовое вещество должно было быть последней затвердевавшей фракцией первичного солнечного или метеоритного вещества, так же как оно было первой фракцией при плавлении, и что его плотность ниже плотности более основного вещества, которое первым кристаллизовалось из расплава. Таким образом, резервуар расплава, который медленно кристаллизуется, должен был оставить слой базальтового вещества на поверхности. Следовательно, если поверхность Луны, которая аккумулирова-

лась при низкой температуре, была нагрета каким-то процессом до расплавления и затем медленно затвердела, то она должна быть похожа на базальт. Как указывалось выше, он, возможно, разделился на анортозитовый и титано-железистый базальтовый слои. Если также существовала восстановительная атмосфера или были какие-нибудь другие восстановительные условия, такие, как присутствие углеродистых веществ, то окись железа могла быть восстановлена и металлическое железо могло отделиться от расплава, образуя силикатный расплав, лишенный железа, или расплав, содержащий меньше железа, чем первоначальное вещество. Действительно, трудно постулировать какой-либо другой процесс образования метеоритов, не содержащих железа, или базальтов с низким содержанием железа и никеля на Луне. Можно указать на три источника такого поверхностного разогрева: 1) газовый шар, имеющий высокую температуру, с Луной в центре; 2) интенсивный солнечный ветер от первичного Солнца; 3) энергия интенсивных соударений во время заключительной стадии аккумуляции Луны. Трудность, связанная с последним источником, заключается в том, что должно было произойти существенное перемешивание различных слоев. Каково бы ни было происхождение поверхностных веществ, радиоактивные методы датирования указывают, что процессы расплавления произошли в начале существования солнечной системы, около $4 \cdot 10^9$ лет назад. Они также указывают, что эти процессы не были вызваны радиоактивным нагревом, который в настоящее время эффективен на Земле. Вторичное расплавление, при котором образовались породы с возрастом приблизительно $3,7 \cdot 10^9$ лет, было вызвано процессом нагревания, возможно связанным с высоким содержанием урана и тория в титано-железистой пыли и породах.

Представляется вероятным, что пыль и обломки заполняют гладкие поверхности морей, хотя только непосредственное наблюдение вещества в глубоких морях, а также сейсмические данные могут привести к определенным выводам. Согласно некоторым авторам, гладкие области имеют вид старого озерного дна, однако образцы, доставленные космическими аппаратами «Аполлон», показывают, что в пыли и породах очень мало кристаллизационной воды и, следовательно, маловероятно, чтобы вода существовала на поверхности Луны *). Было высказано несколько предположений о том, что метеориты разных типов приходят с Луны, но реальным может быть, по-видимому, только предположение Дьюка [39], что оттуда происходят базальтовые ахондриты. Однако также

*) Наличие воды на Луне постулировалось и обсуждалось многими начиная с Шрётера [171] и Пиккеринга [160], и сравнительно недавно Голдом [62, 63], Гилвари [58, 59], Юри [203, 211, 214, 215], Копалом [104], Лингенфельтером [116], Мензелом [133] и Беллом [16].

очевидно, что определенные типы лунных пород не представлены в наблюдаемых метеоритах. Таким образом, представляется невероятным, чтобы какие-либо метеориты приходили с Луны.

Многочисленные великолепные изображения лунной поверхности, полученные космическими аппаратами, внесли мало нового в понимание состава лунной поверхности. Представляется, что во многих случаях они истолковывались абсолютно неверно. Несомненно, что происходило местное расплавление, обусловленное столкновениями, и что зафиксированы некоторые породы, имеющие вид затвердевшей лавы.

Те ученые, которые отдают предпочтение точке зрения, что моря — это гигантские потоки лавы, считают, что изображения Луны подтверждают эту точку зрения, в то время как ученые, которые интерпретируют моря другими путями, находят, что эти картины подтверждают их выводы. Впечатляющие доказательства того, что Луна тверда и сравнительно холодна, решительно противоречат гипотезе обширных лавовых потоков, образовавшихся в недрах Луны. Представляется вероятным, что картина, имитирующая лавовые потоки в морях, обусловлена некоторыми деталями процесса затвердевания гигантских резервуаров расплавленных силикатов, или гигантскими потоками пепла, или сочетанием этих причин. Например, кора могла сформироваться и потонуть, и жидкость вытекла снизу на поверхность. Но ограниченные потоки лавы с огромных глубин совместимы с концентрацией масс и с другими доказательствами большой твердости недр. Такие потоки представляли бы большой интерес, так как они давали бы сведения о составе глубоких недр. Так как на поверхности представлен большей частью базальтовый тип вещества, то должно было происходить некоторое обширное расплавление, обусловленное другими процессами. Однако то, что мы видим в темных областях Луны, — это огромные равнины очень тонкой темной пыли с разбросанными фрагментами кристаллических пород. Темный цвет обусловлен главным образом ильменитом. Пыль может быть частично обусловлена пеплоподобными потоками из-под поверхности, а частично эффектами ударов тел с большими скоростями. Последние переносили вещество с континентов на моря и с морей на континенты.

IX. Происхождение Луны

Невозможно однозначно установить, каким путем образовалась Луна, однако мы можем наложить некоторые весьма определенные ограничения на теории происхождения Луны. Различные выдвигавшиеся гипотезы можно рассмотреть в свете этих ограничений.

Наблюдения гравитационной фигуры Луны в сочетании с измерениями солнечного ветра в ее окрестностях устанавливают пре-

дела температуры в Луне. Это в свою очередь ограничивает выбор механизмов образования Луны. Современные элементы орбиты Луны накладывают динамические ограничения на ее происхождение, в то время как наблюдения химического состава приводят к ограничениям другого рода.

Гравитационные данные и данные по электрической проводимости уже были подробно рассмотрены. Из них мы сделали следующие выводы:

1) Луна должна была аккумулироваться при низких температурах.

2) Луна не нагревалась до высоких температур в течение последних $4,6 \cdot 10^9$ лет. Частичное плавление и химическая дифференциация играли незначительную роль в недрах Луны. Луна не подвергалась обширной внутренней перестройке и активной вулканической деятельности эндогенного происхождения.

Однако очевидность существования базальтоподобных веществ на поверхности Луны требует, чтобы в результате плавления произошла дифференциация, по крайней мере во внешних поверхностных слоях до некоторой глубины, и чтобы эта дифференциация завершилась до сильных соударений, при которых образовались огромные кратеры и круглые моря. Эти условия свидетельствуют в пользу гипотезы, в которой недра Луны образовались при низкой температуре и внешняя часть была нагрета некоторым образом до температуры плавления этих поверхностных веществ. Данные по гравитационному полю [135], по масконам [142] и по «Сервейерам» и «Аполлону-11» [190, 192—195] показывают, что этот внешний слой представлял собой вещество большей плотности, чем основная масса Луны. Этот поверхностный слой был расплавлен, и железо частично восстановлено. Это железо погрузилось на некоторый более глубокий уровень, унеся с собой с поверхности никель и другие сидерофильные элементы.

Современная динамическая конфигурация системы Земля — Луна может дать ключ к ранней истории, если мы поймем, как Земля и Луна взаимодействовали друг с другом и с другими членами солнечной системы. Взаимодействия осложняются тем фактом, что рассматриваемые тела не обладают сферической симметрией и, кроме того, деформированы воздействием друг на друга, причем эти деформации сопровождаются диссипацией энергии. Гровз [75] подробно обсуждает эти вопросы, и мы рассмотрим только те характерные черты, которые имеют непосредственное отношение к вопросу происхождения Луны.

Земля, Луна и Солнце — не единственные тела в солнечной системе. Участие других тел приводит к сложным гравитационным взаимодействиям. Долгопериодические последствия гравитационного взаимодействия многих тел неизвестны. Возможно, например,

что непосредственные гравитационные взаимодействия между Землей, Луной, Солнцем и другими планетами приведут к вековым изменениям большой полуоси орбиты Луны. Существующие доказательства исключают это только с точностью до членов первого и второго порядка теории возмущений. Таким образом, хотя мы не знаем многих аспектов непосредственных гравитационных взаимодействий, это не означает, что они несущественны.

Если бы Луна и Земля были твердыми телами, то из закона сохранения момента количества движения следовало бы, что движения Солнца, Земли и Луны описываются периодическими решениями с частотами, определенными возмущающими моментами. Не было бы никаких вековых членов, и система была бы устойчивой, конечно, если только не существует каких-либо неизвестных гравитационных эффектов многих тел.

Чтобы исследовать изменения долгопериодических членов, мы должны оценить эффекты, возникающие в результате деформаций Земли и Луны. Если бы не было трения, мы получили бы в этом случае периодические решения, и не было бы никаких вековых изменений. Главные приливные изменения осуществляются торможением вследствие трения прилива, вызываемого Луной на Земле. Кроме того, меньшие изменения производятся приливами, вызываемыми на Земле Солнцем. Прилив, вызываемый Землей на синхронно вращающейся Луне, создает только радиальные силы и приводит к вековым изменениям эксцентриситета лунной орбиты.

Эффекты, обусловленные приливами, вызываемыми Солнцем на Луне или Землей и Луной на Солнце, пренебрежимо малы. Однако важно рассмотреть влияние Луны на приливы, вызываемые Солнцем на Земле, и влияние Солнца на приливы, вызываемые Луной на Земле.

Величина приливных возмущающих моментов и, следовательно, величина изменений долгопериодических членов для элементов орбиты зависит от природы диссипации в Земле. Это самая неудовлетворительная часть обсуждения. Наблюдаемое замедление вращения Земли согласуется с приливной диссипацией, равной $2,7 \cdot 10^{19}$ эрг/с. Наблюдения, однако, не дают ключа к тому, где именно в системе Земля — Луна происходит эта диссипация: в земных океанах или в твердой Земле. Эта скорость диссипации согласуется с запаздыванием земных приливов на $2^{\circ},25$ по отношению к направлению на Луну и на противоположную точку небесной сферы.

Миллер [138] выполнил обширное исследование диссипации в мелководных морях, подсчитав поток энергии в мелководные моря и из них. Его результаты как будто бы указывают, что около $2/3$ диссипирующей энергии действительно рассеивается в мелко-

водных морях, но эта доля может составлять и только $\frac{1}{3}$ или обеспечивать всю диссипацию.

Воздействие приливного трения на элементы орбиты Луны (большую полуось, наклонение и эксцентриситет) хорошо известно. Были выполнены обширные численные расчеты этих величин [66, 94, 125]. Общая черта всех этих расчетов та, что, если современное приливное запаздывание считать постоянным во времени, то получается, что Земля и Луна были очень близки друг к другу всего $1,7 \cdot 10^9$ лет назад. Это заставило Макдональда [125] предположить, что современная система Земля — Луна возникла относительно недавно и что до этого времени у Земли было несколько меньших лун. Однако наличие огромного количества кратеров на поверхности Луны и отсутствие геологических сведений относительно многочисленных ударов в древних породах делает эту гипотезу невероятной. Таким образом, темп приливной диссипации мог сильно меняться в течение геологического времени, и это усложнение не учитывалось в расчетах динамики Земли и Луны.

Привлечение динамических расчетов к возможным теориям происхождения Луны весьма многообещающе. Одно ограничение устанавливается изменением эксцентриситета. Совершенно ясно, что эксцентриситет сейчас мал и был еще меньше во все время в прошлом, если только Луна не прошла через катастрофический приливный захват [125]. Изменение эксцентриситета в прошлом с уверенностью показывает, что простой захват многих тел для Луны должен быть исключен. Почти наверняка в результате такого захвата Луна оказалась бы на сильно эксцентрической орбите. После этого приливы привели бы к дальнейшему увеличению эксцентриситета. Никаким образом мы не могли бы объяснить современный эксцентриситет орбиты, если современная Луна была действительно захвачена гравитационным (не приливным) путем.

Наклонность лунной орбиты к земному экватору в настоящее время меняется между 18 и 28° . Когда мы идем назад во времени, наклонность к экватору уменьшается. Когда Луна была на расстоянии 18 радиусов Земли, наклонность менялась между 0 и 15° [66]. Однако, когда Луна проходила критический радиус, на котором экваториальный выступ Земли создавал пару сил, действовавшую на орбитальную плоскость Луны сильнее, чем пара сил, создаваемая Солнцем, наклонность увеличивалась, и средняя наклонность никогда не была менее 10° . Непосредственный вывод из этого результата таков, что Луна не могла образоваться в виде диска частиц в экваториальной плоскости, которые потом каким-то образом объединились. Кроме того, при отделении Луны от Земли непосредственно или в виде диска частиц Луна

сразу оказалась бы на орбите, близкой к экваториальной, и, пока она была в пределах 10 радиусов Земли, приливные силы привели бы ее в экваториальную плоскость. Современные элементы орбиты не согласуются с предположением, что Луна когда-либо находилась на орбите, лежащей в плоскости земного экватора.

Дополнительный ключ к происхождению Луны может дать наблюдение элементов орбит других естественных спутников. Лаплас показал, что естественные спутники можно разделить на две группы. Одна группа включает спутники, которые движутся в экваториальных и близких к ним плоскостях. Все тела лунных размеров, за исключением Луны и Тритона, принадлежат к этой группе. Спутники второй группы располагаются на орбитах, наклонных к экваториальной плоскости. Вообще спутники первой группы значительно ближе к центральному телу, чем тела, расположенные на неэкваториальных орбитах. Эта классификация непосредственно следует из динамических рассмотрений. И сжатие Земли и Солнце возмущают орбиту спутника. Критический радиус — это тот, при котором оба возмущающих момента равны.

Критическое расстояние от планеты определяется величиной γ , большей полуосью орбиты спутника, при которой возмущающий момент K , действующий на орбиту спутника и обусловленный Солнцем, равен возмущающему моменту L , обусловленному экваториальным выступом планеты. Отношение обеих моментов можно представить как

$$\frac{K}{L} = \frac{3}{4J} \frac{M}{m} \frac{\gamma^5}{a^2 R^3},$$

где

$$J = \frac{3}{2} \frac{C - (A+B)/2}{ma^2},$$

C , B и A — главные моменты инерции планеты, m и M — массы планеты и Солнца соответственно, a — радиус планеты, R — большая полуось орбиты планеты вокруг Солнца [66]. Критический радиус, выраженный в радиусах планеты, равен

$$\left(\frac{\gamma}{a}\right)_{\text{кр}} = \left(\frac{4Jm}{3M}\right)^{1/5} \left(\frac{R}{a}\right)^{3/5}.$$

Отношение K/L пропорционально γ^5 , так что на спутники, расположенные вдвое ближе или дальше критического радиуса, преобладающее действие оказывает либо возмущение, обусловленное экваториальным выступом, либо возмущение, обусловленное Солнцем. Таким образом, не удивительно, что спутники, расположенные за критическим радиусом, не находятся на экваториальных орбитах. Действительно, если бы один из этих спутников оказался на экваториальной орбите, то вскоре прецессия увела бы его

с такой орбиты. Однако существование всех тел лунных размеров, за исключением Тритона и Луны, требует объяснения.

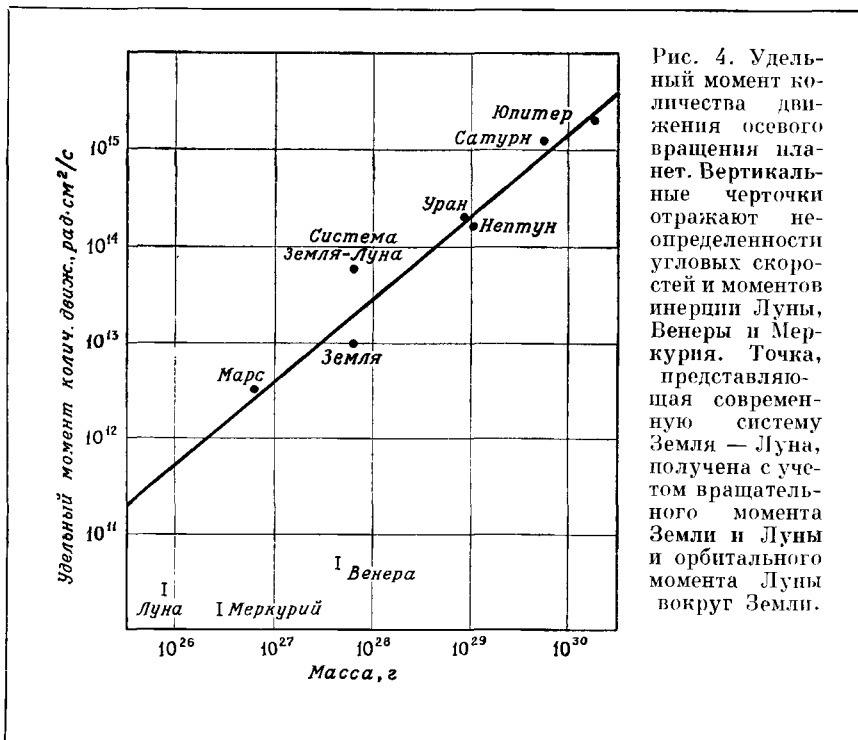
Эффекты приливной диссипации будут стремиться привести спутник, находящийся внутри критического радиуса, на экваториальную орбиту. Попав на нее, спутник оказывается запертым и остается в экваториальной плоскости, пока не выходит за критический радиус. В случае спутников больших планет диссипация, по-видимому, так мала [66], что тела лунных размеров образовались в экваториальной плоскости.

Луна в настоящее время находится на расстоянии, значительно превышающем критический радиус, равный примерно 10 радиусам Земли. Динамические расчеты показывают, что даже внутри этого радиуса орбита Луны не могла лежать в плоскости земного экватора. Таким образом, история Луны, видимо, отличается от истории других спутников лунных размеров.

Пары сил, обусловленные экваториальным выступом и Солнцем, ограничивают характер процессов объединения, которые могли привести к образованию лунного тела. Диск частиц внутри критического радиуса, чтобы быть устойчивым, должен находиться в экваториальной плоскости. Диск, помещенный в любую другую плоскость, должен расплыться в результате разных скоростей прецессии. Вне критического радиуса диск образоваться не мог из-за возмущающего влияния Солнца, если только диск не лежал в плоскости эклиптики. Так как в настоящее время орбита Луны расположена вне эклиптики, а в прошлом ее плоскость не совпадала с экваториальной плоскостью, то отсюда определенно вытекает, что никакой простой процесс объединения не может обеспечить образования Луны.

Еще одно ограничение способа образования следует из рассмотрения момента количества движения осевого вращения планеты. Скорости вращения шести планет удивительно близки, несмотря на большие различия в орбитальных характеристиках, массах и моментах инерции. Макдональд [126] доказывает, что из планет только Венера, Меркурий и Земля потеряли некоторую часть своих начальных моментов количества движения в результате приливного взаимодействия. Зависимость момента количества движения на единицу массы от массы планеты вытекает из рассмотрения размерности. Удельный момент количества движения пропорционален $a^2\Omega$, где a — радиус планеты, а Ω — ее угловая скорость. Так как масса пропорциональна a^3 , то удельный момент количества движения должен быть пропорционален $M^{2/3}$ при условии, что Ω не зависит от массы. Этот вывод очень приближителен и едва ли может быть строгим. На рис. 4 приведен график зависимости логарифма удельного момента количества движения от логарифма массы планет. Фиш [48] доказал, что скорость

вращения астероидов согласуется с моментом количества движения системы Земля — Луна. В этом случае, однако, Марс и Нептун далеко отстоят от кривой удельный момент количества движения — масса. Расхождение в отношении Нептуна можно объяснить, если Плутон когда-то был спутником. Однако для Марса



нет простого объяснения, и представляется весьма маловероятным, чтобы скорость вращения Марса могла существенно измениться с тех пор, как он образовался. Что касается астероидов, они имеют широкий диапазон периодов вращения, и нет способа вычислить момент количества движения первичного тела, если, конечно, оно когда-то существовало. Кроме того, при столкновениях астероиды могли обмениваться моментом количества движения.

Мы использовали эмпирическую логарифмическую зависимость момент количества движения — масса, чтобы оценить начальную угловую скорость Земли и найти отсюда «начальное» расстояние Земля — Луна. Если начальный момент количества движения

Земли находился в согласии с вращением Марса и Сатурна, у которых удельный момент наивысший, то Земля первоначально вращалась вокруг оси с периодом 9,9 ч. Если при помощи метода наименьших квадратов «согласовать» Землю с большими планетами и Марсом, то тогда наклон логарифмической кривой удельный момент количества движения — масса будет скорее равен 0,84, чем $\frac{2}{3}$ (рис. 4). В этом случае начальный период вращения Земли был 13,4 ч. На основании этих грубых оценок мы заключаем, что радиус захвата составлял около 40 радиусов Земли.

Из наблюдений, сделанных на «Сервейерах» и «Аполлонах» 11 и 12, мы знаем, что поверхность Луны, по крайней мере частично, состоит из базальтоподобного вещества. Если основной состав Луны подобен составу Солнца или составу хондритовых метеоритов (за исключением некоторых элементов с высокой плотностью, в основном железа), то имела место какая-то дифференциация вблизи поверхности.

Имея в виду указанные выше ограничения, мы теперь рассмотрим различные теории происхождения Луны. Было выдвинуто три типа гипотез: 1) Луна отошла от Земли под действием приливов; 2) Луна и Земля образовались как двойная планета (было выдвинуто два варианта этого процесса, а именно: Луна и Земля аккумуляровались из единого газового облака или Луна аккумуляровалась из твердых тел, двигавшихся в окрестностях Земли, после того как Земля почти полностью сформировалась); 3) Луна была захвачена Землей через некоторое время после того, как обе почти полностью сформировались до их современных размеров и масс, или несколько больших лун были захвачены Землей, а затем столкнулись и объединились в единую Луну.

Предположение о том, что Луна оторвалась от Земли, было сделано Дж. Дарвином на основании его обширного теоретического исследования приливов. Он указал, что, если бы Луна была единым целым с Землей, их общий момент количества движения привел бы к вращению с периодом 4 ч и, таким образом, период солнечных приливов мог быть равным 2 ч. Считалось, что эта величина приблизительно равна периоду свободных колебаний Земли; теперь известно, что период соответствующих свободных колебаний равен 55 мин. Предполагалось, что должен возникнуть резонанс и что высота прилива увеличивалась до тех пор, пока от Земли не отделилась масса, которая стала Луной. Эта теория объясняла низкую плотность Луны по сравнению с плотностью Земли, так как Луна не могла включить в себя даже части металлического ядра Земли.

В этой теории предполагается, что Земля каким-то образом образовалась и только после завершения ее образования приливное трение стало действенным. Таким образом, без какой-либо

физической теории происхождения объединенных Земли и Луны эта теория не закончена. После того как эта теория была выдвинута, Мультион [141], Джеффрис [91] и другие исследователи провели обширное исследование этого вопроса. В настоящее время все пришли к согласию, что эта гипотеза не предлагает физически возможного механизма происхождения. Если Земля была твердая, то произошла бы очень быстрая диссипация энергии резонансного прилива в тепло. Джеффрис также нашел, что в этом случае диссипация энергии произошла бы до того, как амплитуда стала достаточно большой, чтобы привести к отделению Луны. Нольке [149] указал, что только что отделившаяся Луна производила бы приливный эффект, который вернул бы Луну к Земле, так как ее период обращения был бы меньше периода вращения Земли и, следовательно, ее вращение тормозилось бы. Кроме того, как указывалось выше, современные элементы орбиты не согласуются с предположением об отделении Луны. Далее, объединенные Земля и Луна обладали бы аномально высоким удельным моментом количества движения, а наблюдаемый период свободных колебаний слишком короток для резонанса.

Вайс [232] и О'Киф [153] привели доводы в пользу того, что гипотеза отделения является наиболее вероятной. Они предполагают, что угловая скорость Земли увеличилась в результате образования ядра. Однако в этом случае после деления Земля вращалась бы с периодом 2,65 ч. Это привело бы не только к начальному удельному моменту количества движения, значительно превышающему моменты, наблюдаемые у других планет и звезд, но также к диссипации энергии вращения, равной $3,4 \cdot 10^{10}$ эрг/г. Этого было бы достаточно для подъема средней температуры во всей Земле до 2500°C и для ее расплавления. Отходящая Луна также имела бы высокую температуру и едва ли могла обладать большой твердостью. Следовательно, Луна не отрывалась от Земли.

Второй класс теорий, а именно совместное происхождение планет, обычно не связывается с каким-нибудь отдельным автором. В этом случае существуют две общие возможности. Во-первых, можно предположить, что Земля и Луна аккумуляровались в недрах протопланеты; в этом случае аккумуляция должна была происходить при очень высокой температуре. Ойккен [46] показал на основании химических соображений, что сначала, как только температура упала, конденсировалось железо, затем силикаты, и он считал, что этот процесс объясняет образование земного ядра. Предполагается, что Луна аккумуляровалась где-то в той же массе газа. Если это произошло в глубоких недрах, то она также аккумуляровалась бы при высоких температурах, и причина отсутствия большого количества металлического железа в ее недрах, на что указывает ее плотность и момент инерции, осталась

бы далеко не ясной. Если Луна аккумулировалась в более холодных внешних частях, железо, возможно, могло бы быть потеряно, когда диссипировала огромная масса газа, так как гравитационное поле Земли должно было уменьшиться во много раз. По-видимому, непреодолимым препятствием для этого процесса является то, что, как нам представляется, нет способа, с помощью которого газы с атомными и молекулярными массами больше, чем у гелия, могли бы покинуть Землю так радикально, как это должно было произойти [196]. Если было большое количество газа, то быстрое вращение могло способствовать его потере, но в конце концов в этом процессе могла быть потеряна лишь малая доля этого газа, скажем около 5% массы Земли, в виде космической смеси H_2 , He, CH_4 , NH_3 , H_2O , Ne, Ar, Kr, Xe и др. Гравитационное поле и скорость вращения стали бы примерно такими же, как у современной Земли, и не могло произойти никакой потери более тяжелых газов. В этом случае углерода и азота должно было бы быть в несколько сот раз больше, чем имеется теперь, а количество неона должно было бы быть сравнимым с количествами этих газов. Газы с большей молекулярной массой, например ксенон, могли быть потеряны только с большим трудом. По-видимому, нет никакого ответа на этот ряд доводов, за исключением того, что все газы были потеряны в полной мере до того, как аккумулировалось твердое вещество Земли, т. е. они были потеряны, когда твердое вещество было рассеяно в пространстве. Это приводит к второй возможности, а именно что Земля и Луна аккумулировались отдельно из твердых тел, двигавшихся вместе в большой группе. То, что Земля аккумулировалась из таких тел, некоторое время обсуждалось в литературе [151, 198]*). По-видимому, Луна была в окрестности Земли во время заключительной стадии этого процесса, как показывают соударения с ее поверхностью. Эпик очень подробно рассмотрел эту модель. Он оценивает время, необходимое для этого процесса, в $100 \cdot 10^6$ лет**). Он признает

*) См. также *Рускол Е. Л.*, *Астрон. ж.*, 37, № 4, 690—708 (1960); 40, № 2, 288—296 (1963).

**) За последние годы выдвигалось предположение, что интенсивный солнечный ветер мог вызвать диссипацию первичной атмосферы, состоящей из газов с большой молекулярной массой. Не было сделано детальных попыток показать, что это возможно. По-видимому, вероятно, что некоторые более тяжелые атомы случайно могли вырваться из атмосферы, но вероятно и то, что более тяжелые атомы могли захватываться и увеличивать относительное содержание таких составляющих. Интенсивный солнечный ветер мог поднять температуру верхних слоев атмосферы, но чтобы ксенон ускользал так же легко, как сейчас ускользает гелий из нашей атмосферы, требовалась бы температура, в 32 раза большая, чем температура слоя, из которого сейчас происходит диссипация; она оценивается в ~ 1500 К. Сомнительно, могла ли такая температура возникнуть или поддерживаться миллионы лет. Возможно, что ионизируемые атомы могли выметаться движущимся магнитным полем.

низкую плотность Луны по сравнению с плотностью Земли, но не делает никаких попыток объяснить это. Несомненно, что если Луна и Земля аккумуляровались из твердых тел, двигавшихся по соседним орбитам вокруг Солнца, то химический состав обоих тел должен быть очень близким, что противоречит фактам. Далее, было бы трудно с помощью этой теории объяснить современную динамическую конфигурацию системы Земля — Луна. Гольдрейх заключает, что плоскость орбиты не могла совпадать с экваториальной плоскостью Земли.

Если Луна аккумуляровалась из потока твердых тел, двигавшихся по орбитам вокруг частично аккумуляровавшейся Земли, то, по-видимому, возможно, что менее плотные силикатные тела могли увеличивать свою энергию за счет более плотных и, вероятно, больших железо-никелевых тел. Следовательно, они могли двигаться по более далеким орбитам, и таким образом объясняется меньшая плотность Луны по сравнению с Землей. Эпик оценивает половину времени аккреции Луны из частиц, движущихся по орбите вокруг Земли, в четыре года, а полное время аккумуляции Луны — приблизительно в 80 лет. Это привело бы к первоначальной высокой температуре Луны, противоречащей данным, приведенным в этой главе. Вероятно, медленно растущая Луна могла находиться в окрестностях Земли, но в этом случае не может быть никакого различия в составе. По-видимому, нет приемлемого механизма, объясняющего свойства Луны и Земли, если предполагается, что они аккумуляровались в протопланете приблизительно земного состава. Представляется также невероятным, чтобы Земля и Луна аккумуляровались из «шарового скопления» твердых тел, хотя невозможно с уверенностью исключить такое происхождение.

К гипотезе захвата неоднократно возвращались за последние годы. В этом случае предполагалось, что Луна где-то аккумуляровалась, а потом была захвачена Землей. Эта аккумуляция будет рассмотрена позже. Предполагается, что при образовании планет земной группы происходил захват многих тел лунных и меньших размеров, а Луна была захвачена совершенно случайно при тесном сближении с Землей. При этом энергия относительного движения диссипировала в тепло в результате действия приливов и в результате выброса с орбиты Земли одного или более меньших тел, которые первоначально аккумуляровались в экваториальной плоскости. В этой гипотезе орбита «округлялась» как в результате начальной приливной диссипации, так и в результате взаимодействия с меньшими первоначальными спутниками Земли. Захват и взаимодействие имели место на расстоянии больше радиуса, на котором равны возмущающие моменты, обусловленные экваториальным выступом и Солнцем. Этот процесс должен был быть

уникальным явлением, но не исключено, что за время аккумуляции планет, когда захватывалось много тел, одно тело было захвачено именно таким образом. Сведения о краткости периода времени для многих лунных соударений и объяснение этих соударений, изложенные в разд. IV, согласуются с таким происхождением. В этом случае Луна образовалась независимо от Земли и других планет земной группы, и это независимое образование должно объяснить отличия ее плотности и состава.

Было предложено четыре объяснения различной плотности Луны и планет земной группы:

1. Рамзей [165, 166] предположил, что высокая плотность ядра Земли обусловлена тем, что силикаты при давлениях, существующих на границе ядра и в самом ядре, находятся в очень плотной металлической фазе. В этом отношении составы Земли и Луны сходны. Этой точки зрения придерживаются многочисленные исследователи Луны и планет. Левин [236] снова поддержал эту точку зрения. В этом случае Луна и Земля аккумуляровались близко друг от друга из сходного вещества.

Однако из современных данных неизбежно следует вывод, что Меркурий — весьма необычное тело. Его очень большую плотность ($5,46 \text{ г/см}^3$) нельзя объяснить таким путем из-за его малой массы и, следовательно, сравнительно низкого давления в его недрах. Необходимо какое-то фракционирование вещества высокой и низкой плотности. Кроме того, в Луне, как показано в разд. VII, может содержаться меньше железа, чем в метеоритах, или железо в ней присутствует в виде окислов или сульфида железа, а не в металлическом состоянии. Можно считать, что плотность Марса согласуется с плотностью вещества метеоритного состава. Если для объяснения плотности Меркурия, Марса и метеоритов нужно предполагать повышенную концентрацию железа, то, по-видимому, нет причин пытаться объяснить ядро Земли предположением о модификации силикатов с высокой плотностью, для которого в настоящее время нет других доказательств.

2. Юри [196] предположил, что тела были нагреты до высокой температуры и частично испарились. Силикаты, плавающие на поверхности этих тел, испарялись сильнее, чем металлическая фракция, которая погрузилась под поверхность. Впоследствии световое и корпускулярное излучение Солнца «выдуло» из протопланет все газы и летучие силикаты; остатки тел разного состава потом аккумуляровались в различные планеты. Протолуна могла быть особенно большим телом, состав которого был лишь слегка изменен этим процессом. Следовательно, предполагалось, что у Луны почти первичный состав. Чрезвычайно интенсивный солнечный ветер, как предполагал Сонетт, мог обеспечить энергию

для испарения силикатов. Этот процесс, предложенный Юри, сейчас представляется невозможным.

3. Юри [205, 215] предположил, что много тел с лунной массой и с нормальной долей газового вещества, общая масса которых приблизительно в 300 раз превышала массу современной Луны, аккумуляровались в плоскости эклиптики в результате гравитационной неустойчивости. Тела лунных размеров аккумуляровались в этих газовых массах. Газы диссипировали, а твердые тела разрушались при столкновениях, образуя огромные массы мелко раздробленных силикатов, которые уходили в межзвездное пространство вместе с газами. Оставшиеся тела имели несколько увеличенное содержание металла; из этих последних аккумуляровались планеты. Протолуна осталась единственным первичным телом, которое случайно не разрушилось или не аккумулярировалось в планету, а было захвачено Землей.

4. Теория гравитационной неустойчивости. Юри [213] определил, что неустойчивая масса во вращающейся туманности определяется выражением

$$m = 2 \left(\frac{RT}{G\mu} \right)^{3/2} \left(\frac{2\pi}{\rho_0} \right)^{1/2} \gamma \left(1 - \frac{2\Omega^2}{\pi G \rho_0} \right)^{-1},$$

где ρ_0 — плотность в средней плоскости диска солнечной туманности, μ — средняя молекулярная масса, γ — отношение удельных теплоемкостей C_p/C_v и Ω — угловая скорость. Используя подходящие значения физических величин, можно получить газовую сферу такого размера, чтобы существующие в ней твердые частицы могли обеспечить вещество для лун, которые должны были аккумулярироваться в центрах этих масс. Температуры, по-видимому, окажутся очень низкими, но, возможно, были бы нужны более высокие температуры, если бы эффект оседания частиц в туманности можно было правильно оценить *). Используя расчеты Эмдена для политропных газовых сфер, можно оценить температуру и давление в центре [42, стр. 79 и далее]. Эти оценки не учитывают влияния центральной массы высокой плотности, но, так как вещество лунного и земного состава составляет приблизительно только 0,3 % солнечного вещества, расчеты не могут содержать большой ошибки, если предположить, что вещество целиком газовое. Для значения $\gamma = 1,5$, или индекса политропы, равного 2, что примерно соответствует космическому обилию $H_2/He = 1,6/0,41$ [185], легко получить, пользуясь таблицами,

*) Некоторые исследования Таунса [191], относящиеся к длинноволновому излучению звезд типа Т Гельца, показывают, что на орбитах около звезд этого типа могут находиться массы умеренных размеров, сходные с массами, описываемыми здесь, и, следовательно, эти наблюдения могут свидетельствовать в пользу обсуждаемой здесь модели.

температуру в центре

$$T_0 = 1,16 \cdot 10^{-15} M/R \text{ К},$$

где R — радиус газовой сферы в сантиметрах. Давление в центре определяется как $P_0 = 1,09 \cdot 10^{-7} M^2/R^4$ дин/см². При $R = 10^{10}$ см и $M = 2,2 \cdot 10^{28}$ г имеем $T_0 = 2620$ К и $P_0 = 5000$ бар; если $R = 8,5 \cdot 10^{10}$ см при той же массе, то $T_0 = 300$ К и $P_0 = 1$ бар; значение этих величин легко вычисляется для других значений R . Следовательно, аккумуляция Луны в такой газовой массе могла произойти при низких или высоких температурах и давлениях, с малым или большим количеством конденсационной воды, с окисленным и металлическим железом. Эти условия могли меняться во время аккумуляции, так как происходило сжатие, обусловленное излучением энергии, или в ходе потери газов в космическое пространство. Следует заметить, что эта теория очень приближительна. Оседание частиц из газа — всегда гравитационно неустойчивый процесс; следовательно, при этом могут образовываться тела лунных или астероидных размеров. Вычисленные температуры и давления также приближительны. Трудно построить точную теорию для таких сложных и приближенно оцененных условий.

На раннем этапе развития при солнечном отношении газов углерод существовал бы в виде метана и вообще не мог конденсироваться в растущей Луне. Парциальное давление воды при 300 К и общем давлении 1 атм могло быть всего 0,001 атм, и вода лишь слегка могла конденсироваться на силикатных минералах. Железо должно было быть окисленным. Луна могла аккумуляроваться при низкой температуре. По мере того как газовая сфера сжималась, температура поднималась, железо на поверхности Луны восстанавливалось в металл. Водород должен был быть в основном потерян, и могли появиться углерод и, возможно, углеродистые соединения. Наконец, по мере потери газов поверхность могла медленно остывать, в железных массах образовывались видманштеттеновы фигуры, могло образоваться вещество, типичное для бедных и богатых кальцием ахондритов. Луна была захвачена, и происходили многочисленные процессы столкновений, обусловленные телами, двигавшимися по орбитам вокруг Земли. Очень возможно, что события, необходимые для создания наблюдаемой нами на Луне картины, могли происходить на самом деле. Этот предполагаемый ход событий во время формирования Луны не делает ее необычным телом. Луна отличается от любого другого тогда существовавшего тела только тем, что она была единственным телом, уцелевшим от разрушения при столкновениях, и тем, что она была захвачена на очень своеобразную орбиту, а не попала

внутри тела Земли. Весьма сомнительно, чтобы гипотеза захвата могла быть верной, если на ранних этапах развития солнечной системы существовало только одно тело, подобное Луне.

А. Процессы восстановления углеродом

Если в солнечной туманности была низкая концентрация железа, на что указывает малое отношение железа к кремнию в Солнце, то низкая плотность Луны сразу же получает объяснение. С другой стороны, если в солнечной туманности содержалась более высокая доля железа, которая характерна для Земли, то должна была образоваться Луна, обладающая высокой плотностью, если в Луну не вошло несколько процентов воды или некоторых углеродистых веществ, что, по-видимому, было возможно. Однако и в этом случае Луна опять оказывается особым планетным телом по сравнению с Меркурием, Венерой, Марсом и Землей, плотности которых указывают, что они содержат очень мало воды или углеродистых веществ и что до их аккумуляции или во время ее произошел некоторый процесс фракционирования.

Рингвуд [168] и Макдональд и Кнопофф [127] предполагают, что отклонения в плотностях Луны и планет земной группы обусловлены различной степенью восстановления элементов в этих телах, в частности элементов железа и кремния. Рингвуд предположил, что углерод был существенным восстанавливающим агентом. Если это восстановление произошло внутри Земли, мы опять сталкиваемся с трудностью, связанной с потерей углекислоты в пространство [208]. Этот процесс возможен, только если восстановление произошло в телах размерами не более лунного, ибо в противном случае газы не могли быть потеряны. В этом случае Луна является телом, которое по каким-то причинам не прошло через этот интенсивный процесс восстановления и впоследствии было захвачено Землей. Макдональд и Кнопофф [127] полагают, что кислород был потерян под высоким давлением и, следовательно, это должно было произойти внутри Земли. Трудно понять, как поддерживается высокое давление в то время, как кислород ускользает, и каким образом кислород покинул Землю. Предположение Рингвуда кажется более правдоподобным, но решает не все проблемы *) [208]. В частности, предполагается, что в Луне может содержаться большое количество углерода, который по какой-то причине не реагировал в ней с окислами железа и крем-

*) Современные оценки плотности Меркурия требуют, чтобы планета потеряла и нелетучие составляющие, если процесс восстановления развился до предела.

ния. Однако результаты «Сервейеров» 5—7 и анализы вещества, доставленного «Аполлоном-11», указывают, что углерод на Луне — редкий элемент, по крайней мере на ее поверхности.

Б. Нагревание короткоживущими радиоактивными элементами

Голс и др. [67] предположили, что расплавление, требуемое для образования минералов в метеоритах, было произведено теплом короткоживущих радиоактивных элементов, оставшихся от синтеза элементов; такой источник энергии мог бы обеспечить тепло для процесса восстановления углеродом, предлагаемого Рингвудом. Однако трудно понять свойства Луны на основе этих предположений: они требуют, чтобы тела аккумуляровались в определенное время после синтеза элементов, чтобы осталось должное количество радиоактивных элементов; потом, чтобы эти тела расплавились и при этом произошло восстановление окислов железа и кремния. Образовавшиеся газы CO и CO_2 затем ускользают, а тела, образовавшиеся таким образом, аккумуляруются в планеты земной группы. Но мы должны теперь объяснить, как протолуна избежала этого процесса нагревания, потому что, если она была нагрета, ее плотность должна была быть сравнимой с плотностью планет при низких давлениях и с плотностью метеоритов. Однако такая последовательность событий требует, чтобы у Луны была весьма своеобразная история.

Наиболее вероятный источник тепла — Al^{26} с периодом полураспада $7,4 \cdot 10^5$ лет. Если тела, которые впоследствии образовали Землю, аккумуляровались за несколько миллионов лет до того, как аккумуляровалась Луна, то для расплавления этих тел тепла было достаточно, хотя его выделялось в Луне только небольшое количество. Таким образом, Луна в этом отношении была бы весьма необычным телом в дополнение к ее исключительности из-за захвата Землей на близкую орбиту. Предположение о радиоактивных источниках тепла для расплавления или о высокой температуре химических реакций во время образования солнечной системы требует, чтобы процесс аккумуляции произошел очень быстро после общего синтеза элементов, т. е. через несколько десятков миллионов лет или меньше, или чтобы процесс синтеза элементов происходил в процессе формирования солнечной системы. В настоящее время период между нуклеосинтезом и образованием метеоритов оценивается примерно в 50—100 млн. лет.

По-видимому, мы можем попытаться изменить как предположение Рингвуда, а именно что процесс нагревания происходил в телах лунного размера, а не в Земле, так и предположение Голса и др.,

а именно что аккумуляровались тела лунных размеров, а не астероидных или меньше. Таким образом, тела могли аккумулялироваться более нескольких десятков или более миллиона лет. Рано образовавшиеся тела оказывались сильно нагретыми; другие, которые образовались позже, нагревались несколько меньше, а те, которые сформировались еще позже, нагрелись совсем мало. Луна случайно оказалась одним из этих последних тел, которое также случайно было захвачено Землей на весьма необычную орбиту на позднем этапе ее истории аккумуляции. Однако эта аккумуляция Луны должна была происходить преимущественно из первичного пылевого облака, а не из вещества, предварительно прошедшего через интенсивный разогрев и процесс фракционирования, иначе плотности Луны и планет земной группы были бы одинаковыми.

Трудно предложить какой-нибудь разумный механизм такого избирательного процесса аккумуляции. Если мы объединим эти идеи с идеей аккумуляции лунных масс, как предлагал Юри, решение может оказаться возможным. Солнечная туманность могла распасться на такие массы, отличающиеся в значительной степени по размерам, и они могли развиваться с различными скоростями в сторону аккумуляции твердых тел в газовых массах. В этом случае у них у всех был первоначальный состав; некоторые из них достигали стадии образования компактного тела в центре, однако им требовалось различное время. Таким образом создавались условия для образования планет земной группы и Луны с различным химическим составом.

В. Предполагаемые процессы захвата

Проблема захвата Луны Землей включает: 1) диссипацию энергии захвата, а именно $GW_{\oplus}m/2c$, и 2) переход с гиперболической орбиты или в пределе с эллиптической орбиты с эксцентриситетом, равным единице, на почти круговую орбиту.

Литтлтон [120] приводит доводы в пользу динамического захвата Луны, масса которой меняется в результате метеоритных столкновений. Герстенкорн [54, 55] предположил, что Луна была захвачена на орбиту с попятным движением, что энергия захвата диссипировала в результате действия приливов в Земле и в Луне и что эксцентриситет и размеры орбиты уменьшались до тех пор, пока орбита не стала почти круглой с радиусом в 2,89 раза больше радиуса Земли (это есть предел Роша). Орбита Луны прошла над полюсами Земли, направление движения стало прямым, и с этого времени Луна отодвинулась от Земли на ее современное состояние. Он считает, что наибольшее сближение произошло приблизительно $2,5 \cdot 10^9$ лет назад.

Макдональд [125] выполнил детальные расчеты предполагаемого Герстенкорном механизма захвата. В табл. 14 приведены параметры, описывающие захват, относительно которого произвольно предполагается, что он имел место, когда Луна подошла к Земле на расстояние 100 земных радиусов. Захват мог бы произойти $1,79 \cdot 10^9$ лет назад, если современная величина приливной диссипации была характерной для всего геологического времени. Как мы уже показали, геологические данные исключают захват на таком позднем этапе истории Земли. Тем не менее параметры, приведенные в табл. 14, все же могли бы описать процесс в любое время, когда произошел захват. Шкала времени для такого захвата очень коротка. Через несколько сот лет эксцентриситет изменяется от единицы до значения менее 10^{-3} и Луна перемещается от 100 до 2,72 радиуса Земли. Это одновременно является шкалой времени для диссипации избытка энергии лунной орбиты.

Таблица 14

ПАРАМЕТРЫ ПРИЛИВНОГО ЗАХВАТА

| | В настоящее время | При наибольшем сближении | При захвате |
|---------------------------------------|-------------------|--------------------------|-------------|
| Время, 10^9 лет | 0 | 1,79 | 1,79 |
| Расстояние, современные радиусы Земли | 60 | 2,72 | 100 |
| Эксцентриситет | 0,052 | 0,008 | 1,0 |
| Наклонение орбиты | 4° | 32° | 90° |
| Наклон эклиптики к экватору | 23° | 10° | 50° |
| Период вращения, ч | 24 | 4,91 | 3,2 |

Сингер [176] предложил альтернативный механизм, согласно которому Луна вошла внутрь круга, очерчивающего синхронную орбиту вокруг Земли. Внутри этого круга приливный выступ скорее опережает прохождение Луны, чем запаздывает по отношению к нему, и чистый эффект на этой части орбиты состоит в переносе момента количества орбитального движения на вращение Земли. Таким образом, количество кинетической энергии вращения Земли, которое должно диссипировать, уменьшается. Теорию Сингера можно подвергнуть критике с трех основных точек зрения. Расчеты произведены лишь для плоской задачи, а Гольдрейх и Макдональд подчеркивали существенно трехмерный характер процесса захвата по Герстенкорну. Сингер требует, чтобы для захвата Луна очень тесно сблизилась с Землей. Если бы у Земли был ее современный момент инерции, то максимальное расстояние было бы равно только 2,3 радиуса Земли, а даже при

однородном распределении плотности в Земле и сплюснутости только в результате вращения минимальное расстояние составляет 2,6 радиуса Земли. Обе эти величины лежат существенно внутри предела Роша и, кроме того, означают, что поперечное сечение захвата Землей очень мало. Наконец, радиальные приливы, вызываемые Землей на Луне, привели бы к накоплению энергии и интенсивному расплавлению внутри Луны.

Простой расчет показывает, что энергия захвата на орбиту с радиусом, равным 2,89 радиуса Земли, т. е. пределу Роша, составляет около 10^4 Дж/г, что дает энергии в четыре раза больше, чем требуется для полного расплавления Луны. Когда Луна двигалась по вытянутому эллипсу, приближаясь к Земле и удаляясь от нее, в результате действия приливов часть этой энергии могла диссипировать в Луне. Сингер [176] утверждает, что после захвата и Земля и Луна, конечно, очень сильно нагрелись и имела место вулканическая активность. Однако, исходя из этой модели, невозможно объяснить неправильную форму Луны и существование масконов. Подобные возражения приложимы к любой модели, в которой предполагается диссипация энергии захвата в Луне в результате приливного трения.

Поверхность Луны дает некоторое указание относительно механизма захвата, заключающегося в соударении тел с ее поверхностью и в передаче энергии телам, проходящим вблизи Луны. Множество тел различных размеров должно было двигаться по орбитам вокруг Земли во время ее роста за счет этих тел. Если протолуна прошла вблизи Земли через облако этих тел, то часть энергии протолуны могла диссипировать в результате соударений. Кроме того, тела, проходящие вблизи протолуны, должны были в среднем приобрести энергию за счет лунной энергии. Таким образом, если облако имело массу в несколько лунных масс и эти тела были выброшены из системы Земля — Луна, то могло быть потеряно достаточно энергии и, вероятно, Луна могла остаться на орбите с низким эксцентриситетом. Кроме того, большая полуось лунной орбиты при постоянном моменте количества движения была бы обратно пропорциональна массе Земли, и, если бы масса Земли существенно увеличилась в процессе захвата, Луна приблизилась бы к Земле. Если захват протолуны произошел в конце процесса аккреции Земли, Луна могла подобрать только ограниченный слой вещества с составом Луны. Таким образом, если большая часть недр аккумулировалась из солнечного вещества, то трудность, заключающаяся в различии плотностей Луны и Земли, могла бы быть устранена. Действительно, как показал Макдональд, могло быть захвачено несколько протолун, которые объединились в единую Луну без обширного разогрева недр. Мы считаем, что одна большая Луна захватила много меньших. Между

прочим, наклоны осей вращения Земли и Марса к плоскости орбиты нелегко понять, если они аккумуляровались только из малых тел, так как ось среднего момента количества движения многих малых тел должна быть почти перпендикулярна к плоскости орбиты. Соударение нескольких тел лунных размеров с аккумулярующей планетой могло бы служить весьма приемлемым решением этой проблемы. Трудно также понять аккумуляцию планет из малых тел, если отсутствуют достаточно большие тела. Обычно предполагается, что астероиды разрушаются, а не аккумуляруются в большие тела. Однако если существовал поток тел метеоритных или астероидных размеров, двигавшихся вокруг Солнца, то добавление нескольких тел лунного размера заставило бы их немедленно аккумуляроваться в планеты, так как тело лунного размера увеличивалось бы в размере, если тела, двигавшиеся в его окрестностях приблизительно с такой же скоростью, сталкивались с ним.

По-видимому, Луна прошла через следующие стадии: формирование протолуны, возможно в газовой сфере, ее захват, соударения с телами, двигавшимися по орбите вокруг Земли, и последующая эволюция Луны в результате приливного взаимодействия. Удельный момент количества движения Земли можно объяснить, если захват произошел примерно на расстоянии 40 радиусов Земли. Избыток орбитальной энергии Луны, который должен был диссипировать, мог составлять около 800 Дж/г. Это можно сопоставить с гравитационной энергией аккумуляции Луны, равной $1,7 \cdot 10^3$ Дж/г. Этот избыток энергии мог диссипировать частично в результате приливного взаимодействия с Землей, а частично в результате соударений с многими спутниками Земли, большими и малыми. Последующая приливная эволюция сначала была медленной из-за отсутствия протяженных океанов, а за последние полтора миллиарда лет ускорила. Таким путем может быть разрешена проблема шкалы времени для приливной эволюции, и, в частности, данные Клауда [26] об умеренных приливах около 3 млрд. лет назад становятся приемлемыми.

Сонетт и др. [180] предположили, что интенсивный солнечный ветер на ранних этапах истории солнечной системы мог привести к плавлению таких тел, как астероиды и Луна. Это вполне реальный способ расплавления поверхности Луны, обеспечивающий выделение тепла в поверхностных областях. Поскольку предполагается, что нагревание обусловлено магнитными полями, движущимися через вещество, проводящее электричество, необходимо предположить добавочное нагревание поверхности. Его могли бы обеспечить соударения или сжатые газы. Если интенсивность солнечного ветра уменьшалась медленно, то могли произойти кристаллизация силикатов с последующим образова-

нием базальтоподобного слоя на поверхности Луны и дифференциация этого слоя на слой, обогащенный титаном, и анортозитовый слой. Конечно, некоторые процессы соударений могут привести к этому, но проблема объяснения различного состава Земли и Луны по-прежнему остается нерешенной. Этот электромагнитный механизм расплавления поверхности Луны мог бы дополнить либо модель образования в газовой сфере, либо какую-нибудь другую модель, обеспечивающую каким-то путем реальную плотность и состав Луны.

Рассмотрев все предполагаемые гипотезы происхождения Луны, мы считаем, что наиболее вероятной является захват первичного планетного тела или нескольких мелких тел. Если эта гипотеза верна, то она делает Луну телом, представляющим огромный научный интерес. По-видимому, необходимо, чтобы она аккумуляровалась из солнечного нелетучего вещества при низкой температуре; чтобы поверхность ее была расплавлена для образования базальтоподобного вещества адиабатически сжатыми газами, интенсивным солнечным ветром или повышенной солнечной радиацией на самых ранних стадиях истории солнечной системы; чтобы образовалось расплавленное железо и погрузилось на некоторую глубину под поверхность, унеся под поверхность сидерофильные элементы; чтобы Луна была захвачена Землей около 4,6 млрд. лет назад, когда ее поверхность затвердела; чтобы ее в течение короткого времени бомбардировали меньшие спутники Земли и чтобы с тех пор она подвергалась сравнительно умеренной бомбардировке кометами и телами типа метеоритов.

Х. Заключение

Луна аккумуляровалась независимо от Земли и в большей мере, чем планеты земной группы, представляет собой первичное тело. Ее состав близок к составу исходных частиц в первичном пылевом облаке. Состав планет был изменен в ходе их формирования в направлении более высокой концентрации металлического железа. Протолуна была захвачена Землей на раннем этапе истории солнечной системы, вероятно во время заключительной стадии роста Земли за счет тел лунных и астероидных размеров. Вскоре после захвата ее Землей она подвергалась интенсивной бомбардировке в течение короткого периода времени. Тела, которые падали в это время на первичное тело, были спутниками Земли и падали с умеренными скоростями.

После этого на Луну из межпланетного пространства падало ограниченное число тел с высокими скоростями. На Луне существуют некоторые вулканические образования, размеры кратеров которых отличаются от размеров кратеров, характерных для

Земли. Огромные равнины Луны едва ли могут быть потоками лавы из *глубоких недр*; они, вероятно, образовались за счет энергии сильных соударений и за счет тепла, выделяемого радиоактивными элементами, сконцентрированными вблизи поверхностных слоев. Пыль, гравий и обломки пород также могли образоваться в результате тех же соударений и в результате эрозии под действием света и частиц большой энергии.

Эти выводы будут подтверждены или опровергнуты на основании сведений, которые будут получены прямыми исследованиями Луны в ближайшие годы. Полезно вспомнить, что мы не знаем, как образовалась Луна. Есть лишь некоторые данные по этой проблеме, но, чтобы можно было сделать выводы, которые будут общепринятыми, нужно знать много больше.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ahrens L. H., von Michaelis H., Willis J. P.*, Earth and Planet. Sci. Lett., 5, 387 (1968).
2. *Ahrens L. H., Pinson W. H., Kearns M. M.*, Geochim. Cosmochim. Acta, 2, 229 (1952).
3. *Albee A. L., Burnett D. S., Chodos A. A., Eugster O. J., Huneke J. C., Papanastassiou D. A., Podosek F. A., Russ G. P., II, Sanz H. G., Tera F., Wasserburg G. J.*, Science, 167, 463 (1970).
4. *Айвэн И.*, Icarus, 1, 357 (1963).
5. *Aller L. H.*, in «International Dictionary of Geophysics», ed. S. K. Runcorn, vol. 1, Pergamon Press, New York, 1967, p. 285, 287.
6. *Aller L. H.*, Proc. Astron. Soc. Aust., 1, 133 (1968).
7. *Amiel S., Gilat J., Heymann D.*, Geochim. Cosmochim. Acta, 31, 1499 (1967).
8. *Arrol W. J., Jacobi R. B., Paneth F. A.*, Nature, 149, 235 (1942).
9. *Baedecker P. A., Wasson J. T.*, Science, 167, 503 (1970).
10. *Baldwin R. B.*, The Face of the Moon, Univ. of Chicago Press, Chicago, Illinois, 1949.
11. *Baldwin R. B.*, The Measure of the Moon, Univ. of Chicago Press, Chicago, Illinois, 1963.
12. *Baldwin R. B.*, см. [170].
13. *Balsiger H., Geiss J., Groegler N., Wytttenbach A.*, Earth and Planet. Sci. Lett., 5, 17 (1968).
14. *Bate G. L., Huizenga J. R., Potraz H. A.*, Geochim. Cosmochim. Acta, 16, 88 (1959).
15. *Beals C. S., Halliday I.*, International Dictionary of Geophysics, ed. S. K. Runcorn, vol. 2, Pergamon Press, New York, 1967, p. 1520.
16. *Bell P. R.*, частное сообщение, 1969.
17. *Birch F.*, J. Geophys. Res., 64, 4377 (1964).
18. *Birch F.*, см. [25, p. 97ff].
19. *Birch F., Clark H.*, Am. J. Sci., 238, 529, 613 (1940).
20. *Browner D.*, см. [197, p. 24].
21. *Burley J., Middlehurst B. M.*, Proc. Natl. Acad. Sci. U.S., 55, 1007 (1966).
22. *Chackett K. F., Golden J., Mercer E. R., Paneth F. A., Reasbeck P.*, Geochim. Cosmochim. Acta, 1, 3 (1950).
23. *Chandrasekhar S.*, Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability, Oxford Univ. Press, London and New York, 1961.

24. *Clark S. P., Jr.*, Bull. Geol. Soc. Am., **67**, 1123, 1124 (1956).
25. *Clark S. P., Jr.* (ed.), Handbook of Physical Constants, Geol. Soc. Am., New York, 1966. (Русский перевод: Справочник физических констант горных пород, под ред. С. Кларка, изд-во «Мир», М., 1969.)
26. *Cloud P. E.*, Science, **160**, 729 (1968).
27. *Colburn D. S., Currie R. G., Mihalov J. D., Sonett C. P.*, Science, **158**, 1040 (1967).
28. *Conel J. E., Holstrom G. B.*, Science, **162**, 1403 (1968).
29. *Coster H. P.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., Geophys. Suppl., **15**, 193 (1947).
30. *Cotton C. A.*, Volcanoes as Landscape Forms, Whitcomb and Tombs, London, 1952, Ch. 16.
31. *Crittenden M. D., Jr.*, J. Geophys. Res., **68**, 5517 (1963).
32. *Darvey M.*, Bull. Soc. Astron. Fr., 425—457 (1933).
33. *Davis G. L.*, Am. J. Sci., **245**, 677 (1947).
34. *Davis G. L.*, Am. J. Sci., **248**, 107 (1950).
35. *Delmotte G.*, Bull. Soc. Astron. Fr., 41—44 (1914).
36. *Delmotte G.*, Recherches Seleno-graphiques, Blanchard, Paris, 1923.
37. *Dietz R. S.*, J. Geol., **54**, 359 (1946).
38. *Du Fresne E. R.*, Astrophys. J., **124**, 638 (1956).
39. *Duke M. B.*, Dissertation, California Inst. of Technology, Series A, 1963.
40. *Duke M. B., Silver L. T.*, Geochim. Cosmochim. Acta, **31**, 1637 (1967).
41. *Eckert W. J.*, Astron. J., **70**, 787 (1965).
42. *Eddington A.*, The Internal Constitution of Stars, Cambridge Univ. Press, London and New York, 1930, p. 79ff.
43. *Edwards G.*, Geochim. Cosmochim. Acta, **8**, 285 (1955).
44. *Edwards G., Uery H. C.*, Geochim. Cosmochim. Acta, **7**, 154 (1955).
45. *Engel A. E. J., Engel C. G.*, Science, **167**, 527 (1970).
46. *Eucken A.*, Nachr. Akad. Wiss. Göttingen, Pt. 1, **8**, 9 (1944).
47. *Evans J. V.*, Radio echo studies of the moon, in «Physics and Astronomy of the Moon», 1st ed., ed. Z. Kopal, Academic Press, New York, 1962, ch. 12.
48. *Fish F. F., Jr.*, Icarus, **7**, 251—256 (1967).
49. *Fricke P. E., Reynolds R. T., Summers A. L.*, J. Geophys. Res., **72**, 2649—2663 (1967).
50. *Fujisawa H., Fujii N., Mizutani H., Kanamori H., Akimoto S.*, J. Geophys. Res., **73**, 4727 (1968).
51. *Gapcynski J., Blackshear W., Compton H.*, The lunar gravitational potential as determined from tracking data of the lunar orbiter series of spacecraft, Preprint, Langley Res. Center, 1968.
52. *Garz T., Kock M.*, Astron. Astrophys., **2**, 446 (1969).
53. *Gast P. W., Hubbard N. J.*, Science, **167**, 485 (1970).
54. *Gerstenkorn H.*, Z. Astrophys., **36**, 245 (1955).
55. *Gerstenkorn H.*, Z. Astrophys., **42**, 137 (1957).
56. *Gerstenkorn H.*, in «Mantles of the Earth and Terrestrial Planets», ed. S. K. Runcorn, Wiley, Intersci., New York, 1967, p. 228—234.
57. *Gilbert G. K.*, Bull. Phil. Soc. Wash., **12**, 241, 292 (1893).
58. *Gilvarry J. J.*, Astrophys. J., **127**, 751 (1958).
59. *Gilvarry J. J.*, Nature, **188**, 886 (1960).
60. *Gilvarry J. J.*, Nature, **221**, 533 (1969).
61. *Gold T.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **115**, 585 (1955).
62. *Gold T.*, J. Geophys. Res., **66**, 2531 (1961).
63. *Gold T.*, The Nature of the Lunar Surface, Johns Hopkins Press, Baltimore, Maryland, 1966, p. 107.
64. *Gold T.*, The Magnetosphere of the Moon, in «The Solar Wind», eds. R. J. Mackin, Jr. and M. Neugebauer, Pergamon Press, New York, 1966,

- р. 381. (Русский перевод: Солнечный ветер, изд-во «Мир», М., 1968, стр. 418.)
65. *Goldberg L., Muller E. A., Aller L. H.*, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, **45**, 1 (1960).
 66. *Goldreich P.*, *Rev. Geophys.*, **4**, 411, 439 (1966).
 67. *Goles G. G., Fish R. A., Anders E.*, *Geochim. Cosmochim. Acta*, **19**, 177 (1960).
 68. *Goles G., Murthy V. R., Munk W., Menard H. W., Engel A. E. J., Van Andel T.*, *Saturday Rev.*, **45**, № 14, 42 (1962).
 69. *Gordon R., Nelson C.*, *Rev. Geophys.*, **4**, 457—474 (1966).
 70. *Goudas C. L.*, *Icarus*, **2**, 423 (1963).
 71. *Goudas C. L.*, *Icarus*, **4**, 528 (1964).
 72. *Greenacre J. A.*, *Sky and Telescope*, **21**, 316 (1963).
 73. *Greenacre J. A., Barr E.*, *Sky and Telescope*, **27**, 3 (1963).
 74. *Griggs D., Hundin J.*, *Geol. Soc. Am., Mem.*, **79**, 382-M (1960).
 75. *Groves G. W.*, гл. 3. этой книги.
 76. *Hamaguchi H., Reed G. W., Turkevich A. L.*, *Geochim. Cosmochim. Acta*, **12**, 337 (1957).
 77. *Hamilton R. M.*, *J. Geophys. Res.*, **70**, 5679 (1965).
 78. *Harpe B. W.*, *Science*, **159**, 76 (1968).
 79. *Hartmann W. K.*, *Commun. Lunar Planet. Lab.*, **5**, 406 (1966).
 80. *Hartmann W. K.*, *Commun. Lunar Planet. Lab.*, **7**, 125 (1967).
 81. *Hartmann W. K.*, частное сообщение, 1970.
 82. *Hartmann W. K., Harris D. H.*, *Astron. J.*, **73**, 5162 (1968).
 83. *Haskell N. A.*, *Physics*, **6**, 265 (1935).
 84. *Haskell N. A.*, *Physics*, **7**, 56 (1936).
 85. *Haskell N. A.*, *Am. J. Sci.*, **33**, 22 (1937).
 86. *Haskin L. A., Helmke P. A., Allen R. O.*, *Science*, **167**, 487 (1970).
 87. *Heiskanen W. A., Vening-Meinesz F. A.*, *The Earth and Its Gravity Field*, McGraw-Hill, New York, 1958.
 88. *Hollweg J.*, *J. Geophys. Res.*, **73**, 7269—7676 (1968).
 89. *Hollweg J.*, *J. Geophys. Res.*, **75**, 1209 (1970).
 90. *Jaeger J. C., Harper A. F. A.*, *Nature*, **166**, 1026 (1950).
 91. *Jeffreys H.*, *The Earth*, Cambridge Univ. Press, London and New York, 1952.
 92. *Jeffreys H.*, *The Earth*, 4th ed, Cambridge Univ. Press, London and New York, 1959. (Русский перевод: Г. Джеффрис, Земля, ее происхождение, история и строение, ИЛ, М., 1960.)
 93. *Jeffreys H.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **118**, 14 (1959).
 94. *Kaula W. M.*, *Rev. Geophys.*, **2**, 661—685 (1965).
 95. *Kaula W. M.*, *Moon: Gravitational Field*, in «Science Yearbook» McGraw-Hill, New York, 1969.
 96. *Keays R. R., Ganapathy R., Laul J. C., Anders E., Herzog G. F., Jeffery P. M.*, *Science*, **167**, 490 (1970).
 97. *Kelley K. K.*, *U.S. Bur. Mines Bull.*, 584 (1960).
 98. *Kopal Z.*, *Planet. Space Sci.*, **9**, 625 (1962).
 99. *Kopal Z.*, *The Moon*, Chapman & Hall, London, 1963, p. 24.
 100. *Kopal Z.*, *An Introduction to the Study of the Moon*, Reidel Publ. Co., Dordrecht, Netherlands, 1966.
 101. *Kopal Z.*, *Proc. Roy. Soc. A296*, 254—265 (1967).
 102. *Kopal Z.*, *The Moon*, Reidel Publ. Co., Dordrecht, Netherlands, 1969, p. 203.
 103. *Kopal Z.*, см. [102, p. 88].
 104. *Kopal Z.*, см. [102, p. 167].
 105. *Koziel K.*, *Icarus*, **7**, 1—28 (1967).
 106. *Koziel K.*, *Proc. Roy. Soc.*, **A296**, 248—253 (1968).

107. *Козырев Н.*, *Sky and Telescope*, **18**, 184 (1959).
108. *Kuiper G. P.*, *J. Geophys. Res.*, **64**, 1714 (1959).
109. *Lambert D. L.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **138**, 143 (1968).
110. *Lambert D. L.*, *Warner B.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **138**, 181, 213 (1968).
111. *Lambert D. L.*, *Warner B.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **139**, 35 (1968).
112. *Lambert D. L.*, *Warner B.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **140**, 197 (1968).
113. *Lamech F.*, *Carte de Resseau Rectiligne de la Lune*, Toulouse, 1933.
114. *Левин Б. Ю.*, в сб. «Новое о Луне», изд-во АН СССР, М., 1963, стр. 118—125.
115. *Левин Б. Ю.*, *Proc. Roy. Soc.*, **A296**, 266—269 (1967).
116. *Lingenfelter R. E.*, *Peale S. J.*, *Schubert G.*, *Science*, **161**, 266 (1968).
117. *Lorell J.*, *Sjogren W.*, *Lunar Potential Estimate, Space Program Summary 37-50*, vol. III, 1968, p. 47—50. Jet Propulsion Lab., Pasadena, California, April 30, 1968.
118. *Linou Sample Preliminary Team*, *Science*, **167**, 1334 (1970).
119. *Lytot B.*, *Ann. Obs. Paris-Mendon*, **8**, Part I (1929).
120. *Lyttleton R. A.*, *Proc. Roy. Soc.*, **296**, 285 (1967).
121. *MacDonald G. J. F.*, *J. Geophys. Res.*, **64**, 2933—2946 (1959).
122. *MacDonald G. J. F.*, *Science*, **133**, 1045—1050 (1961).
123. *MacDonald G. J. F.*, *J. Geophys. Res.*, **67**, 2945—2974 (1962).
124. *MacDonald G. J. F.*, *Space Sci. Rev.*, **2**, 473—557 (1963).
125. *MacDonald G. J. F.*, *Rev. Geophys.*, **2**, 467 (1964).
126. *MacDonald G. J. F.*, *The Earth — Moon System*, eds. B. S. Marsden and A. G. Cameron, Plenum Press, New York, 1966, p. 170.
127. *MacDonald G. J. F.*, *Knopoff L.*, *Geophys. J.*, **1**, 284 (1958).
128. *McKenzie D.*, *J. Geophys. Res.*, **71**, 3995 (1966).
129. *McKenzie D.*, *Proc NASA Conf. Earth Crust*, ed. R. Phinney, Princeton Univ. Press, Princeton, New Jersey, 1968.
130. *MacRae D. A.*, *Am. Astron. Soc. Meeting*, Montreal (1965).
131. *Martinez M.*, *King R. B.*, *Whaling W.*, *Bull. Am. Phys. Soc.*, **13**, 1674 (1968).
132. *Maxwell J. A.*, *Abbey S.*, *Champ W. H.*, *Science*, **167**, 530 (1970).
133. *Menzel D. H.*, *Phil. Trans. Roy. Soc., London*, **264**, 141 (1969).
134. *Mezger P. C.*, *Strassl H.*, *Planet. Space Sci.*, **1**, 213 ff. и приведенные там ссылки (1959).
135. *Michael W. H., Jr.*, *Blackshear W. T.*, *Gapcynski J. P.*, *Plenary Meeting COSPAR, Prague, May 12th, 1969.*
136. *Middlehurst B. M.*, *Nature*, **209**, 602 (1966).
137. *Middlehurst B. M.*, *Meeting Intern. Astron. Union, Prague, 1967.*
138. *Miller G.*, *Thesis, Univ. California, San Diego, California, 1964.*
139. *Moore C. B.*, *Lewis C. F.*, *Gibson E. K.*, *Nichiporuk W.*, *Science*, **167**, 495 (1970).
140. *Morrison G. H.*, *Gerard J. T.*, *Kashuba A. T.*, *Gangadharam E. V.*, *Rothenberg A. M.*, *Potter N. M.*, *Miller G. B.*, *Science*, **167**, 505 (1970).
141. *Moulton F. R.*, *An Introduction to Astronomy*, Macmillan, New York, 1905. (Русский перевод: Ф. Р. Мультион, Введение в астрономию, Гостехиздат, М.—Л.)
142. *Muller P. M.*, *Sjogren W. L.*, *Science*, **161**, 680—684 (1968).
143. *Muller P. M.*, *Sjogren W. L.*, *Plenary Meeting COSPAR, Prague, May 12th, 1969.*
144. *Muller P. M.*, *Sjogren W. L.*, частное сообщение, 1970.
145. *Munk W.*, *MacDonald G.*, *Rotation of the Earth*, Cambridge Univ. Press, London and New York, 1960. (Русский перевод: У. Манк. Г. Макдональд, Вращение Земли, изд-во «Мир», М., 1964.)
146. *Ness N. F.*, *COSPAR, Prague, May 12th, 1969, Paper K11.*

147. *Ness N. F., Behannon K. W., Searce C. S., Cantaran S. C.*, J. Geophys. Res., **72**, 5769 (1967).
148. *Ness N. F., Behannon K. W., Taylor H. E., Whang Y. C.*, J. Geophys. Res., **73**, 3421 (1968).
149. *Nölke F.*, Beitr. Geophysik, **41**, 86 (1934).
150. *Nordyke M. D.*, J. Geophys. Res., **67**, 1965 (1962).
151. *Öpik E. J.*, Astron. J., **66**, 60 (1961).
152. *Öpik E. J.*, Prog. Astronaut. Sci., **1**, 219—260 (1962).
153. *O'Keefe J. A.*, J. Geophys. Res., **74**, 2758 (1969).
154. *O'Leary B. T., Campbell M. J., Sagan C.*, Science, **165**, 651—657 (1969).
155. *O'Mara J. B.*, Thesis, Univ. California, Los Angeles, California, 1967.
156. *Patterson C.*, Geochim. Cosmochim. Acta, **7**, 151 (1955).
157. *Pettit E.*, Astrophys. J., **81**, 17 (1935).
158. *Pettit E.*, Astrophys. J., **91**, 408 (1940).
159. *Phinney R. A., Anderson D. L.*, Internal Temperatures of the Moon, «Tycho» meeting, 1965, Minnesota Univ. Rept., 1965.
160. *Pickering W. H.*, The Moon. Doubleday, New York, 1903.
161. *Piddington J. H., Minnett H. C.*, Austral. J. Sci. Res., **A2**, 63 (1949).
162. *Pike R. J.*, J. Geophys. Res., **72**, 2099 (1967).
163. *Pottasch S. R.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **125**, 543 (1963).
164. *Pottasch S. R.*, Bull. Astron. Inst. Neth., **19**, 113 (1967).
165. *Ramsey W. H.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **108**, 406 (1948).
166. *Ramsey W. H.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., Geophys. Suppl., **6**, 409 (1949).
167. *Reed G. W., Jr., Jovanovic S., Fuchs L. H.*, Science, **167**, 501 (1970).
168. *Ringwood A. E.*, Geochim. Cosmochim. Acta, **15**, 257 (1959).
169. *Runcorn S. K.*, Proc. Roy. Soc., **A296**, 270 (1967).
170. *Runcorn S. K., Gray B. M.*, The Mantles of the Earth and Terrestrial Planets, Wiley, Intersci., New York, 1967.
171. *Schroeter J. H.*, Astron. Jahrbuch für das Jahr 1791, 201 (1788).
172. *Schwartz K., Schubert G.*, J. Geophys. Res., **74**, 4777 (1969).
173. *Seeger C. R.*, Modern Geology, II, **1**, 203 (1970).
174. *Shoemaker E. M., Hartmann W. K.*, Interplanetary correlation of geologic time, Am. Astron. Soc., Dallas, Texas, June 1961.
175. *Silver L. T.*, Science, **167**, 468 (1970).
176. *Singer F.*, Geophys. J., **15**, 205—226 (1968).
177. *Skinner B. J.*, см. [25, p. 75ff].
178. *Smalley V. G., Ronca L. B.*, Trans. Am. Geophys. Union, **46**, 138 (1965).
179. *Smoluchowski M.*, см. «International Critical Tables», **2**, 315 (1910).
180. *Sonett C. P., Colburn D. S., Schwartz K.*, Nature, **219**, 924 (1968).
181. *Sonett C. P.*, Astron. Conf. Brussels, Belgium, June 1969.
182. *Sonett C. P., Colburn D. S., Schwartz K.*, Nature, **219**, 924 (1968).
183. *Stipe J. G., Jr.*, Science, **162**, 1402 (1968).
184. *Suess H., Urey H. C.*, Rev. Mod. Phys., **28**, 53 (1956).
185. *Suess H., Urey H. C.*, in «Handbuch der Physik», ed. S. Flügge, Bd. 51, Springer, 1958, S. 296 ff.
186. *Swings J. P.*, Ann. Astrophys., **28**, 703 (1965).
187. *Сытинская Н. Н.*, Труды астрономич. общ., Уч. зап. ЛГУ, **17**, 74 (1957).
188. *Tatsumoto M., Pusholt J. N.*, Science, **167**, 461 (1970).
189. *Taylor H. E., Behannon K. W., Ness N. F.*, J. Geophys. Res., **73**, 6723 (1968).
190. *Taylor S. R.*, Science, **165**, 1221, 1222 (1969).
191. *Townes C. H.*, Lecture, Natl. Acad. Sci., 1970.
192. *Turkevich A. L., Franzgrote E. J., Patterson J. H.*, Science, **158**, 635 (1967).
193. *Turkevich A. L., Franzgrote E. J., Patterson J. H.*, Science, **160**, 1108 (1968) и препринт, представленный в Science (1968).

194. *Turkevich A. L., Franzgrote E. J., Patterson J. H.*, *Science*, **162**, 117 (1969).
195. *Turkevich A. L., Franzgrote E. J., Patterson J. H.*, *Science*, **165**, 277—279 (1969).
196. *Urey H. C.*, *Geochim. Cosmochim. Acta*, **1**, 207 (1951).
197. *Urey H. C.*, *The Planets*, Yale Univ. Press, New Haven, Connecticut, 1952.
198. *Urey H. C.*, *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.*, **39**, 933 (1953).
199. *Urey H. C.*, *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.*, **41**, 127 (1955).
200. *Urey H. C.*, *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.*, **42**, 889 (1956).
201. *Urey H. C.*, *Astrophys. J.*, **124**, 625 (1956).
202. *Urey H. C.*, *Observatory*, **176**, 232 (1956).
203. *Urey H. C.*, *Sky and Telescope*, **15**, 108, 161 (1956).
204. *Urey H. C.*, *Prog. Phys. Chem. Earth*, **2**, 46, 76, в частности 53 (1957).
205. *Urey H. C.*, Hugo Mueller Lecture, *Proc. Chem. Soc.*, London, 1958, p. 67.
206. *Urey H. C.*, *J. Geophys. Res.*, **64**, 1727—1729 (1959).
207. *Urey H. C.*, *Astrophys. J.*, **132**, 502 (1960).
208. *Urey H. C.*, *Geochim. Cosmochim. Acta*, **18**, 151 (1960).
209. *Urey H. C.*, *Conf. Lunar Exploration*, Virginia Polytech. Inst., 1962, Pt. A, Paper III.
210. *Urey H. C.*, *Origin and History of the Moon*, in «*Physics and Astronomy of the Moon*», ed. Z. Kopal, 1st ed., Academic Press, New York, 1962, ch. 13.
211. *Urey H. C.*, *Rev. Geophys.*, **2**, 1 (1964).
212. *Urey H. C.*, *Jet Propulsion Tech. Rept. № 32-800*, 339, 1965.
213. *Urey H. C.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **131**, 199 (1966).
214. *Urey H. C.*, *Nature*, **216**, 1094 (1967).
215. *Urey H. C.*, in «*Mantles of the Earth and Planets*», ed. S. K. Runcorn, Wiley, Intersci., New York, 1967, p. 251.
216. *Urey H. C.*, *Science*, **162**, 1408—1410 (1968).
217. *Urey H. C.*, *Astronaut. Aeronaut.*, **7**, 37 (1969).
218. *Urey H. C., Craig H.*, *Geochim. Cosmochim. Acta*, **4**, 36 (1953).
219. *Urey H. C., Marti K.*, *Science*, **161**, 1030 (1968).
220. *Urey H. C., Elsasser W. M., Rochester M. G.*, *Astrophys. J.*, **129**, 842 (1959).
221. *Van Dorn W. G.*, *Nature*, **220**, 1102 (1968).
222. *Van Dorn W. G.*, *Science*, **165**, 693—695 (1969).
223. *Von Michaelis H.*, частное сообщение, 1968.
224. *Von Michaelis H., Ahrens L. H., Willis J. P.*, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **5**, 387 (1968).
225. *Wanke H., Begemann F., Vilcsek E., Rieder R., Teschke F., Born W., Quijano-Rico M., Voshage H., Wlotzka F.*, *Science*, **167**, 523 (1970).
226. *Warner B.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **139**, 1, 103, 115 (1968).
227. *Wasserburg G. J., MacDonald G. J. F., Hoyle F., Fowler W. A.*, *Science*, **143**, 465 (1964).
228. *Watts C. B.*, частное сообщение и *Am. Assoc. Adv. Sci.*, Washington, D.C., 1958.
229. *Wesselink A. J.*, *Bull. Astron. Inst. Neth.*, **10**, 352 (1958).
230. *Wiik H. B.*, *Geochim. Cosmochim. Acta*, **9**, 279—289 (1956).
231. *Wiik H. B., Ojanpera P.*, *Science*, **167**, 531 (1970).
232. *Wise D. U.*, *J. Geophys. Res.*, **68**, 1547 (1963).
233. *Wood J. A., Dickey J. S., Jr., Marvin U. B., Powell B. N.*, *Science*, **167**, 602—604 (1970).
234. *Wright F. E.*, *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.*, **13**, 535 (1927).
235. *Yoder II., Tilley C.*, *J. Petrol.*, **3**, 342—532 (1962).
236. *Левиц Б. Ю.*, *Вопросы космогонии*, **6**, 56 (1958).
237. *Сабанеев П. Ф.*, *Бюлл. Всес. астр. геодез. об-ва*, № 13 (20), 7—20 (1953).
238. *Явель А. А.*, *Метеоритика*, **15**, 115—135 (1958).

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|--|----|
| Предисловие редактора перевода | 5 |
| Предисловие | 7 |
| Глава 1. Движение Луны в пространстве. <i>Андре Денри</i> | 9 |
| I. Числовые данные | 9 |
| II. Основная задача | 11 |
| III. Постоянный член радиальной составляющей возмущения | 16 |
| IV. Вариация | 17 |
| V. Параллактическое неравенство | 19 |
| VI. Годичное неравенство | 20 |
| VII. Вековое ускорение | 21 |
| VIII. Разложение возмущающей функции | 23 |
| IX. Вековое движение перигея | 24 |
| X. Эвекция | 27 |
| XI. Неравенства в широте | 29 |
| XII. Таблицы Луны | 32 |
| XIII. Выводы | 34 |
| Литература | 35 |
| Глава 2. Либрации Луны. <i>М. Д. Моутсулас</i> | 36 |
| I. Введение | 36 |
| II. Вращение Луны | 41 |
| III. Уравнения движения | 45 |
| IV. Значения коэффициентов в третьем уравнении | 59 |
| V. Сравнение с наблюдениями | 63 |
| Литература | 69 |
| Глава 3. Динамика системы Земля — Луна. <i>Гордон В. Гровз</i> | 71 |
| I. Введение | 71 |
| II. Кинематические и динамические соотношения | 73 |

| | | |
|----------|---|-----|
| | III. Приливные деформации | 81 |
| | IV. Вращение Земли | 86 |
| | V. Вековое изменение | 90 |
| | VI. Приливные пары сил | 98 |
| | VII. Наклонение и эксцентриситет | 104 |
| | Литература | 108 |
| Глава 4. | Геометрические и динамические свойства Луны. <i>С. Т. Гудас</i> | 110 |
| | I. Введение | 110 |
| | II. Форма лунной поверхности | 112 |
| | III. Силовая функция Луны | 154 |
| | Литература | 163 |
| Глава 5. | Оптические свойства лунной поверхности. <i>Брюс Ханке</i> | 166 |
| | I. Введение | 166 |
| | II. Наблюдения | 167 |
| | III. Интерпретация | 189 |
| | Литература | 225 |
| Глава 6. | Возникновение и история Луны. <i>Гарольд С. Юри, Гордон Дж. Ф. Макдональд</i> | 230 |
| | I. Введение | 230 |
| | II. Происхождение лунных кратеров | 231 |
| | III. Ударные моря, в частности Море Дождей | 234 |
| | IV. Время формирования лунной поверхности | 242 |
| | V. Фигура Луны | 246 |
| | VI. Тепловой баланс Луны | 265 |
| | VII. Плотность и состав Луны | 277 |
| | VIII. Химический состав поверхностных областей | 281 |
| | IX. Происхождение Луны | 290 |
| | X. Заключение | 310 |
| | Литература | 311 |

**ФИЗИКА
И АСТРОНОМИЯ
ЛУНЫ**

Редактор *В. А. Пантасва*
Художник *В. И. Кайдан*
Художественный редактор *В. П. Шаповалов*
Технический редактор *З. И. Резник*
Корректор *Т. П. Пашковская*

Сдано в набор 28/XI 1972 г.
Подписано к печати 24/IV 1973 г.
Бумага № 1 60×90/16=10 бум. л.
20 печ. л., Уч.-изд. л. 19,82. Изд. № 27/
Цена 1 р. 69 к. Зак. 0799

ИЗДАТЕЛЬСТВО «МИР»

Москва, 1-й Рижский пер., 2

Ордена Трудового Красного знамени,
Московская типография № 7 «Искра революции»
Союзполиграфпрома при Государственном
комитете Совета Министров СССР
по делам издательств, полиграфии
и книжной торговли
Москва, К-1. Трехпрудный пер., 9