В. Н. Ланге

ФИЗИЧЕСКИЕ ПАРАДОКСЫ И СОФИЗМЫ

ПОСОБИЕ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ

Издание третье, переработанное

МОСКВА «ПРОСВЕЩЕНИЕ» 1978

Ланге В. Н.

Л22 Физические парадоксы и софизмы: Пособие для учащихся. — 3-е изд., перераб. — М.: Просвещение, 1978. — 176 с., ил.

Книга содержит различные по тематике и степени трудности занимательные задачи, парадоксы, софизмы по всем разделам курса физики. Все задачи имеют краткие решения.

Л $\dfrac{60601-821}{103(03)-78}$ 264—78

ББК 22.3
53

ПРЕДИСЛОВИЕ

Сомневаясь, приходи к истине.

Цицерон

В настоящей книге, предназначенной учащимся старших классов, приведены физические парадоксы и софизмы, различные по тематике и степени трудности. Некоторые из них известны уже давно, но большинство публикуется впервые.

«Софизм» и «парадокс» — слова греческие. «Софизм» (σοφισμα) означает рассуждение, формально кажущееся совершенно безупречным, но содержащее на самом деле ошибку, в результате чего конечный вывод оказывается абсурдным Одним из наиболее известных софизмов является следующий: «То, что ты не терял, ты имеешь; ты не терял рогов, следовательно, ты их имеешь».

В парадоксе (παραδοξοζ), наоборот, умозаключение, кажущееся неверным, противоречащим «здравому смыслу», на самом деле справедливо. Например, выражаясь словами популярной поговорки. «невероятно, но факт», что при сложении скоростей, направленных в одну сторону, результирующая скорость будет меньше арифметической суммы скоростей (этот результат является одним из выводов частной теории относительности).

Размышления над софизмами и парадоксами не нужно считать пустой тратой времени. Не случайна любовь к ним таких выдающихся ученых, как Г. Лейбниц, Л. Эйлер, А. Эйнштейн. Гости Эйнштейна видели в книжном шкафу хозяина, весьма разборчивого в приобретении книг, целую полку, забитую математическими забавами и головоломками. Может быть, именно ранняя любовь к нешаблонным задачам развила у него способность к нестандартному мышлению, без которой никакое открытие невозможно. Анализ многих парадоксов сыграл чрезвычайно важную роль в развитии современной физики.

Мы надеемся, что знакомство с задачами, приведенными в этом небольшом сборнике, окажется полезным для читателей и предостережет их от некоторых ошибок. Например, часто приходится наблюдать, как при решении задачи о баллистическом маятнике и подобных ей не только школьники, но и студенты первого курса института находят скорость системы вслед за неупругим соударением, применяя закон сохранения лишь механической энергии. Вряд ли после анализа софизма, являющегося предметом задачи 25 («Нарушение» закона сохранения энергии»), аналогичные ошибки будут повторяться.

В первой части сборника приведены тексты задач, во второй — их краткие решения. С ними полезно ознакомиться как для проверки своего решения, так и в тех случаях, когда справиться с задачей самостоятельно оказалось трудно.

Предыдущие издания книги были встречены читателями с интересом и быстро разошлись. Книга была переведена в Болгарии, Румынии, ГДР (двумя изданиями), Японии и на языки народов СССР. Ее несомненный успех стимулировал дальнейшую работу автора по составлению новых парадоксов и софизмов, итогом которой явилось настоящее издание. При его подготовке некоторые задачи были исключены, в тексты и решения других внесены изменения и дополнения, увеличено число задач, применяемые единицы и их обозначения приведены в соответствие с проектом нового ГОСТа.

Выполняя приятный долг, автор сердечно благодарит всех лиц, приславших отзывы и замечания на первое и второе издания книги, и особенно Б. Ю. Когана — рецензента третьего издания. Дальнейшие критические советы будут приняты также с признательностью

Автор

I МЕХАНИКА

1. УДИВИТЕЛЬНЫЕ ПРИКЛЮЧЕНИЯ ПАССАЖИРА МЕТРО.

Один из жителей Москвы каждое утро отправлялся на работу поездом метро. Хотя рабочий день у него начинался ежедневно в одни и те же часы, время его прихода на станцию могло, разумеется, несколько различаться в разные дни. Для простоты можно считать время прихода совершенно случайным.

На первый взгляд кажется правдоподобным предположить, что число дней, когда после его прихода на станцию вначале появится поезд нужного пассажиру направления, будет примерно равно числу дней, когда первым прибудет поезд, идущий в противоположную сторону. Каково же было изумление пассажира, когда он обнаружил, что нужные ему поезда приходят на станцию в 2 раза реже, чем встречные!

Решив выяснить причины непонятного явления, он стал отправляться на работу с другой станции, расположенной несколько дальше от его дома. Наблюдения, произведенные здесь, заставили его удивиться еще больше, так как на этой станции дело обстояло совершенно иначе: нужные поезда приходили первыми в 3 раза чаще!

Помогите пассажиру разобраться в причинах столь странного поведения поездов метро.

2. БУДУТ ЛИ ДВИГАТЬСЯ АЭРОСАНИ?

Предположим, что на конвейерной ленте установлена модель аэросаней, приводимая в движение воздушным винтом толкающего типа. Какова будет скорость модели относительно Земли, если конвейер и сани одновременно придут в движение в противоположных направлениях, т. е. будут ли сани оставаться на месте или двигаться в какую-либо сторону?

3. КАКОВА СКОРОСТЬ ЛОДКИ?

Стоящий на берегу человек подтягивает к себе лодку, выбирая веревку, привязанную к носу лодки, с некоторой постоянной скоростью $\vec{u}_в$. Разложим скорость $\vec{u}_в$ так, как показано на рисунке 1. Тогда для скорости лодки $\vec{v}_л$ получим:

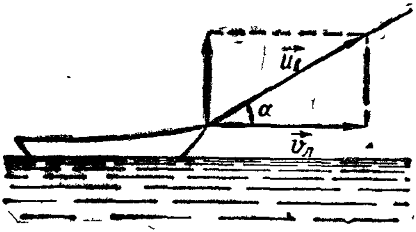


Рис. 1.

$$|\vec{v}_л| = |\vec{u}_в| \cos\alpha.$$

Из этой формулы следует, что, чем больше угол α, т. е. чем ближе лодка к берегу, тем меньше ее скорость. На самом же деле наоборот: по мере приближения лодки к берегу ее скорость должна возрастать, в чем легко убедиться на опыте. Достаточно привязать к карандашу нитку и потянуть за нее так, как тянули лодку.

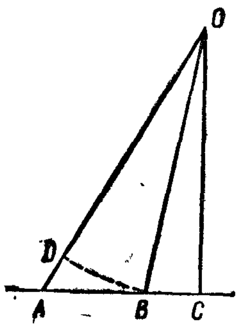


Рис. 2.

Доказать, что полученное выражение не согласуется с опытом, можно также графически (рис. 2). Пусть за некоторый интервал времени τ нос лодки перемещается из точки A в точку B, пройдя при этом расстояние AB. Если AO — первоначальное положение веревки, а BO — ее положение к концу интервала τ, то, отложив на AO отрезок OD, равный OB, мы най-

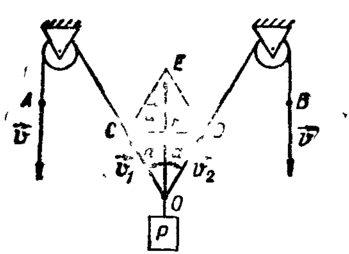


Рис. 3.

дем, на сколько нужно вытянуть веревку (отрезок AD), чтобы лодка прошла путь AB.

Из чертежа хорошо видно, что $AB>AD$. Следовательно,

$$|\vec{v}_л| > |\vec{u}_в|,$$

что противоречит формуле

$$|\vec{v}_л| = |\vec{u}_в| \cos\alpha,$$

так как косинус угла всегда меньше единицы.

В чем же причина расхождений теории и опыта?

4. СТРАННЫЙ РЕЗУЛЬТАТ СЛОЖЕНИЯ СКОРОСТЕЙ.

Рабочие поднимают груз P с помощью привязанных к нему веревок, перекинутых через два неподвижных блока (рис. 3). Рассчитаем скорость груза в тот момент, когда веревки образуют между собой угол 2α, если рабочие выбирают концы A и B веревок с равными по модулю скоростями $|\vec{v_1}|=|\vec{v_2}|=|\vec{v}|$.

Руководствуясь правилом параллелограмма, находим для модуля скорости $|\vec{u}|$ груза

$$|\vec{u}| = 2\,OE = 2\,OC\cos\alpha = 2\,|\vec{v}|\cos\alpha.$$

Проанализируем полученный результат. Пусть груз находится не очень высоко, а блоки не слишком удалены друг от друга. Тогда угол α близок к $0°$, так что его косинус с большой степенью точности можно положить равным единице и приведенная выше формула дает:

$$|\vec{u}| \approx 2\,|\vec{v}|.$$

Нелепость выражения очевидна: груз не может подниматься со скоростью, превышающей скорость вытягивания веревки! Значит, наши рассуждения содержат ошибку. В чем же она заключается?

5. ЧЕМУ РАВНА СРЕДНЯЯ СКОРОСТЬ!

Из пункта A в пункт B мотоциклист двигался со скоростью 60 км/ч; обратный путь им был проделан со скоростью 40 км/ч. Определите среднюю скорость мотоциклиста за все время движения, пренебрегая лишь временем остановки в пункте B.

6. ТИШЕ ЕДЕШЬ — СКОРЕЕ ПРИЕДЕШЬ

Пусть необходимо определить начальную скорость брошенного вертикально вверх камня, оказавшегося спустя 4 с после броска на высоте 6 м.

Разрешим уравнение перемещения прямолинейного равнопеременного движения относительно начальной скорости

$$v_0 = \frac{2s - at^2}{2t}$$

и вычислим полученное выражение при заданных выше условиях, полагая ускорение свободного падения равным для простоты — 10 м/с² (знак минус означает, что ускорение направлено в сторону, противоположную отсчитываемому перемещению):

$$v_0 = \frac{2 \cdot 6\ \text{м} + 10\ \text{м/с}^2 \cdot 16\ \text{с}^2}{2 \cdot 4\ \text{с}} = 21{,}5\ \text{м/с}.$$

Как должна измениться начальная скорость, чтобы на той же высоте (6 м) камень оказался через вдвое меньшее время? Необходимость ее увеличения кажется совершенно очевидной. Однако не будем спешить!

Предположив, что на высоте 6 м камень будет не через 4 с, а через 2 с, получим:

$$v_0' = \frac{2 \cdot 6\ \text{м} + 10\ \text{м/с}^2 \cdot 4\ \text{с}^2}{2 \cdot 2\ \text{с}} = 13\ \text{м/с}.$$

Вот уж воистину как в поговорке: «Тише едешь — дальше будешь!»

7. «ВОПРЕКИ» ЗАКОНУ ИНЕРЦИИ.

Первый закон механики может быть сформулирован следующим образом: всякое тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения, пока воздействие других тел не заставит его изменить это состояние.

Почему же в таком случае мы часто наблюдаем, как пассажиры, стоящие в вагоне подходящей к станции электрички, наклоняются в момент остановки не вперед, как того требует закон инерции, а в противоположную сторону?

8. ВЕС ТЕПЛОВОЗА РАВЕН ВЕСУ ВАГОНОВ.

Если бы трение между ведущими колесами тепловоза и рельсами отсутствовало, то тепловоз не был бы в состоянии сдвинуть поезд с места. Согласно третьему закону Ньютона сила тяги, развиваемая при равномерном движении, в точности равна силе трения между его ведущими колесами и рельсами:

$$|\vec{F}_{\text{тяги}}| = |\vec{F}_{\text{тр}}| = k_1 |\vec{P}_1|,$$

где k_1 — коэффициент трения колес тепловоза, которые мы все считаем для простоты ведущими, о рельсы; $\vec{P}$ — вес тепловоза.

Также на основании третьего закона Ньютона сила тяги должна быть равна той силе, против которой локомотив производит работу, т. е. при равномерном движении равна силе трения колес вагонов о рельсы:

$$|\vec{F}_{\text{тяги}}| = k_2 |\vec{P}_2|$$

(P_2 — вес вагонов). Сравнивая эти выражения, находим:

$$k_1 |\vec{P}_1| = k_2 |\vec{P}_2|.$$

Сокращая на $k_1 = k_2$ (трение стали о сталь), получим явную нелепость:

$$|\vec{P}_1| = |\vec{P}_2|,$$

т. е. вес тепловоза равен весу вагонов?!

9. ПОЧЕМУ КОНЦЫ ОСЕЙ, ЛЕЖАЩИЕ В ОПОРНЫХ ПОДШИПНИКАХ, ЗАТАЧИВАЮТ «НА КОНУС»?

Сила трения, как известно, определяется только коэффициентом трения, зависящим от рода соприкасающихся поверхностей, и силой нормального давления, но практически не зависит от площади трущихся поверх-

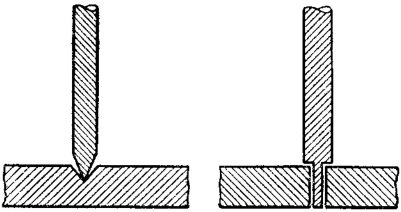


Рис. 4.

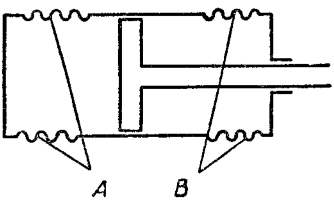


Рис. 5.

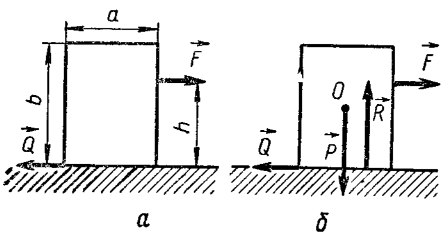


Рис. 6.

ностей. Почему же в таком случае концы осей, лежащие в опорных подшипниках, затачивают «на конус», а концы осей, закрепленные в подшипниках скольжения, стремятся делать возможно тоньше (рис. 4)? В некоторых книгах утверждается, что эти меры способствуют уменьшению силы трения.

10. ИЗНОС СТЕНОК ЦИЛИНДРА ДВИГАТЕЛЯ ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ.

Внимательный осмотр достаточно долго прослужившего двигателя внутреннего сгорания показывает, что наибольший износ стенок его цилиндров сосредоточен в местах A и B, где происходит остановка и изменение направления движения поршня на противоположное (рис. 5). Казалось бы, этот факт противоречит «здравому смыслу», согласно которому износ должен быть особенно велик в тех местах, где скорость движения поршня максимальна. Ведь силы жидкого трения прямо пропорциональны величине скорости или даже (при больших скоростях) ее квадрату. В чем же дело?

11. ТРЕНИЕ КАЧЕНИЯ ДОЛЖНО РАВНЯТЬСЯ НУЛЮ.

Начнем задачу несколько издалека. Пусть на горизонтальной площадке стоит прямоугольный брусок, имеющий высоту b и ширину a (толщина несущественна). Приложим к нему на высоте h направленную горизонтально силу $\vec{F}$. Одновременно появится сила трения $\vec{Q}$, равная по модулю $\vec{F}$, если последняя не превышает максимального значения силы трения покоя: $|\vec{Q}_{\text{макс}}| = k|P|$ (рис. 6, *а*).

Поскольку силы $\vec{F}$ и $\vec{Q}$ не лежат на одной прямой, они создают момент $|\vec{F}|h$, стремящийся опрокинуть брусок по часовой стрелке. Чем больше модуль силы $\vec{F}$ и чем выше она приложена, тем больше опрокидывающий момент.

Если бы существовала только пара сил $\vec{F}$ и $\vec{Q}$, брусок опрокидывался бы при сколь угодно малой приложенной силе $\vec{F}$. На самом же деле, чтобы опрокинуть брусок, сила $\vec{F}$ должна иметь строго определенную величину. Следовательно, существует момент, препятствующий опрокидыванию. Происхождение момента легко понять.

Момент пары сил $\vec{F}$ и $\vec{Q}$ стремится приподнять левый край бруска и плотнее прижать к площадке его правую половину. В результате сила реакции опоры $\vec{R}$, приложенная вертикально вверх к основанию бруска и равная по модулю его силе тяжести $\vec{P}$, уже не будет проходить через центр нижней грани и центр тяжести бруска, а сместится несколько вправо (рис. 6, *б*). Чем больше модуль силы $\vec{F}$, тем больше опрокидывающий момент, тем дальше вправо должна сместиться сила $\vec{R}$, чтобы брусок не опрокинулся. В зависимости от соотношения между величинами a, b, h и F могут быть два случая:

1. Сила $\vec{F}$ достигнет по модулю значения $|\vec{Q}_{\text{макс}}| = k|\vec{P}|$ прежде, чем $\vec{R}$ выйдет за пределы контура опоры. Тогда брусок придет в движение по плоскости, не опрокинувшись.

2. До того как $|\vec{F}|$ сравняется с $k|\vec{P}|$, реакция опоры подойдет к правой границе нижней плоскости бруска.

После этого момент пары сил $\vec{R}$ и $\vec{P}$ уже не сможет больше компенсировать момента пары $\vec{F}$ и $\vec{Q}$, и брусок опрокинется.

Отсюда вытекает, между прочим, несложный способ определения коэффициента трения между бруском и поверхностью, на которой он стоит.

Приложим силу $|\vec{F}|$, чуть-чуть превышающую $k|\vec{P}|$, у самой нижней грани бруска. Он придет тогда в равномерное движение. Будем постепенно поднимать точку приложения силы $\vec{F}$ (все это легко проделать, вооружившись коробкой из-под туфель). Тогда при некоторой высоте брусок, не приходя в поступательное движение, начнет опрокидываться.

Запишем «граничные условия», при которых наблюдается переход от одного случая к другому, т. е. равенство сил и моментов (последние будем определять относительно оси, проходящей через центр тяжести бруска и перпендикулярной плоскости рисунка, считая положительными моменты, вращающие брусок по часовой стрелке, и отрицательными — стремящиеся повернуть его в противоположном направлении):

$$|\vec{R}| - |\vec{P}| = 0,$$

$$|\vec{Q}| - |\vec{F}| = 0, \qquad (\vec{F} = k\vec{P})$$

$$|\vec{F}| \cdot \left(h - \frac{b}{2}\right) + |\vec{Q}| \cdot \frac{b}{2} - |\vec{R}| \frac{a}{2} - |\vec{P}| \cdot 0 = 0.$$

Отсюда определяем коэффициент трения:

$$k = \frac{a}{2h}.$$

Из последнего выражения видно, что не со всяким бруском опыт удастся: экспериментальное определение коэффициента трения таким способом возможно лишь в том случае, если высота бруска b удовлетворяет условию

$$b > \frac{a}{2k}.$$

Для куба, например, $\frac{a}{b} = 1$, и определить коэффициент трения «методом опрокидывания» нельзя, так как в большинстве реальных случаев коэффициент трения меньше половины единицы. Однако с прямоугольным бруском опыт чаще всего можно произвести, ориентировав грани соответствующим образом.

Сформулируем теперь софизм. Пусть на горизонтальной площадке помещен не брусок, а шар. Он имеет с площадкой единственную точку соприкосновения. Поэтому сила реакции опоры и сила тяжести тела всегда должны проходить через нее. Значит, момент пары сил R и P (или сумма моментов этих сил относительно точки соприкосновения) равен нулю. Следовательно, любая, даже очень малая, сила, приложенная к шару, должна привести его во вращение. Иными словами, коэффициент трения качения всегда должен равняться нулю! На самом же деле, он, хотя и значительно меньше коэффициента трения скольжения, однако нулю все же не равен.

Где же ошибка в наших рассуждениях?

12. С КАКОЙ СИЛОЙ ДАВЯТ НОЖКИ СТОЛА?

На рисунке 7 изображен стол, покоящийся на наклонной плоскости. Заменим силу тяжести $\vec{P}$, приложенную к центру тяжести C стола, двумя параллельными ей силами $\vec{F_1}$ и $\vec{F_2}$, проходящими через концы ножек стола — точки A и B (рис. 7, *а*). Модули сил $\vec{F_1}$ и $\vec{F_2}$ в сумме должны давать $|\vec{P}|$ и относиться между собой обратно пропорционально расстояниям точек A и B до направления силы $\vec{P}$ (последнее утверждение представляет со-

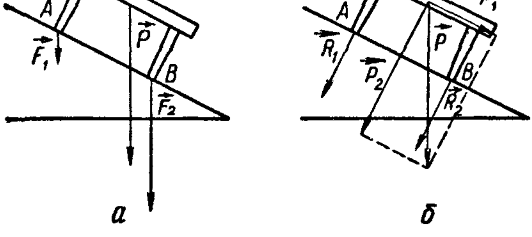


Рис. 7.

бой условие отсутствия вращения стола относительно оси, проходящей через его центр тяжести перпендикулярно плоскости рисунка). Произведя при точках A и B не показанное на рисунке разложение сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ на составляющие, перпендикулярные и параллельные наклонной плоскости, можно убедиться, что силы давления, производимые ножками стола в точках A и B на наклонную плоскость, оказываются различными.

Однако можно поступить так, как показано на рисунке 7, *б*: вначале разложить силу тяжести $\vec{P}$ на составляющие $\vec{P}_1$ и $\vec{P}_2$. Составляющая $\vec{P}_1$ стремится привести стол в движение по наклонной плоскости и, поскольку стол находится в покое, компенсируется силой трения. Разложив силу $\vec{P}_2$ на составляющие $\vec{R}_1$ и $\vec{R}_2$, проходящие через точки A и B, убеждаемся, что эти силы (силы давления ножек стола на наклонную плоскость) равны.

Таким образом, давление ножек стола оказалось зависящим не только от силы тяжести стола, но и от способа разложения сил, что противоречит как здравому смыслу, так и жизненному опыту. Следовательно, в одном из наших рассуждений имеется ошибка.

В каком же именно?

13. ЗАГАДОЧНЫЙ РЫЧАГ.

Пусть рычаг (рис. 8) уравновешен силами $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. Обычно считают, что сила $\vec{F}_3$, приложенная к концу ры-

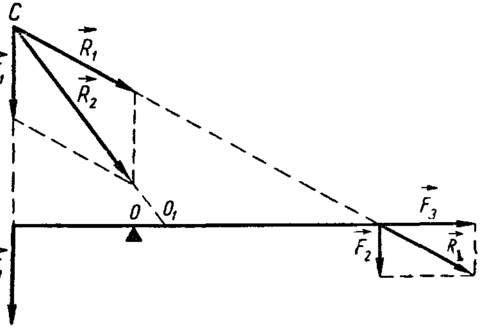


Рис. 8.

чага в направлении его длины, не нарушит равновесия. Но можно «доказать», что это не так!

Продолжим направление силы $\vec{R}_1$, являющейся равнодействующей сил $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$, и силу $\vec{F}_1$ до взаимного пересечения в некоторой точке C и сложим их. Тогда сила $\vec{R}_2$ явится равнодействующей всех трех сил: $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$.

Из чертежа видно, что плечо силы $\vec{R}_2$, а следовательно, и ее момент относительно оси вращения рычага O не равны нулю. Поэтому рычаг, вероятно, должен прийти во вращение в направлении часовой стрелки.

Справедливо ли это заключение?

14. КАПРИЗНАЯ КАТУШКА.

От лиц, занимающихся рукоделием, можно слышать интересный рассказ о причудливом поведении катушки с нитками, закатившейся под диван, стол или шкаф. Если пытаться вытянуть катушку за нить, держа последнюю горизонтально, то катушка послушно выкатывается из своего «убежища». Но попробуйте тянуть за наклонную нить, и вы станете свидетелем любопытного явления: вместо того, чтобы следовать за нитью, катушка прячется еще дальше. Чем объяснить причуды катушки?

Примечание. При экспериментальной проверке сказанного следует брать катушку, с которой смотано еще не очень много ниток, а угол наклона выбирать не слишком малым.

15. ПРАВ ЛИ БЫЛ АРИСТОТЕЛЬ?

Жившего в IV веке до нашей эры (384—322) знаменитого греческого ученого Аристотеля недаром называют «отцом наук». Его вклад в развитие наук о природе, в том числе и в физику, огромен. Однако не всегда взгляды и умозаключения Аристотеля совпадали с принятыми в настоящее время. Рассмотрим для примера одно из принадлежавших ему рассуждений.

Камень под действием собственной силы тяжести падает с определенной скоростью. Если положить на него еще один такой же камень, то лежащий сверху будет подталкивать нижний, в результате чего скорость нижнего возрастет.

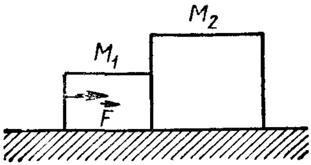


Рис. 9.

Между тем сейчас твердо установлено, что все тела, независимо от их массы, падают с одним и тем же ускорением, т. е. за одинаковые промежутки времени их скорость увеличивается на одну и ту же величину.

В чем же заключается допущенная Аристотелем ошибка?

16. СДВИНЕТСЯ ЛИ С МЕСТА БРУСОК?

Рассмотрим два бруска массами M_1 и M_2, покоящиеся на горизонтальной идеально гладкой поверхности (рис. 9). Приложим к левому бруску силу $\vec{F}$, которая через него будет действовать на правый брусок. По третьему закону Ньютона второй брусок должен действовать на первый с равной по величине и противоположно направленной силой $-\vec{F}$. Поскольку трение отсутствует (поверхность идеально гладкая), результирующая сила $\vec{R}$, действующая на левый брусок, равна сумме приложенной силы $\vec{F}$ и силы реакции $-\vec{F}$ второго бруска:

$$\vec{R} = \vec{F} + (-\vec{F}) = 0.$$

Откуда ускорение левого бруска

$$\vec{a}_1 = \frac{\vec{R}}{M_1} = 0.$$

Таким образом, как бы ни велика была сила $\vec{F}$, она никогда не сдвинет с места брусок M_1?!

17. КАКАЯ СИЛА ПРИЛОЖЕНА К ТЕЛУ?

К телу массой 2 кг приложена сила, под действием которой его скорость за 5 с возросла с 10 до 20 м/с, причем это изменение произошло на пути 30 м. Чему равна величина силы? Считать, что трение пренебрежимо мало, а направления силы и перемещения совпадают.

На первый взгляд обычная задача, которая, как это часто бывает, допускает несколько вариантов решения. Ее можно, например, решить «на основе динамических соображений» (иначе говоря, исходя из второго закона Ньютона):

$$F=ma=m\frac{v_2-v_1}{t}.$$

Подставляя числовые значения, получим:

$$F=2\text{ кг}\,\frac{20\text{ м/с}-10\text{ м/с}}{5\text{ с}}=4\text{Н}.$$

Можно также воспользоваться законом сохранения энергии. Приравняв работу искомой силы увеличению кинетической энергии тела, имеем:

$$Fs=\frac{mv_2^2}{2}-\frac{mv_1^2}{2},$$

откуда

$$F=\frac{m}{2s}\left(v_2^2-v_1^2\right).$$

После подстановки числовых значений найдем:

$$F=\frac{2\text{ кг}}{2\cdot 30\text{ м}}(400\text{ м}^2/\text{с}^2-100\text{ м}^2/\text{с}^2)=10\text{ Н}.$$

Почему эта задача имеет два решения? Разве могут два различных ответа одновременно быть правильными?

18. ДВЕ ТЕЛЕЖКИ.

Второй закон Ньютона гласит, что одинаковые силы сообщают телам равных масс равные ускорения. Почему же в таком случае тележка, изображенная на рисунке 10, *а*, набирает скорость медленнее, чем тележка, показанная на рисунке 10, *б*, хотя массы тележек одинаковы?

19. КАКОВО УСКОРЕНИЕ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ!

Три одинаковых шарика M_1, M_2 и M_3 подвешены на невесомых пружинах I и II один под другим так, что расстояния AB и BC между ними равны (рис. 11) и центр тяжести системы совпадает с центром шарика

M_2. Если разрезать нить, удерживающую шарик M_1, вся система начинает падать под действием силы тяжести.

Как известно, ускорение центра тяжести (эту точку называют также центром масс и центром инерции) системы можно найти, поделив сумму внешних сил, приложенных к системе, на ее массу:

$$\vec{a} = \frac{M_1\vec{g}+M_2\vec{g}+M_3\vec{g}}{M_1+M_2+M_3} =$$

$$= \frac{3M\vec{g}}{3M} = \vec{g}.$$

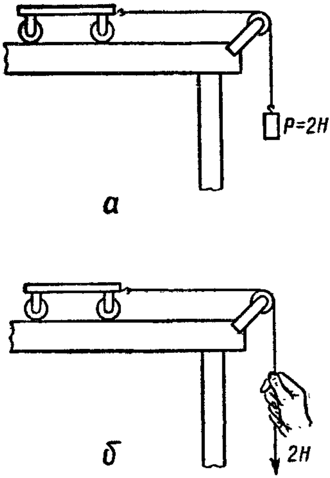


Рис. 10.

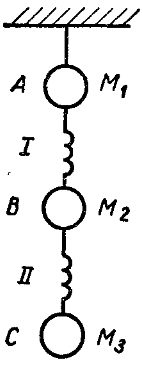


Рис. 11.

Однако приведенные ниже соображения как будто бы опровергают этот вывод.

Действительно, пружина I тянет шарик M_2 вверх сильнее, чем пружина II тянет его вниз, так как их натяжения и перед разрезанием нити и сразу же после него равны соответственно: $|\vec{f}_{I}|=2M|\vec{g}|$ и $|\vec{f}_{II}|=M|\vec{g}|$. Следовательно, шарик M_2 (центр тяжести системы) должен падать с ускорением, меньшим $\vec{g}$.

Как объяснить полученное противоречие?

20. СТРЕМИТЕЛЬНЫЙ ВЕЛОСИПЕДИСТ.

Велосипедист без особого труда может развить силу тяги 100 Н. Считая силу трения постоянной и равной 50 Н, а массу велосипедиста вместе с велосипедом равной 100 кг, найдем ускорение:

$$a = \frac{100\text{Н}-50\text{Н}}{100\ \text{кг}} = 0{,}5\ \text{м/с}^2.$$

При таком ускорении уже через 20 мин после начала движения скорость станет $v=0{,}5\ \text{м/с}^2\cdot 1200\ \text{с}=600\ \text{м/с}$.

Но ведь это же скорость винтовочной пули!

21. ПО ПРИМЕРУ МЮНХГАУЗЕНА.

Мы от души смеемся, читая, как хвастливый барон Мюнхгаузен вытащил себя вместе с лошадью из болота за волосы. Но разве примерно не так поступает велосипедист, желая въехать на тротуар? Ведь в тот момент, когда переднее колесо велосипеда подходит к кромке тротуара, он подтягивает руль к себе. При этом передняя часть велосипеда приподнимается, и он без толчка въезжает с проезжей части улицы на тротуар.

Почему же то, что не могло удасться Мюнхгаузену, выполняет велосипедист?

22. ЗАГАДКА СИЛ ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ.

Закон всемирного тяготения записывается следующим образом:

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{R^2}.$$

Анализируя это соотношение, легко прийти к любопытным выводам: при неограниченном уменьшении расстояния между телами сила их взаимного притяжения должна возрастать также неограниченно, становясь бесконечно большой при нулевом расстоянии.

Почему же в таком случае мы без особого труда поднимаем одно тело с поверхности другого (например, камень с земли), встаем со стула и т. д.?

23. КАКИЕ ПРИЛИВЫ ДОЛЖНЫ БЫТЬ СИЛЬНЕЕ?

Приливы и отливы в морях и океанах вызываются, как известно, притяжением вод Солнцем и Луной. Солнце расположено от Земли в 390 раз дальше Луны, а его масса в $27\cdot 10^6$ раз превышает лунную, так что все земные предметы притягиваются к Солнцу в $\frac{27\cdot 10^6}{390^2}=180$ раз сильнее, чем к Луне.

Казалось бы, что солнечные приливы должны быть поэтому значительно сильнее лунных. Однако на самом деле приливы, вызываемые Луной, несколько заметнее.

Чем же объяснить этот парадокс?

24. КАК ЗАВИСИТ РАБОТА ОТ СИЛЫ И ПУТИ?

Тот факт, что величины A и B связаны прямой пропорциональной зависимостью, записывается следующим образом:

$$A = kB,$$

где величина k носит название коэффициента пропорциональности.

Величина работы A, произведенной силой F на пути s, пропорциональна как силе, так и пути. Следовательно, должны выполняться следующие два равенства:

$$A = k_1 F \tag{1}$$

и

$$A = k_2 s. \tag{2}$$

Перемножим эти равенства почленно:

$$A^2 = k_1 k_2 Fs. \tag{3}$$

Произведение $k_1 k_2$ обозначим через k_3^2. Тогда равенство (3) можно переписать в следующем виде:

$$A^2 = k_3^2 Fs.$$

Извлекая из обеих частей равенства квадратный корень, получаем:

$$A = k_3 \sqrt{Fs}, \tag{4}$$

т. е. работа пропорциональна корню квадратному из произведения силы на пройденный путь.

Но это еще не все! Ведь можно поступить иначе. Поделим почленно равенство (2) на равенство (1):

$$1 = \frac{k_2 s}{k_1 F}.$$

Обозначив отношение k_2/k_1 через k_4, получаем

$$F = k_4 s, \tag{5}$$

а это означает, что сила становится тем больше, чем больший путь пройден под ее действием.

Как объяснить все эти несуразности?

25. «НАРУШЕНИЕ» ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ.

Рассмотрим следующее рассуждение, как будто противоречащее закону сохранения энергии.

Пусть в покоящуюся тележку массой m попадает и застревает в ней снаряд такой же массы, как и тележка, летевший перед тем горизонтально со скоростью v вдоль тележки. От толчка тележка с застрявшим в ней снарядом придет в движение, начальную скорость которого можно найти из закона сохранения количества движения:

$$v_1 = \frac{mv}{2m} = \frac{v}{2}.$$

Следовательно, кинетическая энергия тележки с застрявшим в ней снарядом равна

$$W_1 = \frac{2m\left(\frac{v}{2}\right)^2}{2} = \frac{mv^2}{4},$$

тогда как перед попаданием в тележку снаряд имел кинетическую энергию

$$W = \frac{mv^2}{2},$$

т. е. в два раза большую. Таким образом, после соударения половина энергии бесследно исчезла.

Не могли бы вы сказать куда?

26. ТАИНСТВЕННОЕ ИСЧЕЗНОВЕНИЕ ЭНЕРГИИ.

Поднимая ведро с углем на 4-й этаж, мы увеличиваем потенциальную энергию угля примерно на 800 Дж (сила тяжести угля равна около 80 Н и высота, на которую он поднят, приблизительно 10 м). Куда исчезает эта дополнительная потенциальная энергия после того, как уголь сгорит в печке?

27. ПАРАДОКС РАКЕТНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ.

Современные жидкостные реактивные двигатели, приводящие в движение ракеты, развивают силу тяги примерно 2000 Н, если ежесекундно сгорает килограмм смеси топлива с окислителем. При минимальной скорости, необходимой для запуска искусственного спутника Земли (примерно 8 км/с — первая космическая скорость), на каждый килограмм сгоревшей смеси развивается, следовательно, мощность:

$$N = Fv = 2000\text{Н} \cdot 8000 \text{ м/с} = 16 \cdot 10^6 \text{ Дж/с} = 16\,000 \text{ кВт} = 16 \text{ МВт}.$$

Между тем теплота сгорания часто применяемой в качестве горючего смеси керосина и азотной кислоты составляет примерно 6300 кДж/кг (около 1500 ккал/кг), т. е. при сгорании килограмма смеси в секунду должна развиваться мощность «только» 6300 кВт или в 2,5 раза меньше, чем нами получено выше.

Чем же объяснить, что при первой космической скорости топливо дает в 2,5 раза больше энергии, чем «полагается»?

28. ГДЕ ИСТОЧНИК ЭНЕРГИИ?

Чтобы поднять какое-либо тело над земной поверхностью, необходимо совершить работу по увеличению его потенциальной энергии. Эта работа совершается в разных случаях за счет различных источников. Мотор лифта, например, черпает энергию из электросети; самолет поднимается за счет энергии, выделяющейся при окислении (сгорании) топлива в его двигателе и т. д.

Но за счет какой энергии поднимаются вверх стратостаты и метеорологические шары-зонды, не имеющие двигателей?

29. ОБРУЧ И ГОРКА.

После того как обруч скатится с горки высотой H, его потенциальная энергия уменьшится на величину mgH. Если при этом трение пренебрежимо мало, то ровно настолько же возрастет кинетическая энергия:

$$mgH = \frac{mv^2}{2}.$$

Отсюда конечная скорость обруча

$$v = \sqrt{2gH}.$$

Полагая высоту горки равной 4,9 м, найдем

$$v = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \text{ м/с}^2 \cdot 4{,}9 \text{ м}} = 9{,}8 \text{ м/с}.$$

Однако опыт даст для скорости обруча, скатившегося с горки такой высоты, примерно 7 м/с, т. е. почти в полтора раза меньше. Столь большое расхождение с теорией отнести за счет трения никак нельзя. В чем же тогда причина?

30. ПАРАДОКС КИРПИЧНОЙ КЛАДКИ.

Чтобы выложить карниз здания, каменщик кладет кирпичи друг на друга так, чтобы часть каждого следующего кирпича выступала над нижележащим. Интересно, на сколько самый верхний кирпич можно сместить относительно самого нижнего, не применяя цементного раствора, извести или какой-либо другой связки?

На первый взгляд кажется, что не на очень много (что-нибудь около половины длины кирпича). Однако на самом деле верхний кирпич при достаточно большом числе кирпичей может выступать над самым нижним сколь угодно далеко!

Попробуйте это доказать.

31. КАК ПРАВИЛЬНО?

Для вычисления центростремительного ускорения можно пользоваться следующими выражениями:

$$a = \frac{v^2}{R} \text{ и } a = \omega^2 R.$$

Из первого равенства вытекает, что центростремительное ускорение *обратно* пропорционально расстоянию движущейся точки до оси вращения, а из второго приходится сделать противоположный вывод: зависимость между ускорением и радиусом вращения *прямая*. Но ведь верным должно быть что-то одно?!

32. ОСУЩЕСТВИМ ЛИ ТАКОЙ ДВИГАТЕЛЬ?

Пусть по изогнутой трубке (рис. 12) протекает вода. Поскольку ее движение происходит по дуге окружности, существует центростремительная сила, действую-

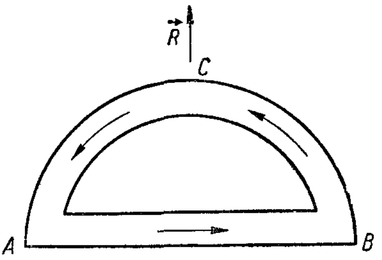


Рис. 12.

щая со стороны стенок трубки на воду. В свою очередь в соответствии с третьим законом Ньютона должна существовать противоположно направленная и равная по величине сила, называемая иногда центробежной, приложенная со стороны воды к стенкам трубки. На рисунке эта сила обозначена буквой $\vec{R}$.

Придет ли система в движение под действием силы $\vec{R}$?

33. В КАКУЮ СТОРОНУ ДОЛЖЕН ОПРОКИДЫВАТЬСЯ ПРИ РЕЗКОМ ПОВОРОТЕ АВТОМОБИЛЬ!

Чем более крутой поворот должен совершить автомобиль, мотоцикл или велосипед, тем бо́льшая по величине центростремительная сила нужна и тем чаще, к сожалению, происходит опрокидывание экипажей. Можно с уверенностью сказать, что чем больше величина центростремительной силы на повороте, тем больше вероятность аварии.

Но не кажется ли вам странным, что опрокидывание всегда происходит в сторону, *противоположную* направлению центростремительной силы, — поворачивая круто влево, автомобиль, как правило, опрокидывается в правую сторону, и наоборот?

Как объяснить это противоречие?

34. ПРОСТОЙ ВЫВОД ФОРМУЛЫ МАЯТНИКА.

В школьном учебнике физики формула периода колебания математического маятника приводится без доказательства. Между тем можно предложить простой вывод зависимости периода колебаний маятника от его длины и ускорения силы тяжести, не требующий большой математической подготовки. Этот вывод мы и предлагаем вниманию читателей.

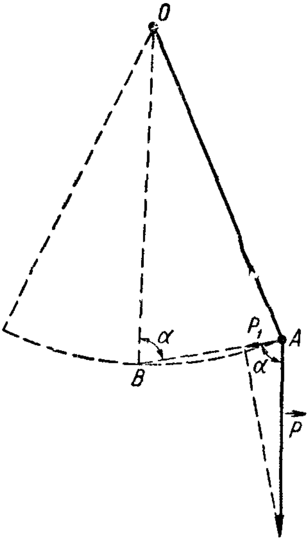


Рис. 13.

При малых углах отклонения (а только при этих условиях справедлива приводимая обычно формула маятника) дугу AB (рис. 13) можно заменить хордой AB. Из равнобедренного треугольника AOB для хорды AB можно записать ее значение:

$$AB = 2\ OB \cos\alpha = 2\, l \cos\alpha.$$

Движение маятника по этому пути можно рассматривать как равноускоренное, так как проекция P_1 силы тяжести $\vec{P}$ на направление движения маятника, т. е. вдоль хорды AB, равна

$$P_1 = |\vec{P}| \cos\alpha = m\, |\vec{g}| \cos\alpha.$$

Следовательно, модуль ускорения маятника по направлению AB составит

$$|\vec{a}| = |\vec{g}| \cos\alpha.$$

При равноускоренном движении время, путь и ускорение связаны зависимостью

$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}}.$$

Подставляя в последнее уравнение значение ускорения при движении по хорде AB и длину этой хорды, а также учитывая, что период маятника в четыре раза больше времени, необходимого для прохождения пути AB, получим для искомой величины

$$T = 8\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Почему же в приводимой в учебниках формуле перед квадратным корнем стоит коэффициент 2π, т. е. примерно 6,28?

35. КОНИЧЕСКИЙ МАЯТНИК.

На оси центробежной машины закреплен круглый диск с проволочной дужкой, к середине которой на нити длиной l подвешен маленький шарик массой m. На покоящемся диске нить располагается отвесно по оси машины. При вращении же машины нить с шариком начинает описывать в пространстве конус (отсюда и название «конический маятник»), отклоняясь от вертикали на некоторый угол α, как показано на рисунке 14. Найдем этот угол, когда угловая скорость вращения машины составляет ω.

На шарик действуют, очевидно, лишь две силы — сила $\vec{T}$ натяжения нити и сила $\vec{P}=m\vec{g}$ притяжения шарика к Земле. Их равнодействующая $\vec{F}$ является центростремительной силой. Поскольку движение шарика происходит в горизонтальной плоскости, силы $\vec{F}$ и $\vec{P}$ образуют прямой угол. Поэтому

$$|\vec{F}| = |\vec{P}| \operatorname{tg} \alpha = m |\vec{g}| \operatorname{tg} \alpha.$$

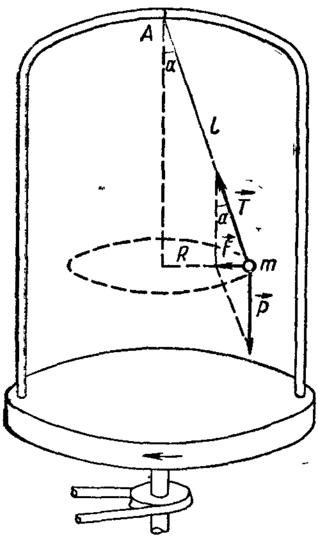


Рис. 14.

Пользуясь вторым законом Ньютона, модуль равнодействующей $\vec{F}$ можно выразить через центростремительное ускорение шарика $a=\omega^2R=\omega^2 l\sin\alpha$ следующим образом:

$$|\vec{F}| = m\omega^2 l \sin \alpha.$$

Приравнивая оба выражения для модуля силы $\vec{F}$, имеем

$$m\omega^2 l \sin \alpha = m |\vec{g}| \operatorname{tg} \alpha$$

или после сокращения на $m \sin\alpha$

$$\omega^2 l = \frac{|\vec{g}|}{\cos \alpha}.$$

Из последнего выражения находим

$$\cos\alpha = \frac{|\vec{g}|}{\omega^2 l}.$$

Пусть длина нити равна 0,2м, а угловая скорость вращения центростремительной машины составляет 3,5 рад/с. Тогда для косинуса искомого угла получаем

$$\cos\alpha = \frac{9{,}8\ \text{м/с}^2}{3{,}5^2\ \text{с}^{-2}\cdot 0{,}2\ \text{м}} = 4.$$

Однако из математики хорошо известно, что максимальное значение косинуса равно единице!

В чем же дело? Почему физика «вступила в конфликт» с математикой?

36. ВОЗМОЖНЫ ЛИ ПОПЕРЕЧНЫЕ ВОЛНЫ В ЖИДКОСТЯХ?

В одном из школьных учебников было написано, что «продольные волны могут распространяться как в твердых, так и в жидких и газообразных телах, так как у всех этих тел при изменении объема возникают силы упругости. В газах и жидкостях при изменении формы силы упругости не возникают, поэтому упругие поперечные волны распространяться не могут».

Между тем в том же учебнике несколько раньше утверждалось, что «если бросить камень в пруд, то можно видеть как от места падения камня в воде будут распространяться круговые *поперечные* волны» (курсив мой. — *В. Л.*).

Таким образом, автор учебника, вступая в противоречие с самим собой, вначале приводит пример поперечных волн в жидкостях, а затем возможность их существования отрицает.

Какое же из двух утверждений правильно?

37. НАБЛЮДАЕТСЯ ЛИ В ЭТОМ ОПЫТЕ ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ЗВУКА?

В одном из учебников описывается такой опыт. Если медленно вращать вокруг продольной оси поднесенный к уху звучащий камертон, то отчетливо будут слышны периодические усиления и ослабления звука. В учебнике утверждалось, что наблюдаемый эффект может быть объяснен интерференцией волн, приходящих от различных ветвей камертона. Рассмотрим, так ли это.

Чтобы в результате интерференции звуковых волн, приходящих от разных ветвей камертона, возникло ослабление звука, колебания должны подходить, имея разность хода полволны. При частоте камертона 440 Гц, например, и скорости звука 340 м/с такая разность хода может возникнуть на расстоянии примерно 0,4 м. Между тем одну ветвь от другой отделяет расстояние всего 2—3 см.

Можно ли отсюда сделать вывод, что наблюдаемое явление не имеет ничего общего с интерференцией?

38. ПОЧЕМУ УСИЛИВАЕТСЯ ЗВУК?

Обычно издаваемый камертоном звук настолько слаб, что слышен лишь на небольшом расстоянии. Однако, если камертон закреплен на резонаторе — прямоугольном деревянном ящике, его звук хорошо слышен в сравнительно большой аудитории.

Откуда берется во втором случае «лишняя» энергия? Не сталкиваемся ли мы здесь с нарушением закона сохранения энергии?

39. БУДЕТ ЛИ ДВИГАТЬСЯ ВАГОНЕТКА?

Пусть вагонетка, форма которой показана на рисунке 15, наполнена водой или какой-либо другой жидкостью, лучше всего тяжелой, например ртутью. Среднее давление на правую и левую стенки вагонетки одинаково, так как оно зависит только от высоты столба жидкости и ее плотности. Но площадь правой стенки больше, поэтому больше и сила давления, действующая на нее.

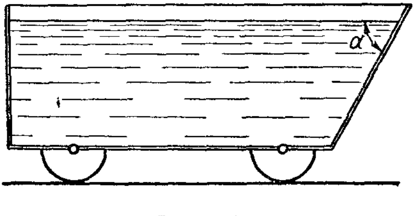


Рис. 15.

Кажется поэтому, что вагонетка должна прийти в движение в направлении слева направо.

Не означает ли это осуществимость дарового двигателя?

40. ПОЧЕМУ НЕТ КОМФОРТА НА ПОДВОДНЫХ ЛОДКАХ?

Читавшие роман Жюля Верна «20 тысяч лье под водой» помнят, вероятно, с каким восторгом отзывался о комфортабельных и просторных помещениях подводной лодки «Наутилус» случайно попавший на нее профессор Аронакс.

Большая столовая, не уступавшая ей по размерам библиотека, салон для отдыха, удобные каюты, широкие коридоры, колоссальный машинный зал.

Как это непохоже на настоящие подводные лодки, у которых две трети, а то и три четверти внутреннего объема занято механизмами! Далеко не каждый член экипажа имеет на лодке постоянную койку, а обычно делит ее с подвахтенными товарищами. Теснота на подводной лодке буквально сковывает все движения. Отчасти поэтому для службы на них отбираются самые выносливые люди.

Почему же не строят более просторные лодки? По-видимому, дело не в экономии места и не в спартанской строгости военных кораблей, так как на надводных военных судах (линкорах и крейсерах) имеются просторные кают-компании и уж, во всяком случае, каждый член экипажа имеет свое постоянное место для ночлега и отдыха.

Что же мешает сделать помещения на подводной лодке более просторными?

41. ДОЛЖНА ЛИ ВОДА ОКАЗЫВАТЬ ДАВЛЕНИЕ НА ДНО СОСУДА?

Лишь немногие знают, что Галилео Галилей (1564—1642) до конца своих дней сомневался в существовании атмосферного давления. Честь открытия последнего принадлежит Еванджелисте Торричелли (1608—1647) — замечательному ученику гениального физика.

В подтверждение своего мнения Галилей приводил следующее рассуждение. На некоторый мысленно выделенный внутри объем воды (или любой иной жидкости) действуют две противоположно направленные силы — сила притяжения к Земле и выталкивающая сила. Согласно закону Архимеда эти силы равны по величине. Поэтому рассматриваемый объем пребывает в равнове-

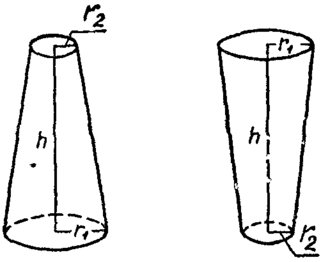


Рис 16.

сии, т. е. не всплывает и не тонет. *Можно сказать, что вода в воде ничего не весит.* Но как может оказывать давление на нижележащие слои то, что само не имеет веса?!

Так и воздух в воздухе, говорил Галилей, «не имея веса»[1] сам, не может давить на расположенные ниже слои и в конечном счете на земную поверхность.

Где же ошибка в рассуждениях Галилея?

42. ГИДРОСТАТИЧЕСКИЙ ПАРАДОКС.

На рисунке 16 изображены два сосуда, имеющие форму прямого усеченного конуса. Масса каждого сосуда $m=400$ г, высота $h=30$ см, а площади оснований $S_1=200$ см^2 и $S_2=50$ см^2. У первого сосуда дном является большее основание, а у второго — меньшее.

Наполним оба сосуда до самого верха водой. Поскольку уровни жидкости в обоих сосудах находятся на одной высоте, давления p на дно будут, разумеется, одинаковыми и равными

$$p=Dgh=10^3\ \text{кг/м}^3\cdot 9{,}8\ \text{м/с}^2\cdot 0{,}3\ \text{м}=2940\ \text{Н/м}^2=2{,}94\ \text{кПа}.$$

Рассчитаем теперь модули сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, с которыми вода давит на дно в обоих сосудах:

$$|\vec{F}_1|=pS_1=2{,}94\cdot 10^3\ \text{Н/м}^2\cdot 2\cdot 10^{-2}\ \text{м}^2=58{,}8\ \text{Н},$$

$$|\vec{F}_2|=pS_2=2{,}94\cdot 10^3\ \text{Н/м}^2\cdot 5\cdot 10^{-3}\ \text{м}^2=14{,}7\ \text{Н}.$$

Поскольку вес $\vec{P}$ каждого сосуда по модулю составляет $|\vec{P}|=m|\vec{g}|=0{,}4\ \text{кг}\cdot 9{,}8\ \text{м/с}^2=3{,}92$ Н, мы должны

[1] Мы поставили в этой фразе кавычки, так как употребили выражение не в буквальном смысле: Галилей не сомневался в весомости воздуха. Более того, он был первым, кому удалось (1637 г.) определить его плотность. Но, как ни странно, он не верил в существование атмосферного давления.

как будто бы заключить, что первый сосуд давит на подставку с силой, модуль которой

$$|\vec{R}_1| = |\vec{F}_1| + |\vec{P}| = 58{,}8\ \text{Н} + 3{,}92\ \text{Н} \approx 62{,}7\ \text{Н},$$

а второй — с силой

$$|\vec{R}_2| = |\vec{F}_2| + |\vec{P}| = 14{,}7\ \text{Н} + 3{,}92\ \text{Н} \approx 18{,}6\ \text{Н},$$

т.е. почти в 3,5 раза меньшей.

Таким образом, если поставить сосуды на весы, то, хотя они во всем одинаковы (кроме того, что один по отношению к другому перевернут), первый перетянет второй?!

Если вспомнить, что объем усеченной пирамиды

$$V = \frac{\pi}{3}(r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)\ h = \frac{1}{3}(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)\ h =$$

$$= \frac{1}{3}(200\ \text{см}^2 + \sqrt{200\ \text{см}^2 \cdot 50\ \text{см}^2} + 50\ \text{см}^2) \cdot 30\ \text{см} =$$

$$= 3500\ \text{см}^3,$$

то для абсолютной величины веса $\vec{P}_0$ воды в обоих сосудах получим

$$|\vec{P}_0| = VDg = 3{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^3 \cdot 10^3\ \text{кг/м}^3 \cdot 9{,}8\ \text{м/с}^2 = 34{,}3\ \text{Н}$$

а модуль веса каждого сосуда вместе с водой равен

$$|\vec{P}_0| + |\vec{P}| = 34{,}3\ \text{Н} + 3{,}92\ \text{Н} \approx 38{,}2\ \text{Н}.$$

Таким образом, первый сосуд давит на подставку с силой на 62,7 Н — 38,2 Н = 24,5 Н большей, чем «ему положено», а второй сосуд «недотягивает» 38,2 Н — — 18,6 Н = 19,6 Н.

Получается сущая нелепица — как будто бы вес предмета (в данном случае сосуда с водой) изменяется при переворачивании на 180° вокруг горизонтальной оси?!

Полученное нами противоречие со здравым смыслом в истории физики получило название гидростатического парадокса. Хотя его открытие некоторые авторы приписывают знаменитому французскому физику, математику и философу Б. Паскалю (1623—1662), на самом деле гидростатический парадокс был обнаружен и правильно объяснен голландским ученым С. Стевином (1548–1620), известным своими трудами в области математики, механики и техники. Недоразумение произошло, видимо, потому, что Паскаль, не будучи знаком с работой Стевина, построил и описал прибор для демонстрации гидростатического парадокса.

Попробуйте и вы разобраться в происхождении гидростатического парадокса.

43. ОШИБКА ФИЗИКА.

«Человеку свойственно ошибаться» — гласит латинская пословица. И действительно, ошибаются даже великие люди, как об этом свидетельствуют примеры, приведенные в задачах 15 и 41. А вот еще один.

В начале нашего века дирижабли и воздушные шары наполнялись водородом. Во время сражений первой мировой войны они становились удобным объектом обстрела, так как малейшее попадание пули или снаряда почти наверняка приводило к взрыву водорода и гибели шара вместе с экипажем. Потери были настолько велики, что воюющие стороны были вынуждены вскоре отказаться от использования воздушных шаров для военных целей.

Но однажды над Лондоном появился необычайный дирижабль: он получил множество попаданий, однако катастрофы вслед за этим не последовало. Оказывается, с 1918 г. немцы стали применять для наполнения дирижаблей гелий.

Когда об этом стало известно, один физик сказал: «Гелий вдвое тяжелее водорода, следовательно, подъемная сила шаров должна уменьшиться вдвое». На самом же деле подъемная сила осталась практически неизменной.

Как это объяснить?

44. ЗАГАДКА ЧЕРДАЧНЫХ ОКОН.

Вот что сообщил в редакцию журнала «Знание — сила» один из читателей: «У нас в селе осенью и зимой дуют такие сильные ветры, что с крыш срывается черепица.

Задумались мы, как спасти черепицу, а один старик говорит: «Надо на фронтонах домов делать чердачные окна». Удивились мы этому совету, но стали проверять. И что же: где есть окна — цела черепица. Где нет — летит с крыш. В чем тут дело?»

Попробуйте и вы объяснить «секрет» чердачных окон.

45. ПОЧЕМУ СКОРОСТИ РАЗЛИЧНЫ!

Мы не удивляемся, если скорости плывущих по реке в одном направлении пароходов различны, — это можно объяснить различием в их конструкции и мощности двигателей.

Но почему с разной скоростью плывут по реке не имеющие собственных двигателей плоты? Замечено даже, что чем сильнее загружен плот, тем более быстроходным он становится.

С чем это связано?

II ТЕПЛОТА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

46. ДОСТИГАЮТ ЛИ ДНА ЗАТОНУВШИЕ КОРАБЛИ?

Все тела под воздействием давления сжимаются: сильнее — газы, много меньше — жидкости и больше всего сопротивляются попыткам уменьшить их объем твердые тела.

Не следует ли отсюда, что тонущие на глубоком месте корабли никогда не достигают дна, поскольку на больших глубинах вода сжата так сильно, что ее плотность превышает плотность металла, из которого изготовлен корпус судна?

Профессор Аронакс, о котором мы уже упоминали в задаче 40, утверждал, что во время своего невольного плена на подводной лодке «Наутилус» ему приходилось наблюдать такие корабли-призраки, висящие между поверхностью и дном океана.

Правду ли говорил профессор?

47. КАКОВА ТЕМПЕРАТУРА НА БОЛЬШОЙ ВЫСОТЕ?

Уже первые воздухоплаватели, поднимавшиеся сравнительно невысоко над земной поверхностью, отметили понижение температуры воздуха. На высоте нескольких километров, где проложены трассы современных пассажирских реактивных самолетов, господствует такой сильный мороз, что пассажиры попросту бы замерзли, если бы кабины самолета не отапливались.

Однако при дальнейшем подъеме наблюдается так называемая *инверсия*, т. е. температура начинает возрастать. А на высоте нескольких сотен километров молекулы воздуха обладают скоростями, которым соответствуют температуры в несколько тысяч градусов!

Почему же в таком случае не плавятся и не сгорают летающие именно на таких высотах в течение длительного времени искусственные спутники Земли?

48. ВОПРЕКИ ТЕПЛОВЫМ ЗАКОНАМ.

Имеются три одинаковых дьюаровских сосуда *А*, *Б* и *В*. В первых двух налито по одному литру воды при температурах 80 и 20°С соответственно. Имеется также еще один пустой сосуд *Г* с абсолютно теплопроводными стенками. Размеры сосуда *Г* позволяют помещать его внутрь дьюаровских сосудов.

Можно ли, оперируя всеми четырьмя сосудами, нагреть при помощи горячей воды холодную так, чтобы ее конечная температура стала выше конечной температуры горячей? Смешивать воду в сосудах *А* и *Б* при этом не разрешается.

Обычно задачу считают невыполнимой на том основании, что переход тепла «сам собой» происходит лишь от тел более нагретых к телам с меньшей температурой и прекращается, как только температуры обоих тел сравняются. Однако задача все же имеет решение.

Попробуйте его отыскать.

49. ПОЧЕМУ НЕ ПОМОГЛА ТЕПЛОВАЯ ИЗОЛЯЦИЯ?

Медная трубка с внешним диаметром 1 см служит проводником пара. Чтобы уменьшить тепловые потери, ее покрыли слоем теплоизолирующего материала толщиной 5 мм. Но потери после этого не только не уменьшились, но даже, наоборот, возросли.

Почему это произошло?

50. КАКАЯ ШКАЛА ВЫГОДНЕЕ?

В некоторых странах при измерении температур до сих пор пользуются шкалой, предложенной в 1730 г. французским физиком Р. А. Реомюром (1683—1757). В этой шкале точка плавления льда, как и в шкале Цельсия, принята за 0°, но считается, что вода при нормальном давлении закипает при 80°R [1].

Рассчитаем количество теплоты, необходимое для

[1] На самом деле шведский астроном и физик А. Цельсий (1701—1744) предложил шкалу, в которой точка кипения воды была обозначена через 0, а точка плавления льда — числом 100. Шкале Цельсия придал современный вид в 1745 г. его соотечественник М. Штремер (1707—1770).

нагревания 100 г воды, взятой при температуре таяния льда, до кипения.

Вычисления, выполненные в международной системе единиц по шкале Цельсия, дают

$$Q_1 = 0{,}1 \text{ кг} \cdot 4{,}19 \text{ кДж/(кг} \cdot {}^\circ\text{C)} \cdot 100^\circ\text{C} = 41{,}9 \text{ кДж}.$$

Те же вычисления, произведенные в градусах шкалы Реомюра, приводят к значению

$$Q_2 = 0{,}1 \text{ кг} \cdot 4{,}19 \text{ кДж/(кг} \cdot {}^\circ\text{R)} \cdot 80^\circ\text{R} = 33{,}5 \text{ кДж},$$

т.е., пользуясь второй шкалой, мы, казалось бы, затрачиваем на нагревание воды на 8,4 кДж меньше теплоты.

Так ли это?

51. ЗА СЧЕТ ЧЕГО СОВЕРШАЕТСЯ РАБОТА?

Чтобы система совершила работу, к ней на основании закона сохранения энергии необходимо подвести соответствующее количество энергии. Так, чтобы газ, находящийся под поршнем в цилиндре, расширяясь, поднимал поршень, необходимо газ подогревать.

Но иногда тех же результатов можно добиться, действуя противоположным образом. Нальем воду в чугунный шар доверху и герметически закупорим его. Если теперь охладить шар ниже 0°C, *отняв* у него тепло, то замерзающая вода разорвет чугун, т.е. совершит работу.

Где же источник энергии, разрушивший шар?

52. ОБЛАДАЕТ ЛИ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЭНЕРГИЕЙ СЖАТЫЙ ГАЗ?

Во многих троллейбусах, автобусах и трамваях двери открывает и закрывает сжатый воздух. Очень часто с его помощью работают также и тормоза.

Всякая работа, как известно, совершается за счет какого-то источника энергии (по формуле $A=Fs$ мы, в сущности, вычисляем количество энергии, переданной от одного тела к другому), и иногда приходится слышать утверждение, что «сжатый воздух совершает работу за счет потенциальной энергии, которой он обладает». Однако такое утверждение глубоко ошибочно.

В самом деле, по своим свойствам не очень сильно сжатый воздух, находящийся при температурах, близких к комнатным, подобен идеальному газу, внутренняя энергия которого не зависит от объема, так как силы взаимодействия между молекулами идеального газа отсутствуют. Поэтому при сжатии или расширении внутренняя энергия воздуха практически не изменяется.

За счет какого же источника энергии работают тормоза или открываются и закрываются двери?

53. СНОВА ИСЧЕЗНОВЕНИЕ ЭНЕРГИИ.

Согнув стальную полоску, мы сообщаем ей некоторый запас энергии. Поместим полоску в согнутом состоянии в стакан так, чтобы стенки стакана не давали ей возможности распрямиться, и наполним стакан крепкой серной кислотой. Сталь постепенно растворится в кислоте, и вместе с полоской бесследно исчезнет запасенная в ней энергия.

Но разве возможно исчезновение энергии?

54. КУДА ИСЧЕЗАЕТ ЭНЕРГИЯ ТОПЛИВА, СГОРЕВШЕГО В РАКЕТЕ?

Представим установленную вертикально ракету. Сила тяги, развиваемая ее двигателями, может меняться в очень широких пределах. Регулируя подачу топлива, можно, в частности, создать тягу, в точности равную силе тяжести ракеты. В таком случае она, уподобившись «гробу Магомета», который, по представлению мусульман, висит ни на что не опираясь, повиснет над поверхностью Земли неподвижно, не падая, но и не поднимаясь.

Создается кажущееся парадоксальным положение: в двигателях сгорает топливо, развивается большая тяга, но производимая работа, в согласии с формулой

$$A = Fs,$$

равна нулю, поскольку перемещение под действием силы отсутствует.

Куда же в таком случае исчезает энергия сжигаемого топлива?

55. МОЖНО ЛИ ПОВЫСИТЬ ТЕМПЕРАТУРУ ТЕЛА, НЕ СООБЩАЯ ЕМУ ТЕПЛОТЫ?

На первый взгляд поставленный в заголовке вопрос звучит совершенно нелепо, примерно так, как если бы спросили: «Можно ли нагреть тело, не нагревая его?» Однако, несмотря на кажущуюся абсурдность, на вопрос следует ответить утвердительно.

Попробуйте привести примеры повышения температуры тела, не участвовавшего в теплообмене с окружающими телами!

56. ИЗ ЧЕГО ДЕЛАТЬ ПАЯЛЬНИКИ?

Заглянув в справочник физических величин, можно убедиться в том, что теплоемкость железа примерно на 20% больше, чем у меди. Следовательно, при равных массах и температурах нагревания запас внутренней энергии у паяльника, изготовленного из железа, на столько же больше, чем у медного паяльника.

Почему же в производстве паяльников вместо дешевого железа применяется значительно более дорогая медь?

57. ОТРИЦАТЕЛЬНАЯ ДЛИНА.

Линейные размеры тел меняются с температурой следующим образом:

$$l_t = l_0(1+\alpha t).$$

Положим, что температура понизилась до значения, равного

$$t = -\frac{1}{\alpha}.$$

Подставляя эту температуру в первое выражение, получим:

$$l_t = l_0\left(1-\alpha\frac{1}{\alpha}\right) = 0!$$

А если температуру понизить еще больше? Неужели размеры тела станут отрицательными?

58. ВСЕГДА ЛИ СПРАВЕДЛИВ ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ?

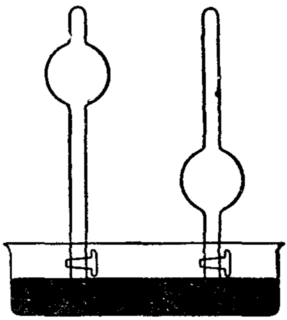


Рис. 17.

На рисунке 17 изображены две трубки, отличающиеся тем, что раздутия в них расположены на различной высоте. Если откачать из трубки воздух, погрузить их открытые концы в чашку со ртутью и открыть краны, то атмосферное давление загонит ртуть в трубки. При этом будет совершена работа, равная, как известно из курса физики,

$$A = p\,V,$$

где p — величина атмосферного давления, V — объем трубок, заполненный ртутью. Если внутренние объемы трубок вместе с полостями равны, то должны быть равными и работы по подъему ртути в трубки.

Однако в левой трубке основная масса ртути окажется выше, чем в правой. Отсюда следует, что при одинаково совершенных работах потенциальная энергия в трубках изменилась на различную величину, что, как кажется на первый взгляд, находится в явном противоречии с законом сохранения энергии.

Где же ошибка в приведенном рассуждении?

59. ЗАГАДКА КАПИЛЛЯРНЫХ ЯВЛЕНИЙ.

Погрузив в воду достаточно тонкую (капиллярную) трубку из стекла, можно наблюдать, как вверх по трубке поднимается столбик воды. Высота подъема обратно пропорциональна диаметру трубки и в тонких капиллярах может измеряться метрами. Никаких видимых изменений при подъеме воды ни с трубкой, ни с водой не происходит.

За счет какого же источника энергии возможны капиллярные явления?

60. УМНЫЕ СПИЧКИ.

Налейте в хорошо вымытую тарелку чистой воды (если нет дистиллированной, подойдет для этой цели и тщательно прокипяченная) и набросайте на ее поверхность несколько спичек.

Если теперь коснуться воды в промежутке между спичками кусочком сахара, то спички, словно желая полакомиться сладким, подплывают к сахару поближе. Но стоит коснуться воды мылом, как спички стремительно разбегаются от него во все стороны.

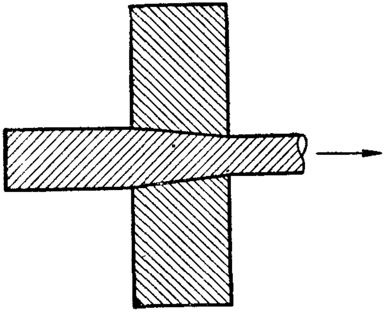


Рис. 18.

Как объяснить столь «разумное» поведение неодушевленных предметов?

61. КАК ПРОИЗВОДИТСЯ ВОЛОЧЕНИЕ!

На рисунке 18 схематически представлен процесс волочения, в результате которого из толстой проволоки получается более тонкая. Как видно из рисунка, после прохождения через волочильный глазок сечение заготовки уменьшается. Возникает естественный вопрос: почему, несмотря на то что ей приходится передавать большие усилия, необходимые для осуществления процесса волочения, *тонкая* часть проволоки, прошедшая через глазок, не разрывается, тогда как *толстая* деформируется?

62. КИПЯТОК ОХЛАЖДАЕТ ЛЕД.

Что произойдет, если лед облить горячей водой? Кажется очевидным, что лед либо полностью, либо частично расплавится. Впрочем, если горячей воды не очень много, а температура льда значительно ниже 0° С, то лед не растает, а лишь несколько нагреется. Однако как объяснить неожиданный результат, полученный при решении следующей задачи?

Пусть 1 л кипятка, имеющего температуру 100°С, наливают в кувшин массой 1 кг, изготовленный из материала с удельной теплоемкостью 0,838 кДж/(кг·°С).

В кувшине находится 1,3 кг льда при температуре 0°С. Какая температура установится в кувшине после смешения?

Составим уравнение теплового баланса:
количество теплоты, отданное горячей водой, — 1 кг·4,19 кДж/(кг·°С) (100°С—t),
количество теплоты, полученное кувшином, — 1 кг·0,838 кДж/(кг·°С)t,
количество теплоты, пошедшее на плавление льда, — 1,3 кг·335 кДж/кг,
количество теплоты, пошедшее на нагревание образовавшейся воды, — 1,3 кг·4,19 кДж/(кг·°С)t.

Исходя из закона сохранения энергии, записываем равенство:

$$1\ \text{кг}\cdot 4{,}19\ \text{кДж/(кг}\cdot{}^\circ\text{С)}\,(100^\circ\text{С}-t) =$$
$$= 1\ \text{кг}\cdot 0{,}838\ \text{кДж/(кг}\cdot{}^\circ\text{С)}\,t + 1{,}3\ \text{кг}\cdot 335\ \text{кДж/кг} +$$
$$+ 1{,}3\ \text{кг}\cdot 4{,}19\ \text{кДж/(кг}\cdot{}^\circ\text{С)}\,t.$$

Решая уравнение, находим $t=-1{,}6^\circ$С, т. е. после добавления кипятка лед охладился. Как объяснить этот странный результат?

63. ОТЧЕГО ИСПАРЯЕТСЯ ВОДА?

Теплопередача от одного тела к другому происходит только в том случае, если между ними существует разность температур. Поэтому совершенно непонятно, почему постепенно испаряется налитая в блюдце или стакан вода, имеющая температуру окружающего воздуха. Ведь для испарения каждого грамма жидкости необходимо определенное количество теплоты, которое вода из соседнего пространства получить не может, так как имеет с ним, по условиям опыта, одинаковую температуру.

Как же все-таки происходит испарение?

64. ВОПРОС СТУДЕНТКЕ.

Одну итальянскую студентку спросили на экзамене: «Как вам известно, точка кипения прованского масла выше, чем точка плавления олова. Объясните, почему можно жарить пищу на прованском масле в луженой оловом кастрюле». (Лучшая посуда в Италии — медная с оловянной полудой.)

Что должна была ответить студентка?

65. КАК ВЫГОДНЕЕ КИПЯТИТЬ ВОДУ?

Известно, что с понижением давления температура кипения воды также уменьшается. Почему бы в таком случае не устраивать в кухонных кастрюлях отсасывания воздуха? Ведь это позволило бы сэкономить большое количество топлива.

66. МОЖНО ЛИ ОБЖЕЧЬСЯ ЛЬДОМ И РАСПЛАВИТЬ ОЛОВО В ГОРЯЧЕЙ ВОДЕ?

Как это ни парадоксально звучит на первый взгляд, возможно и то, и другое.

Не можете ли вы объяснить, при каких условиях?

67. СКОЛЬКО ТОПЛИВА СЭКОНОМИТСЯ?

Некто узнал о трех изобретениях: применение первого из них обещало экономию топлива 30%, второе позволяло надеяться на 25% экономии, а от внедрения в практику третьего ожидали экономию 45%. Этот человек решил построить такую машину, в которой применялись бы сразу все три изобретения, рассчитывая сэкономить $30\% + 25\% + 45\% = 100\%$ топлива.

Насколько обоснованы надежды «изобретателя»?

68. СКОЛЬКО У ЖЕЛЕЗА ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ?

Два железных шара одинакового радиуса нагреваются от 20 до 100°С. Один из них находится при этом на горизонтальной плоскости, а второй подвешен на практически нерастяжимой нити (рис. 19). Казалось бы, что в соответствии с формулой

$$\Delta Q = mc\Delta t$$

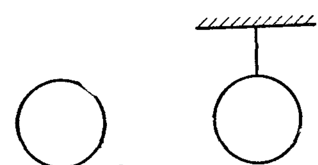


Рис. 19.

количества теплоты, переданные шарам, должны быть одинаковыми. На самом же деле для первого шара количество теплоты оказывается несколько больше. Это означает, что и теплоемкость железа, из которого изготовлен первый шар, больше, хотя шары и были выточены из одного слитка.

Почему же это оказалось возможным? Какая теплоемкость приводится для железа в таблицах физических величин?

69. ЗАЧЕМ ТОПЯТ ПЕЧИ?

Предположим, что поздней осенью вы приехали на дачу. В комнатах около 0°C, и, чтобы согреться, вы решили протопить печь. Пока столбик термометра поднимается к отметке 20°C, подсчитаем, как изменится за это время внутренняя энергия воздуха в комнатах.

Как уже отмечалось в условии задачи 52, при условиях, близких к нормальным (т. е. при температуре, не очень сильно отличающейся от 0°C, и давлении порядка 10^5 Па), воздух подобен идеальному газу, внутренняя энергия которого пропорциональна массе m и абсолютной температуре T:

$$U = \alpha m T$$

(α — коэффициент пропорциональности, постоянный для данного газа; можно показать, что он равен количеству теплоты, которое требуется для нагревания единицы массы данного газа на один градус при постоянном объеме, поэтому в термодинамике его называют удельной теплоемкостью газа при постоянном объеме и обозначают c_V).

При протапливании помещения воздух нагревается, расширяется и часть его выходит через неплотно прикрытую дверь, по́ры и щели в стенах и окнах так, что масса воздуха в комнатах меняется. Объем комнат и давление воздуха при этом остаются неизменными. Поэтому изменение внутренней энергии воздуха можно записать следующим образом:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \alpha m_2 T_2 - \alpha m_1 T_1 = \alpha (m_2 T_2 - m_1 T_1).$$

Воспользуемся для дальнейшего решения уравнением Клапейрона — Менделеева:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT.$$

камера, заключающая некоторый газ, разделена на две равные половинки дверцей (рис. 20). Дверца имеет механизм управления (Максвелл назвал его «демоном»), способный различать среди молекул более быстрые и более медленные. Если «демон» начнет открывать и закрывать дверцу так, чтобы пропускать быстрые молекулы только справа налево, а более медленные только в противоположном направлении, то некоторое время спустя все быстрые молекулы окажутся в левой половине камеры, а все медленные — в правой. Тогда температуры слева и справа окажутся различными, так как температура газа определяется скоростью его молекул.

Но там, где есть разность температур, может работать тепловой двигатель. После того как в результате его действия температуры в обеих частях камеры выравнятся, процесс сортировки молекул по скоростям можно повторить, и так без конца, пока не износятся детали машины.

Таким образом, мы все же получили вечный двигатель?!

III ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

73. ВЕРЕН ЛИ ЗАКОН КУЛОНА?

Силу притяжения F между обкладками плоского воздушного конденсатора можно вычислить, умножив заряд Q одной из обкладок на напряженность E поля, созданного зарядом второй обкладки:

$$F = QE.$$

Для плоского конденсатора поле между пластинами *однородно,* и напряженность не зависит от расстояния между ними:

$$E = \frac{Q}{2\varepsilon_0 S},$$

где ε_0 — электрическая постоянная и S — площадь обкладки (эта и следующая формулы записаны в СИ). Поэтому сила притяжения между пластинами не должна измениться, если их несколько раздвинуть или сблизить.

Не противоречит ли это заключение закону Кулона

$$F = \frac{Q_1\ Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R^2},$$

согласно которому сила взаимодействия между зарядами обратно пропорциональна квадрату расстояния R между ними?

74. ДОЛЖЕН ЛИ ТЕЧЬ ТОК ЧЕРЕЗ ПРОВОДНИК, ЗАМЫКАЮЩИЙ ПОЛЮСА БАТАРЕИ?

Рассмотрим две электрические схемы, изображенные на рисунке 21. Если ток не течет по проводнику $A1B$, то его не будет и в проводнике $A2B$, присоединенном к тем же точкам A и B, что и проводник $A1B$.

С другой стороны, если соединить два одинаковых гальванических элемента параллельно, то как во «вне-

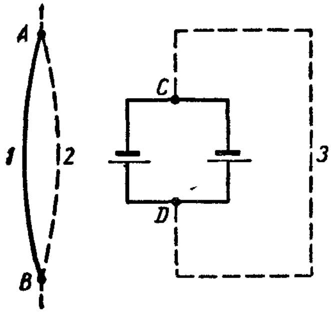


Рис. 21.

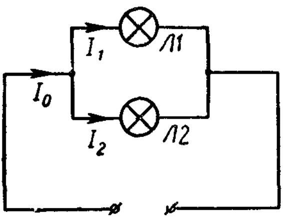


Рис. 22.

шнем», так и во «внутреннем» участках образовавшейся цепи, т. е. ни в первом, ни во втором элементах, тока не будет. Таким образом, между точками C и D ток отсутствует, как и между точками A и B в первом случае. Рассуждая по аналогии, следует заключить, что ток должен отсутствовать и в проводнике $C3D$, присоединенном к полюсам батареи — точкам C и D.

Не противоречит ли это заключение нашему жизненному опыту?

75. СИЛА ТОКА В ОТВЕТВЛЕНИИ РАВНА СИЛЕ ТОКА В НЕРАЗВЕТВЛЕННОЙ ЧАСТИ ЦЕПИ!!

Пусть две электрические лампы включены в сеть так, как показано на рисунке 22. Обозначив ток в лампе *Л1* через I_1 и ток в лампе *Л2* через I_2, можно записать

$$I_1 + I_2 = I_0,$$

где I_0 — сила тока в неразветвленной части цепи. Умножив обе части равенства на $(I_0 - I_1)$, получим

$$I_1 I_0 - I_1^2 + I_0 I_2 - I_1 I_2 = I_0^2 - I_0 I_1.$$

Перенесем из левой части равенства в правую третий член

$$I_1 I_0 - I_1^2 - I_1 I_2 = I_0^2 - I_0 I_1 - I_0 I_2$$

и вынесем за скобки слева I_1, а справа I_0:

$$I_1 (I_0 - I_1 - I_2) = I_0 (I_0 - I_1 - I_2).$$

Поделив обе части полученного равенства на выражение, заключенное в скобки, будем иметь

$$I_1 = I_0!$$

Если исходное равенство умножить не на $(I_0 - I_1)$, а на $(I_0 - I_2)$, можно получить аналогичным образом, что

$$I_2 = I_0!$$

В чем же дело?

76. КАКОЙ ТОК МОЖЕТ ДАТЬ АККУМУЛЯТОР?

На кислотном аккумуляторе, обладающем внутренним сопротивлением 0,1 Ом, имеется надпись «Электродвижущая сила 4 В, максимальный разрядный ток 4 А». Между тем, замкнув аккумулятор проводником с сопротивлением хотя бы тоже 0,1 Ом, получим ток

$$\frac{4\ \text{В}}{0{,}1\ \text{Ом} + 0{,}1\ \text{Ом}} = 20\ \text{А},$$

т. е. больше обозначенного в пять раз.

В чем же причина расхождения?

77. КАК УМЕНЬШИТЬ ПОКАЗАНИЯ ГАЛЬВАНОМЕТРА?

В одном из опытов члены школьного физического кружка решили использовать для измерения температуры термопару и гальванометр. Однако к концу опыта температура поднималась настолько, что стрелка гальванометра несколько выходила за пределы шкалы. Чтобы уменьшить чувствительность гальванометра, один из кружковцев предложил присоединить параллельно ему магазин с таким же сопротивлением. Он рассчитывал, что после включения шунта через гальванометр пойдет только половина полного тока и стрелка не будет «зашкаливать». Предложение было принято, но, к удивлению юных физиков, наличие шунта заметным образом не сказалось на показаниях гальванометра. Подумав, ребята сообразили, что так и должно быть.

Как же они объяснили свои наблюдения?

78. ПОЧЕМУ УМЕНЬШИЛСЯ ТОК?

Для увеличения силы тока в цепи последовательно с гальваническим элементом, являвшимся источником энергии, включили еще один элемент. Однако ток при этом не только не возрос, но, наоборот, уменьшился.

В каком случае это может быть?

79. ЧЕМУ РАВНО СОПРОТИВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЛАМПОЧКИ?

Определяя сопротивление стоваттной электрической лампочки с помощью омметра, ученик получил значение 35 Ом. Для проверки полученного результата он решил вычислить сопротивление по мощности и указанному на цоколе номинальному напряжению, оказавшемуся равным 220 В.

Воспользовавшись формулой $R=U^2/N$, ученик, к собственному удивлению, получил величину 484 Ом, т. е. примерно в 14 раз больше, чем в первом случае.

Как объяснить столь значительную разницу результатов?

80. ЧТО ПОКАЖЕТ ВОЛЬТМЕТР?

Разность потенциалов между двумя любыми точками электрической цепи можно определить с помощью вольтметра, подключенного к этим точкам. С другой стороны, эту величину можно найти, пользуясь законом Ома, для чего следует перемножить сопротивление участка цепи, заключенного между этими точками, и силу тока, протекающего по нему.

Рассмотрим цепь, состоящую из двух совершенно одинаковых гальванических элементов, соединенных так, как показано на рисунке 23. Обозначив электродвижущую силу элементов через $\mathcal{E}$, а их внутренние сопротивления через R, получим для силы тока в цепи

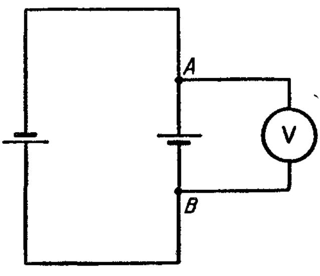


Рис. 23.

$$I=\frac{2\mathcal{E}}{2R}=\frac{\mathcal{E}}{R}.$$

Казалось бы, что вольтметр, присоединенный к точкам A и B, покажет разность потенциалов

$$\varphi_A-\varphi_B=IR=\frac{\mathcal{E}}{R}R=\mathcal{E},$$

поскольку по цепи течет ток силой $\mathcal{E}/R$, а сопротивление участка, параллельно которому включили вольтметр, равно R.

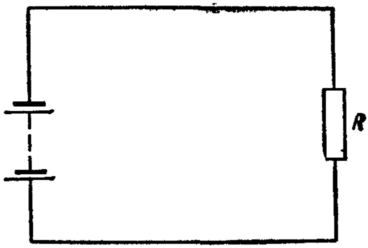


Рис. 24.

На самом же деле вольтметр покажет нуль. Создается парадоксальная и кажущаяся на первый взгляд невероятной ситуация: по участку течет ток, а разность потенциалов на его концах равна нулю. Почему это возможно?

81. КАКИМ ДОЛЖНО БЫТЬ СОПРОТИВЛЕНИЕ?

Рассмотрим изображенную на рисунке 24 схему. Обозначив сопротивление потребителя тока через R, а сопротивление источника тока через r, получим после преобразований следующее выражение для коэффициента использования электроэнергии:

$$K = \frac{N_{\text{испол.}}}{N_{\text{полн.}}} = \frac{I^2 R}{I^2 (R+r)} = \frac{R}{R+r}.$$

Эту формулу можно представить в виде:

$$K = \frac{1}{1 + \frac{r}{R}}.$$

Из последнего выражения видно, что, чем больше R превышает r, тем коэффициент использования электроэнергии, иначе говоря коэффициент полезного действия всей установки, выше.

Почему же в таком случае потребитель и источник тока подбираются так, чтобы их сопротивления были по возможности равными, хотя при этом достигается КПД только 50%?

82. КАКОЙ ТОК ПОТРЕБЛЯЕТ ПРИБОР?

В сеть с напряжением 120 В через дополнительное сопротивление 40 Ом включен прибор, потребляющий мощность 50 Вт.

Вычислим по этим данным силу тока, текущего по прибору.

Для решения задачи заметим, что напряжение на приборе в сумме с напряжением на дополнительном сопротивлении должно равняться сетевому, т. е.

$$U_{\text{приб.}} + U_{\text{сопр.}} = U_{\text{сети}}.$$

Выражая первое слагаемое в левой части равенства в виде частного от деления мощности, потребляемой прибором, на силу текущего по нему тока и второе — как произведение величины дополнительного сопротивления на тот же ток, получим следующее уравнение, в котором все величины, кроме тока, известны:

$$\frac{N}{I} + IR = U_{\text{сети}}.$$

Подставляя в последнее уравнение числовые значения известных величин, имеем

$$\frac{50}{I} + 40\,I = 120,$$

или

$$40\,I^2 - 120\,I + 50 = 0.$$

Решив это квадратное уравнение, получим для силы тока два значения: $I_1 = 0{,}5\ A$ и $I_2 = 2{,}5\ A$.

Какой же ток течет через прибор на самом деле?

83. ЗАГАДКА ЭЛЕКТРОЛИЗА.

Через любое сечение, проведенное между электродами перпендикулярно направлению перемещения ионов, в электролитической ванне текут токи

$$I_+ = q_+ n_+ v_+ \quad \text{и} \quad I_- = q_- n_- v_-,$$

где q_+ и q_- — заряды соответственно положительного и отрицательного ионов, n_+ и n_- — их концентрации, а v_+ и v_- — скорости движения. Таким образом, полный ток складывается и оказывается равным

$$I = I_+ + I_- = q_+ n_+ v_+ + q_- n_- v_-.$$

В то же время выделение вещества при электролизе происходит за счет нейтрализации на электродах ионов какого-нибудь *одного* знака, например на катоде — положительных. Поэтому, казалось бы, что массу вещества, выделившегося на этом электроде, следует рассчитывать по току I_+. Почему же на самом деле расчет ведется по полному току, т. е. по сумме $I_+ + I_-$?

84. СПОСОБ УВЕЛИЧЕНИЯ КПД ЭЛЕКТРОЛИТИЧЕСКОЙ ВАННЫ.

Если сила тока при электролизе равна I, то масса m вещества, отложившегося на электродах за время t, может быть рассчитана по закону Фарадея:

$$m = kIt,$$

где k — электрохимический эквивалент вещества.

Соединим n одинаковых ванн последовательно. Поскольку в последовательной цепи ток всюду одинаков, то *во всех ваннах выделится в n раз больше вещества, чем в одной.*

Не означает ли это, что КПД новой установки окажется также в n раз больше, чем в первом случае?

85. ЕЩЕ РАЗ О ЗАКОНЕ СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ.

Пусть емкость каждого из изображенных на рисунке 25 конденсаторов $C1$ и $C2$ равна 20 мкФ и переключатель $П$ вначале находится в положении 1. При этом конденсатор $C2$ оказывается подсоединенным к батарее $Б$. Если ее электродвижущая сила равна 100 В, то конденсатор $C2$ запасет энергию

$$W_1 = \frac{CU^2}{2} = \frac{20 \cdot 10^{-6}\ \text{Ф}\ (100\ \text{В})^2}{2} = 0{,}1\ \text{Дж}.$$

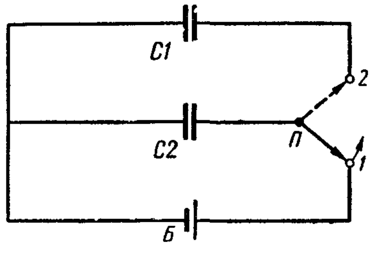


Рис. 25.

Если затем переключатель передвинуть в положение 2, то конденсаторы окажутся соединенными параллельно, образуя батарею емкостью 2·20 мкФ=40 мкФ. Разность потенциалов на зажимах батареи будет составлять 50 В, т. е. половину того напряжения, которое было на конденсаторе $C2$, так как заряд, первоначально находившийся на нем, теперь распределен на две равные части.

Воспользовавшись этими данными, рассчитаем по приведенной выше формуле энергию, запасенную батареей:

$$W_2 = \frac{40 \cdot 10^{-6}\ \text{Ф}(50\ \text{В})^2}{2} = 0{,}05\ \text{Дж}.$$

Это составляет всего только половину той энергии, которой обладал вначале конденсатор $C2$.

Куда же делась вторая половина?

86. ПОЧЕМУ ЭНЕРГИЯ КОНДЕНСАТОРА УВЕЛИЧИВАЕТСЯ?

Плоский конденсатор емкостью $C_1 = 1$ мкФ, в котором в качестве диэлектрика использована тонкая стеклянная пластина с относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_{\text{отн}} = 5$, заряжен до разности потенциалов $U_1 = 100$ В.

Пользуясь формулой, приведенной в условии предыдущей задачи, получаем для энергии, накопленной в конденсаторе, значение:

$$W_1 = \frac{1 \cdot 10^{-6}\ \text{Ф} \cdot 10^4\ \text{В}^2}{2} = 0{,}005\ \text{Дж}.$$

После того как экспериментатор удалил стекло, емкость конденсатора уменьшилась в ε раз и стала равной $C_2 = C_1 : \varepsilon = 0{,}2$ мкФ. Поскольку заряд на конденсаторе остался неизменным, разность потенциалов между его обкладками возросла во столько раз, во сколько уменьшилась емкость ($q = CU$), т. е. до $U_2 = 500$ В.

Отсюда для энергии конденсатора после удаления диэлектрика получаем величину

$$W_2 = \frac{0{,}2 \cdot 10^{-6}\ \text{Ф} \cdot 25 \cdot 10^4\ \text{В}^2}{2} = 0{,}025\ \text{Дж}.$$

За счет чего же произошло увеличение энергии? Ведь конденсатор не был подключен к источнику тока.

87. МАГНИТ С ОДНИМ ПОЛЮСОМ.

Обычно считают, что каждый магнит обязательно должен иметь два полюса — северный и южный. Однако приведенное ниже рассуждение как будто бы опровергает это мнение.

Возьмем стальной шар и разрежем его от поверхности к центру на пирамидальные дольки. После этого намагнитим образовавшиеся части так, чтобы вершины их оказались одноименными, а затем вновь составим шар, как показано на рисунке 26.

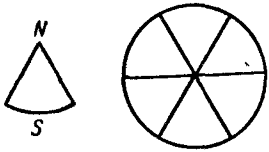


Рис. 26.

Тогда, очевидно, на поверхности останется только один полюс. Следовательно, можно получить магнит и с одним полюсом?!

88. ГДЕ ИСТОЧНИК ЭНЕРГИИ МАГНИТА!

Поднесем к железному предмету сверху магнит. Если вес железного куска и расстояние до магнита не очень велики, железо притянется к магниту. Обозначим вес предмета через P, а расстояние до магнита, считая по вертикали, через h. Тогда работа магнита против сил тяжести равна $A=Ph$.

В каждом отдельном случае величина произведенной работы может быть и не очень большой, но ведь опыт можно повторить сколько угодно раз, причем никаких видимых изменений с магнитом не происходит и его «магнитная сила» нисколько не ослабевает.

Не противоречит ли это закону сохранения энергии?

89. СОПРОТИВЛЕНИЯ ЛЮБЫХ ПРОВОДНИКОВ РАВНЫ!

Пусть металлическое кольцо (рис. 27) помещено в переменное магнитное поле. Тогда в кольце возникнет индукционный ток, силу которого в некоторый момент времени обозначим через I.

Выберем на кольце произвольные точки A и B и сопротивление большей части кольца, заключенной между ними, обозначим через R, а сопротивление меньшей — через r.

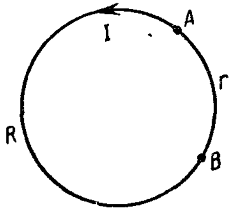


Рис. 27.

Тогда разность потенциалов на

концах участка ArB на основании закона Ома можно выразить через сопротивление участка и силу протекающего по нему тока следующим образом:

$$\varphi_A - \varphi_B = Ir. \qquad (1)$$

На том же основании разность потенциалов участка BRA можно записать так:

$$\varphi_B - \varphi_A = IR. \qquad (2)$$

Поскольку участки имеют своими концами одни и те же точки, то левые части обоих равенств должны быть равными, так как каждая точка может иметь в данной конкретной ситуации только *одно* значение потенциала. Из этого заключаем, что должны быть равны и правые части написанных выше выражений, т. е.

$$Ir = IR.$$

Сокращая затем на силу тока I, получаем явную нелепость:

$$r = R.$$

Примечание. Было бы, разумеется, более логичным, приравнивая правые части равенств (1) и (2), брать их с различными знаками. Но окончательный результат стал бы после этого только еще более абсурдным:

$$r = -R.$$

90. МЕНЯЕТСЯ ЛИ КОЭФФИЦИЕНТ ТРАНСФОРМАЦИИ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ НАГРУЗКИ НА ТРАНСФОРМАТОР?

При подключении к трансформатору большей нагрузки мощность, потребляемая трансформатором из электросети, возрастает. Увеличивается, следовательно, и сила тока в первичной обмотке. Больший ток должен сильнее намагничивать сердечник транформатора, и если прежде максимальное значение магнитного потока было равно, допустим, Φ_1, то после увеличения нагрузки оно составит $\Phi_2 > \Phi_1$.

Известно, что электродвижущая сила, индуцируемая во вторичной обмотке, определяется числом витков, а также скоростью изменения магнитного поля со временем:

$$\varepsilon = n\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

В первом случае за четверть периода магнитный поток менялся от 0 до Φ_1, а во втором — за то же самое время он возрастает от 0 до Φ_2. Поскольку $\Phi_2 > \Phi_1$, скорость изменения магнитного потока во втором случае больше, чем в первом. Поэтому должна возрасти и индуцируемая во вторичной обмотке ЭДС.

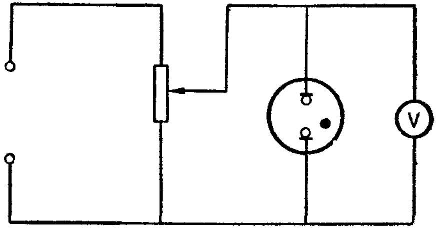


Рис. 28.

На самом же деле коэффициент трансформации не зависит от нагрузки. Значит, в наши рассуждения вкралась ошибка.

Где же именно?

91. ПРИ КАКОМ НАПРЯЖЕНИИ ЗАГОРАЕТСЯ НЕОНОВАЯ ЛАМПА?

Для определения потенциала зажигания неоновой лампы была собрана установка, схема которой приведена на рисунке 28. Если установку включить в сеть переменного тока и перемещать ползунок потенциометра вверх, постепенно увеличивая подаваемое на лампу напряжение, она загорится в тот момент, когда вольтметр (электромагнитной системы) покажет 50 В. Если же опыт повторить, включив установку в сеть постоянного тока, то лампа вспыхнет, когда стрелка вольтметра подойдет к числу 70 В.

Каков же потенциал зажигания неоновой лампы на самом деле?

92. ПОКАЗАНИЯ КАКОГО АМПЕРМЕТРА ПРАВИЛЬНЫ?

При сборке схемы, изображенной на рисунке 29, один из амперметров был взят магнитоэлектрической системы, а второй — электродинамической. Оба прибора только что были проверены в контрольной лаборатории, и сомнений в их исправности быть не может.

После включения схемы в сеть переменного тока оказалось, однако, что показания второго амперметра

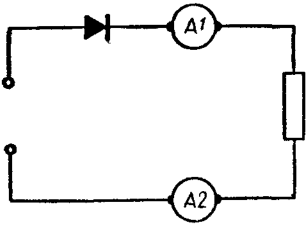


Рис. 29.

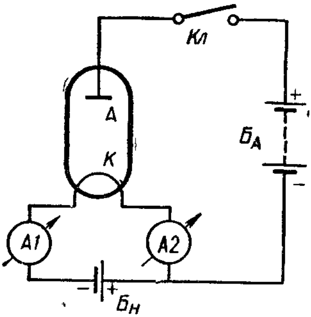


Рис. 30.

примерно в полтора раза превышают показания первого.

Не могли бы вы указать причину расхождения?

93. ПОЧЕМУ В ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ЦЕПИ ТОК НЕОДИНАКОВ?

Если амперметры *А1* и *А2*, включенные в цепь, изображенную на рисунке 30, достаточно точны, можно заметить, что их показания при замкнутом ключе *Кл* различны.

Почему? Разве не регистрируют они один и тот же ток, идущий по нити накала электронной лампы?

94. КАК ОБЪЯСНИТЬ ПОНИЖЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ?

Когда в цепи, схема которой приведена на рисунке 30, замыкают ключ *Кл*, температура нити накала понижается. Между тем, казалось бы, этого не должно быть.

Действительно, при разомкнутом ключе через нить протекает только ток накала $I_н$, в результате чего за единицу времени в ней выделяется количество теплоты Q_1, равное

$$Q_1 = RI_н^2$$

(R — сопротивление нити накала).

Если ключ замкнут, ток через левую половину нити возрастет на 0,5 величины анодного тока, а через правую половину — на столько же уменьшится (см. подробно об этом решение предыдущей задачи). Без большой ошибки, следовательно, полагаем их равными

$$I_1 = I_н + 0{,}5\, I_а \quad \text{и} \quad I_2 = I_н - 0{,}5\, I_а.$$

Таким образом, количество теплоты Q_2, выделяемое обоими токами за единицу времени, составит

$$Q_2 = \frac{R}{2} I_1^2 + \frac{R}{2} I_2^2 = RI_\text{и}^2 + 0{,}25\, RI_\text{а}^2,$$

т. е. больше, чем при разомкнутом ключе.

Почему же в таком случае наблюдается понижение температуры?

95. ПОЧЕМУ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ОСТАЛОСЬ НЕИЗМЕННЫМ?

В одной лаборатории исследовалось поведение полупроводников в переменном магнитном поле. Для создания магнитного поля было решено намотать на картонный каркас катушку и пропускать по ней переменный ток от сети. Тогда внутри катушки появится переменное магнитное поле, в которое можно поместить исследуемый образец.

Поскольку для опыта было желательно иметь поле как можно большей напряженности, лаборант намотал одну на другую *три одинаковые* катушки, рассчитывая получить при их параллельном соединении поле втрое большей напряженности.

Опыт показал, однако, что магнитное поле трех катушек было примерно таким же, как поле одной. Руководитель лаборатории, к которому обратился лаборант, разъяснил причину явления. Вместе с тем он заметил, что включение трех катушек все же имеет смысл.

Почему поле оставалось неизменным и почему три катушки тем не менее предпочтительнее одной?

96. КАК ПРОВЕРЯТЬ ПРЕДОХРАНИТЕЛИ?

В квартире № 19, где я жил, неожиданно погас свет. С помощью контрольной лампы удалось выяснить, что прекратилась подача электроэнергии к квартирному щитку. В поисках повреждения я вышел на лестничную площадку, захватив с собой контрольную лампу, и, открыв групповой щиток, стал проверять с ее помощью установленный там на фазе предохранитель. (В нашем доме осуществлена четырехпроводная система питания, схема которой приведена на рисунке 31.)

«Чтобы удостовериться в исправности предохранителя, — рассуждал я, — достаточно включить контрольную лампу между точками *А* и *Г*». Однако сделать это мне не удалось, так как присоединения проводников к

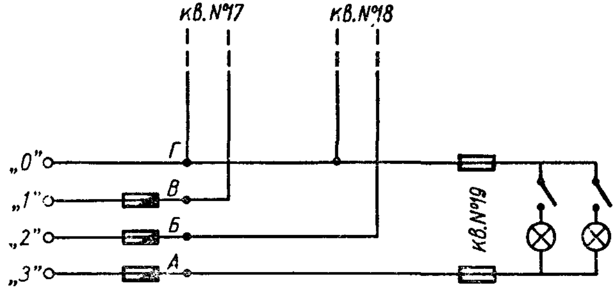


Рис. 31.

нулевому проводу были тщательно замотаны изоляционной лентой, снимать которую мне не хотелось.

«Ну что же,— решил я,— в таком случае нужно включить контрольную лампу между точками *А* и *Б* или *А* и *В*. Она будет гореть только в том случае, если целы оба предохранителя — на фазах *3* и *2* или *3* и *1* соответственно».

К моему искреннему удивлению, лампа горела в обоих случаях. Она горела также и тогда, когда я присоединил ее к точкам *Б* и *В*, хотя в такой проверке никакой надобности, конечно, не было.

«Все ясно,— подумал я.— Обрыв внутри проводки от группового щитка в нашу квартиру!» Однако по пути в свою комнату я заново проверил свои рассуждения и...

Впрочем, подумайте и вы вместе со мной.

97. ПОЧЕМУ ЗАГОРАЛИСЬ ЛАМПЫ?

Лабораторные занятия должны были проходить в двух смежных комнатах. Прозвенел звонок, и учащиеся заняли свои места. Один из них быстро собрал схему и, показав ее преподавателю, включил в сеть. Однако схема не работала. Пока ученик проверял правильность соединений, собрали и включили свои установки в электросеть и другие учащиеся, но ни одна из схем не заработала. Удалось быстро выяснить, что прекратилась подача электроэнергии. Потом неожиданно ток появился, но напряжение его было несколько выше номинального. Попытки обнаружить причину неисправно-

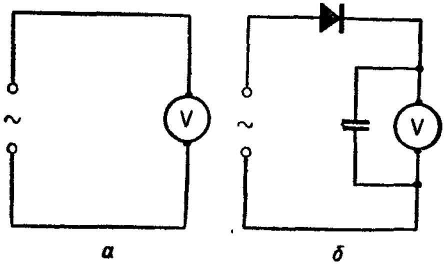


Рис. 32.

сти привели к неожиданному «открытию»: оказалось, что напряжение появляется в том случае, если в соседней аудитории включается в сеть электрическая плитка; стоило плитку выключить, как ток прекращался. Ученик, работавший с плиткой, заметил, между прочим, что она горела с недокалом.

Не могли бы вы помочь учащимся разобраться в причинах этих явлений?

98. ПОЧЕМУ ПОКАЗАНИЯ ВОЛЬТМЕТРА РАЗЛИЧНЫ?

Вольтметр электромагнитной системы, включенный в сеть переменного тока непосредственно, показал напряжение 125 В. Затем тот же вольтметр включили в сеть через выпрямляющий элемент (например, селеновый столбик или германиевый диод) по схеме, показанной на рисунке 32.

Поскольку выпрямитель пропускает ток лишь в одном направлении, т. е. 50% всего времени, то показания вольтметра, казалось бы, должны были уменьшиться примерно в два раза. На самом же деле включенный таким образом вольтметр показал около 175 В! Чем это объяснить?

99. ШЕСТЬ ГЕКТОВАТТ «РАВНЫ» ШЕСТИДЕСЯТИ КИЛОВАТТАМ!

Известно, что 2 гВт=200 Вт и 3 гВт=300 Вт.

Перемножив эти равенства почленно, получаем

6 гВт=60 000 Вт, или 6 гВт=60 кВт!?

100. ПАСПОРТ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ.

На табличке, прикрепленной к электродвигателю переменного тока, выбиты следующие данные:

$$U=220\text{ В},\ I=5\text{ А},\ N=0{,}9\text{ кВт}.$$

Если, как это обычно делается для определения мощности, перемножить два первых числа, получится 1,1 кВт.

Почему же на табличке для мощности двигателя приведено другое значение?

101. ЗАРЯДИТСЯ ЛИ КОНДЕНСАТОР!

Попытки построить вечный двигатель не прекращаются и в настоящее время. Сотрудники Комитета по делам изобретений и открытий при Совете Министров СССР рассказывают, что в Комитет поступает в среднем восемь проектов перпетуум-мобиле в месяц. Среди проектов встречаются иногда и очень интересные.

Вот один пример. Известно, что даже в отсутствие электрического поля электроны в каждом проводнике находятся в состоянии непрерывного движения. Вследствие его полной хаотичности может оказаться, что в некоторые моменты времени в верхней части проводника, изображенного на рисунке 33, окажется больше электронов, чем в нижней. Речь здесь идет о так называемых *флуктуациях* электронной плотности. Флуктуация описанного выше характера приведет к возникновению разности потенциалов между концами проводника, с помощью которой можно зарядить конденсатор. Имеющийся в схеме детектор будет препятствовать разрядке конденсатора при изменении знака разности потенциалов на концах проводника. Заряженный конденсатор можно использовать затем в качестве источника «даровой» энергии. Мощность его будет, разумеется, мала, но важна ведь принципиальная сторона вопроса!

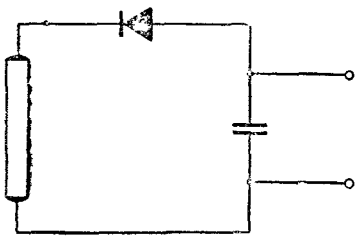


Рис 33.

102. СТРАННЫЙ СЛУЧАЙ НАМАГНИЧИВАНИЯ ЖЕЛЕЗА.

В 1827 г. французский ученый Савари (1791—1841) обнаружил, что после разряда лейденской банки через проволоку, намотанную на железную спицу, последняя часто оказывается намагниченной. Удивительным казалось то, что на одном и том же конце спицы в различных случаях оказывался иногда северный, а иногда южный полюс, хотя ток при разрядке шел всегда одного направления, так как банка все время заряжалась одинаково.

Исчерпывающе объяснил явление впервые немецкий физик Г. Герц (1857—1894).

Каким образом это удалось ему сделать?

IV ОПТИКА И СТРОЕНИЕ АТОМА

103. ПРОСТОЙ СПОСОБ ПУТЕШЕСТВОВАТЬ В ПРОШЛОЕ.

В одном из своих научно-фантастических рассказов французский астроном и популяризатор Камиль Фламмарион (1842—1925) предложил следующий способ заглянуть в прошлое.

Лучи света доносят до нас зрительные образы внешнего мира, хотя и очень быстро, но все же не мгновенно, как долгое время об этом думали. Предположим, что наблюдатель удаляется от Земли. Пока его скорость невелика, световые волны будут догонять экспериментатора, и он увидит картины тех событий, которые произошли на Земле уже после его отъезда. Однако при достаточно большой скорости путешественник начнет перегонять световые волны. В его глаз заново попадут ранее прошедшие мимо и обогнавшие его волны. События развернутся перед ним в обратной последовательности: он увидит сцены своего отлета с Земли, будет «присутствовать» при собственном рождении, сможет наблюдать события далекого прошлого, «познакомиться» со многими давно умершими великими людьми.

Нетрудно представить, какую неоценимую помощь может оказать такое путешествие исследователям прошлого нашей планеты — историкам, палеонтологам, археологам и другим специалистам, изучающим сейчас прошлое лишь по книгам и немногим дошедшим до нашего времени памятникам былых времен.

Важно иметь для осуществления этого проекта, конечно, достаточно сильный телескоп и мощные двигатели, способные сообщить ракете необходимые чудовищные скорости.

Не кажется ли вам, что в наш век овладения атомной энергией и покорения космоса настало время всерьез подумать о снаряжении экспедиции в прошлое? Остается лишь пожалеть, что предложенная «машина времени» не сможет, в отличие от уэллсовской, показать нам будущее!

104. ОДЕЖДА МЕТАЛЛУРГОВ.

В трудных условиях приходится работать сталеварам, имеющим дело с расплавленным металлом: его горячее дыхание буквально обжигает человека. Казалось бы, что для облегчения условий труда костюмы доменщиков, мартенщиков и других металлургов должны изготавливаться из материалов с низкой теплопроводностью. Между тем на самом деле спецодежда металлургов часто покрывается тонким слоем металла — великолепного проводника тепла.

С какой целью так поступают?

105. ГДЕ ПОМЕСТИТЬ ЗЕРКАЛО?

Чем ближе мы стоим к окну, тем больший участок улицы доступен нашему наблюдению. Было бы естественно предположить, что при использовании зеркала дело будет обстоять аналогичным образом. На самом же деле не так.

Если в висящем вертикально на стене зеркале мы видим свою фигуру только до колен, то все попытки увидеть больше, подойдя ближе к зеркалу или, наоборот, отойдя подальше, останутся безуспешными.

Чем отличаются оба случая?

106. НЕОБЫЧНОЕ «ЗЕРКАЛО».

Всем известно, что плоское зеркало отражает лучи назад к источнику света только в том случае, если они падают на зеркало нормально, т. е. под углом 0°. Стоит лишь немного повернуть зеркало, как отраженные лучи уже не возвратятся к источнику. Однако можно изготовить устройство, которое будет поворачивать лучи на на 180°, каков бы ни был угол их падения. В подобном «зеркале» человек будет видеть свое отражение независимо от того, как он расположен относительно «зеркала»!

Попробуйте придумать конструкцию оптической системы, обладающей таким интересным свойством.

107. ПОЧЕМУ БЫВАЕТ РАДУГА?

При объяснении причин возникновения радуги принимается, что попавший в дождевую каплю луч испытывает на ее задней стенке полное отражение, а затем выходит через переднюю. Каждый переход из одной среды в другую сопровождается дисперсией, в результате чего и возникает радуга.

Однако легко показать, что если луч испытывает полное отражение однажды, то он вообще никогда не сможет выйти из капли в воздух.

В самом деле, пусть попавший в каплю луч распространяется по такому направлению AB, что угол падения *1* на заднюю стенку капли, образованный лучом AB и радиусом OB, превышает предельный (рис. 34). Тогда при точке B произойдет полное отражение, после чего луч пойдет по направлению BC. Поскольку треугольник COB равнобедренный, то $\angle 3 = \angle 2$, который, в свою очередь, равен углу *1*, на основании второго закона отражения. Таким образом, если угол *1* превышает предельный, то то же самое следует сказать относительно угла *3*. Другими словами, в точке C также должно наблюдаться полное отражение. Эти рассуждения можно, разумеется, продолжить и далее.

Как же в таком случае объяснить возникновение радуги?

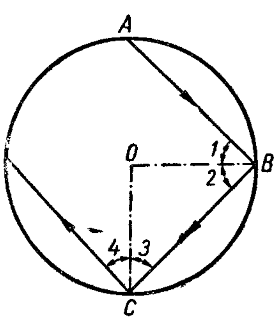


Рис. 34.

108. МОЖНО ЛИ ПОЛУЧИТЬ УВЕЛИЧЕНИЕ ОСВЕЩЕННОСТИ С ПОМОЩЬЮ РАССЕИВАЮЩЕЙ ЛИНЗЫ?

Перпендикулярно параллельному пучку лучей поставлены собирающая линза и экран. Передвигая линзу, можно получить на экране круглое пятно различного диаметра. Естественно, что с изменением площади пятна освещенность в его пределах меняется.

Обозначив освещенность, создаваемую пучком на поверхности линзы, через $E_л$, а диаметр линзы через AB (рис. 35), получим для проходящего через линзу светового потока значение

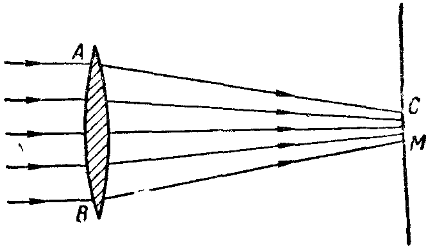


Рис. 35.

$$\Phi = E_л \frac{\pi (AB)^2}{4}.$$

Поскольку на экране этот световой поток распределяется по площади круга диаметром CM, то освещенность внутри пятна составит

$$E_п = \Phi : \frac{\pi (CM)^2}{4} = E_л \frac{(AB)^2}{(CM)^2}.$$

Из этого выражения видно, что при диаметре пятна, меньшем диаметра линзы, освещенность на экране будет больше освещенности, создаваемой пучком лучей непосредственно.

А можно ли получить увеличение освещенности с помощью *рассеивающей* линзы?

109. ЛИНЗЫ «НАОБОРОТ».

Мы привыкли употреблять выражения «двояковогнутая линза» и «рассеивающая линза» почти как синонимы. Но оказывается, что двояковогнутая линза не всегда рассеивает свет, а двояковыпуклая не всегда его собирает.

Попробуйте догадаться, в каких случаях линзы могут «поменяться ролями».

110. КОГДА НУЖНА БÓЛЬШАЯ ВЫДЕРЖКА ПРИ ФОТОГРАФИРОВАНИИ?

Вначале человек был сфотографирован во весь рост, а затем более крупным планом — только одно лицо. Хотя освещенность павильона осталась неизменной, фотограф счел необходимым несколько увеличить выдержку. Зачем он это сделал?

111. ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЙ ГЛАЗ.

Через прозрачную воду вы прекрасно видите дно, находясь в воздухе. Но стоит нырнуть с открытыми глазами, как контуры всех предметов на дне становятся расплывчатыми, нерезкими — глаза человека обладают слишком малой преломляющей способностью, чтобы хорошо видеть в воде.

Наоборот, рыбы имеют почти сферический хрусталик, благодаря которому они хорошо видят под водой, но становятся слишком близорукими на воздухе.

А можно ли придумать такой глаз, который бы видел одинаково хорошо достаточно далеко расположенные предметы как на воздухе, так и под водой?

На первый взгляд задача кажется невыполнимой, однако при некоторых условиях глаз, обладающий такими свойствами, возможен.

Не можете ли вы указать, при каких условиях?

112. ПОЧЕМУ КОЛЕСА ВРАЩАЮТСЯ «НЕ В ТУ СТОРОНУ»?

На экранах кинотеатров часто можно наблюдать забавную картину: колеса движущегося экипажа вращаются в сторону, противоположную фактическому направлению.

Как объяснить этот парадокс кино?

113. КАК РАБОТАЕТ ТЕЛЕСКОП-РЕФРАКТОР?

При постройке телескопа-рефрактора в качестве объектива применяется длиннофокусная линза, а окуляром служит короткофокусная. Поскольку наблюдаемые в телескоп светила удалены от Земли на чрезвычайно большие расстояния, их изображения фактически получаются в фокальной плоскости объектива.

Изображение светила, даваемое объективом, служит объектом для окуляра. При этом окуляр располагается так, чтобы его передний фокус совпадал с задним фокусом объектива.

Поскольку объект расположен в фокальной плоскости окуляра, то его изображения получаться не должно, так как лучи выйдут из окуляра параллельным пучком (точнее, лучи образуют изображение на бесконечности).

Как же в таком случае астрономы ведут наблюдения?

114. НУЖНЫ ЛИ АСТРОНОМАМ ТЕЛЕСКОПЫ?

Под увеличением телескопа понимается отношение, показывающее, во сколько раз угол, под которым видно светило в телескоп, больше угла, под которым оно наблюдается невооруженным глазом.

Ввиду чрезвычайно большой удаленности звезд (напомним, что даже от ближайшей звезды свет, имеющий скорость 300 000 км/с, идет около четырех лет!) угол, под которым видны звезды невооруженным глазом, практически равен нулю. Поэтому даже в самые сильные телескопы звезды представляются наблюдателю светящимися точками, не имеющими площади (ведь во сколько раз нуль не увеличивай, он все равно останется нулем).

Следует ли из этого, что телескопы имеет смысл применять только для наблюдения сравнительно близко расположенных объектов, например планет, а звезды с равным успехом можно наблюдать и невооруженным глазом?

115. КАКОЙ ДОЛЖНА БЫТЬ ДИАФРАГМА?

Для увеличения резкости изображения предмета на фотопленке полезно произвести диафрагмирование объектива. Однако при очень сильном уменьшении относительного отверстия объектива изображение снова становится нечетким (именно поэтому в современных фотоаппаратах наименьшее отверстие диафрагмы равно 1:22, а не 1:36, как это было в старых типах фотокамер).

Почему же, несмотря на выпуск весьма чувствительных фотоматериалов, позволяющих фотографировать при очень маленьких диаметрах объектива, относительное отверстие меньше 1:22 перестали применять?

116. ВОЗМОЖНА ЛИ ПОСТРОЙКА ГИПЕРБОЛОИДА?

Петр Гарин, герой романа Алексея Толстого «Гиперболоид инженера Гарина», так рассказывал Зое

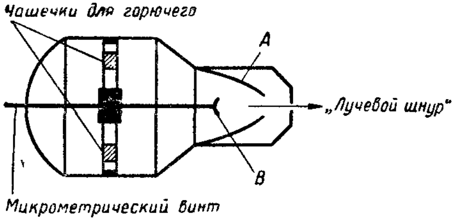


Рис. 36.

Монроз о сущности своего изобретения: «Это просто как дважды два. Весь секрет в гиперболическом зеркале *A*, напоминающем формой зеркало обыкновенного прожектора, и в кусочке шамонита *B*, сделанном также в виде гиперболической сферы. Закон гиперболических зеркал таков.

Лучи света, падая на внутреннюю поверхность гиперболического зеркала, сходятся в одной точке, в фокусе гиперболы. Это известно. Теперь вот что неизвестно: я помещаю в фокусе гиперболического зеркала вторую гиперболу (очерченную, так сказать, навыворот — гиперболоид вращения, выточенную из тугоплавкого, идеально полирующегося минерала — шамонита, залежи его на севере России неисчерпаемы). Что же получается с лучами?

Лучи, собираясь в фокусе зеркала *A*, падают на поверхность гиперболоида *B* и отражаются от него математически параллельно, иными словами, гиперболоид *B* концентрирует все лучи в один луч, или «лучевой шнур», любой толщины. Переставляя микрометрическим винтом гиперболоид *B*, я по желанию увеличиваю или уменьшаю толщину «лучевого шнура». При этом я могу довести шнур (практически) до толщины иглы. В природе не существует ничего, что могло бы сопротивляться силе «лучевого шнура». Здания, дредноуты, воздушные корабли, скалы, горы, кора Земли — все пронижет, разрушит, разрежет мой луч».

Схема гиперболоида Гарина, взятая из романа, приведена на рисунке 36. Можно ли ею воспользоваться для постройки такого аппарата? Точнее говоря, будет ли он таким всемогущим, как утверждал герой романа?

117. ВМЕСТО ЛАЗЕРА.

Плотность потока энергии в луче современного лазера (оптического квантового генератора) так велика, что подобно «гиперболоиду инженера Гарина», о котором мы говорили в предыдущей задаче, он свободно разрезает металлические листы толщиной в несколько сантиметров и без труда пробивает тончайшие каналы в кристаллах алмаза — самого твердого из существующих в природе веществ. Сейчас лазеры используют и для более прозаических целей — с их помощью, например, производится раскрой тканей на крупных швейных предприятиях, причем работой лазера управляет специальное программное устройство.

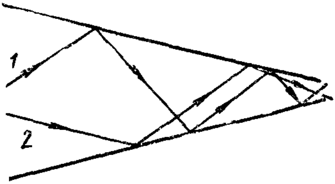


Рис. 37.

Можно было бы применить лазер и во множестве других случаев. Но пока более широкому их внедрению в практику препятствует довольно высокая стоимость, обусловленная сложностью изготовления.

Попробуем разработать более простое устройство, дающее, как и лазер, узкие световые пучки с большой плотностью энергии.

Пусть световые лучи от мощного прожектора падают слева (рис. 37) в раструб конической трубы, внутренняя поверхность которой тщательно отполирована и посеребрена. После ряда отражений лучи выйдут через правое отверстие. Так как его сечение может быть сделано как угодно малым, можно, казалось бы, добиться неограниченно большой концентрации энергии в выходящем из конуса световом потоке.

Поскольку такие устройства, несмотря на их простоту, не применяются, наши рассуждения содержат, видимо, ошибку. Попробуйте ее найти.

118. ИЗМЕНИТСЯ ЛИ ЦВЕТ?

Длина волны λ связана со скоростью распространения c света в данной среде и с показателем преломления n следующим образом:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{c_1}{c_2} = n_{1,2}\,.$$

Из написанного равенства нетрудно заметить, что при переходе из одной среды в другую длина световых волн меняется. Так, например, если в воздухе длина волны равнялась 0,65 мкм, то в воде, показатель преломления которой относительно воздуха равен 1,33, длина волны будет иметь значение

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{n_{1,2}} = \frac{0,65\ \text{мкм}}{1,33} = 0,49\ \text{мкм}.$$

Длина волны 0,65 мкм соответствует красному свету, а 0,49 мкм — голубому.

Не означает ли это, что ныряльщику, находящемуся под водой, лучи красного фонаря будут казаться голубыми?

119. КАКОВ ИСТИННЫЙ ЦВЕТ!

Цвет тела, покрытого слоем цинковых белил, воспринимается как белый. Если в качестве краски использовать берлинскую лазурь, цвет предмета станет голубым. В обоих случаях тело кажется какого-то одного определенного цвета.

Однако иногда охарактеризовать цвет тела не так уж легко, и это можно показать на простом примере.

Наблюдения за курильщиками показывают, что дым представляется нам либо голубоватым, либо приобретает красновато-желтый оттенок, в зависимости от расположения наблюдателя по отношению к курильщику, облаку дыма и источнику света.

Почему же цвет дыма зависит от «точки зрения» наблюдателя?

120. СЛУЧАЙ С ВУДОМ.

Замечательный американский физик-оптик Р. Вуд (1868—1955) был большим шутником и любителем быстрой езды. Однажды он ехал в своем автомобиле по городу и, не сумев затормозить, выехал на перекресток, когда на светофоре загорелся красный свет. Нарушителя движения задержал полицейский, и между ними состоялся следующий разговор:

«— Я не виноват, — защищался Вуд. — Меня подвел эффект Допплера.

— Что, что? — переспросил удивленный полицейский.

— Эффект Допплера, — ответил Вуд и пояснил. — Вы, вероятно, обращали внимание, как повышается тон гудка движущегося навстречу вам паровоза или автомобиля. Это происходит потому, что в ухо попадает за единицу времени больше звуковых волн. Аналогичное явление наблюдается и для света. Если источник света приближается к вам или вы приближаетесь к нему, то свет вам покажется другого оттенка, его цвет смещается к синему концу спектра. Я ехал довольно быстро, и красный огонь светофора показался мне зеленым!»

Неизвестно, чем кончился разговор Вуда с полицейским (утверждают, что полицейский все же оштрафовал Вуда за быструю езду), нас интересует другое: имел ли Вуд право ссылаться на эффект Допплера?

121. ОТРИЦАТЕЛЬНОЕ СВЕТОВОЕ ДАВЛЕНИЕ.

Как электромагнитная теория света, созданная в 1860—1870 гг. Д. К. Максвеллом, так и квантовая теория, основы которой заложил в 1900 г. М. Планк (1858—1947) и которую успешно применил в 1905 г. к свету А. Эйнштейн (1879—1955), предсказывали явление светового давления, экспериментально обнаруженное П. Н. Лебедевым (1866—1912) вначале для твердых тел, а затем и для газов и имеющего, таким образом, всеобщий характер.

Световое давление много значит в жизни природы: оно, например, препятствует гравитационному сжатию звезд, играет решающую роль в образовании кометных хвостов, сокращает время жизни искусственных спутников Земли и т. д.

Писатели-фантасты уже давно мечтают о межпланетных кораблях, приводимых в движение силами светового давления, причем успехи современной химии в создании легких и прочных пластических масс позволяют надеяться на получение и такой, из которой можно было бы устроить паруса для «космических яхт». Но ведь давление света действует лишь в направлении от источника. Как же быть, если космонавт пожелает вернуться к Солнцу? Идти галсами, как парусник в море, к сожалению, не удастся, так как межпланетное пространство практически лишено вещества. Оказывается, однако, что можно создать такую систему, которая под действием световых лучей будет *притягиваться* к источнику света. Попробуйте представить хотя бы одну такую систему.

122. ПОЧЕМУ ПО-РАЗНОМУ СВЕТЯТСЯ ОДИНАКОВО НАГРЕТЫЕ ТЕЛА?

Чем объясняется следующий парадокс: железо, нагретое до 800°C, светится очень ярко, тогда как свечение кусочка кварца (с несколько меньшим успехом опыт можно проделать и со стеклом), имеющего ту же температуру, еле заметно?

123. ПАРАДОКС ЛИНЕЕК.

Возьмите две линейки и наложите одну из них на другую так, чтобы они образовывали острый угол α (рис. 38). Пусть одна линейка начнет двигаться относительно другой поступательно с некоторой скоростью $\vec{v}_0$ в направлении, указанном на том же рисунке. Тогда точка пересечения линеек начнет перемещаться со скоростью $\vec{v}$, которую можно определить следующим образом.

За промежуток времени Δt движущаяся линейка проходит путь

$$AA' = BB' = v_0 \Delta t,$$

в результате чего точка пересечения линеек смещается на расстояние

$$AB' = v \Delta t.$$

Из треугольника ABB' находим

$$AB' = \frac{BB'}{\operatorname{tg} \alpha}.$$

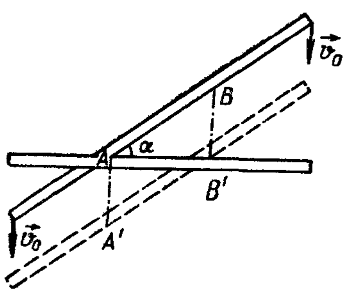


Рис 38.

Подставляя в последнее уравнение приведенные выше выражения для AB' и BB' и сокращая на Δt, получаем

$$v = v_0 : \operatorname{tg} \alpha.$$

Положим, $v_0 = 14\,000$ км/с и $\alpha = 10°$ (тангенс этого угла приближенно равен 0,035). Тогда для скорости движения точки пересечения будем иметь

$$v = \frac{14\,000 \text{ км/с}}{0{,}035} = 400\,000 \text{ км/с!}$$

Как это согласовать с одним из постулатов теории относительности, согласно которому скорость света — это максимально возможная?

124. ПАРАДОКС РЫЧАГА.

Представьте, что у вас имеется рычаг, плечи которого имеют длину l_1 и l_2 (рис. 39). Пусть такой рычаг, вращаясь равномерно, повернется за время T на один оборот. Тогда путь s_1, который проделал его левый конец, можно записать двояко:

$$s_1 = v_1 T = 2\pi l_1.$$

Аналогично для пути s_2, проделанного правым концом, имеем

$$s_2 = v_2 T = 2\pi l_2.$$

Поделив эти равенства почленно, получим

$$v_1 : v_2 = l_1 : l_2,$$

откуда

$$v_2 = v_1 \frac{l_2}{l_1}.$$

Если правое плечо в 1000 раз длиннее левого, скорость которого составляет 4000 км/с, то для скорости правого конца рычага получим

$$v_2 = 4000 \text{ км/с} \cdot 1000 = 400\,000 \text{ км/с},$$

что превышает скорость света!

Возможно ли это?

125. СКОЛЬКО РАДИЯ БЫЛО НА ЗЕМЛЕ В «ДЕНЬ ЕЕ РОЖДЕНИЯ»!

Допустим, что в настоящее время на Земле имеется всего 1 кг радия — цифра, конечно, более чем скромная, поскольку в лабораториях и больницах мира хранится гораздо больше. Од-

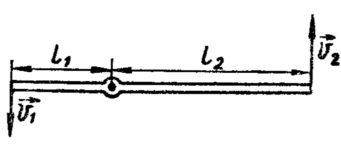


Рис. 39.

нако будем оперировать этим числом для определенности и простоты дальнейших расчетов.

Период полураспада радия составляет 1620 лет. Значит, столько лет назад на Земле было в два раза больше радия, чем сейчас, т. е. 2 кг; 3240 лет тому назад имелось 4 кг и т. д. Можно записать следующую таблицу, при составлении которой возраст Земли принят равным 10^{10} лет, что примерно согласуется с последними данными геологии и астрономии:

Число лет тому назад	Число периодов полураспада тому назад	Масса радия, кг
0	0	$1=2^0$
1620	1	$2=2^1$
3240	2	$4=2^2$
4860	3	$8=2^3$
6480	4	$16=2^4$
. . . .	. . . .	. . . .
10^{10}	$10^{10}:1620$	$2^{10^{10}:1620}$

Исходя из приведенных в таблице данных, рассчитаем количество радия на Земле 10 млрд. лет назад:

$$m = 2^{10^{10}:1620}\ \text{кг} = 2^{6{,}17\cdot 10^6}\ \text{кг}.$$

Логарифмируя обе части равенства, получим

$$\lg m = 6{,}17\cdot 10^6\cdot \lg 2 = 1\,857\,000.$$

Отсюда для массы радия, бывшей на Земле в момент ее возникновения, находим

$$m = 10^{1\,857\,000}\ \text{кг}!$$

Как это согласовать с тем фактом, что масса всей Земли в настоящее время составляет «всего лишь» примерно $6\cdot 10^{24}$ кг?!

126. КАК ВОЗНИКАЮТ КОСМИЧЕСКИЕ ЛУЧИ?

В начале текущего столетия австрийским физиком В. Ф. Гессом (1883—1964), а также рядом других исследователей было показано, что из окружающего пространства на земную поверхность непрерывно обрушивается поток так называемых космических лучей — быстрых протонов и α-частиц. Их энергия достигает колоссальных (конечно, по масштабам микромира) значений 10^{19} эВ, тогда как в наиболее совершенных современных ускорителях заряженные частицы разгоняются до энергий порядка 10^{10} эВ. Для ответа на вопросы, откуда приходят к нам космические лучи и каким образом частицы в них ускоряются до столь высоких энергий, знаменитый итальянский физик Э. Ферми (1901—1951) выдвинул следующую гипотезу, считающуюся до настоящего времени наиболее вероятной.

Астрофизические наблюдения свидетельствуют о наличии во Вселенной движущихся облаков межзвездного газа и связанных с ними магнитных полей, рожденных движением заряженных частиц в этих облаках. По гипотезе Ферми встреча космических частиц с блуждающими магнитными полями и приводит к ускорению частиц.

Однако мы знаем, что сила, действующая со стороны магнитного поля на движущийся заряд (так называемая сила Лоренца), направлена перпендикулярно вектору скорости и может изменить, следовательно, лишь направление вектора скорости, но никак не численное значение.

Как же в таком случае гипотеза Ферми объясняет процесс ускорения?

127. ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ И ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МАССЫ.

Открытый в 1932 г. Д. Чедвиком нейтрон неустойчив и со временем распадается на протон, электрон и антинейтрино. Уравнение распада можно записать в следующем виде:

$$ {}_0^1n \to {}_1^1p + {}_{-1}^{0}e + {}_0^0\tilde{\nu} , $$

где n, p, e и $\tilde{\nu}$ — символические обозначения соответственно нейтрона, протона, электрона и антинейтрино. Индексами сверху обозначена масса частиц, а индексами снизу — их заряд (и то, и другое в атомных единицах).

Обнаружены также процессы, при которых протон превращается в нейтрон, позитрон и нейтрино. Уравнение соответствующей «ядерной реакции» имеет вид:

$$ {}^{1}_{1}p \rightarrow {}^{1}_{0}n + {}^{0}_{+1}e + {}^{0}_{0}\nu. $$

Таким образом, в результате этих двух реакций, следующих друг за другом, нейтрон «возродился» и, кроме того, возникли четыре новые частицы — электрон, позитрон, нейтрино и антинейтрино.

Как это можно согласовать с законом сохранения массы?

128. ЕСТЬ ЛИ В ЯДРЕ АТОМА ЭЛЕКТРОНЫ!

Вскоре после экспериментального обнаружения нейтрона советский ученый Д. Д. Иваненко и независимо от него немецкий физик В. Гейзенберг предложили теорию строения атомного ядра, согласно которой ядро состоит из протонов и нейтронов, называемых вместе нуклонами.

Если номер элемента в периодической системе Менделеева и его массовое число (округленная до целого числа атомная масса) равны соответственно Z и A, то это означает, что число протонов в ядре составляет Z, а количество нейтронов равно $A - Z$. Никаких иных частиц в ядре нет.

Справедливость протонно-нейтронной модели ядра в настоящее время не вызывает никаких сомнений.

С другой стороны, при одном из типов радиоактивных превращений, β-распаде, ядро материнского атома распадается с выбросом β-частицы, т. е. обычного электрона.

Откуда же берутся электроны?

РЕШЕНИЯ

I. МЕХАНИКА

1. Поезда метро, как известно, следуют строго по расписанию и приходят на станции через определенное время. Воспользуемся этим для графического решения задачи.

На рисунке 40 изображена ось времени, началом которой выбрано 8 ч. На оси треугольниками снизу обозначены моменты прихода поездов нужного пассажиру направления, а треугольниками сверху — время прихода встречных поездов. Частота следования поезда равна трем минутам для обоих направлений.

Так как время прихода пассажира, по условию задачи, совершенно случайно, то это событие может произойти как в интервале A_1B_1, так и в интервале B_1A_2 (или соответственно в интервалах A_2B_2 и B_2A_3 и т. д.). Если пассажир приходит на станцию в интервал A_1B_1, A_2B_2, ..., то первым после его прихода прибудет поезд нужного ему направления, а для интервала B_1A_2, B_2A_3, ... сначала подойдет встречный поезд. Поскольку длительность интервалов для второго случая в два раза больше, то вдвое большей оказывается вероятность того, что пассажир придет на станцию в это время и первым встретит встречный поезд. На другой станции и в другое время соотношения могут оказаться иными

Эта задача хорошо иллюстрирует плодотворность графического метода решения задач.

2. Этой задаче обычно даются самые противоречи-

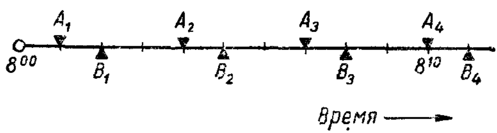


Рис. 40.

вые решения. По мнению одних, сани будут оставаться на месте, другие полагают, что они должны все-таки двигаться вперед.

Между тем правильный ответ таков: при данной формулировке задача вообще не имеет решения.

Действительно, рассмотрим два крайних случая. Пусть трение между лентой конвейера и лыжами саней отсутствует вообще. Тогда движение ленты никак не скажется на величине скорости аэросаней, поскольку они приводятся в движение пропеллером. Сани будут как бы лететь над дорогой, и ее движение никак не повлияет на состояние движения саней, как это движение не может повлиять на скорость парящего над дорогой самолета.

Во втором предельном случае, когда сцепление дороги с лыжами аэросаней очень велико (т. е. когда сила тяги, развиваемая воздушным винтом аэросаней, меньше силы трения между лыжами и дорогой), последние можно считать жестко связанными с конвейером. Тогда, безусловно, сани будут двигаться в том же направлении и с той же скоростью, что и конвейерная лента.

В промежуточных случаях возможны различные значения скорости саней. Может оказаться, в частности, что положение аэросаней относительно окружающих предметов останется со временем неизменным, т. е. они будут стоять на месте. Это будет в том случае, когда сила тяги воздушного винта равна силе трения (сопротивление воздуха не учитывается). Однако такое состояние будет неустойчивым, поскольку даже небольшой толчок в сторону движения или навстречу ему, вызванный, например, неровностями на конвейерной ленте, приведет сани в движение относительно земной поверхности в направлении воздействия.

3. Результирующей скоростью точки A (рис. 41) является та, которая реально наблюдается на практике, т. е. горизонтально направленная скорость лодки $v_л$. Следовательно, скорость вытягивания веревки — это одна из составляющих. Каково же направление второй составляющей?

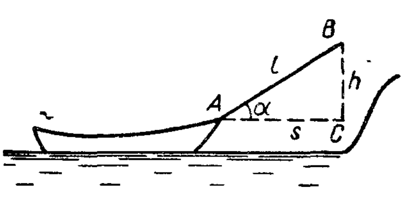


Рис. 41.

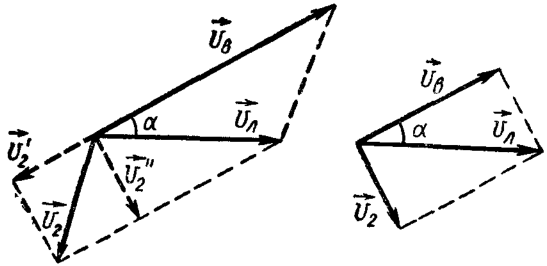


Рис. 42.

Направление второй составляющей надо выбирать так, чтобы движение вдоль него оставляло абсолютное значение вектора скорости веревки $|\vec{v}_в|$ постоянным, изменяя лишь его направление. Нетрудно увидеть, что это будет только в том случае, если направление второй составляющей образует с веревкой прямой угол. В противном случае всегда можно разложить вторую составляющую $\vec{v}_2$, как показано в левой части рисунка 42, еще раз так, что одна из вновь появившихся составляющих $\vec{v}'_2$ изменит величину $\vec{v}_в$.

Из сказанного следует, что параллелограмм скоростей в данном конкретном случае должен представлять собой прямоугольник, в котором результирующая направлена горизонтально, а одна из составляющих совпадает по направлению с веревкой. Сделав соответствующий чертеж (правая часть рис. 42), находим:

$$|\vec{v}_л| = \frac{|\vec{v}_в|}{\cos \alpha},$$

что и является правильным решением задачи.

Таким образом, хотя всякий вектор можно разложить по любым направлениям, не всякое разложение имеет смысл. Разложение, показанное на рисунке 1, лишено физического смысла, поскольку результирующим является движение не вдоль веревки, а по горизонтальному направлению, и разложению надо подвергать именно его.

Особенно просто задача решается методами дифференциального исчисления.

Из треугольника ABC (рис. 41) имеем:

$$(AB)^2 = (BC)^2 + (AC)^2.$$

Продифференцируем это выражение по времени, полагая для краткости записи $AB=l$, $BC=h$ и $AC=s$. Поскольку h постоянно, находим

$$2l\frac{dl}{dt} = 2s\frac{ds}{dt}.$$

Учитывая, что $\frac{s}{l} = \cos\alpha$, получим

$$\frac{dl}{dt} = \frac{ds}{dt}\cos\alpha.$$

Но $\frac{dl}{dt}$ является модулем скорости вытягивания веревки $|\vec{v}_{в}|$, тогда как $\frac{ds}{dt}$ представляет собой модуль скорости лодки $|\vec{v}_{л}|$. Поэтому

$$|\vec{v}_{в}| = |\vec{v}_{л}|\cos\alpha,$$

или

$$|\vec{v}_{л}| = \frac{|\vec{v}_{в}|}{\cos\alpha}.$$

4. Скорость подъема груза не изменится, очевидно, если обе веревки перекинуть через один блок и выбирать их с прежней скоростью. Необходимо лишь поставить направляющие KL и MN, чтобы груз P поднимался по прежнему пути (рис. 43). Появление новых сил (трение между грузом и направляющими) не должно нас смущать, поскольку задача имеет чисто кинематический характер.

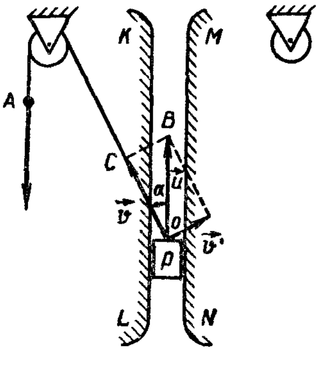


Рис. 43.

Ее решение не изменится и в том случае, если обе веревки заменить одной, так как вторая становится ненужной. Стало быть, эта задача совершенно аналогична предыдущей, что становится совершенно очевидным, если рисунок 43 повернуть на 90° по часовой стрелке и сравнить с рисунком 1 или 41. Роль лодки в этом случае играет груз, и его скорость $\vec{u}$ — это результирующая. В то же время скорость веревки $\vec{v}$ является одной из составляющих. Чтобы вторая составляющая $\vec{v}'$ не имела компоненты, направленной вдоль веревки, она должна образовывать с первой прямой угол.

Тогда из треугольника скоростей OBC получаем

$$|\vec{u}| = \frac{|\vec{v}|}{\cos\alpha}.$$

5. Строго говоря, средняя скорость мотоциклиста в соответствии с формулой

$$\vec{v}_{\text{ср}} = \vec{s}/t$$

равна нулю, поскольку, выехав из пункта A, он в конечном счете туда же и возвратился (т. е. перемещение $\vec{s}=0$).

Однако в повседневной жизни под средним значением скорости подразумевают среднее значение ее модуля, определить которое можно, разделив пройденный *путь* на время движения. Рассмотрим, чему же он равен.

Напрашивающийся и обычно даваемый ответ 50 км/ч не является правильным. В самом деле, обозначим расстояние между пунктами A и B через l. Тогда время, затрачиваемое мотоциклистом на переезд из A в B, будет равно

$$t_1 = \frac{l}{v_1}.$$

Обратный переезд потребует времени

$$t_2 = \frac{l}{v_2}.$$

А на весь путь туда и обратно будет затрачено

$$t = t_1 + t_2 = \frac{l}{v_1} + \frac{l}{v_2} = \frac{l(v_1+v_2)}{v_1 v_2}.$$

После этого средняя скорость

$$v_{\text{ср}} = \frac{2l}{t} = \frac{2l}{\dfrac{l(v_1+v_2)}{v_1 v_2}} = \frac{2v_1 v_2}{v_1+v_2}.$$

Подставляя сюда значение скоростей v_1 и v_2, получим для средней скорости значение 48 км/ч.

Формулу для вычисления средней скорости в данном случае можно представить в следующем виде:

$$\frac{1}{v_{ср}} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}\right).$$

Величина $v_{ср}$, определяемая таким образом, носит название *среднего гармонического* величин v_1 и v_2. Следовательно, среднее гармоническое двух данных чисел есть число, обратное среднему арифметическому чисел, в свою очередь обратных заданным числам.

Среднее гармоническое чисел a и b можно построить геометрически.

На рисунке 44 представлена гипербола, выражающая график функции $y=\frac{1}{x}$. Отложим на оси Ox отрезки $OA_1=a$ и $OA_2=b$. После этого проведем из точек A_1 и A_2 нормали к оси Ox до пересечения с гиперболой в точках B_1 и B_2. Далее опустим из них перпендикуляры B_1C_1 и B_2C_2 на ось Oy и расстояние C_1C_2 разделим на две равные части. Если из полученной точки C восставить перпендикуляр CB до пересечения с гиперболой, а из точки B провести нормаль BA к оси Ox, то длина h отрезка OA и будет равна среднему гармоническому чисел a и b, что непосредственно следует из системы равенств

$$A_1B_1 = \frac{1}{a},$$

$$A_2B_2 = \frac{1}{b},$$

$$AB = \frac{1}{h},$$

$$AB = \frac{1}{2}(A_1B_1 + A_2B_2).$$

Можно показать, что между средним гармоническим h чисел a и b, их средним геометрическим $g=\sqrt{ab}$ и средним арифметическим $m=\frac{a+b}{2}$ существует соотношение

$$m \geqslant g \geqslant h$$

(знак равенства имеет место в случае $a=b$).

Средняя скорость лишь иногда равна среднему арифметическому, например в равнопеременном движении (движении с постоянным ускорением); для данного же случая средняя скорость выражается как среднее гармоническое скоростей v_1 и v_2.

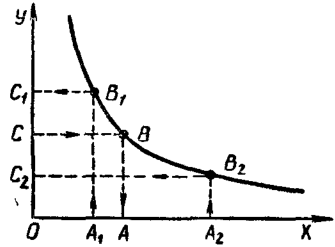


Рис. 44.

6. Проверим полученные решения, вычислив время, необходимое для подъема на высоту 6 м при начальной скорости 21,5 и 13 м/с соответственно.

Из выражения

$$t = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2as}}{a}$$

имеем два значения времени для начальной скорости 21,5 м/с: $t_1 = 0{,}3$ с и $t_2 = 4$ с — и два значения для скорости 13 м/с: $t_1 = 0{,}6$ с и $t_2 = 2$ с.

Стало быть, для любой начальной скорости, удовлетворяющей, разумеется, условию

$$v_0 > \sqrt{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2 \cdot 6 \text{ м}} \approx 11 \text{ м/с},$$

камень побывает на высоте 6 м дважды: при подъеме вверх и на обратном пути. Чем больше начальная скорость, тем дольше будет подниматься камень до верхней точки своей траектории, тем позже, опускаясь оттуда, он вторично окажется на заданной высоте.

Приведенные в тексте задач значения времени специально подобраны так, чтобы соответствовать спуску.

Все сказанное хорошо иллюстрируется рисунком 45, где представлены графики движения тела для обоих случаев. Верхняя парабола выражает зависимость высоты от времени для начальной скорости 21,5 м/с, а нижняя — для скорости 13 м/с.

7. Во время торможения вагона тело пассажира, сохраняя прежнюю скорость, наклоняется вперед. Стремясь воспрепятствовать падению, человек инстинктивно напрягает мускулы ног. При остановке пассажир не успевает расслабить мышцы, и они толкают его назад.

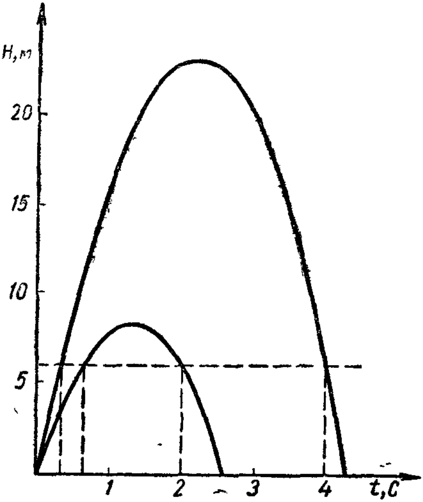


Рис. 45.

Такую же роль, как и мышцы человека, играют рессоры экипажа.

При экстренном торможении мускулы человека не успевают приспособиться к обстановке, и он наклоняется вперед в полном соответствии с законом инерции.

8. Когда-то, между прочим, так и считали, что паровоз не может приводить в движение состав, вес которого превышает вес паровоза. Поэтому авторы первых проектов снабжали паровозы чем-то вроде ног для отталкивания от земли (паровоз Брунтона, 1813 г.) или предлагали ведущие колеса и рельсы делать зубчатыми (паровоз Блекинсона, 1811 г.).

Ошибка этих изобретателей, как и приведенного в тексте софизма, состоит в том, что коэффициенты трения колес вагонов о рельсы и ведущих колес паровоза о рельсы принимались равными совершенно необоснованно.

Все дело состоит в том, что точки колес локомотива и вагонов, соприкасающиеся с рельсами, в момент соприкосновения *неподвижны*. Значит, в обоих случаях мы имеем дело не с *динамическим*, а со *статическим* трением, коэффициент которого не является какой-то строго определенной величиной, а меняется от нуля до некоторого максимального значения, когда происходит срыв и начинается движение. Поскольку вращение колес происходит без «юза» (т. е. колеса не заблокированы и вращаются свободно), то и для колес тепловоза, и для колес вагонов коэффициент трения меньше максимального, но неодинаков: у ведущих колес локомотива он велик и меньше у колес вагонов. Произведение веса (точнее, *сцепного* веса) локомотива на большой коэффициент трения при равномерном движении равно произведению веса состава на малый коэффициент трения. Коэффициенты трения k_1 и k_2 могут различаться во много раз, и приравнивать их, как сделано в условии софизма, конечно, нельзя. Впервые это экспериментально показал инженер Хедлей, построивший в 1813 г. паровоз «Пыхтящий Билли». Однако полностью проблема паровозостроения была разрешена несколько позже Стефенсоном.

9. *Сила* трения от этого, конечно, не уменьшается. Однако для вращательного движения важна не столько сама сила, сколько ее *момент.* Нетрудно видеть, что с уменьшением радиуса трущейся части уменьшается момент тормозящей силы трения, а вместе с тем и потери на работу против сил трения.

10. В верхней и нижней (или, как у нас на чертеже, в правой и левой) мертвых точках поршень работающего двигателя на очень короткое время останавливается, меняя направление движения. В эти моменты времени масло выдавливается из промежутка между поршнем и стенками цилиндра, и некоторое время после этого движение происходит почти «всухую», пока поршень не попадет на смазанную поверхность. Естественно, что износ сухих поверхностей больше, чем смазанных.

11. Часть задачи, относящаяся к бруску, не содержит ошибок. Была бы справедливой и вторая часть, если бы мы могли изготовить абсолютно твердый шар и обладающую таким же свойством поверхность. Однако все реальные тела под действием нагрузок (в том числе и веса шара) в той или иной степени деформируются, а это приводит к тому, что шар и плоскость будут соприкасаться не в точке, а по некоторой площадке, в пределах которой реакция опоры может несколько смещаться и компенсировать момент пары приложенной силы и силы трения. Однако деформации обычно не очень велики, и реакция опоры не может иметь значительного момента. В результате шар привести в движение значительно легче, чем брусок.

12. Узнать, какое рассуждение ошибочно и какое справедливо, можно экспериментально. Для этого достаточно поставить модель стола на два демонстрационных динамометра (удобно воспользоваться динамометрами «часового» типа) так, чтобы ножки стола оказа-

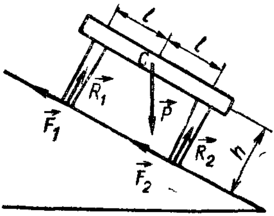


Рис. 46.

лись на разной высоте. Показания динамометров окажутся различными — больше там, где ножки расположены ниже. Если модель установлена так, что перпендикуляр, опущенный из центра тяжести на горизонтальную плоскость, проходит через ножки стола в точке B (см. рис. 7), то показания левого динамометра вообще будут равны нулю.

К выводу, что давления должны быть различными, приводит и следующее несложное рассуждение.

Стол будет находиться в покое на наклонной плоскости только в том случае, если равны нулю суммы действующих на него сил (условие отсутствия *поступательного* перемещения) и их моментов (условия отсутствия *вращательного* движения). Поскольку вращения, например, относительно оси, проходящей через центр тяжести стола, нет, алгебраическая сумма моментов силы тяжести $\vec{P}$, сил трения $\vec{F_1}$ и $\vec{F_2}$, действующих на ножки стола, и сил реакций опоры $\vec{R_1}$ и $\vec{R_2}$ равна нулю (обозначения всех сил приведены на рисунке 46). Считая моменты сил, вращающих по часовой стрелке вокруг оси, проходящей через центр тяжести стола C, положительными, а моменты сил, вращающих в противоположном направлении, отрицательными, получаем следующее равенство:

$$|\vec{F}_1|\,h + |\vec{F}_2|\,h + |\vec{R}_1|\,l - |\vec{R}_2|\,l + |\vec{P}|\,0 = 0.$$

Отсюда

$$|\vec{R}_2|\,l - |\vec{R}_1|\,l = |\vec{F}_1|\,h + |\vec{F}_2|\,h,$$

или

$$|\vec{R}_2| - |\vec{R}_1| = (|\vec{F}_1| + |\vec{F}_2|)\frac{h}{l} > 0,$$

т. е.

$$|\vec{R}_2| > |\vec{R}_1|.$$

Интересно отметить, что если трение целиком отсутствует:

$$|\vec{F}_1| + |\vec{F}_2| = 0,$$

то во время скольжения стола по наклонной плоскости

$$|\vec{R}_1| = |\vec{R}_2|,$$

т. е. давления ножек стола в точках A и B на наклонную плоскость одинаковы.

13. Продолжим $\vec{R}_1$ до пересечения с продолжением $\vec{F}_1$ и заменим ее в точке пересечения C силами $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$, как это показано на рисунке 47.

Треугольник ABC подобен треугольнику BLK. На основании этого запишем пропорциональность сходственных сторон:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{LK}{LB}, \quad \text{или} \quad \frac{AB}{AC} = \frac{|\vec{F}_3|}{|\vec{F}_2|}.$$

Аналогично из подобия треугольников AO_1C и EFC имеем:

$$\frac{AO_1}{AC} = \frac{EF}{EC}, \quad \text{или} \quad \frac{AO_1}{AC} = \frac{|\vec{F}_3|}{|\vec{F}_1| + |\vec{F}_2|}.$$

Разделив эти равенства почленно, получим:

$$\frac{AB}{AO_1} = \frac{|\vec{F}_1| + |\vec{F}_2|}{|\vec{F}_2|}, \quad \text{или} \quad \frac{AO_1 + O_1B}{AO_1} = \frac{|\vec{F}_1| + |\vec{F}_2|}{|\vec{F}_2|}.$$

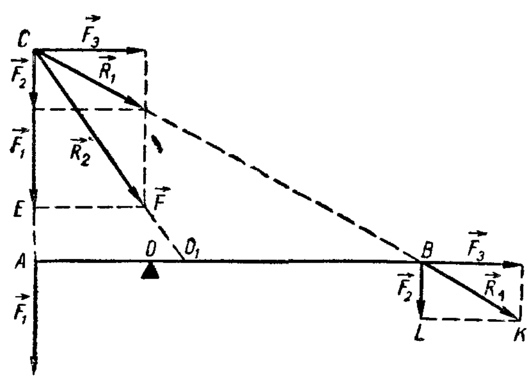


Рис. 47.

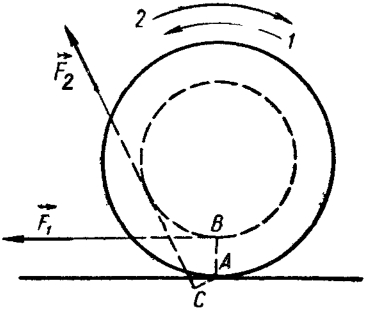


Рис. 48.

После приведения к общему знаменателю и некоторых других преобразований последнему равенству можно придать следующую форму:

$$\frac{|\vec{F}_2|}{|\vec{F}_1|} = \frac{AO_1}{O_1B}.$$

Таким образом, точка O_1 делит расстояние AB обратно пропорционально модулям сил $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, т. е. O_1 должна совпадать с точкой O. Значит, рисунки 8 и 47 выполнены неверно.

14. Поскольку в каждый данный момент времени точки катушки, соприкасающиеся с полом, неподвижны, линию соприкосновения можно рассматривать как мгновенную ось вращения.

Как видно из рисунка 48, горизонтально направленная сила $\vec{F}_1$ имеет относительно этой оси момент, стремящийся повернуть катушку в направлении *1* против часовой стрелки. В результате этого катушка будет двигаться к экспериментатору.

При достаточно большом наклоне нити момент силы $\vec{F}_2$ относительно той же оси вращает катушку в направлении *2* по часовой стрелке и катушка убегает от лица, производящего опыт.

15. Аристотель предполагал, что роль положенного сверху камня сводится лишь к тому, чтобы подталкивать нижний. На самом же деле ему нужно не только (вернее, не столько) приводить в движение нижний камень, сколько самого себя.

Другими словами, одновременно с увеличением в два раза силы, приводящей камни в движение (силы тяжести камней), ровно во столько же раз увеличивается приводимая в движение масса, а ускорение остается неизменным в полном соответствии со вторым законом Ньютона:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

16. Ошибочность приведенного в тексте задачи рассуждения заключается в необоснованности предположения, что сила $\vec{F}$ передается через брусок массой M_1 полностью бруску массой M_2. Это совершенно не вытекает из законов механики. Разумнее предположить, что на брусок массой M_2 действует какая-то другая сила $\vec{F}^* \neq \vec{F}$. Тогда к бруску массой M_1 будет приложена сила $\vec{R} = \vec{F} - \vec{F}^*$. После этого второй закон Ньютона дает:

$$\vec{a}_1 = \frac{\vec{F} - \vec{F}^*}{M_1} \quad \text{и} \quad \vec{a}_2 = \frac{\vec{F}^*}{M_2}.$$

Поскольку бруски постоянно соприкасаются, их ускорения должны быть равными:

$$\vec{a}_1 = \vec{a}_2 = \vec{a},$$

т. е.

$$\frac{\vec{F} - \vec{F}^*}{M_1} = \frac{\vec{F}^*}{M_2},$$

отсюда можно найти, что

$$\vec{F}^* = \frac{M_2}{M_1 + M_2} \vec{F}.$$

Таким образом, к бруску массой M_2 приложена не вся сила $\vec{F}$, а только $\frac{M_2}{M_1 + M_2}$-я часть ее. Подставляя значение $\vec{F}^*$ в любое выражение для ускорения (проще во второе), получаем:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{M_1 + M_2}.$$

Этот же результат получается, если просто разделить приложенную к брускам силу на их общую массу.

17. *Прежде чем приступить к решению этой задачи, решим предварительно еще одну.*

Физик А. родился в 1870 г. В возрасте 37 лет он был избран академиком, после чего прожил еще 40 лет, скончавшись в 1960 г. Скольки лет от роду он умер?

После краткого раздумья мы неизбежно приходим к выводу, что приведенные в задаче сведения не могут относиться к одному человеку. Действительно, в зависимости от того, производим ли мы действия с датами рождения и смерти или используем остальные данные, мы получаем соответственно два разных ответа — либо 90, либо 77 лет. Таким образом, задача внутренне противоречива. Чтобы она имела единственное решение, следует исправить одно из данных или опустить его вообще.

Точно так же приведенные в условии нашей задачи величины не могут относиться к движению одного тела: задача содержит избыточные, причем взаимно противоречащие данные. Исключив из условия, например, сведения о пройденном пути (или о времени движения), мы получим вполне корректную, но совершенно стандартную и легко решаемую задачу.

В заключение отметим, что оговорка относительно направления силы и отсутствия трения не является избыточным сведением, в чем мы предлагаем читателю убедиться самостоятельно.

18. В обоих случаях сила, приводящая в движение, равна двум ньютонам. Но в первом случае сила тяжести гири приводит в движение не только тележку, но и саму гирю, тогда как во втором — сила сообщает ускорение только тележке.

19. Найдем вначале ускорения всех шариков непосредственно после разрезания нити. Считая силы и ускорения, направленные вниз, положительными, получим для ускорений следующие выражения:

$$a_1 = \frac{M_1 g + f_{\mathrm{I}}}{M_1} = \frac{Mg + 2Mg}{M} = 3\,g,$$

$$a_2 = \frac{M_2 g - f_{\mathrm{I}} + f_{\mathrm{II}}}{M_2} = \frac{Mg - 2Mg + Mg}{M} = 0,$$

$$a_3 = \frac{M_3 g - f_{\mathrm{II}}}{M_3} = \frac{Mg - Mg}{M} = 0.$$

Таким образом, ускорение шарика M_2 и в самом деле не равно g. Но это никак тем не менее не противоречит утверждению, что при свободном падении центр тяжести системы должен двигаться с ускорением земного тяготения. Все дело в том, что центр тяжести системы совпадает с центром шарика M_2 лишь в состоянии покоя, что непосредственно вытекает из равенства масс шариков и расстояний AB и BC. Однако последнее равенство сразу же нарушается после разрезания нити. В самом деле, упругость пружины I, очевидно, больше упругости пружины II, так как при *разных* растягивающих силах они растянуты *одинаково*. Поэтому после разрезания нити первая пружина начнет сокращаться быстрее, чем вторая; расстояния AB и BC перестанут быть равными, и центр тяжести системы начнет перемещаться вниз от шарика M_2. Для нахождения положения центра тяжести в некоторый момент времени t воспользуемся обычной формулой (она выводится в решении задачи 30):

$$x_C = \frac{M_1 x_1 + M_2 x_2 + M_3 x_3}{M_1 + M_2 + M_3} = \frac{M(x_1 + x_2 + x_3)}{3M} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}.$$

Совместим начало координат с центром шарика M_3 и направим ось x вертикально вниз. Поскольку начальные ускорения и скорость шарика M_3 равны нулю, то $x_3 = 0$. Тогда абсцисса x_2 шарика M_2 после разрезания нити будет равна постоянной величине l (l — длина пружины II), так как начальные скорость и ускорение для него также равны нулю. В то же время для шарика M_1 получаем:

$$x_1 = -\left(2l - \frac{a_1 t^2}{2}\right) = -2l + \frac{3gt^2}{2}.$$

Подставляя эти значения в выражение для нахождения положения центра тяжести, получаем:

$$x_C = \frac{-2l + \frac{3gt^2}{2} - l + 0}{3} = -l + \frac{gt^2}{2}.$$

Мы получили уравнение, из которого видно, что центр тяжести системы, как и следовало ожидать, движется вниз (ускорение положительно, а начальная скорость равна нулю!) с ускорением g. Можно показать (но это уже сложнее), что это справедливо и для произвольного момента времени, а не только сразу после разрезания нити.

20. Обычно ошибку усматривают в том, что с ростом скорости увеличиваются силы сопротивления (трение и сопротивление воздуха, а результирующая сила и уско-

рение, следовательно, уменьшаются, в итоге скорость не может приобрести больших значений.

Но в основном дело не в этом, так как мыслимы, по крайней мере в принципе, условия, когда силы сопротивления не будут зависеть от скорости. Таковы практически условия движения ракеты в космическом пространстве, где эти силы вообще отсутствуют или могут считаться пренебрежимо малыми.

Чтобы вскрыть ошибку, подсчитаем мощность, которую должен развивать велосипедист в конце двадцатой минуты. Считая силу тяги равной 100 Н, а скорость 600 м/с, получим по общеизвестной формуле

$$N = 100\ \text{Н} \cdot 600\ \text{м/с} = 60\,000\ \text{Дж/с} = 60\ \text{кВт},$$

т. е. опять-таки нелепый результат, так как такую мощность человек может развивать лишь на чрезвычайно короткое время, например при прыжке.

Но именно в этом и заключается разгадка парадокса: поскольку мощность должна оставаться в разумных границах, сила тяги, развиваемая велосипедистом, будет убывать с ростом скорости.

Более подробно решение можно сформулировать следующим образом. При каждой заданной скорости вращения педалей v существует максимальная сила $F_{\text{макс}}$, с которой велосипедист может нажимать на педали. График зависимости $F_{\text{макс}}$ от v показан на рисунке 49 сплошной линией. Смысл кривой состоит в том, что даже на покоящийся предмет ($v=0$) нога человека не может действовать с силой, превышающей определенное значение F_0; с другой стороны, по мере приближения скорости педали к некоторому значению v_0 сила $F_{\text{макс}}$ должна стремиться к нулю, поскольку при больших скоростях человек просто не будет «успевать давить на педали». На том же рисунке пунктиром изображены кривые равной мощности (гиперболы $Fv=\text{const}$). Чем меньше мощность, соответствующая гиперболе, тем сильнее пунк-

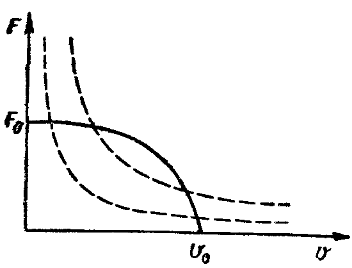


Рис. 49.

тирная кривая прижимается к осям координат. Из рисунка следует, что при больших скоростях полезная мощность, которую может развивать велосипедист, начинает даже убывать с ростом скорости, обращаясь в нуль при $v=v_0$!

Большая мощность вовсе не означает большую силу тяги. Для проектируемых фотонных ракет, например, сила тяги предполагается равной всего лишь нескольким десяткам или сотням ньютонов (для сравнения заметим, что двигатели современных реактивных самолетов развивают тяговые усилия в сотни тысяч ньютонов), так что такая ракета не сможет самостоятельно стартовать с Земли, поскольку сила тяги значительно меньше силы тяжести. Поэтому фотонные двигатели будут запускаться лишь после того, как ракета будет поднята с Земли и приобретет достаточно большую скорость за счет работы двигателей какого-либо другого типа, например обычных реактивных, использующих реакцию вытекающей струи продуктов сгорания.

21. Между Мюнхгаузеном и велосипедистом существует большая разница. Если верить рассказу, Мюнхгаузену «удалось» собственными усилиями (их можно назвать внутренними силами) поднять центр тяжести системы «всадник — лошадь» над поверхностью земли. Это противоречит физическим законам и поэтому невозможно. Велосипедист же, подтягивая руль на себя и приподнимая его над земной поверхностью, одновременно притягивает себя к рулю. При этом центр тяжести системы «велосипед — человек» остается на прежней высоте.

Надо отметить, что, пока велосипед движется по земле, система «велосипед — велосипедист» не замкнута и ее центр масс может быть поднят за счет реакции земли. Один из цирковых номеров, например, состоит в том, что велосипедист, катившийся вначале на двух колесах, поднимает затем переднее колесо и продолжает ехать на одном заднем. При этом высота центра масс системы увеличивается за счет отталкивания от земли (подумайте, какие движения должен совершить для этого велосипедист).

22. Записанный в форме

$$F=\gamma\frac{m_1 m_2}{R^2} \qquad (1)$$

закон всемирного тяготения безоговорочно относится только к точечным телам, т. е. к материальным объектам, линейные размеры l которых значительно меньше расстояния R между их центрами масс.

Если неравенство $R \gg l$ не выполняется, нельзя действовать «в лоб»; приходится быть осторожным и принимать во внимание форму и размеры тел. В общем случае для нахождения силы взаимодействия между телами следует мысленно разбить их на столь малые части, чтобы каждую можно было принять за «материальную точку», найти силы, с которыми каждая «точка» первого тела притягивается каждой «точкой» второго, и все силы векторно сложить. Именно так нужно искать силы взаимодействия человека и стула, камня и земли, и тогда никаких бесконечностей не появится.

В общем случае векторное суммирование сил является очень сложной математической задачей. Однако, если взаимодействующие тела представляют собой полые сферы или шары (с *равномерным* распределением вещества по поверхности или объему!), то сила взаимодействия может быть вычислена по формуле (1) даже в том случае, когда расстояние между центрами шаров сравнимо с величиной их радиусов, вплоть до $R=R_1+$ $+R_2$ (R_1 и R_2 — радиусы сфер или шаров).

Для тел же произвольной формы при малых R вычислять силу взаимодействия по формуле (1), полагая в ней R равным расстоянию между центрами масс, нельзя. Например, центр масс тора расположен *вне* тора. Поэтому можно расположить небольшой шар так, чтобы его центр совпал с центром масс тора. При этом R будет, очевидно, равно нулю, но сила взаимодействия между шаром и тором в бесконечность не обратится. Наоборот, геометрическое суммирование сил, действующих между отдельными частями шара и тора, даст в итоге равнодействующую, равную нулю.

И в заключение отметим одну неточность, допущенную в условии задачи: если два тела соприкасаются, это вовсе не означает, что равно нулю расстояние между их центрами масс. Так, для соприкасающихся шаров, как мы уже видели, $R=R_1+R_2$.

23. В конечном счете величина приливов и отливов определяется не столько самой силой притяжения к Солнцу или Луне, сколько *разностью* сил, с которыми притягиваются к небесному светилу тело, находящееся вблизи центра Земли, и тело такой же массы, расположенное на ее поверхности. Если бы эти силы были равны, они сообщали бы Земле в целом и океанским водам одинаковое ускорение, так что эти тела двигались бы как единое целое, и приливные волны не возникали бы.

Однако центр Земли находится от Луны (или Солнца) несколько дальше, чем частицы воды в океане, расположенном на стороне, обращенной к Луне (Солнцу). Поэтому их ускорения будут различаться на величину

$$\Delta a = \frac{\gamma M}{(d-R)^2} - \frac{\gamma M}{d^2} = \gamma M \frac{d^2-(d-R)^2}{d^2(d-R)^2},$$

где M — масса небесного тела, d — расстояние от его центра до центра Земли, R — радиус Земли, γ — гравитационная постоянная (рис. 50).

Поскольку в обоих случаях $R \ll d$, то

$$\Delta a \approx \frac{\gamma M \cdot 2Rd}{d^2\, d^2} = 2R \frac{\gamma M}{d^3}.$$

По отношению к «нормальному» ускорению силы тяжести g разница составит

$$\frac{\Delta a}{g} = 2R\frac{\gamma M}{d^3} : \frac{\gamma M_з}{R^2} = 2\frac{M}{M_з}\left(\frac{R}{d}\right)^3,$$

где $M_з$ — масса Земли.

Для Луны

$$\frac{M}{M_з} = \frac{1}{81} \quad \text{и} \quad \frac{R}{d} = \frac{1}{60}.$$

Отсюда для относительного уменьшения ускорения (и, значит, для относительного уменьшения силы тяжести на стороне, обращенной к Луне) получаем:

$$\frac{\Delta a}{g} = \frac{\Delta P}{P} = \frac{2}{81 \cdot 60^3} \approx \frac{1}{9 \cdot 10^6}.$$

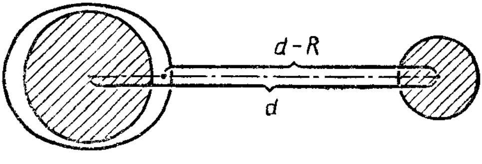


Рис. 50.

Для Солнца

$$\frac{M}{M_3} = 332\,400 \text{ и } \frac{R}{d} = \frac{1}{23\,500}.$$

Из этих данных получаем

$$\frac{\Delta a}{g} = \frac{\Delta P}{P} \approx \frac{1}{19\cdot 10^6}.$$

Таким образом, солнечные приливы должны быть действительно в два раза слабее лунных.

24. Формула (1) выражает тот факт, что при *одном и том же пути* произведенная работа тем больше, чем больше сила, производящая работу. Аналогичным образом из выражения (2) вытекает, что для одной и той же силы работа возрастает с увеличением пройденного пути. (Следует четко понимать, что работа с увеличением силы в два раза возрастает также в два раза только в том случае, когда путь в обоих случаях одинаков; или работа с возрастанием пути увеличивается *равным* образом, лишь если остается неизменной сила.) Таким образом, то, что считалось постоянным в формуле (1), оказывается переменным в выражении (2), и наоборот. Следовательно, в равенствах (4) и (5), полученных из (1) и (2) путем их почленного перемножения и деления, необходимо допустить возможность изменения как k_1, так и k_2. Отсюда вытекает, что k_3 и k_4 не являются постоянными коэффициентами. В самом деле, из смысла k_1 и k_2 следует, что

$$k_3 = \sqrt{Fs} \text{ и } k_4 = \frac{F}{s}.$$

Подставив значения величин k_3 и k_4 соответственно в равенства (4) и (5), получим очевидные, не вызывающие никаких сомнений выражения:

$$A = \sqrt{Fs}\cdot\sqrt{Fs} = Fs \text{ и } F = \frac{F}{s}\,s = F.$$

Приведенный софизм относится не только к формуле работы, но, разумеется, и ко всем формулам, аналитически выраженным одночленами.

Например, при равномерном движении пройденный путь пропорционален скорости и времени. Записав этот факт в виде двух формул

$$s = k_1 v \text{ и } s = k_2 t,$$

получим

$$s = k_3 \sqrt{vt},$$

где $k_3 = \sqrt{k_1 k_2} = \sqrt{v t}$, или

$$v = k_4 t,$$

где $k_4 = \frac{k_2}{k_1} = \frac{v}{t}$.

25. Ни о каком нарушении закона сохранения энергии, конечно, не может быть и речи. Этот закон, безусловно, выполняется во всех известных нам процессах. Следовало просто учесть, что соударение снаряда с тележкой носило неупругий характер, т. е. часть кинетической энергии снаряда, а именно половина, была израсходована на преодоление сил сопротивления его движению внутри тележки и пошла в конечном счете на нагревание и только оставшаяся часть привела тележку в движение.

26. Если уголь сгорает на высоте четвертого этажа, то потенциальная энергия продуктов сгорания (вода, зола, оксид углерода (IV), оксид углерода (II), несгоревшие частицы угля) будет ровно на столько больше, на сколько была увеличена потенциальная энергия угля.

27. Топливо, находящееся в баках движущейся ракеты, обладает запасом кинетической энергии, полученной в результате разгона ракеты за счет сгоревшего ранее топлива. Поэтому энергия, заключенная в каждом килограмме оставшейся части горючего, будет складываться из теплоты сгорания, не зависящей от скорости ракеты, и все возрастающей кинетической энергии. При скорости порядка 3 км/с кинетическая энергия килограмма горючего сравнима с его теплотой сгорания — запасом химической энергии, а при достижении первой космической скорости кинетическая энергия топлива в три раза превышает теплоту сгорания. Это и объясняет парадокс.

28. Воздушный шар вытесняет некоторый объем воздуха, масса которого больше массы шара, так как для заполнения оболочки выбирается газ с плотностью, меньшей, чем у воздуха. При подъеме шара на высоту H его потенциальная энергия увеличивается на величину $VDgH$, где V — объем шара, D — его средняя плотность и g — ускорение силы тяжести.

В то же время на занимаемое им место опускается с той же высоты воздух, потенциальная энергия которого уменьшается на величину $VD'gH$, где D' — плотность воздуха.

В результате потенциальная энергия системы «атмосфера — воздушный шар» уменьшается на величину

$$VgH(D'-D) > 0.$$

За счет этого выигрыша в энергии и поднимается шар. Значит, здесь действует та же причина, которая заставляет всплывать в воде куски дерева, пузырьки газа и т. п., — стремление системы перейти в состояние с минимальным значением потенциальной энергии.

При решении задачи о шаре мы принимали для простоты плотности воздуха и газа постоянными. Фактически же плотность воздуха падает с высотой. Уменьшается при подъеме и плотность заполняющего шар газа, так как он все сильнее растягивает оболочку шара, стремясь уравнять давления внутри шара и в окружающем пространстве. Однако плотность газа уменьшается не беспредельно, поскольку этому мешает оболочка. Поэтому на некоторой высоте плотность воздуха становится равной средней плотности шара, и дальнейший подъем прекращается.

29. Скатываясь с горки, обруч участвует одновременно в двух движениях: во-первых, он как целое перемещается поступательно, во-вторых, все точки обруча совершают, кроме того, вращательное движение, ось которого проходит через центр обруча.

Поэтому правую часть написанного в условии задачи равенства, выражающего закон сохранения энергии, необходимо дополнить еще одним членом, представляющим кинетическую энергию вращательного движения $W_к^{вр}$:

$$mgH = W_к^{пост} + W_к^{вр}.$$

Рассматривая рисунок 51, нетрудно видеть, что точки обруча движутся относительно его центра с такой же скоростью, с какой центр движется относительно земной поверхности. Действительно, выберем на обруче точку B, соприкасающуюся в данный момент с землей, а поэтому неподвижную относительно нее. Если центр обруча обладает относительно земли скоростью v, то такую же скорость он имеет относительно точки B. Но если центр A движется относительно B со скоростью v, то и точка B движется относительно A с такой же скоростью[1]. Все точки обруча равноправны, и если одна из них движется относительно центра со скоростью v, то это же следует сказать

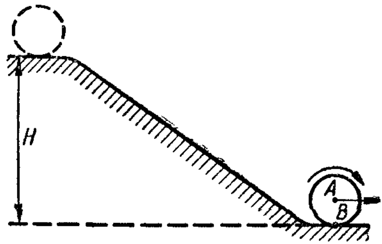


Рис. 51.

и о других. На основании этого заключаем, что можно записать следующее равенство:

$$W_к^{пост} = W_к^{вр}.$$

Но

$$W_к^{пост} = \frac{mv^2}{2},$$

поэтому

$$mgH = mv^2.$$

Отсюда для скорости, приобретенной обручем, имеем:

$$v = \sqrt{gH}.$$

Подставляя в последнее выражение $H = 4{,}9$ м, найдем:

$$v = \sqrt{9{,}8\ м/с^2 \cdot 4{,}9\ м} \approx 6{,}9\ м/с.$$

Аналогичным образом следует решать задачи на вычисление скорости скатившихся с горки шара, диска и других тел. Но эти случаи сложнее для вычисления, так как скорости точек, различно удаленных от центров диска, шара и т. п., различны, что сильно затрудняет расчеты. Для решения задач в подобных случаях оказывается полезным вводить понятие о *моменте инерции*, играющем в динамике вращательного движения такую же роль, как масса в динамике поступательного движения.

[1] Мы употребили выражение «скорость точки A относительно точки B» исключительно для краткости; правильнее, разумеется, говорить о скорости точки относительно системы отсчета, связанной с земной поверхностью (или центром обода, когда далее рассматриваются скорости точек обода относительно его центра).

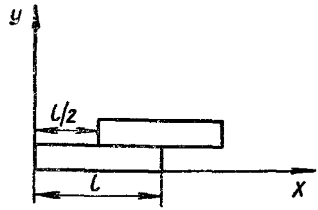


Рис 52.

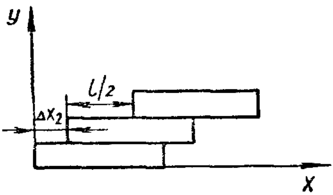


Рис 53.

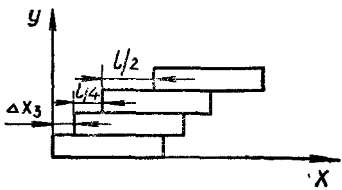


Рис 54.

Если тело соскальзывает с наклонной плоскости не вращаясь, то $W_к^{вр}=0$, и скорость может быть вычислена по формуле, приведенной в тексте софизма.

Убедиться в справедливости изложенных здесь соображений нетрудно на опыте, сравнивая время скатывания с наклонной плоскости двух одинаковых бутылок, имеющих равную массу, наполненных одна водой, а вторая — смесью песка и опилок.

При движении первой бутылки ее потенциальная энергия почти целиком превращается в кинетическую энергию поступательного движения, поскольку вода не принимает участия во вращении, за исключением весьма тонкого слоя, прилегающего к стенкам бутылки (массой самой бутылки в рассуждении мы для простоты пренебрегаем).

Смесь песка и опилок вращается вместе с бутылкой и значительная доля потенциальной энергии бутылки превращается в кинетическую энергию вращательного движения. Поэтому кинетическая энергия и, следовательно, скорость поступательного движения для второй бутылки оказываются меньше.

30. Центром масс системы двух точечных тел называется точка, делящая расстояние между телами на отрезки, обратно пропорциональные массам тел. Так что, если точка S является центром масс m_1 и m_2, находящихся на оси x на расстояниях соответственно x_1 и x_2 от начала координат, то

$$\frac{x_S - x_1}{x_2 - x_S} = \frac{m_2}{m_1},$$

откуда для абсциссы центра масс получаем

$$x_S = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}.$$

Если имеется еще одна точка массой m_3, также лежащая на оси x на расстоянии x_3 от начала координат, то центр масс всей системы определится как центр массы (m_1+m_2), сосредоточенной в точке x_S, и массы m_3, так как абсциссу x_0 центра масс системы получим из равенства

$$x_0 = \frac{(m_1+m_2)\, x_S + m_3 x_3}{(m_1+m_2)+m_3} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3}.$$

В случае n точек формула нахождения абсциссы центра масс имеет вид

$$x_0 = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \ldots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}.$$

Если точки расположены не на оси x, а размещаются в пространстве произвольным образом, добавляются еще два равенства

$$y_0 = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \ldots + m_n y_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n},$$

$$z_0 = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2 + \ldots + m_n z_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}.$$

Этими формулами[1], точнее, первой из них можно воспользоваться для решения задачи.

Чтобы кирпич не упал с лежащего ниже, перпендикуляр, опущенный из центра первого кирпича, не должен выходить за контур опоры, т. е. центр масс верхнего кирпича не должен иметь $x > l$ (рис. 52). Таким образом величина Δx_1, на которую самый верхний кирпич в кладке можно сместить по отношению к предыдущему, должна удовлетворять условию

$$\Delta x_1 \leqslant \frac{l}{2}.$$

Рассмотрим теперь систему из трех кирпичей. Только что мы выяснили, что верхний кирпич можно сдвинуть на $l/2$. На сколько же можно сдвинуть предпоследний (средний на рис. 53)? Искомую величину Δx_2 най-

---

[1] Они носят имя Торричелли.

дем, учитывая, что перпендикуляр, опущенный из центра масс двух верхних кирпичей, не должен выйти за контур нижнего кирпича, т. е., как и раньше, должно выполняться неравенство $l \geqslant x_0$ (x_0 — абсцисса центра масс двух кирпичей):

$$l \geqslant \frac{m(\Delta x_2 + l/2) + m(\Delta x_2 + l/2 + l/2)}{2m},$$

откуда

$$\Delta x_2 \leqslant \frac{l}{4}.$$

Для системы из четырех кирпичей (рис. 54) имеем

$$l \geqslant \frac{m(\Delta x_3 + l/2) + m(\Delta x_3 + l/4 + l/2) + m(\Delta x_3 + l/4 + l/2 + l/2)}{3m}$$

и

$$\Delta x_3 \leqslant \frac{l}{6}.$$

Аналогичным образом можно получить далее

$$\Delta x_4 \leqslant \frac{l}{8}; \ \Delta x_5 \leqslant \frac{l}{10}; \ \dots ; \ \Delta x_n \leqslant \frac{l}{2n}.$$

Возможное смещение верхнего кирпича представляется как сумма

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \dots + \Delta x_n = \frac{l}{2}\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}\right).$$

Математики говорят, что ряд[1], заключенный в скобках, расходится, т. е. его сумма при достаточно большом числе членов может стать как угодно большой. Это означает, что при неограниченном увеличении числа кирпичей верхний кирпич в карнизе может выступать над нижним сколь угодно далеко!

31. Оба утверждения одинаково справедливы, если считать третью из величин, входящих в каждую формулу, постоянной.

Действительно, рассмотрим на вращающемся диске две точки, расположенные на различном расстоянии от оси вращения. Тогда при одной и той же угловой скоро-

[1] Этот ряд называется гармоническим.

сти ω та из них будет обладать большим центростремительным ускорением, которая удалена от оси вращения дальше. Это легко показать на опыте, поставив на диск проигрывателя радиолы две фигурки: нетрудно подобрать для них такие положения, что более удаленная от центра упадет, а вторая останется стоять.

Наоборот, при одинаковой линейной скорости v вращающихся точек их центростремительные ускорения будут обратно пропорциональны радиусам вращения. Так обстоит, например, дело с ускорениями точек, расположенных по окружностям двух шкивов различного диаметра, соединенных ременной передачей. То же относится и к зубчатым колесам с разным числом зубцов.

Аналогичным образом одинаково справедливы две формулы для вычисления мощности, потребляемой некоторым участком электрической цепи:

$$N = I^2 R \text{ и } N = \frac{U^2}{R}.$$

Если токи одинаковы (что бывает при *последовательном* соединении потребителей тока), мощности, рассеиваемые на участках, *прямо* пропорциональны их сопротивлениям. При *параллельном* соединении (примером которого может служить соединение бытовых электроприборов) одинаковым оказывается напряжение на приборах, и потребляемые мощности *обратно* пропорциональны сопротивлениям.

32. Предложенный двигатель, конечно, неосуществим. Но не потому, как это иногда утверждают, что сумма центробежной и центростремительной сил равна нулю. Такое объяснение неправильно, так как складывать силы, приложенные к различным телам, бессмысленно.

Изменение направления движения жидкости происходит не только по дуге ACB, но и вблизи точек A и B. Можно считать, что около этих точек жидкость движется по дугам очень малого радиуса. В соответствии со сказанным центробежные силы, действующие на стенки трубки, существуют также в точках A и B. Направление и величина таковы, что векторная сумма их с силой $\vec{R}$ равна нулю.

Интересно отметить, что «применить центробежную силу к поднятию за атмосферу, в небесные пространства», пытался еще молодой К. Э. Циолковский — гениальный основоположник теории межпланетных полетов. Его машина «состояла из закрытой камеры или ящика, в котором вибрировали два перевернутых эластичных маятника с шарами в верхних концах. Они описывали дуги, и центробежная сила шаров должна была подымать кабину и нести ее в небесное пространство» (Циолковский К. Э. «Моя жизнь»). Однако в тот же день Циолковский понял, что «будет трясение машины и только. Ни на грамм ее вес не уменьшится». Точно также не уменьшается вес колеблющегося маятника, подвешенного на П-образную подставку.

При доказательстве неосуществимости всех подобных двигателей лучше и проще всего опираться на невозможность приведения в движение замкнутой системы одними лишь внутренними силами.

33. Здесь нет никакого противоречия, как его нет в том, что идущий человек, споткнувшись, падает вперед, хотя на его ноги подействовала тормозящая сила, направленная навстречу движению.

В обоих случаях в основу объяснения явления необходимо положить первый закон механики — закон инерции.

34. Обычно ошибку в приведенном «выводе» усматривают в замене дуги хордой. Между тем при малых углах отклонения такая замена вполне законна и допустима и ошибка заключается в другом.

Вычисляя время движения маятника по хорде AB (см. рис. 13), мы полагали ускорение в направлении движения все время *постоянным* и равным $a=g\cos\alpha$, где угол α соответствует наибольшему отклонению маятника от положения равновесия.

На самом же деле его ускорение в направлении траектории является *переменной* величиной, достигающей максимума в моменты наибольшего отклонения и обращающейся в нуль при прохождении положения равновесия. Иначе говоря, ошибка состоит в незаконном использовании формул равнопеременного движения, тогда как в гармоническом колебательном движении скорость, время, путь и ускорение связаны гораздо более сложными зависимостями.

35. Уравнение

$$m\omega^2 l \sin\alpha = m\,|\vec{g}|\,\mathrm{tg}\,\alpha$$

можно переписать в следующем виде:

$$m\omega^2 l \cos\alpha \sin\alpha = m\,|\vec{g}|\sin\alpha.$$

Поскольку масса шарика не равна нулю, обе части уравнения можно действительно разделить на m:

$$\omega^2 l \cos\alpha \sin\alpha = |\vec{g}|\sin\alpha.$$

Однако ниоткуда не вытекает, что синус искомого угла непременно должен отличаться от нуля. Иначе говоря, сокращая на $\sin\alpha$, мы сразу же игнорируем одно из возможных решений ($\alpha=0$), которому соответствует неотклоненное положение нити. А между тем нетрудно показать, что при малых скоростях вращения реализуется именно оно.

Пусть под действием случайного толчка нить с шариком отклонилась от вертикали на небольшой угол α. Тогда в системе координат, связанной с диском, на шарик наряду с силой притяжения к Земле $\vec{P}=m\vec{g}$ будет действовать центробежная сила инерции, модуль которой $|\vec{F}_{\text{ин}}|=m\omega^2R=m\omega^2 l\sin\alpha$. Нить будет возвращаться в первоначальное положение, если момент силы тяжести относительно точки A (см. рис. 14), смещающий шарик в сторону вертикали, превышает момент центробежной силы относительно той же оси, стремящейся увеличить отклонение:

$$|\vec{P}|\,R > |\vec{F}_{\text{ин}}|\,l\cos\alpha,$$

или

$$m\,|\vec{g}|\,l\sin\alpha > m\omega^2 l \sin\alpha\, l\cos\alpha.$$

Поделив обе части неравенства на m, l и $\sin\alpha$ (последнее также допустимо, так как мы предположили, что угол α хотя и мал, но не равен нулю), получим после преобразований следующее неравенство:

$$\omega < \sqrt{\frac{|\vec{g}|}{l\cos\alpha}}.$$

Ввиду малости угла α его косинус с большой степенью точности можно положить равным единице, и тогда неравенство приобретает вид:

$$\omega < \sqrt{\frac{|\vec{g}|}{l}}.$$

Если же угловая скорость вращения машины такова, что $\omega > \sqrt{\frac{|\vec{g}|}{l}}$, то вертикальное положение нити неустойчиво, т. е. отклонение, явившееся результатом случайной причины, будет возрастать до какого-то угла α, величину которого можно найти описанным в условии задачи способом, так как $\sin\alpha$ уже не будет равен нулю и деление на него обеих частей равенства допустимо.

Таким образом, в зависимости от скорости вращения задача имеет два решения:

$$1)\ \alpha = 0 \text{ при } \omega < \sqrt{\frac{|\vec{g}|}{l}};$$

$$2)\ \alpha = \arccos\frac{|\vec{g}|}{\omega^2 l} \text{ при } \omega > \sqrt{\frac{|\vec{g}|}{l}}.$$

В заключение интересно отметить, что при

$$\omega = \sqrt{\frac{|\vec{g}|}{l}}$$

период конического маятника

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{|\vec{g}|}}$$

совпадает с периодом математического маятника той же длины.

Это означает, что при медленном вращении диска случайные смещения нити из вертикального положения вызовут гармонические колебания шарика в вертикальной плоскости, тогда как при быстром—колебания переходят во вращение шарика по горизонтальной окружности.

36 Чаще всего, говоря о волнах, подразумевают процесс распространения упругих колебаний, которые действительно в жидкостях при малых частотах могут иметь только продольный характер. Однако не всегда колебания вызываются силами упругости. В приведенном случае поперечные волны на поверхности пруда, например, обязаны своим появлением силе тяжести: опустившиеся под ударом камня вниз частицы воды вытесняются затем вверх весом соседних слоев. Однажды возбужденное колебание продолжается затем до тех пор, пока первоначально сообщенная энергия не израсходуется на преодоление сил жидкого трения и приведение в движение все больших участков поверхности жидкости. Нетрудно видеть, что поперечные колебания, поддерживаемые силой тяжести, могут существовать лишь на границе жидкости и газа или двух жидкостей с различной плотностью. Причиной появления волн в жидкости, граничащей с газом, могут быть также капиллярные силы, вызывающие волны очень малой длины — рябь.

Нужно отметить, что при достаточно больших частотах жидкость обнаруживает упругость на сдвиг, т. е. при большой частоте колебаний в жидкости возможны и упругие поперечные волны.

37. Ослабление звука, наблюдающееся в те моменты, когда обе ветви камертона располагаются на одной прямой с ухом, можно было бы объяснить только различной длиной путей, проходимых звуковыми волнами, лишь в том случае, если бы от источников звука они выходили в одинаковых фазах, точнее, с разностью фаз, кратной 2π. На самом же деле ветви камертона колеблются в противофазе: когда одна из них посылает к уху волну сжатия, от другой в этот момент начинает распространяться волна разрежения. В результате, когда ветви расположены в плоскости, соединяющей камертон с ухом, звуковые волны начинают распространяться, *уже* имея противоположные фазы. При подходе к уху волны поэтому гасят друг друга, и мы слышим ослабленный звук. Несколько сантиметров, разделяющих ветви камертона, не играют существенной роли, так как разность хода, возникающая на таком пути, значительно меньше длины волны.

Когда ветви располагаются в плоскости, параллельной уху, мы слышим усиленный звук, ибо ветви камертона действуют фактически как один источник звука: при движении ветвей друг к другу из пространства между ними выталкивается воздух, и к уху идет импульс сжатия. При взаимном удалении ветвей камертона начинает распространяться волна разрежения. Периодические импульсы сжатия и разрежения воспринимаются как звук.

38. Звук камертона постепенно затухает, так как энергия его колебаний понемногу излучается в окружающее пространство. Рассеяние усиливается и происходит быстрее, если камертон закреплен на резонаторе или просто соприкасается со столом, поскольку излучение при этом происходит не только с ветвей камертона, но и с поверхности резонатора или стола. Таким образом, хотя во втором случае слышен более сильный звук, его длительность будет меньше, а излученная энергия окажется в обоих случаях одинаковой.

39. Невозможность осуществления вечного двигателя является следствием универсального закона сохранения энергии, справедливого во всех случаях. В тексте софизма намеренно не обращается внимаиия на тот факт, что сила давления, как и само давление, направлена всегда перпендикулярно к поверхности, на которую она действует. Поэтому в направлении возможного перемещения, т. е. горизонтально, действует не вся сила давления, а лишь ее горизонтальная составляющая.

Обозначим площадь левой стенки через S, а среднее давление на нее — через p. Тогда модуль силы давления на левую стенку можно выразить следующим образом:

$$|\vec{F}_л| = pS.$$

Как это нетрудно видеть из рисунка 15, площадь правой стенки превышает площадь левой в $1:\sin\alpha$ раз, так как именно во столько раз отличаются длины сторон стенок, лежащих в плоскости чертежа.

Поэтому модуль силы давления на правую стенку при одном и том же среднем давлении p оказывается несколько иным, а именно:

$$|\vec{F}_п| = p\frac{S}{\sin\alpha}.$$

Однако, как уже сказано выше, в направлении возможного перемещения действует только горизонтальная составляющая силы $\vec{F}_п$, модуль которой можно выразить так:

$$|\vec{F}| = |\vec{F}_п| \sin\alpha = pS.$$

Таким образом, силы, действующие справа налево и в противоположном направлении, равны.

Доказательство можно провести и не прибегая к услугам тригонометрии. Можно, например, воспользоваться подобием треугольников (построение, необходимое для этого, мы предоставляем читателям выполнить самостоятельно). Еще проще принять угол α равным 30°, чтобы затем воспользоваться теоремой о соотношении между катетом и гипотенузой в треугольнике с таким острым углом.

40. Оказывается во всем виноват... закон Архимеда, согласно которому находящееся в жидкости в состоянии безразличного равновесия тело вытесняет такое количество жидкости, вес которого равен собственной массе тела.

Рассмотрим, исходя из этого, возможность постройки комфортабельной подводной лодки. По словам Жюля Верна, «Наутилус» имел объем 1500 м^3, т. е. вытеснял примерно 1500 т воды («примерно», так как плотность морской воды несколько больше, чем у пресной). Следовательно, его масса должна была составлять также 1500 т, из которых 150 т (и 150 м^3) приходилось на водяной балласт. Таким образом, в оставшемся объеме 1350 м^3 должны были разместиться 1350 т (включая корпус корабля, машины, приборы, экипаж, обстановку, воздух для дыхания, пищу и т. д.).

Если бы речь шла о предметах, состоящих из сплошного металла, больших затруднений не возникало бы, так как 1350 т железа, например, занимают объем «всего» 115 м^3, так что свободного пространства оставалось бы достаточно много. Но ведь механизмы и оборудование отнюдь не монолитны. Рассмотрим, к примеру, выпускаемый нашей промышленностью двигатель 40Д. При массе 10 т он требует размещения 14 м^3. Таким образом, чтобы его «утопить», нужна дополнительная сила, равная весу груза массой около 4 т! Несколько лучше обстоит дело со свинцовыми аккумуляторами, каждый кубометр которых имеет массу примерно 3 т. Они не только не нуждаются в «догрузке», но даже, наоборот, компенсируют «недостаток веса» других предметов. Однако нельзя же всю лодку заполнить аккумуляторами или просто свинцом! Тогда не останется места ни для чего остального!

И поэтому конструкторы подводных лодок для соблюдения баланса весов и плавучестей вынуждены безжалостно урезать объемы помещений лодки: каюты делаются маленькими, посты — тесными, отсеки — максимально стесненными.

41. Выталкивающая сила появляется при погружении в жидкость любого тела, даже в том случае, когда «погружается» вода в воду, т. е. на некоторый мысленно выделенный в жидкости объем действуют две взаимно уравновешивающиеся силы. Однако следует иметь в виду, что силы, в соответствии с третьим законом Ньютона, всегда появляются парами. Поэтому если есть направленная вверх архимедова сила, действующая на выделенный объем, то этот объем действует на остальную жидкость с силой, равной весу «вытесненной жидкости», т. е. своему собственному. Эта сила направлена вниз. Таким образом, хотя «вода в воде и ничего не весит», она все же давит на нижерасположенные слои и на дно заключающего ее сосуда с силой, равной своему весу.

Те же рассуждения можно, очевидно, провести и для воздуха.

42. Налитая в сосуд жидкость давит не только на дно, но и на боковые стенки. При этом давление p всегда направлено перпендикулярно к поверхности, на которую оно действует. Поэтому в цилиндрическом сосуде силы давления $\vec{F}_б$ на боковые стенки взаимно уравновешиваются, а в коническом дают равнодействующую $\vec{Q}$, направленную либо ко дну, либо в противоположную сторону, в зависимости от того, сужается или расширяется кверху сосуд (рис. 55).

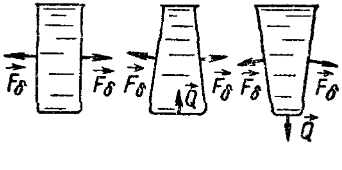


Рис 55.

Если вычислить и сравнить между собой векторные суммы $\vec{R}_1+\vec{Q}$ и $\vec{R}_2+\vec{Q}$ (см. условие задачи), они окажутся, как и следовало ожидать, равными.

43. Подъемная сила $\vec{F}_г$ некоторого объема газа $V_г$ равна разности веса воздуха $\vec{P}_в$, вытесненного газом, и веса самого газа $\vec{P}_г$:

$$\vec{F}_г = \vec{P}_в - \vec{P}_г.$$

Учитывая, что модуль веса газа может быть выражен в виде

$$|\vec{P}| = D\,|\vec{g}|\,V_г,$$

где D — плотность газа и g — ускорение силы тяжести, мы можем записать:

$$|\vec{F}_г| = (D_в - D_г)\,|\vec{g}|\,V.$$

Для гелия имеем

$$|\vec{F}_{He}| = (D_в - D_{He})\,|\vec{g}|\,V.$$

Аналогично для такого же объема водорода

$$|\vec{F}_{H_2}| = (D_в - D_{H_2})\,|\vec{g}|\,V.$$

Рассмотрим отношение подъемных сил

$$\frac{|\vec{F}_{He}|}{|\vec{F}_{H_2}|} = \frac{D_в - D_{He}}{D_в - D_{H_2}}. \qquad (1)$$

Подставляя в выражение (1) числовые значения плотности гелия, воздуха и водорода, получим:

$$\frac{|\vec{F}_{He}|}{|\vec{F}_{H_2}|} = \frac{(1,29-0,178)\ кг/м^3}{(1,29-0,089)\ кг/м^3} = 0,92.$$

Итак, подъемная сила остается практически неизменной.

Для произвольного газа уравнение (1) можно переписать следующим образом:

$$|\vec{F}_{г}| = \frac{|\vec{F}_{H_2}| D_в}{D_в - D_{H_2}} - \frac{|\vec{F}_{H_2}|}{D_в - D_{H_2}} D_г = A - BD_г.$$

Отсюда хорошо видно, что подъемная сила воздушного шара линейно убывает с увеличением плотности газа, заполняющего шар. Она обращается в нуль, если *плотность этого газа равна плотности воздуха.* С другой стороны, положив плотность газа равной нулю, мы увидим, что даже в этом случае подъемная сила шара была бы всего в 1,06 раза больше, чем у наполненного водородом [1].

44. Давление в потоке ветра, проносящегося над крышей, становится меньше, чем в неподвижном воздухе. Поэтому, если на фронтоне чердака нет окон, возникает подъемная сила, стремящаяся сорвать крышу или черепицу с нее. Но достаточно сделать на чердаке окна, как воздух под крышей придет в движение, разница давлений над крышей и под ней уменьшится и станет недостаточной, чтобы причить ущерб дому.

Парадокс можно сформулировать иначе: почему во время ураганов крыши домов не продавливаются давлением ветра, а срываются вверх? Или почему взрывная волна валит сплошные заборы и оставляет невредимыми тонкие столбы? Уместно также вспомнить о необходимости открывать рот во время выстрела артиллерийских орудий, чтобы давление по обе стороны барабанной перепонки (со стороны ушной раковины и евстахиевой трубы) было одинаковым.

45. Торможение о берега, дно и прилегающий к поверхности реки воздух приводит к тому, что быстрее всего движутся слои воды, расположенные на середине реки, несколько ниже ее поверхности. Распределение скоростей по глубине имеет примерно вид, показанный на рисунке 56.

Поэтому при увеличении нагрузки осадка плота увеличивается и его нижняя часть попадает в слои с большей скоростью, в связи с чем плот начинает двигаться быстрее.

---

[1] Плотностью, равной нулю, обладает вакуум. В связи с этим интересно заметить, что еще в 1670 г. итальянский священник и ученый Франческо Лана (1631—1687) предлагал использовать для подъема в воздух тонкостенные откачанные сферы.

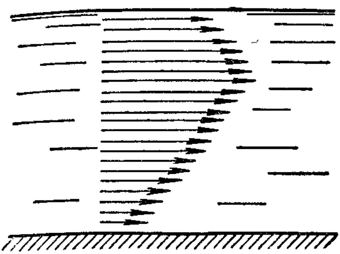


Рис. 56.

Это, между прочим, явилось одной из причин, по которой едва не погиб Генри Ватцингер — один из членов экипажа «Кон-Тики» [1].

II. ТЕПЛОТА И МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

46. Сжимаемость жидкостей ничтожна: для воды уменьшение объема составляет примерно 0,00005 от первоначального значения на каждую атмосферу приложенного давления.

Нетрудно подсчитать, что вода сравняется по плотности со сталью при давлении около 50 000 ат (и то при условии, что сжимаемость воды по мере роста давления останется неизменной). Такие давления существовали бы на глубине 500 км. Если же учесть сжимаемость железа, потребовалась бы еще бóльшая глубина. Между тем наиболее глубокое место в океане всего около 11 км.

Интересно отметить, что вода все же значительно сжата собственным весом. Если бы она могла освободиться от сжатия, уровень воды в Мировом океане поднялся бы на 35 м и огромные территории (около 5 000 000 км^2) низменных областей Земли оказались бы затопленными.

47. Высоко над Землей атмосфера очень разрежена и число молекул в единице объема невелико. Поэтому, хотя каждая молекула обладает значительной кинетической энергией, частиц слишком мало, чтобы передать при соударениях со стенками спутника заметное количество энергии. Наоборот, когда спутник не освещается лучами Солнца, он отдает в окружающее пространство в процессе лучеиспускания гораздо больше энергии, чем получает от ударяющихся о него молекул, и может сильно охладиться, если не приняты меры против этого нежелательного явления.

Нагревание спутника в плотных слоях атмосферы

---

[1] Хейердал Тор. Путешествие на «Кон-Тики». М., 1957, с. 170, 185—187.

при посадке происходит совершенно по иным причинам. Оно объясняется трением поверхности спутника о воздух.

Добавим, что понятие температуры неприменимо к отдельной молекуле; о температуре, как о величине *статистической,* можно говорить лишь в том случае, если имеется достаточно большая совокупность частиц. Именно по этой причине в условии задачи сказано: «Молекулы воздуха обладают скоростями, которым *соответствуют* температуры в несколько тысяч градусов».

48. Отольем половину холодной воды в сосуд *Г* и поместим его внутрь сосуда с горячей водой. Нетрудно подсчитать, что в отсутствии тепловых потерь в сосудах *А* и *Г* установится температура 60°С. Перельем затем подогретую воду из сосуда *Г* в пустовавший сосуд *В* и повторим описанную процедуру с остатком холодной воды. После того как она с помощью сосуда *Г* будет введена в сосуд *А*, вода в обоих сосудах примет температуру около 47°С. Если теперь перелить воду из сосуда *Г* в сосуд *В*, то температура смеси в последнем окажется равной примерно 53°С. Таким образом требование задачи выполнено, поскольку холодная вода оказалась нагретой до 53°С за счет охлаждения горячей до 47°С, причем смешивания воды не производилось.

Если бы вода была разделена не на две, а на большее число частей, разница конечных температур оказалась бы значительнее; при бесконечно малых порциях переносимой воды конечные температуры в сосудах *А* и *В* будут следующими:

$$T_A = T_2 + \frac{T_1 - T_2}{e}, \quad T_B = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{e}$$

(T_1 и T_2 — начальные температуры горячей и холодной воды соответственно, а e — основание натуральных логарифмов).

Можно, однако, построить установку, в которой происходит практически полный «обмен температурами». В какой-то мере это осуществляется в технических теплообменниках, где по соосно расположенным трубкам текут навстречу друг другу два потока жидкостей (или газов) — холодный и горячий. При достаточно длинных трубках происходит практически полный «обмен температурами», как это показано на рисунке 57.

Если бы потоки двигались в одном направлении, температуры в лучшем случае только бы выравнялись.

Хочется еще раз подчеркнуть, что никакого нарушения тепловых законов (второго начала термодинамики, о котором см. задачи 70—72) в описанных процессах не происходит, так как на всех промежуточных этапах температура жидкости, которой передается количество теплоты, оказывается меньше температуры жидкости, отдающей количество теплоты. Это хорошо видно из рисунка 57, где кривая, представляющая температуру жидкости, получающей количество теплоты, проходит ниже.

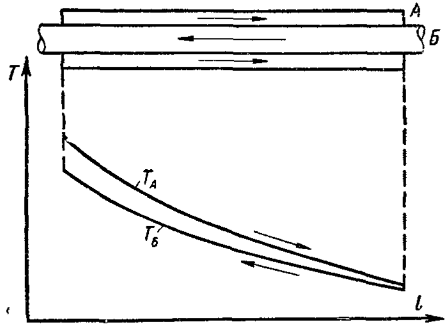


Рис. 57.

49. Прибавление слоя тепловой изоляции удвоило площадь поверхности, с которой происходит теплоизлучение, и при не очень малой теплопроводности материала, из которого изготовлен изолирующий слой, потери действительно могут возрасти.

50. Для измерения температуры можно пользоваться любой шкалой. Не изменяются при переходе от одной шкалы к другой, разумеется, и физические законы, так что вычисление количества теплоты, необходимого для нагревания тела, можно вести по прежним формулам. Однако численные значения величин, в определение которых входит понятие температуры, будут иными. Например, численное значение теплоемкости воды при переходе от шкалы Цельсия к шкале Реомюра возрастает в 1,25 раза, т. е. от 4,19 кДж/(кг·°C) до 5,23 кДж/(кг·°R). Но так как кипение воды по шкале Реомюра наступает при 80°, количество теплоты, необходимое для нагревания 0,1 кг воды от точки таяния льда до кипения, останется прежним и равным 41,9 кДж.

51. В приведенном софизме заключено лишь кажущееся противоречие, так как в обоих случаях работа против внешних сил производится не «сама собой», а за счет какой-то энергии. В первом случае эта энергия подводится к системе *извне*, от нагревателя, во втором — работа произведена за счет убыли так называемой *внутренней* энергии тела.

Внутренняя энергия тела зависит от скоростей и взаимного расположения молекул. Это соответственно молекулярно-кинетическая и молекулярно-потенциальная составляющие внутренней энергии. При затвердевании жидкости существенным образом меняется характер движения и расположение молекул, хотя их скорости остаются практически неизменными. Молекулы в кристаллической решетке твердого тела располагаются в строгом порядке, которому соответствует минимум молекулярно-потенциальной составляющей. «Излишек» энергии выделяется, — это так называемая теплота затвердевания (или теплота плавления). Именно за ее счет и происходит разрушение герметически закупоренного чугунного шара при замерзании налитой в него воды.

Рассмотрим еще один пример. Пока в цилиндр паровой машины поступает пар из котла, работа по перемещению поршня совершается за счет энергии, подводимой с паром из котла. Однако после так называемой «отсечки пара», когда цилиндр оказывается разобщенным с котлом, пар перемещает поршень за счет убыли внутренней энергии, а именно молекулярно-кинетической ее составляющей. При этом пар охлаждается. Работа с отсечкой пара, предложенная в 1776 г. изобретателем первой универсальной паровой машины Дж. Уаттом (1736—1819), позволяет полнее использовать энергию пара.

52. Поскольку силы взаимодействия между молекулами воздуха практически равны нулю, энергия сжатого газа представляет собой кинетическую энергию его молекул. Производимая при сжатии работа приводит к ее увеличению, что проявляется в повышении температуры воздуха. Наоборот, при расширении воздуха он совершает работу за счет убыли внутренней энергии, т. е. за счет уменьшения кинетической энергии молекул. Если при этом не подводить энергию извне, температура газа при расширении понижается. Практически, однако, она быстро восстанавливается в результате теплообмена с окружающей средой. Итак, сжатый воздух в конечном итоге совершает работу за счет внутренней энергии окружающей среды. Впрочем, надо отметить, что такое же количество энергии нагретый в процессе сжатия воздух отдает окружающей среде.

53. Как и в софизме с исчезновением потенциальной энергии угля (см. задачу 26), решение не составит труда: энергия не может исчезнуть бесследно, она лишь переходит из одного вида в другой. Действительно, достаточно точные измерения показали бы, что после растворения согнутой полоски температура кислоты окажется несколько выше, чем в случае, когда растворяется несогнутая полоска. Впрочем, повышение температуры настолько мало, что не может быть обнаружено простыми методами, и было бы совершенно безнадежно пытаться воспользоваться для этой цели обычным термометром.

Интересно отметить, что растворение несогнутой полоски требует меньше времени.

54. Работа — процесс, в результате которого происходит передача энергии от одного тела к другому. Количество переданной энергии в этом случае определяется произведением силы на путь (если, конечно, их направления совпадают; в противном случае появляется третий сомножитель — косинус угла между направлениями векторов перемещения и силы).

Работа — один из возможных, но не единственный способ передачи энергии. Не менее часто в жизни приходится сталкиваться со вторым способом обмена энергией между телами — теплопередачей.

Ракета «висит» в воздухе неподвижно, хотя двигатели ее функционируют. Поскольку перемещение отсутствует, работа равна нулю. Но это вовсе не означает, что энергия сожженного в ракете топлива исчезает бесследно, — газы, вылетающие из дюз ракеты, нагреты до высокой температуры и уносят с собой энергию, ранее заключенную в топливных баках.

55. Как уже отмечалось в решении предыдущей задачи, существует две, и только две, принципиально различные формы обмена энергией — процесс работы (упорядоченная передача энергии от одних тел другим, передача энергии на макроскопическом уровне) и процесс *теплопередачи* (неупорядоченная форма, передача энергии на микроскопическом уровне). Несмотря на качественное различие, они могут привести к одинаковым результатам. Именно в этом и заключается «эквивалентность тепла и работы». Рассмотрим один конкретный пример.

Пусть в цилиндре под поршнем заключен воздух. Его можно нагреть несколькими способами. Можно, например, подводить тепло от некоторого нагревателя, предварительно закрепив поршень в определенном положении. В этом случае процесс, в котором участвует газ, называется изохорическим. При изохорическом нагревании теплоемкость воздуха равна 0,73 кДж/(кг·К), и количество теплоты, необходимое для нагревания 1 кг воздуха на 1 К, тогда составит:

$$\Delta Q = mc_V \Delta T = 1 \text{ кг} \cdot 0{,}73 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)} \cdot 1\text{К} = 0{,}73 \text{ кДж},$$

где c_V — удельная теплоемкость при изохорическом процессе.

Поскольку поршень закреплен, газ не совершает работу против внешних сил и все подведенное количество теплоты — 0,73 кДж — идет на увеличение внутренней энергии газа, что и приводит к увеличению температуры на 1 К.

Однако такого же увеличения температуры и такого же увеличения внутренней энергии газа можно добиться и другим способом — подведя энергию не теплопередачей, а совершив над газом работу, сжав его.

Процесс, происходящий без теплообмена с окружающей средой, называется адиабатическим. Чтобы процесс носил адиабатический характер, необходимо газ заключить в абсолютно нетеплопроводную оболочку. Достаточно хорошим приближением к этому идеальному случаю является система, находящаяся в стеклянном сосуде с двойными посеребренными стенками, из пространства между которыми удален воздух (сосуд Дьюара).

Практически адиабатическими будут также очень быстро протекающие процессы. При очень быстром сжатии газа, например, теплообмен с окружающими телами просто не успевает произойти, и увеличение внутренней энергии газа равно работе по его сжатию. Увеличение внутренней энергии при адиабатическом сжатии сопровождается ростом температуры, которое хорошо известно велосипедистам и шоферам по нагреванию насоса при накачивании шин.

Из термодинамики известно, что при адиабатическом процессе объем газа и его температура связаны следующим образом:

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1},$$

где T — температура газа по шкале Кельвина и γ — постоянная величина (отношение теплоемкостей при изобарическом и изохорическом нагревании), равная для воздуха 1,4.

Полагая первоначальный объем, занимаемый 1 кг воздуха, равным 1 м³ и начальную температуру 273 К, получим объем, до которого надо адиабатически сжать газ, чтобы его температура стала 274 К:

$$V_2 = V_1 \sqrt[\gamma-1]{\frac{T_1}{T_2}} = 1\ \text{м}^3 \sqrt[0,4]{\frac{273\text{K}}{274\text{K}}} = 0,99\ \text{м}^3.$$

В заключение отметим, что неосознанно люди начали использовать эквивалентность теплопередачи и работы (нагревать тела не подводя к ним теплоты) еще в древние времена, научившись добывать огонь трением. Только в 1795 г. Г. Дэви (1778—1829) и более подробно в 1798 г. Б. Румфорд (1753—1814) приступили к систематическому экспериментальному изучению этого явления, но окончательно оно стало понятным лишь после работ Р. Ю. Майера (1814—1878), Л. А. Кольдинга (1815—1888), Д. Джоуля (1818—1889) и особенно Г. Гельмгольца (1821—1894).

56. При пользовании паяльником оказывается важным не столько величина запасенной внутренней энергии (в особенности, если паяльник электрический), сколько скорость, с которой паяльник ее отдает. Так как теплопроводность меди в шесть с лишним раз превышает теплопроводность железа, этот процесс у паяльника из меди происходит значительно быстрее. Большую роль в выборе материала для паяльника играет также более высокая, чем у железа, химическая стойкость меди.

57. Если даже взять вещество с большим коэффициентом теплового расширения, все равно величина — $1/\alpha$ окажется много меньше — 273°С, т. е. абсолютного нуля. Так для свинца $\alpha = 3 \cdot 10^{-5}\text{C}^{-1}$ и $-1/\alpha = -3 \cdot 10^{6}\text{C}$.

Такие температуры принципиально недостижимы (лучше сказать, что они не существуют).

При разборе софизма важно помнить также о зависимости коэффициента теплового расширения от температуры.

58. Надо всегда различать силу, производящую работу, и силу, против которой работа производится. Величины этих сил иногда и не совпадают, поэтому произведенные ими работы при одном и том же перемещении могут оказаться различными не только по знаку (так обстоит дело всегда), но и по величине.

Поднимая, например, гирю массой 1 кг на высоту 1 м, мы совершаем работу $A=mgH=1$ кг$\cdot$9,8 м/с$^2\cdot$1 м$=$ $=$9,8 Дж только в том случае, если прикладываем во время подъема к гире силу 9,8 Н. Затраченная нами энергия в этом случае целиком идет на увеличение потенциальной энергии гири.

Но ведь можно, поднимая гирю, прикладывать силу больше, чем 9,8 Н. В этом случае «излишек» силы будет приводить к ускоренному движению и постепенному увеличению кинетической энергии гири. Сумма потенциальной и кинетической энергии гири на высоте 1 м будет равна работе, произведенной рукой человека при этом перемещении.

В рассматриваемой задаче также существует сила, производящая работу, — сила атмосферного давления — и сила, против которой производится работа, — сила тяжести столбика ртути, вошедшей в трубку.

Работа первой силы для обоих трубок одинакова и может быть вычислена по формуле

$$A_{\text{ат}} = p_{\text{ат}} V,$$

где $p_{\text{ат}}$ — атмосферное давление, V — внутренний объем каждой трубки с учетом раздутия.

Что же касается второй силы, то произведенную ею работу можно в принципе рассчитать по той же формуле. Однако практически сделать это не так-то просто, поскольку следует учитывать, что во время заполнения трубки давление столбика ртути будет непрерывно меняться. Непосредственно после открывания кранов оно равно нулю, так как ртути в трубках нет. Затем силы давления растут вместе с высотой столбиков. Возрастание происходит медленнее в правой трубке, где раздутие расположено ниже, — ведь пока оно не заполнено ртутью, давление меняется очень мало. Поэтому *среднее* давление оказывается больше в левой трубке, поскольку высота столбика ртути здесь сразу увеличивается быстро. Следовательно, и работа против сил давления здесь будет больше.

Стало быть, работа сил атмосферного давления одинакова в обоих случаях, но производится она не только для того, чтобы увеличить потенциальную энергию ртути, но и для того, чтобы привести ее в ускоренное движение, а также, чтобы преодолеть силы трения. При остановке ртути ее кинетическая энергия превращается в теплоту. Точно так же сопровождается нагреванием трение ртути о стенки трубки.

Сумма количества теплоты, пошедшей на нагревание ртути и увеличения ее потенциальной энергии, в обоих случаях равна работе сил атмосферного давления, но относительная величина второго слагаемого *больше для левой* трубки.

59. Подъем жидкости в капиллярных трубках происходит в тех случаях, когда силы притяжения между молекулами жидкости и молекулами вещества трубки превышают силы сцепления молекул жидкости между собой. Таким образом, работа по подъему жидкости совершается в этом случае за счет убыли потенциальной энергии при изменении конфигурации системы «жидкость — трубка». (Аналогично этому магнит притягивает кусок железа потому, что потенциальная энергия системы «магнит — железо» при этом уменьшается.)

Если же силы сцепления между молекулами жидкости больше сил притяжения молекул жидкости и молекул материала трубки, то потенциальная энергия системы будет убывать при опускании жидкости в трубке.

60. Раствор сахара в воде имеет бо́льший коэффициент поверхностного натяжения (бо́льшую удельную поверхностную энергию), чем чистая вода. Вследствие этого поверхность, занимаемая раствором сахара, стремится сократиться, увлекая за собой спички к кусочку сахара. При растворении мыла натяжение воды уменьшается (кстати, с этим и связано моющее действие мыла), поверхность, занятая мыльным раствором, увеличивается и спички уходят вслед за границей с чистой водой к краям тарелки.

61. Ответить на поставленный вопрос поможет несложный опыт. Возьмем железную или медную проволоку диаметром 1—2 мм и сильно нагреем ее в печи. После отжига и медленного охлаждения проволока станет очень податливой — ее легко согнуть, свить в кольцо. Однако если перегибать проволоку из стороны в сторону несколько раз, то с каждым разом проволока будет становиться все более неподатливой. Это явление упрочнения материалов под действием нагрузки называется *наклепом*. Упрочнение такого рода можно объяснить взаимной компенсацией дефектов различного рода, имевшихся в кристаллической решетке. Теория этого вопроса сложна и не может быть здесь изложена достаточно строго[1].

В процессе волочения происходит наклеп, в результате которого проволока, прошедшая волочильный глазок, упрочняется. Если волочение производится многократно, проволоку перед каждым последующим волочением отжигают, чтобы облегчить процесс.

62. Ошибка приведенного в тексте задачи решения состоит в неправильном предположении, что после добавления кипятка *весь* лед расплавится. На самом же деле горячей воды для этого слишком мало, и лед частично останется, а температура в кувшине не поднимется выше 0°C. Поэтому при составлении уравнения теплового баланса надо учитывать только количество теплоты, отданное кипятком

$$1\ \text{кг}\cdot 4{,}19\ \text{кДж/(кг}\cdot{}^\circ\text{C)}\cdot 100^\circ\text{C},$$

и количество теплоты, пошедшее на плавление льда

$$m\cdot 335\ \text{кДж/кг},$$

где m — масса расплавившегося льда.

Кувшин в уравнение теплового баланса не входит, поскольку его температура не меняется. Приравнивая записанные выше выражения, находим $m=1{,}25$ кг.

Следовательно, в кувшине будет находиться 2,25 кг воды и 0,05 кг льда, и их смесь будет иметь температуру 0°C.

Таким образом, уравнение теплового баланса в тех случаях, когда может иметь место переход из одного

[1] Интересующимся рекомендуем обратиться к любому, достаточно полному курсу по теории твердого тела.

агрегатного состояния в другое (например, из твердого состояния в жидкое или из жидкого в газообразное и наоборот), следует записывать осторожно, учитывая возможность неполного перехода[1].

63. При любой температуре внутри жидкости имеются как более быстрые, так и более медленные молекулы. Испарение происходит за счет ухода из жидкости более быстрых молекул, обладающих энергиями, достаточными для преодоления сил сцепления с остальной частью жидкости. С уходом быстрых молекул средняя скорость оставшихся уменьшается; уменьшается также и средняя температура жидкости, которая определяется средней скоростью молекул. После этого температуры перестают быть равными и становится возможным теплообмен.

64. Несмотря на смущение (ведь среди экзаменаторов был хотя и молодой в те годы, но уже хорошо известный Э. Ферми), студентка все же сообразила и ответила правильно: «Когда жарят, кипит не масло, а вода, содержащаяся в пище».

И действительно, пока не выкипит вся вода, температура не поднимется выше 100°C. Именно по этой же причине можно вскипятить воду в бумажном кульке.

65. С уменьшением давления вода действительно закипает при более низкой температуре. Поэтому на горах, где атмосферное давление меньше, чем на уровне моря, кипяток может иметь температуру 80°C, например, и даже ниже, так как понижение точки кипения воды составляет примерно 3°C на каждый километр подъема. С этим явлением хорошо знакомы альпинисты, использующие его иногда для определения достигнутой высоты.

Но ведь важен не сам факт кипения, а температура кипятка. Кому, в самом деле, нужен «кипяток» с температурой, например, 60°C?! В таком «кипятке» не разварится мясо или рыба, он не пригоден для стерилизации медицинских инструментов, даже не всякий любитель чая удовлетворится такой температурой!

Начальник 4-й Советской антарктической экспедиции А. Г. Дралкин рассказывал, что во время перехода

[1] Вообще говоря, здесь надо говорить не о переходах из одного агрегатного состояния в другое, а о *фазовых переходах первого рода*.

по трассе Мирный — Южный географический полюс — станция «Восток» гусеничным вездеходам «Харьковчанка» приходилось подниматься на высоту 3500 м и более. В этих условиях практически невозможно было варить пищу, так как из-за низкого атмосферного давления вода начинала кипеть уже примерно при 55—60°С, и, чтобы, например, сварить мясо, приходилось тратить 6—7 ч. В дальнейшем полярники установили на вездеходах электрокамбузы с автоклавом[1].

66. Как уже говорилось в предыдущей задаче, температура кипения воды зависит от давления. При 40 ат, в частности, точка кипения воды составляет 249,3°С. В то же время температура плавления олова при этом давлении практически не отличается от 232°С — температуры плавления олова при нормальном атмосферном давлении. Таким образом, в воде, находящейся при давлении 40 ат, действительно можно расплавить олово.

Можно и обжечься куском льда. Как показали опыты Г. Таммана (1861—1938) и П. В. Бриджмена (1882—1961), при повышенном давлении структура обычного льда меняется: он переходит в новые кристаллические модификации. Тамман обнаружил существование трех видов льда — лед II, III и IV (знакомый нам обычный лед — это лед I). Исследования Бриджмена позволили обнаружить дополнительно еще две модификации — лед V и VI. При давлении 20 000 ат лед VI остается твердым даже при температуре +75°С. А если повысить давление, лед VI может существовать при еще более высоких температурах. Таким льдом вполне можно обжечь руки.

67. Расчеты изобретателя неверны, так как 100%-ная экономия топлива означала бы возможность осуществления вечного двигателя.

Применение всех трех усовершенствований вместе обещает, безусловно, бóльшую экономию, чем каждое изобретение в отдельности, но, конечно, не 100%.

Для простоты подсчета предположим, что до применения изобретений установка потребляла 100 кг топ-

---

[1] Чтобы согласовать приведенные цифры, следует иметь в виду, что Антарктика расположена в области пониженного атмосферного давления. Такие области в метеорологии принято называть атмосферными депрессиями.

лива в час. После применения первого изобретения расход топлива сократится до 70 кг/ч. Второе усовершенствование позволяет экономить еще 25%, но уже от 70 кг! Таким образом, после применения двух изобретений одновременно расход топлива составит 52,5 кг/ч. Наконец, третье изобретение, экономящее еще 45% топлива, позволит снизить его расход до 28,9 кг/ч. Окончательная величина не зависит от того, в какой последовательности производится расчет. Во всех случаях экономия составит около 71,1%.

68. Парадокс становится понятным из анализа первого закона термодинамики, который можно сформулировать следующим образом: количество теплоты, переданное системе, равно увеличению ее внутренней энергии плюс работа, произведенная системой против внешних сил:

$$Q = \Delta U + A.$$

Так как начальная и конечная температуры обоих шаров одинаковы, изменение их внутренней энергии одно и то же. Однако в результате теплового расширения центр тяжести первого шара при этом поднимается, а второго — опускается. Таким образом при нагревании первого шара нужно подводить дополнительную энергию (теплоту), чтобы совершить положительную работу против гравитационных сил (т. е. увеличить потенциальную энергию шара). Для второго шара центр тяжести опускается, и работа против гравитационных сил отрицательна. Стало быть, при одном и том же увеличении температуры $Q_1 > Q_2$. Следовательно, теплоемкость вещества не является постоянной величиной. В зависимости от условий нагреваний она, оказывается, может принимать различные значения в пределах от $-\infty$ до $+\infty$! Для твердых тел, однако, чаще всего достаточно знать одну теплоемкость, а именно теплоемкость при постоянном давлении, которая и приводится в справочниках физических величин. Для газов очень часто приходится рассматривать также теплоемкость при постоянном объеме (отношение двух последних теплоемкостей фигурирует, например, в уравнении адиабатического процесса; см. решение задачи 55).

Впервые на тот факт, что у твердого тела, как и у газа, возможны различные теплоемкости, обратил внимание французский физик Ж. Б. Био (1772—1862).

69. По поводу этой задачи немецкий астрофизик Р. Эмден писал в 1938 г. в английском журнале «Nature» («Природа») следующее:

«На вопрос, почему мы топим зимой, неспециалист ответит: чтобы сделать комнату теплее; знаток термодинамики выразится, возможно, таким образом: чтобы подвести недостающую энергию. В таком случае правым *окажется профан*, а не ученый»[1].

Действительно, мы показали, что увеличение внутренней энергии воздуха в комнате, происходящее за счет увеличения температуры, в точности равно ее убыли, являющейся следствием уменьшения массы воздуха, так что вся энергия, которую мы сообщаем воздуху в комнате при отоплении, уходит наружу через поры и щели. Фигурально выражаясь, мы отапливаем не дачу, а окружающее пространство.

Зачем же в таком случае мы сжигаем в печке дрова? Дело в том, что, хотя для нас совершенно несущественна суммарная внутренняя энергия воздуха в комнате, наше тело весьма тонко чувствует температуру, которая определяется энергией, приходящейся на одну молекулу.

Мы протапливаем помещение по той же причине, по которой жизнь на Земле стала бы невозможной без постоянного притока солнечного тепла. И дело заключается не в количестве падающей энергии, которая будет снова излучена вплоть до пренебрежимо малой доли, подобно тому как человек не меняет своего веса, несмотря на принятие пищи. Просто условия нашего существования (физиологические особенности нашего организма) требуют определенной температуры.

70. Наряду с законом сохранения энергии термодинамикой, *изучающей связь и взаимопревращение различных видов энергии*, установлен еще один закон, содержание которого можно выразить следующим образом: природа устроена так, что во всякой тепловой машине наряду с «нагревателем» непременно должен быть «холодильник». Так, например, в паровозе нагревателем является топка котла, а холодильником служит атмосфера.

---

[1] Цитируется по кн. А. Зоммерфельда «Термодинамика и статистическая физика» (М., 1955, с. 59—60).

Воды океана можно рассматривать как гигантский нагреватель. Но для тепловой установки, использующей его энергетические ресурсы, требуется такой же исполинский холодильник, которого мы не в состоянии предложить.

Для работы тепловых машин любого типа необходимо наличие разности температур. Этого требует так называемый второй закон термодинамики.

Второй закон термодинамики имеет большое значение в жизни природы. Подчеркивая его важность, уже упомянутый Р. Эмден писал: «В гигантской фабрике естественных процессов принцип энтропии (второй закон термодинамики. — *В. Л.*) занимает место директора, который предписывает вид и течение сделок. Закон сохранения энергии играет лишь роль бухгалтера, который приводит в равновесие дебет и кредит»[1].

Постройка машины, использующей тепло океанских вод, не противоречит первому началу термодинамики, но противоречит второму. Отметим, что машины, основанные на эксплуатации *разности* температур поверхностных и глубинных вод океана, вполне осуществимы, но их коэффициент полезного действия, как это вытекает из формулы

$$\text{КПД} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

(относительно этой формулы см. текст и решение следующей задачи), оказывается довольно малым — тем меньше, чем меньше разность температур «нагревателя» и «холодильника». Если температура поверхностных вод равна 27°С, а глубинных 2°С, то КПД будет не более 8,3%. Использовать разность температур легко в так называемых термоэлектрических батареях. Можно надеяться, что в будущем, когда их производство станет значительно дешевле, мощные термоэлектрические станции, установленные в океане, будут вносить заметный вклад в энергетический баланс нашей планеты.

71. Отношение

$$\frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

представляющее ту часть энергии сгоревшего топлива,

[1] Цитируется по той же книге.

которая может быть превращена тепловой машиной в работу в наиболее благоприятном случае отсутствия бесполезных потерь (КПД идеальной тепловой машины), зимой действительно возрастает. Однако в это время года масло в двигателе, коробке передач, дифференциале заднего моста и смазка различных подшипников настолько густеет, что, хотя и применяются специальные зимние сорта с пониженной вязкостью, потери на трение сильно возрастают и реальный КПД оказывается меньше летнего. Кроме того, зимой приходится тратить много бензина на разогревание холодного двигателя при запуске. По этим причинам расход бензина зимой больше, нежели летом.

72. Парадокс Максвелла удалось разрешить сравнительно недавно. Мы молчаливо полагали, что устройство, сортирующее молекулы по скоростям, работает либо вообще без затраты энергии, либо потребляет ее в ничтожных количествах. Между тем для работы «демона» необходима энергия. «Демон», в частности, должен «видеть» молекулы, а для этого их нужно освещать, что требует затраты энергии.

Точные расчеты, произведенные французским физиком Л. Бриллюэном (1889—1971), показали, что даже в наиболее благоприятном случае отсутствия непринципиальных потерь (т. е. потерь на трение и т. п.) после первой сортировки молекул по скоростям в устройстве накапливается энергия в количестве, как раз достаточном для приведения в действие «демона» еще раз. Таким образом, в лучшем случае «демон» сможет приводить в действие лишь самого себя, а об использовании всего устройства в качестве двигателя не может быть и речи!

III. ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

73. Закон Кулона описывает взаимодействие *точечных* зарядов. Практически это означает, что размеры заряженных тел должны быть во много раз меньше расстояния между ними. Если заряженные тела недостаточно удалены друг от друга, то само понятие расстояния между ними теряет определенность. Тогда для вычисления силы взаимодействия тел надо каждое из них мысленно разбить на очень малые («точечные») участки и затем найти равнодействующую сил, действующих на все точки первого тела со стороны всех точек второго тела. Эта равнодействующая и даст приложенную к первому телу электрическую силу, которая зависит от формы тела и расположения зарядов на нем. Таким образом, вычисление сил взаимодействия представляет собой сложную задачу, которая решается (и то не во всех случаях) методами интегрального исчисления.

Пластины конденсатора не являются точечными телами, и силу взаимодействия между ними нельзя рассчитывать по формуле

$$F = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R^2},$$

подставляя в нее вместо R расстояние между пластинами.

Надо отметить также, что поле между обкладками плоского конденсатора не является в действительности и совершенно однородным, причем отклонения от однородности тем больше, чем дальше удалены обкладки конденсатора друг от друга. Вместе с удалением пластин уменьшается напряженность поля и ослабевает сила их взаимного притяжения. На очень больших расстояниях между пластинами заряды на них можно считать точечными и рассчитывать силу взаимодействия по закону Кулона.

В заключение укажем, что закон Кулона правильно описывает также силу взаимодействия между двумя равномерно заряженными по поверхности сферами или равномерно заряженными по объему шарами. В этом случае в формулу закона Кулона вместо R подставляют расстояние между центрами сфер или шаров.

74. Чтобы в электрической цепи существовал ток, она должна быть замкнутой и должны существовать какие-то причины, приводящие в направленное движение носителей тока — электроны или иные заряженные частицы. Чаще всего таковой является наличие разности потенциалов между различными точками цепи[1].

Отсутствие тока в ответвлении $A1B$ свидетельствует о равенстве потенциалов точек A и B. Положение не изменится и после того, как к этим точкам будет при-

[1] Могут быть и другие причины, вызывающие перемещение зарядов. Подробнее об этом см. решение задачи 89.

соединен проводник $A2B$, в котором ток будет также отсутствовать по тем же причинам.

Иначе обстоит дело во втором случае. Между точками C и D существует разность потенциалов, равная электродвижущей силе каждого элемента, поскольку два *одинаковых параллельно* соединенных элемента можно рассматривать как один с электродами вдвое большей площади. Однако, пока к электродам батареи не присоединен проводник $C3D$, цепь не замкнута и ток между точками C и D поэтому отсутствует. Можно сказать, что до подключения проводника $C3D$ имеется лишь внутренняя часть цепи — батарея, тогда как внешней нет.

75. Это скорее математический, чем физический софизм. По условию и смыслу задачи

$$I_0 = I_1 + I_2.$$

Поэтому

$$I_0 - I_1 - I_2 = 0,$$

а на нуль, как известно, сокращение производить нельзя. Отсюда следует, что, производя в физических задачах преобразования, не следует забывать математические правила.

76. На аккумуляторе обозначен максимально допустимый при нормальной эксплуатации ток. Фактически при перегрузках можно получать значительно больше. Нужно лишь иметь в виду, что при перегрузках происходит разрушение пластин аккумулятора, в результате чего он может быстро выйти из строя. Особенно чувствительны к перегрузкам свинцовые аккумуляторы обычного типа. В так называемых стартерных аккумуляторах, устанавливаемых на автомашинах, предпринимаются специальные меры, чтобы при запуске двигателя можно было на короткий срок получать токи в сотни ампер, не опасаясь за сохранность пластин. Щелочные аккумуляторы меньше боятся перегрузок, так как обладают значительным внутренним сопротивлением, ограничивающим ток.

77. До включения шунта ток через гальванометр можно вычислить по закону Ома для полной цепи:

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{r+R},$$

где $\mathscr{E}$ — электродвижушая сила термопары, r — ее сопротивление, а R — сопротивление гальванометра.

После подключения шунта с сопротивлением, также равным R, ток через гальванометр составит

$$I_2 = \frac{1}{2}\,\frac{\mathscr{E}}{r+R/2}.$$

Поскольку по сравнению с сопротивлением гальванометра сопротивление термопары очень мало, первое слагаемое в знаменателях обоих дробей можно отбросить, после чего получим

$$I_2 = \frac{1}{2}\,\frac{\mathscr{E}}{R/2} = \frac{\mathscr{E}}{R} = I_1.$$

Таким образом, ток через гальванометр, а следовательно, и его показания действительно не должны меняться.

Если сопротивление гальванометра значительно превышает сопротивление остальной части цепи, как это имеет место в нашем случае, то он работает в режиме вольтметра. Чтобы его «загрубить», необходимо последовательно с ним включить дополнительное сопротивление. Так и нужно было поступить юным физикам.

78. Пусть сопротивление внешнего участка цепи R, электродвижущие силы элементов — $\mathscr{E}_1$ и $\mathscr{E}_2$, а их внутренние сопротивления составляют r_1 и r_2. Так как по условию задачи ток в первом случае больше, чем во втором:

$$\frac{\mathscr{E}_1}{R+r_1} > \frac{\mathscr{E}_1+\mathscr{E}_2}{R+r_1+r_2},$$

то описанная ситуация действительно может иметь место, если

$$\mathscr{E}_1 > \mathscr{E}_2\,\frac{R+r_1}{r_2}.$$

79. Ток, протекающий по лампочке во время измерения ее сопротивления, слишком мал, чтобы заметно изменить температуру ее нити, и можно считать, что измеряется сопротивление холодной нити.

Когда сопротивление определяется подсчетом, в формулу подставляется значение мощности, соответствующее рабочему току, раскаливающему нить добела. При увеличении же температуры сопротивление нити возрастает по закону

$$R_t = R_0 (1 + \alpha t).$$

Подставляя в это уравнение сопротивление холодной и горячей нитей, а также температурный коэффициент сопротивления α вольфрама, равный $0{,}0046 °C^{-1}$, можно определить температуру накала нити:

$$t = \frac{484\ \text{Ом} - 35\ \text{Ом}}{35\ \text{Ом} \cdot 0{,}0046 °C^{-1}} = 2800 °C,$$

т. е. значение, весьма близкое к истинному.

По изменению сопротивления проводника можно судить об изменении температуры, что положено в основу устройства термометров сопротивления — терморезисторов.

Полезно указать, что особенно сильно зависит от температуры электропроводность полупроводников, сопротивление которых при повышении температуры быстро уменьшается. Поэтому наиболее чувствительные терморезисторы — болометры, — улавливающие тепло от зажженной спички на расстоянии в несколько километров, изготавливаются из полупроводниковых материалов. Зависимость сопротивления от температуры слабее в металлах и еще меньше в сплавах металлов. Сопротивление константана, состоящего из меди, никеля и марганца, практически не меняется при нагревании или охлаждении, что очень важно при постройке особо точных электротехнических приборов.

80. Разность потенциалов на концах некоторого участка цепи равна произведению силы тока, текущего по участку, на его сопротивление только в том случае, когда участок не содержит источников тока (электродвижущих сил). В противном случае для вычисления разности потенциалов следует пользоваться формулой

$$\varphi_A - \varphi_B = IR - \mathcal{E}, \tag{1}$$

в которой φ_A и φ_B — потенциалы соответственно начальной и конечной точек участка цепи, R — его сопротивление, I — сила тока, текущего по нему, $\mathcal{E}$ — величина электродвижущей силы, имеющейся на участке. Для правильного применения этой формулы следует I

брать со знаком «плюс», если ток направлен от A к B, и со знаком «минус» в противном случае. В свою очередь электродвижущую силу $\mathcal{E}$ надо считать положительной, если она заставляет положительные заряды двигаться от A к B, и отрицательной, если электродвижущая сила направляет их от B к A. (Иными словами, «дополнительную» ЭДС берут со знаком «плюс», если она «помогает» току перемещаться от точки A к точке B, и со знаком «минус» в противном случае.)

В нашем случае «дополнительную» ЭДС следует брать со знаком «плюс», так как правый элемент посылает ток в том же направлении, что и левый. Учитывая сказанное, имеем

$$\varphi_A - \varphi_B = IR - (+\mathcal{E}) = \frac{2\mathcal{E}}{2R}R - \mathcal{E} = \mathcal{E} - \mathcal{E} = 0.$$

Следует иметь в виду, что формула (1) очень легко выводится из закона Ома для полной цепи (рис. 58):

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$$

(здесь $\mathcal{E}$ — электродвижущая сила элемента, R — сопротивление внешнего участка, r — внутреннее сопротивление элемента, I — сила тока в цепи).

Перепишем последнее равенство в следующем виде:

$$IR = \mathcal{E} - Ir.$$

В этом выражении все величины и их произведения положительны. Поэтому правую часть равенства надо приравнять на основании закона Ома для участка цепи BRA разности потенциалов $\varphi_B - \varphi_A$ (а не $\varphi_A - \varphi_B$), так как потенциал точки B больше потенциала точки A. Таким образом, имеем

$$\varphi_B - \varphi_A = \mathcal{E} - Ir,$$

откуда

$$\varphi_A - \varphi_B = Ir - \mathcal{E},$$

что и представляет приведенную выше формулу закона Ома в применении к участку ArB, содержащему ЭДС, равную $\mathcal{E}$. Заметим, что участок, содержащий ЭДС, принято называть неоднородным.

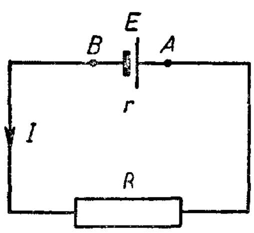


Рис. 58.

81. Действительно, чем больше R, тем коэффициент использования электроэнергии больше. Он достигает значения, равного единице, при «бесконечно большом» сопротивлении потребителя — случай, конечно, неосуществимый практически, но приблизиться к которому можно сколь угодно близко.

Однако делать сопротивление подключенного к источнику тока потребителя слишком большим нецелесообразно. При этом, правда, возрастает напряжение на нем, но больше ЭДС источника тока оно стать все равно не может, тогда как сила тока при неограниченном увеличении R уменьшается, имея пределом нуль. Таким образом, в формуле для мощности

$$N = IU$$

первый сомножитель при неограниченном росте сопротивления потребителя стремится к нулю, а второй не превышает некоторого конечного значения (равного ЭДС). Легко видеть, что забираемая от источника внешним участком мощность будет стремиться к нулю.

Не следует также брать потребитель и со слишком малым сопротивлением, так как в приведенной выше формуле мощности первый сомножитель не сможет стать больше $\mathcal{E}/r$ (такой ток потечет при коротком замыкании, когда сопротивление потребителя станет равным нулю), тогда как напряжение на нагрузке при неограниченном уменьшении ее сопротивления будет стремиться к нулю.

Можно показать, что максимальное значение потребляемой внешним участком мощности достигается в том случае, когда его сопротивление равно сопротивлению источника тока. Запишем выражение для мощности, потребляемой внешним участком, в обычном виде:

$$N = \frac{\mathcal{E}^2}{(R+r)^2}\ R,$$

где буквенные обозначения те же, что были нами приняты ранее.

Умножим числитель и знаменатель на $4r$. Тогда

$$N = \frac{\mathcal{E}^2\, 4Rr}{4r\,(R+r)^2}.$$

Воспользовавшись тождеством

$$4\,Rr = (R+r)^2 - (R-r)^2,$$

получим после несложных преобразований

$$N = \frac{\mathcal{E}^2}{4r}\left[1 - \frac{(R-r)^2}{(R+r)^2}\right].$$

Отсюда видно, что $N=0$ при $R=0$ и $R=\infty$, а при $R=r$ мощность достигает максимума (поскольку и числитель и знаменатель дроби в квадратных скобках положительны, ее наименьшее значение равно нулю, что достигается при $R=r$).

Еще проще провести доказательство с помощью численного примера.

Пусть в нашем распоряжении имеется источник тока с электродвижущей силой 4В и внутренним сопротивлением 1 Ом. Тогда при различных значениях нагрузочного сопротивления мы будем получать следующие значения мощности, потребляемой от источника тока нагрузкой:

Величина нагрузочного сопротивления, Ом	Мощность, потребляемая нагрузочным сопротивлением, Вт
0,7	3,87
0,8	3,95
0,9	3,98
1,0	4,00
1,1	3,99
1,2	3,96
1,3	3,92

В связи с решением этой задачи полезно остановиться на роли выходных трансформаторов в радиоприемниках. Внутреннее сопротивление выходных ламп, приводящих в действие динамик, составляет десятки и сотни тысяч ом. В то же время катушка электродинамического громкоговорителя имеет сопротивление всего 5—10 Ом, так как более высокоомные динамики изготовить технически трудно. Включив низкоомный динамик непосредственно в анодную цепь лампы, можно получить лишь небольшую звуковую мощность. Поэтому между лампой и динамиком в схеме предусматривается согласующий выходной трансформатор с высокоомной первичной обмоткой и низкоомной вторичной. Впрочем, его включение полезно также и потому, что в этом случае через динамик будет протекать только переменная составляющая анодного тока.

82. Оба полученных ответа правильны (сравните с решением задачи 17!) Но это вовсе не означает, конечно, что через прибор текут два различных тока одновременно. Возможно, оказывается, собрать две сильно отличающиеся электрические цепи, каждая из которых удовлетворяет приведенным в тексте задачи требованиям. Рассчитаем их.

По двум полученным значениям силы тока и величине дополнительного сопротивления можно найти два значения напряжения:

$$U'_{\text{сопр}} = 0{,}5\ \text{А} \cdot 40\ \text{Ом} = 20\ \text{В} \quad \text{и}$$

$$U''_{\text{сопр}} = 2{,}5\ \text{А} \cdot 40\ \text{Ом} = 100\ \text{В}.$$

Аналогичным образом можно получить два значения напряжения на приборе:

$$U'_{\text{пр}} = \frac{50\ \text{Вт}}{0{,}5\ \text{А}} = 100\ \text{В} \quad \text{и} \quad U''_{\text{пр}} = \frac{50\ \text{Вт}}{2{,}5\ \text{А}} = 20\ \text{В}$$

и два значения сопротивления прибора:

$$r' = \frac{120\text{В}}{0{,}5\text{А}} - 40\ \text{Ом} = 200\ \text{Ом} \quad \text{и} \quad r'' = \frac{120\ \text{В}}{2{,}5\ \text{А}} - 40\ \text{Ом} = 8\ \text{Ом}.$$

Задача не содержит никаких данных, которые послужили бы достаточным основанием, чтобы предпочесть первое решение второму или наоборот. Правда, если мы рассчитаем для обоих случаев мощность, потребляемую дополнительным сопротивлением

$$N' = (0{,}5\ \text{А})^2 \cdot 40\ \text{Ом} = 10\ \text{Вт} \quad \text{и}$$

$$N'' = (2{,}5\ \text{А})^2 \cdot 40\ \text{Ом} = 250\ \text{Вт},$$

и сравним ее с мощностью самого прибора (50 Вт), то второй вариант решения нам покажется маловероятным, однако полной уверенности в том, что цепь такого типа кому-то не понадобится, у нас не будет.

Следовательно, нам придется считать оба решения правильными. Если же мы хотим иметь только одно решение, необходимо потребовать от составителей задачи внести в текст еще какое-либо данное, например мощность, потребляемую дополнительным сопротивлением.

83. Сила тока может быть выражена через количество электричества Q, протекающее через сечение проводника за время t, следующим образом:

$$I = \frac{Q}{t}.$$

Исходя из этого соотношения, нетрудно сообразить, что в формуле

$$I = I_+ + I_- = q_+ n_+ v_+ + q_- n_- v_-$$

произведение $n_- v_-$ представляет число отрицательных ионов, уходящих от катода за единицу времени. В результате у катода остается столько же положительных ионов, которые попадают на катод. Кроме того, к катоду ежесекундно подходит $n_+ v_+$ положительных ионов. Таким образом, полное число положительных ионов, нейтрализующихся у катода, определяется полным током. Аналогичная картина имеет место у анода для отрицательных ионов.

84. Утверждение, набранное в условиях задачи курсивом, не содержит ошибки. Действительно, так как ток во всех ваннах одинаков, то в n ваннах должно выделиться в n раз больше вещества, чем в одной. Однако из этого вовсе не следует, что за одинаковое время во второй установке выделится вещества в n раз больше, чем в первой. Причина состоит в том, что если в новой установке источник электроэнергии останется тем же, то сила тока должна обязательно уменьшиться по двум причинам.

Первая совершенно очевидна. При последовательном соединении электролитических ванн длина «жидкого проводника» увеличивается, что приводит к росту сопротивления цепи, а отсюда и к уменьшению тока.

Вторая причина менее тривиальна. Прохождение тока через электролит вызывает на электродах ряд физико-химических изменений, в результате чего электролитическая ванна начинает работать как гальванический элемент, электродвижущая сила которого направлена «навстречу» приложенной. Это явление, названное гальванической поляризацией, было открыто в

1802 г. Н. Готро (1753—1803) и впервые описано в 1824 г. А. С. Беккерелем (1788—1878)[1], а в 1842—1845 гг. подробно изучалось русским физиком А. Г. Савельевым (1820—1860), который на основе своих работ пришел к выводу о возможности создания «поляризационных элементов»[2]. При увеличении числа ванн суммарная поляризационная ЭДС возрастает, что также влечет за собой уменьшение тока.

Таким образом, хотя увеличение числа ванн и должно было бы приводить к увеличению общей массы вещества, осаждающегося на электродах, на самом деле она в лучшем случае может остаться лишь неизменной (фактически всегда наблюдается уменьшение), поскольку из-за убыли тока в каждой ванне вещества выделяется меньше.

85. И эта попытка найти процессы, противоречащие закону сохранения энергии, обречена, как и все предыдущие, на неудачу.

При зарядке конденсатора *C1* энергия электрического тока частично затрачивается на нагревание проводников (джоулево тепло), частично же излучается в окружающее пространство в форме электромагнитных волн. Замечательно здесь только то, что при $C1=C2$ «потери» энергии, независимо от сопротивления соединительных проводников, составляют всегда 50%. Если $C1 \ll C2$, рассеяние энергии практически отсутствует, а при $C1 \gg C2$ оно равно 100%.

86. На сторонах стеклянной пластинки, обращенных к обкладкам конденсатора, образуются вследствие поляризации диэлектрика связанные с ним заряды, противоположные по знаку зарядам на обкладках. При удалении стекла экспериментатору приходится совершать работу против сил кулоновского притяжения разноименных зарядов. Эта работа идет на увеличение энергии конденсатора.

87. Получившаяся система не будет обладать магнитными свойствами, так как вследствие полной симметрии через каждую точку составленного шара и

---

[1] А. С. Беккерель — французский физик, дед Анри Беккереля (1852—1908), открывшего естественную радиоактивность в 1896 г.

[2] Предвидение А. Г. Савельева было реализовано в 1859 г. изобретателем кислотного аккумулятора — французским ученым Г. Р. Планте (1834—1889).

окружающего пространства будет проходить равное число магнитных силовых линий противоположных направлений. Иными словами, «магнит» моментально сам себя размагнитит. Это, конечно, вовсе не означает невозможности шарообразного магнита; важно лишь, чтобы на его поверхности были разноименные полюса, хотя бы и не в равном количестве. Можно, например, намагнитить шар так, что на его поверхности окажутся два северных и один южный полюс или наоборот. В связи с обсуждением возможности намагнитить шар (некоторые полагают, что этого сделать нельзя?!) уместно вспомнить о шарообразности Земли, являющейся гигантским магнитом.

В заключение отметим, что английский физик-теоретик П. А. М. Дирак обратил внимание на тот факт, что уравнения Максвелла, являющиеся основой электродинамики, допускают в принципе существование изолированных магнитных полюсов (т. е. магнитов с одним полюсом, южным или северным). Однако многолетние экспериментальные попытки обнаружить «монополи Дирака» не привели к успеху, и большинство современных физиков склоняется к мысли, что их в природе не существует вообще.

88. По мере сближения магнита и железа потенциальная энергия взаимодействия системы «постоянный магнит — железный предмет» уменьшается ровно на величину работы, произведенной против сил тяготения. Чтобы восстановить ее первоначальное значение, нужно удалить железо от магнита. Совершенно очевидно, что для этого нужно совершить работу, равную работе, совершенной магнитом при подъеме железа.

Таким образом, магнит вполне можно уподобить в этом отношении пружине, поднимающей груз: чтобы пружина могла вторично совершить работу, ее нужно предварительно растянуть, затратив на это энергию.

89. Этот софизм тесно связан с рассмотренной ранее задачей 80. Как и там, нелепый вывод получен из-за неправильного применения закона Ома.

Разность потенциалов на концах некоторого участка цепи равна произведению сопротивления участка на силу тока, протекающего по нему, только в том случае, если на участке не имеется источников электродвижущих сил. Такие участки называют однородными.

В рассматриваемом случае любой участок кольца является неоднородным, так как индуцируемая электродвижущая сила равномерно распределена по всему кольцу.

В соответствии с формулой закона Ома для участка цепи, содержащего ЭДС (неоднородного участка), можно записать для участка ARB, считая точку A его началом, а точку B концом, следующее равенство:

$$\varphi_A - \varphi_B = IR - \mathcal{E}_{ARB},$$

где $\mathcal{E}_{ARB}$ — ЭДС, индуцируемая на участке ARB.

Если полная ЭДС, существующая в кольце, равна $\mathcal{E}$, то сила тока, текущего по кольцу, может быть определена по формуле

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}.$$

С другой стороны, долю полной ЭДС, сосредоточенную на каком-либо участке кольца, следует считать прямо пропорциональной длине участка или, при однородном проводнике, его сопротивлению. Тогда для $\mathcal{E}_{ARB}$ получим:

$$\mathcal{E}_{ARB} = \mathcal{E}\frac{R}{R+r}.$$

Подставляя два последних выражения в первое, находим:

$$\varphi_A - \varphi_B = \frac{\mathcal{E}}{R+r}R - \mathcal{E}\frac{R}{R+r} = 0.$$

К такому же выводу можно прийти, применяя закон Ома к участку BrA. В этом случае

$$\varphi_B - \varphi_A = Ir - \mathcal{E}_{BrA};$$

Сила тока, как и прежде, равна

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r},$$

а для $\mathcal{E}_{BrA}$ по высказанным выше соображениям можно написать

$$\mathcal{E}_{BrA} = \mathcal{E}\frac{r}{R+r}.$$

После этого получаем:

$$\varphi_B - \varphi_A = \frac{\mathcal{E}}{R+r}r - \mathcal{E}\frac{r}{R+r} = 0.$$

Итак, ток в электрической цепи может существовать и в том случае, когда разность потенциалов между двумя произвольно взятыми точками цепи равна нулю. В этом, в сущности, нет ничего удивительного, если вспомнить определение электрического тока: электрическим током называется направленное перемещение заряженных частиц. Но это перемещение не обязательно должно быть вызвано электрическими силами. Электрический ток, например, может быть образован потоком падающих в гравитационном поле Земли заряженных песчинок или облаком заряженных частиц дыма, перемещающихся под действием ветра.

Более того, электрический ток может даже течь от большего потенциала к меньшему, как это в действительности почти всегда имеет место внутри гальванических элементов и других источников тока.

Следующие примеры помогут уяснить сказанное.

Вода в реке движется под действием «разности потенциалов», однако в стакане чая при помешивании ложечкой вода движется тоже, хотя «разности потенциалов» нет. При выкачивании насосом воды из колодца ее частицы движутся в направлении, противоположном «разности потенциалов» — силе тяжести воды.

90. Магнитный поток в сердечнике трансформатора создается не только током первичной катушки, но и тем, который проходит по вторичной катушке. В соответствии с правилом Ленца направления магнитных потоков противоположны (сдвинуты по фазе на угол, почти равный 180°) так, что результирующий магнитный поток в сердечнике в идеальном случае должен бы равняться нулю. При увеличении нагрузки на трансформатор растет ток в первичной катушке и создаваемый им магнитный поток. Одновременно возрастает ток во вторичной катушке и «вторичный» магнитный поток, генерируемый им. При этом суммарный магнитный поток меняется в прежних пределах, а следовательно, остается неизменной электродвижущая сила переменного тока, индуцируемого во вторичной обмотке.

91. В цепи переменного тока на концах любого участка цепи напряжение меняется по абсолютной величине 100 раз в секунду от нуля до некоторого максимального значения, называемого амплитудным. Вольтметр электромагнитной системы, включенный параллельно этому участку, покажет некоторое промежуточное значение, именуемое действующим или эффективным, которое в $\sqrt{2}=1{,}41...$ раз меньше амплитудного. Если, например, вольтметр электромагнитной системы показывает 50 В, это означает, что в отдельные моменты напряжение достигает $50\cdot1{,}41...$В, т. е. около 70 В, при котором зажигается лампа на постоянном токе. Поэтому никакого противоречия в опытах нет.

Этот простой и легко осуществимый в школьных условиях эксперимент полезно показать на уроке — он сильно облегчит понимание соотношения между эффективным и амплитудным напряжением в цепи постоянного тока.

92. Чтобы ответить на поставленный вопрос, следует вспомнить устройство амперметров обеих систем.

В приборах магнитоэлектрической системы подвижная рамка, по которой проходит измеряемый ток, находится между полюсами постоянного магнита. Отклонение рамки в этих условиях прямо пропорционально силе тока. Если ток меняется по величине достаточно быстро, то отклонение стрелки будет определяться средним значением протекающего по прибору тока.

В приборах электродинамической системы измеряемый ток проходит вначале через неподвижную, а затем через подвижную катушку, расположенную внутри первой. Таким образом, отклонение стрелки будет пропорционально току как в первой, так и во второй катушке, т. е. квадрату силы тока, поскольку ток в обеих катушках один и тот же. В случае быстро меняющегося по величине тока отклонения стрелки амперметра этого типа будут пропорциональны среднему квадрату силы тока.

Поэтому, если в цепи постоянного тока оба амперметра показывают одно и то же значение, то в цепи, где идет пульсирующий ток, их показания будут различны. Методами высшей математики можно доказать, что они будут отличаться в $\pi/2$ раз.

В самом деле, средняя сила пульсирующего тока может быть вычислена следующим образом:

$$\langle I\rangle=\frac{\int\limits_0^{T/2} I_0\sin\omega t\,dt}{T}=\frac{2I_0}{\omega T}=\frac{2I_0}{2\pi}=\frac{I_0}{\pi},$$

где I_0 — амплитудное значение пульсирующего тока, ω — угловая (циклическая) частота технического переменного тока, T — период его изменения. Из полученного выражения видно, что показания амперметра магнитоэлектрической системы в цепи пульсирующего тока с амплитудным значением, равным I_0 ампер, будут в π раз меньше, чем в том случае, когда он включен в цепь постоянного тока силой I_0 ампер.

Аналогичным образом средний квадрат пульсирующего тока с тем же амплитудным значением равен

$$\langle I^2 \rangle = \frac{\int\limits_0^{T/2} I_0^2 \sin^2 \omega t dt}{T} = \frac{I_0^2 \frac{T}{4}}{T} = \frac{I_0^2}{4}.$$

В качестве верхнего предела интегрирования в обоих случаях берется $T/2$, поскольку ток через амперметры проходит только в течение одного полупериода.

Из последнего выражения видно, что отклонение стрелки электродинамического прибора уменьшится в

$$\frac{I_0^2}{\langle I^2 \rangle} = 4 \text{ раза}$$

по сравнению с тем случаем, когда он включен в цепь постоянного тока силой I_0 ампер. Но так как шкала приборов этого типа квадратична (т. е. угол отклонения пропорционален квадрату величины тока), показания уменьшатся всего в $\sqrt{4} = 2$ раза.

Таким образом, показания магнитоэлектрического и электродинамического приборов, регистрировавших в цепи постоянного тока одну и ту же силу, теперь будут различаться в

$$\frac{\pi}{2} = 1{,}57 \text{ раза}.$$

Может возникнуть естественный вопрос: показания какого же амперметра следует принимать во внимание, какому амперметру нужно верить? Нетрудно видеть, что это будет зависеть от того, для какой цели применяется амперметр, в какую цепь его хотят включить.

Если, например, необходимо контролировать силу тока, протекающего через гальваническую ванну, питаемую несглаженным током от выпрямителя того или иного типа, следует брать прибор магнитоэлектрической системы, так как масса вещества, выделяющегося при электролизе, как и показания приборов этого типа, зависит от средней величины тока, текущего через ванну (поскольку сила тока входит в формулы законов Фарадея в первой степени).

Если интересуются тепловым эффектом пульсирующего тока, в цепь следует включать амперметр электродинамической системы, поскольку и его показания, и количество выделяемого при прохождении тока тепла зависят от среднего квадрата тока (в формулу закона Джоуля — Ленца сила тока входит во второй степени).

93. Контур $Б_нA1KA2Б_н$ входит составной частью в сложную цепь, в которой наряду с током накала $I_н$ нити K течет анодный ток $I_а$ от батареи $Б_а$. Легко видеть, что часть анодного тока, идущая через амперметр $A1$, имеет то же направление, что и ток накала, тогда как в амперметре $A2$ анодный ток и ток накала направлены навстречу.

Если считать, что через амперметры текут одинаковые доли анодного тока, то получим

$$I_1 = I_н + 0{,}5\,I_а \quad \text{и} \quad I_2 = I_н - 0{,}5\,I_а.$$

Отсюда видно, что действительно $I_1 \neq I_2$.

94. Температура нити накала определяется не только количеством теплоты, выделяемым текущим по ней током, но и условиями охлаждения.

Пока ключ разомкнут, нить накала окружена облаком пространственного заряда, и число электронов, выходящих из металла в вакуум, равно числу электронов, возвращающихся из окружающего пространства в нить. После замыкания ключа все электроны (при небольшом анодном напряжении — только часть) «отсасываются» от нити полем «катод — анод». Остается лишь односторонний поток электронов из металла в вакуум, и к потере нитью теплоты через теплопроводность ее концов и лучеиспускание прибавляется потеря энергии, уносимой быстрыми электронами и частично затрачиваемой на их отрыв от металла. Это и приводит к уменьшению температуры после замыкания ключа.

95. Три соединенные параллельно катушки, намотанные на один каркас, можно рассматривать как одну, намотанную проводником втрое большего сечения. При включении в сеть постоянного тока по такой системе потечет ток втрое большей силы, поскольку именно во столько раз уменьшается сопротивление при параллельном соединении катушек. Поэтому в сети постоянного тока магнитное поле увеличилось бы в три раза. Иначе обстоит дело при включении катушек в сеть переменного тока.

Как известно, сопротивление катушек в цепи переменного тока значительно больше, нежели в цепи с постоянным током. Так, например, сопротивление одной из катушек разборного школьного трансформатора на постоянном токе примерно 3,3 Ом, а в сети переменного тока частотой 50 Гц по ней протекает ток, соответствующий сопротивлению 20 Ом.

Полное сопротивление катушки на переменном токе (его называют также *импеданс*) зависит не только от ее активного сопротивления, вычисляемого по формуле

$$R=\rho\frac{l}{S},$$

но и от числа витков в катушке, ее геометрических размеров и частоты переменного тока. Если число витков в катушке велико, то даже при малом активном сопротивлении (катушка намотана очень толстым медным проводом!) импеданс может быть большим.

Присоединив параллельно еще две такие же катушки, лаборант фактически лишь несколько уменьшил активное сопротивление, тогда как индуктивность системы практически не изменилась, поскольку число витков и форма катушки остались прежними. Небольшое изменение активного сопротивления почти не отразилось на импедансе. Поэтому потребляемый из сети ток и магнитное поле внутри катушек также не претерпели существенных изменений.

Полезным же параллельное включение было признано по той причине, что ток, протекающий по каждой катушке, уменьшился втрое, в результате чего уменьшился нагрев каждой из них.

96. Перегорел предохранитель, установленный на групповом щитке *на фазе 3, подведенной к нашей квартире.*

Почему же в таком случае горела контрольная лампа?

Дело в том, что после внезапного прекращения подачи электроэнергии выключатели никто не трогал и все лампы в квартире остались включенными (чтобы ошибка в рассуждении не сразу бросалась в глаза, на рисунке 31 выключатели показаны, наоборот, в положении «выключено»). Поэтому при включении контрольной лампы между точками *А* и *Б* на нее попадало напряжение с фазы *2* и «нуля», с которым лампа оказалась соединенной через квартирную проводку.

Более внимательный и опытный наблюдатель должен был бы, конечно, сразу обратить внимание, что при описанном способе проверки контрольная лампа при включении ее между точками *А* и *Б* или между *А* и *В* при неисправном предохранителе на фазе *3* должна гореть с некоторым недокалом, поскольку параллельно соединенные лампы в квартире № 19 все же дают некоторое сопротивление. В то же время при исправном предохранителе должен наблюдаться перекал, так как на лампу попадало бы при этом напряжение, в 1,73 раза превышающее нормальное, — 220 В вместо 127 В или 380 В вместо 220 В.

97. Как уже отмечалось в решении предыдущей задачи, в больших домах питание электроэнергией от сети переменного тока осуществляется по так называемой четырехпроводной системе. Можно предположить поэтому, что ток в аудитории № 1 и № 2 подводился так, как это схематически показано на рисунке 59.

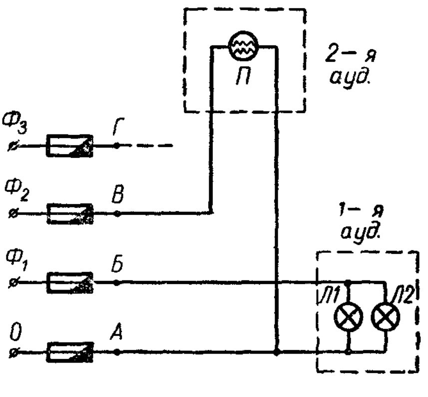


Рис 59.

Из схемы видно, что при выходе из строя предохранителя *А*, установленного на «нулевом» проводе, лампы *Л1* и *Л2* в первой аудитории не будут гореть, если одновременно во второй аудитории не будет включен какой-нибудь прибор, например плитка *П*. Если же плитка включена, то как на нее, так и на лампы через исправные предохранители $Б$ и $В$ попадает напряжение с фаз $Ф_1$ и $Ф_2$.

Понятно также, почему плитка горела с недокалом, тогда как накал ламп был выше нормального. В самом деле, если напряжение между «нулем» и фазой равно 127 В, то между фазами $Ф_1$ и $Ф_2$ оно будет в $\sqrt{3}$ раз больше, т. е. составит 220 В. В соответствии с законом Ома это напряжение распределяется между первой и второй аудиториями пропорционально сопротивлению включенных в них приборов. Мощная плитка имеет сравнительно малое сопротивление, тогда как небольшие, видимо, по мощности лампы *Л1* и *Л2*, даже будучи включенными параллельно, имеют значительное сопротивление. В результате на плитке существует небольшое напряжение и она горит с недокалом, а лампы светят ярче нормального, так как напряжение на них выше номинала.

98. Включенный в сеть переменного тока непосредственно вольтметр электромагнитной системы показывает эффективное значение напряжения. Однако, как мы уже говорили об этом в решении задачи 91, в отдельные моменты времени разность потенциалов при синусоидальном законе изменения достигает своего максимального значения в $\sqrt{2}=1,41...$ раза превышающего эффективное. В эти моменты включенный параллельно вольтметру конденсатор заряжается до разности потенциалов $125\ В \cdot 1,41 \approx 175$ В. Именно эту цифру и показывает вольтметр. Роль выпрямляющего устройства сводится лишь к тому, чтобы препятствовать разряду конденсатора при изменении направления тока.

С описанным явлением хорошо знакомы радиолюбители, которые знают, что напряжение после выпрямителя сразу же возрастает вслед за введением в схему фильтра, состоящего из дросселя и конденсатора.

Софизм нетрудно оформить в виде экспериментальной задачи. При этом существенно взять конденсатор большой емкости, порядка нескольких микрофарад, и вольтметр с большим сопротивлением. При малом сопротивлении и небольшой емкости система, как говорят в технике, будет обладать малой постоянной времени, т. е. конденсатор будет быстро разряжаться через вольтметр, в результате чего на них будет существовать разность потенциалов меньшая, чем 175 В. В особо неблагоприятных случаях показания вольтметра могут быть даже меньше, чем эффективное напряжение в сети, вплоть до

$$\frac{E_0}{2} = \frac{E_{\text{эф}}\sqrt{2}}{2} = \frac{125\,\text{В}\sqrt{2}}{2} \approx 88\ \text{В},$$

где E_0 — амплитудное значение напряжения в сети переменного тока (сравните с решением задачи 92).

99. Несмотря на всю наивность софизма, считаем полезным разобрать его, чтобы лишний раз подчеркнуть необходимость выполнять над наименованиями те же действия, что и над числами, к которым наименования относятся.

100. Ток и напряжение в приборе, включенном в сеть переменного тока, могут изменяться так, что максимальные и минимальные значения ими будут достигаться одновременно. В таком случае говорят, что ток и напряжение совпадают по фазе. Так бывает, если прибор, включенный в сеть переменного тока, обладает только активным сопротивлением. В этом случае мощность, потребляемую прибором, можно рассчитать по формуле

$$N = IU, \tag{1}$$

где I и U — эффективные значения соответственно тока и напряжения.

Только активным сопротивлением обладают, например, лампы накаливания, электрические плитки.

Однако если включить в сеть переменного тока катушку индуктивности или конденсатор, то максимальные и минимальные значения током и напряжением будут достигаться неодновременно. В этом случае говорят, что ток и напряжение сдвинуты по фазе, а в формуле для мощности появляется третий сомножитель k, называемый коэффициентом мощности:

$$N = kIU \tag{2}$$

(здесь I и U имеют тот же смысл, что и в формуле (1)). Множитель k называют часто иначе — «косинус φ», φ — это угол сдвига фаз между током и напряжением.

Обмотки электромотора обладают не только активным сопротивлением, но также и индуктивным. В результате между током, протекающим по обмоткам электромотора, и напряжением, приложенным к нему, возникает сдвиг по фазе. Косинус сдвига фаз при нормальном режиме работы равен

$$k = \frac{N}{IU} = \frac{900\ \text{Вт}}{220\ \text{В} \cdot 5\ \text{А}} = 0{,}82.$$

Обычно значение «косинуса фи», соответствующее оптимальному режиму работы, указывается в паспорте электродвигателя.

101. Прежде всего отметим, что описанный проект не противоречит закону сохранения энергии, так как зарядка конденсатора происходила бы не «сама собой», а за счет энергии теплового движения электронов. Однако действие изображенной на рисунке 33 установки противоречило бы второму началу термодинамики (см. задачу 70), поскольку процесс требует самопроизвольного возникновения «сгущений» и «разрежений» электронного облака, а это так же невозможно, как невозможно самопроизвольное разделение электронов или молекул на быстрые и медленные (последнее означало бы самопроизвольное возникновение разности температур).

Следует, впрочем, отметить, что второй закон термодинамики в отличие от первого носит не столь категорический характер: он не совсем отрицает возможность самопроизвольного разделения молекул на быстрые и медленные, или возможность возникновения флуктуаций плотности (местных сгущений и разрежений). Он лишь утверждает, что такие события маловероятны и вероятность тем меньше, чем больше флуктуация.

Из-за хаотичности движения электронов на концах проводника действительно может возникнуть разность потенциалов. Но возникновение значительного напряжения, как уже отмечено, маловероятно, а при малых — конденсатор будет разряжаться через детектор, так как в области малых напряжений вольт-амперные характеристики всех детекторов линейны, как это показано на рисунке 60, и эффект выпрямления отсутствует. Нелинейность вольт-амперной характеристики, объясняющая эффект выпрямления, обнаруживается лишь при достаточно больших напряжениях, вероятность возникновения которых за счет флуктуаций плотности распределения электронов практически равна нулю.

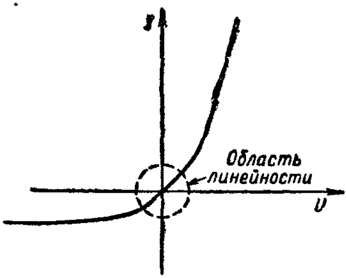


Рис. 60.

Предложенный способ зарядки так же невозможен, как невозможно практически (хотя это и мыслимо в принципе), чтобы хаотическое движение молекул воздуха в запаянной консервной банке превратилось в движение, направленное вверх, способное поднять банку над поверхностью Земли. Расчет показывает, что самопроизвольное «подпрыгивание» банки из-за флуктуаций в движении молекул может наблюдаться не чаще, чем раз в миллиарды миллиардов лет.

Хорошо известен научно-фантастический роман А. Р. Беляева «Ариель», герой которого мог по своему желанию управлять характером движения молекул своего тела, превращая его из хаотического в направленное. За счет этого он мог летать в любом направлении. К сожалению, такое возможно лишь на страницах научно-фантастического романа, так как противоречит второму началу термодинамики.

Впрочем, полет Ариеля нарушал не только второе начало термодинамики, но и закон движения центра масс системы: действительно, внутренние силы не могут изменить величину и направление его скорости, так что в гравитационном поле Земли центр масс Ариеля мог двигаться (без вмешательства извне) только с ускорением $\vec{g}$, направленным вниз.

102. Разряд банки носит колебательный характер, ибо вместе с намотанной на спицу спиралью она образует, как принято говорить в радиотехнике, колебательный контур. Поскольку проволока обладает сопротивлением и происходит излучение энергии в окружающее пространство в виде электромагнитных волн, колебания постепенно затухают. Спица сохраняет намагничение того знака, который соответствует последнему размаху колебаний, настолько еще сильному, что он пробивает искровой промежуток, через который происходил разряд лейденской банки.

103. Как ни заманчив описанный Фламмарионом способ ознакомления с прошлым нашей планеты, приходится примириться с мыслью, что он никогда не будет осуществлен: как вытекает из специальной (или частной) теории относительности, никакое материальное тело не может двигаться относительно другого со скоростью, превышающей скорость света в пустоте, т. е. округленно 300 000 км/с.

Более того, для тел с «массой покоя», отличной от нуля (а к ним принадлежат электроны, протоны, нейтроны, целые атомы и молекулы, а также построенные из них тела — куски металла, камни и т. д. и т. п.), даже и эта скорость недостижима. Оказывается, что по мере роста скорости масса разгоняемого тела увеличивается по закону

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}},$$

где m_0 — масса покоящегося тела (масса покоя), v — *скорость, до которой разогнали тело,* m — его *масса при* этой скорости и c — скорость света в пустоте. Из этой формулы видно, что по мере приближения v к c масса тела увеличивается неограниченно, разгон становится все труднее и практически совершенно невозможен при скоростях, близких к c. Зависимость массы от скорости хорошо известна физикам, изучающим свойства частиц с высокими энергиями. Протоны, разогнанные, например, в советском ускорителе — синхрофазотроне, установленном в Объединенном институте ядерных исследований в Дубне, обладают массой, в 100 раз превышающей массу покоящегося протона.

Существуют, впрочем, и частицы, движущиеся со скоростью света. Это, например, кванты электромагнитного излучения — фотоны. Однако их масса покоя равна нулю! Физически это означает, что фотон остановить нельзя. Он обречен постоянно находиться в движении. Попытка остановить фотон приводит к его гибели. Интересно отметить, что скорость фотона в вакууме в любой системе координат равна 300 000 км/с, независимо от относительного движения наблюдателя и источника фотонов, т. е. источника света. Необычные кинематические (и динамические) свойства фотонов отражают тот факт, что они не являются «настоящими частицами»; правильнее их называть квазичастицами.

104. Передача тепла от раскаленного металла к человеку происходит главным образом через излучение. Максимум энергии излучения при температуре металла несут инфракрасные лучи, которые, как и вообще электромагнитные волны, очень сильно отражаются металлами. Это и дает ответ на вопрос, зачем металлизируют одежду сталеваров.

105. Как это видно из рисунка 61, независимо от расстояния человека до стены, на которой повешено зеркало, он может рассматривать одну и ту же часть своей фигуры, расположенную не ниже, чем на расстоянии H от пола.

106. Этим свойством будет обладать, например, система трех плоских зеркал, установленных под прямым углом друг к другу (аналогично трем граням куба, сходящимся в одной вершине). Рассмотрим вначале двухмерный случай, представленный на рисунке 62.

Вектор $\vec{c}_1$ скорости света можно разложить на компоненты $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$, соответственно нормальную и касательную к поверхности первого зеркала. После отражения от него компонента $\vec{v}_2$ остается неизменной, тогда как нормальная компонента меняет знак, приобретая значение $\vec{v}_1{}'$. Поскольку зеркала установлены под прямым углом друг к другу, компонента $\vec{v}_2$, касательная к первому зеркалу,

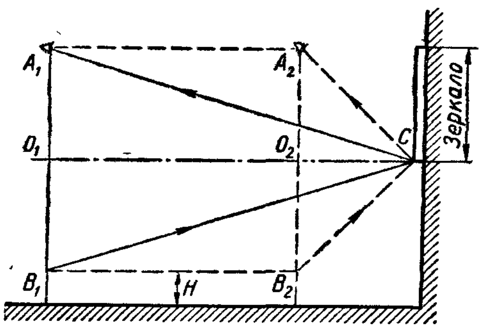


Рис. 61.

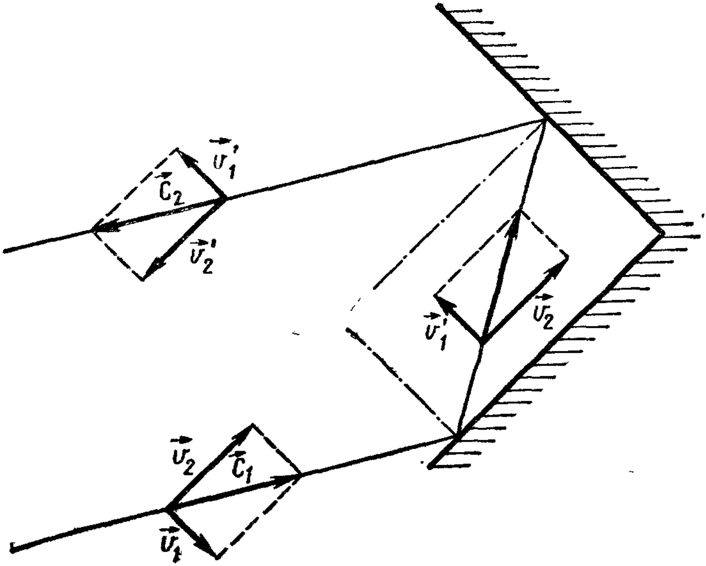


Рис. 62.

нормальна ко второму и поэтому при отражении от него меняет знак. Наоборот, $\vec{v}_1'$ сохраняет свое направление. Таким образом, после двух отражений обе компоненты вектора $\vec{c}_1$ меняют знак, поэтому вектор $\vec{c}_1$ поворачивается на 180°, одновременно несколько смещаясь в направлении, перпендикулярном самому себе.

В трехмерном случае вектор $\vec{c}$ следует разложить на *три* компоненты $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ и $\vec{v}_3$, нормальные соответственно первому, второму и третьему зеркалам. Тогда при отражении от каждого зеркала будет менять свое направление на противоположное только одна компонента, но после третьего изменят знак все три, и вектор скорости повернется в обратную сторону.

Подобными свойствами будет обладать также треугольная призма, которую можно получить, разрезав стеклянный куб плоскостью, проведенной через концы трех ребер, исходящих из одной вершины; роль зеркал у нее играют боковые грани.

Как те, так и другие устройства называются уголковыми отражателями. Уголковые отражатели французского производства были установлены на советских луноходах; по времени прохождения света от лазера, находящегося на Земле, до отражателя и обратно оказалось возможным с поразительной точностью определить расстояние до Луны.

Впрочем, уголковые отражатели находят и более прозаические применения. Вероятно, все читатели, проезжая по автомобильным дорогам, видели, например у поворотов, треугольные (эго так называемые предупреждающие) знаки, в углах которых вмонтированы красные стеклянные круглые пластины. На задней стороне этих пластин во время изготовления была выштампована система треугольных пирамидальных выступов, образовавшая набор уголковых отражателей. Стоит проезжающей машине осветить в темноте фарами знак, как отражатели на его углах ярко вспыхивают, призывая шофера удвоить внимание. Велосипедистам будет интересно, видимо, узнать, что красный круглый диск в металлической обойме, установленный на брызговике заднего колеса, также является системой уголковых отражателей.

В заключение заметим, что изготовить уголковый отражатель из трех плоских зеркал несложно, а опыты с ним доставляют много удовольствия: интересно наблюдать, как, независимо от положения, мы все время видим в нем свое отражение (но только «вверх ногами»!).

107. Мы приняли, что поверхность дождевых капель имеет сферическую форму. Действительно, под влиянием одних лишь молекулярных сил капля должна была бы быть шарообразной, так как при этом энергия поверхностного натяжения минимальна (см. решение задачи 60): из всех тел равного объема шар обладает наименьшей возможной поверхностью. Поэтому примерно шарообразной была бы форма капли при падении в безвоздушном пространстве. Однако сопротивление воздуха приводит к искажению сферичности, и капля приобретает характерную обтекаемую, «каплеобразную» форму. Условия отражения в разных точках перестают быть одинаковыми: если в одном месте произойдет полное отражение, то в другом возможен выход лучей наружу.

Нужно отметить, что полного отражения фактически в капле никогда не наблюдается. Часть лучистой энергии

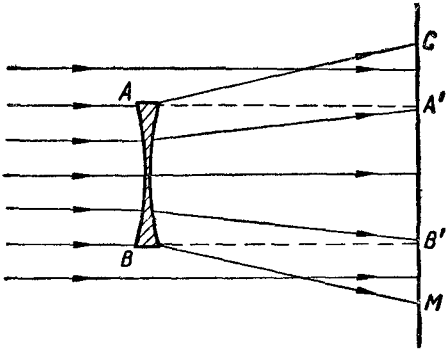


Рис. 63.

в любом случае все же «просачивается» из капли в воздух.

108. Удалим собирающую линзу и поместим на ее место рассеивающую. Тогда ход лучей можно изобразить так, как это сделано на рисунке 63. Из этого рисунка видно, что в кольцевой зоне, ограниченной окружностями $A'B'$ и CM, освещенность на экране создается не только лучами, рассеянными линзой, но и прошедшими мимо нее, а поэтому превышает освещенность, которая существовала бы на экране без линзы.

Описанное явление легко наблюдать на опыте, вооружившись очками, предназначенными для близоруких, — на листке бумаги, поставленном на пути солнечных лучей после очков, будут ясно видны светлый круг, опоясанный еще более светлой каймой, а затем экран, освещенный только прямыми солнечными лучами. Освещенность в пределах «каймы» будет максимальной.

109. Если линзы находятся в среде, показатель преломления которой больше показателя преломления материала линзы, то они меняются ролями: двояковыпуклая линза будет рассеивать лучи (так действует воздушный пузырек в воде), а двояковогнутая — собирать. Сказанное легко подтвердить построением, что и сделано на рисунке 64.

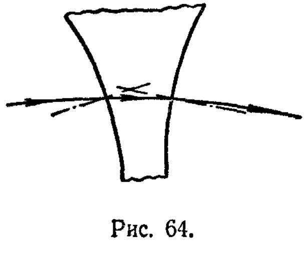


Рис. 64.

Видно, что луч света, переходя в линзу (на рисунке изображена лишь часть ее), а затем выходя из нее, в результате преломления приближается к главной оптической оси, параллельно которой он первоначально шел.

110. Негативы обоих снимков будут одинаково плотными, если величина экспозиции останется неизменной. В фотографии под экспозицией понимается величина, характеризующая количество световой энергии, получаемой светочувствительным материалом при съемке. Экспозиция обозначается буквой H и выражается произведением

$$H = Et, \tag{1}$$

где E — освещенность фотопленки, t — время экспонирования (выдержка).

Освещенность изображения прямо пропорциональна световому потоку Φ, проходящему через объектив от предмета, и обратно пропорциональна площади изображения S_1:

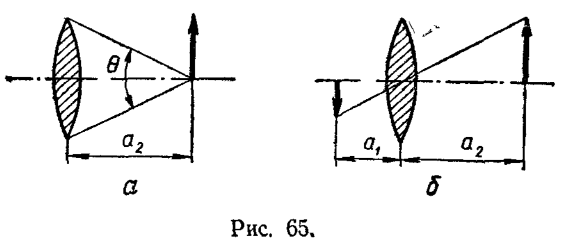
$$E \sim \frac{\Phi}{S_1}. \tag{2}$$

Если предмет (для определенности пусть это будет, например, пуговица на костюме посетителя фотоателье) излучает во все стороны приблизительно равномерно, то световой поток, проходящий через объектив, прямо пропорционален величине телесного угла, под которым из точки, где находится предмет, виден объектив:

$$\Phi \sim \Theta. \tag{3}$$

Считая площадь объектива равной S_0, а предмет удаленным от фотоаппарата на a_2, получим (рис. 65, a) для телесного угла приблизительно

$$\Theta = \frac{S_0}{a_2^2}. \tag{4}$$



а б

Рис. 65.

Комбинируя три последних выражения, имеем

$$E \sim \frac{S_0}{S_1\ a_2^2}. \tag{5}$$

Но площади предмета S_2 и его изображения S_1 относятся, как

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{a_1^2}{a_2^2}, \tag{6}$$

где a_1 — расстояние от объектива до фотопленки (см. рис. 65, *б*).

Подставляя отсюда значение a_2^2 в выражение (5), получим:

$$E \sim \frac{S_0\ S_1}{S_1 S_2 a_1^2} = \frac{S_0}{S_2\ a_1^2}. \tag{7}$$

Поскольку S_0 и S_2 — постоянные величины, то

$$E \sim \frac{1}{a_1^2}. \tag{8}$$

Первое и последнее равенство дают вместе

$$t \sim a_1^2. \tag{9}$$

Но, чем дальше удален фотографируемый объект (т. е. чем больше a_2), тем меньше расстояние a_1 от объектива фотоаппарата до пленки, что следует из формулы линзы.

Следовательно, для более удаленных предметов выдержка должна быть меньше, а для более близких, наоборот, больше.

Нужно только оговорить, что выполненный нами анализ относится к павильонным фотоаппаратам с большим фокусным расстоянием. Для малогабаритных фотоаппаратов дело обстоит по-иному. Как правило, расстояния до фотографируемых предметов оказываются во много раз больше, чем их фокусные расстояния. Поэтому a_1 во всех случаях практически совпадает с фокусным расстоянием (обычно равным 50 мм) и в соответствии с выражением (9) t оказывается постоянным.

111. Если передняя (обращенная к предмету) поверхность роговицы будет плоской, то фокусное расстояние глаза останется неизменным и в воздухе, и в воде, бла-

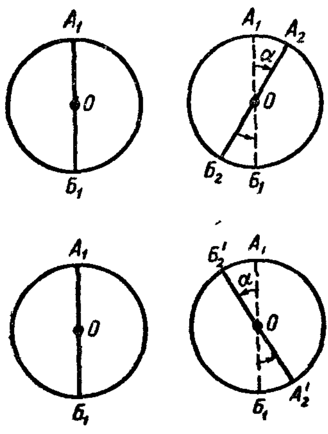


Рис. 66.

годаря чему преломление лучей, идущих от достаточно удаленных предметов (т. е. параллельных лучей), будет на ней отсутствовать. Таким образом, подобный глаз будет одинаково хорошо видеть *удаленные* предметы как в воздухе, так и под водой.

112. На каждом кадре кинопленки через равные промежутки времени запечаглеиы отдельные фазы движения тела. Свойство человеческого глаза таково, что при быстрой смене одного кадра другим отдельные этапы движения сливаются, создавая впечатление непрерывного движения.

В звуковом кино смена кадров происходит каждую $^1/_{24}$ долю секунды. Пусть за это время колесо экипажа, изображенное для удобства рассуждений на рисунке 66 всего с двумя спицами — OA_1 и $OБ_1$, повернется настолько, что спицы из положения $A_1OБ_1$ перейдут в положение $A_2OБ_2$. Глаз воспримет это как поворот по часовой стрелке на угол α.

При большой скорости движения за время смены кадров в киносъемочном аппарате колесо может повернуться на значительно больший угол, так что спицы займут положение $A_2'OБ_2'$, показанное в нижней части рисунка. Поскольку концы спиц ничем не отличаются друг ог друга, глаз можст «ошибиться» и воспринять вращение на угол A_1OA_2' как поворот на угол $A_1OБ_2'$. В результате вращение колеса будет казаться происходящим против часовой стрелки.

Нетрудно видеть, что парадокс возникает при такой частоте съемки, когда за время смены кадров спицы успевают повернуться на угол, превышающий половину угла между ними Поэтому при одной и той же частоте съемки и одинаковой скорости движения экипажа вращение колес с разным числом спиц может казаться происходящим в противоположных направлениях, как это иногда удается видеть в кино (только реже),— задние колеса телеги, где спиц больше, вращаются в сторону, противоположную вращению передних.

113. Параллельный пучок лучей, выходящий из окуляра телескопа, становится после прохождения через хрусталик глаза сходящимся, способным образовать на сетчатке глаза изображение предмета.

114. В приведенном рассуждении все, кроме окончательного вывода, правильно. Телескопы действительно не дают увеличенного изображения звезд, но тем не менее в сильной степени помогают при астрономических наблюдениях; бурное развитие астрономии началось лишь после того, как Галилей в 1609 г. направил телескоп на небо.

Задача телескопа при наблюдении звезд состоит не в получении увеличениого изображения, а в увеличении светового потока, попадающего в глаз человека от наблюдаемого объекта. При пользовании телескопом поток световой энергии, попадающий на сетчатку, возрастает во столько раз, во сколько площадь входного отверстия телескопа больше площади зрачка.

В Советском Союзе, как известно, недавно вступил в строй телескоп-гигант с зеркалом, имеющим диаметр 6 м. Отношение площади его зеркала к площади сильно расширенного зрачка составляет примерно

$$\frac{S_т}{S_{зр}} = \left(\frac{d_т}{d_{зр}}\right)^2 = \left(\frac{600 \text{ см}}{1 \text{ см}}\right)^2 = 360\,000.$$

Стало быть, световой поток, попадающий в глаз наблюдателя, увеличивается в 360 000 раз! Поэтому в телескоп можно видеть и такие светила, которые не видны простым глазом.

115. При очень маленьких диаметрах объектива начинает сильно сказываться явление дифракции света, являющееся следствием его волновой природы. Дифракция приводит к размытию границ изображения, что ухудшает его качество.

116. Идея постройки аппарата, способного дать «лучевой шнур», приходила в голову многим изобретателям, но ни одному из них не удалось ее осуществить. И это не случайно! На пути постройки гиперболоида (вообще-то говоря, аппарат инженера Гарина Алексей Толстой должен был назвать *параболоидом*, так как все сказанное в романе относится не к гиперболическим, а к параболическим зеркалам) стоит ряд серьезных трудностей.

Трудно, во-первых, подобрать достаточно тугоплавкий материал для зеркал, которые, отражая мощный пучок лучей, должны и сами нагреваться до высокой температуры.

Неясно, во-вторых, каким горючим питать гиперболоид, так как оно при малом объеме должно содержать колоссальное количество энергии, иначе гиперболоид будет совершенно безвредной игрушкой. Но самая большая неприятность состоит в том, что получение протяженных, т. е. распространяющихся на значительные расстояния узких пучков, невозможно из-за волновой природы света: чем уже стараются получить световой пучок, тем резче проявляется дифракция, приводящая к его размытию. Из-за явления дифракции нельзя с помощью зеркал, диафрагм, линз и любых других средств *геометрической* оптики получить сколь угодно узкие волновые пучки, какие хотелось бы иметь инженеру Гарину.

Остается добавить, что все сказанное, безусловно, справедливо для приборов, в которых используются принципы геометрической оптики. Однако сравнительно недавно советские ученые Н. Г. Басов и А. М. Прохоров и независимо от них американский физик Ч. Таунс создали установки, в которых предварительно возбужденные атомы излучают запасенную энергию практически одновременно. (Такие излучатели можно назвать когерентными.) В результате получается очень узкий, почти не расходящийся пучок лучей. Плотность лучистой энергии в нем так велика, что на расстоянии нескольких метров от генератора пучок способен пробить деревянную доску толщиной в несколько сантиметров. С помощью «квантовых генераторов» (коротко их принято называть лазерами) уже сейчас с поразительной точностью определяются расстояния в геодезии и астрономии (см. задачу 106), высверливаются отверстия в твердых драгоценных камнях и металлических изделиях, производятся хирургические операции, в частности глаза человека. С каждым днем область применения лазеров расширяется.

117. Проследим за ходом одного из лучей, падающего от источника света на внутреннюю поверхность «концентратора световой энергии» под углом β_1. Для простоты рассмотрим двумерный (плоский) случай (рис. 67).

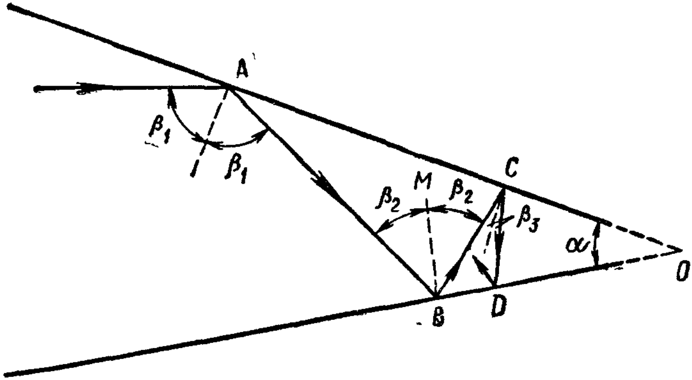


Рис. 67.

Из треугольника AOB находим:

$$\beta_2 = 180° - (\angle BAO + \angle AOB + \angle OBM).$$

Поскольку AN и BM — нормали к сторонам AO и BO, то

$$\angle BAO = 90° - \beta_1 \text{ и } \angle MBO = 90°.$$

Кроме того, угол при вершине конуса AOB равен α. Поэтому имеем

$$\beta_2 = \beta_1 - \alpha.$$

Аналогичным образом можно показать, что после третьего отражения угол отражения β_3 составит

$$\beta_3 = \beta_2 - \alpha = \beta_1 - 2\alpha,$$

а после n-го

$$\beta_n = \beta_1 - (n-1)\alpha.$$

Таким образом, после каждого отражения угол отражения уменьшается на одну и ту же величину; поэтому, независимо от величины угла α, на каком-то этапе он станет равным нулю, а потом — отрицательным, т. е. отраженные лучи повернут обратно к широкому отверстию конуса.

Приравнивая β_n нулю, нетрудно рассчитать, после какого именно отражения лучи, падающие под углом β_1, поворачивают обратно:

$$n = \frac{\beta_1}{a} + 1.$$

Меньшего отверстия конуса достигнет лишь ничтожная часть лучей, посылаемая источником вдоль оси конуса.

Все сказанное можно подтвердить аккуратно сделанным чертежом. Наш рисунок показывает, что после четвертого отражения в точке D падающий луч действительно поворачивает к широкому концу конуса.

Здесь уместно отметить, что заряженные частицы в магнитных полях иногда ведут себя аналогично световым лучам, попавшим в зеркальный конус.

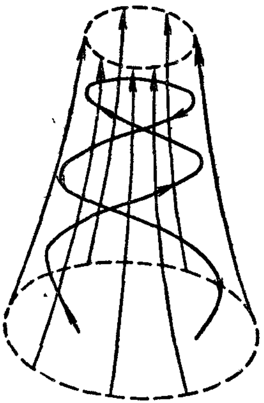


Рис. 68.

На рисунке 68 показано в сильном упрощении действие так называемой «магнитной бутылки». Конусообразно сближающиеся магнитные силовые линии вынуждают захваченные ими частицы, двигаясь по сложным траекториям, повернуть обратно. Именно такой вид изогнутых трубок, сужающихся к полюсам, имеют пространства, ограниченные силовыми линиями магнитного поля Земли (рис. 69). Заряженные частицы, захваченные этими трубками, движутся от полюса к полюсу, образуя вокруг Земли радиационные пояса.

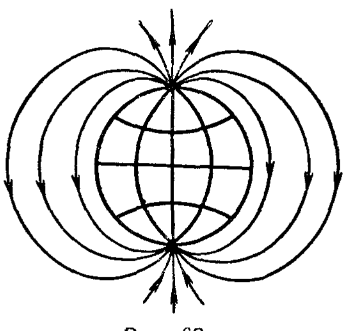


Рис. 69.

Скажем в заключение, что все до сих пор предложенные проекты осуществления управляемой термоядерной реакции предусматривают изоляцию нагретой до миллионов градусов плазмы от стенок содержащего ее сосуда с помощью «магнитных бутылок», «магнитных пробок» и других устройств, в которых реализуются принципы, иллюстрируемые рисунком 68.

118. Ощущение того или иного цвета, возникающее в глазу наблюдателя, определяется не длиной волны, зависящей от показателя преломления среды, а частотой электромагнитных колебаний, воздействующих на окончания зрительного нерва, которая при переходе из одной среды в другую не меняется, так как определяется не средой, а источником света.

Поэтому свет, воспринимаемый в воздухе как красный, будет казаться таким же и в воде.

119. Частицы табачного дыма рассеивают падающий на них свет по-разному, в зависимости от длины волны. Сильнее всего рассеиваются лучи с малой длиной волны — фиолетовые, синие, голубые. Длинноволновые лучи, лежащие у другого конца спектра, рассеиваются значительно меньше, так как явление дифракции — огибание светом преград — свойственно им в гораздо большей степени. Поэтому в пучке света, прошедшего через облако дыма, преобладают красноватые оттенки. Наоборот, при наблюдении со стороны источника или сбоку мы видим в основном коротковолновые лучи и дым нам кажется голубоватым.

Зависимость поглощения световых лучей от их цвета всегда принимается во внимание на практике: в аварийные и предупреждающие об опасности фонари вставляются красные стекла (красный цвет светофора!), а в целях светомаскировки (во время войны, например) освещение осуществляется синими лампами.

Что же касается «настоящего цвета» дыма, то им, наверное, надо считать цвет микроскопических несгоревших частиц угля, из которых состоит дым, т. е. черный цвет.

120. Как уже упоминалось в задаче 118, длина волны, соответствующая красному цвету, равна примерно 0,65 мкм. Зеленому цвету соответствует длина волны около 0,55 мкм. Таким образом, изменение длины волны вследствие эффекта Допплера должно было бы составить

$$\frac{0{,}55\ \text{мкм}}{0{,}65\ \text{мкм}} = 0{,}85.$$

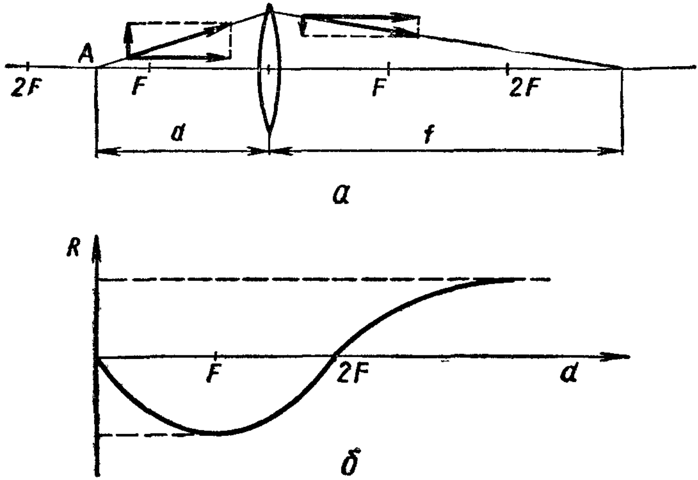


Рис. 70.

Это означает, что частота электромагнитных колебаний, попадающих в глаз автомобилиста, должна возрасти вследствие взаимного сближения его с источником света в $^{1}/_{085}=1,18$ раза, т. е. примерно на 20%. Такое увеличение частоты возможно лишь при скоростях, примерно на столько же процентов отличающихся от скорости света, которые для автомобилиста, разумеется, недостижимы. Минимальная скорость, при которой начинает обнаруживаться эффект Допплера с помощью достаточно чувствительных оптических приборов, составляет 500 м/с, что также лежит далеко за возможностями автомобиля.

121. Рассмотрим собирающую линзу, на главной оптической оси которой в точке A (рис. 70, a) расположен источник света. После прохождения линзы скорость световых квантов, а следовательно, и численное значение вектора импульса квантов остаются прежними; изменяется лишь направление вектора импульса. Если источник света удален от линзы на такое расстояние, что $0<d<2F$, то проекция вектора импульса фотона на оптическую ось до прохождения через линзу меньше проекции импульса светового кванта, прошедшего через линзу (это легко доказывается из рассмотрения треугольников, учитывая, что $d<f$). Поскольку компонента импульса в направлении оптической оси возросла, сама линза должна получить импульс, направленный в противоположную сторону, т. е. к источнику света!

При $d>2F$ на линзу будет действовать сила $\vec{R}$, направленная от источника (рис. 70, *б*). Разумеется, чтобы эта зависимость действительно имела место, линза должна быть совершенно прозрачной и не должна отражать свет[1].

Легко видеть, что к источнику света будет притягиваться любая оптическая система, после прохождения которой расходимость лучей в световом пучке уменьшается. Линза не единственное устройство, обладающее этим свойством (придумать другие мы предлагаем читателю). К сожалению, эффективность всех их убывает с удалением от источника света. Трудностей, возникающих при изготовлении очень длиннофокусных линз, которые обеспечивали бы притяжение к Солнцу на расстояниях порядка миллионов километров, мы здесь не касаемся, поскольку нас интересовала принципиальная сторона вопроса.

122. Как известно, электроны в атомах могут находиться в разных состояниях, каждому из которых соответствует различная энергия. При переходе электрона из состояния с более высокой энергией в состояние с более низкой «излишек» энергии выделяется в виде электромагнитного излучения. В зависимости от его частоты наблюдатель воспринимает свет того или иного цвета.

В металлах наиболее удаленные от ядра электроны (в химии их называют валентными) за счет тепловой энергии легко переходят в «возбужденное» состояние и так же легко возвращаются в «нормальное», отдавая запасенную энергию в виде света.

Не так обстоит дело в кварце и стекле. Все электроны здесь прочно связаны с ядрами атомов и с большим трудом меняют свое энергетическое состояние. Чтобы получить заметное свечение, в этом случае нужна значительно более высокая температура.

---

[1] Нетрудно показать, что если источник света находится на главной оптической оси, то полное изменение импульса света, падающего на линзу, в плоскости, перпендикулярной оптической оси, равна нулю. Поэтому на линзу будет действовать сила, параллельная оптической оси.

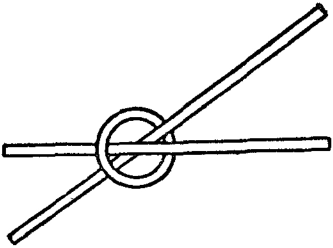


Рис. 71.

123. Теория относительности действительно запрещает относительное перемещение двух вещественных объектов со скоростью, превышающей световую. Однако место пересечения линеек является лишь геометрическим образом, на скорость движения которого (относительно Земли или какого-либо иного объекта) теория относительности никаких ограничений не накладывает.

Впрочем, вначале кажется, что, насадив на место пересечения линеек металлическое кольцо (рис. 71), мы все-таки придем к противоречию с теорией относительности — ведь тогда вместе с геометрической точкой пересечения должен двигаться, и притом с такой же скоростью, связанный с ней материальный предмет?!

Однако не надо забывать, что согласно той же теории относительности при увеличении скорости тела его масса изменяется по закону:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

(смысл обозначений см. в решении задачи 103).

Таким образом, при постепенном ускорении движущейся линейки масса кольца будет возрастать, что сделает дальнейшее увеличение скорости кольца (а следовательно, и линейки) все более трудным, а достижение световой скорости — вообще невозможным.

Предоставим теперь слово известному американскому популяризатору науки М. Гарднеру. В своей книге «Теория относительности для миллионов», с которой мы советуем ознакомиться всем любителям физики, он пишет следующее: «Хотя сигналы не могут быть переданы со скоростью, превышающей световую, но можно наблюдать определенные виды движений, которые будут иметь по отношению к наблюдателю скорости больше световой. Представьте себе гигантские ножницы, лезвия которых таковы, что достигают планеты Нептуна. Ножницы начинают закрываться с постоянной скоростью. По мере того как это происходит, точка, в которой пересекаются режущие края лезвий, будет двигаться к концам ножниц со все возрастающей скоростью. Представьте, что вы сидите на неподвижном стержне, скрепляющем оба лезвия. По отношению к вашей инерциальной системе отсчета эта точка пересечения лезвий скоро будет удаляться от вас со скоростью, большей скорости света. Конечно, здесь происходит движение не материального тела, а геометрической точки.

Возможно, вам придет в голову такая мысль: предположим, что кольца ножниц находятся на Земле, а точка пересечения лезвий — на Нептуне. Если вы слегка закрываете ножницы, а затем открываете, повторяя это неоднократно, то точка пересечения будет ходить вперед-назад. Нельзя ли теперь передать сигналы на Нептун почти мгновенно? Нельзя, поскольку сигнал, приводящий в движение лезвия, должен передаваться от молекулы к молекуле, а скорость этого процесса должна быть меньше световой. В общей теории относительности нет абсолютно жестких тел. Иначе вы могли бы просто взять жесткий стержень протяженностью от Земли до Нептуна и передавать сообщения мгновенно, приводя в движение один конец. Не существует способа, который позволил бы использовать гигантские ножницы или любой другой тип так называемых абсолютно твердых объектов для передачи сигнала со скоростью больше скорости света».

124. По мере приближения скорости правого конца рычага к скорости света его масса увеличивается неограниченно (см. решения задач 103 и 123), что не позволяет ему достичь скорости света, не говоря уж о ее превышении.

125. Приведенный расчет убедительно показывает, какие нелепые выводы можно получить, механически применяя математические формулы, не слишком вникая в суть физического явления, которое они описывают.

Радий — один из членов радиоактивного семейства. В цепочке превращений, следующих друг за другом, он стоит между торием, распад которого порождает радий, и радоном, являющимся продуктом распада радия. Имеющийся на Земле сейчас радий — это вовсе не сохранившиеся еще не распавшимися до настоящего времени остатки колоссального первоначального запаса, вычисленного в задаче!

В настоящее время известны три естественных радиоактивных семейства. Это ряды урана, тория и актиния, названные так по имени «родоначальника» семейства, открывающего цепь радиоактивных превращений. Четвертое семейство, названное именем нептуния, состоит из искусственно полученных изотопов, не встречающихся на Земле.

Родоначальники трех первых семейств существуют в природе до сих пор потому, что период полураспада их очень велик. Он составляет для

урана . . . . $4{,}5 \cdot 10^9$ лет,
тория . . . . $1{,}4 \cdot 10^{10}$ лет,
актиния . . . . $7{,}1 \cdot 10^8$ лет.

Члены же их семейств обнаруживаются в природе только благодаря непрерывному образованию в процессе распада других элементов.

Может быть, на Земле при ее «рождении» было и небольшое количество нептуния (весьма сомнительная с точки зрения ядерной физики возможность), однако период полураспада его, составляющий «только» $2{,}2 \cdot 10^6$ лет, оказался слишком малым, чтобы нептуний смог сохраниться до наших дней.

126. Рассмотрим газ, находящийся в цилиндре, запертом поршнем. Пока поршень неподвижен, средняя скорость молекул газа v остается постоянной (если, конечно, к газу не подводится тепло), так как соударения молекул со стенками цилиндра и поршнем носят упругий характер, и скорости остаются после соударения прежними.

Однако если поршень вдвигается в цилиндр с некоторой постоянной скоростью u, то молекулы, ударяющиеся о поршень, будут обладать относительно него скоростью $v+u$. С такой же скоростью относительно поршня они и отразятся. Но так как поршень движется относительно цилиндра со скоростью u, то скорость молекул относительно цилиндра после отражения окажется равной

$$u + (u+v) = v + 2u,$$

т. е. возрастет на $2u$.

Подобным же образом происходит ускорение заряженных частиц в космическом пространстве. Если протон, летящий в направлении от Земли со скоростью v, попадет в скопление межзвездного газа, несущее магнитное поле и движущееся со скоростью u в сторону Земли, то после «отражения» магнитным полем (рис. 72) протон устремится к Земле со скоростью $v+2u$. Правда, протон может попасть в магнитное поле, вектор скорости которого направлен от Земли,

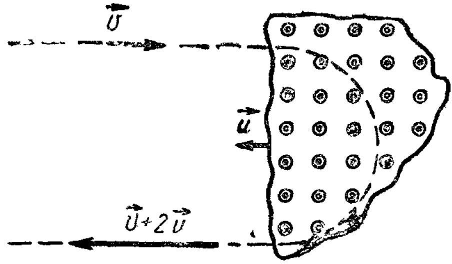


Рис. 72.

и замедлить свое движение, но точный расчет показывает, что движущиеся частицы встречают в единицу времени ускоряющих полей больше, чем замедляющих, в результате чего эффект ускорения преобладает.

127. Ядерные реакции, как и химические, бывают двух типов: с выделением энергии — экзотермические и с поглощением энергии — эндотермические. Первая из написанных в задаче реакций относится к экзотермическим и протекает «сама собой». Что же касается второй, то она является эндотермической: чтобы вызвать превращение протона в тройку частиц — нейтрон, позитрон и нейтрино, — ему нужно сообщить колоссальное, по масштабам микромира, количество энергии.

Согласно современным представлениям, вытекающим из теории относительности, увеличение энергии тела сопровождается увеличением его массы. Протон, способный породить тройку «нейтрон—позитрон—нейтрино», должен иметь массу, превышающую массу протона в «нормальном состоянии» на величину, примерно равную удвоенной массе электрона (или позитрона, так как массы этих двух частиц в точности равны). Поэтому закон сохранения массы в ядерных реакциях остается справедливым. Также всегда справедлив в этих случаях закон сохранения заряда, что можно видеть на примере приведенных реакций.

128. При обычном (электронном) β-распаде происходит превращение одного из нейтронов, входящих в состав материнского ядра, сразу в три частицы (протон, электрон и антинейтрино):

$$ {}_0^1n \rightarrow {}_1^1p + {}_{-1}^{0}e + {}_0^0\tilde{\nu}, $$

причем протон остается в составе дочернего ядра, а электрон и антинейтрино выбрасываются. При этом заряд ядра увеличивается по сравнению с материнским на единицу, в результате чего дочернее ядро располагается в периодической системе на одну клетку правее материнского.

При позитронном β-распаде в материнском ядре происходит реакция

$$ {}_{1}^{1}p \rightarrow {}_{0}^{1}n + {}_{+1}^{0}e + {}_{0}^{0}\nu, $$

после которой нейтрон остается в дочернем ядре, а позитрон и нейтрино выбрасываются. Таким образом, при позитронном распаде заряд ядра на единицу уменьшается и дочернее ядро перемещается на одну клетку влево от материнского.

Электронный тип распада характерен для так называемых нейтронно-перегруженных ядер, а позитронный — для протонно-перегруженных. Записанные выше две реакции уже рассматривались в задаче 127,

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие 3

I. Механика

1. Удивительные приключения пассажира метро 5
2. Будут ли двигаться аэросани? . . . . —
3. Какова скорость лодки? 6
4. Странный результат сложения скоростей 7
5. Чему равна средняя скорость? . . . . —
6. Тише едешь — скорее приедешь! 8
7. «Вопреки» закону инерции . . . . —
8. Вес тепловоза равен весу вагонов 9
9. Почему концы осей, лежащие в опорных подшипниках, затачивают «на конус»? . . . . —
10. Трение и износ стенок цилиндра двигателя внутреннего сгорания 10
11. Трение качения должно равняться нулю . . . . —
12. С какой силой давят ножки стола? 13
13. Загадочный рычаг 14
14. Капризная катушка 15
15. Прав ли был Аристотель? . . . . —
16. Сдвинется ли с места брусок? 16
17. Какая сила приложена к телу? . . . . —
18. Две тележки 17
19. Каково ускорение центра тяжести? . . . . —
20. Стремительный велосипедист 18
21. По примеру Мюнхгаузена 19
22. Загадка сил всемирного тяготения . . . . —
23. Какие приливы должны быть сильнее? . . . . —
24. Как зависит работа от силы и пути? 20
25. «Нарушение» закона сохранения энергии 21
26. Таинственное исчезновение энергии . . . . —
27. Парадокс ракетных двигателей . . . . —
28. Где источник энергии? 22
29. Обруч и горка . . . . —
30. Парадокс кирпичной кладки 23
31. Как правильно? . . . . —
32. Осуществим ли такой двигатель? . . . . —
33. В какую сторону должен опрокидываться при резком повороте автомобиль? 24
34. Простой вывод формулы маятника . . . . —
35. Конический маятник 26
36. Возможны ли поперечные волны в жидкостях? 27
37. Наблюдается ли в этом опыте интерференция звука? . . —

38 Почему усилнвается звук? 28
39. Будет ли двигаться вагонетка? . . . . —
40. Почему нет комфорта на подводиых лодках? . . . . . . 2)
41. Должна ли вода оказывать давление на дно сосуда? . . —
42 Гндростатический парадокс 30
43. Ошибка физика 32
44. Загадка чердачных окон . . . . —
45. Почему скоростн различны? 33

II. Теплота и молекулярная физика

46. Достигают ли дна затонувшие корабли? 34
47. Какова температура на большой высоте? . . . . —
48. Вопреки тепловым законам 35
49. Почему не помогла тепловая изоляция? . . . . —
50. Какая шкала выгоднее? . . . . —
51. За счет чего совершается работа? 36
52 Обладает ли потенциальной энергией сжатый газ? . . —
53. Снова нсчезновение энергии 37
54. Куда исчезает энергия топлива, сгоревшего в ракете? . . —
55. Можно лн повысить температуру тела, не сообщая ему теплоты? 38
56 Из чего делать паяльннки? . . . . —
57. Отрицательная длина . . . . —
58. Всегда лн справедлив закон сохранения энергни? . . . 39
59. Загадка капиллярных явлений . . . . —
60 Умные спички . . . . —
61. Кзк производится волочение? 40
62 Кипяток охлаждает лед . . . . —
63 Отчего испаряется вода? 41
64. Вопрос студентке . . . . —
65. Как выгоднее кипятить воду? 42
66 Можно ли обжечься льдом н расплавнть олово в горячей воде? . . . . —
67 Сколько топлива сэкономится? . . . . —
68. Сколько у железа теплоемкостей? . . . . —
69. Зачем топят печи? 43
70. Почему не построят такую машину? 44
71. Когда КПД автомобнля больше? 45
72. Возможен ли «демон» Максвелла? . . . . —

III. Электричество и магнетизм

73. Верен ли закон Кулона? 47
74. Должен ли течь ток через проводннк, замыкающий полюса батареи? . . . . —
75, Сила тока в ответвлении равна силе тока в неразветвленной части цепи?! 48
76. Какой ток может дать аккумулятор? 49
77. Как уменьшить показания гальванометра? . . . . . . —
78. Почему уменьшился ток? . . . . —
79. Чему равно сопротивленне электрнческой лампочки? . . 50
80. Что покажет вольтметр? . . . . —

81. Каким должно быть сопротивление? 51
82. Какой ток потребляет прибор? . . . . —
83. Загадка электролиза 52
84. Способ увеличения КПД электролитической ванны . . 53
85 Еще раз о законе сохранения энергии . . . . —
86. Почему энергия конденсатора увеличивается? 54
87. Магнит с одним полюсом . . . . —
88. Где источник энергии магнита? 55
89. Сопротивления любых проводников равны! . . . . . . —
90. Меняется ли коэффициент трансформации при изменении нагрузки на трансформатор? 56
91. При каком напряжении загорается неоновая лампа? . . 57
92. Показания какого амперметра правильны? . . . . . . —
93. Почему в последовательной цепи ток неодинаков? . . 58
94. Как объяснить понижение температуры? . . . . —
95. Почему магнитное поле осталось неизменным? 59
96. Как проверять предохранители? . . . . —
97. Почему загорались лампы? 60
98. Почему показания вольтметра различны? 61
99. Шесть гектоватт «равны» шестидесяти киловаттам! . . . —
100. Паспорт электродвигателя 62
101. Зарядится ли конденсатор? . . . . —
102. Странный случай намагничивания железа 63

IV. Оптика и строение атома

103. Простой способ путешествовать в прошлое 64
104. Одежда металлургов 65
105. Где поместить зеркало? . . . . —
106. Необычное «зеркало» . . . . —
107. Почему бывает радуга? 66
108. Можно ли получить увеличение освещенности с помощью рассеивающей линзы? . . . . —
109. Линзы «наоборот» 67
110. Когда нужна бóльшая выдержка при фотографировании? —
111. Замечательный глаз 68
112. Почему колеса вращаются «не в ту сторону»? . . . . —
113. Как работает телескоп-рефрактор? . . . . —
114. Нужны ли астрономам телескопы? 69
115. Какой должна быть диафрагма? . . . . —
116. Возможна ли постройка гиперболоида? . . . . —
117. Вместо лазера 70
118. Изменится ли цвет? 71
119. Каков истинный цвет? 72
120. Случай с Вудом . . . . —
121. Отрицательное световое давление 73
122. Почему по-разному светятся одинаково нагретые тела? . 74
123. Парадокс линеек . . . . —
124. Парадокс рычага 75
125. Сколько радия было на Земле в «день ее рождения»? . . —
126. Как возникают космические лучи? 76
127. Ядерные реакции и закон сохранения массы 77
128. Есть ли в ядре атома электроны? 78

Решения

I. Механика 79
II. Теплота и молекулярная физика 115
III. Электричество и магнетизм 130
IV. Оптика и строение атома 153

ИБ № 1723

Виктор Николаевич Ланге

ФИЗИЧЕСКИЕ ПАРАДОКСЫ И СОФИЗМЫ

Редактор *А. И. Юдина*
Художник *Б. Л Николаев*
Художественный редактор *В М Прокофьев*
Технический редактор *Е Ф. Подурушина* и *М. И. Смирнова*
Корректор *Н. И. Новикова*

Сдано в набор 31 03 78 г. Подписано к печати 29.09 78 г. 84×108[1]/[32]. Бумага тип. № 3. Печ. л. 5,5. Литер. гарн. Высокая печать. Условн. л. 9,24 Уч.-изд. л. 8,60. Тираж 250 000 экз. Заказ 1156. Цена 25 к.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Просвещение» Государственного комитета Совета Министров РСФСР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Типография № 2 Росглавполиграфпрома, г. Рыбинск, ул. Чкалова, 8.