

Э. Д. ЛОЗАНСКИЙ, О. Б. ФИРСОВ

ТЕОРИЯ ИСКРЫ



МОСКВА АТОМИЗДАТ 1975

Л о з а н с к и й Э. Д., Ф и р с о в О. Б. Теория
искры. М., Атомиздат, 1975, 272 с.

Книга посвящена одной из многочисленных областей физики газового разряда — пробую при давлениях порядка атмосферного. В ней содержатся краткие теоретические и экспериментальные данные о различных элементарных процессах, протекающих в газоразрядной плазме. Последовательно излагаются сведения о развитии разряда, начиная с появления первичного электрона и до замыкания разрядного промежутка ионизованным каналом.

Книга рассчитана на студентов старших курсов и аспирантов, специализирующихся в областях физики, связанных с газовым разрядом, а также на экспериментаторов, работающих со стримерными камерами и другими газоразрядными приборами.

Таблиц 27, рисунков 54, библиографии 489 наименований.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Физические процессы, протекающие в газовом разряде, настолько сложны и многочисленны, настолько меняются при изменении параметров разряда, в частности давления и напряженности электрического поля, что попытка рассмотреть различные виды газового разряда в одной книге сильно увеличивает ее объем (достаточно вспомнить наиболее известные книги Л. Лёба, Н. А. Капцова, В. Л. Грановского), поэтому авторы поставили перед собой задачу подробно рассмотреть лишь один вид газового разряда — разряд при давлении порядка атмосферного. Именно в этой области давлений теория газового разряда развита весьма слабо. В литературе часто высказывались взаимоисключающие гипотезы, эксперименты также не позволяли сделать однозначные выводы. К тому же нельзя сказать, что этой областью физики интересовались теоретики, так как она традиционно считалась чисто экспериментальной. Между тем развитие экспериментальной техники регистрации элементарных частиц с помощью искровых и стримерных камер, а также появление МГД-генераторов, газовых лазеров, плазматронов и других приборов и установок потребовали выяснения основных закономерностей газового разряда как раз при давлении порядка атмосферного.

Может быть, поэтому в последнее время число работ, посвященных этой тематике, заметно возросло. Нельзя сказать, что картина полностью прояснилась, но все же достигнут определенный прогресс, позволяющий более или менее строго охватить всю картину разряда, начиная от появления начального электрона до замыкания разрядного промежутка ионизованным каналом, по крайней мере, для разряда в однородном поле.

Глава 1 посвящена рассмотрению основных элементарных процессов, протекающих в газоразрядной плазме. Эта глава не содержит подробных теоретических выкладок, а приведены лишь окончательные формулы для конкретной оценки интенсивности того или иного процесса. Здесь имеются также экспериментальные данные о сечениях различных элементарных процессов, частично взятые из книги Брауна (**Brown S. Basic data of plasma physics. London, 1967**) и цитируемых монографий Б. М. Смирнова.

В главе 2 рассматривается кинетическое уравнение для слабоионизованной плазмы. Для последующих оценок и расчетов опреде-

ляется функция распределения электронов по скоростям в условиях газового разряда, приводятся теоретические и экспериментальные данные о диффузии и подвижностях электронов и ионов.

Главы 3—7 посвящены подробному анализу состояния проблемы газового разряда при давлениях порядка атмосферного. Некоторые результаты в этих главах публикуются впервые. Расчеты, позволяющие объяснить относительную устойчивость канала стримера в начальной стадии его развития, в силу их позднего появления изложены отдельно в гл. 7. Эта глава написана А. В. Родиным и А. Н. Старостиным, которым авторы приносят глубокую благодарность.

В главе 8 сделана попытка проанализировать состояние проблемы разряда в неоднородном поле. Описания носят в основном качественный характер с привлечением некоторых оценочных расчетов, так как теория пробоя в неоднородном поле, а также в очень длинных разрядных промежутках развита весьма слабо.

В главе 9 приводится краткая характеристика современных детекторов элементарных частиц — искровых и стримерных камер. Авторы не являются специалистами в области экспериментальной техники, и поэтому интересующихся камерами более подробно мы отсылаем к цитируемой в конце главы литературе. Можно сказать, что глава 9, содержащая всего несколько страниц, указывает на конкретные приложения всего обилия формул, написанных в предыдущих главах.

Авторы приносят благодарность М. М. Кулюкину, Д. Б. Понтекорво, Б. М. Смирнову, И. В. Фаломкину, Ю. А. Щербакову за обсуждение некоторых разделов книги.

Книга рассчитана на лиц, специализирующихся в физике газового разряда, а также физиков-экспериментаторов, работающих с приборами и установками, в которых используются лавинные и стримерные процессы. Авторы будут признательны всем, кто, прочитав книгу, выскажет свои критические замечания и пожелания.

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ГАЗОВОМ РАЗРЯДЕ

1.1. Основные положения

В газовом разряде любого вида, помимо атомов или молекул в нормальном состоянии, всегда присутствуют в значительном количестве возбужденные атомы или молекулы и электроны и ионы, обуславливающие проводимость газа. Ионы атомов или молекул газа в основном заряжены положительно, но в некоторых газах могут быть и отрицательные ионы. Возбуждение атомов или молекул, а также их ионизация происходят практически только при столкновении с электронами, обладающими достаточной для этого энергией. Эту энергию они приобретают в приложенном электрическом поле или в результате столкновения с другими электронами, получившими энергию от внешнего источника. Имеются газовые разряды, в которых ионизация осуществляется внешним источником ионизирующего излучения: фотонами или высокоэнергетическими пучками ускоренных электронов или ионов.

В разрядах, которые происходят в основном только под действием напряжения, ионы не могут приобрести энергию, достаточную для возбуждения и тем более ионизации, исключая возбуждение самых низких вращательных и колебательных уровней молекул, если газ молекулярный. Это объясняется очень малой длиной среднего пробега ионов до резонансной перезарядки, когда ускоренные ионы становятся атомами, а атомы — медленными ионами, которые вновь начинают ускоряться. Впрочем, и при упругом соударении с атомами ионы теряют в среднем половину своей энергии, поскольку их массы одинаковы. Поэтому ионы не могут приобрести энергию, существенно превышающую ту, которую они получают, ускоряясь между двумя последовательными соударениями с атомами, а последняя обычно много меньше энергии возбуждения атома или молекулы. К тому же вследствие равенства масс атома и иона и согласно законам сохранения энергии и импульса для возбуждения атомов или молекул ионы должны обладать по меньшей мере удвоенной энергией, необходимой для возбуждения. Электроны же при столкновениях с атомами теряют в среднем очень малую долю энергии, равную отношению их массы к массе атомов, пока они не приобретут энергию, достаточную для возбуждения электронных оболочек. Таким образом, среди элементарных процессов, приводящих к образованию в газовом разряде ионов, возбужденных атомов и молекул

й, наконец, самих электронов, освобождаемых из атомов, основную роль играют столкновения электронов с атомами и молекулами газа.

Большую роль играют также столкновения положительных ионов с атомами или молекулами газа — в основном резонансная перезарядка, происходящая почти без обмена импульсами, которая практически определяет их подвижность. В разрядах при высоких давлениях существенно еще образование молекулярных ионов и электронов при столкновениях возбужденных атомов или молекул с атомами или молекулами основного газа. В последнем случае образуются молекулы другого состава.

Перечисленные выше процессы происходят при парных соударениях, которые характеризуются эффективными сечениями.

В некоторых случаях, например в процессах рекомбинации электронов с ионами, необходимо рассматривать тройные соударения. Такие процессы требуют тройных соударений в силу законов сохранения импульса и энергии. Однако интенсивность процессов тройных соударений выражается через эффективные сечения парных соударений обратных процессов, например ионизации.

1.2. Следствия из законов сохранения энергии и количества движения при парных столкновениях

Пусть m_1 и m_2 — массы сталкивающихся частиц, векторы \mathbf{v}_1 и \mathbf{v}_2 — их скорости, все равно, до или после соударения. Можно написать:

$$m_1\mathbf{v}_1 + m_2\mathbf{v}_2 = (m_1 + m_2) \mathbf{V} = M\mathbf{V}; \quad (1.1)$$

$$\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2 = \mathbf{v}. \quad (1.2)$$

В левой части уравнения (1.1) стоит сумма количеств движения, или импульсов, сталкивающихся частиц, которая, согласно законам механики, в процессе их взаимодействия сохраняется. Величина M — сумма масс частиц, а сохраняющийся при столкновении вектор \mathbf{V} есть скорость центра инерции (тяжести) системы сталкивающихся частиц. Вектор \mathbf{v} — относительная скорость частиц, которая сохраняется лишь по абсолютному значению при условии, что столкновение упругое, без изменения внутренней энергии частиц. Действительно, полная энергия частиц

$$E = m_1v_1^2/2 + m_2v_2^2/2 + U = MV^2/2 + \mu v^2/2 + U, \quad (1.3)$$

где из решения системы уравнений (1.1) и (1.2) подставлено

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{V} + \mathbf{v}m_2/M; \quad \mathbf{v}_2 = \mathbf{V} - \mathbf{v}m_1/M; \quad (1.4)$$

$\mu = m_1m_2/M$ — приведенная масса; U — внутренняя энергия сталкивающихся частиц, например энергия возбуждения атомов.

Так как, согласно закону сохранения импульса, $\mathbf{V} = \text{const}$, а следовательно, и кинетическая энергия движения центра инерции $MV^2/2 = \text{const}$, то в силу закона сохранения полной энергии E при

столкновении сохраняется сумма кинетической энергии относительного движения частиц и внутренней их энергии, т. е.

$$\mu v^2/2 + U = \text{const.} \quad (1.5)$$

Таким образом, если состояние возбуждения сталкивающихся частиц не изменяется, то $|v| = \text{const.}$ Изменение вектора v по направлению характеризуется полярным и азимутальным углами рассеяния в системе координат с покоящимся центром инерции ($V = \cdot 0$), или, сокращенно, в Ц-системе. Обычно при столкновениях с атомами или ионами электрон обладает гораздо большей скоростью и даже кинетической энергией. Часто то же самое можно сказать об ионе при столкновении его с атомами или молекулами. В этом случае система координат, в которой медленная частица считается покоящейся до столкновения, принимается приближенно лабораторной, или, сокращенно, Л-системой.

Если частица с индексом 2 до столкновения покоится ($v_{20} = 0$), то $v = v_{10}$, а $V = v_{10} m_1/M$, где индекс 0 обозначает скорость до столкновения. Исходя из этих значений v и V , на основании приведенного выше решения системы уравнений (1.1) и (1.2) для v_1 и v_2 можно построить схему для их определения. Удобнее, однако, строить схему не для векторов скоростей, а для импульсов:

$$p_1 = m_1 v_1; \quad p_2 = m_2 v_2; \quad P = MV; \quad p = \mu v. \quad (1.6)$$

Соответственно p_1 и p_2 выразим через P и p :

$$p_1 = P m_1/M + p; \quad p_2 = P m_2/M - p. \quad (1.7)$$

Если $v_{20} = 0$, то $P_0 = p_{10}$, так как $p_1 + p_2 = P$;

$$p_0 = \frac{m_2}{M} P_0 = \frac{m_2}{M} P_0.$$

На рис. 1.1 изображены схемы, соответствующие этим формулам для $m_1 < m_2$ и $m_1 > m_2$, где χ — угол рассеяния вектора приведенного импульса в Ц-системе (в этой системе координат $p_1 = p$, а $p_2 = -p$); θ_1 и θ_2 — полярные углы рассеяния частиц 1 и 2 в Л-системе.

На рис. 1.1 представлен случай упругого рассеяния, т. е. когда внутренняя энергия частиц не меняется. При неупругом рассеянии длина вектора p меняется. Так как вектор $P = \text{const}$, то сохраняется кинетическая энергия $P^2/2M$, связанная с движением центра инерции. Поэтому изменение внутренней энергии частиц может происходить за счет кинетической энергии относительного движения $p^2/2\mu$:

$$p_0^2/2\mu - p^2/2\mu = U - U_0 = \varepsilon, \quad (1.8)$$

где ε — изменение внутренней энергии. Минимальная начальная кинетическая энергия относительного движения, необходимая для возбуждения, равна энергии возбуждения, а кинетическая энергия

частицы 1 при условии, что до столкновения частица 2 покоилась, должна соответственно быть не меньше, чем

$$\frac{p_{10}^2}{2m_1} = \frac{M^2 p_0^2}{2m_1 m_2^2} = \frac{M^2 \cdot 2\mu\varepsilon}{2m_1 m_2^2} = \frac{M}{m_2} \varepsilon. \quad (1.9)$$

При этой предельной энергии после соударения с потерей энергии на возбуждение ε относительная скорость частиц исчезающе мала и они большой путь летят как бы слипшись. Если массы ионов и атомов равны, то, согласно формуле (1.9), для того чтобы ион при столкновении с атомом смог перевести его в возбужденное состояние, энергия иона должна по меньшей мере вдвое превышать энергию возбуждения ε .

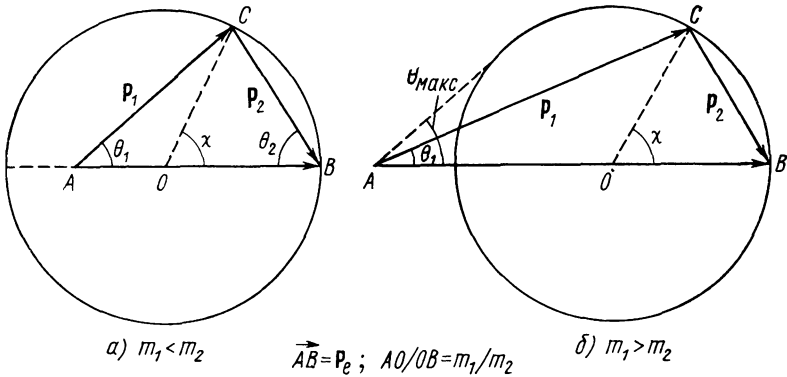


Рис. 1.1. К решению задачи об упругом столкновении двух частиц

Как видно из рис. 1.1, при $m_1 > m_2$ одному значению угла рассеяния θ_1 частицы 1 в Л-системе соответствуют два значения угла рассеяния χ в Ц-системе и два угла рассеяния θ_2 частицы 2. Большому χ соответствует меньший θ_2 , и большая передача энергии — частице 2. Однако в случае неупругого удара второго рода (с переходом энергии возбуждения в кинетическую энергию относительно движения) при столкновении иона с молекулой в возбужденном состоянии соотношения между углами рассеяния могут стать однозначными, если отношение p/p_0 станет больше m_1/m_2 . В противном случае угол θ_1 имеет максимальное значение:

$$\theta_{\max} = \arcsin \frac{m_2}{m_1} \sqrt{1 - \frac{2m_1}{p_{10}^2} \cdot \frac{M}{m_2} \varepsilon}. \quad (1.10)$$

При ударах второго рода ε в этой формуле нужно считать отрицательной. Из рис. 1.1 легко получить

$$\operatorname{tg} \theta_1 = \frac{\alpha \sin \chi}{m_1/m_2 + \alpha \cos \chi}; \quad (1.11)$$

$$\operatorname{tg} \theta_2 = \frac{\alpha \sin \chi}{1 - \alpha \cos \chi} \left(\text{при } \alpha = 1, \quad \theta_2 = \frac{\pi - \chi}{2} \right); \quad (1.12)$$

$$\alpha = \sqrt{1 - \frac{2m_1}{\rho_{10}^2} \cdot \frac{M}{m_2} \varepsilon}, \quad (1.13)$$

а также выражения для потери кинетической энергии T частицей 1 при столкновении ее с покоящейся частицей 2 с учетом потери энергии на возбуждение ε , как угодно распределенной между этими частицами:

$$T = T_{10} - T_1 = T_{10} \frac{2m_1 m_2}{M^2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{M}{m_2} \cdot \frac{\varepsilon}{T_{10}} \cos \chi} \right) + \frac{m_2}{M} \varepsilon. \quad (1.14)$$

Частица 2 приобретает при этом кинетическую энергию

$$T_2 = T_{10} \frac{2m_1 m_2}{M^2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{M}{m_2} \cdot \frac{\varepsilon}{T_{10}} \cdot \cos \chi} \right) - \frac{m_1}{M} \varepsilon. \quad (1.15)$$

1.3. Эффективные сечения упругих и неупругих столкновений

Считается, что столкновение между частицами произошло, если в результате сближения и разлета изменились их скорости или их внутренние состояния (конечно, с одновременным изменением и скоростей). Количественно наиболее полно процессы столкновения характеризуются дифференциальными эффективными сечениями упругого или неупругого рассеяния.

Дифференциальные сечения рассеяния лучше всего определить, рассматривая упругое рассеяние частицы на неподвижном центре, когда взаимодействие частицы с этим центром описывается потенциалом взаимодействия, имеющим сферическую симметрию. Это практически соответствует рассеянию частицы с массой m_1 на частице с массой m_2 , которая покоилась до столкновения в лабораторной системе координат, при условии, что $m_1 \ll m_2$. Как следует из разд. 1.2, эта задача также эквивалентна задаче о рассеянии произвольных частиц, взаимодействие которых описывается сферически-симметричным потенциалом, в системе координат с неподвижным центром инерции (Ц-системе). При столкновении ионов с атомами длина волны де Бройля обычно много меньше размеров области взаимодействия частиц, и можно пользоваться представлениями классической механики.

Пусть в начале координат находится рассеивающий центр, а частица движется в направлении оси z , до столкновения находясь при отрицательных значениях z на расстоянии ρ от оси. Величина ρ называется *прицельным параметром*. Это кратчайшее расстояние от рассеивающего центра, на котором мимо него прошла бы частица, если бы она не рассеивалась. Чем меньше прицельный параметр,

тем ближе от рассеивающего центра пролетает частица и, так как силы взаимодействия обычно убывают с увеличением расстояния от рассеивающего центра, тем на больший угол отклоняется траектория частицы (рис. 1.2). Таким образом, интервалу прицельных параметров $\rho \pm (1/2) d\rho$ соответствует рассеяние в интервале полярных углов $\chi \mp (1/2) d\chi$. Им соответствует телесный угол $d\Omega =$

$= 2\pi \sin \chi \cdot d\chi$. Чтобы рассеяться на угол χ в телесном угле $d\Omega$, частица, согласно сказанному выше, должна пролететь сквозь ограниченное радиусами $\rho \pm (1/2) d\rho$ кольцо площадью $2\pi\rho d\rho$.

Если рассеивающий центр находится в однородном потоке частиц с плотностью потока j_0 , т. е. числом частиц, пролетающих в единицу времени через единичную площадь, перпендикулярную к их скорости, то количество рассеянных на нем частиц в телесном угле $d\Omega$ равно

Рис. 1.2. Траектория движения частицы в центральном поле сил

произведению плотности потока на площадь соответствующего кольца $2\pi\rho d\rho$ и пропорционально времени. Таким образом,

$$dN = j_0 2\pi\rho d\rho dt = j_0 \frac{2\pi\rho d\rho}{d\Omega} \cdot d\Omega dt = j_0 \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega dt, \quad (1.16)$$

где величина $d\sigma/d\Omega$ называется *дифференциальным сечением упругого рассеяния*; в рассмотренном случае классической механики

$$d\sigma/d\Omega = \rho d\rho / (\sin \chi \cdot d\chi).$$

В данном примере, решая уравнения движения с известным потенциалом взаимодействия, можно найти ρ как функцию χ и выразить $d\sigma/d\Omega$ через χ . Если рассеивающий центр не обладает сферической симметрией, то $d\sigma/d\Omega$ зависит и от азимутального угла ϕ . Однако в газовом разряде в этом случае представляет интерес лишь $d\sigma/d\Omega$, усредненное по азимутальному углу. В эксперименте обычно (если не ставится опыт специальным образом) также измеряется усредненное по углу ϕ значение $d\sigma/d\Omega$.

В принципе постановка эксперимента заключается в том, что пучок частиц интенсивностью I пропускают через слой соответствующего газа толщиной L и измеряют количество частиц, рассеянных на данный полярный угол θ (в Л-системе) в данном телесном угле, определяемом конструкцией прибора. Интенсивность рассеянных частиц

$$dI = INL (d\sigma/d\Omega) d\Omega, \quad (1.17)$$

где N — концентрация атомов или молекул газа; $d\Omega$ — телесный угол приемника частиц. В этой формуле по существу и заключается определение дифференциального эффективного сечения упругого или неупругого рассеяния. В эксперименте частицы пучка обычно имеют заданную энергию. Если прибор позволяет производить разделение частиц по энергиям, зарядовому состоянию, массе или другим признакам, то измеряется как упругое, так и неупругое сечение. В противном случае измеряется суммарное дифференциальное сечение.

Что касается предыдущего, наглядного, определения дифференциального эффективного сечения, основанного на представлениях классической механики, то при атомных столкновениях, в особенности при электронно-атомных столкновениях, классическая механика далеко не всегда применима. Если длина волны де Бройля сравнима с размером области взаимодействия частиц (имеется в виду описание в Ц-системе) или больше нее, то теряет смысл понятие траектории.

В квантовой механике поведение частицы описывается волновой функцией, которая подчиняется уравнению Шредингера. Поток частиц описывается плоской волной

$$\Psi = a \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}), \quad (1.18)$$

где $\mathbf{k} = m_1 \mathbf{v}_{10} / \hbar$; \hbar — постоянная Планка, деленная на 2π . Очевидно, $k = 2\pi/\lambda$, где λ — длина волны де Бройля. Часто обозначают $\lambda/2\pi = \lambda$ и $k = \lambda^{-1}$.

В общем случае плотность потока частиц в квантовой механике, как известно, определяется формулой

$$j = \frac{\hbar}{i \cdot 2m} (\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*). \quad (1.19)$$

В случае движения частиц в пустом пространстве, когда их поток описывается плоской или близкой к плоской бегущей волной $\Psi = \frac{A}{\sqrt{p}} \exp\left(\frac{i}{\hbar} \int p ds\right)$, выражение для плотности тока сводится к произведению плотности частиц $|\Psi|^2$ на их скорость $v = p/m$. Рассеяние частиц силовым центром описывается решением волнового уравнения Шредингера. Для этого нужно решить задачу о рассеянии плоской волны областью с коэффициентом преломления $\sqrt{(E - U)/E}$, где E — полная энергия частицы; U — ее потенциальная энергия взаимодействия с силовым центром.

На большом расстоянии от силового центра решение уравнения Шредингера для функции Ψ представляет собой сумму плоской падающей на рассеиватель и рассеянной волн:

$$\Psi = a \left[e^{ikz} + \frac{f(\theta, \varphi)}{r} e^{ikr} \right]. \quad (1.20)$$

В эксперименте пучок, естественно, ограничен в поперечном сечении размерами, много превышающими длину волны де Бройля, что практически не препятствует представлению волновой функции пучка плоской бегущей волной. Вне пучка волновая функция представляется просто вторым слагаемым формулы (1.20). Соответственно плотность потока рассеянных частиц

$$j = |a|^2 \frac{v}{r^2} |f(\theta, \varphi)|^2 = j_0 \frac{|f(\theta, \varphi)|^2}{r^2}. \quad (1.21)$$

Число частиц, проходящих через элемент сферы площадью $r^2 d\Omega$, т. е. рассеянных в телесном угле $d\Omega$, за время dt

$$dn = j_0 \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega dt = j_0 |f(\theta, \varphi)|^2 d\Omega dt. \quad (1.22)$$

Таким образом, в соответствии с формулой (1.17) дифференциальное эффективное сечение в терминах квантовой механики

$$d\sigma/d\Omega = |f(\theta, \varphi)|^2. \quad (1.23)$$

Величина $f(\theta, \varphi)$ называется *амплитудой рассеяния* [не путать с амплитудой рассеянной волны волновой функции Ψ , которая есть $(a/r) f(\theta, \varphi)$].

В дальнейшем, если не оговорено специально, под дифференциальным эффективным сечением $d\sigma/d\Omega$ будем понимать усредненное по углу φ значение.

1.4. Интегральные эффективные сечения

В экспериментах, связанных с прохождением пучков частиц в вакууме через диафрагмы, имеет значение сечение рассеяния частиц на угле больше заданного на атомах остаточного газа. Это сечение определяется интегрированием дифференциального эффективного сечения

$$\sigma(\theta) = 2\pi \int_0^\pi (d\sigma/d\Omega) \sin \theta \cdot d\theta. \quad (1.24)$$

В представлениях классической механики, когда они допустимы, эта величина может быть выражена через прицельный параметр:

$$\sigma(\theta) = \pi \rho^2(\theta). \quad (1.25)$$

Меньшим прицельным параметрам обычно соответствуют большие углы рассеяния. Иногда это оказывается не так. В случае сил, меняющих знак с изменением расстояния от центра, одному и тому же углу рассеяния могут соответствовать разные прицельные параметры; угол рассеяния как функция прицельного параметра имеет экстремумы, где $d\rho/d\theta$ и дифференциальное эффективное сечение обращаются в бесконечность как $(\theta - \theta_0)^{-1/2}$ при $\theta \rightarrow \theta_0$. Это бывает в случае так называемого радужного рассеяния.

Величина $\sigma(\theta)$ при $\theta = 0$ называется *полным сечением* упругого, неупругого (с данным процессом возбуждения) рассеяния или просто полным сечением, включающим в себя все процессы, которые могут иметь место при данных столкновениях. Перечисленные случаи отмечаются индексами.

Если формально силы взаимодействия отличны от нуля на сколь угодно большом расстоянии между сталкивающимися частицами, как это имеет место для взаимодействия атомных частиц, то, согласно классической механике, $\sigma(0) = \infty$, т. е., как говорят, полное сечение упругого рассеяния в классической механике расходится [имеется в виду интеграл в выражении (1.24)]. Действительно, $\theta = 0$ соответствует пролет на бесконечном расстоянии, т. е. $\rho = \infty$, а вместе с тем и $\sigma(0) = \infty$ согласно формуле (1.25). В квантовой механике полные сечения расходятся только в том случае, если потенциал взаимодействия убывает с расстоянием r медленнее, чем r^{-n} , где $n \leq 2$. Неупругие полные сечения рассеяния всегда конечны, так как энергия возбуждения всегда конечна, и возбуждение требует достаточно сильного взаимодействия, т. е. достаточно малых прицельных параметров.

В кинетике газового разряда, которая нас интересует, полные сечения упругого рассеяния не имеют значения. Существенную роль играет так называемое тормозное или диффузионное сечение, которое определяется выражением

$$\sigma^* = \int_0^{\pi} 2\pi (d\sigma/d\Omega) (1 - \cos \chi) \sin \chi \cdot d\chi, \quad (1.26)$$

где $d\sigma/d\Omega$ берется в Ц-системе, σ^* — конечно, если потенциал взаимодействия с увеличением расстояния между частицами убывает быстрее, чем r^{-1} [точнее $r^{-1} (\ln r)^{-1/2}$]. Это сечение называют также *транспортным сечением*. Через это сечение выражаются средняя потеря энергии частицы при столкновении ее с неподвижной частицей, средняя степень обмена энергиями сталкивающихся частиц, потеря направленного импульса и коэффициент диффузии.

Если отношение масс сталкивающихся частиц сильно отличается от единицы или зависимость сечения упругого рассеяния $d\sigma/d\Omega$ от угла рассеяния χ в Ц-системе такова, что рассеяние на малые углы, т. е. вперед, сильно преобладает, то потеря энергии быстрой частицей при столкновении ее с частицами газа (приблизительно неподвижными) будет много меньше ее энергии. В этом случае можно ввести понятие о средней потере энергии в единицу времени как отношение средней потери энергии к промежутку времени, в течение которого в среднем происходит несколько столкновений. Так как вероятность рассеяния на угол χ в телесном угле $d\Omega$ равна $Nv (d\sigma/d\Omega) dt \cdot d\Omega$, то, очевидно, чтобы получить среднюю потерю энергии за единицу времени, нужно это произведение умножить на потерю энергии, соответствующую рассеянию на угол χ и опре-

деляемую формулой (1.14), затем разделить на dt и проинтегрировать по всему телесному углу. Таким образом, получим

$$\frac{dT}{dt} = Nv \int \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot \frac{2m_1 m_2}{M^2} T (1 - \cos \chi) \cdot 2\pi \sin \chi \cdot d\chi = Nv \frac{2m_1 m_2}{M^2} T \sigma^*. \quad (1.27)$$

Если еще разделим это выражение на скорость, то получим потерю энергии на единице пути.

Однако в случае электронов не очень большой энергии путь, на котором электрон теряет энергию, сравнимую с начальной его энергией, сильно отличен от прямого. Зато при очень малом отношении m_1/m_2 угол рассеяния в Ц-системе χ практически совпадает с углом рассеяния в Л-системе θ . Поэтому важной характеристикой движения частицы через газ является потеря направленного импульса на единице пути dx :

$$\frac{d\dot{p}}{dx} = p_1 N \int \frac{d\sigma}{d\Omega} (1 - \cos \theta) d\Omega = p_1 N \int \frac{d\sigma}{d\Omega} (1 - \cos \chi) d\Omega = P_1 N \sigma^*. \quad (1.28)$$

Часто встречающаяся в классической теории величина λ — длина свободного пробега — строго должна быть определена как $\lambda = (N\sigma^*)^{-1}$. Что касается обычного определения $\lambda = (N\sigma)^{-1}$, где σ — полное сечение, то в рассматриваемых в классической теории случаях полного сечения как такового фактически не существует (для столкновения атомов или молекул оно ограничено только квантовомеханическими поправками, однако очень велико из-за рассеяния на малые углы).

1.5. Теоретические расчеты и оценки эффективных сечений

В классической механике наиболее просто рассчитывается эффективное дифференциальное сечение при рассеянии твердых шаров. Эта задача легко решается геометрически (рис. 1.3). Действительно, угол рассеяния $\chi = \pi - 2\psi$, а прицельный параметр $\rho = a \sin \psi = a \cos (\chi/2)$. Отсюда

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\rho d\rho}{\sin \chi \cdot d\chi} = \frac{a^2}{4}. \quad (1.29)$$

Так как в этом случае силы ограничены в пространстве, полное сечение упругого рассеяния конечно и в классической механике. Поскольку дифференциальное эффективное сечение от угла рассеяния не зависит, оно равно произведению дифференциального эффективного сечения на полный телесный угол, т. е. на 4π :

$$\sigma = \pi a^2, \quad (1.30)$$

что очевидно опять же из геометрических соображений. При столкновении двух шаров a есть сумма их радиусов.

Однако в квантовой механике вследствие дифракционных явлений полное эффективное сечение упругого рассеяния твердых шаров стремится к удвоенному значению $\sigma = 2\pi a^2$ даже при стремлении к нулю длины волны де Бройля. Это происходит из-за сильного увеличения дифференциального эффективного сечения при малых углах (порядка λ/a) вследствие интерференции рассеянной волны с падающей плоской волной на краю шара. Диффузионное сечение стремится при $\lambda \rightarrow 0$ к значению, получаемому в классической ме-

ханике, где оно совпадает с полным сечением, так как $\int_0^\pi \cos \chi \times \sin \chi \cdot d\chi = 0$. Если длина волны де Бройля $\lambda \gg a$, то рассеяние сферически-симметрично, как и вообще в квантовой механике, когда область сил взаимодействия (область, в которой потенциал взаимодействия больше или порядка кинетической энергии) убывает быстрее, чем r^{-3} . Однако в этом случае $\sigma = 4\pi a^2$, т. е. в четыре раза больше, чем по классической механике; это относится и к диффузионному сечению.

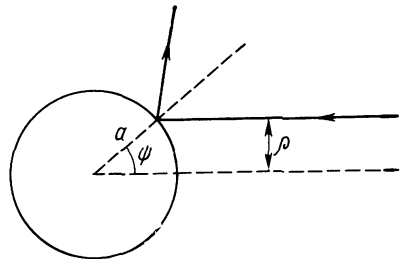


Рис. 1.3. К рассеянию частиц на твердом шарике

На рис. 1.4 представлены графики дифференциального эффективного сечения: квантовомеханического при $\lambda/a = 0,314$ и классического $a^2/4$. Чтобы получить диффузионное сечение, нужно умножить дифференциальное сечение на множитель $(1 - \cos \chi)$, который при малых χ ведет себя как $\chi^2/2$, и проинтегрировать по телесному углу. Основное отличие квантовомеханического сечения от классического дифференциального, как видно из рис. 1.4, наблюдается в области малых углов рассеяния, где $(1 - \cos \chi)$ мало. Размер этой области тем меньше, чем меньше λ . Вот почему полученное после умножения на $(1 - \cos \chi)$ и интегрирования по $d\Omega$ квантовомеханическое диффузионное сечение совпадает с классическим.

Модель твердых шаров часто применяется для описания процессов столкновения атомов или молекул при относительно малых энергиях. При очень больших расстояниях между молекулами действует потенциал притяжения, обратно пропорциональный расстоянию между ними в шестой степени (силы Ван-дер-Ваальса). На меньших расстояниях силы притяжения сменяются силами отталкивания, так что минимум потенциала образуется на расстояниях порядка 3 \AA и имеет значение $\sim 10^{-2} \text{ эв}$, т. е. порядка обычной тепловой энергии газовых молекул. На меньших расстояниях потенциал круто возрастает приблизительно как r^{-10} , поэтому расстояние наибольшего сближения очень мало зависит от энергии и прицельного параметра, как при столкновении почти твердых шаров.

В этом случае дифференциальное эффективное сечение слабо зависит от угла рассеяния и энергии относительного движения, кроме области очень малых углов, не имеющих значения для кинетики. Эффективное значение суммы радиусов шара a определяется из условия равенства средней кинетической энергии столкновения и потенциальной энергии. Чаще a определяют из коэффициентов в формуле Ван-дер-Ваальса, коэффициентов диффузии, вязкости, теплопроводности или других экспериментально измеряемых величин, зависящих от a .

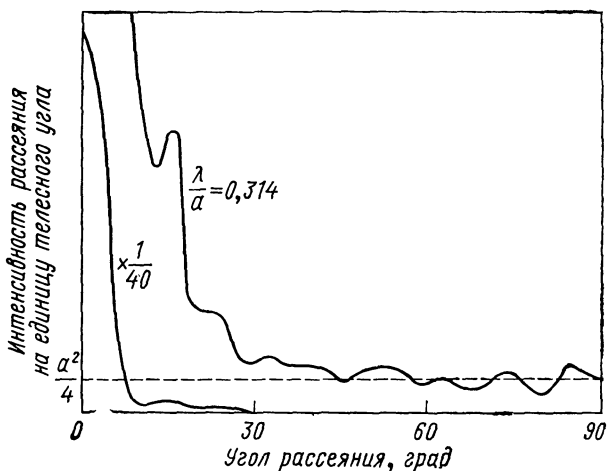


Рис. 14. Зависимость квантовомеханического (—) и классического (---) дифференциального сечения от угла рассеяния χ при столкновении твердых шаров

В классической механике при сферически-симметричном потенциале взаимодействия зависимость угла рассеяния от прицельного параметра устанавливается сравнительно просто (не считая вычисления интеграла) на основании законов сохранения энергии относительного движения и закона сохранения углового импульса

$$T = \mu \dot{r}^2 / 2 + \mu r^2 \dot{\psi}^2 / 2 + U(r) = \mu v^2 / 2; \quad \mu r^2 \dot{\psi} = \mu \rho v = \text{const.} \quad (1.31)$$

Из второго уравнения (сохранения углового импульса) получаем:

$$\dot{\psi} = \frac{\rho v}{r^2}; \quad \mu \frac{r^2 \dot{\psi}^2}{2} = \mu \frac{v^2}{2} \cdot \frac{\rho^2}{r^2} = T \frac{\rho^2}{r^2};$$

отсюда

$$\frac{\mu r^2}{2} = T \left(1 - \frac{\rho^2}{r^2} \right) - U(r); \quad \frac{\dot{\psi}^2}{r^2} = \left(\frac{d\psi}{dr} \right)^2 = \frac{\rho^2}{r^4 (1 - U/T - \rho^2/r^2)},$$

ИЛИ

$$\psi = \int_{r_0}^{\infty} \frac{\rho dr}{r^2 \sqrt{1 - U/T - \rho^2/r^2}}. \quad (1.32)$$

Здесь точка над буквой обозначает дифференцирование по времени, U — потенциал взаимодействия, угол ψ изображен на рис. 1.2. За начало отсчета для угла ψ принята точка траектории, где $\dot{r} = 0$, соответственно и $dr/d\psi = 0$. Далее можно получить угол рассеяния

$$\chi = \pi - 2\psi = - \int_{r_0}^{\infty} \frac{(dU/dr) \rho dr}{r T \sqrt{1 - U/T - \rho^2/r^2}}, \quad (1.33)$$

для чего нужно в выражение (1.32) ввести новую переменную $x = r^2 (1 - U/T)$ и представить $\pi = \int_{\rho^2}^{\infty} \frac{\rho dx}{x \sqrt{x - \rho^2}}$. Однако непосредственное применение формулы (1.33) затруднительно, если потенциал немонотонный, а интеграл аналитически не берется, как это обычно и бывает. Если потенциал монотонный, то все же из формулы (1.33) можно заключить, что для малых углов рассеяния $\chi \sim U/T$. Если U спадает как r^{-n} , то появляется коэффициент пропорциональности $\sqrt{\frac{\pi n^2}{2n + 1,14}}$.

Формула (1.33) упрощается для больших прицельных параметров и соответственно малых углов, так как на минимальном расстоянии r_0 величина $U(r)/T$ становится очень малой, $r_0 \approx \rho$ и

$$\chi = - \int_{\rho}^{\infty} \frac{(dU/dr) \rho dr}{T \sqrt{r^2 - \rho^2}} = - \frac{1}{\mu v} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dU}{dr} \cdot \frac{\rho}{r} \cdot \frac{dr}{v} = \frac{1}{\mu v} \int_{-\infty}^{\infty} F_y dt. \quad (1.34)$$

В последнем выражении, где $F_y = - \frac{\rho}{r} \cdot \frac{dU}{dr}$ — сила, действующая на частицу в направлении ее отклонения, а t — время, виден физический смысл этого упрощения при малых углах отклонения.

Интегралы в формулах (1.33) и (1.34) легко берутся, когда потенциал взаимодействия пропорционален r^{-1} или r^{-2} . Первая зависимость особенно важна, так как она имеет место в случаях сил тяготения (закон Ньютона) и взаимодействия заряженных частиц (закон Кулона). При этом

$$\chi = 2 \arctg \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2T\rho}; \quad (1.35)$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z_1^2 Z_2^2 e^4}{4T^2 (1 - \cos \chi)^2}, \quad (1.36)$$

где $Z_1 e$ и $Z_2 e$ — заряды взаимодействующих частиц. (В случае за-

кона тяготения роль зарядов играют $\sqrt{\gamma} m_1$ и $\sqrt{\gamma} m_2$, где $\gamma = 7 \cdot 10^{-8} \text{ э}^{-1} \cdot \text{см}^3 \cdot \text{сек}^{-2}$.) Так как

$$d\Omega = 2\pi \sin \chi d\chi = 2\pi d(1 - \cos \chi) = \pi \frac{M^2}{T_{10} m_1 m_2} d\varepsilon$$

в силу (1.27), то при столкновении движущейся частицы с неподвижной можно выразить дифференциал сечения через дифференциал энергии $d\varepsilon$, переданной неподвижной частице, имея в виду, что энергия относительного движения $T = T_{10} m_2 / M$, где T_{10} — энергия движущейся частицы при покоейшей второй частице:

$$d\sigma = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{Z_1^2 Z_2^2 e^4}{T_{10} \varepsilon^2} d\varepsilon. \quad (1.37)$$

Если проинтегрировать это выражение по ε в пределах от ε_i до T_{10} , то получится сечение передачи энергии, превышающей ε_i , неподвижной частице:

$$\sigma = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{Z_1^2 Z_2^2 e^4}{T_{10}^2 \varepsilon_i} (T_{10} - \varepsilon_i). \quad (1.38)$$

Кулоновское рассеяние, играющее основную роль в газовом разряде и вообще в атомной физике, отличается еще и тем, что все формулы классической механики справедливы и в квантовой механике и, кроме того, совпадают с формулами, получаемыми в квантовой механике в первом приближении теории возмущений — приближении Борна в теории столкновений (борновском приближении).

Другой случай точного интегрирования в формулах (1.33) и (1.34) представляет собой закон взаимодействия $U = a_1/r^2$. Он не интересен для газового разряда, хотя может представить некоторый интерес для рассеяния пучков, проходящих через газ, как частный случай более общего $U = a_1/r^n$. Так обычно можно аппроксимировать упругое взаимодействие атомов или атомов с ионами при относительно больших энергиях $T \gg 1 \text{ эв}$. Тогда в хорошем приближении для малых углов рассеяния

$$\chi = \frac{a_1}{T \rho^n} \sqrt{\frac{\pi n^2}{2n + 1, 14}}; \quad \theta = \frac{a_1}{T_{10} \rho^n} \sqrt{\frac{\pi n^2}{2n + 1, 14}}, \quad (1.39)$$

где θ — угол рассеяния в лабораторной системе координат, когда вторая частица покоится. Действительно, согласно (1.11) и (1.13), с учетом того, что для упругих соударений $\alpha = 1$, а также для малых углов $\theta = \chi m_2 / M$. Кроме того, здесь использовано соотношение, связывающее энергию в Ц- и Л-системах:

$$T_{10} = TM/m_2.$$

Дифференциальные эффективные сечения в Ц- и Л-системах при малых углах рассеяния соответственно равны:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Ц}} = \frac{\rho d\rho}{\chi d\chi} = \frac{1}{n} \left(\frac{\pi n^2}{2n + 1, 14} \right)^{1/n} \chi^{-2(1+1/n)} \left(\frac{a}{T} \right)^{2/n}; \quad (1.40)$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{л}} = \frac{\rho d\rho}{\theta d\theta} = \frac{1}{n} \left(\frac{\pi n^2}{2n+1,14}\right)^{1/n} \theta^{-2(1+1/n)} \left(\frac{a}{T_{10}}\right)^{2/n}. \quad (1.41)$$

Особый интерес в газовом разряде представляет рассеяние ионов на атомах. Это рассеяние определяется потенциалом притяжения, вызванным поляризацией атома ионом, так что возникающий дипольный момент атома пропорционален электрическому полю иона, т. е. $d = \alpha e/r^2$, где d — дипольный момент атома; α — поляризуемость. Сила взаимодействия между диполем и зарядом равна $2ed/r^3 = 2\alpha e^2/r^5$. Отсюда потенциал взаимодействия

$$U(r) = - \int_r^{\infty} 2\alpha e^2 dr/r^5 = -\alpha e^2/2r^4.$$

Поляризуемость α имеет размерность см^3 и обычно примерно на порядок больше атомной единицы объема. Правда, для щелочных элементов она значительно больше (170—350 а. е.).

Если потенциал притяжения меняется быстрее, чем r^{-2} , то при не слишком больших энергиях T всегда есть такое значение ρ , при котором подкоренное выражение в формуле (1.33) для угла χ в знаменателе под знаком интеграла обращается в нуль одновременно с его производной. В этом случае интеграл расходится и χ обращается в бесконечность как $\ln(r - r_0)^{-1}$. Если $\rho > \rho_0$, то по мере приближения ρ сверху к значению ρ_0 угол χ резко возрастает и частица делает все больше и больше оборотов вблизи окружности с радиусом, определяемым из уравнения

$$1 - U(r_0)/T - \rho_0^2/r_0^2 = 0.$$

При $\rho < \rho_0$ частица по спирали приближается к центру, пока силы притяжения не начинают возрастать медленнее, чем r^{-2} . Поэтому сечение $\pi\rho_0^2$ называется сечением захвата. Далее частица также по спирали начнет удаляться от центра. Во всей этой области угол рассеяния χ очень сильно меняется с изменением ρ , много раз пробегая значения от 0 до π . Это дает возможность легко и с хорошей точностью вычислить транспортное (диффузионное) сечение упругого рассеяния. Это сечение выражается формулой

$$\begin{aligned} \sigma^* &= \int (d\sigma/d\Omega) (1 - \cos \chi) d\Omega = \int_0^{\infty} (1 - \cos \chi) \cdot 2\pi\rho d\rho = \\ &= \pi \int_0^{\infty} (1 - \cos \chi) d\rho^2 = 2\pi \int_0^{\infty} \sin^2(\chi/2) \cdot d\rho^2. \end{aligned} \quad (1.42)$$

Однако в силу сказанного выше при $\rho \simeq \rho_0 \sin^2(\chi/2)$ как функция ρ^2 быстро колеблется между нулем и единицей, так что среднее значение $\sin^2(\chi/2)$ равно половине. Когда $\chi \lesssim 1$, $\sin^2(\chi/2) \sim$

$\sim \chi^2/4$ и быстро убывает с ростом $\rho^2 \sim (U/T)^2$, а интеграл в (1.42) быстро сходится. В результате получаем

$$\sigma^* = 2\pi \int_0^{\infty} \sin^2(\chi/2) d\rho^2 = \pi\tilde{\rho}^2, \quad (1.43)$$

где $\tilde{\rho}^2$ — значение ρ^2 при $\chi \approx 0,6$.

Метод такого интегрирования основан на том (рис. 1.5), что замена $\sin^2(\chi/2) \approx 0,5$ в области быстрых изменений χ , пока $\chi > 1$, безусловно справедлива, а область $\chi \lesssim 1$ и исследуется с помощью подобных интегралов типа $\int_0^{\infty} \sin^2(\beta x)^{-n} dx$, которые берутся точ-

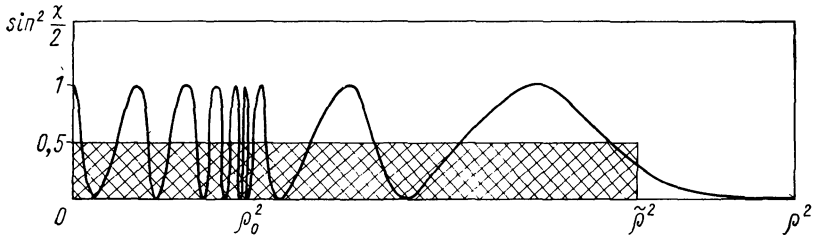


Рис. 1.5. Функция $\sin^2(\chi/2)$; площадь заштрихованного прямоугольника равна интегралу по ρ^2 в пределах $(0, \infty)$, взятому от изображенной функции

но и приводят к указанному выше результату: $\int_0^{\infty} \sin^2(\beta x)^{-n} dx = \tilde{x}/2$, где $(\beta\tilde{x})^{-n} \approx 0,3$ [для $n = 1$ и $n = 2$ $(\beta\tilde{x})^{-n} = 1/\pi$; для $n \rightarrow \infty$ $(\beta\tilde{x})^{-n} \rightarrow 0,28$].

Таким образом, $\tilde{\rho}^2$ можно получить, приравнявая $\chi \approx 0,6$. Так как это сравнительно небольшое значение, то можно использовать теорию рассеяния на малые углы, т. е. формулу (1.39). Для поляризованного потенциала взаимодействия получаем

$$\tilde{\rho}^2 \approx \rho_0^2 = 2\sqrt{a/T} = \sqrt{2\alpha e^2/T}$$

и

$$\sigma^* = \pi \left(\frac{a}{0,6T} \right)^{2/n} \left(\frac{\pi n^2}{2n+1,14} \right)^{1/n} = \pi \sqrt{\frac{2\alpha e^2}{T}} = \pi \rho_0^2. \quad (1.44)$$

В результате более точного расчета по формуле (1.33) получается значение $\tilde{\rho}^2$, в $\sqrt{2}$ большее, а именно: $\tilde{\rho}^2 = 2\sqrt{\alpha e^2/T}$, и соответственно

$$\sigma^* = 2\pi \sqrt{\alpha e^2/T}, \quad (1.45)$$

т. е. в $\sqrt{2}$ раз больше сечения захвата. Отметим, что учет отталкивания на очень малых расстояниях между атомом и ионом приводит к формуле $\sigma^* = 1,105 \sigma_{\text{захв}}$.

Таким образом, сечение поляризационного захвата и диффузионное сечение, определяемое поляризационными силами, обратно пропорциональны скорости относительного движения. Это очень важный результат, так как в кинетические уравнения обычно входят

Т а б л и ц а 1.1

Поляризуемость атомов в основном состоянии

| Атом | Поляризуемость*, a_0^3 | Литература | Атом | Поляризуемость*, a_0^3 | Литература |
|-----------------------|-----------------------------|------------|------|-----------------------------|------------|
| H | 4,5 | [1] | O | 512,0 | [7] |
| He (1 ¹ S) | 1,39 | [2] | Ne | 2,76 | [8] |
| He (2 ¹ S) | 800,0 | [3—5] | Ar | 11,1 | [8] |
| He (2 ³ S) | 316,0 | [3—5] | Kr | 16,8 | [8] |
| C | 14,0 | [6] | Xe | 27,2 | [8] |
| N | 7,6 | [7] | | | |

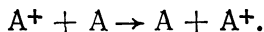
* $a_0^3 = 1,48 \cdot 10^{-25} \text{ см}^3$.

произведения сечений на скорость, а эта величина в данном случае не зависит от скорости относительного движения, что облегчает решение уравнения.

В табл. 1.1 приведены данные по поляризуемости атомов некоторых газов.

1.6. Резонансная перезарядка ионов

Резонансная перезарядка представляет собой переход валентного электрона от одного атомного остатка к другому. Схема резонансной перезарядки такова:



При столкновении ионов с атомами собственного газа диффузионное сечение определяется не поляризованным взаимодействием, а резонансной перезарядкой. Несмотря на то что поляризационные сечения обратно пропорциональны скорости относительного движения сталкивающихся частиц, а сечение резонансной перезарядки зависит от нее логарифмически, при обычных скоростях ионов в газовом разряде и даже при тепловых скоростях, соответствующих комнатной температуре, сечение резонансной перезарядки еще превосходит поляризационное сечение захвата и транспортное сечение.

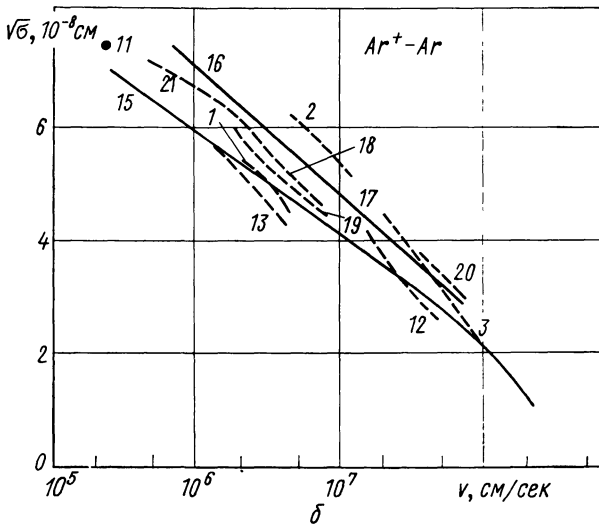
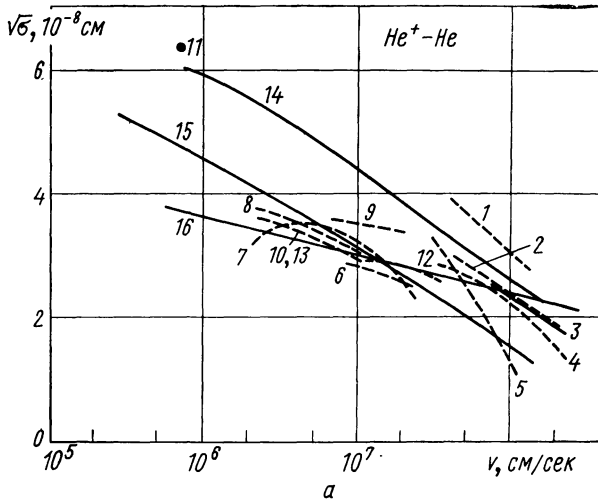


Рис. 1.6. Сечение резонансной перезарядки $\text{He}^+ - \text{He}$ (а) и $\text{Ar}^+ - \text{Ar}$ (б) по Раппу и Френсису [9]:

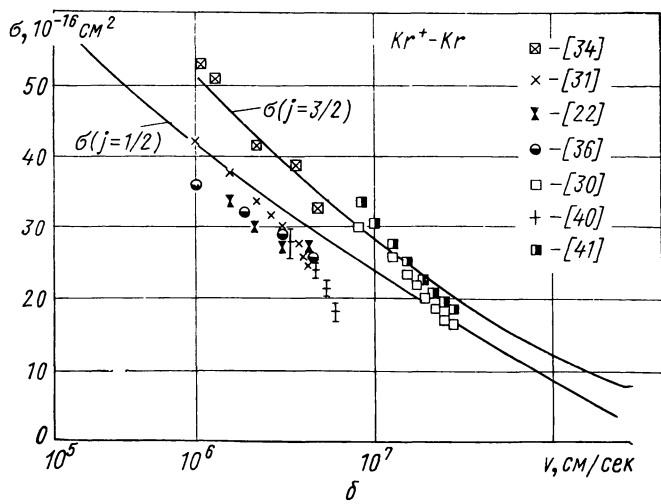
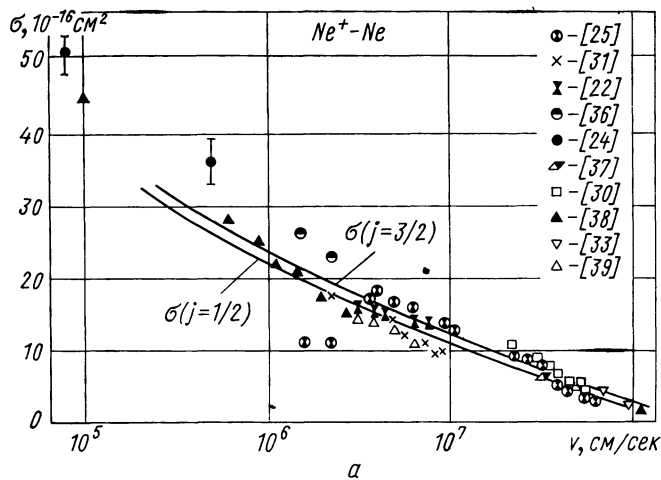
— — — — — расчетные данные; — — — — — экспериментальные данные; 1 — [10]; 2 — [11]; 3 — [12]; 4 — [13—17]; 5 — [18]; 6 — [19]; 7 — [20]; 8 — [21]; 9 — [22]; 10 — [23]; 11 — [24]; 12 — [25]; 13 — [26]; 14 — [27]; 15 — [9, 28]; 16 — [29]; 17 — [30]; 18 — [31]; 19 — [32]; 20 — [33]; 21 — [34]

Полное сечение резонансной перезарядки с погрешностью примерно 50% можно оценить по формуле

$$\sigma_{\text{рез}} = \frac{\pi}{2} \left(\ln \frac{100}{v} \sqrt{\frac{2\varepsilon_i}{m}} \right)^2 \cdot \frac{\hbar^2}{2m\varepsilon_i}, \quad (1.46)$$

где v — скорость относительного движения; m — масса электрона; ε_i — энергия ионизации атома. Под знаком логарифма обычно стоит величина $10^4 - 10^5$, так что зависимостью от скорости в области ее изменения можно часто пренебрегать.

Резонансная перезарядка в основном происходит при таких больших прицельных параметрах, что взаимодействие частиц почти не оказывает влияния на их движение. Перезарядка для прицельных параметров, которые определяют ее сечение, происходит с ве-



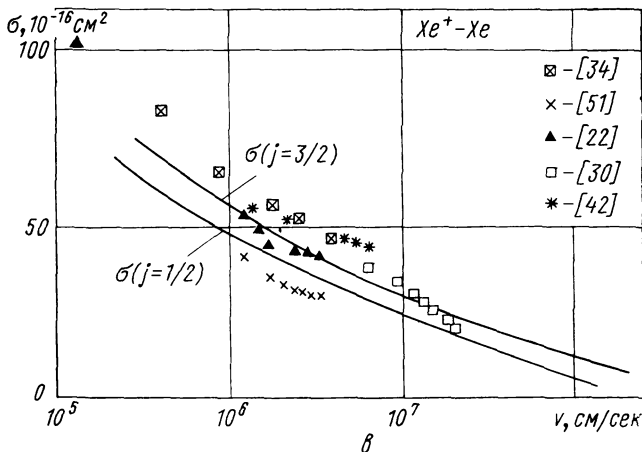


Рис. 1.7. Сечение резонансной перезарядки $\text{Ne}^+ - \text{Ne}$ (а), $\text{Kr}^+ - \text{Kr}$ (б) и $\text{Xe}^+ - \text{Xe}$ (в):
 ——— — расчетные данные [35], точки — экспериментальные данные

роятностью 0,5. Это приводит к тому, что угловое распределение в системе координат с неподвижным центром инерции выглядит, грубо говоря, как полное сечение резонансной перезарядки, умноженное на сумму дельта-функций $\delta(\chi) + \delta(\pi - \chi)$. Поэтому транспортное сечение совпадает с полным сечением резонансной перезарядки, умноженным на $(1 - \cos \pi)$, т. е. на два (вероятность перезарядки 0,5 уже содержится в $\sigma_{\text{рез}}$):

$$\sigma_{\text{рез}}^* = 2 \sigma_{\text{рез}}. \quad (1.47)$$

Экспериментальные сечения резонансной перезарядки обычно измеряются при скоростях, больших, чем те, которые имеют место в газовом разряде. Но если эти скорости существенно меньше боровской ($2,2 \cdot 10^8 \text{ см/сек}$), например порядка 10^7 см/сек или менее, то достаточно надежно можно экстраполировать результаты экспериментов в область скоростей ионов в газовом разряде ($10^5 - 10^6 \text{ см/сек}$) с помощью формулы $\sigma_{\text{рез}} = A [\ln(B/v)]^2$. Для этого нужны лишь две точки экспериментальной кривой, по возможности при меньших скоростях. Можно даже использовать всего одно экспериментальное значение, положив $A = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\hbar^2}{2m\epsilon_i}$, поскольку ϵ_i обычно известно (не всегда известна энергия отрыва электрона у отрицательного иона). На рис. 1.6—1.8 приведены некоторые экспериментальные и расчетные данные о сечениях резонансной перезарядки.

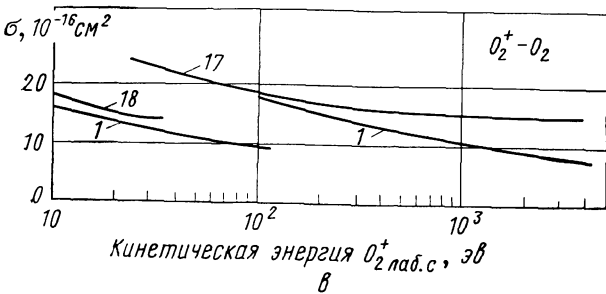
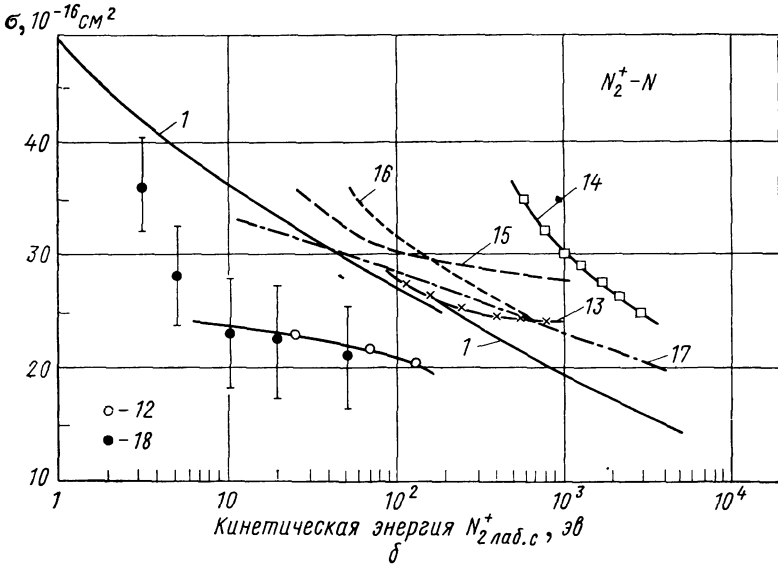
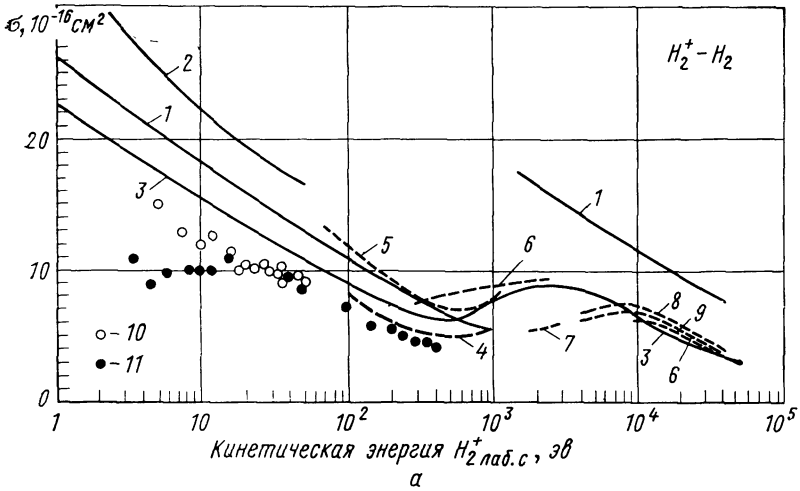


Рис. 1.8. Сечение резонансной перезарядки $H_2^+ - H_2$ (а), $N_2^+ - N_2$ (б) и $O_2^+ - O_2$ (в):
 1 — [43]; 2 — [44]; 3 — [45]; 4 — [46]; 5 — [47]; 6 — [11]; 7 — [48]; 8 — [10]; 9 — [49]; 10 — [50]; 11 — [51]; 12 — [26]; 13 — [22]; 14 — [52]; 15 — [36]; 16 — [53]; 17 — [54]; 18 — [55]

1.7. Столкновения ионов с дипольными молекулами

Некоторые газы состоят из молекул, обладающих постоянным дипольным моментом. Эти молекулы состоят из атомов различных элементов и не обладают симметрией по отношению к отражению в какой-либо плоскости. Примерами таких газов являются пары H_2O , HCl , HF и т. п. При взаимодействии иона с дипольной молекулой потенциал взаимодействия не обладает сферической симметрией и его знак зависит от ориентации диполя по отношению к радиусу-вектору, имеющему начало в центре инерции молекулы и конец в центре инерции иона:

$$U(\mathbf{r}) = (\mathbf{br})/r^3, \quad (1.48)$$

где \mathbf{b} — произведение дипольного момента молекулы на заряд иона. При таком потенциале взаимодействия аналитическое решение задачи о рассеянии практически невозможно.

В задачу о рассеянии кроме \mathbf{b} входят: энергия относительного движения ϵ , приведенная масса μ молекулы и иона, а также момент инерции молекулы I . По размерности можно составить следующее выражение для диффузионного сечения в случае столкновения иона с дипольной молекулой:

$$\sigma^* = \frac{b}{\epsilon} f\left(\frac{b\mu}{\epsilon I}, \frac{\epsilon'}{\epsilon}\right), \quad (1.49)$$

где ϵ' — энергия вращения молекулы до столкновения, а $f(x, y)$ — неизвестная функция двух безразмерных величин. Однако обычно ϵ'/ϵ мало, и нет оснований полагать, что $f(x, y)$ имеет особенность при $y = \epsilon'/\epsilon \rightarrow 0$; тогда можно приближенно считать, что f есть функция только первого аргумента. Первый же аргумент в условиях газового разряда обычно велик, так как обычно $b\mu/I \approx 10$ эв, а ϵ — доли электронвольта. Здесь также нет оснований полагать, что при $x \rightarrow \infty$ f не стремится к постоянной. Действительно, можно ожидать, что углы рассеяния будут порядка 1 рад, если $U(\rho) \simeq \epsilon$, и если $U(\rho) \ll \epsilon$, то угол рассеяния будет очень мал. Поэтому транспортное сечение, при указанных условиях, должно быть порядка ρ_0^2 , где ρ_0 определяется из условия $U(\rho_0) = \epsilon$, т. е., согласно (1.48), $\sigma^* \sim b/\epsilon$. Обычно пишут

$$\sigma^* = f_0 b/\epsilon, \quad (1.50)$$

где f_0 — постоянная, которую можно получить из любого эксперимента, удовлетворяющего поставленным выше условиям. Таким экспериментом может быть измерение подвижности ионов в электроотрицательном дипольном газе, если точно известна природа ионов.

В табл. 1.2 представлены данные по поляризуемости и дипольным моментам молекул некоторых газов [8, 62—64].

Дипольный момент и поляризуемость некоторых молекул

| Молекула | Поляризуемость, α_0^3 | Дипольный момент | Молекула | Поляризуемость, α_0^3 | Дипольный момент |
|----------------|---------------------------------|------------------|------------------|---------------------------------|------------------|
| H ₂ | 5,52 | 0 | CO | 13,1 | 0,1 |
| D ₂ | 5,39 | 0 | NO | 11,5 | 0,16 |
| N ₂ | 11,8 | 0 | H ₂ O | 9,8 | 1,84 |
| O ₂ | 10,6 | 0 | CO ₂ | 17,5 | 0 |
| HCl | 17,4 | 1,08 | NH ₃ | 15,4 | 1,46 |
| HI | 37,0 | 0,38 | CH ₄ | 17,7 | 0 |

1.8. Столкновения электронов с ионами и электронами

Выше уже говорилось о дифференциальном эффективном сечении и обмене энергией при кулоновском взаимодействии, которое имеет место при столкновении электронов с электронами и является основным при взаимодействии их с ионами. Отклонение от кулоновского взаимодействия происходит лишь на очень малых расстояниях, что существенно при отклонении только на большие углы, особенно для электронов с большими энергиями — десятки электронвольт и выше. Что касается столкновения ионов друг с другом, то, если они имеют заряд одного знака, отклонение от кулоновского взаимодействия возможно лишь при энергии относительного движения, превышающей примерно 20 эв.

При расчете транспортного сечения основную роль в случае кулоновского взаимодействия играют рассеяния на очень малые углы. Вообще говоря, транспортное сечение в этом случае бесконечно велико, если иметь в виду изолированные столкновения. Действительно, если в выражение для транспортного сечения (1.42) подставить согласно закону Резерфорда

$$\sin^2 \frac{\chi}{2} = \frac{Z_1^2 Z_2^2 e^4}{4e^2 (\rho^2 + Z_1^2 Z_2^2 e^4 / 4e^2)}, \quad (1.51)$$

где Z_1 и Z_2 — заряды ионов, и оставить верхний предел у интеграла по ρ^2 пока неопределенным, то получится

$$\sigma^* = 2\pi \int_0^{\rho^2} \sin^2 \frac{\chi}{2} d\rho^2 = \frac{\pi Z_1^2 Z_2^2 e^4}{2e^2} \ln \left(1 + \frac{4e^2 \rho^2}{Z_1^2 Z_2^2 e^4} \right). \quad (1.52)$$

Это σ^* логарифмически расходится с увеличением ρ^2 . Однако в газоразрядной плазме вследствие смещения заряженных частиц под действием движущегося заряда происходит его коллективное экранирование для далеких частиц. Время этого экранирования характе-

ризуется значением порядка периода ленгмюровских колебаний плазмы, циклическая частота которых определяется формулой

$$\omega^2 = 4\pi N_e e^2 / m, \quad (1.53)$$

где N_e — плотность электронов в плазме.

Экранирование, естественно, происходит только для тех частиц, время взаимодействия $\sim \rho/v$ (v — скорость летящей частицы) которых превышает период ленгмюровских колебаний плазмы. Отсюда получается значение ρ^2 , которое нужно подставить в формулу (1.52) под знак логарифма:

$$\rho^2 = \frac{v^2}{\omega^2} = \frac{\varepsilon m}{2\pi m_1 N_e e^2}, \quad (1.54)$$

где m_1 — масса летящей частицы. Под знаком логарифма в формуле (1.52) всегда стоит очень большое число, и поэтому единицей можно пренебречь. Таким образом,

$$\sigma^* = \frac{\pi Z_1^2 Z_2^2 e^4}{2e^3} \ln \left(\frac{2\varepsilon^3 m}{\pi m_1 Z_1^2 Z_2^2 N_e e^4} \right). \quad (1.55)$$

Формулу (1.55) можно использовать при следующих оговорках.

1. Значение v должно быть больше скорости плазменных электронов, в противном случае ее следует заменить последней, так как «радиус» экранирования не может быть меньше дебаевского радиуса $r_{деб} = v_e/\omega$ (v_e — скорость плазменных электронов) из-за теплового движения электронов. В формуле (1.55) это сводится к замене $\varepsilon^3 \rightarrow \varepsilon^2 T_e$ и $m_1 \rightarrow m$, если $m_1 \neq m$. Здесь T_e — температура (или средняя энергия) электронов плазмы.

2. Если все же под знаком логарифма оказывается число порядка единицы (при очень большой концентрации электронов плазмы $N_e \gtrsim 10^{20} \text{ см}^3$ или при взаимодействии тяжелых ионов с малой энергией), что мало вероятно, то к этому числу следует добавить единицу.

Если вычисляется σ^* для самих электронов плазмы (рассеяние на электронах или однозарядных ионах плазмы), то $m_1 = m$, $\varepsilon = T_e$, $Z_1 = Z_2 = 1$, и при $T_e = 1 \text{ эв}$ и $N_e = 10^{15} \text{ см}^{-3}$ величина под знаком логарифма равна $3,7 \cdot 10^6$ ($\ln 3,7 \cdot 10^6 = 15,1$). Таким образом, по порядку величины транспортное сечение для рассеяния электронов или ионов в плазме $\sigma^* \simeq 10^{-12} Z_1^2 Z_2^2 / \varepsilon^2 \text{ см}^2$, где энергия относительного движения выражена в электронвольтах.

1.9. Рассеяние электронов на атомах и молекулах

Возможность расчета рассеяния ионов на атомах и молекулах связана с тем, что в этом случае основную роль играют большие расстояния, где взаимодействие можно описать поляризационным потенциалом и в силу большой массы атомов (в атомных единицах) описать рассеяние с помощью классической механики. Рассеяние электронов атомами или молекулами всегда приходится рассчитывать

методами квантовой механики. Однако в квантовой механике задача о столкновении электрона с атомом не сводится с достаточной точностью к задаче двух тел с локальным потенциалом (а нелокальный потенциал пока не удается определить) и рассеяние электронов атомами или молекулами рассчитывается лишь сугубо качественно. Эти расчеты носят в основном модельный характер, поэтому здесь не приводятся.

Общие сведения о рассеянии электронов атомами следующие. В области электронвольтовых (включая доли электронвольта) энергий дифференциальное сечение рассеяния может быть представлено формулой

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = a_0 + a_1 P_1(\cos \theta) + a_2 P_2(\cos \theta) + \dots, \quad (1.56)$$

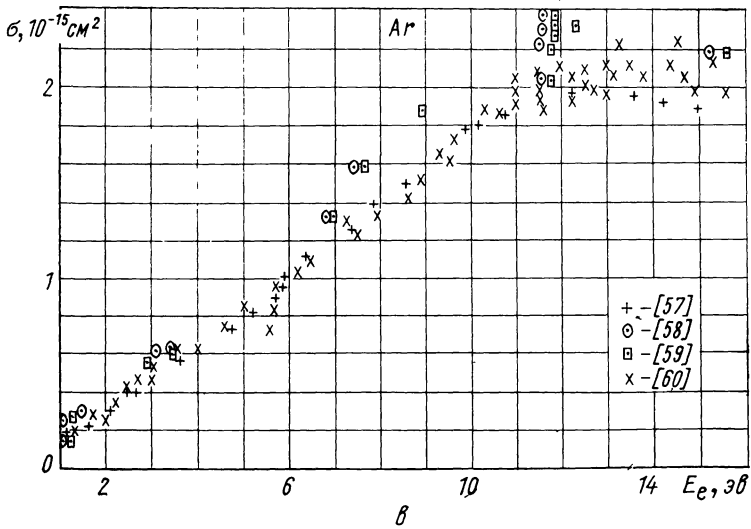
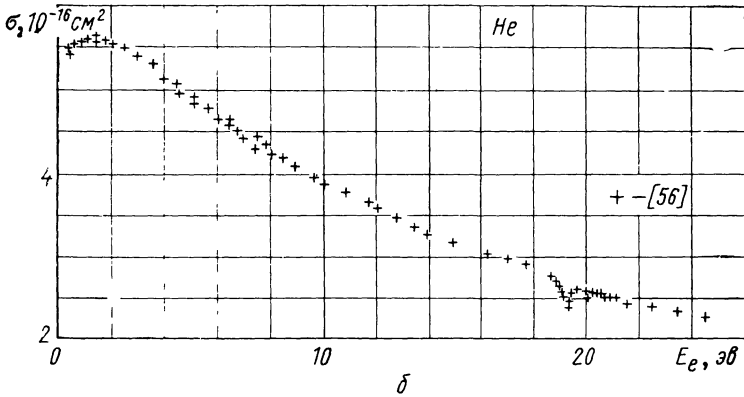
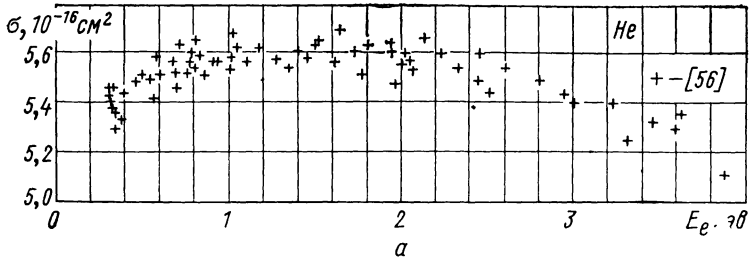
где $P_1(\cos \theta) = \cos \theta$, $P_2(\cos \theta) = 1/2 \cdot (3 \cos^2 \theta - 1)$, ... — полиномы Лежандра. Коэффициент a_1 , и тем более a_2 , убывает с уменьшением энергии электрона, имея значения порядка 10^{-17} см^2 при энергии 10—20 эв, причем a_2 пропорционально кубу энергии электрона, a_0 в среднем порядка 10^{-18} см^2 , $a_1 \sim \sqrt{a_0 a_2}$. Зависимость сечения от энергии часто довольно сложная (в области энергий до 5 эв параболическая), причем в некоторых газах имеется глубокий минимум, например для Ag, Kг, Хе этот минимум находится примерно при 0,5 эв, имея значение $\sim 10^{-18} \text{ см}^2$ (в минимуме $d\sigma/d\Omega \sim \cos^2 \theta$).

Только рассеяние электронов атомами водорода поддается достаточно точному теоретическому расчету (с помощью ЭВМ) при энергиях порядка нескольких эв. К сожалению, водород — обычно молекулярный газ. Таким образом, необходимо пользоваться экспериментальными сведениями о рассеянии электронов.

В области очень малых энергий сечение упругого рассеяния электронов всегда сферически-симметрично. В среднем оно порядка атомного, т. е. $\sim 10^{-16} \text{ см}^2$, однако если электрон с данным атомом или молекулой может образовать отрицательный ион с очень малой энергией связи или отрицательный ион в квазистационарном состоянии также при очень малой энергии $\sim 0,1 \text{ эв}$ и меньше, то сечение упругого рассеяния в области столь малых энергий значительно больше. В первом случае сечение рассеяния при энергиях электрона значительно меньших, чем энергия связи отрицательного иона, дается формулой

$$\sigma = \frac{2\pi \hbar^2}{m |\epsilon_0|}, \quad (1.57)$$

где ϵ_0 — энергия связи электрона в соответствующем отрицательном ионе. Эта формула часто справедлива и во втором случае, если квазистационарное состояние имеет минимальную устойчивость, —



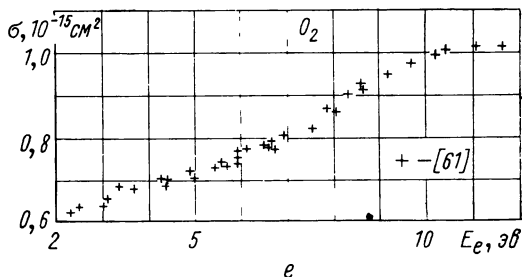
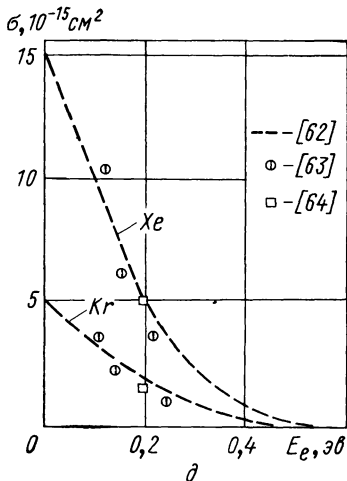
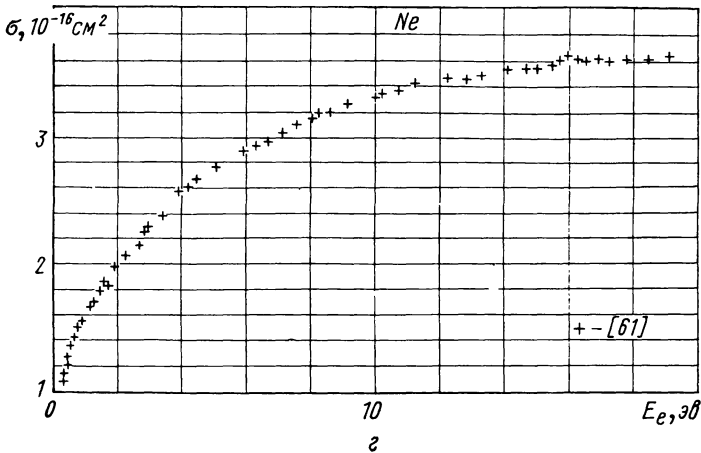


Рис. 1.9. Зависимость сечения упругих столкновений электронов от их энергии

такие состояния обычно называются виртуальными. Для истинных квазистационарных состояний получается формула

$$\sigma = \frac{2\pi\hbar^2 \Gamma^2/4}{m [\varepsilon_0 (\varepsilon - \varepsilon_0)^2 + \Gamma^2 \varepsilon/4]}, \quad (1.58)$$

справедливая, правда, при $(\varepsilon - \varepsilon_0) \simeq \Gamma$. Здесь $1/\Gamma$ — постоянная времени распада квазистационарного состояния отрицательного иона. В области $(\varepsilon - \varepsilon_0) \simeq \Gamma$ сечение имеет острый максимум при $\Gamma \ll \varepsilon_0$ в точке $\varepsilon \approx \varepsilon_0$, совпадающий с формулой (1.57). Однако этот максимум очень узкий, шириной $\sim \Gamma$ по энергии. При энергии $\varepsilon \ll \varepsilon_0$ сечение, на самом деле, стремится к значению $\sim 10^{-16} \text{ см}^2$.

При больших энергиях электронов, $\varepsilon > 30 Z^{5/3} \text{ эВ}$ (Z — заряд ядра атома), рассеяние электронов направлено преимущественно вперед и быстро падает с увеличением энергии. Дифференциальное эффективное сечение приближенно описывается формулой

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{Z^2 e^4}{4\varepsilon^2} \left[(1 - \cos \theta) + Z^{2/3} \frac{e^4 m}{2\hbar^2 \varepsilon} \right]^{-2}. \quad (1.59)$$

Эта формула получается в борновском приближении и приближенной заменой атома потенциалом $U = (Ze/r) \exp(-Z^{1/3}r/a)$, где a — боровский радиус.

Согласно условию применимости этого приближения $\varepsilon > Z^{5/3} e^4 m / \hbar^2$, второй член в квадратных скобках формулы (1.59) должен быть мал по сравнению с единицей (тем более с двумя). Поэтому при вычислении транспортного сечения следует им пренебречь. Тогда

$$\sigma^* = \frac{Z^2 e^4}{4\varepsilon^2} \ln \frac{1,47 \hbar^2 \varepsilon}{Z^{2/3} e^4 m}. \quad (1.60)$$

(Множитель $1,47 = 4/e$, где $e = 2,71828\dots$, с той же точностью можно заменить единицей.) Когда применимо данное приближение, рассеяние на малые углы θ сильно преобладает над рассеяниями на углы порядка 1 рад , с которыми практически можно не считаться. Поэтому средний квадрат угла рассеяния на единицу пути составляет

$$\overline{d\theta^2/dx} = 2N\sigma^*. \quad (1.61)$$

Здесь N — концентрация атомов или молекул газа.

Если $d\varepsilon/dx$ — средняя потеря энергии на единицу пути, то

$$\overline{\theta^2} = \int_0^x 2N\sigma^* dx = \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon} 2N\sigma^* (d\varepsilon/dx)^{-1} d\varepsilon. \quad (1.62)$$

Пока $\overline{\theta^2} \ll 1$, а θ^2 не слишком превышает $\overline{\theta^2}$, функция распределения электронов по направлению движения, характеризуемому углом θ , определяется гауссовым распределением:

$$W(\theta) = (1/\pi\overline{\theta^2}) \exp(-\theta^2/\overline{\theta^2}). \quad (1.63)$$

На рис. 1.9 представлены некоторые экспериментальные данные по сечениям упругих столкновений электронов с атомами и молекулами.

1.10. Неупругие столкновения электронов с атомами и молекулами

Возбуждение. Общий характер зависимости сечения возбуждения атома или молекулы электронным ударом следующий. Вблизи порога возбуждения сечения σ_{0n} пропорционально скорости улетающего электрона. Это следует из принципа детального равновесия:

$$p_0^2 \sigma_{0n} = p_n^2 \sigma_{n0}, \quad (1.64)$$

где p_0 и p_n — импульсы относительного движения сталкивающихся частиц (в начальном и конечном состояниях частицы могут быть разными). В таком виде принцип детального равновесия справедлив и в релятивистском случае, когда, например, одна или обе частицы могут быть фотонами. Из общих теоретических соображений для σ_{n0} при $v_n \rightarrow 0$ можно написать

$$\sigma_{0n} = (4\pi a/k_n) (1 - 2k_n a), \quad (1.65)$$

где $k_n = mv_n/\hbar$ — волновое число электрона; a — длина порядка размера атома. Таким образом, вблизи порога возбуждения n -го уровня

$$\sigma_{n0} = \frac{4\pi\hbar av_n}{mv_n^2} \left(1 - \frac{2mv_n a}{\hbar} \right). \quad (1.66)$$

С увеличением энергии возбуждающего электрона сечение достигает максимума при энергии электрона, примерно вдвое превышающей энергию возбуждения данного уровня, и затем уменьшается.

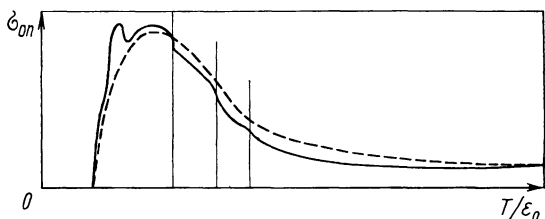


Рис. 1.10. Характерная зависимость сечения возбуждения от энергии налетающего электрона

При очень больших энергиях возбуждающего электрона, когда применимо борновское приближение, сечение оптически разрешенных переходов определяется по формуле

$$\sigma_{0n} = \frac{8\pi e^4}{(\hbar v)^2} d_{0n}^2 \ln \frac{4T}{\varepsilon_n - \varepsilon_0} = \frac{8\pi m e^4}{2\hbar^2 T} d_{0n}^2 \ln \frac{4T}{\varepsilon_n - \varepsilon_0}, \quad (1.67)$$

где d_{0n} — матричный элемент дипольного момента атома или молекулы. Сечение оптически запрещенных переходов при больших энергиях убывает быстрее — без логарифмического множителя. Наконец, сечения возбуждения состояний, связанных с изменением спина и обменным взаимодействием, обратно пропорциональны третьей степени энергии возбуждающего электрона. Однако обычно зависимость сечения возбуждения от энергии возбуждающего электрона не столь простая. На плавную кривую накладываются пики или «приливы», связанные с резонансным образованием квазистационарных отрицательных ионов. Кроме того, имеются особенности, связанные с порогом следующего уровня возбуждения, сопровождающиеся более резким спадом кривой. Типичный вид зависимости сечения возбуждения от энергии налетающего электрона изображен

на рис. 1.10. Пунктирная кривая — без указанных эффектов. Вертикальными линиями отмечены пороги возбуждения других энергетических уровней. В области энергий налетающего электрона порядка энергии возбуждения сечения не поддаются теоретическому расчету с точностью, большей, чем по порядку величины, не считая атома водорода. В последнем случае известны все волновые функции. Но и здесь получение точных сечений связано с колоссальными вычислительными трудностями, несмотря на наличие быстродействующих ЭВМ. (Даже с помощью ЭВМ практически невозможно решать эту задачу без известных ухищрений.)

По порядку же величины вычислить сечение возбуждения можно с помощью классической механики. Для этого рассмотрим обратный процесс — удар второго рода. Возбужденный атом обладает большой поляризуемостью. При взаимодействии медленного электрона с таким атомом действует потенциал притяжения $U = \alpha e^2/r^4$ на далеких расстояниях. В этом случае, как отмечалось выше, при значении прицельного параметра менее $(2\alpha e^2/T)^{1/4}$ происходит захват электрона, т. е. сближение на расстояние, где происходит сильное взаимодействие налетающего электрона с атомными электронами. Естественно предположить, что образующаяся компаунд-система далее распадается пропорционально статистическим весам конечных состояний. Статистический вес конечного состояния системы атом — электрон пропорционален статическому весу конечного состояния атома и скорости улетающего электрона. Таким образом, для сечения удара второго рода можно написать

$$\sigma_{nm} = \sigma_s \cdot g_m v_m / \sum_s g_s v_s, \quad (1.68)$$

где $\sigma_s = \sqrt{2\alpha e^2/T_n}$ — сечение захвата; $\alpha = \alpha_n$ — поляризуемость атома в состоянии n ; g_m — статистический вес атома в состоянии m ; $T_n = mv_n^2/2$. Сумма в знаменателе берется по всем энергетически доступным состояниям. Теперь, чтобы найти сечение возбуждения состояния n из основного состояния, нужно воспользоваться принципом детального равновесия

$$\sigma_{0n} g_0 T_0 = \sigma_{n0} g_n T_n,$$

и тогда

$$\begin{aligned} \sigma_{0n} &= \frac{g_n}{g_0} \sigma_s \frac{g_0 \sqrt{T_0} T_n}{T_0 \sum_s g_s \sqrt{T_s}} = \sqrt{2\alpha e^2} \frac{\sqrt{T_n} g_n}{\sqrt{T_0} \sum_s g_s \sqrt{T_s}} = \\ &= \sqrt{2\alpha e^2} \frac{g_n \sqrt{T - \epsilon_{0n}}}{\sqrt{T} \cdot \sum_s g_s \sqrt{T - \epsilon_{0s}}}. \end{aligned} \quad (1.69)$$

Этой формулой, однако, можно пользоваться, пока кинетическая энергия налетающего электрона не сильно превосходит энергию ионизации атома ϵ_i , так как статистический вес ионизованного состояния здесь учесть нельзя.

Вообще говоря, статистический вес ионизованного состояния пропорционален не $\sqrt{T - \epsilon_i}$, а просто $T - \epsilon_i$, так как после ионизации уже будет два свободных электрона. Коэффициент пропорциональности для статистического веса равен ma^2/\hbar^2 , где a имеет размерность длины, и кроме того, что эта величина порядка борновского радиуса, о ней пока ничего сказать нельзя. Можно заметить, что после достижения величиной T значения энергии ионизации σ_{0n} уже при увеличении T убывает как T^{-1} , а не как T , согласно первоначальной формуле. На рис. 1.11 представлены данные по сечениям возбуждения некоторых уровней He и H.

Ионизация. Точные формулы для сечения ионизации имеются лишь для атома водорода при очень больших энергиях налетающего электрона — приближение Борна. Для ионизации оболочки n, l (n — главное, l — орбитальное квантовые числа) в борновском приближении

$$\sigma_{n,l}^i = \frac{\pi e^4}{T} C_{n,l} \frac{Z_{n,l}}{E_{n,l}} \ln \frac{100 T}{E_{n,l}}, \quad (1.70)$$

где $\sigma_{n,l}^i$ — сечение ионизации с удалением одного электрона из оболочки атома с главным квантовым числом n и орбитальным квантовым числом l ; $Z_{n,l}$ — число электронов в этой оболочке; $E_{n,l}$ — энергия удаления электрона (минимальная) из этой оболочки; коэффициент 100 под знаком логарифма — приближенный; коэффициент $C_{n,l}$ зависит от n и l :

| Оболочка | 1s | 2s | 2p | 3s | 3p | 3d | 4s | 4p | 4d | 4f |
|-----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $C_{n,l}$ | 0,28 | 0,21 | 0,13 | 0,17 | 0,14 | 0,07 | 0,15 | 0,13 | 0,09 | 0,04 |

Формула (1.70) годна для любого атома. Однако даже как асимптотическая она не вполне точна, за исключением ее применения для атома водорода, если коэффициент под знаком логарифма заменить на 83. Эта формула применяется при таких больших энергиях, что $T/E_{n,l} > 10^{-2} \exp(2/C_{n,l})$. Для меньших энергий T в настоящее время не представляется возможным квантовомеханически рассчитать сечение ионизации атома.

Сечение ионизации атома водорода хорошо согласуется с численным расчетом (с точностью до множителя 1,5, постоянного в широком интервале ϵ), проведенным на основе классической механики на ЭВМ. Оказывается, можно получить простую формулу для сечения ионизации атома водорода на основе простых качественных соображений, хорошо согласующуюся с экспериментом и расчетом, о котором только что говорилось, также после умножения на 1,5.

Выше были приведены формулы классической механики, выведенные Томсоном, для дифференциального сечения передачи энергии

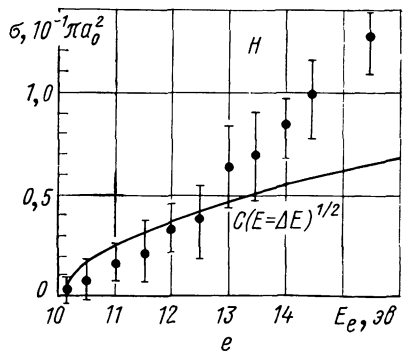
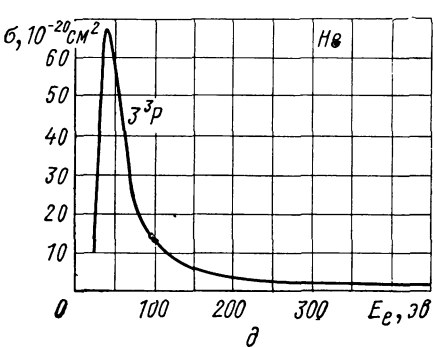
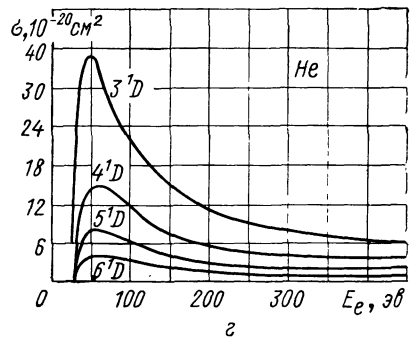
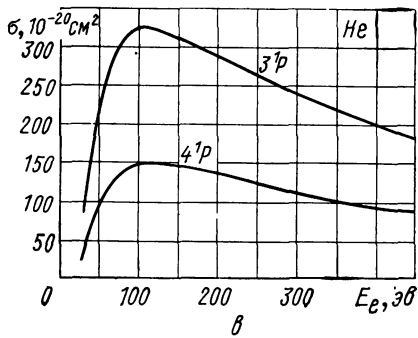
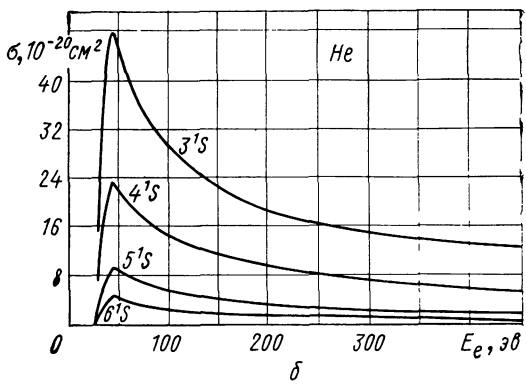
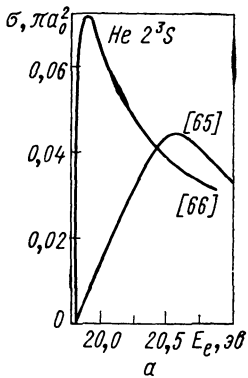


Рис. 1.11. Зависимость сечения возбуждения атома электронным ударом от энергии электрона:
 а — He [65, 66], б — d — He [67], е — H [68]

в интервале $(\epsilon, \epsilon + d\epsilon)$ от движущейся частицы покоящейся (1.37) и для полного сечения передачи энергии, большей ϵ_i , (1.38). В этих формулах не учтено, что импульс атомного электрона не равен нулю и что налетающий электрон ускоряется полем, создаваемым ионом. Влияние ионного поля на движение атомного электрона в среднем равно нулю. Это объясняется тем, что средний прицельный параметр удара существенно меньше размера «орбиты», и потому изменением движения электрона, вызванного полем иона, за время ионизирующего столкновения налетающего электрона с атомным электроном можно пренебречь по крайней мере в среднем.

Пусть энергия налетающего электрона настолько велика, что скорость относительного движения его и атомного электрона практически равна скорости налетающего электрона. Импульс \mathbf{q} , переданный атомному электрону, связан с прицельным параметром удара соотношением

$$q = 2e^2 / (\rho v). \quad (1.71)$$

Энергия, переданная атомному электрону,

$$\epsilon = \frac{(\mathbf{p} + \mathbf{q})^2}{2m} - \frac{p^2}{2m} = \frac{q^2 + 2p_q q}{2m} = \frac{e^4}{2mv^2\rho^2} + \frac{p_q e^4}{mv\rho}, \quad (1.72)$$

где \mathbf{p} — импульс атомного электрона; а p_q — его проекция на направление \mathbf{q} . Из выражения (1.72) видно, что так как $\epsilon > 0$, то чем меньше ρ , тем больше ϵ . При данном значении p_q сечение ионизации будет определяться максимальным значением прицельного параметра ρ , соответствующего $\epsilon = \epsilon_i$. Соответственно минимальное значение

$$q_{\text{мин}} = \sqrt{2m\epsilon_i + p_q^2} - p_q; \quad (1.73)$$

отсюда

$$\frac{1}{q_{\text{мин}}^2} = \frac{1}{2m\epsilon_i} \left(1 + \frac{p_q^2}{m\epsilon_i} + \frac{p_q}{\sqrt{m\epsilon_i}} \sqrt{2 + \frac{p_q^2}{m\epsilon_i}} \right).$$

Сечением ионизации будет среднее значение $\overline{\pi\rho^2} = \pi e^4 / (v^2 q^2)$, и так как среднее значение $\overline{p_q} = 0$, а $\overline{p_q^2} = (1/3) \overline{p^2} = (2/3) m\epsilon_i$ при движении в кулоновском поле (теорема вириала), то в пределе больших энергий налетающего электрона $T = mv^2/2 \gg \epsilon_i$ получится

$$\sigma_i = \overline{\pi\rho^2} = \frac{4\pi e^4}{v^2 q^2} = \frac{5}{3} \cdot \frac{\pi e^4}{T\epsilon_i}, \quad (1.74)$$

что отличается от формулы Томсона множителем 5/3. Далее, нужно учесть, что средняя потенциальная энергия атомного электрона в поле иона равна $2\epsilon_i$. Очевидно, и кинетическую энергию налетающего электрона нужно поэтому увеличить на $2\epsilon_i$. Таким образом, вместо прежней формулы Томсона для сечения ионизации (1.38) можно записать:

$$\sigma_i = \frac{5}{3} \pi \frac{e^4 (T - \epsilon_i)}{(T + 2\epsilon_i)^2 \epsilon_i}. \quad (1.75)$$

Для расчета сечения ионизации сложных атомов, по-видимому, следует аналогично борновскому сечению написать сечение ионизации каждой оболочки в виде

$$\sigma_i = Z_{n,l} \frac{\frac{5}{3} \pi e^4 (T - \varepsilon_{n,l}^i)}{(T + 2\varepsilon_{n,l}^i)^2 \varepsilon_{n,l}^i}, \quad (1.76)$$

а затем сложить сечения всех оболочек. Формула (1.75) для сечения ионизации атома водорода дает правильное значение в интервале энергий налетающего электрона $T \simeq \varepsilon_i$ до очень больших (~ 1 кэВ) энергий. В широкой области энергий сечение ионизации атома водорода (1.75) практически совпадает с борновским (1.70). Что касается расчета сечения ионизации сложных атомов, то он менее надежен. То же относится и к молекулам.

В приведенном выше расчете на основе классической механики предполагалось, что средняя кинетическая энергия атомного электрона равна его энергии ионизации и соответственно обе они равны половине потенциальной энергии со знаком минус. (Отсюда коэффициент $5/3$ и добавка $2\varepsilon_i$ к энергии налетающего электрона.) Эти соотношения нарушаются для атомных электронов в сложных атомах или молекулах, так как они движутся в поле ядра, экранированного другими электронами, более быстро спадающими с расстоянием. Не ясно также, следует ли суммировать сечения ионизации отдельных оболочек, или электроны, энергии ионизации которых близки, сильно взаимодействуют друг с другом, и достаточно любому из них передать энергию, достаточную для ионизации наиболее легко удаляемого электрона. Но тогда не всегда ясно, сколько электронов следует включить в процесс. Кроме того, как уже говорилось, в формулы нужно ввести эмпирический множитель 1,5, непонятный с точки зрения классической механики, т. е. окончательно формулу (1.76) можно написать в виде

$$\sigma_i = Z_{\text{эфф}} \cdot 8e^4 (T - \varepsilon_i) / (T + 2\varepsilon_i)^2 \varepsilon_i, \quad (1.77)$$

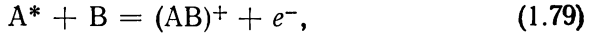
где $Z_{\text{эфф}}$ равно количеству электронов внешней оболочки и, по-видимому, застраивающейся предыдущей оболочки. Например, для Sc ($3d4s^2$) $Z_{\text{эфф}} = 3$; для Ti ($3d^24s^2$) $Z_{\text{эфф}} = 4$; для Ni ($3d^84s^2$) $Z_{\text{эфф}} = 10$; для Cu ($3d^{10}4s$) $Z_{\text{эфф}} = 11$ и т. д.

Если имеются экспериментальные данные, то, конечно, лучше воспользоваться ими и аппроксимировать для аналитических расчетов сечение ионизации какой-либо удобной формулой. Например, для расчетов газового разряда удобно и обычно достаточно положить

$$\sigma_i \approx \sigma_0 (1 - \varepsilon_i/T). \quad (1.78)$$

Эта формула, конечно, несправедлива, если $T \gg \varepsilon_i$, зато, при замене в ней ε_i на другое значение, большее, чем энергия возбуждения первого уровня, она дает сечение передачи энергии, большей заданного значения. Так, в разрядах при высоких давлениях газа

к ионизации приводят также и возбуждения с энергией, меньшей, чем энергия ионизации, согласно реакции



причем в некоторых газах может быть $B = A$, т. е. $(AB)^+ = A_2^+$. При этом, конечно, энергия возбуждения должна быть больше, чем разность энергии ионизации и энергии диссоциации иона $(AB)^+$.

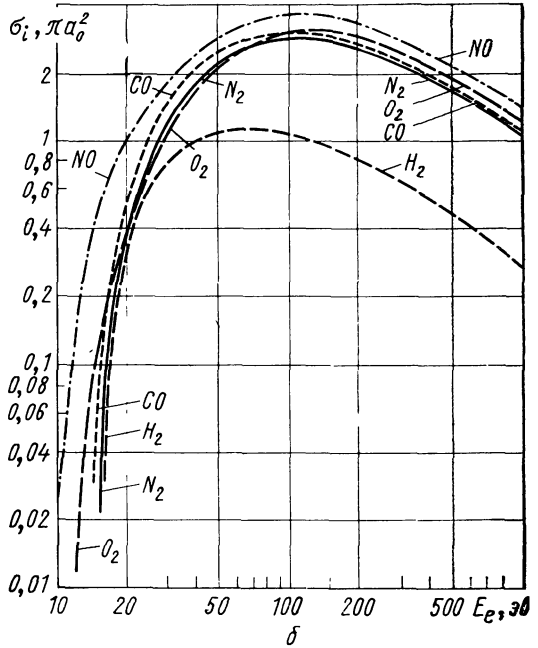
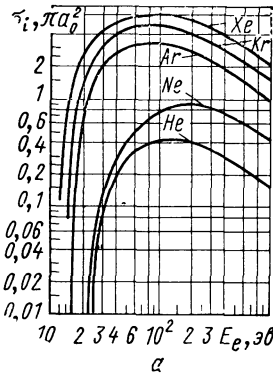


Рис. 1.12. Сечение ионизации электронным ударом [69]

Высокое давление газа нужно для того, чтобы столкновение возбужденного атома произошло ранее, чем он путем излучения кванта света придет в нормальное состояние или в состоянии с энергией возбуждения, меньшей требуемой для осуществления реакции (1.79). Обычно возбуждение, необходимое для реакции (1.79), соответствует не первому уровню возбуждения. Если бы это был первый уровень, то необходимое для указанного процесса давление было бы достаточно низким в силу большого сечения поглощения резонансного кванта, испускаемого при переходе на основной уровень. Мы еще вернемся к этому вопросу в гл. 4. На рис. 1.12 представлены данные по сечениям ионизации электронным ударом в некоторых газах.

В табл. 1.3 и 1.4 приведены данные о потенциалах возбуждения, ионизации и диссоциации атомов некоторых газов.

Таблица 1.3

Потенциалы возбуждения и ионизации атомов газов

| Атом | Потенциал возбуждения на первый метастабильный уровень $V_m, \text{эВ}$ | Потенциал возбуждения на первый резонансный уровень $V_r, \text{эВ}$ | Потенциал ионизации $V_i, \text{эВ}$ | Атом | Потенциал возбуждения на первый метастабильный уровень $V_m, \text{эВ}$ | Потенциал возбуждения на первый резонансный уровень $V_r, \text{эВ}$ | Потенциал ионизации $V_i, \text{эВ}$ |
|------|---|--|--------------------------------------|------|---|--|--------------------------------------|
| H | — | 10,198 | 13,595 | Ne | 16,62 | 16,85 | 21,56 |
| He | 19,80 | 21,21 | 24,59 | Ar | 11,55 | 11,61 | 15,76 |
| C | 1,26 | 7,48 | 11,26 | Kr | 9,91 | 10,02 | 14,00 |
| N | 2,38 | 10,30 | 14,53 | Xe | 8,32 | 8,45 | 12,13 |
| O | 1,97 | 9,15 | 13,61 | | | | |

Таблица 1.4

Потенциалы диссоциации V_d , возбуждения V_r и ионизации V_i молекул газов

| Молекула | $V_d, \text{эВ}$ | $V_r, \text{эВ}$ | $V_i, \text{эВ}$ | Молекула | $V_d, \text{эВ}$ | $V_r, \text{эВ}$ | $V_i, \text{эВ}$ |
|-----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| H ₂ | 4,476 | 11,5 | 15,42 | O ₂ | 5,080 | 7,9 | 12,2 |
| CO ₂ | — | 10,0 | 13,8 | H ₂ O | — | 7,6 | 12,6 |
| N ₂ | 9,756 | 6,1 | 15,6 | NO | 6,487 | 5,4 | 9,25 |

Потери энергии на возбуждение и ионизацию газа. Если поле не очень мало, то электроны, ускоряемые им в самом газе, теряют энергию в основном на возбуждение атомов или молекул газа. Если плотность плазмы достаточно велика, то атомы не успевают высвечиваться до повторного соударения их с электронами и значительная часть энергии, приобретаемой электронами в электрическом поле, переходит в ионизацию. В противном случае основная часть энергии идет в высвечивание и нагревание газа. Для исследования этих процессов необходимо решать кинетическое уравнение, используя сведения, о которых говорилось выше.

При прохождении пучка быстрых электронов через газ, ускоренных в катодном падении напряжения, или входящих в газ извне, например от ускорителя, потеря энергии определяется формулой

$$\frac{dT}{dx} = N \left[\sum \sigma_{in} (\epsilon_n - \epsilon_0) + \int_{\epsilon_i}^T \frac{d\sigma_i(T, \epsilon)}{d\epsilon} d\epsilon \right]. \quad (1.80)$$

Здесь dT/dx — потеря энергии электроном на единице пути; σ_{in} — сечение возбуждения уровня с энергией возбуждения $\epsilon_n - \epsilon_0$; $d\sigma_i(T, \epsilon)/d\epsilon$ — дифференциальное сечение ионизации для переда-

чи ионизируемому электрону энергии в интервале $\varepsilon \pm \frac{1}{2} d\varepsilon$, так что его кинетическая энергия при вылете из атома равна $\varepsilon - \varepsilon_i$ (для соответствующей оболочки); если это не наименьшая энергия, то атом остается в возбужденном состоянии; N — концентрация атомов или молекул газа.

Для очень больших энергий налетающего электрона (или другой заряженной частицы) выражение (1.80) вычисляется практически точно в борновском приближении:

$$\frac{dT}{ds} = N \frac{4\pi Zz^2 e^4}{mv^2} \ln \frac{2mv^2}{\bar{\varepsilon}}, \quad (1.81)$$

где N — концентрация атомов газа; Z — число электронов в атоме; z — заряд частицы в единицах e ; m — масса электрона; v — скорость частицы; $\bar{\varepsilon} = 15 Z^{4/3} \text{ эв}$ — средняя энергия электронов атома. Для надежного использования этой формулы необходимо, чтобы $mv^2/2 \gg 15 Z^2 \text{ эв}$, хотя для легких элементов должно выполняться неравенство $mv^2/2 > 100 Z^2 \text{ эв}$. Для тяжелых частиц (например, протона) условие применимости формулы значительно менее жесткое. Достаточно выполнения неравенства $mv^2/2 \geq 15 Z^2 \text{ эв}$.

Для электронов меньших энергий в качестве грубой оценки можно снова воспользоваться классической механикой. Считая, что энергия электрона настолько мала, что возбуждением внутренних оболочек можно пренебречь (кроме сделанной выше оговорки относительно застраивающейся или только что застроенной оболочки), и считая энергию возбуждения, превышающую первый уровень возбуждения, непрерывной, получаем на основе предыдущего

$$\frac{dT}{dx} = \frac{8e^4}{T + 2\varepsilon_i} \ln \frac{T}{\varepsilon_{10}}. \quad (1.82)$$

Энергия электронов должна быть при этом не менее 60 эв .

Для тяжелых частиц, обладающих скоростью от 10^7 см/сек до примерно $5 \cdot 10^8 \text{ см/сек}$, исключая наиболее легкие элементы, примерно до углерода, потери энергии описываются формулой

$$\frac{dT}{dx} = \frac{4N(Z_a + Z_b) \hbar^3 v}{me^2}, \quad (1.83)$$

где Z_a и Z_b — заряды ядер частиц. Эта формула также была получена О. Б. Фирсовым [70] из полуклассических соображений. В работе [70] дана потеря энергии $\Delta T(\rho)$ при столкновении двух атомов как функция прицельного параметра ρ . Чтобы получить dT/dx , надо взять интеграл

$$\frac{dT}{dx} = N \int_0^{\infty} \Delta T(\rho) \cdot 2\pi\rho d\rho.$$

В описанных случаях примерно от 25 до 50% потери энергии прямо и через вторичные процессы (например, ионизация освободившимися высокоэнергетическими электронами) расходуется на иониза-

цию. При относительно низких энергиях ионизирующих электронов, лишь не на много превышающих энергию ионизации, наоборот, непосредственно на ионизацию идет малая часть энергии, а основная часть расходуется на возбуждение атомов.

1.11. Взаимодействие фотонов с атомами

Фотоионизация. Излучательная рекомбинация. Источником ионизирующего электромагнитного излучения может быть внешнее излучение, в котором присутствуют фотоны любых энергий. Точный расчет сечения фотоионизации возможен лишь для атома водорода. Для других атомов относительно точный расчет можно произвести в той мере, в какой точны волновые функции начального и конечного состояний атома с улетающим электроном. Для сложного атома и настолько большой энергии фотона, что могут быть ионизованы электроны из разных оболочек, нужно суммировать все соответствующие сечения. Правда, наибольший вклад в эту сумму ($\sim 80\%$) вносят электроны наиболее глубоких оболочек.

Для сечения фотоионизации K -оболочки на один электрон имеет место формула

$$\sigma_{\text{ф. и}} \simeq \frac{6,5 \cdot 10^{-18}}{Z^2} \left(\frac{\varepsilon_i}{\hbar\omega} \right)^3, \text{ см}^2. \quad (1.84)$$

Вообще говоря, значение $\sigma_{\text{ф. и}}$, как и других незапрещенных оптических переходов, пропорционально квадрату матричного элемента дипольного момента для данного перехода.

Если источником излучения является газовый разряд, то такое излучение обычно малоинтенсивно. Источником его может быть возбуждение внутренних оболочек первичными электронами с катоды или рекомбинация. Однако сечение излучательной рекомбинации очень мало. Действительно, оно связано с сечением фотоионизации принципом детального равновесия, как прямой и обратный процессы:

$$(\hbar\omega/c)^2 \sigma_{\text{ф. и}} = p^2 \sigma_{\text{рек}},$$

где p — импульс рекомбинирующего электрона: $p^2/2m = \hbar\omega - \varepsilon_i$. Таким образом,

$$\sigma_{\text{рек}} = \frac{(\hbar\omega)^2 \sigma_{\text{ф. и}}}{2mc^2 (\hbar\omega - \varepsilon_i)}. \quad (1.85)$$

Если $\hbar\omega \approx \varepsilon_i$, то множитель перед $\sigma_{\text{ф. и}}$ примерно равен $\frac{\varepsilon_i}{2mc^2} \cdot \frac{\varepsilon_i}{T}$, где T — энергия рекомбинирующего электрона. В случае атома водорода при $\hbar\omega \approx \varepsilon_i$ сечение фотоионизации равно $6,5 \cdot 10^{-18} \text{ см}^2$, а сечение рекомбинации электрона с энергией 1 эВ равно примерно 10^{-21} см^2 , в то время как сечение обычно преобладающей диссоциативной рекомбинации бывает порядка $10^{-17} - 10^{-15} \text{ см}^2$.

Сечения фотоионизации других газов существенно больше, чем для водорода. Для водорода коэффициент поглощения ионизирующего излучения при энергии фотона $\hbar\omega$ порядка энергии ионизации, при атмосферном давлении ($N = 2,7 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$) равен $\sim 350 \text{ см}^{-1}$. (Он таков же и для $\hbar\omega$ меньше энергии ионизации на $\sim 0,2 \text{ эв.}$) В других газах, например в воздухе, он будет еще в несколько раз больше.

Испускание и поглощение света в дискретном спектре. В газовом разряде, пожалуй, представляет интерес только дипольное излучение. Запрещенные оптические переходы имеют слишком большие времена жизни. Если характерное время дипольного оптического перехода порядка $\sim 10^{-9} - 10^{-7} \text{ сек}$, то для квадрупольного излучения оно существенно больше, — в отношении квадрупольного момента к квадрату длины волны света, т. е. примерно в 10^5 раз. За такие времена это состояние прекратит свое существование либо при столкновении с электроном, либо с другим атомом. Заметим, что обычно длина волны испускаемого излучения примерно в $2\pi\hbar c/e^2 \approx 10^3$ раз больше размера излучающей системы.

Существуют и более сильно запрещенные по отношению к излучению переходы, например из состояний $2S$ водорода или $(1s2s)^1S$ [и тем более $(1s2s)^3S$] гелия и т. п., время жизни которых измеряется секундами и более.

Чтобы оценить вероятность перехода в единицу времени при дипольном излучении, достаточно вспомнить, что согласно классической электродинамике энергия, излучаемая ускоренно движущейся частицей в единицу времени, равна $J = 2e^2 \dot{r}^2 / 3c^3$. Для колеблющегося диполя $J = 4e^2 \omega^2 \bar{r}^2 / 3c^3 = 4e^2 \omega^2 \bar{p}^2 / 3m^2 c^2$ или $J = 4e^2 \omega^4 \bar{r}^2 / 3c^3$. Согласно квантовой механике здесь нужно только заменить \bar{r}^2 или \bar{p}^2 квадратом модуля соответствующего матричного элемента перехода. Если же нужно получить вероятность перехода в единицу времени, то достаточно энергию, излучаемую на один атом в единицу времени, разделить на энергию кванта частотой ω или $\omega_{ab} = (\epsilon_a - \epsilon_b) / \hbar$. Таким образом, вероятность перехода из состояния a в состояние b с излучением кванта света $\hbar\omega_{ab} = E_a - E_b$ равна

$$W_{ab} = \frac{4e^2 \omega_{ab} |p_{ab}|^2}{3\hbar m^2 c^3} = \frac{4e^2 \omega_{ab}^3 |d_{ab}|^2}{3\hbar c^3}, \quad (1.86)$$

где d_{ab} — матричный элемент дипольного момента для перехода $a \rightarrow b$. Для перехода между ближайшими возбужденными состояниями и основным состоянием все величины — атомного порядка (см. Приложение 2), и легко получить, что $W_{ab} \sim \omega_{ab} (e^2/\hbar c)^3 \approx \approx 2 \cdot 10^{16} (1/137)^3 \approx 10^{10} \text{ сек}^{-1}$. В действительности вероятность перехода в единицу времени из первого оптически разрешенного состояния в основное порядка 10^8 сек^{-1} (для водорода ω_{ab} , которая входит в третьей степени, в $\sim 4/3$ раза меньше, и

матричный элемент дипольного момента в 5 раз меньше, а он входит во второй степени).

Согласно квантовомеханическому принципу неопределенности если система существует в некотором энергетическом состоянии ограниченное время τ , то энергия E_n этого состояния не вполне определена. Неопределенность энергии связана с временем τ соотношением $\Delta E : \tau \gtrsim \hbar$. Выше была определена полная вероятность излучения фотона с частотой, лишь приблизительно равной постоянной величине. В принципе, нужно говорить о вероятности излучения на единицу частоты в единицу времени. Эта безразмерная величина, зависящая от неопределенности энергии начального и конечного состояний, описывается формулой

$$\frac{dW_{ab}}{d\omega} = W_{ab} \frac{\gamma/2\pi}{(\omega - \omega_{ab})^2 + \gamma^2/4}, \quad (1.87)$$

где ω — частота излучаемого кванта света; W_{ab} — полная вероятность излучения в единицу времени кванта света с частотой, близкой ω_{ab} (с отклонением от нее порядка γ), а величина γ называется *естественной*, или *радиационной*, *шириной спектральной линии*:

$$\gamma = \sum_n W_{an} + \sum_k W_{bk}; \quad (1.88)$$

W_{an} — вероятность перехода на уровни n , лежащие ниже уровня a ; W_{bk} — то же для уровня b .

Зависимость $W_{ab}(\omega)$, изображенная графически, без учета масштаба по оси ординат, называется *формой*, или *контуром*, *спектральной линии*. Приведенная формула определяет распределение Коши и называется обычно *дисперсионной формулой*. (Хотя дисперсией часто называют полуширину функции распределения какой-либо величины, т. е. ширину распределения области, где интенсивность или ордината больше или равна половине ее значения в максимуме. Часто дисперсией называют среднеквадратическое отклонение рассматриваемой величины от ее среднего значения, если такая величина существует.)

Излучение не всегда является причиной конечного времени существования системы на данном энергетическом уровне. Уровень может быть квазистационарным, т. е. распадаться вследствие эффекта Оже или вылета частицы системы через потенциальный барьер. Во всех этих случаях приведенные формулы остаются в силе, но γ уже не называется радиационной шириной. Причиной распада состояния системы может быть также и столкновение ее с другими частицами. Так, столкновение электрона с атомом или атома с атомом может перевести его в другое состояние. Кроме того, в результате взаимодействия возбужденного атома или молекулы с другими частицами меняется энергия системы. Вследствие этого меняется фаза. Когда изменение фазы имеет величину порядка 1 рад , это эквивалентно изменению состояния. Полную ширину линии, определяемую всеми указанными причинами, обычно обозначают буквой Γ .

Взаимодействие возбужденных атомов или молекул с ионами, вообще говоря, искажает приведенную форму линии, но этого здесь мы учитывать не будем.

Кроме указанных причин уширения спектральной линии изменение частоты излучаемого света связано с движением возбужденного атома или молекулы. Согласно закону Доплера, изменение частоты света движущегося источника в первом приближении равно

$$\Delta\omega = \pm \omega v/c, \quad (1.89)$$

где v — скорость в направлении излучения; знак $+$ ставится, если источник движется навстречу приемнику. Если атомы или молекулы, излучающие свет, находятся в тепловом движении, то ширина линии, связанная с этим движением, будет $\Delta\omega \sim \omega (2T/Mc^2)^{1/2}$, где T — температура; M — масса частицы. При обычных температурах, порядка тысячи градусов, для легких атомов эта ширина на один-два порядка превышает радиационную ширину спектральной линии. Однако скорости частиц распределены по закону Максвелла, поэтому и форма линии, обусловленная доплеровским уширением, имеет вид гауссовой кривой:

$$\frac{dW}{d\omega} = W_0 \left(\frac{2\pi T}{Mc^2} \right)^{-1/2} \omega_0^{-1} \exp \left\{ \frac{Mc^2 (\omega - \omega_0)^2}{2\omega_0^2 T} \right\}. \quad (1.90)$$

Эта формула написана в приближении, в котором пренебрежено радиационной шириной. Здесь W_0 — полная вероятность излучения в единицу времени; ω_0 — центр спектральной линии (вместо индекса ab). Формула (1.90) справедлива при достаточно низких давлениях газа или достаточно высоких температурах, когда ширина линии, обусловленная причинами, изложенными ранее, существенно меньше доплеровской. Кроме того, и в указанном случае эта формула справедлива, пока $|\omega - \omega_0|$ не очень превышает доплеровскую ширину, так как контур линии, определяемый формулой (1.90), очень круто, экспоненциально, спадает. При $|\omega - \omega_0|$, много большей доплеровской ширины, $dW/d\omega$ снова переходит в формулу (1.87), где, в свою очередь, в знаменателе можно пренебречь $\gamma^2/4$ по сравнению с $(\omega - \omega_0)^2$. Обычно доплеровскую ширину можно не принимать во внимание лишь при концентрации газа $N \gtrsim 10^{20} \text{ см}^{-3}$.

Коэффициент поглощения излучения определяется формулой

$$\kappa(\omega) = NW_0 \frac{\pi^2 c^2}{\omega_0^2} \cdot \frac{\Gamma/2\pi}{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2/4} = \frac{\lambda^2}{4} NW_0 \frac{\Gamma/2\pi}{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2/4}, \quad (1.91)$$

где Γ — полная ширина линии. Очевидно, в случае непрерывного спектра источника форма линии поглощения совпадает с формой линии испускания. Данная формула написана для случая, когда доплеровским уширением можно пренебречь (для простоты), например при низких температурах и тяжелых элементах.

Можно ввести понятие эффективного сечения поглощения фотона, поделив коэффициент поглощения на число атомов в единице объема. В центре линии поглощения $\sigma_{\text{ф}} = \lambda^2 W_0 / 2\pi\Gamma$. При малой

частоте столкновений для перехода из основного состояния в первое возбужденное (не считая оптически запрещенных) $\Gamma = W_0$ и $\sigma_{\Phi} = \lambda^2/2\pi$. Это сечение очень велико, порядка $10^{-11} - 10^{-10} \text{ см}^2$, следовательно, формально получается, что длина пробега фотона при атмосферном давлении меньше размера атома. Даже если в Γ включить доплеровскую ширину (это можно делать с малой погрешностью, пока $|\omega - \omega_0| \sim \Gamma$), то при атмосферном давлении все же длина пробега фотона примерно равна среднему расстоянию между атомами. Таким образом, излученный фотон поглощается одним из ближайших атомов, если он был излучен с частотой, отличающейся от ω_0 не более чем Γ . Однако если расстояние между атомами оказывается меньше, чем $\lambda/2\pi$, то более эффективным процессом передачи энергии от одного атома к другому, соседнему, оказывается диполь-дипольное взаимодействие между атомами.

Следовательно, излучение резонансной частоты ω_0 с точностью порядка Γ очень интенсивно поглощается. Если возбуждаются уровни выше первого резонансного, то далее атом может излучить фотон меньшей энергии, который, не будучи резонансным, свободно проходит через газ.

Рассмотрим подробнее диполь-дипольное взаимодействие. Сечение передачи возбуждения от одного атома к другому (оно же определяет уширение спектральной линии) определяется формулой

$$\sigma_{\Pi} \simeq 2\pi d^2 e^2 / (\hbar v), \quad (1.92)$$

где d — дипольный момент перехода атома, через который выражается вероятность спонтанного излучения в формуле (1.86); v — скорость относительного движения. Следовательно, частота перехода возбуждения от одного атома к другому, совпадающая с уширением линии, вызванным этим процессом, равна

$$\Gamma_{\Pi} \approx 2\pi d^2 e^2 N / \hbar. \quad (1.93)$$

Величина Γ_{Π} не зависит от скорости относительного движения и, следовательно, от температуры газа. При неподвижных атомах оператор энергии взаимодействия возбужденного атома с ближайшим, находящимся на расстоянии R :

$$\hat{V} = e^2 \hat{d}^2 \sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta} / R^3, \quad (1.94)$$

где θ — угол между дипольным моментом перехода и линией, соединяющей ядра. Если заменить операторы матричными элементами перехода, то получится частота обмена возбуждениями между соседними атомами, умноженная на \hbar .

Проблема распространения возбуждения в газе через дипольное взаимодействие до настоящего времени не решена. Однако ясно, что так как $1/R^3 \sim N$, то ширина линии, обусловленная обменом возбуждениями при неподвижных атомах, тоже порядка Γ_{Π} . Если бы атомы были выстроены в кристаллическую решетку, то такие возбуждения образовали бы экситоны Френкеля. Возбуждения в такой системе передвигались бы подобно частицам с постоян-

ной скоростью в зависимости от их энергии, занимающей некоторую полосу шириной $\sim \Gamma_{\pi} \hbar$. Однако максимальная скорость должна быть примерно $N^{-1/3} \Gamma_{\pi}$, т. е. $\sim 2\pi d^2 e^2 N^{2/3} / \hbar$. Это даже при атмосферном давлении очень маленькая скорость — меньше 10^6 см/сек. В газе, когда атомы расположены беспорядочно, такие экситоны сильно рассеиваются. Поэтому распространение возбуждения должно происходить, по-видимому, по закону диффузии. Коэффициент диффузии тогда должен быть примерно равен $N^{-2/3} \Gamma_{\pi} \approx 2\pi e^2 d^2 N^{1/3} / \hbar$. При атмосферном давлении эта величина составляет около $10^{-1} - 10^{-2}$ см²/сек. Это также очень маленький коэффициент диффузии, чтобы играть существенную роль в разряде.

Как будет показано ниже, основной механизм распространения возбуждения идет через излучение на «крыльях» спектральной линии. Пока же выразим Γ_{π} через вероятность спонтанного излучения в единицу времени $W_0 \equiv W_{ab}$, используя формулу (1.93):

$$\Gamma_{\pi} = \frac{3\pi}{2} \left(\frac{\lambda}{2\pi} \right) N W_0. \quad (1.95)$$

Из этой формулы следует, что коэффициент поглощения, определенный (1.91), вблизи резонанса равен

$$\kappa(\omega_0) = N W_0 \lambda^2 / [2\pi (\Gamma_{\pi} + \gamma)], \quad (1.96)$$

где γ — радиационная ширина плюс доплеровская ширина. Так как всегда $\gamma > W_0$, то из этой формулы следует, что $[\kappa(\omega_0)]^{-1}$ — длина пробега фотона — всегда больше величины $3\lambda/8\pi$. Кроме того, $N^{1/3}/\kappa(\omega_0) \geq \sqrt{3\gamma/2W_0} + 3/16\pi$, т. е. отношение длины пробега фотона к среднему расстоянию между ближайшими атомами во всяком случае больше единицы.

На рис. 1.13—1.14 представлены данные по сечениям фотоионизации и фотопоглощения в некоторых газах.

Распространение возбуждения атомов через излучение. Рассмотрим сначала случай, когда $N (\lambda/2\pi)^3 \lesssim 1$. В противоположном случае, строго говоря, следует проводить макроскопическое рассмотрение. При выполнении же условия $N (\lambda/2\pi)^3 \lesssim 1$ распространение возбужденных атомов по газу определяется уравнением Бибермана — Холстейна:

$$\frac{\partial f_n(r, t)}{\partial t} = \int \frac{f_n(r', t) \kappa^2(\omega) \exp\{-\kappa(\omega) |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|\}}{(N\lambda^3/4) 4\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} d\mathbf{r}' d\omega - (W_0 + \beta) f_n(r, t) + \alpha_{0n} f_0(r, t). \quad (1.97)$$

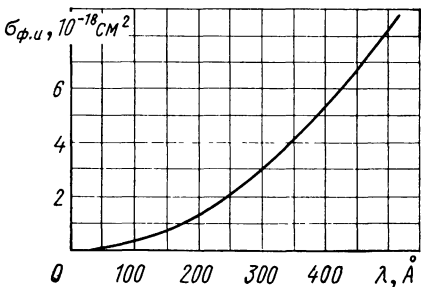
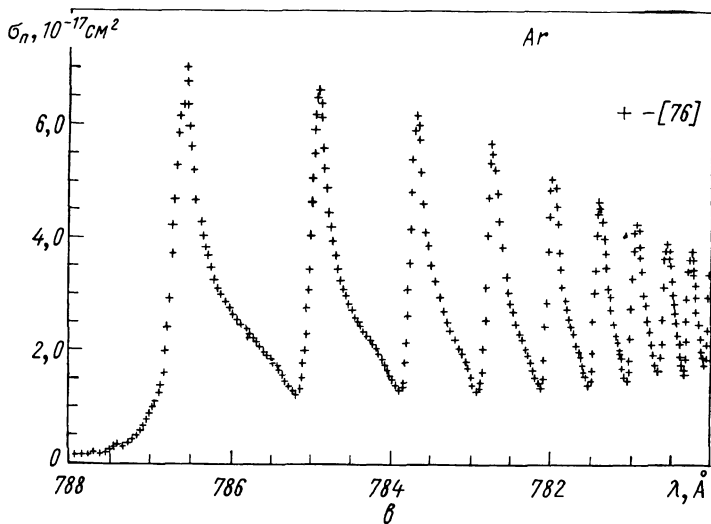
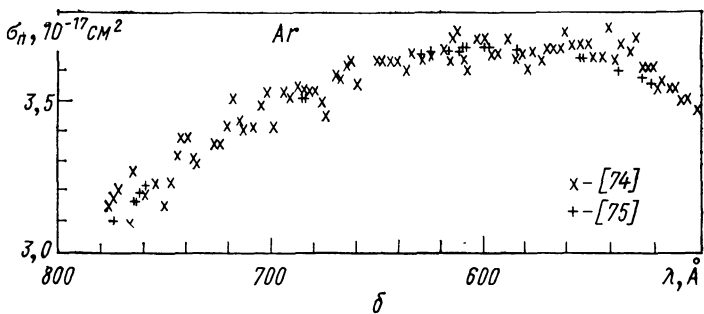
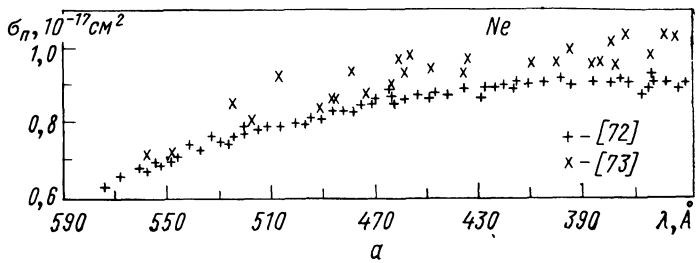


Рис. 1.13. Зависимость сечения фотоионизации He от длины волны фотона [71]



Напомним, что $\frac{\kappa(\omega)}{N\lambda^2/4} = \frac{dW}{d\omega}$ — определяемая формулой (1.91) вероятность излучения кванта с частотой ω , отнесенная к единичным интервалам частоты и времени. Поэтому первый член в правой части уравнения есть проинтегрированное по $d\mathbf{r}'$ число фотонов, испущенных в точке \mathbf{r}' и поглощенных в точке \mathbf{r} в единицу времени, которое отнесено к единицам объема соответственно в точках \mathbf{r}' и \mathbf{r} ; β — вероятность снятия возбуждения не в результате излучения, а каким, либо иным путем (вероятность тушения). Это может быть удар второго рода с электроном или атомом или, что для искрового разряда особенно интересно, столкновение возбужденного атома с нейтральным с образованием иона и электрона: $A^* + A = A_2^+ + e^-$.

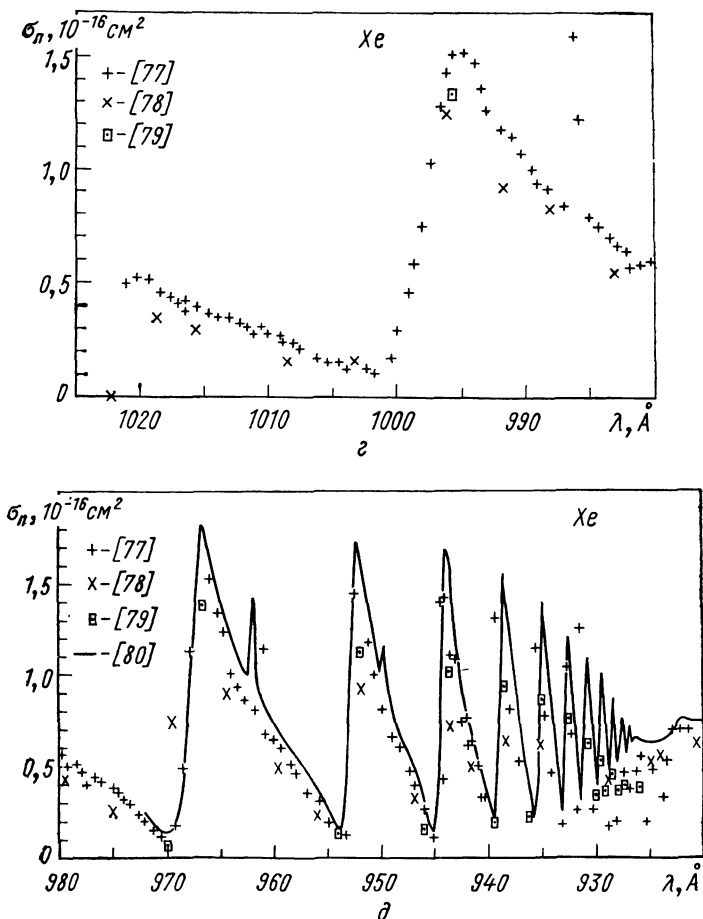


Рис. 1.14. Зависимость сечения фотопоглощения от длины волны фотона:
 а — Ne [72, 73]; б — Ar [74, 75]; в — Ar [76]; г — Xe [77–79]; д — Xe [77–80]

Последний неоднородный член в выражении (1.97) описывает образование возбужденных атомов в единицу времени в данном состоянии из остальных атомов. Обычно $f_0 = N$, а α_{0n} — коэффициент возбуждения электронами. Если известно решение линейного интегродифференциального уравнения, когда неоднородный член есть $\delta(\omega) \delta^3(\mathbf{r})$ (функция Грина данного уравнения), то всегда можно написать и решение с произвольным неоднородным членом. Однако прежде чем решать уравнение (1.97), желательно знать, что представляет собой его ядро как функция $|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|$, т. е. произвести интегрирование по ω . Так как в центре линии коэффициент поглощения очень велик, а здесь только такой случай представляет интерес, то для $|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|$, намного превышающем длину пробега фотона вблизи центра линии, экспоненциальный множитель можно считать приближенно нулем. Вдали же от центра линии $\kappa(\omega) \approx \kappa(\omega_0) \cdot (\Delta\omega)^2/(\omega - \omega_0)^2$, где приближенно

$$(\Delta\omega)^2 = (\Gamma/2) \sqrt{\gamma_D^2/(\pi \ln 2) + \Gamma^2/4}; \quad (1.98)$$

γ_D — доплеровская полуширина линии. Но

$$\kappa(\omega) \sim N \frac{\lambda^2}{4} W_0 \frac{\Gamma/2\pi}{(\omega - \omega_0)^2}, \quad (1.99)$$

т. е. при $(\omega - \omega_0)$, значительно превышающем полуширину линии $\kappa(\omega)$ не зависит от доплеровской ширины линии.

Подставляя асимптотическое выражение для $\kappa(\omega)$ в выражение для ядра уравнения и производя интегрирование, получаем:

$$\begin{aligned} \mathcal{Y}(|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\kappa^2(\omega) \exp\{-\kappa(\omega)|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|\}}{N\lambda^2\pi|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|^2} d\omega = \\ &= \frac{(W_0 \Gamma/2)^{1/2}}{(N\lambda^2)^{1/2} 4\pi|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|^{7/2}}. \end{aligned} \quad (1.100)$$

Эта зависимость справедлива, пока

$$|\mathbf{r}' - \mathbf{r}| \gg 4\pi \sqrt{\frac{\gamma_D^2}{\pi \ln 2} + \frac{\Gamma^2}{4}} / W_0 N\lambda^2.$$

Ядро должно удовлетворять условию сохранения: число поглощенных фотонов равно числу испущенных фотонов. Для этого потребуем выполнения равенства $\int \mathcal{Y}(\rho) 4\pi\rho^2 d\rho = W_0$, которое можно удовлетворить, положив

$$\mathcal{Y}(|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|) = \frac{(W_0 \Gamma/2)^{1/2}/(N\lambda^2)^{1/2}}{4\pi|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|^2 [2\Gamma/(W_0 N\lambda^2) + |\mathbf{r}' - \mathbf{r}|]^{3/2}}. \quad (1.101)$$

Если доплеровская полуширина линии γ_D не слишком сильно превосходит сумму естественной полуширины и Γ_{π} , т. е. Γ , то, вероятно, приведенное выражение для $\mathcal{Y}(r)$ вполне годится для ка-

чественного описания распространения возбуждений. В интересующем нас случае достаточно будет и выражения (1.100). Действительно, резонансное излучение представляет большой интерес для газового разряда, когда оно может быть причиной вторичных процессов. Такими процессами, обеспечивающими появление вторичных электронов позади прошедшего первичного электрона, который является причиной рассматриваемого излучения, могут быть ионизация газа вследствие процесса $A^* + A = A_2^+ + e^-$ и вырывание электронов из катода. В любом случае представляет интерес излучение, распространяющееся далеко, во всяком случае на расстояния, намного превышающие длину пробега фотона в центре линии поглощения. Процесс образования молекулярного иона, удары второго рода (сверхупругие) с электронами и атомами или молекулами, излучение с переходом на нижележащий возбужденный уровень, если данный уровень не является первым возбужденным уровнем, приводят к конечному времени жизни данного возбужденного состояния.

В представляющих интерес случаях это время сравнимо с временем передачи возбуждения через излучение между атомами. Как уже говорилось выше, эти процессы описываются коэффициентом β в уравнении Бибермана — Холстейна (1.97). В основном атом излучает фотоны с частотой, близкой к ω_0 , отличающейся от нее на величину порядка ширины линии. Такие фотоны интенсивно поглощаются. Действительно, согласно выражению (1.96), длина пробега фотона при $\omega \approx \omega_0$

$$\kappa^{-1} = 2\pi\Gamma / (W_0\lambda^2 N) \ll 1/\sigma N,$$

где $1/\sigma N$ — длина пробега электронов; σ — полное сечение рассеяния, которое для энергий порядка 1 эв имеет значение $\sim 10^{-15} \text{ см}^2$, в то время как $W_0\lambda^2/2\pi\Gamma \sim 10^{-13} \text{ см}^2$. При больших давлениях в качестве Γ можно взять Γ_{II} (1.95), и тогда $\kappa^{-1} \approx 3\lambda/8\pi \sim 10^{-6} \text{ см}$ независимо от концентрации газа.

Для того чтобы при давлениях порядка $0,1 \text{ мм рт. ст.}$ или выше фотон прошел «макроскопическое расстояние» без поглощения, его частота должна отличаться от частоты центра линии на величину, во много раз превосходящую ширину линии. За время существования данного возбуждения, т. е. за время порядка β^{-1} , такой случай может произойти практически один раз. Излучение и поглощение происходят в основном в пределах ширины линии, и возбуждение остается в пределах расстояния порядка κ^{-1} от места возникновения, пока не прекратит свое существование вследствие какого-либо из описанных процессов (удара второго рода, химической реакции с образованием молекулярного иона или расщепления молекулы и т. п.). Лишь ничтожная часть возбужденных атомов излучит фотоны с частотой, сильно отличающейся от центра линии. Эти фотоны, имея большой пробег, могут поглотиться на большом расстоянии от источника излучения. Они и определяют функцию распределения поглощения фотонов в зависимости от расстояния от точечного ис-

точника. Эта функция практически определяется формулой (1.100), только $Y(r)$ нужно умножить на количество возбужденных атомов в точке излучения. Так как почти все излученные фотоны в силу вышесказанного практически поглощаются соседним атомом, количество излучающих атомов уменьшается только вследствие тушения, определяемого коэффициентом β . Таким образом, интенсивность какого-либо частного процесса тушения резонансного излучения в зависимости от расстояния от источника на один возбужденный атом определится формулой

$$\beta_s f(r, t) = \beta_s e^{-\beta t} \frac{(W_0 \Gamma/2)^{1/2}}{(N\lambda^2)^{1/2} 4\pi r^2}, \quad (1.102)$$

где β_s — вероятность на единицу времени того, что возбужденный атом снимет свое возбуждение за счет данного s -го процесса.

Если же интенсивность всех процессов, тушащих резонансное излучение, очень мала, то уравнение (1.97) можно написать в виде

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \int \frac{\left[\left(\frac{W_0 \Gamma}{2} \right)^{1/2} / (N\lambda^2)^{1/2} \right] [f(r') - f(r)] dr'}{4\pi |\mathbf{r}' - \mathbf{r}|^2 \left[2 \frac{\Gamma}{W_0 N\lambda^2} + |\mathbf{r}' - \mathbf{r}| \right]^{3/2}} - \beta f. \quad (1.103)$$

Тогда, используя соображения размерности, можно получить

$$\beta_s f(r, t) = \left(\frac{N\lambda^2}{W_0 \Gamma t^2} \right)^3 \Phi \left(\frac{N\lambda^2 r}{W_0 \Gamma t^2} \right) e^{-\beta t} \beta_s,$$

где функция Φ должна быть найдена из решения уравнения (1.103). Пока же о $\Phi(x)$ можно лишь сказать, что она порядка единицы, когда ее аргумент порядка единицы и асимптотически приближается к формуле (1.102) по мере возрастания x . Кроме того, приведенные выражения справедливы лишь для $W_0 t \gg 1$.

Как уже говорилось, в изложенной выше теории предполагалось, что $N(\lambda/2\pi)^3 \lesssim 1$. Если это не так, то вследствие сильного диполь-дипольного взаимодействия атомов поле, действующее от соседних атомов, возбуждаемых электромагнитной волной, сравнимо с полем самой волны. В этом случае, вообще говоря, следует пользоваться формулами макроскопической электродинамики, согласно которой коэффициент поглощения излучения

$$\kappa(\omega) = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{2(\sqrt{\epsilon'^2 + \epsilon''^2} - \epsilon')}, \quad \epsilon = \epsilon' + i\epsilon'', \quad (1.104)$$

где ϵ — диэлектрическая проницаемость, зависящая от ω ; она выражается через поляризуемость α по формуле Клаузиуса — Мосотти (или Лоренц — Лорентца):

$$\epsilon = (1 + 8\pi N\alpha/3)/(1 - 4\pi N\alpha/3), \quad (1.105)$$

Если $4\pi N|\alpha| < 1$, то $\varepsilon = 1 + 4\pi N\alpha$. В этом случае $\varepsilon'' < \varepsilon'$, $\varepsilon' \approx 1$ и $\kappa(\omega) = 2\pi\varepsilon''/\lambda = 8\pi^2 N\alpha''/\lambda$, где

$$\alpha = \alpha' + i\alpha'' = \frac{\lambda^3}{32\pi^3} \cdot \frac{W_0 [(\omega_0 - \omega) + i\Gamma/2]}{(\omega_0 - \omega)^2 + \Gamma^2/4}. \quad (1.106)$$

Поэтому для $\kappa(\omega)$ и соответственно для $\mathcal{Y}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)$ получаются прежние формулы.

Поставленное выше условие $N(\lambda/2\pi)^3 \leq 1$ по существу эквивалентно более точному условию $4\pi N|\alpha| \leq 1$ для центра спектральной линии. По мере увеличения $N \Gamma \rightarrow \Gamma_{\text{п}} \approx e^2 d^2 N/\hbar$. Так как

$$W_0 = \frac{4}{3} \cdot \frac{e^2 d^2}{\hbar} \cdot \frac{(2\pi)^2}{\lambda^3},$$

то в центре линии с ростом $N \rightarrow i \cdot 32\pi/3$. Коэффициент поглощения стремится к величине порядка $2\pi/\lambda$. Однако как было установлено выше, возбуждение распространяется за счет излучения на крыльях линии, когда длина пробега фотона $\kappa^{-1}(\omega)$ много больше, чем в центре линии, где она при больших N порядка длины волны (формально). Используя формулы для α , $\Gamma_{\text{п}}$, κ , легко получить, что при $\kappa\lambda \ll 1$ всегда $4\pi N|\alpha| \ll 1$ и все формулы, приведенные для $N(\lambda/2\pi)^3 \lesssim 1$, оказываются справедливыми и для $N(\lambda/2\pi)^3 > 1$.

1.12. Отрицательные ионы. Образование и разрушение

Количество отрицательных ионов в самостоятельном или дуговом разряде относительно мало. Действительно, согласно закону действующих масс, равновесное количество отрицательных ионов

$$N_i^- = N_e N \left(\frac{2\pi\hbar^2}{mT_e} \right)^{3/2} \frac{g_a}{g_i^-} e^{\varepsilon^-/T_e}, \quad (1.107)$$

где N_i^- , N_e и N — количество отрицательных ионов, электронов и атомов (молекул) соответственно в единице объема; T_e — температура электронов в энергетических единицах; g_a и g_i^- — статистические веса атома и отрицательного иона соответственно; ε^- — энергия связи электрона с атомом в отрицательном ионе. Если подставить в эту формулу $T_e \simeq 1$ эв, $\varepsilon^- \sim 1$ эв, то для $N \simeq 10^{19}$ см⁻³ отношение $N_i^-/N_e \simeq 10^{-3} \div 10^{-2}$. Экспоненциальный множитель в этих условиях не играет большой роли. Однако при остывании плазмы или в условиях некоторых несамостоятельных разрядов, когда $T_e \lesssim 0,1$ эв, при $\varepsilon^- \approx 1$ эв отношение N_i^-/N_e становится иногда много больше единицы в равновесии. Тогда это существенно сказывается на электропроводности газа при той же степени ионизации вследствие уменьшения концентрации свободных электронов.

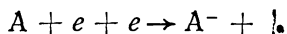
В электроотрицательных газах, когда ε^- особенно велика, при низких температурах почти все электроны связываются с атомами или молекулами. В последнем случае электропроводность газа определяется подвижностью отрицательных ионов, которая порядка под-

вижности положительных ионов, т. е. очень мала в силу их большой массы.

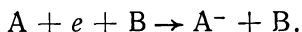
Отрицательные ионы образуются в плазме путем прилипания электрона к атому или молекуле с излучением фотона — фотоприлипание:



или в результате тройного столкновения молекулы с двумя электронами, одному из которых передается избыточная энергия:



Может также образоваться отрицательный ион и при столкновении электрона и двух атомов или молекул:



Скорости таких процессов часто легче оценивать через обратный процесс, используя принцип детального равновесия.

Для случая фотоприлипания соотношение между сечениями фототрыва и фотоприлипания аналогично соотношению между сечениями фотоионизации и рекомбинации электрона с положительным ионом с излучением фотона:

$$\sigma_{\text{ф.п}} = \sigma_{\text{ф.р}} \hbar^2 \omega^2 / (2mc^2 \varepsilon), \quad (1.108)$$

где $\hbar\omega = \varepsilon^- + \varepsilon$; ε — энергия освобождающегося электрона при фотораспаде или соответственно энергия прилипающего электрона с излучением фотона с энергией $\hbar\omega$.

Вычисление одного из этих сечений сводится к вычислению матричного элемента дипольного момента перехода электрона из связанного состояния в свободное. Эти вычисления относительно надежны лишь при очень малых, меньше 1 эв, энергиях связи электрона в отрицательном ионе. Экспериментально бывает известно иногда одно из этих сечений.

В отличие от случая фотоионизации атомов, когда сечение вблизи порога конечно, сечение фотораспада вблизи порога процесса стремится к нулю как $\varepsilon^{2l+1/2}$, где l — момент количества движения отрываемого электрона в единицах \hbar (орбитальный момент). Однако для $l = 0$ пороговый закон совпадает с $l = 1$.

Экспериментально наблюдаемые сечения фотораспада отрицательных ионов быстро возрастают по мере удаления от порога, после чего они достигают пологого максимума при $\hbar\omega = 2\varepsilon^-$. Значения сечений фотораспада порядка $10^{-17} - 10^{-16} \text{ см}^2$, в максимуме при-близительно обратно пропорциональны $(\varepsilon^-)^{3/2}$. Для H^- ($\varepsilon^- = 0,745 \text{ эв}$) сечение $\sigma_{\text{ф.р}} \approx 4 \cdot 10^{-17} \text{ см}^2$ в районе максимума. Соответственно сечение фотоприлипания, согласно выражению (1.108), порядка $10^{-21} - 10^{-20} \text{ см}^2$. Этот процесс в принципе может привести к концентрации отрицательных ионов, значительно превосходящей равновесную. Действительно, благодаря фотопрозрачности

газа для фотонов этих энергий плотность фотонов не достигает равновесного состояния и обратный процесс фотораспада идет значительно медленнее, чем в равновесии, соответствующем данной температуре электронов.

Образование отрицательных ионов при тройных соударениях двух электронов с атомом или двух атомов и электрона пропорционально соответственно величинам $\gamma_e N_e^2 N$ и $\gamma_a N_e N^2$. Коэффициенты γ можно найти из принципа детального равновесия по обратной реакции в парном соударении. Здесь ограничимся определением коэффициентов γ (интегральных), при наличии равновесного больцмановского распределения. В равновесии количество образующихся отрицательных ионов должно равняться количеству разрушаемых детально обратным процессом в единицу времени:

$$\begin{aligned} \gamma_e N_e^2 N &= N_e N_i^- \int_{\epsilon^-}^{\infty} \frac{2\sqrt{2} e^{-\epsilon/T_e}}{\sqrt{\pi m T_e^3}} \epsilon \sigma_p(\epsilon) d\epsilon \approx \\ &\approx N_e N_i^- \int_{\epsilon^-}^{\infty} \frac{2 \exp(-\epsilon/T_e)}{\sqrt{\pi m T_e^3}} \sigma_0(\epsilon - \epsilon^-) d\epsilon \approx \\ &\approx N_e N_i^- \exp(-\epsilon^-/T_e) \sigma_0 \sqrt{8T_e/\pi m}. \end{aligned} \quad (1.109)$$

Здесь T_e — температура электронов; $\sigma_p(\epsilon)$ — сечение разрушения отрицательного иона как функция энергии электронов ϵ , аппроксимированное функцией $\sigma_p(\epsilon) = \sigma_0(\epsilon - \epsilon^-)/\epsilon$, что допустимо, если значение энергии, при которой $\sigma(\epsilon)$ достигает максимума, приблизительно равно σ_0 , значительно превышает температуру электронов. В практически интересных случаях это так и есть. Например, по расчетам Б. М. Смирнова и М. И. Чибисова [81], по-видимому, наиболее точным для отрицательного иона атома водорода это значение энергии равно примерно 15 эв — в 20 раз больше энергии связи! При этом $\sigma_0 \approx 6,6 \cdot 10^{-15} \text{ см}^2$. Далее, чтобы получить выражение для γ_e , нужно подставить в выражение (1.109) равновесное значение для N_i^- из формулы (1.107), тогда

$$\gamma_e \approx 8\pi \hbar^3 \sigma_0 / m^2 T_e. \quad (1.110)$$

Аналогичным образом получается коэффициент γ_a для образования отрицательных ионов при тройных соударениях электрона и двух атомов. Здесь, однако, требуются оговорки: Во-первых, температура электронов должна быть равна температуре ионов и атомов. Иначе нельзя пользоваться формулой (1.107) для равновесного состояния, так как в обратном процессе расходуется энергия относительного движения отрицательного иона и атома. Во-вторых, эффективным порогом реакции часто является энергия относительного движения иона и атома, равная не энергии отрыва электрона, а большей величине, соответствующей пересечению термов сближения двух нейтральных атомов и атомов с отрицательным ионом. Если

точка пересечения находится при энергии менее энергии отрыва электрона, то в процессе столкновения возможно образование молекулы. В этом случае, а также когда температура электронов значительно выше температуры газа, расчет скорости прилипания электро-

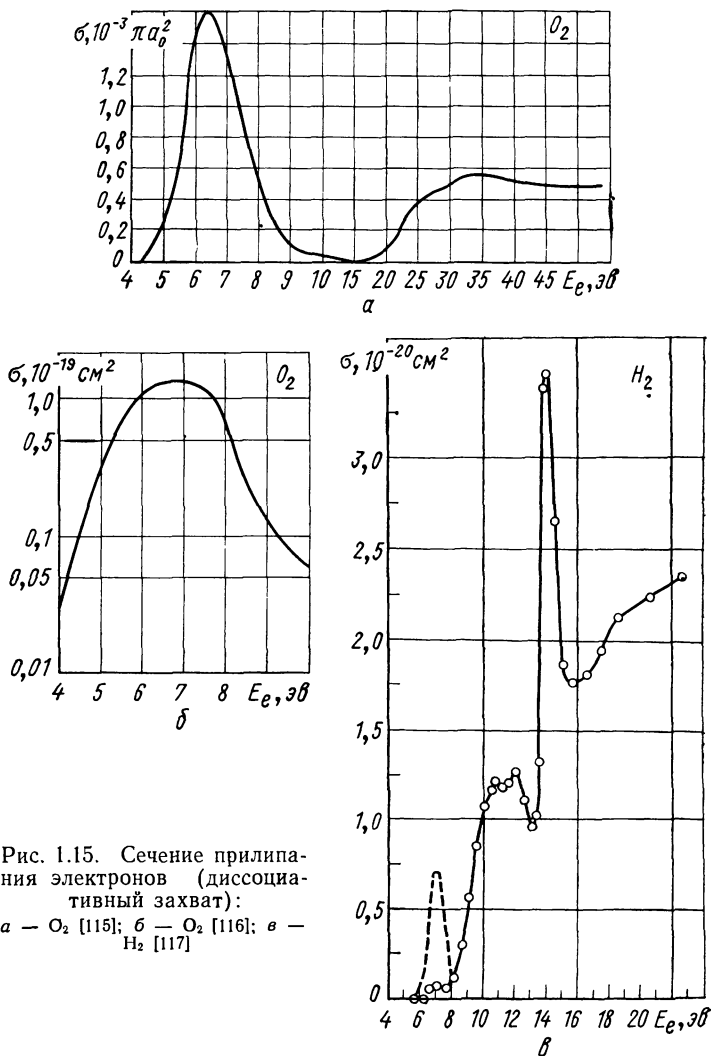


Рис. 1.15. Сечение прилипания электронов (диссоциативный захват):
 a — O_2 [115]; b — O_2 [116]; v — H_2 [117]

нов этим механизмом существенно усложняется. (Обычно этот механизм в таких случаях оказывается несущественным.) Если данные оговорки не мешают, то сечение разрушения практически точно имеет вид

$$\sigma_p = \pi R_p^2 (1 - \varepsilon_p / \varepsilon), \quad (1.111)$$

где R_p — расстояние между атомом и отрицательным ионом, при котором происходит разрушение иона; ε_p — энергия взаимодействия атома и отрицательного иона на расстоянии R_p . Тогда

$$\begin{aligned} \gamma_a N_e N^2 &= N_i^- N \int_{\varepsilon_p}^{\infty} \frac{\exp(-\varepsilon/T) \cdot 2\sqrt{2} \pi R_p^2}{\sqrt{\pi \mu T^3}} (\varepsilon - \varepsilon_p) d\varepsilon = \\ &= N_i^- N \sqrt{8T/\pi \mu} \pi R_p^2 \exp(-\varepsilon_p/T), \end{aligned}$$

где μ — приведенная масса иона и атома. Подставляя выражение (1.107), получаем

$$\gamma_a = \frac{8\pi \hbar^3 \pi R_p^2 g_a}{m^{3/2} \mu^{1/2} T g_i^-} \exp\left(-\frac{\varepsilon_p - \varepsilon^-}{T}\right). \quad (1.112)$$

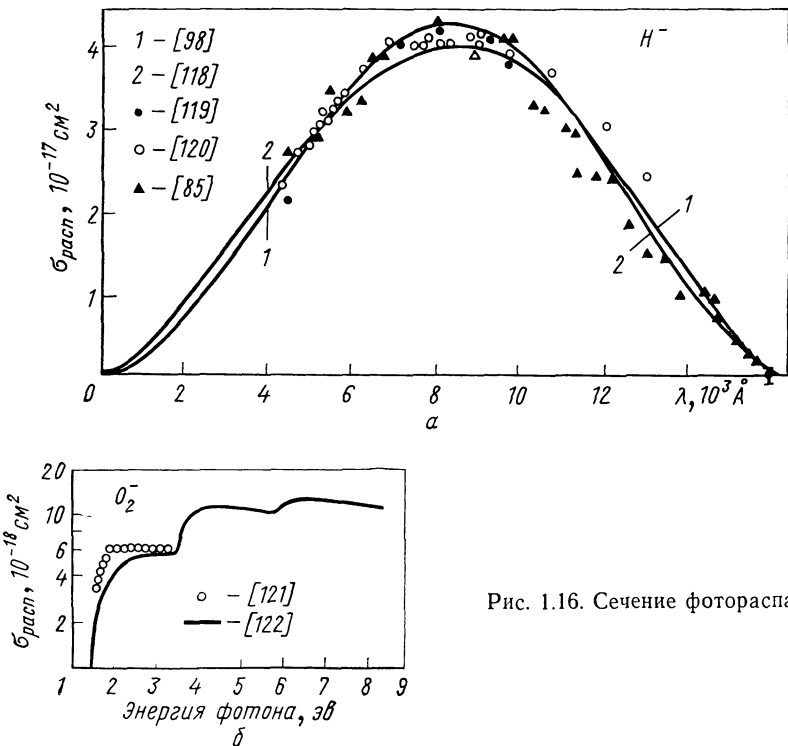
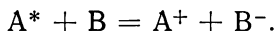


Рис. 1.16. Сечение фотораспада

Помимо рассмотренных здесь процессов образования отрицательных ионов в тройных и парных соударениях с излучением фотона имеется, по-видимому, гораздо более эффективный механизм образования отрицательных ионов в парных соударениях возбужденных атомов с атомом в основном состоянии, когда энергия отрыва электрона от возбужденного атома близка к энергии отрыва его от

отрицательного иона. При этом происходит как бы близкая к резонансной перезарядка электрона с атома, где он находится в возбужденном состоянии, на нейтральный атом с образованием отрицательного и положительного ионов:



Сечение такого процесса должно быть порядка $10^{-15} - 10^{-14} \text{ см}^2$. Однако для того чтобы этот процесс был эффективен, необходима

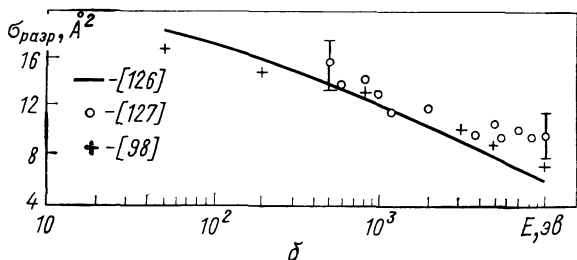
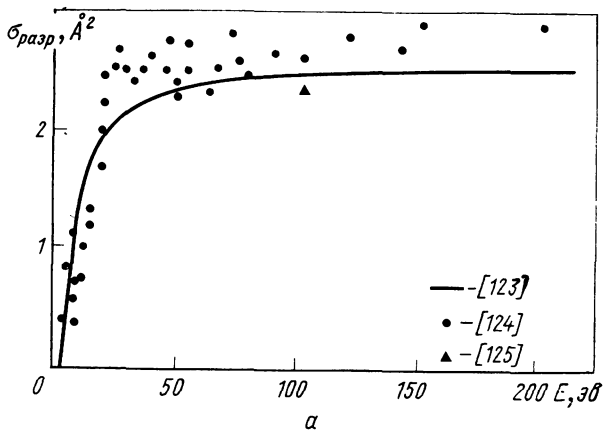


Рис. 1.17. Сечение разрушения отрицательного иона при соударениях H^- с He (а) и H^- с H (б)

достаточно большая концентрация газа, такая, чтобы возбужденный атом испытал столкновения раньше, чем он перешел бы в другое состояние, излучив фотон. Если это состояние не метастабильное, то должно быть $N \gg 10^{17} \text{ см}^{-3}$, т. е. давление более $\sim 10 \text{ мм рт. ст.}$

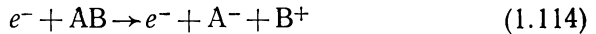
В молекулярных газах помимо указанных выше процессов образования отрицательных ионов тех же молекул имеются процессы, ведущие к образованию отрицательных ионов меньшего молекулярного веса, например атомарных. Это главным образом столкновения электронов с молекулами, в результате которых образуются отрицательные ионы в реакциях



Энергия связи электрона в отрицательных ионах газов

| Ион | Энергия связи, <i>эв</i> | Литература | Ион | Энергия связи, <i>эв</i> | Литература | |
|-----------------|-----------------------------|------------|-------------------------------|-----------------------------|-------------|-------|
| H ⁻ | 0,747 | [82] | H ₂ ⁻ | Не существует | [82] | |
| | 0,77 ± 0,02 | [83] | | C ₂ ⁻ | 3,1 | [82] |
| | 0,8 ± 0,1 | [84] | 3,5 | | [85] | |
| | 0,776 ± 0,020 | [85] | O ₂ ⁻ | | 0,87 ± 0,13 | [82] |
| | 0,75416 | [86] | | 0,43 | [99—101] | |
| He ⁻ | 0,19 | [87] | | 0,44 | [102] | |
| C ⁻ | 2,1 ± 0,1 | [82] | | 0,45 | [103] | |
| | 1,12 ± 0,06 | [88] | | 0,46 | [104] | |
| N ⁻ | 1,24 | [87] | H ₂ O ⁻ | ≥ 0,58 | [105] | |
| | 0,54 | [89] | | 0,9 | [106] | |
| | 0,19 | [90] | | O ₃ ⁻ | 2,89 | [82] |
| | 0,15 | [91] | | | 1,9 | [107] |
| | 0,05 | [87] | | | 2,1 | [108] |
| O ⁻ | Не существует | [92—97] | | 2,0 | [109] | |
| | 1,465 ± 0,005 | [88] | | ≥ 1,96 | [110] | |
| | 1,47 | [87] | | ≥ 1,46 | [111] | |
| Ne ⁻ | Не существует | [87] | CO ₂ ⁻ | 1,0 | [85] | |
| Ar ⁻ | То же | [98] | | 3,8 | [82] | |
| Kr ⁻ | » | [98] | NO ⁻ | 0,02 | [112] | |
| Xe ⁻ | » | [98] | | ≥ 0,09 | [110] | |
| | | | SF ₆ ⁻ | 1,4 | [113, 114] | |

и



(естественно, возможно $A = B$). Образование отрицательного иона в реакции (1.113) связано с резонансным процессом образования промежуточного состояния — квазистационарного отрицательного иона молекулы $(AB)^-$. Это состояние (электронное) имеет определенную обычно довольно большую ширину Γ , связанную с возможностью распада в начальное состояние. Обычно при распаде $(AB)^- \rightarrow (AB) + e^-$ молекула оказывается в колебательно-возбужденном состоянии, и поэтому основным механизмом потери энергии электронами является возбуждение молекулярных колебаний. Соответствующая ширина электронного уровня отрицательного иона $(AB)^-$ имеет значение, характерное для ширины, связанной с оже-эффектом, т. е. порядка $10^{13} - 10^{14} \text{ сек}^{-1}$. Такого же порядка и скорость распада $(AB)^- \rightarrow A^- + B$, если он имеет место. Сечение захвата электрона в максимуме обычно порядка 10^{-15} см^2 .

Процесс (1.114) есть просто возбуждение молекулы в электронное состояние, которое приводит к распаду на отрицательный и положительный ионы. Сечение процесса имеет такое же значение, как обычные сечения возбуждения электронных состояний (порядка 10^{-16} см^2 в максимуме).

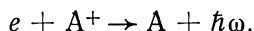
В табл. 1.5 представлены данные по энергиям связи электрона в отрицательных ионах некоторых газов.

На рис. 1.15—1.17 приведены некоторые экспериментальные данные о сечениях образования и разрушения отрицательных ионов.

1.13. Рекомбинация ионов и электронов

Рекомбинация электронов с ионами — это процесс, в результате которого происходит уничтожение, т. е. взаимная нейтрализация электрона и иона, пары электрон — ион. Существует много механизмов рекомбинации. В зависимости от условий тот или другой из них играет основную роль. Рассмотрим последовательно эти механизмы.

Излучательная рекомбинация (фоторекомбинация). Это — процесс, обратный процессу фотоионизации атома или молекулы:

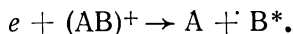


На основании принципа детального равновесия в разд. 1.10 была написана формула (1.85), выражающая сечение рекомбинации через сечение фотоионизации, которое сравнительно легко может быть измерено, и поэтому его можно считать известным. Сечение фоторекомбинации практически обратно пропорционально энергии относительного движения электрона в области энергий электронов порядка 1 эв и ниже. При энергии электрона 1 эв сечение фоторекомбинации порядка 10^{-21} см^2 .

Этот тип рекомбинации сравнительно редко является основным в условиях газового разряда. Действительно, пусть, например, концентрация ионов 10^{12} см^{-3} и средняя энергия электронов 1 эв. Тогда среднее время рекомбинации электрона с ионом будет порядка $(N_i \sigma_{\text{ф.р.}})^{-1} \approx 10 \text{ сек}$. В любой экспериментальной установке электроны уйдут на электроды или на стенки камеры за время на несколько порядков меньшее. При той же концентрации электронов, но при значительно большей концентрации нейтральных молекул или в случае, когда ионы — молекулярные, более эффективным является механизм рекомбинации, заключающийся в передаче энергии атому или молекуле в поле иона как третьему телу:



или диссоциативный механизм, в котором рекомбинация электрона с молекулярным ионом сопровождается развалом образовавшейся молекулы (обычно в возбужденном состоянии):



При больших концентрациях плазмы и более низких температурах интенсивнее протекает тройная, или ударная, рекомбинация с участием двух электронов.

Процесс, обратный ударной ионизации возбужденных атомов или молекул, — фоторекомбинация — может играть существенную роль при уменьшении концентрации плазмы в больших объемах,

например в верхних слоях атмосферы при высокой концентрации плазмы. В лабораторных или в атмосферных (молния) разрядах фоторекомбинация является источником непрерывного спектра излучения разряда.

Диссоциативная рекомбинация. Диссоциативная рекомбинация является процессом, обратным процессу ионизации при столкновении атомов или молекул. Такой процесс возможен, если относительная энергия сталкивающихся атомов или молекул превышает энергию, необходимую для образования ионизованного комплекса, и если имеет место пересечение или псевдопересечение термов ионизованного комплекса и исходных молекул при их сближении (последнее обычно и имеет место). Адиабатические термы при сближении двух атомов или молекул соответствуют (по крайней мере некоторые из них) возбуждению двух электронов, что, в свою очередь, соответствует автоионизационному состоянию. Примерный ход термов при сближении двух атомов изображен на рис. 1.18.

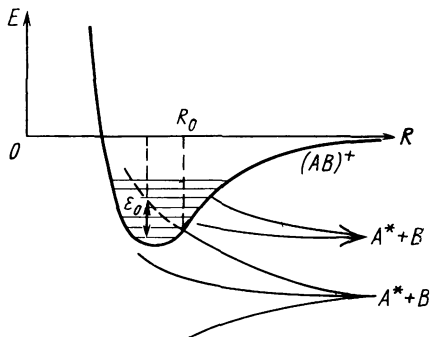


Рис. 1.18. Термы возбужденной молекулы АВ и ее иона $(AB)^+$.

R_0 — точка пересечения одного из термов молекулы с термом молекулярного иона; ϵ_0 — энергия освобожденного электрона в случае распада этого автоионизационного состояния при расстоянии R между ядрами, если молекулярный ион образуется в основном колебательном состоянии

Так как на самом деле имеют место псевдопересечения термов, а не пересечения, как изображено на рис. 1.18, то при очень малых скоростях относительного движения атомов А и В вероятность того, что система $A + B$ останется на адиабатическом терме, обычно мала. Действительно, речь идет об энергиях относительного движения атомов А и В, соответствующих несколько большим энергиям, чем энергия образования $(AB)^+$, т. е. энергии около 10 эв . Это соответствует скоростям относительного движения около 10^6 см/сек . Однако если система $A + B$ не перешла по пути в какое-либо состояние $A + B$, (AB) или, что наиболее вероятно, не прошла туда и обратно по адиабатическому терму, а прошла по адиабатическому терму автоионизационного состояния (пунктирная линия), то для образования $(AB)^+ + e$ еще необходимо, чтобы процесс автоионизации успел произойти, пока система находится в автоионизационном состоянии. В противном случае при обратном движении (увеличении R) система перейдет с наибольшей вероятностью в $(AB)^*$ или в $A^* + B$ ($A + B^*$). Поэтому сечения процесса $A + B \rightarrow (AB)^+ + e$ для таких скоростей относительного движения обычно малы ($\lesssim 10^{-20} \text{ см}^2$).

В силу принципа детального равновесия

$$\sigma_{\text{рек}} = \sigma (\epsilon_i + \epsilon) \mu / \epsilon m, \quad (1.115)$$

где $\sigma_{\text{рек}}$ — сечение диссоциативной рекомбинации; σ — сечение процесса $A + B \rightarrow (AB)^+ + e$; $\varepsilon_i + \varepsilon$ — кинетическая эфегрия относительного движения сталкивающихся атомов А и В, равная минимальной энергии этого процесса плюс энергия вылетающего электрона; μ — приведенная масса атомов А и В; m — масса электрона.

Вероятность процесса автоионизации, вообще говоря, увеличивается с ростом энергии вылетающего электрона, однако это достаточно быстрый процесс, и обычно энергия вылетающего электрона невелика (~ 1 эв). Существенным в формуле (1.115) является множитель $\mu/m \simeq 10^4 \div 10^5$. Поэтому сечение диссоциативной рекомбинации бывает довольно большим, порядка 10^{-16} см^2 , а иногда и 10^{-15} см^2 .

Если газ молекулярный, то при не слишком малых концентрациях обычно и ионы в основном молекулярные. Тогда диссоциативная рекомбинация является парной, так же как и фоторекомбинация, но идет она гораздо интенсивнее (на пять-шесть порядков величины интенсивнее фоторекомбинации), и потому может играть некоторую роль при деионизации плазмы в разряде даже в лабораторных условиях. Действительно, полагая концентрацию плазмы $N_e \approx 10^{12} \text{ см}^{-3}$, $\sigma_{\text{рек}} = 10^{-16} \text{ см}^2$ и среднюю скорость электронов $v_e \approx 10^7 \text{ см/сек}$, получаем для времени жизни иона по отношению к рекомбинации $(N_e v_e \sigma_{\text{рек}})^{-1} = (10^{12} \cdot 10^{-16} \cdot 10^7)^{-1} \simeq 10^{-3} \text{ сек}$, что уже может быть сравнимо с временем ухода ионов на электроды. Такого рода диссоциативная рекомбинация идет и в одноатомных газах при больших концентрациях, когда достаточно интенсивно образуются молекулярные ионы. Если последний процесс настолько интенсивен, что в основном ионы — молекулярные, то диссоциативная рекомбинация в одноатомных газах также является парной. Если ионы одноатомные, то время рекомбинации такого рода определяется временем образования молекулярного иона в тройном столкновении $A^+ + 2A$ плюс время рекомбинации молекулярного иона. Это время можно оценить по формуле $(10^{-38} \text{ см}^{-5} v N^2)^{-1}$. Здесь v — скорость, а N — концентрация атомов газа. Обычно оно и определяет время диссоциативной рекомбинации в одноатомных газах, если молекулярные ионы не образуются другим путем.

Другой возможный путь, который, как было показано в работе Э. Д. Лозанского [128], при больших концентрациях атомов газа является основным источником ионов, — появление молекулярных ионов при столкновении возбужденных атомов с невозбужденными через реакцию (1.79). Молекулярные ионы в одноатомных газах наблюдаются в больших относительных количествах при концентрациях нейтральных атомов выше 10^{16} см^{-3} . В этом случае парной диссоциативной рекомбинации подвергаются, естественно, только молекулярные ионы. При отсутствии процесса ионизации (1.79) молекулярных ионов очень мало, и обычно диссоциативной рекомбинацией можно пренебречь.

**Экспериментальные значения коэффициента диссоциативной
рекомбинации электронов и молекулярных ионов при
комнатной температуре электронов и ионов**

| Молекулярный ион | Коэффициент диссоциативной рекомбинации, $10^{-7} \text{ см}^3/\text{сек}$ |
|------------------|---|
| H_2^+ | 0,3 [129] |
| He_2^+ | 0,07 [130]; 0,17 [131]; 0,25 [132]; 0,1 [133]; 0,089 [134]; 0,013 [135]; 0,04 [136]; 0,08 [137]; 0,005 [138] |
| Ne_2^+ | 1,8 [133, 139]; 1,7 [140—142]; 1,1 [143]; 2,0 [144, 145]; 1,75 [146]; 2,3 [147]; 1,9 [148]; 1,6 [149] |
| Ar_2^+ | 6,5 [136]; 3,0 [140]; 5,0 [145]; 7,0 [150, 151]; 8,5 [152]; 11 [153]; 8,8 [154, 155]; 4,7 [156] |
| Kr_2^+ | 12 [136]; 6,0 [157]; 11 [158]; 6—12 [159] |
| Xe_2^+ | 14 [136, 160]; 23 [158, 159]; 20 [157] |
| He Ne^+ | 0,2 [161] |
| O_2^+ | 2,1 [155, 156, 162, 163]; 2,0 [164—166]; 1,0 [167]; 2,2 [168]; 1,9 [169, 170]; 3,0 [171] |
| O_4^+ | 23 при $T = 205^\circ\text{K}$ [168]; 12—24 при $T = 180^\circ\text{K}$ [172] |
| N_2^+ | 2—9 [164]; 1,8 [165]; 2,9 [173]; 1,9 [170]; 4,0 [174]; 5,9 [175]; 2,7 [176] |
| N_4^+ | 20 [173, 177]; 10 [175] |
| NO^+ | 3,4 [170]; 4,6 [178]; 5 [179]; 4,1 [180]; 2—3 [181]; 0,4—2 [182] |
| CO^+ | 6,8 [183] |
| CO_2^+ | 3,5 [170]; 3,8 [184] |

Скорость парной рекомбинации пропорциональна концентрации электронов и характеризуется коэффициентом рекомбинации:

$$\alpha_p = \langle \sigma_{\text{рек}} v_e \rangle, \text{ см}^3/\text{сек}, \quad (1.116)$$

где усреднение производится по скорости электронов. Обычно для фоторекомбинации $\alpha_p \approx 10^{-13} \text{ см}^3/\text{сек}$, а для диссоциативной рекомбинации $\alpha_p \approx 10^{-7} \text{ см}^3/\text{сек}$. В табл. 1.6 приведены экспериментальные значения коэффициента диссоциативной рекомбинации для молекулярных ионов некоторых газов.

Тройная ударная рекомбинация. При рекомбинации электрона с ионом выделяется энергия, которая должна как-то реализоваться. В рассмотренных примерах парной рекомбинации эта энергия уносилась в виде излученного фотона при фоторекомбинации или в виде кинетической энергии частей развалившейся молекулы при диссоциативной рекомбинации.

В случае тройной рекомбинации энергия рекомбинации передается третьей частице. При ударной рекомбинации такой частицей является один из электронов, взаимодействующих между собой в поле иона. В результате электрон, который потерял в достаточной мере кинетическую энергию, остается связанным с ионом, а электрон, который приобрел дополнительную энергию, улетает от иона. В общем случае это процесс, обратный процессу ионизации из возбуж-

денного состояния. Однако здесь в начальном и конечном состояниях присутствует разное количество взаимодействующих частиц. Поэтому принцип детального равновесия выглядит не так просто, поскольку нужно связывать коэффициенты, имеющие разную размерность. Действительно, скорость ионизации пропорциональна концентрации нейтральных атомов или молекул и концентрации электронов, тогда как скорость обратного процесса — тройной рекомбинации — пропорциональна концентрации ионов (равной концентрации электронов) и квадрату концентрации электронов, так как в этом процессе участвуют два электрона. Оба процесса дают вклад в изменение количества ионов, т. е. в величину dN_i/dt . Таким образом, первый коэффициент должен иметь размерность $см^3/сек$, а второй — $см^6/сек$. Характеризующий ионизацию коэффициент есть $\langle v_e \sigma_i \rangle$, где усреднение производится по функции распределения электронов, а под σ_i понимается сечение ионизации с соответствующего возбужденного уровня. Энергия электронов, которые могут ионизовать, должна быть не менее соответствующей энергии связи электрона в возбужденном атоме. Чем меньше энергия ионизации, тем больше σ_i и тем большее количество электронов принимает участие в ионизации, т. е. увеличивается $\langle v_e \sigma_i \rangle$. Поэтому в обратном процессе ударной рекомбинации основную роль играет рекомбинация на высоко возбужденные состояния атомов или молекул. В этом процессе нет порога энергии для электронов, участвующих в рекомбинации, в противоположность обратному процессу ионизации.

Если рекомбинация произошла на уровень возбуждения с энергией ионизации ниже средней энергии плазменных электронов, то в результате дальнейших столкновений с плазменными электронами рекомбинировавший электрон скорее всего будет сразу вновь выбит из атома или молекулы. Столкновения в этом случае парные, кинетическая энергия связанного электрона, равная в среднем его энергии связи, меньше (в среднем) кинетической энергии плазменных электронов. Поэтому связанный электрон в основном будет приобретать энергию при столкновениях с плазменными электронами, и процесс его ионизации произойдет за время гораздо меньшее, чем время рекомбинации иона, т. е. рекомбинации как будто не было. Напротив, если электрон при рекомбинации оказался на уровне, более глубоком по энергии, чем средняя кинетическая энергия плазменных электронов, то при взаимодействии с последними, в среднем, более вероятно, что атомный электрон отдаст часть своей энергии плазменному электрону и переместится на еще более глубокий уровень и т. д.

Тройная ударная рекомбинация играет роль лишь при больших концентрациях плазмы и при низкой температуре (средней кинетической энергии) электронов. Согласно сказанному, такая рекомбинация происходит в основном на уровне энергии, глубина которых порядка средней энергии плазменных электронов. (Вероятность обратного процесса — процесса ионизации — быстро падает по мере

увеличения энергии связи, когда последняя превышает среднюю энергию плазменных электронов.) Если эта энергия порядка $0,1 \text{ эв}$, то состояния электрона с соответствующей энергией связи можно считать квазиклассическими и весь процесс ударной рекомбинации можно рассматривать с позиций классической физики.

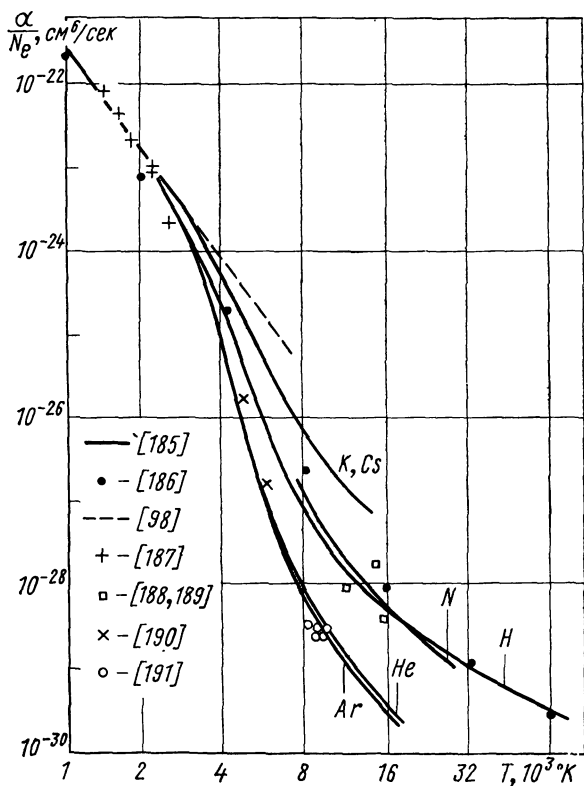


Рис. 1.19. Отношение коэффициента ударной рекомбинации электронов и атомных ионов к плотности электронов в зависимости от температуры

Если распределение электронов плазмы по энергиям характеризуется одной величиной, имеющей размерность энергии, например температурой T , то в нашем распоряжении имеются только три величины, из которых можно получить коэффициент тройной ударной рекомбинации, имеющий размерность $\text{см}^6/\text{сек}$ — это масса и заряд электрона и температура электронов. Из этих величин нельзя получить безразмерную величину. Поэтому буквенное выражение для коэффициента ударной рекомбинации определяется однозначно:

$$\beta = \text{const} \frac{e^{10}}{m^{1/2} (kT)^{9/2}} \quad (1.117)$$

Достаточно удовлетворительной теории, позволяющей определить константу в формуле (1.117), в настоящее время не существует. Разные авторы получают разные константы (задача трех тел классической механики). Во всяком случае она порядка единицы (по-видимому, больше единицы) и не содержит кулоновского логарифма.

Приведем теперь грубую оценку коэффициента ударной рекомбинации для многозарядного иона на основе приведенных выше соображений. Сечение столкновения двух электронов, обладающих энергией $\sim kT$, при котором один, находясь в поле иона, теряет

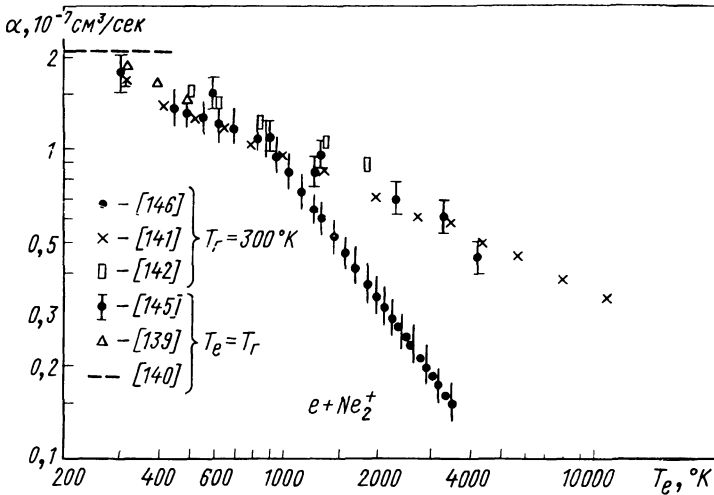


Рис. 1.20. Экспериментальная зависимость коэффициента диссоциативной рекомбинации молекулярного иона неона и электрона от температуры электронов

энергию $\sim kT$ и оказывается после этого в связанном состоянии с энергией связи того же порядка, приблизительно равно $\pi e^4 / (kT)^2$. Чтобы получить коэффициент ударной рекомбинации, нужно умножить это сечение на порядок величины скорости электронов и на «объем иона», поскольку столкновение должно произойти в области, где потенциальная энергия электрона не меньше kT . Этот объем примерно равен $4\pi Z^3 e^6 / 3(kT)^3$. Скорость электронов примерно равна $\sqrt{2kT/m}$. Таким образом,

$$\beta = \text{const} \frac{4\pi^2}{3} \cdot \frac{Z^3 e^{10}}{m^{1/2} (kT)^{9/2}}, \quad (1.118)$$

что в общем согласуется с формулой (1.117), где Ze — заряд иона.

Посмотрим теперь, при каких концентрациях плазмы ударная рекомбинация сравнивается с диссоциативной в молекулярном газе. Для этого нужно приравнять коэффициент диссоциативной рекомбинации величине βN_e , т. е. $N_e = \alpha / \beta$. При $kT = 0,1$ эв $\alpha = 1,6 \times$

$\times 10^{-13}$ эрг $\beta = 5e^{10}/(m^{1/2} (kT)^{9/2}) \approx 4 \cdot 10^{-22}$ см⁶/сек. Полагая также $\alpha \approx 10^{-7}$ см³/сек, получаем, что интенсивности ударной и диссоциативной рекомбинации сравниваются при $N_e \approx 2,5 \times 10^{14}$ см⁻³.

Существуют и другие механизмы рекомбинации: ударно-излучательная; тройная, когда третьим телом служат нейтральные молекулы; рекомбинация через образование отрицательных ионов, описанные в цитируемой литературе, но не играющие роли в рассматриваемых разрядах.

На рис. 1.19, 1.20 представлены некоторые экспериментальные и расчетные данные об ударной и диссоциативной рекомбинациях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Dalgarno A. Atomic Polarizabilities and Shielding Factors. — *Adv. Phys.*, 1962, v. 11, p. 281.
2. Бете Г., Солпитер Э. Квантовая механика атомов. Пер. с англ. Под ред. Я. А. Смородинского. М., Физматгиз, 1960.
3. Chung K. T., Hurst R. P. Dipole polarizabilities of the 2^3S_1 and 2^1S_0 states of He and Li^+ . — *Phys. Rev.*, 1966, v. 152, p. 35.
4. Drake G. W. F., Cohen M. Dipole hyperpolarizabilities of S state atoms and ions in the first two rows. — *J. Chem. Phys.*, 1968, v. 48, p. 1168.
5. Stewart A. L. Dipole polarizabilities of the $2^1, ^3S$ states in the helium isoelectronic sequence. — *J. Phys. B*, 1969, v. 2, p. 1309.
6. Dalgarno A., Parkinson D. The Polarizabilities of Atoms from Boron to Neon. — *Proc. Roy. Soc.*, 1959, v. A250, p. 422.
7. Alpher R. A., White D. Optical Refractivity of High-Temperature Gases. I. Effects Resulting from Dissociation of Diatomic Gases. — *Phys. Fluids*, 1959, v. 2, p. 153.
8. Rothe E. W., Bernstein R. B. Total Collision Cross Sections for the Interaction of Atomic Beams of Alkali metals with Gases. — *J. Chem. Phys.*, 1959, v. 31, p. 1619.
9. Rapp D., Francis W. E. Charge exchange between gaseous ions and atoms. — *J. Chem. Phys.*, 1962, v. 37, p. 2631.
10. Keene J. P. Ionization and charge exchange by fast ions of hydrogen and helium. — *Philos. Mag.*, 1949, v. 40, p. 369.
11. Hasted J. B., Stedeford J. B. H. Further investigations of charge exchange and electron detachment. I. Ion energies 3 to 40 keV. — *Proc. Roy. Soc.*, 1955, v. A227, p. 446; II. Ion energies 100—4000 eV. — *Proc. Roy. Soc.*, 1955, v. A227, p. 476.
12. Федоренко Н. В., Афросимов В. В., Каминкер Д. М. Захват электронов и ионизация при взаимодействии однозарядных положительных ионов с атомами газа. — *Журн. техн. физ.*, 1956, т. 26, с. 1929.
13. Stier P. M., Barnett C. F. Charge exchange cross sections of hydrogen ions in gases. — *Phys. Rev.*, 1956, v. 103, p. 896.
14. Barnett C. F., Stier P. M. Charge exchange cross sections for helium ions in gases. — *Phys. Rev.*, 1958, v. 109, p. 385.
15. Montague J. H. Electron loss cross sections for hydrogen atoms passing through hydrogen gas. — *Phys. Rev.*, 1951, v. 81, p. 1026.
16. Ribe F. Electron-capture cross sections for protons passing through hydrogen gas. — *Phys. Rev.*, 1951, v. 83, p. 1217.
17. Whitter A. C. Fast negative hydrogen ions. — *Canad. J. Phys.*, 1954, v. 32, p. 275.
18. Smith R. A. Capture of electrons by positive ions from neutral gas atoms. — *Proc. Cambr. Philos. Soc.*, 1934, v. 30, p. 514.

19. Wolf F. Zum umladenden und ionisierenden Querschnitt des Heliums gegenüber Helium. — «Ann. Phys.», 1936, Bd 23, S. 185; 627.
20. Rostagni A. Positive and Neutral Rays. Part IV. Efficacious Sections by Neutralization. — «Nuovo cimento», 1935, v. 12, p. 134.
21. Dallaporta N., Bonfiglioni G. Cross sections of charge exchange in helium. — «Comment. Pontif. Acad. Sci.», 1943, v. 7, p. 141.
22. Ghosh S. N., Sheridan W. F. Experimental determination of charge transfer cross sections and secondary electron emission by ion bombardment. — «J. Chem. Phys.», 1957, v. 26, p. 480.
23. Hasted J. B. The exchange of charge between ions and atoms. — «Proc. Roy. Soc.», 1951, v. A205, p. 421.
24. Ziegler B. Der Wirkungsquerschnitt sehr langsamer Ionen. — «Z. Phys.», 1953, Bd 136, S. 108.
25. Gilbody H. B., Hasted J. B. Anomalies in the adiabatic interpretation of charge-transfer collisions. — «Proc. Roy. Soc.», 1958, v. A238, p. 334.
26. Potter R. F. Cross sections for charge transfer collisions of low energy ions in N_2 and O_2 . — «J. Chem. Phys.», 1954, v. 22, p. 974.
27. Moiseiwitch B. L. Interactions energy and charge exchange between helium atoms and ions. — «Proc. Phys. Soc.», 1956, v. A69, p. 653.
28. Rapp D., Ortenburger I. B. Interchange of charge between gaseous molecules. — «J. Chem. Phys.», 1960, v. 33, p. 1230.
29. Фирсов О. Б. Резонансная перезарядка атомов при медленных столкновениях. — «Журн. эксперим. и теор. физ.», 1951, т. 21, с. 1001.
30. Флак И. П., Соловьев Е. С. Измерение сечений захвата электронов однозарядными и двухзарядными ионами в «собственных газах». — «Журн. техн. физ.», 1958, т. 28, с. 599.
31. Charge transfer reactions in monoatomic and diatomic gases. — «J. Chem. Phys.», 1955, v. 23, p. 776. (Auth.: J. A. Dillon, W. F. Sheridan, H. D. Edwards, S. N. Ghosh.)
32. Cramer W. H. Elastic and inelastic scattering of low-velocity ions: Ne^+ in Ar, Ar^+ in Ne, Ar^+ in Ar. — «J. Chem. Phys.», 1959, v. 30, p. 641.
33. Total cross sections for multiple electron stripping in atomic collisions of energies to 100 keV. — «Phys. Rev.», 1959, v. 113, p. 182. (Auth.: P. R. Jones, F. P. Ziemba, H. A. Moses, E. Everhart.)
34. Кушнир Р. М., Палюх Б. М., Сена Л. А. Исследование резонансной перезарядки в одноатомных газах и парах металлов. — «Изв. АН СССР, серия физ.», 1958, т. 23, с. 1007.
35. Думан Е. Л., Смирнов Б. М. Резонансная перезарядка ионов на атомах инертных газов с учетом тонкой структуры уровней. — «Оптика и спектроскопия», 1972, т. 32, с. 448.
36. Gustaffson E., Lindholm E. Ionization and Dissociation of H_2 , N_2 and CO in Charge Exchange Collisions with Positive Ions. — «Arkiv. Phys.», 1960, Bd 18, S. 219.
37. Dy Heer F. J., Huisenga W., Kistemaker J. Some Experiments of Electron Capture Electron Loss and Ionization. — «Physica», 1957, v. 23, p. 181.
38. Cramer W. H. Elastic and inelastic scattering of low-velocity ions: He^+ in Ne, Ne^+ in He and Ne^+ in Ne. — «J. Chem. Phys.», 1958, v. 28, p. 688.
39. Keneko Y., Kobayashi N., Karomata J. Low energy ion-neutral reactions. I. $^{22}Ne^+ + ^{20}Ne$ and $Ar^+ + N_2$. — «J. Phys. Soc. Japan», 1969, v. 27, p. 992.
40. Williams J. F. Single electron capture cross section of the $^2P_{3/2}$ and $^2P_{1/2}$ state argon and krypton ions. — «Canad. J. Phys.», 1968, v. 46, p. 2339.
41. Федоренко Н. В., Флак И. П., Филипенко Л. П. Ионизация инертных газов многозарядными ионами. — «Журн. эксперим. и теор. физ.», 1960, т. 38, с. 719.
42. Amme R. C., Hagsjaa P. O. Relative Charge-Transfer Efficiencies of $P_{3/2}$ and $^2P_{1/2}$ Xenon Ions in Xe and in O_2 . — «Phys. Rev.», 1968, v. 165, p. 63.

43. **Былкина В. И., Палкина Л. А., Смирнов Б. М.** Резонансная перезарядка молекулярного иона на двухатомной молекуле. — «Журн. эксперим. и теор. физ.», 1970, т. 59, с. 992.
44. **Leventhal J. J., Moran T. F., Friedman L.** Molecular resonant charge-transfer processes: $H_2^+ - H_2$ and $N_2^+ - N_2$. — «J. Chem. Phys.», 1967, v. 46, p. 4666.
45. **Bates D.-R., Reid R. H. G.** Charge transfer and vibrational excitations in $H_2^+ - H_2$ collisions. — «Proc. Roy. Soc.», 1969, v. 310, p. 1.
46. **Кoopman D. W.** Measurement of Charge-Exchange Cross Sections for H^+ H_2^+ and He^+ ions. — «Phys. Rev.», 1967, v. 154, p. 79.
47. **Hayden H. C., Amme R. C.** Vibrational excitation effects of charge-transfer processes involving H_2^+ and D_2^+ between 70 and 1000 eV. — «Phys. Rev.», 1968, v. 172, p. 104.
48. **Latimer C. J., Browning R., Gilbody H. B.** Dissociation and charge transfer in 1,4—46 keV $H_2^+ - H_2$ collisions. — «J. Phys. B.», 1969, v. 2, p. 1055.
49. **Афросимов В. В., Ильин Р. Н., Федоренко Н. В.** Ионизация молекул водорода ионами H^+ , H_2^+ и H_3^+ . — «Журн. эксперим. и теор. физ.», 1958, т. 37, с. 968.
50. **Vance D. W., Bailey T. L.** Inelastic collision of H_2^+ and N_2^+ Ions with Hydrogen Molecules. — «J. Chem. Phys.», 1966, v. 44, p. 486.
51. **Cramer W. H.** Elastic and inelastic scattering of low-velocity H^+ and H_2^+ in hydrogen. — «J. Chem. Phys.», 1961, v. 35, p. 836.
52. **Berry H. W.** Secondary Electron Emission by Fast Neutral Molecules and Neutralization of Positive Ions. — «Phys. Rev.», 1948, v. 74, p. 848.
53. **Utterback N. G., Miller G. H.** Fast Molecular Nitrogen Beam. — «Rev. Sci. Instrum.», 1961, v. 32, p. 1101.
54. **Stebbing R. F., Turner B. N., Smith A. C. H.** Charge Transfer in Oxygen, Nitrogen and Nitric Oxide. — «J. Chem. Phys.», 1963, v. 38, p. 2277.
55. **Amme R. C., Utterback N. G.**, Effects of ion beam excitation on charge transfer cross section measurements. — In: Atomic Collision Processes. Amsterdam, 1964, p. 847.
56. **Golden D. E., Bandel H. W.** Absolute total electron-heliumatom scattering cross sections for low electron energies. — «Phys. Rev.», 1965, v. A138, p. 14.
57. **Golden D. E., Bandel H. V.** Low-energy $e^- - Ar$ total scattering cross sections: the Ramsauer — Townsend effect. — «Phys. Rev.», 1966, v. 149, p. 58.
58. **Ramsauer G.** Effective cross section of Gas Molecules towards Slow Electrons. — «Ann. Phys.», 1921, v. 66, p. 546.
59. **Ramsauer G.** Effective Cross Sections of Gas Molecules towards Slow Electrons. — «Ann. Phys.», 1923, v. 72, p. 345.
60. **Bruche E., Liliental D., Schrodter K.** Über den Wirkungsquerschnitt der Edelgase Ar, Ne, He, gegenüber langsamen Elektronen. — «Ann. Phys.», 1927, Bd 84, S. 279.
61. **Salop A., Nakano H. H.** Total Electron Scattering Cross Section in O_2 and Ne. — «Phys. Rev.», 1970, v. A2, p. 127.
62. **O'Malley T. F.** Extrapolation of Electron-Rare Gas Atom Cross Section to Zero Energy. — «Phys. Rev.», 1963, v.130, p. 1020.
63. **Pack J. L., Voshall R. E., Phelps A. V.** Drift Velocities of Slow Electrons in Krypton, Xenon, Deuterium, Carbon Monoxide, Carbon Dioxide, Water Vapour, Nitrous Oxide and Ammonia. — «Phys. Rev.», 1962, v.127, p. 2084.
64. **Phelps A. V., Fundingsland O. T., Brown S. C.** Microwave Determination of the Probability of Collision of Slow Electrons in Gases. — «Phys. Rev.», 1951, v. 84, p. 559.
65. **Schulz G. J.** Measurement of Excitation of N_2 , CO and He by Electron Impact. — «Phys. Rev.», 1959, v. 116, p. 1141.
66. **Massey H. S. W., Moiseiwitsch B. L.** The application of variational methods to atomic scattering problem. IV. The excitation of the 2^1S and 2^3S states of helium by electron impact. — «Proc. Roy. Soc.», 1954, v. A227, p. 38.

67. **John R. M. St., Miller F. L., Lin G. C.** Absolute Electron Excitation Cross Sections of Helium. — «Phys. Rev.», 1964, v. 134, p. 888.
68. **Fite W. L., Brackmann R. T.** Collisions of Electrons with Hydrogen Atoms. II. Excitation of Lyman-Alpha Radiation. — «Phys. Rev.», 1958, v. 112, p. 1151.
69. **Rapp D., Englander-Golden P.** Total cross sections for ionization and attachment in gases by electron impact. I. Positive ionization. — «J. Chem. Phys.», 1965, v. 43, p. 1464.
70. **Фирсов О. Б.** Качественная трактовка средней энергии возбуждения электронов при атомных столкновениях. — «Журн. эксперим. и теор. физ.», 1959, т. 36, с. 1517.
71. **Lowry J. F., Tomboulian D. H., Ederer D. L.** Photoionization cross section of Helium in the 100 to 250 Å region. — «Phys. Rev.», 1965, v. 137, p. 1054.
72. **Samson J. A. R.** Photoionization cross section of Neon from threshold to 200 Å. — «J. Opt. Soc. Amer.», 1965, v. 55, p. 935.
73. **Ederer D. L., Tomboulian D. H.** Photoionization cross section of Neon in the 80 to 600 Å region. — «Phys. Rev.», 1964, v. A 133, p. 1525.
74. **Samson J. A. R.** Observed and Predicted New Autoionized Energy Levels in Krypton, Argon and Xenon. — «Phys. Rev.», 1963, v. 132, p. 2122.
75. **Cairns R. B., Samson J. A. R.** Absorption and photoionization cross sections of CO₂, CO, Ar and He at intense solar emission. — «J. Geophys. Res.», 1965, v. 70, p. 99.
76. **Hudson R. D., Carter V. L.** Bandwidth dependence of measured UV absorption cross section of Argon. — «J. Opt. Soc. Amer.», 1968, v. 58, p. 227.
77. **Matsunaga F. M., Jakson R. S., Watanabe K.** Photoionization yield and absorption coefficient of Xenon in region of 860—1022 Å. — «J. Quant Spectry. Radiative Transfer», 1965, v. 5, p. 329.
78. **Metzger P. U., Cook G. R.** Flux distribution of the hopfield helium continuum from the photoionization of Ar, Kr and Xe. — «J. Opt. Soc. Amer.», 1965, v. 55, p. 516.
79. **Samson J. A. R.** The Measurement of the Photoionization Cross Sections of the Atomic Gases. — «Advances in Atomic and Molecular Physics», 1966, v. 2, p. 177.
80. **Huffman R. E., Tanaka Y., Larrabee J. C.** Absorption coefficients of Xenon and Argon in the 600—1025 Å wavelength regions. — «J. Chem. Phys.», 1963, v. 39, p. 902.
81. **Смирнов Б. М., Чибисов М. И.** Разрушение атомных частиц электрическим полем и электронным ударом. — «Журн. эксперим. и теор. физ.», 1965, т. 49, с. 841.
82. **Бучельникова Н. С.** Отрицательные ионы. — «Успехи физ. наук», 1958, т. 65, с. 351.
83. **Weisner J. D., Armstrong B. H.** Binding energy of H⁻. — «Proc. Phys. Soc.», 1964, v. 83, p. 31.
84. **Хвостенко В. И., Дукельский В. М.** Образование отрицательных ионов водорода на поверхности раскаленного вольфрама. — «Журн. эксперим. и теор. физ.», 1959, т. 37, с. 651.
85. **Feldman D.** Photodetachment of electrons from some stable negative ions. — «Z. Naturforsch.», 1970, Bd 25a, S. 621.
86. **Pekeris C. L.** 1²S, 2¹S and 2³S states of H⁻ and of He. — «Phys. Rev.», 1962, v. 126, p. 1470.
87. **Edlen B.** Isoelectronic Extrapolation of Electron Affinities. — «J. Chem. Phys.», 1960, v. 33, p. 98.
88. **Photodetachment Cross-Section and the Electron Affinity of Atomic Oxygen.** — «Phys. Rev.», 1958, v. 111, p. 504. (Auth.: L. M. Branscomb, D. S. Burch., S. I. Smith., S. Geltman.)
89. **Johnson H. R., Röhrlich F.** Negative Atomic Ions. — «J. Chem. Phys.», 1959, v. 30, p. 1608.

90. Moser C. M., Nesbet R. K. Atomic Bethe — Goldstone Calculations of Term Splittings Ionization Potentials, and Electron Affinities for B, C, N, F and Ne. — «Phys. Rev.», 1971, v. 4A, p. 1336.
91. Bates D. R., Moiseiwitsch B. L. Energies of Normal and Excited Negative Ions. — «Proc. Phys. Soc.», 1955, v. A68, p. 540.
92. Clementi E., McLean A. D. Atomic negative ions. — «Phys. Rev.», 1964, v. 133A, p. 419.
93. Atomic negativ ions. Second period. — «Phys. Rev.», 1964, v. 133A, p.1274. (Auth.: E. Clementi, A. D. McLean, D. L. Raimondi, M. Yoshimine.)
94. Clementi E. Atomic negative ions: the iron series. — «Phys. Rev.», 1964, v. 135A, p. 980.
95. Edie J. W., Rohrllich F. Negative Atomic Ions. II. — «J. Chem. Phys.», 1962, v. 36, p. 623.
96. Edie J. W., Rohrllich F. Negative Atomic Ions. Comments. — «J. Chem. Phys.», 1962, v. 37, p. 1151.
97. Crossley R. J. Glockler's equation for ionization potentials and electron affinities. — «Proc. Phys. Soc.», 1964, v. 83, p. 375.
98. Смирнов Б. М. Ионы и возбужденные атомы в плазме. М., Атомиздат, 1974.
99. Pack J. L., Phelps A. V. Electron Attachment and Detachment in O₂ at High Pressures. — «Bull. Amer. Phys. Soc.», 1962, v. 7, p. 131.
100. Pack J. L., Phelps A. V. Electron Attachment and Detachment. I. Pure O₂ at Low Energy. — «J. Chem. Phys.», 1966, v. 44, p. 1870.
101. Electron Affinity of O₂ by Laser Photodetachment. — «Bull. Amer. Phys. Soc.», 1971, v. 16, p. 212. (Auth.: R. J. Celotta, R. A. Bennett, J. L. Hall, J. Levine, M. W. Siegel.)
102. Molecular Photodetachment Spectrometry. II. The Electron Affinity of O₂ and He Structure of O₂⁻. — «Phys. Rev.», 1972, v. 6A, p. 631. (Auth.: R. J. Celotta, R. A. Bennett, J. L. Hall, M. W. Siegel, J. Levine.)
103. Jiernan T. O., Hughes B. M., Lifshitz C. The electron affinity of O₂ from energy thresholds for negative ion-electron transter reactions. — 7-th Intern. Conf. on Phys. Electr. and Atom. Collis. Amsterdam, 1971, p. 808.
104. Ions from collisions of Cs with O₂, NO and NO₂. Ibid., p. 288 (Auth.: R. N. Compton, S. J. Nalley, H. C. Schweinler, V. E. Anderson.)
105. Curran R. K. Negative Ion Formation in Ozon. — «J. Chem. Phys.», 1961, v. 35, p. 1849.
106. Cray P., Waddington T. C. Thermochemistry and reactivity of the acids. II. Lattice energy of ionic azides electron affinity and heat of formation of the azide radical and related properties. — «Proc. Roy. Soc.», 1956, v. A235, p. 481.
107. Wood R. H., D'Orazio L. A. Thermodynamics of the Higher Oxides. III. The Lattice Energy of Potassium Ozonide and the Electron Affinity of Ozone. — «J. Phys. Chem.», 1965, v. 69, p. 2562.
108. Byerly R., Beaty E. C. Sunlight Photodetachment of O₃⁻. — «J. Geophys. Res.», 1971, v. 76, p. 4596.
109. Wong S. F., Vorburger T. V., Woo S. B. Photodetachment of O₃⁻ in a Drift Tube. — «Phys. Rev.», 1972, v. 5A, p. 2598.
110. Berkowitz J., Chupka W. A., Gutman D. Electron Affinities of O₂, O₃, NO, NO₂, NO₃ by Endothermic Charge Transfer. — «J. Chem. Phys.», 1971, v. 55, p. 2733.
111. Ferguson E. E. Negative ion-molecular reactions. — «Canad. J. Chem.», 1969, v. 47, p.1815.
112. Molecular ion Photodetachment Spectroscopy. — «Bull. Amer. Phys. Soc.», 1970, v.15, p. 1515. (Auth.: R. J. Celotta, R. A. Bennet, J. L. Hall, M. W. Siegel, J. Levine.)
113. Kay J., Page F. M. Determination of Electron Affinities. — «Trans. Faraday Soc.», 1964, v. 60, p. 1042.
114. Nondissociative Electron Capture in Complex Molecules and Negative — Ion Lifetimes. — «J. Chem. Phys.», 1966, v. 45, p.4634. (Auth.: R. N. Compton, G. L. Christophoru, G. S. Hurst, P. W. Reinhardt.)

115. **Rapp D., Briglia D. D.** Total cross sections for ionization and attachment in gases by electron impact. II. Negative ion formation. — «J. Chem. Phys.», 1965, v. 43, p. 1480.
116. **Asundi R. K., Craggs J. D., Kurepa M. V.** Electron Attachment and Ionization in Oxygen, Carbon Monoxide and Carbon Dioxide. — «Proc. Phys. Soc.», 1963, v. 82, p. 967.
117. **Schulz G. J.** Formation of H⁻ ions by electron impact on H₂. — «Phys. Rev.», 1959, v. 113, p. 816.
118. **Ferguson E. E., Dunkin D. B., Fehsenfeld F. C.** Reactions of NO₂⁻ and NO₃⁻ with HCl and HBr. — «J. Chem. Phys.», 1972, v. 57, p. 1459.
119. **Dunkin D. B., Fehsenfeld F. C., Ferguson E. E.** Thermal Energy Rate Constants for the Reactions NO₂⁻ + Cl₂ → Cl₂⁻ + NO₂, Cl₂⁻ + NO₂ → Cl⁻ + NO₂Cl, SH⁻ + NO₂ → NO₂⁻ + SH, SH⁻ + Cl₂ → Cl₂⁻ + SH and S⁻ + NO₂ → NO₂⁻ + S. — «Chem. Phys. Lett.», 1972, v. 15, p. 257.
120. **Smith S. J., Burch D. S.** Relative Measurement of the Photodetachment Cross Section for H⁻. — «Phys. Rev.», 1959, v. 116, p. 1125.
121. **Branscomb L. M., Smith S. J., Tisone G.** Oxygen metastable atom production through photodetachment. — «J. Chem. Phys.», 1965, v. 43, p. 2906.
122. **Москвин Ю. В.** Аналитические волновые функции и сечения фотоионизации отрицательных ионов с внешней электронной оболочкой 2P. — «Оптика и спектроскопия», 1964, т. 17, с.499.
123. **Mason E. A., Vanderslice J. T.** Interaction Energy and Scattering Cross-Section of H⁻ Ions in Helium. — «J. Chem. Phys.», 1958, v. 28, p. 253.
124. **Bailey T. L., May C. J., Muschlitz E. E.** Scattering of Low-Energy H⁻ Ions in Helium, Neon and Argon. — «J. Chem. Phys.», 1957, v. 26, p. 1446.
125. **Hasted J. B.** Inelastic collisions between ions and atoms. — «Proc. Roy. Soc.», 1952, v. A212, p. 235.
126. **Bardsley J. N.** Electron Detachment and Charge Transfer in H — H⁻ Collisions. — «Proc. Phys. Soc.», 1967, v. 91, p. 300.
127. **Charge Transfer and Electron Production in H⁻ + H Collisions.** — «Phys. Rev.», 1960, v. 119, p. 668. (Auth.: D. G. Hummer, R. F. Stebbings, W. L. Fite, L. M. Branscomb.)
128. **Лозанский Э. Д.** Первый коэффициент ионизации Таунсенда с учетом косвенной ионизации. — «Докл. АН СССР», 1968, т. 183, с. 315.
129. **Persson K. B., Brown S. C.** Electron Loss Processes in the Hydrogen Afterglow. — «Phys. Rev.», 1955, v. 100, p. 729.
130. **Stevelfelt J.** Recombination Measurement in Helium Plasma of Pressure 100—760 torr. — Proc. of 9-th Intern. Conf. on Ioniz. Phenomena in Gases. Bucharest, 1969, p. 3.
131. **Biondi M. A., Brown S. C.** Measurements of Ambipolar Diffusion in Helium. — «Phys. Rev.», 1949, v. 75, p. 1700.
132. **Johnson R. A., McClure B. T., Holt R. B.** Electron Removal in Helium Afterglows. — «Phys. Rev.», 1950, v. 80, p. 376.
133. **Oskam H. J.** Microwave Investigation of Disintegrating Gaseous Discharge Plasmas. — «Philips Res. Rept.», 1958, v. 13, p. 401.
134. **Chen C. L., Leily C. C., Goldstein L.** Electron Temperature Dependence of the Recombination Coefficient in Pure Helium. — «Phys. Rev.», 1961, v. 121, p. 1391.
135. **Gray E. P., Kerr D. E.** Recombination Coefficient of Electrons and Helium Molecular Ions. — «Bull. Amer. Phys. Soc.», 1960, v. 5, p. 372.
136. **Oskam H. J., Mittelstadt V. R.** Recombination Coefficient of Molecular Rare-Gas Ions. — «Phys. Rev.», 1963, v. 132, p. 1445.
137. **Pressure and Electron Density Dependence of the Electron—Ion Recombination Coefficient in Helium.** — «Phys. Rev.», 1970, v. 1A, p. 887. (Auth.: J. Berlande, M. Cheret, R. Deloche, A. Gonfalone, C. Manus.)
138. **Deloche M., Confalone A., Cheret M.** Measurement of a function of pressure of the variation of the electron-ion recombination coefficient in weakly ionised helium in the relaxation state. — «Compt. rend. Acad. sci.», 1968, v. 267, p. 934.

139. **Kasner W. H.** Study of the pressure and temperature dependence of electron-ion recombination in neon. — «Phys. Rev.», 1968, v. 167, p. 148.
140. **Biondi M. A., Brown S. C.** Measurement of Electron-Ion Recombination. — «Phys. Rev.», 1949, v. 76, p. 1697.
141. **Frommhold L., Biondi M. A., Mehr F. J.** Electron temperature dependence of electron-ion recombination in neon. — «Phys. Rev.», 1968, v. 165, p. 44.
142. **Hess W.** Electron Temperature Dependence of Recombination and Diffusion in a Decaying Neon Plasma. — «Z. Naturforsch.», 1965, Bd 20a, S. 451.
143. **Recombination spectrum and electron density measurements in neon afterglows.** — «Phys. Rev.», 1950, v. 77, p. 239. (Auth.: R. B. Holt, J. M. Richardson, B. Howland, B. T. McClure.)
144. **Connor T. R., Biondi M. A.** Dissociative Recombination in Neon: Spectral Line Shape Studies. — «Phys. Rev.», 1965, v. A140, p. 778.
145. **Cunningham A. J., Hobson R. M.** Experimental measurements of dissociative recombination in vibrationally excited gases. — «Phys. Rev.», 1969, v. 185, p. 98.
146. **Philbrick J., Mehr F. J., Biondi M. A.** Electron temperature dependence of recombination of Ne_2^+ ions with electrons. — «Phys. Rev.», 1969, v. 181, p. 271.
147. **Gray E. P., Kerr D. E.** The Diffusion Equation with a Quadratic Loss Term Applied to Electron-Ion Volume Recombination in Plasma. — «Ann. Phys.», 1962, v. 17, p. 276.
148. **Biondi M. A.** Studies of the Mechanism of Electron-Ion Recombination. — «Phys. Rev.», 1963, v. 129, p. 1181.
149. **Mehr F. J., Biondi M. A.** Electron Temperature Dependence of Recombination of Ar_2^+ , Le_2^+ and N_2^+ Ions and Electrons. — «Bull. Amer. Phys. Soc.», 1968, v. 13, p. 199.
150. **Jakeda S.** Afterglow of Pure and Mixed Gases. — «J. Phys. Soc. Japan», 1958, v. 13, p. 113.
151. **Lukač P.** Argon recombination in the afterglow of a glow discharge in dependence on gas purification. — Proc. of 9-th Intern. Conf. on Ioniz. Phenomena in Gases. Bucharest, 1969, p. 3.
152. **Mehr F. J., Biondi M. A.** Electron temperature dependence of electron-ion recombination in argon. — «Phys. Rev.», 1968, v. 176, p. 322.
153. **Redfield A., Holt R. B.** Electron Removal in Argon Afterglows. — «Phys. Rev.», 1951, v. 82, p. 874.
154. **Biondi M. A.** Concerning the Mechanism of Electron-Ion Recombination. II. — «Phys. Rev.», 1951, v. 83, p. 1078.
155. **Mentzoni M. H.** Electron Removal Drifting the Early Oxygen Afterglow. — «J. Appl. Phys.», 1965, v. 36, p. 57.
156. **Smith D.** Ion and electron-density decay rates in afterglow plasmas of argon and argon-oxygen mixtures. — «J. Phys. B.», 1970, v. 3, p. 34.
157. **Richardson J. M.** Electron removal in krypton afterglows. — «Phys. Rev.», 1952, v. 88, p. 895.
158. **Sexton M. C., Craggs J. D.** Recombination in the Afterglows of Argon and Helium Using Microwaves Techniques. — «J. Electr. and Contr.», 1958, v. 4, p. 493.
159. **Lennon J. J., Sexton M. C.** Recombination in Xenon and Krypton Afterglows. — «J. Electr. and Contr.», 1959, v. 7, p. 123.
160. **Chantry P. J.** Afterglow measurements in xenon and xenon-water vapour mixtures. — In: Atomic and Collision Processes. Amsterdam, 1964, p. 565.
161. **Lukač P., Trnovec I., Mikuš O.** Effective Electron-Ion Recombination in Neon-Halium Mixture. — Proc. of 8-th Intern. Conf. on Phys. Electr. Atom. Collis. Belgrade, 1973, p. 893.
162. **Smith D., Goodall C. V.** The dissociative recombination coefficient of O_2^+ ions with electrons in the temperature range $180^\circ - 630^\circ$ K. — «Plan. Space Sci.», 1968, v. 16, p. 1177.

163. **Zipf E. C.** The Dissociative Recombination of O_2^+ Ions into Specifically Identified Final Atomic States. — «Bull. Amer. Phys. Soc.», 1970, v. 15, p.418.
164. **Kretschmer C. B., Petersen H. L.** Use of Langmuir Probes to Study Ion-Electron Recombination. — «J. Appl. Phys.», 1963, v. 34, p. 3209.
165. **Mehr F. J., Biondi M. A.** Electron temperature dependence of recombination of O_2^+ and N_2^+ ions with electrons. — «Phys. Rev.», 1969, v. 181, p.264.
166. **Gunton R. C.** Study of Electrons, Positive Ions and Negative Ions in Oxygen Afterglows. — «Bull. Amer. Phys. Soc.», 1967, v. 12, p. 218.
167. **Effect of Ionic Recombination of Ambipolar Diffusion in O_2** — «Bull. Amer. Phys. Soc.», 1966, v. 11, p. 495. (Auth.: M. Hirsch, P. Eisner, J. Slevin, G. Halpern.).
168. **Kasner W. H., Biondi M. A.** Temperature dependence of the electron — O_2^+ -ion recombination coefficient. — «Phys. Rev.», 1968, v. 174, p. 139.
169. **Анисимов А. И., Виноградов Н. И., Голант В. Е.** Определение коэффициентов объемного устранения электронов при распаде плазмы в кислороде. — «Журн. техн. физ.», 1963, т. 33, с. 1141.
170. **Hasted J. B., Mahdavi M. R., Awad G. L.** New techniques of electron-positive ion collision study. — Proc. of 7-th Intern. Conf. on Phys. Electr. Atom. Collis. Amsterdam, 1971, p. 999.
171. **Holt E. H.** Electron Loss Processes in the Oxygen Afterglow. — «Bull. Amer. Phys. Soc.», 1959, v. 4, p. 112.
172. **Plumb I. C., Smith D., Adams N. G.** Formation and loss of O_2^+ and O_4^+ ions in krypton-oxygen afterglow plasmas. — «J. Phys. B.», 1972, v. 4, p. 1762.
173. **Kasner W. H., Biondi M. A.** Electron-Ion Recombination in Nitrogen. — «Phys. Rev.», 1965, v. 137A, p. 317.
174. **Faire A. C., Champion K. S. W.** Measurements of Dissociative Recombination and Diffusion in Nitrogen at Low Pressures. — «Phys. Rev.», 1959, v. 113, p. 1.
175. **Kasner W. H., Rogers W. A., Biondi M. A.** Electron-Ion Recombination Coefficients in Nitrogen and Oxygen. — «Phys. Rev. Lett.», 1961, v. 7, p. 321.
176. **Kasner W. H.** Study of the temperature dependence of electron-ion recombination in nitrogen. — «Phys. Rev.», 1967, v. 164, p. 194.
177. **Hackam R.** Temperature Dependence of Electron-Ion Recombination and Ion Mobilities in Nitrogen Afterglows. — «Plan. Space Sci.», 1965, v.13, p. 667.
178. **Gunton R. C., Shaw T. M.** Electron-Ion Recombination in Nitric Oxide in the Temperature Range 196 to 358° K.—«Phys. Rev.», 1965, v.140, p.756.
179. **Young R. A., St. John G.** Recombination Coefficient of NO^+ with e^- . — «Phys. Rev.», 1966, v. 152, p. 25.
180. **Weller C. S., Biondi M. A.** Recombination Attachment and Ambipolar Diffusion of Electrons in Photoionized NO Afterglows. — «Phys. Rev.», 1968, v. 172, p. 198.
181. **Gunton R. C.** Afterglows in Air. — «Bull. Amer. Phys. Soc.», 1970, v.15, p. 418.
182. **Kunkel W. B., Gardner A. L.** Free Electrons in Active Nitrogen. — «J. Chem. Phys.», 1962, v. 37, p. 1785.
183. **Mentzoni M. H., Donohoe J.** Electron Removal During the D. C. Discharge Afterglow of Carbon Monoxide. — «Phys. Lett.», 1968, v. 26A, p. 330.
184. **Weller C. S., Biondi M. A.** Measurements of dissociative recombination of CO_2^+ ions with electrons. — «Phys. Rev. Lett.», 1967, v.19, p. 59.
185. **Биберман Л. М., Воробьев В. С., Якубов И. Т.** К теории ионизации и рекомбинации в низкотемпературной плазме. — «Журн. эксперим. и теор. физ.», 1969, т. 56, с.1992.
186. **Bates D. R., Kingston A. E., McWhirter R. W. P.** Recombination between Electrons and Atomic Ions. I. Optically Thin Plasmas. — «Proc. Roy. Soc.», 1962, v. A267, p. 297.

187. **Hinnov E., Hirschberg J. G.** Electron-Ion Recombination in Dense Plasmas. — «Phys. Rev.», 1962, v. 125, p. 792.
188. **Моргулис Н. Д.** Высвечивание и заселенность уровней цезия при распаде разрядной гелиево-цезиевой плазмы. — «Оптика и спектроскопия», 1971, т. 30, с. 597.
189. **Funakashi A., Takeda S.** Electron-ion recombinations in a dense hydrogen plasma. — «J. Phys. Soc. Japan», 1969, v. 27, p. 182.
190. **Чибисов М. И.** Прилипание электронов к атомам в тройных столкновениях. — «Журн. эксперим. и теор. физ.», 1965, т. 49, с.852.
191. **Малкин О. А.** Импульсный ток и релаксация в газе. М., Атомиздат, 1974.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

- Гайтлер В.** Квантовая теория излучения. Пер. с англ. Под ред. акад. Н. Н. Боголюбова. М., Изд-во иностр. лит., 1956.
- Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Механика. М., Физматгиз, 1958.
- Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Квантовая механика, нерелятивистская теория. М., Физматгиз, 1963.
- Мак-Даниель И.** Процессы столкновений в ионизованных газах. Пер. с англ. Под ред. акад. Л. А. Арцимовича. М., «Мир», 1967.
- Мотт Н., Мессис Г.** Теория атомных столкновений. Пер. с англ. Под ред. Я. И. Френкеля. М., Изд-во иностр. лит., 1951.
- Смирнов Б. М.** Атомные столкновения и элементарные процессы в плазме. М., Атомиздат, 1968.
- Смирнов Б. М.** Физика слабоионизованного газа. М., «Наука», 1973.
- Собельман Н. И.** Введение в теорию атомных спектров. М., Физматгиз, 1963.
- Хастед Дж.** Физика атомных столкновений. Пер. с англ. Под ред. Н. В. Федоренко. М., «Мир», 1965.

ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ГАЗЕ ПРИ НАЛИЧИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

2.1. Кинетическое уравнение для электронов, движущихся в постоянном однородном электрическом поле

Кинетическое уравнение Больцмана для функции распределения электронов по скоростям $f(\mathbf{v}, t)$ имеет вид [1, 2]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{e}{m} (\mathbf{E} \nabla_{\mathbf{v}} f) + S = 0, \quad (2.1)$$

где e и m — заряд и масса электрона; \mathbf{E} — электрическое поле, приложенное к разрядному промежутку; $\nabla_{\mathbf{v}}$ — оператор градиента, действующий на координаты электрона в пространстве скоростей; S — интеграл столкновений:

$$S = \iint N d\mathbf{v}_1 d\Omega u \sigma(u, \alpha) [f(\mathbf{v}) F(\mathbf{v}_1) - f(\mathbf{v}') F(\mathbf{v}'_1)]; \quad (2.2)$$

$F(\mathbf{v}_1)$ — нормированная на единицу функция распределения частиц газа, с которыми сталкиваются электроны; N — концентрация этих частиц; $u = |\mathbf{v} - \mathbf{v}_1|$; $\sigma(u, \alpha)$ — сечение столкновения электрона и частицы с рассеянием на угол α ; \mathbf{v}' и \mathbf{v}'_1 — скорости электрона и частицы до соударения; \mathbf{v} и \mathbf{v}_1 — скорости электрона и частицы после соударения; $d\Omega = \sin \alpha d\alpha d\varphi$; α — угол между векторами $(\mathbf{v} - \mathbf{v}_1)$ и $(\mathbf{v}' - \mathbf{v}'_1)$. В принципе в уравнение надо добавить члены, описывающие рекомбинацию и ионизацию электронным ударом, однако они обычно не оказывают влияния на функцию распределения, а лишь определяют концентрацию электронов в плазме.

Отметим, что уравнение (2.1) применимо, если выполняются следующие два условия:

$$1) e^2 N_e^{1/3} \ll kT_e; \quad 2) \hbar^2 N_e^{2/3} / m \ll kT_e,$$

где N_e — концентрация электронов; T_e — их температура. Первое условие означает, что средняя потенциальная энергия взаимодействия на один электрон много меньше его средней энергии (условие идеальности плазмы), а второе является условием невырожденности плазмы [1]. В газовом разряде оба эти условия обычно реализуются. В общем случае интеграл столкновений описывает упругие и неупругие столкновения электронов с молекулами и ионами, а также столкновения электронов между собой. Здесь мы рассмотрим случай слабоионизованной плазмы, когда существенны только столкнове-

ния электронов с нейтралами, причем сначала учтем только упругие соударения.

При каждом отдельном столкновении электрона с молекулой его энергия, или модуль скорости, меняется незначительно (даже для водорода отношение масс электрона и атома $m/M \simeq 5 \cdot 10^{-4}$), тогда как направление вектора скорости может меняться сильно. Вследствие этого функция распределения электронов в пространстве скоростей близка к сферически-симметричной, т. е. слабо зависит от направления скорости. Это позволяет искать решение уравнения (2.1) в виде разложения по полиномам Лежандра:

$$f(\mathbf{v}, t) = \sum_{k=0}^{\infty} f_k(v, t) P_k(\cos \theta), \quad (2.3)$$

где θ — угол между векторами \mathbf{v} и \mathbf{E} . Обычно ограничиваются первыми двумя членами разложения, так как остальные очень малы и к тому же благодаря ортогональности полиномов Лежандра они не входят в окончательные выражения для интересующих нас характеристик. Итак,

$$f(\mathbf{v}, t) = f_0(v, t) + f_1(v, t) \cos \theta. \quad (2.4)$$

Запишем также скалярное произведение $(\mathbf{E} \nabla_{\mathbf{v}} f)$ в цилиндрических координатах, где ось z выбрана вдоль направления поля \mathbf{E} :

$$(\mathbf{E} \nabla_{\mathbf{v}} f) = E \cos \theta \frac{\partial f}{\partial v} + \frac{E \sin^2 \theta}{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial (\cos \theta)}. \quad (2.5)$$

Для установившегося процесса, т. е. в стационарном случае, уравнение (2.1) теперь примет вид

$$\gamma \left[\cos \theta \frac{\partial f}{\partial v} + \frac{\sin^2 \theta}{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial (\cos \theta)} \right] + S = 0, \quad (2.6)$$

где $\gamma = eE/m$.

Как следует из выражения (2.2), интеграл столкновений является линейным оператором относительно $f(v)$, т. е.

$$S(f) = S(f_0) + S(f_1 \cos \theta). \quad (2.7)$$

В рассматриваемом случае упругих соударений при предположениях, что скорость атома мало меняется при столкновении с электроном, $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}'_1$, изменением модуля вектора скорости электрона в акте соударения можно пренебречь по сравнению с самим модулем, $v = v'$, и скорость электрона много больше скорости атома, $v \gg v_1$, получаются выражения для $S(f_0)$ и $S(f_1 \cos \theta)$:

$$S(f_0) = -\frac{m}{M} kT \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial}{\partial v} \left[v^3 \nu_y \left(\frac{f_0}{kT} + \frac{1}{mv} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial v} \right) \right], \quad (2.8)$$

$$S(f_1 \cos \theta) = \nu_y f_1(v) \cos \theta, \quad (2.9)$$

где $\nu_y = N \nu \sigma_y^*$ — частота упругих столкновений электронов с нейтралами; N — концентрация нейтралов; σ_y^* — диффузионное сечение упругих столкновений; T — температура газа.

Если теперь подставить в уравнение (2.6) выражение (2.4), умножить обе части уравнения сначала на $\sin \theta$ и проинтегрировать по θ , а затем умножить на $\cos \theta \sin \theta$ и также проинтегрировать по θ , то в результате получим два уравнения:

$$-\frac{m}{M} kT \frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left[v^3 v_y \left(\frac{f_0}{kT} + \frac{1}{mv} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial v} \right) \right] = 0; \quad (2.10)$$

$$f_1 = (-\gamma/v_y) (\partial f_0/\partial v). \quad (2.11)$$

Эта система легко решается:

$$f_0 = C \exp \left\{ - \int_0^v \frac{mv \, dv}{kT + \gamma^2 M/3v_y^2} \right\}; \quad (2.12)$$

$$f_1 = \frac{\gamma}{v_y} \cdot \frac{mv f_0}{kT + \gamma^2 M/3v_y^2}. \quad (2.13)$$

Константу C можно определить из условия нормировки

$$\int f(v) \, dv = \int [f_0(v) + f_1(v) \cos \theta] \, dv = \int f_0(v) \, dv = 1, \quad (2.14)$$

так как $\int f_1(v) \cos \theta \, dv = 0$.

Оценим отношение f_1/f_0 , т. е. проверим справедливость разложения (2.4). Из выражений (2.12) и (2.13) получаем

$$\left| \frac{f_1}{f_0} \right| = \frac{\gamma mv}{v_y (kT + \gamma^2 M/3v_y^2)}. \quad (2.15)$$

Это отношение оказывается функцией поля. Легко показать, что максимум этой функции достигается при $\gamma = \sqrt{3v_y^2 kT/M}$. Подставляя это значение γ в отношение (2.15) и заменяя для оценки v на $\sqrt{kT/m}$, получаем

$$|f_1/f_0| \sim (m/M)^{1/2}. \quad (2.16)$$

Следовательно, использованное приближение справедливо. В случае слабых полей, когда выполняется условие

$$\gamma^2 M/3v_y^2 \ll kT, \quad (2.17)$$

из выражения (2.12) следует

$$f_0 = C \exp(-mv^2/2kT), \quad (2.18)$$

т. е. получаем распределение Максвелла. При этом

$$f_1 = \frac{\gamma mv}{v_y kT} f_0. \quad (2.19)$$

В противоположном случае сильных полей, когда

$$\gamma^2 M/3v_y^2 \gg kT,$$

членом kT в выражении (2.12) можно пренебречь, и получаем

$$f_0 = C \exp \left\{ - \int_0^v \frac{3v_y^2 m \omega}{\gamma^2 M} dv \right\}. \quad (2.20)$$

Драйвестейн [3], рассматривая данное уравнение и полагая, что $v_y = v/\lambda$, причем $\lambda = \text{const}$, получил

$$f_0 = C \exp \left\{ - \frac{3}{4} \cdot \frac{m}{M} \left(\frac{v^2}{\gamma \lambda} \right)^2 \right\}, \quad (2.21)$$

где λ — длина свободного пробега электрона. Соответственно

$$f_1 = 3C \frac{m}{M} \frac{v^2}{\gamma \lambda} \exp \left\{ - \frac{3}{4} \cdot \frac{m}{M} \left(\frac{v^2}{\gamma \lambda} \right)^2 \right\}. \quad (2.22)$$

Однако формулы (2.21) и (2.22) имеют ограниченную применимость, так как при сильных полях начинаются неупругие процессы, которые здесь не учтены. Кроме того, использованное приближение независимости длины свободного пробега λ от скорости является довольно грубым. На рис. 2.1 показаны распределения Максвелла и Драйвестейна, нормированные к одной и той же средней энергии $\bar{\epsilon}$ и одинаковому числу электронов. Так как распределение Драйвестейна содержит в показателе экспоненты \bar{v}^4 , а распределение Максвелла \bar{v}^2 , то на «хвосте» функция Драйвестейна убывает быстрее. Это очень важный вывод, так как в процессах возбуждения и ионизации в газовом разряде главную роль играет именно «хвост» распределения.

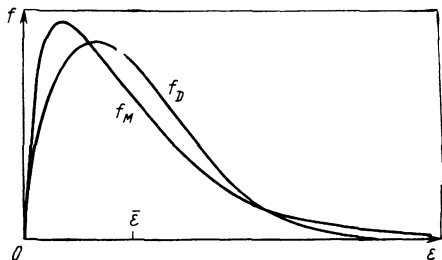


Рис. 2.1. Распределения Максвелла f_M и Драйвестейна f_D электронов по энергии; кривые нормированы к одной и той же средней энергии электронов

2.2. Кинетическое уравнение с учетом неупругих процессов

Рассмотрим двухатомный газ. В этом случае электроны даже в слабом поле могут возбуждать колебательные и вращательные уровни, энергия которых невелика. Так, энергия вращательных уровней $\sim 10^{-2} - 10^{-4}$ эв, а колебательных $\sim 0,1 - 0,05$ эв.

В молекулярной плазме водорода, кислорода, азота, воздуха и т. п. при средней энергии электронов ~ 1 эв основную роль играют потери энергии на возбуждение колебательных и вращательных уровней. Так как при этом доля энергии, теряемая электроном при

неупругом столкновении, мала, то интеграл столкновений будет иметь тот же вид (2.8), однако в нем следует заменить долю энергии, теряемой электроном при упругом столкновении, $2m/M$ на долю, теряемую как при упругих, так и неупругих столкновениях. Например при возбуждении колебательных уровней интеграл столкновений

$$S(f_0) = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{m}{M} v^3 v_y f_0 + \frac{\hbar\omega}{m} v v_H f_0 \right), \quad (2.23)$$

где $\hbar\omega$ — средняя энергия возбуждения колебательного уровня; v_H — суммарная частота соответствующих неупругих соударений. При этом изменяется и функция распределения. Так, в сильном поле вместо выражения (2.12) имеем

$$f_0 = C \exp \left[- \int_0^v \frac{mvdv}{\frac{M}{3} \left(\frac{eE}{mv_y} \right)^2} \left(1 + \frac{M}{m} \cdot \frac{v_H}{v_y} \cdot \frac{\hbar\omega}{mv^2} \right) \right]. \quad (2.24)$$

При $v_H \rightarrow 0$ (2.24) переходит в (2.12).

Рассмотрим теперь одноатомный газ. В этом случае неупругие потери энергии возникают при возбуждении электронных состояний атомов или ионизации. Будем считать, что средняя энергия электронов много меньше энергии возбужденных состояний. В этом случае свободных электронов, способных возбуждать или ионизировать атом, мало, причем электрон, претерпевший неупругое соударение, теряет практически всю энергию. Это позволяет развить следующий подход к нахождению функции распределения. Будем решать кинетическое уравнение в двух областях: $v \geq v_p$ и $v < v_p$, где v_p — скорость электронов, соответствующая началу неупругих потерь энергии. Кинетическое уравнение в области $v \geq v_p$ имеет вид [4, 5]:

$$\gamma \left[\cos \theta \frac{\partial f}{\partial v} + \frac{1}{v} \sin^2 \theta \frac{\partial f}{\partial (\cos \theta)} \right] + S = -v_H f, \quad (2.25)$$

где v_H — частота неупругих столкновений; член в правой части появляется вследствие выбывания электронов из области $v > v_p$ после неупругого столкновения; S — интеграл столкновений, учитывающий упругие столкновения. Решение уравнения (2.25) ищем также в виде

$$f(v, \theta) = f_0(v) + f_1(v) \cos \theta + \dots \quad (2.26)$$

Повторяя процедуру, описанную выше, получаем два уравнения:

$$f_1' + \frac{2}{v} f_1 + \frac{3v_H}{\gamma} f_0 = 0; \quad \gamma f_0' = -v_y f_1, \quad (2.27)$$

в которых учтено, что $v_y \gg v_H$ и отброшены члены порядка m/M .

Для решения системы уравнений (2.26), (2.27) необходимо знать зависимость v_y и v_H от v , причем достаточно определить поведение

частот вблизи порога возбуждения. Так как из приведенных выше рассуждений следует быстрое убывание функции распределения при $v > v_p$, то аппроксимация частот столкновений далеко от порога будет являться превышением точности расчета.

Поскольку общих зависимостей $v_y(v)$ и $v_n(v)$ не существует, дальнейшее решение должно быть проведено для каждого газа в отдельности. Например, для гелия, как следует из экспериментов в работе [6], v_y вблизи $v = v_p$ от скорости не зависит, а $v_n(v)$ можно аппроксимировать линейной функцией

$$v_n = K_n (v - v_p), \quad (2.28)$$

где K_n — константа, которую определяют из эксперимента.

Подставляя в уравнения (2.27) $v_y = \text{const}$ и v_n в виде (2.28), получаем решение кинетического уравнения в виде

$$f_0(v) = \frac{C}{v} \sqrt{v - v_p} K_{1/3} [\beta (v - v_p)^{3/2}]; \quad (2.29)$$

$$f_1(v) = - \frac{\gamma}{v_y} f_0(v), \quad (2.30)$$

где

$$\beta = \frac{2}{3} \left(\frac{3v_y K_n}{v^2} \right)^{1/2}; \quad (2.31)$$

$K_{1/3}$ — функция Макдональда.

При $v < v_p$ кинетическое уравнение имеет вид

$$\gamma \left[\cos \theta \frac{\partial \varphi}{\partial v} + \frac{1}{v} \sin^2 \theta \frac{\partial \varphi}{\partial (\cos \theta)} \right] + S = v_n(v_1) f(v_1). \quad (2.32)$$

Член в правой части появляется вследствие переходов электронов из области $v > v_p$ после неупругого столкновения, причем по закону сохранения энергии

$$v_1^2 = v^2 + v_p^2. \quad (2.33)$$

В работе [4] предполагалось $v_1 = v_p$, что означало переход электронов в состояние с $v = 0$. Это, в свою очередь, приводило к расходимости функции распределения в точке $v = 0$. С использованием выражения (2.33) эта расходимость устраняется.

При $v \ll v_p$ соотношение (2.33) можно разложить в ряд, ограничившись первыми двумя членами разложения:

$$v_1 = v_p + \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{v_p}. \quad (2.34)$$

Подставляя его в уравнение (2.32), используя разложение

$$\varphi(v, \theta) = \varphi_0(v) + \varphi_1(v) \cos \theta + \dots \quad (2.35)$$

и повторяя выкладки, аналогичные предыдущим, получаем следующие уравнения:

$$\varphi_1' + \frac{2}{v} \varphi_1 = C_1 K_n \frac{3v^3}{2^{3/2} v_p^{5/2} \gamma} K_{1/3} \left[\frac{\beta v^3}{(2v_p)^{3/2}} \right]; \quad (2.36)$$

$$\varphi_0' = -\frac{\gamma v}{\gamma} \varphi_1. \quad (2.37)$$

Решение уравнения (2.36), конечное в нуле, имеет вид

$$\varphi_1(v) = \frac{C_1 K_n \cdot 2^{3/2} v_p^{1/2}}{\gamma \beta^2} \cdot \frac{1}{v^2} \int_0^a x K_{1/3}(x) dx, \quad (2.38)$$

где $a = \beta v^3 / (2v_p)^{3/2}$. Тогда из (2.37) получаем

$$\varphi_0(v) = -\frac{\gamma v}{\gamma} \int \varphi_1(v) dv + C_2. \quad (2.39)$$

Константы C и C_1 можно определить из условий сшивания функций f и φ при $v = v_p$, а также из условия нормировки

$$\int [f_0(v) + \varphi_0(v)] dv = 1. \quad (2.40)$$

Приведенный расчет сделан в предположении, что имеется только один уровень возбуждения атома. Для того чтобы учесть потери энергии на возбуждение других уровней, а также на ионизацию атома, в правой части уравнения (2.25) вместо стоящего там члена следует записать выражение $\sum_i v_{ni} f(v)$. Суммирование производится по всем энергетическим уровням атома, а v_{ni} — частота возбуждения i -го уровня. В уравнении (2.32) соответственно в правой части следует писать выражение вида $\sum_i v_{ni} f(v_i)$, где $v_i^2 = v^2 + v_i^2$, а v_i определяется энергией возбуждения i -го уровня $mv_i^2/2$.

Расчеты при этом становятся чрезвычайно громоздкими, и в настоящее время имеется по существу одна работа Смита [7], где они проведены для гелия. Поэтому обычно кинетическое уравнение записывают в прежнем виде (2.25) и (2.32), однако под v_n понимают полную частоту возбуждения или ионизации электронным ударом, а под v_p — некоторую среднюю скорость v_p' , лежащую в интервале

$$v_p < v_p' < v_n, \quad (2.41)$$

где v_n определяется энергией ионизации атома $mv_n^2/2$. Смит [7] нашел, что для гелия

$$v_p' = \sqrt{v_p^2/3 + 2v_n^2/3}. \quad (2.42)$$

При увеличении концентрации электронов, т. е. когда плазма сильно ионизована, в кинетическое уравнение следует добавить еще один член, описывающий межэлектронные столкновения.

Учет межэлектронных столкновений приводит к тому, что функция распределения вновь приближается к максвелловской и в пределе, когда частота междуэлектронных столкновений много больше частоты столкновений электрона с атомами, становится точно максвелловской [8, 9]:

$$f_0(v) = (m/2\pi kT_e)^{3/2} \exp(-mv^2/2kT_e), \quad (2.43)$$

где T_e — электронная температура. В этом случае в плазме вводятся отдельно электронная и атомная температуры.

При каких же концентрациях электронов плазму можно считать слабоионизованной и пользоваться функциями распределения (2.12), (2.13) или (2.29), (2.30), (2.38) и (2.39) и при каких — считать функцию распределения максвелловской (2.43). В принципе все определяет параметр [1]

$$P = \frac{v_{ee}(v_0)}{(2m/M)v_{ea}(v_0)}, \quad (2.44)$$

где v_{ee} — частота межэлектронных столкновений; v_{ea} — частота столкновений электронов с атомами; $v_0 = \sqrt{2kT_e/m}$. Если $P \gg 5$, то можно считать плазму сильноионизованной, а функцию распределения — максвелловской. Если же $P \ll 5$, то плазма слабоионизована. Однако на «хвосте» функции распределения, даже для больших P , отклонения от максвелловской функции значительны и только при $P > (mv^2/2kT_e)^2$ можно считать, что и на «хвосте» установилось распределение Максвелла. Отметим в заключение, что функция распределения во всех случаях зависит от E/N .

2.3. Диффузия и подвижность электронов

Рассмотрим некоторый объем, содержащий газ с небольшой примесью электронов, т. е. слабоионизованную плазму. Пока электрического поля нет, вектор плотности потока электронов \mathbf{j} пропорционален градиенту концентрации электронов N_e :

$$\mathbf{j} = -D\nabla N_e. \quad (2.45)$$

Коэффициент пропорциональности D называется *коэффициентом диффузии*. Если использовать также уравнение непрерывности для плотности электронов

$$\operatorname{div} \mathbf{j} + \partial N_e / \partial t = 0, \quad (2.46)$$

то

$$\partial N_e / \partial t = \operatorname{div} (D\nabla N_e). \quad (2.47)$$

В большинстве случаев D не зависит от пространственных переменных и уравнение (2.47) принимает вид

$$\partial N_e / \partial t = D\nabla^2 N_e. \quad (2.48)$$

Полученное уравнение называется уравнением диффузии.

Решение уравнения (2.48) зависит от выбора начальных и граничных условий. Если, например, в момент времени $t = 0$ электрон находился в точке \mathbf{r}_0 , т. е.

$$N_e(\mathbf{r}, 0) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0),$$

где $\delta(\mathbf{r})$ — дельта-функция Дирака, то решение уравнения диффузии записывается в виде

$$N_e(\mathbf{r}, t) = (4\pi Dt)^{-3/2} \exp[-(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)^2 / (4Dt)], \quad (2.49)$$

т. е. является обычным распределением Гаусса. При развитии электронных лавин важной характеристикой является средний квадрат расстояния \bar{r}^2 , на которое смещается электрон за время t :

$$\bar{r}^2 = \frac{\int r^2 N_e(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r}}{\int N_e(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r}} = 6Dt. \quad (2.50)$$

В одномерном и двумерном газах вместо множителя 6 будут стоять соответственно множители 2 и 4.

Для произвольного начального условия вида

$$N_e(\mathbf{r}, 0) = N_{e0}(\mathbf{r}) \quad (2.51)$$

решение уравнения (2.48) можно получить из соотношения

$$N_e(\mathbf{r}, t) = (4\pi Dt)^{-3/2} \int N_{e0}(\mathbf{r}') \exp[-(\mathbf{r} - \mathbf{r}')^2 / (4Dt)] d\mathbf{r}'. \quad (2.52)$$

При включении электрического поля на хаотическое движение электронов накладывается также некоторое упорядоченное движение в направлении, противоположном направлению электрического поля \mathbf{E} . За время между двумя столкновениями электрон получает от поля энергию

$$\Delta\varepsilon = eE\lambda, \quad (2.53)$$

где e — заряд электрона; λ — длина свободного пробега электрона. При упругом столкновении с нейтральной молекулой электрон отдает ей большую часть своей энергии порядка $2m/M$ (m — масса электрона; M — масса молекулы).

Пока напряженность электрического поля мала, дополнительная скорость в направлении, противоположном \mathbf{E} , гораздо меньше средней скорости хаотического движения, которую в этом случае можно оценить из формулы кинетической теории газов $\bar{v} \sim \sqrt{kT/m}$, где T — абсолютная температура; k — постоянная Больцмана. Происходит как бы медленный снос частиц в направлении ($-\mathbf{E}$), т. е. по существу возникает стационарный поток электронов с плотностью

$$\mathbf{j} = N_e \mathbf{u}, \quad (2.54)$$

где \mathbf{u} — средний вектор направленной, или, как ее называют, дрейфовой, скорости.

Подвижность частицы

$$b = u/E. \quad (2.55)$$

Выясним связь подвижности с коэффициентом диффузии. В принципе движение частиц в направлении диффузии может быть прекращено электрическим полем E . Действительно, полный ток при наличии поля

$$\mathbf{j} = N_e \mathbf{u} - D \nabla N_e \quad (2.56)$$

может быть равен нулю, если

$$N_e \mathbf{u} = D \nabla N_e. \quad (2.57)$$

Во внешнем поле распределение частиц по потенциальным энергиям дается формулой Больцмана

$$N_e = N_{e0} \exp(-\varepsilon_p/kT), \quad (2.58)$$

где ε_p — потенциальная энергия электрона во внешнем поле. Следовательно,

$$\nabla N_e = -\frac{N_e}{kT} \nabla \varepsilon_p = \frac{N_e E}{kT} = \frac{e N_e E}{kT}. \quad (2.59)$$

Здесь использовано то, что сила $\mathbf{F} = e\mathbf{E} = -\nabla \varepsilon_p$. Подставляя соотношение (2.59) в (2.57) и заменяя \mathbf{u} на $b\mathbf{E}$, получаем

$$b = eD/kT. \quad (2.60)$$

Формула (2.60) называется *соотношением Эйнштейна*.

Если электрическое поле направить по оси z , то дрейфовую скорость электронов в общем случае можно получить из соотношения

$$\mathbf{u} = \langle v_z \rangle = \langle v \cos \theta \rangle, \quad (2.61)$$

где усреднение производится по функции распределения электронов по скоростям, т. е.

$$u = \frac{\int v \cos \theta f(v) dv}{\int f(v) dv}. \quad (2.62)$$

Подставляя сюда выражение (2.4) и учитывая условие нормировки (2.14), получаем

$$u = \frac{1}{3} \int_0^{\infty} v^3 f_1(v) dv, \quad (2.63)$$

где $f_1(v)$ дается соотношением (2.13). Если считать, что v_y не зависит от скорости, то в результате интегрирования получаем

$$u = \gamma/v_y. \quad (2.64)$$

В слабых полях, когда средняя энергия электронов мала, зависимость (2.64) в некоторых газах нарушается вследствие эффекта Рамзауэра, заключающегося в уменьшении эффективного сечения

упругих столкновений при малых энергиях электронов. В этом случае нахождение функции распределения и дрейфовой скорости связано с соответствующей аппроксимацией частоты упругих столкновений.

Оценим, через какое время после включения электрического поля устанавливается равновесная дрейфовая скорость электрона. Для этого умножим кинетическое уравнение (2.1) на вектор \mathbf{v} и проинтегрируем по $d\mathbf{v}$:

$$\int \mathbf{v} \frac{\partial f}{\partial t} d\mathbf{v} = \frac{\partial}{\partial t} \int \mathbf{v} f d\mathbf{v} = \frac{\partial}{\partial t} \int v_z f d\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{u}}{dt}; \quad (2.65)$$

$$\frac{e\mathbf{E}}{m} \int v \nabla_{\mathbf{v}} f d\mathbf{v} = -\frac{e\mathbf{E}}{m} \int f d\mathbf{v} = -\frac{e\mathbf{E}}{m}. \quad (2.66)$$

Воспользовавшись соотношениями (2.7) и (2.9), находим, что

$$\begin{aligned} \int \mathbf{v} S d\mathbf{v} &= \int \mathbf{v} S (f_0) d\mathbf{v} + \int \mathbf{v} S (f_1 \cos \theta) d\mathbf{v} = \int \mathbf{v}_y \mathbf{v} \cos \theta f_1 d\mathbf{v} = \\ &= \frac{\mathbf{n}}{3} \int v_y v_z f_1 d\mathbf{v}, \end{aligned} \quad (2.67)$$

где \mathbf{n} — единичный вектор нормали вдоль поля \mathbf{E} . Подставляя соотношения (2.65) — (2.67) в (2.1), получаем

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} - \frac{e\mathbf{E}}{m} + \frac{\mathbf{n}}{3} \int v_y v_z f_1 d\mathbf{v} = 0. \quad (2.68)$$

Если по-прежнему считать, что v_y не зависит от скорости, то это уравнение можно переписать в виде

$$du/dt + v_y u = eE/m = \gamma. \quad (2.69)$$

Здесь все члены уравнения (2.68) спроектированы на направление \mathbf{E} , а также использовано равенство (2.63). Решение уравнения (2.69) с начальным условием $u(0) = 0$ есть

$$u = (\gamma/v_y) [1 - \exp(-v_y t)]. \quad (2.70)$$

Следовательно, равновесная дрейфовая скорость устанавливается за время порядка $1/v_y$.

Теперь выясним время установления средней энергии электрона. Для этого умножим уравнение (2.1) на $mv^2/2$ и проинтегрируем по $d\mathbf{v}$:

$$\int \frac{mv^2}{2} \cdot \frac{\partial f}{\partial t} d\mathbf{v} = \frac{\partial}{\partial t} \int \frac{mv^2}{2} f d\mathbf{v} = \frac{d\bar{\epsilon}}{dt}; \quad (2.71)$$

$$\frac{e\mathbf{E}}{m} \int \frac{mv^2}{2} \nabla_{\mathbf{v}} f d\mathbf{v} = -\frac{e\mathbf{E}}{m} \int m\mathbf{v} f d\mathbf{v} = -e\mathbf{E}u; \quad (2.72)$$

$$\begin{aligned} \int \frac{mv^2}{2} S d\mathbf{v} &= \int \frac{mv^2}{2} S (f_0) d\mathbf{v} = \\ &= -\frac{m^2}{2M} kT \int \frac{\partial}{\partial v} \left[v^3 v_y \left(\frac{f_0}{kT} + \frac{1}{mv} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial v} \right) \right] 4\pi v^2 dv = \end{aligned}$$

$$= \frac{m^2}{M} kT \int v^2 v_y \left(\frac{f_0}{kT} + \frac{1}{mv} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial v} \right) dv. \quad (2.73)$$

Пусть v_y не зависит от v , тогда последнее выражение можно переписать в виде

$$\begin{aligned} 2v_y \frac{m}{M} \int \frac{mv^2}{2} f_0 dv + \frac{m}{M} kT v_y \int v \frac{\partial f_0}{\partial v} 4\pi v^2 dv = \\ = 2v_y \frac{m}{M} \bar{\epsilon} - \frac{3m}{M} kT v_y. \end{aligned} \quad (2.74)$$

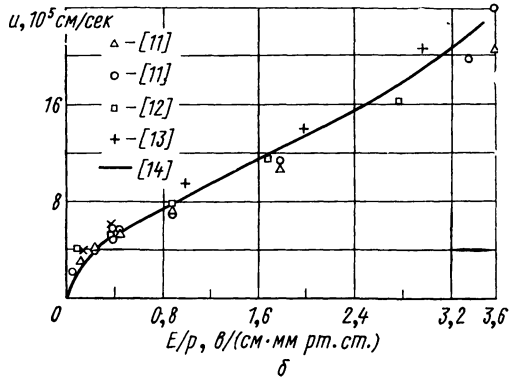
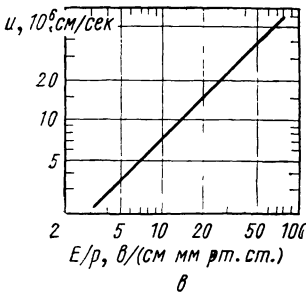
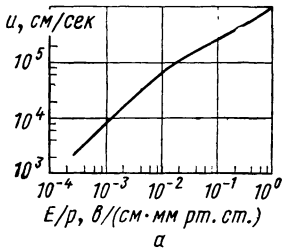


Рис. 2.2. Дрейфовая скорость электронов в гелии по данным работ [11—14] (а), [15] (б, в)

Подставляя соотношения (2.71), (2.72) и (2.74) в (2.1), получаем

$$\frac{d\bar{\epsilon}}{dt} + 2v_y \frac{m}{M} \bar{\epsilon} = eEu + \frac{3m}{M} kT v_y. \quad (2.75)$$

Решение этого уравнения с начальным условием $\bar{\epsilon}(0) = 3kT/2$ есть

$$\bar{\epsilon} = \frac{3}{2} kT + \frac{1}{2} \cdot \frac{eEuM}{mv_y} \left[1 - \exp \left(-2v_y \frac{m}{M} t \right) \right]. \quad (2.76)$$

Следовательно, равновесная энергия устанавливается за время порядка $M/2mv_y$.

Таким образом, время установления равновесной энергии значительно больше времени установления равновесной дрейфовой скорости. Отсюда следует, что дрейфовая скорость электрона в каждый момент времени однозначно определяется энергией электронов и равна примерно

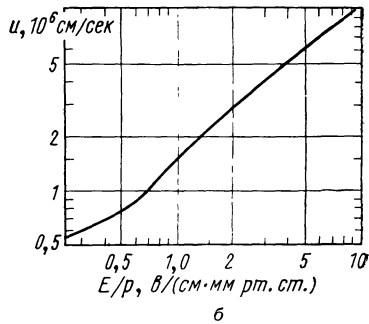
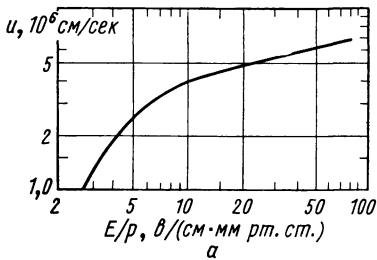


Рис. 2.3. Дрейфовая скорость электронов в неоне по данным работ [10] (а) и [15] (б)

$$\frac{1}{3} v \frac{f_1}{f_0} \sim \frac{1}{3} v \left(\frac{m}{M} \right)^{1/2},$$

т. е. значительно меньше хаотической скорости.

В заключение этого раздела приведем выражение для коэффициента диффузии электронов в газе в постоянном электрическом поле и соотношение между коэффициентом диффузии и подвижностью электронов в газе при произвольной напряженности электрического поля:

$$D = \frac{1}{3} \left\langle \frac{v^2}{v_y} \right\rangle; \quad (2.77)$$

$$\frac{eD}{bkT} = \frac{\left\langle \frac{mv^2}{v_y} \right\rangle}{kT \left\langle \frac{1}{v^2} \cdot \frac{d}{dv} \left(\frac{v^3}{v_y} \right) \right\rangle}, \quad (2.78)$$

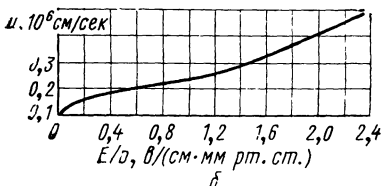
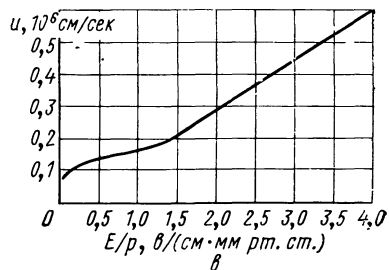
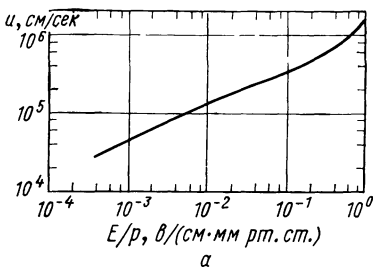


Рис. 2.4. Дрейфовая скорость электронов в аргоне [15] (а), криптоне [16] (б) и ксеноне [16] (в)

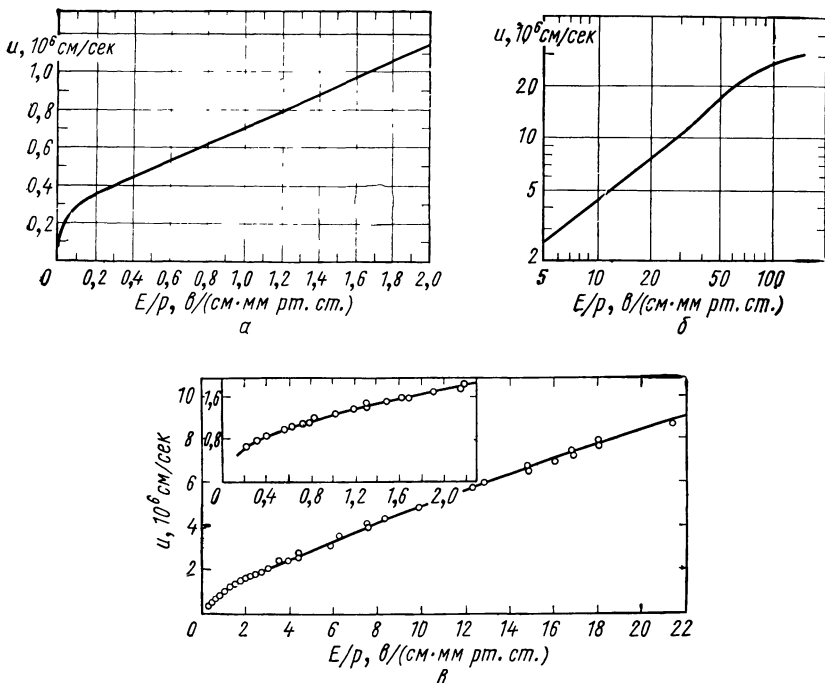


Рис 25. Дрейфовая скорость электронов в азоте [16] (а) и [15] (б) и в воздухе [17] (в)

где усреднение производится по функции распределения. При малых напряженностях поля это отношение, как следует из формулы Эйнштейна (2.60), равно единице. В других случаях это отношение незначительно отличается от единицы. Так, если произвести усреднение по функции распределения Драйвестейна, которая справедлива для больших напряженностей поля, то правая часть равенства (2.78) будет равна 1,14. На рис. 2.2—2.5 представлены результаты экспериментов по измерению дрейфовой скорости электронов в некоторых газах.

2.4. Диффузия и подвижность ионов

Диффузия и подвижность ионов в условиях газового разряда обычно на два-три порядка меньше этих же величин для электронов, и потому они не играют большой роли в быстро протекающих разрядах, которые в основном будут рассматриваться в последующих главах. Поэтому в этом разделе мы ограничимся лишь сводкой основных формул для диффузии и подвижности ионов, а читателей, интересующихся подробной теорией вопроса, отсылаем к специальной литературе [18—23].

Подвижность ионов в газе вводится на основе соотношения

$$b_i = u_i/E, \quad (2.79)$$

где E — напряженность электрического поля; u_i — дрейфовая скорость ионов. При малой напряженности поля, когда энергия, приобретаемая ионом на длине свободного пробега λ под действием электрического поля $eE\lambda$, много меньше его средней тепловой энергии kT , подвижность иона связана с коэффициентом диффузии соотношением Эйнштейна

$$b_i = e_i D_i/kT, \quad (2.80)$$

где e_i — заряд иона; T — температура газа.

Предположим, что концентрации ионов достаточно малы и взаимодействием ионов можно пренебречь. Установлено, что подвижность обратно пропорциональна концентрации газа, и поэтому ее обычно приводят к атмосферному давлению и температуре 0°C :

$$b_{i0} = N_0 b_i / 2,69 \cdot 10^{19}, \quad (2.81)$$

где N_0 — концентрация частиц газа при атмосферном давлении и температуре, соответствующей условиям эксперимента. Подвижность b_{i0} называют приведенной подвижностью.

Поскольку концентрация ионов много меньше концентрации частиц газа, функцию распределения последних по скоростям можно считать максвелловской. Если при этом напряженность поля также мала, то функция распределения ионов слабо отличается от максвелловской. Это позволяет записать ее в виде

$$f(v) = \varphi(v) [1 + v \cos \theta h(v)], \quad (2.82)$$

где $\varphi(v) = \left(\frac{m_i}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m_i v^2}{2kT}\right)$ — максвелловская функция распределения; θ — угол между векторами \mathbf{v} и \mathbf{E} . Если положить далее $h(v) = \text{const}$, что соответствует первому приближению Чепмена — Энскога [18], то для подвижности получаем следующее соотношение:

$$b_i = \frac{2,1 \cdot 10^4}{\bar{\sigma} (\mu kT)^{1/2}}, \text{ см}^2/(\text{в} \cdot \text{сек}), \quad (2.83)$$

где μ — приведенная масса иона и атома в единицах протонных масс; $\bar{\sigma}$ — в единицах $\pi a_0^2 = 0,88 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$:

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{2} \int_0^\infty \sigma^*(x) \exp(-x) x^2 dx; \quad (2.84)$$

$\sigma^*(x)$ — диффузионное сечение рассеяния иона на частице газа; v — относительная скорость столкновения иона с частицей газа; $x = \mu v^2/2kT$.

Таким образом, дальнейшее решение связано с выбором потенциала взаимодействия иона с атомом. Если ион движется в чужом

одноатомном газе, рассеяние иона на атомах газа определяется поляризационным взаимодействием иона с атомом:

$$V(r) = -\alpha e_i^2 / 2r^4, \quad (2.85)$$

где α — поляризуемость атома; r — расстояние между ядрами атома и иона. Расчеты с данным потенциалом приводятся к следующему выражению для диффузионного сечения [22, 23]:

$$\sigma^* = 2,21\pi \sqrt{\alpha e_i^2 / \mu v^2}. \quad (2.86)$$

Соответственно подвижность

$$b_i = 35,9 / \sqrt{\alpha \mu}, \text{ см}^2 / (\text{в} \cdot \text{сек}). \quad (2.87)$$

Здесь приведенная масса выражена в единицах протонных масс; α — в атомных единицах; подвижность отнесена к нормальной концентрации атомов $2,69 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$. Следовательно, в этом случае подвижность ионов не зависит от температуры газа и напряженности поля.

Если учесть в потенциале взаимодействия следующий член разложения, т. е. выбрать потенциал в виде

$$V(r) = -\alpha / 2r^4 - \beta / r^6, \quad \beta > 0, \quad (2.88)$$

где α и β — в атомных единицах, то для подвижности иона получим соотношение [22, 23]

$$b_1 = b_i \left[1 + \frac{2\beta}{3\alpha} \left(\frac{kT}{\alpha\pi} \right)^{1/2} \right]^{-1}, \quad (2.89)$$

где b_i — подвижность иона, определяемая по формуле (2.87).

При более высоких значениях напряженности электрического поля [до $E/p \simeq 10 \text{ вл} / (\text{см} \cdot \text{мм рт. ст.})$] подвижность ионов может быть представлена в виде разложения в ряд по степеням E^2 :

$$b_i = b_0 + b_1 E^2 + b_2 E^4 + \dots, \quad (2.90)$$

где b_k — сложные функции интегралов столкновений. Если взаимодействие пропорционально r^{-4} , то все b_k равны нулю. В случае большой напряженности электрического поля качественная зависимость подвижности от напряженности электрического поля имеет вид

$$b_i \simeq \frac{1}{E} \left(\frac{e_i E}{\mu N} \right)^{\frac{n}{2(n-2)}}, \quad (2.91)$$

где n — показатель степени в потенциале взаимодействия $U = Cr^{-n}$; N — концентрация газа.

Если ион движется в собственном одноатомном газе, то рассеяние иона на атоме определяется в основном резонансной перезарядкой. Вероятность резонансной перезарядки при столкновении иона с атомом с прицельным параметром ρ равна

$$W = \sin^2 \zeta(\rho),$$

где $\zeta(\rho) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varepsilon_u - \varepsilon_g}{2} dt$; $(\varepsilon_u - \varepsilon_g)$ — разность термов четного и нечетного состояний квазимолекулы, составленной из иона и атома.

Диффузионное сечение определяется соотношением [22, 23]

$$\sigma^* = 2\sigma_{\text{рез}} + \int_0^{\infty} 2\pi\rho d\rho (1 - \cos \chi) \cos 2\zeta, \quad (2.92)$$

где χ — угол рассеяния в системе центра инерции. Второе слагаемое определяется рассеянием на малые углы при прицельных параметрах столкновения, когда резонансной перезарядки не происходит. Оно всегда меньше первого слагаемого. Если упругим рассеянием можно пренебречь, то

$$\sigma^* = 2\sigma_{\text{рез}}. \quad (2.93)$$

Если же скорости столкновения столь малы, что перезарядка происходит в результате захвата иона, первое слагаемое в соотношении (2.92) равно сечению захвата $\sigma_{\text{захв}}$, а второе — $0,105 \sigma_{\text{захв}}$. При не очень малых скоростях столкновений сечение резонансной перезарядки слабо зависит от скорости. В этом случае оно значительно превышает сечение упругих столкновений иона и атома, и зависимость сечения от относительной скорости столкновения имеет вид

$$\sigma_{\text{рез}} = (\pi/2\gamma^2) \ln^2(\bar{v}/v), \quad (2.94)$$

где $\hbar^2\gamma^2/2m$ — энергия связи электрона, совершающего переход; \bar{v} — характерная скорость, причем $\ln(\hbar\bar{v}/e^2) \gg 1$. Использование σ^* в виде (2.93) приводит к следующему выражению для подвижности:

$$b_i = \frac{0,331e_i}{N(m_i kT)^{1/2} \sigma_{\text{рез}}(2,24v_T)}, \quad (2.95)$$

где $v_T = \sqrt{2kT/m_i}$; аргумент u сечения показывает, при какой скорости берется сечение резонансной перезарядки.

Формула (2.95) получена для высоких температур газа, когда упругим рассеянием можно пренебречь. Можно получить формулу для подвижности, которая будет иметь правильный асимптотический вид в пределе больших и малых температур и которую нужно применять в промежуточной области [20]:

$$b_i = \frac{0,217e_i}{N(m_i kT)^{1/2} \left[R_0^2 \left(\sqrt{\frac{9kT}{m_i}} \right) + \frac{\alpha e_i^2}{4kTR_0^2} \left(\sqrt{\frac{6kT}{m_i}} \right) + 0,16 \sqrt{\frac{\alpha e_i^2}{kT}} \right]}, \quad (2.96)$$

где $R_0 = (\alpha e_i^2/\mu v^2)^{1/4}$ — прицельный параметр, характеризующий сечение резонансной перезарядки.

При высоких напряженностях электрического поля, когда энергия, приобретаемая ионом на длине свободного пробега под действием электрического поля, много больше его средней тепловой

энергии, подвижность ионов в собственном газе можно рассчитать по формуле

$$b_i = \left(\frac{2e_i}{\pi m_i EN \sigma_{\text{рез}}} \right)^{1/2}, \quad (2.97)$$

где сечение резонансной перезарядки нужно брать при скорости $v = \sqrt{1,8e_i E/m_i \lambda}$.

При средних напряженностях поля, когда энергия, приобретаемая ионом от поля, сравнима с его тепловой энергией, а упругим рассеянием можно пренебречь, подвижность ионов удобно аппроксимировать формулой

$$b_i = \left(\frac{2kT}{m_i} \right)^{1/2} \cdot 0,48\kappa [1 + 0,22\kappa^{3/2}]^{-1/3}, \quad (2.98)$$

где

$$\kappa = \frac{e_i}{2kTN\sigma_{\text{рез}} [(2kT/m_i)^{1/2} (4,5 + 1,8\kappa)^{1/2}]}. \quad (2.99)$$

До сих пор рассматривалось движение иона в атомном газе, когда возможны лишь упругое рассеяние и резонансная перезарядка иона на атоме. Если атомный ион движется в молекулярном газе, то полученные формулы остаются справедливыми, если при столкновении иона с молекулой сорт ионов не изменяется [20]. В молекулярных и атомных газах, однако, одновременно могут образовываться ионы разных сортов. Так, в гелии при комнатной температуре основными ионами являются He^+ и He_2^+ . Обсуждение вопроса о подвижности при наличии нескольких сортов ионов заняло бы здесь слишком много места (см., например, работу [20]), поэтому ограничимся лишь сводкой экспериментальных данных. В табл. 2.1 приведены экспериментальные данные о подвижностях молекулярных ионов инертных газов в собственном газе и теоретические значения, рассчитанные по формуле (2.87). В табл. 2.2 и 2.3 приведены данные о подвижностях ионов некоторых газов в собственном газе.

В заключение этого раздела приведем интерполяционную формулу для дрейфовой скорости ионов в газе, полученную Ванье [76]. В приближении твердых шаров:

$$u_i = \xi \left(1 + \frac{m_i}{M} \right) \frac{e_i E}{m_i} \tau, \quad (2.100)$$

где $\tau = (N\bar{v}\sigma)^{-1}$ — среднее время между столкновениями иона с частицами газа; ξ — фактор порядка единицы, зависящий сложным образом от потенциала взаимодействия иона с нейтралом и масс m_i , M ; \bar{v} — средняя относительная скорость при столкновении иона с нейтралом:

$$\bar{v} = [\langle v_i^2 \rangle + \langle V^2 \rangle]^{1/2}; \quad (2.101)$$

Таблица 2.1

Подвижность молекулярных ионов инертных газов в собственном газе при комнатной температуре.
В круглых скобках указаны теоретические значения

| Ион | Ne_2^+ | Ne_2^+ | Ar_2^+ | Kr_2^+ | Xe_2^+ |
|---------------------------------------|--|---|--|-------------------------------------|--|
| Подвижность, $\text{см}^2/\text{сек}$ | (18,7) 20,9 [24]; 16,2 [25—27]; 20,4 [28]; 16,7 [28—30]; 19,0 [31]; 20,3 [32—34]; 19,6 [25]; 16,4 [35, 36]; 16,0 [37]; 15,9 [38]; 16,3 [39] | (5,9) 6,5 [27, 32, 33]; 5,8 [31, 40]; 7,5 [33]; 6,1 [41]; 6,4 [42]; 7,4 [43] | (2;1) 1,8 [40, 44]; 1,9 [27, 31, 45, 46]; 1,83 [44] | (1,18) 1,1—1,2 [47]; 1,2 [32] | (0,74) 0,67—0,77 [47]; 0,79 [32] |

Таблица 22

Подвижность атомных ионов инертных газов в собственном газе*, $\text{см}^2/(\text{в} \cdot \text{сек})$

| T, °K | He | Ne | Ar* | Kr | Xe |
|-------|--|--|---|---|---|
| 300 | 10,2 10,5 [26, 32, 48] 10,8 [31, 33] 10,2 [34] 10,7 [25, 27] 10,4 [28, 29] 9,6 [40] 10,6 [37] | 4,2 4,0 [32, 43, 49] 4,4 [31] 4,2 [33] 3,9 [34, 41] 4,1 [27] 4,6 [50] — | 1,61 1,6 [27, 32, 33] 1,63 [31] 1,4 [34, 46] 1,84 [41] 1,38 [52] 1,54 [44, 53] 1,55 [54, 55] | 1,0 0,9—0,95 [56] 0,9 [32] 0,87 [40] 1,01 [57] — — — | 0,66 0,6—0,65 [56] 0,58 [32] 0,61 [40] 0,55 [57] 0,57 [58] 0,54 [59] — |

| $T, ^\circ\text{K}$ | He | Ne | Ar* | Kr | Xe |
|---------------------|-------------------------------------|---|---------------------------------|-----------------------|-----------------------|
| 195 | 11,7 12,1 [33] 11,1 [41] — | 4,8 4,3 [42] 4,5 [33] 4,2 [41] 4,0 [51] | 1,8 1,95 [33] — — — | — — — — — | — — — — — |
| 77 | 15,3 13,5 [33] 13,8 [41] | 5,8 5,2 [33, 41] — | 2,1 2,2 [33] 1,88 [52] | — — — | — — — |

* Значения приведены к плотности: соответствующей 0°C и давлению 1 *ата*. Данные без ссылки рассчитаны по формуле (2.96) [20].

Таблица 2.3

Подвижность молекулярных ионов в собственном газе, $\text{см}^2/(\text{в}\cdot\text{сек})$

| $T, ^\circ\text{K}$ | O_2^+ в O_2 | O_2^- в O_2 | N^+ в N_2 | NO^+ в NO | CO^+ в CO |
|---------------------|---|---|---|--|---|
| 300 | 1,63 [60] 2,4 [61, 62] 2,22 [63] 1,95 [64] 2,15 [65] 2,24 [66] | 2,23 [60] 1,95 [63] 2,25 [64] 2,4 [62] 2,16 [66] — | 2,04 [60] 1,7 [67] 1,87 [68] 1,90 [69] — — | 1,95 [60] 1,91 [70] 1,9 [71, 72] 2,1 [73] 1,58 [60] 1,35 [60] | 1,79 [60] 1,8—1,9 [74] 1,93 [75] — — — |
| 600 | 1,27 [60] | 2,16 [60] | 1,62 [60] | — | 1,41 [60] |
| 1000 | 1,05 [60] | 2,15 [60] | 1,35 [60] | — | 1,17 [60] |

$\langle v_i^2 \rangle$ — средний квадрат скорости иона; $\langle V^2 \rangle$ — средний квадрат скорости нейтрала $\langle V^2 \rangle = 3/2kT$.

Далее Ванье показал, что

$$(1/2) m_i \langle v_i^2 \rangle = (3/2) kT + (1/2) m_i u_i^2 + (1/2) M u_i^2. \quad (2.102)$$

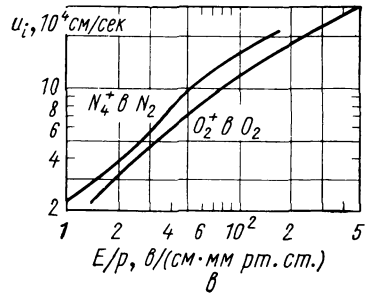
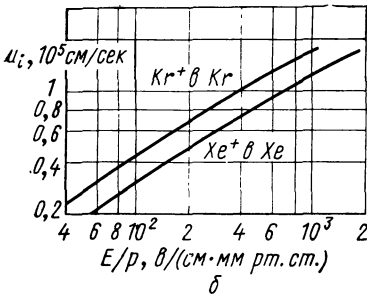
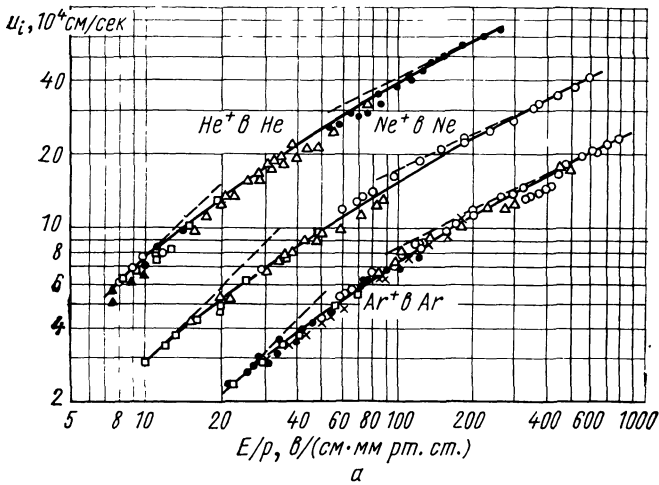


Рис. 2.6. Дрейфовая скорость положительных ионов по данным работ [31, 45] (а), [47] (б) и [61] (в)

Следовательно,

$$\langle v^2 \rangle + \langle V^2 \rangle = 3kT/\mu + u_i^2 (1 + m_i/M). \quad (2.103)$$

Подставляя соотношение (2.103) в (2.101) и затем в (2.100), получаем

$$u_i = \xi \frac{e_i E / N \sigma}{\sqrt{\mu (3kT + M u_i^2)}}. \quad (2.104)$$

Это уравнение является квадратическим относительно u_i^2 :

$$(u_i^2)^2 + \frac{3kT}{M} u_i^2 - \frac{\xi^2}{M\mu} \left(\frac{e_i E}{N\sigma} \right)^2 = 0. \quad (2.105)$$

При малых напряженностях электрического поля $3kT \gg Mu_i^2$, и тогда из уравнения (2.105) получаем

$$u_i \sim e_i E / (N\sigma). \quad (2.106)$$

При больших напряженностях $3kT \ll Mu_i^2$ и

$$u_i \sim \sqrt{e_i E / (N\sigma)}, \quad (2.107)$$

Параметр ξ можно выбрать таким образом, чтобы в пределе малых напряженностей электрического поля для подвижности был получен результат Чепмена — Энского (2.83). Тогда

$$\xi = \frac{3}{16} \cdot \frac{(6\pi)^{1/2}}{1-\Delta} = \frac{0,814}{1-\Delta}, \quad (2.108)$$

где Δ — малая поправка, учитывающая высшие члены разложения Чепмена — Энского.

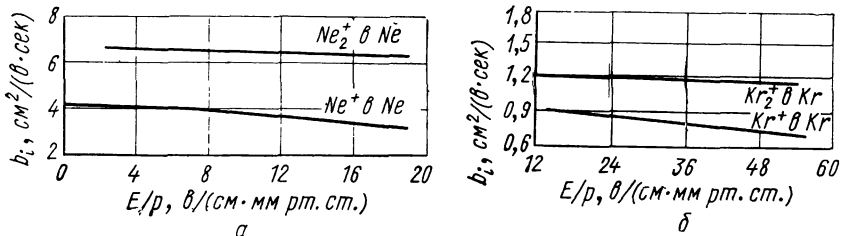


Рис. 2.7. Подвижность положительных ионов Ne (а) и Kr (б) [32]

Имеются и другие интерполяционные формулы, например формула Кихары [77], формула Фроста — Паттерсона [78, 79]. Ханн и Масон [80] проанализировали все эти формулы и сравнили результаты, получающиеся с их помощью, с результатами в тех случаях, когда возможно точное решение. Они пришли к выводу, что наиболее приемлема по надежности результатов в широком диапазоне значений напряженности электрического поля формула Ванье (2.100).

На рис. 2.6, 2.7 представлены результаты экспериментальных данных по измерению подвижности и дрейфовой скорости ионов в некоторых газах.

2.5. Амбиполярная диффузия

Если в газе, находящемся в электрическом поле, имеются электроны и положительные ионы с одинаковой концентрацией, т. е. по существу имеется квазинейтральная плазма, то их движение можно рассматривать как диффузию скопления зарядов с общей для всех зарядов диффузионной скоростью $v_D = v_e = v_i$. При наличии поля ток частиц определяется соотношением (2.56). Следовательно, имеем два соотношения:

$$j_e = N_e v_D = N_e b_e E - D_e \nabla N_e; \quad (2.109)$$

$$\mathbf{j}_i = N_i \mathbf{v}_D = -N_i b_i \mathbf{E} - D_i \nabla N_i. \quad (2.110)$$

Если плазма квазинейтральна, то $N_e = N_i$, $\nabla N_e = \nabla N_i$ и, исключая из (2.109) и (2.110) напряженность самосогласованного поля плазмы \mathbf{E} , получаем

$$\mathbf{v}_D = -\frac{D_i b_e + D_e b_i}{b_e + b_i} \cdot \frac{1}{N} \cdot \nabla N. \quad (2.111)$$

Если ввести коэффициент амбиполярной диффузии D_a обычным соотношением

$$\mathbf{j} = N \mathbf{v}_D = -D_a \nabla N, \quad (2.112)$$

то из выражения (2.111) получим

$$D_a = (D_i b_e + D_e b_i) / (b_e + b_i). \quad (2.113)$$

Коэффициент амбиполярной диффузии представляет собой коэффициент диффузии, усредненный по подвижностям электронов и ионов. Так как обычно $b_e \gg b_i$, то

$$D_a = D_i (1 + b_i D_e / b_e D_i), \quad (2.114)$$

или, используя соотношения Эйнштейна (2.60) и (2.80), имеем

$$D_a = D_i (1 + T_e / T_i), \quad (2.115)$$

где T_e и T_i — соответственно электронная и ионная температуры, которые могут не совпадать.

Выясним критерий применимости полученных формул. Уже предполагалось, что $N_e = N_i = N$, что можно иначе переписать в виде

$$|N_e - N_i| \ll N_e. \quad (2.116)$$

Из уравнения Пуассона

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi e(N_i - N_e)$$

можно получить

$$(N_i - N_e) \sim E / 4\pi eL, \quad (2.117)$$

где L — характерный размер области, занимаемой плазмой. В рассматриваемом случае

$$\mathbf{j}_e = -D_a \nabla N_e \ll D_e \nabla N_e,$$

так как из выражения (2.115) следует, что $D_a \sim D_i$, а $D \sim v\lambda \sim \sim 1/\sqrt{m}$, и поэтому $D_i \ll D_e$. Следовательно, из соотношения (2.109) получаем

$$-D_e \nabla N_e + b_e N_e E \approx 0$$

или

$$E \approx (D_e / b_e) (\nabla N_e / N) \sim kT_e / (eL). \quad (2.118)$$

Подставляя выражение (2.118) в (2.117), а затем полученное соотношение в условие (2.116), получаем, что амбиполярная диффузия

имеет место, если

$$L \gg r_{\text{Даб}}, \quad (2.119)$$

где $r_{\text{Даб}} = \sqrt{kT_e / 4\pi e^2 N_e}$ — радиус Дебая. Следовательно, это условие совпадает с обычным условием существования квазинейтральной плазмы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гинзбург В. Л., Гуревич А. В. Нелинейные явления в плазме, находящейся в переменном электромагнитном поле. — «Успехи физ. наук», 1960, т. 70, с. 202.
2. Зоммерфельд А. Термодинамика и статистическая физика. Пер. с англ. В. А. Бонч-Бруевича и В. Б. Сандомирского. М., Изд-во иностр. лит., 1955.
3. Druyvesteyn M. J. Calculation of Townsend Ionization Coefficient α for Neon. — «Physica», 1936, v. 3, p. 65.
4. Давыдов Б. И. О распределении скоростей электронов, движущихся в электрическом поле. — «Журн. эксперим. и теор. физ.», 1937, т. 6, с. 413.
5. Лозанский Э. Д. Первый коэффициент ионизации Таунсенда с учетом косвенной ионизации. — «Докл. АН СССР, серия физ.», 1968, т. 183, с. 315.
6. Бейтс Дж. Атомные и молекулярные процессы. Пер. с англ. Под ред. Л. М. Бибермана и В. А. Фабриканта. М., «Мир», 1964.
7. Smit J. A. Berechnung der Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen bei Gasentladungen in Helium. — «Physica», 1936, v. 3, p. 543.
8. Cahn J. H. Electronic Interaction in Electrical Discharges in Gases. — «Phys. Rev.», 1949, v. 75, p. 293.
9. Cahn J. H. Electron Velocity Distribution Function in High Frequency Alternating Fields Including Electronic Interactions. — «Phys. Rev.», 1949, v. 75, p. 838.
10. Pack J. L., Phelps A. V. Drift velocities of slow electrons in He, Ne, Ar, H₂ and N₂. — «Phys. Rev.», 1961, v. 121, p. 798.
11. Hornbeck J. A. Microsecond Transient Currents in the Pulsed Townsend Discharge. — «Phys. Rev.», 1951, v. 83, p. 374.
12. Townsend J. S., Bailey V. A. Motion of Electrones in Helium. — «Philos. Mag.», 1923, v. 46, p. 657.
13. Neilsen R. A. Absolute Values of the Electron Drift Velocity in N₂, He, Ne and Ar. — «Phys. Rev.», 1936, v. 50; p. 950.
14. Allen H. W. Electron Temperatures and Mobilities in the Rare Gases. — «Phys. Rev.», 1937, v. 52, p. 707.
15. Anderson J. M. Hall Effect and Electron Drift Velocities in the Plasma of the Positive Column. — «Phys. Fluid.», 1964, v. 7, p. 1517.
16. Bowe J. C. Drift velocity of electrons in nitrogen, helium, neon, argon, krypton and xenon. — «Phys. Rev.», 1960, v. 117, p. 1411.
17. Мик Дж., Крэгс Дж. Электрический пробой в газах. Пер. с англ. Под ред. В. С. Комелькова. М., Изд-во иностр. лит., 1960.
18. Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. Пер. с англ. Под ред. акад. Н. Н. Боголюбова. М., Изд-во иностр. лит., 1960.
19. Wannier G. H. Motion of gaseous ions in a strong electric field. — «Phys. Rev.», 1952, v. 87, p. 795.
20. Смирнов Б. М. Ионы и возбужденные атомы в плазме. М., Атомиздат, 1974.
21. Гуревич Л. Э. Основы физической кинетики. М., Гостехиздат, 1940.
22. Смирнов Б. М. Физика слабоионизованного газа. М., Атомиздат, 1971.
23. Хастед Дж. Физика атомных столкновений. Пер. с англ. Под ред. Н. Ф. Федоренко. М., «Мир», 1965.

24. Tyndall A. The Mobility of Positive Ions in Gases. Lond. — N. Y., 1938.
25. Kerr D. E., Leffel C. S. Creation and Destruction of Charged Particles and Excited States in Helium Afterglow. — «Bull. Amer. Phys. Soc.», 1962, v. 7, p. 131.
26. Lifetime of Helium Metastable Atoms; Mobility and Afterglow Studies in Helium, Neon and Argon. — «Bull. Amer. Phys. Soc.», 1962, v. 7, p. 636. (Auth.: H. J. Oskam, V. R. Mittelstadt, J. M. Madson, R. A. Gerber, G. F. Sauter.)
27. Oskam H. J., Mittelstadt V. R. Mobilities in Helium, Neon and Argon. — «Phys. Rev.», 1963, v. 132, p. 1435.
28. Patterson P. L. Temperature Dependence of Helium—Ion Mobilities. — «Phys. Rev.», 1970, v. 2A, p. 1154.
29. Patterson P. L., Beaty E. C. Ion Mobilities in Helium. — «Bull. Amer. Phys. Soc.», 1962, v. 7, p. 635.
30. Beaty E. C., Patterson P. L. Mobilities and Reaction Rates of Ions in Helium. — «Phys. Rev.», 1965, v. 137A, p. 346.
31. Hornbeck J. A. The drift velocities of molecular and atomic ions in helium, neon and argon. — «Phys. Rev.», 1951, v. 84, p. 615.
32. Biondi M. A., Chanin L. M. Mobilities of atomic and molecular ions in the noble gases. — «Phys. Rev.», 1954, v. 94, p. 910.
33. Chanin L. M., Biondi M. A. Temperature Dependence of Ion Mobilities in Helium, Neon and Argon. — «Phys. Rev.», 1957, v. 106, p. 473.
34. Mulcahy M. J., Lennon J. J. Ambipolar Diffusion Measurements in Low Pressure Rare Gas Afterglows. — «Proc. Phys. Soc.», 1962, v. 80, p. 626.
35. Niles F. E., Robertson W. W. Spectral emission of the helium afterglow. — «J. Chem. Phys.», 1964, v. 40, p. 2909.
36. New Method for Measuring the Rates of Ionic Transport and Loss. I. Mobility of NO⁺. — «Phys. Rev.», 1965, v. 138A, p. 359. (Auth.: R. A. Young, C. R. Gatz, R. L. Sharpless, C. M. Ablow.)
37. McAfee K. B., Edelson D. Drift Velocities of Atomic and Molecular Ions in Nitrogen. — Proc. of 6-th Intern. Conf. Phenomena in Gases. Paris, 1963, v. 1, p. 299.
38. Smith D., Copsey M. J. Investigation of the helium afterglow. I. Mass spectrometric observations. — «J. Phys. B», 1968, v. 1, p. 650.
39. Фуголь И. Я., Григорашенко О. Н., Мышкис Д. А. Экспериментальное исследование разрушения метастабильных атомов гелия в плазме при низких температурах. — «Журн. эксперим. и теор. физ.», 1971, т. 60, с. 423.
40. Munson R. J., Tyndall A. M. The mobility of positive ions in their own gas. — «Proc. Roy. Soc.», 1941, v. A177, p. 187.
41. Courville G. E., Biondi M. A. Temperature Dependence of Ionic Mobilities in Gas Mixtures. — «J. Chem. Phys.», 1962, v. 37, p. 616.
42. Hackman R. Temperature variation of positive ion mobilities and conversion rates in neon. — «Brit. J. Appl. Phys.», 1966, v. 17, p. 197.
43. Dutton J., Williams E. M. Note on Diffusion and Drift of Positive Ions in Neon. — «Proc. Phys. Soc.», 1964, v. 84, p. 171.
44. Madson J. M., Oskam H. J. Mobility of argon ions in argon. — «Phys. Lett.», 1967, v. 25A, p. 407.
45. Jäger G., Otto W. The drift velocities of ions and electrons in argon and hydrogen. — «Z. Phys.», 1962, Bd 169, S. 517.
46. McAfee B., Sipler D., Edelson D. Mobilities and reactions of ions in argon. — «Phys. Rev.», 1967, v. 160, p. 130.
47. Varney R. N. Drift velocities of ions in krypton and xenon. — «Phys. Rev.», 1952, v. 88, p. 362.
48. Mobilities of Mass—Identified Ions in Nitrogen. — Proc. of 6-th Intern. Conf. on Ioniz. Phenomena in Gases. Paris, 1963, v. 1, p. 295. (Auth.: D. W. Martin, W. S. Barnes, G. E. Keller, D. S. Harmer, E. W. McDaniel.)
49. Beaty E. C., Patterson P. L. Reaction Rates for the formation of He₂⁺ and Ne₂⁺. — Proc. of 6-th Intern. Conf. on Ioniz. Phenomena in Gases. Paris, 1963, v. 1, p. 289.

50. **Smith D., Cromey P. R.** Conversion rates and ion mobilities in pure neon and argon afterglow plasmas. — «J. Phys. B», 1968, v. 1, p. 638.
51. **Vitols A. P., Oskam H. J.** Reaction Rate Constant for $\text{Ne}^+ + 2\text{Ne} \rightarrow \text{Ne}_2^+ + \text{Ne}$. — «Phys. Rev.», 1972, v. 5A, p. 2618.
52. **Beaty E. C.** Temperature Dependence of the Mobility of Positive Ions in Argon and Krypton. — «Phys. Rev.», 1956, v. 104, p. 17.
53. **Beaty E. C.** Mobilities of Positive Ions in Argon. — Proc. of 5-th Conf. on Ioniz. Phenomena in Gases. Amsterdam, 1962, v. 1, p. 183.
54. **Popesku I., Heide R.** The Mobility of simple and cluster ions in argon at high pressures. — «Z. Phys.», 1969, Bd 220, S. 337.
55. **Bhattacharya A. K.** Mass Spectrometric Study of Argon Afterglow Plasmas. — «J. Appl. Phys.», 1970, v. 41, p. 1707.
56. **Хаксли Л., Кромптон Р.** Движение медленных электронов в газах. — В сб.: Атомные и молекулярные процессы. М., «Мир», 1964, с. 297.
57. **Chen C. L.** Atomic Processes in Helium—Krypton and Helium—Xenon Mixtures. — «Phys. Rev.», 1963, v. 131, p. 2550.
58. **Измерение коэффициента рекомбинации в плазме, создаваемой облучением паров цезия ультрафиолетовой радиацией.** «Журн. техн. физ.», 1970, т. 40, с. 1931. (Авт.: В. Б. Бродский, А. Т. Ворончев, С. Е. Зачик и др.)
59. **Наскам R.** Mobility and diffusion cross section of atomic xenon in xenon. — «J. Phys. B», 1969, v. 2, p. 790.
60. **Радциг А. А., Смирнов Б. М.** Подвижность двухатомных молекулярных ионов в собственном газе. — «Теплофизика высоких температур», 1975, т. 13, с. 175.
61. **Samson J. A. R., Weissler G. L.** Mobilities of oxygen and nitrogen ions. — «Phys. Rev.», 1965, v. 137A, p. 381.
62. **Varney R. N.** Monatomic and Diatomic Ions in Oxygen. — «Phys. Rev.», 1970, v. 2A, p. 370.
63. **Burch D. S., Geballe R.** Ionic Drift Velocities and Electron Attachment Coefficients in Oxygen. — «Phys. Rev.», 1957, v. 106, p. 183.
64. **Eiber H.** The Behaviour of Positive and Negative Ions in Pure Oxygen and Oxygen—Water Vapour Mixtures. — «Z. angew. Phys.», 1963, Bd 15, S. 103.
65. **Fleming I. A., Rees J. A.** Drift velocity measurements for positive oxygen ions in oxygen. — «J. Phys. B», 1969, v. 2, p. 423.
66. **Mobilities and Longitudinal Diffusion Coefficients of Mass-Identified Potassium Ions and Positive and Negative Oxygen Ions in Oxygen.** — «Phys. Rev.», 1971, v. 3A, p. 477. (Auth.: R. M. Snuggs, D. J. Volz, J. H. Schummers e. a.)
67. **Saporoschenko M.** Mobility of Mass-Analyzed N^+ , N_2^+ , N_3^+ and N_4^+ Ions in Nitrogen Gas. — «Phys. Rev.», 1965, v. 139A, p. 352.
68. **Mobilities, diffusion coefficients and reaction rates of mass-identified nitrogen ions in nitrogen.** — «Phys. Rev.», 1969, v. 178, p. 240. (Auth.: Mosley J. T. e. a.)
69. **Huntress W. T.** Ion Cyclotron Resonance Power Absorption: Collision Frequencies for CO_2^+ , N_2^+ and H_3^+ Ions in Their Parent Gases. — «J. Chem. Phys.», 1971, v. 55, p. 2146.
70. **Mobilities and Longitudinal Diffusion Coefficients of Mass-Identified Potassium Ions and Positive Nitric Oxide Ions in Nitric Oxide.** — «Phys. Rev.», 1971, v. 4A, p. 1106. (Auth.: D. J. Volz, J. H. Schummers, R. D. Laser e. a.)
71. **Gunton R. C., Shaw T. M.** Ambipolar Diffusion and Electron Attachment in Nitric Oxide in the Temperature Range 196 to 358° K. — «Phys. Rev.», 1965, v. A140, p. 748.
72. **Weller C. S., Biondi M. A.** Recombination Attachment and Ambipolar Diffusion of Electrons in Photoionized NO Afterglows. — «Phys. Rev.», 1968, v. 172, p. 198.
73. **Lineberger W. C., Puckett L. J.** Positive ions in nitric oxide afterglows. — «Phys. Rev.», 1969, v. 186, p. 116.

74. **Mobilities and Longitudinal Diffusion Coefficients of Mass-Identified Positive Ions in Carbon Monoxide Gas.** — «Phys. Rev.», 1973, v. 7A, p. 683. (Auth.: J. H. Schummers, G. M. Thomson, D. R. James e. a.)
75. **Saproschenko M.** Mobilities of CO^+ , CO_2^+ , and C_2O_2^+ and C_2O_2^+ Ions in Carbon Monoxide Gas. — «J. Chem. Phys.», 1968, v. 49, p. 768.
76. **Wannier G. H.** Motion of gaseous ions in strong electric fields. — «Bull. System Techn. J.», 1953, v. 32, p. 170.
77. **Kihara T.** The mathematical theory of electrical discharges in gases. B. Velocity-distribution of positive ions in a state field. — «Rev. Mod. Phys.», 1953, v. 25, p. 844.
78. **Frost L. S.** Effect of Variable Ionic Mobility on Ambipolar Diffusion. — «Phys. Rev.», 1957, v. 105, p. 354.
79. **Patterson P. L.** Temperature Dependence of Helium-Ion Mobilities. — «Phys. Rev.», 1970, v. A2, p. 1154.
80. **Hong-sup Hahn, Mason E. A.** Field Dependence of Gaseous-Ion Mobility: Theoretical Tests of Approximate Formulas. — «Phys. Rev.», 1973, v. 6, p. 1573.

ИОНИЗАЦИОННЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ ТАУНСЕНДА

3.1. Первый коэффициент ионизации Таунсенда

Таунсенд впервые теоретически и экспериментально получил зависимость тока между двумя плоскопараллельными электродами от расстояния между ними при данных напряженности поля и давления газа. Он ввел в рассмотрение коэффициент ионизации α , т. е. число пар заряженных частиц, образуемых электроном на единице длины пробега. Этот коэффициент получил название *первого коэффициента ионизации Таунсенда*.

Отметим, что иногда некоторые авторы используют коэффициент η , который равен числу пар заряженных частиц, создаваемых электроном при прохождении разности потенциалов l в, т. е.

$$\eta = \alpha l / E. \quad (3.1)$$

Если считать, что ионизация происходит непосредственно при столкновении электрона с молекулой или атомом, находящимся в основном состоянии, то согласно определению

$$\alpha = \langle N v \sigma_i \rangle / u, \quad (3.2)$$

где N — концентрация атомов или молекул; σ_i — сечение ионизации электронным ударом; v — скорость электронов; u — дрейфовая скорость электронов; усреднение производится по функции распределения электронов по скоростям.

Из выражения (3.2) следует соотношение

$$\alpha / N = f(E/N), \quad (3.3)$$

которое также называют *соотношением Таунсенда*. С помощью этого соотношения результаты экспериментов по измерению α , выполненных при низких давлениях, затем экстраполируют на высокие. Однако ниже будет показано, что это делать можно не всегда, так как соотношение (3.2) не универсально.

Если функция распределения известна, то из выражения (3.2) следует

$$\alpha / N = \frac{\int v \sigma_i f(v) dv}{\int v \cos \theta f(v) dv}. \quad (3.4)$$

Так как функция распределения электронов быстро убывает с ростом скорости электронов, то достаточно подобрать аппрокси-

мацию σ_i вблизи порога ионизации. Обычно выбирают σ_i в виде

$$\sigma_i = \begin{cases} K_i(v - v_i) & \text{при } v > v_i; \\ 0 & \text{при } 0 < v \leq v_i. \end{cases} \quad (3.5)$$

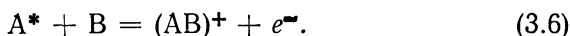
Значение константы K_i определяют для каждого газа из экспериментальных данных.

Имеется очень большое количество экспериментальных и теоретических работ по определению α в различных газах. Подробная библиография содержится в книге Мика и Крэгса [1], из более поздних работ отметим [2—12]. Однако к полученным результатам следует относиться с большой осторожностью по следующим причинам.

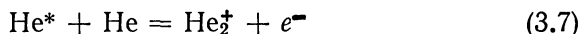
Во-первых, наличие даже ничтожных легкоионизируемых примесей может резко изменить значение α , и поэтому большинство экспериментальных данных, полученных, когда техника очистки газа была несовершенна, следует считать ненадежными.

Во-вторых, константы сечений, которые мы берем из эксперимента, известны в большинстве случаев с точностью до множителя, равного двум, и, так как они стоят в показателе экспоненты функции распределения, согласно конкретных теоретических расчетов с экспериментом не следует придавать большого значения.

В-третьих, многие газы с большой вероятностью образуют молекулярные ионы в результате реакций ассоциативной ионизации типа



Например, для гелия сечение реакции



имеет значение $\sim 10^{-15} - 10^{-16} \text{ см}^2$ [13]. Аналогичные реакции идут и в других инертных газах, а также в кислороде, азоте, углекислом газе и др. [14, 15], однако данных о сечениях для этих газов в литературе пока нет.

В принципе, исходя из энергетических соображений, для того чтобы реакция (3.6) могла идти, должно выполняться следующее условие [16]:

$$\epsilon_A^* > \epsilon_A^i - \epsilon_{(AB)^+}^d, \quad (3.8)$$

где ϵ_A^* — энергия возбуждения частицы А; ϵ_A^i — энергия ионизации этой частицы; $\epsilon_{(AB)^+}^d$ — энергия диссоциации молекулярного иона $(AB)^+$ на A^+ и В. Но $\epsilon_{(AB)^+}^d$ всегда положительна благодаря поляризионному взаимодействию между A^+ и В. Следовательно, у частицы всегда найдется уровень возбуждения, такой, что условие (3.7) будет выполнено. Например, для гелия низшим уровнем, вступающим в реакцию (3.6), является уровень $3'P$.

Процесс ассоциативной ионизации был впервые исследован Хорнбеком и Молнармом [17], которые, возбуждая газ моноэнергетическим пучком электронов, обнаружили, что образование ионов в газе происходит при энергии электронов, меньшей энергии ионизации

атомов. При этих энергиях электроны могут только возбуждать атомы газа, а образование ионов и электронов происходит при столкновении возбужденных атомов с атомами, находящимися в основном состоянии.

Механизм ассоциативной ионизации объясняется так. Соседние уровни возбужденного атома находятся достаточно близко друг к другу. Если к атому в возбужденном состоянии приближается атом в основном состоянии, то происходит расщепление возбужденных уровней в результате снятия вырождения по некоторым квантовым числам, например по проекции орбитального момента атома, т. е. каждый из уровней возбужденного атома разбивается на несколько термов. Если некоторые термы составленной из возбужденного атома и атома, находящегося в основном состоянии, квазимолекулы пересекаются с границей непрерывного спектра, соответствующего терму молекулярного иона, то при столкновении атомов возможна ассоциативная ионизация. Ассоциативная ионизация наиболее эффективно происходит в случае, когда потенциал ионизации атома сравним с энергией диссоциации молекулярного иона. Для сильновозбужденного атома сечение ассоциативной ионизации существенно меньше [18].

В табл. 3.1 приведены значения потенциалов появления некоторых молекулярных ионов. В табл. 3.2 приведены экспериментальные данные о сечениях ассоциативной ионизации для некоторых возбужденных состояний гелия, взятые из работы [26].

Исходя из сказанного, в работе [27] был сделан вывод, что наиболее существенный вклад в ионизацию при высоких давлениях дает не ионизация электронным ударом, а реакция типа (3.6), так как создание электрона в последнем случае требует меньшей энергии, равной энергии возбуждения атома или молекулы, и, кроме того,

Т а б л и ц а 3.1

Потенциалы появления молекулярных ионов

| Ион | Потенциал появления, эв | Потенциал ионизации атома, эв |
|------------------------------|----------------------------------|-------------------------------|
| He ₂ ⁺ | 23,2 [17]; 23,3 [19]; 23,4 [20] | 24,59 |
| HeNe ⁺ | 23,4 [19]; 22,6 [20] | — |
| HeAr ⁺ | 17,9 [19] | — |
| HeKr ⁺ | 19,9 [19] | — |
| Ne ₂ ⁺ | 20,9 [17, 19] | 21,56 |
| NeAr ⁺ | 16,8 [19]; 16,5 [21] | — |
| NeKr ⁺ | 16,6 [19] | — |
| NeXe ⁺ | 16,0 [19] | — |
| Ar ₂ ⁺ | 15,1 [17, 22]; 14,7 [23, 24] | 17,56 |
| ArKr ⁺ | 14,0 [24] | — |
| ArXe ⁺ | 13,5 [24, 25] | — |
| Kr ₂ ⁺ | 13,2 [17, 20]; 13,0 [19, 23] | 14,0 |
| KrXe ⁺ | 12,3 [19]; 12,2 [20] | — |
| Xe ₂ ⁺ | 11,2 [24]; 11,6 [20]; 11,16 [23] | 12,1 |

**Усредненные сечения ассоциативной ионизации для He
при $T = 400^\circ\text{K}$**

| | | | | |
|---|--------|--------|--------|--------|
| Состояние возбужденного атома He | 3^1P | 3^1D | 3^3P | 3^3D |
| Потенциал ионизации, эв | 1,51 | 1,52 | 1,62 | 1,52 |
| Сечение ассоциативной ионизации, \AA^2 | 2 | 5 | 2 | 20 |

функция распределения электронов очень быстро убывает на «хвосте». Чтобы вычислить коэффициент ионизации α с учетом процесса образования молекулярных ионов, формулу (3.4) следует переписать в несколько ином виде:

$$\alpha/N = \frac{\int v \left(\sum_n \sigma_n \right) f(v) dv}{\int v \cos \theta f(v) dv} \quad (3.9)$$

Здесь \sum_n означает суммирование по всем сечениям возбуждения и ионизации начиная с низшего уровня возбуждения, вступающего в реакцию (3.6). Каждое сечение по-прежнему можно аппроксимировать функцией (3.5), разумеется, со своей константой.

Очень часто для расчета α используют полуэмпирическое соотношение [28]

$$\alpha/N = A \exp(-BN/E), \quad (3.10)$$

которое несмотря на весьма грубые приближения, используемые при его выводе, дает хорошее совпадение с экспериментом при надлежащем выборе констант A и B для определенного интервала значений E/N . В табл. 3.3 приведены константы A и B для некоторых газов и область значений E/P , в которой можно пользоваться соотношением (3.10) (пересчет от давления p к N ведется по формуле $p = NkT$).

Таблица 3.3

**Значение констант A и B в формуле (3.10)
для различных газов**

| Газ | $A,$ (см·мм рт.ст.) ⁻¹ | $B,$ в/(см·мм рт.ст.) | Область примени- мости $E/p,$ в/(см·мм рт.ст.) | Газ | $A,$ (см·мм рт.ст.) ⁻¹ | $B,$ в/(см·мм рт.ст.) | Область примени- мости $E/p,$ в/(см·мм рт.ст.) |
|--------|---|-----------------------------|--|------------------|---|-----------------------------|--|
| He | 3 | 34 | 20—150 | H ₂ | 5 | 130 | 150—600 |
| Ne | 4 | 100 | 100—400 | N ₂ | 12 | 342 | 100—600 |
| Ar | 12 | 180 | 100—600 | CO ₂ | 20 | 466 | 500—1000 |
| Kr | 17 | 240 | 100—1000 | H ₂ O | 13 | 290 | 150—1000 |
| Xe | 26 | 350 | 200—800 | Hg | 20 | 370 | 200—600 |
| Воздух | 15 | 365 | 100—800 | | | | |

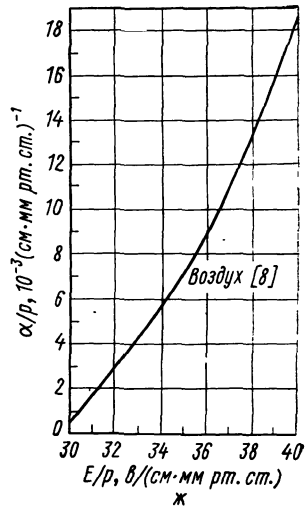
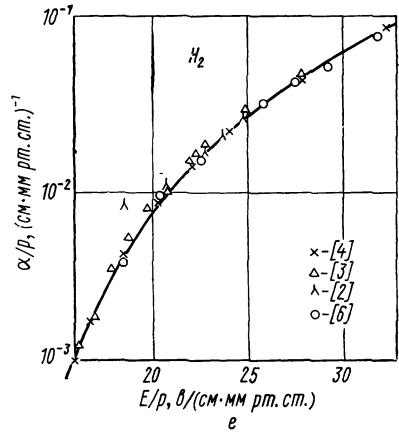
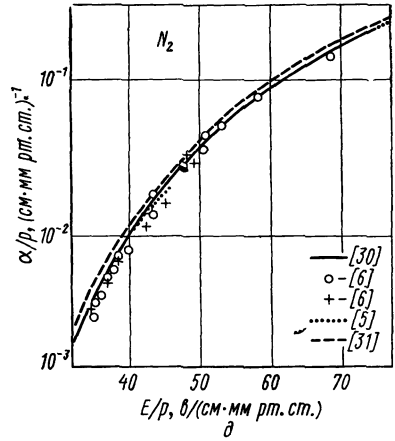
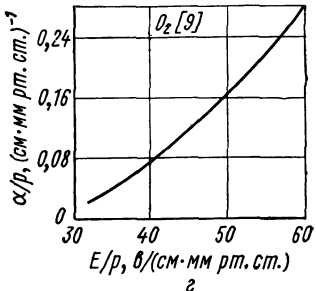
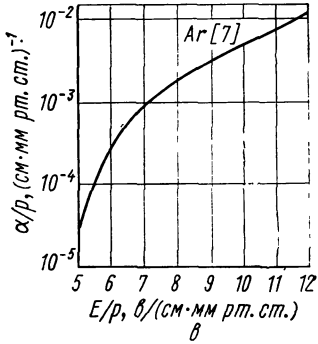
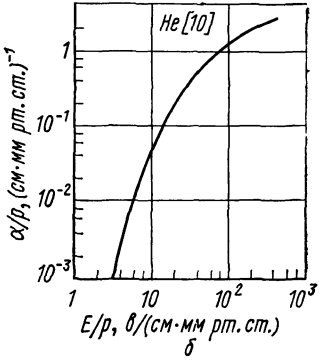
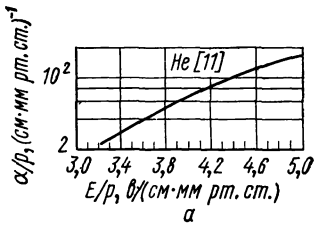


Рис. 3.1. Первый коэффициент ионизации Таунсенда α

Для воздуха в различных областях значений E/p можно также пользоваться различными эмпирическими формулами [29—31]:

при $E/p = 20 \div 40$ в/(см·мм рт. ст.)

$$\alpha/p = 5,76 \cdot 10^{-7} \exp(0,245E/p); \quad (3.11)$$

при $E/p = 44 \div 176$ в/(см·мм рт. ст.)

$$\alpha/p = 1,17 \cdot 10^{-4} (E/p - 32,2)^2; \quad (3.12)$$

при $E/p = 200 \div 1000$ в/(см·мм рт. ст.)

$$\alpha/p = \sqrt{0,21E/p} - 3,65. \quad (3.13)$$

На рис. 3.1 представлены результаты экспериментов по измерению α в некоторых газах.

3.2. Отклонение от закона Таунсенда

Если проанализировать функцию (3.9), то можно увидеть, что соотношение Таунсенда $\alpha/N = f(E/N)$ сохраняется и, казалось бы, можно экстраполировать значения α , вычисленные при малых N , на большие N . Однако на самом деле это не так. Вычисление α по формуле (3.8) следует проводить лишь в том случае, когда концентрация молекул газа такова, что реакция (3.6) успеет произойти прежде, чем возбужденная молекула уйдет на стенки вследствие диффузии или электроны с верхних возбужденных уровней молекулы перейдут на более низкие, не вступающие в реакцию (3.6).

Для промежутка длиной ~ 1 см второй процесс примерно на два порядка быстрее, и именно он ответствен за то, что реакция (3.6) может не успеть произойти. Для гелия, например, характерное время переходов $3^1P - 2^1S$ имеет значение $\sim 10^{-7}$ сек. Следовательно, условие того, что реакция (3.6) успеет произойти, прежде чем произойдут эти переходы, можно записать так:

$$(N\bar{v}\sigma_r)^{-1} \lesssim 10^{-7},$$

где σ_r — сечение реакции (3.6). Если подставить сюда значения $\sigma_r \approx 10^{-15}$ см² и $\bar{v} = \sqrt{2kT/M} \approx 10^5$ см/сек, то получим $N \gtrsim 10^{17}$ см⁻³. Следовательно, при $N \ll 10^{17}$ см⁻³ в гелии значения α можно рассчитывать по формуле (3.4).

В общем случае, для произвольного N [32]

$$\frac{\alpha}{N} = \frac{\langle v\sigma_i \rangle}{u} + \frac{\langle v\sigma^* \rangle}{u} W(\tau', T), \quad (3.14)$$

где $\sigma^* = \sum_n \sigma_n$ [см. выражение (3.8) за вычетом σ_i]; $W(\tau', T)$ — вероятность осуществления реакции (3.6), зависящая от времени ее протекания T и времени жизни возбужденного состояния молекулы τ' по отношению к переходу на более низкий энергетический

Экспериментальные значения α/ρ

| $E/\rho, \text{ в} / (\text{см} \cdot \text{мм} \text{ рт.ст.})$ | He | | Ne | | H ₂ | |
|--|--|---------------------------|--|---------------------------|--|---------------------------|
| | $\alpha/\rho, (\text{см} \cdot \text{мм} \text{ рт.ст.})^{-1}$ | $\rho, \text{ мм рт.ст.}$ | $\alpha/\rho, (\text{см} \cdot \text{мм} \text{ рт.ст.})^{-1}$ | $\rho, \text{ мм рт.ст.}$ | $\alpha/\rho, (\text{см} \cdot \text{мм} \text{ рт.ст.})^{-1}$ | $\rho, \text{ мм рт.ст.}$ |
| 2 | — | — | 0,0005 | 52,4—68,5 | — | — |
| 3 | 0,00080 | 52,2—75,8 | 0,00154 | 52,4—68,5 | — | — |
| 4 | 0,00298 | 52,2—74,5 | — | — | — | — |
| 5 | 0,00597 | 29,0—52,2 | 0,00726 | 10,5—68,5 | — | — |
| 7 | 0,0161 | 9,1—75,8 | 0,0196 | 10,5—68,5 | — | — |
| 10 | 0,0513 | 9,1—74,5 | 0,0462 | 9,1—68,5 | — | — |
| 15 | 0,113 | 9,1—29,0 | 0,113 | 9,1—43,2 | — | — |
| 20 | 0,189 | 6,25—29,0 | 0,198 | 4,25—43,2 | 0,0041 | 4,27—23,1 |
| 30 | 0,342 | 4,25—29,0 | — | — | 0,051 | 4,27—2,31 |
| 50 | 0,630 | 2,06—21,2 | 0,680 | 1,59—43,2 | 0,310 | 1,02—23,1 |
| 70 | 0,917 | 1,25—21,2 | 1,03 | 1,59—30,0 | — | — |
| 100 | 1,42 | 1,25—21,2 | 1,53 | 1,25—21,2 | 1,29 | 1,02—16,7 |
| 150 | 1,83 | 1,25—9,1 | 2,16 | 1,25—21,2 | — | — |
| 200 | 2,08 | 1,25—9,1 | 2,62 | 1,25—13,5 | 2,64 | 1,02—16,7 |
| 300 | 2,43 | 1,25—9,1 | 3,60 | 1,25—13,5 | 3,57 | 1,02—16,7 |
| 400 | — | — | 4,12 | 1,25—10,6 | 3,7 | 1,02—8,85 |
| 500 | — | — | — | — | 3,7 | 1,02—6,15 |

уровень, не вступающий в реакцию (3.6); усреднение, как обычно, производится по функции распределения.

Определим явный вид $W(\tau', T)$. Вероятность того, что реакция (3.6) произойдет за время dt , равна $\exp(-t/T)dt/T$. Вероятность того, что молекула не успеет перейти в более низкое энергетическое состояние, равна $\exp(-t/\tau')$. Следовательно,

$$W(\tau', T) = \int_0^{\infty} \frac{1}{T} e^{-t/T} e^{-t/\tau'} dt = \frac{\tau'}{T + \tau'}. \quad (3.15)$$

Таким образом,

$$\frac{\alpha}{N} = \frac{\langle v\sigma_i \rangle}{u} + \frac{\langle v\sigma^* \rangle}{u} \cdot \frac{\tau'}{T + \tau'} = \frac{\alpha_i}{N} + \frac{\alpha^*}{N}. \quad (3.16)$$

Величину T можно определить из соотношения

$$T = (Nv\sigma_r)^{-1}.$$

$$\text{Так как } \frac{\langle v\sigma_i \rangle}{v} = f_1(E/N); \quad \frac{\langle v\sigma^* \rangle}{u} = f_2(E/N); \quad \frac{\tau'}{T + \tau'} = f_3(N),$$

то (3.16) можно переписать в виде

$$\alpha/N = f_1(E/N) + f_2(E/N)f_3(N). \quad (3.17)$$

Следовательно, в общем случае соотношение Таунсенда $\alpha/N = f(E/N)$ не выполняется. Рассмотрим поведение функции $f_3(N)$. Если $T \gg \tau'$, то

$$f_3(N) \sim \tau'/T \sim N. \quad (3.18)$$

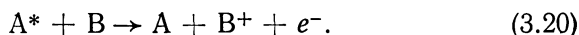
Мы получили, что в этой области концентраций $\alpha \sim N^2 f(E/N)$. Такая зависимость роста α в воздухе наблюдалась экспериментально [33]. Если $T \ll \tau'$, то $f_3(N) \rightarrow 1$ и

$$\alpha/N = f_1(E/N) + f_2(E/N) = f(E/N), \quad (3.19)$$

т. е. соотношение Таунсенда восстанавливается, однако сам вид функции $f(E/N)$ претерпевает изменения. Поэтому для сравнения теоретических и экспериментальных значений необходимо знать, при каких давлениях производился эксперимент. С этой точки зрения большой интерес представляют данные Чейнина и Рорка для He, Ne и H₂, представленные в табл. 3.4. В этой таблице приведены также интервалы значений давления, соответствующих данному значению α . Данные таблицы взяты из работ [10, 34].

3.3. Учет влияния примесей на первый коэффициент ионизации Таунсенда

Выше уже говорилось, что примеси, особенно легкоионизуемые, существенно влияют на значение первого коэффициента ионизации. Дело в том, что в этом случае весьма эффективно могут протекать реакции вида



Сечение ионизации при столкновении с атомом He 2^1P

| Атом или молекула | Ar | Kr | Xe | H ₂ | N ₂ | O ₂ |
|--|-----|-----|-----|----------------|----------------|----------------|
| $\sigma_{\text{ион}}, 10^{-15} \text{ см}^2$ | 8,6 | 8,9 | 8,4 | 2,6 | 6,9 | 6,9 |

Процесс (3.20) имеет большое сечение, если энергия возбуждения атома А превышает энергию ионизации атома В. При этом если атом А* находится в метастабильном состоянии, то данный процесс носит название эффекта Пеннинга. Однако наибольшее значение сечения этого процесса достигается в случае, когда атом А* находится в резонансно-возбужденном состоянии, т. е. может перейти в основное состояние в результате дипольного излучения. Подробное рассмотрение этого вопроса можно найти в работе [18].

Если возбужденное состояние атома А соответствует *P*-состоянию, а основное — *S*-состоянию, то сечение процесса (3.20) имеет вид

$$\sigma_{\text{ион}} = 8Cv^{-2/5}, \quad (3.21)$$

где

$$C = (9c\sigma_{\Phi}e^2f/64\omega^2m)^{2/5}; \quad (3.22)$$

v — относительная скорость столкновения А⁺ с В; σ_{Φ} — сечение фотоионизации атома В электромагнитной волной, усредненное по различным направлениям поляризации волны; $\hbar\omega$ — энергия возбуждения атома А; f — сила осциллятора для перехода атома А из возбужденного состояния в основное.

Для произвольного резонансного возбужденного состояния А сечение процесса (3.20) имеет несколько другой вид:

$$\sigma_{\text{ион}} = 3,16 \left[\frac{c\sigma_{\Phi}(\omega)}{\hbar\omega v} (D_A)_{1,2}^2 \right]^{2/5}, \quad (3.23)$$

где c — скорость света; $\sigma_{\Phi}(\omega)$ — сечение фотоионизации атома В фотоном $\hbar\omega$, усредненное по направлению начального момента атома А; $(D_A)_{1,2}$ — матричный элемент оператора дипольного момента атома А, взятый между его начальным и конечным состояниями. В табл. 3.5 приведено рассчитанное по формуле (3.21) сечение ионизации атомов и молекул при столкновении с атомом гелия, возбужденным в состоянии 2^1P при $T = 300^\circ \text{ K}$. Сечение берется при скорости $v = \sqrt{2kT/\mu}$, где μ — приведенная масса.

В табл. 3.6 приведены экспериментальные данные о сечениях процесса (3.20) в случае, когда атом А возбужден в метастабильное состояние, т. е. сечения реакций Пеннинга.

Строгий учет влияния примесей на значение первого коэффициента ионизации должен содержать в себе решение кинетического уравнения в смеси газов, что является чрезвычайно громоздкой математической задачей. Однако, если концентрация примеси невелика, то

Сечения реакций Пеннинга при тепловых энергиях
сталкивающихся частиц

| Сталкивающиеся атомы | $\sigma_{\text{ион}}, \text{ \AA}^2$ |
|---------------------------------|---|
| He (2^3S) + H | 22 [35] |
| He (2^3S) + Ar | 7,6 [36]; 6,6 [37]; 0,93 [38]; 0,97 [39]; 0,3 [40]; 3,9 [41]; 10 [42]; 9 [43]; 7,7 [44]; 7 [45]; 5,3 [46]; 7,2 [47] |
| He (2^3S) + Kr | 9 [36]; 10 [37]; 9,8 [41]; 8 [45]; 7,7 [46]; 2,2 [47] |
| He (2^3S) + Xe | 12 [36]; 13,9 [37]; 10 [42]; 11 [45]; 9,8 [46]; 14 [48] |
| He (2^3S) + H ₂ | 2,6 [36]; 6 [37]; 1 [41, 47]; 1,5 [45, 46]; 3,2 [49] |
| He (2^3S) + N ₂ | 7 [36]; 6,4 [37]; 3,6 [41]; 5 [45]; 5,2 [46]; 2,2 [47]; 3 [49, 50] |
| He (2^3S) + O ₂ | 14 [36]; 15 [45]; 16 [46]; 13 [49] |
| He (2^3S) + CO | 7 [36]; 8 [45]; 7,3 [46]; 5,8 [49] |
| He (2^3S) + NO | 16 [45]; 18 [47] |
| He (2^3S) + CO ₂ | 8,5 [41]; 43 [45]; 44 [46]; 53 [49] |
| He (2^3S) + SF ₆ | 21 [46] |
| He (2^1S) + H | 33 [51] |
| He (2^1S) + Ar | 7,6 [36]; 5,5 [17]; 16 [46] |
| He (2^1S) + Kr | 9 [52]; 64 [37]; 28 [46] |
| He (2^1S) + Xe | 12 [36, 48]; 103 [37]; 36 [46] |
| He (2^1S) + H ₂ | 1,7 [36]; 2,2 [46]; 3,2 [49] |
| He (2^1S) + N ₂ | 7 [36]; 12 [46]; 8 [49] |
| He (2^1S) + O ₂ | 14 [36]; 45 [46]; 13 [49]; 24 [50] |
| He (2^1S) + CO | 7 [36]; 24 [46]; 10 [49] |
| He (2^1S) + NO | 33 [46] |
| He (2^1S) + CO ₂ | 85 [46]; 53 [49] |
| He (2^1S) + SF ₆ | 53 [46] |
| Ne ($3P_2$) + Ar | 2,9 [38]; 2,6 [39]; 2,0 [40]; 3,5 [47] |
| Ne ($3P_2$) + Kr | 1 [47] |
| Ne ($3P_2$) + Xe | 16 [40] |
| Ne ($3P_2$) + N ₂ | 1 [41]; 0,2 [47] |
| Ne ($3P_2$) + O ₂ | 1,3 [47] |
| Ne ($3P_2$) + CO | 3 [47] |
| Ne ($1P_1$) + O ₂ | 4 [53] |
| Ne ($3P_0$) + O ₂ | 2,8 [53] |
| Ne ($3P_1$) + O ₂ | 2,8 [53] |
| Ne ($3P_2$) + O ₂ | 0,9 [53] |
| Ar ($3P_2$) + Kr | 1 [40] |
| Ar ($3P_2$) + H ₂ | 0,3 [40] |
| Ar ($1P_1$) + O ₂ | 1,8 [53] |
| Ar ($3P_0$) + O ₂ | 1,8 [53] |
| Ar ($3P_1$) + O ₂ | 1,6 [53] |
| Ar ($3P_2$) + O ₂ | 1,2 [53] |
| Kr ($1P_1$) + O ₂ | 1,6 [53] |
| Kr ($3P_0$) + O ₂ | 1,8 [53] |
| Kr ($3P_1$) + O ₂ | 2,2 [53] |
| Kr ($3P_2$) + O ₂ | 1,9 [53] |

можно пренебречь столкновениями электронов с молекулами примеси и задача упростится.

Рассмотрим смесь газов, в которой легкоионизируемая примесь имеет потенциал ионизации меньше, чем потенциал первого уровня возбуждения основной компоненты, например смесь гелия с аргоном.

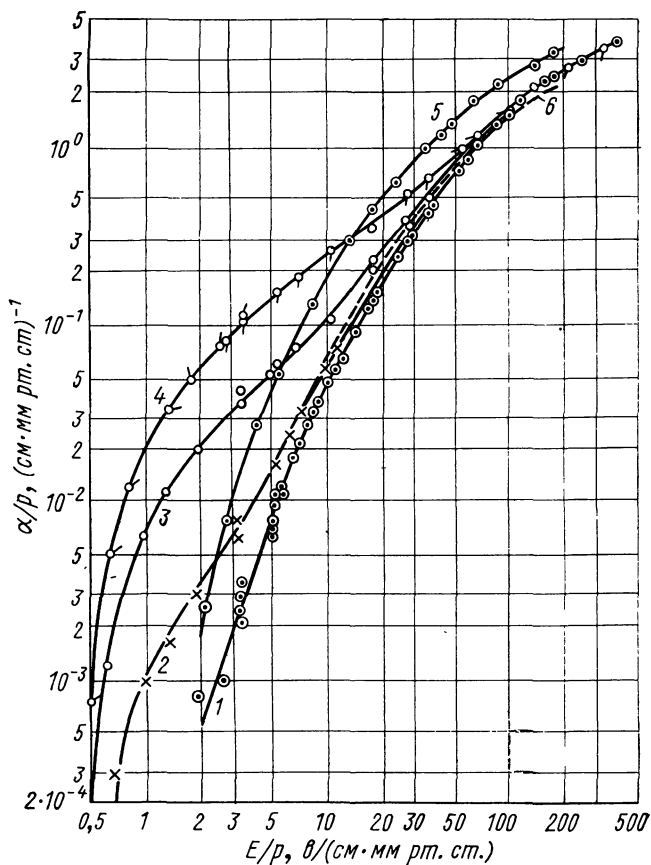


Рис. 32. Коэффициент ионизации в смеси неона с аргоном [55, 56]:

1 — чистый Ne; 2 — Ne + $0,82 \cdot 10^{-4}$ % Ar; 3 — Ne + $0,96 \cdot 10^{-3}$ % Ar; 4 — Ne + $0,97 \cdot 10^{-2}$ % Ar; 5 — Ne + 10% Ar; 6 — чистый Ne

Тогда основным механизмом, ведущим к появлению дополнительной по сравнению с чистым гелием ионизации, будут реакции типа (3.20). Причем в силу сказанного выше можно считать, что в этих реакциях будут участвовать атомы гелия, возбужденные как на резонансные, так и на метастабильные уровни. Следует только учесть уход возбужденных частиц на стенки в результате диффузии резонансного излучения или диффузии метастабильных атомов. Однако,

Коэффициент ионизации Таунсенда α в чистом гелии и смеси гелия с аргоном

| $E/p, \frac{eV}{(cm \cdot mm \cdot pt. cm.)}$ | $\alpha/p, (cm \cdot mm \cdot pt. cm.)^{-1}$ | | $E/p, \frac{eV}{(cm \cdot mm \cdot pt. cm.)}$ | $\alpha/p, (cm \cdot mm \cdot pt. cm.)^{-1}$ | |
|---|--|--------------|---|--|--------------|
| | He [10] | He + Ar [54] | | He [10] | He + Ar [54] |
| 3 | 0,00080 | 0,487 | 15 | 0,213 | 1,26 |
| 5 | 0,00597 | 0,665 | 20 | 0,289 | 1,42 |
| 7 | 0,0161 | 0,805 | 50 | 0,630 | 2,40 |
| 10 | 0,513 | 0,991 | 100 | 1,31 | 3,43 |

как уже говорилось, время, за которое резонансное излучение уходит на стенки в результате диффузии для промежутка ~ 1 см при атмосферном давлении, в среднем на два порядка больше времени переходов с резонансно-возбужденных уровней гелия на метастабильные. Поэтому можно считать, что гибель возбужденных частиц определяется в основном диффузией метастабильных атомов He.

Условие того, что реакция (3.20) успеет произойти прежде чем метастабильный атом уйдет на стенки, можно записать так:

$$(N_{Ar} \bar{v} \sigma_n)^{-1} \lesssim r^2/D, \quad (3.24)$$

где N_{Ar} — концентрация аргона; \bar{v} — средняя скорость атомов; σ_n — сечение реакции (3.14); r — характерный размер ионизационного промежутка; D — коэффициент диффузии метастабильных атомов He.

Приведем численные значения параметров, входящих в соотношение (3.24). При $T = 300^\circ K$ и атмосферном давлении $\bar{v} \sim 10^5$ см/сек и $D = 0,62$ см²/сек [40], $\sigma_n \simeq 7 \cdot 10^{-16}$ см² [45]. Значение r возьмем для оценки ~ 1 см. Подставляя эти значения, получаем

$$N_{Ar} \gtrsim 10^{-11} \text{ см}^{-3}. \quad (3.25)$$

Если взять концентрацию аргона, удовлетворяющую неравенству (3.25), но остающуюся много меньше концентрации гелия, то столкновениями электронов с атомами аргона можно пренебречь и функция распределения будет иметь такой же вид, как и в формулах (2.29), (2.30), (2.38) и (2.39).

Для получения первого коэффициента ионизации Таунсенда можно воспользоваться формулой (3.8), однако здесь суммирование в $\Sigma \sigma_n$ следует проводить начиная с первого уровня возбуждения, так как в этом случае достаточно возбудить атом He на любой уровень, чтобы получить дополнительный электрон. В работе [54] был проведен такой расчет и получен следующий результат:

$$\alpha = \frac{\gamma \beta^{1/3}}{0,7v_p^{3/2} + 1,1v_p \beta^{-1/3}}. \quad (3.26)$$

Первый коэффициент ионизации Таунсенда в смесях He + a% H₂ и
Ne + a% H₂ α/p, (см·мм рт. ст.)⁻¹

| E/p, в(см X X мм рт. ст.) | a = 0 | | a = 0,01 | | a = 0,1 | | a = 1 | | a = 10 | | a = 100 | |
|------------------------------|---------|---------|----------|--------|---------|--------|---------|---------|----------|---------|----------|---------|
| | He | Ne | He | Ne | He | Ne | He | Ne | He | Ne | He | Ne |
| 1 | — | — | — | 0,0095 | — | 0,0106 | — | 0,00040 | — | — | — | — |
| 2 | — | 0,00025 | — | 0,0156 | — | 0,0260 | — | 0,0080 | — | — | — | — |
| 3 | 0,00027 | 0,00050 | 0,00194 | 0,0180 | 0,00242 | 0,0285 | 0,00150 | 0,0140 | — | — | — | — |
| 5 | 0,0019 | 0,00150 | 0,0176 | 0,0177 | 0,0198 | 0,0283 | 0,0117 | 0,0200 | 0,000237 | 0,00138 | — | — |
| 7 | 0,0250 | 0,00280 | 0,0211 | 0,0170 | 0,0244 | 0,0280 | 0,0179 | 0,0230 | 0,00107 | 0,00289 | — | — |
| 10 | 0,00513 | 0,00460 | 0,0225 | 0,0168 | 0,0285 | 0,0283 | 0,0239 | 0,0248 | 0,00367 | 0,00640 | — | — |
| 15 | 0,00753 | 0,00750 | 0,0226 | 0,0162 | 0,0302 | 0,0254 | 0,0285 | 0,0263 | 0,00871 | 0,00939 | — | — |
| 20 | 0,00943 | 0,0097 | 0,0190 | 0,0160 | 0,0290 | 0,0245 | 0,0287 | 0,0269 | 0,0137 | 0,0120 | 0,000205 | 0,00021 |
| 30 | 0,0114 | 0,0120 | 0,0154 | 0,0149 | 0,0270 | 0,0238 | 0,0273 | 0,0270 | 0,0181 | 0,0172 | 0,00179 | 0,0017 |
| 50 | 0,0126 | 0,0138 | 0,0145 | 0,0157 | 0,0212 | 0,0202 | 0,0245 | 0,0231 | 0,0203 | 0,0202 | 0,0062 | 0,0062 |
| 70 | 0,0131 | 0,0149 | 0,0148 | 0,0165 | 0,0185 | 0,0194 | 0,0200 | 0,0229 | 0,0186 | 0,0208 | 0,0095 | 0,0095 |
| 100 | 0,0131 | 0,0154 | 0,0149 | 0,0162 | 0,0155 | 0,0161 | 0,0207 | 0,0219 | 0,0175 | 0,0197 | 0,0129 | 0,0129 |

Здесь сохранены обозначения разд. 2.2.

Отметим, что формула (3.26) учитывает образование молекулярных ионов Ne Ag^+ , а также фотоионизацию аргона резонансным излучением гелия. Интересно сравнить значения α в чистом гелии (см. табл. 3.7) и в гелии с примесью, a — % аргона (3.26). Влияние примеси очень сильно, несмотря на ее малое содержание ($a \ll 1$).

На рис. 3.2 представлены результаты экспериментальных данных по измерению α в смеси Ne и Ag . В табл. 3.8 приведены экспериментальные данные по измерению коэффициента ионизации Таунсенда в смеси $\text{Ne} + \text{H}_2$ и $\text{Ne} + \text{H}_2$, взятые из работы Чейнина и Рорка [57].

3.4. Процессы на катоде. Второй коэффициент ионизации Таунсенда

Вторичные электроны, обеспечивающие самостоятельность газового разряда при пониженном давлении, обычно образуются на катоде в результате взаимодействия ионов с поверхностью катода либо вырывания электронов из катода излучением газа. Лишь в поздних стадиях пробоя, когда плотность тока достигает достаточно большого значения, вторичные электроны образуются в основном в результате термоэмиссии, т. е. катод разогревается бомбардирующими его ионами до таких температур, что термоэмиссионный ток обеспечивает поддержание разряда.

Вторичная ионно-электронная эмиссия. Ионно-электронная эмиссия делится на две части. Первая часть, *потенциальное вырывание электронов*, не зависит от кинетической энергии ионов. Вторая часть — *кинетическое вырывание электронов* — начинает заметно проявлять себя лишь тогда, когда кинетическая энергия ионов достигает сотен электронвольт. Интенсивность кинетической части ионно-электронной эмиссии в области килоэлектронвольтных энергий пропорциональна скорости ионов и обратно пропорциональна косинусу угла падения. Когда скорость ионов достигает скорости порядка скорости атомных электронов, т. е. $v^2/\hbar = 2,19 \cdot 10^8$ см/сек, интенсивность ионно-электронной эмиссии достигает максимума, обычно нескольких электронов на ион, и далее падает по мере увеличения кинетической энергии в пределе обратно пропорциональном ей. Максимум, однако, очень широкий.

Удовлетворительная теория кинетической части ионно-электронной эмиссии создана сравнительно недавно Э. С. Парилисом [58]. Согласно Э. С. Парилису, вторичная ионно-электронная эмиссия является результатом возбуждения внутренних электронных атомов катода и иона, внедренного через поверхность, при их тесном столкновении и последующего оже-процесса с электронами валентной зоны вещества катода. Эта теория подтверждается, в частности, тем, что электроны, вырывающиеся из катода, имеют энергии до нескольких десятков электронвольт.

Такой же механизм ионизации атомов и обдирки налетающего иона наблюдался во многих экспериментальных работах по столкновению иона с атомами. В газовом разряде кинетическая часть ионно-электронной эмиссии не играет практически никакой роли, так как энергии ионов, приходящих на катод, обычно не хватает для возбуждения внутренних оболочек атомов и интенсивность кинетической части ионно-электронной эмиссии исчезающе мала. Поэтому здесь нецелесообразно останавливаться на ней подробнее.

Потенциальная часть ионно-электронной эмиссии связана с нейтрализацией иона электронами катода. Это также оже-эффект. Один из электронов катода садится на основной энергетический уровень иона, образуя нейтральный атом. При этом выделяется энергия, равная разности энергии ионизации атома и работы выхода электрона из катода, которая передается в этом процессе другому электрону катода. Процесс может идти и иначе, в две стадии. Электрон захватывается из катода ионом с помощью туннельного эффекта, образуя дырку в распределении электронов на глубине, равной энергии ионизации получившихся атома или молекулы. Затем дырка заполняется, опять же с помощью оже-эффекта в катоде.

Если в том и другом случае в оже-эффекте участвуют электроны, имеющие максимальную энергию в заполненной части валентной зоны, то никакой дырки в заполнении зоны не остается и оставшийся электрон приобретает энергию (кинетическую), равную разности энергий ионизации атома или молекулы газа и работы выхода электрона из катода. Для того чтобы электрон мог покинуть катод, эта энергия во всяком случае должна быть больше, чем работа выхода электрона из катода. Отсюда получается, что потенциальная эмиссия возможна лишь в том случае, когда потенциал ионизации молекулы газа по меньшей мере в два раза превышает потенциал работы выхода электрона из катода, т. е. условие возможности потенциальной ионно-электронной эмиссии из катода можно написать в виде

$$U_i > 2\varphi_k, \quad (3.27)$$

где U_i — потенциал ионизации молекул газа, а φ_k — потенциал работы выхода электрона из катода.

Однако даже если кинетическая энергия электрона больше работы выхода, это не является достаточным условием для вылета электрона из катода. Необходимо также, чтобы часть кинетической энергии электрона, приходящаяся на составляющую движения, перпендикулярную поверхности катода, была больше глубины валентной зоны и, кроме того, электрон должен двигаться к поверхности, а не от нее.

Считая распределение по скоростям сферически-симметричным, можно определить из геометрических соображений вероятность того, что составляющая скорости, перпендикулярная поверхности катода, превысит величину $\sqrt{2U_0 e/m}$, где U_0 — глубина валентной

зоны материала катода. По абсолютному значению скорость электрона до вылета из катода равна $\sqrt{2e(U_0 + U_i - 2\varphi_K)/m}$. Поэтому вероятность его вылета

$$\gamma_{\text{п}} \simeq \frac{C}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{1}{1 + (U_i - 2\varphi_K)/U_0}} \right) \text{ электрон/ион.} \quad (3.28)$$

Коэффициент $C < 1$ учитывает, что в данном простом расчете не приняты во внимание следующие обстоятельства. Во-первых, имеется некоторая вероятность отражения от потенциального барьера U_0 и в том случае, когда $U_i - 2\varphi_K > 0$, в особенности если $U_i - 2\varphi_K \ll U_0$. Во-вторых, электрон не обязательно приобретает кинетическую энергию $(U_i - 2\varphi_K + U_0)$. Последнюю он приобретает только в том случае, когда оба электрона, участвующие в оже-процессе, находятся на самой поверхности Ферми. В противном случае часть энергии остается в образовавшихся одной или двух дырках, которая далее диссипируется.

Может оказаться, что ни один электрон не будет иметь энергию выше U_0 . Статистически, по-видимому, наиболее вероятно участие в этом процессе электронов вблизи поверхности Ферми. Оба эти фактора можно учесть, введя вместо коэффициента C эффективное значение U_0 , превышающее истинное значение на $\sim 50\%$. Тогда совокупность экспериментальных данных удовлетворительно ложится на полученную зависимость. Кинетическая энергия электронов, вылетающих при потенциальной ионно-электронной эмиссии, действительно всегда меньше или равна $e(U_i - 2\varphi_K)$.

Обычные значения коэффициента $\gamma_{\text{п}}$, встречающиеся в газовом разряде, не превышают 0,05, хотя в специальных случаях подбора газа и катода с особенно малой работой выхода они могут быть и существенно выше. Однако согласно приведенной формуле и высказанным соображениям для ее вывода $\gamma_{\text{п}} < 0,5$.

Вырывание электронов из катода возбужденными атомами. Все вышесказанное относительно ионно-электронной эмиссии можно применить и к случаю соударения возбужденного атома или молекулы с поверхностью катода. Здесь атом приходит в нормальное состояние, передавая энергию возбуждения электрону катода. В формуле (3.28), если не писать для $\gamma_{\text{в}}$ — коэффициента вырывания электрона возбужденным атомом — нужно заменить величину $(U_0 + U_i - 2\varphi_K)$ на $(U_0 + U_{\text{в}} - \varphi_K)$. Последняя величина может оказаться больше. Более того, Мун и Олифант рассматривали ионно-электронную эмиссию как происходящую в два этапа. Первый этап — резонансный переход электрона из катода на возбужденный уровень в ион с образованием нейтрального возбужденного атома, который затем передает свою энергию другому электрону катода.

Однако, несмотря на то что при столкновении ускоренных электронов с атомами возбужденных атомов образуется несравненно больше, чем ионов, а интенсивность вырывания ими электронов из катода может быть даже выше, чем интенсивность вырывания элект-

ронов из катода ионами, это не может изменить суммарный коэффициент Таунсенда γ на порядок. Во-первых, атомы или молекулы, возбужденные на оптически разрешенные уровни, раньше излучают, переходя в нормальное состояние, чем доходят до катода. Поэтому активными для образования электронов на катоде являются лишь атомы или молекулы, возбужденные на резонансный или метастабильный энергетический уровень.

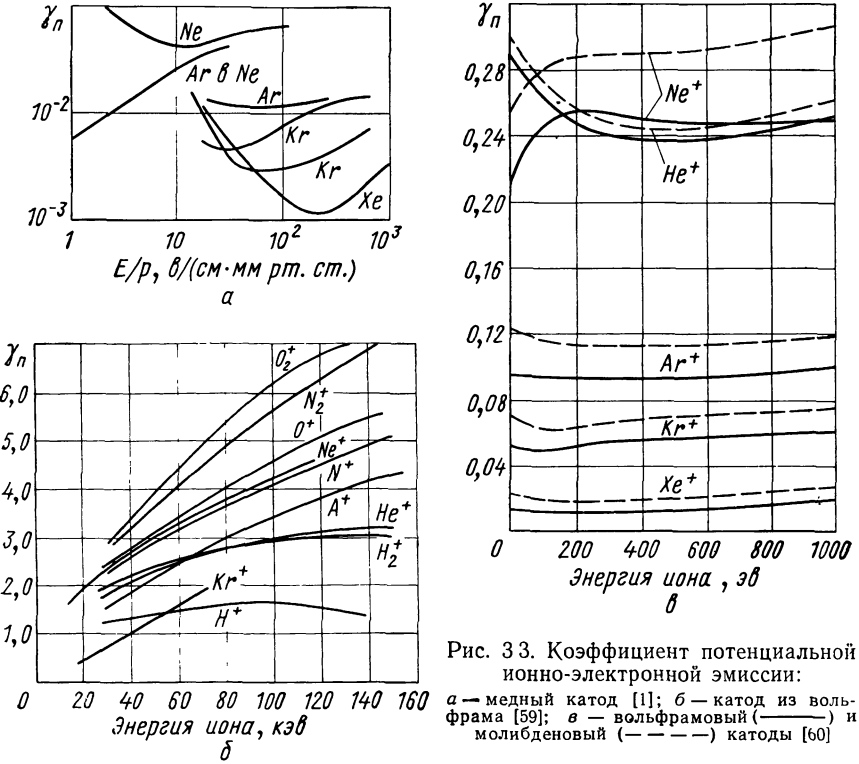


Рис. 33. Коэффициент потенциальной ионно-электронной эмиссии:

а — медный катод [1]; б — катод из вольфрама [59]; в — вольфрамовый (—) и молибденовый (---) катоды [60]

Во-вторых, ионы движутся к катоду под действием электрического поля по закону подвижности, в то время как возбужденные атомы или молекулы приходят на катод лишь под влиянием диффузии. По пути они много раз сталкиваются, а в процессе столкновения возбуждение может перейти в кинетическую энергию относительного движения сталкивающихся возбужденной и невозбужденной молекул (удар второго рода). Таким образом, вероятность того, что молекула, возбужденная где-то вблизи анода, дойдет возбужденной до катода, мала. На самом деле нужно, конечно, говорить не о движении возбужденной молекулы, а о движении возбуждения ввиду резонансной передачи возбуждения от одной молекулы к другой. Резонансное возбуждение, кроме того, может передаваться далеко че-

рез излучение на крыльях спектральной линии. Этот процесс требует специального исследования, которое было произведено выше.

Все же наблюдаемое значение γ в газе при специально подобранном катоде может достигать $\sim 0,1$, в то время как измеренное непосредственно значение коэффициента ионно-электронной эмиссии не больше 0,05 может объясняться также вырыванием электронов возбужденными атомами и непосредственным фотovyрыванием электронов из катода.

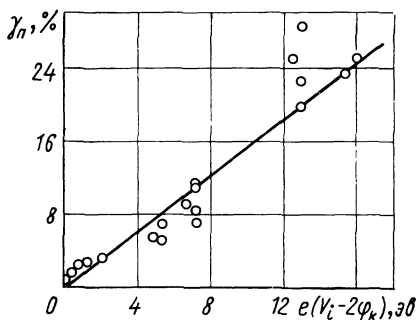


Рис. 3.4. Зависимость коэффициента потенциальной ионно-электронной эмиссии от превышения потенциала ионизации атома или молекулы над работой выхода [61]

На рис. 3.3, 3.4 представлены результаты экспериментальных данных по измерению γ_n .

Фотозффект на катоде. При освещении поверхности твердых тел наблюдается вырывание электронов из поверхности квантами света. Это явление существенно зависит от материала катода и энергии светового кванта.

Объяснение хорошо известных закономерностей фотозффекта дал А. Эйнштейн на основе гипотезы М. Планка о том, что свет поглощается квантами — порциями энергии равными $\hbar\omega$. Предполагается, что квант света передается одному электрону. Тогда из основного уравнения Эйнштейна можно получить выражение для максимальной кинетической энергии вырываемых электронов:

$$(mv^2/2)_{\text{макс}} = \hbar\omega - e\varphi_k, \quad (3.29)$$

где φ_k — работа выхода электрона из катода, т. е. разность глубины потенциальной ямы для валентных электронов и максимальной кинетической энергией валентных электронов в материале катода.

Мы не будем здесь рассматривать вопрос о функции распределения вылетающих электронов по энергии. Отметим лишь, что чем больше максимальная кинетическая энергия вылетающих электронов, которой соответствует величина $e(U_i - 2\varphi_k)$ или $e(U_v - \varphi_k)$, тем больше интенсивность фотозффекта с катода. Однако коэффициент C в формуле (3.28) в применении к фотозффекту наименее единицы. Это связано с тем, что средняя глубина поглощения светового кванта в металле порядка тысячи ангстрем, тогда как средняя длина пробега электрона по отношению к диссипации его энергии при столкновении с валентными электронами порядка десяти ангстрем (не путать с длиной пробега по отношению к рассеянию на ионном остове, которая имеет величину порядка сотни ангстрем и определяет электрическое сопротивление материала).

Коэффициент C в формуле (3.28) в данном случае пропорционален вероятности того, что квант света поглотится электроном в пределах его длины пробега по отношению к диссипации энергии от поверхности катода. Эта вероятность пропорциональна отношению средней длины диссипации к средней длине поглощения фотона, т. е. порядка 1%. Поэтому обычно максимальное значение коэффициента фотоэмиссии электронов из металла, т. е. при достаточно больших энергиях кванта (обычно далеко в ультрафиолетовой области) порядка 1%, а иногда и значительно меньше. На рис. 3.5 приводится график зависимости коэффициента фотоэмиссии $\gamma_{\text{ф}}$ от $\hbar\omega$.

Данные разных авторов не всегда согласуются между собой, а иногда различаются даже на порядок величины. Доверия, по-видимому, заслуживают меньшие значения. Большие значения фотоэлектронной эмиссии, получаемые некоторыми исследователями, могут объясняться наличием полупроводниковой пленки на поверхности металла, связанной с окислением, загрязнением и т. п., так как полупроводники и изоляторы обычно дают значительно большие коэффициенты фотоэлектронной эмиссии.

Хотя коэффициент фотоэмиссии обычно очень мал, следует иметь в виду, что, как и в случае возбужденных атомов, количество фотонов, которое может попадать на поверхность катода, значительно больше, чем количество положительных ионов. Поэтому фотоэлектронная эмиссия может давать существенный, а иногда и основной вклад во второй коэффициент Таунсенда γ . В последнем случае небольшое превышение напряжения на разрядном промежутке над минимальным пробивным резко снижает инерционность разряда.

В полупроводниках в зоне проводимости мало электронов. Поэтому фотоэлектрон теряет мало энергии на единицу пути, и средняя длина диссипации может быть сравнима со средней длиной пробега фотона. В этом случае коэффициент C в формуле (3.28) может быть близким к единице, и, следовательно, коэффициент фотоэмиссии может достигать значений 0,20—0,30 и даже больше для специальных катодов. Однако рассмотрение этих эффектов не входит в нашу задачу.

До сих пор в основном считалось, что при выходе электрона из катода коэффициент квантовомеханического отражения от потенциального барьера мал. Если аппроксимировать потенциальный барьер для выхода электрона из металла формулой

$$U = U_0[1 + \exp(-x/a)]^{-1} \quad (3.30)$$

(величина a характеризует расстояние, на котором потенциал возрастает с нуля до U_0), то коэффициент отражения определяется формулой

$$R = \text{sh}^2 \pi a (k_1 - k_2) / \text{sh}^2 \pi a (k_1 + k_2), \quad (3.31)$$

где кинетическая энергия электрона определяется как $\hbar^2 k^2 / 2m$; k_1 — волновое число электрона в металле, оно по меньшей мере

равно $\sqrt{2eU_0 m/\hbar}$ и, будучи умножено на a , дает величину больше единицы; k_2 — волновое число электрона вне металла — пусть будет много меньше, чем k_1 , настолько, что $\exp[-2\pi a(k_1 - k_2)] \ll 1$. Тогда

$$R \approx \exp[-4\pi a k_2]. \quad (3.32)$$

Отсюда видно, что коэффициент отражения становится мал, когда $4\pi a k_2 > 1$. Если $a \approx 10^{-8}$ см, то это соответствует энергии вылетающего электрона (точнее части ее, принадлежащей к движению перпендикулярно поверхности катода) больше 0,5 эв.

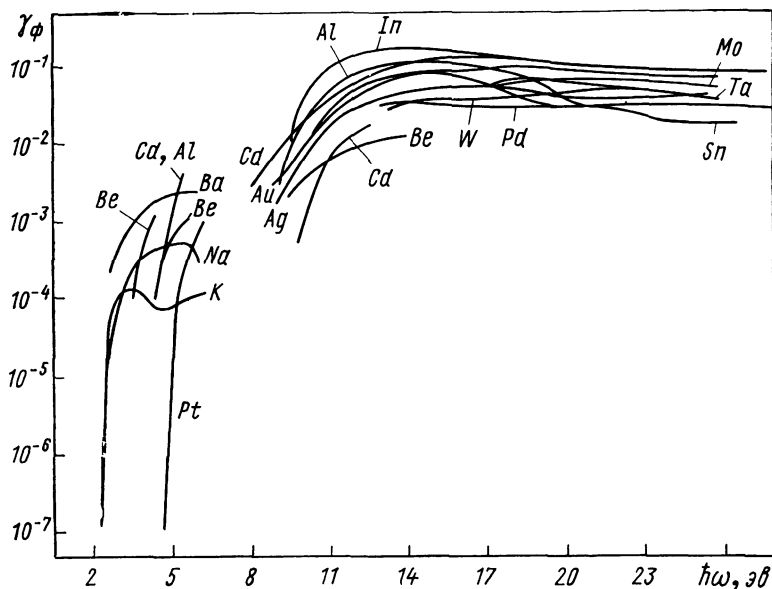


Рис. 3.5. Зависимость коэффициента фотоэлектронной эмиссии от энергии фотона для различных материалов [61]

Далее, при рассмотрении потенциальной эмиссии электронов при попадании на катод положительных ионов, а также возбужденных атомов не без основания считалось, что в процессе в основном участвуют электроны, кинетическая энергия которых соответствует близости к границе Ферми. Это связано с тем, что таких электронов больше всего выходит за пределы поверхности катода.

В отношении фотоэффекта также предположение несправедливо. Более вероятно, что любой электрон в валентной зоне Бриллюэна с примерно равной вероятностью может поглотить фотон. Также предположение приводит к квадратическому закону зависимости коэффициента фотоэлектронной эмиссии от превышения энергии фотона над пороговой (без учета отражения, что дало бы степень 5/2), наблюдаемой экспериментально.

Таким образом, для фотоэффекта на катоде формула для $\gamma_{\text{п}}$ должна отличаться от (3.28) не только значением коэффициента C , но, когда энергия фотона достаточно велика, как это обычно и имеет место в газовом разряде, формула (3.28) может давать правильную оценку величины $\gamma_{\text{ф}}$.

Отметим в заключение, что теория фотоэлектронной эмиссии не является законченной. Подробнее об эмиссии электронов с катода можно прочитать, например, в работе [61].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Мик Дж., Крэгс Дж.** Электрический пробой в газах. Пер. с англ. Под ред. В. С. Комелькова. М., Изд-во иностр. лит., 1960.
2. **Crompton R. W., Dutton J., Haydon S. C.** Growth of pre-breakdown ionization currents in hydrogen. — «Nature», 1955, v. 176, p. 1079.
3. **Wilkes A., Hopwood W., Peacock N. J.** Mechanisms of uniform field breakdown in hydrogen. — «Nature», 1955, v. 176, p. 837.
4. **Rose D. J.** Townsend Ionization Coefficient in Hydrogen and Deuterium. — «Phys. Rev.», 1956, v. 104, p. 273.
5. **Heylen E. A. D.** Townsend First Ionization Coefficient in Pure Nitrogen. — «Nature», 1959, v. 183, p. 1585.
6. **Frommhold L.** An Investigation of the Electron Component of Electron Avalanches in Uniform Fields. — «Z. Phys.», 1960, Bd 160, S. 554.
7. **Golden D. E., Fisher L. H.** Anomalies in ionization coefficients and in uniform field breakdown in argon for low values of E/p . — «Phys. Rev.», 1961, v. 123, p. 1079.
8. **Dutton J., Harris E. M., Ewellyn Lones F.** The determination of attachment and ionization coefficients in air. — «Proc. Phys. Soc.», 1963, v. 81, p. 52.
9. **Freely J. B., Fisher L. H.** Ionization, attachment and breakdown studies in oxygen. — «Phys. Rev.», 1964, v. 133, p. 304.
10. **Chanin L. M., Bork G. D.** Experimental determination of the first Townsend ionization coefficient in helium. — «Phys. Rev.», 1964, v. 133, p. 1005.
11. **Dutton J., Llewellyn Jones F., Rees D. B.** Ionization in helium at high pressures. — «Proc. Phys. Soc.», 1965, v. 85, p. 909.
12. **Fletcher J., Burch D. S.** Theoretical Electron Distribution Functions for Townsend Discharges in Argon. — «Phys. Rev.», 1973, v. 7A, p. 1341.
13. **Kaul W., Seyfried P., Taubert R.** Die Lebensdauer der angeregten Reaktanten in Neutralreaktionen. — «Z. Naturforsch.», 1963, Bd 18a, S. 432.
14. **Samson J. A. R., Cairns R. B.** Ionization potential of molecular xenon and krypton. — «J. Opt. Soc. Amer.», 1966, v. 56, p. 1140.
15. **Ion-Molecule Reactions**, Wiley-Interscience, 1970. (Auth.: E. W. McDaniell, V. Cermak, A. Dalgarno e. a.)
16. **Lozansky E. D.** Mechanisms of secondary processes in streamer breakdown of gases. — «J. Phys. D», 1969, v. 2, p. 137.
17. **Hornbeck J. A., Monlar J. P.** Mass Spectrometric Studies of Molecular Ions in the Noble Gases. — «Phys. Rev.», 1951, v. 84, p. 621.
18. **Смирнов Б. М.** Ионы и возбужденные атомы в плазме. М., Атомиздат, 1974.
19. **Munson M. S. B., Franklin J. L., Field F. H.** A Mass Spectrometric Study of Homonuclear and Heteronuclear Rare Gas Molecule Ions. — «J. Phys. Chem.», 1963, v. 67, p. 1542.
20. **Kaul W., Taubert R.** Secondary Reactions in the Inert Gas—Inert Gas and Inert Gas—Nitrogen Mixtures. — «Z. Naturforsch.», 1962, Bd 17a, S. 88.
21. **Fuchs R., Kaul W.** Mass-Spectrometric Detection of the $(\text{NeA})^+$ Molecular Ion. — «Z. Naturforsh.», 1960, Bd 15a, S. 108.

22. **Hornbeck J. A.** Probability of the Formation of He_2^+ , Ne_2^+ , and Ar_2^+ from Excited Atoms. — «Phys. Rev.», 1951, v. 84, p. 1072.
23. **Huffman R. E., Katayama D. H.** Photoionization study of diatomic-ion formation in argon, krypton and xenon. — «J. Chem. Phys.», 1966, v. 45, p. 138.
24. **Lee Y., Mahan B. H.** Photosensitized Ionization of Alkali—Metal Vapors. — «J. Chem. Phys.», 1965, v. 42, p. 2893.
25. **Williams R. A., Naiditch S.** Effect of Ammonia on the Photoionization of Cesium. — «J. Chem. Phys.», 1967, v. 47, p. 343.
26. **Teter M. P., Niles F. E., Robertson W. W.** Hornbeck—Monlar cross sections for the n-3 states of helium. — «J. Chem. Phys.», 1966, v. 44, p. 3018.
27. **Лозанский Э. Д.** Первый коэффициент ионизации Таунсенда с учетом косвенной ионизации. — «Докл. АН СССР», 1968, т. 183, с. 315.
28. **Энгель А., Штеенбек М.** Физика и техника электрического разряда в газах. Пер. с англ. М.—Л., Гостехиздат 1935.
29. **Капцов Н. А.** Электрические явления в газах и вакууме. М.—Л., Гостехиздат, 1947.
30. **Masch K.** Electron Ionization of Nitrogen, Oxygen and Air at Low and High Pressures. — «Arch. Elektrotechn.», 1932, Bd 26, S. 587.
31. **Dutton J., Haydon S. C., Llewellyn Jones F.** Electrical breakdown of gases. II. Spark mechanism in nitrogen. — «Proc. Roy. Soc.», 1952, v. A213, p. 203.
32. **Лозанский Э. Д., Понтекорво Д. Б.** Отклонения от законов Пашена и Таунсенда в разряде при давлениях порядка атмосферного. — Доклад на IV Всесоюзной конференции по низкотемпературной плазме. Киев, 1975.
33. **Daniel T. N., Dutton J., Harris F. M.** The influence of processes dependent on the square of the gas number density on the spatial growth of ionization in air. — Proc. IX Intern. Conf. on Phenomena in Ionized Gases, Bucharest, 1969, p. 5.
34. **Chanin L. M., Rork G. D.** Measurements of the First Townsend Ionization Coefficient in Neon and Hydrogen. — «Phys. Rev.», 1963, v. 132, p. 2547.
35. **Measurements of the Cross Sections for Penning Ionization of H by He (2^3S) Metastables.** — «Chem. Phys. Lett.», 1971, v. 8, p. 148. (Auth.: M. J. Shaw, R. C. Bolden, R. S. Hemsworth, N. D. Twiddy.)
36. **Sholette W. P., Muschlitz E. E.** Ionizing Collisions of Metastable Helium Atoms in Gases. — «J. Chem. Phys.», 1962, v. 36, p. 3368.
37. **Cross Sections for the De-Excitation of Helium Metastable Atoms by Collisions with Atoms.** — «Phys. Rev.», 1962, v. 128, p. 206. (Auth.: E. E. Benton, E. E. Ferguson, F. A. Matsen, W. W. Robertson.)
38. **Biondi M. A.** Ionization of Argon Atoms by Helium or Neon Metastable Atoms. — «Phys. Rev.», 1951, v. 83, p. 653.
39. **Biondi M. A.** Diffusion, de-excitation and ionization cross sections for metastable atoms. — «Phys. Rev.», 1952, v. 88, p. 660.
40. **Phelps A. V., Molnar J. P.** Lifetimes of metastable states of noble gases. — «Phys. Rev.», 1953, v. 89, p. 1202.
41. **Jesse W. P., Sadanskis J.** Ionization by Alpha Particles in Mixtures of Gases. — «Phys. Rev.», 1955, v. 100, p. 1755.
42. **Colegrove F., Franken P. A.** Optical Pumping of Helium in the 3S_1 Metastable State. — «Phys. Rev.», 1960, v. 119, p. 680.
43. **MacLennan D. A.** Electron ejection from an atomically clean tungsten surface by helium and neon metastable atoms. — «Phys. Rev.», 1966, v. 148, p. 218.
44. **Johnes C. R., Robertson W. W.** Temperature dependence of the cross section for the destruction of the helium metastable atom $\text{He} (2^3\text{S})$ by argon. — «J. Chem. Phys.», 1968, v. 49, p. 4240.
45. **The measurement of Penning ionization cross section for helium 2^3S metastables using a steady-state flowing afterglow method.** — «J. Phys. B», 1970, v. 3, p. 61. (Auth.: R. C. Bolden, R. S. Hemsworth, M. J. Shaw, N. D. Twiddy.)

46. **Schmeltkopf A. L., Fehsenfeld F. C.** De-excitation rate constants for helium metastable atoms with several atoms and molecules. — *J. Chem. Phys.*, 1970, v. 53, p. 3173.
47. **Sinda T., Pesnelle A.** Measurement of Penning Ionization Cross Section for — and — Metastables. — *Proc. of 7-th Intern. Conf. on Phys. Electr. Atom. Collis.* Amsterdam, 1971, p. 1107.
48. **Бочкова О. П., Толмачев Ю. А.** Возбуждение иона ксенона при столкновениях метастабильных атомов ксенона и гелия. — «*Оптика и спектроскопия*», 1972, т. 33, с. 183.
49. **Куприянов С. Е.** Возбужденные ионы, атомы и молекулы, их свойства и влияние на элементарные процессы. Диссертация. Л., 1972.
50. **Бочкова О. П., Чернышева Н. В., Толмачев Ю. А.** Реакции Пеннинга в послесвечении разряда в смеси гелий—азот. — «*Оптика и спектроскопия*», 1972, т. 33, с. 623.
51. **Penning** Electron Spectra from Ionization of Hydrogen by He (2^1S) and He (2^3S) Metastables. — «*Chem. Phys. Lett.*», 1971, v. 10, p. 493. (Auth.: Н. Нотор, Е. Илленберген, Н. Моргнер, А. Ниехаус.)
52. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Квантовая механика. М., Физматгиз, 1963.
53. **Беннет В. Р.** Газовые оптические квантовые генераторы. — «*Успехи физ. наук*», 1963, т. 81, с. 119.
54. **Лозанский Э. Д.** Первый коэффициент ионизации Таунсенда в смеси инертных газов. — «*Журн. техн. физ.*», 1971, т. 31, с. 282.
55. **Kruithof A. A., Penning F. M.** Determination of the Townsend Ionization Coefficient α for Mixtures of Neon and Argon. — «*Physica*», 1937, v. 4, p. 430.
56. **Townsend J. S., McCallum S. P.** Electrical Properties of Neon. — «*Philos. Mag.*», 1928, v. 6, p. 857.
57. **Chanin L. M., Rork G. D.** Primary Ionization Coefficient Measurements in Penning Mixture. — «*Phys. Rev.*», 1964, v. 135A, p. 72.
58. **Парилис Э. С.** Эффект Оже. Ташкент, «Фан», 1969.
59. **Large L. N.** Secondary electron emission from a clean tungsten surface bombarded by various positive ions. — «*Proc. Phys. Soc.*», 1963, v. 81, p. 1101.
60. **Hagstrum H. D.** Auger ejection of electrons from molybdenum by noble gas ions. — «*Phys. Rev.*», 1956, v. 104, p. 672.
61. **Добрецов Л. И., Гомоюнова М. В.** Эмиссионная электроника. М., «Наука», 1966.

ЭЛЕКТРОННЫЕ ЛАВИНЫ И ВОЗНИКНОВЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РАЗРЯДА

4.1. Электронные лавины

Рассмотрим однородный газовый промежуток между двумя плоскими электродами, к которому приложено внешнее поле E_0 . Если с помощью фотоэффекта, термоэлектронной эмиссии или каким-либо другим способом создать вблизи катода некоторое количество начальных электронов, то при достижении E_0 определенного значения эти электроны смогут приобрести энергию, достаточную для ионизации газа, и количество электронов начнет быстро нарастать.

Концентрация электронов в некотором элементе объема промежутка будет возрастать в результате ударной ионизации, характеризующейся коэффициентом ионизации Таунсенда α , и убывать вследствие дрейфа электронов в направлении, противоположном E_0 . Если направить ось z вдоль E_0 , то скорость нарастания концентрации электронов в силу сказанного будет описываться уравнением

$$\partial N_e / \partial t = \alpha u N_e - u \partial N_e / \partial z, \quad (4.1)$$

где N_e — концентрация электронов; u — их дрейфовая скорость.

Пока концентрация электронов невелика, так что искажением однородного поля можно пренебречь, α и u можно считать постоянными величинами, а решением уравнения (4.1) в точке $z = ut$ будет являться функция

$$N_e(z, t) = N_0 \exp(\alpha ut), \quad (4.2)$$

где N_0 — начальная концентрация электронов. Таким образом, скорость нарастания концентрации электронов является экспоненциальной функцией с постоянной времени нарастания $\tau = 1/\alpha u$, и, следовательно, образуются электронные лавины.

Наиболее важные результаты по изучению электронных лавин были получены Ретером с сотр. [1]. Первым прибором, в котором наблюдались лавины, была камера Вильсона (рис. 4.1). Метод изучения электронных лавин с помощью камеры Вильсона основан на том, что ионы, возникающие в лавине, служат центрами конденсации пересыщенного пара, которым наполняется камера. Ретер ввел в камеру Вильсона, заполненную газом и парами воды, два плоско-параллельных электрода, отстоящих на расстоянии d друг от друга. Синхронно с подачей импульса напряжения на электроды производится быстрое расширение объема камеры, в результате чего пар становится пересыщенным и в очищенном от пыли газе конденсируется

на положительных и отрицательных ионах лавины. Отрицательные ионы образуются при прилипанию электронов к нейтральным молекулам. На рис. 4.2 показана фотография одиночной лавины, полученной в камере Вильсона.

Длительность импульса напряжения можно подобрать так, чтобы он закончился до того, как электроны достигнут анода. В воздухе при атмосферном давлении напряженность внешнего поля, подаваемого на электроды, примерно 30 кВ/см . При этом $u \approx \approx 10^7 \text{ см/сек}$. Расстояние между электродами в опытах Ретера $\sim 3 \text{ см}$.

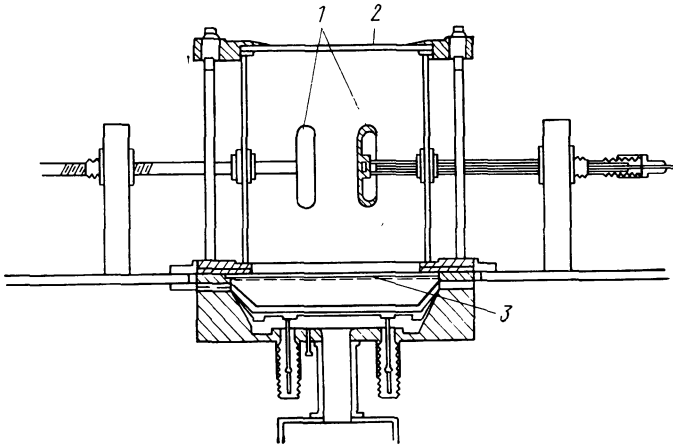


Рис. 4.1. Камера Вильсона для наблюдения электронных лавин:

1 — электроды, монтируемые внутри камеры 2 на стержнях; 3 — медная сетка, отделяющая объем камеры от поршня, расширяющего объем

Следовательно, длительность импульса должна быть $\sim 3 \cdot 10^{-7} \text{ сек}$. За это время положительные ионы останутся практически на местах, где они образовались, так как их дрейфовая скорость примерно на два порядка меньше.

Как видно из рис. 4.2, лавина имеет форму клина с закругленной головкой, что является следствием диффузии электронов. Действительно, с учетом диффузии уравнение (4.1) для концентрации электронов будет иметь вид

$$\frac{\partial N_e}{\partial t} = \alpha u N_e - u \frac{\partial N_e}{\partial z} + D \nabla^2 N_e. \quad (4.3)$$

Будем искать решение уравнения (4.3) в виде

$$N_e(\mathbf{r}, t) = N_e(\mathbf{r}, t) \exp(\alpha u t). \quad (4.4)$$

Если перейти к системе координат, движущейся вдоль оси z со скоростью u , т. е. произвести замену переменных

$x' = x; y' = y; z' = z - ut$, то для функции $N_e(\mathbf{r}', t)$ из (4.3) получим уравнение

$$\frac{\partial N_e(\mathbf{r}', t)}{\partial t} = D\nabla'^2 N_e(\mathbf{r}', t). \quad (4.5)$$

Предположим, что в начальный момент вблизи катода образовался один электрон, т. е.

$$N_e(\mathbf{r}', 0) = N_e(\mathbf{r}, 0) = \delta(\mathbf{r}').$$

Тогда решением уравнения (4.5) является функция [см. формулу (2.39)]

$$N_e(\mathbf{r}', t) = (4\pi Dt)^{-3/2} \exp(-r'^2/4Dt). \quad (4.6)$$

Возвращаясь к исходной системе координат с учетом (4.4), имеем

$$N_e = (4\pi Dt)^{-3/2} \exp\left[-\frac{x^2 + y^2 + (z-ut)^2}{4Dt} + \alpha ut\right]. \quad (4.7)$$

Таким образом, распределение электронов в лавине подчиняется обычному закону Гаусса, записанному в системе координат, движущейся в направлении оси z со скоростью u .

Эффективный радиус головки лавины r_0 на этой стадии ее развития определяется диффузией, т. е. из соотношения

$$r_0 = \sqrt{6Dt} = \sqrt{6Dz/u}. \quad (4.8)$$

Распределение ионов можно получить из уравнения

$$\partial N_i / \partial t = \alpha u N_e, \quad (4.9)$$

так как диффузией и дрейфовой скоростью ионов можно пренебречь. Решение уравнения (4.9) с учетом (4.7) имеет вид

$$N_i = \alpha u \int_0^t (4\pi Dt')^{-3/2} \exp\left[-\frac{x^2 + y^2 + (z-ut')^2}{4Dt'} + \alpha ut'\right] dt'. \quad (4.10)$$

Рассчитанный на основании формулы (4.7) профиль лавины находится в полном согласии с наблюдаемым профилем в камере Вильсона.

Из более поздних исследований с камерой Вильсона следует отметить работу Аллена и Филлипса [2], которые исследовали развитие электронных лавин в воздухе, азоте, аргоне, углекислом газе, водороде и кислороде, а также в этих газах с добавками паров воды и различных спиртов. Результаты, полученные Алленом и Филлипсом показали, что метод исследования скорости электронной лавины от E/p в камере Вильсона вполне удовлетворителен. В работе [2] приведено большое количество результатов экспериментов о скоростях лавин.

Другим методом изучения электронных лавин является электрический метод, основанный на том, что электроны и ионы лавины при

прохождении разрядного промежутка создают импульс тока. Этот импульс формирует на сопротивлении, включенном в схему, импульс напряжения, который можно через усилитель регистрировать на осциллографе.

Если измерить зависимость напряжения U и на этом сопротивлении от времени и построить график зависимости $U(t)$ в полулогарифмическом масштабе, то получится прямая линия, что указывает на экспоненциальный рост числа носителей тока. Наклон прямой дает постоянную нарастания тока $\tau = 1/\alpha u$. Здесь также наблюдается хорошее совпадение измеренных и вычисленных результатов..

Недостатком электрического метода является то, что он не дает возможности установить пространственную картину развития электронной лавины. В этом смысле наилучший результат дает оптический метод. Суть этого метода в том, что электроны помимо ионизации создают лавину возбужденных молекул или атомов газа. Свет, испускаемый возбужденными молекулами, регистрируется фотоумножителем или электронно-оптическим преобразователем. В последнем случае на экране ЭОП можно получить изображение излучающей лавины. Подробнее о постановке экспериментов по изучению электронных лавин с помощью ЭОП можно найти в работе Вагнера [3] и Толля [4].

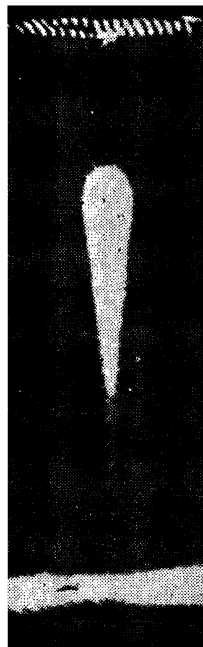


Рис. 4.2. Одиночная электронная лавина в камере Вильсона

В монографии Ретера [1] подробно рассматриваются все три перечисленных метода наблюдения электронных лавин, а также приведено большое количество результатов экспериментов с лавинами. В частности, в этих опытах были измерены дрейфовые скорости электронов, а также положительных и отрицательных ионов, коэффициенты ионизации и прилипания электронов, средняя энергия и диффузия электронов в лавине. Результаты, полученные Ретером с сотрудниками, а также другими исследователями, позволяют считать, что развитие электронной лавины происходит в соответствии с приведенной выше схемой, пока пространственными полями, создаваемыми в разрядном промежутке электронными лавинами, можно пренебречь.

Отметим, что все рассмотренные выше методы заключаются в экспериментальном изучении макроскопических характеристик разряда, таких, как размер лавины, степень почернения пленки, сила тока и т. п. На основе этих макроскопических характеристик делаются заключения о микроструктуре газового разряда (коэффициентах ионизации Таунсенда, числах электронов и ионов, числе

фотонов, излучаемых лавиной и т. п.). Недавно в работе [5] был предложен метод изучения лавинной стадии газового разряда при помощи разрядно-конденсационной камеры. Этот метод дает возможность проследить непосредственно за микроструктурой лавины в процессе ее развития. Описание разрядно-конденсационной камеры, ее наполнителей и режимов работы можно найти в работе [6].

4.2. Установление самостоятельного разряда. Закон Пашена

Начиная с некоторого расстояния d между электродами при данном значении E/N нарастание концентрации электронов по формуле $N = N_0 e^{\alpha d}$ или тока по формуле $i = i_0 e^{\alpha d}$ перестает быть справедливым. Ток растет быстрее с увеличением d , чем по экспоненте. Для объяснения этого эффекта Таунсенд предположил, что дополнительные электроны возникают при бомбардировке катода положительными ионами лавины. Можно показать, что при этом нарастание тока электронов будет описываться формулой

$$i = \frac{i_0 \exp(\alpha d)}{1 - \gamma [\exp(\alpha d) - 1]}. \quad (4.11)$$

Вывод этого соотношения можно найти, например, в работе [7].

При выполнении условия

$$\gamma [\exp(\alpha d) - 1] = 1 \quad (4.12)$$

ток обращается в бесконечность, если i_0 конечно. Таунсенд интерпретировал физический смысл этого обстоятельства так, что при выполнении условия (4.12) число уходящих на анод электронов полностью регенерируется освобождением электронов на катоде ударами положительных ионов и ионизацией газа. Разряд становится, таким образом, самостоятельным и не нуждается более в отличном от нуля значении начального тока i_0 .

Действительно, пусть в начальный момент времени вблизи катода образовался один электрон. Этот электрон приводит к возникновению $[\exp(\alpha d) - 1]$ пар заряженных частиц. Каждый из образовавшихся ионов дрейфует к катоду и с вероятностью γ выбивает из него электрон. Если все ионы выбьют хотя бы один электрон, т. е. $\gamma[\exp(\alpha d) - 1] = 1$, то разряд станет самостоятельным, так как каждый электрон в этом случае создает путем определенного числа вторичных процессов новый электрон на эквивалентном с позиции развития разряда месте.

Из условия (4.12) можно в принципе определить E — напряженность поля, при которой наступает самостоятельный пробой и которую обычно называют *пробивной напряженностью поля*. Соответственно величину $U = Ed$ называют пробивным напряжением. Если $\alpha/N = f(E/N)$, то из условия (4.12) следует, что

$$Nd f U/(Nd) = \ln(1 + 1/\gamma). \quad (4.13)$$

Отсюда вытекает закон подобия Пашена, согласно которому пробивное напряжение зависит от произведения концентрации молекул на длину разрядного промежутка, а не от каждой из этих величин в отдельности. Однако так как соотношение $\alpha/N = f(E/N)$ выполняется не всегда, то закон Пашена также имеет ограниченную применимость. Позже еще вернемся к этому вопросу. Если использовать для α/N эмпирическую зависимость (3.13), то из выражения (4.13) можно получить соотношение

$$U = B(Nd) / \ln \frac{A(Nd)}{\ln(1 + 1/\gamma)}. \quad (4.14)$$

Эта функция имеет минимум

$$U_{\min} = B(Nd)_{\min}, \quad (4.15)$$

где

$$(Nd)_{\min} = (e/A) \ln(1 + 1/\gamma).$$

На рис. 4.3 приведена типичная кривая Пашена для He.

Для каждого газа пробивное напряжение понижается с уменьшением Nd , достигает минимума при некотором значении $(Nd)_{\min}$, а затем возрастает. Примеси в газах, а также материал катода могут оказывать некоторое влияние на значение пробивного напряжения, так как при этом изменяются коэффициенты α и γ . Заметим, что коэффициент γ может не быть функцией E/N , и тем не менее

трудно обнаружить отклонения от закона Пашена, так как γ входит под знак логарифма дважды. При пробое воздуха γ меняется от 10^{-4} при относительно низких давлениях до 10^{-8} при атмосферном давлении. При этом $\ln \ln(1/\gamma)$ меняется всего на 30%. Это явилось причиной того, что долгое время рассматриваемая теория считалась применимой к пробую как при низких, так и при высоких давлениях, так как давала приблизительно верные значения пробивных напряжений. Однако позднее было обнаружено, что при давлениях порядка атмосферного пробивное напряжение не зависит от материала катода, и в настоящее время критерий самостоятельности пробоя в виде (4.12) считается применимым только к пробую газа при пониженном давлении.

Отметим, что соотношение (4.11) является очень грубым и упрощенным и его нельзя применять к переходной стадии развития электронных лавин, какой является пробой, так как при выполнении

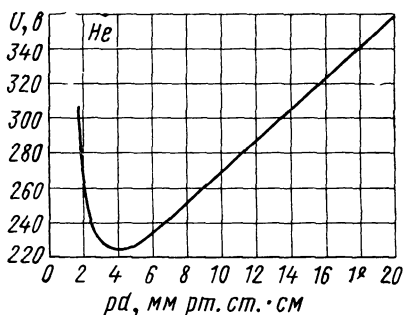


Рис. 4.3. Зависимость пробивного напряжения в гелии от pd ($p = NkT$)

условия (4.12) ток обращается в бесконечность, что физически бессмысленно. Вопрос о нарастании тока является более сложным и будет рассмотрен в следующем разделе.

4.3. Предпробойный ток в разрядном промежутке

Дальнейшие исследования показали, что выбивать электроны из катода могут не только положительные ионы, но и фотоны, а также возбужденные в резонансные или метастабильные состояния атомы или молекулы газа, диффундирующие к катоду. Наиболее полно задача о нарастании тока в разрядном промежутке для гелия была решена в работа Фелпса [8]. Он в своих расчетах учитывал следующие процессы: ионизацию и возбуждение гелия электронным ударом; столкновение возбужденных атомов гелия с атомами, находящимися в основном состоянии, с образованием молекулярных ионов; преобразование атомного иона в молекулярный в трехчастичных столкновениях с двумя атомами, находящимися в основном состоянии; выбивание электронов из катода под действием атомных и молекулярных ионов; выбивание электронов из катода под действием метастабильных атомов или молекул, диффундирующих к катоду; столкновение метастабилей с атомами, находящимися в основном состоянии с образованием нерезонансного фотона, который затем может выбить электрон из катода; выбивание электронов из катода действием резонансного излучения, диффундирующего к катоду.

Система зацепляющихся уравнений, учитывающая все перечисленные процессы, имеет вид:

$$\partial N_e / \partial t = (v_1 + v_2) N_e - v_e \partial N / \partial z; \quad (4.16)$$

$$\partial N_1 / \partial t = v_1 N_e + v_1 \partial N_1 / \partial z - C_{12} N_1; \quad (4.17)$$

$$\partial N_2 / \partial t = v_2 N_e + v_2 \partial N_2 / \partial z + C_{12} N_1; \quad (4.18)$$

$$\frac{\partial N_a}{\partial t} = v_a N_e + \frac{D_a}{N} \cdot \frac{\partial^2 N_a}{\partial z^2} - B_a N_a - C_{am} N_a; \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial N_m}{\partial t} = C_{am} N_a - B_m N_m - A_m N_m + \frac{D_m}{N} \cdot \frac{\partial^2 N_m}{\partial z^2}; \quad (4.20)$$

$$\begin{aligned} \partial N_r / \partial t = & v_r N_e - (A_{rm} + B_r) N_r - A_r N_r + \\ & + A_r \int_0^d N_r(z', t) K(|z - z'|) dz'. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Индексы $i = e, 1, 2, a, m, p, r$ относятся соответственно к электронам, атомным ионам, молекулярным ионам, метастабильным атомам, метастабильным молекулам, нерезонансным фотонам и резонансно-возбужденным атомам или резонансным фотонам; A_r, A_{rm}, A_m — вероятности излучательных переходов с резонансного, нерезонансного и метастабильного уровней; B_i — частота двухчастичного столкновения для i -й компоненты с атомами, находящимися в основном состоянии; C_{ik} — частота трехчастичного столкновения

с преобразованием i -й компоненты в k -ю; d — расстояние между катодом и анодом; D_i — коэффициент диффузии i -й компоненты; $K(|z - z'|)$ — закон поглощения резонансного излучения; N_i — концентрация i -й компоненты; N — концентрация атомов газа; v_i — дрейфовая скорость i -й компоненты; ν_i — частота образования i -й компоненты электроном.

Граничные условия на катоде ($z = 0$) и на аноде ($z = d$) таковы:

$$\Gamma_e(0, t) = v_e N_e(0, t) = \gamma_1 \Gamma_1 + \gamma_2 \Gamma_2 + \gamma_a \Gamma_a + \gamma_m \Gamma_m + \gamma_p \Gamma_{ap} + \gamma_p \Gamma_{mp} + \gamma_p \Gamma_r; \quad (4.22)$$

$$\Gamma_1(d, t) = 0; \quad \Gamma_2(d, t) = 0;$$

$$N_a(0, t) = N_m(0, t) = N_a(d, t) = N_m(d, t) = 0. \quad (4.23)$$

Здесь Γ_i — плотность тока i -й компоненты; Γ_{ki} — плотность тока i -й компоненты, причем первый индекс k — показывает, из какого состояния возник фотон, выбивающий электрон из катода. Следовательно,

$$\Gamma_1 = v_1 N_1; \quad \Gamma_2 = v_2 N_2; \quad \Gamma_{ap} = (Ba/2) \int_0^d N_a(z) dz;$$

$$\Gamma_{mp} = (A_m/2) \int_0^d N_m(z) dz;$$

$$\Gamma_r = A_r \int_0^d N_r(z, t) dz \int_{-\infty}^0 K(|z - z'|) dz'.$$

Решив численно выписанную систему уравнений, Фелпс получил зависимость постоянной нарастания тока от прикладываемого напряжения, а также вклад в нарастание тока, вносимый различными процессами. Анализ, проведенный Фелпсом, является, по-видимому, наиболее полным, однако его применимость ограничена, так как в литературе отсутствует полный набор всех констант.

Критерий пробоя с учетом совокупности главных вторичных процессов на катоде имеет вид [9]

$$(\omega/\alpha) [\exp(\alpha d) - 1] = 1, \quad (4.24)$$

где ω/α — обобщенный коэффициент ионизации:

$$\omega = \alpha \gamma_{\pi} + \gamma_{\phi} + \gamma_{\nu}; \quad (4.25)$$

γ_{π} — вероятность выхода электронов из катода под действием положительных ионов; γ_{ϕ} — под действием фотонов; γ_{ν} — под действием возбужденных атомов или молекул (метастабилей).

4.4. Время запаздывания пробоя

Время, протекающее между моментом приложения напряжения к разрядному промежутку и пробоем, называется временем запаздывания. Оно состоит из двух частей:

1) статистического времени запаздывания, протекающего между моментом приложения напряжения и появлением начального электрона, вызывающего разряд;

2) времени формирования разряда, протекающего между появлением начального электрона и завершением пробоя промежутка.

Статистическое время запаздывания определяется интенсивностью предварительной ионизации или интенсивностью облучения разрядного промежутка. Кроме того, имеет значение место образования начального электрона. Чем ближе электрон образовался к аноду, тем меньше он создаст электронов, ионов и фотонов и тем самым статистическая задержка времени при том же i_0 будет больше. Большое значение имеет также состояние поверхности электродов. Наличие шероховатостей или частиц на поверхности катода приводит к локализованным искажениям полей, так что электронная эмиссия с катода возрастает и статистическое время запаздывания понижается.

Непосредственно время формирования разряда было определено Шаде [10, 11]. Пусть i_0 — начальный ток с катода; $i(t)$ — полный электронный ток с катода в момент времени t ; $i_a(t)$ — электронный ток на аноде в момент времени t ; $i_+(t)$ — ток положительных ионов у катода в момент времени t ; $i_{a+}(t)$ — ионный ток у анода в момент времени t ; τ — время движения ионов от анода к катоду. Тогда, если считать, что основным вторичным процессом является освобождение электронов из катода под действием ионов, можно записать следующие соотношения:

$$i(t) = i_0 + \gamma i_+(t); \quad (4.26)$$

$$i_+(t) = i_{a+}(t - \tau); \quad (4.27)$$

$$i_{a+}(t) = i_a(t) - i(t); \quad (4.28)$$

$$i_a(t) = i(t) e^{\alpha d}, \quad (4.29)$$

откуда получаем

$$i(t) = i_0 + \gamma (e^{\alpha d} - 1) \left[i(t) - \tau \frac{di(t)}{dt} \right]. \quad (4.30)$$

Вводя обозначения $\gamma (e^{\alpha d} - 1) = \mu$ и интегрируя уравнение (4.30), получаем

$$t = \frac{\mu \tau}{\mu - 1} \ln \frac{1 + (\mu - 1) i(t) / i_0}{\mu}. \quad (4.31)$$

Таким образом, время нарастания тока зависит при данном i_0 от того, насколько μ превышает единицу. При $\mu \rightarrow 1$, раскрывая неопределенность в (4.31), находим

$$t = \tau i(t) / i_0. \quad (4.32)$$

Так как α сильно зависит от напряженности поля, то время формирования разряда быстро уменьшается с увеличением перенапряжения.

Действительно, при небольшом увеличении напряженности поля от E_0 , соответствующей пробое, до $E = E_0 + \Delta E$ α получает приращение $\Delta\alpha$. Если использовать для α выражение (3.3), то получим

$$\begin{aligned} \Delta\alpha &= AN(e^{-BN/E} - e^{-BN/E_0}) \approx ANe^{-BN/E}(1 - e^{-BN\Delta E/E^2}) \approx \\ &\approx \frac{ABN^2 \Delta E}{E_0^2} e^{-BN/E}. \end{aligned} \quad (4.33)$$

При этом

$$\mu = \gamma[e^{(\alpha_0 + \Delta\alpha)d} - 1] \approx 1 + d\Delta\alpha. \quad (4.34)$$

Здесь использовано условие $\gamma(e^{\alpha_0 d} - 1) = 1$ и $\gamma \ll 1$.

Подставляя выражения (4.33) и (4.34) в (4.31), получаем

$$t = \frac{\tau E_0^2}{ABN^2 \Delta E \alpha} e^{BN/E} \ln \left\{ 1 + \frac{ABN^2 \Delta E \alpha}{E_0^2} e^{-BN/E} \frac{i(t)}{i_0} \right\}. \quad (4.35)$$

Так как при пробое $i(t)/i_0 \gg 1$, то логарифмический член приблизительно постоянен и

$$t \sim \frac{1}{E - E_0} e^{BN/E}. \quad (4.36)$$

Экспериментальные данные в работах [7, 12] подтверждают значения времен формирования пробоя, получаемые из соотношений (4.35), (4.36) при пониженном давлении.

В литературе теория, представленная в разд. 4.1—4.4, обычно называется теорией пробоя Таунсенда. В настоящее время имеется большое количество экспериментальных исследований, доказывающих, что эта теория удовлетворительно объясняет наблюдаемые пробойные явления при значениях $Nd \lesssim 7 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-2}$ или $pd \lesssim 200 \text{ мм рт. ст. см}$. Однако при переходе к $Nd \gtrsim 7 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-2}$, в частности при пробое сантиметрового промежутка при атмосферном давлении, теория Таунсенда становится неприменимой. Главные противоречия таковы.

Во-первых, как уже говорилось, не наблюдается зависимости пробивного напряжения от материала катода. Причем существуют такие разряды, в которых процессы на катоде а priori не играют никакой роли (положительная корона, длинные искры и др.).

Во-вторых, были зафиксированы времена формирования разряда на два порядка меньше, чем характерное время, требуемое положительным ионам для пересечения разрядного промежутка, что находится в явном противоречии с соотношением (4.36), полученным на основе теории Таунсенда. В соответствии с этим появилось большое количество работ [7, 12], авторы которых пытались устранить возникшие противоречия, учитывая влияние пространственного заряда, образуемого электронными лавинами, на развитие разряда. Однако при изучении тока в плоскопараллельном промежутке было замечено, что пробой имеет место также при таких малых плотностях тока, что не может быть и речи об искажении поля пространственными зарядами [7, 12].

Таким образом, должна быть построена теория самостоятельного пробоя газа без участия вторичных процессов на катоде и не учитывающая влияние пространственного заряда лавины. Это было сделано в работе [13]. В качестве вторичного механизма, заменяющего процессы на катоде, принималась фотоионизация газа. Прежде чем переходить к рассмотрению этой теории, рассмотрим вопрос о природе фотоионизирующего излучения и установим закон поглощения этого излучения.

4.5. Фотоионизация в газе

Впервые существование фотоионизирующего излучения от электронной лавины было экспериментально обнаружено Ретером [14]. Ретер установил в камере Вильсона два электрода на расстоянии 3,6 см (рис. 4.4). Сбоку имелось отверстие диаметром 0,15 мм. На расстоянии 6 мм находился разрядный промежуток из латунных или алюминиевых шариков, так

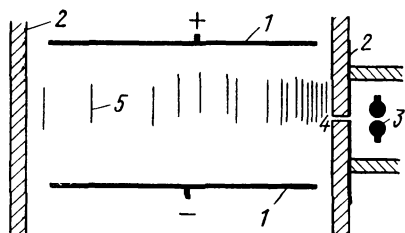


Рис. 4.4. Схема опытов Ретера с камерой Вильсона:

1 — электроды; 2 — изолирующие стенки; 3 — разрядник, создающий искру, которая в свою очередь образуют ионизирующие фотоны; 4 — отверстие в камере для пролета фотонов; 5 — электронные лавины

что узкий пучок фотонов, создаваемый при разряде между шариками, мог проходить посередине между электродами. Синхронно с расширением камеры Вильсона на электроды камеры и на разрядный промежуток подавался прямоугольный импульс напряжения длительностью $\sim 10^{-7}$ сек. При этом в камере Вильсона наблюдались следы лавин электронов. По количеству лавин на единицу длины с удалением от отверстия и предполагая закон поглощения

излучения экспоненциальным, можно было судить о коэффициенте поглощения ионизирующего излучения в газе. Оказалось, что коэффициент поглощения κ для различных газов оказался в пересчете на атмосферное давление порядка ~ 1 см $^{-1}$. Так, в воздухе $\kappa \approx 1,8$ см $^{-1}$; в кислороде $\kappa \approx 1$ см $^{-1}$; в водороде $\kappa \approx 0,8$ см $^{-1}$ и т. д.

Ретер оценил также интенсивность ионизирующего излучения с учетом телесного угла их поглощения в камере Вильсона, а также время образования ионизирующих фотонов (см. рис. 4.4). Опыты Ретера были затем продолжены другими авторами [14, 15], причем результаты оказались сходными с результатами Ретера.

Эти опыты убедительно доказали существование ионизирующего излучения, образуемого электронной лавиной, однако результаты этих опытов по измерению коэффициента поглощения ионизирующего излучения оказались в явном противоречии с теоретическим значением коэффициента поглощения, а также с результатами пря-

мых экспериментов по измерению этого коэффициента. Например, для водорода при атмосферном давлении теория дает следующую зависимость коэффициента поглощения от энергии фотона (см. разд. 1.11):

$$\kappa \approx 340 (\varepsilon/\varepsilon_i)^3, \text{ см}^{-1},$$

где $\varepsilon = h\nu$ — энергия фотона; ε_i — энергия ионизации водорода.

Следовательно, расхождение с теорией для фотонов с энергией ненамного превышает энергию ионизации, составляет более чем два порядка. Имеются также спектроскопические исследования, подтверждающие порядок величины теоретического коэффициента поглощения [16, 17]. Значение коэффициента поглощения ионизирующих фотонов для других газов примерно такого же порядка величины и с ростом атомного номера имеет тенденцию к увеличению. Так, для кислорода и азота вблизи энергии ионизации $\kappa \approx 500 \text{ см}^{-1}$. Поэтому опыты Ретера и других авторов, обнаруживших ионизирующее излучение с аномально малым коэффициентом поглощения, требуют специального объяснения, потому что фотоны с таким коэффициентом поглощения должны иметь очень большую энергию, примерно в 5—7 раз превышающую энергию ионизации молекул. Возможность появления таких фотонов в рассматриваемом виде газового разряда весьма сомнительна, так как функция распределения электронов по скоростям резко убывает на «хвосте» распределения. Рассмотрим в принципе, какие процессы могут привести к образованию ионизирующих фотонов, и оценим интенсивность этих процессов. Учитывая, что все время формирования пробоя сантиметрового промежутка при атмосферном давлении имеет значение $\sim 10^{-7} \text{ сек}$, необходимо, чтобы характерное время образования ионизирующего фотона также имело значение такого порядка.

Кроме того, чтобы фотоионизация газа могла действовать как вторичный механизм, вторичный электрон должен быть создан в месте, где был начальный электрон, т. е. длина пробега ионизирующего фотона при пробое сантиметрового промежутка должна быть $\sim 1 \text{ см}$, или коэффициент поглощения $\kappa \approx 1 \text{ см}^{-1}$, что и наблюдалось в опытах Ретера:

Для однородных газов процессами, ведущими к образованию фотонов с энергией, превышающей энергию ионизации, могут быть возбуждение ионов и рекомбинация. Однако эти процессы квадратичны по концентрации электронов, и, так как концентрация электронов мала, ими можно пренебречь. Оценено, что интенсивность этих процессов на много порядков меньше требуемой для развития самостоятельного разряда. Возможен еще процесс, линейный по плотности электронов, — столкновение электронов с нейтральными молекулами с одновременной ионизацией и возбуждением остатка. Но этот процесс требует настолько больших энергий электронов, что совершенно невероятен. Оценки показывают, что его вероятность на 3—4 порядка меньше вероятности возбуждения иона вследствие быстрого убывания функции распределения на «хвосте».

Ионизация фотонами с энергией, меньшей энергии ионизации возбужденных молекул, также является эффектом квадратичным по плотности электронов. Все это побудило многих исследователей считать, что в однородных газах фотоионизация не играет никакой роли во вторичных процессах ионизации при установлении самостоятельного разряда [9,12].

В работе [18] все же был найден механизм фотоионизации газа, способный играть роль вторичного механизма в разряде. С помощью этого механизма удалось также устранить возникшее противоречие, связанное с аномально малым значением коэффициента поглощения фотонов в опытах Ретера и др. [14, 15]. Этот механизм рассмотрен в разд. 4.7, а пока обсудим, какие механизмы фотоионизации могут быть вторичными механизмами в смесях газов.

По мнению Лёба [7] и других авторов, в воздухе, например, благодаря различию потенциалов ионизации азота и кислорода появляется возможность ионизации молекулы кислорода фотоном, испущенным молекулой азота, возбужденной на уровень с энергией больше энергии ионизации кислорода. Длительное время за неимением другого объяснения этот механизм принимался большинством исследователей, однако совершенно ясно, что он не может играть роль вторичных процессов в разряде, и тем более не эти фотоны наблюдались в опытах Ретера.

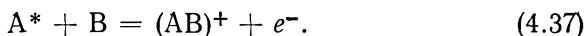
Фотоны с энергией больше $12,2 \text{ эв}$, образующиеся при излучении азота и способные ионизовать кислород, являются резонансными по отношению к азоту. Их коэффициент поглощения при атмосферном давлении для средней части спектральной линии будет порядка $\sim 10^6 \text{ см}^{-1}$. Кроме того, поскольку эти фотоны образуются при излучении верхних возбужденных уровней азота, их время существования будет невелико ($\sim 10^{-7} \text{ сек}$) в связи с переходом молекулы в более низкое энергетическое состояние с энергией меньше $12,2 \text{ эв}$. За это время фотоны, перемещающиеся по газу со скоростью диффузии резонансного излучения, практически не выйдут из объема лавины.

Остается небольшая часть таких фотонов, которые благодаря конечной ширине спектральной линии сильно отклонились от основной частоты — «вышли из резонанса», и поэтому имеют малый коэффициент поглощения этой же линией. Однако энергия этих фотонов будет не намного превосходить энергию ионизации кислорода и, как уже говорилось, будет сильно поглощаться кислородом с коэффициентом поглощения $\sim 500 \text{ см}^{-1}$. Разумеется, это значение нужно уменьшить примерно в 5 раз, чтобы привести к парциальному давлению кислорода, но все равно коэффициент поглощения остается на два порядка больше требуемого и наблюдаемого в опытах Ретера. Таким образом, приходим к выводу, что среди процессов, происходящих при разряде в однородных газах, а также в смесях газов нет таких, которые могли бы привести к образованию фотонов с энергией, превышающей энергию ионизации газа и в то же время способных за короткие времена развития разряда распространяться на большие расстояния.

Поэтому остается предположить, что вторичные электроны в разряде без участия катода возникают под действием фотонов с энергией, меньшей энергии ионизации, посредством каких-либо химических реакций, что было предложено в работе [18], результаты которой рассмотрены в следующем разделе.

4.6. Природа фотоионизирующего излучения и механизмы вторичных процессов в разряде без участия катодных процессов

При развитии электронной лавины образуется также лавина возбужденных атомов или молекул, причем часть из них возбуждается на такой уровень, что при столкновении возбужденной молекулы с нейтральной может произойти ионно-молекулярная химическая реакция



Эта реакция уже рассматривалась в разд. 2.4, где было показано, что при атмосферном давлении большая часть таких молекул, не успев излучить фотон, вступает в реакцию (4.17).

Однако некоторая часть возбужденных молекул все же успевает излучить фотон. Поскольку эти фотоны являются резонансными, коэффициент поглощения их очень велик $\sim 10^6 \text{ см}^{-1}$. Небольшая часть испущенных фотонов благодаря конечной ширине спектральной линии отклонится от основной частоты и сумеет пролететь до первого поглощения большое расстояние. Если это расстояние окажется примерно равным расстоянию, которое успела пройти лавина, то образовавшийся в результате реакции (4.37) электрон даст начало новой лавине, которая, в свою очередь, будет испускать такие фотоны, и т. д. Разряд становится самостоятельным, так как будет выполнено условие самостоятельности.

Для того чтобы произвести соответствующие оценки, нужно прежде всего установить закон поглощения резонансных фотонов с учетом конечной ширины спектральной линии. Пусть в начале координат испускается фотон частотой ω_0 . Тогда, если бы спектральная линия была бесконечно тонкой, вероятность для фотона пролететь расстояние r без поглощения

$$W(r) = \exp(-\kappa r) \quad (4.38)$$

С учетом конечной ширины спектральной линии эта вероятность определится соотношением

$$W(r) = \int_0^{\infty} \exp[-\kappa(\omega)r] P(\omega) d\omega, \quad (4.39)$$

где $P(\omega)$ — форма спектральной линии; $\kappa(\omega)$ — зависящий от частоты коэффициент поглощения фотонов. Для дальнейших вычислений следует задать определенную форму спектральной линии.

Оценки показывают, что в газе при нормальных условиях спектральная линия уширяется в основном вследствие соударений молекул, так что в качестве формы спектральной линии можно выбрать ударную лоренцеву [19]:

$$P(\omega) = \frac{\Gamma/2\pi}{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2/4}. \quad (4.40)$$

Здесь $\Gamma = N\bar{v}\sigma$ — ширина спектральной линии; N — концентрация молекул; \bar{v} — их средняя скорость; σ — эффективное сечение столкновения молекул. При этом

$$\kappa(\omega) = \frac{\kappa_0 \Gamma^2/4}{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2/4}, \quad (4.41)$$

где κ_0 — коэффициент поглощения центрального фотона частотой ω_0 . Значение этого коэффициента можно рассчитать по формуле [19] (см. разд. 1.1):

$$\kappa_0 = \frac{g_a}{g_b} \cdot \frac{W_{ab}}{\Gamma} N \frac{2\pi c^2}{\omega_0^2},$$

где W_{ab} — вероятность спонтанного перехода из состояния a в состояние b ; g_a/g_b — отношение статистических весов этих состояний.

Подставляя выражения (4.40) и (4.41) в (4.39), получаем

$$W(r) = \int_0^\infty \exp\left[-\frac{\kappa_0 \Gamma^2/4}{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2/4} r\right] \frac{\Gamma/2\pi}{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2/4} d\omega. \quad (4.42)$$

Введем новую переменную $x = 2(\omega - \omega_0)/\Gamma$, тогда

$$W(r) = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{2\omega_0}{\Gamma}}^\infty \exp\left(\frac{-\kappa_0 r}{1+x^2}\right) \frac{dx}{1+x^2}. \quad (4.43)$$

Так как $\Gamma \ll \omega_0$ и при больших $|x|$ подынтегральная функция быстро убывает, нижний предел можно заменить на $-\infty$. Тогда подстановкой $x = \operatorname{tg} \theta$ интеграл в (4.43) сводится к функции Бесселя нулевого порядка от мнимого аргумента:

$$W(r) = I_0(\kappa_0 r/2) \exp(-\kappa_0 r/2). \quad (4.44)$$

Вероятность того, что фотон поглотится на расстоянии от r до $r + dr$ от места излучения, соответственно равна

$$W_1(r) = -\frac{dW(r)}{dr} = -\frac{d}{dr} \left[I_0\left(\frac{\kappa_0 r}{2}\right) \exp\left(-\frac{\kappa_0 r}{2}\right) \right]. \quad (4.45)$$

Оценим теперь, какое количество вторичных электронов сможет создать лавина в месте образования начального электрона. Если по-прежнему рассмотреть промежуток длиной 1 см в воздухе, к которому приложено пробивное напряжение, то начальный электрон,

образовавшийся вблизи катода, пройдя расстояние 1 см, образует лавину с количеством электронов

$$\exp(\alpha d) \approx \exp(17) \approx 2 \cdot 10^7. \quad (4.46)$$

Примерно на порядок больше будет в лавине возбужденных молекул n_0^* . Если обозначить T — характерное время реакции (4.37), а τ — время жизни возбужденного состояния этой молекулы, то при $T \ll \tau$ только часть возбужденных молекул T/τ успеет излучиться. Эта часть поглотится в газе по закону (4.45) и, следовательно, в единице телесного угла на расстоянии r от источника излучения, т. е. от головки лавины окажется следующее количество возбужденных молекул:

$$N_r^* = n_0^* \frac{T}{\tau} \cdot \frac{1}{4\pi r^2} \cdot \frac{d}{dr} \left[I_0 \left(\frac{\kappa_0 z}{2} \right) \exp \left(-\frac{\kappa_0 r}{2} \right) \right]. \quad (4.47)$$

Так как $\kappa_0 \simeq 10^6 \text{ см}^{-1}$, а нас интересуют расстояния $r \simeq 1 \text{ см}$, то $\kappa_0 r \gg 1$ и можно воспользоваться асимптотическим разложением функции $I_0(z)$, которое имеет вид [20]

$$I_0(z) \simeq e^z / \sqrt{2\pi z}.$$

Тогда

$$N_r^* \simeq n_0^* \frac{T}{\tau} \cdot \frac{1}{(4\pi)^{3/2} r^3 \sqrt{\kappa_0 r}}. \quad (4.48)$$

Подставляя сюда значения параметров $n_0^* \simeq 10^8$, $T \simeq 10^{-10} \text{ сек}$, $\tau \simeq 10^{-8} \text{ сек}$; $r \simeq 1 \text{ см}$, $\kappa_0 \simeq 10^6 \text{ см}^{-1}$, получаем $N_r^* \gg 10 \text{ см}^{-3}$. Эти N_r^* -молекул вступают в реакцию (4.37) и дают вторичные электроны. Значения параметров выбирались так, чтобы оценка оказалась заниженной, и тем не менее в месте появления начального электрона возникает более одного вторичного электрона, так что этот механизм способен играть роль вторичного механизма при пробое. Время формирования пробоя при таком вторичном механизме определяется исключительно скоростью электронов в электрическом поле, так как временем запаздывания за счет создания вторичных электронов под действием фотонов можно пренебречь и, следовательно, оно может иметь наблюдаемое значение $\sim 10^{-7} \text{ сек}$.

Устраняется также противоречие между значениями коэффициента поглощения, полученными, с одной стороны, в опытах Ретера, а с другой, вытекающими из теории и экспериментов других авторов. Действительно, если фотоионизирующее излучение имеет рассмотренную выше природу, то легко объяснить существование фотонов с большой длиной пробега. Как следует из выражения (4.41), коэффициент поглощения фотонов при достаточном отклонении его частоты от резонансной может принимать довольно малые значения. Кроме того, Ретер заранее полагал закон поглощения фотоионизирующего излучения экспоненциальным, тогда как он является степенным (4.48).

Нанесем экспериментальные количества лавин, образуемых фотоионизирующим излучением в опытах Ретера, в зависимости от расстояния от источника излучения (рис. 4.5). Так как не известно полное количество фотонов, излучаемых в опытах Ретера, то сравнение с законом поглощения (4.48) проведем, «привязавшись» в какой-либо одной экспериментальной точке. Как видно из рис. 4.5, в пределах статистической погрешности эксперимента, равной \sqrt{n} , где n — число лавин, наблюдается хорошее согласие теории и эксперимента. Следует также учесть, что закон поглощения (4.45) справедлив в однородном газе или во всяком случае в смеси, где отсутствует компонента с потенциалом ионизации меньше $\hbar\omega_0$. Нет никакой гарантии, что в опытах Ретера такая компонента не присутствовала, что могло несколько исказить результаты*. Поэтому желательно повторить эксперимент Ретера в чистом газе.

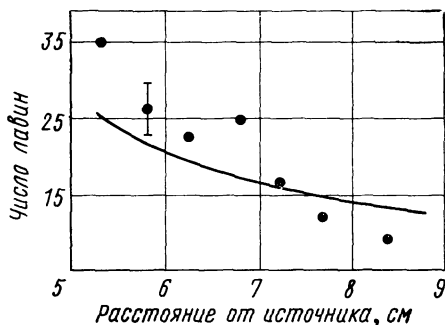
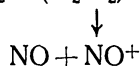
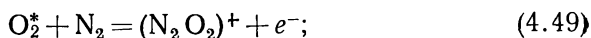


Рис. 4.5. Сравнение результатов расчета числа лавин по формуле (4.45) (—) с экспериментальными данными Ретера (•) [14]

Что касается механизма вторичных процессов в смеси газов, то в каждом конкретном случае надо проводить специальное исследование состава смеси и потенциалов возбуждения и ионизации каждой компоненты. В воздухе, по-видимому, основную роль играют реакции (4.37) с участием кислорода:



Аналогичные реакции с возбужденным азотом для пробоя не играют существенной роли, так как резонансные фотоны, отклонившиеся от основной частоты, будут, как уже говорилось выше, поглощаться кислородом в лавине. К сожалению, пока не известны сечения реакций (4.49) и (4.50). Однако из общих соображений нет оснований считать, что они значительно меньше сечений реакций подобного рода для инертных газов. С уменьшением давления вероятность ионно-молекулярной химической реакции также уменьшается, и в конце концов становятся более вероятными процессы выбивания электронов из катода.

* Результаты Ретера лучше описываются зависимостью $n = Ar^{-3/2} \times \chi e^{-0.2r}$, что соответствует поглощению примесью с концентрацией 0,05–0,1%.

4.7. Условие самостоятельности разряда, когда фотоионизация газа является вторичным механизмом

В предыдущем разделе были проведены оценки, показывающие, что самостоятельный разряд может установиться, когда фотоионизация газа заменяет вторичные процессы на катоде. Получим теперь условие самостоятельности разряда в этом случае, аналогичное условию самостоятельности разряда Таунсенда (4.12).

Пусть имеются два бесконечных плоскопараллельных электрода на расстоянии d друг от друга и с катода идет начальный ток i_0 электронов, который позже устремим к нулю. Ось z выберем вдоль направления приложенного поля E . Тогда изменение электронного тока в слое dz равно изменению тока вследствие ионизации газа электронным ударом, а также фотоионизации газа. Таким образом, для установившегося разряда имеем уравнение

$$di(z)/dz = \alpha i(z) + \lambda \int_0^d K(|z-z'|) i(z') dz', \quad (4.51)$$

где λ — число фотонов, создаваемых электроном на единице пути в направлении поля, с энергией, достаточной для осуществления ионно-молекулярной химической реакции (4.37), умноженное на вероятность этой реакции в месте поглощения фотона; $K(|z-z'|)$ — вероятность для фотона, испущенного из плоскости z' , поглотиться в плоскости z .

Граничное условие для этого уравнения записывается так:

$$i(0) = i_0. \quad (4.52)$$

Следовательно, задача о нахождении установившегося тока в этом случае сводится к решению интегродифференциального уравнения (4.51) с граничным условием (4.52).

Параметр λ играет роль характеристического значения интегродифференциального уравнения. Если разряд становится самостоятельным, то интегродифференциальное уравнение (4.51) при некотором характеристическом значении λ должно иметь отличное от нуля конечное решение и при $i_0 = 0$.

Соотношение между константами λ , α , d , а также константами, характеризующими $K(|z-z'|)$ при условии существования нетривиального решения уравнения (4.51) с граничным условием $i_0 = 0$, и будет, очевидно, являться условием самостоятельности разряда*. Проведем некоторые преобразования в уравнении (4.51). Пусть

$$i(z) = a(z)e^{\alpha z}, \text{ где } a(0) = 0. \quad (4.53)$$

* Должны еще выполняться условия $i(z) > 0$ и $di/dz \geq 0$.

Подставляя выражение (4.53) в уравнение (4.51), получаем

$$\frac{da}{dz} = \lambda \int_0^d K(|z-z'|) a(z') e^{\alpha(z'-z)} dz'. \quad (4.54)$$

Проинтегрируем обе части уравнения (4.54) от $z=0$ до z . Тогда с учетом того, что $a(0)=0$, получаем

$$a(z) = \lambda \int_0^d K_1(z, z') a(z') dz', \quad (4.55)$$

где

$$K_1(z, z') = \int_0^z K(|z-z'|) e^{\alpha(z'-z)} dz = \int_{z'-z}^z e^{\alpha y} K(y) dy. \quad (4.56)$$

Произведем теперь обратную замену $a(z)$ на $i(z)$ согласно соотношению (4.53), а также введем новую переменную интегрирования в (4.56) $t = y - z' + z$:

$$i(z) = \lambda \int_0^d K_2(z, z') i(z') dz', \quad (4.57)$$

где

$$K_2(z, z') = \int_0^z K(|z-z'-t|) \exp(\alpha t) dt. \quad (4.58)$$

Уравнение (4.57) с ядром (4.58) является однородным интегральным уравнением Фредгольма II рода. Из теории интегральных уравнений [21] следует, что характеристическое значение параметра λ , при котором уравнение (4.57) имеет нетривиальное решение, является корнем уравнения

$$D(\lambda) = 0, \quad (4.59)$$

где $D(\lambda)$ — детерминант Фредгольма:

$$\begin{aligned} D(\lambda) = & 1 - \frac{\lambda}{1!} \int_0^d K_2(z, z) dz + \\ & + \frac{\lambda^2}{2!} \int_0^d \int_0^d \begin{vmatrix} K_2(z_1, z_1) & K_2(z_1, z_2) \\ K_2(z_2, z_1) & K_2(z_2, z_2) \end{vmatrix} dz_1 dz_2 + \\ & + \dots + (-1)^n \frac{\lambda^n}{n!} \underbrace{\int_0^d \int_0^d \dots \int_0^d}_{n \text{ интегралов}} \begin{vmatrix} K_2(z_1, z_1) & K_2(z_1, z_2) & \dots & K_2(z_1, z_n) \\ K_2(z_2, z_1) & K_2(z_2, z_2) & \dots & K_2(z_2, z_n) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_2(z_n, z_1) & K_2(z_n, z_2) & \dots & K_2(z_n, z_n) \end{vmatrix} \times \\ & \times dz_1 dz_2 \dots dz_n. \end{aligned} \quad (4.60)$$

Для дальнейшего решения потребуется явный вид закона поглощения $K(z)$. Вероятность того, что резонансный фотон пролетит без поглощения расстояние r , определяется соотношением (4.45). Чтобы получить зависимость $W(z)$, проведем усреднение по углам:

$$\begin{aligned} W(z) &= \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi W\left(\frac{z}{\cos\theta}\right) \sin\theta d\theta = \\ &= \frac{1}{2} \int_0^\pi \exp\left(-\frac{\kappa_0 z}{2\cos\theta}\right) I_0\left(\frac{\kappa_0 z}{2\cos\theta}\right) \sin\theta d\theta. \end{aligned} \quad (4.61)$$

Так как при атмосферном давлении $\kappa_0 \approx 10^6 \text{ см}^{-1}$, то $\kappa_0 z \gg 1$, и для вычисления интеграла (4.61) можно воспользоваться асимптотическим разложением I_0 [см. формулу (4.48)]:

$$W(z) = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\frac{\cos\theta}{\pi\kappa_0 z}} \sin\theta d\theta = \frac{2}{3\sqrt{\pi\kappa_0 z}}. \quad (4.62)$$

Соотношение (4.62) неприменимо при $z = 0$, но в этом случае из (4.61) ясно, что $W(0) = 1$. Величина $K(z)$ по смыслу, который в него заложен, получается дифференцированием $W(z)$:

$$K(z) = -\frac{d}{dz} W(z). \quad (4.63)$$

Таким образом, получаем явный вид $K(z)$; он содержит малый параметр $1/\sqrt{\kappa_0 z}$. Из выражения (4.58) ясно, что в таком случае $K_2(z, z')$ также будет содержать этот малый параметр, и поэтому в формуле (4.60) можно пренебречь всеми членами, содержащими степень $K_2(z, z')$ выше первой. Тогда легко найти характеристическое значение

$$\lambda = \left\{ \int_0^d K_2(z, z) dz \right\}^{-1}. \quad (4.64)$$

Из (4.58) следует, что

$$K_2(z, z) = \int_0^z K(t) e^{at} dt. \quad (4.65)$$

Подставляя выражение (4.64) в (4.63), получаем

$$\lambda = \left\{ \int_0^d \left[\int_0^z K(t) e^{at} dt \right] dz \right\}^{-1}. \quad (4.66)$$

После интегрирования по частям

$$\begin{aligned} \lambda &= \left\{ z \int_0^z K(t) e^{at} dt \Big|_0^d - \int_0^d z K(z) e^{az} dz \right\}^{-1} = \\ &= \left\{ \int_0^d (d-z) K(z) e^{az} dz \right\}^{-1} = \left\{ - \int_0^d (d-z) \frac{dW}{dz} e^{az} dz \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (4.67)$$

Опять интегрируем по частям и подставляем явный вид $W(z)$ (4.62):

$$\begin{aligned} \lambda &= \left\{ - (d-z) W(z) e^{az} \Big|_0^d - \int_0^d \frac{2e^{az}}{3 \sqrt{\pi \kappa_0 z}} dz + \right. \\ &\quad \left. + \int_0^d \frac{2\alpha (d-z) e^{az}}{3 \sqrt{\pi \kappa_0 z}} dz \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (4.68)$$

Последние два интеграла выражаются через вырожденную гипергеометрическую функцию $\Phi(a, b, x)$ [20]. Окончательно, с учетом того, что $W(0) = 1$, получаем

$$\begin{aligned} \lambda &= \left\{ d - \frac{4}{3} \sqrt{\frac{d}{\pi \kappa_0}} \Phi\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \alpha d\right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{8}{9} \alpha \sqrt{\frac{d^3}{\pi \kappa_0}} \Phi\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, \alpha d\right) \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (4.69)$$

Это условие можно переписать в несколько ином виде. В разд. 2.4 было показано, что вследствие большой частоты тушения возбужденных атомов в результате реакции (4.37) основным процессом, дающим вклад в ионизацию, является не ионизация электронным ударом, а именно эта реакция. Следовательно, λ [см. (4.51)] отличается от α^* [см. (3.16)] только на множитель, равный вероятности того, что тушение не произойдет за время жизни молекулы в возбужденном состоянии, т. е. при $T \ll \tau$, на множитель T/τ . Подставляя $\lambda = \alpha T/\tau$ в выражение (4.69), получаем условие самостоятельности разряда в виде

$$\begin{aligned} \alpha \frac{T}{\tau} \left[d - \frac{4}{3} \sqrt{\frac{d}{\pi \kappa_0}} \Phi\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \alpha d\right) + \right. \\ \left. + \frac{8\alpha}{9} \sqrt{\frac{d^3}{\pi \kappa_0}} \Phi\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, \alpha d\right) \right] = 1. \end{aligned} \quad (4.70)$$

Здесь принято, что при $T \ll \tau$ $\alpha^* \approx \alpha$.

Если самостоятельный разряд устанавливается при больших αd , то условие (4.70) можно упростить, воспользовавшись асимптотическим разложением функции $\Phi(a, b, x)$ [22]:

$$\Phi(a, b, x) \sim \frac{\Gamma(b)}{\Gamma(a)} e^x x^{a-b} G(b-a; 1-a; x), \quad (4.71)$$

где $\Gamma(z)$ — гамма-функция, а асимптотическое представление функции $G(\gamma, \beta, x)$ таково:

$$G(\gamma, \beta, x) = 1 + \frac{\gamma\beta}{1!x} + \frac{\gamma(\gamma+1)\beta(\beta+1)}{2!x^2} + \dots \quad (4.72)$$

Подставляя в (4.70) асимптотику функции $\Phi(a, b, x)$ и отбрасывая малые члены, получаем

$$\frac{T}{\tau} \cdot \frac{e^{\alpha d}}{3 \sqrt{\pi \kappa_0 d}} \cdot \frac{1}{\alpha d} = 1. \quad (4.73)$$

Константы, входящие в новое условие самостоятельности разряда, можно рассчитать по следующим формулам:

$$T = (N \bar{v}_m \sigma_T)^{-1}, \quad (4.74)$$

где σ_T — сечение ионно-молекулярной химической реакции, ответственной за появление вторичных электронов; \bar{v}_m — средняя скорость хаотического движения молекул газа;

$$\tau = \frac{2}{3} \cdot \frac{e^2}{mc^3} \omega_0^2 f, \quad (4.75)$$

где f — сила осциллятора для данного перехода [19].

Таким образом, условие самостоятельности разряда в этом случае имеет вид, аналогичный условию Таунсенда (4.12), если

$$\gamma = \frac{T}{\tau} \cdot \frac{1}{3\alpha d \sqrt{\pi \kappa_0 d}}. \quad (4.76)$$

Проанализировав коэффициенты, входящие в условие самостоятельности разряда с фотоионизацией газа как вторичным механизмом, можно отметить, что зависимость типа закона Пашена при этом не соблюдается, о чем подробно будет идти речь ниже.

4.8. Отклонения от закона Пашена в разряде без участия катодных процессов

Условие самостоятельности разряда в виде (4.73) справедливо только при $T \ll \tau$, т. е. при высоких давлениях и больших σ_T . Чтобы исследовать зависимость пробивного напряжения от давления и длины разрядного промежутка, следует установить более общую зависимость числа ионизирующих фотонов, образуемых электроном на единице длины пробега, λ от α^* . Это было сделано в работе [23]. В общем случае

$$\lambda = \alpha^* W(T, \tau, \tau'), \quad (4.77)$$

где $W(T, \tau, \tau')$ — вероятность излучения фотона из головки лавины, поглощения его в месте, эквивалентном старту лавины, и последующего осуществления реакции (4.37). Выясним явный вид этой вероятности.

Вероятность того, что возбужденная молекула излучит резонансный фотон из головки лавины, не успев вступить в реакцию (4.37):

$$W_1 = \int_0^{\infty} \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} e^{-t/T} dt = \frac{T}{T + \tau}, \quad (4.78)$$

где $\tau \ll \tau'$ — время жизни возбужденного состояния по отношению к переходу в основное состояние. Поскольку в ионно-молекулярную химическую реакцию (4.37) обычно вступают атомы или молекулы, возбужденные на уровни с главным квантовым числом $n \geq 2$, то следует учесть также возможность перехода возбужденной молекулы на более низкий энергетический уровень с характерным временем τ' и выбыванием данной молекулы из дальнейших интересующих нас процессов. Вероятность того, что возбужденная молекула, возникшая в месте старта начального электрона, вступит в реакцию (4.37), не успев перейти в более низкое энергетическое состояние:

$$W_2 = \int_0^{\infty} \frac{1}{T} e^{-t/T} e^{-t/\tau'} dt = \frac{\tau'}{T + \tau'}. \quad (4.79)$$

Но эта вероятность уже учтена в выражении для α^* (3.16). Излучение возбужденной молекулы, находящейся в месте старта начального электрона, в основное состояние ничего не изменит, так как она поглотится ближайшей молекулой. Таким образом,

$$W = W_1 = \frac{T}{T + \tau}. \quad (4.80)$$

При больших N и σ_T , $T \ll \tau$, $T \ll \tau'$ и $\alpha^* \approx \alpha$, из (4.77) получаем прежнее соотношение $\lambda = \alpha T / \tau$. Условие (4.73) теперь примет вид

$$\frac{\alpha^* T}{(T + \tau)} \cdot \frac{e^{\alpha d}}{3 \sqrt{\pi \kappa_0 d} \alpha^2 d} = 1. \quad (4.81)$$

Подставляя в выражения (4.81) и (3.11) значение T из (4.74), получаем:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\alpha^* N \bar{v}_M \sigma_T}{(1 + N \bar{v}_M \sigma_T \tau)} \cdot \frac{e^{\alpha d}}{3 \sqrt{\pi \kappa_0 d} \alpha^2 d} = 1; \\ \alpha = \frac{N \langle v \sigma_i \rangle}{u} + \frac{N \langle v \sigma^* \rangle}{u} \cdot \frac{N \bar{v}_M \sigma_T \tau'}{1 + N \bar{v}_M \sigma_T \tau'}. \end{array} \right. \quad (4.82)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = \frac{N \langle v \sigma_i \rangle}{u} + \frac{N \langle v \sigma^* \rangle}{u} \cdot \frac{N \bar{v}_M \sigma_T \tau'}{1 + N \bar{v}_M \sigma_T \tau'}. \end{array} \right. \quad (4.83)$$

Система уравнений (4.82) и (4.83) позволяет рассчитать пробивное напряжение $U = Ed$ как функцию N и d . Из этой системы видно, что теперь U есть функция отдельно N и d , а не произведения Nd . Это подтверждается и экспериментом [7, 12, 24].

4.9. Самостоятельный разряд с коротким временем формирования, в котором вторичным механизмом является фотоэффект на катоде

Поскольку сечение реакции ассоциативной ионизации (4.37) пока известно только для некоторых инертных газов, вполне вероятно, что в некоторых газах оно может быть не очень велико, а газ и катод таковы, что вероятность фотоэффекта значительна. В этом случае более эффективным вторичным механизмом может быть фотоэффект на катоде. Короткие времена формирования разряда можно объяснить и при этом механизме, если предположить, что фотоны, выбивающие электроны из катода, по-прежнему являются резонансными, распространяющимися на крыльях спектральной линии. Правда, при этом появится зависимость пробивного напряжения от материала катода, что является спорным вопросом*. Условие самостоятельности разряда в этом случае будет иметь несколько иной вид

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{\lambda^*}{\alpha} \gamma_{\Phi} \frac{e^{\alpha d}}{\sqrt{\pi \kappa_0 d}} = 1, \quad (4.84)$$

где λ^* — число возбужденных в резонансное состояние атомов, созданных электроном на единице длины пробега; γ_{Φ} — вероятность фотоэффекта при энергии фотона, равной энергии возбуждения атома или молекулы (ясно, что речь идет о некоторой средней энергии возбуждения).

Коэффициент λ^* есть не что иное, как коэффициент α в формуле (3.26) с тем лишь отличием, что под v_p следует понимать скорость, соответствующую энергии возбуждения на первый резонансный, а не на метастабильный уровень.

Если вклады во вторичные эффекты от реакции ассоциативной ионизации и фотоэффекта на катоде сравнимы, то более правильно писать условие самостоятельности разряда в виде

$$\frac{T}{T + \tau} \cdot \frac{e^{\alpha d}}{3\alpha \sqrt{\pi \kappa_0 d}} \left(2\lambda^* \gamma_{\Phi} + \frac{\alpha^*}{\alpha d} \right) = 1. \quad (4.85)$$

Окончательный вывод о применимости критериев (4.73), (4.81), (4.84) или (4.85) можно будет сделать после выяснения значений сечения реакции (4.37) для различных газов.

4.10 Критерий реализации темного разряда

Все сказанное в этой главе относится к так называемому темному разряду. Темный разряд реализуется, когда полем пространственного заряда лавины электронов можно пренебречь по сравнению

* Отметим, что в литературе нет единого мнения по вопросу зависимости $U_{пр}$ от материала катода при высоких давлениях.

с полем, приложенным к разрядному промежутку. Получим критерий реализации темного разряда.

Пусть имеется разрядный промежуток длиной d с концентрацией частиц газа N , к которому приложено поле напряженностью E_0 . При развитии электронной лавины возникает пространственный заряд, причем его величину можно оценить из уравнения Пуассона

$$dE/dz = 4\pi eN_e. \quad (4.86)$$

Так как полем пространственного заряда можно пренебречь по сравнению с приложенным, то получаем неравенство

$$E_0/d \gg 4\pi eN_e. \quad (4.87)$$

Как было показано в разд. 2.2, средняя энергия электронов в условиях темного разряда меньше энергии возбуждения и тем более энергии ионизации атома или молекулы. С другой стороны, ясно, что работа сил электрического поля на пути d существенно превышает потенциал ионизации атома или молекулы, так что можно записать неравенство

$$eE_0d > I \gg kT_e, \quad (4.88)$$

где I — потенциал ионизации; kT_e — средняя энергия электронов. Из (4.87) и (4.88) получаем

$$d \ll (kT_e/4\pi N_e e^2)^{1/2} = r_{\text{Деб.}} \quad (4.89)$$

В правой части неравенства (4.89) стоит характерный параметр плазмы, который называется дебаевским радиусом. Следовательно, темный разряд реализуется, когда длина разрядного промежутка много меньше дебаевского радиуса газоразрядной плазмы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петер Г. Электронные лавины и пробой в газах. Пер. с англ. Под ред. В. С. Комелькова. М., «Мир», 1968.
2. Allen K. R., Phillips K. Cloud Chamber Study of Electron Avalanche Growth. — «Proc. Roy. Soc.», 1963, v. 274A, p. 163.
3. Wagner K. H. Die weitere Entwicklung der Elektronenlawine, untersucht mit Bildverstärker und Wischverschluss. — «Z. Phys.», 1964, Bd 180, S. 516.
4. Tholl H. Zur Entwicklung einer Elektronenlawine bei überspannung in N_2 . Teil I. Generationsaufbau. — «Z. Naturforsch.», 1964, Bd 19a, S. 346.
5. О возможности исследования микроструктуры лавинной стадии газового разряда. — «Приборы и техника эксперимента», 1973, т. 3, с. 175. (Авт.: З. Ш. Манджавидзе, Н. С. Григалашвили, А. К. Джавришвили, В. Н. Ройнишвили.)
6. Манджавидзе З. Ш., Ройнишвили В. Н., Джавришвили А. К. Некоторые характеристики и возможности разрядно-конденсационной камеры. — «Приборы и техника эксперимента», 1970, т. 1, с. 46.
7. Лёб Л. Основные процессы электрических разрядов в газах. Пер. с англ. Под ред. Н. А. Капцова. М., Гостехиздат, 1950.
8. Phelps A. V. Role of molecular ions, metastable molecules and resonance radiation in the breakdown of rare gases. — «Phys. Rev.», 1960, v. 117, p. 619.

9. **Llewellyn-Jones F.** Ionization and Breakdown in Gases. London, Methuen, 1957.
10. **Schade R.** Building-up Time of Glow Discharge. — «Z. Phys.», 1937, Bd 104, S. 487.
11. **Schade R.** Discharges in the rare gases. — «Z. Phys.», 1938, Bd 108, S. 353.
12. **Мик Дж., Крэгс Дж.** Электрический пробой в газах. Пер. с англ. Под ред. В. С. Комелькова. М., Изд-во иностр. лит., 1960.
13. **Лозанский Э. Д.** Теория самостоятельного разряда при давлениях порядка атмосферного. — «Журн. техн. физ.», 1975, т. 45, № 12.
14. **Raether H.** Ionizing Radiation Accompanying a Spark Discharge. — «Z. Phys.», 1938, Bd 110, S. 611.
15. **Przybylski A.** Investigation of the «gas-ionizing» radiation of a discharge. — «Z. Phys.», 1958, Bd 151, S. 264.
16. **Бойс Д.** Спектроскопия в вакуумной ультрафиолетовой области спектра. — «Успехи физ. наук», 1946, т. 30, с. 245.
17. **Хастед Дж.** Физика атомных столкновений. Пер. с англ. Под ред. Н. В. Федоренко. М., «Мир», 1965.
18. **Лозанский Э. Д.** К вопросу о природе фотоионизирующего излучения при стримерном пробое газа. — «Журн. техн. физ.», 1968, т. 38, с. 1563.
19. **Гейтлер В.** Квантовая теория излучения. Пер. с англ. Под ред. акад. Н. Н. Боголюбова. М., Изд-во иностр. лит., 1956.
20. **Градштейн И. С., Рыжик И. М.** Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., «Наука», 1971.
21. **Ловитт У. В.** Линейные интегральные уравнения. Пер. с англ. Под ред. А. О. Гельфонда. М., Гостехиздат, 1957.
22. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Квантовая механика, нерелятивистская теория. М., Физматгиз, 1963.
23. **Лозанский Э. Д., Понтекорво Д. Б.** Отклонения от законов Пашена и Таунсенда в разряде при давлениях порядка атмосферного. — Докл. на IV Всесоюзной конференции по низкотемпературной плазме. Киев, 1975.
24. **Dutton J., Harris F. M., Hughes D. B.** The Electrical Breakdown of Nitrous Oxide at High Voltage. — Proc. of II Intern. Conf. on Gas Discharge. London, 1972, p. 273.

ЛАВИНО-СТРИМЕРНЫЙ ПЕРЕХОД

5.1. Влияние пространственного заряда. Краткий обзор

В предыдущих разделах пренебрегалось влиянием пространственного заряда лавины на развитие разряда, однако, как показывает опыт, при переходе к более длинным промежуткам и давлению порядка атмосферного поле пространственного заряда начинает оказывать существенное влияние на разряд и в некоторых случаях приводит к возникновению совершенно нового вида разряда, так называемого стримерного пробоя газа.

Как уже упоминалось выше, теория Таунсенда в этих условиях становится неприменимой. Время формирования разряда оказывается на два порядка меньше, чем время, определяемое из теории Таунсенда и, кроме того, пробивное напряжение перестает зависеть от материала катода, что указывает на второстепенную или вообще пренебрежимую роль вторичных процессов на катоде. Как было показано в разд. 4.7, эти противоречия можно устранить, если предположить, что вторичные процессы на катоде заменяются фотоионизацией газа.

Однако теория, развитая в разд. 4.7, справедлива только для очень длинных промежутков, а также при отсутствии в разрядном промежутке сколько-нибудь заметного перенапряжения, что позволяет пренебречь влиянием поля пространственного заряда лавины на развитие разряда. Между тем в длинных искровых промежутках, а также в перенапряженных промежутках пространственный заряд неизбежно будет накапливаться, что приведет к формированию значительного поля пространственного заряда, оказывающего существенное влияние на дальнейшее развитие разряда.

Дело в том, что как условие (4.12), так и условие (4.83) являются условиями самостоятельности разряда, но лишь приближенно условиями пробоя. Во внешней цепи всегда имеется некоторое сопротивление, на котором при возрастании тока падает все большее и большее напряжение. При этом на разрядном промежутке напряжение снижается, а тем самым снижается и значение коэффициента ионизации α , что может привести к прекращению разряда. Условия (4.12) и (4.83) написаны для однородного поля. Если поле на пути электрона меняется, то эти условия примут несколько иной вид. Так, условие (4.12) приближенно запишется в виде

$$\gamma \exp \left(\int_0^d \alpha(z) dz \right) = 1 \quad (5.1)$$

в предположении, что поле меняется только вдоль оси z . На самом деле, поле с учетом пространственного заряда зависит также и от других координат. Пусть, например, отклонение напряженности поля от его среднего значения E_0 мало, тогда $\alpha(E)$ можно разложить в ряд и ограничиться тремя членами разложения:

$$\alpha(E) = \alpha(E_0) + \alpha'(E_0)(E - E_0) + \frac{\alpha''(E_0)}{2}(E - E_0)^2 + \dots \quad (5.2)$$

Отсюда

$$\int_0^d \alpha(z) dz = d\alpha(E_0) + \frac{\alpha''(E_0)}{2} \int_0^d (E - E_0)^2 dz. \quad (5.3)$$

Член с $(E - E_0)$ при интегрировании по dz обращается в нуль, так как добавочное поле в первом приближении имеет сферическую симметрию.

В области пробивных напряжений $\alpha''(E_0) > 0$, и поэтому

$$\int_0^d \alpha dz > \alpha(E_0) d.$$

Вследствие искажения поля пространственными зарядами уже при небольшой плотности тока $\sim 10^{-8}$ а/см² наступает заметное увеличение ионизации, и условие самостоятельности разряда выполняется при меньших напряжениях на разрядном промежутке.

Это обстоятельство было использовано некоторыми авторами [1—5], чтобы объяснить короткие времена формирования разряда без вторичных механизмов, а лишь используя увеличение α под действием пространственного заряда. Отметим, что хотя предложенные в этих работах методы учета влияния поля пространственного заряда оказали влияние на развитие теории разряда, тем не менее любая теория, не учитывающая вторичные процессы, принципиально не приводит к самостоятельному разряду и во всех случаях дает зависимость пробивного напряжения от начального тока, что находится в явном противоречии с экспериментом. Правильная теория должна учитывать совместное влияние вторичных механизмов и поля пространственного заряда. Впервые это четко сформулировали Лёб и Мик [6].

Проанализировав большое количество экспериментальных данных, а также затруднения теории Таунсенда при $pd \gtrsim 200$ мм рт. ст.·см, Лёб и Мик предъявили к новой теории следующие требования:

а) механизм пробоя должен существенно зависеть от движения электронов, ионы можно считать неподвижными в течение короткого времени пробоя;

б) разряд должен начинаться одним электроном и распространяться вдоль узкого канала;

в) разряд должен зависеть от вторичных процессов в объеме газа и не может быть связан с процессами на катоде;

г) правильно выбранный механизм развития разряда должен предпочитаться при больших давлениях и может включать процессы, связанные с пространственным зарядом.

Далее Лёб и Мик на основании изложенных требований развили теорию развития разряда, получившую в литературе название стримерной, которая, по мнению Лёба и Мика, заменяет теорию Таунсенда при $pd \gtrsim 200 \text{ мм рт. ст.} \cdot \text{см}$. Несмотря на то что теорию Лёба и Мика нельзя признать удовлетворительной в количественном отношении, а также и в некоторых качественных положениях, общие ее представления о стримерной фазе развития разряда верны и, можно считать, доказаны экспериментально. Поэтому ниже изложены основные положения этой теории без критических замечаний, после чего будет дан ее критический разбор.

5.2. Стримерная теория Лёба и Мика

Рассматривается искровой промежуток длиной 1 см при атмосферном давлении. Согласно представлениям Лёба и Мика, разряд начинается одним электроном, который, двигаясь в электрическом поле, ионизует газ, образуя лавину электронов. Скорость лавины, исходя из подвижности электронов в однородном поле напряженностью $E = 31,6 \cdot 10^3 \text{ в/см}$, равна $2 \cdot 10^7 \text{ см/сек}$. Средняя энергия электронов 3,6 эв. Число электронов в лавине растет экспоненциально, т. е. равно $\exp(\alpha z)$, где z — путь, пройденный начальным электроном в направлении поля. Распределение электронов в пространстве симметрично относительно центра лавины и определяется диффузионным радиусом* $r_D = \sqrt{2Dt}$.

Позади себя лавина электронов оставляет $\exp(\alpha z)$ положительных ионов, число которых на единицу пути равно $\alpha \exp(\alpha z)$, а эффективный радиус сечения цилиндра, в котором они находятся, также равен $r = \sqrt{2Dt}$. Время движения лавины $t = z/v$. За время пробы для сантиметрового промежутка $\sim 10^{-7} \text{ сек}$ положительные ионы можно считать неподвижными. Это образование будет называться в дальнейшем остовом в отличие от головки лавины, где сосредоточены в основном электроны.

Большая часть электронов будет втянута в анод, за исключением некоторого их числа, связанного с положительным зарядом остова. Как установлено многими исследователями, пробой такого промежутка осуществляется при $\alpha \approx 17 \text{ см}^{-1}$ и при плотности начального тока с катода не более 10^{-12} а/см^2 . За время $\sim 10^{-5} \text{ сек}$ положительные ионы, несколько рассеясь под действием собственного простран-

*Позже Лёб исправил эту формулу на $r = \sqrt{4Dt}$, хотя следовало бы писать $r = \sqrt{6Dt}$. Впрочем, для оценочных расчетов это не играет большой роли.

венного заряда, пересекли бы разрядный промежуток и могли бы привести к таунсендовскому пробую с вторичным механизмом на катоде, однако много раньше происходит пробой другим механизмом.

Одновременно с положительными ионами электроны производят в несколько раз большее число возбужденных атомов и молекул. Часть из них возбуждается до энергии, превосходящей энергию ионизации некоторых имеющихся в газе атомов или молекул, что имеет место при возбуждении электронов на внутренних оболочках атома или молекулы; посредством ионизации и одновременного возбуждения созданного иона; в смеси газов, подобной воздуху, путем возбуждения молекул с более высокой энергией ионизации, например N_2 . Эти возбужденные атомы или молекулы дают коротковолновое излучение за 10^{-8} сек, способное ионизировать газ и создать вторичные электроны. Количественно интенсивность фотоионизации не оценивается, а лишь говорится, что такие фотоны наблюдались экспериментально [7]. Позднее Хопвуд [8] отметил, что фотоионизирующее излучение может возникать и в результате рекомбинации в лавине, однако количественных оценок Хопвуд также не приводит.

Фотоэлектроны, образованные в различных точках разрядного промежутка, создают новые лавины. Лавины, идущие от поверхности катода, будут длинными и подобными первоначальной лавине. По мнению Лёба и Мика, они не представляют интереса для развития пробоя. Однако те фотоэлектроны, которые образовались вблизи канала пространственного заряда лавины и особенно вблизи анода, где этот заряд максимален, попадают под влияние более сильного поля, которое, действуя направляющим образом, втягивает их в канал пространственного заряда. Если напряженность поля пространственного заряда E' по порядку величины близко к напряженности приложенного поля E_0 , то это действие будет очень эффективным. Соответственно, α в этой области сильно возрастет. Электроны, образованные вследствие интенсивной ионизации в таких фотоэлектронных лавинах, в результирующем поле $E' + E_0$ втягиваются в положительный пространственный заряд, превращая его в проводящую плазму, которая начинается у анода. Положительные ионы остаются позади и поэтому продвигают пространственный заряд к катоду. Электроны, созданные лавинами, которые образовались вследствие фотоионизации, также образуют фотоэлектроны, создающие электроны для продолжения этого процесса.

В этой стадии положительный пространственный заряд развивается от анода к катоду как самораспространяющийся поток — стример. Такие стримеры наблюдались во многих экспериментах. Скорость стримеров велика. Она обусловлена как фотоионизацией в объеме газа, так и скоростью продвижения электронов в сильных полях вблизи пространственного заряда.

Электрическое поле положительного пространственного заряда Лёб и Мик оценивали следующим образом. Они предполагали, что ионы вблизи анода размещаются в сферическом объеме диффузионного радиуса $r_D = \sqrt{2Dt}$. Напряженность поля, создаваемая ионами:

$$E' = qe/r_D^2, \quad (5.4)$$

где e — заряд электрона; q — количество ионов в сфере. Подставляя $q = (4/3)\pi r_D^3 N$, где N — концентрация ионов:

$$N = \alpha \exp(\alpha z)/(\pi r_D^2), \quad (5.5)$$

находим

$$E' = \frac{4}{3} \cdot \frac{e\alpha \exp(\alpha z)}{r_D}. \quad (5.6)$$

Если подставить $z = 1$ см, $r_D = 1,3 \cdot 10^{-2}$ см, $\alpha = 17$ см⁻¹, то получим $E' = 6 \cdot 10^3$ в/см, или $E'/E_0 = 0,2$. Таким образом, Лёб и Мик оценивали напряженность поля пространственного заряда вблизи анода как 20%-ную напряженность внешнего поля.

Формулу (5.6) можно переписать в несколько ином виде:

$$E' = \frac{4}{3} \cdot \frac{e\alpha \exp(\alpha z)}{\sqrt{2Dt}} = \frac{4}{3} \cdot \frac{e\alpha \exp(\alpha z)}{\sqrt{2Dz/\bar{u}}} = \frac{4}{3} \cdot \frac{e\alpha \exp(\alpha z)}{\sqrt{2Dz/(bE_0)}}, \quad (5.7)$$

где b — подвижность электронов. Подставляя значения констант для воздуха, получаем приближенную формулу (средняя энергия электронов полагалась равной 3,6 эв)

$$E' = 5,27 \cdot 10^{-7} \alpha \exp(\alpha z)/(z/p)^{1/2}, \text{ в/см.} \quad (5.8)$$

Принимая в качестве условия возникновения стримера соотношение (так называемый критерий Мика)

$$E' = KE_0, \quad (5.9)$$

где $K \simeq 1$, можно рассчитать минимальное пробивное напряжение промежутка длиной d см в воздухе при давлении p . Делается это так. Выберем какое-нибудь значение E_0 ; соответствующую величину α (E_0) при данном p подставим в формулу (5.8). Если получившаяся при этом величина $E' < E_0$, то необходимо увеличить исходное значение E_0 . Такая операция повторяется до тех пор, пока величины E' и E_0 не станут приблизительно равными. Полученное значение E_0 будет являться пробивным. В качестве примера Лёб и Мик рассчитали пробивное напряжение для разрядного промежутка длиной 1 см в воздухе при атмосферном давлении. Вследствие экспоненциального роста числа ионов в разрядном промежутке расчетное значение пробивного напряжения, при котором $E' = E_0$, ко-

Таблица 5.1

Расчетные данные пробивного напряжения промежутка длиной 1 см по стримерной теории Лёба и Мика

| | | | | | |
|-----------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| E_0 , в/см | 31 000 | 31 500 | 32 000 | 32 200 | 32 500 |
| α , см ⁻¹ | 14,6 | 16,0 | 17,6 | 18,6 | 19,2 |
| E' , в/см | 480 | 2100 | 11 500 | 32 200 | 62 000 |

Сравнение данных, рассчитанных по теории
Лёба и Мика, с экспериментом

| <i>d</i> , см | Расчетные значения | | | | Измеренные значения пробивных напряжений, <i>v</i> |
|---------------|--------------------------------------|-----------|--------------------------------|--------------------------------|--|
| | <i>E/p</i> , в/(см·мм рт. ст.) | <i>αd</i> | <i>N</i> , ион/см ³ | Пробивное напряжение, <i>v</i> | |
| 0,1 | 68,4 | 15,7 | $1,9 \cdot 10^{13}$ | 5 190 | 4 600 |
| 0,5 | 48,1 | 17,7 | $6,4 \cdot 10^{12}$ | 18 250 | 17 100 |
| 1,0 | 42,4 | 18,6 | $3,7 \cdot 10^{12}$ | 32 200 | 31 600 |
| 2,5 | 37,0 | 19,7 | $2,3 \cdot 10^{12}$ | 70 500 | 73 000 |
| 5,0 | 34,6 | 20,7 | $1,5 \cdot 10^{12}$ | 132 000 | 138 000 |
| 10,0 | 32,8 | 21,5 | $8,8 \cdot 10^{11}$ | 249 000 | 265 000 |
| 15,0 | 31,8 | 22,0 | $7,2 \cdot 10^{11}$ | 363 000 | 386 000 |
| 20,0 | 31,2 | 22,4 | $5,6 \cdot 10^{11}$ | 474 000 | 510 000 |

лебтся в очень узких пределах, тогда как величина E' меняется очень резко.

Расчетные данные приведены в табл. 5.1. Из данных этой таблицы видно, что расчетное значение пробивного напряжения составляет $32,2 \cdot 10^3$ в/см при $\alpha = 18,6$ см⁻¹, тогда как экспериментальное — $31,6 \cdot 10^3$ в/см. Следовательно, согласие с экспериментом в этом случае вполне удовлетворительное.

Выбор $K = 1$ в критерии Мика (5.9) сами авторы считают недостаточно обоснованным, и более правильно считать $0,1 < K < 1$ меняющимся в зависимости от длины промежутка, давления и сорта газа. Впрочем, изменение K от 0,1 до 1 меняет пробивное напряжение, рассчитанное из (5.8), всего на 2%. Для воздушного промежутка 1 см при атмосферном давлении для лучшего согласия с экспериментом авторы считают более правильным значение $K = 0,1$.

Переписывая выражение (5.8) в виде

$$\frac{\alpha}{p} (pd) + \ln \frac{\alpha}{p} = 14,46 + \ln \frac{E_0}{p} - \frac{1}{2} \ln pd + \ln d, \quad (5.10)$$

Лёб и Мик делают заключение, что закон Пашена здесь по-прежнему выполняется. Исключение составляет член $\ln d$, однако отклонение, вызванное этим членом, настолько мало, что экспериментально не может быть обнаружено.

В табл. 5.2 приведены теоретические и экспериментальные значения пробивных напряжений для различных длин разрядных промежутков в воздухе при атмосферном давлении [9]. Кроме того, таблица содержит теоретические значения αd и N (N — концентрация ионов в головке лавины, когда она достигает анода).

Из анализа данных этой таблицы следует, что теория Лёба и Мика дает преувеличенные значения пробивных напряжений для коротких промежутков и более заниженные — для длинных промежутков. Аналогичные результаты получаются при вычислении пробивного напряжения промежутка данной длины для различного

давления газа. По мере уменьшения давления расчетные пробивные напряжения все более превышают экспериментальные, а при увеличении давления теоретические значения оказываются ниже экспериментальных. Расхождение с экспериментом при малых $pd \lesssim 200$ мм рт. ст. · см Лёб и Мик объясняют тем, что механизм пробоя в этом случае не стримерный, а таунсендовский, так что стримерная теория здесь становится неприменимой. Что касается расхождения с экспериментом при больших pd (для атмосферного давления и $d \gtrsim 15$ см), то авторы считают, что в этих условиях одного критерия Мика (5.9) недостаточно и требуется выполнение еще одного условия, так называемого критерия Лёба. Этот критерий, полученный Лёбом на основании анализа экспериментальных данных без достаточного теоретического обоснования, заключается в следующем: для осуществления пробоя разрядного промежутка путем лавино-стримерных процессов необходимо, чтобы плотность ионов в лавине была не ниже критического значения

$$N_{кр} = \alpha e^{\alpha z} / (\pi r_D^2) = 7 \cdot 10^{11} \text{ ион/см}^3. \quad (5.11)$$

Плотность ионов авторы связывают с плотностью фотоионизации и считают, что если $N < N_{кр}$, то плотность фотоионизации становится недостаточной для продвижения стримера. Введение дополнительного критерия позволило Лёбу и Мику несколько приблизить экспериментальные и теоретические значения пробивных напряжений, однако сами авторы не считают эти расчеты вполне обоснованными.

Когда напряжение, приложенное к разрядному промежутку, превышает минимальное пробивное напряжение, напряженность поля пространственного заряда, образованного лавиной, будет иметь величину порядка напряженности приложенного поля еще до того, как лавина достигнет анода. В этом случае стримеры возникают в середине промежутка, причем формируются два стримера: положительный, т. е. направленный к аноду и отрицательный — направленный к катоду.

Условие формирования положительного стримера сформулировал Петер [9, 10], причем его рассуждения были очень близки к рассуждениям Лёба и Мика. Петер оценил поле пространственного заряда головки лавины примерно так же, как Лёб и Мик, только он исходил из того, что для положительного стримера основную роль играет пространственный заряд, образованный электронами, находящимися в головке лавины и имеющий приблизительно сферическую форму.

В этом случае напряженность поля пространственного заряда

$$E' = e \exp(\alpha z) / r_D^2. \quad (5.12)$$

Величину r_D Петер оценивал так:

$$r_D = \sqrt{4Dt} = \sqrt{4Dz/u} = \sqrt{4Dz/bE_0}.$$

Далее используя известное соотношение

$$b = \frac{3}{2} \cdot \frac{D}{U_T},$$

где U_T — средняя тепловая энергия электронов, ε , получаем

$$r_D = \frac{8}{3} \cdot \frac{U_T z}{E_0}. \quad (5.13)$$

Подставляя выражение (5.13) в (5.12), находим

$$E' = \frac{3e \exp(\alpha z)}{8 U_T z} E_0. \quad (5.14)$$

Условие образования стримера Петер также пишет в виде

$$E' = E_0. \quad (5.15)$$

Значение z , при котором достигается условие (5.15), обозначается через $z_{кр}$. Подставляя соотношение (5.14) в условие (5.15), получаем уравнение Петера, аналогичное уравнению Лёба и Мика (5.10) в виде

$$\alpha z_{кр} = 17,9 + \ln z_{кр} + \ln U_T. \quad (5.16)$$

Если длина разрядного промежутка $d < z_{кр}$, то стример не образуется и разряд развивается в соответствии с механизмом Таунсенда. Если $d > z_{кр}$, то работает стримерная теория.

Расчитанные на основе уравнения (5.16) напряжения пробоя несколько ниже экспериментальных. Петер объясняет это расхождение тем, что в длинных промежутках, когда $d > z_{кр}$, условие образования стримера, каким является условие (5.15), и условие стримерного пробоя не тождественны. Для распространения стримера требуются более сильные поля, чем для его образования, однако никаких количественных оценок более не приводится.

5.3. Критические замечания к стримерной теории

Как уже отмечалось, общие представления стримерной теории Лёба, Мика и Петера можно считать доказанными экспериментально, однако эту теорию нельзя признать удовлетворительной в некоторых качественных положениях и особенно в количественном отношении.

Прежде всего, авторы неправильно отождествляют условие образования стримера (как разрядного канала с большой плотностью ионов, которые создают сильное поле на конце стримера), каковым является критерий Мика, с условием пробоя. Действительно, в однородном поле при отсутствии в цепи разряда достаточно большого сопротивления условие пробоя совпадает с условием самостоятельности разряда. Если в результате продвижения одной лавины в среднем возникает более чем одна эквивалентная лавина, то в разрядном промежутке неизбежно будет нарастать ток и про-

исходить образование пространственных зарядов, а также искажение поля, увеличивающее среднее значение коэффициента ионизации α . Следовательно, благодаря увеличению тока и вместе с ним пространственного заряда самостоятельность разряда сохранится и при уменьшении напряжения на разрядном промежутке. Разряд при этом может начинаться с образования стримера, а может произойти и без него, как это наблюдается в экспериментах [9, 11]. Авторы же считают, что условием пробоя является условие Мика, которое является условием образования стримера.

Что же касается фотонов, способных ионизировать газ, Лёб, Мик и Ретер ограничиваются требованием, чтобы этих фотонов было достаточно. Условие выполнимости этого требования Лёб и Мик выражают весьма сомнительной гипотезой, что ионизирующих фото-

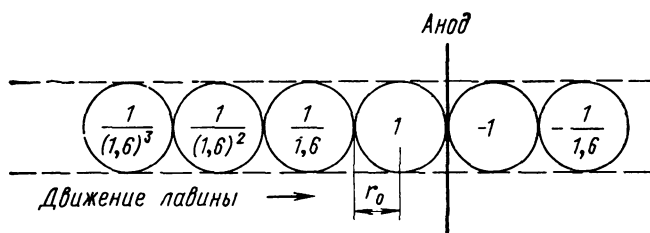


Рис. 5.1. Схема приближенной оценки поля остова лавины. Числа в кружках пропорциональны плотности заряда в шариках такого же радиуса r_D

нов будет достаточно, если плотность ионов, оставшихся после прохождения первой лавины электронов, превышает $7 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$. Далее они считают, что фотоэлектроны, созданные вблизи катода, не эффективны, так как они создают лишь новые независимые лавины, эквивалентные первой. Но ведь это есть условие самостоятельности разряда. Если вследствие прохождения одной лавины возникает более чем одна эквивалентная, то разряд будет продолжаться с нарастанием тока, будет накапливаться пространственный заряд и т. д. Это приведет к пробое независимо от того, что при этом напряжении критерий Мика может и не выполняться и стример не образовывается.

Далее, если коэффициент поглощения фотонов $\kappa < \alpha$ (а Лёб и Мик предполагают, согласно измерениям Ретера, $\kappa = 2 \text{ см}^{-1}$), то электроны, образованные ближе к катоду, всегда будут более эффективны, так как их число с удалением от анода (т. е. места излучения) падает как $\exp[-\kappa(d-z)]$, а число электронов, приходящих к аноду, растет благодаря ионизации как $\exp[\alpha(d-z)]$. Следовательно, число электронов, приходящихся на анод, благодаря фотоионизации газа будет пропорционально множителю $\exp[(\alpha - \kappa)(d-z)]$ и максимально при $z = 0$, т. е. вблизи катода.

Тот факт, что эти лавины придут к аноду позднее, не является возражением, пока рассматриваем условие, а не время пробоя.

Кстати, когда условие пробоя только-только выполняется, время развития разряда может быть велико [12]. Итак, если количество фотоэлектронов достаточно для непрерывного восстановления электронов, уходящих на анод, а критерий Мика не выполняется, пробой все же произойдет. Ниже будет показано, что при пробое сантиметрового промежутка воздуха критерий Мика действительно не выполняется, а оценки Лёба и Мика, по которым он выполняется, ошибочны.

Действительно, Лёб и Мик принимают по Ретеру $r_D = = 1,3 \cdot 10^{-2}$ см (хотя он гораздо больше*) и вычисляют поле на поверхности шарика радиусом r_D с плотностью ионов вблизи анода. Эта плотность спадает в e раз на расстоянии $1/\alpha \simeq 6 \cdot 10^{-2}$ см или в 1,6 раза на расстоянии $2r_D = 2,6 \cdot 10^{-2}$ см. На самом деле остов представляет собой цилиндр, который можно разбить на ряд шариков, как показано на рис. 5.1. Так как $r_D \ll d$ и $r_D \sim \sqrt{z}$, то на расстоянии нескольких r_D от анода радиусы шариков можно считать равными.

Если E' — напряженность поля пространственного заряда, вычисленная Лёбом и Миком на поверхности первого от анода шарика, на оси остова и на расстоянии $2r_D$ до анода (см. рис. 5.1), то действительная добавочная напряженность поля в этой точке выразится приблизительно так:

$$E'_{\text{ист}} = E' \left(1 - \frac{1}{1,6} - \frac{1}{9 \cdot (1,6)^2} - \frac{1}{25 \cdot (1,6)^3} \right) - E' \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{25 \cdot 1,6} + \dots \right) = 0,17E', \quad (5.17)$$

т. е. примерно в 6 раз меньше, чем вычислили Лёб и Мик. Здесь учтено также поле электрического изображения в аноде. Более точный расчет (см. разд. 5.4) показывает, что на самом деле напряженность еще меньше. Увеличение коэффициента ионизации α , обусловленное увеличением напряженности поля на 10 — 20%, составляет не более 80% при пробивных напряженностях.

Так как это увеличение напряженности поля происходит лишь в объеме, где сосредоточены ионы — приблизительно в цилиндре с радиусом r_D и протяженностью $1/\alpha$, то усиление лавины за счет добавочного поля примерно равно $\exp(\Delta\alpha/\alpha) \approx e^{0,8} = 2$. Это усиление ничтожно по сравнению с тем, когда лавина образуется на расстоянии нескольких значений $1/\alpha$ дальше от анода, но не попадает в область усиленного поля. Разумеется, здесь также не имеет смысла говорить о каком-либо втягивании лавин в область усиленного поля.

Правильная теория пробивного напряжения должна исходить из условия самостоятельности разряда.

*Определение радиуса лавины исходя из температуры электронов в условиях камеры Вильсона является ненадежным методом [13].

Предполагая сильную фотоионизацию вблизи лавины, авторы стримерной теории почти не уделяют внимания природе и количеству ионизирующих фотонов. Уже было сказано, что эффективными в данном случае могут быть фотоны с коэффициентом поглощения, меньшим α . В противном случае процесс будет затухать, если только число ионизирующих фотонов не будет во много раз больше, чем число ионов; в этом случае, однако, ионы, созданные фотоионизацией, автоматически учитывались бы в α при его измерении. Кроме того, вместо направленного движения стримера имела бы своеобразная сферически-симметричная диффузия лавины.

Авторы просто упоминают о некоторых возможных процессах, которые могли бы привести к образованию таких фотонов без количественных оценок. Так, для воздуха предлагался механизм ионизации кислорода фотонами, испускаемыми молекулами азота, возбужденными на уровень с энергией выше энергии ионизации кислорода. В однородных газах предлагался механизм возбуждения внутренних оболочек атомов или молекул либо ионизация атома или молекулы с одновременным возбуждением остатка. Позже Хопвуд [8] предложил рекомбинацию, как источник ионизирующих фотонов.

Все эти механизмы уже рассматривались в разд. 4.5, где было показано, что ни один из них не может играть роль механизма вторичных процессов в такого рода пробое по двум основным причинам:

- 1) интенсивность этих процессов чрезвычайно мала и не может обеспечить достаточное количество ионизирующих фотонов за короткое время пробоя $\sim 10^{-7}$ сек;
- 2) коэффициент поглощения наиболее интенсивных процессов, таких, как рекомбинация или фотоионизация легкоионизируемой компоненты газа, имеет значение гораздо больше, чем α , что делает такие фотоны неэффективными.

Таковы в общих чертах качественные затруднения стримерной теории.

Количественно эта теория, как видно из ее рассмотрения, также была развита весьма слабо, однако следует отметить ее важное значение для понимания характера основных физических процессов, протекающих в стримерной фазе развития разряда. Ниже, в этой главе, рассмотрим последовательно новые результаты, полученные в теории лавино-стримерного перехода, а в следующей главе изложим современную теорию стримерного пробоя.

5.4. Постановка задачи о лавино-стримерном переходе

Исходя из сказанного в разд. 5.1 — 5.3, можно поставить задачу о лавино-стримерном переходе следующим образом. Основное уравнение для концентрации электронов имеет вид

$$\frac{\partial N_e(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \alpha u N_e(\mathbf{r}, t) + D \nabla^2 N_e(\mathbf{r}, t) - \mathbf{u} \nabla N(\mathbf{r}, t) +$$

$$+ \lambda u \int K(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|) N_e(\mathbf{r}', t) d\mathbf{r}', \quad (5.18)$$

где обозначения те же, что и в выражениях (2.48) и (4.51) с тем отличием, что параметры α , u , λ — функции пространственных координат и времени. Соответственно для концентрации ионов уравнение записывается в том же виде, что и (4.9).

Результирующее электрическое поле в разрядном промежутке определится векторной суммой приложенного поля и поля пространственного заряда электронов и ионов, т. е.

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 - \nabla\varphi, \quad (5.19)$$

где

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \int \frac{e [N_e(\mathbf{r}', t) - N_i(\mathbf{r}', t)] d\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}, \quad (5.20)$$

Параметр

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = b \mathbf{E}; \quad (5.21)$$

параметр $\alpha(\mathbf{r}, t)$ определяется соотношением (3.14), а параметр λ выражается через α формулой (4.77).

Начальными условиями для уравнений (5.18) и (2.48) являются следующие выражения:

$$N_e(\mathbf{r}, 0) = \delta(\mathbf{r}); \quad (5.22)$$

$$N_i(\mathbf{r}, 0) = 0, \quad (5.23)$$

где $\delta(\mathbf{r})$ — дельта-функция Дирака. Совокупность выписанных уравнений определяет в принципе картину всего процесса от появления вблизи катода начального электрона до формирования и распространения ионизационного канала-стримера. Момент непосредственно лавино-стримерного перехода определяется появлением некоторой пространственной области, напряженность электрического поля внутри которой окажется гораздо меньше, чем снаружи. Размер этой области по существу и является размером головки лавины в момент лавино-стримерного перехода.

К сожалению, решить задачу в такой постановке пока не удается даже на ЭВМ. В связи с этим в литературе встречаются работы, в которых используются различные приближения, в частности одномерная постановка задачи [14 — 18]. В гл. 7 дано подробное изложение методов решения проблемы в одномерной постановке. Результаты, полученные при таком решении, могут быть использованы при попытках точного решения проблемы, но сразу отметим, что развитие лавины, появление стримера и пробой — явления пространственного характера, и поэтому полное описание может быть получено только при решении трехмерной задачи.

Попытки решить трехмерную задачу помимо Лёба, Мика и Ретера предпринимали Флетчер [19], Петропулос [20], Фрэнсис [21] и ряд других исследователей [9]. Критический разбор этих работ, который содержится в работах [9, 13], показывает, что пока рано говорить об удовлетворительных результатах теории. Различные подходы, применяемые при решении проблемы, противоречивы и в настоящее время единая концепция отсутствует.

Ниже в этой главе будет подробно изложена модель лавино-стримерного перехода, разработанная авторами [22, 23]. Рассматривается приближенная трехмерная модель перехода лавины в стример, позволяющая получить оценочное значение радиуса лавины в момент перехода ее в стример для воздуха при атмосферном давлении. Позже, в гл. 8, результаты, полученные на основе данной модели, будут применены для расчета пробивного напряжения воздуха в широком интервале длин промежутков.

5.5. Электрическое поле остова

Пусть имеется искровой промежуток с однородным электрическим полем E_0 и вблизи катода в момент времени $t = 0$ освободился один электрон. Тогда в момент времени t распределение электронов в пространстве будет описываться формулой (4.7). Образованные положительные ионы вследствие их малой подвижности можно считать неподвижными для не слишком больших значений t , поэтому их распределение будет описываться формулой (4.10). Когда лавина электронов поглотится анодом, распределение ионов в пространстве будет практически определяться соотношением

$$N_i = \int_0^{\infty} (4\pi Dt')^{-3/2} \exp\left[\alpha ut' - \frac{(z-ut')^2 + \rho^2}{4Dt'} \right] \alpha u dt'. \quad (5.24)$$

Здесь $\rho^2 = x^2 + y^2$. Этот интеграл легко вычислить:

$$N_i = \frac{\alpha u \exp(zu/2D)}{(4\pi D)^{3/2}} \int_0^{\infty} t^{-3/2} \exp\left[-\left(\frac{u^2}{4D} - \alpha u\right)t - \frac{z^2 + \rho^2}{4Dt} \right] dt. \quad (5.25)$$

Интеграл (5.25) сходится, если выполняется условие

$$u^2/4D > \alpha u, \quad (5.26)$$

так как в противном случае в показателе экспоненты при t оказывается положительный множитель, и интеграл расходится. Условие (5.26) выполняется обычно с большим запасом. Действительно,

$$\alpha \ll \frac{u}{4D} = \frac{u}{4Dd} d \approx \frac{d}{r_D^2},$$

где d — размер промежутка; r_D — диффузионный радиус лавины, когда она пройдет путь d . В воздухе при пробое промежутка $d = 1$ см, $r_D \approx 2 \cdot 10^{-2}$ см и $d/r_D^2 \approx 2500$ см⁻¹, в то время как $\alpha \approx 17$ см⁻¹.

Согласно работе [24], интеграл (5.25) оказывается равным

$$N_i = \frac{\alpha u \exp(zu/2D)}{(4\pi D)^{3/2}} \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{-2\sqrt{ac}}. \quad (5.27)$$

Здесь введены обозначения

$$a = (z^2 + \rho^2)/4D; \quad C = u^2/4D - \alpha u.$$

Учитывая условие (5.26), можно приближенно записать

$$\sqrt{C} = \frac{u}{2\sqrt{D}} \left(1 - \frac{4D\alpha}{u}\right)^{1/2} \approx \frac{u}{2\sqrt{D}} - \alpha\sqrt{D}. \quad (5.28)$$

Нас интересует распределение ионов вблизи оси лавины, т. е. при $\rho \rightarrow 0$, следовательно,

$$\sqrt{a} = \frac{z}{2\sqrt{D}} \left(1 + \frac{\rho^2}{z^2}\right)^{1/2} \approx \frac{z}{2\sqrt{D}} + \frac{1}{4} \cdot \frac{\rho^2}{\sqrt{D}z}. \quad (5.29)$$

С учетом соотношений (5.28) и (5.29) выражение (5.27) принимает вид

$$N_i(\rho, z) = \frac{\alpha}{\pi r_D^2} e^{\alpha z} e^{-\rho^2/r_D^2}, \quad (5.30)$$

где

$$r_D = \sqrt{4Dt} = \sqrt{4Dz/u}.$$

Электрическое поле, вызванное появлением пространственного заряда, складывается из поля этого пространственного заряда и его электрического изображения в электродах. После того как электроны уйдут в анод, поле пространственного заряда будет создаваться только положительным остовом ионов и его электрическим изображением в аноде, так как действием электрических изображений в катоду можно пренебречь, когда поле рассматривается вблизи анода, где сосредоточен основной заряд остова.

Как уже неоднократно упоминалось, скорость ионов $\sim 10^5$ см/сек. Коэффициент диффузии ионов в несколько тысяч раз меньше, чем электронов. Поэтому можно считать, что r_D за время $\sim 10^{-7}$ сек практически не изменится для точки с данной плотностью ионов. Так как заряд на единицу длины остова растет как $e^{\alpha z}$ по направлению к аноду, то электрическое поле создается главным образом зарядами, расположенными вблизи анода. Поэтому, в силу того что $r_D \sim \sqrt{z}$, можно считать $r_D = \text{const}$ и определяется значением при $z = d$.

Потенциал поля, созданный остовом и его электрическим изображением в аноде, вдоль оси z можно рассчитать по формуле (рис. 5.2):

$$\varphi(z) = \int_0^\infty \int_0^d \frac{eN_i(\rho, z') 2\pi\rho d\rho dz'}{\sqrt{(z' - z)^2 + \rho^2}} - \int_0^\infty \int_0^d \frac{eN_i(\rho, z') 2\pi\rho d\rho dz'}{\sqrt{(2d - z - z')^2 + \rho^2}}. \quad (5.31)$$

Второй член обусловлен электрическим изображением заряда остова в аноде (см. рис. 5.2). Подставляя N_i в (5.30), получаем

$$U(z) = \frac{2e\alpha}{r_D^2} \left\{ \int_0^d \int_0^d \frac{\exp(\alpha z' - \rho^2/r_D^2) \rho d\rho dz'}{\sqrt{(z' - z)^2 + \rho^2}} - \int_0^d \int_0^d \frac{\exp(\alpha z' - \rho^2/r_D^2) \rho d\rho dz'}{\sqrt{(2d - z - z')^2 + \rho^2}} \right\}. \quad (5.32)$$

Опуская детали вычисления, которые можно найти в Приложении I, получаем, что напряженность дополнительного электрического поля вблизи анода приближенно равна

$$E' |_{z=d} = -2\alpha e \exp(\alpha d)/r_D, \quad (5.33)$$

т. е. несколько больше, чем было вычислено Лёбом и Миком [см. формулу (5.6)]. Однако поле, созданное остовом, имеет направле-

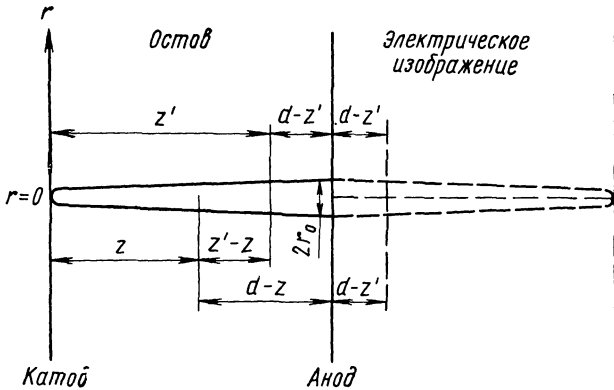


Рис. 5.2. Схема остова и его электрического изображения в аноде

ние, обратное внешнему полю, и поэтому результирующее поле на самом деле меньше, чем рассчитанное по формуле (5.6).

На больших расстояниях от анода дополнительное поле примерно равно (см. Приложение I)

$$E' |_{\alpha z \gg 1} = 4e \exp(\alpha d)/\alpha (d - z)^3, \quad (5.34)$$

т. е. быстро убывает при удалении от анода.

Добавочное поле имеет максимальное значение на расстояния $\sim 1/\alpha$ от анода и равно (см. Приложение I)

$$E' = \alpha^2 e \exp(\alpha d) \psi(p, q), \quad (5.35)$$

где $p = (\alpha r_D)^2/4$, $q = \alpha (d - z)$, а функция $\psi(p, q)$ приведена на рис. 5.3.

Если в выражение (5.35) подставить, согласно Лёбу и Мику, значения $\alpha = 17 \text{ см}^{-1}$, $d = 1 \text{ см}$, $r_D = 1,3 \cdot 10^{-2} \text{ см}$ и $p = (\alpha r_D)^2/4 = 1,2 \cdot 10^{-2}$, то максимальное значение напряженности добавочного поля будет $E' \simeq 800 \text{ в/см}$, а не 6000 в/см по оценке Лёба и Мика. Это значение составляет всего лишь 2,5% напряженности внешнего поля, соответствующего пробивному значению. На самом деле значение E' еще меньше, так как величина r_D при средней энергии электронов 3,6 эв, как следует из формулы (5.13), равна приблизительно $1,8 \cdot 10^{-2} \text{ см}$. При этом $E' \approx 600 \text{ в/см}$, т. е. составляет 2% напряженности внешнего поля. Чтобы поле оказалось порядка приложенного, нужно увеличить α до 20 — 21 см^{-1} , что выходит за пределы погрешностей, которые можно допустить в сделанных расчетах. Так как в области пробивного напряжения α меняется примерно на 4% при изменении напряженности поля на 1%, то такое добавочное поле не имеет существенного значения.

Итак, когда происходит пробой воздуха при атмосферном давлении и длине разрядного промежутка $\sim 1 \text{ см}$, напряженность дополнительного поля, созданного положительными ионами, не превосходит 2 — 3% напряженности внешнего поля на расстоянии $\sim 1/\alpha$ от анода, т. е. там, где оно должно было бы втягивать новые электронные лавины. Следовательно, не может быть и речи о каком-либо втягивании других лавин или их усилении. Нет никаких оснований и для образования стримера после прохождения первой лавины.

Критерий Мика, основанный на неправильном расчете поля, создаваемого ионами, оставленными первой лавиной, теряет всякий смысл. Вместе с тем в этом случае теряет смысл и вся стримерная теория, пока не будут созданы условия для действительного образования стримера, о которых будет идти речь ниже. Таким образом, пробой в этом случае развивается как обычный самостоятельный разряд с фотоионизацией газа, вторичным механизмом, подробно рассмотренной в разд. 4.7, и в этом случае пробивное напряжение должно быть рассчитано из системы уравнений (4.83) и (4.84), а условием самостоятельности разряда является условие (4.83).

Если разрядный промежуток достаточно длинный, то электроны не уходят в анод и результирующее поле будет являться векторной суммой трех полей: внешнего поля E_0 , поля положительного остова E' и поля лавины электронов E'' . Однако прежде чем пере-

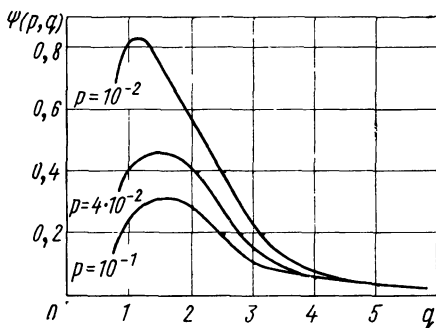


Рис. 5.3. График функции $\psi(p, q)$

ходить к оценке влияния результирующего поля на движение лавины, следует выяснить, нет ли еще какого-либо механизма расширения лавины, кроме диффузионного. Дело в том, что в длинных промежутках, когда плотности пространственного заряда и возбужденных атомов или молекул становятся достаточно высокими, возможно эффективное расширение лавины под действием фотоионизирующего излучения и кулоновского расталкивания заряженных частиц.

5.6. Влияние фотоионизирующего излучения на расширение электронной лавины

Нарастание числа носителей заряда в лавине в однородном поле описывается формулами, приведенными в предыдущей главе, только до тех пор, пока можно пренебречь электрическим полем пространственного заряда электронов и ионов по сравнению с приложенным внешним полем. Эксперименты в камере Вильсона показали, что, когда количество носителей заряда превышает $10^5 - 10^6$, поле пространственного заряда начинает оказывать существенное влияние на развитие лавины. Так, эффективный диаметр лавины начинает значительно превышать диаметр, определяемый диффузией [см. формулу (5.13)]. Наблюдаемое расширение может быть объяснено ионизацией газа излучением, создающим плазму наиболее эффективно вблизи головки лавины, а также электростатическим расталкиванием электронного облака головки лавины.

Оценим эффективный диаметр лавины с учетом ионизации газа излучением лавины. Уравнение для нарастания концентрации электронов с учетом этого эффекта имеет вид

$$\frac{\partial N_e(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \alpha u N_e(\mathbf{r}, t) + D \nabla^2 N_e(\mathbf{r}, t) - u \frac{\partial N_e(\mathbf{r}, t)}{\partial z} + \lambda u \int K(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) N_e(\mathbf{r}', t) d\mathbf{r}'. \quad (5.36)$$

Здесь сохранены все прежние обозначения (см. разд. 4.7). При отсутствии фотоионизации $\lambda = 0$, и переходим к уравнению (4.3) с решением (4.7), т. е. с эффективным радиусом лавины $r = \sqrt{6Dt}$. Положим для оценок, что α и λ постоянны, тогда решение уравнения (5.36) можно искать в виде

$$N_e(\mathbf{r}, t) = N(\mathbf{r}, t) \exp(\alpha u t). \quad (5.37)$$

Перейдем к системе координат, движущейся со скоростью u вдоль оси z , т. е. заменим z на $z_1 + ut$. Новый радиус-вектор \mathbf{r}_1 теперь имеет компоненты $\{x, y, z - ut\}$.

Подставляя решение (5.37) в уравнение (5.36) и переходя к новым координатам, получаем уравнение

$$\partial N(\mathbf{r}_1, t) = D \nabla_1^2 N(\mathbf{r}_1, t) + \lambda u \int K(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}'|) N(\mathbf{r}', t) d\mathbf{r}'. \quad (5.38)$$

Представим $N(\mathbf{r}_1, t)$ в виде интеграла Фурье

$$N(\mathbf{r}_1, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int a(k, t) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_1} d\mathbf{k}. \quad (5.39)$$

Подставляя (5.39) в (5.38), получаем

$$\int \frac{\partial a(k, t)}{\partial t} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_1} d\mathbf{k} = -D \int k^2 a(k, t) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_1} d\mathbf{k} + \lambda v \int \int K(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}'|) \times \\ \times a(k, t) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}'} d\mathbf{k} d\mathbf{r}'. \quad (5.40)$$

Пусть теперь

$$K(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}'|) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int c(k_1) e^{i\mathbf{k}_1(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}')} d\mathbf{k}_1. \quad (5.41)$$

Подставляя (5.41) в (5.40), получаем

$$\int \frac{\partial a(k, t)}{\partial t} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_1} d\mathbf{k} = -D \int k^2 a(k, t) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_1} d\mathbf{k} + \frac{\lambda v}{(2\pi)^3} \times \\ \times \int \int \int c(k_1) a(k, t) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}'} e^{i\mathbf{k}_1(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}')} d\mathbf{k} d\mathbf{k}_1 d\mathbf{r}'. \quad (5.42)$$

Преобразуем второй член в правой части:

$$\frac{\lambda v}{(2\pi)^3} \int \int \int c(k_1) a(k, t) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}'} e^{i\mathbf{k}_1(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}')} d\mathbf{k} d\mathbf{k}_1 d\mathbf{r}' = \\ = \frac{\lambda v}{(2\pi)^3} \int \int c(k_1) a(k, t) e^{i\mathbf{k}_1\mathbf{r}_1} \int e^{i\mathbf{r}' \cdot (\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)} d\mathbf{r}' d\mathbf{k} d\mathbf{k}_1.$$

Но по определению δ -функции Дирака

$$\frac{1}{(2\pi)^3} \int \exp[i\mathbf{r}' \cdot (\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)] d\mathbf{r}' = \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1).$$

Следовательно, согласно правилу интегрирования с δ -функцией, этот член принимает вид

$$\lambda v \int c(k) a(k, t) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}_1) d\mathbf{k}.$$

Соответственно уравнение (5.42) перепишем в виде

$$\frac{\partial a(k, t)}{\partial t} = -Dk^2 a(k, t) + \lambda v c(k) a(k, t). \quad (5.43)$$

Интегрируя уравнение (5.43) по времени, получаем

$$a(k, t) = C(\mathbf{r}_1) \exp[-k^2 D t + \lambda v c(k) t]. \quad (5.44)$$

Подставляя (5.44) в (5.39), находим

$$N(\mathbf{r}_1, t) = \frac{C(\mathbf{r}_1)}{(2\pi)^3} \int \exp[-k^2 D t + \lambda v c(k) t + i\mathbf{k}\mathbf{r}_1] d\mathbf{k}. \quad (5.45)$$

Константу интегрирования $C(\mathbf{r}_1)$ можно определить из условия, что в начальный момент времени $t = 0$ имеется только один электрон в точке $\mathbf{r} = 0$, т. е. $N(\mathbf{r}_1, 0) = N(\mathbf{r}, 0) = \delta(\mathbf{r})$. Из выражения (5.45) при этом следует, что $C(\mathbf{r}_1) = 1$.

В интеграле (5.45) производим интегрирование по угловым переменным:

$$N(\mathbf{r}_1, t) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^\pi \int_0^\infty \exp[-k^2 Dt + \lambda v c(k)t + ikr_1 \cos \theta] k^2 \sin \theta \times \\ \times d\theta dk = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^\infty k^2 \exp[-k^2 Dt + \lambda v c(k)t] \frac{\sin kr_1}{kr_1} dk. \quad (5.46)$$

Найдем теперь явный вид $c(k)$. Как следует из выражения (4.46), вероятность поглощения фотона на расстоянии $r \div r + dr$ от лавины в единице телесного угла

$$K(r) = -\frac{1}{4\pi r^2} \cdot \frac{d}{dr} \left[\exp\left(-\frac{\kappa_0 r}{2}\right) I_0\left(\frac{\kappa_0 r}{2}\right) \right].$$

Согласно обратному преобразованию Фурье

$$c(k) = \int K(R) e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}} d\mathbf{R} = \\ = -\frac{1}{4\pi} \int \frac{1}{R^2} \cdot \frac{d}{dR} \left[\exp\left(-\frac{\kappa_0 R}{2}\right) I_0\left(\frac{\kappa_0 R}{2}\right) \right] e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}} d\mathbf{R}. \quad (5.47)$$

Интегрируя по углам

$$c(k) = -\int_0^\infty \frac{d}{dR} \left[\exp\left(-\frac{\kappa_0 R}{2}\right) I_0\left(\frac{\kappa_0 R}{2}\right) \right] \frac{\sin kR}{kR} dR, \quad (5.48)$$

а затем по частям, получаем

$$c(k) = 1 + \int_0^\infty \exp\left(-\frac{\kappa_0 R}{2}\right) I_0\left(\frac{\kappa_0 R}{2}\right) \frac{d}{dR} \left(\frac{\sin kR}{kR} \right) dR. \quad (5.49)$$

Интеграл можно оценить следующим образом. Если $kR \gg 1$, то подынтегральное выражение сильно осциллирует и значение интеграла мало по сравнению с единицей. Если $kR \ll 1$, то можно разложить $\sin kR$ в ряд, а интегрирование по R вести в пределах от 0 до $R \simeq 1/k$:

$$\sin kR \simeq kR - \frac{(kR)^3}{6} + \dots;$$

отсюда

$$c(k) = 1 - \frac{k^2}{3} \int_0^{1/k} \exp\left(-\frac{\kappa_0 R}{2}\right) I_0\left(\frac{\kappa_0 R}{2}\right) R dR. \quad (5.50)$$

Воспользовавшись асимптотическим разложением функции $I_0(z) \sim e^z/\sqrt{2\pi z}$, получаем окончательно

$$c(k) = 1 - \frac{k^2}{3} \int_0^{1/k} \frac{RdR}{\sqrt{\pi\kappa_0 R}} = 1 - \frac{2}{9} \sqrt{\frac{k}{\pi\kappa_0}}. \quad (5.51)$$

Подставив выражение (5.51) в (5.46), а затем получившееся выражение в (5.37), получим

$$N_e(\mathbf{r}, t) = \frac{\exp[(\alpha + \lambda)vt]}{2\pi^2} \int_0^\infty k^2 \exp\left[-\left(k^2 D + \frac{2}{9} \lambda v \sqrt{\frac{k}{\pi\kappa_0}}\right)t\right] \times \\ \times \frac{\sin kr}{kr} dk. \quad (5.52)$$

Этот интеграл в конечном виде не берется, поэтому ограничимся оценкой. Первое слагаемое в экспоненте, стоящей под знаком интеграла, учитывает расширение лавины в результате диффузии электронов, т. е. диффузионный радиус лавины

$$r_D \simeq 1/k \simeq \sqrt{Dt}. \quad (5.53)$$

Второе слагаемое в экспоненте учитывает расширение лавины за счет фотоионизирующего излучения. Здесь

$$r_\phi \simeq 1/k \simeq \lambda^2 v^2 t^2 / \kappa_0. \quad (5.54)$$

Значения параметров по порядку величины таковы: $D \simeq 10^2 \text{ см}^2/\text{сек}$, $v \simeq 10^7 \text{ см/сек}$, $\kappa_0 \simeq 10^6 \text{ см}^{-1}$, $\lambda \lesssim \alpha = 17 \text{ см}^{-1}$ (см. разд. 3.7). Подставляя эти значения в формулы (5.53) и (5.54), получаем, что за время пробоя сантиметрового промежутка воздуха $r_D \simeq 10^{-2} \text{ см}$; $r_\phi \simeq 10^{-5} \text{ см}$. Следовательно, $r_D \gg r_\phi$ и расширением лавины за счет фотоионизирующего излучения можно пренебречь. Однако как видно из соотношения (5.52), это нужно еще исследовать.

5.7. Расширение лавины под действием ее пространственного заряда

Так как диффузионный радиус лавины пропорционален \sqrt{Dt} , то скорость диффузионного расширения лавины

$$\frac{dr_D}{dt} = \sqrt{\frac{D}{t}} \sim \frac{r_D}{t} = \frac{r_D u}{z} = \frac{r_D b E_0}{z}. \quad (5.55)$$

Скорость движения электронов в результирующем поле можно определить по формуле

$$\mathbf{v} = b(\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}'). \quad (5.56)$$

Здесь b — подвижность электронов: E'' — поле пространственного заряда лавины электронов, которое приближенно можно считать сферически-симметричным.

Скорость роста радиуса лавины под действием поля E''

$$v_{E''} = bE'' \quad (5.57)$$

Приравнявая dr_D/dt к $v_{E''}$, получаем условие, при котором диффузионная скорость расширения лавины равна скорости ее расширения под действием пространственного заряда. Подставляя также значения этих скоростей, получаем

$$E''/E_0 \approx r_D/z \approx \sqrt{D/uz} \quad (5.58)$$

Так как $D \approx u\lambda$, где λ — длина свободного пробега электрона, то равенство скоростей наступает при

$$E''/E_0 \approx \sqrt{\lambda/z} \quad (5.59)$$

В воздухе при атмосферном давлении $\lambda \approx 3 \cdot 10^{-5}$ см. Следовательно, для промежутка длиной ~ 1 см уже при напряженности поля пространственного заряда порядка 1% напряженности внешнего поля E_0 расширение лавины под действием электростатического расталкивания электронов становится больше диффузионного, и поэтому в дальнейшем диффузией можно пренебречь. Эксперимент подтверждает сделанные выше оценки [10, 25].

Рассмотрим теперь сферу радиусом r , описанную вокруг центра лавины электронов. Пусть r растет так, что dr/dt совпадает с радиальной скоростью электронов в системе координат, в которой центр лавины покоится. Средняя радиальная скорость электронов обусловлена действием электрического поля заряда Q , заключенного внутри этой сферы и диффузионным потоком. Последним можно пренебречь, согласно сказанному выше, если $E''/E_0 \gg \sqrt{\lambda/z}$. Тогда

$$\frac{dr}{dt} = bE'' = bQ/r^2 = be \exp(\alpha z)/r^2 \quad (5.60)$$

Интегрируя уравнение (5.60) с учетом того, что $z = bE_0 t$, получаем

$$r = (3e/\alpha E_0)^{1/3} \exp(\alpha z/3) \quad (5.61)$$

Таким образом, в этом случае радиус лавины растет экспоненциально со временем.

Радиальное поле, создаваемое зарядом лавины, имеет максимальную напряженность на границе сферы при $r = R$. При этом, как следует из выражения (5.61),

$$\frac{E''}{E_0} = \frac{e \exp(\alpha z)}{R^2 E_0} = \frac{e \exp(\alpha z)}{R^3 E_0} R = \frac{\alpha R^3}{3} \quad (5.62)$$

Однако радиус лавины не может расти все время по формуле (5.61), прежде всего потому что при выводе этих формул пренебрегалось полем, создаваемым пространственным зарядом положительных

ионов, оставляемых за собой движущейся лавиной. Это можно делать, как было показано выше, пока $R \ll 1/2\alpha$. Если же $R \approx 1/2\alpha$, то уже примерно половина всех ионов находится в пределах лавины и заряд ионов по крайней мере в два раза уменьшает заряд, а следовательно, и напряженность поля лавины. При дальнейшем росте R заряд лавины должен перестать расти, а вскоре должен практически перестать расти и радиус лавины. Ниже приведен ряд дополнительных соображений, согласно которым радиус лавины (пока можно говорить об электронной лавине) не превышает величины $R \approx 1/2\alpha$.

При $R = 1/2\alpha$ из соотношения (5.62) следует, что поле пространственного заряда электронов лавины достигает $E_0/6$. В этом случае следует уже принять во внимание зависимость коэффициента ионизации α от напряженности поля.

5.8 Изменение среднего коэффициента ионизации для электронов лавины.

Возникновение анодного стримера

Электроны лавины помимо действия однородного поля E_0 испытывают действие сферически-симметричного поля E'' , созданного пространственным зарядом электронов, и поля E' , созданного пространственным зарядом положительных ионов, оставляемых за собой лавиной при ее движении к аноду. Если для наглядности представить пространственный заряд как две сферы, одна из которых заряжена отрицательно (со стороны анода), а другая — положительно (со стороны катода), то результирующее поле будет сильнее внешнего вблизи поверхностей отрицательной сферы, обращенной к аноду, и положительной, обращенной к катоду, и слабее внешнего поля вблизи поверхности сфер, где они обращены друг к другу.

Таким образом, внутри лавины поле ослабляется. Однако, несмотря на то что коэффициент ионизации α сильно уменьшается при уменьшении поля, еще не очевидно, что в среднем электроны будут ионизировать меньше, так как α как функция E имеет большую величину второй производной $d^2\alpha/dE^2$ в области значений E_0 , соответствующих пробую. Оценим в связи с этим изменение ионизации, когда $E'' \ll E_0$. Изменение числа электронов n_e в лавине в единицу времени можно определить по формуле

$$\frac{dn_e}{dt} = \int N_e \alpha v d\tau = \int N_e \alpha \frac{bEE_0}{E_0} d\tau = \int N_e \alpha v_0 \frac{E}{E_0} d\tau. \quad (5.63)$$

Здесь N_e определяется соотношением (4.7); $d\tau$ — элемент объема и интегрирование производится по всей лавине; $v_0 = bE_0$ — скорость лавины.

Строго говоря, скорость электронов в центре лавины меньше v_0 из-за ослабления поля внутри лавины. Однако, так как электроны в передней части лавины находятся в более сильном поле и боль-

ше ионизируют, центр лавины нужно все время перемещать вперед, т. е. центр тяжести лавины перемещается с большей скоростью, чем средняя скорость электронов. Поэтому будет правильнее считать, что скорость лавины совпадает со скоростью электронов, находящихся в поле E_0 . Таким образом, средний коэффициент ионизации для всей лавины, согласно соотношению (5.63), определяется формулой

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{n_e} \frac{dn_e}{dz} = \frac{1}{n_e v_0} \cdot \frac{dn_e}{dt} = \frac{1}{n_e} \int \frac{N_e E \alpha d\tau}{E_0}. \quad (5.64)$$

Для оценки изменения ионизации в лавине, характеризующейся величиной $(\bar{\alpha} - \alpha_0)/\alpha_0$, где α_0 — коэффициент ионизации в поле E_0 , можно принять

$$N_e = e^{\alpha z} / (4/3 \pi R^3) = \alpha E_0 / 4\pi e \quad (5.65)$$

при $r \leq R$ и $N_e = 0$ при $r > R$. Здесь учтено соотношение (5.61).

Этот результат весьма интересен, так как свидетельствует о том, что в рассматриваемом приближении концентрация электронов при развитии лавины после достижения его критических размеров остается постоянной.

Электроны создают радиальное поле

$$E'' = E_R'' r / R, \quad (5.66)$$

где r — расстояние от центра лавины. Электрическое поле, которое создают положительные ионы в лавине, можно приблизительно считать однородным, направленным противоположно внешнему полю E_0 , так как все ионы в основном находятся позади лавины. Если число электронов в лавине n_e и диаметр ее $2R$, то при своем движении к аноду лавина оставляет след положительных ионов диаметром порядка $2R$ и количество ионов на единицу длины в части следа, непосредственно прилегающей к лавине, порядка αn_e . С удалением от лавины в направлении к катоду плотность ионов экспоненциально убывает, и можно считать, что поле, созданное ионами в лавине, приближенно равно*

$$E' = \alpha e n_e / R, \quad (5.67)$$

или на основании соотношения (5.62)

$$\frac{E'}{E_0} = \frac{\alpha e n_e}{E_0 R} = \alpha R \frac{e n_e}{E_0 R^2} = 3 \left(\frac{E''}{E_0} \right)^2. \quad (5.68)$$

Таким образом, E'/E_0 является величиной второго порядка малости, если E''/E_0 считать величиной первого порядка малости. В сферических координатах с началом в центре лавины выражение для напряженности поля E , действующего на электроны лавины, можно теперь написать в виде*

$$E = \sqrt{(E_0 - E')^2 + (E'')^2} - 2(E_0 - E')E'' \cos \theta, \quad (5.69)$$

*Поля электрических изображений в аноде здесь можно не учитывать, так как лавина находится далеко от анода.

где θ — угол между вектором \mathbf{r} и направлением поля \mathbf{E}_0 . Так как концентрация электронов в лавине не зависит от координат при $r \leq R$ и равна нулю при $r > R$ [см. формулу (5.65)], то (5.64) можно переписать в виде

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{n_e} \int N_e \frac{\alpha(E) \cdot E}{E_0} d\tau = \frac{3}{4\pi R^3} \int_0^R \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{E}{E_0} \alpha(E) r^2 dr \sin \theta d\theta d\varphi,$$

или, так как E , согласно выражению (5.69), не зависит от φ ,

$$\bar{\alpha} = \frac{3}{2R^3} \int_0^R \int_0^\pi \frac{E}{E_0} \alpha(E) r^2 dr \sin \theta d\theta. \quad (5.70)$$

Разложим подынтегральное выражение $E\alpha(E)/E_0$ в ряд по степеням $(E^2 - E_0^2)$:

$$\begin{aligned} \frac{E\alpha(E)}{E_0} = & \alpha(E_0) + (E_0 \alpha'_0 + \alpha_0) \frac{E^2 - E_0^2}{2E_0^2} + (E_0^2 \alpha''_0 + \\ & + E_0 \alpha'_0 - \alpha_0) \frac{(E^2 - E_0^2)^2}{8E_0^4} + \dots, \end{aligned} \quad (5.71)$$

где $\alpha_0 = \alpha(E_0)$; $\alpha'_0 = d\alpha(E)/dE|_{E=E_0}$, ...

Ограничиваясь величинами E'^2 и E' в силу (5.68), имеем из выражения (5.69)

$$E^2 - E_0^2 = -2E_0 E'' + E'^2 - 2E_0 E'' \cos \theta. \quad (5.72)$$

Соответственно

$$(E^2 - E_0^2)^2 = 4E_0^2 E'^2 \cos^2 \theta. \quad (5.73)$$

Подставляя выражения (5.72) и (5.73) в (5.71), получаем

$$\begin{aligned} \frac{E\alpha(E)}{E_0} = & \alpha(E_0) + (E_0 \alpha'_0 + \alpha_0) \frac{-2E_0 E' + E'^2 - 2E_0 E'' \cos \theta}{2E_0^2} + \\ & + (E_0^2 \alpha''_0 + E_0 \alpha'_0 - \alpha_0) \cdot E'^2 \cos^2 \theta / 2E_0^2. \end{aligned} \quad (5.74)$$

Это выражение подставим в (5.70) и произведем интегрирование. Тогда

$$\begin{aligned} \bar{\alpha} = & \alpha_0 - (E_0 \alpha'_0 + \alpha_0) \left[\frac{E'}{E_0} - \frac{3}{10} \left(\frac{E''_R}{E_0} \right)^2 \right] + \\ & + (E_0^2 \alpha''_0 + E_0 \alpha'_0 - \alpha_0) \cdot \frac{1}{10} \left(\frac{E''_R}{E_0} \right)^2. \end{aligned} \quad (5.75)$$

Используя выражение (5.68), формулу можно написать в виде

$$\begin{aligned} \frac{(\bar{\alpha} - \alpha_0)}{\alpha_0} = & - \left(2,8 + 2,6 \frac{E_0 \alpha'_0}{\alpha_0} - 0,1 \frac{E_0^2 \alpha''_0}{\alpha_0} \right) \left(\frac{E''_R}{E_0} \right)^2 = \\ = & - \left(0,93 + 0,87 \frac{E_0 \alpha'_0}{\alpha_0} - 0,033 \frac{E_0^2 \alpha''_0}{\alpha_0} \right) \frac{E'}{E_0}. \end{aligned} \quad (5.76)$$

Для оценки можно использовать зависимость

$$\alpha = A \exp(-B/E).$$

Для воздуха $B \approx 200$ кВ/см в широком интервале напряженностей полей, включающем пробивные. В этом случае

$$E_0 \alpha'_0 / \alpha_0 = B/E_0; \quad E_0^2 \alpha''_0 / \alpha_0 = -2B/E_0 + B^2/E_0^2. \quad (5.77)$$

Подставляя α'_0 и α_0 в выражение (5.76), получаем

$$(\bar{\alpha} - \alpha_0) / \alpha_0 = [2,8 + 2,6B/E_0 - 0,1 (B/E_0)^2] (E_R''/E_0)^2. \quad (5.78)$$

Коэффициент в квадратных скобках достигает максимального значения 19,7 при $B/E_0 = 13$. В воздухе при атмосферном давлении это соответствует $E_0 \approx 15$ кВ/см. Таким образом, при напряженностях поля $E_0 \approx 30$ кВ/см, соответствующих обычному искровому пробою в воздухе, при атмосферном давлении, когда $E_R''/E_0 = 1/6$, а $R \approx 1/2\alpha_0$, истинное значение α , согласно (5.78), уменьшается примерно в два раза. Следовательно, при $E_R''/E_0 = 1/6$ уже требуются некоторые поправки к предыдущим выводам.

В использованном приближении

$$n_e = \exp(\alpha_0 z); \quad (5.79)$$

$$R = \left(\frac{3e}{\alpha_0 E_0} \right)^{1/3} \exp\left(\frac{\alpha_0 z}{3} \right), \quad (5.80)$$

поэтому

$$E_R'' = \frac{en_e}{R^2} \simeq e^{\alpha_0 z/3} \quad \text{и} \quad \left(\frac{E_R''}{E_0} \right)^2 \simeq e^{2\alpha_0 z/3}. \quad (5.81)$$

В соответствии с этим в первом приближении поправки к α , согласно (5.81) и (5.78), возрастают в два раза на пути лавины $\Delta z \simeq 1/\alpha_0$. Так как при этом α уменьшается, то R растет несколько медленнее, чем по формуле (5.68). Однако при $E_R''/E_0 = 1/6$ отклонение от формулы (5.61) еще невелико. Действительно, скорость роста радиуса лавины R определяется уже созданным зарядом лавины, а заметное отклонение α от α_0 наступает только на последнем отрезке пути лавины $\Delta z \simeq 1/\alpha_0$. С учетом изменения α радиус лавины можно рассчитать по формуле

$$R = \left\{ \frac{3e}{E_0} \int_0^z \left[\exp \int \alpha(\xi) d\xi \right] dx \right\}^{1/3}. \quad (5.82)$$

Применение полученных формул при дальнейшем развитии лавины, когда $E_R''/E_0 > 1/6$, вряд ли возможно, так как интенсивность ионизации в передней части лавины при этом уже более чем в три раза превышает ионизацию позади лавины. Наступает значительное уменьшение коэффициента ионизации внутри лавины, а радиус лавины растет значительно медленнее. Он должен был бы практически перестать расти, поскольку α уменьшается, а ионы за-

нимают почти тот же объем, что и электроны, так как $R \approx 1/2\alpha_0$. При этом становится невозможным отделить электронную лавину от ионного следа.

Действительно, электроны, которые двигаются сзади, находятся в значительно ослабленном электрическом поле под действием сильно возросшего пространственного заряда электронов, находящихся впереди, и положительных ионов, находящихся сзади. Эти электроны практически перестают ионизировать и останавливаются. Электроны же, которые движутся впереди, находятся в электрическом поле, усиленном пространственным зарядом задних электронов; они движутся быстрее, чем в поле E_0 , и очень сильно ионизируют газ, оставляя за собой все новые и новые созданные электроны и ионы, образуя проводящую квазинейтральную плазму. Электроны, находящиеся в этой плазме, должны выравнивать градиент потенциала внутри нее по мере того, как он меняется при движении передних электронов. Таким образом лавина перерастает в положительный (анодный) стример.

5.9. Образование катодного стримера

Рассмотрено движение анодного стримера, когда его распространение обусловлено движением находящихся в передней части лавины электронов и ионизацией ими газа. Однако известно, что катодный стример может двигаться с такой же или даже большей скоростью в противоположном направлении — к катоду. Это движение не может быть обусловлено движением положительных ионов, так как подвижность ионов примерно в 100 раз меньше подвижности электронов.

Чтобы объяснить столь быстрое распространение положительного конца стримера, следует предположить наличие достаточно сильного фотоионизирующего излучения, создающего вторичные электроны вблизи стримера. Эти электроны, двигаясь в сильном электрическом поле вблизи положительного конца, образуют короткие, но мощные лавины, вливающиеся в стример и оставляющие за собой большой положительный заряд, продолжающий конец стримера к катоду. Естественно, что между этим положительным зарядом и катодным концом стримера будут происходить движение электронов и ионизация, пока поле в этой зоне не станет достаточно малым.

Каждая такая лавина создает излучение, необходимое для образования следующих лавин путем фотоионизации газа. При достаточной интенсивности фотоионизации скорость образования положительного заряда электронными лавинами, очевидно, будет определяться скоростью движения этих лавин в поле катодного стримера. Следовательно, скорость распространения катодного стримера должна быть примерно такая же, как и скорость анодного. Однако при недостаточной фотоионизации эта скорость может быть несколько меньшей, а при достаточно сильной ионизации фотонами, обла-

дающими большой длиной пробега в газе,— несколько большей, так как в этом случае могут образовываться встречные стримеры, которые потом сливаются.

Таким образом, все сказанное относительно распространения анодного стримера в значительной мере справедливо и для распространения катодного стримера. Имеется, однако, некоторое отличие. Электроны из анодного конца стримера выходят в большом количестве непрерывно, и их выход определяется наличием вполне определенного распределения напряженности поля. Это поле максимально на оси стримера, совпадающей по направлению с силовыми линиями приложенного поля. Поэтому распространение анодного стримера должно происходить более или менее строго по силовой линии поля, т. е. в однородном электрическом поле по прямой линии.

Распространение катодного конца происходит путем роста новых электронных лавин в сильном поле катодного конца, образованных малым числом начальных электронов. Место образования и плотность этих электронов имеют примерно статистический характер. Движение лавин, образованных вторичными электронами, происходит не по силовым линиям внешнего поля, а определяется более сильным полем стримера. Наиболее эффективно развиваются лавины электронов, образованные на пути, где силовые линии внешнего поля и поля стримера совпадают. Однако вследствие статистического характера образования вторичных электронов возможны искривления пути положительного конца, а иногда даже разветвления стримера или резкие изломы. Чаще всего дело ограничивается искривлением пути стримера.

Итак, стример — нитеобразный проводящий канал, вдоль которого напряженность поля мала по сравнению с напряженностью поля вне этого канала на достаточно большом расстоянии от него. Естественно, что такое образование связано с пространственными или, лучше сказать, приближенно линейными свободными зарядами разных знаков. Иногда канал может оканчиваться на одном из электродов. В этом случае он служит как бы продолжением игольчатого электрода, тогда заряда другого знака в месте соединения с электродом не будет и весь стример будет заряжен одним знаком. Создаваемое стримером поле определяется распределением на нем заряда и зарядом обратного знака его электрического изображения в электроде. Если стример создается в середине промежутка далеко от электродов, то полями электрических изображений можно пренебречь.

Поскольку канал стримера, как следует из уравнений электростатики (см. разд. 6.1), неизбежно связан с сильными радиальными по отношению к каналу полями, он не может устойчиво существовать во времени. Стример расползается, особенно на концах и больше на катодном конце. Так как наиболее сильное поле существует у концов стримера на расстоянии порядка его радиуса кривизны, то при удлинении на радиус стример в среднем отклоняется на ра-

диус от силовой линии поля. Полное отклонение стримера от движения его по силовой линии статистически складывается из этих случайных отклонений. Подробнее об устойчивости стримера будет говориться в гл. 6 и 7.

Электроны, находясь в слабом поле внутри стримера, постепенно теряют энергию и рекомбинируют, пока не остается практически только избыточный заряд. Одновременно высвечиваются возбужденные при его образовании молекулы. Поэтому стример всегда сильно светится.

С другой стороны, на фотографиях за стример может быть принят след мощной лавины электронов, не являющийся в указанном смысле стримером.

5.10. Критерий перехода лавины в стример

В противоположность критерию реализации темного или таунсендовского разряда (4.88) переход лавины в стример осуществляется, когда дебаевский радиус плазмы становится много меньше размеров лавины. Действительно, если использовать соотношения (5.61), (5.65), а также принять, что при переходе лавины в стример радиус лавины $R \approx 1/2\alpha_0$, то отношение дебаевского радиуса к диаметру лавины

$$r_{\text{Деб}}/2R = \sqrt{\alpha k T_e / e E_0}. \quad (5.83)$$

Так как, согласно выражению (5.13), диффузионный радиус $r_D = \sqrt{8kT_e d / 3eE_0}$, где d — длина промежутка, то соотношение (5.70) можно переписать в виде

$$\frac{r_{\text{Деб}}}{2R} = \sqrt{\frac{3}{8} \cdot \frac{\alpha}{d} \cdot r_D}. \quad (5.84)$$

Если подставить сюда значения $\alpha = 17 \text{ см}^{-1}$, $d = 1 \text{ см}$, $r_D \approx 2 \cdot 10^{-2} \text{ см}$, то

$$r_{\text{Деб}}/2R \approx 4 \cdot 10^{-2} \ll 1. \quad (5.85)$$

Что касается величины $\alpha z_{\text{кр}}$, где $z_{\text{кр}}$ — расстояние, пройденное лавиной до перехода ее в стример, то в конце разд. 5.4 уже говорилось, что поле пространственного заряда становится сравнимым с приложенным пробивным полем для сантиметрового промежутка, когда $\alpha \approx 20 \text{ см}^{-1}$. Следовательно, в этом случае

$$\alpha z_{\text{кр}} \approx 20, \quad (5.86)$$

что находится в согласии с экспериментальным значением [10]. Величина $\alpha z_{\text{кр}}$ слабо меняется с увеличением длины промежутка. Подробнее об этом будет говориться в гл. 7.

Заканчивая обсуждение теории лавино-стримерного перехода, следует отметить, что физическая картина процессов, происходящих при переходе лавины в стример, изучена достаточно хорошо.

Вместе с тем математическая сторона теории развита недостаточно. Трудности в основном расчетного характера, и есть надежда, что с помощью ЭВМ эта проблема будет решена.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Роговский В.** О зажигании газового разряда. — «Успехи физ. наук», 1933, т. 13, с. 593.
2. **Loeb L. B.** Mechanism of the Spark Discharge in Air at Atmospheric Pressure. — «Science», 1929, v. 69, p. 509.
3. **Hippel A., Franck J.** Electrical Penetration and Townsend Theory. — «Z. Phys.», 1929, Bd 57, S. 696.
4. **Казов N. A.** Growth of Space Charges in Electric Breakdown of a Gas. — «Z. Phys.», 1932, Bd 75, S. 380.
5. **Sämmer J. J.** Field Distortion of a Plane Spark-Gap Maintained at Constant Potential, due to the Passage of an Ionizing Electron Layer. — «Z. Phys.», 1933, Bd 81, S. 440.
6. **Loeb L. B., Meek J. M.** The Mechanism of the Electric Spark. Oxford, Clarendon Press, 1941.
7. **Raether H.** Ionizing Radiation Accompanying a Spark Discharge. — «Z. Phys.», 1938, Bd 110, S. 611.
8. **Hopwood W.** The Positive Streamer Mechanism of Spark Breakdown. — «Proc. Phys. Soc.», 1949, v. 62b, p. 657.
9. **Мик Дж., Крэгс Дж.** Электрический пробой в газах. Пер. с англ. Под ред. В. С. Комелькова. М., Изд-во иностр. лит., 1960.
10. **Петер Г.** Электронные лавины и пробой в газах. Пер. с англ. Под ред. В. С. Комелькова. М., «Мир», 1968.
11. **White H. J.** Initial Stage of Spark Discharges in Gases. — «Phys. Rev.», 1934, v. 46, p. 99.
12. **Fisher L. H., Bederson B.** Formative Time Lags of Spark Breakdown in Air in Uniform Fields at Low Overvoltages. — «Phys. Rev.», 1951, v. 81, p. 109.
13. **Allen K. R., Phillips K.** Cloud Chamber Study of Electron Avalanche Growth. — «Proc. Roy. Soc.», 1963, v. 274A, p. 163.
14. **Ward A. L.** Effect of Space Charge in Cold-Cathode Gas Discharges. — «Phys. Rev.», 1958, v. 112, p. 1852.
15. **Ward A. L.** Electronic Computation of the Temporal Growth of Current in a Gas. — Proc. 5-th Intern. Conf. on Ionization Phenomena in Gases. Munich, 1961, v. 2, p. 1595.
16. **Ward A. L.** Townsend or streamer breakdown? — Proc. 6-th Intern. Conf. on Ionization Phenomena in Gases. Paris, 1963, v. 2, p. 313.
17. **К теории стримерного пробоя.** — «Журн. прикл. математики и техн. физ.», 1973, т. 1, с. 56. (Авт.: А. И. Захаров, И. Г. Персианцев, В. Д. Письменный и др.)
18. **Rodin A. V., Starostin A. N.** On the theory of the cathode — directed streamer. — Proc. XI Intern. Conf. on Ionization Phenomena in Gases, Praha, 1973, p. 191.
19. **Fletcher R. C.** Impulse breakdown in the 10^{-9} -sec. Range of Air at atmospheric pressure. — «Phys. Rev.», 1949, v. 76, p. 1501.
20. **Petropoulos G. M.** Avalanche Transformation during Breakdown in Uniform Fields. — «Phys. Rev.», 1950, v. 78, p. 250.
21. **Francis G.** The growth of an electron avalanche retarded by its own space charge. — «Proc. Phys. Soc.», 1955, v. 68, p. 369.
22. **Фирсов О. Б.** К теории искры. Диссертация. ЛФТИ, 1947.
23. **Лозанский Э. Д.** Влияние фотоионизирующего излучения на расширение электронной лавины. — «Изв. вузов. Физика.», 1975, т. 2, с. 154.
24. **Гранштейн И. С., Рыжик И. М.** Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., «Наука», 1971.
25. **Richter K.** Die Eigenschaften von Elektronenlawinen bei hohen Verstärkungen in Äther. — «Z. Phys.», 1964, Bd 180, S. 489.

ТЕОРИЯ НАЧАЛЬНОЙ СТАДИИ РАЗВИТИЯ СТРИМЕРА

6.1. Математическая постановка задачи
о распространении стримера

Представим качественные рассуждения (разд. 5.7 и 5.9) в математической форме [1]. Из головки лавины в обе стороны вдоль приложенного поля растет проводящий стержень, который переносит на своих концах область все более и более сильного поля \mathbf{E} . Граница проводящей области передвигается в направлении результирующего поля на катодном конце и против поля на анодном со скоростью, определяемой скоростью электронов в результирующем поле вблизи границы области, т. е. со скоростью $v = bE$, где b — подвижность электронов.

Предположим, что в начальный момент времени $t = 0$ в разрядном промежутке, к которому приложено поле \mathbf{E}_0 , в начале координат имеется некоторая область хорошо проводящей квазинейтральной плазмы, т. е. головка лавины в момент лавино-стримерного перехода. Тогда поле в окружающем пространстве исказится и его можно определить, решив уравнение Лапласа для потенциала Φ :

$$\Delta\Phi(\mathbf{r}, t) = 0. \tag{6.1}$$

Так как плазма в головке лавины обладает высокой проводимостью, то ее поверхность можно считать эквипотенциальной. Таким образом, граничное условие уравнения (6.1) имеет вид

$$\Phi(\tilde{\mathbf{r}}, t) = 0, \tag{6.2}$$

где $\tilde{\mathbf{r}}$ — радиус-вектор точек границы области.

При продвижении плазмы к аноду и катоду ее граница по-прежнему остается эквипотенциальной. Следовательно, имеем еще одно граничное условие

$$\left. \frac{d\Phi}{dt} \right|_{\mathbf{r}=\tilde{\mathbf{r}}} = 0. \tag{6.3}$$

Условие (6.3) можно переписать в несколько ином виде:

$$d\Phi/dt = \partial\Phi/\partial t + \mathbf{v} \nabla\Phi = 0. \tag{6.4}$$

Так как

$$\mathbf{v} = b\mathbf{E} = \pm b\nabla\Phi, \tag{6.5}$$

где знак «+» для анодного конца плазмы; «-» для катодного, а подвижность в условиях пробоя в широких пределах изменения

напряженного поля E практически от него не зависит, то можно записать, что на границе плазменной области выполняется условие

$$\partial\Phi/\partial t \pm b (\nabla\Phi)^2 = 0. \quad (6.6)$$

На большом удалении от плазмы потенциал должен переходить в потенциал однородного поля E_0 , т. е.

$$\Phi(\mathbf{r}, t)|_{\infty} \rightarrow -E_0 z. \quad (6.7)$$

Начальное условие зависит от формы плазменной области в момент лавино-стримерного перехода. Если предположить, что эта область является сферой радиусом r_0 , то, решая задачу о распределении потенциала в однородном поле, где помещена квазиметаллическая сфера, можно получить [2]

$$\Phi(\mathbf{r}, 0) = -E_0 r \cos \theta \cdot (1 - r_0^3/r^3), \quad (6.8)$$

где θ — угол между радиусом-вектором данной точки и вектором E_0 . На самом деле, по-видимому, форма головки лавины несколько отличается от сферической, однако ее истинную форму и, следовательно, более точное начальное условие можно получить только на основании точного решения трехмерной задачи о лавино-стримерном переходе.

Учитывая, что система обладает аксиальной симметрией, перепишем теперь всю задачу в цилиндрических координатах z и ρ , где ось z выбрана вдоль поля E_0 . Итак, основное уравнение для потенциала $\Phi(\rho, z, t)$ имеет вид

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial\Phi}{\partial\rho} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial\rho^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} = 0. \quad (6.9)$$

Граничными условиями на поверхности стримера при $\rho = \tilde{\rho}$, $z = \tilde{z}$ являются соотношения (6.2) и (6.6), на бесконечности — (6.7), а начальное условие при $t = 0$

$$\Phi = -E_0 z [1 - r_0^3/(z^2 + \rho^2)^{3/2}]. \quad (6.10)$$

Уравнение (6.9) с граничными условиями (6.2), (6.6) и (6.7) и с начальным условием (6.10) полностью определяет развитие анодного и катодного стримера с момента лавино-стримерного перехода. Это — задача с нелинейным граничным условием и движущейся границей. Ее точное решение представляет большие математические трудности, однако, как будет видно из дальнейшего, все основные параметры стримера можно получить и без точного решения задачи. Дело в том, что основную роль в развитии анодного и катодного стримера играют его концы, где концентрируется область усиленного поля. Это позволяет существенно упростить задачу.

Действительно, разложим потенциал Φ в ряд вблизи анодного или катодного конца границы плазменной области, т. е. для $\rho \rightarrow 0$, ограничиваясь членами порядка ρ^2 :

$$\Phi(\rho, z, t) = \Phi(0, z, t) + \Phi'_\rho(0, z, t)\rho + \Phi''_{\rho\rho}(0, z, t)\rho^2/2 + \dots \quad (6.11)$$

Подставляя этот ряд в уравнение (6.9), получаем

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \Phi_{\rho}'(0, z, t) + \Phi_{\rho\rho}''(0, z, t) + \Phi_{\rho\rho}''(0, z, t) + \Phi_{zz}''(0, z, t) + \\ + \Phi_{\rho z z}'''(0, z, t) \rho + \Phi_{\rho z z z}''''(0, z, t) \rho^2 / 2 = 0. \end{aligned} \quad (6.12)$$

Для того чтобы данное разложение при $\rho \rightarrow 0$ удовлетворяло уравнение Лапласа, должно быть

$$\Phi_{\rho}'(0, z, t) = 0 \quad (6.13)$$

и

$$2\Phi_{\rho\rho}''(0, z, t) + \Phi_{zz}''(0, z, t) = 0. \quad (6.14)$$

Следовательно, ряд (6.11) можно переписать в виде

$$\Phi(\rho, z, t) = \varphi(z, t) - \varphi_{zz}(z, t) \rho^2 / 4, \quad (6.15)$$

где

$$\varphi(z, t) = \Phi(0, z, t); \quad (6.16)$$

$$\varphi_{zz}(z, t) = \Phi_{zz}''(0, z, t). \quad (6.17)$$

Подставим Φ в виде (6.15) в граничные условия (6.12) и (6.6):

$$\varphi(\tilde{z}, t) - \varphi_{zz}(\tilde{z}, t) \tilde{\rho}^2 / 4 = 0; \quad (6.18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [\varphi(\tilde{z}, t) - \varphi_{zz}(\tilde{z}, t) \tilde{\rho}^2 / 4] \pm b \left\{ \left[\frac{\partial}{\partial \rho} \left(\varphi(\tilde{z}, t) - \varphi_{zz}(\tilde{z}, t) \frac{\tilde{\rho}^2}{4} \right) \right]^2 + \right. \\ \left. + \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\varphi(\tilde{z}, t) - \varphi_{zz}(\tilde{z}, t) \frac{\tilde{\rho}^2}{4} \right) \right]^2 \right\} = 0. \end{aligned} \quad (6.19)$$

Уравнения (6.18) и (6.19) можно переписать в виде

$$\tilde{\rho}^2 = \frac{4\varphi(\tilde{z}, t)}{\varphi_{zz}(\tilde{z}, t)}; \quad (6.20)$$

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}(\tilde{z}, t) - \dot{\varphi}_{zz}(\tilde{z}, t) \frac{\tilde{\rho}^2}{4} \pm b \left\{ \left[-\frac{\varphi_{zz}(\tilde{z}, t) \tilde{\rho}}{2} \right]^2 + \right. \\ \left. + \left[\varphi_z(\tilde{z}, t) - \varphi_{zzz}(\tilde{z}, t) \frac{\tilde{\rho}^2}{4} \right]^2 \right\} = 0, \end{aligned} \quad (6.21)$$

где

$$\varphi_z(\tilde{z}, t) = \frac{\partial}{\partial z} \varphi(\tilde{z}, t); \quad \varphi_{zzz}(\tilde{z}, t) = \frac{\partial}{\partial z} \varphi_{zz}(\tilde{z}, t), \quad (6.22)$$

а $\dot{\varphi}$ — означает дифференцирование по времени. Возведем выражения в квадратных скобках в соотношении (6.21) в квадрат и оставим члены, содержащие степени $\tilde{\rho}$ не выше второй:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}(\tilde{z}, t) - \dot{\varphi}_{zz}(\tilde{z}, t) \frac{\tilde{\rho}^2}{4} \pm b \left[\varphi_z^2(\tilde{z}, t) - \frac{\tilde{\rho}^2}{2} \varphi_z(\tilde{z}, t) \varphi_{zzz}(\tilde{z}, t) + \right. \\ \left. + \frac{1}{4} \varphi_{zz}^2(\tilde{z}, t) \tilde{\rho}^2 \right] = 0. \end{aligned} \quad (6.23)$$

Подставим сюда значение $\tilde{\rho}$ из (6.20):

$$\dot{\varphi}(\tilde{z}, t) - \frac{\varphi(\tilde{z}, t) \dot{\varphi}_{zz}(\tilde{z}, t)}{\varphi_{zz}(\tilde{z}, t)} \pm b \left[\varphi_z^2(\tilde{z}, t) - 2 \frac{\varphi(\tilde{z}, t) \varphi_z(\tilde{z}, t) \varphi_{zzz}(\tilde{z}, t)}{\varphi_{zz}(\tilde{z}, t)} \right] = 0. \quad (6.24)$$

Рассмотрим, для определенности, анодный конец стримера. Это соответствует выбору знака плюс перед b . Разложим теперь $\varphi(\tilde{z}, t)$ в ряд по степеням \tilde{z} вблизи анодного конца, т. е. вблизи $\tilde{z} = a$, где a равняется половине длины стримера в данный момент времени:

$$\begin{aligned} \varphi(\tilde{z}, t) &= \varphi_z(a, t)(\tilde{z} - a) + \frac{1}{2} \varphi_{zz}(a, t)(\tilde{z} - a)^2 + \\ &+ \frac{1}{6} \varphi_{zzz}(a, t)(\tilde{z} - a)^3 + \dots \end{aligned} \quad (6.25)$$

[$\varphi(a, t) = 0$, так как $\varphi(a, t) = \Phi(0, a, t) = 0$, см. (6.2) и (6.16)].

Определим из этого разложения функции, входящие в (6.24):

$$\varphi_z(\tilde{z}, t) = \varphi_z(a, t) + \varphi_{zz}(a, t)(\tilde{z} - a) + \frac{1}{2} \varphi_{zzz}(a, t)(\tilde{z} - a)^2 + \dots; \quad (6.26)$$

$$\varphi_{zz}(\tilde{z}, t) = \varphi_{zz}(a, t) + \varphi_{zzz}(a, t)(\tilde{z} - a) + \dots; \quad (6.27)$$

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}(\tilde{z}, t) &= \dot{\varphi}_z(a, t) + \dot{\varphi}_{zz}(a, t)(\tilde{z} - a) - \dot{a} \varphi_{zz}(a, t) + \\ &+ \frac{1}{2} \dot{\varphi}_{zzz}(a, t)(\tilde{z} - a)^2 - \dot{a} \varphi_{zzz}(a, t)(\tilde{z} - a) + \dots; \end{aligned} \quad (6.28)$$

$$\dot{\varphi}_{zz} = \dot{\varphi}_{zz}(a, t) + \dot{\varphi}_{zzz}(a, t)(\tilde{z} - a) - \dot{a} \varphi_{zzz}(a, t) + \dots \quad (6.29)$$

Подставляя функции (6.26) — (6.29) в (6.24) и приравнивая члены одинаковых порядков по степеням $(\tilde{z} - a)$, получаем

$$\dot{a} = b \varphi_z(a, t); \quad (6.30)$$

$$\begin{aligned} &\frac{\dot{\varphi}_{zz}(a, t) \varphi_z(a, t) - \varphi_{zz}(a, t) \dot{\varphi}_z(a, t)}{\varphi_{zz}^2(a, t)} = \\ &= -b \left[\frac{\varphi_{zzz}(a, t) \varphi_z^2(a, t)}{\varphi_{zz}^2(a, t)} - 2 \varphi_z(a, t) \right]. \end{aligned} \quad (6.31)$$

Уравнение (6.30) означает, что скорость анодного конца стримера \dot{a} определяется напряженностью поля в точке $z = a$, $\rho = 0$, т. е. не дает ничего нового, а из уравнения (6.31) можно получить информацию о поведении конца стримера. Для этого несколько преобразуем это уравнение.

Как известно, радиус кривизны R кривой, которая задается уравнением $F(z, \rho) = 0$, определяется выражением

$$R = \left[1 + \left(\frac{dz}{d\rho} \right)^2 \right]^{3/2} \cdot \left(\frac{d^2z}{d\rho^2} \right)^{-1}. \quad (6.32)$$

Так как поверхность стримера, согласно условию (6.2), в любой момент времени есть эквипотенциаль $\Phi(\tilde{\rho}, \tilde{z}, t) = 0$, то

$$d\Phi(\tilde{\rho}, \tilde{z}, t) = \frac{\partial\Phi(\tilde{\rho}, \tilde{z}, t)}{\partial\rho} d\rho + \frac{\partial\Phi(\tilde{\rho}, \tilde{z}, t)}{\partial z} dz = 0, \quad (6.33)$$

отсюда

$$\frac{dz}{d\rho} = - \frac{\partial\Phi}{\partial\rho} \Big/ \frac{\partial\Phi}{\partial z}. \quad (6.34)$$

Из (6.15) можно получить

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\rho} = - \frac{\rho}{2} \varphi_{zz}(z, t); \quad (6.35)$$

$$\partial\Phi/\partial z = \varphi_z(z, t), \quad (6.36)$$

откуда

$$\partial z/\partial\rho = \rho\varphi_{zz}(z, t)/2\varphi_z(z, t); \quad (6.37)$$

$$\partial^2 z/\partial\rho^2 = \varphi_{zz}(z, t)/2\varphi_z(z, t). \quad (6.38)$$

Подставляя (6.37) и (6.38) в (6.32), получаем, что вблизи анодного конца стримера

$$R = 2\varphi_z/\varphi_{zz}. \quad (6.39)$$

Подставляя, наконец, (6.39) в (6.31), получаем уравнение для определения радиуса кривизны поверхности стримера вблизи его концов в виде

$$dR/dt = -2b(2\varphi_z - \varphi_z^2\varphi_{zzz}/\varphi_{zz}^2). \quad (6.40)$$

Это уравнение можно переписать в более удобном виде, заменив $\frac{dR}{dt}$ на $\frac{dR}{da} \cdot \frac{da}{dt} = \frac{dR}{da} b \varphi_z$:

$$dR/da = 2(\varphi_z\varphi_{zzz}/\varphi_{zz}^2 - 2). \quad (6.41)$$

Соотношение (6.41) точное и не зависит от конкретной формы эквипотенциальной поверхности стримера. Для дальнейшего решения требуется знать величины φ_z , φ_{zz} и φ_{zzz} , т. е. следует задаться определенной моделью формы стримера. Критерием годности выбранной модели будет служить согласие параметров, рассчитанных на основе данной модели, с результатами эксперимента.

6.2. Эллипсоидальная модель стримера

Если проанализировать большинство фотографий стримеров, то можно заметить, что форма его поверхности в первом приближении напоминает вытянутый вдоль направления внешнего поля эллипсоид вращения. Поэтому выберем в качестве модели стримера эллипсоид вращения с большой полуосью a (вдоль внешнего поля E_0) и фокусным расстоянием f .

Задача о распределении потенциала вокруг квазиметаллического эллипсоида, помещенного в однородное поле E_0 , решается точно, причем выражение для потенциала имеет вид [1]

$$\Phi = -E_0 z \left[1 - \frac{\ln \frac{\sqrt{(f-z)^2 + \rho^2} + f - z}{\sqrt{(f+z)^2 + \rho^2} - f - z} \frac{\sqrt{(f-z)^2 + \rho^2} - \sqrt{(f+z)^2 + \rho^2}}{z}}{\ln \frac{a+f}{a-f} - 2 \frac{f}{a}} \right]. \quad (6.42)$$

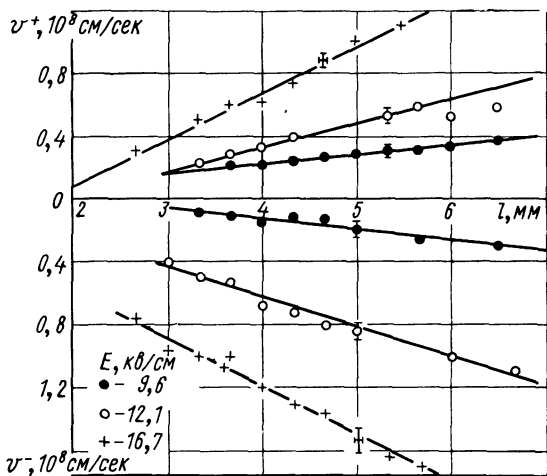


Рис. 6.1. Зависимость скорости распространения анодного v^+ и катодного v^- концов от длины стримера l при различных напряженностях электрического поля E в неоне при давлении 1 ат

Из (6.42) можно получить значения Φ_z , Φ_{zz} и Φ_{zzz} для данной модели:

$$\Phi_z = \Phi_z(z=a, \rho=0) = -E_0 \frac{2f^3}{a(a^2 - f^2) \left[\ln \frac{a+f}{a-f} - 2 \frac{f}{a} \right]}; \quad (6.43)$$

$$\Phi_{zz} = \Phi_{zz}(z=a, \rho=0) = E_0 \frac{4f^3}{(a^2 - f^2) \left[\ln \frac{a+f}{a-f} - 2 \frac{f}{a} \right]}; \quad (6.44)$$

$$\Phi_{zzz} = \Phi_{zzz}(z=a, \rho=0) = -E_0 \frac{16af^3}{(a^2 - f^2)^3 \left[\ln \frac{a+f}{a-f} - 2 \frac{f}{a} \right]}. \quad (6.45)$$

Подставляя выражения (6.43) — (6.45) в (6.41), получаем

$$dR/da = 0. \quad (6.46)$$

Отсюда следует, что

$$R = \text{const} = r_0. \quad (6.47)$$

Следовательно, для выбранной модели радиус кривизны поверхности стримера вблизи его концов остается постоянным во время развития стримера и равным первоначальному значению радиуса r_0 сферы в момент лавино-стримерного перехода.

Этот результат позволяет сразу получить аналитические выражения для скорости, длины и ширины стримера в процессе его раз-

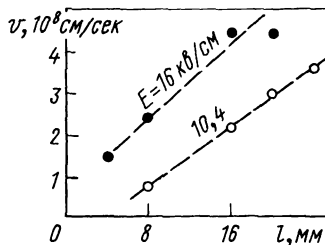


Рис. 6.2. Зависимость скорости распространения стримера от его длины в неоне [5]

вития. Действительно, скорость стримера определяется соотношением

$$v = |\dot{a}| = |b\varphi_z| = bE_0 \frac{2f^3}{a(a^2 - f^2) \left[\ln \frac{a+f}{a-f} - 2 \frac{f}{a} \right]}. \quad (6.48)$$

Используя формулу (6.39) для радиуса кривизны с учетом того, что $R = \text{const} = r_0$, получаем

$$R = \frac{2\varphi_z}{\varphi_{zz}} = \frac{a^2 - f^2}{a} = r_0. \quad (6.49)$$

Выразим f через r_0 и a и подставим в (6.48):

$$v = bE_0 \frac{2(a^2 - ar_0)^{3/2}}{a^2 r_0 \left[\ln \frac{a + (a^2 - ar_0)^{1/2}}{a - (a^2 - ar_0)^{1/2}} - 2 \frac{(a^2 - ar_0)^{1/2}}{a} \right]}. \quad (6.50)$$

Соотношение (6.50) выражает зависимость скорости стримера от его длины. Когда $a \gg r_0$, оно принимает более простой вид:

$$v = bE_0 \frac{a/r_0}{\ln \left(\frac{2}{e} \sqrt{\frac{a}{r_0}} \right)}, \quad (6.51)$$

где $e = 2,718\dots$

Интегрируя соотношение (6.51) по времени, получаем зависимость длины стримера от времени:

$$a = a_0 \exp \left[\frac{bE_0}{r_0} (t - t_0) \right]^{1/2}, \quad (6.52)$$

где a_0 — длина стримера в момент времени $t = t_0$, когда условие $a \gg r_0$ уже выполняется.

Эффективный диаметр стримера в данной модели совпадает с длиной малой оси эллипсоида вращения:

$$d = 2(a^2 - f^2)^{1/2} = 2\sqrt{ar_0}. \quad (6.53)$$

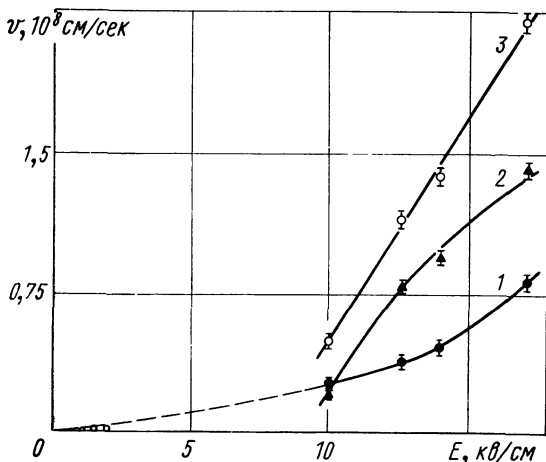


Рис. 6.3. Зависимость скорости анодного (1) и катодного (2) концов стримеров, а также суммарной скорости стримера (3) от напряженности электрического поля в неоне при давлении 1 ат [3]

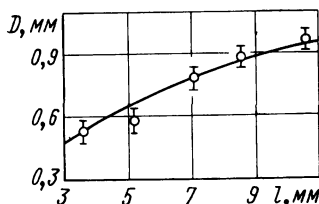


Рис. 6.4. Зависимость среднего диаметра стримера от его длины в неоне при давлении 0,8 ат:

— теоретическая кривая [6]; значки — экспериментальные данные [4]

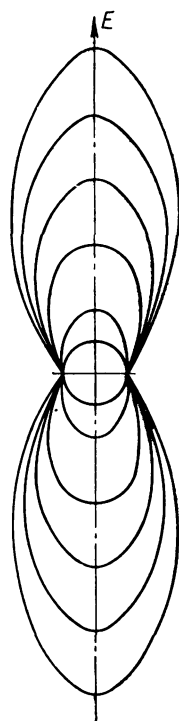


Рис. 6.5. Последовательные сечения поверхностей стримера при его распространении

Таким образом, на основании модели стримера в виде вытянутого вдоль направления внешнего поля эллипсоида вращения, получены следующие зависимости:

1) скорость катодного и анодного стримера одинаковы и растут линейно с напряженностью внешнего поля E_0 и приблизительно линейно с длиной;

2) длина стримера растет со временем пропорционально $\exp\left(t \frac{bE_0}{r_0}\right)^{1/2}$;

3) ширина стримера растет как корень из длины.

Эти результаты, несмотря на простоту модели, находятся в хорошем качественном согласии с экспериментом (рис. 6.1 — 6.4).

Графики, представленные на этих рисунках, полностью подтверждают качественные результаты данной модели. Количественное сравнение с экспериментом в настоящее время затруднительно, так как важнейший параметр стримера, входящий во все формулы — начальный радиус r_0 — известен пока только по порядку величины.

Кроме того, данная модель нуждается в некотором уточнении по следующей причине. Из начального условия (6.54) следует, что в плоскости $z = 0$ поле равно нулю, и так как $v = bE$, то в процессе развития стримера все точки этой плоскости остаются неподвижными, т. е. образуется «шейка». Последовательные сечения поверхностей стримера во время его развития поэтому будут иметь вид, несколько отличный от эллипсоида вращения (рис. 6.5). Влияние «шейки» на развитие стримера было учтено в работе [6] и рассмотрено в разд. 6.4.

6.3. Обоснование выбранной модели

Покажем, что «истинная» форма стримера действительно близка к эллипсоиду вращения [7]. Уравнение поверхности стримера, как уже говорилось, есть эквипотенциаль $\Phi(\rho, z, t) = 0$. Это уравнение в неявном виде определяет зависимость $\rho(z, t)$. Запишем следующее соотношение:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial\rho}{\partial z} \cdot \frac{dz}{dt}. \quad (6.54)$$

Если разложить результирующее поле на две составляющие E_ρ и E_z , то можно записать:

$$\partial\rho/\partial t = \dot{\rho} = \pm bE_\rho; \quad (6.55)$$

$$\partial z/\partial t = \dot{z} = \pm bE_z. \quad (6.56)$$

Подставляя эти выражения в соотношение (6.54) и заменяя там $d\rho/dt$ на

$$\frac{\partial\rho}{\partial a} \cdot \frac{da}{dt} = \frac{\partial\rho}{\partial a} (\pm bE_a),$$

где E_a — поле на конце стримера в точке $z = a$, получаем

$$\frac{\partial\rho}{\partial a} = \frac{1}{E_a} \left(E_\rho - \frac{\partial\rho}{\partial z} E_z \right). \quad (6.57)$$

Но из выражения (6.33) следует

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} = - \frac{\partial \Phi / \partial z}{\partial \Phi / \partial \rho} = - \frac{E_z}{E_\rho}. \quad (6.58)$$

Тогда

$$\frac{\partial \rho}{\partial a} = \frac{E_\rho^2 + E_z^2}{E_a E_\rho}. \quad (6.59)$$

Если подставить сюда значения E_ρ , E_z и E_a для эллипсоида вращения и проинтегрировать обе части получившегося уравнения по a (вычисления эти очень громоздки и здесь не приводятся), то получим следующие соотношения:

$$\left. \begin{aligned} \rho_z < R &= (R+z) \sqrt{(a-z)/(a+z)}; \\ \rho_z > R &= 2 \sqrt{Rz} \sqrt{\frac{a-z}{a+z}} = \sqrt{aR} \sqrt{1 - \frac{z^2}{a^2}} \cdot \sqrt{\frac{4z/a}{(1+z/a)^2}}. \end{aligned} \right\} \quad (6.60)$$

При $Z = R$ оба соотношения (6.60) и (6.61), естественно, совпадают.

Поверхность, уравнением которой являются соотношения (6.60) и (6.61), действительно в большей своей части практически не отличается от эллипсоида вращения, точное уравнение которого имеет вид

$$\rho = \sqrt{aR} \sqrt{1 - z^2/a^2}. \quad (6.61)$$

Заметная разница получается лишь в области $z \sim 0$, т. е. в области «шейки», однако для развития стримера главную роль играет форма его поверхности вблизи концов, поэтому формулы (6.50) — (6.53) являются довольно хорошим приближением. Их преимущество также в том, что они имеют довольно простой аналитический вид.

6.4. Учет влияния «шейки» на развитие стримера

Влияние «шейки» на развитие стримера можно учесть, если заменить потенциал, образованный эллипсоидом вращения во внешнем поле в виде (6.42), потенциалом

$$\Phi = -E_0 z \left[1 + \frac{Pr_0^3}{(z^2 + \rho^2)^{3/2}} - \frac{\ln \frac{\sqrt{(f-z)^2 + \rho^2} + f - z}{\sqrt{(f+z)^2 + \rho^2} - f - z} + \frac{\sqrt{(f-z)^2 + \rho^2} - \sqrt{(f+z)^2 + \rho^2}}{z}}{\ln \frac{\sqrt{f^2 + r_0^2} + f}{\sqrt{f^2 + r_0^2} - f} - \frac{2f}{\sqrt{f^2 + r_0^2}}} \right]. \quad (6.62)$$

Здесь

$$P = \frac{\ln \frac{\sqrt{f^2 + r_0^2} + f}{\sqrt{f^2 + r_0^2} - f} - \ln \frac{a+f}{a-f} - \frac{2f}{\sqrt{f^2 + r_0^2}} + 2 \frac{f}{a}}{\ln \frac{a+f}{a-f} - 2 \frac{f}{a} - \frac{r_0^3}{a^3} \left(\ln \frac{\sqrt{f^2 + r_0^2} + f}{\sqrt{f^2 + r_0^2} - f} - \frac{2f}{\sqrt{f^2 + r_0^2}} \right)}. \quad (6.63)$$

Выбор Φ в виде (6.62) обусловлен следующими соображениями. Если положить параметр $P = 0$, то оставшаяся часть выражения (6.62) дает эквипотенциаль $\Phi = 0$ в виде поверхности эллипсоида вращения с фокусным расстоянием f и большой полуосью a . Если же положить $a = r_0$, что справедливо в начальный момент времени, то из (6.63) следует, что $P = -1$, и тогда (6.62) дает эквипотенциаль $\Phi = 0$ в виде сферы радиусом r_0 и, наконец, при $z = 0$, $\rho = r_0$ напряженность поля

$$E = \sqrt{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial \rho}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right)^2} = 0, \quad (6.64)$$

что обеспечит появление «шейки».

Найдем с помощью соотношения (6.62) выражения:

$$\varphi_z = -E_0 \frac{2f^3}{a(a^2 - f^2)B} \left[1 - \frac{r_0^3}{a^3} - \frac{3r_0^2}{a^2} \cdot \frac{a^2 - f^2}{2f^3} \cdot A \right]; \quad (6.65)$$

$$\varphi_{zz} = E_0 \frac{4f^3}{(a^2 - f^2)^2 B} \left[1 - \frac{r_0^3}{a^3} - \frac{3r_0^3}{a^4} \cdot \frac{(a^2 - f^2)^2}{2f^3} A \right]; \quad (6.66)$$

$$\varphi_{zzz} = -E_0 \frac{16f^3 a}{(a^2 - f^2)^3 B} \left[1 - \frac{r_0^3}{a^3} - \frac{3r_0^3}{a^6} \cdot \frac{(a^2 - f^2)^3}{2f^3} A \right], \quad (6.67)$$

где

$$A = \ln \frac{\sqrt{f^2 + r_0^2} + f}{\sqrt{f^2 + r_0^2} - f} - \frac{2f}{\sqrt{f^2 + r_0^2}} - \ln \frac{a+f}{a-f} + 2 \frac{f}{a}; \quad (6.68)$$

$$B = \ln \frac{a+f}{a-f} - 2 \frac{f}{a} - \frac{r_0^3}{a^3} \left(\ln \frac{\sqrt{f^2 + r_0^2} + f}{\sqrt{f^2 + r_0^2} - f} - \frac{2f}{\sqrt{f^2 + r_0^2}} \right). \quad (6.69)$$

Подставляя выражения (6.65) — (6.67) в (6.39) и (6.41), получаем

$$R = -\frac{a^2 - f^2}{a} \frac{1 - \frac{r_0^3}{a^3} - \frac{3}{2} \cdot \frac{r_0^3 (a^2 - f^2)}{a^2 f^3} A}{1 - \frac{r_0^3}{a^3} - \frac{3}{2} \cdot \frac{r_0^3}{a^4} \cdot \frac{(a^2 - f^2)^2}{f^3} A}; \quad (6.70)$$

$$\frac{dR}{da} = -6 \frac{(a^2 - f^2) r_0^3 f (1 - r_0^3/a^3) A}{\left[1 - \frac{r_0^3}{a^3} - \frac{3}{2} \cdot \frac{(a^2 - f^2)^2 r_0^3}{a^4 f^3} A \right]^2 a^6}. \quad (6.71)$$

При $f \ll r_0$, т. е. при $a \rightarrow r_0$,

$$dR/da \sim (1 - r_0^3/a^3), \quad (6.72)$$

т. е. близко к нулю.

При увеличении a dR/da быстро стремится к нулю, так что в первом приближении при развитии стримера можно считать dR/da также равным нулю. Тогда из (6.70) и (6.71) следует

$$|R| = \frac{a^2 - f^2}{a} \cdot \frac{1 - \frac{r_0^3}{a^3} - \frac{3}{2} \cdot \frac{r_0^3 (a^2 - f^2) A}{a^2 f^3}}{1 - \frac{r_0^3}{a^3} - \frac{3}{2} \cdot \frac{r_0^3 (a^2 - f^2)^3}{f^3} A} = r_0. \quad (6.73)$$

Выражая f из соотношения (6.73) через a и r_0 и подставляя эту величину в (6.65), получаем зависимость $\varphi_z(a)$. Так как скорость стримера $v = |b\varphi_z|$, то можно найти более точную зависимость скорости стримера от его длины. Для того чтобы получить зависимость диаметра стримера от его длины, поступаем следующим

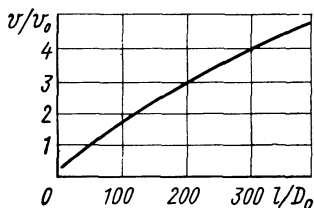


Рис. 6.6. Зависимость скорости распространения стримера от его длины

образом: найденное из соотношения (6.73) выражение для f подставляем в (6.63). Затем полученную функцию $P(a)$ подставляем в (6.62) и для определенного значения a , приравняв выражение (6.62) нулю, находим зависимость $z(\rho)$, т. е. уравнение поверхности стримера. Выбирая для каждого a максимальное значение $\rho_{\text{макс}}$ и принимая это значение за эффективную полуширину стримера, получаем зависимость ширины стримера от его длины. Все расчеты были выполнены на ЭВМ СДС-1604А. Результаты этих расчетов представлены на рис. 6.4 и 6.6. На рис. 6.6 представлена зависимость скорости стримера от его длины в безразмерных параметрах v/v_0 и L/D_0 , где $v_0 = bE_0$ и $D_0 = 2r_0$.

Как видно из этих рисунков и из рис. 6.1 — 6.3, наблюдается хорошее качественное согласие развитой теории с экспериментальными данными.

6.5. Учет конечной проводимости в стримере

Формулы, полученные в предыдущих разделах, справедливы, если плазма в канале стримера обладает идеальной проводимостью. На самом деле это не совсем так. Попытаемся оценить, какие изменения вносит учет этого обстоятельства. Если плазма в стримере обладает конечной проводимостью, то поле внутри стримера будет отличаться от нуля. Обозначим среднюю напряженность этого поля E' . В этом случае поле вблизи концов стримера $E_a = \varphi_z(z = a, \rho = 0)$ можно определить следующим способом.

Согласно принципу суперпозиции, электрическое поле вокруг эллипсоида не изменится, если вычесть поле E' внутри эллипсоида, чтобы поле внутри него оказалось равным нулю, т. е. чтобы эллипсоид можно было рассматривать как квазиметаллический, и добавить это же поле E' вне эллипсоида. В таком случае формулы (6.48), (6.50) и (6.51) остаются справедливыми, если в них заменить φ_z , определяемое соотношением (6.43), на следующую величину:

$$\varphi_z = -(E_0 - E') \frac{2f^3}{a(a^2 - f^2) \left[\ln \frac{a+f}{a-f} - 2 \frac{f}{a} \right]} + E', \quad (6.74)$$

где сохранены все прежние обозначения. По закону Ома

$$E' = j/\sigma; \quad (6.75)$$

где σ — проводимость плазмы; j — плотность тока.

Как известно, проводимость выражается через подвижность электронов посредством соотношения

$$\sigma = eN_e b, \quad (6.76)$$

где e — заряд электрона; N_e — концентрация электронов. Следовательно,

$$E' = j/(eN_e b). \quad (6.77)$$

С другой стороны,

$$j = dq_s/dt, \quad (6.78)$$

где q_s — поверхностная плотность заряда, причем

$$q_s = (1/4\pi) (E - E'). \quad (6.79)$$

Величина E достигает максимального значения вблизи концов стримера. В этом случае, полагая $E' \ll E_a$, получаем

$$j = (1/4\pi) \cdot (dE_a/dt), \quad (6.80)$$

где dE_a/dt — изменение напряженности поля на конце стримера в единицу времени, т. е.

$$dE_a/dt \approx E_a \dot{a}/a = bE_a^2/a. \quad (6.81)$$

Тогда

$$j = (1/4\pi) \cdot bE_a^2/a. \quad (6.82)$$

Подставляя j в выражение (6.77), получаем

$$E' = E_a^2/(4\pi eN_e a). \quad (6.83)$$

Но $E_a^2/8\pi$ — это энергия, выделяемая в единице объема при распространении стримера. На ионизацию идет часть этой энергии, $\Theta E_a^2/8\pi$, где $0 < \Theta < 1$. Следовательно, можно записать

$$\Theta E_a^2/8\pi = N_e e U_i, \quad (6.84)$$

где U_i — потенциал ионизации атома или молекулы, v . Отсюда

$$E' = 2U_i/\Theta\alpha. \quad (6.85)$$

Осталось оценить величину Θ .

В отсутствие поля пространственного заряда стримера

$$\Theta \approx \alpha U_i/E_0.$$

При наличии стримера α сильно меняется, и эту величину следует усреднить по квадрату поля, причем усреднять надо коэффициент $\Theta\alpha$, так как нас интересует ионизация в единицу времени:

$$\bar{\Theta} = \frac{U_i}{vE^2} \int_0^E \frac{\alpha(E)v}{E} dE^2 = \frac{2U_i}{E^3} \int_0^E \alpha(E)EdE. \quad (6.86)$$

Здесь учтено, что $v = bE$.

Для оценок выберем зависимость $\alpha(E)$ в виде

$$\alpha = Ae^{x\pi} (-B/E). \quad (6.87)$$

Подставляя эту формулу в (6.86), получаем

$$\bar{\Theta} = \frac{2U_i A}{E^3} \int_0^E \exp(-B/E) EdE. \quad (6.88)$$

Интеграл в элементарных функциях не выражается, поэтому поступим следующим образом: введем новую переменную $B/E = x$; при этом интеграл примет вид

$$\int_0^E e^{-B/E} EdE = B^2 \int_{B/E}^{\infty} e^{-x} \frac{dx}{x^3}. \quad (6.89)$$

Для воздуха при атмосферном давлении $B \approx 200$ кв/см, т. е. в условиях пробоя x — большая величина. Поэтому не сделаем большой ошибки, если введем новую переменную $y = x - B/E$ и заменим $(1 + yE/B)^{-3}$ на $e^{-3yE/B}$. Тогда

$$\begin{aligned} B^2 \int_{B/E}^{\infty} e^{-x} \frac{dx}{x^3} &= B e^{-B/E} \int_0^{\infty} \frac{e^{-y} dy}{(y + B/E)^3} = \\ &= \frac{E^3}{B} e^{-B/E} \int_0^{\infty} e^{-y(1+3E/B)} dy = \frac{E^3 e^{-B/E}}{B+3E}. \end{aligned} \quad (6.90)$$

Подставляя в формулу (6.88), получаем

$$\bar{\Theta} = \frac{2U_i A e^{-B/E}}{B+3E} = \frac{2U_i \alpha}{B+3E}. \quad (6.91)$$

Подставив значения параметров, получим, что $\bar{\Theta} \approx 0,1$ и слабо зависит от E .

Из соотношения (6.85) при этом следует, что даже при длине стримера 10^{-1} см значение $E' \ll 3$ кВ/см, т. е. составляет 10% пробивной напряженности поля $E_0 \approx 30 \div 35$ кВ/см. Следовательно, предположение о малости поля внутри стримера оправдано.

Таким образом, на конце стримера условие $E' \ll E_0$ выполняется тем лучше, чем больше a . Однако, согласно выражению (6.82), плотность тока растет пропорционально a , но проводимость в каждой точке стримера остается в первом приближении постоянной, что может привести в конце концов к напряженности поля, сравнимой с приложенной к промежутку и развитию ионизации внутри стримера.

При достаточно большой длине стримера, когда N_e достигает значения порядка 1% концентрации газа, наступает так называемая спицеровская проводимость, не зависящая от дальнейшего увеличения концентрации электронов. Эта проводимость определяется соотношением [8]:

$$\sigma = \frac{2(2kT_e)^{3/2}}{\pi^{3/2} m^{1/2} Z e^2 c^2 \ln \Lambda}, \quad (6.92)$$

где $\ln \Lambda$ — так называемый кулоновский логарифм, величина которого при этом практически постоянна; kT_e — средняя энергия электронов; c — скорость света; Z — заряд ионов. Если бы стример оставался устойчивым, то в воздухе такая проводимость наступила бы примерно при $a \approx 10$ см.

6.6. Исследование устойчивости поверхности стримера

Предположим, в первом приближении, что поверхность стримера является плоским проводником, движущимся в направлении оси z со скоростью $v = bE_0$. В этом случае распределение потенциала будет определяться формулой

$$\Phi_0 = -E_0(z - vt). \quad (6.93)$$

Если вдоль поверхности стримера будет распространяться волна с частотой ω и волновым числом k , то вертикальное смещение точек поверхности стримера

$$\xi(\rho, t) = \xi_0 \exp[i(k\rho - \omega t)]. \quad (6.94)$$

Распределение потенциала в пространстве теперь изменится:

$$\Phi = \Phi_0 + \tilde{\Phi}, \quad (6.95)$$

где $\tilde{\Phi}$ — малая поправка, обусловленная волной. Величина $\tilde{\Phi}$ должна удовлетворять уравнению Лапласа, а также обращаться в нуль при $z \rightarrow \infty$. Такой является функция

$$\tilde{\Phi} \doteq \tilde{\Phi}_0 \exp[i(k\rho - \omega t) - k_z z]. \quad (6.96)$$

Непосредственной подстановкой (6.96) в уравнение Лапласа можно убедиться, что должно быть также равенство $k_\rho = k_z = k$ и соответственно

$$\tilde{\Phi} = \tilde{\Phi}_0 \exp [i (k\rho - \omega t) - kz]. \quad (6.97)$$

Следовательно,

$$\Phi = -E_0 (z - vt) + \tilde{\Phi}_0 \exp [i (k\rho - \omega t) - kz]. \quad (6.98)$$

Рассмотрим теперь для определенности движение поверхности стримера к катоду, т. е. вдоль поля E_0 . В этом случае можно записать

$$v = bE = -b \nabla \Phi. \quad (6.99)$$

Тогда

$$\Phi = -E_0 (z - bE_0 t) + \tilde{\Phi}_0 \exp [i (k\rho - \omega t) - kz]. \quad (6.100)$$

На поверхности стримера должно выполняться граничное условие (6.2), а также условие (6.6), которое в этом случае запишется так:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} - b (\nabla \Phi)^2 = 0. \quad (6.101)$$

Чтобы определить явный вид $\tilde{\Phi}_0$, подставим в (6.2) выражение (6.100), определенное на возмущенной поверхности стримера, т. е. при

$$z = bE_0 t + \xi = bE_0 t + \xi_0 \exp [i (k\rho - \omega t)].$$

После несложных преобразований получаем

$$\tilde{\Phi}_0 = E_0 \exp (bkE_0 t). \quad (6.102)$$

Таким образом, окончательное выражение для потенциала имеет вид

$$\Phi = -E_0 \{ (z - bE_0 t) - \xi_0 \exp [i (k\rho - \omega t) - k (z - bE_0 t)] \}, \quad (6.103)$$

откуда находим

$$\partial \Phi / \partial t = bE_0^2 + (bkE_0 - i\omega) \xi_0 \exp [i (k\rho - \omega t) - k (z - bE_0 t)]; \quad (6.104)$$

$$\partial \Phi / \partial \rho = i k E_0 \xi_0 \exp [i (k\rho - \omega t) - k (z - bE_0 t)]; \quad (6.105)$$

$$\partial \Phi / \partial z = -E_0 - k E_0 \xi_0 \exp [i (k\rho - \omega t) - k (z - bE_0 t)]. \quad (6.106)$$

Подставляя (6.104) — (6.106) в (6.101) и приравнивая члены одного порядка малости, получаем

$$\omega = ibkE_0. \quad (6.107)$$

Так как мнимая часть ω оказалась положительной, то из (6.97) следует, что возникающие колебания будут неограниченно возрастать, т. е. поверхность стримера неустойчива, причем характерное время развития неустойчивости с длиной волны $\lambda \sim \frac{1}{k}$:

$$t \sim 1/\omega = \lambda / (bE_0). \quad (6.108)$$

Если подставить сюда для оценки λ порядка радиуса кривизны поверхности стримера, который имеет значение $\sim 1/\alpha \approx 10^{-1} \div 10^{-2}$ см, а значение $bE_0 \approx 10^7$ см/сек, то $t \sim 10^{-8} \div 10^{-9}$ сек, тогда как время развития разряда $\sim 10^{-7}$ сек, т. е. на один-два порядка больше. Однако опыт показывает, что стримеры в начальной стадии развиваются как устойчивые образования и лишь позже начинают искривляться и ветвиться. Поэтому следует предположить, что в начальной стадии развития стримера неустойчивость подавляется.

Частично неустойчивость может подавляться диффузией электронов. За время t характерный размер неустойчивости, подавляемой диффузией, можно оценить по формуле $r \simeq \sqrt{Dt}$. Если подставить сюда $D \simeq 10^2$ см²/сек и $t \sim 10^{-8}$ сек, то $r \sim 10^{-3}$ см, т. е. на один-два порядка меньше характерного размера неустойчивости. Диффузия резонансного излучения с последующей ионизацией возбужденной молекулы за такие времена (см. разд. 5.5) играет еще более незначительную роль. Временная устойчивость стримера, по-видимому, связана с конечными плотностью плазмы, ее проводимостью и конечной толщиной поверхностного заряда. Когда толщина поверхностного заряда становится много меньше радиуса кривизны стримера, он становится неустойчивым по отношению к ветвлениям и изгибам.

Конечная проводимость внутри стримера может подавлять эту неустойчивость: выростание из головки основного стримера более тонкого стримера сопровождается резким увеличением плотности тока, а проводимость остается постоянной. Это приводит к увеличению поля внутри стримера, что в свою очередь приводит к падению напряженности поля на головке нового тонкого стримера [см. (6.74)] и препятствует его дальнейшему развитию.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Lozansky E. D., Firsov O. B. Theory of the initial stage of streamer propagation. — «J. Phys. D.», 1973, v. 6, p. 976.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М., Физматгиз, 1959.
3. Давиденко В. А., Долгошеин Б. А., Сомов С. В. Экспериментальное исследование развития стримерного пробоя в неоне. — «Журн. эксперим. и теор. физ.», 1968, т. 55, с. 435.
4. Davidenko V. A., Dolgoshein B. A., Somov S. V. The conditions of registration of particle tracks in a streamer chamber. — «Nucl. Instrum. and Methods», 1969, v. 75, p. 277.
5. Руденко Н. С., Сметанин В. И. Исследование развития стримерного пробоя в неоне в больших промежутках. — «Журн. эксперим. и теор. физ.», 1971, т. 61, с. 146.
6. Лозанский Э. Д., Понтекорво Д. Б. Влияние формы стримера на его развитие. — «Журн. техн. физ.», 1974, т. 34, с. 2322.
7. Лозанский Э. Д., Фирсов О. Б. Качественная теория стримера. — «Журн. эксперим. и теор. физ.», 1969, т. 56, с. 670.
8. Спитцер Л. Физика полностью ионизированного газа. Пер. с англ. Под ред. М. Л. Левина. М., «Мир», 1965.

РАЗВИТИЕ СТРИМЕРА КАК ВОЛНЫ ИОНИЗАЦИИ

7.1. Диффузионная модель анодного стримера

Одной из важнейших задач теории является последовательный расчет скорости стримера исходя из основных уравнений, описывающих распространение области ионизации. При этом скорость стримера не предполагается заранее равной дрейфовой, а должна находиться в результате решения задачи. Такой подход, принятый в работах по распространению волн ионизации (Е. П. Велихов и А. М. Дыхне [1], Мант, Онг и Таркотт [2, 3], Клингбейль, Тидман и Фернслер [4], Ю. П. Райзер [5] и т. д.), позволяет подойти к более полному решению задачи о распространении стримера.

Рассматривая малый участок вблизи конца стримера как плоский, задачу о нахождении скорости в заданном тянущем поле можно рассматривать как одномерную, что существенно упрощает решение. Дальнейший этап решения требует самосогласованного рассмотрения электрических полей, создаваемых движущимся трехмерным стримером и, в свою очередь, определяющих динамику движения.

Решение этой задачи является чрезвычайно сложным, и в дальнейшем основное внимание будет уделено приближенному рассмотрению некоторых одномерных моделей [6, 7]. Хотя для анодного и катодного стримеров общим является механизм переноса резонансного излучения, можно отметить, что логически для анодного стримера возможно распространение волн ионизации вследствие дрейфа и диффузии электронов в ускоряющем электрическом поле. Такой механизм принципиально не может обеспечить распространение катодного стримера, так как в этом случае электронам пришлось бы диффундировать против сносового их движения в электрическом поле.

Основные уравнения. Рассмотрим одномерную задачу о распространении волны ионизации в электрическом поле, направленном от анода к катоду: $E_z = -E$ ($E > 0$). Для качественного описания считаем подвижность электронов b_e , коэффициент диффузии D_e , коэффициент рекомбинации β и другие неэкспоненциально меняющиеся величины постоянными. В этом предположении, считая в установившемся режиме все величины функциями от $\xi = z - ut$ (u — искомая скорость распространения), запишем систему уравнений для направленного к аноду стримера, возник-

шего у катода. В нее входят уравнения баланса плотности электронов и ионов (для последних пренебрегаем их подвижностью и диффузией вдоль поля), уравнение Пуассона для электрического поля ($e > 0$), уравнение баланса энергии электронного газа с учетом переноса энергии как теплопроводностью, так и в дрейфовом движении электронов к аноду:

$$-u \frac{\partial N_e}{\partial \xi} + b_e \frac{\partial}{\partial \xi} (EN_e) - D_e \frac{\partial^2 N_e}{\partial \xi^2} = \alpha(T_e) b_e EN_e - \beta N_e N_i; \quad (7.1)$$

$$-u \partial N_i / \partial \xi = \alpha(T_e) b_e EN_e - \beta N_e N_i; \quad (7.2)$$

$$\partial E / \partial \xi = -4\pi e (N_i - N_e); \quad (7.3)$$

$$\begin{aligned} -u \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{3}{2} T_e N_e \right) - \frac{\partial}{\partial \xi} \kappa_e \frac{\partial T_e}{\partial \xi} + b_e \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{5}{2} T_e N_e E \right) = \\ = N_e e b_e E^2 - I (\alpha b_e EN_e - \beta N_e N_i) - \dot{\epsilon}. \end{aligned} \quad (7.4)$$

Здесь N_e, N_i — концентрация электронов и ионов; $\alpha(T_e) b_e E$ — константа ионизации; $3/2 T_e$ — средняя энергия электронов, функция распределения которых в электрическом поле существенно отличается от максвелловской (см., например, [8]); κ_e — коэффициент электронной теплопроводности, пропорциональный N_e ; I — потенциал ионизации; $\dot{\epsilon}$ характеризует потери энергии электронов при соударениях с атомами газа. Если основной механизм — упругие потери, то $\dot{\epsilon} \sim (2m_e/M) (N_e T_e / \tau_y)$, где τ_y — время свободного пробега до упругого соударения. В случае неупругих потерь $\dot{\epsilon} \sim \Delta \epsilon / \tau_H$, $\Delta \epsilon$ порядка характерной энергии, передаваемой при неупругом соударении с частотой $1/\tau_H$.

В правой части равенства (7.4) представлены джоулев нагрев, энергия на ионизацию и потери энергии при соударениях электронов с атомами газа. В отсутствие поля система (7.1) — (7.4) описывает медленную волну ионизации, рассмотренную в работе [1]*.

* В работе [1] рассматривались упругие потери энергии, и для скорости волны ионизации по порядку величины было получено

$$u_1 \sim \sqrt{T_e/M} (T_e/I)^{3/2},$$

где T_e — энергия электронов на $-\infty$; $T_e = eEl \sqrt{M/m}$; l — длина свободного пробега.

Интересно отметить, что если основным механизмом потерь являются неупругие соударения (например, в большинстве молекулярных газов), то для соответствующей скорости можно получить

$$u_2 \sim \sqrt{\frac{T_e}{m}} \cdot \frac{T_e}{I} \left(\frac{\Delta \epsilon \tau_y}{I \tau_H} \right)^{1/2},$$

где в данном случае $T_e \sim e^2 E / \Delta \epsilon n^2 \sigma_y \sigma_H$; σ_y, σ_H — сечения упругого и неупругого соударений электрона с нейтральной частицей). При той же величине T_e скорость такой волны ионизации в молекулярном газе может быть больше вследствие отсутствия малого множителя порядка m/M в балансе энергии. Однако, при одинаковой величине поля скорости волн u_1 и u_2 могут быть одного порядка.

Математическая задача о медленной волне ионизации родственна задаче о распространении медленного горения [9]. Строгая математическая теория для задач такого рода была создана впервые А. Н. Колмогоровым, И. Г. Петровским и Н. С. Пискуновым в работе [10] применительно к задаче о скорости наступления доминантного гена.

При учете тянущего электрического поля система уравнений (7.1) — (7.4) крайне сложна. Но в полях с напряженностью порядка 10^5 в/см и при давлениях порядка атмосферного температура электронов в случае преобладающего механизма упругих потерь не меньше 10^2 эв, т. е. существенно больше энергии ионизации. Это означает, что в действительности основную роль в балансе энергии электронов играют неупругие соударения. В этом случае можно предположить, что в пределах ширины переходной области, где осуществляется эффективная ионизация, функция распределения электронов подстраивается под локальное значение электрического поля, и коэффициент ионизации $\alpha(T_e)$ является функцией напряженности электрического поля $\alpha(E)$ в данном месте [11]. После этого система уравнений (7.1) — (7.3) отделяется от уравнения (7.4), и оказывается достаточным исследовать ее для нахождения скорости u и структуры переходного слоя.

При отсутствии процессов ионизации и рекомбинации система (7.1) — (7.3) описывает так называемую волну электрического поля в полупроводниках с N-образной вольт-амперной характеристикой (см. обзор А. Ф. Волкова и Ш. М. Когана [12], где имеется подробная библиография). В рассматриваемом случае процессы ионизации и рекомбинации являются определяющими, что усложняет решение задачи.

Для упрощения задачи воспользуемся следующей моделью. Так как стример распространяется в виде узкой нити, то можно в грубом приближении заменить поперечный размер нити некоторым средним r . При этом главным механизмом гибели заряженных частиц в основном канале можно считать эффективный диффузионный уход вбок, т. е. вместо члена $-\beta N_e N_i$, описывающего рекомбинацию, в правой части уравнений (7.1) и (7.2) писать $-N_e/r$. Такая замена сохраняет качественно основные свойства рассматриваемого явления, существенно упрощая математическое рассмотрение.

Система уравнений, аналогичная (7.1) — (7.4), исследовалась Таркоттом и Онгом [2] и Олбрайтом и Тидманом [13] в задачах о волне ионизации при стримерном пробое. В этих работах рассмотрение проводилось в предположении постоянства средней энергии электронов в пределах ширины переходного слоя, что может приводить к существенным ошибкам. В уравнении баланса энергии были опущены члены, описывающие теплопроводность и потери энергии электронов при соударениях с атомами газа.

Скорость распространения стримера. После сделанных упрощений рассмотрим приближенное решение поставленной задачи о нахождении скорости анодного стримера и структуры переходного

слоя. Вычтем уравнение (7.1) из (7.2) и воспользуемся (7.3), получим

$$\frac{u}{4\pi e} \cdot \frac{\partial^2 E}{\partial \xi^2} - b_e \frac{\partial}{\partial \xi} (EN_e) + D_e \frac{\partial^2 N_e}{\partial \xi^2} = 0. \quad (7.5)$$

Уравнение (7.5) имеет интеграл. Так как при $\xi \rightarrow +\infty$ $N_e \rightarrow 0$, $E \rightarrow E_+$, получаем

$$\frac{u}{4\pi e} \cdot \frac{\partial E}{\partial \xi} = b_e EN_e - D_e \frac{\partial N_e}{\partial \xi}. \quad (7.6)$$

Уравнение (7.6) выражает собой закон сохранения полного тока, складывающегося из тока смещения $\sim u \partial E / \partial \xi$, тока проводимости $\sim b_e EN_e$ и диффузии. Строго говоря, необходимо одновременно с диффузией учесть и термоэлектрические токи, являющиеся величиной того же порядка [12]. Приближенно их можно учесть через изменение коэффициента диффузии. Будем искать решение с граничными условиями на $-\infty$:

$$E \rightarrow E_- = \text{const}, \quad N_e \rightarrow N_{-\infty}.$$

Легко видеть из (7.6), что в этом случае $N_{-\infty} = 0$ (рис. 7.1). Если пренебречь потерями энергии электронов на возбуждение атомов газа, как это было сделано в работах [2] и [13], то можно получить $N_{-\infty} \neq 0$. Уравнение (7.6) допускает такой вид граничных условий:

$$E_- = 0, \quad N_{-\infty} \neq 0.$$

Это соответствует случаю, когда характерные времена распространения стримера меньше времени гибели (рекомбинации) заряженных частиц.

Проанализируем подробнее другой предельный случай, когда за время распространения стримера рекомбинация частиц за фронтом успевает произойти. Такая ситуация реализуется при распространении стримера на расстояниях порядка 1 м. Рассмотрим сначала случай, когда диффузионный член в выражении (7.6) мал по сравнению с током проводимости. Соответствующее условие будет написано ниже. В то же время в уравнении (7.1) диффузионный член может быть порядка разности двух больших членов $-u \partial N_e / \partial \xi$ и $b_e (\partial / \partial \xi) (EN_e)$ и его следует оставить. Подставляя из уравнения (7.6)

$$N_e^1 = \frac{u}{4\pi e b_e E} \cdot \frac{\partial E}{\partial \xi}$$

в уравнение (7.1), получаем

$$-\frac{u}{b_e} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{E} \cdot \frac{\partial E}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial^2 E}{\partial \xi^2} - \frac{D_e}{b_e} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left(\frac{1}{E} \cdot \frac{\partial E}{\partial \xi} \right) =$$

$$= \alpha(E) \frac{\partial E}{\partial \xi} - \frac{1}{\tau b_e E} \cdot \frac{\partial E}{\partial \xi}. \quad (7.7)$$

Уравнение (7.7) также имеет интеграл, который запишем с учетом условия на $-\infty$ $E(-\infty) = E_-$:

$$\left(1 - \frac{u}{b_e E} \right) \frac{\partial E}{\partial \xi} - \frac{D_e}{b_e} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{E} \cdot \frac{\partial E}{\partial \xi} \right) =$$

$$= \int_{E_-}^E \left(\alpha - \frac{1}{\tau b_e E} \right) dE. \quad (7.8)$$

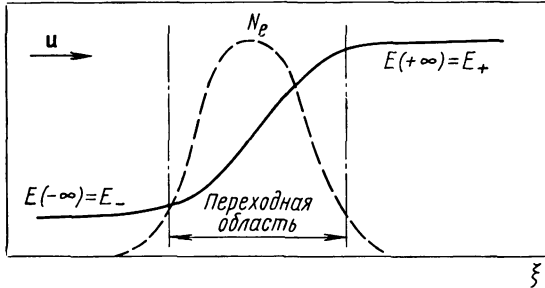


Рис. 7.1. Качественное распределение напряженности электрического поля E и плотности электронов N_e в волне ионизации, бегущей к аноду ($\xi = z - ut$)

Рассмотрим условие на $+\infty$ $E \rightarrow E_+ = \text{const}$. Из уравнения (7.8) следует

$$\int_{E_-}^{E_+} (\alpha - 1/\tau b_e E) dE = 0. \quad (7.9)$$

Условие (7.9) связывает значения полей E_- и E_+ и имеет вид правила равных площадей. На рис. 7.2 заштрихованные площади должны быть одинаковыми. Условие (7.9) можно использовать для оценки напряжения E_* , при котором возможно самоподдерживающееся распространение стримера в промежутке длиной d . Предполагая для определенности зависимость вида $\alpha(E) \sim \exp(-A/E)$ [11], можно получить приближенно ($E_+ = E_*$):

$$\frac{E_*^2}{A} \alpha(E_*) = \frac{1}{\tau b_e} \ln \frac{E_*}{E_-}. \quad (7.10)$$

Оценим величину E_- , считая, что в ионизованной области ток $\sim \sigma_0 E_- r^2$, где σ_0 — проводимость, а вне ее он определяется током смещения $\sim UdC/dt$, где U — напряжение на промежутке; C — емкость системы электрод—стример ($C \sim S/4\pi d$; $dC/dt \sim Su/4\pi d^2$; $u \sim b_e E_*$). Поскольку величина E_- входит в (7.10) под знаком логарифма, такая оценка вполне удовлетворительна. В результате имеем

$$E_- \sim \frac{U}{d} \cdot \frac{S}{r^2} \cdot \frac{b_e E_*}{4\pi\sigma_0 d};$$

$$\alpha(E_*) d \sim \frac{Ad}{\tau b_e E_*^2} \ln \frac{4\pi\sigma_0 d^2 r^2}{b_e u S}. \quad (7.11)$$

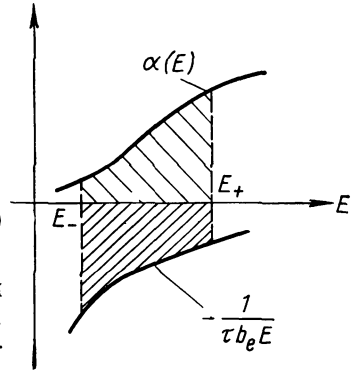


Рис. 7.2. К правилу площадей (7.9)

Условие (7.11) является аналогом условий Мика и Ретера $\alpha(E_*) d \sim 20$. При практическом использовании условия (7.11) можно брать $\tau \simeq 10^{-8} \div 10^{-10}$ сек. При оценке правой части (7.11) видно, что она принимает порядок величины, не противоречащий условию $\alpha(E_*) d \sim 20$. В то же время буквенно правая часть (7.11) отличается от этого условия и поэтому поддается экспериментальной проверке.

Условие (7.9) может быть обобщено на случай, когда уход частиц из основного канала имеет рекомбинационный характер. Уравнение (7.8) допускает понижение порядка дифференцирования. Обозначая

$$(1/E) \cdot \partial E / \partial \xi = y(E)$$

и переходя к безразмерным величинам

$$E = E_+ \varepsilon; \quad u/(b_e E_+) = \kappa; \quad \xi = \chi/\alpha_0; \quad y = \eta(\varepsilon) \alpha_0,$$

так что

$$(1/\varepsilon) \cdot \partial \varepsilon / \partial \chi = \eta(\varepsilon),$$

получаем

$$\frac{d\eta}{d\varepsilon} = \gamma \left\{ \left(1 - \frac{\kappa}{\varepsilon} \right) - \frac{1}{\varepsilon \eta} \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon} \left[\sigma(\varepsilon') - \frac{\delta}{\varepsilon'} \right] d\varepsilon' \right\}. \quad (7.12)$$

Здесь введены обозначения

$$\gamma = \frac{b_e E_+}{\alpha_0 D_e}; \quad \alpha(E) = \alpha_0 \sigma(E); \quad \delta = \frac{1}{\tau b_e E_+ \alpha_0}.$$

Условие пренебрежения в уравнении (7.6) диффузионным членом имеет вид $\gamma \gg 1$; условие (7.9) в новых переменных:

$$\int_{\varepsilon_0}^1 d\varepsilon [\sigma(\varepsilon) - \delta/\varepsilon] = 0;$$

граничные условия к уравнению (7.12): при $\varepsilon = \varepsilon_0$ $\eta = 0$, а при $\varepsilon = 1$ $\eta = 0$, т. е. интегральная кривая уравнения (7.12) должна проходить через две особые точки. Умножая уравнение (7.12) на $\eta(\varepsilon)$ и интегрируя по ε от ε_0 до 1 с учетом граничных условий, получаем

$$\int_{\varepsilon_0}^1 d\varepsilon \eta(\varepsilon) \left[\frac{\kappa}{\varepsilon} - 1 \right] = \int_{\varepsilon_0}^1 \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon} \left[\frac{\delta}{\varepsilon'} - \sigma(\varepsilon') \right] d\varepsilon'. \quad (7.13)$$

Условие (7.13) можно использовать для определения безразмерной скорости κ . Перепишем уравнение (7.12) в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\eta}{d\varepsilon} &= \gamma \left[\frac{\Theta(\varepsilon)}{\varepsilon\eta} - \left(\frac{\kappa}{\varepsilon} - 1 \right) \right]; \\ \Theta(\varepsilon) &= \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon} \left[\frac{\delta}{\varepsilon} - \sigma(\varepsilon) \right] d\varepsilon. \end{aligned} \right\} \quad (7.14)$$

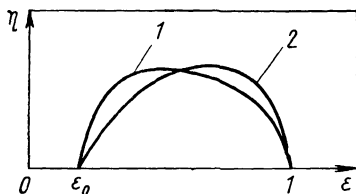


Рис. 7.3. Функция $\Theta(\varepsilon)/(\kappa - \varepsilon)$ (1) и возможный вид интегральной кривой уравнения (7.14) (2)

На рис. 7.3 показаны график функции $\Theta(\varepsilon)/(\kappa - \varepsilon)$ и возможный вид интегральной кривой уравнения (7.14). При $\varepsilon \approx \varepsilon_0$

$$\Theta(\varepsilon_0) = 0; \quad \Theta(\varepsilon) \approx \Theta'_0 (\varepsilon - \varepsilon_0); \quad \Theta'_0 \sim \delta/\varepsilon_0,$$

а при $\varepsilon \simeq 1$

$$\Theta(1) = 0; \quad \Theta(\varepsilon) \simeq |\Theta'_1| (1 - \varepsilon); \quad |\Theta'_1| \sim \sigma(1).$$

Исследуем уравнение (7.14) вблизи особой точки $\varepsilon = \varepsilon_0$, $\eta = 0$. Ищем решение в виде $\eta = A(\varepsilon - \varepsilon_0)$. Предполагая $\kappa/\varepsilon_0 \gg 1$, получаем

$$A = \left[\left(\frac{\gamma\kappa}{2\varepsilon_0} \right)^2 + \frac{\gamma\Theta'_0}{\varepsilon_0} \right]^{1/2} - \frac{\gamma\kappa}{2\varepsilon_0}. \quad (7.15)$$

Легко видеть, что особая точка $\varepsilon = \varepsilon_0$, $\eta = 0$ является седлом, так как корни характеристического уравнения имеют разные знаки [14], причем искомое решение соответствует корню (7.15). Решение в x -пространстве имеет вид

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + C \exp(A \varepsilon_0 x),$$

а характерная толщина заднего фронта $\sim \text{ит}$.

Вблизи точки $\varepsilon = 1$, $\eta = 0$ уравнение (7.14) принимает вид

$$d\eta/d\varepsilon = \gamma [|\Theta'_1| (1 - \varepsilon) - \eta (\kappa - 1)] \eta^{-1}. \quad (7.16)$$

Характеристическое уравнение имеет вещественные корни [если $\gamma (\kappa - 1)/2 > (\gamma |\Theta'_1|)^{1/2}$] одного знака (узел):

$$\lambda_{1,2} = -\frac{\gamma (\kappa - 1)}{2} \pm \left\{ \left[\frac{\gamma (\kappa - 1)}{2} \right]^2 - \gamma |\Theta'_1| \right\}^{1/2}. \quad (7.17)$$

Отсюда получаем условие для скорости

$$\kappa \geq 1 + 2\sqrt{|\Theta'_1|/\gamma}, \quad (7.18)$$

или в размерном виде

$$u \geq b_e E_+ + 2\sqrt{D_e b_e F_+ \alpha(E_+)}.$$

Можно ожидать, что, как и в случае, разобранным в работе [10], скорость

$$u = b_e E_+ + 2\sqrt{D_e b_e E_+ \alpha(E_+)} \quad (7.19)$$

является предельной при $t \rightarrow \infty$ для всех монотонных решений уравнения рассматриваемого вида.

Полученное выражение имеет простой физический смысл: в системе координат, движущейся с дрейфовой скоростью $b_e E_+$, волна ионизации распространяется благодаря электронной диффузии на характерный размер $\sim (D_e \tau_i)^{1/2}$, где

$$\tau_i \sim [b_e E_+ \alpha(E_+)]^{-1}$$

— характерное среднее время между ионизирующими соударениями, так что толщина переднего фронта порядка

$$[D_e / [\alpha(E_+) b_e E_+]]^{1/2},$$

а характерная скорость $\sim (D_e / \tau_i)^{1/2}$, что отражено вторым слагаемым в выражении (7.19). При $\gamma \gg 1$ получим

$$b_e E_+ \gg (D_e / \tau_i)^{1/2}.$$

Это условие означает, что скорость направленного к аноду стримера в тянущем поле совпадает по порядку величины с дрейфовой скоростью.

Легко проверить, однако, что в условиях эксперимента, например в ксеноне [15] при $E_+ \sim 10^5$ в/см и давлении порядка 300 мм рт. ст., оба слагаемых скорости имеют один и тот же порядок величины. Строго говоря, это означает, что при таких условиях в уравнении (7.6) следует удерживать диффузионный член. Это существенно усложнит анализ, сохранив, однако, тот же качественный характер рассмотрения.

Поскольку второе слагаемое в уравнении (7.19) является резкой функцией напряженности электрического поля, то возможна бо-

лее крутая зависимость скорости стримера от поля по мере распространения стримера, что и наблюдалось, по-видимому, в экспериментах Тимма [16].

Можно показать, что диффузионная поправка к скорости стримера (7.19) не может превышать слагаемое, соответствующее дрейфовой скорости $b_e E_+$. Рассматривая уравнение (7.4) при $\xi \rightarrow \infty$, получаем оценку сверху для электронной температуры T_e на $+\infty$:

$$eE_+/I > \alpha (T_e). \quad (7.20)$$

Условие (7.20) физически означает, что на ионизацию расходуется только часть джоулева тепла, выделяющегося перед фронтом. Оценивая диффузионный член в формуле (7.19) с помощью этого неравенства, а также используя связь коэффициента диффузии и подвижности, имеем

$$\sqrt{D_e b_e E_+ \alpha (E_+)} < b_e E_+ \sqrt{T_{e\infty}/I}.$$

Отсюда видно, что второе слагаемое в формуле (7.19) в условиях применимости данного рассмотрения всегда меньше первого. По этой причине механизм электронной диффузии не может обеспечить распространение направленного к катоду стримера, для рассмотрения которого необходим учет переноса излучения.

Устойчивость фронта стримера. Приближенный способ решения системы уравнений (7.1) — (7.3) позволяет найти невозмущенное состояние в задаче об устойчивости фронта стримера. При этом не требуется предположения $\gamma \gg 1$ и легко построить метод последовательных приближений, уточняющий найденное решение. Для фактического нахождения функций $N_e(\xi)$, $N_i(\xi)$ и $E(\xi)$ с требуемой точностью следует выполнить несколько итераций.

Заменяя в уравнениях (7.1) и (7.2) напряженность поля E на его асимптотическое значение на $\pm \infty$ и обозначая, как и раньше, $E(+\infty) = E_+$, $E(-\infty) = E_-$, получаем

$$-u \frac{\partial N_e}{\partial \xi} + b_e E_{\pm} \frac{\partial N_e}{\partial \xi} - D_e \frac{\partial^2 N_e}{\partial \xi^2} = \alpha (E_{\pm}) b_e E_{\pm} N_e - N_e/\tau; \quad (7.21)$$

$$-u \frac{\partial N_i}{\partial \xi} = \alpha (E_{\pm}) b_e E_{\pm} N_e - N_e/\tau. \quad (7.22)$$

Вместо напряженности поля E введем потенциал φ :

$$E_x = -\partial\varphi/\partial\xi = -E$$

и запишем уравнение Пуассона

$$\partial^2\varphi/\partial\xi^2 = -4\pi e (N_i - N_e). \quad (7.23)$$

Решая уравнение (7.21), получаем:
при $\xi > 0$.

$$N_e = A_1 \exp(-\xi/L_1) + A_2 \exp(-\xi/L_2), \quad (7.24)$$

где

$$\frac{1}{L_{1,2}} = \frac{u - b_e E_+}{2D_e} \pm \sqrt{\left(\frac{u - b_e E_+}{2D_e}\right)^2 - \frac{\alpha(E_+) b_e E_+ - 1/\tau}{D_e}};$$

при $\xi < 0$

$$N_e = A_3 \exp(\xi/L_3), \quad (7.25)$$

где

$$\frac{1}{L_3} = -\frac{u - b_e E_-}{2D_e} + \sqrt{\left(\frac{u - b_e E_-}{2D_e}\right)^2 + \frac{1/\tau - \alpha(E_-) b_e E_-}{D_e}}.$$

Подставляя это решение в уравнение (7.22), находим N_i :
при $\xi > 0$

$$N_i = \frac{\alpha(E_+) b_e E_+ - 1/\tau}{u} [A_1 L_1 \exp(-\xi/L_1) + A_2 L_2 \exp(-\xi/L_2)]; \quad (7.26)$$

при $\xi < 0$

$$N_i = \frac{1/\tau - \alpha(E_-) b_e E_-}{u} L_3 A_3 \exp(\xi/L_3). \quad (7.27)$$

Подставляя выражения (7.24) — (7.27) в уравнение Пуассона (7.23) и обозначая $\varphi(-\infty) = \varphi_-$, получаем:
при $\xi > 0$

$$\begin{aligned} \varphi = & -4\pi e L_1^2 A_1 (L_1/l_1 - 1) \exp(-\xi/L_1) - \\ & -4\pi e L_2^2 A_2 (L_2/l_2 - 1) \exp(-\xi/L_2) + E_+ \xi; \end{aligned} \quad (7.28)$$

при $\xi < 0$

$$\varphi = -4\pi e L_3^2 A_3 (L_3/l_3 - 1) \exp(\xi/L_3) + E_- \xi + \varphi_-. \quad (7.29)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \frac{1}{l_1} &= \frac{\alpha(E_+) b_e E_+ - 1/\tau}{u}; \quad l_2 = l_1; \\ \frac{1}{l_3} &= \frac{1/\tau - \alpha(E_-) b_e E_-}{u}. \end{aligned}$$

При этом предполагается, что

$$\alpha(E_+) b_e E_+ \gg 1/\tau \gg \alpha(E_-) b_e E_-.$$

Найденные решения (7.24) — (7.29) требуетсяшить при $\xi = 0$ с учетом условий:

$$\left. \begin{aligned} N_e|_{0-} &= N_e|_{0+}; \quad N_i|_{0-} = N_i|_{0+}; \\ \{D_e \partial N_e / \partial \xi + (u - b_e E_-) N_e\}|_{0-} &= \\ &= \{D_e \partial N_e / \partial \xi + (u - b_e E_+) N_e\}|_{0+}; \\ \varphi|_{0-} &= \varphi|_{0+}; \quad \partial \varphi / \partial \xi|_{0-} = \partial \varphi / \partial \xi|_{0+}. \end{aligned} \right\} \quad (7.30)$$

Второе из условий (7.30) легко получить, интегрируя (7.21) вблизи $\xi = 0$. Таким образом, имеем пять условий для определе-

ния пяти величин: u , A_1 , A_2 , A_3 и φ_- . Подставляя найденные решения (7.24) — (7.29) в условия сшивки (7.30), получаем

$$A_1 + A_2 = A_3; \quad (7.31)$$

$$A_1 \left[\left(\frac{1}{L_3} + \frac{1}{L_1} \right) + \frac{b_e(E_+ - E_-)}{D_e} \right] + A_2 \left[\left(\frac{1}{L_3} + \frac{1}{L_2} \right) + \frac{b_e(E_+ - E_-)}{D_e} \right] = 0; \quad (7.32)$$

$$A_1 \left(\frac{L_1}{l_1} - \frac{L_3}{l_3} \right) + A_2 \left(\frac{L_2}{l_2} - \frac{L_3}{l_3} \right) = 0; \quad (7.33)$$

$$A_1 \left(\frac{L_1^3}{l_1} - L_1^2 - \frac{L_3^3}{l_3} + L_3^2 \right) + A_2 \left(\frac{L_2^3}{l_2} - L_2^2 - \frac{L_3^3}{l_3} + L_3^2 \right) = -\frac{\varphi_-}{4\pi e}; \quad (7.34)$$

$$A_1 \left(\frac{L_1^2}{l_1} - L_1 + \frac{L_3^2}{l_3} - L_3 \right) + A_2 \left(\frac{L_2^2}{l_2} - L_2 + \frac{L_3^2}{l_3} - L_3 \right) = \frac{E_- - E_+}{4\pi e}. \quad (7.35)$$

Из уравнений (7.32) и (7.33) можно получить условие разрешимости этих уравнений:

$$\left[\left(\frac{1}{L_3} + \frac{1}{L_1} \right) + \frac{b_e(E_+ - E_-)}{D_e} \right] \left(\frac{L_2}{l_2} - \frac{L_3}{l_3} \right) = \left[\left(\frac{1}{L_3} + \frac{1}{L_2} \right) + \frac{b_e(E_+ - E_-)}{D_e} \right] \left(\frac{L_1}{l_1} - \frac{L_3}{l_3} \right). \quad (7.36)$$

Легко видеть, что при

$$u = b_e E_+ + 2 \sqrt{D_e b_e E_+ \alpha(E_+)}$$

равенство (7.36) удовлетворяется тождественно, так как при этом $L_1 = L_2^*$. Это подтверждает предположение, что полученная формула для скорости стримера справедлива без использования условия $\gamma \gg 1$. После этого из системы уравнений (7.31), (7.34), (7.35) можно определить A_1 , A_2 , A_3 и φ_- .

Рассмотрим теперь задачу об устойчивости фронта стримера. Пусть возмущенное решение зависит от $\xi = z - ut$, t и y по закону $\exp(-i\omega t +iky) \cdot f(\xi)$. Устойчивость по отношению к одномерным возмущениям, не зависящим от y , можно исследовать методом, использованным Г. И. Баренблаттом и Я. Б. Зельдовичем в задаче об устойчивости фронта пламени [17]. Однако более интересен случай двумерных возмущений. Обозначая возмущенные величины

*Условие (7.36) означает, что в строгом смысле вместо решения (7.24) следовало бы писать сразу $N_e \sim a \exp(-x/L_1) + b\xi \exp(-x/L_2)$, так как $L_1 = L_2$. Однако такое решение получается автоматически после корректного предельного перехода $L_1 \rightarrow L_2$ в окончательных формулах.

штрихом, получаем систему уравнений, обобщающую уравнения (7.21) — (7.23):

$$D_e \frac{\partial^2 N'_e}{\partial \xi^2} + \frac{\partial N'_e}{\partial \xi} (u - b_e E_{\pm}) + N'_e [i\omega - D_e k^2 + \alpha (E_{\pm}) b_e E_{\pm} - 1/\tau] = 0; \quad (7.37)$$

$$u \frac{\partial N'_i}{\partial \xi} + i\omega N'_i + N'_e \left[\alpha (E_{\pm}) b_e E_{\pm} - \frac{1}{\tau} \right] = 0; \quad (7.38)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi'}{\partial \xi^2} - k^2 \varphi' = -4\pi e (N'_i - N'_e). \quad (7.39)$$

Возмущения предполагаются убывающими на $\pm \infty$, и асимптотики поля $E(+\infty) = E_+$, $E(-\infty) = E_-$ остаются прежними. В невозмущенной задаче решения для $\xi > 0$ и $\xi < 0$ сшивались на фронте $\xi = 0$. Теперь сшивку следует производить на возмущенной границе

$$\xi' = A' \exp(-i\omega t + iky). \quad (7.40)$$

Решая систему уравнений (7.37) — (7.39), получаем:

$$N'_e = A'_1 \exp(-\xi/\lambda_+ + iky - i\omega t) \quad (\text{при } \xi > 0); \quad (7.41)$$

$$N'_e = A'_3 \exp(-\xi/\lambda_- + iky - i\omega t) \quad (\text{при } \xi < 0); \quad (7.42)$$

$$N'_i = \frac{\lambda_+}{l_1} \cdot \frac{A'_1}{1 - i\omega\lambda_+/u} \exp(-\xi/\lambda_+ + iky - i\omega t) \quad (\text{при } \xi > 0); \quad (7.43)$$

$$N'_i = \frac{\lambda_-}{l_3} \cdot \frac{A'_3}{1 + i\omega\lambda_-/u} \exp(\xi/\lambda_- + iky - i\omega t) \quad (\text{при } \xi < 0); \quad (7.44)$$

$$\varphi' = A'_2 \exp(-k\xi + iky - i\omega t) - \frac{4\pi e A'_1}{k^2 - 1/\lambda_+^2} \left(1 - \frac{\lambda_+}{l_1(1 - i\omega\lambda_+/u)} \right) \times \\ \times \exp(-\xi/\lambda_+ + iky - i\omega t) \quad (\text{при } \xi > 0); \quad (7.45)$$

$$\varphi' = A'_4 \exp(k\xi + iky - i\omega t) - \frac{4\pi e A'_3}{k^2 - 1/\lambda_-^2} \left(1 - \frac{\lambda_-}{l_3(1 + i\omega\lambda_-/u)} \right) \times \\ \times \exp(\xi/\lambda_- + iky - i\omega t) \quad (\text{при } \xi < 0). \quad (7.46)$$

Здесь

$$\frac{1}{\lambda_+} = \sqrt{\frac{b_e E_+ + \alpha(E_+)}{D_e}} + \sqrt{\frac{k^2}{2} - \frac{i\omega}{D_e}}; \\ \frac{1}{\lambda_-} = -\frac{u - b_e E_-}{2D_e} + \\ + \sqrt{\left(\frac{u - b_e E_-}{2D_e} \right)^2 + \frac{1/\tau - \alpha(E_-) b_e E_- + D_e k^2 - i\omega}{2D_e}}.$$

Условия сшивки имеют вид:

$$\left. \begin{aligned}
 & N_e^0 |_{\xi^-} + N_e' |_{\bar{0}} = N_e^0 |_{\xi^+} + N_e' |_{\bar{0}}; \\
 D_e \frac{\partial N_e^0}{\partial \xi} \Big|_{\xi^-} + (u - b_e E_-) N_e^0 \Big|_{\xi^-} + D_e \frac{\partial N_e'}{\partial \xi} \Big|_0 + (u - b_e E_-) \times \\
 & \times N_e' \Big|_0 = D_e \frac{\partial N_e^0}{\partial \xi} \Big|_{\xi^+} + (u - b_e E_+) N_e^0 \Big|_{\xi^+} + D_e \times \\
 & \times \frac{\partial N_e'}{\partial \xi} \Big|_0 + (u - b_e E_+) N_e' \Big|_0; \\
 & N_i^0 |_{\xi^-} + N_i' |_{\bar{0}} = N_i^0 |_{\xi^+} + N_i' |_{\bar{0}}; \\
 & \Phi^0 |_{\xi^-} + \Phi' |_{\bar{0}} = \Phi^0 |_{\xi^+} + \Phi' |_{\bar{0}}; \\
 \frac{\partial \Phi^0}{\partial \xi} \Big|_{\xi^-} + \frac{\partial \Phi'}{\partial \xi} \Big|_0 = \frac{\partial \Phi^0}{\partial \xi} \Big|_{\xi^+} + \frac{\partial \Phi'}{\partial \xi} \Big|_0.
 \end{aligned} \right\} (7.47)$$

В условиях (7.47) индексом «0» обозначены невозмущенные решения (7.24) — (7.29), которые берутся при $\xi = \xi'$. В результате имеем пять условий для определения пяти величин: A' , A'_1 , A'_2 , A'_3 , A'_4 . Подставляя уравнения (7.24) — (7.29) и (7.41) — (7.46) в (7.47) с учетом (7.40), после упрощений получаем условие существования ненулевого решения для линейной системы, следующей из (7.47):

$$\left[\frac{1}{\lambda_+} + \frac{1}{\lambda_-} + \frac{b_e(E_+ - E_-)}{D_e} \right] \left[\left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_3} \right) \frac{\lambda_-}{l_3 \left(1 + \frac{i\omega\lambda_-}{u} \right)} - \frac{1}{l_1} - \right. \\
 \left. - \frac{1}{l_3} \right] = \left[\frac{\lambda_-}{l_3 \left(1 + \frac{i\omega\lambda_-}{u} \right)} - \frac{\lambda_+}{l_1 \left(1 - \frac{i\omega\lambda_+}{u} \right)} \right] \left[\frac{1}{L_1} \left(\frac{1}{\lambda_-} + \right. \right. \\
 \left. \left. + \frac{1}{L_1} \right) + \frac{1}{L_3} \left(\frac{1}{\lambda_-} - \frac{1}{L_3} \right) + \frac{b_e(E_+ - E_-)}{D_e L_1} \right]. \quad (7.48)$$

При $k = 0$, $\omega = 0$, $\lambda_+ = L_1 = L_2$, $\lambda_- = L_3$ условие (7.48) превращается в (7.36). Выражение (7.48) играет роль дисперсионного уравнения, с помощью которого находим $\omega(k)$ и выясняем вопрос об устойчивости.

Рассмотрим условие (7.48) в длинноволновом пределе $kL \ll 1$. После простых вычислений можно получить

$$\omega \approx -iD_e k^2 + O(k^4). \quad (7.49)$$

Таким образом, в рассматриваемом случае фронт оказывается устойчивым к бесконечно малым возмущениям. (В случае $kL \gg 1$ решение также оказывается устойчивым.) Выражение (7.49) физически означает, что искривления фронта восстанавливаются благодаря диффузии частиц из ионизованной области.

Как было показано в разд. 6.6, в приближении бесконечно тонкого переднего фронта

$$\omega = ik (du/dE)_0 E_+. \quad (7.50)$$

В отличие от (7.49) из (7.50) следует, что бесконечно тонкий фронт

неустойчив с инкрементом $\gamma \approx ku$. Аналогичная картина имеется в задаче об устойчивости фронта пламени. Как показано Л. Д. Ландау [18], пламя, рассматриваемое как поверхность разрыва, неустойчиво с инкрементом $\sim ku$. В то же время учет конечной ширины фронта, сделанный Г. И. Баренблаттом, Я. Б. Зельдовичем и А. Г. Истратовым в работе [19], показал, что благодаря теплопроводности (в пренебрежении диффузией горючего) фронт устойчив к бесконечно малым возмущениям.

Два рассматриваемых подхода не дают решений, плавно переходящих друг в друга в пределе, когда длина волны больше ширины фронта. Как указал А. А. Веденов, по-видимому, это означает, что приближение бесконечно тонкого фронта соответствует исследованию возмущений, амплитуда которых велика по сравнению с толщиной фронта. В результате может оказаться, что в начальной стадии, когда ширина фронта велика, стример устойчив к бесконечно малым возмущениям фронта. На поздней стадии, когда фронт становится тонким, он неустойчив к возмущениям, большим ширины фронта. Этим, по-видимому, можно объяснить тот факт, что неустойчивость стримера возникает не всегда и проявляется обычно на последующих стадиях развития стримера.

7.2. Модель стримера с учетом переноса резонансного излучения

Рассмотрим задачу об «одномерном» стримере с учетом переноса резонансного излучения. Этот механизм совместно с ассоциативной ионизацией обуславливает распространение волн ионизации и может быть основным как для анодного, так и для катодного стримера. При этом опустим электронную диффузию и для определенности рассмотрим задачу о катодном стримере.

Система уравнений. Система уравнений, описывающих катодный стример, содержит уравнения баланса электронов (N_e), ионов (N_i), возбужденных атомов (молекул) (N^*), уравнение для напряженности электрического поля $E_z = -E$ ($E > 0$) и уравнение баланса энергии. Рассматривая установившуюся волну ионизации, в которой все величины зависят от $\xi = z + ut$, и пренебрегая для этой волны электронной диффузией и подвижностью ионов b_i , получаем

$$u \frac{\partial N_e}{\partial \xi} + b_e \frac{\partial}{\partial \xi} (EN_e) = N^* N \langle \sigma v \rangle - \beta N_e N_i; \quad (7.51)$$

$$u \frac{\partial N_i}{\partial \xi} = N^* N \langle \sigma v \rangle - \beta N_e N_i; \quad (7.52)$$

$$u \frac{\partial N^*}{\partial \xi} = -\frac{N^*}{\tau} + K(T_e) NN_e - N^* N \langle \sigma v \rangle + \frac{1}{\tau} \int_{-\infty}^{\infty} K(\xi - \xi') N^*(\xi') d\xi'; \quad (7.53)$$

$$dE/d\xi = 4\pi e (N_e - N_i). \quad (7.54)$$

Здесь N — плотность газа; $\langle \sigma v \rangle$ — константа скорости ассоциативной ионизации; β — коэффициент рекомбинации; τ — время жизни возбужденного атома по отношению к спонтанному излучению; $K(T_e)$ — константа скорости возбуждения; $K(\xi - \xi')$ — ядро интегрального уравнения Бибермана—Холстейна [19 — 22].

В уравнениях (7.51) и (7.52) не учтена ионизация атомов из основного состояния электронным ударом. Это связано с тем, что процессы тушения возбужденных атомов дают более существенный вклад в образование лавин, чем ионизация электронным ударом (для гелия, например, отношение сечений этих процессов $\sim 10 : 1$). Поэтому основным механизмом ионизации считается ассоциативная ионизация.

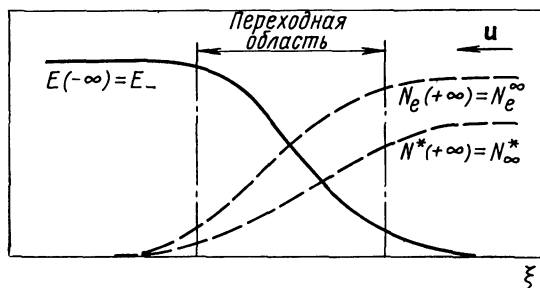


Рис. 7.4. Качественное распределение напряженности электрического поля E , плотности электронов N_e и плотности возбужденных атомов N^* в волне ионизации, бегущей к катоду ($\xi = z + ut$)

Как и в разд. 7.1, основную роль в балансе энергии электронов играют неупругие соударения, поэтому можно считать, что в области $\xi < 0$ (перед фронтом) константы скоростей являются локальными функциями напряженности электрического поля. При $\xi \rightarrow +\infty$ (за фронтом) из уравнения баланса энергии следует известное соотношение (ср. с [4]), определяющее энергию электронов T_e^∞ за фронтом:

$$E_-^2/8\pi = N_e^\infty (I + 3/2 T_e^\infty) + N_\infty^* \epsilon, \quad (7.55)$$

где E_- — значение напряженности электрического поля перед фронтом (на $-\infty$); I — потенциал ионизации; ϵ — энергия возбужденного атома.

При выводе выражения (7.55) предполагалось, что энергия электрического поля переходит в энергию электронного газа и возбужденных атомов и характерные времена распространения стримера меньше времени релаксации энергии возбужденных частиц в тепло, а также меньше времени рекомбинации (в отличие от предыдущего рассмотрения).

Величины N_e^∞ и N_∞^* находятся из уравнений (7.51) и (7.53) и равны (рис. 7.4):

$$N_e^\infty = \frac{N^2 \langle \sigma v \rangle K_+}{\beta (1 + N \langle \sigma v \rangle \tau)};$$

$$N_\infty^* = \frac{N \langle \sigma v \rangle (NK_+)^2}{\beta (1 + N \langle \sigma v \rangle \tau)^2};$$

$$K_+ = K(T_e^\infty).$$

Скорость катодного стримера. Ввиду сложности задачи для решения системы уравнений (7.51) — (7.54) и получения скорости по порядку величины воспользуемся следующим приближенным методом. (Этот метод аналогичен примененному в задаче об анодном стримере в разд. 7.1.)

В области $\xi < 0$ (перед фронтом) заменим в уравнении (7.51) напряженность поля E на ее асимптотическое значение E_- и пренебрежем рекомбинацией. В уравнении (7.53) опустим слагаемое $K(T_e) NN_e$. Воспользовавшись методом, предложенным Л. М. Биберманом в работе [21] (метод $\tau_{\alpha\phi\phi}$), в интегральном члене вклад от области $(-\infty, 0)$ вместе с членом $-N^*/\tau$ представим в виде $-N^*/\tau_{\alpha\phi\phi}$. В интервале, берущемся в области $(0, +\infty)$, в качестве $N^*(\xi')$ возьмем его асимптотическое значение N_∞^* . Тогда система уравнений (7.51) — (7.54) в области $\xi < 0$ примет вид:

$$(u + b_e E_-) \partial N_e / \partial \xi = N^* N \langle \sigma v \rangle; \quad (7.56)$$

$$u \partial N_i / \partial \xi = N^* N \langle \sigma v \rangle; \quad (7.57)$$

$$u \partial N^* / \partial \xi = -N^* / \tau_{\alpha\phi\phi} - N^* N \langle \sigma v \rangle + N_\infty^* \varphi(\xi), \quad (7.58)$$

где $\varphi(\xi) = (1/\tau) \int_0^\infty K(\xi - \xi') d\xi'$.

Предполагая, что стример распространяется в виде узкой нити радиусом r_\perp , можно получить для лоренцева контура линии

$$\frac{1}{\tau_{\alpha\phi\phi}} \sim \frac{1}{\tau} \cdot \frac{1}{\sqrt{k_0 r_\perp}},$$

где k_0 — коэффициент поглощения в центре линии, и (см., например, [23])

$$\varphi(\xi) = \frac{k_0}{\tau} \int_0^\infty \frac{r_\perp^2 d\xi'}{4\pi (\xi - \xi')^2} \frac{d}{d\xi} \left[\exp\left(-\frac{k_0 (\xi - \xi')}{2}\right) I_0\left(\frac{k_0 (\xi - \xi')}{2}\right) \right], \quad (7.59)$$

где I_0 — функция Бесселя мнимого аргумента.

Решение системы уравнений (7.56) — (7.58) можно представить в виде:

$$N^* = \frac{N_\infty^*}{u} \int_{-\infty}^\xi \varphi(\xi') \exp\left(\frac{\xi - \xi'}{\tau^* u}\right) d\xi'; \quad (7.60)$$

$$N_e = \frac{N_\infty^* N \langle \sigma v \rangle}{u(u + b_e E_-)} \int_{-\infty}^{\xi} d\xi' \int_{-\infty}^{\xi'} \varphi(\xi'') \exp\left(\frac{\xi'' - \xi'}{\tau^* u}\right) d\xi''; \quad (7.61)$$

$$N_i = \frac{u + b_e E_-}{u} N_e, \quad (7.62)$$

где τ^* находится из соотношения

$$1/\tau^* = 1/\tau_{эфф} + N \langle \sigma v \rangle.$$

Из уравнений (7.51), (7.52) и (7.54) легко получить

$$u \partial E / \partial \xi = -4\pi e b_e E N_e. \quad (7.63)$$

Из этого равенства следует, что напряженность электрического поля за фронтом $E_+ = 0$. Подставляя в выражение (7.63) вместо N_e его значение N_e^∞ , получаем

$$E \sim \exp(-\tilde{\gamma}\xi),$$

где $\tilde{\gamma} = 4\pi e b_e N_e^\infty / u$.

В области $\xi > 0$ (за фронтом), линеаризуя уравнения (7.51) и (7.52) вблизи асимптотических значений $N_e^\infty = N_i^\infty$, получаем

$$N_e = A \exp(-\tilde{\gamma}\xi) + N_e^\infty; \quad (7.64)$$

$$N_i = C \exp(-\tilde{\gamma}\xi) + N_e^\infty; \quad (7.65)$$

где

$$C = \frac{\beta N_e^\infty}{-\tilde{\gamma}u + \beta N_e^\infty} A \approx \frac{\beta N_e^\infty}{\tilde{\gamma}u} A \ll A.$$

Аналогично для напряженности электрического поля получим

$$E = \frac{A}{b_e N_e^\infty \tilde{\gamma}} \left(-u\tilde{\gamma} + \beta N_e^\infty - \frac{(\beta N_e^\infty)^2}{-\tilde{\gamma}u + \beta N_e^\infty} \right) \exp(-\tilde{\gamma}\xi) \simeq -\frac{Au}{b_e N_e^\infty} \times \exp(-\tilde{\gamma}\xi). \quad (7.66)$$

Таким же путем можно найти поправки к N_∞^* и асимптотики поля перед фронтом. Однако для нахождения скорости стримера их явный вид несуществен, и поэтому его не определяем.

Решая уравнения (7.56) — (7.58) и сшивая значения N_i и N_e при $\xi = 0$, получаем уравнение для скорости

$$\frac{N_\infty^* N \langle \sigma v \rangle}{N_e^\infty u^2} \int_{-\infty}^0 d\xi \int_{-\infty}^{\xi} \exp\left(\frac{\xi' - \xi}{\tau^* u}\right) \varphi(\xi') d\xi' = 1. \quad (7.67)$$

Из уравнения (7.67) следует

$$u = \sqrt{\frac{N_\infty^*}{N_e^\infty} N \langle \sigma v \rangle \frac{r_\perp^2}{\tau} a}, \quad (7.68)$$

где

$$a = \frac{1}{4\pi} \int_0^{\infty} dx' \int_{-\infty}^0 dx \frac{|x|}{|x-x'|^2} \frac{d}{dx} \left[\exp\left(\frac{-|x-x'|}{2}\right) I_0\left(\frac{|x-x'|}{2}\right) \right]. \quad (7.69)$$

При выводе (7.69) внутренний интеграл в выражении (7.61) взят по частям и использован явный вид $\varphi(\xi)$ (7.59). Меняя порядок интегрирования в выражении (7.69) и заменяя переменную $x' - x = t$, получаем

$$a = -\frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^0 dx |x| \int_{-x}^{\infty} \frac{dt}{t^2} \frac{d}{dt} \left[e^{-t/2} I_0\left(\frac{t}{2}\right) \right]. \quad (7.70)$$

После замены x на $-x$ и интегрирования по x во внешнем интеграле по частям

$$a = -\frac{1}{8\pi} \int_0^{\infty} dx \frac{d}{dx} \left[e^{-x/2} I_0\left(\frac{x}{2}\right) \right] = \frac{I_0(0)}{8\pi} = \frac{1}{8\pi}. \quad (7.71)$$

Из выражений (7.68) и (7.71) получим окончательную формулу для скорости катодного стримера:

$$u = \sqrt{Nr_{\perp}^2 K_{+}/(8\pi\tau)}. \quad (7.72)$$

Соотношение (7.72) справедливо и для скорости анодного стримера в постановке, в которой не учитывается диффузия электронов. Физически оно соответствует диффузионному механизму распространения волны ионизации

$$u \sim \sqrt{D/\tau_{\text{ион}}},$$

где

$$D \sim r_{\perp}^2/(8\pi\tau); \quad \tau_{\text{ион}} \sim 1/(NK_{+}).$$

Однако в него входит величина r_{\perp} , которая в настоящее время прямо из теории не определяется. Эксперименты и численные расчеты дают значения $r_{\perp} \simeq (0,1 \div 0,01)$ см. Для нахождения более точного значения для r_{\perp} необходимо рассмотрение трехмерной задачи.

Следует отметить, что по формуле (7.72) скорость фронта волны ионизации не равна дрейфовой скорости электронов. Для решения данной задачи можно использовать способ сведения интегрального уравнения (7.53) к диффузионному, примененный В. И. Мышенковым и Ю. П. Райзером к задаче о волне ионизации в СВЧ-поле [24]. В нашем случае этот способ приводит к выражению для скорости

$$u = \sqrt{D' NK_{+}},$$

где D' — коэффициент диффузии резонансного излучения, введенный в работе [24]:

$$D' \sim r_{\perp}^2/(3\tau_{\text{эф}}).$$

Как следует из сравнения этого выражения для u с формулой (7.72), данный метод в задачах о переносе резонансного излучения может приводить к ошибкам в несколько порядков, так как $\tau_{эфф}/\tau \sim 10^3$.

К сожалению, непосредственное сравнение скорости катодного стримера, рассчитанной по формуле (7.72), с экспериментом затруднительно, так как в любом случае требуется знание электрических полей перед фронтом стримера, которые не измеряются и вычислить которые без решения трехмерной задачи невозможно. В то же время оценки скоростей стримеров по порядку величины, сделанные по формуле (7.72), согласуются с результатами измерений.

На рис. 7.5 приведены результаты измерений скорости анодного и катодного стримеров в неоне в экспериментах Тимма [16], в которых развитие стримера инициировалось лазерным пробоем в центре разрядного промежутка. Оценки скорости стримера по формуле (7.72) дают согласие с этими экспериментальными значениями по порядку величины.

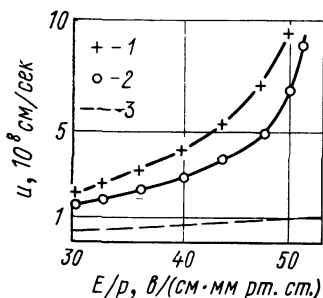


Рис. 7.5. Скорости анодного (1) и катодного (2) стримеров и дрейфовая скорость электронов (3) в неоне [16]

Метод, изложенный выше, может быть применен и к механизму прямой фотоионизации. В работе Клингбейля, Тидмана и Фернслера [4] этот механизм считается основным в образовании и распространении стримера. В этом случае в систему уравнений, описывающих распространение катодного стримера, входят уравнения для электронов, ионов и электрического поля. Рассматривая эту систему в области перед фронтом (на $-\infty$), получаем аналогично (7.56)—(7.57):

$$(u + b_e E_-) \partial N_e / \partial \xi = \alpha_- b_e E_- N_e + (N_e^\infty)^2 \varphi_1(\xi); \quad (7.73)$$

$$u \partial N_i / \partial \xi = N_e \alpha_- b_e E_- + (N_e^\infty)^2 \varphi_1(\xi). \quad (7.74)$$

Здесь

$$\varphi_1(\xi) = \int_{\omega_r}^{\infty} d\omega K_\Phi(\omega) \frac{\varepsilon^p(\omega)}{(N_e^\infty)^2 \hbar \omega} \int_0^{\infty} d\xi' \int_0^{\xi'} \rho d\rho \frac{\exp[-K_\omega \sqrt{(\xi - \xi')^2 + \rho^2}]}{4\pi [\rho^2 + (\xi - \xi')^2]}, \quad (7.75)$$

где K_Φ — коэффициент фотоионизационного поглощения рекомбинационного излучения с интенсивностью $\varepsilon^p(\omega)$; $\omega_r = I/\hbar$ — граничная частота рекомбинационного спектра.

Решения для N_e и N_i за фронтом (в $+\infty$) аналогичны (7.64) и (7.65). Сшивая эти решения с (7.73) и (7.74) при $\xi = 0$, получаем

выражение для скорости стримера, поддерживаемого механизмом фотоионизации:

$$u = N_e^\infty \int_{-\infty}^0 d\xi \varphi_1(\xi) \exp(\xi \alpha_- b_e E_- / u). \quad (7.76)$$

Анализируя его, легко установить, что механизм прямой фотоионизации не может обеспечить наблюдаемых скоростей распространения направленного к катоду стримера $\sim 10^7$ — 10^8 см/сек. Этот результат противоречит результату работы [4]. Следует отметить, что в работе [4] фактически формула для скорости не выводится, а пишется на основе «правдоподобных» соображений.

В экспериментах Макджи [25] изучалось распространение ионизационных волн в длинных разрядных трубках при давлениях ~ 1 — 40 мм рт. ст. При этом механизм ассоциативной ионизации может не быть достаточно эффективным, особенно при низких давлениях. Ионизационная волна может распространяться механизмом переноса резонансного излучения с последующей ионизацией возбужденных атомов электронным ударом. (Аналогичный механизм в поле СВЧ-волны рассматривался В. И. Мышенковым и Ю. П. Райзером [24].) В таком рассмотрении приближенные уравнения для электронов и ионов перед фронтом имеют вид

$$(u + b_e E_-) \partial N_e / \partial \xi = N^* N_e K_i; \quad (7.77)$$

$$u \partial N_i / \partial \xi = N^* N_e K_i, \quad (7.78)$$

где K_i — константа скорости ионизации возбужденных частиц; N^* дается соотношением (7.60). Величина N_∞^* находится при этом из условия

$$N_e^\infty N K_+ - N_e^\infty N_\infty^* K_i - N_\infty^* / \tau_{\text{эфф}} = 0. \quad (7.79)$$

Решая уравнение (7.77), получаем

$$N_e = N_0 \exp \left\{ \frac{K_i N_\infty^*}{u(u + b_e E_-)} \int_{-\infty}^{\xi} d\xi' \int_{-\infty}^{\xi'} d\xi'' \varphi(\xi'') \exp \left(\frac{\xi'' - \xi'}{\tau^* u} \right) \right\}. \quad (7.80)$$

В этом выражении N_0 — затравочное число электронов на $-\infty$, возникающих, например, от фотоэффекта на стенках разрядной трубки. От величины N_0 ответ зависит логарифмически [24], и поэтому более точное ее нахождение не потребуется.

Определяя N_i из уравнения (7.78) и осуществляя, как и в предыдущих случаях, сшивку при $\xi = 0$ с решениями типа (7.64), (7.65) на $+\infty$, получаем для скорости волны

$$\ln \frac{N_e^\infty}{N_0 (1 + b_e E_- / u)} = \frac{K_i N_\infty^*}{u(u + b_e E_-)} \int_{-\infty}^0 d\xi' \int_{-\infty}^{\xi'} d\xi'' \varphi(\xi'') \exp \left(\frac{\xi'' - \xi'}{\tau^* u} \right). \quad (7.81)$$

Интеграл в этом выражении вычислялся уже в уравнении (7.67) [см. систему уравнений (7.59)—(7.71)]. В результате уравнение (7.81) можно привести к виду

$$u(u + b_e E_-) = \frac{Nr_{\perp}^2 K_+}{8\pi\tau \ln \frac{N_e^{\infty}}{N_0(1 + b_e E_-/u)}} \equiv \frac{Nr_{\perp}^2 K_+}{8\pi\tau\Lambda}. \quad (7.82)$$

Решением этого уравнения будет являться

$$u = -\frac{b_e E_-}{2} + \sqrt{\left(\frac{b_e E_-}{2}\right)^2 + \frac{Nr_{\perp}^2 K_+}{8\pi\tau\Lambda}}. \quad (7.83)$$

В результате аналогичного рассмотрения задачи об анодном стримере получаем

$$u = \frac{b_e E_+}{2} + \sqrt{\left(\frac{b_e E_+}{2}\right)^2 + \frac{Nr_{\perp}^2 K_-}{8\pi\tau\Lambda}}. \quad (7.84)$$

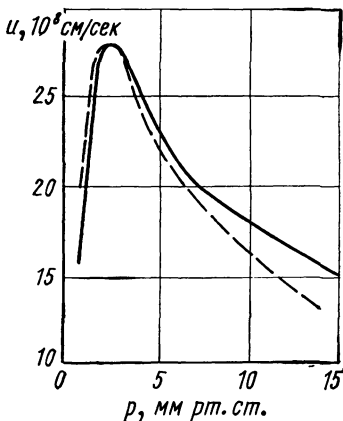


Рис. 7.6. Скорость волны ионизации в аргоне в условиях эксперимента [25]:

— — — экспериментальная;
- - - - - теоретическая

При

$$Nr_{\perp}^2 K_+ / (8\pi\tau\Lambda) \gg v_{др} = b_e E_{\pm}$$

выражения (7.83) и (7.84) дают формулу, аналогичную (7.72):

$$u \approx \sqrt{Nr_{\perp}^2 K_+ / (8\pi\tau\Lambda)}. \quad (7.85)$$

Зависимости скорости стримера от величины E/p , следующие из (7.85) и (7.72), практически совпадают.

Применим это рассмотрение к экспериментам Макджи [25]. В них скорость волны ионизации имеет для всех газов характерный максимум в зависимости от давления при заданном напряжении на промежутке. Определяя по положению максимума значение E/p , от которого зависит значение первого коэффициента Гауссенса для аргона

$$\alpha \sim NK_+(E/p),$$

имеющего в области $E/p \simeq 10^3$ в/(см · мм рт. ст.) максимум [26], можно рассчитать скорость волны ионизации по формуле (7.85) для условий этого эксперимента. Результаты такого сравнения приведены на рис. 7.6.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Velekhov E. P., Dykhne A. M. Unequilibrium Ionization Wave in Gase. — Proc. of 7-th Intern. Conf. on Phenomena in Ioniz. Gases. Belgrade, 1965, p. 47.

2. Turcotte D. L., Ong R. S. B. The structure and propagation of ionizing wave fronts. — «J. Plasma Phys.», 1968, v. 2, p. 145.
3. Munt R., Ong R. S. B., Turcotte D. L. On the propagation of ionization waves. — «Plasma Phys.», 1969, v. 11, p. 739.
4. Klingbeil R., Tidman D. A., Fernsler R. F. Ionizing Gas Breakdown Waves in Strong Electric Fields. — «Phys. Fluids.», 1972, v. 15, p. 1969.
5. Райзер Ю. П. Распространение разрядов и поддержание плотной плазмы электромагнитными полями. — «Успехи физ. наук», 1972, т. 108, с. 429.
6. К теории стримерного пробоя. — «Прикл. механ. и техн. физ.», 1973, № 1, с. 56. (Авт.: А. И. Захаров, И. Г. Персианцев, В. Д. Письменный и др.)
7. Rodin A. V., Starostin A. N. On the theory of the cathode — directed streamer. — Proc. of 11-th Intern. Conf. on Phenomena in Ioniz. Gases. Prague, 1973, p. 191.
8. Лозанский Э. Д. Коэффициент ионизации Таунсенда для гелия с учетом косвенной ионизации. — «Докл. АН СССР», 1968, т. 183, с. 315.
9. Зельдович Я. Б. К теории распространения пламени. — «Журн. физ. хим.», 1948, т. 22, с. 27.
10. Колмогоров А. Н., Петровский И. Г., Пискунов Н. С. Исследование уравнения диффузии, соединенной с возрастанием количества вещества, и его применение к одной биологической проблеме. — «Бюл. МГУ», 1937, т. 1, вып. 6, с. 1.
11. Браун С. Элементарные процессы в плазме газового разряда. Пер. с англ. М., Госатомиздат, 1961.
12. Волков А. Ф., Коган Ш. М. Физические явления в полупроводниках с отрицательной дифференциальной проводимостью. — «Успехи физ. наук», 1968, т. 96, с. 633.
13. Albright N. W., Tidman D. A. Ionizing Potential Waves and High-Voltage Breakdown Streamers. — «Phys. Fluids», 1972, v. 15, p. 86.
14. Степанов В. В. Курс дифференциальных уравнений. М., Гостехиздат, 1952.
15. Исследование динамики стримера, управляемого внешним электродом, при пробое в ксеноне. — «Теплофизика высоких температур», 1974, т. 12, с. 252 (Авт.: А. И. Захаров, И. Г. Персианцев и др.)
16. Timm U. The development of single streamers started by laser light at high overvoltages in rare gases. — «J. Phys. D», 1973, v. 6, p. 1891.
17. Баренблатт Г. И., Зельдович Я. Б. Об устойчивости распространения пламени. — «Прикл. матем. и механ.», 1957, т. 21, с. 856.
18. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М.—Л., Гостехиздат, 1954.
19. Баренблатт Г. И., Зельдович Я. Б., Истратов А. Г. О диффузионно-тепловой устойчивости ламинарного пламени. — «Прикл. механ. и техн. физ.», 1962, № 4, с. 21.
20. Биберман Л. М. К теории диффузии резонансного излучения. — «Журн. эксперим. и теор. физ.», 1947, т. 17, с. 416.
21. Биберман Л. М. Приближенный способ учета диффузии резонансного излучения. — «Докл. АН СССР», 1948, т. 59, с. 659.
22. Holstein T. Imprisonment of Resonance Radiation in Gases. — «Phys. Rev.», 1947, v. 72, p. 1212; 1951, v. 83, p. 1159.
23. Лозанский Э. Д. Природа фотоионизирующего излучения и механизмы вторичных процессов при стримерном пробое газа. — Материалы Международного совещания по стримерным камерам. Дубна, 1969, с. 11.
24. Мышенков В. И., Райзер Ю. П. Волна ионизации, распространяющаяся благодаря диффузии резонансных квантов и поддерживаемая сверхвысокочастотным излучением. — «Журн. эксперим. и теор. физ.», 1971, т. 61, с. 1882.
25. McGehee F. M. Velocity of Propagation of Luminosity in Long Discharge Tubes. — «Virginia J. of Science», 1955, v. 6, p. 39.
26. Huxford W. S. Townsend Ionization Coefficients in Cs—Ag—O Photo—Tubes Filled with Argon. — «Phys. Rev.», 1939, v. 55, p. 754.

ПРОБОЙ В ДЛИННЫХ ИСКРОВЫХ ПРОМЕЖУТКАХ И В НЕОДНОРОДНЫХ ПОЛЯХ

8.1. Пробой в длинных искровых промежутках

При пробое сантиметрового промежутка воздуха при атмосферном давлении и отсутствии перенапряжения первая лавина не создает сколько-нибудь значительного поля пространственного заряда (см. гл. 6). В этом случае сначала возникает самостоятельный разряд, а стример нужно рассматривать как явление более позднее и условие пробоя не связано с образованием стримера. Однако при увеличении длины промежутка, когда вторичным механизмом служит фотоионизация газа, критерий самостоятельности разряда (4.73) без учета пространственных зарядов перестает быть справедливым, и причиной пробоя оказывается появление стримера.

Как было показано в разд. 5.4, при $\alpha z \sim 20$ электрическое поле, создаваемое пространственными зарядами лавины электронов и остова положительных ионов, таково, что в головке лавины размером $\sim 1/\alpha$ результирующее поле равно нулю, а впереди лавины и на расстоянии $\sim 1/\alpha$ сзади лавины поле резко усиливается, число электронов сначала при $\alpha z \simeq 15 \div 16$ растет несколько медленнее, чем по экспоненциальному закону $e^{\alpha z}$ (αz), затем несколько быстрее при $\alpha z \simeq 18 \div 19$ и затем растет уже значительно медленнее в результате уменьшения числа ионизирующих электронов при образовании стримера.

Уменьшение количества ионизирующих электронов автоматически приводит к уменьшению интенсивности фотоионизации. Поэтому если до образования стримера условие самостоятельности разряда для всего промежутка не выполнилось, то при образовании стримера при $\alpha z \gtrsim 20$ оно уже никогда не выполнится. Поэтому разряд может продолжаться лишь в том случае, если усиление поля и связанное с этим усилением увеличение α компенсирует уменьшение интенсивности фотоионизации.

Другими словами, если без учета искажения поля новые лавины от фотоэлектронов слишком малы, чтобы продолжить процесс, то при достаточно сильном добавочном поле, созданном пространственным зарядом, разряд все же может продолжаться. Для этого нужно такое добавочное поле на конце стримера, чтобы лавины от фотоэлектронов, которые возникли на пути начальной лавины, усилились и создали фотоионизацию газа, эквивалентную фотоионизации от начальной лавины. Относительное число таких фотоэлектрон-

ных лавин, очевидно, невелико, так как диаметр начальной лавины $\sim 1/\alpha_0$. Кроме того, вероятность образования фотоэлектрона на большом расстоянии от начальной лавины на ее пути, т. е. около катода, определяется малым телесным углом $\sim (\alpha_0 l)^{-2}$, и потому мала (α_0 — коэффициент ионизации в неискаженном поле). Это означает, что усиление фотоэлектронных лавин полем пространственного заряда должно быть большим, а так как это поле велико лишь в области размером $\sim 1/\alpha_0$, то в этой области должно быть $\alpha \gg \alpha_0$.

Влияние фотоэлектронов, возникших вблизи области усиленного поля, возрастает еще и потому, что за время движения лавины, созданной вблизи катода, до этой области каждая лавина, созданная вблизи области усиленного поля, успеет пересечь эту область, воспроизвестись при помощи фотоионизации, снова пересечь и т. д. На основании приведенных рассуждений можно говорить о возникновении самостоятельного разряда в области усиленного поля.

Для определения приближенного критерия пробоя в длинных искровых промежутках, заменяющего критерий (4.81), оценим электрическое поле, которое создают положительные ионы, оставленные первой лавиной электронов, после того как электроны поглотились анодом. Как следует из соотношения (5.29), при $r = 1/2\alpha_0$, $\rho = 1/16$ и максимальная величина добавочного поля на расстоянии $\sim 1/\alpha$ от анода приблизительно равна

$$E' = e\alpha_0^2 \exp(\alpha_0 d)/2. \quad (8.1)$$

Соотношение (5.29) было получено в предположении, что $\alpha_0 = \text{const}$.

Так как $\alpha_0 d$ велико (обычно порядка 20), то размер области усиленного поля $1/\alpha_0 \ll d$. Для того чтобы в этой области возник самостоятельный разряд, необходим коэффициент ионизации $\alpha \gg \alpha_0$. Это может быть только в том случае, если напряженность добавочного поля окажется порядка приложенного. Например, для пробоя воздуха, при уменьшении размера промежутка в 20 раз, требуется увеличение напряженности поля от 25% при $d = 20$ см до 100% при $d = 2$ см. Между тем из формулы (7.1) следует, что при $R_0 = 1/2\alpha_0$

$$E' = e \exp(\alpha_0 d)/8R_0^2. \quad (8.2)$$

Как следует из (5.52), при этом $e \exp(\alpha_0 d)/R_0^2 = E_0/6$. Следовательно,

$$E' = E_0/48.$$

Чтобы добавочное поле стало порядка приложенного, нужно, без учета уменьшения α , чтобы лавина прошла еще путь $\sim 3/\alpha_0 \div 4/\alpha_0$. Однако, как было показано в разд. 5.7, на этом пути лавина ионизирует в 2—3 раза слабее, поскольку она движется в поле, ослабленном зарядом ионов, переходя далее в стример. Таким образом, приравнявая $E' = E_0$, необходимо внести в выражение (7.2) существенную поправку. Нужно заменить $\exp(\alpha_0 d)$ на $\exp \int_0^d \bar{\alpha} dz$,

Сравнение теоретических значений пробивных напряжений, рассчитанных из критерия (8.6), с экспериментальными данными

| $d, \text{ см}$ | $U_{\text{теор}}, \text{ кв}$ | $U_{\text{эксп}}, \text{ кв}$ | $(\alpha_0 d)_{\text{теор}}$ | $(\alpha_0 d)_{\text{эксп}}$ |
|-----------------|-------------------------------|-------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| 1 | 34 | 31,6 | 20 | 17 |
| 2 | 61 | 58 | 21 | 20 |
| 3 | 86 | 85 | 22 | 24 |
| 5 | 135 | 138 | 23 | 25 |
| 10 | 255 | 265 | 24 | 49 |
| 15 | 372 | 386 | 26 | 54 |
| 20 | 486 | 510 | 26 | 60 |

где $\bar{\alpha}$ определяется соотношением (5.68). Так как $\bar{\alpha}$ существенно меняется лишь на последнем отрезке пути Δz , на котором заряд лавины должен возрасти примерно в 20—40 раз, то на этом пути среднее значение

$$\bar{\alpha} \Delta z \approx \ln 20 \div \ln 40 \approx 3 \pm 1. \quad (8.3)$$

Теперь можно записать

$$\int_0^d \bar{\alpha} dz = \int_0^{d-\Delta z} \alpha_0 dz + \int_{d-\Delta z}^d \bar{\alpha} dz = \alpha_0 (d - \Delta z) + \bar{\alpha} \Delta z = \alpha_0 d - h, \quad (8.4)$$

где $h = \Delta z (\alpha_0 - \bar{\alpha})$ и, согласно оценкам (5.68) и (8.3), $h = 5 \pm 1$.

Кроме того, вследствие перерастания лавины в стример часть электронов не поглощается анодом, и добавочное поле, создаваемое пространственным зарядом, поэтому еще несколько меньше. Это уменьшение, а также численный множитель 1/2 в выражении (8.1) можно включить в погрешность величины h , т. е. положить $\Delta h \approx 2$. Итак, условие пробоя теперь имеет вид

$$e \alpha_0^2 \exp(\alpha_0 d - h) = E_0. \quad (8.5)$$

Выражая отсюда d , получаем длину промежутка, соответствующую пробую при данной напряженности поля E_0 :

$$d = \frac{1}{\alpha_0} \left(h + \ln \frac{E_0}{e \alpha_0^2} \right). \quad (8.6)$$

Оценим погрешность в значении d вследствие неопределенности величины h , равной $\Delta h \approx \pm 2$. Полагая $E_0 \approx 3 \cdot 10^4 \text{ в/см} = 100 \text{ ед. CGSE}$, $\alpha_0 \approx 20 \text{ см}^{-1}$ и $e = 4,8 \cdot 10^{-10} \text{ ед. CGSE}$, получаем, что значение логарифма в выражении (8.6) по порядку величины равно

$$\ln \frac{100}{4,8 \cdot 10^{-10} \cdot 20} \approx 23.$$

Следовательно, неопределенность $\Delta h = \pm 2$ дает неточность d примерно $(2/28) \cdot 100\% \approx 7\%$.

Значения пробивных напряжений, рассчитанных по формуле (8.6), для воздуха при атмосферном давлении даны в табл. 8.1. Как видно из этой таблицы, наблюдается довольно хорошее согласие теории и эксперимента. Меньшие, чем экспериментальные, теоретические значения пробивных напряжений при $d = 1 \div 2$ см объясняются тем, что в принципе при этих длинах промежутков стример еще не образуется, и пробивное напряжение здесь следует рассчитывать из критерия (4.81). Действительно, при $d = 1$ см $E_0 = 31,6$ кВ/см и $\alpha = 17$ см⁻¹. При этом, как следует из (7.1), добавочное поле $E' \approx 540$ в/см = 1,6% E_0 . Ясно, что при такой напряженности добавочного поля стример не образуется и пробой происходит в соответствии с механизмом, подробно рассмотренным в разд. 4.7.

При больших длинах промежутков теоретические значения несколько меньше экспериментальных, причем расхождение не превышает 4—5%. Это расхождение, на первый взгляд незначительное, приводит к погрешности в длине промежутка примерно в 2/3 раза. Эту погрешность нельзя отнести за счет сделанных упрощений. Действительно, число, стоящее под знаком логарифма в выражении (8.6), порядка 10^{10} . Следовательно, чтобы d увеличилось в 2 раза, нужно «ошибиться» в выражении под знаком логарифма на множитель 10^{10} . При этом мало вероятно, чтобы погрешность заключалась в коэффициенте ионизации α , так как в эксперименте α измеряется с погрешностью до $\pm 20\%$. Поэтому, видимо, экспериментальные значения пробивных напряжений для больших длин промежутков преувеличены.

Это можно объяснить, во-первых, трудностью получения однородных полей в таких длинных промежутках, а также, например, такой оценкой. Для промежутка $d = 10$ см экспериментальное значение $\alpha_0 d$, согласно экспериментальному значению пробивного напряжения, достигает 50, т. е. число электронов в лавине при этом должно было бы быть $\sim e^{50} \approx 7 \cdot 10^{21}$, что на несколько порядков превышает количество атомов в объеме лавины диаметром $\sim 1/\alpha$. С другой стороны, уже на половине длины промежутка лавина создает поле порядка приложенного, и поэтому трудно представить, что при этих условиях пробой может не произойти.

8.2. Отклонения от закона Пашена

Легко заметить, что в критерии пробоя длинного искрового промежутка закон Пашена также не соблюдается. В разд. 8.1 использована экспериментальная зависимость $\alpha(E)$ для фиксированного давления. Если нужно получить зависимость пробивного напряжения от длины промежутка и давления, то следует решить систему уравнений (8.6) и (4.84).

При больших давлениях, когда $N\bar{v}_m\sigma\tau' \gg 1$, из (4.84) следует, что восстанавливается зависимость

$$\alpha = Nf(E/N). \quad (8.7)$$

Эта зависимость не нарушает закон Пашена, но тем не менее в выражении (8.6) содержится отклонение от закона Пашена. Действительно, обозначим в этом случае

$$\alpha_0/N = f(E_0/N) = \psi_0.$$

Тогда выражение (8.6) можно переписать в виде

$$Nd = \frac{1}{\psi_0} \left(b + \ln \frac{E_0 d/N}{e\psi_0^2 Nd} \right). \quad (8.8)$$

Так как зависимость $\psi_0 = f(E_0/N)$ не нарушает закон Пашена, то из (8.8) следует, что пробивное напряжение $U = E_0 d$ уже не является функцией произведения Nd и отклонение от закона Пашена содержится в множителе $1/N$, находящемся под знаком логарифма.

8.3. Сравнение с теорией Лёба и Мика

Предлагаемый критерий пробоя (8.5) для больших промежутков похож, вообще говоря, на критерий Мика (5.8) для малых промежутков. Согласно Мику, пробой наступает тогда, когда поле остова положительных ионов, оставленных первой лавиной электронов, порядка приложенного поля. Оценивая неправильно это поле, Мик дает критерий пробоя в виде

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{e\alpha}{r_0} \exp(\alpha d) = KE_0. \quad (8.9)$$

Чтобы получить согласие с экспериментом, Лёбу и Мику пришлось приравнять K не 1, а 0,2 и затем с изменением длины промежутка непрерывно изменять значение K . Так, для промежутка $d = 10$ см пришлось бы уже дать K значение порядка 10^5 . Поэтому Лёб и Мик считают, что при больших длинах промежутков критерий (8.9) перестает быть справедливым, и вводят новый критерий (критерий Лёба): для возникновения пробоя плотность ионов должна достигать значения $7 \cdot 10^{11}$ см⁻³, чтобы была достаточной плотность фотоионизации. В явном виде этот критерий выглядит так:

$$\alpha \exp(\alpha d)/(\pi r_0^2) = 7 \cdot 10^{11}. \quad (8.10)$$

Однако как условие самостоятельности разряда, так и условие образования стримера должны зависеть от полной интенсивности фотоионизирующего излучения, а не от его плотности, и поэтому критерий Лёба вряд ли имеет физический смысл. К тому же легко показать, что замена критерия Мика (8.9) на критерий Лёба (8.10) не может устранить расхождение с экспериментальными значениями пробивного напряжения, о котором говорилось в разд. 5.2.

Действительно, необходимо, чтобы по формуле (8.10) получилось значение пробивного напряжения примерно на 4—6% больше при размере промежутка $d = 10$ см (а при больших размерах промежутка еще больше). Но при $d = 10$ см пробивная напряженность поля $E = 25$ кВ/см и изменение напряженности на 4% изменяет значение α почти вдвое. Множитель $\exp(\alpha d)$, который равен приблизительно 10^9 , увеличивает левую часть критериев Мика и Лёба, записанных в виде

$$\frac{e}{KE} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{\alpha}{r_0} \exp(\alpha d) = 1; \quad (8.11)$$

$$\frac{1}{7 \cdot 10^{11}} \cdot \frac{\alpha}{\pi r_0^2} \exp(\alpha d) = 1, \quad (8.12)$$

примерно в 10^7 раз, тогда как предэкспоненциальные множители — одного порядка. Если подставить в выражения (8.11) и (8.12) значения параметров $E = 25$ кВ/см, $\alpha \approx 2$ см⁻¹, что соответствует данной напряженности поля, и $r_0 = 4,1 \cdot 10^{-2}$ см (это значение получено из условия $r_0 \sim \sqrt{d}$, и при $d = 1$ см $r_0 = 1,3 \cdot 10^{-2}$ см), то слева получим $2,4 \cdot 10^7$ и $2,3 \cdot 10^7$ соответственно. При увеличении d расхождение с экспериментом становится еще больше, и так как $r_0 \simeq \sqrt{d}$, то практически никакого различия между (8.11) и (8.12) не будет.

Далее Лёб и Мик применяют критерий Мика к промежутку длиной 1 см, когда пробой происходит вообще без образования стримера, и заменяют его в области больших длин промежутков, когда это и есть настоящая область применимости подобного критерия.

В развитой здесь теории критерий (8.5) применим для всех длин промежутков больше некоторой критической длины, а при длине меньше критической используется критерий пробоя в виде (4.81). Недостатком критерия (8.5) является то, что в него не входит явно коэффициент поглощения фотонов, поскольку фотонов, необходимых для образования вторичных электронов путем непосредственной фотоионизации или с помощью ионно-молекулярной химической реакции (4.37), всегда достаточно для развития разряда.

Введение в критерий пробоя закона поглощения фотонов, причем не одного, а нескольких, так как в усиленном поле есть несколько механизмов фотоионизации (см. разд. 6.1), безнадежно осложнило бы критерий и сделало бы его совершенно непригодным для практического применения.

8.4. Образование стримера несколькими лавинами

Лёб и Мик [1] дают следующее определение пробивного напряжения: напряжение является пробивным, если пробой происходит с временем ожидания 30 сек при плотности начального тока с катода 10^{-13} а/см². При такой плотности тока и действующей площади поверхности 1,6 см² катодом испускается один электрон в среднем

каждые 10^{-6} сек. В этом случае при длине разрядного промежутка $d = 1$ см напряженность поля $E = 31,6$ кв/см и $\alpha = 17$ см $^{-1}$. За время $t \approx 30$ сек на катоде возникают $3 \cdot 10^7$ электронных лавин с каждого $1,6$ см 2 его поверхности. Какова вероятность, что за произвольный промежуток времени Δt через площадку ΔS пройдет m электронных лавин?

Рассмотрим участок катода площадью ΔS , причем площадь всего катода S , а плотность тока электронов с катода j электрон/(сек \times см 2). Среднее число лавин, стартующих с произвольной площадки катода ΔS в произвольный момент времени Δt , будет в этом случае равно $j\Delta S\Delta t$. Необходимо определить вероятность того, что за произвольный промежуток времени от t до $t + \Delta t$ с произвольного места катода с площадью ΔS выйдут m электронных лавин. Эта вероятность дается формулой Пуассона

$$W(m) = e^{-\bar{m}} \bar{m}^m / m!, \quad (8.13)$$

где $\bar{m} = j\Delta S\Delta t$.

Так распределены числа m в различных ячейках объемом $\Delta S\Delta t$. Если всего у нас имеется $St/(\Delta S\Delta t)$ ячеек, то $\frac{St}{\Delta S\Delta t} W(m) = M$ — число ячеек, имеющих m лавин. Приравнявая величину M единице и решая получившееся уравнение относительно времени, получаем среднее время ожидания появления числа лавин m с произвольной площадки катода ΔS в произвольный отрезок времени Δt из всего времени t при площади катода S :

$$t = \frac{\Delta S\Delta t}{S} \cdot \frac{e^{\bar{m}} m!}{\bar{m}^m}. \quad (8.14)$$

Если для образования стримера требуется, чтобы за время Δt (время рассеивания положительных ионов) с площадки ΔS (в пределах которой сказывается действие пространственного заряда) вышло m лавин, то, подставляя сюда $\bar{m} = j\Delta S\Delta t$, получаем, что время ожидания такого случая равно

$$t = \frac{\Delta S\Delta t}{S} \cdot \frac{m! e^{S_0 \Delta t j}}{(\Delta S\Delta t j)^m}. \quad (8.15)$$

Если, например, $j\Delta t = 1$ см $^{-2}$, $\Delta S = 10^{-3}$ см 2 и $S = 1$ см 2 , то при $\Delta t = 10^{-6}$ сек время ожидания m лавин по одному пути за время Δt будет таково:

| | | | | | | |
|-----------|-----------|-------------------|---|------------------|------------------|---------------------|
| m | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| t , сек | 10^{-6} | $2 \cdot 10^{-3}$ | 6 | $2,4 \cdot 10^4$ | $1,2 \cdot 10^8$ | $7,2 \cdot 10^{11}$ |

За время ожидания $t \approx 30$ сек в приведенном выше случае по одному пути, наверняка, проходит три лавины раньше, чем положительные ионы сдвинутся на $0,1$ см.

Если Δt — время, за которое ионы приходят на катод, т. е. для сантиметрового промежутка $\Delta t \approx 10^{-5}$ сек, то получим, что за время ожидания ~ 30 сек встретится случай прохождения четырех лавин по одному пути, а в пределах площади 10^{-2} см² уже 6 лавин.

Естественно, что в этой ситуации возникает подозрение, что и при длине промежутка ~ 1 см мы имеем стримерный пробой, который начинается, однако, не одной лавиной, а происходит с помощью прохождения примерно 6 лавин по одному пути в пределах площади 1 мм² или 5 лавин в пределах площади $0,5$ мм².

Произведем соответствующие оценки. В разд. 5.4 было показано, что положительные ионы пространственного заряда создают дополнительное поле, максимальная напряженность которого равна $\sim ed^2 \exp(\alpha d)$. С другой стороны, так как напряженность поля убывает обратно пропорционально квадрату расстояния, а коэффициент ионизации α резко зависит от напряженности, можно считать, что остов ионов от каждой лавины действует независимо и дает приращение интегралу $\int_0^d \alpha dz$ лишь в небольшой области. Это приращение выразится формулой [см. формулу (5.3)]

$$\Delta(\alpha d) = \sum_i \frac{\alpha''}{2} \int_0^d (\Delta E_i)^2 dz \approx \sum_i \frac{\alpha''}{2} \int_{-\infty}^{\infty} (\Delta E_i)^2 d\xi_i, \quad (8.16)$$

где $\xi_i = z - z_i$; z_i — центр тяжести i -го остова; ΔE_i — напряженность поля i -го остова, имеющего приближенно один и тот же вид для всех остовов с точностью до множителя, подлежащего определению. Примем приближенно, что напряженность поля ΔE_1 по одну сторону лавины постоянна в пределах расстояния $\sim 1/\alpha$ и равна $e\alpha^2 \exp(\alpha d)$ внутри области и нулю вне ее; а по другую сторону лавины постоянна в пределах r_0 и равна $(e\alpha/r_0) \exp(\alpha d)$ внутри этих пределов и нулю вне их; r_0 — здесь можно считать диффузионным радиусом, так как рассматриваем случай, когда одна лавина создает поле много меньше внешнего. Тогда

$$\int_{-\infty}^{\infty} (\Delta E_1)^2 d\xi = \alpha^3 \left(1 + \frac{1}{\alpha r_0}\right) e^2 \exp(2\alpha d). \quad (8.17)$$

Приращение $\int_0^d \alpha dz$ от первого остова

$$\Delta_1 \left(\int_0^d \alpha dz \right) = \frac{\alpha''}{2} \alpha^3 \left(1 + \frac{1}{\alpha r_0}\right) e^2 \exp(2\alpha d). \quad (8.18)$$

Полагаем $\alpha = 17 \text{ см}^{-1}$; $d = 1 \text{ см}$; $r_0 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ см}$; $e = 4,8 \cdot 10^{-10}$ ед. СГСЭ $= 1,44 \cdot 10^{-7} \text{ в} \cdot \text{см}^2$; значение α'' можно оценить из соотношения (5.67), и оно равно $\sim 5 \cdot 10^{-7} \text{ см/в}^2$. Тогда

$$\Delta_1 \left(\int_0^d \alpha dz \right) \approx 0,05 = \eta. \quad (8.19)$$

Итак, вторая лавина приобретает дополнительное усиление $e^\eta = e^{0,05}$. Заряд остова ионов, оставленного второй лавиной, будет в e^η раз больше. Соответственно третья лавина, проходя через первый остов, приобретает усиление e^η , а проходя через второй остов — усиление $e^\eta e^{2\eta}$, итого $e^\eta (1+e^{2\eta})$. Оставленный ею остов будет иметь заряд в $e^\eta (1+e^{2\eta})$ раз больший. Рассуждая аналогично, приходим к тому, что заряд, оставленный четвертой лавиной, возрастает в

$$e^\eta [1 + e^{2\eta} (1 + e^{2\eta})] \text{ раз}; \quad (8.20)$$

а пятой — в

$$e^\eta \left\{ 1 + e^{2\eta} \left[1 + e^{2\eta} e^{2\eta} + e^{2\eta} e^{2\eta} (1 + e^{2\eta}) \right] \right\} \text{ раз}. \quad (8.21)$$

При $\eta = 0,05$ множитель пятой лавины дает $e^{0,23}$. Если $\eta = 10^{-1}$, то множитель пятой лавины равен $e^{0,55}$, а для шестой — $e^{0,85}$. Только при $\eta = 0,2$ множитель для пятой лавины становится равным $e^{1,92}$, а для шестой очень велик: $\sim e^{11,2} \approx 10^5$. Но ошибиться в 4 раза в оценке η мы не могли.

Подтверждением полученному результату служат эксперименты Фукса [2] и Уайта [3], которые не наблюдали в этих условиях изменения пробивного напряжения при уменьшении тока от 10^{-13} а/см^2 до 10^{-17} а/см^2 . Кроме того, как следует из (8.15), если бы это был стримерный пробой, образованный несколькими лавинами, при плотности тока с катода 10^{-17} а/см^2 [или 100 электронов / ($\text{см}^2 \cdot \text{сек}$)], нам пришлось бы ждать пробоя бесконечно долго.

Однако в более длинных промежутках благодаря возможности образования стримерного пробоя путем прохождения нескольких лавин стримерный пробой может начаться при меньших длинах промежутков, чем это следует из развитой в гл. 5 и 8 теории, или, другими словами, пробивное напряжение длинного искрового промежутка может оказаться меньше. Этот вопрос нуждается еще в дополнительном исследовании.

8.5. Коронный разряд

Если один или два электрода имеют малый радиус кривизны поверхности или резко различны по размерам, то вблизи одного или обоих электродов может образоваться область пробивного поля даже тогда, когда на электроды подано напряжение, значительно более низкое, чем то, которое необходимо для пробоя всего разрядного промежутка.

В этом случае пробой начинается в области усиленного поля вблизи электродов, ионизация и свечение газа происходят лишь в тонком слое вблизи электрода с малым радиусом кривизны. Этот слой называют *коронной*, или *коронирующим слоем*. Вне коронирующего слоя ударной ионизации не происходит, так как поля там слабы и ток осуществляется движением положительных и отрицательных ионов. Эта область называется *внешней областью коронного разряда*.

Толщина коронирующего слоя и сила тока растут с увеличением прикладываемого напряжения, и при достижении определенного для данного промежутка напряжения коронный разряд может перейти в искровой и пробить весь промежуток.

Корона наблюдается при различных давлениях и в разных газах, однако наиболее отчетливо она выражена при относительно высоком давлении (порядка атмосферного). Так называемые «огни святого Эльма» — это коронный разряд на громоотводах и мачтах кораблей. Часто наблюдается корона на высоковольтных линиях передач.

Физика процессов, происходящих при коронном разряде, довольно сложна и до конца еще не выяснена. В нашу задачу не входит подробное рассмотрение вопроса о коронном разряде, так как этот вопрос заслуживает написания отдельной книги, и потому лишь кратко рассмотрим физические процессы, протекающие вблизи коронирующих электродов различной полярности в воздухе.

Пусть имеется разрядный промежуток острие — плоскость и на острие подан отрицательный потенциал. Когда поле на отрицательном острие становится достаточно сильным, случайный положительный ион при ударе о катод может выбить вторичный электрон, и этот электрон, удаляясь от катода, ионизирует газ и образует электронную лавину. В сильном поле вблизи острия электрон производит усиленную ионизацию, и число электронов в одной лавине можно рассчитать по формуле

$$n = \exp \left[\int \alpha(z) dz \right]. \quad (8.22)$$

Лавина оставляет за собой след положительных ионов, частично экранирующих поле острия. Кроме этого, поле острия быстро падает с удалением от него. Поэтому электроны быстро теряют энергию и благодаря прилипанию образуют отрицательные ионы O_2^- , которые медленно дрейфуют к аноду. Положительные ионы дрейфуют к катоду и с некоторой вероятностью могут выбить из него вторичные электроны. Одновременно с ионизацией образуется большое число возбужденных молекул, причем некоторая часть из них излучает фотоны, способные производить фотоионизацию. Если поля очень сильные, то электроны могут возбуждать ионы, которые затем испускают фотоионизирующее излучение. Эти фотоны могут также выбивать электроны из катода в результате фотоэффекта. Некоторый вклад в образование вторичных электронов дают также метастабильные молекулы, дрейфующие к катоду.

Таким образом, в случае коронного разряда можно, по-видимому, пользоваться условием самостоятельности разряда Таунсенда с учетом зависимости $\alpha(z)$. Это условие теперь будет иметь вид

$$\gamma \left(\exp \left[\int_r^{a+r} \alpha(z) dz \right] - 1 \right) = 1. \quad (8.23)$$

Здесь γ включает все возможные процессы, ведущие к выбиванию электронов из катода; a — отсчитанная вдоль силовой линии поля ширина слоя, в котором напряженность поля достаточно велика для ионизации электронным ударом; r — радиус кривизны острия. Когда поле положительного пространственного заряда становится достаточно большим, оно практически полностью экранирует поле острия, и ионизация прекращается. Ток при этом сильно уменьшается. Положительные ионы приходят на катод, уменьшая тем самым поле пространственного заряда. Когда к катоду подходят последние ионы, поле опять становится сильным, и эти ионы выбивают электроны, давая начало новым электронным лавинам, и т. д.

Процесс повторяется периодически, причем период зависит от напряженности поля, удаляющего положительные ионы. Таким образом, возникают пульсации тока, наблюдаемые экспериментально [4]. Эти пульсации получили в литературе название импульсов Тричела.

При давлениях порядка атмосферного таунсендовский процесс ионизации, который характеризуется коэффициентом γ , может и не быть основным процессом, обуславливающим повторение импульсов. Это подтверждается экспериментами Беннета [5], в которых было установлено, что начальное напряжение появления импульсов Тричела практически не зависит от материала острия. В этом случае механизм, ответственным за появление вторичных электронов, по-видимому, является фотоионизация газа.

Картина развития разряда выглядит при этом так. Начальные электроны или один начальный электрон, двигаясь в усиленном поле острия, производят возбуждение и ионизацию газа, образуя лавину, движущуюся от острия. Головка лавины непрерывно излучает фотоны. Вторичные электроны, образованные в результате фотоионизации вблизи острия, дают начало новым лавинам, и таким образом возникает самоподдерживающийся разряд.

В этом случае напряжение зажигания самоподдерживающейся короны можно приближенно рассчитать, используя критерий типа (4.81) с учетом зависимости $\alpha(z)$:

$$\frac{T\bar{\alpha}^*}{(T+\tau)r} \cdot \frac{\exp \left[\int_r^{a+r} \alpha(z) dz \right]}{3\bar{\alpha}_z^2 d \sqrt{\pi \kappa_0 d}} = 1. \quad (8.24)$$

Здесь сохранены все прежние обозначения: $\bar{\alpha}_z$ — среднее значение коэффициента ионизации в коронирующем слое.

Визуально при коронном разряде с отрицательного острия наблюдается следующая картина. Вблизи катода существует узкое темное пространство, которое обусловлено недостатком ионизации и возбуждения на первых длинах свободного пробега электронов, образованных вблизи катода. Затем следует яркое разрядное свечение, созданное лавинами, т. е. непосредственно коронирующий слой. Яркость и размер этого слоя возрастают с увеличением поля. Далее, в области, где электроны замедляются, опять существует большое темное пространство с незначительной ионизацией. Еще далее, там, где электроны прилипают к молекулам, можно видеть слабое свечение, обусловленное накоплением отрицательного пространственного заряда. Последовательность событий, происходящих в коронном разряде, показана на рис. 8.1.

Таким образом, разряд с отрицательного острия представляет собой самогасящееся явление, обусловленное быстрым убыванием поля вдали от острия, а также накоплением положительного пространственного заряда.

При увеличении поля возможно превращение отрицательной короны в анодный стример. Электроны производят сильную ионизацию, образуя мощную лавину. Передние электроны, находясь в усиленном поле, способствуют прорастанию стримера к аноду, а задние тормозятся положительными ионами и нейтрализуют их, образуя проводящую квазинейтральную плазму. Электрическое поле оказывается сосредоточенным на фронте стримера, и получается электрическая волна с максимумом амплитуды на головке стримера. При достаточно сильном поле стример может пересечь весь промежуток и образовать искру.

Если подать на острие положительный потенциал, то случайный электрон, образованный вблизи положительного острия, движется к нему, образуя лавину электронов и положительных ионов. Ионы дрейфуют к катоду — плоскости — и выбивают из него электроны. Электрон, вылетающий из катода, находится в слабом поле и прилипает к молекуле, образуя отрицательный ион, который медленно дрейфует к острию. На расстоянии несколько длин свободных пробегов от острия поле становится достаточно сильным [из экспериментов Лёба [1] следует, что должно быть $E/p \approx 90 \text{ в/(см} \cdot \text{мм} \cdot \text{пт. см.)}$], чтобы разрушить отрицательный ион. Образованный при этом электрон даст начало новой лавине и т. д.

Существование положительной короны даже в том случае, когда плоскость — катод — находится далеко, говорит о том, что здесь также в образовании вторичных электронов большую роль играет фотоионизация газа собственным излучением.

Лёб [6] записал условие появления самоподдерживающейся положительной короны по аналогии с условием самостоятельности разряда с фотоионизацией газа в качестве вторичного механизма:

$$\int_r^{a+r} \beta \exp \left(\int_r^z \alpha(z) dz \right) = 1. \quad (8.25)$$

Здесь r — радиус конца острия; β — вероятность возникновения электрона при поглощении фотоионизирующего фотона лавины на расстоянии от поверхности острия, превышающем a ; a — расстояние от острия, на котором первый коэффициент ионизации Таун-

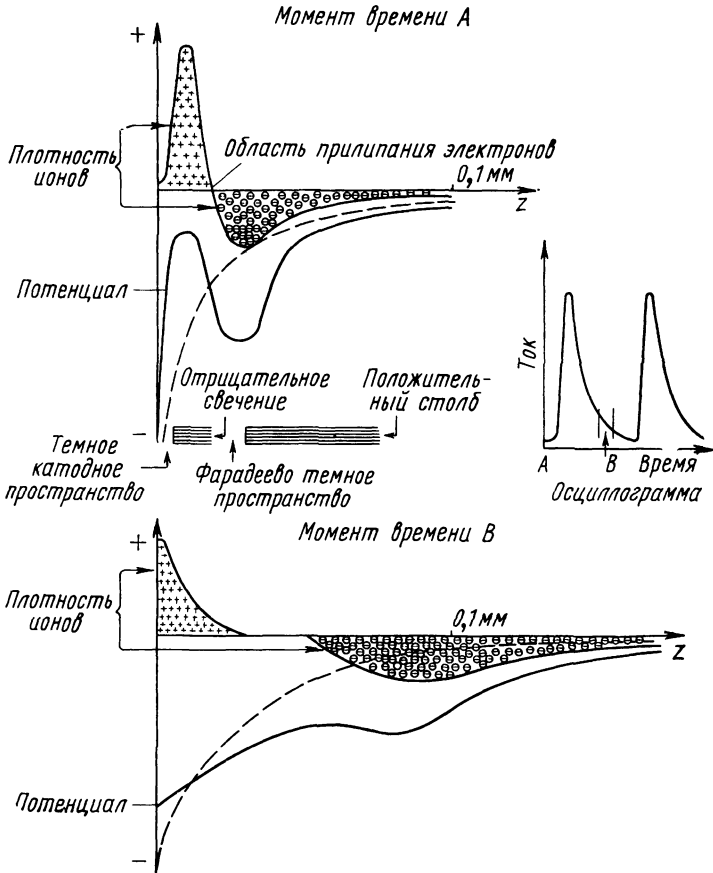


Рис. 8.1. Схематическое изображение распределения плотности ионов, потенциала, формы импульса и визуальной картины разряда в случае отрицательной короны с острия:

----- падение потенциала при отсутствии короны [7]

сенда α становится очень малым (по расчетам Лёба, это расстояние, на котором $\alpha \sim 1$); f — отношение числа фотоионизирующих фотонов к числу электронов в лавине.

Условие Лёба (8.25) можно считать правильным только в том смысле, что в нем заложены реальные физические процессы, протекающие в положительной короне, но его явный вид не позволяет вести конкретный расчет, так как Лёб ничего не говорит о природе фотоионизирующего излучения и его законе поглощения.

С нашей точки зрения, напряжения зажигания положительной короны можно получить также из условия (8.24), так как механизм фотоионизации здесь, по-видимому, тот же, т. е. ионно-молекулярная химическая реакция вида (4.37). Это предположение подтверждается тем, что согласно экспериментальным данным потенциалы зажигания отрицательной и положительной короны в воздухе примерно одинаковы. Правда, в других газах эти потенциалы различаются, причем в некоторых на заметную величину. Это можно объяснить тем, что в этих газах сечение реакции (4.37), по-видимому, мало и катодные процессы начинают играть более значительную роль в пробое. В этом случае для отрицательной короны формула (8.23) более предпочтительна. Для положительной короны и в этом случае критерий (8.24) остается верным, так как процессы на катоде аргон не участвуют в разряде.

При достаточно сильном поле вблизи положительного острия случайный электрон вызывает возбуждение и ионизацию газа. Электроны лавины притягиваются к острию, оставляя положительные ионы, которые образуют как бы продолжение острия. Фотоэлектроны, образованные вблизи этого квазиострия, дают начало новым лавинам, вливающимся в канал квазиострия. Таким образом возникает коронный стример. Благодаря меньшей кривизне квазиострия из-за диффузии и кулоновского расталкивания поле у его поверхности оказывается меньше, и в конце концов на некотором расстоянии от острия стример затухает.

Визуально, при достижении напряжения зажигания самоподдерживающейся короны, наблюдается следующая картина. Сначала, пока напряжение равно минимальному значению зажигания, наблюдается так называемая вспышечная прерывистая корона, характеризующаяся возникновением на осциллограммах характерных коронных импульсов Тричела. Появление этих импульсов имеет ту же природу, что и в отрицательной короне, с тем отличием, что поле острия экранируется теперь отрицательными ионами. Подтверждение этому факту состоит в том, что в газах, молекулы которых обладают малым сродством к электрону, импульсы Тричела не наблюдаются, а добавление даже небольшой примеси O_2 сразу ведет к появлению таких импульсов.

Прерывистая корона представляет собой яркое голубое свечение около острия, причем, если напряжение примерно на 50—150 в выше минимального, появляются предначальные стримеры, которые существуют до появления устойчивой, самоподдерживающейся вспышечной короны. При дальнейшем увеличении напряжения стримеры, вызывающие вспышечный импульс, образуют пространственный заряд, экранирующий поле острия, что препятствует возникновению новых стримеров. Дальнейшее увеличение напряжения приводит к возрастанию частоты повторения вспышечных импульсов (каждый из них подавляется собственным пространственным зарядом). Самоподдерживающаяся корона между последовательными импульсами не исчезает.

При еще более высоких полях возможно образование катодного стримера, способного распространиться на большие расстояния и вызвать пробой всего промежутка.

Для того чтобы пользоваться любым из критериев зажигания короны, надо знать явную зависимость $\alpha(z)$, которая может быть получена, если известно распределение поля в промежутке. Приведем поэтому ряд формул для поля в зависимости от геометрии разрядного промежутка.

Если рассматривать острие, как половину вытянутого вдоль направления поля эллипсоида вращения, который расположен на эквипотенциальной поверхности электрода, то поле вокруг полуэллипсоида за счет электрического изображения его в электроде будет таким же, как в отсутствие электрода оно было бы от целого эллипсоида, т. е., как легко получить из (6.51),

$$E = E_0 \frac{a/r}{\ln [(2/e) \sqrt{a/r}]} . \quad (8.26)$$

Здесь a — длина большой полуоси эллипсоида; r — радиус кривизны его концов.

Для боковых точек эллипсоида эту величину следует умножить на косинус угла между нормалью поверхности эллипсоида и осью z [8] (ось z направлена вдоль поля):

$$\cos(n, z) = \frac{z/a^2}{\sqrt{z^2/a^4 + (1/ar)(1 - z^2/a^2)}} . \quad (8.27)$$

При $a \gg r$ это выражение можно переписать в виде

$$\cos(n, z) = \frac{\sqrt{ar} z}{a \sqrt{a^2 - z^2}} . \quad (8.28)$$

Вдали от вершины эллипсоида $z^2 \ll a^2$ и

$$E = \frac{z}{\sqrt{ar}} \cdot \frac{E_0}{\ln [(2/e) \sqrt{a/r}]} . \quad (8.29)$$

Таким образом, электрическое поле оказывается усиленным не только вблизи вершины эллипсоида, но в меньшей степени и по всей его длине.

Пусть теперь к разрядному промежутку шириной d между острием и плоскостью приложена некоторая разность потенциалов V . Наличие эллипсоидального острия вызывает усиление этого поля по сравнению с однородным $E_0 = V/d$ примерно в $\frac{a/r}{\ln [2/e \sqrt{a/r}]}$ раз. Следовательно, напряженность поля у острия может достигнуть пробивного значения уже тогда, когда средняя напряженность E_0 еще гораздо меньше пробивного значения. Вблизи острия создаются условия для пробоя, т. е. для свечения и ионизации, и острие начинает коронировать.

Распределение поля в разрядном промежутке при наличии эллипсоидального острья может быть найдено по формуле [8]

$$E = E_0 \left(1 - \frac{\ln \frac{z+f}{z-f} - \frac{2fz}{z^2-f^2}}{2 \ln \left(\frac{2}{e} \cdot \frac{f}{r} \right)} \right), \quad (8.30)$$

где f — фокусное расстояние эллипсоида.

Напряженность поля между коаксиальными цилиндрами рассчитывается по формуле [7]

$$E = \frac{V}{r \ln (R_2/R_1)}, \quad (8.31)$$

где V — разность потенциалов между цилиндрами; r — расстояние от оси цилиндров; $R_1 < r < R_2$; R_1 и R_2 — радиусы внутреннего и внешнего цилиндра соответственно.

Напряженность поля E на расстоянии z от параболического острья вдоль общей оси двух параболических электродов можно вычислять по формуле [7]

$$E = \frac{V}{\ln (f/F)} \cdot \frac{1}{z+f}, \quad (8.32)$$

где f — фокусное расстояние острья; F — фокусное расстояние параболоида с большим радиусом кривизны.

В промежутке, образованном гиперболическим острием с радиусом кривизны r и плоскостью, напряженность поля на расстоянии z от острья [7]

$$E = \frac{2V}{r \lg (4a/r)} \cdot \frac{r}{r+z}, \quad (8.33)$$

где a — расстояние между острием и плоскостью; V — потенциал острья.

Расчет напряжения зажигания короны представляет собой весьма сложную задачу, так как нет надежных данных о всех параметрах, входящих в критерии пробоя. Положение здесь усложняется еще тем, что вблизи острья при наличии резкой неоднородности поля электроны могут не достигать своего конечного распределения по энергии, и поэтому функция $\alpha(z)$ может нуждаться в поправке. По оценкам Мортон и др. [7], этот эффект наблюдается, когда характерный размер неоднородности поля достигает 2,5% средней линии свободного пробега электрона.

8.6. Распространение стримера в неоднородном поле

Теория распространения стримера, подробно рассмотренная в гл. 6, пока еще не обобщена на случай движения стримера в неоднородном поле. Из последних работ в этой области следует отметить

работу Райта [9], который вывел соотношения для некоторых параметров стримера из рассмотрения роста высокопроводящего нитевидного канала, распространяющегося в промежутке от электрода, имеющего форму острия. Однако Райт без количественного обоснования выбирает механизм образования вторичных электронов, основанный на фотоионизации кислорода высоковозбужденными молекулами азота. Так как в конечные результаты Райта входит неопределенный параметр, определяющий этот механизм, это ставит под сомнение правильность полученных формул.

В настоящее время в литературе идет дискуссия о том, связан ли катодный стример, движущийся от острия, через высокопроводящий канал с электродом или он распространяется за счет сильного собственного поля. В этом плане интересна модель распространения стримера, предложенная Даусоном и Винном [10].

Пусть имеется разрядный промежуток острие — плоскость. Предположим, что вблизи острия поле настолько сильное, что выполняется условие образования стримера. Следует выяснить, на какое расстояние сможет распространиться этот стример в область слабого поля по направлению к плоскости.

Даусон и Винн [10] рассмотрели предельный случай, когда стример прорастает в область нулевого поля только за счет сильного поля на своей головке, а проводимость канала за головкой стримера считается пренебрежимо малой, что позволяет считать головку изолированной от анода (в их модели анод — острие, катод — плоскость).

Пусть в данный момент времени головка катодного стримера представляет собой положительно заряженную сферу радиусом r_0 . Стример распространяется в область нулевого поля за счет входящих в его головку электронных лавин, образованных посредством фотоионизации и последующего размножения в поле стримера. В этом случае количество электронов в лавине нарастает по закону

$$n = \exp \int_{r_2}^{r_1} \alpha(r) dr, \quad (8.34)$$

а радиус лавины, по мнению Даусона и Винна, определяется диффузией с учетом неоднородности поля

$$r = \sqrt{6 \int_{r_2}^{r_1} (D/u) dr}. \quad (8.35)$$

Здесь u — дрейфовая скорость электронов; r_1 — расстояние, на котором образовался одиночный фотозэлектрон; $r_2 \gg r_0$.

Для распространения стримера в нулевом поле Даусон и Винн требуют выполнения следующих условий: 1) число новых положительных ионов, образуемых электронной лавиной, должно быть равно n_0 — числу ионов в первичной сфере; 2) диффузионный радиус лавины r не должен превышать радиуса первичной сферы r_0 ;

Некоторые результаты расчетов для воздуха при атмосферном давлении, сделанные на основании модели Даусона и Винна

| Число зарядов | 10^6 | 10^7 | 10^8 | 10^9 |
|---|--------|--------|--------|--------|
| $r_1, 10^{-3}$ см (задается) | 2,5 | 7,9 | 25 | 79 |
| $r_2, 10^{-3}$ см (вычисляется) | 0,1 | 0,63 | 6,0 | 29 |
| $r_0, 10^{-3}$ см (вычисляется) | 1,0 | 1,59 | 2,7 | 4,8 |

3) лавина должна успевать нарастать до необходимой величины прежде чем две заряженные области начнут перекрываться, т. е. $2r_0 \leq r_2$.

Процедура расчета заключалась в выборе значения n_0 и вычисления по этому значению напряженности электрического поля как функции r . Затем выбирались функции $\alpha(r)$, $u(r)$ и $D(r)$ и проводилось численное интегрирование в формулах (8.34) и (8.35) в пределах от r_1 до такого r_2 , при котором $n = n_0$. Поскольку Даусон и Винн не задавали конкретного механизма фотоионизации и закона поглощения фотоионизирующего излучения, выбор ими значения r_1 является недостаточно обоснованным. Результаты расчета для воздуха при атмосферном давлении даны в табл. 8.2.

Как видно из табл. 8.2, условие $2r_0 \leq r_2$ начинает выполняться только при $n = 10^8$. Отсюда делается вывод, что сфера, содержащая 10^8 ионов и имеющая радиус $3 \cdot 10^{-3}$ см, будет самопроизвольно двигаться в нулевом поле. Расстояние, которое проходит стример до затухания, Даусон и Винн оценивают из закона сохранения энергии. Электростатическая энергия n_0 зарядов, содержащихся в сфере радиусом r_0 , порядка $n_0^2 e^2 / 2r_0$. Потеря энергии на образование n_0 пар ионов равна $n_0 V_i$, где V_i — потенциал ионизации молекулы газа. Кроме того, имеются потери энергии на возбуждение. Если считать потери энергии на ионизацию и возбуждение приблизительно равными, то полная потеря энергии на образование каждой новой сферы при $n_0 \approx 10^8$ равна примерно $4,8 \cdot 10^{-3}$ эрг, тогда как при $n_0 \approx 10^8$ и $r_0 \approx 2,7 \cdot 10^{-3}$ см $U = n_0^2 e^2 / 2r_0 \approx 4,3 \cdot 10^{-1}$ эрг. Таким образом, доля теряемой энергии при образовании новой сферы зарядов $\varphi \approx 10^{-2}$.

Если U_1 — энергия заряженной сферы, входящей в область нулевого поля; U_2 — энергия сферы в конце движения; g — число образованных сфер до затухания стримера, то можно записать

$$(1 - \varphi)^g = U_2 / U_1. \quad (8.36)$$

Полная длина стримера l в этом случае

$$l = r_2 g. \quad (8.37)$$

Если принять, что стример затухает, когда величина n_0 падает на порядок, то при этом $U_2/U_1 = 10^{-2}$ ($U \sim n_0^2$). Из выражения (8.36) тогда получаем, что $g = 458$, а из (8.37) следует, что длина стримера при $r_2 = 6,0 \cdot 10^{-3}$ оказывается равной примерно 3 см.

Авторы приводят также формулу, позволяющую оценить полную длину стримера в зависимости от потенциала анода. Эту формулу они получают из весьма грубого приближения равенства прироста энергии от поля и потери энергии на возбуждение и ионизацию для некоторых средних чисел зарядов в области сильного и слабого полей. Причем считается, что прирост энергии идет только на небольшом отрезке вблизи анода, а далее головка стримера от анода изолирована. Например, если в области сильного поля среднее число зарядов $n = 5 \cdot 10^8$, а в области слабого — 10^8 , то

$$5 \cdot 10^8 \text{ eV} = (1 + \theta)eV_i l \cdot 10^8/r_2. \quad (8.38)$$

Здесь θ — доля энергии, идущая на возбуждение по отношению к доле, идущей на ионизацию (в расчетах принималось $\theta = 1$); V_i — потенциал ионизации; V — потенциал анода.

Оценки длин стримеров, рассчитанных из (8.37) и (8.38), имеют тот же порядок величины, что и наблюдаемые в эксперименте. Однако сами авторы считают, что этому не следует придавать большого значения, так как в процессе вывода этих соотношений было сделано много произвольных и необоснованных приближений. В частности, не учитывалось кулоновское расталкивание электронов, и радиус стримера в этой модели меньше даже обычного наблюдаемого диффузионного на порядок!

Но, пожалуй, наиболее важный вывод, который делают авторы, заключается в том, что они нашли экспериментальное доказательство изолированности головки стримера от прямого влияния анодного напряжения, как только она выходит за пределы области сильного поля. По мнению большинства исследователей [9, 11, 12], канал стримера имеет высокую проводимость, и его влияние на развитие стримера велико. Вследствие высокой проводимости канала головка стримера в условиях, близких к пробивным, как бы переносит значительную часть анодного потенциала в разрядный промежуток. Эксперименты Нассера [11, 13] подтверждают это мнение.

Однако Даусон и Винн считают, что результаты Нассера можно интерпретировать и с точки зрения их модели, и предлагают контрольный эксперимент, который, как они считают, должен окончательно ответить на вопрос, какая из точек зрения является правильной. Эксперимент заключается в том, что на анод подается короткий импульс высокого напряжения с амплитудой 40 кВ, длительностью 40 нсек и с крутыми передним и задним фронтами. После окончания импульса стример должен остановиться, если считать, что он связан с анодом через канал, или продолжать движение, если верно предположение Даусона и Винна об изолированности головки стримера от анода. Оказалось, что после снятия импульса головка стримера продолжает еще двигаться около 35 нсек.

Кроме того, Даусон и Винн провели еще один эксперимент. Четыре плоских кольца внутренним диаметром 1,5 см, внешним диаметром 4 см и толщиной 0,2 см были расположены в воздухе коаксиально на расстоянии $\sim 1,2$ см друг от друга. В 1 см от первого кольца коаксиально с ним был расположен игольчатый анод, к которому прикладывался импульс высокого напряжения длительностью $3 \cdot 10^{-7}$ сек. Этот импульс инициировал стример, который легко достигал отверстия в первом кольце, игравшем роль катода. Посредством системы кабелей анодный импульс передавался последовательно к первому, второму, третьему и четвертому кольцам в предполагаемый момент подхода головки стримера к соответствующему кольцу, действующему в этом случае как мгновенный катод. По мнению Даусона и Винна, если головка стримера изолирована от анода, то такая последовательность импульсов должна значительно увеличивать длину стримера за счет сообщения головке дополнительной энергии в момент прохождения колец. Действительно, наблюдалось увеличение длины стримера от 3 до 8 см. Из-за статистических флуктуаций более значительного удлинения стримеров получить не удалось.

Все же, по нашему мнению, из экспериментов Даусона и Винна нельзя сделать однозначный вывод об изолированности головки стримера от анода, так как после снятия напряжения с разрядного промежутка стример может продвинуться еще на некоторое расстояние за счет запасенной в нем энергии, даже если до этого он распространялся благодаря переносу потенциала анода через высокопроводящий канал. Кстати, длину пути, которую сможет пройти стример после снятия напряжения, можно грубо оценить из этой же модели Даусона и Винна.

8.7. Пробой в неоднородном поле

Если поле неоднородно, например, в промежутке между двумя шарами, то пробивное напряжение для разрядных промежутков, таких, что $pd \leq 200$ мм рт. ст. · см, можно рассчитать из критерия (8.23) либо из критерия (8.24), когда $pd \geq 200$ мм рт. ст. · см, но d не очень велико.

В более длинных промежутках следует учитывать влияние пространственного заряда. Мик распространил свой критерий (5.8) на область неоднородного поля [7]. В этом случае этот критерий записывается в виде

$$5,3 \cdot 10^{-7} \frac{\alpha_z \exp \int_0^z \alpha(z) dz}{(z/p)^{1/2}} = KE_0. \quad (8.39)$$

Здесь α_z — коэффициент ионизации, соответствующий полю у головки лавины; $K \simeq 1$.

Минимальное пробивное напряжение Мик вычислял в предположении, что переход лавины в стример происходит в момент достижения лавиной анода, т. е. полагая в (8.39) верхний предел интегрирования равным длине промежутка. Расчеты Мика оказались в удовлетворительном согласии с экспериментом, однако при увеличении расстояния между шарами примерно до половины диаметра шаров (диаметр шаров был ~ 25 см) для согласия с экспериментом Мику пришлось брать интеграл в (8.39) не по всему промежутку, а только по половине его длины.

Мик объясняет это тем, что лавина переходит в стример в середине промежутка, а стример далее самостоятельно пробивает оставшуюся часть промежутка. Согласию расчетов Мика с экспериментом нельзя придавать особого значения, так как все, что было сказано относительно теории Лёба и Мика в применении к пробое в однородном поле, остается в силе и для неоднородного.

В принципе критерий пробоя (4.81) можно также распространить на пробой в неоднородном поле, если записать его в виде

$$\frac{\bar{\alpha}^* T}{T + \tau} \frac{\int_0^d \exp \alpha(z) dz}{3\bar{\alpha} \sqrt{\pi \kappa_0 d}} = 1. \quad (8.40)$$

Здесь сохранены обозначения разд. 1 этой главы, а α_z имеет тот же смысл, что и в (8.39). Расчеты пробивного напряжения по формуле (8.40) показали, что здесь наблюдается хорошее согласие с экспериментом.

При дальнейшем увеличении длины промежутка до четырех диаметров шаров и более, а также в промежутках с резко различающимися электродами (типа острие — плоскость) при увеличении напряжения сначала появляется коронный разряд, и только при дальнейшем увеличении напряжения наступает пробой. Пробивное напряжение для таких промежутков можно рассчитать только на основе теории распространения стримеров в неоднородном поле, однако минимальное напряжение появления стримеров в коронном разряде можно по-прежнему рассчитывать по формуле (8.40).

Следует отметить, что это напряжение будет отлично для высоковольтных острий различной полярности в силу различия физических процессов, протекающих вблизи них при пробое. У положительного острия лавина, образованная фотоэлектроном, развивается из области с малой напряженностью поля в область большой напряженности, и поэтому нарастание лавины идет эффективно. Электроны уходят в анод, а положительные ионы образуют пространственный заряд и как бы удлиняют острие, тем самым способствуя образованию стримера.

В случае отрицательного высоковольтного острия фотоэлектроны образуются вблизи острия и сначала размножаются в сильном поле, а потом в слабом. Поэтому рост лавины здесь менее эффективен. Кроме того, положительные ионы вблизи отрицательного

острия экранируют поле и затрудняют образование стримера. Таким образом, поле, необходимое для появления стримера вблизи отрицательного острия, должно быть больше, чем вблизи положительного. Как показывает эксперимент [14], вблизи положительного острия стримеры появляются при напряженности поля ~ 550 в/см, а вблизи отрицательного ~ 9000 в/см.

Для расчета пробивных напряжений таких промежутков в настоящее время используют некоторые полуэмпирические соотношения, которые имеют различный вид для разных газов, разных давлений и разной геометрии поля. Так, Педерсен [15, 16] предложил для воздуха при атмосферном давлении полуэмпирическое соотношение вида

$$\ln \alpha_z + \int_0^z \alpha(z) dz = \ln \alpha_0 + \alpha_0 z, \quad (8.41)$$

где α_z — значение α вблизи головки лавины длиной z , при которой достигается критическое число ионов для начала самостоятельного пробоя.

Правая часть в (8.41) вычисляется из экспериментальных данных по пробую в однородном поле, а левую часть можно оценить, если известно электростатическое распределение неоднородного поля. С помощью (8.41) Педерсену удалось предсказать минимальное значение пробивного напряжения для промежутков сфера — сфера.

Однако для газа SF_6 также в промежутке сфера — сфера условие (8.41) пришлось несколько видоизменить:

$$\int_0^z (\alpha - \eta) dz = \text{const}, \quad (8.42)$$

где η — коэффициент прилипания, а значение константы зависит от давления газа. Имеются еще различные вариации этого критерия. Например, Блэкет и др. [17] предлагают для SF_6 критерий

$$\ln(\alpha - \eta) + \int_0^z (\alpha - \eta) dz = \text{const}. \quad (8.43)$$

Ясно, что наличие такого рода критериев говорит о слабости теории и необходимости дальнейших теоретических и экспериментальных исследований. Отметим, что большое количество расчетов пробивных напряжений с помощью таких полуэмпирических соотношений было выполнено Разевигом и др. [18, 19].

8.8. Разряд молнии

Общая картина. Молния — это мощный кратковременный электрический разряд, длина которого может достигать нескольких километров. Разряд молнии обычно возникает между грозовым облаком, несущим большой электрический заряд, и землей, а также

между двумя облаками или внутри облака. В книге Юмана «Молния» [20] собрано большое количество экспериментальных данных, обсуждены различные гипотезы относительно механизма разряда молнии и дана подробная библиография, поэтому здесь лишь кратко рассмотрим современное состояние физики молнии.

Наиболее вероятное распределение зарядов в типичном облаке, согласно исследованиям Мэлана [21] в Южной Африке, имеет вид, изображенный на рис. 8.2. Чаще всего на стороне облака, обращен-

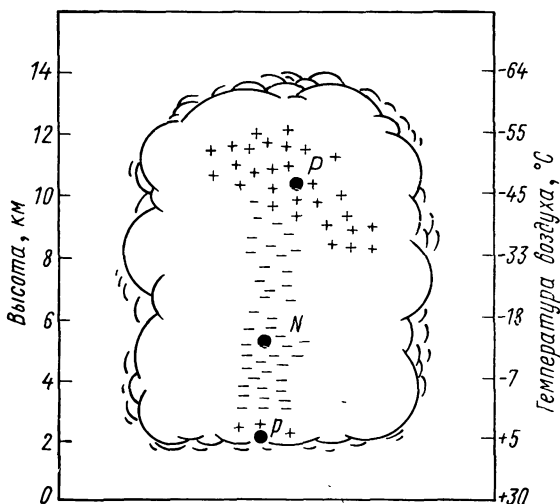


Рис. 8.2. Вероятное распределение грозowych зарядов P , N и p для грозowych облаков в Южной Африке согласно Мэлану [21, 23]. Черными кружками обозначено расположение эффективных точечных зарядов. Исследование напряженности электрических полей вблизи грозowych разрядов приводит к значениям $P = +40$ к, $N = -40$ к, $p = +10$ к

ной к земле, расположен отрицательный заряд $N_- \simeq 40$ к, верхняя часть облака при этом заряжена преимущественно положительно $N_+ \simeq 40$ к. Иногда в основании облака может оказаться небольшая область положительного заряда p^+ . Если электрическое поле, образованное зарядом облака, окажется в некоторой области равным пробивному, то в этой области может начаться разряд типа стримерного, способный за счет собственного поля на головке анодного стримера распространиться на большие расстояния в область слабого поля. Шонданд и др. [22, 23], используя камеру Бойса, которая позволяет получить временное разрешение развития молнии, выяснили следующую картину развития разряда молнии облако — земля.

Каждый импульс молнии начинается со слабосветящегося предразряда, который получил в литературе название лидерного про-

цесса. Чаще всего лидер движется от облака к земле отдельными ступенями, характерная длина которых ~ 50 м. В конце каждой ступени лидер останавливается на время ~ 50 мксек, а затем проходит следующую ступень. Поэтому этот лидер часто называют ступенчатым лидером. Характерная скорость распространения ступенчатого лидера $\sim 10^6$ м/сек, а заряд, переносимый им к земле, ~ 5 к.

Ступенчатый лидер может дойти до земли либо настолько увеличить поле вблизи ее поверхности (чаще вблизи какой-либо выступающей части поверхности или острия), что от земли начинает двигаться разряд, который сливается со ступенчатым лидером. В обоих случаях промежуток облако — земля замыкается и по создавшемуся проводящему каналу от земли к облаку устремляется так называемый возвратный удар, формирующий яркий светящийся искровой канал.

Фронт возвратного удара представляет собой ионизованный волновой фронт электрического поля высокой напряженности. Этот фронт переносит потенциал земли по пути, ранее проделанному ступенчатым лидером. Скорость распространения возвратного удара $\sim 5 \cdot 10^7$ м/сек, т. е. близка к скорости света. Ток возвратного удара, измеренный у земли, порядка 20 ка в течение нескольких микросекунд, а затем в течение 40 мксек падает в два раза. Токи порядка сотен ампер могут длиться в течение нескольких миллисекунд. Столь большие токи приводят к разогреву канала и как следствие к увеличению давления и расширению канала.

Канал расширяется со сверхзвуковой скоростью, создавая ударную волну, которая воспринимается как гром. Температура в канале оценивается $3 \cdot 10^4$ °К. После фазы ударной волны, которая длится обычно ~ 10 мксек, расширение канала завершается, и высокотемпературный канал приближается к равновесному по давлению состоянию с окружающим воздухом. В этот момент диаметр канала порядка нескольких сантиметров. С прекращением тока разряд завершается.

Однако часто наблюдаются многоимпульсные разряды в отличие от рассмотренного одноимпульсного. Если не весь отрицательный заряд облака скомпенсирован первым импульсом, то существует возможность подвода дополнительных зарядов к каналу. Если после первого возвратного удара прошло не более 100 мксек, то еще не вся плазма канала рекомбинировалась, и дополнительный заряд проходит по этому каналу к земле. Эта стадия разряда называется стреловидным лидером. Стреловидный лидер движется равномерно без остановок со скоростью, примерно на порядок большей скорости ступенчатого лидера. Это объясняется тем, что он движется по предварительно ионизованному каналу. Впрочем, если после первого возвратного удара прошло более 100 мксек, то стреловидный лидер может сначала двигаться непрерывно, а при достижении областей, где ионизация резко уменьшилась, перейти к ступенчатому характеру распространения. Такой лидер называют стреловидно-

ступенчатым. Стреловидный лидер переносит заряд ~ 1 к, т. е. меньший, чем ступенчатый лидер. После завершения пути стреловидного лидера наблюдается следующий возвратный удар и т. д. Обычно число импульсов равно 3—4 с интервалом ~ 40 мксек. Суммарный заряд, переносимый в разряде молнии, ~ 25 к.

Помимо рассмотренного разряда отрицательное облако — земля наблюдаются и другие типы молний. Наиболее часто встречаются внутриоблачные разряды. Они обычно происходят между центрами верхнего положительного и нижнего отрицательного зарядов облака. Общая продолжительность разряда $\sim 0,2$ сек. Относительно редко наблюдается разряд между положительным зарядом облака и землей (положительный импульс). Положительное облако может образоваться при сносе верхней части нормального облака ветром. В этом случае разряд формируется катодным стримером, который продвигается к земле. В положительных импульсах токи нарастают гораздо медленнее, чем в отрицательных, но заряд они переносят больший (~ 75 к). Обычно положительный разряд одноимельный.

Часто с вершин высоких зданий или башен в горах развиваются ступенчатые лидеры, движущиеся вверх, причем эти лидеры могут нести как положительный, так и отрицательный заряд. Очень редко наблюдается шаровая молния — светящаяся сфера, имеющая диаметр ~ 20 см и время жизни несколько секунд.

Рассмотрим физические процессы, протекающие в разряде молнии.

Образование грозовых облаков. Пожалуй, наиболее обоснованное объяснение электризации облаков было дано Френкелем [24]. Основная идея Френкеля состоит в том, что если по какой-либо причине произошло микроразделение электрических зарядов, т. е. ионизация, то это может привести к их макроразделению под влиянием силы тяжести, если заряды разных знаков окажутся связанными с частицами разных размеров. Пусть, например, более крупные облачные частицы — капли воды или льдинки — заряжены отрицательно, а более мелкие — положительно (причина этого будет объяснена ниже), тогда под влиянием силы тяжести более крупные частицы должны падать относительно воздуха быстрее, чем мелкие (вес капли растет пропорционально кубу размера частицы, а сила сопротивления пропорционально квадрату размера).

В результате на нижней части облака будут выступать отрицательные заряды, а на верхней — положительные, что и наблюдается на опыте. Поляризация облака сопровождается появлением в нем электрического поля, которое стремится задержать падение тяжелых частиц и ускорить падение легких. Наконец, напряженность поля может достигнуть такой величины, что дальнейшее возрастание поляризации прекращается и в облаке устанавливается в электрическом отношении стационарное состояние. Разумеется, это состояние может быть достигнуто только при наличии мощных восходящих токов воздуха из нижних слоев атмосферы, имеющих ско-

рость не меньше, чем скорость падения облачных частиц по отношению к воздуху.

Френкель рассмотрел два основных механизма микроразделения зарядов, приводящих к формированию поляризованного облака. Согласно первому механизму, заряженные частицы создаются при ионизации воздуха космическими лучами, а затем заряды различного знака присоединяются к водяным каплям или льдинкам разной величины (механизм внешней электризации). Согласно второму — космические лучи непосредственно ионизируют макрочастицы облака или электризации происходит при измельчении частиц, например при разбрызгивании водяных капель (механизм внутренней электризации). Для количественных оценок напряженности поля, возникающей при поляризации облака, Френкель принял в качестве модели облака коллоидный раствор в электролите, где роль электролита играет ионизованный воздух, а роль коллоидных частиц — водяные капли, льдинки или пылинки. Справедливость такой модели подтверждается многочисленными опытами с коллоидными растворами.

Известно, что коллоидные частицы, взвешенные в электролите, обнаруживая преимущественное сродство к ионам определенного знака, захватывают часть этих ионов электролита. При этом в растворе появляются электрические токи, обусловленные опусканием коллоидных частиц под влиянием силы тяжести.

Из теории коллоидных растворов [24] известно, что заряд частицы при этом

$$q = - \zeta r, \quad (8.44)$$

где r — радиус частицы; ζ — электрокинетический потенциал, зависящий от свойств электролита.

В стационарном состоянии конвекционный ток j_k , вызванный падением капель, компенсируется током проводимости $j_{пр}$ за счет возникающего поляризованного электрического поля E . Для этих токов можно написать следующие соотношения:

$$j_k = qNv, \quad (8.45)$$

где N — концентрация заряженных частиц; v — их скорость;

$$j_{пр} = \sigma E, \quad (8.46)$$

где σ — проводимость ионизованного воздуха. Следовательно, в стационарном состоянии

$$qNv = \sigma E. \quad (8.47)$$

Скорость частиц можно определить по формуле Стокса

$$v = (mg - qE)/(6\pi\eta r), \quad (8.48)$$

где $m = (4/3)\pi r^3 \rho$ — масса частицы; ρ — ее плотность; η — вязкость воздуха. Подставляя выражение (8.48) в (8.47) с учетом (8.45),

получаем

$$E = \frac{(4/3) \pi N r^3 \rho g \zeta}{6\pi\eta\sigma - \zeta^2 r} = \frac{Mg\zeta}{6\pi\eta\sigma + \zeta^2 r}, \quad (8.49)$$

где $M = N(4/3)\pi r^3 \rho$ — общая масса частиц в облаке или, как говорят, «водность» облака. Подставим для оценки следующие значения параметров: $M = 1 \text{ г/м}^3 = 10^{-6} \text{ г/см}^3$, $\eta = 10^{-4} \text{ пз}$, $\sigma = 4 \times 10^{-4} \text{ ед. СГСЭ}$, $\zeta = 0,3 \text{ в} \approx 10^{-3} \text{ ед. СГСЭ}$, $r = 10^{-3} \text{ см}$. Эти значения являются средними для обычного облака.

Легко видеть, что при таких значениях параметров $6\pi\eta\sigma \gg \zeta^2 r$ и формула (8.49) упрощается:

$$E = Mg\zeta/(6\pi\eta\sigma) \approx 0,5 \text{ ед. СГСЭ} \approx 150 \text{ в/м}. \quad (8.50)$$

Это значение по порядку величины соответствует наблюдаемым значениям поля в облаках. Если размеры капель приближаются к дождевым, то лучше пользоваться формулой (7.50), хотя для оценки это несущественно.

Остается объяснить, почему капельки воды притягивают в основном отрицательные заряды, т. е. почему вода обнаруживает более сильное сродство к отрицательным ионам, чем к положительным. Вода, как известно, представляет собой полярное вещество. Опыт показывает, что в поверхностном слое дипольные молекулы воды ориентируются так, что их отрицательные концы оказываются направленными наружу, а положительные — внутрь. Окончательной теории такой ориентации не существует, но Фрумкин [24] показал, что скачок потенциала в поверхности слоя воды оказывается $0,25 \text{ в}$.

Следовательно, капля воды будет захватывать преимущественно отрицательные ионы, пока их отрицательный заряд не скомпенсирует скачок потенциала ζ , т. е. пока не станет $q/r = \zeta$. При $r = 10^{-3} \text{ см}$ отрицательный заряд, захваченный каплей, порядка $10^{-3} \text{ ед. СГСЭ} \cdot 10^{-3} \text{ см} \sim 10^{-6} \text{ ед. СГСЭ}$.

Второй механизм поляризации облака основан на открытом еще в конце прошлого столетия явлении электризации капель при их разбрызгивании [24]. Согласно этой теории и опытным фактам, при падении крупных капель в воздухе со скоростью более 8 м/сек от них отрываются мелкие брызги, которые несут преимущественно отрицательный заряд. Восходящие потоки воздуха могут относить эти брызги на большую высоту, тогда как основная масса капли, остающаяся внизу, имеет положительный заряд. Возникающее при таком разделении поле может достигать значительной напряженности порядка нескольких десятков вольт на сантиметр.

Наконец, для полноты картины отметим еще одну возможность электризации мелких частиц за счет тепловых флуктуаций. Этот тип электризации впервые был рассмотрен Смолюховским [24] и сводится к следующему. Находясь в окружении свободных ионов, частица, не имеющая предпочтения к ионам определенного знака, будет захватывать их статистически, т. е. иногда чаще положитель-

ные ионы, иногда чаще отрицательные. Вероятность того, что мгновенный заряд частицы равен q , дается формулой Больцмана

$$W_q \sim \exp(-U/kT), \quad (8.51)$$

где $U = q^2/2C$, C — электрическая емкость частицы (для сферической капли $C = r$). Следовательно, среднее значение энергии при этом

$$\bar{U} = \bar{q}^2/2r = kT/2, \quad (8.52)$$

или

$$\bar{q}^2 = rkT. \quad (8.53)$$

Если $T = 300^\circ \text{K}$, а $r = 10^{-3} \text{ см}$, то $\sqrt{\bar{q}^2} \approx 7 \cdot 10^{-9}$ ед. СГСЭ. С увеличением $r\sqrt{\bar{q}^2}$ растет пропорционально \sqrt{r} .

Зарождение и распространение лидера. Для возникновения начальной стадии разряда молнии — лидера требуется достаточно сильное электрическое поле. Оценим длину пробивного промежутка в воздухе в однородном поле напряженностью 10 кВ/см . При таких полях эмпирическая формула для α (3.3) работает плохо, поэтому воспользуемся более подходящей в этом случае эмпирической формулой (3.11), согласно которой для атмосферного давления $\alpha = 2 \cdot 10^{-3} \text{ см}^{-1}$. Подставляя эти значения параметров в формулу (8.6), получаем

$$d_{\text{пр}} = \frac{1}{2 \cdot 10^{-3}} \left(5 + \ln \frac{10^4}{300 \cdot 4,8 \cdot 10^{-10} \cdot 4 \cdot 10^{-6}} \right) \approx 2,1 \cdot 10^4 \text{ см}. \quad (8.54)$$

Эта длина соответствует длинам молний.

Разумеется, эта оценка довольно грубая, так как молния распространяется в неоднородном поле, геометрия которого неизвестна, но она позволяет судить о порядке напряженности поля при пробое молнии. Вследствие уменьшения давления с высотой пробивная напряженность поля уменьшается примерно в два раза. Кроме того, благодаря большому объемам пространства, в котором возникают молнии, имеется большое количество начальных электронов, рождаемых космическими или ультрафиолетовыми лучами, не говоря уже о других источниках электризации. Следовательно, пробой в этом случае может развиваться с помощью нескольких лавин, что также уменьшает напряженность пробивного поля.

Между тем атмосфера земли имеет нормальную напряженность поля, обусловленную ионосферой, в среднем 1 в/см . Наличие грозовых облаков (см. разд. 7.9) может привести к появлению больших напряженностей в локализованных областях. Измерения Симпсона и Скарзе [14] показали, что во время грозы напряженность поля вблизи земли достигала 300 в/см , а непосредственно во время вспышки молнии было зафиксировано значение 2700 в/см . Это значение уже близко к полученной нами оценке.

Кроме того, следует учесть, что капельки воды, помещенные в электрическое поле, можно рассматривать как квазипроводники

(диэлектрическая проницаемость воды $\epsilon = 81$). Поэтому в соответствии с формулой (6.8) поле на полюсах сферической капли возрастает примерно в 3 раза*, а возрастание поля на головке льдинки, имеющей приблизительно форму эллипсоида, еще больше.

Следовательно, можно считать, что концентрации зарядов внутри облака во время грозы способны образовывать в некоторых областях поля, достаточные для возникновения и распространения стримера. Поэтому гипотеза Шонланда [22] о существовании пилота-стримера, предшествующего ступенчатому лидеру и движущегося непрерывно, как обычный стример, по-видимому, вполне разумна. Однако говорить о параметрах пилота-стримера еще рано, так как теории распространения стримера в неоднородном поле пока не существует.

Различные оценки, имеющиеся в литературе, обычно приводятся без достаточного обоснования. Достаточно сказать, что у Шонланда в разных работах оценки параметров пилота меняются на два-три порядка. Подтверждением гипотезы Шонланда о пилоте-стримере является тот факт, что ступенчатый лидер не приводит к заметным изменениям электростатических полей и, следовательно, не является ответственным за сведение к земле отрицательного заряда. Отметим, что позже Шонланд отказался от идеи распространения непрерывного пилота-стримера и заменил его ступенчатым пилотом, но сделанные выше оценки показывают, что этот отказ преждевременен.

Итак, вслед за пилотом-стримером, формирующим пробивной канал, из отрицательного облака по этому каналу устремляется ступенчатый лидер, который, согласно многочисленным экспериментальным данным, распространяется ступенями длиной ~ 50 м и с остановками ~ 50 мксек. Попытки объяснить причины остановок ступенчатого лидера предпринимали многие исследователи [22, 25—29], однако полной ясности в этом вопросе пока нет. Существующие объяснения причин остановок ступенчатого лидера неубедительны, и не будем их здесь приводить (см. работу [20]).

Учитывая, что развитие длинных искр связано с неустойчивостью (см. гл. 6,7), можно оценить среднее отклонение молнии от ее первоначального направления. При продвижении искры на расстояние порядка радиуса кривизны канала R она сместится перпендикулярно полю на расстояние νR , где $\nu \sim 1$ — геометрический фактор. Так как направление смещения произвольно, то полное смещение на длине L порядка $\sqrt{L/(\nu R)}$, а средний квадрат отклонения $\overline{\Delta x^2} = \nu LR$. Много экспериментальных данных по этому вопросу было получено В. С. Комельковым [26, 27].

Возвратный удар, искровой канал и стреловидный лидер. После замыкания разрядного промежутка облако — земля ступенчатым лидером, достигшим земли, или встречей лидеров, движущихся вниз

*При падении капли происходит ее вытягивание вдоль направления падения, так что поле на полюсах возрастает еще сильнее.

и вверх, начинается главный разряд, или возвратный удар. Возвратный удар представляет собой распространение волны ионизации электрического поля, переносящей потенциал земли к облаку. В принципе возвратный удар является положительным разрядом, тогда как ступенчатый лидер заряжен отрицательно. Но и в том и другом разряде ток переносится электронами, так как подвижность ионов очень мала. Чтобы волновой фронт возвратного удара становился положительным, электроны должны стекать на землю из области, где они создаются волной ионизации. Замечено, что по мере продвижения вверх скорость возвратного удара понижается.

Для объяснения этого явления Шонланд предположил, что волновой фронт возвратного удара распространяется медленнее в более «старой» части канала, где концентрация заряженных частиц вследствие рекомбинации уменьшилась. Но эта гипотеза Шонланда противоречит его же гипотезе о существовании постоянного тока лидера, обеспечивающего достаточную проводимость на всем участке канала. По-видимому, уменьшение скорости связано с более сложным процессом взаимодействия различных волн, бегущих в канале лидера.

Математическая сторона вопроса о распространении волн в канале, соединяющем облако и землю, также еще не разработана. Во время возвратного удара молнии в течение короткого времени происходит формирование искрового канала, представляющего собой узкий яркий разряд с большой плотностью тока. Большое количество экспериментальных данных по исследованию искрового канала приведено в книге Мика и Крэга [7].

В соответствие с экспериментальными данными развитие искрового канала можно представить следующим образом. При замыкании разрядного промежутка в газе образуется сравнительно узкий токопроводящий канал с высокой температурой и ионизацией. В этом канале выделяется джоулево тепло, что приводит к повышению давления. Теория процесса расширения канала была дана С. И. Драбкиной [30], причем результаты этой теории оказались в хорошем согласии с экспериментальными данными. Позже С. И. Брагинский [31] развил более последовательную теорию с учетом электропроводности и теплопроводности ионизованного газа в канале искры.

Рассмотрим основные положения теории искрового канала С. И. Брагинского. Непосредственно каналом будем считать область от его оси до точки, где температура газа настолько понижается, что ионизация существенно уменьшается. Канал окружен «оболочкой», где происходят нагревание и ионизация входящего в канал газа, а за «оболочкой» идет область ударной волны. В области ударной волны теплопроводностью и электропроводностью газа можно пренебречь. Система гидродинамических уравнений непрерывности, движения и переноса энергии имеет вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial r} + \rho \frac{\partial (rv)}{r \partial r} = 0; \quad (8.55)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{dp}{dr} = 0; \quad (8.56)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \varepsilon + \frac{\rho v^2}{2} \right) + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left[r \rho v \left(\varepsilon + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} \right) \right] + \frac{\partial (rq)}{r \partial r} = jE, \quad (8.57)$$

где ρ — плотность газа; v — скорость; p — давление; ε — внутренняя энергия на единицу массы газа; q — поток тепла; j — плотность тока; E — напряженность электрического поля.

Уравнение состояния запишем в виде

$$p = (N_e + N_i) T = (Z + 1) \rho T / m_a, \quad (8.58)$$

где m_a — средняя масса атома; N_e , N_i — концентрации электронов и ионов; Z — средний заряд иона; $N_e = ZN_i$; T — температура в энергетических единицах.

Система уравнений (8.55) — (8.58) численно решается отдельно в области канала и в области ударной волны, а затем решения сшиваются в переходной области — оболочке. Однако если считать, что ширина оболочки не очень велика, то можно не исследовать поведение параметров в переходном слое, а рассматривать его приближенно как скачок, что обычно делается для разрывов в гидродинамике [32].

Сделав ряд упрощающих предположений, в частности о том, что в широком интервале изменения параметров разряда электропроводность приблизительно равна $2 \cdot 10^{14} \text{ сек}^{-1}$ (это подтверждается экспериментами [33—35] и расчетами [31]), Брагинский получил следующее выражение для радиуса канала:

$$a = 0,93 \rho_0^{-1/6} J^{1/3} t^{1/2} \text{ мм}, \quad (8.59)$$

где ρ_0 — отношение плотности невозмущенного газа к плотности воздуха при атмосферном давлении, равной $1,29 \cdot 10^{-3} \text{ г/см}^3$; J — ток, *ка*; t — время, *мксек*. Рассчитанные по этой формуле значения радиуса канала для искр, полученных в разрядниках с различными значениями параметров U , L , C , хорошо согласуются с экспериментальными данными [33—35].

Грубый критерий применимости полученного результата для воздуха является следующим:

$$10^{-2} t^{3/4} \ll J \ll 250 \rho_0^{1/2}, \quad (8.60)$$

где t — время, *мксек*; J — ток, *ка*. Критерий (8.60) хорошо выполняется для типичных случаев молний в атмосфере. Так, если взять ток молнии $\sim 30 \text{ ка}$ и время протекания тока $\sim 200 \text{ мксек}$, то получим $0,55 \ll 30 \ll 250$. При этом радиус молнии, оцененный по формуле (8.59), $\sim 4 \text{ см}$, что согласуется по порядку величины с наблюдающимися радиусами молний [36].

Стреловидный лидер проходит по пути, оставленному возвратным ударом от облака к земле. По существу механизм распространения стреловидного лидера до некоторой степени аналогичен механизму возвратного удара с тем отличием, что он распространяется под действием меньшего напряжения, ослабленного разрядом возврат-

ного удара, но может быть в более благоприятных условиях по проводимости канала. Впрочем, если время, прошедшее между концом возвратного удара и началом движения стреловидного лидера, велико, проводимость канала в результате рекомбинации падает и стреловидный лидер по существу переходит в ступенчатый.

8.9. Шаровая молния

За последние 125 лет накопилось большое количество публикаций, посвященных проблеме шаровой молнии. Имеется ряд обзорных работ [37, 38], авторы которых суммировали результаты наблюдений очевидцев этого редкого явления природы и перечислили различные гипотезы о механизме образования, существования и распада шаровой молнии. Таких гипотез в настоящее время имеется больше ста, но ни одна из них не может исчерпывающе объяснить все стороны этого явления.

В недавно вышедшей монографии Сингера [39] можно найти изложение практически всех серьезных гипотез, за исключением появившихся в последние два-три года, которые мы обсудим ниже.

Большинство исследователей считают, что средние параметры шаровой молнии таковы: диаметр $L \sim 10 - 40$ см; время жизни $t \sim 10 - 100$ сек; запасенная энергия $E \sim 10^2 - 10^4$ Дж; температура $T \leq 10^3$ °K [39—42]. Исходя из этих параметров Б. М. Смирнов [43] составил сводную таблицу элементарных процессов, приводящих к распаду шаровой молнии при различных предположениях о ее природе. Ниже мы приводим эту таблицу. Параметры элементарных процессов для расчета данных таблицы взяты из книг [44, 45].

Рассмотрим кратко представленные в таблице результаты.

1. Если шаровая молния представляет собой плазменный сгусток, состоящий из электронов и ионов, то ее распад обусловлен диссоциативной рекомбинацией электронов и молекулярных ионов, так как атомные ионы вступают в реакцию с молекулами воздуха, образуя молекулярные ионы. Например, константа реакции $O_2 + O^+ \rightarrow O_2^+ + O$ равна 10^{-11} см³/сек, а реакции $O_2^+ + N \rightarrow NO^+ + O$ соответственно $6 \cdot 10^{-10}$ см³/сек. Следовательно, в воздухе за время порядка 10^{-8} сек атомные ионы преобразуются в молекулярные. Используя представленные в таблице значения коэффициента рекомбинации, можно оценить плотность заряженных частиц в плазме. Имеем $N_e \sim N_i \sim (\alpha t)^{-1} \sim 5 \cdot 10^5$ см⁻³. Если теперь принять, что на образование одной пары заряженных частиц тратится энергия порядка потенциала ионизации V_i молекулы воздуха, то внутренняя энергия молнии будет примерно равна $N_e \frac{4}{3} \pi \left(\frac{L}{2}\right)^3 V_i \sim 10^{-8}$ Дж, что на много порядков меньше средней энергии шаровой молнии.

2. В воздухе при нормальных условиях весьма эффективно происходит процесс $e^- + 2O_2 \rightarrow O_2^- + O_2$ с константой $3 \cdot 10^{-30}$ см⁶/сек, так что все электроны за время $(3 \cdot 10^{-30} N_{O_2}^2)^{-1} \sim 10^{-8}$ сек превра-

Элементарные процессы, ответственные за распад шаровой молнии

| Природа молнии | Источник внутренней энергии | Характер распада | Примеры процессов распада | Константа скорости процесса распада | Плотность возбужденных или заряженных частиц при времени распада 10 сек, см ⁻³ | Внутренняя энергия молнии при времени распада 10 сек и диаметре 20 см, дж |
|---|---|--|--|---|---|---|
| Плазма из электронов и ионов | Рекомбинация заряженных частиц | Диссоциативная рекомбинация | $e + O_2^+ \rightarrow O + O$ $e + N_2^+ \rightarrow N + N$ $e + NO^+ \rightarrow N + O$ | $2 \cdot 10^{-7} \text{ см}^3/\text{сек}$ $2 \cdot 10^{-7} \text{ см}^3/\text{сек}$ $4 \cdot 10^{-7} \text{ см}^3/\text{сек}$ | 5 · 10 ⁵ | 10 ⁻⁸ |
| Плазма из положительных и отрицательных ионов | То же | Тройная рекомбинация положительных и отрицательных ионов | $O_2^- + O_4^+ + O \rightarrow 4O_2$ $NO^+ + NO_2^- + N_2^- \rightarrow NO + NO_2 + N_2$ | $1,6 \cdot 10^{-25} \text{ см}^6/\text{сек}$ $10^{-25} \text{ см}^6/\text{сек}$ | 3 · 10 ⁴ | 10 ⁻⁹ |
| Плазма из ионов одного сорта | Энергия электрического поля, создаваемого заряженными частицами | Разлет ионов под действием электрического поля | — | Подвижность тяжелых ионов > 0,1 см ² /(в.сек) | 10 ⁷ | 10 ⁻⁷ |

| Природа молнии | Источник внутренней энергии | Характер распада | Примеры процессов распада | Константа скорости процесса распада | Плотность возбужденных или заряженных частиц при времени распада молнии 10 сек, см ⁻³ | Внутренняя энергия молнии при времени распада 10 сек и диаметре 20 см, дж |
|--|-----------------------------------|------------------------------------|--|---|--|---|
| Возбужденный газ из электронно-возбужденных атомов или молекул | Электронное возбуждение атомов | Тушение электронного возбуждения | $O_2(^1\Delta_g) + O_2 \rightarrow 2O_2$ $O_2(^1\Sigma_g^+) + N_2 \rightarrow O_2 + N_2$ $N_2(^3\Sigma_g^+) + O_2 \rightarrow N_2 + O_2$ $O(^1S) + O_2 \rightarrow O + O_2$ $O(^1D) + O_2 \rightarrow O + O_2$ | $2 \cdot 10^{-18}$ см ³ /сек $2 \cdot 10^{-17}$ см ³ /сек $4 \cdot 10^{-12}$ см ³ /сек $3 \cdot 10^{-13}$ см ³ /сек $5 \cdot 10^{-11}$ см ³ /сек | Время жизни при нормальных условиях < 0,1 сек То же | |
| Возбужденный газ из колебательно-возбужденных молекул | Колебательное возбуждение молекул | Тушение колебательного возбуждения | $N_2^* + N_2 \rightarrow 2N_2$ $O_2^* + O_2 \rightarrow 2O_2$ $N_2^* + CO_2 \rightarrow CO_2 + N_2$ | 10^{-19} см ³ /сек 10^{-17} см ³ /сек $6 \cdot 10^{-15}$ см ³ /сек | | |
| Химическая | Химические реакции | Химические реакции компонент | $O_3 \rightleftharpoons O_2 + O$ $O + O_3 \rightarrow 2O_2 + 93,7 \text{ ккал/моль}$ $2NO_2 \rightarrow N_2 + 2O_2 + 16 \text{ ккал/моль}$ | $6 \cdot 10^{-14}$ см ³ /сек при 400 °K — | Озон, 10^{19} — | $3 \cdot 10^4 \eta^*$ $6 \cdot 10^3 \eta_1^{**}$ |

* η — доля озона.
 ** η_1 — доля NO₂.

гятся в отрицательные ионы. Здесь N_{O_2} — концентрация молекул кислорода в воздухе при нормальных условиях.

В этом случае основным процессом, ведущим к распаду шаровой молнии, будет тройная рекомбинация положительных и отрицательных ионов, примеры которой приведены в таблице. При этом концентрацию заряженных частиц можно оценить по формуле $(\alpha N t)^{-1}$, где N — полная концентрация молекул воздуха. Имеем $N_e \sim N_i \sim (10^{-25} \cdot 3 \cdot 10^{19} \cdot 10)^{-1} \sim 3 \cdot 10^4 \text{ см}^{-3}$. Отсюда следует, что внутренняя энергия молнии $\sim 10^{-9} \text{ дж}$.

Таким образом, идея о природе шаровой молнии как плазменном сгустке, состоящем из разноименных ионов, представляется нереальной. Однако И. П. Стаханов [46, 47] отстаивает эту идею. Он предположил, что относительную устойчивость шаровой молнии по отношению к рекомбинации можно объяснить тем, что шаровая молния образуется при распаде канала обычной линейной молнии в присутствии большого количества воды. Молекулы воды, имеющие большой дипольный момент, притягиваются к положительным и отрицательным ионам разрядной плазмы, образуя вокруг них сольватные оболочки. Для сольватированных ионов или кластеров рекомбинация идет с меньшей скоростью и в результате плазма из кластеров может существовать длительное время при достаточно низких температурах.

Развивая эту идею, И. П. Стаханов значительно продвинулся в математической разработке теории шаровой молнии. Им получен критерий устойчивости шаровой молнии на основе уравнения теплопроводности, а также предпринята попытка объяснить природу ее электромагнитного излучения.

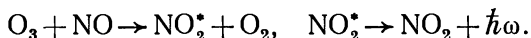
Мы не приводим здесь результаты, полученные И. П. Стахановым, так как вызывает сомнение энергетический баланс кластерной шаровой молнии. Для того, чтобы получить энергию молнии 10^2 — 10^4 дж при ее диаметре 10—20 см и времени жизни 10—100 сек, приходится считать, что концентрация кластерных ионов в молнии достигает 10^{17} — 10^{18} см^{-3} , что на тринадцать порядков превышает приведенную выше оценку. Сомнительно, чтобы замедление рекомбинации в результате образования кластеров дало выигрыш в концентрации плазмы, равный тринадцати порядкам. К тому же известно [44], что коэффициент рекомбинации увеличивается для комплексных ионов.

3. Если шаровая молния состоит из ионов одного сорта [39, 48], то ее распад определяется кулоновским расталкиванием ионов. Оценка, приведенная в таблице, получена в предположении, что молния считается распавшейся, если ее радиус в результате расталкивания удваивается. Подобная задача рассматривалась в [49].

4. Приведенные в таблице константы отвечают распаду метастабильных атомов и молекул кислорода и азота, так как тушение резонансно-возбужденных атомов и молекул происходит еще быстрее. Таким образом, тушение электронно возбужденных состояний в молекулярном газе происходит за времена, малые по сравнению с временем жизни шаровой молнии.

5. Аналогичная картина наблюдается и при колебательно-возбужденных состояниях молекул воздуха. Приведенные константы соответствуют комнатной температуре и сильно увеличиваются с ее ростом.

6. Как видно из данных таблицы, наиболее приемлема химическая природа шаровой молнии. В этом случае энергия шаровой молнии может выделиться при химических реакциях, сопровождающихся изменением сорта входящих в нее частиц. Пока нет достаточной информации об элементарных процессах, протекающих в такой молнии, но вполне вероятно, что одной из компонент, составляющих основу шаровой молнии, является озон. Существуют химические реакции с озоном, ведущие к тепловыделению, а также реакции, в результате которых образуется световое излучение. Например, имеют место реакции



Длина волны светового кванта лежит в интервале 5200—8100 Å. Время жизни шаровой молнии в этом случае определяется конвективным движением газа под действием силы тяжести и перепада температуры в ней. Тепловой поток газа q по порядку значения равен [50]

$$q \sim \omega N \Delta T \sim G^{1/3} \kappa \frac{\Delta T}{L}. \quad (8.61)$$

Здесь ω — скорость направленного движения струи газа; ΔT — перепад температур; G — число Грассофа; κ — коэффициент теплопроводности газа; остальные обозначения те же. Отсюда

$$\omega \sim \frac{G^{1/3} \kappa}{NL}. \quad (8.62)$$

Полагая $L = 20$ см, тепловой поток ~ 100 вт и подставив в (8.62) остальные значения параметров для воздуха при нормальных условиях, получим $\omega \sim 3$ см/сек, т. е. время жизни шаровой молнии по порядку значения равно $t \sim L/\omega \sim 10$ сек, что соответствует наблюдаемым значениям.

Сферическая форма шаровой молнии при химической ее природе нуждается в специальном объяснении, так как в этом случае отсутствует поверхностное натяжение на границе молнии. По мнению Б. М. Смирнова, наблюдаемая сферичность шаровой молнии может быть объяснена сферически симметричным распределением поля температур. Действительно, константы химических реакций, в результате которых выделяется тепло или возбуждается свечение, резко увеличиваются с ростом температуры. Само же устойчивое распределение температуры, которое мало чувствительно к форме распределения источников тепла, обычно сферически симметрично [51].

Исходя из краткого обсуждения различных гипотез о шаровой молнии, можно ожидать, что в ближайшее время будет достигнут некоторый прогресс в понимании природы этого явления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Loeb L. B., Meek J. M.** The Mechanism of the Electric Spark. Oxford, Clarendon Press, 1941.
2. **Fooks W.** Zur Theorie der Zündspannungssenkung einer bestrahlten Funkestrecke. — «Z. Phys.», 1936, Bd 98, S. 666.
3. **White H. J.** Variations of Sparking Potential with Intense Ultraviolet Illumination. — «Phys. Rev.», 1935, v. 48, p. 113.
4. **Trichel G. W.** The Mechanism of the Negative Point to Plane Corona Near Onset. — «Phys. Rev.», 1938, v. 54, p. 1078.
5. **Bennet W. H.** Mobilities in Hydrogen at High Current Densities. — «Phys. Rev.», 1940, v. 58, p. 992.
6. **Loeb L. B.** Electrical Coronas. Univ. of California Press, 1965.
7. **Мик Дж., Крэгс Дж.** Электрический пробой в газах. Пер. с англ. Под ред. В. С. Комелькова. М., Изд-во иностр. лит., 1960.
8. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Электродинамика сплошных сред. М., Физматгиз, 1959.
9. **Write J. K.** A contribution to the theory of impulse corona and the long spark. — «Proc. Roy. Soc.», 1964, v. A280, p. 23.
10. **Dawson G. A., Winn W. L.** A model for streamer propagation. — «Z. Phys.», 1965, Bd 183, S. 159.
11. **Nasser E.** Ionizing potential wave in Spark breakdown. — «Z. Phys.», 1963, Bd 172, S. 405.
12. **Loeb L. B.** Some aspects of breakdown streamers. — «Phys. Rev.», 1954, v. 94, p. 227.
13. **Nasser E.** The Nature of Negative Streamer in Spark Breakdown. — «Dielectrics», 1963, v. 1, p. 110.
14. **Лёб Л.** Основные процессы электрических разрядов в газах. Пер. с англ. Под ред. Н. А. Капцова. М., Гостехиздат, 1950.
15. **Pedersen A.** Calculation of Spark Breakdown Voltages in air at atmospheric pressure. — «Appl. Sci. Res.», 1949, v. B1, p. 299.
16. **Pedersen A.** Calculation of Spark Breakdown of Corona Starting Voltages in Nonuniform Fields. — «Trans. IEEE», 1967, v. 86, p. 200.
17. **Blackett J., Mattingley J. M.** Breakdown Voltage Estimation in Gases. Using a Semi-empirical Concept. — Proc. Intern. Conf. on Gas Discharge. London, 1970, p. 293.
18. **Агапов В. Г., Разевиг Д. В.** Пробивные напряжения газовых промежутков при больших давлениях. — «Электричество», 1972, т. 5, с. 32.
19. **Разевиг Д. В.** Начальные напряжения газового разряда в электрических полях различной конфигурации. — «Электричество», 1970, т. 8, с. 14.
20. **Юман М.** Молния, Пер. с англ. Под ред. Н. С. Красногорской. М., «Мир», 1972.
21. **Malan D. J.** Physics of Lightning English Univ. Press. London, 1963.
22. **Schonland V. F. J.** The Pilot Streamer in Lightning and the Long Spark. — «Proc. Roy. Soc.», 1953, v. A220, p. 25.
23. **Malan D. J., Schonland V. F. J.** The Electrical Processes between the Strokes of a Lightning Discharge. — «Proc. Roy. Soc.», 1951, v. A206, p. 145.
24. **Френкель Я. И.** Теория явлений атмосферного электричества. М., Гостехиздат, 1949.
25. **Schonland V. F. J.** Lightning and the Long Electric Spark. — «Advan. Sci.», 1962, November, p. 306.
26. **Комельков В. С.** Структура и параметры лидерного разряда. — «Изв. АН СССР, отд. техн. наук», 1947, т. 8, с. 955.
27. **Комельков В. С.** Развитие электрического разряда в длинных искровых промежутках. — «Изв. АН СССР, отд. техн. наук», 1950, т. 6, с. 851.
28. **Bruce G. E. R.** The Initiation of Long Electrical Discharge. — «Proc. Roy. Soc.», 1944, v. A183, p. 288.
29. **Loeb L. B.** Ionizing Waves of Potential Gradient. — «Science», 1965, v. 148, p. 1417.

30. Драккина С. И. К теории развития канала искрового разряда. — «Журн. эксперим. и теор. физ.», 1951, т. 21, с. 473.
31. Брагинский С. И. К теории развития канала искры. — «Журн. эксперим. и теор. физ.», 1958, т. 34, с. 1548.
32. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1953.
33. Абрамсон И. С., Гегечкори Н. М. Осциллографические исследования искрового разряда. — «Журн. эксперим. и теор. физ.», 1951, т. 21, с. 484.
34. Долгов П. Г., Мандельштам С. Л. Плотность и температура газа в искровом разряде. — «Журн. эксперим. и теор. физ.», 1953, т. 24, с. 691.
35. Мандельштам С. Л., Суходрев Н. К. Элементарные процессы в канале искрового разряда. — «Журн. эксперим. и теор. физ.», 1953, т. 24, с. 701.
36. Стекольников И. С. Природа длинной искры. М., Изд-во АН СССР, 1960.
37. Apio! R. Der Kugelblitz. — «Meterol. Rundschau», 1954, Bd 7, S. 220.
38. Леонов Р. А. Загадка шаровой молнии. М., «Наука», 1965.
39. Сингер С. Природа шаровой молнии. Пер. с англ. Под ред. А. М. Комелькова. М., «Мир», 1973.
40. Дмитриев М. Т., Дерюгин В. М., Калинин Г. А. Об оптическом излучении шаровой молнии. — «Журн. техн. физ.», 1972, т. 42, с. 2187.
41. Barry J. D. Ball Lightning. — «Atmos. Terrest. Phys.», 1967, v.29, p. 1095.
42. Zimmerman P. D. Energy Content of Covigton's Lightning Ball. — «Nature», 1970, v. 228, p. 853.
43. Смирнов Б. М. Об анализе природы шаровой молнии. — «Успехи физ. наук», 1975, т. 116, № 4.
44. Смирнов Б. М. Ионы и возбужденные атомы в плазме. М., Атомиздат, 1974.
45. Кондратьев В. Н. Константы скорости газозафазных реакций. М., «Наука», 1971.
46. Стаханов И. П. О природе шаровой молнии. — «Письма ЖЭТФ», 1973, т. 18, с. 193.
47. Стаханов И. П. Устойчивость шаровой молнии. — «Журн. техн. физ.», 1974, т. 44, с. 1373.
48. Войцеховский Б. В., Войцеховский Б. Б. Природа шаровой молнии. — «Докл. АН СССР», 1974, т. 218, с. 77.
49. Смирнов Б. М. Физика слабоионизованного газа. М., «Наука», 1973.
50. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1954.
51. Франк-Каменецкий Д. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М., «Наука», 1967.

НЕКОТОРЫЕ ТЕХНИЧЕСКИЕ ПРИМЕНЕНИЯ ИСКРЫ

9.1. Счетчики

Области использования физических явлений, протекающих в газовом разряде, настолько многочисленны, что одно лишь их перечисление заняло бы здесь много места. Рассмотрим вкратце наиболее важные применения лавино-стримерных и искровых процессов в современных научных исследованиях.

Дальнейшим усовершенствованием счетчиков Гейгера — Мюллера стали лавинные и искровые счетчики. На плоские электроды подается напряжение несколько ниже пробивного. Частица, влетая в разрядный промежуток, ионизирует газ или выбивает несколько электронов из катода. Образованные тем или иным способом начальные электроны размножаются в лавину. Подбирая определенным образом смеси газов и паров в промежутке, можно довести усиление лавины до больших значений, а также добиться подавления вторичных лавин. При этом мощные лавины дают на внешнем сопротивлении импульс напряжения, который затем может быть подан через усилитель на осциллограф.

Преимущество такого счетчика над счетчиком Гейгера — Мюллера состоит в том, что сильное однородное поле позволяет получить более короткое время срабатывания. Кроме того, «мертвое» время счетчика благодаря отсутствию вторичных лавин очень мало, что позволяет регистрировать плотные серии импульсов [1].

Если на электроды подать напряжение, превышающее статистическое пробивное, то электроны, образованные ионизирующей частицей, дают начало лавине, которая затем формирует искру. Поэтому в этом случае счетчик работает в искровом режиме и соответственно называется искровым [2]. Преимущества искрового счетчика в том, что он обладает очень коротким временем срабатывания, дает на сопротивлении большой импульс напряжения ~ 100 в, а также позволяет локализовать место зарождения начального электрона, поскольку искра образуется однолавиным процессом и ее канал с большой вероятностью можно отождествить с треком лавин. Недостатком искровых счетчиков является наличие «мертвого» времени. Это происходит из-за того, что после контакта искры с электродами возможно образование запаздывающих электронов, которые могут дать спонтанные импульсы. Подбором соответствующих электродов и смеси газов и паров «мертвое» время можно сократить.

9.2. Искровые камеры

Искровой счетчик, используемый для регистрации локального газового разряда, осуществляемого на следе частицы, называется искровой камерой. Этот метод регистрации был разработан в работах [2—6]. Фукуи и Миямото [7] создали искровую камеру, наполненную благородным газом (аргоном или неоном), которая является прототипом современных искровых камер.

В искровых камерах используются в основном плоские электроды. Иногда применяют электроды сферической или цилиндрической конфигурации. Расстояние между электродами, т. е. длина разрядного промежутка, ~ 1 см. В камере измеряются обычно только две координаты следа частицы (в плоскости электродов). Точность локализации следа $3 \cdot 10^{-2}$ см. Для получения пространственной картины движения ионизирующей частицы используют несколько расположенных рядом камер (стопка камер).

Главные преимущества искровых камер — управляемость и быстродействие. Так как в чистом благородном газе свободные электроны существуют десятки микросекунд, разряд на следе можно осуществить через достаточно большое время, необходимое для предварительной обработки информации о регистрируемом событии. Добавляя примеси, захватывающие электроны, можно снизить разрешающее время до десятков наносекунд, т. е. имеется возможность регулировать в широких пределах время памяти камеры о данном событии. Мертвое время камеры $\sim 0,1 — 0,01$ сек.

Для того, чтобы избежать возникновения искры от начальных электронов фона, к камере прикладывается дополнительное очищающее поле напряженностью ~ 100 в/см, с помощью которого все электроны и ионы вытягиваются из промежутка, вследствие чего уменьшается вероятность образования ложных искр.

Искровые камеры позволяют регистрировать одновременно много частиц. Благодаря управляемости регистрируемая искровыми камерами картина оказывается сравнительно простой и доступной для быстрого анализа на ЭВМ. Искровые камеры просты, надежны в эксплуатации и сравнительно дешевы. Управляемость и быстродействие обеспечили им широкое применение в экспериментах на ускорителях частиц высоких энергий.

9.3. Пропорциональные камеры

Пропорциональная камера [8] представляет собой большое число тонких проволочек, натянутых в плоском слое на расстоянии ~ 1 мм друг от друга. Каждая проволочка соединена с усилителем и работает как самостоятельный пропорциональный счетчик. Электроны со следа ионизирующей частицы дрейфуют в электрическом поле в газе и размножаются у поверхности нитей. Многоканальный анализатор регистрирует импульсы от всех нитей. Номер каждого канала ана-

лизатора соответствует определенной проволочке, положение которой определяет координату следа.

Такая камера успешно применяется для анализа пучков. Скорость счета $\sim 10^5 \text{ сек}^{-1}$ на проволочку, временное разрешение $\sim 100 \text{ нсек}$, эффективность регистрации $\sim 100\%$.

9.4. Стримерные камеры

Наряду с большими достоинствами искровых камер они имеют и ряд недостатков. Одним из главных является наличие выделенного направления в камере — направления приложенного электрического поля E . Это означает, что наблюдается пространственная неизотропность в свойствах камеры, таких, как способность к регистрации частиц, проходящих под разными углами к вектору электрического поля, различие в характере следов частиц и т. п.

Полностью добиться изотропии свойств камеры при наличии выделенного направления нельзя, но существуют некоторые возможности улучшить изотропность этих свойств. Это достигается в современном детекторе частиц — стримерной камере, которая впервые была предложена в работах [9, 10], и в настоящее время получила широкое распространение.

В тот момент, когда электроны, образованные ионизирующей частицей, начинают двигаться в электрическом поле, образуя лавины, изотропность свойств камеры уже нарушается, так как лавина имеет несферическую форму — ее размер вдоль электрического поля больше поперечного размера. Но эта анизотропия еще очень мала, и ее можно практически свести к нулю, если лавина будет короткой, а также если учесть, что наиболее яркой частью, регистрируемой на фотопленке, является головка лавины. Поэтому регистрация следов частиц на стримерной стадии дает максимальные возможности в изотропии свойств камеры. К сожалению, при этом несколько ухудшаются условия фотографирования слабосветящихся стримеров (в отличие от ярких искр).

Согласно стримерной теории (см. гл. 6), длина стримера растет экспоненциально со временем, а скорость стримера $\sim 10^8 \text{ см/сек}$. Поэтому, для того чтобы остановить развитие стримера на длине нескольких миллиметров, необходимо сформировать высоковольтный импульс с логрешностью длительности, не превышающей $\sim 1 \text{ нсек}$. Наиболее удобным для питания камеры небольших размеров является генератор Аркадьева — Маркса совместно со специальным формирующим элементом — обрезавшим разрядником [9, 11].

Недостатком стримерной камеры, как мы уже упоминали, является слабая яркость следа, затрудняющая фотографирование. Яркость следа или его изображение усиливают путем увеличения длины стримера [9, 12], напряженности приложенного электрического поля [13, 14] или с помощью электронно-оптического преобразователя (ЭОП) [15]. Усиление яркости с длиной стримера и напряженностью приложенного поля легко объясняется стримерной теорией [16, 17].

Действительно, яркость пропорциональна энергии, выделяемой в единице объема при распространении стримера, которая равна $E^2/8\lambda$. Но, как показано в гл. 6, $E \sim E_0$ и $E \sim a$, где a — длина стримера.

Следует отметить, что стримерная камера помимо своей основной функции детектора элементарных частиц является уникальным прибором для исследования непосредственно свойств стримеров. Именно в стримерных камерах были измерены такие важнейшие характеристики стримеров, как скорость, длина, диаметр, яркость и др. Результаты этих измерений в работах [15, 18] подтвердили основные выводы стримерной теории [16, 17].

«Мертвое» время камеры путем введения электроотрицательных добавок может быть сведено до 500 мксек. Наиболее удобным наполнителем для увеличения яркости стримеров, пространственного разрешения и ряда других факторов является гелий-неоновая смесь с небольшой добавкой электроотрицательных примесей.

Отметим также, что хорошо локализованные следы большой яркости можно получить также, используя различные углеводородные добавки к основному рабочему газу, влияющие на конфигурацию видимой части стримеров. Так, в работе [19] показано, что с помощью малых добавок тяжелых углеводородов ($\sim 10^{-4}$) можно получить в гелиевой стримерной камере стримеры с выделенной ярко светящейся областью «точки» размером порядка 1—2 мм. При использовании примесей для управления видом разряда достигаемый световой выход следов примерно на два порядка выше, чем в обычных стримерных камерах, хотя требования к параметрам высоковольтного напряжения, подаваемого на электроды, значительно снижаются. В работах [19, 20] использовался высоковольтный импульс с передним фронтом ~ 10 нсек и временем спада ~ 1 мксек. Создание таких импульсов не представляет особых технических трудностей в отличие от импульсов с наносекундными фронтами и длительностями. Подробный обзор современного состояния техники регистрации элементарных частиц с помощью искровых, стримерных и пропорциональных счетчиков содержится в книге Эванса [21].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Christiansen J. Selbstlöschende Parallelplatten — Dampfzähler bei Spannungen unterhalb der Statischen Durchschlagsfeldstärke. — «Z. Angew. Phys.», 1952, Bd 4, S. 326.
2. Bella F., Franzinetti C. Spark counters. — «Nuovo cimento», 1953, v. 10, p. 1461.
3. Keufel J. W. Parallel — Plate Counters and the Measurement of Very Small Time Intervals. — «Phys. Rev.», 1948, v. 73, p. 531.
4. Тяпкин А. А. Годоскопическая система с импульсным питанием счетчиков. — «Приборы и техника эксперимента», 1956, т. 3, с. 51.
5. Cranshaw T. E., De Bear I. F. A triggered spark counter. — «Nuovo cimento», 1957, v. 5, p. 1107.
6. Дайон М. И. и др. Искровая камера. М., Атомиздат, 1967.
7. Fukui S., Miyamoto S. A new type of particle detector: «the discharge chamber». — «Nuovo cimento», 1959, v. 11, p. 113.

8. The use of multiwire proportional counters to select and localize charged particles. — «Nucl. Instrum. and Methods», 1968, v. 62, p. 262. (Auth.: G. Charpak, R. Bouclier, T. Bresseni, K. Favier, C. Zupancic.)
9. Долгошеин Б. А., Лучков Б. И. Новый газоразрядный трековый детектор — стримерная камера. — «Журн. эксперим. и теор. физ.», 1964, т. 46, с. 392.
10. Михайлов В. А., Ройнишвили В. Н., Чиковани Г. Е. Трековая искровая камера. — «Журн. эксперим. и теор. физ.», 1963, т. 45, с. 818; 1283.
11. Стримерная камера. — В сб.: XII Международная конференция по физике высоких энергий. 1964. М., Атомиздат, 1964, с. 332. (Авт.: А. Алексанян, В. Бобров, Ю. Бутиков, Б. Долгошеин, В. Родионов, Б. Лучков, Н. Руденко.)
12. Streamer chamber development. — Technical report 1966, SLAC-74, SU-28, (Auth.: F. Bules, A. Odian, F. Villa, D. Yount.)
13. Руденко Н. С. Новый источник высокого напряжения для стримерных камер. — «Журн. эксперим. и теор. физ.», 1966, т. 49, с. 1394.
14. Gigi E., Schneider F. A spark chamber of three-dimensional resolution. — Proc. of film-less Spark chamber techniques meeting, Geneva, 1964, p. 351.
15. Davidenko V. A., Dolgoshein B. A., Somov S. V. The conditions of registration of particle tracks in a streamer chamber. — «Nucl. Instrum. and Methods.», 1969, v. 75, p. 277.
16. Лозанский Э. Д., Фирсов О. Б. Качественная теория стримера. — «Журн. эксперим. и теор. физ.», 1969, т. 56, с. 670.
17. Lozansky E. D., Firsov O. B. Theory of the initial stage of streamer propagation. — «J. Phys. D.», v. 6, p. 976.
18. Давиденко В. А., Долгошеин Б. А., Сомов С. В. Экспериментальное исследование развития стримерного пробоя в неоне. — «Журн. эксперим. и теор. физ.», 1968, т. 55, с. 435.
19. Highly Localized Brite Tracks in Helium-Field Streamer Chamber. — «Nucl. Instrum. and Methods», 1967, v. 53, p. 266. (Auth.: I. V. Falomkin, M. M. Kulyukin, G. B. Pontekorvo, Yu. A. Scherbakov.)
20. Стримерная камера с гелием-3. Препринт ОИЯИ, 1972. (Авт.: В. М. Королев, М. М. Кулюкин, В. И. Лященко, Д. В. Понтекорво, Г. Пираджино, И. В. Фаломкин, Ю. А. Щербаков.)
21. Evans P. R. Spark, streamer, proportional and drift chambers. The Richelieu press limited, London, 1974.

ПРИЛОЖЕНИЕ I

Расчет поля остова

Согласно выражению (5.32) потенциал $U(z)$, создаваемый остовом и его электрическим изображением в аноде, дается соотношением (см. также рис. 5.2):

$$U(z) = \frac{2e\alpha}{r_D^2} \left[\int_0^\infty \int_0^d \frac{\exp(\alpha z' - \rho^2/r_D^2) \rho \, d\rho \, dz'}{\sqrt{(z'-z)^2 + \rho^2}} - \int_0^\infty \int_0^d \frac{\exp(\alpha z' - \rho^2/r_D^2) \rho \, d\rho \, dz'}{\sqrt{(2d-z-z')^2 + \rho^2}} \right]. \quad (\text{П.1})$$

Введем обозначения:

$$\frac{\rho^2}{(z'-z)^2} = y_1; \quad \frac{(z'-z)}{r_D} = \eta_1; \quad \frac{\rho^2}{(2d-z-z')^2} = y_2; \quad \frac{2d-z'-z}{r_D} = \eta_2. \quad (\text{П.2})$$

Тогда

$$U(z) = \frac{\alpha e}{r_D} \left[\int_0^\infty \int_0^d \frac{\exp(\alpha z' - \eta_1^2 y_1) \eta_1 dy_1 dz'}{\sqrt{1+y_1}} - \int_0^\infty \int_0^d \frac{\exp(\alpha z' - \eta_2^2 y_2) \eta_2 dy_2 dz'}{\sqrt{1+y_2}} \right]. \quad (\text{П.3})$$

Сделаем теперь замену переменных

$$y_{1,2} = \frac{t}{\eta_{1,2}} + \frac{t^2}{4\eta_{1,2}^2} \quad (\text{П.4})$$

и подставим в выражение (П.3). После интегрирования по z' получаем

$$U(z) = \alpha e e^{\alpha d} \int_0^\infty \frac{\exp\left(-\frac{t^2}{4}\right) \left\{ \exp\left[-\alpha(d-z) \frac{t}{\alpha r_0}\right] - \exp[-\alpha(d-z)] \right\}}{[(\alpha r_D)^2 - t^2]} 2t dt. \quad (\text{П.5})$$

Наконец, введем обозначения

$$\alpha(d-z) = q; \quad x = t/\alpha r_0; \quad (\alpha r_D)^2/4 = p, \quad (\text{П.6})$$

где q — расстояние от анода в единицах длины $1/\alpha$; p — малая величина, так как при $d = 1 \text{ см}$ $r_D \approx 0,02 \text{ см}$, а $\alpha < 20 \text{ см}^{-1}$, поэтому $p < 4 \cdot 10^{-2}$. В этих обозначениях

$$U(z) = \alpha e e^{\alpha d} \int_0^\infty \frac{e^{-px^2} (e^{-qx} - e^{-q})}{1-x^2} \cdot 2x dx. \quad (\text{П.7})$$

Интеграл (П.7) не имеет особенностей при $x = 1$.

Чтобы получить величину градиента потенциала вдоль оси z , достаточно продифференцировать $U(z)$ по q и умножить на $(-\alpha)$ в соответствии с обозначениями (П.6). Имеем

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \alpha^2 e e^{\alpha d} \int_0^\infty \frac{e^{-px^2} (e^{-q} - x^{-qx})}{1-x^2} \cdot 2x dx. \quad (\text{П.8})$$

При $q \rightarrow 0$, т. е. непосредственно у анода,

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial z} &= \alpha^2 e e^{\alpha d} \int_0^\infty \frac{e^{-px^2} \cdot 2x dy}{1+x} \approx \\ &\approx -2 \sqrt{\pi} \frac{\alpha e \exp(\alpha d)}{r_D} \left[1 - \frac{\sqrt{\pi} \alpha r_D}{4} \ln \left(1 + \frac{4}{\sqrt{\pi} \alpha r_D} \right) \right]. \end{aligned} \quad (\text{П.9})$$

Если $\alpha r_D \approx 0,4$ ($\alpha \approx 20 \text{ см}^{-1}$, $r_D \approx 2 \cdot 10^{-2} \text{ см}$), то достаточно точно можно считать, что [см. формулу (5.27)]

$$\left. \frac{\partial U}{\partial z} \right|_{z=d} = -\frac{2\alpha e \exp(\alpha d)}{r_D}. \quad (\text{П.10})$$

На больших расстояниях от анода, т. е. при $q \gg 1$, выражение (П. 8) можно записать так:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial z} &= -\alpha^2 e e^{ad} \left\{ e^{-q} \int_0^\infty \frac{e^{-px^2} \cdot 2x dx}{1-x^2} - \int_0^\infty \frac{e^{-qx - px^2} \cdot 2x^2 dx}{1-x^2} \right\} = \\ &= \alpha^2 e e^{ad} \left\{ e^{-q-p} \int_{-p}^\infty \frac{e^{-\xi} d\xi}{\xi} + \int_0^\infty \frac{e^{-qx - px^2}}{1-x^2} \cdot 2x^2 dx \right\} = \\ &= -\alpha^2 e e^{ad} \left\{ \text{Ei}_1(p) e^{-q-p} - \int_0^\infty \frac{e^{-qx - px^2}}{1-x^2} \cdot 2x^2 dx \right\}. \end{aligned} \quad (\text{П.11})$$

Если $q \gg 1$, то второй член можно выразить асимптотически как $4/q^3$, а первым членом можно пренебречь* и окончательно

$$\frac{\partial U}{\partial z} \Big|_{az \gg 1} = \frac{4e}{\alpha} \cdot \frac{\exp(\alpha d)}{(d-z)^3}. \quad (\text{П.12})$$

Чтобы получить значение поля для любых значений $q = \alpha(d-z)$, нужно вычислить второй интеграл в (П. 11). Нетрудно заметить, что этот интеграл при $q < 1$ и $p \ll 1$ принимает отрицательные значения. Поэтому $\partial U/\partial z$ имеет максимальное значение при $q \gg 1$.

Так как значение $\partial U/\partial z$ при $q \rightarrow 0$ (строго говоря при $q < \sqrt{p}$), а также при $q \gg 1$ нам известно, то нас будут интересовать ход поля вблизи максимума $\partial U/\partial z$ и величина этого максимума. Итак, будем считать, что $q \gg \sqrt{p}$, а p достаточно мало. При этом сразу видно, что второй интеграл имеет максимум при $q > 1$, а его значение слабо зависит от p . Поэтому приближенно можно записать

$$e^{-px^2} = e^{p(1-x^2)-p} = e^{-p} [1 + p(1-x^2)].$$

Тогда из выражения (П.11) имеем

$$\frac{\partial U}{\partial z} \approx \alpha^2 e e^{ad} e^{-p} \left\{ e^{-q} \int_{-p}^\infty \frac{e^{-\xi} d\xi}{\xi} + \frac{4p}{q^3} + \int_0^\infty \frac{e^{-qx^2} \cdot 2x^2 dx}{1-x^2} \right\}. \quad (\text{П.13})$$

В этом выражении все интегралы можно выразить через функции Эйлера и для $q > 1$ получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial z} &\approx \alpha^2 e e^{ad} e^{-p} \left\{ -\text{Ei}_1(p) e^{-q} + \frac{4p}{q^3} - \frac{2}{q} + \text{Ei}_1(q) e^{-q} - \text{Ei}(-q) e^q \right\} = \\ &= \alpha^2 e e^{ad} \Psi(p, q). \end{aligned} \quad (\text{П.14})$$

Функция $\Psi(p, q)$ представлена на рис. 5.3.

$$* \text{Ei}(x) = - \int_{-x}^\infty \frac{e^{-x}}{x} dx \quad \text{при } x < 0; \quad \text{Ei}_1(x) = \text{Re Ei}(x).$$

При малых x

$$\text{Ei}(x) = 0,5772 + \ln x + x + \frac{x^2}{4} + \dots$$

ПРИЛОЖЕНИЕ II

СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ

Атомные единицы

Единица заряда (заряд электрона) $e = 4,803 \cdot 10^{-10}$ ед. СГСЭ
Единица массы (масса электрона) $m = 9,109 \cdot 10^{-28}$ г
Единица момента импульса $\hbar = 1,054 \cdot 10^{-27}$ эрг · сек
Единица длины $a_0 = \hbar^2/m_e^2 = 5,292 \cdot 10^{-9}$ см
Единица скорости $e^2/\hbar = 2,188 \cdot 10^8$ см/сек
Единица импульса $me^2/\hbar = 1,993 \cdot 10^{-19}$ г · см/сек
Единица энергии $me^4/\hbar^2 = 27,210$ эв $= 4,359 \cdot 10^{-11}$ эрг
Единица времени $\hbar^3/me^4 = 2,419 \cdot 10^{-17}$ сек
Единица частоты $me^4/\hbar^3 = 4,134 \cdot 10^{16}$ сек⁻¹
Единица напряженности электрического поля $m^2e^5/\hbar^4 = 5,142 \cdot 10^9$ в/см
Единица сечения $a_0^2 = 2,80 \cdot 10^{-17}$ см²; $\pi a_0^2 = 0,88 \cdot 10^{-16}$ см²
Константа реакции $a_0^2 e^2/\hbar = \hbar^3/m^2 e^2 = 6,13 \cdot 10^{-9}$ см³/сек
Константа тройного соударения $a_0^3 e^2/\hbar^2 = \hbar^9/m^5 e^8 = 9,1 \cdot 10^{-32}$ см⁶/сек
Константа электромагнитного взаимодействия $\hbar c/e^2 = 137$

Фундаментальные константы

Скорость света $c = 2,998 \cdot 10^{10}$ см/сек
Масса протона $m_p = 1,672 \cdot 10^{-24}$ г; 1 а. е. м. = $1,660 \cdot 10^{-24}$ г
Постоянная Больцмана $k = 1,380 \cdot 10^{-16}$ эрг/град
Универсальная газовая постоянная $R = 8,314 \cdot 10^7$ эрг/(град · моль)
Число Авогадро $N_0 = 6,022 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹
Число Лошмидта $n_0 = 2,687 \cdot 10^{19}$ см⁻³

Соотношения между единицами

Энергии $E_0 = 1$ эв $= 1,602 \cdot 10^{-12}$ эрг соответствуют:
температура $E_0/k = 11610^\circ$ К
частота $2\pi E_0/\hbar = 2,418$ сек⁻¹
длина волны $2\pi\hbar c/E_0 = 1,240 \cdot 10^{-4}$ см = 12400 Å
волновое число $E_0/2\pi\hbar c = 8067$ см⁻¹
1 эв на молекулу соответствует 23,05 ккал/моль; 1 кал = 4,185 эрг

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

А

Амбиполярная диффузия 97
Амплитуда рассеяния 12
Ассоциативная ионизация 104
Атом возбужденный 5

В

Валентная зона Бриллюэна 122
Вероятность вылета электрона 118
— перехода 43
Виртуальные состояния 31
Внешняя область коронного разряда 229
Внутренняя энергия частиц 6
Внутриоблачные разряды 244
Возбуждение атомов или молекул 32
Возвратный удар молнии 243
Волна плоская 11
— рассеянная 11
Волновое число 11
— — электрона 121
Время движения лавины 154
— жизни 108
— запаздывания пробоя 133
— — статистическое 134
— переходов характерное 108
— установления 86
— формирования пробоя 134
Вторичная ионно-электронная эмиссия 116
Вырывание электронов кинетическое 116
— — потенциальное 116

Г

Гамма-функция 147
Гипотеза Планка 120
— о шаровой молнии 251
— Шонланда 248
Головка лавины 152
Граница Ферми 122

266

Д

Движение резонансного возбуждения 119
Дельта-функция Дирака 84, 169
Детерминант Фредгольма 144
Диполь-дипольное взаимодействие 46
Дипольная молекула 26
Дисперсионная формула 44
Дифференциальное сечение упругого рассеяния 10
— эффективное сечение рассеяния 11, 14
Диффузионный радиус лавины 154, 164
Диэлектрическая проницаемость 52
Длина волны де Бройля 11
— пути стримера 239
— свободного пробега 14
— — — электрона 172
— стримера 187, 38
Доплеровская полуширина 50
Доплеровское уширение линии 45
Дрейфовая скорость электронов 85
— — ионов 90

Е

Естественная (радиационная) ширина спектральной линии 44

З

Закон Кулона 17
— подобия Пашена 131
— Ньютона 17
— Резерфорда 27
— сохранения количества движения 6
— — энергии 6
Затухание стримера 231

И

Излучение дипольное 43
— квадрупольное 43

Изолированность головки стримера 238
Интеграл столкновений 74
Ионизация 35
Ионизирующее излучение 136
Искровая камера 259
Искровой канал молнии 243
— промежуток 229
— счетчик 258

К

Камера Вильсона 126
Канал стримера 178
Квазинейтральная плазма 98, 181
Квазистационарный отрицательный ион 59
Квантовое число главное 35
— — орбитальное 35
Кинетическое уравнение 76
Контур спектральной линии 44
Корона 229
— отрицательная 231
— положительная 135, 231
— прерывистая 233
— самоподдерживающаяся 230
Коронирующий слой 229
Коэффициент амбиполярной диффузии 98
— вырывания электрона 118
— диссоциативной рекомбинации 63
— диффузии 47, 83
— — резонансного излучения 215
— ионизации 103
— — в лавине средний 174
— — обобщенный 133
— — Таунсенда первый 103
— — — второй 116
— квантовомеханического отражения 121
— поглощения 47, 52
— — излучения 45
— — фотонов 137
— потенциальный ионно-электронной эмиссии 119
— ударной рекомбинации 65
— фотоэмиссии 121
Критерий Лёба 158, 225
— Мика 156, 224
— перехода лавины в стример 179
— пробоя 133
Кулоновский логарифм 195

Л

Лавина 152
Лавинный счетчик 258
Лавино-стримерный переход 152, 224
Ленгмюровские колебания плазмы 28

Лидер 243
— стреловидный 243
— стреловидно-ступенчатый 244
— ступенчатый 243

М

Метастабильный атом 111
Механизм ассоциативной ионизации 105
Микроразделение зарядов в облаке 245
Многоимпульсные разряды молнии 243
Модель Даусона и Винна 236
— твердых шаров 15
Молекула возбужденная 5
Молекулярные ионы 104
Молния 241

Н

Напряженность зажигания короны 235

О

Облако 242
Образование грозовых облаков 244
Оже-эффект 117
Опыты Ребера 126
Остов лавины 152
Острие 234
— параболическое 235
— эллипсоидальное 234
Относительная скорость частиц 6
Отрицательные ионы 53

П

Первое приближение Чепмена—Энскога 90
Пилот-стример 248
Плотность потока частиц 11
— тока 11
Поверхность Ферми 118
Подвижность иона 91
— частицы 85
Полиномы Лежандра 29, 77
Полная ширина линии 44
Положительный разряд молнии 244
Поляризация облаков 244
Полярзуемость атомов 21, 52, 91
Постоянная Планка 11
Потенциал взаимодействия 11, 17
— ионизации 105
— остова 262
— притяжения 19
Потенциальный барьер 121
Приближение Борна 18, 35

Приведенная масса 6
— подвижность ионов 90
Принцип детального равновесия 8, 34
Прицельный параметр 9, 92
Пробивная напряженность поля 130
Пробивное напряжение 130
Проводимость газа 5
— плазмы 193
Проводящий стержень лавины 181
Процесс тушения 52

Р

Работа выхода электрона 120
Равновесная дрейфовая скорость электрона 86
— энергия 86
Радиационная ширина спектральной линии 44
Радиус Дебая 99
— кривизны поверхности стримера 183
Радужное рассеяние 12
Разрядное свечение 231
Распределение Гаусса 32, 84
— Драйвестейна 79
— Коши 44
— Максвелла 78
Рассеяние кулоновское 18
— неупругое 8
— упругое 7
Расширение электронной лавины 168
Резонансная перезарядка ионов 21
Резонансные фотоны 139
Рекомбинация 60
— диссоциативная 61
— излучательная 42, 60, 116
— тройная ударная 63

С

Самостоятельный пробой 130
— разряд 130
Сечение ассоциативной ионизации 105
— возбуждения 33
— диссоциативной рекомбинации 61
— захвата 19, 34
— ионизации 35
— поглощения фотона эффективное 45
— полное 13
— поляризацонное 21
— рассеяния диффузионное 90
— реакции Пеннинга 111
— резонансной перезарядки 21, 92

Сечение тормозное (диффузионное) 13
— транспортное 13
— фоторекомбинации 42, 60
Силовой центр 11
Силы Ван-дер-Ваальса 15
Л-система 7
Ц-система 7
Система зацепляющихся уравнений 132
Скорость роста радиуса лавины 172
— стримера 155, 187, 198, 201, 213
— центра инерции 6
Слабое свечение 231
Соотношение Таунсенда 103
— Эйнштейна 85
Соударения парные 6, 57
— тройные 6, 55
Спектральная линия 44
Средний квадрат угла рассеяния 32
Средняя потеря энергии 13, 32
Статистический вес атома 34
Стационарное состояние облака 244
Столкновения межэлектронные 83
— неупругие 9
— упругие 9
— электронно-ионные 83
Стример 155, 178
— анодный 173, 177
— катодный 177
Стримерная камера 260
— теория Лёба и Мика 154, 224
Счетчик Гейгера—Мюллера 258

Т

Темное пространство 231
Темный разряд 144
Температура газа 90
— электронов 55, 83
Теория искрового канала 249
— Парилиса 116
— пробоя Таунсенда 135
Толщина коронирующего слоя 229
Туннельный эффект 117

У

Угол рассеяния 7
Удар второго рода 8, 34
Уравнение Бибермана—Холстейна 47, 212
— Больцмана 76
— диффузии 84
— Лапласа 181
— Пуассона 98
— развития стримера 182
— Ретера 159
— Фредгольма II рода 144
— Шредингера 11

Условие самостоятельности раз-
ряда 146 — 149, 152, 230
— — — Таунсенда 130, 143
Устойчивость фронта стримера
206, 210

Ф

Форма (контур) спектральной линии
44
Формула Ванье 93
— Кихары 97
— Клаузиуса—Мосотти 52
— Лоренц—Лорентца 52
— Томсона 18, 37
— Фроста—Паттерсона 97
Фотоионизация 42
Фотоприменение электрона 54
Фотораспад иона 54
Фоторекомбинация 60
Фотоэффект на катоде 120
Фронт возвратного удара 243
Функция Бесселя 140, 213
— Грина 50
— Макдональда 81
— распределения электронов 85

Ч

Частота упругих столкновений 77

Частота неупругих столкновений 81

Ш

Шаровая молния 244, 251
«Шейка» стримера 189, 191

Э

Эквивалентный потенциал лавины 181
Экситоны Френкеля 46
Электризация облаков 244
— — внешняя 245
— — внутренняя 245
Электронная лавина 126
Эллипсоидальная модель стримера
185
Энергия возбуждения 5, 104
— диссоциации 104
— ионизации 104
— связи электрона 59, 92
— частицы полная 11
— — потенциальная 11
Эффект Пеннинга 111
— Рамзауэра 85
— Таунсенда 130
Эффективная полуширина стримера
192
Эффективный радиус лавины 168

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|---|-----|
| Предисловие | 3 |
| Глава 1. Элементарные процессы в газовом разряде | 5 |
| 1.1. Основные положения | 5 |
| 1.2. Следствия из законов сохранения энергии и количества движения при парных столкновениях | 6 |
| 1.3. Эффективные сечения упругих и неупругих столкновений | 9 |
| 1.4. Интегральные эффективные сечения | 12 |
| 1.5. Теоретические расчеты и оценки эффективных сечений | 14 |
| 1.6. Резонансная перезарядка ионов | 21 |
| 1.7. Столкновения ионов с дипольными молекулами | 26 |
| 1.8. Столкновения электронов с ионами и электронами | 27 |
| 1.9. Рассеяние электронов на атомах и молекулах | 28 |
| 1.10. Неупругие столкновения электронов с атомами и молекулами | 32 |
| 1.11. Взаимодействие фотонов с атомами | 42 |
| 1.12. Отрицательные ионы. Образование и разрушение | 53 |
| 1.13. Рекомбинация ионов и электронов | 60 |
| Список литературы | 67 |
| Глава 2. Движение заряженных частиц в газе при наличии электрического поля | 76 |
| 2.1. Кинетическое уравнение для электронов, движущихся в постоянном однородном электрическом поле | 76 |
| 2.2. Кинетическое уравнение с учетом неупругих процессов | 79 |
| 2.3. Диффузия и подвижность электронов | 83 |
| 2.4. Диффузия и подвижность ионов | 89 |
| 2.5. Амбиполярная диффузия | 97 |
| Список литературы | 99 |
| Глава 3. Ионизационные коэффициенты Таунсенда | 103 |
| 3.1. Первый коэффициент ионизации Таунсенда | 103 |
| 3.2. Отклонения от закона Таунсенда | 108 |
| 3.3. Учет влияния примесей на первый коэффициент ионизации Таунсенда | 110 |
| 3.4. Процессы на катоде. Второй коэффициент ионизации Таунсенда | 116 |
| Список литературы | 123 |
| Глава 4. Электронные лавины и возникновение самостоятельного разряда | 126 |
| 4.1. Электронные лавины | 126 |
| 4.2. Установление самостоятельного разряда. Закон Пашена | 130 |
| 4.3. Предпробойный ток в разрядном промежутке | 132 |
| 4.4. Время запаздывания пробоя | 133 |
| 4.5. Фотоионизация в газе | 136 |
| 4.6. Природа фотоионизирующего излучения и механизмы вторичных процессов в разряде без участия катодных процессов | 139 |
| 4.7. Условие самостоятельности разряда, когда фотоионизация газа является вторичным механизмом | 143 |

| | | |
|--|---|-----|
| 4.8. | Отклонения от закона Пашена в разряде без участия катодных процессов | 147 |
| 4.9. | Самостоятельный разряд с коротким временем формирования, в котором вторичным механизмом является фотоэффект на катоде | 149 |
| 4.10. | Критерий реализации темного разряда | 149 |
| С п и с о к л и т е р а т у р ы | | 150 |
| Г л а в а 5. Лавино-стримерный переход | | 152 |
| 5.1. | Влияние пространственного заряда. Краткий обзор | 152 |
| 5.2. | Стримерная теория Лёба и Мика | 154 |
| 5.3. | Критические замечания к стримерной теории | 159 |
| 5.4. | Постановка задачи о лавино-стримерном переходе | 162 |
| 5.5. | Электрическое поле остова | 164 |
| 5.6. | Влияние фотонионизирующего излучения на расширение электронной лавины | 168 |
| 5.7. | Расширение лавины под действием ее пространственного заряда | 171 |
| 5.8. | Изменение среднего коэффициента ионизации для электронов лавины. Возникновение анодного стримера | 173 |
| 5.9. | Образование катодного стримера | 177 |
| 5.10. | Критерий перехода лавины в стример | 179 |
| С п и с о к л и т е р а т у р ы | | 180 |
| Г л а в а 6. Теория начальной стадии развития стримера | | 181 |
| 6.1. | Математическая постановка задачи о распространении стримера | 181 |
| 6.2. | Эллипсоидальная модель стримера | 185 |
| 6.3. | Обоснование выбранной модели | 189 |
| 6.4. | Учет влияния «шейки» на развитие стримера | 190 |
| 6.5. | Учет конечной проводимости в стримере | 192 |
| 6.6. | Исследование устойчивости поверхности стримера | 195 |
| С п и с о к л и т е р а т у р ы | | 197 |
| Г л а в а 7. Развитие стримера как волны ионизации | | 198 |
| 7.1. | Диффузионная модель анодного стримера | 198 |
| 7.2. | Модель стримера с учетом переноса резонансного излучения | 211 |
| С п и с о к л и т е р а т у р ы | | 218 |
| Г л а в а 8. Пробой в длинных искровых промежутках и в неоднородных полях | | 220 |
| 8.1. | Пробой в длинных искровых промежутках | 220 |
| 8.2. | Отклонения от закона Пашена | 223 |
| 8.3. | Сравнение с теорией Лёба и Мика | 224 |
| 8.4. | Образование стримера несколькими лавинами | 225 |
| 8.5. | Коронный разряд | 228 |
| 8.6. | Распространение стримера в неоднородном поле | 235 |
| 8.7. | Пробой в неоднородном поле | 239 |
| 8.8. | Разряд молнии | 241 |
| 8.9. | Шаровая молния | 251 |
| С п и с о к л и т е р а т у р ы | | 256 |
| Г л а в а 9. Некоторые технические применения искры | | 258 |
| 9.1. | Счетчики | 258 |
| 9.2. | Искровые камеры | 259 |
| 9.3. | Пропорциональные камеры | 259 |
| 9.4. | Стримерные камеры | 260 |
| С п и с о к л и т е р а т у р ы | | 261 |
| Приложение I. Расчет поля остова | | 262 |
| Приложение II. Справочные данные | | 265 |
| Предметный указатель | | 266 |

**Эдуард Дмитриевич Лозанский
Олег Борисович Фирсов**

ТЕОРИЯ ИСКРЫ

Редактор Ю. С. Аборин
Переплет художника А. Т. Кирьянова
Технический редактор Н. П. Власова
Корректоры Л. Н. Стрельцова, М. А. Жарикова

Сдано в набор 10/IV 1975 г. Подписано к печати 2/X 1975 г.
Т-15778. Формат 60×90^{1/16} Бумага типографская № 2
Усл. печ. л. 17,0 Уч.-изд. л. 18,09. Тираж 2500 экз.
Цена 2 р. 04 к; Зак. изд. 73055 Зак. тип. 199
Атомиздат 103031, Москва К-31, ул. Жданова, 5

Московская типография № 4 Союзполиграфпрома
при Государственном комитете Совета Министров СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли
Москва И-41, Б Переяславская ул., дом 46