ПРОБЛЕМЫ

ФИЗИКИ

Р. МАРШАК
Э. СУДЕРШАН

Введение в физику элементарных частиц

INTRODUCTION TO ELEMENTARY PARTICLE PHYSICS

R. E. Marshak

and

E. C. G. Sudarshan

Department of Physics and Astronomy,
University of Rochester,
Rochester, New York

Interscience Publishers, Inc., New York
Interscience Publishers Ltd., London
1961

ПРОБЛЕМЫ ФИЗИКИ

Р. Маршак и Э. Судершан

ВВЕДЕНИЕ В ФИЗИКУ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Перевод с английского
И. С. ШАПИРО

ИЗДАТЕЛЬСТВО
ИНОСТРАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
Москва 1962

Книга, написанная известными американскими специалистами в области ядерной физики, содержит изложение современных теоретических представлений и фактических данных об элементарных частицах. Приведена сводка характеристик элементарных частиц, описан формализм квантовой теории поля и основные положения теории частиц (законы сохранения, изотопический спин, V—A-взаимодействие, несохранение четности и т. д.).

Книга рассчитана на физиков — экспериментаторов и теоретиков, преподавателей вузов, а также студентов старших курсов физических факультетов и аспирантов.

Редакция литературы по физике

ПРЕДИСЛОВИЕ К РУССКОМУ ИЗДАНИЮ

Настоящая книга представляет собой сжатый очерк свойств симметрии элементарных частиц. Несмотря на небольшой объем, в ней отражены практически все надежно установленные факты и их возможная интерпретация в рамках тех современных теоретических представлений, которые носят феноменологический или полуфеноменологический характер. Ко времени написания этой книги были известны лишь «долгоживущие» нестабильные элементарные частицы, т. е. частицы, время жизни которых весьма велико по сравнению со временем, характерным для сильных (ядерных) взаимодействий. В 1961 г. появились новые экспериментальные данные, свидетельствующие о существовании «короткоживущих» частиц со временем жизни, хотя и бо́льшим, но сравнимым с «ядерным временем». Следует ли такие короткоживущие образования рассматривать как «элементарные частицы» или их свойства можно объяснить, исходя из какой-нибудь составной модели, подобно тому как мы объясняем свойства атомных ядер, в настоящее время не ясно. Разумеется, эти весьма интересные, но во многом еще не полные результаты, не могли быть отражены в монографии Маршака и Судершана. В остальном приведенные в книге данные — экспериментальные и теоретические — являются достаточно «свежими»: они соответствуют состоянию наших знаний в 1959—1960 гг. С тех пор ситуация ни в чем существенном не изменилась (если не считать немногочисленных новейших результатов, приведенных в примечаниях к переводу), так что картина, нарисованная в книге Маршака и Судершана, отвечает современному состоянию физики элементарных частиц.

Как отмечают сами авторы, книга рассчитана не на специалистов-теоретиков. Она, несомненно, будет доступна физикам-экспериментаторам, но вместе с тем представляет также интерес и для теоретиков. Это обу-

словлено, во-первых, тем, что авторы концентрируют внимание читателя на физическом смысле формальных положений теории. Во-вторых, книга дает довольно ясное представление не только об объективном состоянии рассматриваемых проблем, но и о взглядах авторов на всю ситуацию в целом. Последнее обстоятельство особенно ценно в данном случае, поскольку авторы книги являются крупными физиками, внесшими серьезный вклад в развитие современной теории элементарных частиц (им, в частности, принадлежит одно из важнейших достижений последних лет — гипотеза универсального слабого четырехфермионного «$V-A$-взаимодействия»).

В монографии Маршака и Судершана совершенно не затронуты вопросы, связанные с решением уравнений современной квантовой теории волновых полей. Это обстоятельство не случайно, так как, с одной стороны, в настоящее время не ясно, существуют ли вообще решения известных нам дифференциальных уравнений для операторов поля, и вместе с тем не достигнуто успеха в составлении какой-либо другой полной системы уравнений (например, типа дисперсионных соотношений для амплитуд реальных процессов). С другой стороны, в аппарате современной теории до сих пор не удалось установить прямой связи между свойствами симметрии элементарных частиц и динамическими проблемами. По этим причинам раздельное рассмотрение этих вопросов представляется пока вполне оправданным. Динамические проблемы квантовой теории волновых полей изложены в ряде известных руководств, приведенных в списках литературы к главам данной книги. К этому перечню следует, пожалуй, добавить недавно вышедший сборник работ по двойным дисперсионным соотношениям (Новый метод в теории сильных взаимодействий, ИЛ, 1960).

В заключение заметим, что при переводе оригинальный текст не подвергался каким-либо сокращениям или изменениям; даны лишь примечания к тексту и сделаны дополнения в списках литературы, которые отмечены звездочкой.

И. Шапиро.

Сентябрь 1961 г.

ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРОВ

«Было предпринято много теоретических попыток объяснить долгоживучесть V-частиц... либо путем введения новых правил отбора, следующих из факта парного рождения этих частиц, либо с помощью предположений о сложной структуре новых нестабильных частиц. Однако ни одна из этих гипотез не могла удовлетворить быстро меняющемуся состоянию экспериментальных данных и обсуждение относительных достоинств различных теорий целесообразно отложить до более благоприятного момента».

Эти слова — заключительный параграф книги «Мезонная физика», опубликованной в 1952 г. одним из авторов настоящей книги (Р. Маршаком). После 1952 г. положение в физике элементарных частиц существенно прояснилось как с экспериментальной, так и с теоретической точки зрения, и эта небольшая книжка представляет собой скромную попытку выполнить обязательство, содержащееся в приведенной выше цитате.

В данном обзоре рассматривается очень ограниченный круг вопросов. Он посвящен в основном тем аспектам физики элементарных частиц, которые не связаны с детализацией динамики процессов. Везде, за исключением последнего параграфа книги, с различными полями сопоставляются хорошо известные частицы, производится обычное разделение взаимодействий на сильные, электромагнитные и слабые и рассматриваются только такие принципы симметрии и правила отбора, которые подтверждаются экспериментальными данными. Но даже в пределах этого ограниченного круга вопросов книга не претендует на строгость или полноту. Вместо этого главное внимание уделяется выяснению физического смысла различных понятий, а эксперимен-

тальный материал приводится главным образом в иллюстративных целях. Другими словами, эта книга является кратким введением в физику элементарных частиц, рассчитанным не на специалистов по теоретической физике частиц высоких энергий, а на студентов старших курсов, экспериментаторов в области физики высоких энергий и всех тех, кто желает ознакомиться с наиболее достоверной частью современных знаний по этому вопросу.

Списки литературы к каждой из глав не претендуют на полноту. Более полный перечень работ вплоть до 1958 г. содержится в книге Б. Витали «Библиография по тяжелым мезонам и гиперонам» (1960 г.). Особо следует отметить лекции доктора П. Мэтьюса «Релятивистская квантовая теория взаимодействий элементарных частиц» (изданные Рочестерским университетом в 1957 г.) [1]), которые оказались чрезвычайно полезными авторам в процессе написания данной книги. Новейшие экспериментальные данные читатель найдет в «Материалах ежегодной Международной конференции по физике высоких энергий в Рочестере (1960 г.)». К сожалению, за исключением табл. 1, эти результаты не смогли быть включены в книгу до того, как она была направлена в печать.

Мы благодарны докторам Г. Фейнбергу и С. Окубо за критическое прочтение рукописи и полезные замечания, С. Хатсукаде за помощь в подборе литературы и проверку некоторых выкладок и Т. Джордану за правку корректуры.

Р. Маршак.
Э. Судершан.

Рочестер,
сентябрь 1960 г.

---

[1]) Имеется перевод: Р. Мэтьюс, Релятивистская квантовая теория взаимодействий элементарных частиц, ИЛ, 1959. — *Прим. перев.*

Глава 1

Элементарные частицы и их взаимодействия

§ 1. Понятие элементарной частицы

В обычном словоупотреблении выражение «элементарная частица» означает простейший объект, по отношению к которому всякое другое вещество может рассматриваться как нечто составное. В физике полезность того или иного понятия весьма сильно зависит от состояния наших знаний, от классификации взаимодействий и от систематики экспериментальных фактов. С некоторой точки зрения, а именно с позиций теории представлений группы Лоренца, любая частица с определенной массой и спином является элементарной. В этом смысле даже молекулу можно считать элементарной частицей. Однако, когда было установлено, что между атомами в молекуле имеет место то же электромагнитное взаимодействие, что и между электронами и положительно заряженным атомным ядром, то оказалось гораздо более удобным рассматривать как элементарные частицы электрон и всевозможные атомные ядра. После того как в результате развития квантовой механики выяснилось, что корпускулярно-волновой дуализм играет существенную роль в понимании всех атомных явлений, возникла необходимость включить в список элементарных частиц фотон. Когда был открыт нейтрон и выявлены свойства ядерных сил, стало более разумным рассматривать нейтрон и протон как элементарные частицы, из которых составлены атомные ядра. В рамках этой концепции стабильный дейтрон, например, обладающий определенной массой и спином, рассматривается как составная система, тогда как нестабильный нейтрон считается элементарной частицей. С позиций схемы сильных (ядерных), электромагнитных и слабых взаимодействий оправданием такой игнорирующей временно́й фактор точки зрения является очень большая продолжительность жизни нейтрона (10^3 *сек*) по сравнению с масштабом ядерных времен (10^{-23} *сек*).

В действительности ситуация еще более любопытна. Если мы ограничиваемся атомной физикой и рассматриваем только стабильные атомные ядра (по крайней мере внутри нашей галактики), то только электрон, протон, нейтрон и фотон являются элементарными частицами. Если даже мы расширим наш горизонт, включив нестабильные атомные ядра, мы должны будем добавить только нейтрино, антинейтрино и позитрон. Но если некоторые из перечисленных выше частиц приобретают достаточно большую кинетическую энергию (в качестве частиц космического излучения или в ускорителях), то наблюдается рождение многих новых частиц, которые мы на данной стадии наших знаний включаем в перечень элементарных частиц.

Некоторые из этих частиц, образующихся за счет кинетической энергии других частиц, могут в свою очередь рождать новые частицы, либо в результате распада, либо в столкновениях с другими частицами. В итоге дополнительно к перечисленным выше наблюдаются следующие частицы (и античастицы), которые следует включить в список элементарных частиц: положительные и отрицательные мюоны, положительные, отрицательные и нейтральные пионы, положительные и отрицательные каоны, а также два типа нейтральных каонов, антипротон и антинейтрон, нейтральный Λ-гиперон и анти-Λ-гиперон, положительные, отрицательные и нейтральные Σ-гипероны и три соответствующие им античастицы и отрицательный и нейтральный Ξ-гипероны. Из соображений, которые будут разъяснены ниже, следует, что почти несомненно будут наблюдены два анти-Ξ-гиперона. Таким образом, имеются по крайней мере тридцать частиц и античастиц, семь из которых (протон, антипротон, электрон, позитрон, нейтрино, антинейтрино и фотон) стабильны, а остальные двадцать три частицы обладают определенной относительной стабильностью, являющейся основанием для объединения их в один список вместе с семью стабильными частицами.

Несомненно, что в будущей последовательной теории число элементарных частиц и взаимодействий уменьшится и будут найдены более глубокие принципы симметрии для различного типа взаимодействий. Одна-

ко на современном этапе развития физической теории все тридцать частиц и античастиц целесообразно считать элементарными и на равном основании изучить их свойства и принципы симметрии, управляющие взаимодействиями между ними.

§ 2. Свойства элементарных частиц

Непосредственно измеряемыми характеристиками элементарной частицы являются заряд, масса, спин, а также, если частица не стабильна, время жизни и продукты ее распада. Эти характеристики перечислены для всех тридцати частиц и античастиц в табл. 1 [1]. Экспериментальные ошибки приведены везде, где это возможно. Заряд, масса и спин античастиц отдельно не указаны по той причине, что если (как мы верим) для всех процессов в физике элементарных частиц применима специальная теория относительности (инвариантность физических законов относительно собственной группы Лоренца), то из весьма общих соображений следует противоположность знаков зарядов частиц и античастиц, равенство зарядов по абсолютной величине и тождественность их масс, спинов и времен жизни. Для античастиц в табл. 1 не перечислены также продукты распада, потому что эти последние являются античастицами по отношению к продуктам распада частиц. Нейтральный каон представляет собой исключение. В этом случае указаны два разных времени жизни и различные схемы распада, относящиеся к двум частицам — так называемым K_1^0- и K_2^0-частицам, которые являются «противоположными смесями» нейтрального каона и его античастицы, т. е. [1]).

$$|K_1^0\rangle = \frac{|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle}{\sqrt{2}} \quad \text{и} \quad |K_2^0\rangle = \frac{|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle}{\sqrt{2}}.$$

Это усложнение связано с тем, что, хотя нейтральный каон и его античастица не тождественны, они могут распадаться по идентичным «каналам» (см. гл. 3).

[1]) Символом $|A\rangle$ обозначена волновая функция частицы A. — *Прим. перев.*

Свойства элементарных частиц (массы и

Частица		Античастица	Спин	Масса, *Мэв*	Электрический заряд Q	Барионный заряд B
						Фо
Фотон	γ	(γ)	1	0	0	0
						Леп
Нейтрино	ν	$\bar{\nu}$	$1/2$	0	0	0
Электрон	e^-	e^+	$1/2$	$0{,}510976 \pm 0{,}000007$	-1	0
Мюон	μ^-	μ^+	$1/2$	$105{,}655 \pm 0{,}010$	-1	0
						Мезо
Пион	π^0	(π^0)	0	$135{,}00 \pm 0{,}05$	0	0
	π^+	π^-	0	$139{,}59 \pm 0{,}05$	$+1$	0
Каон	K^+	K^-	0	$493{,}9 \pm 0{,}2$	$+1$	0
	K^0	$\bar{K}^0$	0	$497{,}8 \pm 0{,}6$	0	0
						Бари
Нуклон	p	$\bar{p}$	$1/2$	$938{,}213 \pm 0{,}01$	$+1$	$+1$
	n	$\bar{n}$	$1/2$	$939{,}507 \pm 0{,}01$	0	$+1$
Λ-гиперон	Λ	$\bar{\Lambda}$	$1/2$	$1115{,}36 \pm 0{,}14$	0	$+1$
Σ-гиперон	Σ^+	$\bar{\Sigma}^+$	$1/2$	$1189{,}40 \pm 0{,}20$	$+1$	$+1$
	Σ^0	$\bar{\Sigma}^0$	$1/2$	$1191{,}5 \pm 0{,}5$	0	$+1$
	Σ^-	$\bar{\Sigma}^-$	$1/2$	$1195{,}96 \pm 0{,}30$	-1	$+1$
Ξ-гиперон	Ξ	$\bar{\Xi}^0$	?	1311 ± 8	0	$+1$
	Ξ^-	$\bar{\Xi}^-$	?	$1318{,}4 \pm 1{,}2$	-1	$+1$

Таблица 1

средние времена жизни взяты из обзора [1])

Лептонный заряд L	Странность S	Среднее время жизни	Схема распада
тон			
0	0	Стабилен	
тоны			
+1	0	Стабильно	
+1	0	Стабилен	
+1	−1	$(2{,}212 \pm 0{,}001) \cdot 10^{-6}$	$e^- + \nu + \bar{\nu}$
ны			
0	0	$(2{,}2 \pm 0{,}8) \cdot 10^{-16}$	2γ
0	0	$(2{,}55 \pm 0{,}03) \cdot 10^{-8}$	$\mu^+ + \nu$; $e^+ + \nu$
0	+1	$(1{,}224 \pm 0{,}013) \cdot 10^{-8}$	$\mu^+ + \nu$; $\mu^+ + \nu + \pi^0$; $e^+ + \nu + \pi^0$
			$\pi^+ + \pi^0$; $2\pi^+ + \pi^-$; $\pi^+ + 2\pi^0$
0	+1	K_1^0: $(1{,}00 \pm 0{,}038) \cdot 10^{-10}$	$\pi^+ + \pi^-$; $2\pi^0$
		K_2^0: $(6{,}1 \pm 1{,}3) \cdot 10^{-8}$	$\mu^+ + \nu + \pi^-$; $\mu^- + \bar{\nu} + \pi^+$
			$e^+ + \nu + \pi^-$; $e^- + \bar{\nu} + \pi^+$
			$\pi^+ + \pi^- + \pi^0$; $3\pi^0$
оны			
0	0	Стабилен	
0	0	$(1{,}013 \pm 0{,}029) \cdot 10^3$	$p + e^- + \bar{\nu}$
0	−1	$(2{,}505 \pm 0{,}086) \cdot 10^{-10}$	$p + \pi^-$; $n + \pi^0$
			$p + e^- + \bar{\nu}$
0	−1	$(0{,}81 \pm 0{,}06) \cdot 10^{-10}$	$p + \pi^0$; $n + \pi^+$
0	−1	$< 0{,}1 \cdot 10^{-10}$	$\Lambda + \gamma$
0	−1	$(1{,}61 \pm 0{,}10) \cdot 10^{-10}$	$n + \pi^-$
0	−2	$1{,}5 \cdot 10^{-10}$ (1 случай)	$\Lambda + \pi^0$
0	−2	$(1{,}28 \pm 0{,}34) \cdot 10^{-10}$	$\Lambda + \pi^-$

В таблице не указаны античастицы для нейтрального пиона и фотона, поскольку эти частицы тождественны со своими античастицами. Таким образом, в табл. 1 перечислены шестнадцать частиц и четырнадцать античастиц, из которых стабильны четыре частицы (протон, электрон, нейтрино, фотон) и три античастицы (антипротон, позитрон, антинейтрино), а остальные двенадцать частиц и одиннадцать античастиц нестабильны.

В табл. 1 частицы расположены в порядке возрастания их масс, причем неопределенность в случае фотона и нейтрино разрешена так, что фотон помещен первым. Такой порядок расположения приводит к примечательному разделению всех частиц на четыре класса: *фотон, лептоны, мезоны* и *барионы*. Первоначально наименования лептоны, мезоны и барионы были введены для обозначения легких, промежуточных по массе и тяжелых частиц, но теперь мы знаем, что частицы каждого из трех классов обладают рядом важных, общих для данного класса свойств, отличных от свойств, присущих частицам других двух классов. Например, оказывается исключительно полезным приписать единичный лептонный заряд каждому из лептонов, единичный барионный заряд каждому из барионов и нулевые лептонные и барионные заряды всем мезонам. Поскольку для этих квантовых чисел имеют место точные законы сохранения (см. гл. 4), они играют весьма важную роль.

Продолжая дальнейший анализ данных табл. 1, мы замечаем, что электрический заряд Q принимает значения 1, 0, —1 и нет ни одной элементарной частицы, для которой $|Q|>1$. Распределение масс частиц, перечисленных в табл. 1, также не является полностью хаотическим: по крайней мере внутри классов мезонов и барионов имеются определенные группировки частиц по массам, зависящие от электрического заряда. Так, внутри класса мезонов заряженный пион на 4,59 *Мэв* тяжелее нейтрального пиона, а масса нейтрального каона только на 3,9 *Мэв* превосходит массу заряженного каона. В классе барионов нейтральный нуклон (нейтрон) лишь на 1,2939 *Мэв* тяжелее заряженного нуклона (протона), отрицательный Σ-гиперон имеет массу всего на 6,56 *Мэв* больше массы положительного Σ-гипе-

рона и на 4,45 *Мэв* превышающую массу нейтрального Σ-гиперона. Разность масс отрицательного и нейтрального Ξ-гиперонов не превышает 8 *Мэв*, что находится в пределах экспериментальных ошибок. В этой связи может оказаться разумным рассматривать нейтрино и электроны, поскольку их массы отличаются всего на 0,5 *Мэв*, как нейтральные и отрицательные «легкие» лептоны (в отличие от «тяжелых» лептонов — мюонов). Все перечисленные разности масс малы по сравнению с разностями масс между группами «легких» и «тяжелых» лептонов (внутри класса лептонов), пионов и каонов (внутри класса мезонов), нуклонов, Λ-гиперонов, Σ-гиперонов и Ξ-гиперонов (внутри класса барионов).

По этой причине представляется целесообразным рассматривать частицы с мало отличающимися массами как разные «зарядовые состояния» одной и той же частицы, так что действительно различными элементарными частицами, чьи свойства и взаимодействия подлежат изучению, становятся «легкий» и «тяжелый» лептоны, пион, каон, нуклон и Λ-, Σ- и Ξ-гипероны, а также отвечающие этим частицам античастицы. Небольшая разница масс между различными зарядовыми состояниями» интерпретируется теперь как результат взаимодействия частицы с собственным электромагнитным полем, приводящего к появлению собственной электромагнитной энергии. Поскольку не существует последовательной теории, дающей количественное объяснение разности масс на основе электромагнитных взаимодействий, такая точка зрения не вносит никаких трудностей, за исключением, быть может, случая «легких» лептонов: если правильна двухкомпонентная теория нейтрино, то затравочная масса «легких» лептонов должна быть равна нулю, но тогда в рамках современной квантовой электродинамики оказывается невозможным получить, оперируя методами теории возмущений, отличную от нуля массу для электрона (см. гл. 2 и гл. 5, § 6).

Еще более поразительной, чем распределение масс и зарядов, представляется закономерность, наблюдаемая для спинов частиц, перечисленных в табл. 1. За исключением фотона, который, являясь единственной частицей

в своем классе, имеет спин 1, все лептоны и барионы обладают спином $^1/_2$, а все мезоны — нулевым спином (спин Ξ-гиперона пока не измерен, но, вероятней всего, он тоже равен $^1/_2$). Таким образом, все элементарные частицы (исключая фотон) обладают наинизшим возможным полуцелым или целым спином. Согласно известной теореме о связи между спином и статистикой [1]), ансамбль тождественных частиц с полуцелым спином подчиняется статистике Ферми — Дирака, а ансамбль тождественных частиц с целым спином — статистике Бозе — Эйнштейна. Не известно ни одного факта, противоречащего этой теореме, доказательство которой основывается на некоторых весьма общих положениях релятивистской квантовой механики. Из теоремы о связи спина со статистикой следует, что во всех процессах, в которых сохраняется полный момент количества движения, сохраняется также и статистика. Частица с полуцелым спином называется фермионом, частица с целым спином — бозоном. Таким образом, все лептоны и барионы являются фермионами, а фотон и все мезоны — бозонами.

В табл. 1 указаны также три квантовых числа, приписываемых каждой элементарной частице: барионный заряд B, лептонный заряд L и странность S. Введение этих квантовых чисел и связанных с ними законов сохранения сильно уменьшает число процессов, в которых могут участвовать элементарные частицы. Существует надежда, что в дальнейшем в полной теории эти квантовые числа будут возникать естественным образом, как следствие ее основных положений; однако на данном этапе они вводятся чисто феноменологически. Введение первых двух квантовых чисел отражено уже в самом наименовании двух из классов элементарных частиц: каждому из барионов приписывается $B = +1$ (антибариону $B = -1$), а частицам остальных трех классов — фотону, лептонам и мезонам — $B = 0$, каждой частице в классе лептонов приписывается $L = +1$ (антилептонам $L = -1$), а остальным частицам — фотону, мезонам и барионам — $L = 0$.

---

1) См., например, [2], а также гл. 3, § 5 данной книги.

Странность S есть несколько более индивидуальное число — оно различно даже для частиц, относящихся к одному классу. Для наиболее легких частиц в каждом из классов (для фотона, «легких» лептонов, пионов и нуклонов) $S = 0$, тогда как более тяжелым частицам в каждом из классов приписываются разные значения S, смысл которых выяснится только после рассмотрения быстрых электромагнитных распадов (см. ниже). Так же как барионный и лептонный заряды, странность античастицы обратна по знаку странности частицы. Следовательно, странность также является аддитивным квантовым числом. Свойства частиц, связанные со странностью, более подробно рассматриваются ниже (в связи с временами жизни и продуктами распада, приведенными в табл. 1), а также вместе с другими аддитивными квантовыми числами в гл. 4.

В отношении приведенных в табл. 1 данных по временам жизни и продуктам распада необходимо сделать несколько замечаний. Прежде всего отметим, что стабильными частицами являются фотон, два «легких» лептона (нейтрино и электрон), легчайший барион (протон) и их античастицы. Закон сохранения энергии и импульса запрещает распад фотона, обладающего нулевой массой, на несколько нейтрино. И обратно, нейтрино, обладающее нулевой массой, не может распадаться на фотоны. Закон сохранения заряда гарантирует стабильность электрона в отношении распада на нейтрино и фотоны. Для объяснения стабильности протона требуется ввести новый закон сохранения — закон сохранения барионного заряда. Приписав протону $B = 1$, фотону, лептонам и мезонам $B = 0$ и потребовав сохранения барионного заряда, мы можем «объяснить» стабильность протона. Следует надеяться, что впоследствии будут найдены более глубокие основания для эмпирического закона сохранения барионного заряда, так как этот закон в большей степени, чем какой-либо другой, обусловливает стабильность нашего участка Вселенной.

Мы видели, что законы сохранения момента количества движения, электрического и барионного зарядов (вместе с законами сохранения энергии и импульса)

обеспечивают стабильность фотона, нейтрино, электрона и протона. Однако этих законов не достаточно для обеспечения стабильности «тяжелых» лептонов (мюонов), мезонов и барионов, более тяжелых, чем протон. Эти частицы и на самом деле не стабильны. Из двенадцати нестабильных частиц (и одиннадцати нестабильных античастиц), перечисленных в табл. 1, только для двух частиц (нейтрального пиона и нейтрального Σ-гиперона) и одной античастицы (нейтрального анти-Σ-гиперона) испускание фотона является доминирующим видом распада. Следует отметить, что время жизни π^0 равно $2{,}2 \cdot 10^{-16}$ *сек*, а время жизни Σ^0 (по данным весьма несовершенных опытов) меньше 10^{-11} *сек*. Эти времена жизни являются самыми короткими из перечисленных в табл. 1, причем на основании теоретических соображений действительно следует ожидать, что время жизни Σ^0 (и $\bar{\Sigma}^0$) меньше 10^{-11} *сек*. Время жизни порядка 10^{-16} *сек* представляется большим по сравнению с ядерным временным масштабом (характерным ядерным временем является комптоновская длина волны пиона, деленная на скорость света, т. е. $0{,}5 \cdot 10^{-23}$ *сек*), что оправдывает включение π^0, Σ^0 и $\bar{\Sigma}^0$ в список элементарных частиц.

Ни для одной из остальных элементарных частиц, перечисленных в табл. 1, распад с испусканием фотонов не является доминирующим, хотя для большинства из них электромагнитный распад не противоречит ни одному из законов сохранения. Разумеется, доминирующий неэлектромагнитный распад может сопровождаться испусканием фотонов (в некоторых случаях такое явление наблюдалось: например, был обнаружен экспериментально процесс $\mu \to e + \nu + \bar{\nu} + \gamma$), однако всегда в таких случаях испускание фотона (в дополнение к другим продуктам распада) приводит к уменьшению вероятности процесса по крайней мере в 100 раз по сравнению с процессом, в котором фотон не испускается. Эффектом, связанным с испусканием фотонов, является распад с «внутренней конверсией», при котором виртуальный фотон конвертируется в пару электрон — позитрон. Примером этого могут служить процессы

$\pi^0 \to \gamma + e^+ + e^-$, $\pi^0 \to 2e^+ + 2e^-$ и $\mu \to e + \nu + \bar{\nu} + e^+ + e^-$. Распады, сопровождающиеся внутренней конверсией, или так называемым «внутренним тормозным излучением», существенно отличаются по своей природе от фотонных распадов π^0 и Σ^0, и их изучение не имеет принципиального значения для физики элементарных частиц [1]).

Нестабильные частицы, распадающиеся главным образом без испускания фотонов, обладают временами жизни от 10^{-10} до 10^3 *сек*, т. е. различающимися до 10^{13} раз. Столь большое различие во временах жизни свидетельствует, казалось бы, об исключительном разнообразии типов взаимодействий, ответственных за распад. На самом деле, однако, все эти времена жизни (с точностью до множителя, меньшего или порядка 10) удается объяснить одним типом взаимодействия, называемым универсальным слабым взаимодействием (см. § 3 настоящей главы). Исключительно широкий диапазон времен жизни объясняется тем, что время жизни при медленных распадах оказывается чрезвычайно чувствительным к величине выделяющейся при распаде энергии, меняясь от $0{,}75 \cdot 10^{-10}$ *сек* при $Q = 115$ *Мэв* в случае Σ^+-гиперона до 10^3 *сек* при $Q = 0{,}75$ *Мэв* для нейтрона. Рассмотрение данных табл. 1 показывает, что монотонной зависимости времени жизни от выделяющейся энергии не существует. Это обстоятельство объясняется несколько ниже с помощью некоторых приближенных правил отбора.

Универсальное слабое взаимодействие объясняет не только большую разницу в значениях времен жизни, но также и распады «тяжелых» лептонов (мюонов) на «легкие» лептоны, мезонов на лептоны, на мезоны или на мезоны и лептоны и, наконец, распады барионов, более тяжелых, чем протон, на барионы и мезоны или на барионы и лептоны. Чрезвычайно важно отметить, что наблюдаются не все виды распадов, разрешенные точными

[1]) Это не означает, однако, что исследование указанных процессов бесполезно. Более того, информация о ряде важных особенностей механизма неэлектромагнитного распада может быть получена путем изучения распадов, сопровождающихся внутренним тормозным излучением или его внутренней конверсией. — *Прим. перев.*

законами сохранения. Например, распад $\mu^+ \to e^+ + e^+ + e^-$ не наблюдался, хотя этот процесс, так же как и хорошо изученный вид распада $\mu^+ \to e^+ + \nu + \bar{\nu}$, не противоречит ни одному из точных законов сохранения. Можно привести много других примеров, когда медленный распад, не запрещенный точными законами сохранения и характеризующийся не меньшей выделяющейся энергией, чем это имеет место при наблюдаемых видах распадов, так что отсутствие распада не может быть объяснено малостью фазового объема), в действительности не происходит. Чтобы понять это явление, приходится ввести дополнительные правила отбора, отличные от упоминавшихся выше. Подробное рассмотрение этой проблемы дано в гл. 5.

Поскольку времена жизни двух нестабильных частиц (и одной античастицы), распадающихся главным образом путем испускания фотонов, много меньше времен жизни остальных двадцати нестабильных частиц и античастиц, распадающихся преимущественно без испускания фотонов, то, естественно, возникает вопрос, почему электромагнитный механизм распада не является преобладающим вообще для всех нестабильных частиц. Так как электромагнитное время жизни по порядку величины равно 10^{-16} *сек*, то это означает, что электромагнитный распад по крайней мере в 10^6 раз «благоприятнее» распада неэлектромагнитной природы. Столь большое различие можно объяснить только действием весьма сильных правил отбора, запрещающих быстрый электромагнитный распад частиц внутри каждого из классов (лептонов, мезонов и барионов). Например, в классе барионов возможные в принципе быстрые электромагнитные распады, такие как $\Sigma^+ \to p + \gamma$, $\Xi^- \to \Sigma^- + \gamma$, на самом деле не имеют места, тогда как распад $\Sigma^0 \to \Lambda + \gamma$ происходит. В классе мезонов процессы типа $K^0 \to 2\gamma$ и $K^+ \to \pi^+ + 2\gamma$ отсутствуют, тогда как распад $\pi^0 \to 2\gamma$ осуществляется. В классе лептонов необходимо объяснить отсутствие быстрого электромагнитного распада $\mu \to e + \gamma$.

Мы поставлены, таким образом, перед необходимостью введения нового квантового числа, запрещающего быстрые электромагнитные распады, которые в

противном случае происходили бы, поскольку они не противоречат точным законам сохранения. Этим новым квантовым числом является странность S. Как наблюдаемые, так и не наблюдаемые электромагнитные распады могут быть объяснены сохранением странности во всех процессах, вызываемых электромагнитными взаимодействиями, если приписать определенные значения S каждой элементарной частице (см. табл. 1). Выше отмечалось, что удобно приписать значение $S = 0$ легчайшей частице внутри каждого из четырех классов, т. е. фотону, «легкому» лептону, пиону и нуклону. Используя закон сохранения странности, мы получаем теперь автоматически, что быстрый электромагнитный распад $\pi^0 \to 2\gamma$ разрешен. При переходе к более тяжелым частицам внутри каждого из классов естественно изменять величину странности на единицу. Придерживаясь этого правила, можно приписать $S = -1$ мюону, хотя это и не требуется для объяснения отсутствия быстрого электромагнитного распада $\mu \to e + \gamma$, если имеет место так называемое минимальное электромагнитное взаимодействие (см. гл. 5). Если затем положить $S = +1$ для каона, $S = -1$ для Λ- и Σ-гиперонов и $S = -2$ для Ξ-гиперонов, то быстрый электромагнитный распад будет разрешен для Σ^0-гиперона ($\Sigma^0 \to \Lambda^0 + \gamma$) и запрещен для всех остальных мезонов и барионов. Из всего этого ясно, что S является аддитивным (а не мультипликативным) квантовым числом, так как в противном случае был бы разрешен быстрый электромагнитный распад $\Xi^0 \to n + \gamma$.

Интересно отметить, что медленные распады, согласуясь с точными законами сохранения (т. е. с сохранением энергии, импульса, момента количества движения, электрического, барионного и лептонного зарядов), в отличие от быстрых электромагнитных распадов противоречат закону сохранения странности. Рассмотрение данных табл. 1 показывает, что при медленных распадах странность либо не меняется (например, при распаде нейтрона), либо меняется на единицу (например, при распадах каонов и Λ-гиперона). Таким образом, для медленных распадов имеет место правило отбора $\Delta S = 0, \pm 1$. В случае Ξ-гиперона мог бы в принципе

происходить распад, при котором $\Delta S = 2$ (например, $\Xi^- \to n + \pi^-$). Однако нет никаких экспериментальных указаний на существование этого процесса, несмотря на то, что соответствующий фазовый объем больше, чем фазовый объем в осуществляющемся распаде $\Xi^- \to \Lambda + \pi^-$. Это является сильным аргументом в пользу сформулированного выше правила отбора (детальное обсуждение см. в гл. 4).

Тот факт, что сохранение странности S объясняет данные, относящиеся к быстрым электромагнитным распадам, не является, конечно, удивительным, так как мы специально ввели это новое квантовое число для описания указанных данных[1]). Замечательным, однако, является то, что закон сохранения странности справедлив и для сильных взаимодействий элементарных частиц, как это экспериментально проверено многими способами. Сохранение странности сразу же объясняет, почему такие распады, как $K^+ \to \pi^+ + \pi^0, \Lambda \to p + \pi^-, \Sigma^+ \to p + \pi^0$, происходят не предельно быстро (т. е. не со временем жизни порядка ядерного времени 10^{-23} *сек*), как это должно было бы быть в результате сильных взаимодействий. Сохранением странности объясняется также ассоциированное рождение странных частиц в ядерных и фотоядерных процессах. Эти следствия более подробно рассматриваются в гл. 4.

§ 3. Типы взаимодействий

Рассматривая свойства элементарных частиц, перечисленных в табл. 1, мы ссылались на три типа взаимодействий, ответственных за различного рода процессы, происходящие с элементарными частицами. Этими тремя типами взаимодействий (между которыми на данном этапе развития теории не видно никакой связи) являются ядерное, или сильное, взаимодействие, электромагнитное взаимодействие и слабое взаимодействие.

[1]) Мы вводим странность несколько иначе, чем другие авторы; см., например, [3].

Из четырех классов элементарных частиц, приведенных в табл. 1, фотон является, если можно так выразиться, носителем электромагнитного взаимодействия и, насколько нам известно, ему не свойственно слабое или сильное взаимодействие с какими-либо другими частицами. Электрически заряженные лептоны взаимодействуют с фотонами, вследствие чего они косвенным образом взаимодействуют с другими частицами; кроме того, всем лептонам присуще слабое взаимодействие друг с другом, с мезонами и барионами. Что касается мезонов и барионов, то им свойственно, вообще говоря, сильное взаимодействие друг с другом, взаимодействие с фотонами и, следовательно, электромагнитное взаимодействие друг с другом и с лептонами, а также слабое взаимодействие друг с другом и с лептонами.

Выше уже указывалось, что точные законы сохранения (энергии, импульса, момента количества движения, электрического, барионного и лептонного зарядов) управляют процессами, вызываемыми всеми тремя типами взаимодействий. Мы также отметили, что по крайней мере один закон сохранения имеет место не при всех взаимодействиях, а именно, странность сохраняется при электромагнитных и сильных взаимодействиях и не сохраняется при слабых взаимодействиях. Мы найдем (гл. 3 и 5), что существует по крайней мере еще одно точное свойство симметрии (инвариантность относительно обращения времени), которое справедливо для всех типов взаимодействия, и по крайней мере три «приближенных» закона сохранения (пространственное отражение, зарядовое сопряжение, сохранение изоспина). Оказывается, что сильным взаимодействиям свойственно наибольшее число законов сохранения (и, следовательно наибольшее число свойств симметрии), электромагнитное взаимодействие управляется меньшим количеством таких законов и наименьшее число их характерно для слабых взаимодействий. Эта связь между силой взаимодействия и числом законов сохранения является одной из наименее ясных проблем физики элементарных частиц.

Итак, имеются три типа убывающих по силе взаимодействий: сильное, или ядерное, электромагнитное и

слабое. Полезно дать количественную оценку величины безразмерных констант, характеризующих каждое из этих взаимодействий. Наиболее хорошо изученное промежуточное по силе электромагнитное взаимодействие характеризуется безразмерной константой — постоянной тонкой структуры $\alpha = e^2/4\pi\hbar c = 1/137$ (здесь e — элементарный заряд, $\hbar$ — постоянная Планка, деленная на 2π, c — скорость света), появляющейся при вычислении вероятности всех электромагнитных процессов [4]. Например, эффективное сечение рассеяния фотона электроном имеет порядок величины $\alpha^2(\hbar/m_e c)^2$ (здесь $\hbar/m_e c$ — комптоновская длина волны электрона) и содержит квадрат α, поскольку в процессе участвуют два фотона (падающий фотон поглощается, рассеянный фотон испускается). Если мы хотим оценить время жизни частицы с массой m, распадающейся с испусканием одного фотона, то получим для обратного времени жизни величину порядка $\alpha(mc^2/\hbar)$. Если в распаде участвуют два фотона, то войдет вторая степень α и т. д. Такая оценка времени жизни очень груба (поскольку не принимался во внимание матричный элемент) и предполагает, что при распаде выполняются все законы сохранения — в противном случае матричный элемент может быть очень мал и соответственно время жизни необычайно велико. Важно отметить, что электрический заряд e, входящий в постоянную тонкой структуры, является мерой силы взаимодействия электрически заряженной частицы с электромагнитным полем.

В случае сильного, или ядерного, взаимодействия существует безразмерная константа $g^2/4\pi\hbar c \approx 15$, аналогичная постоянной тонкой структуры, причем g есть константа псевдоскалярного пион-нуклонного взаимодействия. В качестве исходной величины мы выбрали пион-нуклонную константу, поскольку она лучше всего известна из опытов по рассеянию пионов на нуклонах и из ядерных сил между двумя нуклонами, которые обусловлены главным образом пионным полем. Эта безразмерная константа сильного взаимодействия может быть использована для грубой оценки величины вероятности ядерных процессов, в которых участвуют пионы и нуклоны. Например, эффективное сечение рассеяния

пионов нуклонами по порядку величины равно $(g^2/4\pi\hbar c)^2\,(\hbar/Mc)^2$, где $\hbar/Mc$ — комптоновская длина волны нуклона. Это сечение имеет тот же порядок величины (10^{-25} *см*^{2}), что и сечение рассеяния фотонов электронами, так как малость комптоновской длины волны нуклона компенсируется большой величиной g (т. е. $g^2/e^2 \approx M/m_e$).

В некоторых случаях для ядерных процессов с участием нуклонов и пионов удобно использовать другую безразмерную константу сильного взаимодействия, а именно $(g\mu/2M)^2/4\pi\hbar c \approx 0{,}08$ (μ — масса пиона). Эта псевдовекторная константа значительно меньше первой (псевдоскалярной) константы, но все еще много больше постоянной тонкой структуры, характеризующей электромагнитное взаимодействие. Имея в виду неопределенность (зависимость от рассматриваемого процесса) в выборе безразмерной константы сильного взаимодействия, мы примем компромиссное решение и скажем, что безразмерная константа, характеризующая сильное взаимодействие, равна по порядку величины единице, т. е. примерно в 100 раз больше константы электромагнитного взаимодействия. Это разъясняет также нашу оценку масштаба ядерного времени $(\mu c^2/\hbar)^{-1} \approx 0{,}5 \times \times 10^{-23}$ *сек* (константа связи, входящая в оценочную формулу для обратного времени жизни, положена равной единице и использована масса легчайшего из сильно взаимодействующих частиц — пиона).

Для электромагнитного и сильного взаимодействий безразмерная константа возникает естественным образом после введения констант e или g, определяющих интенсивность соответствующих взаимодействий. В случае слабых взаимодействий константа связи не является безразмерной (так как во взаимодействии участвуют четыре фермионных поля, а не два фермионных и одно бозонное поля). Поэтому требуются некоторые ухищрения, чтобы получить безразмерную величину, характеризующую слабое взаимодействие. Константа связи G для β-распада — процесса, наиболее изученного по сравнению с другими процессами, вызываемыми слабым взаимодействием, — равна $1{,}4 \cdot 10^{-49}$ *эрг* $\cdot$ *см*^{3}. Вследствие

неопределенностей в расчетах нельзя сказать, что все слабые взаимодействия характеризуются точно такой же константой, но можно утверждать, что нет ни одного слабого взаимодействия, которому бы отвечала константа G, превосходящая указанную величину более чем в 3 раза. Безразмерную характеристику слабых взаимодействий можно получить, взяв величину $G^2(\hbar c)^{-2}(\hbar/\mu c)^{-4} \approx 5 \cdot 10^{-14}$. Для ее получения мы использовали комптоновскую длину волны пиона. Ясно, однако, что выбор комптоновской длины волны какой-либо другой частицы не изменит главного вывода об исключительной слабости (на много порядков величины) слабого взаимодействия по сравнению с сильным и электромагнитным взаимодействиями. Совершенно очевидно также, что для этого заключения не существенно, берем ли мы за основу процесс β-распада или другие явления, вызываемые слабым взаимодействием.

Существует еще одно взаимодействие, весьма важное для макроскопического мира, а именно, гравитационное взаимодействие, о котором мы до сих пор ничего не говорили. Однако отвечающая ему безразмерная константа, которую можно получить, используя массу нуклона, равна $kM^2/\hbar c \approx 2 \cdot 10^{-39}$ ($k = 6{,}7 \cdot 10^{-8}$ *дин* $\cdot$ *см*$^2/$*г*^{2} — гравитационная постоянная). Исключительная малость этой величины позволяет пренебречь гравитационным взаимодействием при рассмотрении элементарных частиц, по крайней мере на современном этапе, когда спектр масс элементарных частиц считается заданным и не ставится задача его вычисления. Возможно, что в дальнейшем в более полную теорию естественным образом войдет гравитационное взаимодействие.

ЛИТЕРАТУРА

1. Barkas W. H., Rosenfeld A. H., Proceedings of the 1960 Annual International Conference on High Energy Physics at Rochester, New York, 1960.
2. Pauli W., Niels Bohr and the Development of Physics, New York, 1955 (см. перевод: Нильс Бор и развитие физики, под ред. В. Паули, ИЛ, 1958).

3. Gell-Mann M., Phys. Rev., **92**, 833 (1953); Nakano G., Nishijima K., Progr. Theor. Phys., **10**, 581 (1953); Gell-Mann M., Rosenfeld A. H., Annual Review of Nuclear Science, Vol. 7, Annual Reviews, 1957; Dalitz R. H., Reports on Progress in Physics, Vol. 20, London, 1957; d'Espagnat B., Prentki J., Progress in Cosmic Ray Physics, Vol. 4, Amsterdam, 1958 (см. перевод: Физика элементарных частиц и космических лучей, ИЛ, 1960); Окунь Л. Б., Annual Review of Nuclear Science, Vol. 9, Annual Reviews, 1959 [на русском языке см. УФН, **68**, № 3 (1959)]; Jackson J. D., Physics of Elementary Particles, Princeton, 1958; Hamilton J., Theory of Elementary Particles, Oxford, 1959; Roman P., Theory of Elementary Particles, Amsterdam, 1960; Марков М. А., Гипероны и K-мезоны, М., 1958.

4. Fermi E., Elementary Particles, New Haven, 1951 (см. перевод: Э. Ферми, Элементарные частицы, ИЛ, 1952); Thirring W., Principles of Quantum Electrodynamics, New York, 1958.

Глава 2

Квантовомеханический формализм в физике элементарных частиц

§ 1. Релятивистские волновые функции частиц с конечной массой

В предыдущей главе мы установили, что разным элементарным частицам свойственны определенные значения массы и спина. В частности, спины всех частиц, за исключением фотона, равны 0 или $^1/_2$. Мы видели также, что группировка частиц по массам оказывается существенной и для рассмотрения других их свойств. Так, спин частиц различен для частиц разных классов: лептоны имеют спин $^1/_2$, мезоны — спин 0, барионы — спин $^1/_2$. Внутри каждого класса все частицы имеют один и тот же спин. Хотя не известно никаких причин, запрещающих для частиц с конечной массой значения спина, бо́льшие $^1/_2$, эмпирические данные показывают, что спин элементарных частиц всегда равен наинизшему возможному значению.

Рассмотрим теперь вопрос о квантовомеханическом описании элементарных частиц. В нерелятивистской квантовой механике [1] состояние системы в данный момент времени описывается волновой функцией, удовлетворяющей уравнению Шредингера (мы принимаем $\hbar = c = 1$)

$$i\frac{\partial\psi}{\partial t} = H\psi, \tag{2.1}$$

где H — эрмитов оператор (гамильтониан системы). Условимся считать ψ функцией пространственных координат x_l и времени t; тогда H будет функцией координат x_l и импульсов $p_l = -i\partial/\partial x^l$ (так называемое «координатное представление»). Таким образом, для свободной частицы уравнение Шредингера принимает вид

$$i\frac{\partial\psi(x)}{\partial t} = -\frac{\nabla^2}{2m}\psi(x), \tag{2.1a}$$

где x есть 4-вектор (x_i, t) $(i = 1, 2, 3)$. Волновая функция является однокомпонентной, если частица не имеет внутренних (спиновых) степеней свободы; но для частицы со спином S волновая функция $\psi(x)$ имеет $2S + 1$ компонент. Это означает, что волновую функцию можно записать в виде $\psi(x, \zeta)$, где ζ — дискретная спиновая переменная. Любым двум волновым функциям отвечает скалярное произведение, получение которого сводится к интегрированию по координатам x_i и суммированию по переменной ζ:

$$(\psi, \varphi) = \sum_{\zeta} \int d^3x \psi^*(x, \zeta) \varphi(x, \zeta). \tag{2.2}$$

Для вероятностной интерпретации квантовой механики необходимо потребовать, чтобы это скалярное произведение не менялось при вращениях системы координат и переносе ее начала.

Совершенно аналогичная ситуация имеет место для релятивистских частиц с конечной массой [2], с той лишь существенной разницей, что релятивистское соотношение

$$E = \sqrt{m^2 + p^2} \tag{2.3}$$

требует, чтобы уравнение Шредингера имело вид

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t}(x) = \sqrt{m^2 - \nabla^2}\, \psi(x), \tag{2.4}$$

где $\sqrt{m^2 - \nabla^2}$ следует понимать как интегральный оператор:

$$\sqrt{m^2 - \nabla^2}\, \psi(x) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k e^{-ikx} \sqrt{m^2 + k^2} \times \times \int d^3y e^{iky} \psi(y). \tag{2.4a}$$

Скалярное произведение в релятивистском случае определяется так же, как и раньше, но теперь необходимо требовать его инвариантности не только относительно пространственных вращений и смещений начала координат, но также и относительно собственных ортохронных

преобразований Лоренца [1]). В случае частицы со спином S из инвариантности относительно вращений следует существование трех $(2S+1)\times(2S+1)$-матриц спина. Этот матричный вектор обозначим символом $\mathscr{S}$. Преобразование волновой функции при бесконечно малом вращении относительно произвольной оси, параметры которого заданы вектором $\boldsymbol{\theta}$, дается формулой

$$\tilde{\psi}(\mathbf{k}) \to \left(1 - \frac{i}{2}\boldsymbol{\theta}\cdot\mathscr{S}\right)\tilde{\psi}(\mathbf{k} - \boldsymbol{\theta}\times\mathbf{k}), \qquad (2.5)$$

в которой для удобства использованы волновые функции в импульсном пространстве

$$\tilde{\psi}(\mathbf{k}) = (2\pi)^{-3/2}(m^2+\mathbf{k}^2)^{1/4}\int d^3x\,\psi(\mathbf{x})\,e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}. \qquad (2.5a)$$

Эти преобразования вращения знакомы из нерелятивистской квантовой механики и, как хорошо известно, образуют группу. Новым является существование преобразований, аналогичных (2.5), дающих изменение волновых функций при бесконечно малом преобразовании Лоренца в направлении, определяемом вектором $\boldsymbol{\theta}$:

$$\tilde{\psi}(\mathbf{k}) \to \left(1 - \frac{i}{2}\frac{\boldsymbol{\theta}\cdot\mathscr{S}\times\mathbf{k}}{m+\sqrt{m^2+\mathbf{k}^2}}\right)\tilde{\psi}\left(\mathbf{k} - \boldsymbol{\theta}\sqrt{m^2+\mathbf{k}^2}\right). \qquad (2.6)$$

Такое преобразование необходимо для описания релятивистской частицы с определенным спином.

Чтобы (2.6) являлось преобразованием волновой функции при «чисто лоренцовском» преобразовании, преобразования (2.5) и (2.6) должны составлять группу [2]). Примечательным обстоятельством является тот факт, что преобразование волновой функции при чисто лоренцовском преобразовании может быть построено с помощью спиновых матриц $\mathscr{S}$, вследствие чего

[1]) Преобразование Лоренца называется собственным, если оно не содержит отражения пространственных координат, и ортохронным, если оно не меняет направления отсчета времени. Таким образом, собственные ортохронные преобразования Лоренца включают в себя все пространственные вращения и переход в движущуюся относительно исходной систему отсчета (см. § 5). — *Прим. перев.*

[2]) Здесь «чисто лоренцовское» преобразование означает переход к движущейся относительно исходной системе отсчета. — *Прим. перев.*

нет необходимости увеличивать число компонент волновой функции по сравнению с тем, которое необходимо для описания частицы со спином в нерелятивистской квантовой механике. Прямым вычислением можно убедиться в том, что скалярные произведения инвариантны относительно преобразований (2.5) и (2.6), которые являются, таким образом, унитарными. Можно также показать, что собственные значения энергии и импульса преобразуются как компоненты 4-вектора, причем энергетический спектр положительно определен в любой лоренцовской системе отсчета и минимальное значение энергии соответствует массе частицы (т. е. равно энергии в системе покоя).

Несмотря на отсутствие явной симметрии между пространственными и временны́ми координатами, рассмотренные волновые функции описывают релятивистские частицы. В следующем параграфе мы введем более знакомые явно релятивистские ковариантные волновые уравнения. Следует, однако, отметить, что физическая интерпретация одночастичных состояний непосредственно связана с введенными здесь шредингеровскими, а не ковариантными амплитудами. Понятие о частице всегда включает в себе представление о некотором произвольном, но фиксированном, времени подобном направлении и об ортогональном к нему трехмерном пространстве. Это обстоятельство является скорее положительным фактором, чем недостатком, поскольку всякий классический измерительный прибор (или наблюдатель!) определяет собой некоторую систему отсчета, которую естественно считать «покоящейся» [3].

Релятивизм и инвариантность относительно вращений следуют из однородности и изотропии пространства-времени: любое начало отсчета и любое направление в четырехмерном многообразии полностью эквивалентны при описании физических явлений. Если волновая функция ϕ_{I} отвечает некоторому состоянию в лоренцовской системе отсчета I, то этому же состоянию в другой лоренцовской системе отсчета II соответствует волновая функция ϕ_{II}. Эти две волновые функции связаны друг с другом унитарным преобразованием, которое за-

висит только от преобразования Лоренца L, отвечающего переходу от системы отсчета I к системе отсчета II:

$$\psi_{\mathrm{I}} = U_L \psi_{\mathrm{II}}. \tag{2.7}$$

Унитарность означает инвариантность скалярных произведений

$$(\psi_{\mathrm{I}}, \varphi_{\mathrm{I}}) = (\psi_{\mathrm{II}}, \varphi_{\mathrm{II}}). \tag{2.7a}$$

Проблема нахождения всех возможных типов релятивистских волновых функций (для частиц с конечной массой или других частиц) сводится, таким образом, к перечислению всех возможных типов унитарных матриц U_L, определяемых соотношением (2.7). Эта проблема была полностью решена Вигнером [2], результаты которого сводятся к следующему: все типы релятивистских волновых функций определяются двумя параметрами, а именно, квадратом массы покоя и произведением квадрата массы покоя на «квадрат» спина. При этом можно различить следующие классы:

1. Частицы с конечной массой и дискретным спином.
2. Частицы с нулевой массой и дискретным спином.
3. Частицы с мнимой массой и нулевым спином.
4. Частицы с нулевой массой и непрерывным спином.
5. Частицы с мнимой массой и непрерывным спином.
6. «Частицы», не несущие импульса, но обладающие нулевым или непрерывным спином.

Экспериментально обнаружены только объекты, принадлежащие к первым двум классам; поэтому ниже только они и будут рассматриваться. Следует отметить, что из «необычных» объектов, перечисленных в детальном анализе Вигнера, в природе найдены только частицы класса 2. Такими частицами являются нейтрино и фотон.

§ 2. Релятивистские волновые уравнения

Перейдем теперь к построению ковариантных волновых уравнений, соответствующих частицам с дискретным спином и конечной или нулевой массой покоя [4]. Мы ограничимся рассмотрением частиц со спинами 0 и

$^1/_2$ в случае конечной массы и частиц со спинами $^1/_2$ и 1 в случае нулевой массы покоя.

Для частиц с нулевым спином (и конечной или нулевой массой) искомым волновым уравнением является хорошо известное уравнение Клейна — Гордона

$$(\Box^2 + m^2)\,\varphi(\mathbf{x}, t) = 0; \tag{2.8}$$

здесь φ — скалярная функция координат, а

$$\Box^2 = \frac{\partial}{\partial x_\mu}\frac{\partial}{\partial x^\mu},$$

где $x^\mu = g^{\mu\nu}x_\nu$ ($\mu = 1, 2, 3, 0$) и $g^{ij} = -\delta^{ij}$, $g^{0i} = 0$ ($i = 1, 2, 3$), $g^{00} = 1$.

Решения этого уравнения могут быть записаны в виде

$$\varphi_{\mathbf{k}} = (\mathbf{x}, t) = e^{-i(k_0 t - \mathbf{k}\cdot\mathbf{x})}\varphi_k(0, 0), \tag{2.9}$$

где $k_0 = \pm\sqrt{k^2 + m^2}$, а $\varphi_{\mathbf{k}}(0, 0)$ — однокомпонентная амплитуда, полностью определяемая заданием вектора $\mathbf{k}$. Допустимые значения $(\mathbf{k}, k_0)$ удовлетворяют условию

$$k_0^2 - k^2 = m^2 > 0 \tag{2.10}$$

и, таким образом, лежат на четырехмерном двуполом гиперболоиде. Две ветви этого гиперболоида отвечают положительным и отрицательным значениям k_0.

Лоренц-инвариантное скалярное произведение для функций $\varphi(\mathbf{x}, t)$ определяется в виде

$$(\varphi_1(\mathbf{x}, t),\ \varphi_2(\mathbf{x}, t)) = \frac{i}{2}\int d^3x \left\{\varphi_1^*(\mathbf{x}, t)\frac{\partial}{\partial t}\varphi_2(\mathbf{x}, t) - \right.$$
$$\left. - \frac{\partial\varphi_1^*}{\partial t}(\mathbf{x}, t)\,\varphi_2(\mathbf{x}, t)\right\}. \tag{2.11}$$

Если φ_1 и φ_2 относятся к одной и той же ветви гиперболоида (например, $k_0 > 0$), то, используя волновые функции $\tilde{\varphi}_1$, $\tilde{\varphi}_2$ в импульсном пространстве, получаем ср. уравнение (2.4а)] выражение

$$(\varphi_1, \varphi_2) = \int \frac{d^3k}{k_0}\tilde{\varphi}_1^*(\mathbf{k})\,\tilde{\varphi}_2(\mathbf{k}), \tag{2.11а}$$

которое положительно или отрицательно в зависимости от того, положительно или отрицательно k_0. Таким образом, данное определение скалярного произведения отвечает индефинитной метрике. Однако, поскольку физическим состояниям свойственна положительная определенность энергии и, следовательно, только положительная ветвь гиперболоида энергии-импульса, то допустимы лишь такие волновые функции, для которых метрика дефинитна. Шредингеровская амплитуда (только для положительной ветви) равна

$$\psi(\mathbf{x},\ t) = (m^2 - \nabla^2)^{+1/4}\varphi(\mathbf{x},\ t), \tag{2.12}$$

где опять оператор

$$(m^2 - \nabla^2)^{+1/4}$$

следует понимать как линейный интегральный оператор. Для шредингеровских амплитуд ψ скалярное произведение имеет обычную форму

$$(\psi_1,\ \psi_2) = \int d^3x \psi_1^*(\mathbf{x},\ t)\psi_2(\mathbf{x},\ t). \tag{2.13}$$

Уравнение (2.13) показывает, что, как и следовало ожидать, ψ имеет ту размерность, которая необходима для интерпретации $\psi^*\psi$ как плотности вероятности (в отличие от φ, имеющей размерность обратной длины).

Произвольное решение уравнения Клейна — Гордона (2.8) нельзя использовать для описания физических состояний, так как для k_0 возможны оба знака, а энергия должна быть всегда положительна. Невозможно, однако, совсем отбросить решения с отрицательной энергией и тем не менее построить ковариантную локальную теорию, поскольку проекционный оператор для отбора состояний с одним знаком энергии нелокален [см. уравнение (2.12)]. Характерной особенностью локальных релятивистских волновых уравнений является существование решений для двух знаков k_0; для описания физических состояний приходится специально выделять решения, отвечающие положительной ветви гиперболоида.

Этим обстоятельством определяется также число независимых функций, необходимых для задания начального состояния. Так как в уравнение Клейна — Гордона

входит производная по времени второго порядка, то, вообще говоря, как φ, так и $\partial\varphi/\partial t$ могут быть выбраны произвольно. Однако, если известно, что φ принадлежит положительной ветви, то $\partial\varphi/\partial t$ не может быть задано вполне независимо, но определяется уравнением

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} = -i\sqrt{m^2 - \nabla^2}\varphi.$$

Этот результат не является неожиданным, так как для описания состояния частицы со спином 0 требуется задание только одной функции: шредингеровская амплитуда ψ определена только для положительной ветви и является однокомпонентной функцией.

Так как $\varphi(\mathbf{x}, t)$ инвариантно относительно всех собственных преобразований однородной ортохронной группы Лоренца и $\Box^2$ — скалярный оператор, то релятивистская инвариантность уравнения Клейна — Гордона очевидна. Относительно отражений пространства и времени это уравнение также инвариантно. Рассмотрим пространственное отражение

$$x^\mu \to x'^\mu = x_\mu,$$

т. е.

$$\mathbf{x} \to -\mathbf{x}, \quad t \to t.$$

Функция $\varphi(\mathbf{x}, t)$ преобразуется при этом по закону

$$\varphi(\mathbf{x}, t) \to S\varphi(\mathbf{x}, t) = \eta_P \varphi(-\mathbf{x}, t),$$

где η_P — произвольное комплексное число, равное по модулю единице. Аналогично для отражений времени имеем

$$x^\mu \to x'^\mu = -x_\mu,$$

т. е.

$$\mathbf{x} \to \mathbf{x}, \quad t \to -t,$$

причем $\psi(\mathbf{x}, t)$ преобразуется по закону

$$\varphi(\mathbf{x}, t) \to \eta_T \varphi^*(\mathbf{x}, -t),$$

где η_T — произвольное комплексное число, модуль которого равен единице. Так как $|\eta_P| = |\eta_T| = 1$, то нормировка шредингеровской амплитуды (2.12) не зависит от выбора η_P и η_T (см., однако, § 5 этой главы).

Чтобы исчерпать вопрос о приемлемости решений уравнения Клейна — Гордона (2.8) с положительной энергией для квантовомеханического описания частицы со спином 0, необходимо показать, что шредингеровская амплитуда (2.12) преобразуется по формулам (2.5) и (2.6). Это непосредственно следует из предыдущего, но мы не будем здесь приводить доказательство (см. [5]).

Совершенно аналогичные соображения можно развить для частиц со спином $^1/_2$ и конечной массой. Волновым уравнением в этом случае является хорошо известное уравнение Дирака (см. приложение в конце этой главы)

$$\left(i\gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} - m\right)\varphi(\mathbf{x}, t) = 0, \tag{2.14}$$

где $\varphi(\mathbf{x}, t)$ — спинорная функция координат и γ^μ — четырехрядные матрицы, удовлетворяющие коммутационным соотношениям

$$\gamma^\mu\gamma^\nu + \gamma^\nu\gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}. \tag{2.15}$$

Решения этого уравнения, соответствующие положительной энергии, могут быть записаны в виде

$$\varphi_{r\mathbf{k}}(\mathbf{x}, t) = \varphi_{r\mathbf{k}}(0, 0)\, e^{-i(k_0 t - \mathbf{k}\cdot\mathbf{x})}, \tag{2.16}$$

где индекс r принимает два значения («+» или «—»), соответствующие двум возможным спиновым состояниям частицы, и $\varphi_{r\mathbf{k}}(0, 0)$ — подходящим образом выбранный постоянный спинор. Для выбора $\varphi_{r\mathbf{k}}(0, 0)$ при данном $\mathbf{k}$ существует четыре возможности, но две из них отвечают противоположному по знаку (отрицательному) значению k_0. Так же как и в случае волнового уравнения для частиц со спином 0, только решения с $k_0 > 0$ соответствуют физическим состояниям. Из них может быть построена шредингеровская амплитуда $\psi(x, \zeta)$, где ζ — спиновая переменная, принимающая два значения. При этом опять решения с отрицательной энергией нельзя исключить из теории, не нарушая локального характера спинорного поля $\varphi(\mathbf{x}, t)$. Таким образом, для описания частиц конечной массы со спином $^1/_2$ требуется четырехкомпонентное (а не двухкомпонентное) релятивистское волновое уравнение. Эту ситуацию можно сравнить с клейн-гордоновским случаем, когда

используется однокомпонентное уравнение второго порядка. Как уже отмечалось выше, здесь φ и $\partial\varphi/\partial t$ являются независимыми величинами и, следовательно, в релятивистское уравнение для частицы, могущей находиться только в *одном* спиновом состоянии (спин 0), фактически входят *две* независимые амплитуды φ и $\partial\varphi/\partial t$.

Чтобы идентифицировать решения уравнения Дирака с волновыми функциями частицы со спином $^1/_2$, необходимо предварительно убедиться в наличии свойства унитарности. Ковариантная амплитуда обладает необходимым для волновой функции числом компонент, однако шредингеровская амплитуда не тождественна ковариантным функциям, а получается из них с помощью преобразования (зависящего от импульсов), впервые рассмотренного Фолди и Воутхузеном [6]. В шредингеровской амплитуде состояния с положительной и отрицательной энергией разделены, а закон преобразования ее в точности совпадает с приведенным в § 1 настоящей главы. Хотя при такой трактовке более ясен физический смысл уравнения Дирака, обычно ковариантность его доказывается непосредственно.

С этой целью рассматривают преобразование спинорной функции

$$\varphi(\mathbf{x}, t) \to \varphi(\mathbf{x}', t') = S\varphi(\mathbf{x}, t), \tag{2.17}$$

где S — четырехрядная матрица, соответствующая собственному ортохронному преобразованию Лоренца:

$$x \to x' = Lx,$$

или

$$x^\mu \to x'^\mu = a^\mu_\nu x^\nu,$$

причем

$$a^\mu_\nu a^\lambda_\sigma g_{\mu\lambda} = g_{\nu\sigma},$$
$$a^0_0 > 0, \quad \det(a^\mu_\nu) = +1. \tag{2.18}$$

Можно показать, что существует матрица S, удовлетворяющая соотношению (следующему из уравнения Дирака; см. дополнение в конце настоящей главы, теорема II) [7]:

$$S\gamma^\mu S^{-1} = a^\mu_\nu \gamma^\nu. \tag{2.19}$$

В частности, для вращения на угол θ вокруг оси *1* имеем

$$S = \exp\left(\frac{i}{2}\theta\sigma_1\right) = \cos\frac{\theta}{2} + i\sigma_1 \sin\frac{\theta}{2}, \qquad (2.20)$$

где σ_1 — спиновая матрица

$$\sigma_1 = i\gamma_3\gamma_2.$$

В случае чисто лоренцовского преобразования для движения вдоль оси *1*, определяемого параметром θ, можно получить

$$S = \exp\left(\frac{1}{2}\theta\alpha_1\right) = \operatorname{ch}\frac{1}{2}\theta + \alpha_1 \operatorname{sh}\frac{1}{2}\theta, \qquad (2.21)$$

где $\alpha_1 = \gamma_0\gamma_1$. Следует отметить, что матрица S унитарна для вращений и не унитарна (хотя и эрмитова) для чисто лоренцовских преобразований. Так как любое преобразование собственной ортохронной группы Лоренца сводится к вращениям и чисто лоренцовским преобразованиям, то тем самым лоренц-инвариантность теории доказана.

Можно также убедиться в инвариантности относительно пространственных и временных отражений (эти преобразования более детально рассмотрены в § 5). Для пространственного отражения

$$x^\mu \to x'^\mu = x_\mu,$$

т. е.

$$\mathbf{x} \to -\mathbf{x}, \quad t \to t,$$

преобразование S [ср. уравнение (2.17)] определяется формулой

$$\varphi(\mathbf{x}, t) \to S\varphi(\mathbf{x}', t) = \eta_P\gamma^0\varphi(-\mathbf{x}, t), \qquad (2.22)$$

где полностью аналогично рассмотренному выше клейн-гордоновскому случаю η_P — произвольное комплексное число с модулем единица. Совершенно так же временно́му отражению

$$x^\mu \to x'^\mu = -x_\mu,$$

т. е.

$$\mathbf{x} \to \mathbf{x}, \quad t \to -t$$

отвечает преобразование

$$\varphi(\mathbf{x}, t) \to i\eta_T C^{-1}\overline{\varphi}^T(\mathbf{x}, -t), \qquad (2.23)$$

где $\bar{\varphi} = \varphi^+ \gamma_0$ и η_T — комплексное число с модулем единица (см., однако, обсуждение в § 5 настоящей главы). Инвариантность уравнения Дирака относительно этих дискретных преобразований проверяется непосредственно подстановкой.

Несколько иная ситуация имеет место для частиц с нулевой массой. В этом случае нерелятивистского предела не существует, вследствие чего результаты § 1 неприменимы. Действительно, если не требовать инвариантности относительно пространственных отражений, то для частицы с нулевой массой и произвольным (конечным) спином s можно построить однокомпонентную шредингеровскую амплитуду. Разумеется, для релятивистского волнового уравнения потребуется по крайней мере удвоить число компонент. Для частицы с нулевой массой и спином $1/2$ имеет место уравнение Вейля[1])

$$\left(i\frac{\partial}{\partial t} - i\sigma \cdot \nabla\right)\varphi(\mathbf{x}, t) = 0, \tag{2.24}$$

где σ — вектор, составленный из спиновых матриц Паули, и $\varphi(\mathbf{x}, t)$ — двухкомпонентная функция координат. Решения уравнения имеют вид

$$\varphi_{\mathbf{k}}(\mathbf{x}, t) = e^{-i(k_0 t - \mathbf{k}\cdot\mathbf{x})}\varphi_{\mathbf{k}}(0, 0), \tag{2.25}$$

где $\varphi_{\mathbf{k}}(0, 0)$ — двухкомпонентная амплитуда, выбор которой однозначно определяется заданием знака k_0. Имеется только одно спиновое состояние с положительной энергией, которому в выражении (2.25) отвечает отрицательная продольная поляризация (т. е. отрицательная спиральность). Это следует из того, что уравнение (2.24) в импульсном пространстве имеет вид

$$\sigma \cdot \mathbf{k}\tilde{\varphi}(k) = -k_0\bar{\varphi}(k), \tag{2.26}$$

а спиральность $\mathcal{H}$ определяется формулой

$$\mathcal{H} = \frac{\sigma\cdot\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|} = \frac{\sigma\cdot\mathbf{k}}{k_0}.$$

[1]) О геометрии спиноров в трехмерном и четырехмерном пространствах см. [8]. (См. также [16*]. — *Прим. перев.*)

Если в уравнении (2.26) заменить матрицу σ на $-\sigma$, то получится уравнение, описывающее частицу с положительной спиральностью. Поскольку релятивистское уравнение двухкомпонентно, ясно, что шредингеровская амплитуда, отвечающая решениям с положительной энергией, является однокомпонентной функцией [см. уравнение (2. 16)].

Для частицы со спином 1 и нулевой массой волновым уравнением являются уравнения Максвелла. Электрический и магнитный векторы **E** и **H** поперечны (и действительны), т. е. являются двухкомпонентными объектами. Для комплексного поперечного вектора

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}(-\nabla^2)^{1/4}(\mathbf{H} - i\mathbf{E}) \tag{2.27}$$

имеет место уравнение

$$i\frac{\partial}{\partial t}\varphi - \nabla \times \varphi = 0, \tag{2.28}$$

являющееся ковариантным уравнением для фотонов с отрицательной спиральностью. Положительная спиральность описывается вектором φ^*, удовлетворяющим уравнению

$$i\frac{\partial \varphi^*}{\partial t} + \nabla \times \varphi^* = 0. \tag{2.28а}$$

Фотон обладает только двумя спиновыми состояниями, но для релятивистского уравнения требуется четыре компоненты (два действительных поперечных вектора), причем здесь также имеются решения с положительной и отрицательной энергиями. В этом случае, так же как в случае частиц с нулевой массой и спином $1/2$, 4-вектор импульса лежит на обеих ветвях светового конуса, но физическим состояниям соответствует только положительная ветвь $(k_0 > 0)$.

§ 3. Лагранжев формализм

Волновые уравнения, рассматриваемые в предыдущем параграфе, можно вывести из принципа наименьшего действия, если ввести подходящим образом выбранные лагранжевы плотности [7]. Начнем с вывода

волнового уравнения для частиц со спином 0:

$$(\Box^2 + m^2)\, u(\mathbf{x}, t) = 0, \tag{2.29}$$

где ковариантная амплитуда обозначена теперь через $u(\mathbf{x}, t)$. Рассмотрим принцип наименьшего действия

$$\delta \int L\, dt = 0, \quad L = \int d^3x \mathscr{L}(\mathbf{x}, t). \tag{2.30}$$

Здесь $\mathscr{L}$ — функция, зависящая от ковариантной амплитуды $u(\mathbf{x}, t)$ и ее первых производных по пространственным и временны́м координатам. Обычным путем мы получаем уравнение Эйлера — Лагранжа

$$\frac{d}{dt}\frac{\delta \mathscr{L}}{\delta \dot{u}} + \frac{d}{dx_i}\frac{\delta \mathscr{L}}{\delta \left(\frac{du}{dx_i}\right)} - \frac{\delta \mathscr{L}}{\delta u} = 0. \tag{2.31}$$

Лагранжев формализм будет создан, если удастся найти такую лагранжеву плотность $\mathscr{L}(\mathbf{x}, t)$, для которой уравнение Эйлера — Лагранжа совпадает с ковариантным волновым уравнением. Такая лагранжева плотность действительно существует:

$$\mathscr{L}(\mathbf{x}, t) = \{\dot{u}^*(\mathbf{x}, t)\, \dot{u}(\mathbf{x}, t) - \\ - \nabla u^*(\mathbf{x}, t)\, \nabla u(x, t) - m^2 u^*(\mathbf{x}, t)\, u(\mathbf{x}, t)\}. \tag{2.32}$$

В этом выражении $u^*(\mathbf{x}, t)$ — функция, комплексно-сопряженная $u(\mathbf{x}, t)$. Ниже мы увидим, что в некоторых случаях $u(\mathbf{x}, t)$ можно считать действительной величиной. Аналогичным образом можно построить лагранжевы плотности для частиц с более высоким спином.

Прежде чем перейти к дальнейшему рассмотрению интересующих нас частных случаев, целесообразно сформулировать некоторые общие результаты. Определим обобщенный «импульс» $U(\mathbf{x}, t)$, сопряженный обобщенной «координате» $u(\mathbf{x}, t)$, соотношением

$$U(\mathbf{x}, t) = \frac{\delta \mathscr{L}(\mathbf{x}, t)}{\delta \dot{u}(\mathbf{x}, t)}. \tag{2.33}$$

Используя $U(\mathbf{x}, t)$, уравнение Эйлера — Лагранжа можно переписать в виде

$$\dot{U}(x, t) = -\frac{d}{dx_l}\frac{\delta \mathscr{L}(x, t)}{\delta\left(\frac{\partial u(x, t)}{\partial x_l}\right)} + \frac{\delta \mathbf{B}(x, t)}{\delta u(x, t)}. \qquad (2.34)$$

Определим теперь тензор энергии-импульса

$$T^{\mu\nu} = \frac{\partial u}{\partial x_\mu}\frac{\delta \mathscr{L}}{\delta\left(\frac{\partial}{\partial x^\nu} u\right)} - g^{\mu\nu}\mathscr{L}, \qquad (2.35)$$

удовлетворяющий в силу уравнений Эйлера — Лагранжа закону сохранения

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} T^{\mu\nu} = 0. \qquad (2.36)$$

Полная энергия и импульс системы определяются выражениями

$$\begin{aligned} E &= \int T^{00} d^3x, \\ P^i &= \int T^{i0} d^3x. \end{aligned} \qquad (2.37)$$

Орбитальный момент дается формулой

$$L^{ji} = \int (T^{i0}x^j - T^{j0}x^i)\, d^3x. \qquad (2.38)$$

Если теперь рассмотреть общий случай частиц произвольного спина, то ковариантная амплитуда $u(\mathbf{x}, t)$ будет состоять из нескольких компонент и лагранжева плотность будет функцией всех этих компонент. В интересных для физики случаях спина $^1/_2$ и 1 имеются удобные матричные обозначения, позволяющие простым образом учесть многокомпонентность амплитуд. Для спина $^1/_2$ лагранжева плотность записывается обычно в виде

$$\mathscr{L}(\mathbf{x}, t) = u^*\beta\left(i\gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} - m\right) u, \qquad (2.39)$$

где $\beta = \gamma^0$ — четырехрядная матрица, определяющая спинорную метрику, и $u(\mathbf{x}, t)$ — четырехкомпонентная спинорная амплитуда. Совершенно аналогично строится лагранжева плотность для нейтрино, с той лишь раз-

ницей, что в этом случае отсутствует массовый член и дираковские матрицы $\beta\gamma^\mu$ заменяются матрицами Картана $[(1+\gamma_5)/2]\beta\gamma^\mu$. Тогда для уравнения Вейля мы получаем

$$\mathscr{L}(\mathbf{x}, t) = u'^* \frac{1+\gamma_5}{2} i\beta\gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} u', \tag{2.40}$$

где u' — двухкомпонентный спинор [1]). Уравнение (2.40) можно переписать, используя спиновые матрицы Паули, в виде

$$\mathscr{L}(\mathbf{x}, t) = iu'^* \left(\frac{\partial}{\partial t} - \boldsymbol{\sigma}\cdot\nabla\right) u'. \tag{2.40а}$$

Несколько специфическая ситуация имеет место для максвелловского (электромагнитного) поля. Построить явно ковариантный локальный лагранжев формализм для уравнений Максвелла, непосредственно используя поля $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$, оказывается невозможным. Можно, однако, ввести четырехмерный вектор-потенциал A^μ, такой, что

$$F^{\mu\nu} = \frac{\partial}{\partial x_\mu} A^\nu - \frac{\partial}{\partial x_\nu} A^\mu. \tag{2.41}$$

Тогда половина максвелловских уравнений удовлетворяется автоматически, а остальные сводятся к уравнению

$$\frac{\partial F^{\mu\nu}}{\partial x^\nu} = 0. \tag{2.42}$$

Если теперь уравнения (2.41) и (2.42) рассматривать как уравнение поля, то они могут быть получены из лагранжевой плотности

$$\mathscr{L} = -\frac{1}{2} F_{\mu\nu}\left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} A^\nu - \frac{\partial}{\partial x_\nu} A^\mu\right) + \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}. \tag{2.43}$$

Следует отметить, что не существует уравнения, определяющего компоненту A^0, которая вследствие этого может быть выбрана произвольно. Поскольку далее

$$\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\cdot\mathbf{A}) + \nabla^2 A^0 = 0, \tag{2.43а}$$

[1]) Здесь авторы допускают неточность; в уравнении (2.40) формально фигурируют четырехкомпонентные спиноры, поскольку матрицы β, γ^μ, γ_5 четырехрядны. Явно двухкомпонентную форму имеет уравнение (2.40а). — *Прим. перев.*

то и продольная часть **A** не является определенной величиной, так как она выражается через (выбираемую произвольно) компоненту A^0. Эта неоднозначность связана с калибровочной инвариантностью теории: потенциалы $A^\mu(\mathbf{x}, t)$ и $A^\mu(\mathbf{x}, t) + (\partial/\partial x_\mu)\Lambda(\mathbf{x}, t)$ [где $\Lambda(\mathbf{x}, t)$ — произвольная функция] полностью эквивалентны, т. е. выбор любого из них не меняет физического описания. Данные утверждения легко проверить, так как поперечная часть поля (для которой существуют независимые уравнения движения) не меняется при этих так называемых калибровочных преобразованиях второго рода. Можно также убедиться в том, что если эти уравнения движения выполняются, то выделение поперечной части вектора-потенциала является релятивистски инвариантной операцией. Принимая во внимание, что по определению

$$\mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{A},$$

нетрудно установить эквивалентность системы уравнений (2.41), (2.42) и системы уравнений (2.28), (2.28а) предыдущего параграфа.

Выражение для полного момента количества движения содержит (в дополнение к «орбитальному» моменту) «спиновый» член

$$s^{ij} = -i \int U(\mathbf{x}) s^{ij} u(\mathbf{x})\, d^3x. \tag{2.44}$$

Здесь s^{ij} — матрицы спина, действующие на ковариантные амплитуды, причем ковариантные амплитуды $u(\mathbf{x})$ и $U(\mathbf{x})$ также предполагаются записанными в матричной форме. В частности, для дираковской частицы

$$s^{ij} = \frac{1}{2}\beta\sigma^{ij} = -\frac{i}{4}\beta(\gamma^i\gamma^j - \gamma^j\gamma^i). \tag{2.45}$$

В то время как для дираковской частицы с конечной массой «спиновая» и «орбитальная» части момента количества движения могут быть определены раздельно, для фотона и вейлевского нейтрино такое разделение невозможно (полный момент количества движения имеет, разумеется, строго определенное значение во всех случаях).

До сих пор мы рассматривали одни и те же ковариантные уравнения и как способ квантовомеханического описания отдельной частицы, и как уравнения классического поля [7]. Физическое соответствие между этими двумя аспектами устанавливается отождествлением полной энергии, импульса и момента количества движения поля с математическим ожиданием этих величин для частицы, находящейся в состоянии с данной волновой функцией.

Выше мы ограничивались расмотрением лагранжианов для свободных частиц. Чтобы учесть взаимодействие, необходимо в полной аналогии с классической механикой включить в лагранжиан члены, отвечающие двум разным частицам. Здесь мы не будем рассматривать лагранжиан для взаимодействующих систем — это будет сделано ниже в связи с квантованием полей. Существенно, однако, отметить, что аналогично классической механике частицы инвариантность действия относительно некоторых преобразований ковариантной амплитуды $u(\mathbf{x}, t)$ обусловливает наличие соответствующих законов сохранения для динамических систем. Так, инвариантность действия относительно смещений начала отсчета пространственных и временно́й координат приводит соответственно к законам сохранения импульса и энергии, а инвариантность относительно выбора направления координатных осей дает закон сохранения момента количества движения. Эти результаты, поскольку они связаны с общими принципами лагранжева формализма, применимы также и к квантовым полям. В следующей главе принципы инвариантности и законы сохранения для взаимодействующих квантовых полей рассмотрены более подробно.

§ 4. Вторичное квантование полей

Если известны одночастичные волновые функции, то волновая функция системы из многих частиц может быть представлена в виде линейной комбинации произведений одночастичных волновых функций. Одночастичные волновые функции наиболее удобно классифицировать по значениям импульса и спина. Тогда многочастичные волновые

функции будут характеризоваться совокупностью значений импульса и спина входящих в систему частиц. Если частицы не взаимодействуют друг с другом, то эти величины остаются интегралами движения, но при наличии взаимодействий они будут меняться. Например, импульсы частиц могут меняться в результате столкновений их друг с другом. Поэтому может показаться, что классифицировать многочастичные волновые функции по значениям интегралов движения каждой отдельной частицы бесполезно. Однако в действительности это не так по двум причинам:

1. Такая классификация позволяет представить аддитивные интегралы движения, такие как импульс и спин, в виде суммы членов, каждый из которых относится к отдельной частице.

2. При упругом и неупругом рассеянии асимптотические (начальное и конечное) состояния хорошо описываются приближением, в котором взаимодействием между частицами пренебрегается [1]).

В этом параграфе мы будем в дальнейшем иметь дело только с ансамблями невзаимодействующих частиц. Такие ансамбли частиц обладают замечательной симметрией, которая уже упоминалась в гл. 1. Все состояния системы из многих тождественных частиц либо полностью симметричны, либо антисимметричны относительно перестановки импульсов и спинов любых двух частиц в соответствии с тем, является ли спин целым или полуцелым. В первом случае частица называется бозоном, во втором — фермионом (см. гл. 1). Эта закономерность, а также аддитивность динамических переменных многочастичных систем находит простое выражение в формализме вторичного квантования.

Мы рассмотрим сначала нейтральные бозоны со спином 0, которые будем называть также нейтральными клейн-гордоновскими частицами. Одночастичное состояние с волновой функцией $u_{\mathbf{k}}$ будем обозначать символом $|\mathbf{k}\rangle$, а состояние, отвечающее вакууму (отсутствие

---

[1]) В современной теории элементарных частиц предположение о существовании таких асимптотических состояний является одним из исходных постулатов. — *Прим. перев.*

частиц), — символом $|\Omega\rangle$. Введем «оператор уничтожения» $a_{\mathbf{k}}$, обладающий следующими свойствами:

$$\begin{aligned} a_{\mathbf{k}}|\Omega\rangle &= 0, \\ a_{\mathbf{k}}|\mathbf{k}'\rangle &= \delta(\mathbf{k}-\mathbf{k}')|\Omega\rangle. \end{aligned} \tag{2.46}$$

Вычислив матричный элемент $a_{\mathbf{k}}$ для состояний $|\Omega\rangle$ и $|\mathbf{k}\rangle$, найдем

$$\begin{aligned} \langle\Omega|a_{\mathbf{k}}|\Omega\rangle = \langle\mathbf{k}'|a_{\mathbf{k}}|\Omega\rangle = \langle\mathbf{k}'|a_{\mathbf{k}}|\mathbf{k}''\rangle = 0, \\ \langle\Omega|a_{\mathbf{k}}|\mathbf{k}'\rangle = \delta(\mathbf{k}-\mathbf{k}'). \end{aligned} \tag{2.47}$$

Отсюда следует, что оператор $a_{\mathbf{k}}$ неэрмитов. Эрмитово сопряженный ему оператор $a_{\mathbf{k}}^+$ называется «оператором рождения». Он обладает свойством

$$a_{\mathbf{k}}^+|\Omega\rangle = |\mathbf{k}\rangle,$$

и матричные элементы его определяются соотношениями

$$\begin{aligned} \langle\Omega|a_{\mathbf{k}}^+|\Omega\rangle = \langle\Omega|a_{\mathbf{k}}^+|\mathbf{k}'\rangle = \langle\mathbf{k}'|a_{\mathbf{k}}^+|\mathbf{k}''\rangle = 0, \\ \langle\mathbf{k}'|a_{\mathbf{k}}^+|\Omega\rangle = \delta(\mathbf{k}-\mathbf{k}'). \end{aligned} \tag{2.48}$$

Можно постулировать, далее, следующие коммутационные соотношения, не противоречащие уравнениям (2.48):

$$\begin{aligned} [a_{\mathbf{k}}, a_{\mathbf{k}'}] = 0, \quad [a_{\mathbf{k}}^+, a_{\mathbf{k}'}^+] = 0, \\ [a_{\mathbf{k}}, a_{\mathbf{k}'}^+] = \delta(\mathbf{k}-\mathbf{k}'). \end{aligned} \tag{2.49}$$

Теперь можно выразить оператор, или, что то же самое, квантованную амплитуду нейтрального клейн-гордоновского поля через операторы рождения и уничтожения:

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{x}, t) = \sum_{\mathbf{k}} [a_{\mathbf{k}} u_{\mathbf{k}}(\mathbf{x}, t) + a_{\mathbf{k}}^+ u_{\mathbf{k}}^*(\mathbf{x}, t)] = \\ = \psi^{(+)}(\mathbf{x}, t) + \psi^{(-)}(\mathbf{x}, t). \end{aligned} \tag{2.50}$$

Здесь одночастичные амплитуды $u_{\mathbf{k}} \to (\mathbf{x}, t)$ содержат только положительные частоты. Таким образом, $\psi^{(+)}$, являющаяся положительно-частотной частью, поскольку в нее входят волновые функции u с положительной

энергией, содержит только операторы уничтожения, а отрицательно-частотная часть $\psi^{(-)}$, выражающаяся через волновые функции u^* с отрицательной энергией, содержит только операторы рождения. Построенный таким образом оператор клейн-гордоновского поля является эрмитовым. Положительно- и отрицательно-частотные части ψ удовлетворяют коммутационным соотношениям

$$\begin{gathered}[\psi^{(+)}(\mathbf{x}, t), \psi^{(+)}(\mathbf{x}', t)] = 0, [\psi^{(-)}(\mathbf{x}, t), \psi^{(-)}(\mathbf{x}', t)] = 0, \\ [\psi^{(+)}(\mathbf{x}, t), \psi^{(-)}(\mathbf{x}', t)] = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}').\end{gathered} \tag{2.51}$$

Заметим также, что положительно-частотная часть удовлетворяет *операторному* уравнению

$$i \frac{\partial}{\partial t} \psi^{(+)}(\mathbf{x}, t) = k_0 \psi^{(+)}(\mathbf{x}, t), \tag{2.52}$$

формально идентичному уравнению Шредингера для одночастичной волновой функции.

Операторы $a_{\mathbf{k}}$, $a_{\mathbf{k}}^+$ (действие которых было определено только для состояния вакуума и одночастичного состояния) могут быть обобщены также и для многочастичных состояний с сохранением коммутационных соотношений (2.49). Эти коммутационные соотношения хорошо известны из теории гармонического осциллятора в представлении Фока. Следовательно, операторы $a_{\mathbf{k}}$, $a_{\mathbf{k}}^+$ могут быть представлены в виде бесконечных некоммутирующих матриц, действующих на бесконечную последовательность состояний, классифицируемых по числам заполнения. Каждому $\mathbf{k}$ отвечает совокупность состояний, и любое состояние из полной системы функций представления Фока задается числами заполнения для всех $\mathbf{k}$. Операторы поля являются теперь матрицами в этом бесконечно-мерном гильбертовом пространстве, и их свойства определяются коммутационными соотношениями (2.51). Само гильбертово пространство представляет собой совокупность состояний системы с разным (любым) числом частиц.

Выяснив целесообразность введения операторов квантованного поля в теорию систем, состоящих из многих частиц, перейдем к рассмотрению *релятивистских* полей. По аналогии с предыдущим ковариантный оператор ней-

трального клейн-гордоновского поля $\varphi(\mathbf{x}, t)$ и канонически сопряженный ему «обобщенный импульс» связаны соотношением

$$\pi(\mathbf{x}, t) = \frac{\delta \mathscr{L}(\mathbf{x}, t)}{\delta \dot{\varphi}(\mathbf{x}, t)}, \tag{2.53}$$

где $\mathscr{L}(\mathbf{x}, t)$ — ковариантный оператор лагранжевой плотности. Мы постулируем теперь для этих операторов следующие коммутационные соотношения [7]:

$$\begin{gathered}[\varphi(\mathbf{x}, t), \varphi(\mathbf{x}', t)] = 0, \quad [\pi(\mathbf{x}, t); \pi(\mathbf{x}', t)] = 0, \\ [\pi(\mathbf{x}, t), \varphi(\mathbf{x}', t)] = -i\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}').\end{gathered} \tag{2.54}$$

Динамическая система, описываемая бесконечным числом таких пар канонически сопряженных переменных (по одной паре для каждой точки пространства), эквивалентна системе с произвольным (переменным) числом частиц и обладает, таким образом, бесконечным числом степеней свободы. Постулированные выше коммутационные соотношения выполняются для квантовых релятивистских (эрмитовых) амплитуд $\varphi(\mathbf{x}, t)$ клейн-гордоновского поля:

$$\varphi(\mathbf{x}, t) = \sum_{\mathbf{k}} \{a_{\mathbf{k}} u_{\mathbf{k}}(\mathbf{x}, t) + a_{\mathbf{k}}^{+} u_{\mathbf{k}}^{*}(\mathbf{x}, t)\}. \tag{2.55}$$

Здесь $u_{\mathbf{k}}(\mathbf{x}, t)$ образуют полную систему *ковариантных* одночастичных *амплитуд* (с положительной энергией), а *операторы* $a_{\mathbf{k}}$ и $a_{\mathbf{k}}^{+}$ удовлетворяют коммутационным соотношениям «гармонического осциллятора»:

$$\begin{gathered}[a_{\mathbf{k}}, a_{\mathbf{k}'}] = 0, \quad [a_{\mathbf{k}}^{+}, a_{\mathbf{k}'}^{+}] = 0, \\ [a_{\mathbf{k}}, a_{\mathbf{k}'}^{+}] = \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}').\end{gathered} \tag{2.55а}$$

Тогда

$$\pi(\mathbf{x}, t) = \sum_{\mathbf{k}} \{a_{\mathbf{k}} U_{\mathbf{k}}(\mathbf{x}, t) + a_{\mathbf{k}}^{+} U_{\mathbf{k}}^{*}(\mathbf{x}, t)\}, \tag{2.56}$$

где

$$U_{\mathbf{k}}(\mathbf{x}, t) = \frac{\delta \mathscr{L}(\mathbf{x}, t)}{\delta \dot{u}_{\mathbf{k}}(\mathbf{x}, t)}$$

и $\mathscr{L}(\mathbf{x}, t)$ — плотность одночастичного лагранжиана. Коммутатор операторов φ и π оказывается при этом равным

$$[\pi(\mathbf{x}, t), \varphi(\mathbf{x}', t)] = -i\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}'). \qquad (2.56a)$$

Выражения для динамических величин квантованного поля могут быть формально получены из соответствующих формул для этих величин в случае классического поля. Из коммутационных соотношений следует, что указанные величины построены *аддитивно* из членов, отвечающих отдельным частицам. Так, для энергии и импульса поля получаются выражения

$$E = \sum_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^{+} a_{\mathbf{k}} \sqrt{m^2 + \mathbf{k}^2},$$
$$\mathbf{P} = \sum_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^{+} a_{\mathbf{k}} \mathbf{k}. \qquad (2.57)$$

Операторы чисел заполнения $a_{\mathbf{k}}^{+} a_{\mathbf{k}}$ для любых $\mathbf{k}$ имеют неотрицательные целые собственные значения, и состояния поля, отвечающие данным собственным значениям этих операторов, могут рассматриваться как состояния с данным числом частиц с определенными импульсами. Мы рассмотрели эрмитово клейн-гордоновское поле, описывающее частицы с нулевым спином, не обладающие внутренними степенями свободы. Единственной известной элементарной частицей, описываемой этим полем, является нейтральный пион.

Другой известной элементарной частицей, также описываемой эрмитовым, а именно, максвелловским полем, является фотон. Квантованное максвелловское поле, описывающее фотон с нулевой массой и спином 1, имеет некоторые новые свойства, связанные с обсуждавшимися выше особенностями его лагранжиана. Если обозначить квантованный поперечный вектор-потенциал через $\mathbf{A}^T(\mathbf{x}, t)$, то можно написать

$$\mathbf{A}^T(\mathbf{x}, t) = \sum_{r=1}^{2} \sum_{\mathbf{k}} \{a_{r\mathbf{k}} u_{r\mathbf{k}}(\mathbf{x}, t) + a_{r\mathbf{k}}^{+} u_{r\mathbf{k}}^{*}(\mathbf{x}, t)\}. \qquad (2.58)$$

Здесь $u_{r\mathbf{k}}(\mathbf{x}, t)$ — вектор-потенциал (поперечный) для фотона с поляризацией r (продольная часть вектора-потенциала выражается через скалярный потенциал, кото-

рый может быть выбран произвольно; см. § 3 настоящей главы). Как и раньше, операторы $a_{r\mathbf{k}}$ и $a^+_{r\mathbf{k}}$ удовлетворяют коммутационным соотношениям

$$\begin{aligned}[a_{r\mathbf{k}},\ a_{r'\mathbf{k}'}] &= [a^+_{r\mathbf{k}},\ a^+_{r'\mathbf{k}'}] = 0,\\ [a_{r\mathbf{k}},\ a^+_{r'k'}] &= \delta_{rr'}\delta(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\end{aligned} \tag{2.59}$$

и поэтому могут быть интерпретированы как операторы уничтожения и рождения фотона с определенной спиральностью и импульсом.

Изложенное выше относится к нейтральным бозонным полям. Для нейтральных фермионных полей теория строится совершенно аналогично, с той лишь разницей, что операторы рождения и уничтожения удовлетворяют *антикоммутационным* соотношениям

$$\begin{aligned}[a_{r\mathbf{k}},\ a_{r'\mathbf{k}'}]_+ &= 0, \quad [a^+_{r\mathbf{k}},\ a^+_{r'\mathbf{k}'}]_+ = 0,\\ [a_{r\mathbf{k}},\ a^+_{r'\mathbf{k}'}]_+ &= \delta(\mathbf{k}-\mathbf{k}')\,\delta_{rr'},\end{aligned} \tag{2.60}$$

где r — спиновый индекс. Из соотношений (2.60) следует, что оператор числа частиц $a^+_{r\mathbf{k}}a_{r\mathbf{k}}$ имеет лишь собственные значения, равные 0 или 1. Несмотря на это, формальная схема квантования полностью сохраняется. В частности, имеем

$$\varphi(\mathbf{x},\ t) = \sum_r \sum_{\mathbf{k}} \{a_{r\mathbf{k}}u_{r\mathbf{k}}(\mathbf{x},\ t) + a^+_{r\mathbf{k}}u^*_{r\mathbf{k}}(\mathbf{x},\ t)\}. \tag{2.60а}$$

В этой формуле суммирование производится как по спиновому индексу, так и по импульсу. Формула (2.60а) представляет лишь академический интерес, поскольку все известные элементарные частицы со спином $^1/_2$ обладают внутренними степенями свободы и поэтому должны описываться неэрмитовыми полями.

Лагранжианы неквантованных полей для клейн-гордоновских, дираковских, максвелловских и вейлевских частиц отличаются друг от друга, и это различие остается также после квантования. Вместе с тем видна и единообразность метода квантования ковариантных амплитуд различных полей. В частности, симметрия или антисимметрия многочастичной волновой функции непосредственно

связана с коммутационным или антикоммутационным перестановочными соотношениями для канонически сопряженных величин, выражающихся через операторы рождения и уничтожения частиц. Так как квантованные поля представляются некоммутирующими операторами, то имеется некоторая неоднозначность в переходе от формализма одночастичных лагранжианов к квантованной теории. Эта неоднозначность устраняется следующим предписанием: для бозонных полей все выражения должны быть симметризованы (т. е. должно быть взято среднее по всем перестановкам операторов поля, входящих в каждый член рассматриваемого выражения, а для фермионных полей следует выполнить антисимметризацию (т. е. должно быть взято среднее по всем перестановкам операторов поля, но при этом члены, полученные в результате нечетных перестановок, следует брать с отрицательным знаком). В уравнениях (2.57) такая симметризация подразумевается выполненной. В дальнейшем везде, за исключением тех случаев, когда это необходимо (см. гл. 3, § 3 и 5), такая симметризация (или антисимметризация) в явном виде производиться не будет.

Поля, квантование которых рассмотрено выше, являются эрмитовыми, так как коэффициенты волновых функций с положительной энергией и комплексно сопряженных им волновых функций представляют собой эрмитово сопряженные операторы. Можно рассмотреть теперь более общий случай, когда эти коэффициенты, будучи по-прежнему операторами рождения и уничтожения частиц, уже не являются эрмитово сопряженными друг другу. Например, в случае спина 0 оператор поля можно записать в виде

$$\varphi(\mathbf{x}, t) = \sum_{\mathbf{k}} \{a_{\mathbf{k}} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - k_0 t)} + b_{\mathbf{k}}^{+} e^{-i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - k_0 t)}\}, \quad (2.61)$$

так что эрмитово сопряженным ему оператором будет

$$\varphi^{+}(\mathbf{x}, t) = \sum_{\mathbf{k}} \{b_{\mathbf{k}} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - k_0 t)} + a_{\mathbf{k}}^{+} e^{-i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x} - k_0 t)}\}. \quad (2.61\text{a})$$

Эти операторы клейн-гордоновского поля описывают два сорта частиц, которым отвечают операторы $(a_{\mathbf{k}}, a_{\mathbf{k}}^{+})$

и $(b_{\mathbf{k}}, b_{\mathbf{k}}^{+})$. Операторам a должны отвечать «a-кванты» с одним знаком «заряда», операторам b — «b-кванты» с противоположным знаком «заряда». Мы используем здесь термин «заряд» в обобщенном смысле как некую внутреннюю степень свободы, которая принимает значения разных знаков для «a-» и «b-квантов». В указанном смысле электрический заряд, несомненно, является внутренней степенью свободы, поэтому заряженные пионы и каоны должны описываться неэрмитовыми клейн-гордоновскими полями, «a-» и «b-кванты» которых являются соответственно положительно и отрицательно заряженными мезонами. Но и нейтральному каону также отвечает неэрмитово клейн-гордоновское поле, причем «a-» и «b-квантами» являются K^0- и $\bar{K}^0$-мезоны. Внутренней степенью свободы («зарядом») в данном случае является странность. Мы называем «a-кванты» частицами, а «b-кванты» — античастицами. Отсюда следует, что в случае эрмитовых полей, которым отвечают только кванты одного сорта — «a-кванты», античастица должна быть тождественна частице (как это имеет место для π^0-мезона).

Приведенное выше рассмотрение может быть распространено и на поля, описывающие частицы с отличным от нуля спином. Единственный интересующий нас бозон с ненулевым спином (фотон) не обладает внутренней степенью свободы. Будучи тождествен со своей античастицей, он может быть описан эрмитовым полем [см. уравнения (2.58) и (2.59)]. С другой стороны, все представляющие физический интерес фермионы (лептоны и барионы) должны описываться неэрмитовыми полями. Это означает, что для данного значения импульса $\mathbf{k}$ уравнение Дирака должно иметь два решения с положительной энергией, и поэтому для оператора дираковского поля можно написать [см. формулу (2.60а)]

$$\varphi(\mathbf{x}, t) = \sum_r \sum_{\mathbf{k}} \{a_{r\mathbf{k}} u_{r\mathbf{k}}(\mathbf{x}, t) + b_{r\mathbf{k}}^{+} v_{r\mathbf{k}}(\mathbf{x}, t)\}, \quad (2.62)$$

где $u_{r\mathbf{k}}(\mathbf{x}, t)$ и $v_{r\mathbf{k}}(\mathbf{x}, t)$ — решения с положительной и отрицательной энергией соответственно. Тогда для эрмитово сопряженного оператора имеем

$$\varphi^{+}(\mathbf{x}, t) = \sum_r \sum_{\mathbf{k}} \{b_{r\mathbf{k}} v_{r\mathbf{k}}^{*}(\mathbf{x}, t) + a_{r\mathbf{k}}^{+} u_{r\mathbf{k}}^{*}(\mathbf{x}, t)\}. \quad (2.62а)$$

Все «заряды» «a-» и «b-квантов» дираковского поля — электрический заряд, барионный «заряд», лептонный «заряд», странность — для барионов и лептонов (исключая нейтрино) противоположны по знаку и равны по абсолютной величине. В случае нейтрино выражения (2.62) и (2.62а) также могут быть использованы, если под $u_{r\mathbf{k}}$ и $v_{r\mathbf{k}}$ понимать соответствующие решения уравнения Вейля (2.24).

§ 5. Пространственное и временно́е отражения

В начале этой главы мы рассмотрели различные (унитарные) преобразования волновой функции релятивистской частицы при изменении системы отсчета. Возможные преобразования системы отсчета образуют группу Лоренца. Точнее, группой Лоренца называется совокупность преобразований, оставляющих неизменным интервал

$$(t - t')^2 - (\mathbf{x} - \mathbf{x}')^2$$

между двумя мировыми точками $(\mathbf{x}, t)$ и $(\mathbf{x}', t')$. Таким образом, группа Лоренца состоит из преобразований изменения начала отсчета пространственных координат и времени (трансляций), пространственных вращений, обычных преобразований Лоренца, изменения знака всех пространственных координат («пространственного отражения») и, наконец, изменения знака временно́й координаты («временно́го отражения»). Пространственное и временно́е отражения не связаны непосредственно с изменением системы отсчета [1]). Совокупность преобразова-

[1]) В действительности это замечание не совсем верно: пространственное и временно́е отражение включают в себя переход от одной системы координат (например, «правой») к другой («левой»). Однако для теории представляет интерес поведение волновых функций и при «точечных преобразованиях» пространства, т. е. при переходах, скажем, от точки $\mathbf{x}$ в точку $-\mathbf{x}$ в одной и той же системе координат. Точно так же, рассматривая отражение времени, обычно интересуются не столько формальной возможностью описывать развитие физической системы во времени последовательностью возрастающих по абсолютной величине отрицательных чисел, сколько вопросами обратимости физических процессов во времени. — *Прим. перев.*

ний Лоренца, связанных с изменениями системы отсчета, носит название собственной группы Лоренца. Если эту группу *дополнить* пространственными отражениями, то получится несобственная ортохронная группа Лоренца. Группа, получающаяся после *присоединения* временно́го отражения, называется неортохронной. Наконец, группа Лоренца *без* трансляций называется однородной. Таким образом, рассмотренные выше преобразования одночастичной волновой функции относятся к собственной ортохронной неоднородной группе Лоренца. В связи с этим возникает вопрос, существует ли непротиворечивый закон преобразования этих волновых функций при пространственном и временно́м отражениях [1]). После того как этот вопрос будет выяснен, мы рассмотрим поведение квантованных полей при пространственном и временно́м отражениях.

Рассмотрим сначала преобразования одночастичных волновых функций для полей с целым спином при пространственном отражении. Закон преобразования таких волновых функций совпадает с законом преобразования хорошо известных геометрических объектов. Скалярное (псевдоскалярное) клейн-гордоновское поле при изменении знака пространственных координат умножается на $+1$ (-1). В случае максвелловского поля при изменении знака пространственных координат меняют знак компоненты векторного потенциала, тогда как скалярный потенциал остается неизменным. Рассмотренные нами уравнения для полей со спином 0 и 1 инвариантны относительно пространственного отражения. Пространственные компоненты импульса одночастичных состояний меняют знак при пространственном отражении. Меняет свой знак также и спиральность фотона: правая циркулярная поляризация превращается в левую, и обратно, левая — в правую.

Преобразование при пространственном отражении волновых функций частиц с полуцелым спином несколько

[1]) Под «непротиворечивым законом преобразования» подразумевается такой закон, при котором произведению преобразований группы Лоренца отвечает произведение преобразований волновых функций (произведением преобразований называется результат двух или нескольких последовательных преобразований). — *Прим. перев.*

менее обычно. Математический закон преобразования [8] состоит в данном случае в том, что при изменении знака пространственных координат волновая функция, отвечающая положительной энергии, умножается на матрицу Дирака $\beta = \gamma^0$. При этом пространственные компоненты импульса и спиральность одночастичных состояний с положительной энергией также меняют знак. (О законе преобразования волновых функций с отрицательной энергией, а также о поведении при пространственном отражении волновых функций античастиц см. ниже.) Из факта изменения знака спиральности следует, что двухкомпонентное уравнение Вейля (2.24) в отличие от других рассмотренных уравнений не инвариантно относительно пространственного отражения, хотя оно и инвариантно относительно преобразований собственной ортохронной группы Лоренца. Очевидно, что мы столкнулись бы с такой же трудностью, если бы задались целью построить теорию, в которой фигурировали бы фотоны с циркулярной поляризацией только одного знака. Такая ситуация имеет место для всех частиц с конечным спином и нулевой массой.

Преобразование отражения времени является более сложным, так как оно приводит к изменению знака энергии, что представляется физически неприемлемым. Это также видно из рассмотрения трансформационных свойств уравнения Шредингера. При замене $t \to -t$ оператор $i\partial/\partial t$ меняет знак, тогда как при унитарном преобразовании гамильтониан не может превращаться из оператора с положительно определенными собственными значениями в оператор с отрицательными собственными значениями. Таким образом, мы не можем сопоставить временно́му отражению какой-нибудь унитарный оператор. Выход из этого положения указан Вигнером [9], сопоставившим временно́му отражению антиунитарный оператор. В соответствии с этим для бесспиновой частицы полагаем

$$\varphi(\mathbf{x}, t) \to \varphi'(\mathbf{x}', t') = \varphi^*(\mathbf{x}, -t), \tag{2.63}$$

так что

$$i\frac{\partial \varphi'(t')}{\partial t'} = H\varphi'(t').$$

Отсюда видно, что не только уравнение Шредингера, но и ковариантное уравнение (2.8) остается неизменным. Ясно также, что решения с положительной энергией переходят при вигнеровском антиунитарном преобразовании, включающем в себя комплексное сопряжение, в решения с положительной энергией. [Заметим, что комплексное сопряжение не является линейным преобразованием, так как $(\lambda x)^* = \lambda^* x^* \neq \lambda x^*$, за исключением случая $\lambda = \lambda^*$.] Для частиц со спином следует принять, что все спиновые переменные меняют знак, так как в классической теории момент количества движения меняет знак при обращении времени. При обычном выборе спиновых матриц матрицы $\mathscr{L}_1$ и $\mathscr{L}_3$ действительны, а матрица $\mathscr{L}_2$ чисто мнимая. Таким образом, при комплексном сопряжении только матрица $\mathscr{L}_2$ меняет знак. Отсюда следует, что для изменения знака матриц $\mathscr{L}_1$ и $\mathscr{L}_3$ при временно́м отражении необходимо дополнить комплексное сопряжение унитарным преобразованием вращения на угол 180° вокруг второй оси.

Мы не рассматривали выше вопрос о возможности появления у одночастичной волновой функции фазового множителя при дискретных преобразованиях. Поскольку волновое уравнение и уравнение Шредингера линейны, такой множитель, вообще говоря, может быть введен. С другой стороны, можно выставить дополнительное «физическое» требование для дискретных преобразований: можно потребовать, чтобы для волновых функций частиц с целым спином дважды произведенное пространственное отражение было тождественным преобразованием. В этом случае единственным допустимым фазовым множителем является ± 1. При спине 0 волновая функция, не меняющая знака, отвечает скалярной частице, тогда как волновая функция, меняющая знак, соответствует псевдоскалярной частице. Анологично обстоит дело и для бозонов с отличным от нуля спином.

В случае спинорных частиц существует еще больший произвол в выборе фазового множителя. Так, для частиц со спином $^1/_2$ фазовый множитель может быть равен ± 1, $\pm i$, поскольку эквивалентность дважды произведенного пространственного отражения тождественному преобразованию может иметь место в лучшем случае лишь для

билинейных комбинаций волновых функций. На эти фазовые множители можно наложить дополнительные ограничения. Например, если потребовать, чтобы волновые функции частицы и античастицы преобразовывались одинаково, то допустимы только фазовые множители $\pm i$ (см. ниже).

Необходимо, однако, отметить здесь, что эти «физические» требования, накладываемые на фазовые множители *волновых функций,* в действительности являются произвольными, поскольку все физические величины выражаются через волновые функции билинейно. Поскольку $|\eta_P| = |\eta_T| = 1$, то конкретный выбор η_P или η_T никак не сказывается на физических величинах.

Рассмотрим теперь преобразование квантованного поля при пространственном и временно́м отражениях. Каждому преобразованию волновых функций отвечает линейное преобразование квантованного поля. В частности, преобразованиям группы Лоренца соответствуют линейные преобразования операторов поля. С другой стороны, полевой оператор действует в гильбертовом пространстве многочастичных состояний, и всякое линейное преобразование в этом пространстве индуцирует унитарное преобразование операторов поля. Так, например, при пространственных и временно́й трансляциях

$$x^\mu \to x^\mu + a^\mu$$

оператор поля преобразуется по закону

$$\varphi(x_\mu) \to \varphi(x_\mu + a_\mu) = e^{-iP\cdot a}\varphi(x_\mu)\, e^{iP\cdot a}. \qquad (2.64)$$

Здесь P — оператор 4-импульса поля. Аналогично этому вращениям пространства-времени (включающим в себя вращения пространства и обычные преобразования Лоренца) отвечают унитарные преобразования операторов поля, порождаемые оператором «четырехмерного» момента количества движения $M^{\mu\nu}$.

Таким образом, с квантованными полями связаны два рода преобразований: линейные преобразования (S), отвечающие классическим полям, и унитарные линейные преобразования (U) в гильбертовом пространстве.

Найдем теперь преобразования S и U для отражений. Рассмотрим сначала пространственное отражение:

$$\mathbf{x} \to \mathbf{x}' = -\mathbf{x}, \quad t \to t' = t. \tag{2.65}$$

Вид преобразований S для неквантованных клейн-гордоновского, максвелловского и дираковского полей уже обсуждался выше. Для клейн-гордоновского поля имеем

$$S_P : \varphi'(\mathbf{x}', t') = \eta_P \varphi(-\mathbf{x}, t), \quad |\eta_P| = 1, \tag{2.66}$$

где $\eta_P = +1$, если клейн-гордоновское поле является скалярным (положительная четность), и $\eta_P = -1$, если поле псевдоскалярно (отрицательная четность). Для максвелловского поля, описывающего фотон, преобразование S_P определено полностью:

$$\begin{aligned} A_i'(\mathbf{x}', t') &= -A_i(-\mathbf{x}, t), \\ A_0'(\mathbf{x}', t') &= A_0(-\mathbf{x}, t), \end{aligned} \tag{2.67}$$

где $A_\mu (\mu = 1, 2, 3, 0)$ — четырехмерный электромагнитный вектор-потенциал, преобразующийся, как известно, при пространственном отражении совершенно так же, как четырехмерный радиус-вектор пространственно-временно́й точки. Так как для реального фотона всегда возможна такая калибровка, при которой $A_0 = 0$, то четырехмерный вектор-потенциал сводится к обычному трехмерному потенциалу, являющемуся полярным вектором (как и $\mathbf{x}$).

Преобразование S_P для дираковского поля более сложно, а именно [см. уравнение (2.22)]

$$\psi'(\mathbf{x}', t') = \eta_P \gamma_0 \psi(-\mathbf{x}, t), \quad |\eta_P| = 1. \tag{2.68}$$

Величина η_P есть, вообще говоря, комплексное число с модулем, равным 1, так как коммутационные соотношения должны быть инвариантны относительно пространственного отражения. В частном случае эрмитового поля

$$\eta_P^2 = +1,$$

так что

$$\eta_P = \pm 1.$$

Значения η_P для разных частиц зависят от *взаимодействий* соответствующих полей, приводящих к рождению и исчезновению частиц. Мы уже отмечали выше, что в случае *свободных* частиц преобразования всех наблюдаемых величин не зависят от конкретного выбора η_P. Так как все орбитальные четности *действительны*, то отсюда следует, что всякая *измеренная* (относительная) четность частицы или ансамбля частиц также должна быть действительным числом. Если оказывается необходимым приписать частице комплексную (т. е. не действительную) четность, то абсолютно запрещена любая сохраняющая четность реакция, в которой рождается или исчезает одна такая частица.

Рассмотрим теперь свойства унитарного преобразования U_P применительно к трем типам квантованных полей (клейн-гордоновскому, максвелловскому и дираковскому) и установим связь этого преобразования с преобразованием S_P неквантованных полей. Из уравнения (2.66) следует, что можно написать:

$$U_P\varphi(\mathbf{x},\ t)\,U_P^{-1} = \eta_P\varphi(-\mathbf{x},\ t). \tag{2.69}$$

Символ φ обозначает теперь квантованные амплитуды. Используя уравнения (2.69) и (2.61), легко найти

$$\begin{aligned} U_P a_{\mathbf{k}} U_P^{-1} &= \eta_P a_{-\mathbf{k}}, \\ U_P b_{\mathbf{k}}^{+} U_P^{-1} &= \eta_P b_{-\mathbf{k}}^{+}. \end{aligned} \tag{2.70}$$

Аналогом уравнения (2.69) для оператора φ^+ является уравнение

$$U_P\varphi^{+}(\mathbf{x},\ t)\,U_P^{-1} = \eta_P^{*}\varphi^{+}(-\mathbf{x},\ t). \tag{2.71}$$

Используя уравнение (2.61а), находим

$$\begin{aligned} U_P a_{\mathbf{k}}^{+} U_P^{-1} &= \eta_P^{*} a_{-\mathbf{k}}^{+}, \\ U_P b_{\mathbf{k}} U_P^{-1} &= \eta_P^{*} b_{-\mathbf{k}}. \end{aligned} \tag{2.72}$$

Можно найти явное выражение для оператора U_P, удовлетворяющее уравнениям (2.70) и (2.72), через опе-

раторы рождения и уничтожения частиц. Это выражение имеет вид [10]

$$U_P = \prod_{\mathbf{k}} \exp\left[\frac{\pi i}{2}\left\{(a_{\mathbf{k}}^{+} - \eta_P^{*} a_{-\mathbf{k}}^{+})(a_{\mathbf{k}} - \eta_P a_{-\mathbf{k}}) + \right.\right.$$

$$\left.\left. + (b_{\mathbf{k}}^{+} - \eta_P b_{-\mathbf{k}}^{+})(b_{\mathbf{k}} - \eta_P^{*} b_{-\mathbf{k}})\right\}\right]. \qquad (2.73)$$

Выражение (2.73) или неявное задание оператора U_P уравнениями (2.70) и (2.72) могут быть использованы для определения четности клейн-гордоновской частицы. Для этого подействуем оператором рождения $a^{+}(\mathbf{k})$ на состояние вакуума $|0\rangle$, четность которого будем считать положительной. Тогда для состояния, в котором имеется одна частица, получим

$$U_P a_{\mathbf{k}}^{+}|0\rangle = \eta_P^{*} a_{-\mathbf{k}}^{+}|0\rangle. \qquad (2.74)$$

Соответствующее уравнение для состояния с одной античастицей будет иметь вид

$$U_P b_{\mathbf{k}}^{+}|0\rangle = \eta_P b_{-\mathbf{k}}^{+}|0\rangle. \qquad (2.75)$$

Из уравнения (2.74) видно, что при пространственном отражении состояние клейн-гордоновской частицы с импульсом $\mathbf{k}$ переходит в состояние с импульсом $-\mathbf{k}$ без изменения знака состояния, если $\eta_P = +1$, или с изменением знака состояния, если $\eta_P = -1$. Если при унитарном преобразовании U_P одночастичное состояние не меняет знака, то говорят, что клейн-гордоновская частица обладает положительной внутренней четностью (скалярная частица). Если же знак состояния меняется, то говорят об отрицательной внутренней четности (псевдоскалярная частица). (Подчеркнем, что в связи с преобразованием S_P мы говорили о четности поля, тогда как сейчас речь идет о четности частицы.) Далее, из уравнений (2.74) и (2.75) следует, что внутренняя четность системы, состоящей из клейн-гордоновской частицы и античастицы, всегда положительна (если отвлечься от четности, связанной с орбитальным моментом), так как $|\eta_P| = 1$.

Переход от преобразования S_P для максвелловского поля к унитарному преобразованию U_P для квантованного максвелловского поля совершается в точности так

же, как и для клейн-гордоновского поля, с той лишь разницей, что поперечная часть $\mathbf{A}^T$ максвелловского поля имеет не одну, а две компоненты. В этом вопросе нет никаких существенных различий между максвелловским и клейн-гордоновским полями, так как оба эти поля являются бозонными полями. Таким образом, мы приходим к заключению, что одночастичные, т. е. однофотонные, состояния максвелловского поля обладают отрицательной внутренней четностью, поскольку для преобразования S_P неквантованного максвелловского поля $\eta_P = -1$ [ср. уравнение (2.67)].

Исследование унитарного преобразования U_P для квантованного дираковского поля сопряжено с усложнениями, отсутствовавшими в случае двух рассмотренных бозонных полей. Эти усложнения, как мы увидим, приводят к интересному следствию, состоящему в том, что внутренняя четность системы из дираковской частицы и ее античастицы отрицательна. Для квантованного дираковского поля ψ унитарное преобразование U_P определяется условием [ср. уравнение (2.67)]

$$U_P \psi_\alpha(\mathbf{x}, t) U_P^{-1} = \eta_P (\gamma_0)_{\alpha\beta} \psi_\beta(-\mathbf{x}, t). \tag{2.76}$$

Переходя к операторам рождения и уничтожения, получаем уравнения [11]:

$$\begin{aligned} U_P a_{r\mathbf{k}} U_P^{-1} &= \eta_P a_{r\,-\mathbf{k}}, \\ U_P b_{r\mathbf{k}}^+ U_P^{-1} &= -\eta_P b_{r\,-\mathbf{k}}^+, \\ U_P a_{r\mathbf{k}}^+ U_P^{-1} &= \eta_P^* a_{r\,-\mathbf{k}}^+, \\ U_P b_{r\mathbf{k}} U_P^{-1} &= -\eta_P^* b_{r\,-\mathbf{k}}, \end{aligned} \tag{2.77}$$

определяющие оператор унитарного преобразования U_P. Явный вид оператора U_P дается формулой [10]

$$U_P = \prod_{\mathbf{k}} \exp\left[\frac{\pi i}{2}\left\{(a_{r\mathbf{k}}^+ - \eta_P^* a_{r\,-\mathbf{k}}^+)(a_{r\mathbf{k}} - \eta_P a_{r\,-\mathbf{k}}) + (b_{r\mathbf{k}}^+ + \eta_P b_{r\,-\mathbf{k}}^+)(b_{r\mathbf{k}} + \eta_P^* b_{r\,-\mathbf{k}})\right\}\right]. \tag{2.78}$$

Отметим, что этот оператор не меняет ориентации спина, но меняет знак компонент импульса частицы и античастицы. Если теперь использовать выражение (2.78)

или уравнения (2.77) для рассмотрения состояний с одной частицей или с одной античастицей, то получим

$$U_P a^+_{r\mathbf{k}}|0\rangle = \eta^*_P a^+_{r\,-\mathbf{k}}|0\rangle,$$
$$U_P b^+_{r\mathbf{k}}|0\rangle = -\eta_P b^+_{r\,-\mathbf{k}}|0\rangle. \tag{2.79}$$

Таким образом (поскольку $|\eta_P| = 1$), внутренняя четность системы, состоящей из дираковской частицы и античастицы, отрицательна (орбитальную четность мы не учитываем). Этот вывод приводит к интересным следствиям для таких систем, как позитроний, нуклоний и т. п. (см. гл. 3).

В отличие от пространственного отражения временно́му отражению, как уже отмечалось выше, невозможно сопоставить унитарное преобразование. В этом случае мы сталкиваемся с так называемым антиунитарным преобразованием. Чтобы убедиться в необходимости такого усложнения, рассмотрим, прежде чем перейти к квантованным полям, пример из обычной квантовой механики. Пусть имеется одна обобщенная координата $q(t)$ и канонически сопряженный ей импульс $p(t)$. Коммутационное соотношение между q и p, как известно, имеет вид

$$[q(t),\ p(t)] = i\hbar. \tag{2.80}$$

Поскольку отражение времени задается уравнениями

$$\mathbf{x} \to \mathbf{x}' = \mathbf{x},$$
$$t \to t' = -t, \tag{2.81}$$

то

$$T_q(t)\,T^{-1} = q(t),$$
$$T_p(t)\,T^{-1} = -p(t). \tag{2.82}$$

К сожалению, это преобразование не оставляет инвариантным коммутационное соотношение (2.80) — оно меняет его знак. Однако инвариантность коммутационного соотношения (2.80) будет иметь место, если при временно́м отражении меняется порядок следования операторов q и p. Это сразу же наводит на мысль, что, хотя временно́е отражение T не может быть представлено унитарным преобразованием, ему можно сопоставить произведение унитарного преобразования U_T на

оператор K, меняющий порядок следования операторов на обратный. Это означает, что мы можем написать

$$T = U_T K, \quad K = K^{-1}. \tag{2.83}$$

Таким образом, если рассматривается преобразование одного симметричного (т. е. не меняющего знак при перестановке) или одного антисимметричного оператора, то T может быть представлено унитарным преобразованием U_T соответственно без изменения или с изменением знака [ср. уравнение (2.82)]. Однако, если рассматривается преобразование произведения таких операторов, то операция K меняет порядок следования множителей, сохраняя тем самым коммутационное соотношение (2.80).

Найдем теперь преобразование U_T, входящее в оператор временно́го отражения для квантованного поля. С этой целью напишем прежде всего преобразование S_T для неквантованных клейн-гордоновского, максвелловского, дираковского и вейлевского полей. Эти преобразования S_T таковы:

S_T (Клейн — Гордон): $$\varphi(\mathbf{x}, t) \to \eta_T \varphi^*(\mathbf{x}, -t), \tag{2.84}$$

S_T (Максвелл): $$\begin{aligned} A(\mathbf{x}, t) &\to -A(\mathbf{x}, -t), \\ A_0(\mathbf{x}, t) &\to +A_0(\mathbf{x}, -t), \end{aligned} \tag{2.85}$$

S_T (Дирак): $$\psi(\mathbf{x}, t) \to i\eta_T C^* \bar{\psi}^T(\mathbf{x}, -t), \tag{2.86}$$

S_T (Вейль): $$\psi(\mathbf{x}, t) \to i\eta_T \sigma_2 \psi^{+T}(\mathbf{x}, -t), \tag{2.87}$$

причем $|\eta_T| = 1$. В уравнениях (2.86) и (2.87) ψ^T получается транспонированием ψ, а C — четырехрядная матрица, удовлетворяющая соотношению

$$(\gamma^\mu)^* = C\gamma^\mu C^{-1}. \tag{2.88}$$

Явный вид матрицы C зависит от представления матриц γ (см. приложение в конце настоящей главы).

Мы определим теперь T для квантованного клейн-гордоновского поля φ и канонически сопряженного ему обобщенного импульса π соотношениями

$$\begin{aligned} T\varphi(\mathbf{x}, t) T^{-1} &= \eta_T \varphi^+(\mathbf{x}, -t), \\ T\pi(\mathbf{x}, t) T^{-1} &= -\eta_T \pi^+(\mathbf{x}, -t), \end{aligned} \tag{2.89}$$

где $|\eta_T| = 1$, и требованием, чтобы сохранялись коммутационные соотношения. Используя разложение (2.61) $\varphi(\mathbf{x}, t)$, находим [11]:

$$\begin{aligned} U_T a_{\mathbf{k}} U_T^{-1} &= \eta_T a_{-\mathbf{k}}, \quad U_T b_{\mathbf{k}} U_T^{-1} = \eta_T^* b_{-\mathbf{k}}, \\ U_T a_{\mathbf{k}}^+ U_T^{-1} &= \eta_T^* a_{-\mathbf{k}}^+, \quad U_T b_{\mathbf{k}}^+ U_T^{-1} = \eta_T b_{-\mathbf{k}}^+. \end{aligned} \tag{2.90}$$

Далее, в обычном представлении операторов $a_{\mathbf{k}}$, $a_{\mathbf{k}}^+$ и $b_{\mathbf{k}}$, $b_{\mathbf{k}}^+$ имеем

$$K|0\rangle = \langle 0|, \quad K a_{\mathbf{k}} K^{-1} = a_{\mathbf{k}}^+, \quad K b_{\mathbf{k}} K^{-1} = b_{\mathbf{k}}^+ \text{ и т. д.} \tag{2.91}$$

Если мы теперь применим соотношения (2.90) и (2.91) к одночастичным состояниям, то найдем

$$\begin{aligned} T a_{\mathbf{k}}^+ |0\rangle &= \eta_T \langle 0| a_{-\mathbf{k}}, \\ T b_{\mathbf{k}}^+ |0\rangle &= \eta_T^* \langle 0| b_{-\mathbf{k}}. \end{aligned} \tag{2.92}$$

Отметим, что преобразование (2.92) переводит одночастичное начальное состояние с импульсом $\mathbf{k}$ в одночастичное конечное состояние с импульсом $-\mathbf{k}$. Пользуясь терминологией Дирака, можно сказать, что временно́е отражение меняет знак импульса частицы или античастицы и переводит «кет» в «бра», и наоборот [1]). Этот результат фактически содержится в преобразовании операторов при временно́м отражении, так как, когда производится замена t на $-t$, необходимо обратить порядок следования операторов. Соответственно этому при применении временно́го отражения к состояниям мы должны не только заменить $\mathbf{k}$ на $-\mathbf{k}$, но также и взаимно заменить «кет» на «бра». Это обстоятельство не является неожиданным, поскольку преобразование T меняет местами «начальный» и «конечный» моменты времени.

Преобразование T для квантованного максвелловского поля определяется соотношениями

$$\begin{aligned} T\mathbf{A}(\mathbf{x}, t) T^{-1} &= -\mathbf{A}(\mathbf{x}, -t), \\ T A_0(\mathbf{x}, t) T^{-1} &= +A_0(\mathbf{x}, -t). \end{aligned} \tag{2.93}$$

[1]) Термин «бра» (bra) представляет собой первую часть слова (bracket) (скобка) и обозначает состояние $\langle A|$, Термин «кет» (ket) — последний слог того же слова — обозначает состояние $|A\rangle$, эрмитово сопряженное состоянию «бра». — *Прим. перев.*

Разлагая $\mathbf{A}(\mathbf{x}, t)$ в ряд, согласно уравнению (2.58), находим

$$\begin{aligned} U_T a_{r\mathbf{k}} U_T^{-1} &= -a_{r'\,-\mathbf{k}}, \\ U_T a_{r\mathbf{k}}^{+} U_T^{-1} &= -a_{r'\,-\mathbf{k}}^{+}. \end{aligned} \tag{2.94}$$

Заметим, что поляризационный индекс r заменяется на новый индекс r', связанный с r таким образом, что спиральность фотона остается неизменной. Это следует из самого определения спиральности [см. уравнение (2.26)] и из того факта, что преобразование T меняет знак как компонент импульса, так и спина. Поскольку напряженность электрического поля $\mathbf{E}$ есть производная по времени от $\mathbf{A}$, а напряженность магнитного поля $\mathbf{H}$ есть rot $\mathbf{A}$, можно сразу же выяснить поведение амплитуд квантованного поля $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ при преобразовании T:

$$T\mathbf{E}T^{-1} = +\mathbf{E}, \quad T\mathbf{H}T^{-1} = -\mathbf{H}. \tag{2.95}$$

Эти свойства $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ будут использованы в дальнейшем.

Как всегда, рассмотрение дираковского поля оказывается несколько более сложным. Действие преобразования T на квантованное дираковское поле определяется соотношением

$$\begin{aligned} T\psi_\alpha(\mathbf{x}, t)\,T^{-1} &= -i\eta_T\,(\gamma_0)_{\alpha\beta}\,(C_{\gamma\beta})^{*}\,\psi_\gamma^{+}(\mathbf{x}, -t) = \\ &= i\eta_T\,(C^{-1}\overline{\psi}^{T}(\mathbf{x}, -t))_\alpha, \end{aligned} \tag{2.96}$$

где C — матрица, введенная нами выше. Если теперь разложить ψ в ряд, согласно (2.62), то получим следующие соотношения для U_T [индекс спиральности $r(=\pm)$]:

$$\begin{aligned} U_T a_{r\mathbf{k}} U_T^{-1} &= -r\eta_T a_{r\,-\mathbf{k}}, \\ U_T a_{r\mathbf{k}}^{+} U_T^{-1} &= -r\eta_T^{*} a_{r\,-\mathbf{k}}^{+}, \\ U_T b_{r\mathbf{k}} U_T^{-1} &= +r\eta_T^{*} b_{r\,-\mathbf{k}}, \\ U_T b_{r\mathbf{k}}^{+} U_T^{-1} &= +r\eta_T b_{r\,-\mathbf{k}}^{+}, \end{aligned} \tag{2.97}$$

причем, как и раньше,

$$K|0\rangle = \langle 0|, \quad K a_{r\mathbf{k}} K^{-1} = a_{r\mathbf{k}}^{+} \text{ и т. д.} \tag{2.98}$$

Применяя определенное таким образом преобразование T к одночастичным состояниям, находим

$$\begin{aligned} Ta^{+}_{r\mathbf{k}}|0\rangle &= -r\eta_T^{*}\langle 0|a_{r-\mathbf{k}}, \\ Tb^{+}_{r\mathbf{k}}|0\rangle &= +r\eta_T\langle 0|b_{r-\mathbf{k}}. \end{aligned} \tag{2.99}$$

Уравнения (2.99) показывают, что при временно́м отражении начальное одночастичное состояние с импульсом $\mathbf{k}$ и спиральностью $r(=\pm)$ переходит в конечное одночастичное состояние с импульсом $-\mathbf{k}$ и той же самой спиральностью r. Такого поведения спиральности при временно́м отражении следовало ожидать, поскольку спин преобразуется так же, как момент количества движения, а этот последний, согласно трансформационным свойствам q и p [уравнения (2.82)], преобразуется по закону

$$T\mathbf{J}(t)T^{-1} = -\mathbf{J}(-t'). \tag{2.100}$$

Относительно фазового множителя η_T для временно́го отражения можно повторить все замечания, сделанные о фазовом множителе η_P для пространственного отражения. В самом деле, произвол в выборе фазового множителя в данном случае еще больший, поскольку для неэрмитовых полей фазовый множитель η_T не может быть измерен. Поэтому введение фазового множителя η_T эквивалентно переопределению операторов рождения и уничтожения частиц и античастиц, т. е. переходу к операторам $\eta_T^{*}a^{+}_{\mathbf{k}}$, $\eta_T a_{\mathbf{k}}$, $\eta_T b^{+}_{\mathbf{k}}$ и $\eta_T^{*}b_{\mathbf{k}}$. Поскольку η_T для неэрмитовых полей не имеет никакого физического смысла, всегда можно так определить преобразование временно́го отражения, чтобы $\eta_T = 1$. С другой стороны, в случае эрмитовых полей нельзя, считая η_T комплексным числом, сохранить инвариантность коммутационных соотношений. Если возможно испускание и поглощение одиночных квантов эрмитового поля, то выбор между $\eta_T = +1$ и $\eta_T = -1$ имеет физический смысл и может быть осуществлен экспериментально. Необходимо также заметить, что η_T не может быть названо «временно́й четностью» в собственном смысле этого слова, поскольку в преобразовании временно́го отражения содержится вместе с унитарным преобразованием U_T антиунитар-

ный оператор K, не имеющий собственных значений. Иногда, тем не менее, η_T называют временно́й четностью. Однако лучше называть эту величину CP-четностью (см. гл. 3, § 5).

§ 6. Зарядовое сопряжение

Кроме преобразований пространственного и временно́го отражений, для квантованных неэрмитовых полей существует еще одна дополнительная операция симметрии — эрмитово сопряжение. Если применительно к неквантованным полям рассматривать эту операцию как однородное преобразование, то оно является антилинейным. Однако здесь мы будем интересоваться унитарным преобразованием операторов квантованного поля, действующих в гильбертовом пространстве состояний. Преобразование квантованного поля, состоящее в замене операторов (a, a^+), соответствующих частицам, операторами (b, b^+), соответствующими античастицам, называется зарядовым сопряжением и сводится к операции эрмитового сопряжения квантованного поля.

В отличие от пространственного и временно́го отражений зарядовое сопряжение не связано с преобразованием пространственно-временны́х координат. Для неквантованных клейн-гордоновского, максвелловского и дираковского полей можно указать преобразование, переводящее положительно-частотную компоненту каждого поля в величину, эрмитово сопряженную отрицательно-частотной компоненте. Это преобразование, однако, не имеет непосредственно того же физического смысла, что и зарядовое сопряжение квантованного поля. Поэтому мы сразу введем унитарный оператор зарядового сопряжения квантованного поля.

Рассмотрим сначала квантованное неэрмитово клейн-гордоновское поле. Унитарный оператор зарядового сопряжения определяется непосредственно заданием преобразования операторов рождения и уничтожения частиц и античастиц:

$$\begin{aligned} U_C a_{\mathbf{k}} U_C^{-1} &= \eta_C b_{\mathbf{k}}, \quad U_C a_{\mathbf{k}}^+ U_C^{-1} = \eta_C^* b_{\mathbf{k}}^+, \\ U_C b_{\mathbf{k}}^+ U_C^{-1} &= \eta_C a_{\mathbf{k}}^+, \quad U_C b_{\mathbf{k}} U_C^{-1} = \eta_C^* a_{\mathbf{k}}, \end{aligned} \tag{2.101}$$

где $|\eta_C| = 1$. Преобразование U_C, определяемое уравнениями (2.101), унитарно, так как оно оставляет неизменными коммутационные соотношения. Так же как и η_T, множитель η_C для неэрмитового поля не является экспериментально наблюдаемой величиной, и можно условиться считать его равным $+1$ [12]. Этого произвола, однако, не существует для эрмитовых полей, когда $\eta_C = \pm 1$. В этом случае состояния характеризуются собственными значениями оператора зарядового сопряжения, независимо от того, как выбран фазовый множитель η_C для неэрмитовых полей. Из данного выше определения немедленно следует:

$$\begin{aligned} \varphi^C(\mathbf{x}, t) &= U_C \varphi(\mathbf{x}, t) U_C^{-1} = \eta_C \varphi^+(\mathbf{x}, t), \\ \varphi^{+C}(\mathbf{x}, t) &= U_C \varphi^+(\mathbf{x}, t) U_C^{-1} = \eta_C^* \varphi(\mathbf{x}, t). \end{aligned} \tag{2.102}$$

Таким образом, для клейн-гордоновского поля зарядово сопряженное решение φ^C с точностью до множителя φ^C есть просто эрмитово сопряженное поле. Из вида лагранжиана свободного неэрмитового клейн-гордоновского поля [см. уравнение (2.31)] непосредственно следует

$$U_C \mathscr{L} U_C^{-1} = \mathscr{L}. \tag{2.103}$$

Иными словами, лагранжиан свободного поля инвариантен относительно зарядового сопряжения. Для справок полезно выписать явное выражение для оператора U_C [13]

$$U_C = \prod_{\mathbf{k}} \exp\left\{\frac{\pi i}{2}(a_{\mathbf{k}}^+ - \eta_C^* b_{\mathbf{k}}^+)(a_{\mathbf{k}} - \eta_C b_{\mathbf{k}})\right\}. \tag{2.104}$$

Если клейн-гордоновское поле эрмитово, то из предыдущего следует [см. уравнения (2.102)]:

$$\begin{aligned} U_C \varphi(\mathbf{x}, t) U_C^{-1} &= \eta_C \varphi(\mathbf{x}, t), \\ (U_C)^2 \varphi(\mathbf{x}, t)(U_C^2)^{-1} &= \eta_C^2 \varphi(\mathbf{x}, t) = \varphi(\mathbf{x}, t). \end{aligned} \tag{2.105}$$

Таким образом,

$$\eta_C^2 = 1,$$

или

$$\eta_C = \pm 1.$$

Мы имеем, далее,

$$U_C a_{\mathbf{k}} U_C^{-1} = \eta_C a_{\mathbf{k}},$$
$$U_C a_{\mathbf{k}}^+ U_C^{-1} = \eta_C a_{\mathbf{k}}^+, \tag{2.106}$$

и, следовательно, для одночастичных состояний можно написать

$$U_C a_{\mathbf{k}}^+ |0\rangle = \eta_C a_{\mathbf{k}}^+ |0\rangle. \tag{2.107}$$

Уравнение (2.107) означает, что одночастичные состояния эрмитового клейн-гордоновского поля являются собственными функциями унитарного оператора U_C с собственными значениями $\eta_C (= \pm 1)$. В этом случае η_C называется зарядовой четностью. Такая частица полностью идентична своей античастице и называется истинно нейтральной клейн-гордоновской частицей (электрический заряд равен нулю и отсутствуют другие внутренние степени свободы [1]). Как уже указывалось, нейтральный пион описывается эрмитовым клейн-гордоновским полем, и из распада $\pi^0 \to 2\gamma$ следует, что его зарядовая четность равна $+1$ (см. гл. 3).

Зарядовое сопряжение квантованного максвелловского поля, описывающего фотоны, может быть рассмотрено совершенно таким же образом, как это было сделано для квантованного клейн-гордоновского поля. В результате получается уравнение, полностью аналогичное уравнению (2.107), из чего следует, что фотон также обладает определенной зарядовой четностью. Из анализа характера взаимодействия фотонов с заряженными частицами следует, что зарядовая четность фотона равна -1 (см. гл. 3).

Так же как в случае пространственного и временно́го отражений, изучение операции зарядового сопряжения для квантованного дираковского поля приводит к формулам, несколько более сложным, чем это имело место

---

[1]) Напомним, что под внутренними степенями свободы авторы подразумевают барионный и лептонный заряды и странность. — *Прим. перев.*

для бозонных полей. Мы определяем зарядовое сопряжение уравнениями

$$\begin{aligned} U_C a_{r\mathbf{k}} U_C^{-1} &= \eta_C b_{r\mathbf{k}}, \quad U_C a_{r\mathbf{k}}^+ U_C^{-1} = \eta_C^* b_{r\mathbf{k}}^+, \\ U_C b_{r\mathbf{k}}^+ U_C^{-1} &= \eta_C a_{r\mathbf{k}}^+, \quad U_C b_{r\mathbf{k}} U_C^{-1} = \eta_C^* a_{r\mathbf{k}}, \end{aligned} \tag{2.108}$$

где $|\eta_C|^2 = 1$. Мы находим далее, что ψ^C — поле, зарядово сопряженное ψ, — дается уравнением

$$\psi_\alpha^C(\mathbf{x}, t) = U_C \psi_\alpha(\mathbf{x}, t) U_C^{-1} = -i\eta_C (\gamma_5 C^+ \psi^+(\mathbf{x}, t))_\alpha. \tag{2.109}$$

В майорановском представлении дираковских матриц (см. приложение в конце настоящей главы)

$$C^{-1} = -C^+ = i\gamma_5.$$

В этом представлении уравнение (2.109) принимает вид

$$\begin{aligned} \psi_\alpha^C(\mathbf{x}, t) &= \eta_C \psi_\alpha^+(\mathbf{x}, t), \\ \psi_\alpha^{+C}(\mathbf{x}, t) &= \eta_C^* \psi_\alpha(\mathbf{x}, t). \end{aligned} \tag{2.110}$$

Уравнения (2.110) идентичны уравнениям (2.102) для неэрмитового клейн-гордоновского поля, поэтому для них справедливы все замечания, сделанные в отношении уравнений (2.102). В частности, совершенно так же, как в случае неэрмитового клейн-гордоновского поля, можно показать, что лагранжиан свободного дираковского поля инвариантен относительно унитарного преобразования U_C, т. е.

$$U_C \mathscr{L} U_C^{-1} = \mathscr{L}. \tag{2.111}$$

Поскольку среди известных элементарных частиц нет ни одной, описываемой эрмитовым дираковским полем, то мы воздержимся от рассмотрения этого случая (раньше примером такого поля считалось нейтрино, но теперь мы знаем, что нейтрино описывается неэрмитовым вейлевским полем). Таким образом, ни одному из известных фермионов не может быть приписана определенная зарядовая четность.

В заключение заметим, что введение преобразований пространственного отражения и зарядового сопряжения не всегда является необходимым [14]. В частности, для полей, описывающих частицы с нулевой массой и нену-

левым спином, можно построить релятивистски инвариантную теорию, отвечающую частицам только с одним знаком спиральности. Примером такой теории является двухкомпонентная вейлевская теория нейтрино. В этом случае ни пространственное отражение (P), ни зарядовое сопряжение (C) в отдельности недопустимы. Существует лишь так называемая комбинированная инверсия (CP), т. е. произведение преобразований зарядового сопряжения и пространственного отражения (см. гл. 3).

Для свободных полей, кроме рассмотренных выше, существует еще одно преобразование симметрии — «сильное отражение» (CPT), включающее в себя как зарядовое сопряжение, так и пространственное и временно́е отражения. Ему соответствует антиунитарное преобразование операторов поля. Важность преобразования CPT объясняется тем фактом, что при очень общих предположениях релятивистские уравнения *взаимодействующих* полей автоматически оказываются инвариантными относительно этого преобразования (см. гл. 3).

§ 7. Взаимодействие квантованных полей

В последующих главах мы ограничимся исключительно рассмотрением различных принципов симметрии, динамические же аспекты физических явлений практически не будут затронуты. Вместе с тем нам придется встречаться с такими реакциями, как рассеяние, рождение и поглощение частиц, с явлениями, связанными с виртуальными процессами, и с разнообразными процессами распада. Теория квантованных полей дает удобный формализм для рассмотрения таких явлений. В предыдущих параграфах мы более или менее подробно рассмотрели теорию невзаимодействующих квантованных полей. Мы отмечали также, что взаимодействие между полями может быть учтено путем выбора подходящего «лагранжиана взаимодействия», составленного из членов, представляющих собой произведения операторов взаимодействующих полей.

В дальнейшем мы для иллюстрации приведем примеры релятивистских инвариантных лагранжианов раз-

личных классов взаимодействий, но детальное вычисления, связанные со специфической структурой того или иного лагранжиана, производиться не будут. В выборе структуры полного лагранжиана имеется некоторый произвол, связанный с вопросом о том, какие из наблюдаемых частиц являются истинно элементарными и какие частицы можно рассматривать как составные (см. гл. 1 и гл. 5, § 6). Однако, если речь идет о свойствах симметрии, то этот произвол не имеет значения. В последующих главах мы будем каждой из «элементарных частиц», перечисленных в табл. 1, сопоставлять определенное поле, а всем величинам (таким как энергия, импульс, заряд, изоспин и т. п.), определяющим свойства квантовомеханической системы, — функционалы от операторов поля.

В случае свободных полей выражения для указанных величин могут быть представлены в виде суммы вкладов от отдельных частиц. Однако, если учитываются взаимодействия, то, вообще говоря, описание в терминах «голых частиц» будет выглядеть по-разному в разные моменты времени, так как истинное состояние представляет собой сложную линейную комбинацию различных состояний, отвечающих разным числам «голых частиц» [15]. Тем не менее аддитивные квантовые числа (формулы для которых даны в гл. 4), отвечающие определенным калибровочным преобразованиям, оставляющим инвариантным лагранжиан, являются интегралами движения. Их значения для многочастичных состояний можно получить, рассматривая соответствующие состояния невзаимодействующих систем. Следует подчеркнуть, что это относится только к аддитивным квантовым числам. Некоторые механические величины, такие как энергия и масса, вообще говоря, не являются аддитивными и меняются при учете взаимодействий.

Итак, до тех пор пока мы ограничиваемся рассмотрением определенных свойств симметрии полного лагранжиана, можно не вдаваться в детали динамики. Это означает, что следствия свойств симметрии (и вытекающих из них законов сохранения) для процессов рассеяния, образования и распада частиц могут быть изучены для разных типов взаимодействий без выявления деталей динамики.

С этой точки зрения указанные процессы и рассматриваются в последующих главах.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Уравнение Дирака

Уравнение Дирака имеет вид

$$\left(i\gamma^{\mu}\frac{\partial}{\partial x^{\mu}}-m\right)\psi(x)=0, \tag{П. 1}$$

где $\psi(\mathbf{x})$ — четырехкомпонентная функция (спинор) пространственных координат и времени, а четырехрядные матрицы γ^{μ} удовлетворяют антикоммутационным соотношениям

$$\gamma^{\mu}\gamma^{\nu}+\gamma^{\nu}\gamma^{\mu}=2g^{\mu\nu}. \tag{П. 2}$$

Здесь $g^{\mu\nu}$ — метрический тензор (времени-подобный)

$$\begin{gathered} g^{00}=-g^{11}=-g^{22}=-g^{33}=1, \\ g^{\mu\nu}=0, \quad \mu\neq\nu. \end{gathered} \tag{П. 3}$$

Матрица γ^0 — эрмитова, матрицы γ^i — антиэрмитовы.

Благодаря соотношению (П.2) спинор ψ удовлетворяет уравнению Клейна — Гордона

$$(\Box^2+m^2)\psi=\left(\frac{\partial}{\partial t^2}-\nabla^2+m^2\right)\psi=0. \tag{П. 4}$$

Уравнение (П. 1) имеет решения с положительной и отрицательной энергией. Если p^{μ} есть 4-вектор, удовлетворяющий соотношению

$$p^2=p^{\mu}p_{\mu}=m^2, \quad p^0>0, \tag{П. 5}$$

то решение уравнения (П. 1) с положительной энергией может быть записано в виде

$$\psi(x)=u(\mathbf{p})\,e^{-i(p^0t-\mathbf{p}\cdot\mathbf{x})}, \tag{П. 6а}$$

тогда как решение с отрицательной энергией имеет вид

$$\psi(x)=v(\mathbf{p})\,e^{+i(p^0t-\mathbf{p}\cdot\mathbf{x})}, \tag{П. 6б}$$

В уравнениях (П.6а) и (П.6б) компоненты спиноров $u(\mathbf{p})$, $v(\mathbf{p})$ (являющихся константами) удовлетворяют матричным уравнениям

$$(\gamma^\mu p_\mu - m)\, u = 0, \qquad (\text{П. 7а})$$

$$(\gamma^\mu p_\mu + m)\, v = 0. \qquad (\text{П. 7б})$$

Функция

$$\bar{\psi} = \psi^+ \gamma^0 \qquad (\text{П. 8})$$

удовлетворяет уравнению

$$\psi \left(i\gamma^\mu \frac{\overleftarrow{\partial}}{\partial x^\mu} + m \right) = 0. \qquad (\text{П. 9})$$

Наконец, отметим, что положительной (и отрицательной) энергии соответствуют два решения с разной спиральностью $r\,(=\pm)$ [1]:

$$\left(\sigma \cdot \frac{\mathbf{p}}{|\mathbf{p}|}\right) u_r = r u_r, \quad \left(\sigma \cdot \frac{\mathbf{p}}{|\mathbf{p}|}\right) v_r = -r v_r. \qquad (\text{П. 10})$$

Решения $u_\pm(\mathbf{p})\, e^{-ipx}$, $v_\pm(\mathbf{p})\, e^{+ipx}$ для всех значений p^μ, удовлетворяющих уравнению (П. 5), образуют полную систему решений уравнения (П. 1).

Чтобы получить ряд полезных результатов, используемых в тексте, мы приведем без доказательства две хорошо известные теоремы.

Теорема I. Если M есть некоторая «инвариантная матрица» (т. е. четырехрядная матрица вида $\gamma^\mu a_\mu$, $\gamma^\mu b_\mu$ и т. д., где a_μ, b_μ и т. д. — произвольные 4-векторы, то величина $\bar{\psi} M \psi$ инвариантна относительно всех лоренцовских преобразований.

Теорема II. Если γ^μ и Γ^μ есть две совокупности четырехрядных матриц, удовлетворяющих коммутационным соотношениям (П.2), то существует неособенная четырехрядная матрица S, такая, что

$$\Gamma^\mu = S \gamma^\mu S^{-1}. \qquad (\text{П. 11})$$

Теорема I является основной для построения всех билинейных ковариантных величин, используемых в тексте.

[1]) См., например, [17*]. — *Прим. редакции.*

Теорема II полезна, как мы увидим, при рассмотрении поведения дираковского поля при преобразованиях CPT. Рассмотрим матрицу C, определяемую соотношением

$$\gamma^{\mu} = \Gamma^{\mu *} = C^{+} \gamma^{\mu *} C^{-1+}. \qquad (\text{П. 12})$$

Согласно теореме II, такая матрица существует, причем ее можно считать антиунитарной [$C^{+} = -C^{-1}$, что эквивалентно определению, данному в тексте; ср. уравнение (2.88)]. Так как для действительных p_{μ}

$$(\gamma^{\mu} p_{\mu})^{*} = (\gamma^{\mu})^{*} p_{\mu} = C \gamma^{\mu} p_{\mu} C^{-1},$$

то, выполнив комплексное сопряжение уравнения (П.7а), получим

$$C\gamma_5 (\gamma^{\mu} p_{\mu} + m) \gamma_5 C^{-1} u^{*} = 0, \qquad (\text{П. 13})$$

где матрица

$$\gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = -i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3, \qquad (\text{П. 14})$$

квадрат которой равен единичной матрице, антикоммутирует со всеми матрицами γ^{μ}. Сравнивая уравнения (П. 13) и (П. 7б), мы выбираем нормирующий множитель так, чтобы

$$i\gamma_5 C^{-1} u_r^{*} = -i\gamma_5 C^{*} u_r^{*} = iC^{*}\gamma_5^{*} u_r^{*} = v_{-r} \qquad (\text{П. 15а})$$

и, что то же самое,

$$iC^{*}\gamma_5^{*} v_r^{*} = u_{-r}. \qquad (\text{П. 15б})$$

Используя эти соотношения и разложение оператора дираковского поля

$$\psi(x) = \sum \{a_{r\mathbf{k}} u_{r\mathbf{k}} e^{-ik\cdot x} + b_{r\mathbf{k}}^{+} v_{r\mathbf{k}} e^{+ik\cdot x}\}, \qquad (\text{П. 16})$$

мы видим, что

$$\begin{aligned}
\psi^{C}(x) = U_C \psi(x) U_C^{-1} &= \eta_C \sum \{b_{r\mathbf{k}} u_{r\mathbf{k}} e^{-ik\cdot x} + a_{r\mathbf{k}}^{+} v_{r\mathbf{k}} e^{ik\cdot x}\} = \\
&= i\eta_C \sum \{b_{r\mathbf{k}} C^{*}\gamma_5^{*} v_{r\mathbf{k}}^{*} e^{-ik\cdot x} + a_{r\mathbf{k}}^{+} C^{*}\gamma_5^{*} u_{r\mathbf{k}}^{*} e^{ik\cdot x}\} = \\
&= i\eta_C C^{*}\gamma_5^{*}\psi(x) = +i\eta_C \gamma_5 C^{-1}\psi^{+}(x) = \\
&= -i\eta_C \gamma_5 C^{+}\psi^{+}(x). \qquad (\text{П. 17})
\end{aligned}$$

Здесь ψ^+ берется транспонированным по спинорным индексам [чтобы последнее равенство (П. 17) имело смысл]. При этом выводе мы использовали тот факт, что операторы рождения и уничтожения действительны и что имеет место соотношение $\gamma_5 C^* = -C^* \gamma_5^*$, которое следует из (П.12).

Совершенно аналогично для отражения времени мы имеем преобразование

$$U_T \psi(x) U_T^{-1} = \eta_T \sum \{-r a_{r,-\mathbf{k}} u_{r\mathbf{k}} e^{-ik\cdot x} + r b^+_{r,-\mathbf{k}} v_{r\mathbf{k}} e^{ik\cdot x}\}. \tag{П. 18}$$

Далее, согласно уравнению (П. 15),

$$\gamma_5 v_{r\mathbf{k}} = iC^{-1} u^*_{-r\mathbf{k}}.$$

С другой стороны,

$$i\gamma_5 u_r = r v_{-r}, \quad i\gamma_5 v_r = r u_{-r}. \tag{П. 19а}$$

Таким образом,

$$-r u_{r\mathbf{k}} = +i\gamma_5 v_{-r\mathbf{k}} = iC^{-1} u^*_{r\mathbf{k}} = iC^{-1}\gamma_0 u^*_{r,-\mathbf{k}}. \tag{П. 19б}$$

Следовательно, формула (П. 18) может быть переписана в виде

$$U_T \psi(\mathbf{x}, t) U_T^{-1} = i\eta_T C^{-1} \gamma_0^* \psi^{+T}(\mathbf{x}, -t) = i\eta_T C^{-1} \bar{\psi}^T(\mathbf{x}, -t). \tag{П. 20}$$

Вид матрицы C зависит от используемого представления матриц Дирака, поскольку она связывает эти последние с комплексно сопряженными им матрицами [см. уравнение (П. 12)]. Так, в представлении Майораны, в котором, согласно уравнению (П. 1) (при нашем выборе метрики), все матрицы γ_μ чисто мнимы,

$$C = i\gamma_5$$

и, следовательно,

$$\psi^C(x) = \eta_C \psi^+(x).$$

В представлении Дирака — Паули, в котором чисто мнима только матрица γ_2, а матрицы γ_0, γ_1, γ_3 действительны,

$$C = \gamma_5 \gamma_2.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Dirac P. A. M., Principles of Quantum Mechanics, 4th ed., Oxford, 1958 (см. перевод: П. А. М. Дирак, Принципы квантовой механики, М., 1960); Schwinger J., Handbuch der Physik, Berlin (в печати).
2. Wigner E. P., Annals of Mathematics, **40**, 149 (1939).
3. Achraya R., Sudarshan E. C. G., Journ. Math. Phys., **1**, 532 (1960).
4. Bargman V., Wigner E. P., Proc. Nat. Acad. Sci., **34**, 211 (1948); Corson E. M., Tensors, Spinors and Relativistic Wave Equations, New York, 1953.
5. Fronsdal C., Phys. Rev., **113**, 1367 (1959); Foldy L. L., Phys. Rev., **102**, 568 (1956).
6. Foldy L. L., Wouthuysen S. A., Phys. Rev., **78**, 29 (1950); Tani S., Progr. Theor. Phys., **6**, 267 (1951).
7. Wentzel G., Quantum Theory of Fields, New York, 1949 (см. перевод первого издания: Г. Вентцель, Введение в квантовую теорию волновых полей, М., 1947); Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В., Введение в теорию квантованных полей, М., 1957; Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Теория поля, М., 1960.
8. Cartan E., Leçons sur la Théorie des Spineurs, Tome I et II, Paris, 1938 (см. перевод: Э. Картан, Теория спиноров, ИЛ, 1947).
9. Wigner E. P., Gott. Nachr., **31**, 546 (1932); Sachs R. G., Nuclear Theory, Cambridge, 1953.
10. Sudarshan E. C. G., Proc. Ind. Acad. Sci., **49**, 66 (1959).
11. Mattews P. T., Relativistic Quantum Theory of Elementary Particles, Rochester Lecture Notes, US Atomic Energy Commission Document NYO-2097, 1957 (см. перевод: П. Мэтьюс, Релятивистская квантовая теория элементарных частиц, ИЛ, 1959).
12. Feinberg G., Weinberg S., Nuovo Cimento, **14**, 571 (1959).
13. Wolfenstein L., Ravenhall D. G., Phys. Rev., **88**, 279 (1953).
14. Foldy L. L., Phys. Rev., **102**, 568 (1956).
15. Thirring W., Principles of Quantum Electrodynamics, New York, 1958.

16*. Шапиро И. С., УФН, **53**, № 1 (1954).

17*. Соколов А. А., Journ. Phys. USSR, **9**, 363 (1945).

Глава 3

Дискретные преобразования и правила отбора

§ 1. Общие свойства дискретных преобразований

В гл. 2 было показано, каким образом амплитуды квантованного поля могут быть ассоциированы с частицами определенной массы и спина. Было выяснено также, что если поле неэрмитово, то существуют два различных типа операторов рождения и уничтожения частиц, отвечающих положительно- и отрицательно-частотным частям амплитуд поля и эрмитово сопряженным им величинам. Мы обратили внимание на специфические особенности клейн-гордоновского поля (описывающего пионы и каоны), дираковского поля (описывающего заряженные лептоны и все барионы), вейлевского поля (описывающего нейтрино) и максвелловского поля (описывающего фотоны). Мы видели, что требования специальной теории относительности выполняются, если полный лагранжиан (содержащий как члены, отвечающие свободным частицам, так и члены, учитывающие взаимодействие) инвариантен относительно собственных ортохронных преобразований Лоренца. В гл. 2 рассмотрено также пространственное отражение (несобственные преобразования Лоренца) и отражение времени (неортохронные преобразования Лоренца) для свободных полей и установлена связь между поведением неквантованного и квантованного полей при этих двух преобразованиях. Наконец, непосредственно для квантованных амплитуд свободных полей была определена операция зарядового сопряжения.

Теперь мы распространим наше рассмотрение преобразований P, T и C на взаимодействующие квантованные поля. В этом случае становится существенным вид взаимодействия и появляется ряд новых следствий. Оказывается, например, что зарядовое сопряжение тесно связано с пространственным и временным отражениями. Действительно, очень важная CPT-теорема (см. ниже) связывает инвариантность полного лагранжиана относи-

тельно произведения этих трех преобразований с инвариантностью относительно собственной ортохронной группы Лоренца. CPT-теорема показывает, что из рассмотрения произведения CPT нельзя получить никакой дополнительной информации (правил отбора и т. п.), которая бы не содержалась в инвариантности полного лагранжиана относительно собственной ортохронной группы Лоренца. Вместе с тем инвариантность некоторых взаимодействий относительно преобразований P, T и C в отдельности приводит к новым правилам отбора по мультипликативным квантовым числам. Мы увидим, что электромагнитное и сильное взаимодействия, в которых принимают участие известные нам элементарные частицы, инвариантны относительно пространственного отражения и зарядового сопряжения в отдельности, тогда как слабые взаимодействия этими свойствами не обладают. Мы обнаружим также, что в пределах точности имеющихся данных каждое их трех типов взаимодействий (сильное, электромагнитное и слабое) инвариантно относительно отражения времени.

Напомним, что в случае пространственного и временно́го отражений первоначально рассматривалось преобразование неквантованного поля, индуцированное преобразованиями пространственных и временно́й координат. Точнее, если мы через A обозначим матрицу преобразования координат, а через S — матрицу преобразования неквантованного поля, то можно написать (см. гл. 2) [1]:

$$\begin{aligned} x' &= Ax, \\ \varphi'(x') &= S\varphi(A^{-1}x'). \end{aligned} \tag{3.1}$$

Если амплитуда поля, отвечающего частице, квантована, то в соответствии с известными принципами квантовой механики соотношение между преобразованным и начальным операторами поля выражается через унитарный оператор U, а именно:

$$\varphi'(x') = U\varphi(x)U^{-1} = S\varphi(A^{-1}x'). \tag{3.2}$$

В уравнении (3.2) φ и U — операторы в гильбертовом пространстве, тогда как S — числовая матрица [та же самая матрица S, которая входит в формулу (3.1) для

преобразования неквантованной амплитуды поля]. Для пространственного отражения уравнение (3.2) непосредственно определяет унитарный оператор U_P, тогда как в случае временно́го отражения мы приходим к антиунитарному оператору (см. гл. 2). В случае зарядового сопряжения нет никакого преобразования пространственных и временно́й координат (A), но существует антилинейное преобразование S амплитуд поля. Зарядовое сопряжение определяется непосредственно как некоторое унитарное преобразование U_C (см. гл. 2).

Пространственное отражение и зарядовое сопряжение являются дискретными преобразованиями, повторение которых дает тождественное преобразование. Таким образом, унитарные операторы, отвечающие каждому из этих преобразований, должны удовлетворять условию

$$U^2 = 1 \tag{3.3}$$

(по крайней мере при подходящем выборе фазы). Из уравнения (3.3) следует, что собственные значения U равны ± 1, т. е. образуют мультипликативную группу. Далее, полный лагранжиан [являющийся функцией операторов квантованного поля $\varphi(x)$] преобразуется унитарным оператором U по правилу

$$\mathscr{L}' = U\mathscr{L}U^{-1} = \mathscr{L}[\varphi'(x')]. \tag{3.4}$$

Если полный лагранжиан инвариантен относительно преобразования U, то

$$U\mathscr{L}U^{-1} = \mathscr{L}. \tag{3.5}$$

Другими словами, U коммутирует с полным лагранжианом, и это обычно означает, что U коммутирует с гамильтонианом:

$$[H, U] = 0. \tag{3.6}$$

Если U — унитарный оператор (т. е. $U^{-1} = U^+$), то из уравнения (3.3) следует, что $U = U^+$. Таким образом, U — эрмитов оператор и поэтому может рассматриваться как динамическая переменная (т. е. «наблюдаемая») [1]).

Итак, дискретным преобразованиям пространственного отражения и зарядового сопряжения отвечают унитарные операторы, являющиеся динамическими перемен-

[1]) Терминология Дирака [53*]. — *Прим. перев.*

ными системы. Если полный лагранжиан инвариантен относительно унитарного преобразования, то соответствующая динамическая переменная есть интеграл движения, и собственные значения являются «хорошими» мультипликативными квантовыми числами [1]. Это обстоятельство является причиной того, что упомянутые два дискретных преобразования играют столь большую роль в процессах взаимодействия элементарных частиц. В частности, если полный лагранжиан инвариантен относительно пространственного отражения, то соответствующий унитарный оператор — «четность» — является «хорошим» квантовым числом. Это эквивалентно требованию инвариантности полного лагранжиана относительно несобственной ортохронной группы Лоренца, так как инвариантность относительно вращений должна иметь место всегда. Аналогично, если полный лагранжиан инвариантен относительно зарядового сопряжения, то «зарядовая четность» сохраняется. Поскольку, с другой стороны, дискретное преобразование обращения времени взаимно заменяет начальное и конечное состояния, то антиунитарный оператор обращения времени дает не сохраняющееся квантовое число, а некоторые соотношения между фазами матричных элементов различных переходов, так как он связывает между собой матричные элементы перехода и комплексно сопряженные с ними величины (см. § 4 настоящей главы).

§ 2. Пространственное отражение и четность

В гл. 2 мы использовали унитарное преобразование U_P для изучения вопроса о внутренних четностях одночастичных состояний клейн-гордоновского, максвелловского и дираковского полей. Проблема состоит в определении по экспериментальным данным величины η_P для каждой из известных элементарных частиц. Чтобы получить ключ к решению данной проблемы, необходимо рассмотреть поведение билинейных ковариантных величин, составленных из амплитуд квантованных полей, при унитарных преобразованиях U_P и обусловленные этим трансформационные свойства лагранжианов взаимодействия. Вследствие сохранения момента количества дви-

жения все дираковские поля должны участвовать во взаимодействии парами. Пара дираковских полей может взаимодействовать с одним или более бозонными полями, либо с одной парой или большим числом пар дираковских полей. В табл. 2 перечислены возможные билинейные ковариантные относительно собственной ортохронной группы Лоренца величины для клейн-гордоновского, максвелловского, дираковского и вейлевского полей (первый столбец). Во втором столбце приведена величина, получающаяся из билинейного коварианта J в результате «преобразования четности», а именно величина UJU_P^{-1}. За исключением уникального максвелловского поля, мы свободны в выборе неэрмитовых полей при написании билинейных ковариантных величин. Вейлевские билинейные ковариантные величины уникальны в другом смысле — они относятся только к нейтрино. Билинейные коварианты клейн-гордоновского и дираковского полей могут быть составлены не только из амплитуд одного неэрмитового поля, но также из амплитуд двух различных полей. В этом последнем случае величина $U_P J U_P^{-1}$, получающаяся в результате «преобразования четности», будет, конечно, содержать дополнительно к выражениям, приведенным во втором столбце табл. 2, произведение двух фазовых множителей $\eta_P^{*(1)}\eta_P^{(2)}$ (индексы 1 и 2 относятся к полям ψ_1 и ψ_2).

Следует заметить, что, за исключением случая вейлевского поля, лагранжианы свободных полей являются скалярами (относительно несобственных преобразований Лоренца). В этом можно сразу же убедиться, заметив, что лагранжианы свободных клейн-гордоновского, максвелловского, дираковского и вейлевского полей имеют вид

$$\frac{\partial\varphi^+}{\partial x_\mu}\frac{\partial\varphi}{\partial x^\mu} - m^2\varphi^+\varphi, \tag{3.7}$$

$$\frac{1}{2}F_{\mu\nu}\left(\frac{\partial A^\nu}{\partial x_\mu} - \frac{\partial A^\mu}{\partial x_\nu}\right) + \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}, \tag{3.8}$$

$$\bar{\psi}\left(i\gamma^\mu\frac{\partial}{\partial x_\mu} - m\right)\psi, \tag{3.9}$$

$$i\psi^+\left(\frac{\partial}{\partial t} - \sigma\cdot\nabla\right)\psi. \tag{3.10}$$

Таблица 2

Преобразование билинейных ковариантов при пространственном отражении

а. Клейн-гордоновское поле

J	$U_P J U_P^{-1}$
$\varphi^+\varphi$ (скаляр)	$+\varphi^+\varphi$
$\varphi^+ \dfrac{\partial\varphi}{\partial x_l} - \varphi \dfrac{\partial\varphi^+}{\partial x_l}$ (вектор)	$-\left(\varphi^+ \dfrac{\partial\varphi}{\partial x_l} - \varphi \dfrac{\partial\varphi^+}{\partial x_l}\right)$
$\varphi^+ \dfrac{\partial\varphi}{\partial t} - \varphi \dfrac{\partial\varphi^+}{\partial t}$ (вектор)	$+\left(\varphi^+ \dfrac{\partial\varphi}{\partial t} - \varphi \dfrac{\partial\varphi^+}{\partial t}\right)$

б. Максвелловское поле

J	$U_P J U_P^{-1}$
$\mathbf{E}\cdot\mathbf{H}$ (псевдоскаляр)	$-\mathbf{E}\cdot\mathbf{H}$
$E^2 - H^2$ (скаляр)	$+(E^2 - H^2)$

в. Дираковское поле

J	$U_P J U_P^{-1}$
$\bar\psi\psi$ (скаляр)	$+\bar\psi\psi$
$\bar\psi\gamma_l\psi$ (вектор)	$-\bar\psi\gamma_l\psi$
$\bar\psi\gamma_0\psi$ (вектор)	$+\bar\psi\gamma_0\psi$
$\bar\psi\gamma_l\gamma_j\psi$ (тензор)	$+\bar\psi\gamma_l\gamma_j\psi$
$\bar\psi\gamma_0\gamma_l\psi$ (тензор)	$-\bar\psi\gamma_0\gamma_l\psi$
$\bar\psi\gamma_5\gamma_l\psi$ (аксиальный вектор)	$+\bar\psi\gamma_5\gamma_l\psi$
$\bar\psi\gamma_5\gamma_0\psi$ (аксиальный вектор)	$-\bar\psi\gamma_5\gamma_0\psi$
$\bar\psi\gamma_5\psi$ (псевдоскаляр)	$-\bar\psi\gamma_5\psi$

г. Вейлевское поле

J	$U_P J U_P^{-1}$
$\psi^+\sigma_l\psi$ (4-вектор)	Не существует
$\psi^+\psi$ (4-вектор)	

Если учесть трансформационные свойства первого билинейного ковариантa в табл. 2, *а*, то очевидно, что выражение (3.7) является скаляром. Выражение (3.8) содержит тензор $F^{\mu\nu}$ максвелловского поля и является скаляром, поскольку оно идентично со вторым билинейным ковариантом в табл. 2, *б*. Если учесть, что второй билинейный ковариант в табл. 2, *в* обладает трансформационными свойствами 4-вектора, то ясно, что выражение (3.9) есть скаляр. Если же мы взглянем на табл. 2, *г*, то обнаружим, что выражение (3.10) есть скаляр относительно собственной группы Лоренца, но не является скаляром относительно несобственных преобразований Лоренца.

Комбинируя теперь любой из билинейных ковариантов табл. 2 либо с одним или несколькими бозонными полями, либо с билинейными ковариантами (одним или несколькими), мы получаем скаляры, входящие в полный лагранжиан и отвечающие взаимодействиям различного типа. Например, вторые билинейные ковариантны в табл. 2, *а* и 2, *в*, при условии, что каждый из них составлен из идентичных полей, представляют собой операторы тока j_μ соответственно для клейн-гордоновского и дираковского полей. Если этот ток скомбинировать с максвелловским полем, т. е. написать

$$j_\mu \cdot A^\mu, \tag{3.11а}$$

то получим член, описывающий электромагнитное взаимодействие «токового типа», который заведомо является скаляром, так как A^μ есть 4-вектор. Член, отвечающий электромагнитному взаимодействию «паулиевского типа», можно получить, свертывая третий билинейный ковариант из табл. 2, *в* с антисимметричным тензором электромагнитного поля $F^{\mu\nu}$:

$$\bar{\psi}\sigma_{\mu\nu}\psi F^{\mu\nu}. \tag{3.11б}$$

Очевидно, электромагнитное взаимодействие «паулиевского типа» не может иметь места для клейн-гордоновского поля.

Кроме такого свертывания дираковского или клейн-гордоновского билинейного ковариантa с максвелловским полем, в которое последнее входит линейно, воз-

можно также свертывание максвелловского билинейного ковариант с клейн-гордоновским полем, линейное по этому полю. Например, свертывая первый (второй) билинейный ковариант максвелловского поля из табл. 2,*б* с псевдоскалярным (скалярным) клейн-гордоновским полем, мы получаем скаляры

$$\varphi \mathbf{E} \cdot \mathbf{H} \quad \text{и} \quad \varphi (E^2 - H^2), \tag{3.12}$$

отвечающие взаимодействию, ответственному за распад псевдоскалярной или скалярной частицы на два фотона. Поскольку выражения (3.11а), (3.11б) и (3.12) являются скалярами, четность сохраняется для всех электромагнитных взаимодействий, описываемых этими членами.

Рассмотрим теперь взаимодействие типа Юкавы, т. е. взаимодействие, которое описывается лагранжианом, составленным из билинейного дираковского ковариант и линейным по клейн-гордоновскому полю. Если клейн-гордоновское поле скалярно и два дираковских поля различны, но принадлежат к одному классу (т. е. $\eta_P^{(1)} = \eta_P^{(2)}$), то можно составить два скаляра

$$\bar{\psi}_1 \psi_2 \varphi \quad \text{и} \quad \bar{\psi}_1 \gamma_\mu \psi_2 \frac{\partial \varphi}{\partial x_\mu}. \tag{3.13а}$$

Если трансформационные свойства двух дираковских полей таковы, что $\eta_P^{(1)} = -\eta_P^{(2)}$, то два типа возможных взаимодействий со скалярным клейн-гордоновским полем описываются членами

$$\bar{\psi}_1 \gamma_5 \psi_2 \varphi \quad \text{и} \quad \bar{\psi}_1 \gamma_\mu \gamma_5 \psi_2 \frac{\partial \varphi}{\partial x_\mu}. \tag{3.13б}$$

В случае псевдоскалярного клейн-гордоновского поля лагранжиан будет скаляром, если поменять местами выражения (3.13а) и (3.13б).

Другим возможным типом лагранжиана взаимодействия является свертка двух клейн-гордоновских билинейных ковариантов. Из табл. 2, *а* видно, что для получения величины, инвариантной относительно собственных ортохронных преобразований Лоренца, следует свертывать билинейные коварианты одного и того же типа. Полученный таким образом лагранжиан будет скаляром, и четность будет сохраняться, если все четыре клейн-гордоновские поля идентичны или если они иден-

тичны попарно (вне зависимости от того, являются ли эти поля скалярными или псевдоскалярными). Если же одно из четырех клейн-гордоновских полей является скалярным (псевдоскалярным), а остальные три псевдоскалярны (скалярны), то лагранжиан взаимодействия не будет скаляром.

Если рассмотреть свертку двух дираковских билинейных ковариантов (так называемое четырехфермионное взаимодействие), то число комбинаций, дающих скалярные лагранжианы взаимодействия, будет очень большим, так как каждое из четырех дираковских полей может принадлежать к разным классам. Если мы ограничимся рассмотрением четырех дираковских полей, принадлежащих к одному классу (сами поля при этом не обязательно должны быть идентичны), то получим пять скалярных взаимодействий, каждое из которых дается сверткой двух билинейных ковариантов одинакового типа из табл. 2, *в*. Нетрудно также найти вид скалярных четырехфермионных взаимодействий для случаев, когда четыре дираковских поля принадлежат к разных классам.

Некоторая неоднозначность в определении внутренних четностей элементарных частиц существовала бы даже в том случае, если бы все входящие в полный лагранжиан взаимодействия (сильное, электромагнитное и слабое) были скалярами и сохраняли четность [2]. Эта неоднозначность связана с тем фактом, что все известные взаимодействия между элементарными частицами инвариантны по крайней мере относительно трех калибровочных преобразований первого рода, а именно преобразований, дающих сохранение электрического, барионного и лептонного зарядов. Некоторые взаимодействия, кроме того, инвариантны относительно калибровочного преобразования, приводящего к сохранению странности. Инвариантность относительно различных калибровочных преобразований приводит к тому, что из экспериментальных данных оказывается возможным определить только относительные четности элементарных частиц (это ограничение более подробно обсуждается в гл. 4).

Если частица, не являющаяся объектом калибровочного преобразования первого рода, взаимодействует

с другой частицей, для которой такое преобразование имеет место, то внутренняя четность первой частицы определяется однозначно. Например, внутренняя четность фотона может быть определена из такого процесса, как тормозное излучение при столкновении протон — протон:

$$p+p\to p+p+\gamma.$$

Фотон не является объектом каких-либо калибровочных преобразований первого рода, тогда как для протона имеют место два калибровочных преобразования (преобразования, дающие сохранение электрического и барионного зарядов). Внутренняя четность нейтрального пиона может быть определена из реакции

$$p+p\to p+p+\pi^0,$$

поскольку нейтральный пион не является объектом какого-либо калибровочного преобразования. Данные замечания о фотоне и нейтральном пионе связаны, конечно, с тем фактом, что только эти две частицы идентичны со своими античастицами. Внутренние четности фотона и нейтрального пиона были установлены экспериментально и оказались отрицательными. Внутренняя четность фотона определена на основании многочисленных экспериментов (не считая тормозного излучения протонов). Внутренняя четность нейтрального пиона была найдена как в результате изучения указанной выше реакции, так и по измерениям угловых корреляций в весьма редком способе распада [3]

$$\pi^0\to 2e^+ + 2e^-.$$

Так как все другие элементарные частицы являются объектами по крайней мере одного калибровочного преобразования первого рода, мы отложим рассмотрение вопроса об их внутренней четности до гл. 4, § 3.

Обратимся теперь к обсуждению экспериментальных данных по сохранению четности в трех типах взаимодействий элементарных частиц — сильном, электромагнитном и слабом. Инвариантность полного лагранжиана относительно различных калибровочных преобразований первого рода никак не отразится на этом обсуждении.

Прежде всего отметим, что наличие только одного псевдоскалярного члена взаимодействия в полном лагранжиане не дает еще возможности установить, имеет ли место сохранение четности или нет. Это следует из того факта, что обнаружение несохранения четности в каком-либо процессе связано с измерением некоторых псевдоскалярных величин, которые отличны от нуля только в том случае, когда лагранжиан взаимодействия содержит как псевдоскалярные, так и скалярные члены [4]. Запишем амплитуду перехода для рассматриваемого физического процесса в следующем виде:

$$M = M_{\text{скаляр}} + FM_{\text{псевдоскаляр}}. \tag{3.14}$$

Здесь F — коэффициент, определяющий величину не сохраняющей четность примеси. Вероятность перехода с несохранением четности будет, очевидно, пропорциональна $|F^2|$, тогда как среднее значение псевдоскалярного члена будет пропорционально $2|F|/(1+|F|^2)$.

Примерами псевдоскалярных величин, которые могут быть измерены, служат

$$\mathbf{J} \cdot \mathbf{p}, \tag{3.15а}$$

$$\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2 \times \mathbf{p}_3, \tag{3.15б}$$

где $\mathbf{J}$ — момент количества движения, $\mathbf{p}$ — импульс. Индексы в выражении (3.15б) относятся к разным частицам. Отсутствие индексов в (3.15а) означает, что $\mathbf{J}$ и $\mathbf{p}$ могут относиться к одной и той же частице. Существование в амплитуде псевдоскалярной величины (3.15а) неизбежно приводит к несохранению четности (т. е. неравенству $|F|^2 \neq 0$). Наличие псевдоскаляра (3.15б) тоже дает несохранение четности, однако из его отсутствия не следует однозначно, что четность сохраняется, поскольку эта величина не инвариантна относительно отражения времени (см. § 4 настоящей главы). Таким образом, отсутствие в амплитуде величин типа (3.15б) следует скорее рассматривать как указание на инвариантность относительно временно́го, а не пространственного отражения. Измеряя для одного и того же процесса оба псевдоскаляра (3.15а) и (3.15б), можно устано-

вить, нарушается ли инвариантность относительно пространственного и временно́го отражений.

Рассмотрим теперь некоторые экспериментальные данные о несохранении четности в сильных, электромагнитных и слабых взаимодействиях. Поиски несохранения четности в сильных взаимодействиях производились для нуклон-нуклонных, пион-нуклонных и каон-нуклонных взаимодействий. В случае нуклон-нуклонного взаимодействия были выполнены эксперименты как в области собственно ядерной физики, так и при больших энергиях. При малых энергиях наиболее убедительными являются опыты Таннера и опыты Уилкинсона [5]. Эксперимент Таннера состоял в поисках реакции

$$F^{19}(p, \alpha)O^{16}(O^{16} \text{ в основном состоянии } 0^+), \quad (3.16)$$

которая при несохранении четности могла бы идти через возбужденное состояние 1^+ составного ядра Ne^{20}. Он не обнаружил этой реакции ($1^+ \to 1^-$) и установил, что верхняя граница для $|F|^2$ равна $4 \cdot 10^{-8}$. Уилкинсон изучал реакцию

$$F^{19}(p, \alpha)O^{16}[O^{16} \text{ в возбужденном состоянии } 1^- (7{,}1\ \textit{Мэв})], \quad (3.17)$$

пытаясь обнаружить магнитный дипольный γ-переход в основное состояние. Для $|F|^2$ он установил верхнюю границу $3 \cdot 10^{-8}$. Исследовалось также угловое распределение γ-лучей, испускаемых при захвате поляризованных тепловых нейтронов [6] (асимметрия углового распределения γ-лучей, возникающая вследствие интерференции излучений типа M1 и E1 в реакции $n + Cd^{113} \to Cd^{114*} \to Cd^{114} + \gamma$). В результате этих опытов получена оценка $|F^2| \leqslant 2 \cdot 10^{-9}$. В Ливерпуле при более высоких энергиях производились поиски продольной поляризации нейтронов, вылетающих вперед из бериллиевой мишени, бомбардируемой неполяризованными протонами с энергией 385 *Мэв* [7]. Иными словами, была сделана попытка обнаружить неисчезающий коэффициент при псевдоскалярной величине $\langle\sigma\rangle \cdot \mathbf{p}$ (как $\langle\sigma\rangle$, так и $\mathbf{p}$ относятся к нейтрону). Результат эксперимента отрицате-

лен, причем верхняя граница для $|F|^2$ не превосходит $3{,}6 \cdot 10^{-6}$.

Для пион-нуклонного взаимодействия точность эксперимента не столь высока, как в предыдущих опытах, но и в этом случае никаких указаний на несохранение четности не обнаружено. В Рочестере [8] измерения асимметрии «вверх — вниз» для π^+-мезонов с энергией 40 *Мэв*, вылетающих под углом 92° к пучку поляризованных на 90% протонов с энергией 209 *Мэв*, дали нулевой эффект. В этом случае измеряемой псевдоскалярной величиной было скалярное произведение $\langle \sigma_p \rangle \cdot \mathbf{p}_\pi$ (где $\langle \sigma_p \rangle$ — поляризация протона, $\mathbf{p}_\pi$ — импульс π-мезона). Верхняя граница для $|F|^2$ равна $2 \cdot 10^{-3}$.

Для сильных взаимодействий с участием странных частиц были выполнены два эксперимента в Беркли. В первом опыте [9] производились поиски несохранения четности в реакции

$$\pi^- + p \to \Lambda + K^0 \qquad (3.18)$$

путем попыток обнаружения псевдоскаляра $\langle \sigma_\Lambda \rangle \cdot \mathbf{p}_\Lambda$ (т. е. измерения продольной поляризации гиперона). В качестве анализатора продольной поляризации использовалась асимметрия при распаде Λ. Никаких указаний на несохранение четности не было обнаружено. Второй эксперимент [10] состоял в поиске несохранения четности в реакции $K^- + p \to \Sigma^+ + \pi^-$, причем в качестве анализатора использовалась реакция $\Sigma^+ \to p + \pi^0$. В этом опыте измерялась псевдоскалярная величина $\langle \sigma \rangle \cdot \mathbf{p}$ (как $\langle \sigma \rangle$, так и $\mathbf{p}$ относятся к Σ^+-гиперону) посредством наблюдения асимметрии в угловом распределении π^0-мезонов от распада Σ^+-гиперонов относительно направления движения Σ^+-гиперонов. Результат и в этом случае оказался отрицательным с верхней границей для $|F|^2$, равной $3 \cdot 10^{-2}$.

Таким образом, мы можем заключить, что нет абсолютно никаких экспериментальных указаний на несохранение четности в сильных взаимодействиях, причем наинизшее экспериментальное значение верхней границы для $|F|^2$ несколько меньше $2 \cdot 10^{-9}$.

Точно так же нет никаких данных о несохранении четности в электромагнитных взаимодействиях. Все по-

пытки найти спектральные линии, отвечающие атомным переходам, запрещенным сохранением четности, дали отрицательный результат. Для электромагнитных взаимодействий этого типа оказалось возможным установить, что верхняя граница $|F|^2$ не превышает величины порядка 10^{-7} [11]. Одно время казалось, что опыт Смита, Перселла и Рамзея [12], нашедших, что электрический дипольный момент нейтрона не превышает $5 \cdot 10^{-20}$ *см·е*, дает для верхней границы $|F|^2$ в электромагнитных взаимодействиях величину порядка 10^{-13}. Однако, как мы увидим ниже (см. § 4 настоящей главы), инвариантность относительно отражения времени обращает электрический дипольный момент нейтрона в нуль. Поэтому из результатов данного опыта нельзя сделать никаких заключений о несохранении четности в электромагнитных взаимодействиях. В исследованиях по ядерной спектроскопии также не было обнаружено несохранения четности в электромагнитных взаимодействиях. При этом, правда, верхняя граница для $|F|^2$, которую удается оценить, изучая ядерные спектральные линии, оказывается порядка 10^{-4}, т. е. не очень мала. Во всяком случае, так же как и для сильных взаимодействий, мы приходим к выводу, что нет никаких экспериментальных указаний на несохранение четности в электромагнитных взаимодействиях.

Существенно иная ситуация наблюдается для слабых взаимодействий. Имеется целый ряд экспериментов, в которых несохранение четности установлено вполне определенно [13]. Один из самых замечательных результатов всех этих экспериментов состоит в том, что несохранение четности всегда является полным, т. е. что параметр $2|F|/(1+|F|^2)$, определяющий степень несохранения четности, достигает максимального возможного значения, а именно единицы. Эффекты несохранения четности обнаружены в процессах всех типов, вызываемых слабыми взаимодействиями лептонов, мезонов и барионов. Первое указание на несохранение четности в слабых взаимодействиях содержалось в обнаружении двух ветвей распада K^+-мезона — на два π-мезона и на три π-мезона [4]. Нулевой спин каона, отрицательная внутренняя четность пиона, наблюденный энергетический

спектр (практически, совпадающий со спектром, даваемым статистическим множителем) и угловое распределение (изотропное) π-мезонов при распаде на три π-мезона свидетельствовали о том, что четность не может сохраняться, если обе схемы распада принадлежат одной и той же частице (сильнейшим аргументом в пользу этого была идентичность масс и времен жизни K^+-мезонов, распадавшихся на два и три π-мезона). К сожалению, в данном случае не существует псевдоскаляра, который мог бы быть измерен непосредственно, так как при распаде на два π-мезона имеется только один независимый импульс, а при распаде на три π-мезона — только два независимых импульса. Из этих векторов невозможно составить псевдоскалярную величину (следует помнить, что пион и каон имеют спин 0). Указанная аномалия в распаде каона, навела Ли и Янга [4] на мысль о возможных экспериментах по обнаружению несохранения четности в процессах, вызываемых слабыми взаимодействиями. Как уже отмечалось выше, эти эксперименты были выполнены и дали положительный результат.

Наибольшее число экспериментов по несохранению четности выполнено с β-распадом нейтрона и других радиоактивных ядер. Впервые прямое измерение псевдоскалярной величины, определяющей несохранение четности, было выполнено для процесса $Co^{60} \to Ni^{60} + e^- + \bar{\nu}$ [14]. Измерялась величина $\mathbf{J}_n \cdot \mathbf{p}_e$, где $\mathbf{J}_n$ — среднее значение спина для ориентированных ядер Co^{60} и $\mathbf{p}_e$ — импульс испускаемых электронов. Было обнаружено, что электроны испускаются преимущественно назад по отношению к направлению ориентации спинов ядер Co^{60}. Эффект был очень велик и приводил к значению $|F| \approx 1$. Измерения этой же псевдоскалярной величины для распада поляризованных нейтронов и β-активных ядер дали аналогичные результаты.

Для процессов β-распада атомных ядер измерялись также другие псевдоскалярные величины. В частности, для ядер со спином 0 (когда, очевидно, опыты с ориентацией ядерного спина невозможны) измерялся псевдоскаляр $\langle \sigma_e \rangle \cdot \mathbf{p}_e$ (где $\langle \sigma_e \rangle$ и $\mathbf{p}_e$ относятся к испускаемому электрону или позитрону). В гл. 2 указано, что в

тех случаях, когда $\langle\sigma\rangle$ и $\mathbf{p}$ относятся к одной и той же частице, удобно ввести безразмерную псевдоскалярную величину, называемую спиральностью:

$$\mathcal{H} = \frac{\langle\sigma\rangle \cdot \mathbf{p}}{|\mathbf{p}|}. \tag{3.19}$$

Измерения [15] показали, что спиральность β-лучей достаточно высокой энергии имеет следующие значения: $\mathcal{H} = -1$ для электрона и $\mathcal{H} = +1$ для позитронов. Тот факт, что спиральность достигает своего максимального возможного значения, есть следствие равенства вкладов скалярной и псевдоскалярной частей члена взаимодействия (т. е. равенства $|F| = 1$) в полном лагранжиане, определяющем течение процессов β-распада. Разница в знаке спиральностей электрона и позитрона аналогична различию знаков их электрических зарядов[1]). Прямым экспериментом установлено также, что для нейтрино $\mathcal{H} = -1$. Этот эксперимент [16] состоял в измерении спиральности γ-лучей, испускаемых ядром, образующимся в результате захвата орбитального электрона ядром Eu^{152m}. В согласии с экспериментом следует полагать, что антинейтрино имеет положительную спиральность (т. е. $\mathcal{H} = +1$). Мы можем заключить, таким образом, что члены, описывающие слабое взаимодействие в полном лагранжиане для β-распада нуклонов, содержат в равной мере скалярную и псевдоскалярную части, причем структура этих членов должна быть такой, чтобы электрон и нейтрино рождались с отрицательной спиральностью, а их античастицы — с положительной спиральностью.

Измерение псевдоскалярной величины типа (3.19) дало возможность установить факт несохранения четности в распадах пиона и мюона [17]. В этих экспериментах находилась псевдоскалярная величина $\langle\sigma_\mu\rangle \cdot \mathbf{p}_e$, где $\langle\sigma_\mu\rangle$ — поляризация мюона, образовавшегося при распаде пиона, а $\mathbf{p}_e$ — импульс электрона, рожденного в процессе распада мюона. Иными словами, рассматри-

[1]) Подробный обзор опытов по продольной поляризации электронов при β-распаде содержится в монографии Алиханова [54*]. — *Прим. перев.*

валась последовательность процессов

$$\pi^+ \to \mu^+ + \nu, \tag{3.20а}$$

$$\mu^+ \to e^+ + \nu + \bar{\nu}. \tag{3.20б}$$

Если четность в процессе (3.20а) не сохраняется, то мюон должен иметь неисчезающую (положительную или отрицательную) продольную поляризацию $\langle \sigma_\mu \rangle \cdot \mathbf{p}_\mu$ (здесь оба множителя относятся к мюону). Следовательно, если четность не сохраняется также и в процессе (3.20б), то должна наблюдаться асимметрия в испускании электронов относительно направления движения распавшегося мюона. Такая асимметрия, и притом максимальная возможная, действительно была обнаружена. Отсюда следуют сразу два вывода: 1) имеет место максимальное несохранение четности в процессе (3.20а) (так что спиральность мюона достигает своего максимального значения) и 2) максимальное несохранение четности осуществляется также в процессе (3.20б). Первый из этих выводов согласуется с заключением о том, что нейтрино, испускаемое в процессах β-распада, обладает максимальной спиральностью. Это следует из равенства нулю спина пиона и сохранения энергии и момента количества движения для процесса (3.20а). Второй вывод подтверждается результатами непосредственных измерений спиральности электрона, испускаемого при распаде мюона [18]. Эти измерения показывают, что спиральность достигает своего максимального значения, причем $\mathcal{H} = -1$ для e^-, образующихся при распаде μ^-, и $\mathcal{H} = +1$ для e^+, испускаемых при распаде μ^+.

Измерялась также псевдоскалярная величина для процесса

$$\mu^- + p \to n + \nu \tag{3.21}$$

с использованием пучка поляризованных отрицательных мюонов (возникающих при распаде отрицательных пионов). Было получено указание [19] на существование асимметрии в вылете нейтронов относительно направления поляризации мюонов в реакции

$$\mu^- + S^{32} \to P^{31} + n + \nu. \tag{3.22}$$

Так как точность этого эксперимента мала, никаких количественных заключений, помимо установления самого факта несохранения четности в процессе (3.21), сделать нельзя [1]).

Имеются вполне определенные данные о наличии максимального несохранения четности в распаде $K^+ \to \mu^+ + \nu$. Эксперимент состоял в исследовании двух последовательных процессов, аналогичных (3.20):

$$K^+ \to \mu^+ + \nu, \tag{3.23а}$$

$$\mu^+ \to e^+ + \nu + \bar{\nu}. \tag{3.23б}$$

В этих опытах [20] измерялась асимметрия углового распределения электронов, образующихся в процессе (3.23б), относительно направления движения мюонов, испускаемых в распаде (3.23а). Асимметрия оказалась такой же, как и в последовательных распадах $\pi^+ \to \mu^+ \to e^+$. Тем самым установлен факт максимального несохранения четности в распаде каона по схеме (2.23а) и получен дополнительный аргумент в пользу того, что спин каона равен нулю [это следует из аналогии между процессами (3.20) и (3.23)]. Таким образом, несохранение четности установлено для трех схем распада каона ($K \to 2\pi$, $K \to 3\pi$, $K \to \mu + \nu$). Для других схем распада каона (см. табл. 1) эксперименты по несохранению четности не были выполнены.

Успешные эксперименты по обнаружению несохранения четности были выполнены для нелептонных схем распада гиперонов. Для обеих схем распада Λ-гиперона

$$\Lambda \to p + \pi^-, \tag{3.24а}$$

$$\Lambda \to n + \pi^0 \tag{3.24б}$$

обнаружена асимметрия «вверх — вниз» вылета пионов относительно плоскости рождения для процессов [21]

$$\pi^- + p \to \Lambda + K^0, \qquad \pi^+ + d \to K^+ + \Lambda^0 + p. \tag{3.25б}$$

[1]) В настоящее время, кроме реакции (3.22), экспериментально исследован захват отрицательных мюонов ядрами Ca^{40} и Mg^{24} [55, 56]. Повысилась также точность эксперимента, что дает возможность сделать заключения о константах слабого взаимодействия, вызывающего реакцию (3.21). — *Прим. перев.*

Псевдоскаляром, измерявшимся в этих экспериментах, являлась величина $\langle \sigma_\Lambda \rangle \cdot \mathbf{p}_\pi$, где $\langle \sigma_\Lambda \rangle$ — поляризация Λ-частицы и $\mathbf{p}_\pi$ — импульс π-мезона, образующегося при распаде Λ-гиперона. Если четность в сильном взаимодействии, вызывающем реакции (3.25), сохраняется, то Λ-гиперон должен быть поляризован в направлении $\mathbf{p}_1 \times \mathbf{p}_2$ (где $\mathbf{p}_1$ — импульс Λ-гиперона, $\mathbf{p}_2$ — импульс падающего протона), перпендикулярном к плоскости рождения. Измерение асимметрии «вверх — вниз» является, таким образом, измерением коэффициента при псевдоскалярной величине $(\mathbf{p}_1 \times \mathbf{p}_2) \cdot \mathbf{p}_\pi$. В этих опытах была наблюдена большая асимметрия (с преимущественным вылетом «вверх»), близкая к максимальной возможной. Были выполнены также прямые измерения [22] спиральности протона в распаде (3.24а), оказавшейся отрицательной, а именно, $\mathcal{H} = -0{,}85^{+0{,}15}_{-0{,}21}$. Из всего этого следует, что для всех слабых взаимодействий, ответственных за распад Λ-гиперона, $|F|^2$ близко к единице.

Выполнены также эксперименты по измерению асимметрии «вверх — вниз» для пионов, испускаемых при распаде Σ-гиперона [23]. Исследовались три типа распада:

$$\Sigma^+ \to n + \pi^+, \tag{3.26а}$$

$$\Sigma^+ \to p + \pi^0, \tag{3.26б}$$

$$\Sigma^- \to n + \pi^- \tag{3.26в}$$

Σ^+- и Σ^--гиперонов, образующихся в процессах сильных взаимодействий

$$\begin{aligned} \pi^+ + p &\to \Sigma^+ + K^+, \\ \pi^- + p &\to \Sigma^- + K^+. \end{aligned} \tag{3.27}$$

Обнаружена большая асимметрия «вверх — вниз» в распаде (3.26б) ($|\mathcal{H}| > 0{,}62 \pm 0{,}12$) и не было найдено заметной асимметрии в процессах (3.26а) и (3.26в). Наличие большого эффекта в распаде (3.26б) свидетельствует о несохранении четности в нелептонных распадах Σ-гиперона. Отсутствие признаков несохранения четности в распадах (2.26а) и (3.26в), по всей вероятности, связано с некоторыми специальными свойствами лагранжиана

слабого взаимодействия, ответственного за распад Σ-гиперона [правило отбора $\Delta I = {}^1/_2$ (см. гл. 5, § 5) лишь частично объясняет этот факт]. В настоящее время еще не выполнены эксперименты, которые могли бы свидетельствовать о несохранении четности в распаде Ξ-гиперонов.

Таким образом, мы приходим к общему заключению, что не существует никаких экспериментальных указаний о несохранении четности в сильных и электромагнитных взаимодействиях, но имеются достоверные данные, указывающие на несохранение четности во всех слабых взаимодействиях как с участием лептонов и мезонов, так и с участием барионов.

§ 3. Зарядовое сопряжение

Рассмотрим теперь поведение билинейных ковариантов, составленных из клейн-гордоновского, максвелловского, дираковского и вейлевского квантованных полей, при унитарном преобразовании U_C. В первом столбце табл. 3 перечислены соответствующим образом симметризованные билинейные коварианты (см. гл. 2, § 4), а во втором столбце приведены значения величины ε_C, определяемой равенством

$$U_C J U_C^{-1} = \varepsilon_C J, \tag{3.28}$$

где J — билинейный ковариант [1]. Следует иметь в виду, что значения ε_C выписаны для билинейных ковариантов, составленных из одинаковых полей. Обобщение на случай полей, отвечающих разным частицам, возможно только после симметризации лагранжиана взаимодействия (т. е. когда к члену, описывающему взаимодействие, добавляется эрмитово сопряженный оператор; см. ниже). Отметим, что так как билинейные коварианты содержат эрмитово сопряженные поля, то фазовый множитель η, появляющийся при зарядовом сопряжении поля, не входит в уравнение (3.28) и величина ε_C зависит исключительно от структуры билинейного ковариантa.

Таблица 3

Зарядовые четности билинейных ковариантов

а. Клейн-гордоновское поле

J	ε_C
$\varphi^+\varphi$ (скаляр)	$+1$
$\varphi^+ \dfrac{\partial\varphi}{\partial x_\mu} - \dfrac{\partial\varphi^+}{\partial x_\mu}\varphi$ (вектор)	-1

б. Максвелловское поле

J	ε_C
$\mathbf{E}\cdot\mathbf{H}$ (псевдоскаляр)	$+1$
$E^2 - H^2$ (скаляр)	$+1$

в. Дираковское поле

J	ε_C
$\bar\psi\psi$ (скаляр)	$+1$
$\bar\psi\gamma_\mu\psi$ (вектор)	-1
$i\bar\psi\gamma_\mu\gamma_\nu\psi$ (тензор)	-1
$i\bar\psi\gamma_5\gamma_\mu\psi$ (аксиальный вектор)	$+1$
$i\bar\psi\gamma_5\psi$ (псевдоскаляр)	$+1$

г. Вейлевское поле

J	ε_C
$\left.\begin{matrix}\psi^+\sigma_l\psi \\ \psi^+\psi\end{matrix}\right\}$ (4-вектор)	Не существует

Как видно из табл. 3, каждый билинейный ковариант обладает определенной зарядовой четностью, равной $+1$ или -1. Если мы хотим построить лагранжиан взаимодействия, инвариантный относительно зарядового сопряжения, то необходимо свертывать эти билинейные коварианты либо друг с другом, либо с квантованным эрмитовым полем, описывающим фотон или нейтральный пион (так как только этим двум элементарным частицам может быть приписана определенная зарядовая четность). Это свертывание должно осуществляться так, чтобы получающийся лагранжиан взаимодействия имел зарядовую четность $+1$. Рассмотрим, например, электромагнитное взаимодействие с током, описываемое сверткой второго билинейного ковариантa табл. 3, *а* или 3, *в* с вектором-потенциалом A_μ, отвечающим фотону. Так как в обоих случаях зарядовая четность тока j_μ равна -1 (электрический заряд меняет знак при зарядовом сопряжении), то из инвариантности электромагнитного взаимодействия относительно зарядового сопряжения следует, что для фотона $\eta_C = -1$.

Рассмотрим, далее, распад $\pi^0 \to 2\gamma$. Этот процесс может быть описан лагранжианом электромагнитного взаимодействия, составленным из первого билинейного ковариантa табл. 3, *б* и квантованного поля нейтрального пиона. Поскольку зарядовая четность псевдоскаляра $\mathbf{E} \cdot \mathbf{H}$ равна $+1$, то для обеспечения инвариантности электромагнитного взаимодействия относительно унитарного преобразования U_C необходимо приписать нейтральному пиону $\eta_C = +1$.

Такое значение зарядовой четности нейтрального пиона согласуется также с инвариантностью относительно зарядового сопряжения взаимодействия юкавского типа между нейтральным пионом и, например, протоном. Мы видели, что инвариантность несобственных ортохронных преобразований Лоренца требует, чтобы псевдоскалярное поле свертывалось либо с псевдоскалярным, либо с билинейным аксиально-векторным ковариантом дираковского поля (см. § 2 настоящей главы). Поскольку зарядовые четности пиона и J_P или J_A для протона равны $+1$, то отсюда следует, что взаимодействие юкав-

ского типа инвариантно относительно унитарного преобразования U_C. Такие же соображения справедливы, конечно, и для взаимодействия нейтрального пиона с нейтроном.

Для получения четырехфермионного взаимодействия необходимо, очевидно, свертывать дираковские билинейные коварианты друг с другом. Инвариантность лагранжиана взаимодействия относительно собственной ортохронной группы Лоренца требует, чтобы J_S и J_P, J_V и J_A свертывались либо сами с собой, либо попарно друг с другом. Ковариант J_T может быть свернут только с самим собой. Очевидно, что $J_S^+ J_P$ дает взаимодействие, инвариантное относительно зарядового сопряжения, тогда как $J_V^+ J_A$ этим свойством не обладает.

Сформулированные выше положения должны быть пересмотрены, если билинейные коварианты составлены из разных полей. Рассмотрим два типичных примера, а именно взаимодействие юкавского типа поля заряженных пионов с полем нуклонов и четырехфермионное взаимодействие, описывающее β-распад нейтрона. В первом случае лагранжиан взаимодействия записывается в виде

$$\mathscr{L} = \bar{\psi}_P (g' + g\gamma_5)\psi_n\varphi + \bar{\psi}_n (g'^* - g^*\gamma_5)\psi_P\varphi^+ + \\ + \bar{\psi}_P (f' + f\gamma_5)\gamma_\mu\psi_n\varphi^\mu + \bar{\psi}_n (f'^* + f^*\gamma_5)\psi_\mu\psi_P\varphi^{+\mu}. \quad (3.29)$$

Выполнив зарядовое сопряжение, мы получим

$$U_C \mathscr{L} U_C^{-1} = \mathscr{L}^C = \bar{\psi}_n (g' + g\gamma_5)\psi_P\varphi^+ + \bar{\psi}_P (g'^* - g^*\gamma_5)\psi_n\varphi + \\ + \bar{\psi}_n (-f + f\gamma_5)\psi_P\varphi^{+\mu} + \bar{\psi}_P (-f'^* + f^*\gamma_5)\gamma_\mu\psi_n\varphi^\mu.$$

Очевидно, что $\mathscr{L}^C = \mathscr{L}$, если

$$g = -g^*, \quad g' = g'^*, \quad f = f^*, \quad f' = -f'^*, \quad (3.30)$$

т. е. g' и f должны быть действительны, а g и f' — чисто мнимы. Выполним зарядовое сопряжение над четырехфермионным взаимодействием:

$$\mathscr{L} = g_i \{\bar{\psi}_1 O_i \psi_2\} \{\bar{\psi}_3 O_i \psi_4\} + g_i' \{\bar{\psi}_1 O_i \psi_2\} \{\bar{\psi}_3 O_i \gamma_5 \psi_4\} + \\ + \text{Эрмит. сопр.} \quad (3.31)$$

(Здесь $O_i = S, V, T, A, P$.) Мы получаем теперь, что $\mathscr{L}^C = \mathscr{L}$, если

$$g_S = g_S^*,\ g_V = g_V^*,\ g_T = g_T^*,\ g_A = g_A^*,\ g_P = g_P^*,$$
$$g'_S = -g'^*_S,\ g'_V = -g'^*_V,\ g'_T = -g'^*_T,\ g'_A = -g'^*_A, \quad (3.32)$$
$$g'_P = -g'^*_P,$$

т. е. все нештрихованные константы должны быть действительными, а все штрихованные — чисто мнимыми. Условия (3.30) и (3.32) иллюстрируют ограничения, накладываемые инвариантностью лагранжианов взаимодействия относительно зарядового сопряжения в тех случаях, когда в билинейные ковариванты входят различные поля.

Рассмотрим теперь экспериментальные данные об инвариантности сильных, электромагнитных и слабых взаимодействий известных элементарных частиц относительно зарядового сопряжения. Для того чтобы решить вопрос о том, инвариантно ли данное взаимодействие относительно зарядового сопряжения, необходимо сравнить физический процесс, вызываемый этим взаимодействием, с зарядово сопряженным процессом, т. е. с реакцией, в которой все частицы заменены своими античастицами. Если физический процесс и зарядово сопряженный ему процесс протекают одинаково (т. е. если эффективные сечения их равны, свойства продуктов распада идентичны и т. д.), то можно заключить, что лагранжиан взаимодействия инвариантен относительно унитарного преобразования U_C. Если указанные процессы различны, то тем самым устанавливается неинвариантность лагранжиана относительно U_C.

Рассмотрим сначала следствия инвариантности относительно зарядового сопряжения для хорошо изученных электромагнитных взаимодействий. Рассматривая выше распад $\pi^0 \to 2\gamma$, мы отметили, что отвечающий ему эффективный лагранжиан взаимодействия $\varphi_{\pi^0}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{H})$ инвариантен относительно зарядового сопряжения U_C. Следовательно, зарядовая четность должна быть интегралом движения (это действительно имеет место, так как $\eta_C = +1$ для π^0-мезона и *четного* числа фотонов; для одного фотона $\eta_C = -1$). Поэтому, не выписывая явно

лагранжиан взаимодействия, можно сказать, что если имеет место его инвариантность относительно зарядового сопряжения, то распад π^0-мезона на *нечетное* число фотонов запрещен [24, 1].

Выше указывалось, что $j_\mu A^\mu$ есть величина, инвариантная относительно зарядового сопряжения, если j_μ — ток дираковских или клейн-гордоновских частиц. Рассмотрим электронный ток и разложим ψ_e по операторам рождения и уничтожения частиц. Тогда лагранжиан взаимодействия $j_\mu A^\mu$ будет содержать произведения операторов рождения и уничтожения e^-, операторов рождения и уничтожения e^+, операторов рождения e^- и e^+ и операторов уничтожения e^- и e^+. Пара операторов рождения e^- и e^+, действуя на вакуум, порождает двухчастичное состояние с суммарным электрическим зарядом, равным нулю. Этой нейтральной системе может быть приписана определенная зарядовая четность (± 1), зависящая от орбитального момента и спина системы (например, $\eta_C = +1$ для псевдоскалярного π^0-мезона, тогда как для векторного фотона $\eta_C = -1$).

Позитроний является нейтральной системой, состоящей из связанных электромагнитными силами электрона и позитрона. По аналогии с псевдоскалярным π^0 можно ожидать, что состояние $^1S_0$ позитрония (которое характеризуется нулевым орбитальным моментом, нулевым спином и отрицательной четностью; см. § 2) имеет $\eta_C = +1$, тогда как в состоянии $^3S_1$ (нулевой орбитальный момент, спин 1, отрицательная четность) $\eta_C = -1$. Таким образом, следует ожидать, что позитроний в состоянии $^1S_0$ может распадаться только на четное число фотонов, тогда как в состоянии $^3S_1$ возможен распад только на нечетное число фотонов [25][1]). Это предсказание подтверждено экспериментом.

К сделанным выше заключениям можно прийти также и другим путем [1], рассматривая электрический заряд электрона и позитрона как внутреннюю степень свободы этих частиц, а зарядовую четность — как квантовое число, значения которого, равные ± 1, отвечают симметричной или антисимметричной по зарядовой пере-

[1]) См. также [1, 26].

менной волновой функции системы электрон — позитрон. Используем теперь обобщенный принцип Паули, согласно которому полная волновая функция должна быть антисимметрична относительно перестановки всех переменных — пространственных, спиновых и зарядовых (новая внутренняя степень свободы). Так как при перестановке пространственных координат волновая функция приобретает множитель $(-1)^L$ (где L — орбитальный момент), при перестановке спиновых переменных — множитель $(-1)^{S+1}$ (где S — полный спин) и при перестановке зарядов — множитель η_C, мы имеем

$$(-1)^{L+S+1}\eta_C = -1 \text{ или } \eta_C = (-1)^{L+S}. \quad (3.33)$$

Из уравнения (3.33) следует, что η_C равно $+1$ для состояния $^1S_0$ позитрония и $\eta_C = -1$ для $^3S_1$. Зарядовая четность системы из n фотонов дается равенством

$$\eta_C = (-1)^n. \quad (3.34)$$

Если лагранжиан электромагнитного взаимодействия, ответственного за фотонный распад позитрония, инвариантен относительно зарядового сопряжения, то имеем

$$(-1)^{L+S} = (-1)^n. \quad (3.35)$$

Отсюда сразу же следуют сделанные нами выше заключения о двухфотонном распаде позитрония в состоянии $^1S_0$ и трехфотонном распаде в состоянии $^3S_1$. Другое следствие (3.33) состоит в том, что в рассеянии позитрона на электроне синглетное и триплетное состояния не интерферируют (при сохранении пространственной четности), так как при одинаковой пространственной четности и одинаковом полном моменте количества движения зарядовая четность этих состояний будет различна.

Необходимо, однако, подчеркнуть, что правило отбора, запрещающее двухфотонный распад состояния $^3S_1$, следует также из одного только закона сохранения момента количества движения, поскольку для состояния двух фотонов со спином 1 (при любой четности) невозможно удовлетворить условиям калибровочной инвариантности из-за симметрии волновой функции относительно перестановки фотонов [1]). С другой стороны, при

[1]) Эта теорема была впервые установлена Ландау [59*]; см. также [60*]. — *Прим. перев.*

нулевом моменте количества движения (и произвольной четности) существуют симметричные трехфотонные состояния. Таким образом, для объяснения запрещенности трехфотонного распада состояния $^1S_0$ позитрония требуется инвариантность относительно зарядового сопряжения. К сожалению, пока нет экспериментальных данных об этом типе распада, т. е. отсутствие или наличие трехфотонной схемы распада для короткоживущего состояния позитрония еще не установлено.

Следствия инвариантности лагранжиана электромагнитного взаимодействия относительно зарядового сопряжения, полученные для системы электрон — позитрон, справедливы также для любой нейтральной системы, состоящей из фермиона и антифермиона (отрицательный мюон — положительный мюон, протон — антипротон и т. д.) и, конечно, для нейтральной системы из бозона и антибозона (положительный пион — отрицательный пион, положительный каон — отрицательный каон и т. д.). Однако практически только мюоний представляет интерес с этой точки зрения, поскольку другие нейтральные системы, например протоний, подвержены взаимодействиям, гораздо более сильным, чем электромагнитное. Поведение таких систем определяется свойствами инвариантности этих сильных взаимодействий (см. ниже).

Следует отметить, что возможность приписать нейтральной системе определенную зарядовую четность обусловлена тем, что состояние с нулевым электрическим зарядом одновременно является собственным состоянием как оператора U_C, так и полного заряда Q (рассматриваемого как оператор) [1]. Лагранжиан электромагнитного взаимодействия всегда инвариантен относительно U_C и относительно калибровочного преобразования, связанного с электрическим зарядом. Однако при этом U_C и Q, вообще говоря, не коммутируют, так как U_C заменяет частицу античастицей (и обратно) и, следовательно, меняет электрический заряд:

$$U_C Q U_C^{-1} = -Q. \tag{3.36}$$

Иными словами, U_C и Q антикоммутируют. Однако если рассматривается нейтральная система (для которой соб-

ственное значение Q равно нулю), то существуют состояния, являющиеся собственными состояниями одновременно для U_C и Q, так как

$$\langle [U_C, Q] \rangle = 0. \tag{3.37}$$

Уравнение (3.37) применимо для обсуждавшегося выше случая позитрония.

При рассмотрении возможных способов проверки инвариантности лагранжиана сильного взаимодействия относительно зарядового сопряжения обнаруживается ряд практических трудностей. Можно было бы попытаться проверить инвариантность относительно зарядового сопряжения на примере протония, изучая процесс его аннигиляции с испусканием фотонов, т. е. проверяя справедливость для протония соотношения (3.35). Однако это очень трудно осуществить, так как пион-нуклонное взаимодействие является гораздо более сильным (по сравнению с электромагнитным), вследствие чего с подавляющим преимуществом происходит аннигиляция с испусканием пионов, а не фотонов. Из инвариантности относительно зарядового сопряжения следует, что *дифференциальные* эффективные сечения физических процессов остаются неизменными при замене всех частиц античастицами: одинаковы дифференциальные сечения рассеяния антипротон — антипротон и протон — протон, $\pi^+ - p$ и $\pi^- - \bar{p}$, $K^+ - \pi^+$ и $K^- - \pi^-$ и т. д. (Заметим, что равенство *полных* сечений для этих процессов следует из теоремы *CPT*.) Все эти эксперименты исключительно трудны либо вследствие малой интенсивности пучков античастиц, получаемых на современных ускорителях, либо из-за нестабильности частиц и античастиц, либо по обеим этим причинам. Таким образом, оказывается, что лучшим доказательством инвариантности сильных взаимодействий относительно зарядового сопряжения являются эксперименты, демонстрирующие инвариантность лагранжиана сильного взаимодействия относительно пространственного и временно́го отражений (см. § 2 и 4 этой главы) в сочетании с теоремой *CPT*. Необходимо отметить, что наблюдаемое на опыте равенство масс протона и антипротона не может служить доказатель-

ством инвариантности сильных взаимодействий относительно зарядового сопряжения, так как это равенство следует из теоремы *CPT*.

Переходя к процессам слабого взаимодействия, мы обнаруживаем, что существуют прямые экспериментальные доказательства неинвариантности лагранжиана слабых взаимодействий относительно зарядового сопряжения [13]. Эти доказательства состоят в том, что спиральности электрона и позитрона, образовавшихся в результате распада μ^- и μ^+, спиральности μ^- и μ^+, рожденных в распаде π^- и π^+, и т. д. равны по величине и противоположны по знаку [1]). Реакции, зарядово сопряженные некоторым процессам распада, вызываемым слабым взаимодействием (например, β-распад антинейтрона), пока непосредственно не наблюдались, однако и в этих случаях можно убедиться в том, что такие процессы не могут быть описаны лагранжианами взаимодействия, инвариантными относительно зарядового сопряжения.

Косвенное доказательство неинвариантности слабых взаимодействий относительно зарядового сопряжения следует из теоремы *CPT* (см. § 5 настоящей главы). Согласно этой теореме, нарушение *C*-инвариантности вытекает как следствие из отсутствия *PT*-инвариантности. Рассматривая *P*-инвариантность в § 2, мы установили, что следствием *P*-инвариантности является равенство нулю математических ожиданий величин, меняющих знак при пространственном отражении. На этом основании можно было бы ожидать, что обращаются в нуль также средние значения всех величин, нечетных относительно комбинированного (пространственного и временно́го) отражения. Однако это не совсем правильно, так как временно́е отражение включает в себя перемену местами начального и конечного состояний. Таким образом, исчезновение нечетных относительно временно́го отражения членов в амплитуде перехода следует из инвариантности относительно отражения времени только тогда, когда можно пренебречь взаимодействием частиц в начальном и конечном состояниях. То же самое спра-

[1]) Спиральность μ-мезона измерена экспериментально в работе Алиханова, Елисеева и Любимова [61*]. — *Прим. перев.*

ведливо относительно PT-инвариантности. Вообще говоря, можно ожидать наличия в амплитуде перехода отличных от нуля нечетных относительно преобразования PT членов даже в том случае, когда имеет место PT-инвариантность, но взаимодействие в начальном и (или) конечном состояниях существенно.

Например, в случае β-распада ядер наблюдается взаимодействие в конечном состоянии, которым является кулоновское взаимодействие испускаемого электрона с ядром. Если кулоновским взаимодействием можно пренебречь, то PT-инвариантность автоматически запретит появление отличных от нуля математических ожиданий таких псевдоскалярных величин, как нечетные относительно преобразования PT члены, обусловливающие асимметрию испускания электронов относительно направления поляризации ядер или продольную поляризацию электронов. Поскольку кулоновские эффекты малы, наличия максимального несохранения четности в β-распаде, свидетельствующего о большой величине псевдоскалярных членов (четных относительно отражения времени, поскольку они имеют вид $\langle\sigma\rangle \cdot \mathbf{p}$), достаточно для установления неинвариантности лагранжиана взаимодействия относительно зарядового сопряжения. Аналогичные выводы из максимального несохранения четности могут быть сделаны для других процессов, обусловленных слабыми взаимодействиями. Например, исходя из того факта, что параметр асимметрии (определяющий корреляцию между спином гиперона и импульсом пиона) в распаде $\Sigma^+ \to p + \pi^0$ заметно больше 0,27, можно доказать неинвариантность слабого взаимодействия, ответственного за этот процесс, относительно зарядового сопряжения (величина 0,27 найдена из известных фаз пион-нуклонного рассеяния при энергиях, близких к энергии распада).

Таким образом, мы приходим к выводу, что лагранжиан слабого взаимодействия не инвариантен относительно зарядового сопряжения, так же как и относительно пространственного отражения [27]. В отличие от этого сильное и электромагнитное взаимодействия описываются лагранжианами, инвариантными относительно зарядового сопряжения и пространственного отражения.

§ 4. Отражение времени

Рассмотрим теперь поведение билинейных ковариантов клейн-гордоновского, максвелловского, дираковского и вейлевского полей при временно́м отражении. В табл. 4 приведены результаты преобразования различных билинейных ковариантов при временно́м отражении. Свертывая билинейные коварианты друг с другом или с произведением операторов бозонных полей, получаем различные лагранжианы взаимодействия. Если лагранжиан взаимодействия инвариантен относительно отражения времени, то, согласно обычной терминологии (см. гл. 2, § 5), говорят, что в физическом процессе, обусловленном этим взаимодействием, «временна́я четность» сохраняется. Как мы уже отмечали (см. гл. 2, § 5), понятие «временно́й четности» имеет более ограниченный смысл, чем понятия «пространственная четность» и «зарядовая четность», так как в отличие от преобразований P и C преобразование T взаимно заменяет начальное и конечное состояния. Это более подробно поясняется ниже.

Представляется интересным кратко рассмотреть современные экспериментальные данные по инвариантности лагранжианов сильных, электромагнитных и слабых взаимодействий относительно отражения времени. Так как отражение времени включает в себя взаимную замену начального и конечного состояний, то из инвариантности взаимодействия относительно отражения времени следуют некоторые фазовые соотношения, а не правила отбора в собственном смысле этого слова. Чтобы выявить следствия инвариантности сильных взаимодействий относительно временно́го отражения, рассмотрим прежде всего математические ожидания физических величин, меняющих знак при отражении времени. В качестве примеров укажем на две такие величины:

$$\mathbf{J} \cdot \mathbf{p}_1 \times \mathbf{p}_2, \tag{3.38}$$

$$\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2 \times \mathbf{p}_3, \tag{3.39}$$

одна из которых (3.38) четна, а другая (3.39) нечетна относительно пространственного отражения. Среднее

Таблица 4

Преобразование билинейных ковариантов при отражении времени

а. Клейн-гордоновское поле

J	TJT^{-1}
$\varphi^+\varphi$ (скаляр)	$+\varphi^+\varphi$
$\varphi^+\frac{\partial\varphi}{\partial x_l}-\varphi\frac{\partial\varphi^+}{\partial x_l}$ (вектор)	$-\left(\varphi^+\frac{\partial\varphi}{\partial x_l}-\varphi\frac{\partial\varphi^+}{\partial x_l}\right)$
$\varphi^+\frac{\partial\varphi}{\partial t}-\varphi\frac{\partial\varphi^+}{\partial t}$ (вектор)	$+\left(\varphi^+\frac{\partial\varphi}{\partial t}-\varphi\frac{\partial\varphi^+}{\partial t}\right)$

б. Максвелловское поле

J	TJT^{-1}
$\mathbf{E}\cdot\mathbf{H}$ (псевдоскаляр)	$-\mathbf{E}\cdot\mathbf{H}$
E^2-H^2 (скаляр)	$+(E^2-H^2)$

в. Дираковское поле

J	TJT^{-1}
$\bar\psi\psi$ (скаляр)	$+\bar\psi\psi$
$\bar\psi\gamma_l\psi$ (вектор)	$-\bar\psi\gamma_l\psi$
$\bar\psi\gamma_0\psi$ (вектор)	$+\bar\psi\gamma_0\psi$
$\bar\psi\gamma_l\gamma_j\psi$ (тензор)	$-\bar\psi\gamma_l\gamma_j\psi$
$\bar\psi\gamma_0\gamma_l\psi$ (тензор)	$+\bar\psi\gamma_0\gamma_l\psi$
$\bar\psi\gamma_5\gamma_l\psi$ (аксиальный вектор)	$-\bar\psi\gamma_5\gamma_l\psi$
$\bar\psi\gamma_5\gamma_0\psi$ (аксиальный вектор)	$+\bar\psi\gamma_5\gamma_0\psi$
$\bar\psi\gamma_5\psi$ (псевдоскаляр)	$-\bar\psi\gamma_5\psi$

г. Вейлевское поле

J	TJT^{-1}
$\psi^+\sigma_l\psi$ (4-вектор)	$-\psi^+\sigma_l\psi$
$\psi^+\psi$ (4-вектор)	$+\psi^+\psi$

значение некоторого оператора $\mathcal{O}$ в конечном состоянии равно

$$\langle \Omega_{\text{расх.}} | \mathcal{O} | \Omega_{\text{расх.}} \rangle,$$

где $|\Omega_{\text{расх.}}\rangle$ — конечное состояние, задаваемое значениями спиновых переменных и импульсами различных частиц, а индекс «расх.» обозначает *расходящуюся* волну, являющуюся конечным состоянием во всяком процессе рассеяния. В результате отражения времени $|\Omega_{\text{расх.}}\rangle$ переходит в $T|\Omega_{\text{расх.}}\rangle = \langle \Omega'_{\text{сх.}}|$, где штрих указывает, что все импульсы и спиновые переменные меняют знак на обратный, а индекс «сх.» обозначает *сходящуюся* волну. Если в рассматриваемом процессе сильные взаимодействия не участвуют, то мы можем игнорировать различие между сходящейся и расходящейся волнами, как это делается при вычислении амплитуд перехода в борновском приближении (в котором начальное и конечное состояния отождествляются с состояниями свободных частиц). В этом приближении инвариантность относительно отражения времени приводит к исчезновению математических ожиданий от всех операторов, меняющих знак при обращении времени. Так, например, в борновском приближении поперечная поляризация в процессах рассеяния, происходящая от членов типа (3.38), должна быть в точности равна нулю. Однако борновское приближение неприменимо при наличии сильных взаимодействий, и мы должны учитывать различие сходящейся и расходящейся волн. Будем исходить из основного соотношения

$$|\Omega_{\text{расх.}}\rangle = S^+ |\Omega_{\text{сх.}}\rangle. \tag{3.40}$$

где S — матрица рассеяния. Для стационарных состояний (т. е. собственных функций полного гамильтониана) матрица S диагональна и простым образом выражается через эрмитов оператор сдвига фаз δ:

$$S = \exp\{2i\delta\}. \tag{3.41}$$

Следствием инвариантности относительно отражения времени в этом случае является уже не исчезновение математических ожиданий нечетных величин, а требование, чтобы они зависели от суммы сдвигов фаз, опреде-

ляемых взаимодействиями в начальном и конечном состояниях [11] (см. стр. 120). Таким образом, большая поляризация, наблюдаемая в нуклон-нуклонном рассеянии, не означает, что в сильных взаимодействиях отсутствует инвариантность относительно обращения времени [28].

Для установления инвариантности сильных взаимодействий относительно отражения времени необходимо непосредственно сравнить амплитуды переходов прямого и обращенного во времени процессов. В частности, если имеет место инвариантность относительно отражения времени, то существует прямая связь между поляризацией, возникающей в первом рассеянии, и асимметрией при втором рассеянии этих поляризованных частиц. Наилучшую в настоящее время информацию по этому вопросу дают эксперименты по нуклон-нуклонному рассеянию при энергии 210 *Мэв* и угле рассеяния 30° в системе центра масс [29]. Если мы определим константу G равенством

$$M = M_{\text{четн.}} + GM_{\text{нечетн.}}, \tag{3.42}$$

где M — амплитуда перехода, то указанный эксперимент дает для верхней границы $|G|^2$ величину порядка нескольких процентов. Это значение можно сравнить с границей для нарушения P-инвариантности в сильных взаимодействиях ($|F|^2 \leqslant 2 \cdot 10^{-9}$; см. § 2 настоящей главы).

Существует несколько экспериментальных указаний на инвариантность лагранжианов электромагнитных взаимодействий относительно отражения времени. Мы уже упоминали об опыте Смита, Перселла и Рамзея [12], установивших, что значение электрического дипольного момента нейтрона не превосходит $5 \cdot 10^{-20}$ *см·е*. Электрический дипольный момент нейтрона может проявиться только в лагранжиане электромагнитного взаимодействия, имеющем вид

$$\mu_D \bar{\psi}_n \gamma_5 \sigma_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \psi_n \approx \mu_D \bar{\psi}_n \sigma \psi_n \cdot \mathbf{E}, \tag{3.43}$$

где μ_D — электрический дипольный момент. Очевидно, что этот лагранжиан меняет знак как при P-преобразовании, так и при T-преобразовании. Следовательно, на-

блюденное нижнее граничное значение для электрического дипольного момента нейтрона устанавливает либо верхнее предельное значение для $|F|^2$, равное 10^{-13}, либо верхний предел для $|G|^2$, равный 10^{-13}. Таким образом, мы имеем сильный аргумент в пользу того, что мера нарушения либо P-инвариантности, либо T-инвариантности в электромагнитных взаимодействиях меньше 10^{-13}. К сожалению, на основании этого эксперимента мы не можем судить, относится ли указанное предельное значение к $|F|^2$ или к $|G|^2$.

Из имеющихся данных следует также, что лагранжианы слабых взаимодействий инвариантны относительно отражения времени (несмотря на то, что они не инвариантны относительно P- и C-преобразований порознь). Можно указать по крайней мере два эксперимента с хорошей точностью, свидетельствующие о T-инвариантности слабых взаимодействий. В одном из этих экспериментов измерялась корреляция электрон — нейтрино при распаде поляризованного нейтрона [30]. Иными словами, измерялась величина $\langle \boldsymbol{\sigma}_n \rangle \cdot (\mathbf{p}_e \times \mathbf{p}_\nu)$, нечетная относительно T-преобразования (где $\langle \boldsymbol{\sigma}_n \rangle$ — поляризация нейтрона, $\mathbf{p}_e$ и $\mathbf{p}_\nu$ — импульсы электрона и нейтрино соответственно). Результат эксперимента отрицательный и указывает, что $|G|^2$ не превосходит нескольких процентов. В другом эксперименте T-инвариантность проверялась путем изучения формы энергетического спектра и измерения энергетической зависимости поляризации электронов, испускаемых при распаде RaE [31] [1]). Хотя полученные из этих экспериментов верхние граничные значения $|G|^2$ не так малы, как это установлено для сильных и электромагнитных взаимодействий, они указывают, что нарушение инвариантности относительно отражения времени, если оно вообще имеет место, является малым эффектом. Это резко отличается от максимального несохранения пространственной четности и нарушения инвариантности относительно зарядового сопряжения. Таким образом, можно думать, что

[1]) Поляризация электронов RaE в связи с изучением T-инвариантности впервые измерялась Алихановым, Елисеевым и Любимовым [62*]. См. также [54*]. — *Прим. перев.*

экспериментальные данные свидетельствуют в пользу инвариантности лагранжианов всех взаимодействий относительно обращения времени. Иными словами, мы имеем основания полагать, что *все* физические процессы, в которых участвуют известные нам элементарные частицы, инвариантны относительно отражения времени [32].

§ 5. *CPT*- и *CP*-инвариантности

Мы уже имели случаи ссылаться на так называемую *CPT*-теорему, устанавливающую на основе весьма общих соображений, что полный лагранжиан, инвариантный относительно собственных ортохронных преобразований группы Лоренца, должен быть также инвариантен относительно произведения преобразований зарядового сопряжения (C), пространственного отражения (P) и отражения времени (T). Поэтому из нашего рассмотрения в § 4 следует интересное заключение, что, поскольку все взаимодействия (сильные, электромагнитные и слабые) между элементарными частицами инвариантны относительно T-преобразования, они должны быть инвариантны также и относительно произведения C- и P-преобразований. Для сильных и электромагнитных взаимодействий это утверждение тривиально, так как они инвариантны относительно C- и P-преобразований в отдельности. Слабые взаимодействия, однако, не инвариантны порознь относительно C- и P-преобразований и, тем не менее, из *CPT*-теоремы и инвариантности относительно T-преобразования следует, что имеет место *CP*-инвариантность. Мы приведем теперь схему простого доказательства *CPT*-теоремы и укажем несколько интересных ее следствий. Затем мы обсудим следствия *CP*-инвариантности слабых взаимодействий и в заключение этого параграфа рассмотрим условия, при которых *CP*-инвариантность сильных и электромагнитных взаимодействий приводит к C- и P-инвариантности в отдельности.

CPT-теорема [33] утверждает, что все локальные лагранжианы теории квантованных полей инвариантны относительно произведения преобразований C, P и T (взя-

тых в любом порядке), если только имеет место релятивистская инвариантность, т. е. инвариантность относительно собственной ортохронной группы Лоренца. Так как нас будут интересовать только взаимодействующие клейн-гордоновские, максвелловские, дираковские и вейлевские поля, то мы ограничимся рассмотрением трансформационных свойств этих полей. По-видимому, *CPT*-теорема справедлива не только для локальных лагранжевых теорий [34], однако обсуждение этого вопроса выходит за рамки настоящей книги. В дальнейшем изложении мы будем следовать доказательству этой теоремы, данному Паули.

Исходным пунктом *CPT*-теоремы является тот факт, что «сильному отражению» координат

$$\mathbf{x} \to -\mathbf{x}, \quad t \to -t \tag{3.44}$$

соответствуют преобразования (см. гл. 2, § 5):

клейн-гордоновское поле:

$$\varphi(\mathbf{x}, t) \to \varphi'(\mathbf{x}', t') = \varphi(-\mathbf{x}, -t),$$

максвелловское поле:

$$A_\mu(\mathbf{x}, t) \to A'_\mu(\mathbf{x}', t') = -A_\mu(-\mathbf{x}, -t), \tag{3.45}$$

дираковское поле:

$$\psi(\mathbf{x}, t) \to \psi'(\mathbf{x}', t') = i\gamma_5\psi(-\mathbf{x}, -t),$$

вейлевское поле:

$$\psi(\mathbf{x}, t) \to \psi'(\mathbf{x}', t') = \psi(-\mathbf{x}, -t)$$

при «естественном» выборе фаз. Эти преобразования могут быть получены (см. гл. 2, § 5), если заметить, что сильное отражение есть результат двух поворотов на 180° во взаимно перпендикулярных плоскостях, например вращения на 180° в плоскости *1—2* и последующего вращения на 180° в плоскости *3—0*. Оператор, представляющий последовательность этих вращений, имеет вид

$$e^{i\pi J_{12}} e^{i\pi J_{30}}, \tag{3.46}$$

где J_{12} и J_{30} — операторы момента количества движения, являющиеся соответственно производящими операторами бесконечно малых поворотов относительно

третьей оси. Оператор (3.46) дает в точности законы преобразования, определяемые уравнениями (3.45[1]). Лоренц-инвариантные соотношения сохраняются при этих преобразованиях. Неизменными остаются, в частности, дифференциальные соотношения между потенциалами и напряженностями полей.

Заметим теперь, что преобразования полей (3.45) и координат (3.44) не изменяют алгебраические соотношения, содержащие скалярные и векторные поля, рассматриваемые как коммутирующие операторы. Например, остается неизменным лагранжиан взаимодействия электромагнитного и клейн-гордоновского полей $[\varphi^+(\partial\varphi/\partial x_\mu) - (\partial\varphi^+/\partial x_\mu)\varphi]A_\mu$, так как оба его множителя, согласно (3.45), меняют знак. С другой стороны, если мы рассмотрим лагранжианы взаимодействия, содержащие спинорные поля, то указанная инвариантность уже не будет иметь места. Например, выражение $\bar{\psi}\psi\varphi$ переходит в $(i)^2\bar{\psi}\gamma_5(\gamma_5\psi)\varphi = -\bar{\psi}\psi\varphi$ и, таким образом, меняет знак. Если принять во внимание тот факт, что мы имеем дело с квантованными полями, то необходимо учесть два обстоятельства: во-первых, теорему о связи спина со статистикой (см. гл. 1, § 2), согласно которой скалярные и векторные поля (бозоны) представляются коммутирующими, а спинорные поля (фермионы) — антикоммутирующими операторами; во-вто-

---

[1]) Следует иметь в виду, что «вращение на 180° в плоскости *3—0*», определяемое оператором $e^{i\pi J_{30}}$, есть чисто формальная операция, которой на самом деле не соответствует никакое физическое преобразование системы отсчета (так как при таком «вращении» пересекается поверхность светового конуса). Однако можно показать, аналитически продолжая матрицы преобразования, что величина, инвариантная относительно истинного преобразования Лоренца, будет инвариантна и относительно второго множителя в (3.46). Рассмотрим, например, наименее тривиальный случай спинорного поля. Скаляр, составленный билинейно из двух спиноров ψ_1, ψ_2 имеет вид $\bar{\psi}_1\psi_2$. Так как $S = e^{i\pi J_{30}} = \cos\frac{\pi}{2} + i\gamma_0\gamma_3 \sin\frac{\pi}{2} = i\gamma_0\gamma_3$, то, совершая преобразование $\psi \to S\psi$, получаем

$$\bar{\psi}_1\psi_2 \to \bar{\psi}_1 i\gamma_3\gamma_0 \cdot i\gamma_0\gamma_3\psi_2 = -\bar{\psi}_1\gamma_3^2\gamma_0^2\psi_2 = \bar{\psi}_1\psi_2,$$

поскольку $\gamma_3^2 = -\gamma_0^2 = -1$ (см. приложение к гл. 2). — *Прим. перев.*

рых, что в квантовой теории, предполагающей существование состояния с наименьшей энергией, отражению времени отвечает антилинейное преобразование, включающее в себя обращение порядка следования всех сомножителей (см. гл. 2, § 5). Мы можем теперь утверждать, что для квантованных полей, подчиняющихся теореме о связи спина со статистикой, инвариантность относительно «сильного отражения» имеет место, если правила (3.45) дополнить требованием обязательного обращения порядка всех сомножителей, входящих в то или иное операторное выражение. Это означает вместе с тем, что в теорию могут входить только такие выражения, которые симметризованы по бозонным полям и антисимметризованы по фермионным полям. Тогда множитель $(i)^2$, появляющийся при парах фермионных полей, погашается дополнительным отрицательным знаком, происходящим от обращения порядка следования антикоммутирующих операторов поля. Например,

$$[\bar{\psi}_\alpha,\ \psi_\alpha]\,\varphi \to [(i\gamma_5)_{\alpha\beta}\,\psi_\beta,\ \bar{\psi}_\beta (i\gamma_5)_{\beta\alpha}]\,\varphi = [\bar{\psi}_\beta,\ \psi_\beta]\,\varphi. \quad (3.47)$$

Таким образом, мы показали, что инвариантность относительно «сильного отражения» является автоматическим следствием инвариантности относительно преобразований собственной ортохронной группы Лоренца, если для квантованных полей справедлива теорема о связи спина и статистики.

Даже это последнее ограничение может быть устранено, так как теорему о связи спина и статистики можно *доказать* [35], если принять, что кинематическая часть лагранжиана (т. е. часть, содержащая производные высшего порядка от полей) имеет специфическую билинейную структуру. При этом, разумеется, требование об обращении порядка следования сомножителей при отражении времени остается в силе. Тогда при сильном отражении кинематические члены претерпевают следующие изменения: обращение порядка следования сомножителей дает для каждого антикоммутирующего поля множитель $(i)^2 = -1$, а преобразование (3.45) вводит множитель i для каждого спинорного поля и, следовательно, множитель $(i)^2 = -1$ для каждого кинематического члена лагранжиана спинорного

поля. Таким образом, кинематические члены лагранжианов полей, подчиняющихся теореме о связи спина и статистики, остаются неизменными, тогда как эти же члены для «аномальных» полей (т. е. полей, для которых теорема о связи спина и статистики несправедлива) меняют знак. При достаточно больших энергиях кинематические члены преобладают над членами взаимодействия, поэтому знак энергии будет определяться ими. Следовательно, энергия аномального поля не может быть положительно-определенной, а это противоречит требованию о существовании состояния с наименьшей энергией. Таким образом, аномальные поля не могут существовать, или, иными словами, все поля подчиняются теореме о связи спина и статистики. В приведенном доказательстве предполагалось, что кинематические члены билинейны и что они доминируют при достаточно больших энергиях. Однако эти предположения представляются разумными и обычно они неявно принимаются в большинстве рассуждений.

Если выразить оператор клейн-гордоновского поля φ через операторы рождения и уничтожения, то можно убедиться, что преобразование

$$\varphi(x) \to S\varphi(x)S^{-1} = \varphi(-x) \tag{3.48}$$

эквивалентно преобразованиям

$$\begin{aligned} Sa_{\mathbf{k}}S^{-1} &= b_{\mathbf{k}}^{+}, \quad Sb_{\mathbf{k}}^{+}S^{-1} = a_{\mathbf{k}}, \\ Sa_{\mathbf{k}}^{+}S^{-1} &= b_{\mathbf{k}}, \quad Sb_{\mathbf{k}}S^{-1} = a_{\mathbf{k}}^{+}. \end{aligned} \tag{3.49}$$

Сильное отражение для дираковского поля

$$\psi(x) \to S\psi(x)S^{-1} = i\gamma_5\psi(-x) \tag{3.50}$$

соответствует преобразованиям

$$\begin{aligned} Sa_{r\mathbf{k}}S^{-1} &= (-r)\,b_{-r\mathbf{k}}^{+}, \\ Sb_{r\mathbf{k}}^{+}S^{-1} &= (-r)\,a_{-r\mathbf{k}}, \\ Sa_{r\mathbf{k}}^{+}S^{-1} &= (-r)\,b_{-r\mathbf{k}}, \\ Sb_{r\mathbf{k}}S^{-1} &= (-r)\,a_{r\mathbf{k}}^{+}. \end{aligned} \tag{3.51}$$

Если теперь рассмотреть одночастичные состояния клейн-гордоновского и дираковского полей, то получим соответственно

$$\begin{aligned} Sa^{+}_{\mathbf{k}}|0\rangle &= \langle 0|\, b_{\mathbf{k}}, \\ Sa^{+}_{r\mathbf{k}}|0\rangle &= (-r)\,\langle 0|\, b_{-r\mathbf{k}}. \end{aligned} \tag{3.52}$$

Как из преобразований (3.48) и (3.50) над полями, так и из преобразований одночастичных состояний (3.52) нетрудно видеть, что сильное отражение эквивалентно последовательно выполненным преобразованиям зарядового сопряжения, пространственного и временно́го отражений, т. е. по определению является CPT-преобразованием (см. гл. 2, § 6 и 7). Так как мы показали, что инвариантность относительно сильного отражения следует из инвариантности относительно собственной ортохронной группы Лоренца, то тем самым CPT-теорема доказана.

Теперь можно перейти к обсуждению следствий CPT-теоремы [36]. Первым прямым следствием является тот факт, что отсутствие какой-либо одной инвариантности влечет за собой нарушение по крайней мере одной из двух других инвариантностей. Так, несохранение четности в слабых взаимодействиях требует либо отсутствия инвариантности относительно зарядового сопряжения, либо нарушения инвариантности относительно отражения времени (либо и того и другого вместе), причем, как уже отмечалось выше, современные данные свидетельствуют об отсутствии C-инвариантности и согласуются с предположением о T-инвариантности слабых взаимодействий. Из теоремы следует также, что если существует инвариантность относительно произведения двух преобразований, то имеется и инвариантность относительно третьего преобразования. В частности, как отмечалось выше, из CP-инвариантности следует T-инвариантность и, обратно, из T-инвариантности следует CP-инвариантность.

При рассмотрении дальнейших следствий CPT-теоремы необходимо иметь в виду те же общие соображения, которые были высказаны при обсуждении следствий инвариантности относительно временно́го отражения,

А именно, вследствие замены местами начального и конечного состояний можно получить, вообще говоря, только фазовые соотношения. Очень важным следствием является равенство масс и времен жизни частиц и античастиц [37] — факт, имеющий место, несмотря на отсутствие инвариантности слабых взаимодействий относительно зарядового сопряжения. Чтобы показать это, удобнее всего поступить следующим образом [1]). Пусть $\mathcal{G}$ — локальный оператор (инвариантный относительно CPT) и пусть $|i_{\text{сх.}}\rangle$ и $|f_{\text{расх.}}\rangle$ — два произвольных состояния, выбранных так, что они описывают сходящиеся и расходящиеся волны в задаче рассеяния для сильных взаимодействий. Рассмотрим матричный элемент

$$\mathcal{G}(i \to f) = \langle f_{\text{расх.}} | \mathcal{G} | i_{\text{сх.}} \rangle. \tag{3.53}$$

Согласно CPT-теореме, соответствующий матричный элемент между состояниями $|\bar{i}_{\text{сх.}}\rangle$ и $|\bar{f}_{\text{расх.}}\rangle$, получаемыми заменой всех частиц на античастицы,

$$\mathcal{G}(\bar{i} \to \bar{f}) = \langle \bar{f}_{\text{расх.}} | \mathcal{G} | \bar{i}_{\text{сх.}} \rangle \tag{3.54}$$

связан с исходным матричным элементом соотношением

$$\mathcal{G}(\bar{i} \to \bar{f}) = \langle \tilde{i}_{\text{расх.}} | \mathcal{G} | \tilde{f}_{\text{сх.}} \rangle = \\ = \langle \tilde{i}_{\text{сх.}} | S\mathcal{G}S | \tilde{f}_{\text{расх.}} \rangle = e^{2i(\delta_f + \delta_i)} \mathcal{G}^*(\tilde{i} \to \tilde{f}), \tag{3.55}$$

в которое входят сдвиги фаз начального и конечного состояний [см. уравнение (3.41)] и состояния $|\tilde{i}\rangle$, $|\tilde{f}\rangle$, получаемые из состояний $|i\rangle$ и $|f\rangle$ изменением знаков всех спиновых переменных.

Применим теперь уравнение (3.55) к различным частным случаям. Прежде всего выберем в качестве $|i\rangle$ точное одночастичное состояние с нулевым импульсом. Пусть далее $\mathcal{G} = H$ — точный гамильтониан, а m и $\bar{m}$ — массы частицы и античастицы. Так как для одночастичных состояний расходящаяся и сходящаяся волны идентичны (поскольку сдвиги фаз равны нулю), мы находим

$$\mathcal{G}(\bar{i} \to \bar{f}) = \delta_{\bar{i}\bar{f}} \bar{m} = \mathcal{G}^*(\tilde{i} \to \tilde{f}) = \delta_{\tilde{i}\tilde{f}} m^*. \tag{3.56}$$

[1]) Мы благодарны Окубо за обсуждение этого вопроса.

Отсюда следует равенство масс частицы и античастицы, так как $\overline{m}$ и m — действительные величины (диагональные элементы эрмитового оператора H). Можно также показать как следствие CPT-теоремы, что вообще энергетический спектр какой-либо системы идентичен энергетическому спектру зарядово сопряженной системы.

Допустим теперь, что $|i\rangle$ есть состояние, отвечающее частице, распадающейся из-за наличия слабого взаимодействия (но которая, следовательно, является «устойчивой», если рассматривать только сильные взаимодействия). Пусть далее $\mathcal{G} = H_w$ (H_w — гамильтониан слабого взаимодействия, вызывающего распад) и $|f\rangle$ — возможное конечное состояние. Мы допустим пока, что сильного взаимодействия между частицами в конечном состоянии нет. Совершенно тем же путем, что и при доказательстве равенства $m = \overline{m}$, можно прийти к соотношению между амплитудами распада

$$\overline{M} = \widetilde{M}^*, \tag{3.57}$$

где $\widetilde{M}$ — амплитуда распада для состояний с обращенными знаками спиновых переменных (это соотношение отличается от более сильного условия $M = M$, вытекающего из C-инвариантности). Поскольку фазовые объемы одинаковы в обоих случаях, то отношения вероятностей распада по различным каналам, а, следовательно, также парциальные времена жизни частицы и античастицы одинаковы:

$$\overline{\tau}_{\overline{f}} = \tau_f. \tag{3.58}$$

Если теперь отказаться от предположения об отсутствии взаимодействия в конечном состоянии, то мы получим вместо уравнения (3.57) соотношение

$$\overline{M} = \widetilde{M}^* e^{2i\delta_f}, \tag{3.59}$$

причем $|f\rangle$ есть собственное состояние гамильтониана, включающего в себя только сильное взаимодействие. Таким образом, уравнение (3.58) остается справедливым. Суммируя по всем каналам, мы получаем, что полные времена жизни частицы и античастицы равны:

$$\overline{\tau} = \tau. \tag{3.60}$$

Однако важно отметить, что если рассматриваемый канал распада приводит к состоянию, не являющемуся собственным состоянием гамильтониана с сильным взаимодействием, то парциальные времена жизни для распада по зарядово сопряженным каналам не равны друг другу из-за фазовых множителей в уравнении (3.59). Так, распад Λ- и Σ-гиперонов происходит по каналам

$$\Lambda \to p + \pi^-, \tag{3.61а}$$

$$\Lambda \to p + \pi^0, \tag{3.61б}$$

$$\Sigma^+ \to p + \pi^0, \tag{3.61в}$$

$$\Sigma^+ \to n + \pi^+ \tag{3.61г}$$

и соответствующим зарядово сопряженным каналам. Из *CPT*-теоремы следует

$$\tau_\Lambda = \tau_{\bar{\Lambda}}, \quad \tau_{\Sigma^+} = \tau_{\bar{\Sigma}^+}, \tag{3.62}$$

но если нет *C*- или *T*-инвариантности [38], то из теоремы не вытекает, что отношение вероятностей $(\Lambda \to p + \pi^-)/(\Lambda \to n + \pi^0)$ равно отношению $(\bar{\Lambda} \to \bar{p} + \pi^+)/(\bar{\Lambda} \to \bar{n} + \pi^0)$. С другой стороны, так как четность является хорошим квантовым числом (для сильных взаимодействий), то парциальные времена жизни частицы и античастицы для распада по обоим каналам в состояния $s_{1/2}$ (и $p_{1/2}$) равны друг другу, поскольку эти два состояния не смешиваются сильным взаимодействием.

Если сравниваются процессы, начальное и конечное состояния которых не являются зарядово сопряженными, то нельзя непосредственно выяснить вопрос о существовании *C*-, *CT*- и *CP*-инвариантностей (частные случаи, в которых это утверждение не верно, обсуждаются ниже). С другой стороны, *PT*-, *P*- и *T*-инвариантности могут быть проверены и, следовательно, с помощью *CPT*-теоремы можно выяснить наличие инвариантности относительно преобразований, содержащих *C*. Проверка *P*-инвариантности осуществляется просто путем поиска не исчезающих математических ожиданий псевдоскалярных величин. При проверке же *T*- и *PT*-инвариантностей необходимо учитывать сильные взаимодействия. Следовательно, если имеет место *PT*-инва-

риантность (или, что то же самое, C-инвариантность), то математические ожидания нечетных относительно PT величин [таких как $\langle\sigma\rangle\cdot\mathbf{p}$ и $\langle\sigma\rangle\cdot(\mathbf{p}_1\times\mathbf{p}_2)$] должны быть пропорциональны синусу сдвига фаз начального состояния (или разности сдвигов фаз начального и конечного состояний). При β-распаде ядер взаимодействие в конечном состоянии сводится к кулоновскому взаимодействию электрона с ядром, которое по порядку величины равно $Z\alpha$ (α — постоянная тонкой структуры). Следовательно, *большие* значения таких псевдоскалярных величин, как $\langle\sigma\rangle\cdot\mathbf{p}$, ясно показывают, что инвариантность относительно зарядового сопряжения не имеет места (см. § 3 настоящей главы). С другой стороны, эксперименты по проверке T-инвариантности показывают, что математические ожидания таких величин, как $\langle\sigma\rangle\cdot(\mathbf{p}_1\times\mathbf{p}_2)$ (четных относительно P), малы, если вообще не равны нулю. Это приводит к заключению, что T-инвариантность существует.

Важно заметить, что если обстоятельства позволяют использовать зарядово сопряженный процесс, так что могут быть измерены нечетные относительно C или CP величины, то это дает возможность осуществить прямую проверку C- или CP-инвариантности: обнаружение ненулевого значения какой-нибудь из этих величин указывает на отсутствие инвариантности вне зависимости от наличия сильных взаимодействий в начальном и конечном состояниях. Сильные взаимодействия существенны только тогда, когда проверка инвариантности включает в себя перемену местами начального и конечного состояний.

Как мы видели, следствия CPT-теоремы являются фактически следствиями инвариантности полного лагранжиана относительно преобразований собственной ортохронной группы Лоренца. Если полный лагранжиан, кроме того, инвариантен относительно отражения времени, то естественно ожидать еще более существенных следствий. Поскольку эксперимент с определенностью исключает сколько-нибудь заметное нарушение инвариантности сильных, электромагнитных и слабых взаимодействий относительно отражения времени, то представляется интересным выяснить следствия T-инва-

риантности. Согласно CPT-теореме, T-инвариантность полностью эквивалентна CP-инвариантности, причем изучение следствий CP-инвариантности для различных процессов, происходящих с элементарными частицами, оказывается несколько более удобным (см. гл. 2, § 7).

Одной из частиц, участвующих во многих (хотя и не во всех) процессах слабого взаимодействия, является нейтрино. Экспериментальные данные приводят нас к заключению, что испускаемые при всех распадах нейтрино обладают отрицательной спиральностью ($\mathcal{H} = -1$), а антинейтрино — положительной спиральностью ($\mathcal{H} = +1$). Это означает, что в любом процессе с участием нейтрино имеет место максимальное несохранение четности. Мы видели в гл. 2 [уравнение (2.24)], что дираковская частица с нулевой массой покоя описывается уравнением Вейля, а именно:

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k}\psi_\nu = \pm k_0 \psi_\nu \quad (k_0 = |\mathbf{k}|). \tag{3.63}$$

В отличие от уравнения Дирака уравнение (3.63) является двухкомпонентным не инвариантным относительно P уравнением, приписывающим частице определенную спиральность ($\mathcal{H} = +1$, если в правой частице взят знак плюс). Опыт показывает, что нейтрино удовлетворяет уравнению (3.63) со знаком минус в правой части ($\mathcal{H} = -1$). При таком выборе знака решения уравнения (3.63) с положительными частотами существуют только при $\mathcal{H} = -1$, решений же с $\mathcal{H} = +1$ нет. Если мы совершим теперь над уравнением (3.63) для нейтрино (т. е. со знаком минус в правой части) преобразование C, то получим следующее уравнение для антинейтрино:

$$(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k})\, \psi_{\bar{\nu}} = |k^\circ|\, \psi_{\bar{\nu}}. \tag{3.64}$$

Очевидно, что для уравнения (3.64) решения с положительной энергией существуют только при $\mathcal{H} = +1$, тогда как решений с $\mathcal{H} = -1$ нет. Если мы совершим над уравнениями для нейтрино и антинейтрино преобразование P, то получим

$$\begin{aligned} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k})\, U_P \psi_\nu U_P^{-1} &= k^\circ U_P \psi_\nu U_P^{-1}, \\ (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k})\, U_P \psi_{\bar{\nu}} U_P^{-1} &= -k^\circ U_P \psi_{\bar{\nu}} U_P^{-1}. \end{aligned} \tag{3.65}$$

Из уравнений (3.65) следует, что при преобразовании P уравнения для нейтрино и антинейтрино переходят в уравнения, решения которых идентичны решениям уравнений соответственно для антинейтрино и нейтрино. Иными словами, уравнение Вейля CP-инвариантно.

Мы видим, что нейтрино точно описывается уравнением Вейля [39, 40], поскольку оно участвует только в слабых взаимодействиях (и не участвует в электромагнитных и сильных взаимодействиях), в которых инвариантность относительно C и P в отдельности не имеет места, но инвариантность относительно произведения CP существуют. Так как лагранжианы слабых взаимодействий для процессов с участием нейтрино явно CP-инвариантны (если нейтрино описывается двухкомпонентным уравнением), естественно выбрать также CP-инвариантными лагранжианы взаимодействия для нелептонных распадов.

Одно из наиболее интересных следствий CP-инвариантности связано с K^0-частицей [41]. Напомним, что странность S сохраняется в сильных и электромагнитных взаимодействиях, если мы приписываем $S = +1$ K^0-частице и, следовательно $S = -1$ ее античастице $\overline{K}^0$. Поэтому естественно в процессах сильных и электромагнитных взаимодействий оперировать с K^0- и $\overline{K}^0$-частицами. Однако в распадах этих частиц, вызываемых слабым взаимодействием, странность не сохраняется, тогда как CP-инвариантность лагранжиана имеет место. Поскольку инвариантность относительно некоторого преобразования приводит к сохраняющимся квантовым числам, представляется интересным выяснить, приводит ли CP-инвариантность к некоторым правилам отбора при распаде нейтрального каона. Этого следует ожидать в данном случае, так как для системы с электрическим зарядом $Q = 0$ может быть определена CP-четность.

Чтобы показать, как это осуществляется, мы введем два квантованных поля $\varphi(K_1^0)$ и $\varphi(K^{02})$, выражающихся через квантованные поля $\varphi(K^0)$ и $\varphi(\overline{K}^0)$ следующим

образом:

$$\varphi(K_1^0)=\frac{1}{\sqrt{2}}\{\varphi(K^0)-\varphi(\overline{K}_0)\},\ \varphi(K_2^0)=\frac{1}{\sqrt{2}}\{\varphi(K^0)+\varphi(\overline{K}^0)\}. \tag{3.66}$$

Из определений (3.66) следует

$$\begin{aligned}(U_CU_P)\varphi(K_1^0)(U_CU_P)^{-1}&=+\varphi(K_1^0),\\ (U_CU_P)\varphi(K_2^0)(U_CU_P)^{-1}&=-\varphi(K_2^0).\end{aligned} \tag{3.67}$$

Если теперь выразить одночастичные состояния полей K_1^0 и K_2^0 через одночастичные состояния полей K^0 и $\overline{K}^0$, то мы сразу же увидим, что одночастичные состояния полей K_1^0 и K_2^0 являются собственными состояниями оператора «комбинированной инверсии» CP и что, следовательно, каждому из этих одночастичных состояний можно приписать определенную «комбинированную четность». Точнее это можно записать в виде равенств

$$\begin{aligned}(U_CU_P)a^+(K_1^0)|0\rangle&=a^+(K_1^0)|0\rangle,\\ (U_CU_P)a^+(K_2^0)|0\rangle&=-a^+(K_2^0)|0\rangle,\end{aligned} \tag{3.68}$$

где $a^+(K_1^0)$ и $a^+(K_2^0)$ — операторы рождения соответственно частиц K_1^0 и K_2^0 и осуществлен «естественный» выбор фазового множителя $\eta_{CP}=1$.

Таким образом, CP-инвариантность слабого взаимодействия, ответственного за распад нейтрального каона, позволяет ввести частицы K_1^0 и K_2^0, каждая из которых обладает определенной CP-четностью. Поскольку сохраняющиеся в процессе распада CP-четности частиц K_1^0 и K_2^0 равны соответственно $+1$ и -1, времена жизни K_1^0 и K_2^0, вообще говоря, могут быть различны (что и имеет место в действительности). Поэтому имеет смысл рассматривать K_1^0 и K_2^0 как распадающиеся частицы, а K^0 и $\overline{K}^0$ — как частицы, рождающиеся и участвующие в процессах, обусловленных сильными и электромагнитными взаимодействиями. По этой причине времена жизни нейтрального каона указаны в табл. 1 как времена жизни частиц K_1^0 и K_2^0.

Указанная «дополнительность» свойств K_1^0 и K_2^0, с одной стороны, и K^0 и $\overline{K}^0$, с другой, дала возможность

осуществить интересный опыт, впервые предложенный Пайсом и Пиччиони [42]. Пусть K^0-частица рождается, например, в обусловленном сильным взаимодействием процессе

$$\pi^- + p \to K^0 + \Lambda. \tag{3.69}$$

Из уравнений (3.66) следует, что K^0-мезон является суперпозицией (с равными весами) частиц K_1^0 и K_2^0. Так как время жизни частицы K_1^0 в 100 с лишним раз меньше времени жизни частицы K_2^0 (см. табл. 1), ясно, что за отрезок времени, по порядку величины равный времени жизни K_2^0, K_1^0-компонента практически полностью распадется. Однако оставшуюся K_2^0-компоненту можно рассматривать как суперпозицию (с равными весами) K^0- и $\overline{K}^0$-мезонов [см. уравнения (3.66)]. Следовательно, оставшиеся K_2^0-частицы могут теперь участвовать в процессе сильного взаимодействия типа

$$K_2^0 + p \to \pi^+ + \Lambda. \tag{3.70}$$

Процесс (3.70) не может происходить с чистым пучком K^0-мезонов вследствие сохранения странности в сильных взаимодействиях. Однако этот процесс может происходить с пучком K_2^0-частиц, 50% которого состоит из $\overline{K}^0$-мезонов, способных вызвать реакцию (3.70). Обнаружение реакции (3.70) [43] с нейтральными каонами, возникшими из чистого пучка K^0-мезонов, рожденных в результате сильного взаимодействия в реакции (3.69), является замечательным подтверждением теоретических предсказаний свойств суперпозиций K_1^0- и K_2^0-частиц.

Установленные экспериментально схемы распада нейтрального каона (см. табл. 1) имеют вид

$$\pi^+ + \pi^-, \tag{3.71а}$$
$$2\pi^0, \tag{3.71б}$$
$$\pi^+ + \pi^- + \pi^0, \tag{3.71в}$$
$$3\pi^0, \tag{3.71г}$$
$$\mu^+ + \pi^- + \nu, \tag{3.71д}$$
$$\mu^- + \pi^+ + \overline{\nu}, \tag{3.71е}$$
$$e^+ + \pi^- + \nu, \tag{3.71ж}$$
$$e^- + \pi^+ + \overline{\nu} \tag{3.71з}$$

[существование схемы (3.71г) надежно не установлено]. Поскольку K^0-мезон (так же как и $\overline{K}^0$-мезон) представляет собой суперпозицию (с равными весами) частиц K_1^0 и K_2^0, обладающих разными временами жизни, разумно выяснить, какие из схем распада (3.71) свойственны K_1^0-частице и какие — K_2^0-частице. Сохранение CP-четности в процессах распада позволит нам сразу же выяснить рассматриваемый вопрос. Для этого требуется лишь установить CP-четность конечных состояний, указанных в перечне (3.71). CP-четности двухпионных конечных состояний (3.71а) и (3.71б) равны $+1$, так как зарядовая и пространственная четности этих двухпионных состояний порознь равны $+1$. Отсюда сразу же следует, что K_1^0-частица может распадаться по схемам (3.71а) и (3.71б), тогда как двухпионный распад K_2^0-частицы запрещен CP-инвариантностью.

«Комбинированная четность» трехпионных конечных состояний (3.71в) или (3.71г) зависит от орбитальных моментов испущенных пионов. Выраженная через орбитальные моменты l и L [для схемы (3.71в) l — относительный орбитальный момент π и π^-, L — орбитальный момент π^0 относительно центра масс π^+ и π^-, аналогично определяются эти величины и для схемы (3.71г)] CP-четность

$$\eta_{CP} = (-1)^{L+1}. \tag{3.72}$$

Следует ожидать, что вероятность распада по схемам (3.71в) и (3.71г) будет тем больше, чем ниже центробежный барьер. При $\eta_{CP} = +1$ наинизшие значения (l, L) равны (1, 1), тогда как при $\eta_{CP} = -1$ наинизшие значения равны (0, 0). Поэтому мы можем ожидать, что если нет никаких дополнительных правил отбора, то трехпионный распад K_1^0-частицы должен быть сильно подавлен по сравнению с трехпионным распадом K_2^0-частицы [44]. Так как время жизни K_2^0-частицы более чем в 100 раз превосходит время жизни K_1^0-частицы (по-видимому, это связано с тем, что фазовый объем для двухпионного распада больше фазового объема для

распада по трехпионной схеме), следует ожидать, что распад K_1^0 по схеме (3.71в) будет сильно подавлен (на множитель порядка 10^{-5}) по сравнению с распадами по схемам (3.71а) и (3.71б). В случае трехпионного распада по схеме (3.71г) можно показать, что η_{CP} для конечного состояния $3\pi^0$ может быть равна только -1, но не $+1$ (вследствие идентичности трех пионов). Следовательно, K_2^0-частица может распадаться по схеме (3.71г), тогда как K_1^0-частица не может распадаться на $3\pi^0$ даже с малой вероятностью.

Переходя к схемам распада (3.71д)—(3.71з), мы находим, что ни одному из конечных состояний, отвечающих этим процессам, не может быть приписана определенная *CP*-четность, так как в каждом распаде испускается заряженный лептон (или антилептон) и нейтральный антилептон (или лептон). Следовательно, K_1^0- и K_2^0-частицы могут распадаться по схемам (3.71д) — (3.71з).

В табл. 5 перечислены схемы распада K_1^0- и K_2^0-частиц и вероятности распада для тех схем, для которых эта величина известна[1]). Неудача попыток наблюдения распада K_1^0-частиц по схемам (3.71д)—(3.71з) согласуется с измеренной вероятностью распада по этим схемам K_2^0-частиц, которая мала по сравнению с вероятностью распада K_1^0-частиц по схемам (3.71а) и (3.71б).

Мы рассмотрели выше некоторые следствия *CP*-инвариантности лагранжианов слабых взаимодействий. Было уже отмечено, что из *C*- и *P*-инвариантностей сильных и электромагнитных взаимодействий следует их *CP*-инвариантность. Иными словами, все взаимодействия (сильные, электромагнитные и слабые) *CP*-инвариантны. Возникает вопрос, нельзя ли, исходя из *CP*-инвариантности всех трех типов взаимодействия, *получить* *C*- и *P*-инвариантности сильных и электромагнитных взаимодействий на основе других свойств симметрии, характерных для этих двух типов взаимодействий (и не имеющих места для слабых взаимодействий) [46]? Можно показать, что для электромагнитных взаимодей-

[1]) Табл. 5 составлена по данным, приведенным в работах [45].

Таблица 5

Распад нейтральных каонов

Схема распада	Вероятность распада в единицу времени, $сек^{-1}$
$K_1^0 \to \pi^+ + \pi^-$	$0{,}67 \cdot 10^{10}$
$K_1^0 \to \pi^0 + \pi^0$	$0{,}33 \cdot 10^{10}$
$K_1^0,\ K_2^0 \to \pi^+ + \pi^- + \pi^0$	$3{,}0 \cdot 10^6$
$K_2^0 \to \pi^0 + \pi^0 + \pi^0$	$4{,}5 \cdot 10^6$
$K_1^0 \to \pi^+ + \mu^- + \bar{\nu}$	$13{,}4 \cdot 10^6$
$K_1^0 \to \pi^- + \mu^+ + \nu$	
$K_1^0 \to \pi^- + e^+ + \bar{\nu}$	
$K_1^0 \to \pi^- + e^+ + \nu$	
$K_2^0 \to \pi^+ + \mu^- + \bar{\nu}$	$20{,}4 \cdot 10^6$
$K_2^0 \to \pi^- + \mu^+ + \nu$	
$K_2^0 \to \pi^+ + e^- + \bar{\nu}$	
$K_2^0 \to \pi^- + e^+ + \nu$	

ствий токового типа CP-инвариантность плюс калибровочная инвариантность автоматически приводят к C- и P-инвариантностям. Аналогично этому, в случае взаимодействий нейтрального пиона, не содержащих производных, одновременное существование скалярного и псевдоскалярного взаимодействий невозможно, поскольку они ведут себя по-разному при CP-преобразовании.

Чтобы получить P-инвариантность из CP-инвариантности в случае взаимодействий заряженных пионов, необходимо также привлечь зарядовую симметрию (кроме предположения об отсутствии взаимодействий, содержащих производные). Цепь рассуждений при этом такова. Рассмотрим взаимодействие двух различных дираковских полей ψ_A и ψ_B через посредство мезонного поля φ. Согласно перечисленным выше ограничениям,

это взаимодействие должно иметь вид

$$g\bar{\psi}_A i\gamma_5\psi_B\varphi + g'\bar{\psi}_A\psi_B\varphi + g^*\bar{\psi}_B i\gamma_5\psi_A\varphi^+ + g'^*\bar{\psi}_B\psi_A\varphi^+. \quad (3.73)$$

Постулируем теперь перестановочную симметрию, согласно которой взаимодействие остается инвариантным при преобразовании

$$\psi_A \to \psi_B, \quad \psi_B \to \psi_A, \quad \varphi \to \varphi^+ \quad (3.74)$$

и которая приводит к тому, что обе константы g и g' действительны, т. е.

$$g^* = g, \quad g'^* = g'. \quad (3.75)$$

С другой стороны, при CP-преобразовании (3.73) переходит в выражение (мы считаем φ псевдоскаляром)

$$g\bar{\psi}_B i\gamma_5\psi_A\varphi^+ - g'\bar{\psi}_B\psi_A\varphi^+ + g^*\bar{\psi}_A i\gamma_5\psi_B\varphi - g'^*\bar{\psi}_A\psi_B\varphi. \quad (3.76)$$

Таким образом, CP-инвариантность требует

$$g^* = g, \quad g'^* = -g'. \quad (3.77)$$

Сопоставляя уравнения (3.75) и (3.77), получаем

$$g' = 0, \quad (3.78)$$

что означает наличие P- и C-инвариантностей. Для эрмитового мезонного поля, взаимодействующего с одним дираковским полем, инвариантность относительно преобразования (3.74) тривиальна и, следовательно, P- и C-инвариантности заведомо имеют место.

Следует отметить два обстоятельства [47]. Во-первых, хотя мы рассматривали первичное взаимодействие, доказательство справедливо также и для эффективных взаимодействий: любое CP-инвариантное и перестановочно-симметричное взаимодействие Юкавы, первичное или эффективное, P-и C-инвариантно. Во-вторых, инвариантность относительно перестановки (3.74) для пион-барионных взаимодействий идентична зарядовой симметрии, но для взаимодействия странных частиц, вообще говоря, это не имеет места. Следовательно, для получения P- и C-инвариантностей CP-инвариантных взаимодействий странных частиц зарядовая симметрия бесполезна. В этих случаях надо находить другие подходящие симметрии относительно перестановок типа (3.74).

Существенным моментом в приведенном выше доказательстве является тот факт, что нарушающие сохранение четности (скалярные) члены и сохраняющие четность (псевдоскалярные) члены ведут себя «противоположным образом» при CP-преобразовании и по следующей перестановке (3.74). Это справедливо для билинейных дираковских ковариантов, являющихся скалярами, тензорами и псевдоскалярами. CP-инвариантное и перестановочно-симметричное взаимодействие Юкавы независимо от того, является ли оно первичным или индуцированным, может не быть C- и P-инвариантным только в том случае, если лагранжиан содержит векторные и псевдовекторные члены. В частности, CP-инвариантное электромагнитное взаимодействие типа Паули автоматически C- и P-инвариантно. Поэтому единственно возможное не сохраняющее четность электромагнитное взаимодействие (порождаемое, например, виртуальным несохраняющим четность слабым взаимодействием) должно содержать свертку аксиального вектора с четырехмерной векторной дивергенцией тензора электромагнитного поля

$$\partial^{\mu} F_{\mu\nu} = j_{\nu},$$

где j_{ν} — 4-вектор плотности электрического тока. Таким образом, несохраняющее четность электромагнитное взаимодействие представляет собой свертку 4-вектора плотности электрического тока и билинейного аксиально-векторного ковариант [48]. Свертка аксиального вектора с электромагнитным 4-потенциалом не обладает калибровочной инвариантностью [46]. По этой причине электромагнитные взаимодействия токового типа сохраняют четность независимо от того, предполагается ли априори CP-инвариантность или нет.

Все эти соображения могут быть легко распространены на четырехфермионные взаимодействия. Поскольку несохранение четности в слабых взаимодействиях достаточно хорошо установлено, можно утверждать в рамках CP-инвариантной теории, что несохраняющее четность β-распадное взаимодействие при наличии «расширенной зарядовой симметрии» $p \rightleftarrows n$, $e \rightleftarrows \nu$ должно быть векторного и аксиально-векторного типов.

Необходимо подчеркнуть, что приведенные выше соображения о C- и P-инвариантностях сильных взаимодействий основываются на рассмотрении деталей структуры лагранжианов данных взаимодействий в гораздо большей степени, чем это имело место в предыдущих параграфах. В этом их слабость. Во всяком случае, все еще остается не разрешенной загадкой вопрос о том, почему CP-инвариантность имеет место для всех трех типов взаимодействий, тогда как C- и P-инвариантности свойственны только сильным и электромагнитным взаимодействиям.

§ 6. γ_5-инвариантность и универсальное ферми-взаимодействие

Выше мы видели, как максимальное несохранение четности в процессах с участием нейтрино может быть естественным образом связано с вейлевской (двухкомпонентной) теорией нейтрино [39, 40]. С другой стороны, известно, что в нелептонных процессах слабого взаимодействия, таких, например, как распад Λ-гиперона

$$\begin{aligned} \Lambda &\to p + \pi^-, \\ \Lambda &\to n + \pi^0, \end{aligned} \tag{3.79}$$

также осуществляется близкое к максимальному несохранение четности, и, следовательно, двухкомпонентная теория нейтрино не может объяснить это большое несохранение четности. Мы знаем, далее, что слабые четырехфермионные взаимодействия, ответственные за β-распад, распад и захват мюона относятся к типу $V - A$ (V — вектор, A — аксиальный вектор). Применительно к квантованным дираковским полям можно сформулировать принцип симметрии, однозначно приводящий к $V - A$-взаимодействию. Этот принцип называется γ_5-инвариантностью (киралити-инвариантностью).

Оператор дираковского поля удовлетворяет антикоммутационным соотношениям [см. уравнения (2.59) и (2.60)]

$$\{\psi_\alpha(\mathbf{x}, t),\ \psi_\beta^+(\mathbf{x}', t)\} = \delta_{\alpha\beta}\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}'). \tag{3.80}$$

Если теперь рассмотреть γ_5-преобразование, определяемое соотношением

$$\psi(x) \to \psi'(x) = \gamma_5 \psi(x), \tag{3.81}$$

то увидим, что антикоммутационные соотношения остаются при этом преобразовании неизменными:

$$\{\psi'_\alpha(\mathbf{x}, t),\ \psi'^{+}_\beta(\mathbf{x}', t)\} = \delta_{\alpha\beta}\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}'). \tag{3.82}$$

Таким образом, коммутационные соотношения (и кинематическая часть лагранжиана) инвариантны относительно γ_5-преобразования. Заметим также, что это преобразование является операцией, применимой ко всем полям со спином $^1/_2$, включая вейлевское двухкомпонентное поле. В этом смысле рассматриваемое преобразование является более общим, чем пространственное отражение и зарядовое сопряжение (см. § 5 этой главы).

Симметрия относительно γ_5-преобразования может дать сохраняющееся квантовое число, если полный гамильтониан коммутирует с этим преобразованием. Можно сразу же убедиться в том, что массовый член в лагранжиане свободного поля не является γ_5-инвариантным, так как

$$m\bar{\psi}\psi \to m\bar{\psi}'\psi' = -m\bar{\psi}\psi. \tag{3.83}$$

В то же время электромагнитное взаимодействие токового типа γ_5-инвариантно, поскольку

$$\bar{\psi}\gamma_\mu\psi A^\mu \to \bar{\psi}'\gamma_\mu\psi' A^\mu = \bar{\psi}\gamma_\mu\psi A^\mu. \tag{3.84}$$

Вообще, векторные и аксиально-векторные билинейные коварианты остаются неизменными при γ_5-преобразовании, тогда как скалярные, тензорные и псевдоскалярные коварианты меняют свой знак.

Если мы теперь рассмотрим четырехфермионные взаимодействия и подвергнем одновременно все участвующие в них поля γ_5-преобразованию, то никаких ограничений не возникнет, так как любое четырехфермионное взаимодействие автоматически инвариантно относительно этой операции. Однако если потребовать, чтобы четырехфермионное взаимодействие было инвариантно относительно γ_5-преобразования любого из по-

лей в отдельности, то мы получим уникальное взаимодействие [49]:

$$G\{\bar{\psi}_1\gamma_\mu(1+\gamma_5)\psi_2\}\{\bar{\psi}_3\gamma^\mu(1+\gamma_5)\psi_4\} + \text{Эрмит. сопр.}, \qquad (3.85)$$

где ψ_1, ψ_2, ψ_3, ψ_4 — четыре дираковских (или вейлевских) поля и G — константа связи, имеющая размерность (длина)^2. Выражение (3.85) сразу следует из того, что при γ_5-инвариантности относительно преобразования любого из полей в отдельности

$$\bar{\psi}_1 O\psi_2 = \bar{\psi}_1 O\gamma_5\psi_2 = -\psi_1\gamma_5 O\psi_2. \qquad (3.85а)$$

Условия (3.85а) эквивалентны требованиям

$$[O,\ \gamma_5]_+ = O$$

и

$$O = O\gamma_5.$$

Единственными двумя операторами, антикоммутирующими с γ_5, являются матрицы γ_μ и $\gamma_\mu\gamma_5$, а требование $O = O\gamma_5$ означает, что эти матрицы должны входить в O с одинаковыми коэффициентами, т. е.

$$O = \gamma_\mu(1+\gamma_5).$$

Согласно обычной терминологии, взаимодействие (3.85) есть суперпозиция векторного и аксиально-векторного взаимодействий одинаковой интенсивности (но противоположных по фазе). Это последнее обстоятельство отвечает максимальному несохранению четности.

Если говорить о процессах слабых взаимодействий, в которых сохраняется странность, то полученное выше из γ_5-инвариантности уникальное $V-A$-взаимодействие [50] покоится на очень прочном экспериментальном основании. Так, в области β-распада имеются многочисленные эксперименты по наблюдению угловой корреляции электрон — нейтрино, ассиметрии вылета электронов и нейтрино при распаде поляризованных ядер и т. п. Результаты всех этих опытов находятся в превосходном согласии с предсказаниями теории. При исследовании распада мюона измерялись параметр Мишеля, определяющий форму спектра, поляризация электронов и асимметрия их вылета при распаде поляризованного

мюона. Все результаты согласуются с теорией. Для описания β-распада ядер приходится использовать эффективную константу аксиально-векторного взаимодействия, превышающую примерно на 20% эффективную векторную константу [1]). Однако количественные детали, относящиеся к величине эффективных констант взаимодействия, обусловлены перенормировкой за счет сильных взаимодействий, и связанные с этим расчеты в настоящее время не могут быть удовлетворительно выполнены. Убедительным подтверждением теории универсального $V-A$-взаимодействия для распадов с сохранением странности являются факты, относящиеся к распаду пиона по двум альтернативным схемам:

$$\pi \to \mu + \nu, \quad \pi \to e + \nu. \tag{3.86}$$

Если, исходя из характера универсальной теории, предположить, что константы взаимодействия полей $(\mu\nu)$ и $(e\nu)$ с полями (np) одинаковы, то, независимо от перенормировочных эффектов за счет сильных взаимодействий, можно однозначно предсказать, учтя обычным образом электромагнитные поправки [51], каково должно быть отношение вероятностей распада по указанным двум схемам. Если пренебречь малыми электромагнитными поправками, то это предсказание

$$\frac{W(\pi \to e + \nu)}{W(\pi \to \mu + \nu)} = \left(\frac{m_\pi^2 - m_e^2}{m_\pi^2 - m_\mu^2}\right)\frac{m_e^2}{m_\mu^2} = 1{,}36 \cdot 10^{-4} \tag{3.87}$$

полностью согласуется с экспериментальными результатами.

Проверка универсальной $V-A$-теории для процессов, не сохраняющих странность, несколько более косвенна потому, что, во-первых, экспериментальные данные по этим процессам более скудны и, во-вторых, в самой теории в этом случае имеется бóльшая неопределенность. Предсказание для распада K-частиц, аналогичное

[1]) Величины констант векторного и аксиально-векторного взаимодействий при β-распаде определены из данных по периоду полураспада свободного нейтрона [63*] и зеркальных ядер ($O^{14} \to N^{14*}$ и т. п.). Согласно этим результатам, $G_A^2/G_V^2 = 1{,}42 \pm 0{,}04$. — *Прим. перев.*

(3.87), согласуется с экспериментальными данными, но точность их пока весьма невелика. Если добавить не сохраняющую странность барионную пару (Λp) к трем заряженным парам (np), ($\mu\nu$), ($e\nu$), то можно в принципе описать распады всех гиперонов и каонов и исключить возможность всех ненаблюдавшихся распадов странных частиц. Можно даже сказать, что в целом имеющиеся данные по распадам странных частиц свидетельствуют в пользу суперпозиции векторного и псевдовекторного взаимодействий со сравнимыми константами. На основании современных экспериментальных данных очень трудно более или менее точно оценить абсолютную величину константы взаимодействия. Грубые оценки приводят к меньшей (примерно в 3 раза) константе, чем для распада «обычных» частиц [27].

ЛИТЕРАТУРА

1. Matthews P. T., Relativistic Quantum Theory of Elementary Particle Interactions, Rochester Lecture Notes, U. S. Atomic Energy Comission Document NYO-2097 (1957) (см. перевод: П. Мэтьюс, Релятивистская квантовая теория элементарных частиц, ИЛ, 1959).
2. Wick G. C., Wightman A. S., Wigner E. P., Phys. Rev., **88**, 101 (1952).
3. Plano R., Prodell A., Samios N., Schwartz M., Steinberger J., Phys. Rev. Letters, **3**, 525 (1959).
4. Lee T. D., Yang C. N., Phys. Rev., **104**, 254 (1956).
5. Tanner N., Phys. Rev., **107**, 1203 (1957); Wilkinson D. H., Phys. Rev., **109**, 1603, 1610, 1614 (1958).
6. Haas R., Leipuner L. B., Adair R. K., Phys. Rev., **116**, 1221 (1959).
7. Jones D. P., Murphy P. G., O'Neil P. L., Proc. Phys. Soc., **72**, 429 (1958).
8. Heer E., Roberts A., Tinlot J., Phys. Rev., **111**, 640 (1958).
9. Lander R. L., Powell W. M., White H. S., Phys. Rev. Letters, **3**, 236 (1959).
10. Leitner J. L., Nordin P., Rosenfeld A. H., Solmitz F. T., Tripp R. D., Phys. Rev. Letters, **3**, 238 (1959).
11. Lee T. D., Yang C. N., Elementary Particles and Weak Interactions, New York, 1957.

12. Smith J. H., Purcell E. M., Ramsey N. E., Phys. Rev., **108**, 120 (1957); Nelson D. F., Schupp A. A., Pidd R. W., Crane H. R., Phys. Rev. Letters, **2**, 492 (1959).
13. Алиханов А. И., Труды конференции по физике высоких энергий (Киев, 1959), М. 1960.
14. Wu C. S., Ambler E., Hayward R., Hoppes D., Hudson R., Phys. Rev., **105**, 1413 (1957).
15. Frauenfelder H., Bobone R., von Goeler E., Levine N., Lewis H. R., Peacock R. N., Rossi A., DePasquali G., Phys. Rev., **106**, 386 (1957); Deutsch M., Gittelman B., Bauer R. W., Grodzins L., Sunyar A. W., Phys. Rev., **107**, 1733 (1957).
16. Goldhaber M., Grodzins L., Sunyar A. W., Phys. Rev., **109**, 1015 (1958).
17. Garwin M., Lederman L., Weinrich M., Phys. Rev., **105**, 1415 (1957); Friedman J. I., Telegdi V. L., Phys. Rev., **105**, 1681 (1957).
18. Macq P. C., Crowe K. M., Haddock R. P., Phys. Rev., **112**, 2061 (1958).
19. Astbury A., Blair I. M., Hussain M., Kemp M. A. R., Muirhead H., Voss R. G. P., Phys. Rev. Letters, **3**, 476 (1959).
20. Coombes C. A., Cork B., Galbraith W., Lambertson, Wenzel W., Phys. Rev., **108**, 1348 (1957).
21. Crawford F. S., Cresti M., Good M. L., Gottstein K., Lyman E. M., Solmitz F. T., Stevenson M. L., Ticho H. K., Phys. Rev., **108**, 1102 (1957).
22. Boldt E., Bridge H. S., Caldwell D. O., Pal Y., Phys. Rev. Letters, **1**, 256 (1958); Birge R. W., Fowler W. B., Phys. Rev. Letters, **5**, 254 (1960).
23. Cork B., Kerth L., Wenzel W. A., Cronin J. W., Cool R. L., Phys. Rev., **120**, 1000 (1960).
24. Furry W. H., Phys. Rev., **51**, 125 (1937).
25. Wolfenstein L., Ravenhall D. G., Phys. Rev., **88**, 279 (1953); Pais A., Jost R., Phys. Rev., **87**, 871 (1952).
26 Jauch J. M., Rohrlich F., Theory of Photons and Electrons, Cambridge, 1955.
27 Marshak R. E., Труды конференции по физике высоких энергий (Киев, 1959), М. 1960.
28. Mandl F., Proc. Phys. Soc., **A71**, 686 (1958).

29. Abashian A., Hafner E. M., Phys. Rev. Letters, **1**, 255 (1959); Rosen L., Brolley J. E., Phys. Rev. Letters, **2**, 98 (1959).
30. Burgy M. T., Krohn V. E., Novey T. B., Ringo G. R., Telegdi V. L., Phys. Rev. Letters, **1**, 324 (1958); Clark M., Robson J., Nathans R., Phys. Rev. Letters, **1**, 100 (1958).
31. Fujita J. I., Yamada M., Matumoto Z. I., Nakamura S., Phys. Rev., **108**, 1104 (1957).
32. Ландау Л. Д., Nucl. Phys., **3**, 127 (1957).
33. Luders G., Kongl. Dans. Medd. Fys., **28**, No. 5 (1954); Ann. of Phys., **2**, 1 (1957); Pauli W., Niels Bohr and the Development of Physics, New York, 1955; Schwinger J., Phys. Rev., **82**, 914 (1951); **91**, 714 (1953); Proc. Nat. Acad. Sci. U. S., **44**, 223 (1958) (см. перевод: Нильс Бор и развитие физики, под ред. В. Паули, ИЛ, 1958).
34. Grossman A., Ph. D. Thesis, Harvard University, 1960.
35. Schwinger J. J., Proc. Nat. Acad. Sci. U. S., **44**, 223 (1958).
36. Lee T. D., Oehme R., Yang C. N., Phys. Rev., **106**, 340 (1957).
37. Luders G., Zumino B., Phys. Rev., **106**, 385 (1957).
38. Okubo S., Phys. Rev., **109**, 984 (1958).
39. Lee T. D., Yang C. N., Phys. Rev., **105**, 1671 (1957).
40. Ландау Л. Д., Nucl. Phys., **3**, 127 (1957); Salam A., Nuovo Cimento, **5**, 299 (1957).
41. Lee T. D., Oehme R., Yang C. N., Phys. Rev., **106**, 340 (1957); Gell-Mann M., Pais A., Phys. Rev., **97**, 1387 (1955).
42. Pais A., Piccioni O., Phys. Rev., **100**, 1487 (1955).
43. Muller F., Birge R., Fowler W., Good R., Hirsch W., Matsen R., Oswald L., Powell W., White H., Phys. Rev. Letters, **4**, 418 (1960).
44. Pais A., Treiman B., Phys. Rev., **106**, 1106 (1957); Snow G., Phys. Rev., **103**, 1111 (1956).
45. Crawford F. S., Cresit M., Douglass R. L., Good M. L., Kalbfleisch G., Stevenson M. L., Phys. Rev. Letters, **2**, 361 (1959); Glaser D. A., Труды конференции по физике высоких энергий (Киев, 1959), М. 1960; Bardon M., Lande K., Lederman L. M., Chinowsky W., Ann. of Phys., **5**, 156 (1958).
46. Feinberg G., Phys. Rev., **108**, 878 (1957); Соловьев В., Nucl. Phys., **6**, 618 (1958).
47. Bardakci K., Marshak R. E., Sudarshan E. C. G., Bull. Amer. Phys. Soc. (Ser. II), **5**, 55 (1960).

48. Зельдович Я. Б., ЖЭТФ, **36**, 954 (1959).
49. Sudarshan E. C. G., Marshak R. E., Proceedings of the Padua-Venice Conference on Mesons and Newly Discovered Particles, 1957; Sudarshan E. C. G., Proc. Ind. Acad., **49**, 66 (1959).
50. Sudarshan E. C. G., Marshak R. E., Proceedings of the Padua-Venice Conference on Mesons and Newly Discovered Particles, 1957; Feynman R. P., Gell-Mann M., Phys. Rev., **109**, 193 (1957); Sudarshan E. C. G., Marshak R. E., Phys. Rev., **109**, 1860 (1957); Sakurai J. J., Nuovo Cimento, **7**, 649 (1958).
51. Ruderman M., Finkelstein R., Phys. Rev., **76**, 1458 (1949); Berman S. M., Phys. Rev. Letters, **1**, 468 (1958); Kinoshita T., Phys. Rev. Letters, **2**, 477 (1959).
52. Fazzini T., Fidecaro G., Merrison A. W., Paul H., Tollestrup A. V., Phys. Rev. Letters, **1**, 247 (1958); Impeduglia G., Plano R., Prodell A., Samios N., Schwartz M., Steinberger J., Phys. Rev. Letters, **1**, 249 (1958); Anderson H. L., Fujii T., Miller R. H., Tau L., Phys. Rev. Letters, **2**, 53 (1959).
53*. Дирак П. А., Принципы квантовой механики, М., 1960, стр. 57.
54*. Алиханов А. И., Слабые взаимодействия. Новейшие исследования β-распада, М., 1960.
55*. Telegdi V. L., Proceedings of the 1960 Annual International Conference on High Energy Physics at Rochester, New York, 1960.
56*. Евсеев В. С., Комаров В. И., Кут В. З., Роганов В. С., Черногорова В. А., Шилчак М. М., ЖЭТФ (1961).
57*. Долинский Э. И., Блохинцев Л. Д., ЖЭТФ, **35**, 1488 (1958).
58*. Акимова М. К., Долинский Э. И., Блохинцев Л. Д., ЖЭТФ, **39**, 1806 (1960).
59*. Ландау Л. Д., ДАН СССР, **60**, 207 (1948).
60*. Ахиезер А. И., Берестецкий В. Б., Квантовая электродинамика, М., 1959, стр. 53.
61*. Алиханов А. И., Елисеев Г. П., Любимов В. А., Proceedings of the 1960 Annual International Conference on High Energy Physics at Rochester, New York, 1960.
62*. Алиханов А. И., Елисеев Г. П., Любимов В. А., ЖЭТФ, **35**, 1061 (1958).
63*. Сосновский А. Н., Спивак П. Е., Прокофьев Ю. А., Кутиков И. Е., Добрынин Ю. П., ЖЭТФ, **35**, 1059 (1958).

Глава 4

Аддитивные законы сохранения

§ 1. Аддитивные квантовые числа и калибровочные преобразования

В гл. 1 мы выяснили ту важную роль, которую играют законы сохранения электрического, барионного, лептонного зарядов и странности в запрещении различного рода процессов среди известных нам элементарных частиц. Первые три закона сохранения являются абсолютными, справедливыми для всех трех типов взаимодействий (сильных, электромагнитных и слабых), тогда как четвертый закон «неточен» в том смысле, что он применим только для сильных и электромагнитных, но не для слабых взаимодействий. Если не учитывать это различие, все четыре закона сохранения аналогичны по своему характеру в том смысле, что все они являются аддитивными, т. е. требуют, чтобы суммы соответствующих квантовых чисел для частиц и античастиц были «интегралами движения». Существование какого-либо закона сохранения связано с инвариантностью лагранжиана относительно того или иного преобразования в гильбертовом пространстве многочастичных состояний. Если закон сохранения абсолютен, то инвариантность имеет место для всего лагранжиана, тогда как в случае неточного закона сохранения только часть членов полного лагранжиана инвариантна относительно данного преобразования.

Аддитивным законам сохранения отвечает инвариантность лагранжиана относительно калибровочных преобразований первого рода (они отличаются от калибровочных преобразований второго рода, рассматриваемых в конце этой главы), при которых волновые функции всех частиц умножаются на фазовый множитель $e^{i\lambda}$:

$$\psi^{(j)}(\mathbf{x}, t) \to e^{i\lambda}\psi^{(j)}(\mathbf{x}, t), \tag{4.1}$$

где $\psi^{(j)}(\mathbf{x}, t)$ — волновая функция j-й частицы.

Волновая функция нескольких частиц при калибровочном преобразовании (4.1) умножается на произведение соответствующих одночастичных фазовых множителей. При таком линейном преобразовании волновых функций операторы квантованного поля претерпевают унитарное преобразование.

Связь между преобразованиями операторов поля и (многочастичных) волновых функций приводит к следующему калибровочному преобразованию первого рода для квантованных амплитуд поля:

$$\begin{aligned} \varphi_r^{(j)}(\mathbf{x},\ t) &\to e^{i\lambda A_j}\varphi_r^{(j)}(\mathbf{x},\ t), \\ \varphi_r^{+(j)}(\mathbf{x},\ t) &\to e^{-i\lambda A_j}\varphi_r^{+(j)}(\mathbf{x},\ t). \end{aligned} \tag{4.2}$$

Здесь r — спиновый индекс j-й квантованной амплитуды, A_j — число, которое может зависеть от j, и λ — действительная константа, одинаковая для всех рассматриваемых частиц. Такое калибровочное преобразование нельзя применить к эрмитовому полю, так как оно не сохраняло бы коммутационные соотношения. Инвариантность лагранжиана относительно калибровочного преобразования (4.2) непосредственно приводит к уравнению непрерывности для операторов 4-векторов соответствующих токов. Эти уравнения непрерывности в свою очередь приводят к следующим аддитивным законам сохранения:

$$N_{\text{полн.}} = \sum_j \sum_r \sum_{\mathbf{k}} A_j \left\{ n_{r\mathbf{k}}^{(j)} - \bar{n}_{r\mathbf{k}}^{(j)} \right\} = \text{const}, \tag{4.3}$$

где $n_{r\mathbf{k}}^{(j)}$ и $\bar{n}_{r\mathbf{k}}^{(j)}$ — числа заполнения частиц и античастиц j-го типа в спиновом состоянии r и с импульсом $\mathbf{k}$. Уравнение (4.3) показывает, что j-я частица и j-я античастица дают соответственно вклады A_j и $-A_j$ в $N_{\text{полн.}}$ (не зависящие от спинового состояния и импульса). Тем самым оправдывается термин «аддитивное квантовое число» применительно к A_j.

Если применить к полному лагранжиану электрическое, барионное и лептонное калибровочные преобразования, то получим соответственно абсолютные законы сохранения электрического, барионного и лептонного зарядов. В случае калибровочного преобразования, от-

вечающего странности, закон сохранения получается только в пренебрежении слабыми взаимодействиями. Если квантовому числу, соответствующему какому-либо из указанных четырех калибровочных преобразований, приписывается значение 0 для какой-либо элементарной частицы, то это эквивалентно тому, что соответствующее калибровочное преобразование для данной частицы вообще производить не нужно. Например, нет необходимости производить электромагнитное калибровочное преобразование над квантованным полем нейтральных частиц или барионное калибровочное преобразование над полями лептонов и мезонов. На современном уровне наших знаний вопрос о том, каким калибровочным преобразованиям следует подвергать квантованные поля, представляющие наблюдаемые на опыте частицы, решается эмпирически.

Выведем теперь уравнение (4.3), исходя из преобразования (4.2). Чтобы продемонстрировать метод, мы приведем этот вывод для неэрмитового клейн-гордоновского поля [1]. Лагранжиан такого поля представляет собой эрмитов функционал от φ, φ^+ и их первых пространственных и временны́х производных. Лагранжевы уравнения движения для неэрмитового клейн-гордоновского поля имеют вид

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu}\frac{\delta \mathscr{L}}{\delta\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x^\mu}\right)} = \frac{\delta \mathscr{L}}{\delta \varphi}, \quad \frac{\partial}{\partial x_\mu}\frac{\delta \mathscr{L}}{\delta\left(\frac{\partial \varphi^+}{\partial x^\mu}\right)} = \frac{\delta \mathscr{L}}{\delta \varphi^+}, \tag{4.4}$$

где $\mathscr{L}[\varphi, \varphi^+; \partial\varphi/\partial x^\mu, \partial\varphi^+/\partial x^\mu]$ — лагранжева плотность. Если определить плотность тока частиц как 4-вектор (A — константа)

$$J_\mu = -iA\left(\frac{\delta \mathscr{L}}{\delta\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_\mu}\right)}\varphi - \frac{\delta \mathscr{L}}{\delta\left(\frac{\partial \varphi^+}{\partial x_\mu}\right)}\varphi^+\right), \tag{4.5}$$

то, используя уравнения Лагранжа (4.4), получим

$$\sum_\mu \frac{\partial J_\mu}{\partial x_\mu} = -iA\left\{\left[\frac{\delta \mathscr{L}}{\delta \varphi}\varphi + \frac{\delta \mathscr{L}}{\delta\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_\mu}\right)}\frac{\partial \varphi}{\partial x_\mu}\right] - \left[\frac{\delta \mathscr{L}}{\delta \varphi^+}\varphi^+ + \frac{\delta \mathscr{L}}{\delta\left(\frac{\partial \varphi^+}{\partial x_\mu}\right)}\frac{\partial \varphi^+}{\partial x_\mu}\right]\right\}. \tag{4.6}$$

Правая часть уравнения (4.6) представляет собой вариацию $\delta\mathscr{L}$ при калибровочном преобразовании (4.2), когда λ рассматривается как бесконечно малая величина. Иными словами, φ и φ^+ преобразуются в этом случае следующим образом:

$$\varphi \to (1 + iA\lambda)\varphi \text{ и } \varphi^+ \to (1 - iA\lambda)\varphi^+.$$

Поскольку мы предположили, что $\mathscr{L}$ инвариантно относительно калибровочного преобразования (4.2) (и, следовательно, относительно бесконечно малого калибровочного преобразования), то вариация $\delta\mathscr{L}$ равна нулю. Таким образом, мы приходим к уравнению непрерывности

$$\sum_{\mu} \frac{\partial J_\mu}{\partial x_\mu} = 0, \tag{4.7}$$

и после интегрирования по всему пространству получаем

$$N = \int J_0 d^3x = \text{const}. \tag{4.8}$$

Итак, постоянство величины N следует из существования уравнения непрерывности, которое в свою очередь является следствием инвариантности лагранжиана относительно калибровочного преобразования первого рода. Уравнения (4.7) и (4.8) носят общий характер и применимы к неэрмитовым полям с любым спином.

Чтобы выяснить смысл сохраняющейся величины N, необходимо выразить полевые операторы, представляющие рассматриваемые элементарные частицы, через операторы рождения и уничтожения частиц [2]. Мы не будем здесь делать этого для общего случая неэрмитовых полей с произвольным спином и приведем лишь результаты для клейн-гордоновского, дираковского и вейлевского полей, т. е. только для тех неэрмитовых полей, которые описывают известные нам элементарные частицы (фотону отвечает эрмитово поле). Используя уравнение (4.5), получаем для J_0:

клейн-гордоновское поле: $J_0 = -iA(\varphi\pi - \pi^+\varphi^+)$,

дираковское поле: $J_0 = A\psi^+\psi$, (4.9)

вейлевское поле: $J_0 = A\psi^+\psi$.

Здесь π — канонически сопряженный обобщенный импульс для клейн-гордоновского поля. Если теперь воспользоваться выражением различных полевых амплитуд и канонически сопряженных обобщенных импульсов через операторы рождения и уничтожения частиц, то получим для величины $N = \int J_0 d^3\mathbf{x}$ следующие выражения:

клейн-гордоновское поле: $N = A \sum_{\mathbf{k}} \{a_{\mathbf{k}}^+ a_{\mathbf{k}} - b_{\mathbf{k}}^+ b_{\mathbf{k}}\}$,

дираковское поле: $N = A \sum_r \sum_{\mathbf{k}} \{a_{r\mathbf{k}}^+ a_{r\mathbf{k}} - b_{r\mathbf{k}}^+ b_{r\mathbf{k}}\}$,

вейлевское поле: $N = A \sum_r \sum_{\mathbf{k}} \{a_{r\mathbf{k}}^+ a_{r\mathbf{k}} - b_{r\mathbf{k}}^+ b_{r\mathbf{k}}\}$.

Из определения чисел заполнения n и $\bar{n}$ соответственно для частиц и античастиц следует, что N может быть записано в виде:

клейн-гордоновское поле: $N = A \sum_{\mathbf{k}} (n_{\mathbf{k}} - \bar{n}_{\mathbf{k}})$,

дираковское поле: $N = A \sum_r \sum_{\mathbf{k}} (n_{r\mathbf{k}} - \bar{n}_{r\mathbf{k}})$, (4.10)

вейлевское поле: $N = A \sum_r \sum_{\mathbf{k}} (n_{r\mathbf{k}} - \bar{n}_{r\mathbf{k}})$.

Для клейн-гордоновского поля $n_{\mathbf{k}}$ и $\bar{n}_{\mathbf{k}}$ могут принимать любые неотрицательные значения, включая 0, тогда как в случаях дираковского и вейлевского полей $n_{r\mathbf{k}}$ и $\bar{n}_{r\mathbf{k}}$ могут быть равны только 0 или 1. Для вейлевского поля суммирование по индексу r производится с учетом того факта, что спиральности частицы и античастицы противоположны по знаку. Из уравнений (4.10) следует, что независимо от состояния движения и спина (т. е. для всех полей — клейн-гордоновских, дираковских и вейлевских) вклад в величину N от одной частицы в точности равен $+A$, тогда как одна античастица вносит в N вклад, равный $-A$. В этом и состоит оправдание термина «аддитивное квантовое число», используемого для величины A.

Все эти соображения могут быть распространены и на лагранжианы, содержащие несколько различных комплексных полей, взаимодействующих друг с другом. При этом нет необходимости ограничиваться полями обязательно с одним и тем же спином. С равным успехом можно рассматривать взаимодействия друг с другом полей, отвечающих частицам с целыми и полуцелыми спинами. Существенно лишь, чтобы полный лагранжиан был инвариантен относительно калибровочного преобразования первого рода (4.2), применяемого *одновременно* ко всем рассматриваемым полям. Если это имеет место, то для суммы четырехмерных токов, соответствующих каждому неэрмитовому полю, получается обобщенное уравнение непрерывности [аналогичное уравнению (4.7)]. Из обобщенного уравнения непрерывности следует закон сохранения для полной величины $N_{\text{полн.}}$. Если различные неэрмитовые поля выразить через операторы рождения и уничтожения соответствующих частиц и ввести подходящие числа заполнения, то получим для полной величины $N_{\text{полн.}}$ уравнение (4.3), т. е.

$$N_{\text{полн.}} = \sum_j \sum_r \sum_{\mathbf{k}} A_j \left\{ n_{r\mathbf{k}}^{(j)} - \bar{n}_{r\mathbf{k}}^{(j)} \right\} = \text{const},$$

в котором индекс j отвечает j-му неэрмитовому полю, входящему в полный лагранжиан. Поскольку в полном лагранжиане присутствуют члены, описывающие взаимодействие, то, как и следует из уравнения (4.3), сохраняющейся величиной является только $N_{\text{полн.}}$. С другой стороны, это означает, что требование инвариантности относительно различных калибровочных преобразований накладывает определенные ограничения на полный лагранжиан и, в частности, на члены, описывающие взаимодействие полей. Это обстоятельство будет продемонстрировано ниже на конкретных примерах калибровочных преобразований, соответствующих сохранению электрического, барионного и лептонного зарядов и странности.

Следует отметить, что выражение (4.5) для тока свободного поля зависит только от структуры кинематической части лагранжиана (т. е. от членов, содержащих

высшие производные), а именно:

$$-\frac{\partial\varphi^+}{\partial x_\mu}\frac{\partial\varphi}{\partial x} \quad \text{(клейн-гордоновское поле)},$$

$$i\bar{\psi}\gamma^\mu\frac{\partial\psi}{\partial x_\mu} \quad \text{(дираковское поле)},$$

$$i\psi^+\left(\frac{\partial}{\partial t}-\boldsymbol{\sigma}\cdot\nabla\right)\psi \quad \text{(вейлевское поле)}.$$

Масса частицы не входит в эти выражения. Если мы теперь рассмотрим взаимодействующие поля, то получим то же самое: так как члены, описывающие взаимодействие, не входят в кинематическую часть лагранжиана, то вид выражения для тока и, следовательно, для аддитивного квантового числа, совершенно не изменяется от наличия взаимодействий. В частном случае взаимодействия поля φ со спином 0 с электромагнитным полем A_μ выражение для тока содержит явно вместе с φ и электромагнитное поле, но эта кажущаяся зависимость от A_μ исчезает, если выразить указанные величины через канонические переменные или числа заполнения. Совершенно аналогичное замечание справедливо для всех других случаев градиентной связи. При этом, разумеется, наличие взаимодействий обусловливает возможность «переноса» свойств, описываемых данным аддитивным квантовым числом, от одного типа частиц к другому. Сохраняется только сумма токов по частицам всех типов, а калибровочное преобразование должно производиться над *всеми* взаимодействующими полями.

§ 2. Абсолютные аддитивные законы сохранения

Применим теперь формулу (4.3) для сохраняющейся величины $N_{\text{полн.}}$ к электромагнитным, барионным и лептонным калибровочным преобразованиям, приводящим к абсолютным законам сохранения. Все экспериментальные данные свидетельствуют о том, что полный лагранжиан инвариантен относительно этих калибровочных преобразований применительно к тридцати частицам и и античастицам, перечисленным в табл. 1, и для всех

трех типов взаимодействий (сильных, электромагнитных и слабых). Из указанных трех калибровочных преобразований наиболее знакомым является электромагнитное калибровочное преобразование, и мы рассмотрим его прежде всего. Из тридцати перечисленных в табл. 1 частиц и античастиц шестнадцать электрически заряжены (e^+, e^-, μ^+, μ^-, π^+, π^-, K^+, K^-, p, $\bar{p}$, Σ^+, Σ^-, $\bar{\Sigma}^+$, $\bar{\Sigma}^-$, Ξ^-, $\bar{\Xi}^+$) и четырнадцать нейтральны (γ, ν, $\bar{\nu}$, π^0, K^0, $\bar{K}^0$, n, $\bar{n}$, Λ, $\bar{\Lambda}$, Σ^0, $\bar{\Sigma}^0$, Ξ^0, $\bar{\Xi}^0$). Каждой электрически заряженной частице отвечает неэрмитово поле (клейн-гордоновское или дираковское), преобразующееся при электромагнитном калибровочном преобразовании по закону

$$\varphi_r^{(j)}(x) \to e^{iQ_j\lambda}\varphi_r^{(j)}(x),$$
$$\varphi_r^{(j)+}(x) \to e^{-iQj\lambda}\varphi_r^{(j)+}(x), \tag{4.11}$$

где Q_j — число, относящееся к частице j-го типа. Поскольку параметр A_j в общей формуле калибровочного преобразования (4.2) в данном случае имеет значение Q_j, то сохраняющейся величиной $N_{\text{полн.}}$ будет теперь $Q_{\text{полн.}}$:

$$Q_{\text{полн.}} = \sum_j \sum_r \sum_{\mathbf{k}} Q_j \{n_{r\mathbf{k}}^{(j)} - \bar{n}_{r\mathbf{k}}^{(j)}\} = \text{const}. \tag{4.12}$$

При написании уравнения (4.12) мы предполагали, что все неэрмитовы поля, соответствующие различным электрически заряженным частицам, были подвергнуты одному и тому же калибровочному преобразованию. Следовательно, уравнение (4.12) говорит о том, что электрический заряд каждой частицы и античастицы j-го типа равен соответственно Q_j и $-Q_j$. Из эксперимента следует, что $Q_j = \pm 1$ для всех известных нам частиц и их античастиц.

Из предыдущего ясно, что если $Q_j \neq 0$, то частицам j-го типа отвечает неэрмитово поле. Однако, как уже было отмечено в предыдущих главах, обратное утверждение несправедливо. Если существует хотя бы одно свойство, отличающее частицу от античастицы (например, барионный заряд, лептонный заряд и другие), ока-

зывается необходимым описывать даже электрически нейтральные частицы ($Q_j = 0$) неэрмитовыми полями. В использованной нами ранее терминологии такие частицы носят название «псевдонейтральных». Так, если фотон и нейтральный пион являются «истинно нейтральными» частицами, то все остальные электрически нейтральные частицы «псевдонейтральны»: частицы ν и $\bar{\nu}$ различаются по крайней мере лептонным зарядом, K^0 и $\bar{K}^0$ — странностью; n, Λ, Σ^0 и Ξ^0 отличаются от своих античастиц по крайней мере значением барионного заряда. Несмотря на то что псевдонейтральным частицам отвечают неэрмитовы поля, мы получим для них значение электрического заряда, равное 0, если просто не будем подвергать эти неэрмитовы поля электромагнитному калибровочному преобразованию, применяемому одновременно ко всем неэрмитовым полям, представляющим электрически заряженные частицы.

Инвариантность полного лагранжиана относительно электромагнитного калибровочного преобразования означает, что (поскольку $|Q_j| = 1$) каждый член лагранжиана должен содержать четное число электрически заряженных полей, причем каждое такое поле, приобретающее при калибровочном преобразовании множитель e^{iQ_j}, компенсируется полем, приобретающим множитель e^{-iQ_j}. Это условие, очевидно, выполняется для той части полного лагранжиана, которая относится к свободному полю. Оно удовлетворяется также для многих типов лоренц-инвариантных лагранжианов взаимодействия. Однако поскольку, как мы увидим ниже, должны иметь место еще и некоторые дополнительные законы сохранения, не все такие лагранжианы взаимодействия физически допустимы. Например, лагранжиан взаимодействия, инвариантный относительно электромагнитного калибровочного преобразования, может оказаться неприемлемым вследствие несохранения барионного и лептонного зарядов.

Другая интересная проблема состоит в том, насколько абсолютен закон сохранения электрического заряда? Иными словами, насколько хорошо обоснован этот

закон сохранения экспериментом? Этот вопрос не равнозначен вопросу о том, например, в точности ли равны по абсолютной величине противоположные по знаку заряды электрона и протона. Квантование полей, соответствующих разным электрически заряженным частицам, автоматически приводит к квантованию электрического заряда и в сочетании с калибровочными преобразованиями второго рода (см. § 5 настоящей главы) обусловливает возможность точного равенства абсолютных величин электрических зарядов электрона и протона и противоположности их знаков. С другой стороны, точное равенство абсолютных величин электрических зарядов электрона и протона связано с интенсивностью взаимодействия их с электромагнитным полем. Этот вопрос обсуждается в § 4 настоящей главы. Вопрос же, который нас интересует сейчас, состоит в следующем: можно ли включить в полный лагранжиан члены, не инвариантные относительно электромагнитного калибровочного преобразования первого рода и приводящие поэтому к несохранению электрического заряда?

Чтобы выяснить, имеется ли какое-либо несохранение электрического заряда, изучались процессы типа $e^- \to \nu + \gamma$ или $e^- \to 2\nu + \nu$. Возможность распада электрона по какой-либо из этих схем и, таким образом, нарушения закона сохранения электрического заряда исследовалась путем поисков образования «дырок» в K-оболочках атомов вследствие предполагаемого распада атомных электронов [3]. Эксперимент состоял в попытках регистрации рентгеновского K-излучения кристалла NaJ сцинтилляционным счетчиком. Было установлено, что «парциальный» период полураспада для процесса $e^- \to \nu + \gamma$ превосходит 10^{19} лет. Этот результат означает, что часть лагранжиана взаимодействия, инвариантная относительно электрического калибровочного преобразования и обусловливающая процесс распада $e^- \to \nu + \gamma$, должна характеризоваться эффективной константой связи, много меньшей константы слабого взаимодействия. Действительно, если в лагранжиан взаимодействия входят непосредственно только напряженности электромагнитного поля (см. § 4 этой главы), то эффек-

тивное взаимодействие, обусловливающее распад $e^- \to \nu + \gamma$, должно иметь вид [3]

$$\frac{G_1}{m_e} \bar{\psi}_\nu \sigma_{\alpha\beta} \psi_e F^{\alpha\beta}, \tag{4.13}$$

где ψ_e, ψ_ν — волновые функции электрона и нейтрино, $F^{\alpha\beta}$ — тензор электромагнитного поля (см. гл. 2), $\sigma_{\alpha\beta}$ — дираковский спиновый тензор, m_e — масса электрона и G_1 — безразмерная константа, определяющая интенсивность этого гипотетического взаимодействия. Очевидно, что выражение (4.13) не инвариантно относительно электромагнитного калибровочного преобразования. Время жизни свободного электрона, вычисленное с помощью (4.13), дается формулой

$$\tau_e = \frac{2\pi}{G_1^2} \frac{h}{m_e c^2} = \frac{7 \cdot 10^{-21}}{G_1^2} \text{ сек}. \tag{4.14}$$

Если мы теперь подставим в (4.14) нижний предел для периода полураспада, равный 10^{19} лет, то получим $G_1^2 < 2 \cdot 10^{-47}$. Это значение следует сравнить с безразмерной константой слабого взаимодействия, равной $5 \cdot 10^{-14}$. Напомним, что использование безразмерной константы слабого взаимодействия сопряжено с введением некоторой длины (см. гл. 1, § 3), которая была принята равной комптоновской длине волны пиона. В связи с этим можно было бы возразить, что при рассмотрении процесса $e^- \to \nu + \gamma$ более естественно производить сравнение с безразмерной константой слабого взаимодействия, полученной путем использования комптоновской длины волны электрона. Однако, если даже и поступить таким образом, то константа слабого взаимодействия окажется равной 10^{-23}, что в 10^{24} больше верхнего предела для константы G_1. Аналогичным образом можно получить значения верхних границ для констант других взаимодействий, не инвариантных относительно электромагнитного калибровочного преобразования и приводящих к распаду электрона с несохранением электрического заряда (например, к распаду $e^- \to 2\nu + \bar{\nu}$). Если только такие взаимодействия вообще могут существовать, то характеризующие их безразмерные кон-

станты во всех случаях должны составлять не более чем 10^{-19} от констант обычных слабых взаимодействий (инвариантных относительно электромагнитного калибровочного преобразования). Мы увидим, что возможность существования взаимодействий, не инвариантных относительно барионного калибровочного преобразования, ограничена еще более сильно.

Барионному калибровочному преобразованию подвергаются неэрмитовы поля, представляющие электрически заряженные частицы p, Σ^+, Σ^-, Ξ^- и «псевдонейтральные» частицы n, Λ, Σ^0 и Ξ^0. Это преобразование может быть записано в форме

$$\begin{aligned} \varphi_r^{(j)}(x) &\to e^{iB_j\lambda}\varphi_r^{(j)}(x), \\ \varphi_r^{(j)+}(x) &\to e^{-iB_j\lambda}\varphi_r^{(j)+}(x), \end{aligned} \tag{4.15}$$

где B_j — барионный заряд частицы j-го типа. Квантованные поля, соответствующие фотону, лептонам и мезонам, не меняются при барионном калибровочном преобразовании и, следовательно, этим частицам приписывается $B_j = 0$. В случае барионного калибровочного преобразования общая формула (4.3) для величины $N_{\text{полн.}}$ принимает вид

$$B_{\text{полн.}} = \sum_j \sum_r \sum_{\mathbf{k}} B_j \left\{ n_{r\mathbf{k}}^{(j)} - n_{r\mathbf{k}}^{(j)} \right\} = \text{const}. \tag{4.16}$$

Из выражения (4.16) ясно, что каждый барион обладает барионным зарядом B_j, а каждый антибарион — барионным зарядом $-B_j$. Можно принять $B_j = 1$ для всех j.

Если закон сохранения барионного заряда является абсолютным, то, согласно изложенному выше, полный лагранжиан должен быть инвариантен относительно барионного калибровочного преобразования. Это означает, так же как и в случае электромагнитого калибровочного преобразования, что каждый член полного лагранжиана должен содержать четное число барионных полей, причем любое барионное поле, являющееся объектом преобразования (4.15), должно входить в паре с эрмитово сопряженным ему полем. Такое условие, так

же как соответствующее требование, вытекающее из инвариантности относительно электромагнитного калибровочного преобразования, приводит к дальнейшим ограничениям, накладываемым на возможные лагранжианы взаимодействия. Более того, из закона сохранения барионного заряда непосредственно вытекают следствия для процессов рождения и аннигиляции антибарионов, формально идентичные с теми ограничениями, которые следуют из закона сохранения электрического заряда. Ясно, например, что если в начальном состоянии имеется n барионов и нет антибарионов, то рождению одного антибариона в любом физическом процессе должно сопутствовать появление $n+1$ барионов в конечном состоянии. Если же в начальном состоянии имеется один антибарион и n барионов, то исчезновение (аннигиляция) антибариона в каком-либо физическом процессе может произойти только в том случае, если в конечном состоянии число барионов будет равно $n-1$.

Рассмотрим теперь экспериментальные данные о точности закона сохранения барионного заряда. Наиболее четкая информация получена в результате изучения вопроса о возможной нестабильности наиболее легкого из барионов — протона. Если закон сохранения барионного заряда абсолютен, то не может существовать ни одного физического процесса, в результате которого протон мог бы превратиться в более легкую частицу. Различные эксперименты [4, 5][1]), выполненные с целью обнаружения такого процесса, дают для нижней границы времени жизни протона по какой-либо возможной схеме (например, по схеме $p \to e^+ + \pi^0$) значение порядка $3 \cdot 10^{24}$ лет. Это значение нижней границы для времени жизни устанавливает верхний предел для интенсивности возможных взаимодействий, не инвариантных относительно барионного калибровочного преобразования. Например, если рассматривать гипотетический механизм $p \to e^+ + \pi^0$, то эффективный лагранжиан взаимодействия будет иметь вид

$$G_2 \bar{\psi}_e \psi_p \varphi_{\pi^0}, \tag{4.17}$$

[1]) См. также [5а], где, однако, $L_j = 1$ приписывается μ^+ (а не μ^-), причем требуется существование нейтрино двух типов.

где ψ_p, ψ_e — волновые функции протона и электрона, φ_{π^0} — волновая функция π^0-мезона, G_2 — безразмерная константа. Выражение (4.17) инвариантно относительно электромагнитного калибровочного преобразования, но не инвариантно относительно барионного калибровочного преобразования. Время жизни, определяемое взаимодействием (4.17), дается формулой

$$\tau_p \approx \frac{\hbar}{Mc^2}\frac{1}{G_2^2}. \tag{4.18}$$

Подставив в это равенство нижнюю границу для времени жизни, равную $3 \cdot 10^{24}$ лет, получим $G_2^2 \leqslant 10^{-56}$. Это значение верхней границы для интенсивности взаимодействия, не сохраняющего барионный заряд, характерно также и для других гипотетических взаимодействий, обладающих этим свойством (например, для взаимодействия, обусловливающего процесс $p \to 2e^+ + e^-$), причем оно в 10^9 раз меньше значения верхней границы интенсивности возможных взаимодействий, не сохраняющих электрический заряд. В этом смысле, исходя из экспериментальных данных, можно сказать, что закон сохранения барионного заряда «более абсолютен», чем закон сохранения электрического заряда.

Теоретические положения, относящиеся к сохранению лептонного заряда, весьма схожи с соображениями о сохранении барионного заряда. Лептонное калибровочное преобразование применяется к неэрмитовому (псевдонейтральному) нейтринному полю и к неэрмитовым (электрически заряженным) электронному и мюонному полям. Это преобразование имеет вид

$$\begin{aligned} \varphi_r^{(j)}(x) &\to e^{iL_j\lambda}\varphi_r^{(j)}(x), \\ \varphi_r^{(j)+}(x) &\to e^{-iL_j\lambda}\varphi_r^{(j)+}(x), \end{aligned} \tag{4.19}$$

где L_j — лептонный заряд j-й частицы. Фотонное, мезонные и барионные поля не меняются при лептонном калибровочном преобразовании, и поэтому им приписывается $L_j = 0$. Выражение (4.3) теперь принимает вид

$$L_{\text{полн.}} = \sum_j \sum_r \sum_{\mathbf{k}} L_j \left\{ n_{r\mathbf{k}}^{(j)} - n_{r\mathbf{k}}^{(j)} \right\} = \text{const}. \tag{4.20}$$

Если положить $L_j = 1$ для всех j, то выражение (4.20) показывает, что ν, e^- и μ^- соответствует значение $L_j = +1$, а $\bar{\nu}$, e^+, μ^+ — значение $L_j = -1$. Для e^- и μ^- такое утверждение вполне естественно (и даже тривиально для процессов, в которых сохранение лептонного заряда не дает ничего нового по сравнению с законом сохранения электрического заряда), но для нейтрино из приведенных положений вытекает ряд важных физических следствий. Если полный лагранжиан инвариантен относительно лептонного калибровочного преобразования, то члены, описывающие взаимодействие, должны содержать четное число «спаренных» лептонных полей, и полный лептонный заряд должен быть одинаковым в начальном и конечном состояниях (см. выше о барионном заряде).

Сохранение лептонного заряда согласуется со всеми существующими экспериментальными данными. Наилучшая проверка этого закона сохранения достигнута в результате исследования β-распада атомных ядер. В соответствии с принятым лептонным зарядом при β-распаде нейтрона должна испускаться пара (e^-, $\bar{\nu}$), тогда как при β-распаде протона (внутриядерного) должна рождаться пара (e^+, ν). Кроме непосредственных проверок этого утверждения, основанных на использовании несохранения четности (обсуждавшихся в гл. 3), можно проверить некоторые заключения, не связанные с несохранением четности. Например, из предыдущего следует, что ядерный реактор испускает антинейтрино (так как в результате деления ядер образуются осколки с избытком нейтронов, то им свойственна β^--активность). Поэтому процесс

$$\bar{\nu} + p \to e^+ + n \tag{4.21}$$

возможен, тогда как реакция

$$\bar{\nu} + Cl^{37} \to e^- + Ar^{37} \tag{4.22}$$

должна быть запрещена. Эффективное сечение процесса (4.21) было измерено [6] и оказалось равным $(11 \pm 4) \times \times 10^{-44}$ *см*^{2} (в согласии с предсказанием теории). Для процесса же (4.22) установлена только верхняя граница

возможных значений эффективного сечения [7], равная $(0{,}1 \pm 0{,}6) \cdot 10^{-45}$ *см*^{2}, что по крайней мере в 10 раз меньше того эффективного сечения, которого следовало бы ожидать, если бы нейтрино и антинейтрино были неразличимы. Из-за малых величин эффективных сечений весьма нелегко улучшить эти эксперименты, которые указывают лишь, что относительная интенсивность взаимодействий, не сохраняющих лептонный заряд, составляет не более 10%. Другим подтверждением сохранения лептонного заряда являются отрицательные результаты попыток обнаружить двойной β-распад, разрешенный всеми остальными законами сохранения (энергии, импульса и т. д.). Наиболее хорошо исследованы случаи Ca^{48} и Te^{130} [8], для которых установлены нижние границы времени жизни, равные $1 \cdot 10^{18}$ и $1{,}4 \cdot 10^{21}$ лет [1]). Эти времена жизни согласуются с утверждением, что интенсивность взаимодействий, не сохраняющих лептонный заряд, составляет не более 10% интенсивности взаимодействий, инвариантных относительно лептонного калибровочного преобразования. Все остальные процессы слабых взаимодействий с участием лептонов, в том числе и распады странных частиц (см. табл. 1), также согласуются с законом сохранения лептонного заряда (в пределах 10%).

§ 3. Абсолютные законы сохранения, калибровочные классы и четность

С абсолютными аддитивными законами сохранения связано существование калибровочных преобразований первого рода, приводящих к некоторой неоднозначности в определении четностей каждой из частиц, принадлежащих к данному калибровочному классу. (Мы уже обсуждали в гл. 3, § 2 вопрос о внутренних четностях нейтрального пиона и фотона, не являющихся объектами каких-либо калибровочных преобразований.) В этом можно убедиться следующим образом. Допустим, что полный лагранжиан для n взаимодействую-

[1]) По последним данным период полураспада Ca^{48} больше $7 \cdot 10^{18}$ лет [25*]. — *Прим. перев.*

щих полей инвариантен относительно унитарного преобразования U_P при некотором выборе внутренних четностей η_P^j ($j = 1, 2, ..., n$) этих n полей (см. гл. 3). Допустим далее, что рассматриваемый лагранжиан инвариантен относительно калибровочного преобразования U_G. Тогда имеет место также инвариантность относительно комбинированного преобразования

$$U_P' = U_P U_G = U_P e^{iA_j\lambda}. \tag{4.23}$$

Отсюда ясно, что если выбрать $\lambda = \pi$, то внутренние четности всех взаимодействующих частиц с $A_j = \pm 1$ изменят свой знак. Физический смысл этого состоит в том, что инвариантность лагранжиана относительно данного калибровочного преобразования, в частности инвариантность $\mathscr{L}$ относительно U_P':

$$U_P' \mathscr{L} U_P'^{-1} = \mathscr{L}, \tag{4.24}$$

требует, чтобы поля, являющиеся объектами рассматриваемого калибровочного преобразования, входили в полный лагранжиан только парами. Если в уравнении (4.24) можно положить $\lambda = \pi$, то отсюда сразу же следует, что наблюдаемыми величинами являются только относительные четности частиц внутри данного калибровочного класса (т. е. частиц, являющихся объектами данного калибровочного преобразования). Выше уже было отмечено, что P-преобразование неприменимо к вейлевскому полю, поэтому нейтрино нельзя приписать какую бы то ни было четность.

Рассмотрим теперь некоторые усложнения, обусловленные тем фактом, что полный лагранжиан инвариантен относительно нескольких калибровочных преобразований. Усложнение другого рода создается тем обстоятельством, что между известными нам элементарными частицами существуют взаимодействия, не сохраняющие четность (слабые взаимодействия). Это второе усложнение несущественно для сильно взаимодействующих барионов и мезонов, поскольку слабые взаимодействия действительно весьма слабы по сравнению с сохраняющими четность сильными взаимодействиями. Лептоны, не участвующие в сохраняющих четность

сильных взаимодействиях, будут рассмотрены отдельно. Поэтому рассмотрим сначала барионные и мезонные поля и три калибровочных преобразования (электромагнитное, барионное и соответствующее странности), отвечающих указанным полям. По крайней мере одно из этих трех калибровочных преобразований применимо к любому мезонному полю (за исключением поля, отвечающего нейтральному пиону) и к любому барионному полю. Это можно увидеть из табл. 6, в которой перечислены все частицы, являющиеся объектами трех упомянутых калибровочных преобразований.

Таблица 6

Калибровочные классы для мезонов и барионов

Частица	Электрический заряд	Барионный заряд	Странность
π^+	+1	0	0
K^+	+1	0	+1
K^0	0	0	+1
p	+1	+1	0
n	0	+1	0
Λ^0	0	+1	−1
Σ^+	+1	+1	−1
Σ^0	0	+1	−1
Σ^-	−1	+1	−1
Ξ^0	0	+1	−2
Ξ^-	−1	+1	−2

Представим себе, что существует только одно калибровочное преобразование, например электромагнитное. Тогда из изложенного выше следует, что мы можем, условившись, например, приписать определенную внутреннюю четность протону, установить экспериментально относительные четности других частиц, принадлежащих к электромагнитному калибровочному классу (π^+, K^+, Σ^+, Σ^-, Ξ^-).

Поскольку нейтрон не принадлежит к электромагнитному калибровочному классу, может показаться, что внутреннюю четность нейтрона можно независимо опре-

делить из экспериментальных данных. Однако нейтрон (так же как и протон) принадлежит к барионному калибровочному классу и, следовательно, его внутренняя четность (так же как и в случае протона) может быть фиксирована лишь условно. Если бы существовали только электромагнитный и барионный калибровочные классы, то это означало бы, что внутренние четности Λ, Σ^0 и Ξ^0 можно определить экспериментально (внутренние четности Σ^-, Σ^+, Ξ^-, так же как и четности π^+ и K^+, фиксированы по отношению к протону, поскольку эти частицы принадлежат к электромагнитному калибровочному классу). Однако существование третьего калибровочного класса — калибровочного класса странности — приводит к тому, что внутренняя четность одной из странных частиц, например Λ-частицы, должна быть определена условно, а внутренние четности других странных частиц (см. табл. 6) могут быть найдены экспериментально. Таким образом, мы приходим к заключению, что наличие трех типов калибровочных преобразований для барионов и мезонов, участвующих в сохраняющих четность сильных взаимодействиях, заставляет нас условно фиксировать четности трех частиц, например p, n, Λ, и затем экспериментально находить относительные внутренние четности других частиц. Если четности частиц известны, то четности античастиц фиксируются в соответствии с общим правилом, согласно которому внутренняя четность системы из частицы и античастицы клейн-гордоновского поля положительна, тогда как внутренняя четность такой пары в случае дираковского поля отрицательна.

Основываясь на изложенном, можно сказать, например, что существование реакции

$$\pi^- + d \to 2n, \tag{4.25}$$

идущей из s-состояния атома π-мезодейтерия [9], свидетельствует об отрицательной внутренней четности одной из трех частиц π^-, p или n. Можно было бы считать, например, что четность π^- положительна, а относительная четность p и n отрицательна. Поскольку внутренняя четность π^0-мезона отрицательна, это означало бы, что мы приписываем разные четности членам одного и того

же изотопического мультиплета. Хотя в принципе такой выбор четностей возможен, однако он весьма неудовлетворителен, если иметь в виду формализм изоспина и изотопическую инвариантность сильных взаимодействий. Поэтому мы приписываем одинаковые четности членам каждого изотопического мультиплета (π^+, π^0, π^-), (K^+, K^0), (p, n), (Λ), (Σ^+, Σ^0, Σ^-) и (Ξ^0, Ξ^-). Такой выбор четностей в соответствии с гипотезой зарядовой независимости сильных взаимодействий согласуется и с распределением мезонов и барионов по калибровочным классам, показанным в табл. 6.

Если мы принимаем приведенные выше соображения об изотопическом спине, то условно определенными остаются лишь четности двух частиц, например p и Λ, тогда как четности остальных барионов могут быть установлены экспериментально. Например, из реакции

$$K^- + d \to \Lambda + n \tag{4.26}$$

можно определить четность K-мезона относительно условно определенной четности системы $\Lambda - p$. Были попытки выполнить этот эксперимент, но, к сожалению, результаты пока не позволяют сделать каких-либо определенных заключений. По-видимому, наиболее надежное (хотя и не окончательное) определение четности K-мезонов относительно системы $\Lambda - p$ дает наблюдение реакции

$$K^- + \mathrm{He}^4 \to {}_{\Lambda}\mathrm{He}^4 + \pi^-, \tag{4.27}$$

которая может иметь место только в том случае, если четность K^--мезона относительно системы $\Lambda - p$ отрицательна [10]. Этот вывод был бы однозначным, если бы спин гиперфрагмента ${}_{\Lambda}\mathrm{He}^4$ был равен нулю [11], что представляется весьма вероятным (как можно заключить из исследований свойств легких гиперфрагментов [12]). Если условно считать четность системы $\Lambda - p$ положительной, то более или менее уверенно можно заключить, что каон, так же как и пион, является псевдоскалярной частицей. Имеющаяся в настоящее время информация об относительных четностях Σ- и Ξ-гиперонов недостаточна для сколько-нибудь надежных заключений.

Таблица 7

Калибровочные классы для лептонов

Частица	Электрический заряд	Лептонный заряд
ν	0	+1
e^-	−1	+1
μ^-	−1	+1

Рассмотрим теперь кратко вопрос о четности лептонов. Лептоны принадлежат к двум калибровочным классам: электромагнитному и лептонному (табл. 7). Кроме того, лептоны участвуют в сохраняющих четность электромагнитных взаимодействиях токового типа и в не сохраняющих четность слабых взаимодействиях. Поэтому, не противореча никаким экспериментальным данным, заряженным лептонам можно приписать любую четность. Разумеется, если принять, что e^- и ν являются членами изотопического дублета (см. гл. 5), то обеим частицам следует приписать одну и ту же четность. Это, по-видимому, позволяет определить четности μ^- и, например, ν условно, что создает ситуацию, аналогичную положению для сильно взаимодействующих частиц, для которых четности Λ и p также определены условно. Однако выше (см. гл. 3, § 6) мы видели, что в слабых взаимодействиях участвуют нейтрино только с одним знаком спиральности. Это приводит к необходимости использовать для нейтрино двухкомпонентную (вейлевскую) теорию, в которой понятия четности не существует. Отсюда следует, что четности e и μ могут быть выбраны совершенно произвольно и не существует в принципе способа, с помощью которого можно было бы экспериментально установить относительные четности e и μ.

§ 4. Приближенные аддитивные законы сохранения

В предыдущем параграфе мы рассмотрели абсолютные законы сохранения электрического, барионного и лептонного зарядов. Упоминалось также о другом

аддитивном квантовом числе, называемом странностью. Установлено, что требование сохранения странности (приписанной различным частицам так, как это указано в табл. 1) удовлетворяется во всех реакциях, вызываемых сильными и электромагнитными взаимодействиями, но не выполняется в процессах, обусловленных слабым взаимодействием. Иными словами, мы имеем здесь дело с приближенным аддитивным законом сохранения.

Поскольку мы опять сталкиваемся с аддитивным квантовым числом, целесообразно ввести соответствующее ему калибровочное преобразование, а именно «странное» калибровочное преобразование. Однако поскольку рассматриваемый закон сохранения является приближенным, можно требовать лишь, чтобы часть членов полного лагранжиана была инвариантна относительно странного калибровочного преобразования. Этому калибровочному преобразованию мы будем подвергать мюонное поле, поля K^+ и K^0-мезонов, а также все гиперонные поля. (Как было упомянуто в гл. 1 и как это следует из дальнейшего обсуждения в гл. 5, существует ряд аргументов в пользу того, чтобы считать мюонное поле объектом странного калибровочного преобразования.) Это калибровочное преобразование имеет вид

$$\begin{aligned} \varphi_r^{(j)}(x) &\to e^{iS_j\lambda}\varphi_r^{(j)}(x), \\ \varphi_r^{(j)+}(x) &\to e^{-iS_j\lambda}\varphi_r^{(j)+}(x), \end{aligned} \tag{4.28}$$

где $S_j = -1$ для μ^-, $S_j = +1$ для K^+, K^0, $S_j = -1$ для Λ, Σ^+, Σ^0, Σ^- и $S_j = -2$ для Ξ^0, Ξ^-. Квантованные поля, отвечающие фотону и легчайшим лептонам, мезонам и барионам, остаются неизменными при странном калибровочном преобразовании. Иными словами, этим полям приписывается $S_j = 0$. Важно отметить, что для Ξ-гиперонов $|S_j| = 2$. Наличие значения 2 для $|S_j|$ нарушает полную во всем остальном аналогию между рассматриваемым калибровочным преобразованием и тремя «абсолютными» калибровочными преобразованиями. Это различие может, вообще говоря, оказаться существенным, но на данном этапе аналогия может быть восста-

новлена, если перейти к формализму гиперзарядового калибровочного преобразования (см. ниже).

Можно утверждать, что лагранжианы сильных и электромагнитных взаимодействий инвариантны относительно странного калибровочного преобразования, тогда как для лагранжианов слабых взаимодействий такая инвариантность может не иметь места. Представляется весьма вероятным, что ни в одном из процессов, вызываемых слабыми взаимодействиями, странность не меняется более чем на единицу. Это обстоятельство позволяет высказать дополнительную гипотезу, согласно которой максимальное изменение лагранжианов слабых взаимодействий при странном калибровочном преобразовании состоит в том, что они могут приобрести множитель $e^{\pm i\lambda}$. Если исключить слабые взаимодействия, то общая формула (4.3) для $N_{\text{полн.}}$ принимает вид

$$S_{\text{полн.}} = \sum_j \sum_r \sum_{\mathbf{k}} S_j \{n_{r\mathbf{k}}^{(j)} - n_{r\mathbf{k}}^{(j)}\} = \text{const}. \qquad (4.29)$$

Этот закон сохранения имеет место при всех взаимодействиях, за исключением слабого.

Инвариантность лагранжианов сильных и электромагнитных взаимодействий относительно странного калибровочного преобразования приводит к ряду очень важных следствий, обусловленных законом сохранения странности (4.29). В гл. 1 мы уже отмечали, что сохранение странности позволяет просто объяснить наличие *быстрых* электромагнитных распадов π^0 и Σ^0-частиц и отсутствие таких распадов у всех других известных элементарных частиц (например, $\Sigma^+ \to p + \gamma$ и т. д.). Мы указывали также, что этот закон сохранения выполняется для сильных взаимодействий; это дает возможность понять, почему такие распады, как

$$\begin{aligned} K^+ &\to \pi^+ + \pi^0, \\ \Lambda &\to p + \pi^-, \\ \Sigma^+ &\to p + \pi^0, \end{aligned} \qquad (4.30)$$

не происходят предельно быстро (т. е. с ядерным временем порядка 10^{-23} *сек.*) Гораздо большее время жизни, которое наблюдается для распадов (4.30), характерно

для слабых взаимодействий, не сохраняющих странность. Процессы $\Sigma \to \Lambda + \pi$ разрешены законом сохранения странности, но такой распад свободных гиперонов невозможен по энергетическим соображениям (хотя в качестве виртуальных процессов эти распады имеют место).

Имеется ряд других интересных следствий закона сохранения странности для сильных взаимодействий. Непосредственным следствием этого закона является тот факт, что образование частиц с $S_j \neq 0$ (так называемых странных частиц) должно происходить по крайней мере парами, если в начальном состоянии имелись только «обычные» сильно взаимодействующие частицы (т. е. пионы и нуклоны, для которых $S_j = 0$). Таким образом, рождение Λ- и Σ-гиперонов в нуклон-нуклонных и пион-нуклонных соударениях должно сопровождаться рождением K^0 или K^+-мезонов. Рождение Ξ-гиперонов должно сопровождаться образованием двух каонов, для каждого из которых $S_j = +1$. Другими словами, имеет место «ассоциированное рождение» странных частиц [13], которое разрешает большую дилемму, возникшую в связи с обнаружением «долгоживучести» (по ядерным масштабам) странных частиц и сравнительной «легкости» их рождения. Не всякий процесс «ассоциированного рождения» разрешен законом сохранения странности. Например, реакция $p + p \to \Sigma^+ + \Sigma^+$ запрещена и в действительности никогда не наблюдалась. Отсутствие этой реакции подчеркивает существенное различие аддитивных квантовых чисел (связанных с калибровочными преобразованиями первого рода) и мультипликативных квантовых чисел (связанных с дискретными преобразованиями). Указанная реакция запрещена правилами отбора для аддитивного квантового числа и *не может быть запрещена* правилами отбора для мультипликативных квантовых чисел. Отсюда следует, что странность является аддитивным квантовым числом.

Другим следствием закона сохранения странности является тот факт, что образование K^-- или $\bar{K}^0$-мезона может происходить только в том случае, если количе-

ства энергии достаточно для одновременного рождения K^+- или K^0-мезона. Этим сразу же объясняется, почему наблюдаемый порог рождения K^+-мезонов гораздо меньше порога рождения K^--мезонов, хотя массы K^+- и K^--мезонов в точности равны (они являются частицей и античастицей). Эксперимент подтверждает предсказание о том, что наинизший порог рождения K^+-мезонов (0,90 *Бэв*) в пион-нуклонных соударениях имеет место для реакции

$$\pi^- + p \to K^+ + \Sigma^-, \tag{4.31}$$

тогда как минимальный порог рождения K^--мезонов осуществляется в реакции

$$\pi^- + p \to K^0 + K^- + p. \tag{4.32}$$

Весьма интересным следствием закона сохранения странности в сильных взаимодействиях является заключение о том, что столкновение K^+-мезона с протоном может привести только к упругому рассеянию:

$$K^+ + p \to K^+ + p, \tag{4.33}$$

тогда как в результате взаимодействия K^--мезонов с протонами могут, кроме того (и кроме рассеяния с перезарядкой $K^- + p \to n + \bar{K}^0$), рождаться гипероны:

$$\begin{aligned} K^- + p &\to \pi^0 + \Lambda, \\ K^- + p &\to \pi^0 + \Sigma^0, \\ K^- + p &\to \pi^- + \Sigma^+, \\ K^- + p &\to \pi^+ + \Sigma^-. \end{aligned} \tag{4.34}$$

При написании реакций (4.33) и (4.34) предполагалось, что кинетические энергии каонов достаточны для рождения барионов. Резкое различие между реакциями (4.33) и (4.34) полностью подтверждено экспериментом. Наконец, невозможность отождествления K^0 и $\bar{K}^0$ также вытекает из сохранения странности. Если бы K^0 и $\bar{K}^0$ были идентичными частицами, то была бы разрешена следующая цепочка «виртуальных» переходов, обусловленных сильными взаимодействиями:

$$p + p \to \Sigma^+ + K^0 + p \to \Sigma^+ + \bar{K}^0 + p \to \Sigma^+ + \Sigma^+. \tag{4.35}$$

В конечном счете мы получили бы процесс, который, как уже отмечалось выше, не наблюдается на опыте.

Уже много раз отмечалось, что слабые взаимодействия не сохраняют странность. Вместе с тем известно, что не существует процессов слабых взаимодействий, в которых S менялось бы больше чем на единицу [14]. Поскольку имеются также процессы слабых взаимодействий, не меняющие странность, то это означает, что должно быть два типа лагранжианов слабых взаимодействий: такие, которые инвариантны относительно странного калибровочного преобразования и приводят к процессам типа $n \to p + e^- + \nu$, $\Sigma^+ \to \Lambda^0 + e^+ + \nu$ и т. п. с $\Delta S = 0$, и такие, которые, будучи не инвариантными относительно рассматриваемого калибровочного преобразования, обусловливают распады типа $\Lambda \to p + \pi^-$, $\Xi^- \to \Lambda + \pi^-$, $K^+ \to \pi^+ + \pi^0$, $\Lambda \to p + e^- + \bar{\nu}$ и т. д., характеризуемые $\Delta S = \pm 1$. Если бы $|\Delta S| = 2$ было разрешено для процессов слабых взаимодействий, то распад $\Xi^- \to n + \pi^-$ происходил бы с гораздо большей вероятностью, чем наблюдаемый в действительности распад по схеме $\Xi^- \to \Lambda + \pi^-$. Кроме того, если бы $|\Delta S| = 2$ было разрешено, то разность масс K_1^0 и K_2^0 должна была бы быть намного больше наблюдаемой на опыте (см. гл. 5). Эти закономерности слабых взаимодействий легко могут быть отражены в лагранжевом формализме

С «эстетической» точки зрения неприятно, что величина $|S|$ может принимать столь большое значение как 2. По этой причине для сильно взаимодействующих частиц вводят [15] дополнительное квантовое число Y, называемое «гиперзарядом» и связанное с S уравнением

$$Y_j = S_j + B_j, \tag{4.36}$$

где через B_j, как обычно, обозначен барионный заряд. Гиперзаряд Y_j может иметь следующие значения: $+1$ для нуклонов и каонов с положительной странностью, -1 для гиперонов и 0 для всех остальных сильно взаимодействующих частиц, перечисленных в табл. 1. Античастицы обладают, конечно, гиперзарядом противоположного знака. Таким образом, для всех известных нам

сильно взаимодействующих частиц (и античастиц) $|Y_j| \leqslant 1$. Совершенно очевидно, что сохранение барионного заряда и странности приводит к закону сохранения гиперзаряда. Ясно также, что закон сохранения гиперзаряда можно связать с гиперзарядовым калибровочным преобразованием вида

$$\begin{aligned} \varphi_r^{(j)}(x) &\to e^{iY_j\lambda}\varphi_r^{(j)}(x), \\ \varphi_r^{(j)+}(x) &\to e^{-iY_j\lambda}\varphi_r^{(j)+}(x), \end{aligned} \tag{4.37}$$

где $Y_j = +1$ для p, n, K^+ и K^0, $Y_j = -1$ для Ξ^0 и Ξ^- и $Y_j = 0$ для всех остальных частиц.

В настоящее время выбор между странным и гиперзарядовым калибровочными преобразованиями является вопросом вкуса. Однако если бы были обнаружены какие-нибудь фундаментальные соображения, ограничивающие абсолютные величины аддитивных квантовых чисел значениями 0 и 1, то использование гиперзарядового калибровочного преобразования стало бы предпочтительным. Более того, список возможных сильно взаимодействующих элементарных частиц был бы тогда исчерпан, за исключением одного допустимого дополнения (второй нейтральный мезон). Более подробное обсуждение этого вопроса содержится в гл. 5.

§ 5. Калибровочные преобразования второго рода

Инвариантность полного лагранжиана относительно калибровочного преобразования первого рода приводит к абсолютному закону сохранения величины $N_{\text{полн.}}$ [уравнение (4.3)]. В частности, известно, что существуют три типа калибровочных преобразований первого рода (электромагнитное, барионное и лептонное), приводящие к абсолютным законам сохранения:

$$\begin{aligned} Q_{\text{полн.}} &= \sum_j \sum_r \sum_{\mathbf{k}} Q_j \{n_{r\mathbf{k}}^{(h)} - n_{r\mathbf{k}}^{(j)}\} = \text{const}, \\ B_{\text{полн.}} &= \sum_j \sum_r \sum_{\mathbf{k}} B_j \{n_{r\mathbf{k}}^{(j)} - n_{r\mathbf{k}}^{(j)}\} = \text{const}, \\ L_{\text{полн.}} &= \sum_j \sum_r \sum_{\mathbf{k}} L_j \{n_{r\mathbf{k}}^{(j)} - n_{r\mathbf{k}}^{(j)}\} = \text{const}. \end{aligned} \tag{4.38}$$

Можно показать [3], что если справедливы уравнения (4.38), то линейные комбинации электрического, барионного и лептонного зарядов

$$\begin{aligned} Q'_j &= a_1 Q_j + b_1 B_j + C_1 L_j, \\ B'_j &= a_2 Q_j + b_2 B_j + C_2 L_j, \\ L'_j &= a_3 Q_j + b_3 B_j + C_3 L_j, \end{aligned} \tag{4.39}$$

где a, b и C — произвольные коэффициенты (ограниченные, однако, условием неравенства нулю детерминанта), будут также удовлетворять этим уравнениям. Согласно соотношениям (4.39), Q'_j, B'_j или L'_j могут быть не целыми числами даже в том случае, если Q_j, B_j, L_j целочисленны. Смысл этого утверждения состоит в том, что, даже если рассмотреть все известные процессы с элементарными частицами, то все равно три квантовых числа, определяемых калибровочными преобразованиями первого рода, останутся неопределенными. В качестве этих трех условно определяемых квантовых чисел можно выбрать электрические заряды электрона, протона и нейтрона. Иными словами, из закона сохранения электрического заряда в сочетании с законами сохранения барионного и лептонного зарядов не следует обязательно, что «количества электричества» протона и электрона равны по абсолютной величине и противоположны по знаку, а «количество электричества» нейтрона равно нулю.

Можно было бы не делать различия между «электрическим зарядом» и «количеством электричества», если бы понятие электрического заряда не имело двойного смысла. С одной стороны, электрический заряд — это приписываемое частицам целое квантовое число, с другой — он является константой взаимодействия заряженных частиц с электромагнитным полем. Ниоткуда не следует, что электромагнитные константы связи, например протона и электрона, равны по абсолютной величине и противоположны по знаку или что электромагнитная константа связи нейтрона равна нулю. Эти факты можно установить только экспериментально. «Количество электричества» протона, электрона и нейтрона можно, очевидно, измерить, помещая эти частицы во

внешние электромагнитные поля. В лучшем из экспериментов этого типа [16], в котором была сделана попытка обнаружить хотя бы малое «количество электричества» у нейтрона, измерялось отклонение пучка нейтронов в однородном электрическом поле. На основании этого эксперимента установлено, что «количество электричества» нейтрона $|q_n| < 1{,}3 \cdot 10^{-14} |q_e|$. Другие эксперименты показали, что $|q_p + q_e| < 1{,}7 \cdot 10^{-14} |q_e|$. Астрономические соображения (связанные с моделью расширяющейся Вселенной [17]) понизили верхнюю границу для разности зарядов электрона и протона до $2 \cdot 10^{-18} |q_e|$.

Равенство «количеств электричества» различных заряженных частиц, несмотря на их весьма разные сильные взаимодействия, тесно связано с абсолютным законом сохранения для 4-вектора плотности заряда и тока и известно как электродинамическое тождество Уорда [18]. Во всех случаях, когда взаимодействие осуществляется через посредство строго сохраняющегося тока, соответствующая «константа связи» не меняется от других взаимодействий [19]. Такого рода ситуация возникает для сохраняющих странность токов в теории слабых взаимодействий (см. гл. 3, § 6 и гл. 5, § 4); эти токи можно связать с барионным током, который сохраняется. Тождество Уорда позволяет также объяснить, почему фермиевская константа в β-распаде ядер так близка к константе связи, определяющей распад мюона [20].

Существование внешнего электромагнитного поля приводит к тому, что электрический заряд играет роль не только аддитивного квантового числа, но и константы связи, значение которой можно измерить непосредственно. Хорошо известно, что классическое электромагнитное поле инвариантно относительно калибровочного преобразования второго рода

$$A_\mu \to A_\mu + \frac{\partial \chi(x)}{\partial x_\mu}. \tag{4.40}$$

Напряженности электрического и магнитного полей не меняются при преобразовании (4.40). При квантовании электромагнитного поля, чтобы гарантировать

равенство нулю массы покоя кванта, т. е. фотона, также необходимо требовать инвариантность относительно калибровочного преобразования второго рода.

Если электромагнитные потенциалы подвергаются калибровочному преобразованию (4.40), то отвечающее данной частице (бозону или фермиону) неэрмитово (электрически заряженное) поле должно быть также подвергнуто обобщенному электромагнитному калибровочному преобразованию, а именно:

$$\varphi_r^{(j)}(x) \to e^{ieQ_j\chi(x)}\varphi_r^{(j)}(x),$$
$$\varphi_r^{(j)+}(x) \to e^{-ieQ_j\chi(x)}\varphi_r^{(j)+}(x). \tag{4.41}$$

Здесь e — электрический заряд, χ — та же функция пространственных координат и времени, которая входит в преобразование (4.40). Произведение $e\chi$ заменяет константу λ, входящую в электромагнитное калибровочное преобразование первого рода [уравнения (4.11)]. Поскольку

$$\left[\frac{\partial}{\partial x_\mu} - ieQ_j\left(A_\mu + \frac{\partial\chi}{\partial x_\mu}\right)\right]e^{ieQ_j\chi} = e^{ieQ_j\chi}\left[\frac{\partial}{\partial x_\mu} - ieQ_jA_\mu\right], \tag{4.42}$$

то для получения закона сохранения электрического заряда и вместе с тем обеспечения неизменности напряженностей электрического и магнитного полей при калибровочном преобразовании (4.40) необходимо потребовать инвариантность полного лагранжиана относительно одновременно производимых калибровочных преобразований (4.40) над A_μ и калибровочных преобразований «первого рода» (4.41) над полями [21]. Отсюда следует, что калибровочное преобразование (4.41) с переменной фазой (так как χ есть функция x) выглядит совершенно так же, как калибровочное преобразование (4.11) с постоянной фазой, если везде в лагранжиане заменить $\partial/\partial x_\mu$ на $[(\partial/\partial x_\mu) - ieQ_jA_\mu]$. Таким образом, электрический заряд e входит в полный лагранжиан как константа взаимодействия между квантованными полями, представляющими заряженные частицы, и электромагнитным полем, соответствующим фотону. Далее,

что электрические заряды электрона, протона и нейтрона могут быть непосредственно измерены. Результаты этих измерений приведены выше.

В случае барионного и лептонного калибровочных преобразований не существует аналогов A_μ. Это означает, что не существует внешних полей, взаимодействующих с барионным или лептонным зарядом элементарной частицы. Представим себе, что существует нейтральное векторное поле с нулевой массой покоя (как у фотона), которое взаимодействует со всеми барионами. Тогда каждый барион будет характеризоваться константой взаимодействия — барионным зарядом η, и каждый антибарион будет иметь барионный заряд $-\eta$. Сила, действующая между двумя массивными телами, будет тогда частично обусловлена «кулоноподобным» отталкиванием между барионными зарядами, которое уменьшит гравитационное притяжение массивных тел. Прецизионные измерения Этвеша с сотрудниками [22] показали, что значения отношения гравитационной и инертной масс для разных атомов отличаются друг от друга не больше чем на 10^{-8}. Это позволяет установить, что верхняя граница для барионного заряда η определяется соотношением

$$\eta \lesssim 3 \cdot 10^{-3} M \sqrt{\varkappa}, \tag{4.43}$$

где $\varkappa$ — гравитационная постоянная и M — масса протона [23]. Неравенство (4.43) показывает, что отношение барионного заряда к электрическому меньше или равно $5 \cdot 10^{-21}$, т. е. является очень малой величиной. Это означает, что концепция барионного заряда как константы взаимодействия вряд ли имеет смысл и его следует трактовать в соответствии с сохранением аддитивного квантового числа, вытекающим из инвариантности полного лагранжиана относительно барионного калибровочного преобразования первого рода. Аналогичные утверждения могут быть высказаны о лептонном заряде и лептонном калибровочном преобразовании «второго рода» [1]).

[1]) Другая, необычная точка зрения высказана в работе [24].

ЛИТЕРАТУРА

1. Wentzel G., Quantum Theory of Fields, New York, 1949 (см. перевод первого издания: Г. Вентцель, Введение в квантовую теорию волновых полей, М., 1947).
2. Matthews P. T., The Relativistic Quantum Theory of Elementary Particle Interactions, Rochester Lecture Notes, U. S. Atomic Energy Comission Document NYO-2097, 1957 (см. перевод: П. Мэтьюс, Релятивистская квантовая теория элементарных частиц, ИЛ, 1959).
3. Feinberg G., Goldhaber M., Proc. Nat. Acad. Sci. U. S., **45**, 1301 (1959).
4. Backenstoss G., Frauenfelder H., Hyams B., Koester L., Marin P., Nuovo Cimento, **16**, 749 (1960); Флеров Г. Н., Клочков Д. С., Скобкин В. С., Терентьев В. В., ДАН СССР, **118**, 69 (1959).
5. Reines F., Cowan C. L., Kruse H. W., Phys. Rev., **109**, 609 (1957).

5a. Konopinski E. J., Mahmoud H. M., Phys. Rev., **92**, 1045 (1953).

6. Cowan C. L., Reines F., Phys. Rev., **107**, 1609 (1957).
7. Davies R., Phys. Rev., **97**, 766 (1955).
8. Primakoff H., Rosen S. P., Reports on Progress in Physics, Vol. 22, London, 1959.
9. Marshak R. E., Meson Physics, New York, 1952 and New York, 1959.
10. Block M. M., Brucker E. B., Hughes I. S., Kikuchi T., Meltzer C., Anderson F., Pevsner A., Harth E. M., Leitner J., Cohn H. O., Phys. Rev. Letters, **3**, 291 (1959).
11. Dalitz R. H., Труды конференции по физике высоких энергий (Киев, 1959), М. 1960.
12. Iwao S., Sudarshan E. C. G., Phys. Rev. Letters, **4**, 140 (1960).
13. Pais A., Phys. Rev., **86**, 663 (1952).
14. Gell-Mann M., Rosenfeld A. H., Annual Review of Nuclear Science, Vol. 7, Annual Reviews, Palo Alto, 1957; Okun L. B., Annual Review of Nuclear Science, Vol. 9, Annual Reviews, Palo Alto, 1959 [см. на русском языке: Л. Б. Окунь, УФН, **68**, № 31 (1959)].
15. d'Espagnat B., Prentki J, Nucl. Phys., **1**, 33 (1956); Schwinger J., Phys. Rev., **104**, 1164 (1956).

16. Zorn J. C., Chamberlain G. E., Hughes A. W., Bull. Am. Phys. Soc. (Ser. II), **5**, 36 (1960).
17. Lyttleton R. A., Bondi H., Proc. Roy. Soc., **A252**, 313 (1959).
18. Ward J. C., Phys. Rev., **78**, 182 (1950).
19. Okubo S., Nuovo Cimento, **13**, 292 (1959).
20. Герштейн С. С., Зельдович Я. Б., ЖЭТФ, **29**, 698 (1955); Feynman R P., Gell-Mann M., Phys. Rev., **109**, 193 (1958).
21. Weyl H., Space-Time-Matter, New York, 1951; Pauli W., Rev. Mod. Phys., **13**, 203 (1941) (см. перевод: В. Паули, Релятивистская теория элементарных частиц, ИЛ, 1947).
22. Eötvös R. V., Pekár D., Fekete E., Ann. d. Phys., **68**, 11 (1922).
23. Lee T. D., Yang C. N., Phys. Rev., **98**, 1501 (1955).
24. Sakurai J. J., Ann. of Phys., **11**, 1 (1960).
25*. Доброхотов Е. И., Лазаренко В. Р., Лукьянов С. Ю., ЖЭТФ, **76**, 54 (1959).

Глава 5

Изотопическое вращение и правила отбора

§ 1. Изотопические мультиплеты и аддитивные квантовые числа

В предыдущих главах мы видели, что три класса элементарных частиц, перечисленных в табл. 1, а именно лептоны, мезоны и барионы (имея в виду цель данного обсуждения, мы исключаем фотон), отличаются друг от друга различными значениями (B_j, L_j). Кроме того, внутри каждого класса имеется подразделение по S_j. Наконец, частицы каждой подгруппы (легкие лептоны, пионы, каоны, нуклоны, Σ-гипероны, Ξ-гипероны) отличаются друг от друга различными значениями Q_j. Как указывалось выше, у античастиц знаки четырех чисел B_j, L_j, S_j, Q_j противоположны, и они классифицируются таким же образом, как и частицы. Иными словами, за исключением вырождения в случае Λ- и Σ^0-гиперонов, любая известная нам элементарная частица однозначно выделяется заданием четырех аддитивных квантовых чисел B_j, L_j, S_j, Q_j.

Важным обстоятельством является тот факт, что частицы, различающиеся значениями B_j, L_j, S_j, отличаются друг от друга по массе сильнее, чем частицы, имеющие одинаковые B_j, L_j, S_j, но разные Q_j. Так, разности масс нейтрального и заряженного пионов, нейтрального и заряженного каонов, нейтрального и заряженного нуклонов и т. д. много меньше разностей масс пиона и каона, каона и нуклона и т. д. Мы уже говорили (см. гл. 1) о привлекательной гипотезе, состоящей в том, что малые разности масс нейтральных и заряженных пионов, нуклонов и т. д. есть следствие малости собственных энергий, обусловленных виртуальными электромагнитными процессами, и что эти разности масс вообще обратились бы в нуль, если бы электромагнитные взаимодействия были «выключены».

В некотором смысле нейтральные и заряженные разновидности пионов, нуклонов и т. д. можно рассматривать как различные зарядовые состояния одной и той же частицы — пиона, нуклона и т. д. Более того, оказывается, что сильные взаимодействия между мезонами и барионами не зависят от зарядовых состояний пиона, каона, нуклона и т. д. Эта «зарядовая независимость» сильных взаимодействий [1—3], разумеется, не имеет места для электромагнитных, а также и для слабых взаимодействий. Ввиду важности сильных взаимодействий весьма существенно создание формализма, в котором зарядовая независимость содержалась бы в виде компактного математического аппарата. Таким является формализм изотопического спина, дающий одновременно возможность получить общее соотношение между аддитивными квантовыми числами (формула Гелл-Манна-Нишиджимы).

Формализм изотопического спина можно ввести многими различными способами. Обычно исходят из двух зарядовых состояний нуклона (протон и нейтрон) и вводят вектор изотопического спина τ, аналогичный вектору обычного спина σ. Однако если иметь в виду рассмотренные нами в гл. 4 калибровочные преобразования первого рода, то представляется более последовательным ввести вначале формализм изотопического спина для пиона. Пион имеет три зарядовых состояния π^+, π^- и π^0, причем π^- есть античастица по отношению к π^+, а π^0 тождествен со своей античастицей. Так как π^+ заряжен, то для его описания требуется неэрмитов полевой оператор φ, в то время как «истинно» нейтральная частица π^0 может быть представлена эрмитовым полевым оператором. Неэрмитово поле φ всегда можно рассматривать как линейную комбинацию двух эрмитовых полей φ_1 и φ_2 с определенным соотношением фаз, а именно:

$$\begin{aligned} \varphi(x) &= \frac{1}{\sqrt{2}}[\varphi_1(x) + i\varphi_2(x)], \\ \varphi^+(x) &= \frac{1}{\sqrt{2}}[\varphi_1(x) - i\varphi_2(x)]. \end{aligned} \tag{5.1}$$

В уравнениях (5.1) φ — оператор поля для π^+, а φ^+ — для π^-. Если мы обозначим эрмитов оператор поля

для π^0 через φ_3, то пион будет описываться совокупностью трех эрмитовых полей φ_1, φ_2, φ_3, которые мы обозначим символом φ. Электромагнитному калибровочному преобразованию [см. уравнение (4.11)] подвергается только заряженное пионное поле. В новых обозначениях имеем

$$\varphi' = e^{iQ\lambda}\varphi, \quad \varphi^{+\prime} = e^{-iQ\lambda}\varphi^+, \quad \varphi_3' = \varphi_3,$$

или

$$\begin{aligned} \varphi_1' &= \cos(Q\lambda)\,\varphi_1 - \sin(Q\lambda)\,\varphi_2, \\ \varphi_2' &= \sin(Q\lambda)\,\varphi_1 + \cos(Q\lambda)\,\varphi_2, \\ \varphi_3' &= \varphi_3. \end{aligned} \tag{5.2}$$

Отсюда видно, что электромагнитное калибровочное преобразование первого рода можно рассматривать как некоторое вращение. Из уравнений (5.2) видно, что преобразование трехмерного вектора φ можно назвать вращением на угол $Q\lambda$ относительно «третьей оси» в «зарядовом пространстве».

Поскольку электромагнитное калибровочное преобразование эквивалентно вращению относительно оси (третьей оси) в новом пространстве, которое мы будем теперь называть пространством изотопического спина, можно также рассматривать вращения относительно осей *1* и *2*, в связи с чем становится формально правомерным и понятие момента количества движения. Поскольку полный лагранжиан инвариантен относительно электромагнитного калибровочного преобразования, он будет также инвариантен относительно вращения вокруг третьей оси в пространстве изотопического спина, и сохранение электрического заряда (являющееся следствием инвариантности относительно электромагнитного калибровочного преобразования) будет теперь выглядеть как сохранение третьей компоненты изотопического спина. Если обозначить вектор изотопического спина через $\mathbf{I}$, то можно сказать, что его третья компонента I_3 эквивалентна Q. В более развернутой форме выражение для Q можно записать в виде [см. уравнения (4.9)]

$$Q = \int \{\pi_1\varphi_2 - \pi_2\varphi_1\}\, d^3x, \tag{5.3}$$

где π_1 и π_2 — обобщенные импульсы, канонически сопряженные соответственно φ_1 и φ_2. Напомним [уравнение (2.38)], что

$$\pi = \frac{\delta \mathscr{L}}{\delta \dot{\varphi}}, \quad \pi^+ = \frac{\delta \mathscr{L}}{\delta \dot{\varphi}^+},$$

и введем определение

$$\pi = \frac{\pi_1 - i\pi_2}{\sqrt{2}}, \quad \pi^+ = \frac{\pi_1 + i\pi_2}{\sqrt{2}}.$$

Выражение (5.3) может быть переписано в виде

$$Q = I_3 = \int (\pi \times \varphi)_3 \, d^3x = \sum_{\mathbf{k}} (a_+^+ a_+ - a_-^+ a_-) =$$

$$= \sum_{\mathbf{k}} (a_1^+ a_2 - a_2^+ a_1), \qquad (5.4)$$

где $\boldsymbol{\pi} = (\pi_1, \pi_2, \pi_3)$, а π_3 — величина, канонически сопряженная φ_3. Выражение (5.4) в явной форме представляет компоненту следующего трехмерного вектора в изотопическом пространстве:

$$\mathbf{I} = \int (\boldsymbol{\pi} \times \boldsymbol{\varphi}) \, d^3x = \sum_{\mathbf{k}} (\mathbf{a}^+ \times \mathbf{a}). \qquad (5.5)$$

Здесь $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3)$ и $\mathbf{a}^+ = (a_1^+, a_2^+, a_3^+)$ — операторы аннигиляции и рождения частиц для эрмитовых полей $(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$.

Поскольку электрический заряд Q является аддитивным квантовым числом, третья компонента изотопического спина I_3 также должна быть аддитивным квантовым числом; действительно, третья компонента момента количества движения обладает таким свойством. Если бы весь формализм изотопического спина сводился только к использованию его третьей компоненты, то замена Q на I_3 имела бы очень небольшой смысл. Однако, как мы увидим, другие две компоненты изотопического спина (I_1 и I_2) входят в лагранжианы сильных взаимодействий совершенно симметричным образом, благодаря чему изотопический спин становится полезной концепцией. Из выражения (5.4) ясно, что для однопионных состояний I_3 принимает значения 1, 0, —1.

Мы говорим, что пион есть «изовектор», потому что три компоненты φ_1, φ_2, φ_3 преобразуются как компоненты вектора при всех вращениях в пространстве изотопического спина.

Пространство изотопического спина было введено в результате выяснения трансформационных свойств трехкомпонентного пионного поля относительно электромагнитного калибровочного преобразования. Совершенно так же поле, существующее только в одном зарядовом состоянии, можно рассматривать как «изоскаляр», а поле, обладающее двумя зарядовыми состояниями, можно трактовать как «изоспинор» в пространстве изотопического спина. Идти дальше изовектора нет необходимости, поскольку ни одна из элементарных частиц не имеет больше трех зарядовых состояний. В силу формальной аналогии между обычным пространством и пространством изотопического спина операторы момента, соответствующие изоскалярам и изоспинорам, формально идентичны операторам момента в обычном пространстве.

Рассмотрим теперь изоспиноры, хорошим примером которых является нуклон. Мы запишем изоспинорную волновую функцию в виде $\psi = \begin{pmatrix} \psi_a \\ \psi_b \end{pmatrix}$, где в случае нуклона ψ_a и ψ_b — соответственно волновые функции протона и нейтрона. Следуя тем же соображениям, что и в случае изовекторного пионного поля, мы получаем для третьей компоненты изотопического спина выражение, аналогичное выражению (5.3), а именно:

$$I_3 = \frac{1}{2} \int (\psi^+ \tau_3 \psi)\, d^3x. \tag{5.6}$$

Здесь матрица $\tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ формально идентична третьей матрице спина Паули. Выражение (5.6) может быть переписано в более развернутом виде

$$I_3 = \frac{1}{2} \int (\psi_a^+ \psi_a - \psi_b^+ \psi_b)\, d^3x = \\ = \frac{1}{2} \sum_r \sum_{\mathbf{k}} \{ n_{r\mathbf{k}}^{(a)} - \bar{n}_{r\mathbf{k}}^{(a)} - n_{r\mathbf{k}}^{(b)} + \bar{n}_{r\mathbf{k}}^{(b)} \}, \tag{5.7}$$

где $n^{(a)}$, $\bar{n}^{(a)}$, $n^{(b)}$, $\bar{n}^{(b)}$ — числа заполнения соответственно для частицы a, античастицы $\bar{a}$, частицы b и античастицы $\bar{b}$. Исследование выражения (5.7) показывает, что I_3 не идентично электрическому заряду Q [как это было в случае изовектора; см. выражение (5.3)], но в частном случае нуклона отличается от электрического заряда на величину $B/2$ (B — барионный заряд). Иными словами, для нуклона мы имеем следующее соотношение:

$$Q = I_3 + \frac{B}{2}. \tag{5.8}$$

Этот результат не является неожиданным, если вспомнить, что изоспинору отвечает изотопический спин $^1/_2$ и, следовательно, третья компонента принимает только значения $+^1/_2$ и $-^1/_2$, тогда как электрический заряд Q есть целое число. Выражение (5.7) представляет также интерес потому, что, как видно из него, I_3 меняет знак при переходе к античастице ($I_3 = {}^1/_2$ для p и $\bar{n}$ и $I_3 = -{}^1/_2$ для n и $\bar{p}$). Этого и следовало ожидать для аддитивного квантового числа. По аналогии с обычной терминологией, когда частицы с целым спином называются бозонами (поскольку они подчиняются статистике Бозе — Эйнштейна), а частицы с полуцелым спином — фермионами (так как для них имеет место статистика Ферми — Дирака), изоскаляры и изовекторы называются изобозонами, а изоспиноры — изофермионами. Однако эта терминология может ввести в заблуждение, поскольку на самом деле, как мы увидим, обязательной связи между изотопическим спином и статистикой не существует.

Мы можем усмотреть теперь любопытную корреляцию для перечисленных в табл. 1 мезонов и барионов. Частицы с нулевой странностью, а именно пион и нуклон, являются изобозонами, если они бозоны в обычном смысле, и изофермионами, если они оказываются обычными фермионами. Частицы со странностью $|S_j| = 1$ оказываются изофермионами, если они обычные бозоны (каоны), и изобозонами, если они являются обычными фермионами (Λ- и Σ-гипероны). Наконец, если $|S_j| = 2$ (Ξ-гиперон), то обычный фермион является и изофер-

мионом. Из самого определения изотопического спина следует, что среднее значение I_3 по всем компонентам изотопического мультиплета должно быть равно нулю. С этой точки зрения ясно, что сдвиг на $+^1/_2$ центра тяжести электрического заряда каона (который является бозоном) относительно центра тяжести заряда пиона (который тоже является бозоном) должен быть как-то связан с разностью странностей этих двух бозонов. Совершенно также смещение центра тяжести электрического заряда Λ-, Σ- и Ξ-гиперонов (на $-^1/_2$ в случае Λ- и Σ-гиперонов и на -1 для Ξ-гиперона) относительно центра тяжести электрического заряда нуклона должно быть как-то связано со значениями странностей этих четырех барионов. Поэтому число S должно каким-то образом (и при том обязательно линейно) входить в соотношение между Q и I_3.

Напомним, что центр тяжести заряда нестранных барионов (нуклонов) смещен на $+^1/_2$ относительно центра тяжести заряда нестранных мезонов (пионов), причем единственное различие (в аддитивных квантовых числах) между нуклонами и пионами сводится к барионному заряду. Иными словами, можно считать, что центр тяжести заряда нуклонов смещен на $B/2$ относительно центра тяжести заряда пионов. Соотношением, правильно (и, что существенно, единым образом) связывающим центры тяжести электрических зарядов нуклонов и пионов, странных барионов и нуклонов и странных мезонов и пионов, является формула Гелл-Манна и Нишиджимы

$$Q_j = (I_3)_j + \frac{S_j + B_j}{2}. \tag{5.9}$$

Формулу (5.9) можно переписать, введя гиперзаряд Y:

$$Q_j = (I_3)_j + \frac{Y_j}{2}. \tag{5.9а}$$

Из формулы (5.9) следует, что сохранение трех аддитивных квантовых чисел Q, B и S автоматически обусловливает сохранение аддитивного квантового числа I_3 и, наоборот, сохранение Q, I_3 и B автоматически приво-

дит к сохранению S. Это означает, что если элементарным частицам приписывается изотопический спин, то нет больше необходимости вводить странное калибровочное преобразование — вполне достаточно рассматривать вращения относительно третьей оси в пространстве изотопического спина. Вопрос о том, что считать первичным — странное калибровочное преобразование или вращение относительно третьей оси в пространстве изотопического спина — становится исключительно вопросом удобства. Если лагранжиан взаимодействия инвариантен относительно вращения вокруг третьей оси в пространстве изотопического спина (как это имеет место для сильных и электромагнитных взаимодействий), то сохраняется I_3, а вместе с этим и S. С другой стороны, если лагранжиан взаимодействия не инвариантен относительно вращений вокруг третьей оси в пространстве изотопического спина (как в случае слабых взаимодействий), то, вообще говоря, ни I_3, ни S не сохраняются. Существенно, что уравнение (5.9) устанавливает прямую связь между электромагнитным калибровочным преобразованием и вращением относительно третьей оси в пространстве изотопического спина.

В гл. 1 мы отметили, что концепция странности может быть также распространена и на лептоны и что паре частиц $(e^-\nu)$ следует тогда приписать изотопический спин $^1/_2$, а мюону — изотопический спин 0. При таком выборе изотопических спинов мы приходим к обобщению формулы (5.9), а именно к соотношению

$$Q_j = (I_3)_j + \frac{S_j + B_j - L_j}{2}, \qquad (5.10)$$

применимому ко всем частицам, включая лептоны, причем L_j есть лептонный заряд частицы j-го типа.

До сих пор мы почти исключительно рассматривали вращения относительно третьей оси в пространстве изотопического спина. Представляется интересным выяснить, имеют ли какое-либо физическое содержание вращения относительно первой и второй осей в пространстве изотопического спина. Если выбрать следующие

представления для операторов изотопических спинов $^1/_2$ и 1:

$$\tau_1=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\quad \tau_2=\begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix},\quad \tau_3=\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}\left(I=\frac{1}{2}\right), \tag{5.11}$$

$$\omega_1=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&-i\\0&i&0\end{pmatrix},\quad \omega_2=\begin{pmatrix}0&0&i\\0&0&0\\-i&0&0\end{pmatrix},$$
$$\omega_3=\begin{pmatrix}0&-i&0\\i&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}\quad (I=1), \tag{5.12}$$

то можно показать, что вращение на 180° относительно второй оси в пространстве изотопического спина есть преобразование зарядовой симметрии [3]. По аналогии с таким же вращением в обычном пространстве изоспиноры и изовекторы преобразуются при вращении на 180° вокруг второй оси в пространстве изотопического спина оператором T_2:

$$\begin{aligned}T_2(\pi)\psi T_2^{-1}(\pi)&=e^{\frac{1}{2}i\pi\tau_2}\psi,\\ T_2(\pi)\varphi T_2^{-1}(\pi)&=e^{i\pi\omega_2}\varphi.\end{aligned} \tag{5.13}$$

Здесь ψ и φ—соответственно изоспинор и изовектор. Из свойств операторов изотопического спина τ и ω следует, что $e^{i\frac{1}{2}\pi\tau_2}=i\tau_2$ и $e^{i\pi\omega_2}=(1-2\omega_2^2)$. Таким образом, уравнения (5.13) принимают вид

$$\begin{aligned}T_2(\pi)\begin{pmatrix}\psi_a\\\psi_b\end{pmatrix}T_2^{-1}(\pi)&=\begin{pmatrix}\psi_b\\-\psi_a\end{pmatrix},\\ T_2(\pi)\begin{pmatrix}\varphi_1\\\varphi_2\\\varphi_3\end{pmatrix}T_2^{-1}(\pi)&=\begin{pmatrix}-\varphi_1\\\varphi_2\\-\varphi_3\end{pmatrix}.\end{aligned} \tag{5.14}$$

Иными словами, преобразование $T_2(\pi)$ переводит ψ_a в ψ_b и ψ_b в $-\psi_a$ в случае изоспинора и меняет знаки φ_1 и φ_3 в случае изовектора.

Если изоспинор ψ отвечает нуклону, а изовектор φ — пиону, то преобразование $T_2(\pi)$ дает следующий результат [после использования уравнений (5.1)]:

$$\begin{gathered} p \to n, \quad n \to -p, \\ \pi^+ \to -\pi^-, \quad \pi^- \to -\pi^+, \quad \pi^0 \to -\pi^0. \end{gathered} \tag{5.15}$$

Из соотношений (5.15) ясно, что вращение на 180° вокруг второй оси в пространстве изотопического спина меняет местами заряженные компоненты изотопического мультиплета. Если лагранжиан взаимодействия инвариантен относительно такой замены, то мы говорим, что взаимодействие зарядово-симметрично. Оператор $T_2(\pi)$ называется оператором зарядовой симметрии.

Если сохранение электрического заряда эквивалентно инвариантности относительно вращения $T_3(\pi)$ вокруг третьей оси в пространстве изотопического спина, то преобразование зарядовой симметрии может быть с равным успехом определено как вращение $T_1(\pi)$ на 180° вокруг первой оси в пространстве изотопического спина. Это следует из того факта, что, так же как и в обычном пространстве, вращение на 180° вокруг одной оси эквивалентно последовательным вращениям на 180° вокруг двух других осей, перпендикулярных к данной. Сказанное означает, что

$$T_1(\pi) = T_3(\pi)\, T_2(\pi). \tag{5.16}$$

Следовательно, эквивалентность сохранения электрического заряда инвариантности относительно $T_3(\pi)$ означает, что инвариантность относительно преобразования зарядовой симметрии $T_2(\pi)$ может быть с тем же успехом выражена через посредство преобразования $T_1(\pi)$. Более того, преобразование $T_1(\pi)$ ближе к широко используемому в ядерной физике преобразованию зарядовой симметрии

$$(p,\ n) \to (n,\ p), \quad (\pi^+,\ \pi^-,\ \pi^0) \to (\pi^-,\ \pi^+,\ \pi^0).$$

В связи с проводимым в дальнейшем рассмотрением другого преобразования симметрии, называемого расширенным зарядовым сопряжением (см. § 3 этой главы), оказывается более удобным иметь дело с преобразованием зарядовой симметрии, определенным как $T_2(\pi)$,

Заметим, однако, что эквивалентность $T_1(\pi)$ и $T_2(\pi)$ имеет место только тогда, когда $T_3(\pi)$ является преобразованием симметрии. Это справедливо, в частности, если T_3 сохраняется. Но если T_3 меняется на полуцелое число (как это случается в процессах слабых взаимодействий; см. ниже), то эти два преобразования уже более не эквивалентны.

Хорошо известная зарядовая симметрия ядерных сил следует из утверждения, что лагранжиан нуклон-нуклонных взаимодействий инвариантен относительно преобразования зарядовой симметрии $T_1(\pi)$ или $T_2(\pi)$. Это означает просто, что ядерные силы между двумя протонами равны ядерным силам между двумя нейтронами. Аналогично зарядовая симметрия пион-нуклонного взаимодействия требует, чтобы лагранжиан пион-нуклонного взаимодействия был инвариантен относительно преобразования зарядовой симметрии. Физические следствия такой инвариантности состоят в предсказании, что процессы типа

$$\begin{aligned} \pi^+ + d &\to \pi^+ + d, \\ \pi^- + d &\to \pi^- + d \end{aligned} \tag{5.17}$$

должны иметь одинаковые эффективные сечения (это согласуется с экспериментом). Зарядовая независимость ядерных сил и пион-нуклонных взаимодействий является гораздо более сильным утверждением, чем зарядовая симметрия; в то время как последняя следует из первой, обратное положение не имеет места. Мы перейдем теперь к формулировке гипотезы зарядовой независимости в терминах аппарата изотопического спина и к рассмотрению следствий, которые справедливы не только для ядерных и пион-нуклонных процессов, но для всех процессов сильных взаимодействий, управляемых законом зарядовой независимости.

В гл. 4 мы рассмотрели калибровочное преобразование второго рода в связи с законом сохранения электрического заряда и взаимодействием электрически заряженных частиц с электромагнитным полем. Если трактовать закон сохранения изотопического спина как абсолютный, то можно таким же образом рассмотреть

калибровочное преобразование второго рода, связанное с изотопическим спином, и попытаться ввести аналог фотона. Если бы изотопический спин имел только одну компоненту, то ситуация была бы совершенно аналогична случаю электромагнитного взаимодействия. Наличие же у изотопического спина трех компонент создает ряд новых обстоятельств. Вводимое в связи с этим калибровочное поле (так называемое «b-поле») [4] само является изотопическим вектором и поэтому должно нелинейно взаимодействовать само с собой. Однако поскольку сохранение изотопического спина не является абсолютным (см. ниже), то целесообразность такого рассмотрения не ясна.

§ 2. Изотопическая инвариантность сильных взаимодействий

В предыдущем параграфе мы ввели формализм изотопического спина и показали, что различные элементарные частицы могут считаться членами изотопических мультиплетов, преобразующихся как скаляры, спиноры или векторы пространства изотопического спина в зависимости от того, равно ли число различных зарядовых состояний каждой частицы соответственно одному, двум или трем. Мы установили связь между электромагнитным калибровочным преобразованием и вращением вокруг третьей оси в пространстве изотопического спина. Кроме того, мы видим, каким образом преобразование зарядовой симметрии может быть выражено через вращения на 180° вокруг первой или второй оси в пространстве изотопического спина. Однако в полной мере формализм изотопического спина используется в том случае, когда лагранжиан взаимодействия инвариантен относительно всех вращений в пространстве изотопического спина (это значит, что лагранжиан взаимодействия преобразуется как изоскаляр даже тогда, когда операторы полей, отвечающих частицам, являются изоспинорами или изовекторами). При этом условии (векторно-аддитивное) квантовое число $\mathbf{I}^2$ (а не только I_3) является интегралом движения. Мы говорим

тогда, что взаимодействие изотопически инвариантно, т. е. зарядово-независимо. Очевидно, что изотопическая инвариантность обеспечивает сохранение I_3 и зарядовую симметрию, но обратное не справедливо. Оказывается, что все сильные взаимодействия инвариантны относительно всех вращений в пространстве изотопического спина, благодаря чему следствия изотопической инвариантности многочисленны и чрезвычайно интересны.

Концепция изотопической инвариантности, или зарядовой независимости, возникла впервые в связи с вопросом о потенциале взаимодействия двух нуклонов [1]. Экспериментальные данные указывали, что ядерные силы одинаковы не только между двумя протонами и двумя нейтронами (зарядовая симметрия), но также и между нейтроном и протоном. Точнее, было найдено, что ядерные силы одинаковы, если одинаковы состояния систем $p-p$, $n-n$ и $n-p$. Вследствие принципа Паули для систем $p-p$ и $n-n$ возможны только такие состояния, в которых спиновая волновая функция антисимметрична, а пространственная — симметрична (четные синглетные состояния) или спиновая волновая функция симметрична, а пространственная — антисимметрична (нечетные триплетные состояния). Система $n-p$ также может находиться в указанных состояниях, но вследствие нетождественности этих двух частиц принцип Паули неприменим, и поэтому возможны состояния еще двух типов с антисимметричной спиновой и антисимметричной пространственной волновыми функциями (нечетные синглетные состояния) и с симметричной спиновой и симметричной пространственной волновыми функциями (четные триплетные состояния). Зарядовая независимость двухнуклонных взаимодействий состоит в том, что взаимодействия $p-p$, $n-n$ и $n-p$ одинаковы в четных синглетных и нечетных триплетных состояниях, но могут отличаться (и лействительно весьма отличаются) от взаимодействия системы $n-p$ в четных триплетных и нечетных синглетных состояниях.

В формализме изотопического спина можно получить наиболее общий вид зарядово-независимого двух-

нуклонного взаимодействия, взяв линейную комбинацию всех изоскаляров, которые можно построить из изотопических спинов τ_1 и τ_2 двух нуклонов. Такое взаимодействие будет иметь вид

$$V = A + B\tau_1 \cdot \tau_2, \tag{5.18}$$

где A и B — функции пространственных и спиновых координат. В зарядовой независимости взаимодействия (5.18) можно убедиться следующим образом: полный изотопический спин двух нуклонов $\mathbf{I} = {}^1/_2(\tau_1 + \tau_2)$ коммутирует с (5.18) и поэтому $\mathbf{I}^2 = I(I+1)$ является интегралом движения. Так как изотопический спин каждого нуклона равен ${}^1/_2$, то I может принимать только значения 1 или 0. По аналогии с обычным спином $I = 1$ соответствует двухнуклонным состояниям, симметричным по изотопическому спину, тогда как $I = 0$ отвечает состояниям, антисимметричным по изотопическому спину. Поскольку мы ввели координату изотопического спина как дополнительную степень свободы, два нуклона должны теперь рассматриваться как тождественные частицы, для которых справедлив обобщенный принцип Паули, состоящий в том, что двухнуклонная волновая функция должна быть антисимметрична при одновременной перестановке всех координат: пространственных, спиновых и изоспиновых. Отсюда следует, что при $I = 1$ пространственно-спиновая волновая функция должна быть антисимметрична, тогда как при $I = 0$ эта волновая функция должна быть симметрична. Поскольку двухнуклонный потенциал (5.18) зависит только от I (но не от I_3), то он должен быть одинаковым ($V = A + B$) во всех четных синглетных и нечетных триплетных состояниях и должен принимать значения $V = A - 3B$ для всех нечетных синглетных и четных триплетных состояний. Иными словами, потенциал (5.18) зарядово-независим.

Из сказанного следует, что системы p—p и n—n характеризуются симметричной по изотопическому спину волновой функцией с $I = 1$, тогда как системе n—p может отвечать и симметричная ($I = 1$), и антисимметричная ($I = 0$) изоспиновые волновые функции. В табл. 8 перечислены четыре возможные изоспиновые волновые функции для двухнуклонной системы. Совершенно ана-

логично обычному спину существуют четыре таких функции, поскольку каждый нуклон является изоспинором. Данные табл. 8 ясно показывают, почему потенциал (5.18) зарядово-независим (так как первые три изоспиновые функции отвечают $I = 1$), и очевидным образом подтверждают для двухнуклонной системы непосредственно следующее из уравнения (5.9) соотношение $Q = I_3 + 1$ между электрическим зарядом и третьей компонентой изотопического спина.

Таблица 8

Двухнуклонные состояния

Система	Изоспиновая функция	I	I_3	Q
$p+p$	$p(1)\,p(2)$	1	1	2
$p+n$	$\dfrac{p(1)\,n(2)+n(1)\,p(2)}{\sqrt{2}}$	1	0	1
$n+n$	$n(1)\,n(2)$	1	−1	0
$p+n$	$\dfrac{p(1)\,n(2)-n(1)\,p(2)}{\sqrt{2}}$	0	0	1

Исторически вторым по счету сильным взаимодействием, к которому была применена концепция изотопической инвариантности (зарядовой независимости), было пион-нуклонное взаимодействие. Первоначальная мотивировка возникла в связи с мезонной теорией ядерных сил, когда Кеммер [2] показал, как записать взаимодействие типа Юкавы между мезонными и нуклонными полями в форме, автоматически приводящей к двухнуклонному потенциалу (5.18). В тот период (1938 г.) пионы еще не были известны, но соображения Кеммера [2] легко могут быть перенесены на пион-нуклонное взаимодействие, которое, как мы сейчас полагаем, в основном определяет двухнуклонное взаимодействие. Поскольку нуклон является изоспинором, а пион — изовектором, наиболее общее взаимодействие типа Юкавы, инвариантное относительно любого вращения в пространстве изотопического спина, имеет вид

$$g\bar{\psi}\boldsymbol{\tau}\psi\cdot\boldsymbol{\varphi}, \tag{5.19}$$

где g — константа пион-нуклонного взаимодействия, все остальные величины определены в § 1 этой главы, а все операторы, действующие на пространственные и обычные спиновые координаты, опущены. Поскольку пион-нуклонное взаимодействие (5.19) является изоскаляром, суммарный изотопический спин пионов и нуклонов должен быть сохраняющейся величиной. Нуклон-нуклонное взаимодействие осуществляется через посредство виртуального испускания пионов одним нуклоном и поглощения их другим нуклоном. Так как в каждом виртуальном переходе изотопический спин сохраняется, то двухнуклонное взаимодействие должно быть изоскаляром типа (5.18).

Чтобы уяснить себе, какие ограничения следуют из изотопической инвариантности пион-нуклонного взаимодействия, перепишем (5.19) в виде

$$g\bar{\psi}(\tau_1\varphi_1+\tau_2\varphi_2+\tau_3\varphi_3)\psi=\sqrt{2}g\bar{\psi}\left[\tau_-\varphi_c+\tau_+\varphi_c^+ +\frac{\tau_3\varphi_3}{\sqrt{2}}\right]\psi=$$

$$=\sqrt{2}g\,(\bar{\psi}_n\psi_p\varphi_c^+ +\bar{\psi}_p\psi_n\varphi_c)+g\,(\bar{\psi}_p\psi_p-\bar{\psi}_n\psi_n)\,\varphi_3, \quad (5.20)$$

где

$$\tau_\pm=\frac{1}{2}(\tau_1\pm i\tau_2) \quad (5.21)$$

и φ снабжено индексом c с целью подчеркнуть, что это поле относится к заряженному пиону. При выводе выражения (5.20) мы использовали свойства матриц изотопического спина τ:

$$\begin{aligned} &\tau_+\psi_p=0, && \tau_+\psi_n=\psi_p,\\ &\tau_-\psi_p=\psi_n, && \tau_-\psi_n=0,\\ &\tau_3\psi_p=\psi_p, && \tau_3\psi_n=-\psi_n. \end{aligned} \quad (5.22)$$

Если отказаться от изотопической инвариантности пион-нуклонных взаимодействий, то выражение (5.20) может быть переписано в более общей форме

$$g_c\bar{\psi}(\tau_-\varphi_c^+ +\tau_+\varphi_c)\psi+(g_p\bar{\psi}_p\psi_p+g_n\bar{\psi}_n\psi_n)\varphi_3, \quad (5.23)$$

где все три константы пион-нуклонных взаимодействий — g_c (определяющая интенсивность взаимодействия заряженных пионов с нуклоном), g_p и g_n (определяющие соответственно интенсивность взаимодействий π^0—p и

π^0—n) могут быть различны. Если переписать выражение (5.23) в виде

$$\frac{g_c}{\sqrt{2}}\bar{\psi}(\tau_1\varphi_1+\tau_2\varphi_2)\psi+\frac{(g_p-g_n)}{2}\bar{\psi}\tau_3\varphi_3\psi+\frac{(g_p+g_n)}{2}\bar{\psi}\psi\varphi_3, \tag{5.24}$$

то станет ясно, что взаимодействие (5.24) инвариантно относительно вращений вокруг третьей оси в пространстве изотопического спина, так как (τ_1, τ_2) и (φ_1, φ_2) являются первыми и вторыми компонентами векторов в пространстве изотопического спина. Инвариантность (5.24) относительно вращений вокруг третьей оси в пространстве изотопического спина приводит, как обычно, к сохранению электрического заряда, которое, разумеется, должно иметь место в процессах пион-нуклонных взаимодействий. Взаимодействие общего вида (5.24) не всегда будет приводить к зарядово-независимому двухнуклонному взаимодействию. Так, если мы выберем $g_n=g_p=0$, а $g_c\neq 0$ и ограничимся рассмотрением случаев испускания и поглощения только одного виртуального пиона, то взаимодействия p—p и n—n исчезнут вовсе и останется лишь взаимодействие n—p. Пион-нуклонное взаимодействие только в том случае дает зарядово-независимое двухнуклонное взаимодействие (независимо от числа испущенных и поглощенных двумя нуклонами виртуальных пионов), если между тремя константами связи g_c, g_p и g_n существует соотношение

$$\frac{g_c}{\sqrt{2}}=g_p=g_n. \tag{5.25}$$

Если положить $g_p=g$, то получим последнюю строчку в выражении (5.20), которое непосредственно следует из изотопически инвариантного пион-нуклонного взаимодействия (5.19). Существует еще один выбор констант взаимодействия, а именно $g_c=0$ и $g_n=g_p$, приводящий к зарядово-независимому двухнуклонному взаимодействию. Однако такой выбор констант не представляет интереса, поскольку известно, что пион существует как в заряженном, так и нейтральном состояниях. Если в природе существует изоскалярный нейтральный мезон, сильно взаимодействующий с нуклоном, то для получения за-

рядово-независимого двухнуклонного взаимодействия следует положить $g_p = g_n$.

Изотопически инвариантное пион-нуклонное взаимодействие (5.19) дает ряд интересных следствий не только для виртуальных процессов, обусловливающих двухнуклонное взаимодействие, но и для процессов взаимодействия реальных пионов с нуклонами. Мы уже отмечали, что изоскалярный характер выражения (5.19) означает коммутируемость этого оператора с полным изотопическим спином, вследствие чего полный изотопический спин сохраняется во всех физических процессах, обусловленных пион-нуклонным взаимодействием (5.19). Полезно рассмотреть этот вопрос более подробно. Оператор изотопического спина системы пион-нуклон имеет вид

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_N + \mathbf{I}_\pi = \frac{1}{2}\int d^3x \psi_N^+ \tau \psi_N + \int d^3x (\boldsymbol{\pi} \times \boldsymbol{\varphi}), \quad (5.26)$$

где, как и раньше, $\boldsymbol{\pi}$ — обобщенный импульс, канонически сопряженный $\boldsymbol{\varphi}$, а ψ_N — изоспинор, отвечающий нуклону. Легко показать (используя коммутационные соотношения между компонентами $\boldsymbol{\pi}$ и $\boldsymbol{\varphi}$), что оператор (5.26) коммутирует с (5.19), благодаря чему I^2 для пион-нуклонной системы является интегралом движения. Так как изотопические спины нуклона и пиона равны соответственно $1/2$ и 1, то возможные значения суммарного изотопического спина системы из одного пиона и одного нуклона будут $I = 3/2$ или $1/2$. Кроме того, используя уравнение (5.8) и определение (5.26), получаем, что электрический заряд Q для системы из одного пиона и одного нуклона связан с I_3 соотношением

$$Q = I_3 + \frac{1}{2}. \quad (5.27)$$

В табл. 9 перечислены шесть изоспиновых волновых функций системы пион — нуклон (четырем из них соответствует $I = 3/2$ и двум — $I = 1/2$). Табл. 9 аналогична табл. 8 и в равной степени полезна. Изотопическая инвариантность пион-нуклонного взаимодействия (5.19) означает, что в четырех перечисленных состояниях с $I = 3/2$ оно будет одинаковым. То же самое будет иметь место и для двух перечисленных состояний $I = 1/2$ [хотя, вообще говоря, пион-нуклонное взаимодействие (5.19)

Таблица 9

Изоспиновые функции пион-нуклонной системы

Система	Изоспиновая функция	I	I_3	Q
$p\pi^+$	$p\pi^+$	$^3/_2$	$^3/_2$	2
$p\pi^0$, $n\pi^+$	$\sqrt{^2/_3}\,p\pi^0 + \sqrt{^1/_3}\,n\pi^+$	$^3/_2$	$^1/_2$	1
$p\pi^-$, $n\pi^0$	$\sqrt{^1/_3}\,p\pi^- + \sqrt{^2/_3}\,n\pi^0$	$^3/_2$	$-^1/_2$	0
$n\pi^-$	$n\pi^-$	$^3/_2$	$-^3/_2$	-1
$p\pi^0$, $n\pi^+$	$\sqrt{^1/_3}\,p\pi^0 + \sqrt{^2/_3}\,n\pi^+$	$^1/_2$	$^1/_2$	1
$p\pi^-$, $n\pi^0$	$\sqrt{^2/_3}\,p\pi^- - \sqrt{^1/_3}\,n\pi^0$	$^1/_2$	$-^1/_2$	0

будет различным в состояниях с $I = {}^3/_2$ и $I = {}^1/_2$]. Это положение полностью аналогично соответствующему утверждению о двухнуклонном взаимодействии в состояниях с $I = 1$ и $I = 0$. Зарядовая независимость для пион-нуклонной системы имеет в точности тот же смысл, что и для двухнуклонной системы. В этом случае также важно подчеркнуть, что требование зарядовой независимости является гораздо более сильным ограничением, чем сохранение электрического заряда и зарядовая симметрия. Взаимодействие может быть различно во всех шести состояниях, даже если электрический заряд сохраняется. Условие зарядовой симметрии накладывает несколько больше ограничений: оно требует, чтобы были одинаковы взаимодействия в состояниях $({}^3/_2, {}^3/_2)$ и $({}^3/_2, -{}^3/_2)$, в состояниях $({}^3/_2, {}^1/_2)$ и $({}^3/_2, -{}^1/_2)$, а также в состояниях $({}^1/_2, {}^1/_2)$ и $({}^1/_2, -{}^1/_2)$. Зарядовая независимость затем требует, чтобы взаимодействие было одинаково для первых двух пар состояний (т. е. для всех четырех состояний с $I = {}^3/_2$, но с разными I_3), хотя оно и может отличаться от взаимодействия в последней паре состояний (отвечающих $I = {}^1/_2$).

Следствия изотопической инвариантности пион-нуклонного взаимодействия (5.19) многочисленны и те из них, которые проверялись экспериментально, подтвердились (с точностью до электромагнитных эффектов). Рассмотрим, в частности, пион-нуклонное рассеяние и рождение пионов в нуклон-нуклонных соударениях. Для

иллюстрации метода рассмотрим более подробно пион-нуклонное рассеяние, что же касается рождения пионов, то в основном мы приведем лишь результаты. Из изотопической инвариантности пион-нуклонного взаимодействия (5.19) следует, что рассеяние пионов нуклонами полностью определяется двумя комплексными амплитудами, отвечающими состояниям с $I = {}^3/_2$ и $I = {}^1/_2$. Эти амплитуды будут ниже обозначены через $f({}^3/_2)$ и $f({}^1/_2)$. Выпишем все процессы пион-нуклонного рассеяния, совместимые с сохранением электрического заряда. Имеется всего десять таких процессов:

$$\begin{array}{ll} \pi^+ + p \to \pi^+ + p, & \pi^- + n \to \pi^- + n, \\ \pi^- + p \to \pi^- + p, & \pi^+ + n \to \pi^+ + n, \\ \pi^0 + p \to \pi^0 + p, & \pi^0 + n \to \pi^0 + n, \\ \pi^- + p \to \pi^0 + n, & \pi^+ + n \to \pi^0 + p, \\ \pi^0 + p \to \pi^+ + n, & \pi^0 + n \to \pi^- + p. \end{array} \qquad (5.28)$$

Если наложить требование зарядовой симметрии, то эффективные сечения пяти реакций, перечисленных во втором столбце уравнений (5.28), можно получить из эффективных сечений пяти процессов, указанных в первом столбце. Таким образом, остается пять независимых процессов пион-нуклонного рассеяния. Условием зарядовой независимости четвертая реакция первого столбца связывается с процессом $\pi^+ + n \to \pi^0 + p$. Эта реакция обратна пятой реакции в том же столбце и, согласно принципу детального равновесия, сечения этих двух реакций равны. Таким образом, остаются четыре независимые реакции и три неизвестные параметра: модули величин $f({}^3/_2)$ и $f({}^1/_2)$ и разность их фаз. Поэтому предположение об изотопической инвариантности позволяет нам получить одно соотношение между эффективными сечениями четырех реакций, перечисленных в первом столбце уравнений (5.28), а именно формулу [5]

$$\sigma(\pi^+ + p \to \pi^+ + p) + \sigma(\pi^- + p \to \pi^- + p) = \\ = \sigma(\pi^- + p \to \pi^0 + n) + 2\sigma(\pi^0 + p \to \pi^0 + p). \qquad (5.29)$$

Вывод формулы (5.29) весьма прост, если использовать данные табл. 9. Изоспиновые волновые функции, перечисленные в табл. 9, отвечают определенным значениям

I и I_3 и выражены через линейные комбинации волновых функций физических частиц p, n, π^+, π^- и π^0. Так как в начальном и конечном состояниях процессов рассеяния, перечисленных в (5.28), находятся физические пионы и нуклоны, то необходимо выразить состояния системы пион — нуклон через нормированные изоспиновые состояния (I, I_3), указанные в табл. 9. Пользуясь табл. 9, непосредственно находим

$$
\begin{aligned}
|p\pi^+\rangle &= \left|\tfrac{3}{2}, \tfrac{3}{2}\right\rangle, \quad |n\pi^-\rangle = \left|\tfrac{3}{2}, -\tfrac{3}{2}\right\rangle,\\
|p\pi^-\rangle &= \sqrt{\tfrac{1}{3}}\left|\tfrac{3}{2}, -\tfrac{1}{2}\right\rangle + \sqrt{\tfrac{2}{3}}\left|\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\right\rangle,\\
|n\pi^+\rangle &= -\sqrt{\tfrac{1}{3}}\left|\tfrac{3}{2}, \tfrac{1}{2}\right\rangle + \sqrt{\tfrac{2}{3}}\left|\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\right\rangle,\\
|p\pi^0\rangle &= \sqrt{\tfrac{2}{3}}\left|\tfrac{3}{2}, \tfrac{1}{2}\right\rangle - \sqrt{\tfrac{1}{3}}\left|\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\right\rangle,\\
|n\pi^0\rangle &= \sqrt{\tfrac{2}{3}}\left|\tfrac{3}{2}, -\tfrac{1}{2}\right\rangle - \sqrt{\tfrac{1}{3}}\left|\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}\right\rangle.
\end{aligned}
\tag{5.30}
$$

С другой стороны, рассеяние определяется двумя комплексными амплитудами $f(^3/_2)$ и $f(^1/_2)$, и матрица перехода может быть записана в виде

$$T_{fi} = f(^3/_2)P_{^3/_2} + f(^1/_2)P_{^1/_2}, \tag{5.31}$$

где $P_{^3/_2}$ и $P_{^1/_2}$ — операторы проектирования на состояния $I = {}^3/_2$ и $I = {}^1/_2$. Амплитуда рассеяния для каждой из реакций (5.28) может быть теперь получена из уравнения (5.31), если использовать выражения (5.30) для начальных и конечных состояний. Например, амплитуда для процесса рассеяния с перезарядкой $\pi^- + p \to \pi^0 + n$ равна

$$\frac{\sqrt{2}}{3}\{f(^3/_2) - f(^1/_2)\}. \tag{5.32}$$

Продолжая таким же образом, сразу находим амплитуды первых четырех реакций (5.28):

$$
\begin{aligned}
M(\pi^+ + p \to \pi^+ + p) &= f(^3/_2),\\
M(\pi^- + p \to \pi^- + p) &= {}^1/_3\{f(^3/_2) + 2f(^1/_2)\},\\
M(\pi^0 + p \to \pi^0 - p) &= {}^1/_3\{2f(^3/_2) + f(^1/_2)\},\\
M(\pi^- + p \to \pi^0 + n) &= \frac{\sqrt{2}}{3}\{f(^3/_2) - f(^1/_2)\}.
\end{aligned}
\tag{5.33}
$$

Уравнение (5.29) немедленно следует из (5.33), если использовать соотношение $\sigma \sim |M|^2$.

К сожалению, уравнение (5.29), являющееся следствием изотопической инвариантности пион-нуклонного взаимодействия, не может быть непосредственно подвергнуто экспериментальной проверке, так как время жизни нейтрального пиона слишком мало для наблюдения реакции $\pi^0 + p \to \pi^0 + p$. Несмотря на это, первое надежное подтверждение гипотезы зарядовой независимости для пион-нуклонных процессов получено путем изучения пион-нуклонного рассеяния, благодаря тому удачному обстоятельству, что в некоторых областях значений энергии амплитуда реакции для одного из значений I намного превосходит по величине другие амплитуды [6]. Например, при кинетической энергии налетающих пионов, равной примерно 190 *Мэв*, для состояния пион-нуклонной системы с $I = 3/2$ имеется резко выраженный резонанс, тогда как для состояния с $I = 1/2$ этого нет. Следовательно, $|f(3/2)|$ много больше $|f(1/2)|$, и исследование уравнений (5.33) показывает, что эффективные сечения первых трех реакций должны относиться как 9 : 1 : 2. Это предсказание находится в превосходном согласии с экспериментом.

В качестве другой иллюстрации приведем (без вывода) следующие из изотопической инвариантности пион-нуклонного взаимодействия соотношения для процессов рождения одного пиона в нуклон-нуклонных соударениях [5]. Семь независимых (после использования зарядовой симметрии) реакций рождения пиона таковы:

$$\begin{aligned}
&n + p \to n + n + \pi^+,\\
&n + p \to n + p + \pi^0,\\
&n + p \to p + n + \pi^0,\\
&p + n \to n + n + \pi^+,\\
&p + p \to n + p + \pi^+,\\
&p + p \to p + n + \pi^+,\\
&p + p \to p + p + \pi^0.
\end{aligned} \tag{5.34}$$

Написав матрицу перехода в форме, полностью аналогичной (5.31), и представив начальные и конечные

состояния пион-нуклонной системы в виде когерентной суперпозиции состояний, «чистых» по изотопическому спину, получаем следующее соотношение между эффективными сечениями рождения пионов:

$$\sigma(n+p\to n+n+\pi^+)+\sigma(p+n\to n+n+\pi^+)+$$
$$+\sigma(p+p\to p+n+\pi^+)+\sigma(p+p\to n+p+\pi^+)=$$
$$=2\sigma(n+p\to n+p+\pi^0)+2\sigma(n+p\to p+n+\pi^0)+$$
$$+2\sigma(p+p\to p+p+\pi^0). \qquad (5.35)$$

Если потребовать, чтобы конечное состояние системы n—p было дейтроном, то придем к дополнительному ограничению — требованию $I=0$ в конечном состоянии. Так же как и в пион-нуклонном рассеянии, дополнительное ограничение состояний с возможными изотопическими спинами приводит к новым соотношениям между эффективными сечениями процессов рождения. В частности, в данном случае эффективные сечения двух реакций $p+p\to\pi^+ + d$ и $n+p\to\pi^0+d$ должны быть связаны соотношением

$$\sigma(p+p\to\pi^++d)=2\sigma(p+n\to\pi^0+d), \qquad (5.36)$$

если пион-нуклонное взаимодействие изотопически инвариантно. Соотношения (5.35) и (5.36) хорошо подтверждаются экспериментом [7].

Можно привести другие примеры процессов рождения пионов в нуклон-нуклонных соударениях, когда следствия гипотезы зарядовой независимости в пределах экспериментальных ошибок подтверждаются экспериментом. Например, изотопическая инвариантность требует, чтобы эффективные сечения реакций $p+d\to \mathrm{He}^3+\pi^0$ и $p+d\to \mathrm{H}^3+\pi^+$ относились как 2 : 1. Наблюдаемое на опыте [8] отношение равно 2,13 ± 0,15, и небольшое отклонение может быть объяснено кулоновскими эффектами, малыми различиями фазовых объемов и т. п. Далее, изотопическая инвариантность запрещает реакцию $d+d\to \mathrm{He}^4+\pi^0$, так как изотопические спины d и He^4 равны 0, а изотопический спин π^0 равен 1. В эксперименте [9], выполненном при энергии 460 *Мэв*, для эффективного сечения установлена верхняя граница $7\cdot 10^{-32}$ *см*^{2}, что на несколько порядков меньше сечений других про-

цессов сильных взаимодействий (следует отметить, что отрицательный результат попытки обнаружить рождение мезонов в d—d-столкновениях при энергии 460 *Мэв* является также аргументом против существования изоскалярного нейтрального мезона с массой $\lesssim 460$ электронных масс). Необходимо подчеркнуть, что рассмотренные выше следствия изотопической инвариантности пион-нуклонного взаимодействия не зависят от предположений о конкретном типе этих взаимодействий и определяются исключительно тем обстоятельством, что нуклон считается изоспинором, пион — изовектором, а лагранжиан взаимодействия пионного и нуклонного полей — изоскаляром.

Мы уже видели, что, приписав изотопические спины странным частицам [см. ниже (5.37)], можно связать между собой квантовые числа Q, I_3, B и S для этих полей (см. гл. 1) соотношением Гелл-Манна — Нишиджимы (5.9). Кроме того, мы заметили, что проставленные таким образом S и I_3 сохраняются в электромагнитных и сильных взаимодействиях. Подобно случаю пионов и нуклонов, для каждой из странных частиц I_3 является третьей компонентой векторного оператора изотопического спина $\mathbf{I}$, который геометрически интерпретируется как производящий оператор трехмерных вращений в пространстве изотопического спина [1]). Изотопические спины сильно взаимодействующих частиц таковы:

$$\begin{array}{lll} \pi & \text{изовектор} & (I=1), \\ K & \text{изоспинор (первого рода)} & (I=1/2), \\ N & \text{изоспинор (первого рода)} & (I=1/2), \\ \Lambda & \text{изоскаляр} & (I=0), \\ \Sigma & \text{изовектор} & (I=1), \\ \Xi & \text{изоспинор (второго рода)} & (I=1/2). \end{array} \tag{5.37}$$

Античастицы образуют те же мультиплеты, с той лишь разницей, что античастицей изоспинора первого (второго)

[1]) В трехмерном (эвклидовом) пространстве существуют два типа спиноров: спиноры первого рода и спиноры второго рода, преобразующиеся как величины, комплексно сопряженные спинорам первого рода [10].

рода является изоспинор второго (первого) рода. Обобщая изотопически инвариантное пион-нуклонное взаимодействие (5.19), можно написать, что наиболее общее изотопически инвариантное взаимодействие типа Юкавы, сохраняющее электрический заряд, барионный заряд и странность, представляет собой линейную комбинацию взаимодействий:

$$
\begin{aligned}
&g_1\bar{N}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\pi}N+\\
&+g_2[\Lambda\boldsymbol{\Sigma}\cdot\boldsymbol{\pi}+\bar{\boldsymbol{\Sigma}}\cdot\boldsymbol{\pi}\Lambda]+\\
&+g_3\bar{\boldsymbol{\Sigma}}\times\boldsymbol{\Sigma}\cdot\boldsymbol{\pi}+\\
&+g_4\bar{\Xi}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\pi}\Xi+\\
&+g_5[\bar{N}K\Lambda+\bar{\Lambda}\bar{K}N]+\\
&+g_6[\bar{N}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\Sigma}K+\bar{K}\boldsymbol{\tau}\cdot\bar{\boldsymbol{\Sigma}}N]+\\
&+g_7[\bar{\Xi}\tau_2\bar{K}\Lambda+\bar{\Lambda}K\tau_2\Xi]+\\
&+g_8[\bar{\Xi}\tau_2\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\Sigma}\cdot\bar{K}+K\cdot\boldsymbol{\tau}\cdot\bar{\boldsymbol{\Sigma}}\tau_2\Xi]+\text{Эрмит. сопр.}
\end{aligned}
\tag{5.38}
$$

Обозначения не требуют пояснений. Первый член представляет собой пион-нуклонное взаимодействие (5.19), переписанное в более удобных обозначениях. Отметим, что во взаимодействия, содержащие изоспиноры первого рода (напомним, что при эрмитовом сопряжении «род» спинора меняется на противоположный), для обеспечения инвариантности относительно вращений в изотопическом пространстве необходимо включать оператор τ_2. Заметим также, что гиперзаряд изоспиноров первого рода равен $+1$, изоспиноров второго рода -1, изоскаляров и изовекторов 0. Эти факты делают желательным, чтобы абсолютные значения гиперзаряда не превосходили 1. Если существуют частицы с более высоким (по абсолютной величине) значением гиперзаряда, то его геометрическая интерпретация с помощью изоспиноров первого и второго рода может оказаться невозможной.

Изотопическая инвариантность общего взаимодействия (5.38) позволяет получить большое число следствий для процессов сильных взаимодействий как странных, так и обычных частиц даже без знания величин

восьми констант связи, входящих в (5.38). Чтобы получить эти следствия, можно идти по пути, намеченному в § 1 этой главы в связи с пион-нуклонным рассеянием, или воспользоваться простым методом, впервые предложенным Шмушкевичем [11]. Шмушкевич замечает, что изотопическая инвариантность для данного процесса означает, что пучок налетающих частиц и мишень можно считать неполяризованными по изотопическому спину. Поэтому при вычислении эффективных сечений каждому члену изотопического мультиплета можно приписать одинаковый статистический вес. Метод Шмушкевича обладает тем преимуществом, что он исключает необходимость пользоваться коэффициентами Клебша — Гордона. Для пояснения сказанного рассмотрим различные пион-нуклонные реакции, перечисленные в (5.28). Пары реакций, связанные зарядовой симметрией, будут иметь одинаковые эффективные сечения и поэтому надо различать только пять эффективных сечений $\sigma_1, \ldots, \sigma_5$ для пяти пар реакций. Шмушкевич составляет затем следующую таблицу (табл. 10): он перечисляет пять эффективных сечений и три зарядовых состояния пиона и приписывает единичный статистический вес каждому из π^+-, π^-- и π^0-мезонов в тех случаях, когда они являются конечными продуктами реакции.

Таблица 10

Зарядовая независимость $\pi - N$-рассеяния (по Шмушкевичу)

Реакция	Сечение	π^+	π^-	π^2
$\pi^+ + p \to \pi^+ + p$ $\pi^- + n \to \pi^- + n$	σ_1	1	1	0
$\pi^- + p \to \pi^- + p$ $\pi^- + n \to \pi^+ + n$	σ_2	1	1	0
$\pi^0 + p \to \pi^0 + p$ $\pi^0 + n \to \pi^0 + n$	σ_3	0	0	2
$\pi^- + p \to \pi^0 + n$ $\pi^+ + n \to \pi^0 + p$	σ_4	0	0	2
$\pi^0 + p \to \pi^+ + n$ $\pi^0 + n \to \pi^- + p$	σ_5	1	1	0

Изотопическая инвариантность эквивалентна теперь утверждению, что пионы в конечном состоянии не поляризованы по изотопическому спину. Поэтому

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_5 = 2(\sigma_3 + \sigma_4). \tag{5.39}$$

Но $\sigma_5 = \sigma_4$ (по принципу детального равновесия), откуда сразу же получаем

$$\sigma_1 + \sigma_2 = 2\sigma_3 + \sigma_4, \tag{5.40}$$

что совпадает с уравнением (5.29).

Иллюстрируем теперь метод Шмушкевича примером реакции с участием странных частиц [12], а именно:

$$\pi + N \to \Lambda + K. \tag{5.41}$$

Это — пион-нуклонное столкновение, приводящее к образованию Λ-гиперона и каона. Если учесть сохранение электрического заряда, барионного заряда и странности, то возможны четыре реакции

$$\begin{aligned} &\pi^+ + n \to \Lambda + K^+, \quad \pi^- + p \to \Lambda + K^0, \\ &\pi^0 + p \to \Lambda + K^+, \quad \pi^0 + n \to \Lambda + K^0, \end{aligned} \tag{5.42}$$

причем эффективные сечения двух первых и двух последних реакций равны вследствие зарядовой симметрии. Следуя Шмушкевичу, составим табл. 11, в которой мы

Таблица 11

Зарядовая независимость в реакции $\pi + N \to \Lambda + K$

Реакция	Сечение	K^+	K^0	π^+	π^-	π^0
$\pi^+ + n \to \Lambda + K^+$ $\pi^- + p \to \Lambda + K^0$	σ_1	1	1	1	1	0
$\pi^0 + p \to \Lambda + K^+$ $\pi^0 + n \to \Lambda + K^0$	σ_2	1	1	0	0	2

припишем статистические веса не только частицам в конечных состояниях, но и частицам в начальных состояниях, так как в принципе обратная реакция тоже может иметь место. Изотопическая инвариантность требует

$$\sigma_1 + \sigma_2 = \sigma_1 + \sigma_2, \tag{5.43}$$

так как конечный пучок каонов должен быть не поляризован по изотопическому спину. Поскольку мы пришли к тождеству, рассмотрим обратный процесс, который также должен приводить к конечному состоянию, не поляризованному по изотопическому спину. Тогда получим соотношение

$$\sigma_1 = 2\sigma_2, \tag{5.44}$$

которое не является тривиальным и может быть переписано для исходной реакции в виде

$$\sigma(\pi^+ + n \to \Lambda + K^+) = 2\sigma(\pi^0 + p \to \Lambda + K^+). \tag{5.45}$$

Уравнение (5.45) нельзя проверить экспериментально, но оно иллюстрирует простоту метода Шмушкевича.

Используя этот простой метод, можно написать множество соотношений, вытекающих из изотопической инвариантности сильных взаимодействий с участием мезонов и барионов. Характерны следующие реакции:

1. Образование Σ-гиперонов в нуклон-нуклонных столкновениях:

$$\begin{aligned}
&p + p \to p + \Sigma^+ + K^0, \quad && n + n \to n + \Sigma^- + K^+ : \sigma_1,\\
&p + p \to p + \Sigma^0 + K^+, \quad && n + n \to n + \Sigma^0 + K^0 : \sigma_2,\\
&p + p \to n + \Sigma^+ + K^+, \quad && n + n \to p + \Sigma^- + K^0 : \sigma_3,\\
&p + n \to p + \Sigma^0 + K^0, \quad && n + p \to n + \Sigma^0 + K^+ : \sigma_4,\\
&p + n \to p + \Sigma^- + K^+, \quad && n + p \to p + \Sigma^+ + K^0 : \sigma_5,\\
&p + n \to n + \Sigma^+ + K^0, \quad && n + p \to p + \Sigma^- + K^+ : \sigma_6,\\
&p + n \to n + \Sigma^0 + K^+, \quad && n + p \to p + \Sigma^0 + K^0 : \sigma_7.
\end{aligned} \tag{5.46}$$

Соотношение, вытекающее из изотопической инвариантности, имеет вид

$$\sigma_1 + \sigma_3 + \sigma_5 + \sigma_6 = 2(\sigma_2 + \sigma_4 + \sigma_7). \tag{5.47}$$

2. Взаимодействие каонов с дейтроном:

$$\begin{aligned}
&K^- + d \to \Sigma^0 + n, \quad && K^0 + d \to \Sigma^0 + p : \sigma_1,\\
&K^- + d \to \Sigma^- + p, \quad && K^0 + d \to \Sigma^+ + n : \sigma_2.
\end{aligned} \tag{5.48}$$

Изотопическая инвариантность требует, чтобы эффективные сечения были связаны соотношением

$$2\sigma_1 = \sigma_2. \tag{5.49}$$

3. Образование Σ-гиперонов в пион-нуклонных соударениях:

$$\begin{aligned} &\pi^+ + p \to \Sigma^+ + K, \quad \pi^- + n \to \Sigma^- + K^0 : \sigma_1, \\ &\pi^- + p \to \Sigma^0 + K^0, \quad \pi^+ + n \to \Sigma + K^+ : \sigma_2, \\ &\pi^- + p \to \Sigma^- + K^+, \quad \pi^+ + n \to \Sigma^+ + K^0 : \sigma_3. \end{aligned} \tag{5.50}$$

Изотопическая инвариантность дает

$$\sigma_1 + \sigma_3 = 2\sigma_2. \tag{5.51}$$

Наибольшее количество экспериментальных работ было выполнено по двум последним группам реакций, и полученные результаты [13] свидетельствуют о том, что зарядовая независимость удовлетворяется в пределах ошибок эксперимента.

§ 3. Правила отбора для расширенного зарядового сопряжения

Изотопически инвариантны только сильные взаимодействия (но не электромагнитные и слабые). Вместе с тем сильные (так же как и электромагнитные, но не слабые) взаимодействия инвариантны относительно зарядового сопряжения. Следовательно, только при сильных взаимодействиях можно комбинировать зарядовое сопряжение и изотопическую инвариантность с целью получить для некоторых процессов сильных взаимодействий правила отбора, более жесткие, чем те, которые возможны для каких-либо электромагнитных процессов или процессов, обусловленных слабым взаимодействием. Поскольку лептоны не участвуют в сильных взаимодействиях, настоящее рассмотрение ограничивается мезонами и барионами.

Прежде всего заметим, что зарядовое сопряжение не коммутирует с оператором изотопического спина. Поэтому для получения следствий из результатов одновре-

менного применения зарядового сопряжения и изотопического вращения более удобно использовать преобразование G, называемое расширенным зарядовым сопряжением. Соответствующий ему унитарный оператор U_G определяется равенством [14]

$$U_G = T_2(\pi) U_C, \tag{5.52}$$

где U_C — оператор зарядового сопряжения и $T_2(\pi)$ — оператор вращения на 180° вокруг второй оси в изотопическом пространстве.

Если мы вспомним, что для изоспиноров и изовекторов $T_2(\pi)$ имеет вид

$$T_2(\pi) = \exp\left\{\frac{i\pi}{2}\tau_2\right\}, \quad T_2(\pi) = \exp\{i\pi\omega_2\}, \tag{5.53}$$

и используем свойства U_C, то получим следующие преобразования для изоспинора и изовектора:

$$\begin{aligned} U_G \begin{pmatrix} \psi_a \\ \psi_b \end{pmatrix} U_G^{-1} &= \begin{pmatrix} \psi_b^C \\ -\psi_a^C \end{pmatrix} \qquad \text{(изоспинор)}, \\ U_G \varphi U_G^{-1} &= -\varphi \qquad \text{(изовектор)}. \end{aligned} \tag{5.54}$$

В частности, для нуклонного изоспинора и пионного изовектора имеем преобразования

$$\begin{gathered} p \to \bar{n}, \quad n \to -\bar{p}, \\ \pi^+ \to -\pi^+, \quad \pi^- \to -\pi^-, \quad \pi^0 \to -\pi^0. \end{gathered} \tag{5.55}$$

Легко видеть, что U_G коммутирует с оператором изотопического спина.

Из (5.55) видно, что собственное значение U_G для пионного поля равно —1. Иными словами, мы можем приписать пионному полю, для которого барионный заряд $B = 0$, определенную «G-четность». Можно, далее, использовать формальную аналогию между G-четностью и зарядовой четностью η_C. Электрически нейтральной частице (нейтральному пиону или фотону) мы имели возможность приписать определенное значение η_C и могли также распространить эту концепцию на электрически нейтральную систему, состоящую из заряженной частицы и античастицы, поскольку $\langle [U_C, Q] \rangle = 0$, когда $Q = 0$

(см. гл. 3, § 3). В случае G-преобразования барион превращается в антибарион и наоборот:

$$U_G B U_G^{-1} = -B. \tag{5.56}$$

Но $\langle [U_G, B] \rangle = 0$, если $B = 0$ для рассматриваемой системы. Кроме того, U_G и B коммутируют с оператором изотопического спина, т. е.

$$[\mathbf{I}, B] = 0, \quad [\mathbf{I}, U_G] = 0. \tag{5.57}$$

Следовательно, рассматривая систему барион-антибарион с зарядово-независимым взаимодействием, можно одновременно определить $\eta_{\hat{G}}$, I^2, I_3, а также все остальные «хорошие» квантовые числа — момент количества движения, четность и т. д. Новым обстоятельством является здесь введение нового квантового числа — G-четности η_G, по которому возникают некоторые правила отбора.

Чтобы ярче выявить наши идеи, рассмотрим систему нуклон — антинуклон («нуклеоний») и правила отбора, определяющие аннигиляцию этой системы на пионы. Для двух нуклонов мы использовали обобщенный принцип Паули по пространственным, спиновым и изотопическим переменным. В случае системы нуклон — антинуклон можно ввести «сверхпринцип Паули», поскольку можно считать, что значения η_G указывают на симметрию или антисимметрию относительно некоторой новой степени свободы (ср. аналогичное рассмотрение η_C для позитрония в гл. 3, § 3). «Сверхпринцип Паули» для нуклеония требует, чтобы полная волновая функция была антисимметрична относительно перестановки пространственных, спиновых, изотопических переменных и новой внутренней степени свободы. Отсюда следует, что G-четность нуклеония равна [ср. уравнение (3.33)]

$$\eta_G = (-1)^{I+L+S}. \tag{5.58а}$$

Здесь I, L, S означают соответственно изотопический спин, орбитальный момент и спин, причем мы учли тот факт, что нуклеоний (как и всякая система фермион — антифермион) обладает отрицательной внутренней четностью. Но G-четность системы из n_π пионов равна

$$\eta_G = (-1)^{n_\pi}. \tag{5.58б}$$

Следовательно, если лагранжиан сильного взаимодействия инвариантен относительно преобразования расширенного зарядового сопряжения G (что обязательно имеет место, если он инвариантен порознь относительно зарядового сопряжения и вращений в пространстве изотопического спина), то мы приходим к правилу отбора

$$(-1)^{I+L+S}=(-1)^{n_\pi}. \tag{5.59}$$

В табл. 12 перечислены состояния нуклеония с малыми L, а также другие квантовые числа и указано минимальное число пионов, которое может быть испущено при аннигиляции нуклеония в том или ином состоянии. Значения, приведенные в третьем и четвертом столбцах, найдены с помощью правил отбора (5.59) и обычных законов сохранения момента количества движения и четности. Следует отметить, что табл. 12 содержит данные как для чистых состояний $(\bar{p}n)$ и $(\bar{n}p)$ с $I=1$, так и для смешанных состояний с $I=1$ и $I=0$, отвечающих парам $(\bar{p}p)$ и $(\bar{n}n)$. Если нуклеоний электрически нейтрален [например, $(\bar{p}p)$], то, разумеется, зарядовая четность η_C также является хорошим квантовым числом и в этом случае действуют обычные правила отбора для аннигиляции с образованием фотонов

$$(-1)^{L+S}=(-1)^{n_\gamma}, \tag{5.60}$$

где n_γ — число фотонов в конечном состоянии.

Таблица 12

Пионная аннигиляция нуклеония

Состояние	Пространственная четность	Минимальное число пионов	
		$I=1$	$I=0$
$^1S_0$	—	3	4
$^3S_1$	—	2	3
$^1P_1$	+	4	3
$^3P_0$	+	4	4
$^3P_1$	+	3	4
$^3P_2$	+	3	2

К сожалению, экспериментальная проверка правил отбора (5.59) сопряжена с большими практическими трудностями по крайней мере по двум причинам:

1) Единственным нуклеонием, который можно получить в действительности, является протоний, который, как отмечено выше, представляет собой смесь двух состояний с изотопическими спинами $I = 0$ и $I = 1$. Следовательно, уравнение (5.59) непосредственно не может дать предсказание для аннигиляции этой системы, и для сравнения с экспериментом требуется выполнить усреднение по двум изоспиновым состояниям.

2) Поскольку пион-нуклонное взаимодействие является очень сильным, множественность пионов, рождающихся при аннигиляции антинуклонов (даже в покое), близка к 5 [15], что превосходит минимальное число пионов для таких, например, специально выделенных состояний, как $^1S_0$ (см. табл. 12). Эта ситуация существенно отлична от случая позитрония, в котором сравнительная слабость электромагнитного взаимодействия дает возможность проявиться действию правил отбора по зарядовой четности в полной мере (два фотона при аннигиляции из состояния $^1S_0$ и три фотона при аннигиляции из состояния $^3S_1$; см. гл. 3, § 3). Первая из указанных трудностей будет преодолена, если создать достаточно интенсивные пучки $\bar{n}$ [так что можно будет исследовать аннигиляцию системы $(\bar{n}, p)$, находящейся в чистом по изотопическому спину состоянии с $I = 1$]. Однако трудно представить себе, каким образом можно преодолеть второе препятствие для непосредственной проверки правил отбора (5.59).

§ 4. Правила отбора по изотопическому спину для электромагнитных переходов

Мы видели в § 2, что инвариантность лагранжиана сильного взаимодействия относительно вращений в пространстве изотопического спина (т. е. то обстоятельство, что этот лагранжиан является изоскаляром) приводит к определенным следствиям, которые могут быть прове-

рены экспериментально. Общим следствием для всех процессов сильных взаимодействий является тот факт, что кроме I_3 хорошим квантовым числом является также и $\mathbf{I}^2$. Следствия из изотопической инвариантности лагранжиана сильных взаимодействий не зависят от конкретного вида этого лагранжиана (который в точности не известен) и обусловлены только значениями изотопических спинов различных мезонов и барионов, а также тем фактом, что лагранжиан сильного взаимодействия является изоскаляром. Если рассмотреть хорошо изученное электромагнитное взаимодействие (токового типа или типа связи с магнитным моментом), то сразу же обнаружим, что электромагнитное взаимодействие не может быть изоскаляром, так как оно зависит от I_3. Поскольку S сохраняется в электромагнитных взаимодействиях, то из соотношения Гелл-Манна — Нишиджимы (5.9) следует, что электромагнитное взаимодействие токового типа должно линейно зависеть от I_3, поскольку оно линейно по Q. Например, электромагнитное взаимодействие токового типа для нуклона (для других частиц выражения аналогичны) имеет в формализе изотопического спина следующий вид:

$$e\bar{\psi}\gamma^{\mu}\left(\frac{1+\tau_3}{2}\right)\psi A_{\mu}. \tag{5.61}$$

Линейная зависимость от I_3 явно видна в этом выражении, и поскольку I_3 является третьей компонентой вектора, то из аналогии с хорошо известными правилами отбора по моменту количества движения следует, что $\Delta I = 0, \pm 1$ для всех электромагнитных процессов, обусловленных взаимодействием (5.61) (в наинизшем порядке по e).

Для иллюстрации действия правил отбора $\Delta I = 0, \pm 1$ по изотопическому спину в электромагнитных переходах рассмотрим электрическое фоторасщепление дейтрона. Лагранжиан взаимодействия, вызывающего этот процесс, в нерелятивистском приближении может быть записан в виде

$$\mathscr{L}_{\text{эфф.}} = -\frac{e}{M}\sum_{i=1}^{2}\frac{1}{2}\left\{1+\tau_3^{(i)}\right\}\mathbf{p}^{(i)}\cdot\mathbf{A}, \tag{5.62}$$

где $\mathbf{A}$ — электромагнитный потенциал, $\mathbf{p}^i$ — импульс i-го нуклона, причем $i = 1, 2$ соответственно для протона и нейтрона. Если ограничиться электрическим дипольным приближением, то взаимодействие (5.62) вызовет хорошо известные переходы

$$^3S_1 + {}^3D_1 \to {}^3P_0,\ {}^3P_1,\ {}^3P_2 + {}^3F_2. \tag{5.63}$$

Из (5.63) ясно, что $\Delta I = 1$, т. е., исходя из дейтрона в состоянии $I = 0$ ($I = 0$, потому что $^3S_1 + {}^3D_1$ является четным триплетным состоянием), в результате электрического дипольного перехода получаем нечетное триплетное состояние с $I = 1$. В данном случае переходы с $\Delta I = 0$ запрещены правилами отбора по четности.

В качестве другого примера действия правил отбора $\Delta I = 0, \pm 1$ для электромагнитных процессов рассмотрим фоторождение пионов на водороде, т. е. реакцию

$$\gamma + p \to \begin{cases} p + \pi^0 \\ n + \pi^+. \end{cases} \tag{5.64}$$

Эта реакция происходит главным образом за счет электрического взаимодействия пионного и нуклонного полей с электромагнитным полем и характеризуется переходом из начального состояния с $I = {}^1/_2$ (изотопический спин p) в конечное состояние, представляющее собой суперпозицию состояний системы из пиона и нуклона с $I = {}^1/_2$ и $I = {}^3/_2$. Таким образом, $\Delta I = 0, 1$. Соответствующая реакция фоторождения каонов

$$\gamma + p \to \begin{cases} \Sigma^+ + K^0 \\ \Sigma^0 + K^+ \end{cases} \tag{5.65}$$

в смысле изменения изотопического спина полностью аналогична процессу (5.64), в то время как в реакции

$$\gamma + p \to \Lambda^0 + K^+ \tag{5.66}$$

изотопический спин вообще не меняется, т. е. $\Delta I = 0$.

Правила отбора по изотопическому спину $\Delta I = 0, \pm 1$, справедливые для электромагнитных взаимодействий токового типа, следуют из линейности по I_3, которая в свою очередь является результатом линейности по Q. Линейность же по Q вытекает из инвариантности

относительно калибровочного преобразования второго рода (см. гл. 4, § 4). Но электромагнитное взаимодействие типа связи с магнитным моментом (типа Паули)

$$\bar{\psi}\sigma_{\mu\nu}\psi F^{\mu\nu} \tag{5.67}$$

не обязательно линейно по I_3, хотя оно и должно быть функцией только от I_3 (так как электромагнитное взаимодействие магнитного типа сохраняет электрический заряд).

Все электромагнитные взаимодействия типа Паули можно рассматривать как вторичные взаимодействия, поскольку они являются следствием совместного действия (в результате последовательности виртуальных переходов) электромагнитных взаимодействий токового типа и сильных взаимодействий. Так, мы полагаем, что взаимодействие типа связи с магнитным моментом для нейтрона является результатом электромагнитного взаимодействия токового типа «виртуального» пионного облака (и облака других «виртуальных» частиц), окружающего нейтрон. Считается, что аномальный магнитный момент протона имеет такое же происхождение. Наблюдаемый магнитный момент протона равен 2,79 ядерного магнетона. Из этого числа один ядерный магнетон есть ожидаемый дираковский магнитный момент, обусловленный электрическим зарядом протона, а избыток, равный 1,79 ядерного магнетона, относится за счет изменений, связанных с сильными взаимодействиями. Таким образом, когда мы рассматриваем фоторасщепление дейтрона, необходимо добавить к взаимодействию (5.62) взаимодействие магнитного типа

$$\sum_{i=1}^{2}\left[\frac{1}{2}(\mu_p+\mu_n)+\frac{1}{2}(\mu_p-\mu_n)\tau_3^{(i)}\right]\boldsymbol{\sigma}^{(i)}\cdot\mathbf{H}. \tag{5.68}$$

Здесь использован формализм изотопического спина, а через μ_p и μ_n обозначены аномальные магнитные моменты протона и нейтрона. Взаимодействие (5.68) линейно зависит от I_3 и поэтому приводит к правилам отбора $\Delta I = 0, \pm 1$ (в наинизшем порядке теории возмущений). В магнитном дипольном приближении переходам без изменения относительной ориентации спинов

нуклонов ${}^3S_1 + {}^3D_1 \to {}^3S_1 + {}^3D_1$, ${}^3D_2$ отвечает $\Delta I = 0$, а спин-флип-переходам ${}^3S_1 + {}^3D_1 \to {}^1S_0$, ${}^1D_2$ соответствует $\Delta I = 1$.

Таким образом, мы можем высказать следующее общее утверждение: если все электромагнитные взаимодействия типа связи с магнитным моментом происходят от совместного действия электромагнитных взаимодействий токового типа и сильных взаимодействий, то они должны линейно зависеть от I_3 и для всех физических процессов в наинизшем порядке по e должны быть справедливы правила отбора по изотопическому спину $\Delta I = 0, \pm 1$. В частности, непосредственным следствием линейной зависимости всех электромагнитных взаимодействий от I_3 для странных частиц является соотношение (справедливое в первом порядке по e) [16]:

$$\mu_+ + \mu_- = 2\mu_0, \tag{5.69}$$

где μ_+, μ_-, μ_0 — аномальные магнитные моменты Σ-гиперона. Разность масс Σ^0, Σ^+ и Σ^-, происхождение которой обусловлено электромагнитными взаимодействиями (во втором порядке по e), связана с действием правила отбора $\Delta I = 2$, так как в противном случае $m(\Sigma^+) + m(\Sigma^-) = 2m(\Sigma^0)$, что противоречит наблюдениям [16]. Аналогичные соотношения имеют место для формфакторов электрического заряда и магнитного момента таких изотопических триплетов. Считается также, что эффективное электромагнитное взаимодействие типа Паули $\mu\bar{\psi}_\Delta \sigma_{\alpha\beta}\psi_\Sigma F^{\alpha\beta}$, обусловливающее быстрый электромагнитный распад $\Sigma^0 \to \Lambda^0 + \gamma$ (для которого $\Delta I = -1$), является вторичным и происходит от совокупного действия первичного электромагнитного взаимодействия и соответствующих сильных взаимодействий.

Если в противоположность сказанному электромагнитное взаимодействие типа Паули может быть первичным, то ни из каких законов сохранения не следует, что оно должно быть линейно по I_3. Сохранение электрического заряда требует, чтобы такое взаимодействие было функцией от I_3, но не обязательно линейной. Более сложная зависимость от I_3 приведет к другим правилам отбора по изотопическому спину, тогда как в настоящее

время нет никаких указаний на то, чтобы в каком-нибудь электромагнитном процессе в первом порядке по e осуществлялись правила отбора по изотопическому спину, отличные от правила $\Delta I = 0, \pm 1$. В самом деле, отсутствие быстрых электромагнитных распадов типа $\Sigma^+ \to p + \gamma$, $\Lambda \to n + \gamma$ и т. п., в которых ΔJ равно полуцелому числу, может рассматриваться как аргумент против того, что электромагнитное взаимодействие типа Паули может быть первичным. Более того, наличие первичного электромагнитного взаимодействия типа Паули означало бы возможность существования калибровочно инвариантного взаимодействия

$$\bar{\psi}_\mu \sigma_{\alpha\beta} \psi_e F^{\alpha\beta} \tag{5.70}$$

и, следовательно, не обнаруженного до сих пор процесса распада $\mu \to e + \gamma$ [17]. Причисление всех первичных электромагнитных взаимодействий к взаимодействиям токового типа носит название принципа «минимального электромагнитного взаимодействия».

§ 5. Правила отбора по изотопическому спину для слабых взаимодействий

Мы видели, что все наблюдаемые электромагнитные процессы совместимы с тем, что первичными электромагнитными взаимодействиями являются взаимодействия токового типа. Так как спины всех элементарных частиц, кроме фотона, равны 0 или $1/2$, то электромагнитные взаимодействия токового типа имеют вид

$$eJ_\mu A^\mu, \tag{5.71}$$

где билинейный по рассматриваемому полю ток J_μ дается выражением (4.5).

Когда мы переходим к слабым взаимодействиям, то обнаруживается, что все процессы слабых взаимодействий могут быть описаны с помощью общего лагранжиана слабых взаимодействий, каждый член которого

является произведением двух токов, но каждый ток всегда обязательно содержит два поля, отвечающие двум частицам (со спином $^1/_2$) с разными электрическими зарядами. Поскольку лагранжиану слабого взаимодействия свойственна инвариантность относительно калибровочного преобразования первого рода, то нужно так построить эти два тока, чтобы их произведение было инвариантно относительно калибровочного преобразования первого рода. Чтобы пояснить сказанное, рассмотрим перечисленные в табл. 1 процессы распада за счет слабых взаимодействий. Заметим, что в этих распадах участвуют четыре фермиона, один мезон и два фермиона, три и четыре мезона или два мезона и два фермиона. Так как все мезоны сильно взаимодействуют с барионами, то можно свести все слабые взаимодействия к типу четырехфермионных, если принять во внимание сильное виртуальное взаимодействие мезонов с парами барионов. Ниже будет показано более детально, как это делается.

Здесь целесообразно несколько изменить терминологию. Поскольку лептоны не испытывают сильных взаимодействий, тогда как барионы и мезоны сильно взаимодействуют между собой, то в результате сильных взаимодействий невозможен обмен странностью или изотопическим спином между лептонами и сильно взаимодействующими частицами. Следовательно, «сильная странность» (т. е. странность барионов и мезонов) в сильных взаимодействиях сохраняется. В этом параграфе мы не будем использовать обобщенное понятие странности, введенное в гл. 1, но нам придется иметь дело с гамильтонианами и токами, которые «сохраняют» или «не сохраняют» одну лишь «сильную странность». Вместе с тем не возникнет путаницы и в тех случаях, когда мы будем говорить просто о сохраняющих и не сохраняющих странность гамильтонианах и токах. Мы не будем также использовать здесь формализм изотопического спина для лептонов, поэтому все изложенное в данном параграфе относится к «сильному изотопическому спину».

Начнем рассмотрение с процессов слабого взаимодействия с участием четырех фермионов. Известно по

крайней мере четыре таких процесса, а именно:

$$\mu^- \to e^- + \nu + \bar{\nu}, \tag{5.72а}$$

$$n \to p + e^- + \bar{\nu}, \tag{5.72б}$$

$$\mu^- + p \to \nu + n, \tag{5.72в}$$

$$\Lambda \to p + e^- + \bar{\nu}. \tag{5.72г}$$

Реакции (5.72а), (5.72б) и (5.72г) являются процессами распада, тогда как реакция (5.72в) представляет собой хорошо известный процесс захвата мюона. Во всех четырех реакциях сохраняются электрический, барионный и лептонный заряды, поэтому соответствующие четырехфермионные взаимодействия должны быть инвариантны относительно электромагнитного, барионного и лептонного калибровочных преобразований. Кроме того, в реакциях (5.72а), (5.72б) и (5.72в) сохраняется странность, тогда как в реакции (5.72г) это не имеет места, вследствие чего, вообще говоря, нельзя сказать, что слабое четырехфермионное взаимодействие должно быть инвариантно относительно калибровочного преобразования странности. С другой стороны, мы можем выписать четырехфермионные процессы, которые совместимы с сохранением электрического, барионного и лептонного зарядов, но вместе с тем никогда не наблюдались. Примерами таких процессов являются реакции

$$\mu^- \to 2e^- + e^+, \tag{5.73а}$$

$$\mu^- + p \to e^- + p, \tag{5.73б}$$

$$\mu^- + n \to e^- + n, \tag{5.73в}$$

$$K^0 \to \mu^+ + e^-. \tag{5.73г}$$

Теперь возникает вопрос, как построить четырехфермионное взаимодействие, сохраняющее электрический, барионный и лептонный заряды (но не обязательно сохраняющее странность), чтобы реакции (5.72) были разрешены, а реакции (5.73) — запрещены. Ответ на этот вопрос состоит в предложении рассматривать четырехфермионное взаимодействие как произведение двух токов [12] (каждый из которых содержит два фермионных поля), причем постулируется, что каждый ток инвариантен относительно барионного и лептонного калибровочных

преобразований, но *не инвариантен* относительно электромагнитного калибровочного преобразования (произведение двух токов, разумеется, инвариантно относительно электромагнитного калибровочного преобразования, так что электрический заряд сохраняется во всех процессах). Это означает, что мы должны написать

$$J_{\text{сл.}} = \{\bar{\psi}_{\nu}\psi_{e^-} + \bar{\psi}_{\nu}\psi_{\mu^-} + \bar{\psi}_{p}\psi_{n} + \bar{\psi}_{p}\psi_{\Delta}\}. \qquad (5.74)$$

где $J_{\text{сл.}}$ — полный «заряженный» ток (везде в дальнейшем в этом параграфе мы будем опускать матрицы Дирака). Ясно, что $J_{\text{сл.}}$ сохраняет барионный и лептонный заряды, что он меняет на единицу электрический заряд и что первые три члена сохраняют странность, тогда как последний требует изменения странности на единицу. Такой выбор $J_{\text{сл.}}$ автоматически запрещает реакции (5.73), в то время как реакции (5.72) оказываются разрешенными. Если бы мы теперь захотели построить разрешающие процессы (5.73) четырехфермионные взаимодействия, представляющие собой произведения двух токов, каждый из которых сохранял бы барионный и лептонный заряды, то мы должны были бы ввести «нейтральный ток»

$$J'_{\text{сл.}} = \{\bar{\psi}_{e^-}\psi_{\mu^-} + \bar{\psi}_{e^-}\psi_{e^-} + \bar{\psi}_{p}\psi_{p} + \bar{\psi}_{n}\psi_{\Delta}\}. \qquad (5.75)$$

Следовательно, экспериментальные данные заставляют нас предпочесть «заряженный ток» $J_{\text{сл.}}$ «нейтральному току» $J'_{\text{сл.}}$.

Таким образом, мы можем записать четырехфермионное взаимодействие в виде [18]

$$\mathscr{L}_{\text{сл.}} = G\{J^{+}_{\text{сл.}}J_{\text{сл.}} + \text{Эрмит. сопр.}\}, \qquad (5.76)$$

где G — «неперенормированная» константа связи, а $J_{\text{сл.}}$ дается выражением (5.74). Из (5.76) ясно, что произведение двух токов (т. е. $\mathscr{L}_{\text{сл.}}$) инвариантно относительно электромагнитного калибровочного преобразования, в то время как каждый из токов в отдельности не инвариантен. Поскольку электромагнитный ток сохраняет странность и электрический заряд, то он может зависеть только от I_3. В отличие от этого несохранение заряда слабым током означает, что такой ток зависит от

двух других компонент изотопического спина. В то время как электромагнитный ток имеет вид (мы воспроизводим только изотопические переменные)

$$\bar{\psi}_p\psi_p = \bar{\psi}\frac{(1+\tau_3)}{2}\psi, \tag{5.77}$$

слабый нуклонный ток записывается в виде

$$\bar{\psi}_p\psi_n = \bar{\psi}\tau_+\psi. \tag{5.78}$$

У электромагнитного тока (5.77) и слабого тока (5.78) имеется все же нечто общее. Именно, правила отбора по изотопическому спину для слабого нуклонного тока (в наинизшем порядке теории возмущений) таковы: $\Delta I = 0, \pm 1$ (переходы $0 \to 0$ запрещены). Следовательно, в реакциях (5.72б) и (5.72в) не может происходить изменения изотопического спина больше чем на единицу (поскольку лептоны не обладают изотопическим спином), а именно $\Delta I = +1$ для реакции (5.72б) и $\Delta I = -1$ для реакции (5.72в) (поскольку I_3 меняется от $-1/2$ до $+1/2$ и обратно). Оказывается, что все процессы слабого взаимодействия, сохраняющие странность (даже с участием бозонов), могут быть описаны с помощью сохраняющих странность слабых токов (5.78) с $I = 1$.

Естественным способом введения только «заряженных токов» и запрещения «нейтральных токов» может служить предположение о том, что слабые взаимодействия являются в действительности не четырехфермионными, а представляют собой взаимодействие заряженного тока $J_{\text{сл.}}$ с заряженным векторным бозоном. Если этот заряженный бозон имеет достаточно большую массу, то в большинстве известных сейчас процессов он, не проявляясь как реальная частица, будет приводить лишь к эффективному четырехфермионному взаимодействию. Поскольку лептонный и барионный заряды заряженного тока равны нулю, сохранение электрического, лептонного и барионного зарядов будет обеспечено, если приписать этому заряженному векторному мезону нулевой лептонный заряд и нулевой барионный заряд. В настоящее время нет никаких указаний на существование заряженного векторного мезона. Более того, имеются

аргументы, говорящие в пользу того, что такого мезона не существует (отсутствие распада $\mu \to e + \gamma$ [19]).

Мы отметили, что в реакции (5.72) странность меняется на единицу. Далее, если мы будем описывать эту реакцию четырехфермионным взаимодействием, представляющим собой произведение двух токов, то барионный ток будет удовлетворять условию $\Delta Q = 1$, $\Delta S = 1$ и, следовательно, $\Delta Q/\Delta S = +1$. В этом можно убедиться, рассматривая выражение $\bar{\psi}_p \psi_\Lambda$. Заметим, что условие $\Delta Q/\Delta S = +1$ (которое может иметь место, если $\Delta Q = \Delta S = \pm 1$) приводит (при сохраняющемся барионном заряде) к равенству $\Delta I_3 = \pm 1/2$. С другой стороны, условие $\Delta Q/\Delta S = -1$ (что может быть, если $\Delta Q = -\Delta S = \pm 1$) дает равенство $\Delta I_3 = \pm 3/2$. Эти утверждения непосредственно следуют из соотношения Гелл-Манна — Нишиджимы (5.9), если его переписать в форме

$$\Delta I_3 = \Delta Q - \frac{\Delta B + \Delta S}{2} \tag{5.79}$$

и положить $\Delta B = 0$ и $\Delta Q = 1$ для не сохраняющего странность тока. Равенство $\Delta I_3 = \pm 1/2$ требует, чтобы I менялось по крайней мере на $1/2$, а равенство $\Delta I_3 = \pm 3/2$ требует изменения I по меньшей мере на $3/2$. Очевидно, что не сохраняющий странность ток $\bar{\psi}_p \psi_\Lambda$ имеет $I = 1/2$ и поэтому вносит в реакцию (5.72г) $\Delta I_3 = \pm 1/2$, $\Delta Q = +1$, $\Delta S = +1$. Свертываемый с ним лептонный ток $\bar{\psi}_\nu \psi_{e^-}$ дает $\Delta Q = -1$, $\Delta I_3 = 0$ и $\Delta S = 0$. Поэтому для всей реакции (5.72г) в целом имеем: $\Delta Q = 0$, $\Delta I_3 = +1/2$, $\Delta S = +1$ (т. е. странность меняется на единицу).

Другим примером не сохраняющего странность тока с $I = 1/2$ является ток

$$(\bar{\psi}_p \psi_{\Sigma^0} + \sqrt{2}\, \bar{\psi}_n \psi_{\Sigma^-}). \tag{5.80}$$

Что эта линейная комбинация двух не сохраняющих странность токов является изоспинором, можно увидеть из табл. 9, если вспомнить, что Σ-гиперон есть изовектор (как пион), а нуклон — изоспинор. Изоспинорный ток (5.80), свертываемый с лептонным током $\bar{\psi}_e \psi_\nu$, обу-

словливает процесс $\Sigma^- \to n + e^- + \nu$. В отличие от этого не сохраняющий странность ток $(\bar{\psi}_{\Sigma^+}\psi_n)$ характеризуется значением $I = {}^3/_2$ (см. табл. 9). Его свертка с лептонным током $\bar{\psi}_\nu\psi_e$ дает взаимодействие, вызывающее распад

$$\Sigma^+ \to n + e^+ + \nu, \tag{5.81}$$

со следующими свойствами: $\Delta Q = 1$, $\Delta I_3 = {}^3/_2$, $\Delta S = -1$ (так что $\Delta Q/\Delta S = -1$). Если мы примем гипотезу (экспериментальные основания которой будут приведены ниже), что допустимы только не сохраняющие странность токи с $\Delta Q/\Delta S = +1$ [19][1]), то реакция (5.81), обусловленная взаимодействием тока $\bar{\psi}_\Sigma\psi_n$ с лептонным током $\bar{\psi}_\nu\psi_e$, будет запрещена. В отличие от этого электронный распад Σ^- может быть обусловлен не сохраняющим странность током с $I = {}^1/_2$ [либо непосредственно током (5.80), либо током $\bar{\psi}_p\psi_\Lambda$ и сильным виртуальным взаимодействием Λ и Σ]. Поскольку ни электронный распад Σ^-, ни позитронный распад Σ^+ до сих пор не наблюдались, мы не можем пока получить подтверждения гипотезы изоспинорного тока из четырехфермионных процессов распада Σ-гиперонов. Однако можно усмотреть подтверждение этой гипотезы в отрицательных результатах попыток обнаружить реакции с участием одного бозона и двух барионов типа $\Xi^- \to n + \pi^-$. Если не сохраняющий странность ток с $I = {}^3/_2$, такой, например, как $\bar{\psi}_{\Sigma^+}\psi_n$, существует, то слабое взаимодействие в виде произведения двух токов

$$(\bar{\psi}_{\Sigma^+}\psi_n)^+ (\bar{\psi}_p\psi_\Lambda) \tag{5.82}$$

приведет (при участии сильных виртуальных взаимодействий) к распаду $\Xi^- \to n + \pi^-$.

Хотя четырехфермионное взаимодействие (5.76) может объяснить все четырехфермионные процессы (5.72), необходимо изучить его следствия для всех других про-

[1] Впервые эту гипотезу выдвинул Гелл-Манн [37*]. На обязательность правила $\Delta Q/\Delta S = +1$ для модели Сакаты (см. § 6) указал Окунь [36*]. — *Прим. перев.*

цессов, обусловленных слабыми взаимодействиями — процессов с участием одного бозона и двух фермионов, двух бозонов и двух фермионов, трех и четырех бозонов, чтобы выяснить, находятся ли в согласии с экспериментальными фактами изоспиновые свойства различных токов. В настоящее время известны следующие реакции с участием одного бозона и двух фермионов:

$$\begin{array}{llll} \pi^+ \to \mu^+ + \nu, & \text{(а)} & \Sigma^+ \to p + \pi^0, & \text{(е)} \\ \pi^+ \to e^+ + \nu, & \text{(б)} & \Sigma^+ \to n + \pi^+, & \text{(ж)} \\ K^+ \to \mu^+ + \nu, & \text{(в)} & \Sigma^- \to n + \pi^-, & \text{(з)} \\ \Lambda \to p + \pi^-, & \text{(г)} & \Xi^- \to \Lambda + \pi^-, & \text{(и)} \\ \Lambda \to n + \pi^0, & \text{(д)} & \Xi^0 \to \Lambda + \pi^0. & \text{(к)} \end{array} \qquad (5.83)$$

Экспериментально наблюдались следующие реакции с участием двух бозонов и двух фермионов:

$$\begin{array}{ll} K^+ \to \mu^+ + \nu + \pi^0, & K^+ \to e^+ + \nu + \pi^0, \\ K^0 \to \mu^+ + \nu + \pi^-, & K^0 \to e^+ + \nu + \pi^-. \end{array} \qquad (5.84)$$

Наконец, известны следующие процессы с участием трех и четырех бозонов:

$$\begin{array}{lll} K^+ \to \pi^+ + \pi^0, & K^+ \to 2\pi^+ + \pi^-, & K^+ \to 2\pi^0 + \pi^+, \\ K^0 \to \pi^+ + \pi^-, & K^0 \to 2\pi^0, & \\ K^0 \to \pi^+ + \pi^- + \pi^0, & K^0 \to 3\pi^0. & \end{array} \qquad (5.85)$$

Можно думать, что все эти процессы будут понятны по крайней мере качественно на основе лагранжиана слабого взаимодействия (5.76) [19] с постулированными выше изоспиновыми свойствами сохраняющих и не сохраняющих странность токов и с учетом всех сильных взаимодействий, представленных в лагранжиане (5.38). В данном рассмотрении нам не понадобится делать предположения о величинах констант g_1, ..., g_8, входящих в лагранжиан сильного взаимодействия (5.38), за исключением того обстоятельства, что мы будем предполагать существование как пион-барионных, так и каон-барионных сильных взаимодействий. Рассмотрим теперь по очереди реакции (5.83)—(5.85).

Реакции (5.83а)—(5.83в) согласуются с изоспиновыми свойствами, приписываемыми слабым токам. Это следует из того факта, что изовекторный пион [за счет сильного изоскалярного виртуального взаимодействия g_1; см. выражение (5.38)] эквивалентен сохраняющему странность изовекторному току $\bar{\psi}_p\psi_n$, а изоспинорный каон [благодаря виртуальному изоскалярному сильному взаимодействию g_5; см. выражение (5.38)] эквивалентен изоспинорному току $\bar{\psi}_p\psi_\Delta$. Поскольку в реакциях (5.83а)—(5.83в) испускаются лептонные пары (а в данном случае, как уже отмечалось, лептонный ток может рассматриваться как изоскаляр), изменение изотопического спина во всех этих процессах равно изотопическим спинам исходных пионов и каонов.

Реакции (5.83г) — (5.83к) могут быть описаны комбинацией слабого четырехфермионного взаимодействия типа $\{(\bar{\psi}_p\psi_n)^+(\bar{\psi}_p\psi_\Delta)\}$ (представляющего собой свертку сохраняющего странность тока с $I = 1$ и не сохраняющего странность тока с $I = 1/2$) и сильных взаимодействий g_1, g_2, g_6 и g_7 [см. выражение (5.38)]. Поскольку сильные взаимодействия являются изоскалярами, изменение изотопического спина во всей реакции в целом равно ΔI, обусловленному четырехфермионным взаимодействием. Это последнее представляет собой произведение не сохраняющего странность барионного тока с $I = 1/2$ и сохраняющего странность барионного тока с $I = 1$. Следовательно, согласно обычному векторному правилу сложения моментов, изменение изотопического спина ΔI в процессе четырехфермионного слабого взаимодействия (а значит, и во всей реакции в целом) равно, вообще говоря, $1/2$ или $3/2$. Эти выводы находятся в согласии со всеми имеющимися экспериментальными данными [20] о реакциях (5.83г)—(5.83к), причем тот факт, что вероятности реакций (5.83г) и (5.83д) относятся приблизительно как 2 : 1, убедительно свидетельствует в пользу $\Delta I = 1/2$ для всего процесса распада.

Ряд авторов [21] выдвинул гипотезу, что правило отбора $\Delta I = 1/2$ имеет место для всех нелептонных распадов, вызываемых слабыми взаимодействиями. Если это

правило отбора является строгим, то необходимо предположить, что слабые, не сохраняющие странность барионные токи должны комбинироваться так, чтобы требование $\Delta I = {}^1/_2$ строго выполнялось для соответствующих четырехфермионных лагранжианов. Например, четырехфермионное взаимодействие, ответственное за реакции (5.83г) и (5.83д), должно иметь вид

$$\{(\bar{\psi}_p\psi_n)^+\,\bar{\psi}_p\psi_\Lambda + (\bar{\psi}_n\psi_n)^+\,\psi_n\psi_\Lambda\} + \text{Эрмит. сопр.}, \qquad (5.86)$$

тогда как постулированное выше четырехфермионное взаимодействие $\{(\bar{\psi}_p\psi_n)^+\,(\bar{\psi}_p\psi_\Lambda)\}$ отличается от (5.86) членом, который дает $\Delta I = {}^3/_2$. Действительно, это четырехфермионное взаимодействие может быть записано в форме

$$\frac{1}{3}\{(\bar{\psi}_p\psi_n)^+\,\bar{\psi}_p\psi_\Lambda + (\bar{\psi}_n\psi_n)^+\,\bar{\psi}_n\psi_\Lambda\} +$$

$$+\frac{1}{3}\{2(\bar{\psi}_p\psi_n)^+\,\bar{\psi}_p\psi_\Lambda - (\bar{\psi}_n\psi_n)^+\,\bar{\psi}_n\psi_\Lambda\} + \text{Эрмит. сопр.}, \qquad (5.87)$$

т. е. в виде (5.86), приводящем к правилу отбора $\Delta I = {}^1/_2$, плюс член, дающий $\Delta I = {}^3/_2$. Второе слагаемое в специально подобранном нами четырехфермионном взаимодействии (5.86) является произведением сохраняющего и не сохраняющего странность барионных токов с $\Delta Q = 0$ (т. е. «нейтральных токов»), которые мы предпочли исключить, имея в виду запретить ненаблюдавшиеся процессы, типа указанных в перечне (5.73). Поэтому необходимо предположить, что неперенормированное четырехфермионное взаимодействие должно иметь вид (5.87), но динамические эффекты сильных взаимодействий, если их учесть полностью, приводят к тому, что рассматриваемые процессы происходят так, как если бы действовало правило отбора $\Delta I = {}^1/_2$. Противоположная точка зрения высказана Ли и Янгом [14], которые, исходя из того, что правило отбора $\Delta I = {}^1/_2$ является строгим, выводят необходимые его следствия (четыре типа промежуточных бозонов и т. д.).

Рассмотрим теперь реакции (5.84), в которых участвуют два бозона и два фермиона. Пионы рождаются в сильном пион-нуклонном взаимодействии, каон виртуаль-

но диссоциирует на пару нуклон — Λ-гиперон [благодаря сильному взаимодействию g_5 в выражении (5.38)], а лептоны испускаются за счет четырехфермионного взаимодействия $(\bar{\psi}_p\psi_\Lambda)^+(\bar{\psi}_\nu\psi_{\mu^-})$ или $(\bar{\psi}_p\psi_\Lambda)^+(\bar{\psi}_\nu\psi_{e^-})$, представляющего собой свертку не сохраняющего странность тока с $I = 1/2$ с лептонным током. Таким образом, для реакций (5.84) гипотеза, допускающая только не сохраняющие странность токи с $I = 1/2$, эквивалентна правилу отбора $\Delta I = 1/2$ для всего четырехфермионного взаимодействия (поскольку ток, свертываемый с $\bar{\psi}_p\psi_\Lambda$, является «изоскалярным» лептонным током). Имеются косвенные указания, вытекающие из исследования распада K_2^0 (см. гл. 3, § 5), что реакции

$$\begin{aligned} \bar{K}^0 &\to e^+ + \nu + \pi^-, \\ \bar{K}^0 &\to \mu^+ + \nu + \pi^- \end{aligned} \tag{5.88}$$

не осуществляются. Так как

$$|K_1^0\rangle = \frac{|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle}{\sqrt{2}} \quad \text{и} \quad |K_2^0\rangle = \frac{|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle}{\sqrt{2}},$$

то можно легко показать, что и правило отбора $\Delta I = 1/2$ и гипотеза, допускающая только не сохраняющие странность токи с $I = 1/2$, дают следующие соотношения между вероятностями лептонных распадов K_1^0 и K_2^0:

$$\begin{aligned} W(K_1^0 \to \mu^\pm \pm \nu + \pi^\mp) &= W(K_2^0 \to \mu^\pm \pm \nu + \pi^\mp), \\ W(K_1^0 \to e^\pm \pm \nu + \pi^\mp) &= W(K_2^0 \to e^\pm \pm \nu + \pi^\mp). \end{aligned} \tag{5.89}$$

Здесь $+\bar{\nu}$ обозначено символом $-\nu$. Эти соотношения вместе с тем фактом, что (K^0, K^+) есть изоспинор, приводят нас к предсказанию относительно реакций (5.88), и мы получаем

$$\begin{aligned} W(K^0 \to \mu^+ + \nu + \pi^-) &= 2W(K^+ \to \mu^+ + \nu + \pi^0), \\ W(K^0 \to e^+ + \nu + \pi^-) &= 2W(K^+ \to e^+ + \nu + \pi^0). \end{aligned} \tag{5.90}$$

Формулы (5.89) и (5.90) позволяют установить верхнюю границу времени жизни K_2^0-частицы, исходя из данных о

времени жизни K^+-мезона, а именно [22][1]):

$$\tau(K_2^0) \leqslant 7 \cdot 10^{-8} \text{ сек}. \tag{5.91}$$

Сравнив (5.91) с временами жизни, указанными в табл. 1, мы увидим, что это предсказание согласуется с экспериментальными данными. Если далее мы примем правило отбора $\Delta I = {}^1/_2$, то получим

$$W(K_2^0 \to 3\pi) \equiv W(K^+ \to 3\pi). \tag{5.92}$$

Так как $W(K^+ \to 3\pi) = 6{,}0 \cdot 10^6$ *сек*$^{-1}$ (см. табл. 5), то время жизни K_2^0 следует ожидать равным $5 \cdot 10^{-8}$ *сек*, что в пределах ошибок согласуется с экспериментом. Этот весьма точный результат показывает, что CP-инвариантность (см. гл. 3) вместе с постулированными выше правилами отбора по странности и изотопическому спину дают возможность довольно детально разобраться в богатом и сложном многообразии схем распада нейтральных каонов. Таким образом, можно заключить, что данные о распадах с участием двух бозонов и двух лептонов согласуются с нашими предположениями об изоспиновых свойствах общего лагранжиана слабых взаимодействий.

В реакциях (5.85) участвуют три или четыре бозона. Каон виртуально диссоциирует на пару нуклон — Λ-гиперон (благодаря сильному взаимодействию $KN\Lambda$), пионы рождаются в сильном взаимодействии g_1 и, наконец, участвующее в этих процессах слабое четырехфермионное взаимодействие представляет собой произведение сохраняющего странность барионного тока $\bar{\psi}_p \psi_n$ и не сохраняющего странность барионного тока $\bar{\psi}_p \psi_\Lambda$ с $I = {}^1/_2$. Из нашего предыдущего рассмотрения реакций (5.83) следует, что для всех процессов (5.85) должно быть $\Delta I = {}^1/_2$ или ${}^3/_2$. Так же как и в случае реакций (5.83) с участием одного бозона и двух барионов, из данных о чисто бозонных процессах слабых взаимодей-

[1]) Этот результат впервые был получен Кобзаревым и Окунем [38*]. — *Прим. перев.*

ствий следует, что $\Delta I = {}^1/_2$ во много раз более вероятно, чем $\Delta I = {}^2/_3$. Это видно из того факта, что вероятность распадов $K_1^0 \to 2\pi^0$ и $K_1^0 \to \pi^+ + \pi^-$ примерно в 100 раз больше вероятности реакции $K^+ \to \pi^+ + \pi^0$. Эту большую разницу можно объяснить [23], предположив, что два пиона при распаде K^0 рождаются преимущественно в состоянии с $I = 0$ (возможны только состояния с $I = 0$ и $I = 2$), так как орбитальный момент двух пионов должен быть равен нулю и состояние всей системы должно быть симметрично как по переменным изотопического спина, так и по переменным момента количества движения. Состояние с $I = 0$ невозможно при распаде K^+ (когда может осуществляться только состояние с $I = 2$, так как для образующихся пионов $I_3 = +1$). В пользу преобладания $\Delta I = {}^1/_2$ над $\Delta I = {}^3/_2$ говорит также тот факт, что наблюдаемые вероятности двух схем распада нейтрального каона, т. е. процессов $K_1^0 \to \pi^+ + \pi^-$ и $K_1^0 \to 2\pi^0$, относятся приблизительно как 2 : 1.

Аналогичные, хотя и не столь убедительные, указания о значительно большей величине матричных элементов переходов с $\Delta I = {}^1/_2$ содержатся в фактах, относящихся к трехпионным схемам распада заряженного каона. Установлено (без учета различия фазовых объемов), что отношение вероятностей распадов на $2\pi^+ + \pi^-$ и $2\pi^0 + \pi^+$ равно ${}^1/_4$. Это значение согласуется с предположением, что три π-мезона рождаются в состоянии с $I = 1$ (так как изотопический спин каона равен ${}^1/_2$, то $\Delta I = {}^1/_2$). Из такого предположения следует также, что отношение вероятностей распадов $K_2^0 \to \pi^+ + \pi^- + \pi^0$ и $K_2^0 \to 3\pi^0$ равно 3 : 2. Это предсказание пока еще не проверено из-за отсутствия достаточно полных экспериментальных данных.

Дальнейшее исследование проблемы трехпионного распада показывает, однако, что правило отбора $\Delta I = {}^1/_2$ не является необходимым для равенства ${}^1/_4$ отношения вероятностей распада заряженного каона. Энергетический спектр и угловое распределение пионов, образующихся при распаде $K^+ \to 2\pi^+ + \pi^-$, указывают, что пространственная волновая функция трехпионной системы полностью симметрична. Отсюда следует, что возможны

только состояния с изотопическим спином $I = 1$ и $I = 3$, поскольку полная волновая функция должна быть симметрична как по пространственным, так и по изоспиновым переменным. Но состояние с $I = 3$ не может быть получено при распаде каона (для которого $I = {}^1/_2$), обусловленном не сохраняющим странность барионным током с $I = {}^1/_2$ (в этом случае, как уже отмечалось, возможно только $\Delta I = {}^1/_2$ или ${}^3/_2$). Таким образом, аргументы в пользу всеобщей значимости правила отбора $\Delta I = {}^1/_2$, основывающиеся на данных о трехпионных распадах каона, не являются убедительными. Остается справедливым лишь то, что двухпионные распады каона, а также вызываемые слабым взаимодействием процессы с участием одного бозона и двух барионов [в частности, распады (5.83г) и (5.83д)] свидетельствуют о значительно большей величине матричных элементов переходов с $\Delta I = {}^1/_2$ по сравнению с матричными элементами для $\Delta I = {}^3/_2$.

Наконец, мы укажем еще один аргумент против введения несохраняющих странность токов с $\Delta Q/\Delta S = -1$. Ясно, что не сохраняющий странность ток $\bar{\psi}_p \psi_\Lambda$ с $\Delta Q/\Delta S = +1$ существует. Если мы постулируем, что существует также не сохраняющий странность ток $\bar{\psi}_{\Sigma^+} \psi_n$ с $\Delta Q/\Delta S = -1$, то переход $K^0 \to \overline{K}^0$ будет осуществляться при помощи двух сильных взаимодействий и одного слабого четырехфермионного взаимодействия. Так как $\Delta Q_1/\Delta S_1 = +1$ и $\Delta Q_2/\Delta S_2 = -1$, то четырехфермионное взаимодействие может быть записано в виде

$$\{(\psi_{\Sigma^+} \psi_n)^+ (\bar{\psi}_p \psi_n)\}, \tag{5.93}$$

где первый ток является не сохраняющим странность током с $I = {}^1/_2$ ($\Delta Q/\Delta S = +1$), а второй — не сохраняющим странность током с $I = {}^3/_2$ ($\Delta Q/\Delta S = -1$). Поскольку $\Delta Q = 0$ для перехода $K^0 \leftrightarrow \overline{K}^0$ в целом, то ΔS для всего перехода должно быть равно 2. Описанные выше виртуальные переходы приводят к разности масс K_1^0 и K_2^0 порядка 10^{-4} массы электрона. С другой стороны, если допускаются лишь не сохраняющие стран-

ность токи с $I = 1/2$, то виртуальные переходы $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$ могут совершаться лишь через посредство двух актов слабых взаимодействий (и двух сильных взаимодействий). Каждое из двух слабых взаимодействий содержит произведение не сохраняющего странность тока с $I = 1/2$ и сохраняющего странность тока с $I = 1$. Поскольку для виртуальных переходов $K^0 \leftrightarrow \bar{K}^0$ требуется теперь два акта слабых четырехфермионных взаимодействий, то предсказываемая разность масс $K_1^0 - K_2^0$ оказывается значительно меньшей, а именно порядка $\hbar/\tau_1$ (τ_1 — время жизни K_1^0), что составляет примерно 10^{-11} массы электрона.

Разность масс K_1^0 и K_2^0 измерена [25] и результат весьма близок к величине $\hbar/\tau_1$. Это является сильным возражением против существования не сохраняющих странность барионных токов с $I = 3/2$ и, следовательно, обусловленных слабыми взаимодействиями распадов с $\Delta S = 2$. Такой вывод согласуется с приведенными выше соображениями, основанными на отсутствии распада $\Xi^- \to n + \pi^-$.

§ 6. Гипотеза элементарных полей

Из всего изложенного видно, что принципы симметрии и правила отбора играют очень важную роль в «упорядочении» теории элементарных частиц. Были рассмотрены различные свойства симметрии. С одной стороны, мы различали аддитивные и неаддитивные квантовые числа, с другой — абсолютные и приближенные законы сохранения (см. гл. 1, § 3, 4 и 5). Но основное положение, из которого мы исходили, рассматривая взаимодействие элементарных частиц, состояло в том, что между *полями* и элементарными *частицами* постулировалось взаимно однозначное соответствие, причем «носителями» всех свойств симметрии предполагались поля. В связи с этим, естественно, возникает вопрос, нельзя ли уменьшить число «носителей» свойств симметрии.

Чтобы сформулировать наши идеи, ограничимся вначале рассмотрением сильно взаимодействующих частиц. Из предыдущего ясно, что число частиц, участвующих в

сильных взаимодействиях (π, K, N, Λ, Σ, Ξ), гораздо больше числа свойств симметрии, характеризующих эти взаимодействия. Не считая дискретных преобразований P, C и T (связанных с несобственной группой Лоренца), сильные взаимодействия, как мы обнаружили, инвариантны относительно двух независимых калибровочных преобразований первого рода (барионного и странного) и относительно группы изотопических вращений. Это следует из того факта, что электрический заряд, барионный заряд, странность и третья компонента изотопического спина связаны соотношением Гелл-Манна — Нишиджимы

$$Q = I_3 + \frac{S+B}{2}. \tag{5.94}$$

Следовательно, до тех пор пока мы рассматриваем внутренние степени свободы, сильно взаимодействующие частицы могут быть представлены тремя полями: двумя полями, образующими изоспинор, и одним полем с единичным барионным зарядом (если изоспинор является мезоном) или единичной странностью (если в качестве изоспинора выбран барион).

Конкретный выбор этих трех сильно взаимодействующих полей не однозначен. Можно, например, избрать поля p, n, Λ (модель Сакаты [26] [1]) или p, n, K^- (модель Гольдгабера [27]), или Λ, K^+, K^0, или любые другие три поля, удовлетворяющие сформулированным выше требованиям. Предпочесть какую-нибудь из трех полевых моделей можно, лишь руководствуясь качественными соображениями, поскольку в настоящее время не существует какой-либо удовлетворительной динамической теории таких моделей. В этом смысле наиболее привлекательной является модель Сакаты, поскольку она базируется на трех легчайших барионах и постулирует, что сильные взаимодействия имеют четырехфермионную природу, так же как и слабые взаимодействия. Зарядовая независимость сильных взаимодействий в явной форме обеспечивается требованием инвариантности четырехфермионного

[1]) Модель, весьма близкая к модели Сакаты, была предложена Марковым [35*]. Ряд интересных следствий модели Сакаты получен Окунем [36*]. — *Прим. перев.*

взаимодействия относительно изотопических вращений (группы унитарных преобразований полей p, n). С точки зрения модели Сакаты мезоны и более тяжелые барионы являются составными частицами: $\pi = (N\bar{N})$, $K = (N\bar{\Lambda})$, $\Sigma = (N\bar{N}\Lambda)$ и $\Xi = (\bar{N}\Lambda\Lambda)$. Далее, в этой модели сохранение сохраняющего странность тока слабых взимодействий [28] следует из зарядовой независимости и сохранения барионного тока. Кроме того, единственным возможным не сохраняющим странность слабым током является ток (ΛN) с $I = 1/2$ (см. § 5 этой главы).

Модель Гольдгабера имеет много общего с моделью Сакаты в том смысле, что здесь также рассматриваются сильные четырехфермионные взаимодействия между полями p и n, хотя и существует трудность в обеспечении изотопической инвариантности сильных взаимодействий. Эта трудность может быть обойдена введением дополнительного поля, так что в качестве исходных полей постулируются p, n, K^-, $\bar{K}^0$. Тогда для получения ядерных взаимодействий можно постулировать взаимодействие типа Юкавы. В этой связи «странная» модель, исходящая из Λ, K^+, K^0, представляется более подходящей, поскольку она оперирует с минимальным необходимым числом исходных полей и постулирует только взаимодействия типа Юкавы, для которых обеспечивается зарядовая независимость. Главным недостатком этой схемы является трудность введения универсального слабого взаимодействия и невозможность получить взаимодействие типа Юкавы, сохраняющее странность. Из существующих трехполевых моделей модель Сакаты лучше других удовлетворяет всем известным свойствам симметрии слабых и сильных взаимодействий.

Как все теории составных частиц, теория Сакаты в ее настоящей форме не может дать какие-либо количественные предсказания, в частности, она неспособна ответить на вопрос — существуют ли, кроме уже известных нам, другие «стабильные» (по шкале ядерного времени) частицы. Этот вопрос особенно актуален, так как ряд экспериментальных данных было бы особенно просто объяснить с помощью новых частиц [28]. Если ограничиться рассмотрением частиц, электрический и барион-

ный заряды которых не превышают единицы, то соотношению Гелл-Манна — Нишиджимы (5.94) удовлетворяют четыре «новые» частицы:

1) отрицательно заряженный барион с $S = -3$ (обозначаемый Ω^-);

2) положительно заряженный барион с $S = +1$ (обозначаемый Z^+);

3) положительно заряженный мезон с $S = +2$ (обозначаемый D^+);

4) нейтральный мезон с $S = 0$ (обозначаемый π_0^0 или ρ^0).

Для всех этих частиц $I = 0$, причем у первых трех частиц существуют отличные от них античастицы, аддитивные квантовые числа которых, как обычно, равны по абсолютной величине и противоположны по знаку аддитивным квантовым числам частиц. Заметим, что если четвертая частица обладает массой, большей чем две пионные массы, то она будет нестабильна относительно распада на два пиона в состоянии с $I = 0$ (если только этот распад не запрещен правилами отбора по четности, что может иметь место, когда, например, спин и четность частицы таковы: 0^-, 1^+ и т. д.). Первые три частицы могут быть исключены, если потребовать, чтобы гиперзаряд $Y(=S + B)$ был по абсолютной величине не больше единицы для всех элементарных частиц. В настоящее время нет никаких достаточно достоверных данных, указывающих на существование этих четырех частиц. Вместе с тем нет никаких обязательных теоретических соображений, вытекающих из модели Сакаты или другой (трехполевой) модели, которые бы исключали возможность существования таких частиц.

Хотя трехполевые модели не могут дать никаких динамических предсказаний, они все же точно устанавливают, что трех полей достаточно для удовлетворения всех теоретико-групповых требований, накладываемых на сильно взаимодействующие частицы. Остаются, однако, еще частицы, которые вообще не испытывают сильных взаимодействий, а именно лептоны. Число фундаментальных полей, необходимых для описания лептонов, также равно трем, поскольку необходимо иметь в виду электромагнитное и лептонное калибровочные преобра-

зования, а также «странное» отличие мюона от электрона. Естественно избрать члены лептонного триплета (μ^-, e^-, ν) в качестве трех фундаментальных лептонных полей. Если мы формально введем изотопический спин и калибровочное преобразование странности для лептонов, то получим аналог формулы Гелл-Манна — Нишиджимы для лептонов

$$Q = I_3 + \frac{S-L}{2}, \tag{5.95}$$

где μ^- — изоскаляр с $S=-1$, а пара частиц (e^-, ν) образует изоспинор с $S=0$. Мы обнаруживаем теперь замечательную параллель между триплетом лептонных полей и базисным триплетом барионных полей модели Сакаты. Прежде всего три фермионных поля характеризуются квантовыми числами L, Q, S в одном случае и B, Q, S — в другом. Общность аддитивных квантовых чисел этих двух троек фермионных полей выражается обобщенным соотношением Гелл-Манна — Нишиджимы [30] (ср. гл. 1)

$$Q = I_3 + \frac{B-L+S}{2}. \tag{5.96}$$

Далее отметим, что рассматриваемые две тройки полей соответствуют физическим частицам, спектры масс которых очень похожи. Отправляясь от этих положений, Гамба, Маршак и Окубо [30] выяснили следствия симметрии электромагнитных и слабых взаимодействий (называемой ниже BL-симметрией), которая определяется преобразованиями

$$\Lambda \leftrightarrow \mu^-, \quad n \leftrightarrow e^-, \quad p \leftrightarrow \nu \tag{5.97}$$

(сильные взаимодействия, разумеется, не могут обладать BL-симметрией, поскольку лептоны не принимают участия в таких взаимодействиях).

Следствия BL-симметрии весьма интересны. В отношении электромагнитных взаимодействий указанная симметрия приводит к утверждению, что поскольку лептонам свойственно только минимальное калибровочно инвариантное электромагнитное взаимодействие, то то же самое должно иметь место и для барионов. Далее, поскольку нет *быстрого* электромагнитного распада $\Lambda \to n+\gamma$, обусловленного взаимодействием с магнитным

моментом типа Паули, должен отсутствовать распад такого же типа $\mu^- \to e^- + \gamma$. Для слабых взаимодействий BL-симметрия означает распространение оправдавшей себя $V-A$-теории четырехфермионных взаимодействий на странные частицы, поскольку билинейный ковариант $(\mu^- \nu)$ переходит в (Λp). Так как осуществляются только заряженные лептонные билинейные ковариванты (из-за чего реакции типа $\mu^- \to e^- + e^- + e^+$ запрещены), то отсюда следует, что в слабых взаимодействиях могут участвовать только заряженные барионные билинейные ковариванты. Поэтому, в частности, нейтральные переходы типа $\Lambda \to n + n + \bar{n}$ запрещены, и правило отбора $\Delta I = 1/2$ не может быть строгим (ср. § 5 этой главы). Вообще оказывается, что если использовать BL-симметрию, все наблюдаемые на опыте процессы приводят к наблюдаемым процессам, а из ненаблюдаемых процессов получаются ненаблюдаемые процессы [30].

Таким образом, предсказания, следующие из принципа BL-симметрии, находятся в согласии с экспериментом; вместе с тем использование этой симметрии позволяет установить естественное соответствие между семействами барионов и лептонов. В связи с этим возникает вопрос, нельзя ли получить это соответствие, исходя из более фундаментальной теории. Нагойская группа авторов [31] предприняла попытку построить четырехполевую теорию барионов и лептонов, руководствуясь принципом BL-симметрии. Они предположили, что четырьмя фундаментальными полями являются члены лептонного триплета (μ^-, e^-, ν) и положительно заряженный бозон B^+, который сильно взаимодействует с лептонами. Каждый член барионного триплета (Λ, n, p) предполагается составной частицей, состоящей из B^+ и соответствующего лептона, т. е. $(\Lambda, n, p) = B^+(\mu^-, e^-, \nu)$. К сожалению, нагойская модель не может запретить (без введения дополнительных правил отбора) таким реакциям, как $n(=B^+e^-) + p(=B\bar{\nu}) \to e + \nu$, быть «сильными» процессами. Это не является неожиданным, так как в теории подобного типа неявно предполагается, что для всех взаимодействий изоспиновые пространства и странные

калибровочные преобразования лептонного и барионного триплетов идентичны.

Итак, несмотря на *BL*-симметрию, при обычном рассмотрении взаимодействия полей методами теории возмущений минимальное число полей, необходимое для описания свойств симметрии сильно взаимодействующих частиц и лептонов, равно шести. Представляется вероятным, что надежды на построение более «единой» теории элементарных частиц (с числом полей, меньшим чем шесть) должны быть связаны с существованием таких решений уравнений поля, которые не могут быть получены в теории возмущений (вследствие бесконечного числа степеней свободы квантового поля). В этом состоит рациональное зерно нелинейных теорий, типа предложенной Гейзенбергом [29], Намбу [33] и Маршаком и Окубо [34] [1]). Во всех этих теориях авторы пытаются получить конечные массы, исходя из самовзаимодействий полей с нулевой затравочной массой. В рамках теории возмущений при этих условиях возможность получения конечной массы исключена. Намбу обосновывает существование решений своих уравнений с неаналитической зависимостью от константы связи физическим фактом — существованием сверхпроводимости. Но это в такой же степени относится и к теориям Гейзенберга и Маршака и Окубо. Однако все указанные теории в равной мере сталкиваются с серьезными вычислительными трудностями и «обсуждение относительных достоинств различных теорий целесообразно отложить до более благоприятного момента» (см. предисловие).

ЛИТЕРАТУРА

1. Bethe H., Hoffmann F., Mesons and Fields, Vol. II, Evanston, 1955; Sachs R. G., Nuclear Theory, Cambridge 1953; Breit G., Hull M., Lassila K., Pyatt K., Phys. Rev. Letters, **4**, 79 (1960).
2 Kemmer N., Proc., Cambr. Phil. Soc., **34**, 354 (1938).
3. Marshak R. E., Meson Physics, New York, 1952, 1959.

[1]) О нелинейном обобщении спинорного уравнения Дирака см. также работу Иваненко [39*] и сборник [40*]. — *Прим. редакции.*

4. Yang C. N., Mills R. L., Phys. Rev., **96**, 191 (1954).
5. Heitler W., Proc. Roy. Irish Acad., **51**, 33 (1946); Messiah A. M. L., Phys. Rev., **86**, 430 (1952).
6. Gell-Mann M., Watson K. M., Annual Review of Nuclear Science, Vol. 4, 1954.
7. Rosenfeld A. H., Phys. Rev., **96**, 13 (1954).
8. Crewe A. S., Ledley B., Lillethun E., Marcowitz S. M., Rey C., Phys. Rev., **118**, 1091 (1960); Harting D., Kluyver J. C., Kusumegi A., Rigopoulos R., Sachs A. M., Tibell G., Vanderhaeghe G., Weber G., Phys. Rev. Letters, **3**, 52 (1959).
9. Booth N., Chamberlain O., Rogers E., Bull. Am. Phys. Soc., Ser. II, **4**, 446 (1959); Акимов Ю., Савченко О., Сороко Л., ЖЭТФ, **38**, 304 (1960).
10. Cartan E., Leçons sur la Spineurs, Paris, 1938 (см. перевод: Э. Картан, Теория спиноров, ИЛ, 1947).
11. Шмушкевич И. М., ДАН СССР, **103**, 235 (1955); Душин Н., Шмушкевич И. М., ДАН СССР, **106**, 801 (1956).
12. Окунь Л. Б., ЖЭТФ, **31**, 333 (1957).
13. Alvarez L., Труды конференции по физике высоких энергий (Киев, 1959), М. 1960; Crawford F. S., Douglas R. L., Good M. L., Kalbfleish G. R., Stevenson M. L., Ticho H. K., Phys. Rev. Letters, **3**, 394 (1959).
14. Lee T. D., Yang C. N., Nuovo Cimento, **3**, 749 (1956); Goebel C. J., Phys. Rev., **103**, 258 (1956).
15. Chamberlain O., Goldhaber G., Jauneau L., Kalogeropoulos T., Segrè E., Silberberg R., Phys. Rev., **113**, 1615 (1959).
16. Marshak R. E., Okubo S., Sudarshan E. C. G., Phys. Rev., **106**, 599 (1957); Weinberg S., Treiman S. B., Phys. Rev., **116**, 465 (1959).
17. Frankel S., Hagopian V., Helpern J., Whestone A. L., Phys. Rev., **118**, 589 (1960).
18. Feynman R. P., Gell-Mann M., Phys. Rev., **109**, 193 (1958); Sudarshan E. C. G., Marshak R. E., Phys. Rev., **109**, 1860 (1958).
19. Marshak R. E., Труды конференции по физике высоких энергий (Киев, 1959), М. 1960; Lee T. D., Yang C. N., Phys. Rev., **119**, 1410 (1960).
20. Okubo S., Marshak R. E., Sudarshan E. C. G., Teutsch W. B., Weinberg S., Phys. Rev., **112**, 665 (1958).

21. Gell-Mann M., Pais A., Proceedings of the Glasgow Conference on Nuclear and Meson Physics, London, 1955; Gell-Mann M., Rosenfeld A. H., Annual Review of Nuclear Science, Vol. 7, Palo Alto, 1957.
22. Okubo S., Marshak R. E., Sudarshan E. C. G., Phys. Rev. Letters, **2**, 12 (1959).
23. Gell-Mann M., Nuovo Cimento, **5**, 758 (1957).
24. Окунь Л. Б., Понтекорво Б. М., ЖЭТФ, **32**, 1587 (1957).
25. Muller F., Birge R., Fowler W., Good R., Hirsh W., Matsen P., Oswald L., Powell W., White H., Phys. Rev. Letters, **4**, 418 (1960).
26 Sakata S., Progr. Theor. Phys., **16**, 686 (1956); Окунь Л. В., Proceedings of 1958 Annual International Conference on High Energy Physics at CERN, Geneva, 1958.
27. Goldhaber M., Phys. Rev., **101**, 433 (1956).
28. Герштейн С. С., Зельдович Я. Б., ЖЭТФ, **29**, 698 (1956).
29. Eisenberg Y., Phys. Rev., **96**, 541 (1954); Yamanouchi T., Phys. Rev. Letters, **3**, 480 (1959).
30. Gamba A., Marshak R. E., Okubo S., Proc. Nat. Acad. Sci., **45**, 881 (1959); Klein O., Arkiv f. Fys., **16**, 191 (1959); Goldanski V. I., Nucl. Phys., **6**, 531 (1958).
31. Maki Z., Nakagawa M., Ohnuki Y., Sakata S., Progr. Theor. Phys., **23**, 1174 (1960).
32. Duerr H. P., Heisenberg W., Mitter H., Schlieder S., Yamazaki K., Zs. Naturforsch., **14**, 441 (1959).
33. Nambu Y., Jona-Lasinio G., Phys. Rev., **124**, 246 (1961).
34. Marshak R. E., Okubo S.. Nuovo Cimento, **19**, 1226 (1961).
35*. Марков М. А., О классификации элементарных частиц, М, 1955; Марков М. А., Гипероны и *K*-мезоны, М., 1958.
36*. Окунь Л. Б., ЖЭТФ, **34**, 469 (1958).
37*. Gell-Mann M., Proc. 6 Rochester Conf., 1956, part 8, p. 25.
38*. Кобзарев И. Ю., Окунь Л. Б., ЖЭТФ, **34**, 763 (1957).
39*. Иваненко Д. Д., Phys. Zs. Sowjetunion, **13**, 141 (1938).
40*. Нелинейная квантовая теория поля, сборник статей, ИЛ, 1959.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие к русскому изданию 5
Предисловие авторов 7

Глава 1. **Элементарные частицы и их взаимодействия**

§ 1. Понятие элементарной частицы 9
§ 2. Свойства элементарных частиц 11
§ 3. Типы взаимодействий 22
Литература 26

Глава 2. **Квантовомеханический формализм в физике элементарных частиц**

§ 1. Релятивистские волновые функции частиц с конечной массой 28
§ 2. Релятивистские волновые уравнения 32
§ 3. Лагранжев формализм 40
§ 4. Вторичное квантование полей 45
§ 5. Пространственное и временно́е отражения 54
§ 6. Зарядовое сопряжение 68
§ 7. Взаимодействие квантованных полей 72
Приложение. Уравнение Дирака 74
Литература 78

Глава 3. **Дискретные преобразования и правила отбора**

§ 1. Общие свойства дискретных преобразований 79
§ 2. Пространственное отражение и четность 82
§ 3. Зарядовое сопряжение 98
§ 4. Отражение времени 109
§ 5. *CPT*- и *CP*-инвариантности 114
§ 6. γ_5-инвариантность и универсальное ферми-взаимодействие 133
Литература 137

Глава 4. Аддитивные законы сохранения

§ 1. Аддитивные квантовые числа и калибровочные преобразования 141
§ 2. Абсолютные аддитивные законы сохранения 147
§ 3. Абсолютные законы сохранения, калибровочные классы и четность 156
§ 4. Приближенные аддитивные законы сохранения . . . 161
§ 5. Калибровочные преобразования второго рода . . . 167
Литература 172

Глава 5. Изотопическое вращение и правила отбора

§ 1. Изотопические мультиплеты и аддитивные квантовые числа 174
§ 2. Изотопическая инвариантность сильных взаимодействий 185
§ 3. Правила отбора для расширенного зарядового сопряжения 202
§ 4. Правила отбора по изотопическому спину для электромагнитных переходов 206
§ 5. Правила отбора по изотопическому спину для слабых взаимодействий 211
§ 6. Гипотеза элементарных полей 225
Литература 231

Р. Маршак и Э. Судершан
ВВЕДЕНИЕ В ФИЗИКУ
ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Редактор *Н. Л. Телеснин*
Технический редактор *С. В. Приданцева*
Корректор *К. И. Голосова*

Сдано в производство 13/XI 1961 г.
Подписано к печати 16/IV 1962 г.
Бумага $84\times108^{1}/_{32}=3{,}7$ бум. л. 12,1 печ. л
Уч.-изд. л. 11,2. Изд. № 2/1015.
Цена 98 к. Зак. 2979.

* * *

ИЗДАТЕЛЬСТВО
ИНОСТРАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
Москва, 1-й Рижский пер., 2.

* * *

Типография № 2 им. Евг. Соколовой
УПП Ленсовнархоза.
Ленинград, Измайловский пр., 29.