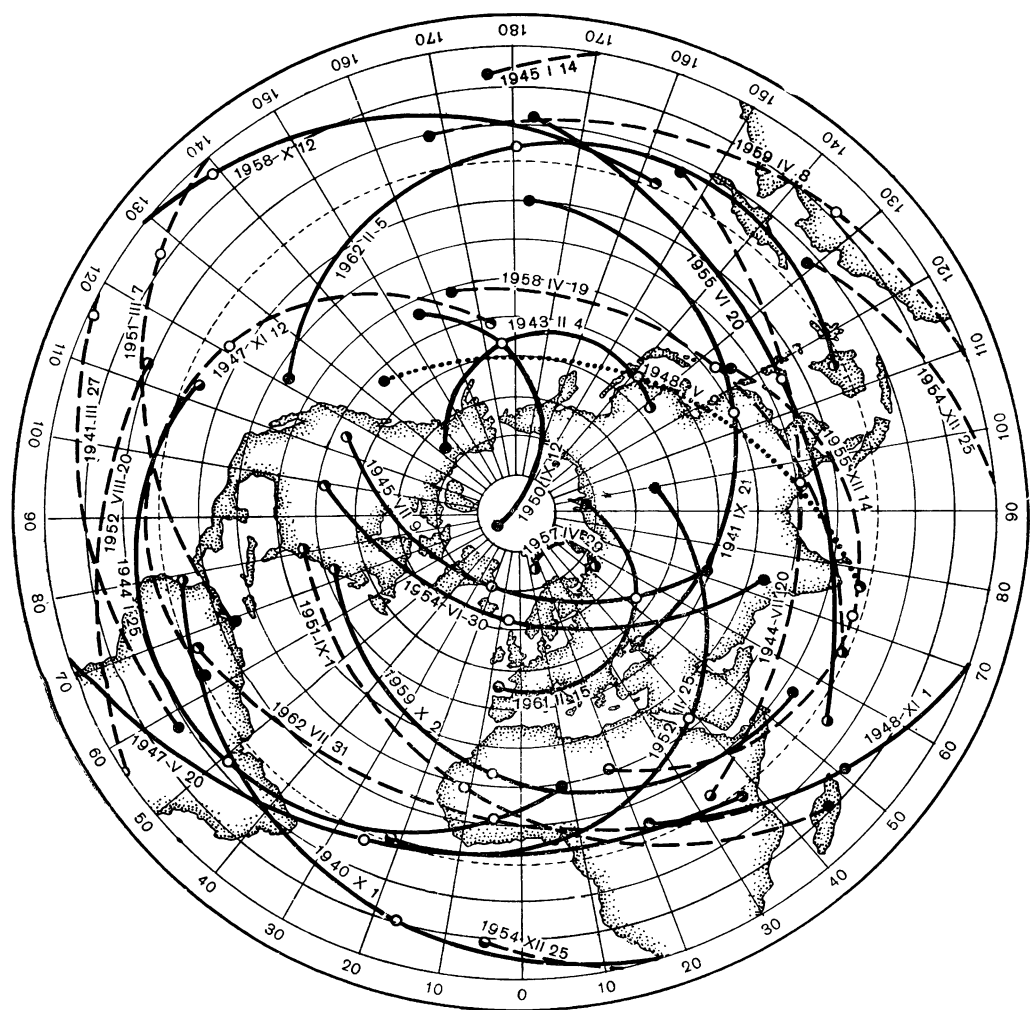


ПОЛНЫЕ И КОЛЬЦЕОБРАЗНЫЕ
ЗАТМЕНИЯ СОЛНЦА (1940 — 1962 гг.)



- | | |
|-------------------------------------|--------------------|
| ———— Полное солнечное затмение | ● Точка восхода |
| - - - - - Кольцеобразное затмение | ○ Полуденная точка |
| Кольцеобразно-полное затмение | ● Точка захода |

Карта № 151 из *Канона затмений* Опольцера.

А. А. Михайлов. Теория затмений.

Редактор *В. А. Бронштэн.*

Технический редактор *Н. Я. Муршова.*

Корректор *Н. В. Казанская.*

Сдано в набор 30/VI 1954 г. Подписано к печати 29/XI 1954 г. Бумага $70 \times 108 \frac{1}{16}$. Физ. печ. л. 17+1 вклейка. Условн. печ. л. 23,46. Уч.-изд. л. 25,87. Тираж 3000 экз. Т-08460. Цена книги 14 руб. 95 коп. Заказ № 1542.

Государственное издательство технико-теоретической литературы
Москва, Б. Калужская, 15

Министерство культуры СССР. Главное управление полиграфической промышленности.
4-я тип. им. Евг. Соколовой. Ленинград, Измайловский пр., 29.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие ко второму изданию	5
--	---

ВВЕДЕНИЕ

§ 1. Классификация затмений	7
---------------------------------------	---

Глава I

ОБЩАЯ ЧАСТЬ ТЕОРИЙ СОЛНЕЧНЫХ И ЛУННЫХ ЗАТМЕНИЙ

§ 2. Числовые данные	10
§ 3. Условия, необходимые для наступления солнечных и лунных затмений	13
§ 4. Периодичность солнечных и лунных затмений	18
§ 5. Последовательность затмений	25
§ 6. Таблицы затмений	27

Глава II

ТЕОРИЯ СОЛНЕЧНЫХ ЗАТМЕНИЙ

§ 7. Возможная продолжительность затмений	32
§ 8. Кривые затмения	34
§ 9. Теории солнечных затмений	42
§ 10. Основы аналитической теории солнечных затмений	44
§ 11. Прямоугольные координаты Луны	47
§ 12. Размеры тени и полутени	49
§ 13. Бесселевы элементы затмения	51
§ 14. Вычисление элементов затмения	55
§ 15. Координаты наблюдателя	61
§ 16. Величина и условие наибольшей фазы затмения	68
§ 17. Влияние рефракции	70
§ 18. Условие видимости затмения в горизонте	72
§ 19. Западная и восточная границы частного затмения в горизонте	75
§ 20. Точки начала и конца частного затмения для Земли вообще	78
§ 21. Границы наибольшей фазы затмения в горизонте	80
§ 22. Западная и восточная границы главной фазы	85
§ 23. Полоса главной фазы	92
§ 24. Пример вычисления центрального затмения	99
§ 25. Изохроны и изофазы наибольшей фазы	101
§ 26. Кривая наибольшей фазы в истинный полдень	104
§ 27. Изохроны и изогоны частного затмения	105
§ 28. Предвычисление затмения для данного места	107
§ 29. Пример вычисления затмения для данного места	112
§ 30. Дифференциальные формулы для перехода к соседнему пункту	114
§ 31. Поправки вычисления за неточность координат Луны	120

§ 32. Обработка наблюдений солнечных затмений	125
§ 33. Неровности лунного края	132
§ 34. Ионосферное и корпускулярное затмения	134

Глава III

ТЕОРИЯ ЛУННЫХ ЗАТМЕНИЙ

§ 35. Предвычисление лунных затмений	140
§ 36. Определение положения края земной тени на поверхности Луны	144

Глава IV

ТЕОРИЯ ПОКРЫТИЙ ЗВЕЗД И ПЛАНЕТ ЛУНОЙ

§ 37. Предвычисление покрытий	149
§ 38. Определение предельных широт видимости покрытия	154
§ 39. Приближенные методы предвычисления покрытий	157
§ 40. Определение географической долготы из наблюдений покрытий	161
§ 41. Использование покрытий для определения лунного радиуса, параллакса и элементов движения Луны	163
§ 42. Покрытия планет	168

Глава V

ТЕОРИЯ ПРОХОЖДЕНИЯ ПЛАНЕТ ПО ДИСКУ СОЛНЦА

§ 43. Необходимые условия	171
§ 44. Чередование прохождений Меркурия	173
§ 45. Чередование прохождений Венеры	179
§ 46. Полная теория прохождения планет	183
§ 47. Вычисление прохождения для центра Земли	186
§ 48. Вычисление прохождения для данной точки земной поверхности	189
§ 49. Использование наблюдений прохождения планет по диску Солнца в астрометрических целях	192

Глава VI

ЯВЛЕНИЯ В СИСТЕМАХ СПУТНИКОВ ПЛАНЕТ

§ 50. Общие соображения	195
§ 51. Вычисление затмений спутников Юпитера	197

ПРИЛОЖЕНИЯ

Графическое изображение течения солнечного затмения для данного места	205
Полные солнечные затмения XX в.	209
Полные лунные затмения XX в.	211
Таблицы	212
Библиография	264
Алфавитный указатель	269

ПРЕДИСЛОВИЕ КО ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ

Второе издание Теории затмений отличается от первого издания, вышедшего в 1945 г., полной переработкой первой части — теории солнечных затмений. Эта переработка заключается в многочисленных дополнениях различных теоретических вопросов, в более подробных выводах ряда формул и в снабжении важнейших формул вычислительными примерами, взятыми для затмения 30 июня 1954 г. В приложениях даны подробные таблицы, упрощающие вычисление солнечных затмений, частично заимствованные из нашего сборника таблиц, изданного в Трудах Государственного астрофизического института в 1925 г., а частично составленные вновь применительно к вычислению с помощью арифмометра. Сжатие земного эллипсоида в формулах и таблицах принято по Красовскому вместо употреблявшегося в первом издании международного значения. В остальных главах сделаны лишь небольшие дополнения, отражающие последние исследования в соответствующих областях. Наконец, исправлены опечатки и неточности, вкравшиеся в первое издание.

ВВЕДЕНИЕ

§ 1. Классификация затмений. При движении различных тел солнечной системы бывают случаи, когда три тела располагаются настолько близко к одной прямой, что можно провести прямую, касательную к их поверхностям или пересекающую их. Если при таком расположении одним из крайних тел является Солнце или Земля, то может произойти явление, называемое затмением, покрытием или прохождением. В случае, если первым телом является Земля, то последним может быть также неподвижная звезда. Наблюдение этих явлений представляет интерес, с одной стороны, для теории движения соответствующих тел, так как позволяет с большой точностью и часто без применения специальных угломерных инструментов определять видимые относительные положения этих тел и в известных случаях изучать их фигуру и измерять их расстояние, а с другой стороны, для изучения строения атмосферных оболочек соответствующих тел. Теория затмений занимается нахождением моментов, когда происходят указанные конфигурации, и исследованием геометрической стороны происходящих при этом явлений. Последнее распадается на две части: на предвычисление явлений, нужное для успешного проведения соответствующих наблюдений, и на обработку наблюдений для вывода из них требуемых результатов.

Самые явления с точки зрения наблюдателя, находящегося на поверхности Земли, можно разделить на две группы: на действительные затмения, во время которых происходит потемнение несамосветящейся поверхности планеты или спутника вследствие падения на нее тени от другого тела, и на кажущиеся затмения или, точнее говоря, покрытия, когда самосветящееся тело (Солнце или звезда) закрывается для наблюдателя проходящим перед ним другим темным телом — планетой или спутником. Строго говоря, к последней группе относятся явления, происходящие в системах некоторых двойных и кратных звезд, однако такие явления благодаря некоторым специфическим особенностям обычно не включаются в теорию затмений в собственном смысле, а относятся к теории затменных переменных звезд. В самое последнее время благодаря развитию новой отрасли науки — радиоастрономии — возник интерес к покрытию Солнцем радиозвезд, т. е. объектов, испускающих интенсивное излучение радиоволн. Эти явления с точки зрения теории затмений родственны покрытиям звезд Луной, но ввиду незначительности солнечного параллакса и сравнительной грубости самих наблюдений требуют значительно меньшей точности вычислений, а потому и могут рассматриваться упрощенным способом.

Согласно сказанному теория затмений рассматривает геометрическую сторону явлений, указанных в следующей схеме, в которой большими буквами З, Л, С обозначены сокращенно Земля, Луна и Солнце, п — планета, сп — спутник и * — звезда.

1. Собственно затмения.

С — З — Л — затмение Луны.

С — п — сп — затмение спутника планеты (наблюдается главным образом в системе Юпитера и очень редко — Сатурна).

С — сп — п — прохождение тени спутника по диску планеты.

2. Собственно покрытия.

- З — Л — С — затмение Солнца.
- З — Л — п — покрытие Луной планеты.
- З — Л — * — покрытие Луной звезды.
- З — п — С — прохождение планеты по диску Солнца (возможно лишь для Меркурия и Венеры).
- З — п — п — покрытие одной планеты другой (крайне редкое явление).
- З — п — сп — покрытие спутника планетой.
- З — сп — п — прохождение спутника по диску планеты.
- З — п — * — покрытие звезды планетой (довольно редкое явление).
- З — С — * — покрытие радиозвезды Солнцем.

Явления первой группы, поскольку они представляют собой действительное потемнение всей или части поверхности тела, стоящего в схеме на последнем месте, усматриваются со всех точек Земли в один и тот же физический момент; поэтому эти явления не зависят от положения наблюдателя, и вычисления, произведенные для центра Земли, годятся для любого места наблюдения. Для определения видимости их в данном месте достаточно определить лишь полушарие Земли, обращенное в соответствующий момент в сторону затемненного светила. Можно сказать, что эти явления не имеют параллактического характера, т. е. они не зависят от параллакса светила в данном месте. Наоборот, явления второй группы имеют параллактический характер, и для разных точек земной поверхности величина и время покрытия различны. Вследствие этого теория этих явлений, особенно если покрываемое тело находится близко к Земле и имеет большой параллакс (Луна), отличается значительной сложностью.

Из явлений первой группы, бесспорно, наибольший интерес представляют затмения Луны, а из явлений второй группы — затмения Солнца. И те и другие зависят от движения Луны вокруг Земли; поэтому некоторые стороны этих явлений настолько тесно между собой связаны, что их приходится рассматривать вместе. В дальнейшем изложении в первую очередь и будут разобраны эти общие черты, затем будет изложена теория солнечных затмений, отличающаяся наибольшей сложностью. Далее последуют теория лунных затмений, потом теория покрытий звезд и планет Луной, которую можно трактовать как частный случай теории солнечных затмений, далее теория прохождения планет по диску Солнца и, наконец, теория явлений, происходящих в системах спутников планет.

Теория затмений составляет предмет многочисленных исследований и посвященная ей литература очень обширна. В дальнейшем указаны главнейшие источники и работы, из общих же обзоров упомянем следующие: Вольф во втором томе *Handbuch der Astronomie* [167] на стр. 280—311 приводит краткий очерк основных теорий и подробную библиографию старых работ. Еще более полный список изданий, главным образом брошюр и оттисков, составленный О. В. Струве, содержится в каталоге библиотеки Пулковской обсерватории (*O. Struve, Librorum in bibliotheca Speculae Pulcovensis catalogus systematicus, Petropoli, 1860*), стр. 480—506 и 844 и в дополнении к нему (*ibid., pars secunda, 1880*), стр. 278—304. Гинцель и Вилькенс во второй части шестого тома «Энциклопедии математических наук» (*Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften*) [86], стр. 335—365, дают сжатую, но содержательную статью с основной библиографией. Кобольд в первом томе «Астрономического словаря» (*Handwörterbuch der Astronomie*) [97], стр. 749—839, довольно полно излагает теорию всех относящихся сюда явлений. Элементарно изложены основы теории затмений в книге Швана [149].

Очерченная нами область явлений относится к классической теории затмений, которой и посвящена настоящая книга. Как уже упомянуто, мы не рассматриваем здесь затмений, происходящих в системах некоторых двойных звезд, сопровождающихся периодическими изменениями их видимого блеска. Наблюдения этих явлений и обработка этих наблюдений по своей методике существенно отличаются от методики, применяемой по отношению к затмениям и покрытиям, имеющим место в нашей планетной системе. Поэтому теория таких затменных переменных звезд рассматривается в сочинениях, посвященных изучению переменных звезд, и нами в настоящей книге не излагается. Точно так же не излагается и физическая сторона явлений, наблюдаемых во время затмений, происходящих в планетной системе, так как описанию этих явлений место в курсах астрофизики, а не в теории затмений, ограничивающейся геометрической стороной явлений.

ГЛАВА I

ОБЩАЯ ЧАСТЬ ТЕОРИЙ СОЛНЕЧНЫХ И ЛУННЫХ ЗАТМЕНИЙ

§ 2. Числовые данные. Солнечные затмения происходят оттого, что отбрасываемая Луной тень или полутень падает на Землю, а лунные затмения вызываются вхождением Луны в земную тень. При выяснении условий, необходимых для наступления этих явлений, требуется знание различных величин, определяющих расстояния, размеры и движения Солнца и Луны относительно Земли. Расстояния Солнца и Луны от Земли меняются вследствие эллиптичности орбит и периодических возмущений, в зависимости от чего меняются и угловые скорости их движений. Затмения могут происходить во всех частях земной орбиты, и поэтому расстояние Δ_{\odot} Солнца от Земли может во время затмений принимать любое значение от своего максимума ($23\ 832a$, где a — экваториальный радиус Земли) до минимума ($23\ 047a$). Параллакс Луны во время затмений имеет более узкие пределы изменения, так как при этом Луна должна находиться близ одного из узлов своей орбиты и, кроме того, быть в сизигии. Поэтому некоторые из членов в возмущениях параллакса Луны, зависящих от углового расстояния Луны от узла и от Солнца, имеют постоянные значения. По Ньюкомбу, максимум и минимум экваториального горизонтального параллакса Луны во время затмений соответственно равны $61'29''$ и $53'55''$, что соответствует расстояниям Δ_{ζ} Луны от Земли в $55,92a$ и $63,76a$. Приведенные здесь значения расстояний получены для эксцентриситета земной орбиты 0,016751 (для 1900 г.) и среднего параллакса Солнца $p_{\odot} = 8'',80$.

При вычислении затмений в настоящее время средний угловой радиус Солнца принимается равным $15'59'',63$ для $p_{\odot} = 8'',80$, выведенный Ауверсом [48] из гелиометрических измерений, свободных от иррадиации. Это значение на $1'',55$ меньше принимаемого в обычных эфемеридах, в которых видимые размеры Солнца увеличены действием иррадиации. Отсюда находятся такие крайние значения видимого радиуса Солнца: $16'16''$ и $15'44''$. Линейный радиус Солнца равен

$$R_{\odot} = \frac{\sin 15'59'',63}{\sin 8'',80} a = 109,04847a.$$

Линейный радиус Луны R_{ζ} принимается при вычислении солнечных затмений по Удемансу [131] равным $0,272274a$. В угловой мере этот радиус почти на $0'',8$ меньше принимаемого при вычислении покрытий вследствие того, что для солнечных затмений требуется радиус Луны, соответствующий уровню наиболее глубоких впадин лунного края, так как наступление полного солнечного затмения определяется исчезновением четок Бэйли, обусловленных видимостью фотосферы между выступами гор на краю Луны. Для покрытий же звезд Луной берется средний радиус, соответствующий среднему уровню рельефа на лунном крае, так как при этом отклонения моментов покрытий от теоретического расчета, вызванные неровностями лунного края, имеют наименьшую величину и носят характер случайных ошибок.

Отсюда угловые значения лунного радиуса равны

$$\sin r_{\zeta} = 0,272274 \sin p_{\zeta}.$$

Подставляя сюда крайние значения параллакса p_{ζ} , получаем для максимального углового радиуса $16'45''$ и для минимального $14'41''$.

Полученные данные сопоставлены в следующей табличке, где все линейные величины выражены в единицах экваториального радиуса Земли.

	Солнце			Луна			Длина тени	
	параллакс p_{\odot}	расстояние Δ_{\odot}	радиус r_{\odot}	параллакс p_{ζ}	расстояние Δ_{ζ}	радиус r_{ζ}	Луны H_{ζ}	Земли H_{\oplus}
Минимум	8,65	23 047	15'44"	53'55"	55,92	14'41"	57,53	213,29
Среднее	8,80	23 439	16 0	57 30	59,79	15 39	58,52	216,93
Максимум	8,95	23 832	16 16	61 29	63,76	16 45	59,51	220,57

С этими данными нетрудно вычислить размеры теней, отбрасываемых Землей и Луной при различных расстояниях от Солнца. Если построить конус лунной тени, проводя внешние касательные к шарам Солнца и Луны, то вершина этого конуса будет отстоять от центра Луны на расстоянии H_{ζ} , определяемое из рассмотрения подобных треугольников следующим образом:

$$H_{\zeta} = \frac{R_{\zeta}}{R_{\odot} - R_{\zeta}} (\Delta_{\odot} - \Delta_{\zeta}) = 0,00250307 (\Delta_{\odot} - \Delta_{\zeta}).$$

Беря здесь крайние и средние значения для $\Delta_{\odot} - \Delta_{\zeta}$, мы получим приведенные выше в таблице величины H_{ζ} , которые можем сопоставить с различными значениями Δ_{ζ} . Но если центр Луны находится от центра Земли на расстоянии Δ_{ζ} , расстояние центра Луны от ближайшей к Луне точки земной поверхности равно $\Delta_{\zeta} - 1$. Наша цель — определить среднее и крайние значения расстояния вершины конуса лунной тени от точек земной поверхности, находящихся на дневном полушарии Земли. Для этого нужно вычесть длину тени H_{ζ} из расстояний Δ_{ζ} и $\Delta_{\zeta} - 1$. Соответствующие числа приведены в следующей табличке, в двух последних столбцах которой даны эти разности, показывающие наибольшее и наименьшее расстояние точек земной поверхности от вершины конуса лунной тени, причем это расстояние считается положительным по направлению к Солнцу.

	H_{ζ}	$\Delta_{\zeta} - 1$	Разности h	
Среднее значение . . .	58,52	58,79	+1,27	+0,27
Крайние значения . . .	57,53	62,76	+6,23	+5,23
	59,51	54,92	-3,59	-4,59

Рис. 1 поясняет, что конус тени имеет две полости; для точек, лежащих внутри ближайшей к Луне полости S_1 , Солнце вполне закрыто Луной, видимый угловой диаметр которой больше видимого диаметра Солнца. Это — область полного затмения, для которой разности h имеют отрицательные значения. Из точек, лежащих внутри второй, более удаленной от Луны полости S_2 , Солнце видно под большим углом, чем Луна, и последняя проектируется на солнечный диск, закрывая его не полностью, а лишь среднюю часть, оставляя открытым узкое кольцо фотосферы: такое затмение называется кольцеобразным и для

него h положительно. Из самой же вершины конуса видимые угловые размеры Луны и Солнца представляются одинаковыми; здесь полное затмение длится лишь одно мгновение.

Отсюда следует, что солнечные затмения могут быть полными или кольцеобразными, причем предыдущая табличка показывает, что Земля может глубже входить в область S_2 , чем в область S_1 , так как положительные значения h по абсолютной величине могут быть больше отрицательных, да и при средних расстояниях Луны и Солнца от Земли h положительно. Поэтому вероятность кольцеобразных затмений больше, такие затмения происходят чаще и в среднем они имеют большую продолжительность, чем полные затмения. Мы увидим дальше в § 5, что статистика подтверждает такое заключение. Что касается продолжительности кольцеобразных затмений, то она увеличивается не только за счет возможности более глубокого вхождения Земли в полость S_2 , но и благодаря тому, что при кольцеобразных затмениях Луна находится дальше от Земли и

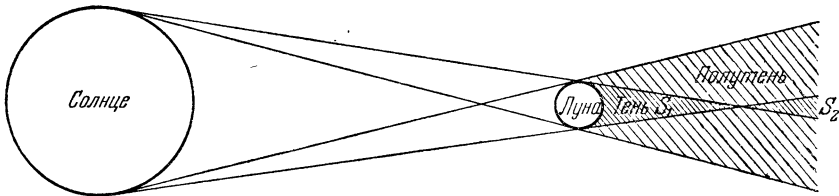


Рис. 1.

движется медленнее по своей орбите, а следовательно, и медленнее проходит перед диском Солнца.

В тех редких случаях, когда вершина лунной тени попадает на Землю, некоторые более далекие от Луны части земной поверхности могут при движении Луны оказаться внутри полости S_2 , а другие, более близкие к Луне части могут попасть в область S_1 . Нетрудно понять, что первыми будут те части земной поверхности, где затмение наблюдается при малой высоте Солнца над горизонтом, а вторыми — где затмение происходит при больших высотах Солнца, т. е. близ полудня. Такие затмения бывают кольцеобразными в одних местах и полными в других, но и те и другие имеют малую продолжительность. При переходе кольцеобразной фазы в полную и обратно затмение имеет продолжительность, равную нулю, т. е. лишь на одно мгновение Луна полностью закрывает Солнце, имеющее с Луной одинаковый видимый диаметр. В этот момент через соответствующую точку земной поверхности проходит вершина конуса тени. Такой переход может совершиться дважды в течение одного затмения и притом в такой последовательности: кольцеобразное затмение — полное затмение — кольцеобразное затмение. Такие затмения называются кольцеобразно-полными.

Возвращаясь к рис. 1, отметим, что конус, образованный внутренними касательными к Солнцу и Луне, ограничивает область лунной полутени, из которой видима часть солнечного диска — тем большая, чем ближе к наружной части поверхности этого конуса находится наблюдатель, между тем как другая часть солнечного диска закрыта Луной; это — область частного затмения Солнца.

Произведем подсчет, аналогичный предыдущему, для длины земной тени. Вершина конуса земной тени отстоит от центра Земли на расстояние $H_{\frac{1}{2}}$, получаемое из соотношения

$$H_{\frac{1}{2}} = \frac{\Delta_{\odot}}{R_{\odot} - a} a = 0,0092551 \Delta_{\odot} a.$$

Для среднего расстояния Земли от Солнца это дает $H_{\text{ср}} = 216,93a$, так что конус земной тени простирается далеко за пределы лунной орбиты. На среднем расстоянии Луны, равном $59,79a$, радиус конуса составит:

$$\frac{216,93 - 59,79}{216,93} a = 0,7244a,$$

что в 2,66 раза превышает радиус Луны. Если произвести расчет с крайними значениями параллаксов Луны и Солнца, то окажется, что радиус земной тени заключен в пределах от 2,57 до 2,74 радиуса Луны. Отсюда следует, что вполне возможны полные затмения Луны и притом значительной продолжительности.

§ 3. Условия, необходимые для наступления солнечных и лунных затмений. Если бы движение Луны происходило в плоскости эклиптики, то каждое новолуние сопровождалось бы кольцеобразным или полным затмением Солнца, а в каждое полнолуние происходило бы полное затмение Луны. Но вследствие наклона лунной орбиты к эклиптике, равного в среднем $5^{\circ}8'$, далеко не все новолуния и полнолуния сопровождаются затмениями, и требуется стечение особых обстоятельств для того, чтобы затмение действительно состоялось. Солнечное затмение, наверное, произойдет лишь в том случае, если широта Луны хотя бы для одной точки земной поверхности окажется в новолуние не больше суммы видимых угловых радиусов Солнца и Луны для частного затмения и разности этих радиусов для кольцеобразного или полного затмения. Лунное же затмение неизбежно лишь при условии, что геоцентрическая широта Луны в полнолуние не будет превосходить суммы видимых угловых радиусов Луны и земной тени на том расстоянии, на котором находится Луна. Для этого нужно, чтобы Луна во время соответствующей сизигии находилась достаточно близко от одного из узлов своей орбиты. Более строгие пределы, между которыми должна находиться широта Луны в момент геоцентрического соединения или противостояния по долготе с Солнцем для того, чтобы имело место затмение того или иного рода, получаются из следующих соображений.

а) *Необходимые условия для солнечных затмений.* Пусть на рис. 2 $\odot S$ — эклиптика, $\odot M$ — лунная орбита. Солнце S движется по эклиптике видимым движением в сторону узла \odot , а Луна M движется в ту же сторону по своей орбите почти в 13 раз быстрее Солнца. Кратчайшее видимое угловое расстояние между этими светилами наступает в момент, когда Луна, обгоняя Солнце, проходит через точку M , лежащую у основания сферического перпендикуляра, опущенного из Солнца на лунную орбиту. Тогда, если в прямоугольном сферическом треугольнике MSB , который по малости сторон будем считать за плоский, BS совпадает с кругом широты, то мы получим:

$$MS = \beta_{\odot} \cos i',$$

где β_{\odot} — широта Луны в момент геоцентрического соединения Луны и Солнца по долготе. Для того чтобы произошло частное затмение Солнца, необходимо, чтобы было

$$MS < r_{\odot} + r_{\text{л}} + p_{\text{л}} - p_{\odot},$$

где последние два члена выражают наибольшее изменение расстояния MS вследствие параллаксов Луны и Солнца при максимальном их влиянии. Поэтому широта Луны в момент новолуния должна удовлетворять неравенству

$$|\beta_{\odot}| < (r_{\odot} + r_{\text{л}} + p_{\text{л}} - p_{\odot}) \sec i'. \quad (1)$$

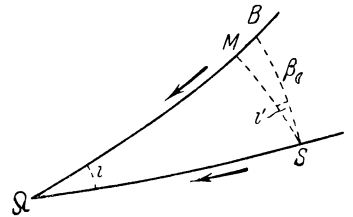


Рис. 2.

нению лунной орбиты i , определяемому из элементарного треугольника формулой

$$\operatorname{tg} i = \frac{\Delta\beta_{\odot}}{\Delta\lambda_{\odot}},$$

где $\Delta\beta_{\odot}$ и $\Delta\lambda_{\odot}$ — изменения широты и долготы Луны в единицу времени. Однако вследствие движения Солнца по эклиптике под i' нужно подразумевать угол наклона в относительном движении Луны, определяющий скорость сближения обоих светил и получаемый из аналогичной формулы

$$\operatorname{tg} i' = \frac{\Delta\beta_{\odot}}{\Delta\lambda_{\odot} - \Delta\lambda_{\odot}},$$

где $\Delta\lambda_{\odot}$ — изменение долготы Солнца в ту же единицу времени. Отсюда

$$\operatorname{tg} i' = \frac{\Delta\lambda_{\odot}}{\Delta\lambda_{\odot} - \Delta\lambda_{\odot}} \operatorname{tg} i. \quad (5)$$

Наклонение i' вследствие изменения всех величин, входящих в правую часть этой формулы, может для разных затмений принимать различные значения, заключенные в пределах от $5^{\circ}17'$ до $5^{\circ}52'$. Комбинируя величины, входящие в неравенства (1) и (4), так, чтобы получить в правых частях экстремальные значения, имея при этом в виду, что максимум p_{\odot} влечет за собой неминуемо и максимум r_{\odot} и то же для Солнца, найдем такие крайние условия для возможности частного затмения:

$$|\beta_{\odot}| < 94'20'' \operatorname{sec} 5^{\circ}52' = 94'50'',$$

$$|\beta_{\odot}| < 84'11'' \operatorname{sec} 5^{\circ}17' = 84'33''$$

и для возможности центрального затмения:

$$|\beta_{\odot}| < 61'20'' \operatorname{sec} 5^{\circ}52' = 61'39'',$$

$$|\beta_{\odot}| < 53'46'' \operatorname{sec} 5^{\circ}17' = 54'0''.$$

Мы рассмотрели случай, когда Солнце и Луна приближаются к восходящему узлу лунной орбиты. Но те же результаты получились бы и при удалении их от восходящего узла, а также при приближении или удалении от нисходящего узла.

Отсюда получается следующее общее правило: если абсолютная величина геоцентрической широты Луны β_{\odot} в момент новолуния, т. е. при равных геоцентрических долготах Солнца и Луны, удовлетворяет неравенствам (соответственно)

$$|\beta| > 1^{\circ}34'50'', \text{ то частное затмение Солнца невозможно,}$$

$$|\beta| < 1^{\circ}24'33'', \text{ » » » » неизбежно,}$$

$$|\beta| > 1^{\circ}1'39'', \text{ то центральное затмение Солнца невозможно,}$$

$$|\beta| < 0^{\circ}54'0'' \text{ » » » » неизбежно.}$$

Наконец, если $1^{\circ}34'50'' > |\beta_{\odot}| > 1^{\circ}24'33''$ или $1^{\circ}1'39'' > |\beta_{\odot}| > 54'0''$, то вопрос о возможности соответствующего затмения может быть решен лишь постановкой индивидуальных значений радиусов, параллаксов и движений в исходные неравенства (1) и (4) и в формулу (5).

Теперь можно решить вопрос о максимальном расстоянии Луны от узла, при котором еще неизбежно затмение. Сферический треугольник $\odot BS$, изображенный на рис. 2, дает:

$$\sin(\lambda_{\odot} - \odot) = \frac{\operatorname{tg} \beta_{\odot}}{\operatorname{tg} i}, \quad (6)$$

где Ω — долгота ближайшего узла лунной орбиты. Подставляя сюда найденный выше предел $\beta_{\zeta} = 1^{\circ}24'33''$, при котором частное затмение неизбежно, и среднее значение $i = 5^{\circ}8'$, получаем:

при $\lambda_{\zeta} - \Omega < 15^{\circ},9$ частное затмение неизбежно.

Для $\beta_{\zeta} = 1^{\circ}34'50''$ находим:

при $\lambda_{\zeta} - \Omega > 17^{\circ},9$ частное затмение невозможно.

Таким же путем определяем, что

при $\lambda_{\zeta} - \Omega < 10^{\circ},1$ центральное затмение неизбежно,

» $\lambda_{\zeta} - \Omega > 11^{\circ},5$ » » невозможно.

б) *Необходимые условия для лунных затмений.* Наибольшее возможное угловое геоцентрическое расстояние Луны от центра земной тени, т. е. анти-

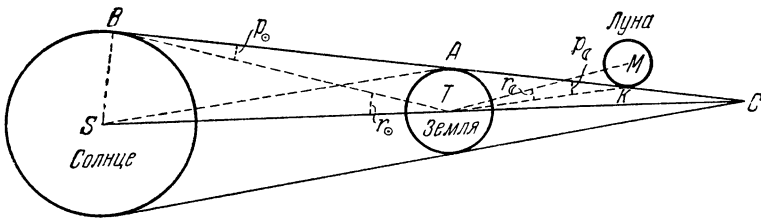


Рис. 4.

солнца, для частного лунного затмения определяется из рис. 4 следующим образом:

$$\begin{aligned} \angle MTC &= \angle KTC + \angle MTK = \angle AKT - \angle ACT + \angle MTK = \\ &= \angle AKT + \angle ABT - \angle BTS + \angle MTK = p_{\zeta} + p_{\odot} - r_{\odot} + r_{\zeta}. \end{aligned}$$

В этом выражении сумма трех первых членов дает угловой радиус земной тени на том расстоянии, на котором находится Луна. Однако наблюдения показывают, что видимые размеры земной тени немного превосходят величину, получаемую по предыдущей формуле. Это увеличение земной тени происходит отчасти за счет атмосферы Земли, но, помимо этого, влияет еще физиологический эффект, обусловленный нерезкостью очертаний тени и характером спадания света на ее краю. Это увеличение геометрического радиуса земной тени было определено из наблюдений еще Тобиасом Майером в середине XVIII в. В настоящее время факторы увеличения принимают $\frac{51}{50}$ — округленное число, полученное Гартманом [91] из детальной обработки наблюдений 30 лунных затмений в XIX в.

Со стандартным коэффициентом увеличения тени угловое расстояние Луны от антисолнца для предельного случая частного затмения равно

$$\frac{51}{50} (p_{\zeta} + p_{\odot} - r_{\odot}) + r_{\zeta}.$$

Таким же образом для предельного случая полного затмения находим:

$$\frac{51}{50} (p_{\zeta} + p_{\odot} - r_{\odot}) - r_{\zeta}.$$

Широта Луны может превосходить в момент новолуния эти пределы в отношении $1 : \cos i'$, в чем легко убедиться рассуждением, аналогичным приведен-

ному выше для солнечного затмения. Таким образом,

$$\text{для частного затмения } |\beta_{\zeta}| < \left[\frac{51}{50} (p_{\zeta} + p_{\odot} - r_{\odot}) + r_{\zeta} \right] \text{sec } i', \quad (7)$$

$$\text{для полного затмения } |\beta_{\zeta}| < \left[\frac{51}{50} (p_{\zeta} + p_{\odot} - r_{\odot}) - r_{\zeta} \right] \text{sec } i'. \quad (8)$$

Аналогичные формулы получаются и для земной полутени, которую построим, проводя внутренние касательные к шарам Солнца и Земли. Результирующие формулы отличаются от приведенных лишь знаком при r_{\odot} ; однако потемнение Луны при ее прохождении через земную полутень столь незначительно, что почти неуловимо без точных фотометрических наблюдений, ввиду чего эти явления, как правило, не вычисляются. Но в последнее время в результате повышения точности наблюдений этими затмениями стали интересоваться, и поэтому мы приведем числовые значения и для полутеневых затмений.

Подставляя в формулы (7) и (8) числовые значения радиусов и параллаксов с таким расчетом, чтобы получить экстремальные значения, учитывая, что максимуму параллакса соответствует и максимум радиуса, находим:

$$|\beta_{\zeta}| < \left[\frac{51}{50} (45'54'') \pm 16'44'' \right] \text{sec } 5^{\circ}52',$$

$$|\beta_{\zeta}| < \left[\frac{51}{50} (37'48'') \pm 14'41'' \right] \text{sec } 5^{\circ}17',$$

и для полутеневого затмения:

$$|\beta_{\zeta}| < \left[\frac{51}{50} (77'54'') + 16'44'' \right] \text{sec } 5^{\circ}52',$$

$$|\beta_{\zeta}| < \left[\frac{51}{50} (69'48'') + 14'41'' \right] \text{sec } 5^{\circ}17'.$$

Отсюда получается такое правило: если в момент полнолуния, когда геоцентрическая долгота Луны на 180° отличается от долготы Солнца, широта Луны по абсолютной величине

$$\begin{aligned} |\beta_{\zeta}| > 1^{\circ}3'53'', & \text{ то частное затмение невозможно,} \\ |\beta_{\zeta}| < 0^{\circ}53'28'', & \text{ » » » неизбежно,} \\ |\beta_{\zeta}| > 0^{\circ}30'15'', & \text{ то полное » невозможно,} \\ |\beta_{\zeta}| < 0^{\circ}23'58'', & \text{ » » » неизбежно,} \\ |\beta_{\zeta}| > 1^{\circ}36'41'', & \text{ то полутеневое затмение невозможно,} \\ |\beta_{\zeta}| < 1^{\circ}26'15'', & \text{ » » » неизбежно.} \end{aligned}$$

Наконец, в промежуточных случаях, когда

$$1^{\circ}3'53'' > |\beta_{\zeta}| > 0^{\circ}53'28'',$$

или

$$0^{\circ}30'15'' > |\beta_{\zeta}| > 0^{\circ}23'58'',$$

или

$$1^{\circ}36'41'' > |\beta_{\zeta}| > 1^{\circ}26'15'',$$

вопрос о том, будет ли то или другое затмение, решается подстановкой индивидуальных значений радиусов, параллаксов и наклона в неравенства (7) и (8) и соответствующее неравенство для полутеневого затмения.

Вычисление предельного расстояния Луны от ближайшего узла по формуле (6) дает:

если $\lambda_{\zeta} - \Omega > 12^{\circ},0$, то частное затмение невозможно,
 $\lambda_{\zeta} - \Omega < 10^{\circ},0$, » » » неизбежно,
 $\lambda_{\zeta} - \Omega > 5^{\circ},6$, то полное » невозможно,
 $\lambda_{\zeta} - \Omega < 4^{\circ},4$, » » » неизбежно,
 $\lambda_{\zeta} - \Omega > 18^{\circ},2$, то полутеневое затмение невозможно,
 $\lambda_{\zeta} - \Omega < 16^{\circ},2$, » » » неизбежно.

Сравнивая эти пределы с найденными выше для солнечных затмений, заключаем, что пределы для лунных затмений (за исключением полутеневых) более узкие, почему лунные затмения и бывают реже солнечных.

§ 4. Периодичность солнечных и лунных затмений. Для наступления затмения необходимо стечение двух обстоятельств: во-первых, нужно, чтобы Луна была в сизигии и, во-вторых, она должна находиться вблизи одного из узлов своей орбиты. Средним периодом смены фаз Луны является синодический месяц σ , равный, по Броуну, 29,53058818 суток (для 1900 г.), а движение Луны относительно узлов совершается по тем же данным со средним периодом $\delta = 27,21221997$ суток, называемым драконическим месяцем. Поэтому, если подобрать такой период S , который содержал бы целое число раз как σ , так и δ , то по истечении его Луна придет в прежнее положение как относительно узлов, так и относительно Солнца, и все бывшие в течение этого периода солнечные и лунные затмения будут повторяться в прежней последовательности. Для отыскания такого периода S служит очевидное равенство

$$S = m\delta = n\sigma, \quad (9)$$

где m и n — целые числа. Разлагая отношение

$$\frac{\sigma}{\delta} = \frac{m}{n}$$

в непрерывную дробь, найдем:

$$\frac{m}{n} = 1 + \frac{1}{11 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4 + \frac{1}{3 + \frac{1}{5 + \dots}}}}}}}$$

Подыскивая подходящие дроби, получим:

$$\frac{12}{11}, \frac{13}{12}, \frac{38}{35}, \frac{51}{47}, \frac{242}{223}, \frac{777}{716}, \frac{4127}{3803}, \dots$$

Первые четыре дроби дают слишком грубое приближение. Но отношение $\frac{242}{223}$ дает не только достаточную точность, но обладает еще рядом замечательных свойств. Мы имеем:

$$\begin{aligned} 223\sigma &= 6585,3212 \text{ суток} \\ 242\delta &= 6585,3572 \text{ »} \\ \text{разность} &= 0,0360 \text{ »} \end{aligned}$$

Этот период, равный округленно $6585\frac{1}{3}$ суток = 18 лет и $10\frac{1}{3}$ или $11\frac{1}{3}$ дней в зависимости от числа високосных лет, попадающих в этот промежуток, а в редких случаях и $12\frac{1}{3}$ дней (когда в промежуток приходится простой год круг-

лого столетия в григорианском календаре), называется *сарос* и, по свидетельству Геродота, был известен еще в VI в. до н. э., будучи, вероятно, открыт эмпирически из сопоставления записей прошлых затмений. По этому поводу читаем у Геродота (книга I, 74): «... возникла война между лидийцами и мидянами и продолжалась пять лет. В этой войне многие победы были одержаны мидянами над лидийцами, а равно лидийцами над мидянами; между прочим, имело место подобие ночной битвы. Война ведена была обеими сторонами с одинаковым счастьем, и на шестом году, когда они сошлись снова и загорелось сражение, день внезапно превратился в ночь. Фалес Милетский предсказал ионянам эту перемену дня, определив заранее тот самый год, в котором затмение случилось. Когда лидийцы и мидяне увидели ночь вместо дня, они приостановили битву и поспешили заключить мир между собою». Конечно, подобное предсказание Фалеса могло быть сделано только на основании знания периодичности затмений.

Сарос содержит не только целое число синодических и драконических месяцев, но мало отличается от целого числа аномалистических месяцев, именно: $239 \times 27,5545505 = 6585,5376$ суток. Благодаря такому близкому совпадению, которое не является следствием основного условия (9), по истечении сароса и параллакс Луны получает почти прежнее значение. Вместе с тем и главные неравенства в движении Луны — уравнение центра и эвекция — становятся прежними. Наконец, следующее по величине неравенство — вариация, имеющая аргументом среднее угловое расстояние Луны от Солнца, — во время сизигий равно нулю. Сарос лишь на 10,65 суток длиннее 18 аномалистических лет, вследствие чего средняя аномалия Солнца получает значение, отличающееся от исходного лишь на $10^{\circ},5$, и поэтому солнечные параллакс и уравнение центра тоже становятся близкими к исходным. От аномалии Солнца зависит еще годичное неравенство в движении Луны, которое, таким образом, по истечении сароса возвращается почти к прежнему значению. Что касается движения Солнца относительно узлов, то длина так называемого драконического года равна 346,62003 суток и 19 таких лет составляют 6585,7806 суток, но близость этого периода к продолжительности сароса есть простое следствие основного условия (9).

Если принять за сарос строго $223\frac{1}{3} = 6585,3212$ суток, то по истечении этого периода Луна не дойдет до прежнего положения относительно узла на разность периодов, помноженную на среднее суточное драконическое движение Луны, т. е. на $0,0360 \times 13^{\circ},23 = 0^{\circ},476$, или в проекции на эклиптику на $0^{\circ},476 \cos 5^{\circ}8' = 0^{\circ},474$. Допустим, что в некоторый начальный момент имело место солнечное затмение в самом узле. Такое затмение было бы по необходимости центральным и наблюдалось бы на Земле в тропическом поясе — близ точки, в которой Солнце кульминирует в зените. По истечении сароса в момент новолуния опять произойдет центральное затмение, в середине которого Луна по долготе не дойдет до узла на $0^{\circ},474$. Поэтому, если узел был восходящим, то область видимости затмения сдвинется на земной поверхности к югу, а если узел нисходящий, то — к северу. Но и по географической долготе область видимости затмения сильно сместится, так как сарос не содержит целого числа суток, а оканчивается дробью в 0,32 суток; поэтому Земля окажется повернутой еще почти на $\frac{1}{3}$ оборота, так что область затмений сместится в среднем на 115° по долготе к западу. Еще через сарос произойдет новое затмение еще дальше к югу или северу в зависимости от наименования узла и градусов на 230 западнее первого по долготе. Наконец, после истечения трех саросов от первого затмения уже четвертое затмение будет видно в области, отстоящей приблизительно на 345° к западу, т. е. на 15° к востоку от первого, и соответственно смещенной по широте. Что касается характера затмения, то он тоже будет постепенно изменяться главным образом вследствие изменения средней аномалии Солнца и всех связанных с нею величин — параллакса, уравнения центра Солнца и зависящих от средней аномалии Солнца лунных неравенств. Быстрее всего

будет происходить это изменение, если эпохи затмений падают на весну или осень, так как в это время быстрее меняется параллакс Солнца и вместе с ним видимый угловой радиус Солнца, причем весной эти величины уменьшаются, и затмения имеют стремление переходить из кольцеобразных в полные, уменьшая продолжительность кольцеобразной и увеличивая продолжительность полной фазы, а осенью — наоборот.

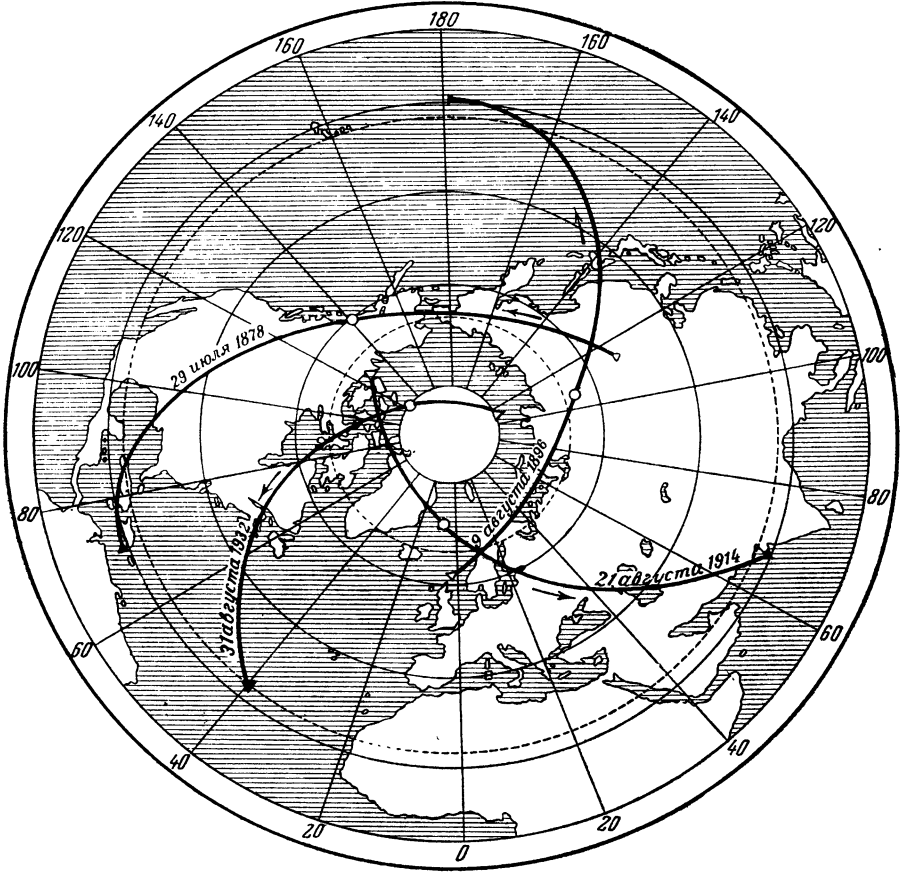


Рис. 5. Центральные линии четырех полных солнечных затмений, разделенных промежутками в один сарос.

Для примера выпишем четыре затмения, разделенные саросом и происходящие у нисходящего узла (рис. 5):

Год, месяц и число	Момент новолуния по всемирному времени	Центральная точка в полдень		Продолжительность полной фазы
		широта	долгота	
1878 июль 29	21,7	+60°	221° вост.	3,2 мин.
1896 август 9	5,0	+65	112 »	2,7 »
1914 август 21	12,4	+71	2 »	2,1 »
1932 август 31	19,9	+78	251 »	1,5 »

Эти затмения уже довольно далеки от узла и поэтому происходят в значительных географических широтах. Пример хорошо показывает: 1) прогрессию затмения по широте, 2) изменение географической долготы, 3) уменьшение продолжительности полной фазы (конец лета — Солнце приближается к Земле). Понятно, что по истечении периода в три сароса, равного 54 годам и 1 месяцу, затмение попадает ближе всего к той области, где оно было видимо в первый раз (рис. 6). Такой период также был известен еще древним грекам.

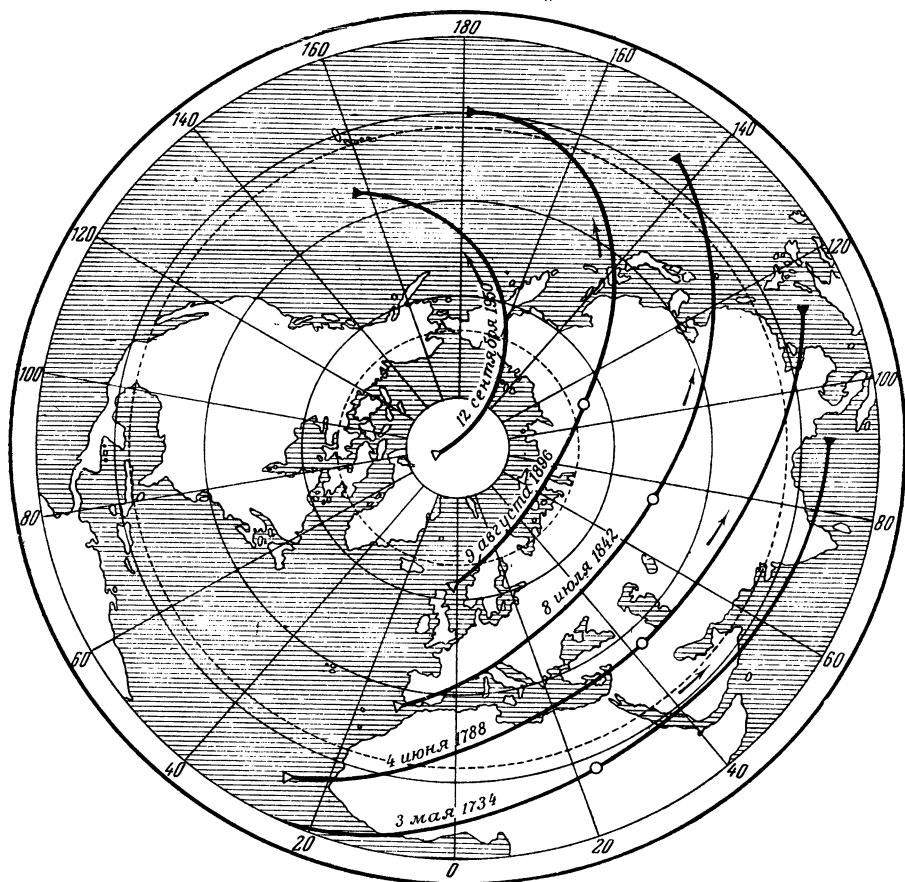


Рис. 6. Центральные линии пяти полных солнечных затмений, разделенных промежутками в три сароса.

Продолжая рассуждение, мы увидим, что последующие затмения все больше и больше удаляются от узла, вместе с тем переходя в высокие географические широты, пока не будет достигнут предел возможности центрального затмения. Выше было найдено предельное расстояние от узла по долготе равным от $10^{\circ},1$ до $11^{\circ},5$. В эти пределы при смещении каждый раз в среднем на $0^{\circ},474$ попадут от 21 до 24 затмений. Очевидно, столько же центральных затмений, предшествовавших взятому в нашем рассуждении за исходное, имело место по другую сторону от узла. Общие же пределы частного затмения, составляющие от $15^{\circ},9$ до $17^{\circ},9$, содержат от 33 до 37 затмений с каждой стороны от узла.

Поэтому течение какого-либо затмения в ряде саросов происходит следующим образом. Затмение впервые появляется вблизи одного из полюсов Земли (южного, если у нисходящего узла, и северного, если у восходящего) как частное затмение очень малой фазы. В последующих затмениях фаза постепенно

увеличивается и через 9—16 затмений затмение переходит в центральное, постепенно приближаясь на земной поверхности к тропикам. В течение дальнейших 42—48 затмений оно остается центральным, переходя к другому полюсу, а затем вновь превращается в частное — уменьшающейся фазы. Еще через 9—16 затмений оно выбывает из сароса. Таким образом, повторение определенного затмения наблюдается в течение около 70 саросов, или около 1300 лет, причем в середине этого промежутка, на продолжении около 45 саросов, или 800 лет, затмение бывает центральным — полным или кольцеобразным. Однако нужно иметь в виду, что приведенные расчеты основаны на продолжительности лунных месяцев для 1900 г., вековые же неравенства в движениях Солнца и Луны медленно изменяют эту продолжительность, а вместе с тем и прогрессию затмения через саросы. Наибольшим является вековое изменение продолжительности синодического месяца, составляющее около $0,0000002$ суток в столетие. В результате этого в настоящее время имеется некоторая тенденция к расстройству основных периодов 223 τ и 242 δ , определяющих сарос, приблизительно на 10% в 700 лет [135].

Приведем пример полного цикла затмений, в котором, однако, число затмений несколько отличается от указанных выше пределов вследствие того, что в далеком прошлом, к которому относится пример, соотношения были немного

№	Дата	Полуденная точка центрального затмения		№	Дата	Полуденная точка центрального затмения	
		φ	λ			φ	λ
1	—575 июнь 17	Частное затмение в южной полярной области		37	+ 74 июль 12	+16°	226° В
2	—557 » 29			38	+ 92 » 23	+19	121
3	—539 июль 9			39	+110 авг. 3	+20	15
4	—521 » 20			40	+128 » 13	+21	268
5	—503 » 31			41	+146 » 25	+21	158
6	—485 авг. 11			42	+164 сен. 4	+21	47
7	—467 » 21			43	+182 » 15	+19	294
8	—449 сен. 2			44	+200 » 26	+17	178
9	—431 » 12			45	+218 окт. 7	+15	61
10	—413 » 23			46	+236 » 17	+12	302
11	—395 окт. 4			47	+254 » 28	+ 9	181
12	—377 » 15			48	+272 нояб. 8	+ 5	59
13	—359 » 25			49	+290 » 19	+ 2	297
14	—341 нояб. 6			50	+308 » 30	0	174
15	—323 » 16			51	+326 дек. 11	— 1	52
16	—305 » 28			52	+344 » 21	— 2	290
17	—287 дек. 8			53	+363 янв. 2	— 1	169
18	—269 » 19			54	+381 » 12	+ 2	49
19	—251 » 30			55	+399 » 23	+ 5	290
20	—232 янв. 10			56	+417 фев. 3	+10	173
21	—214 » 20			57	+435 » 14	+16	58
22	—196 фев. 1			58	+453 фев. 24	+23	305
23	—178 » 11			59	+471 март 7	+30	194
24	—160 » 22	60	+489 » 18	+39	86		
25	—142 март 5	61	+507 » 29	+47	340		
26	—124 » 15	62	+525 апр. 8	+57	236		
27	—106 » 26	63	+543 » 20	+67	135		
28	— 88 апр. 6	64	+561 » 30	+79	36		
29	— 70 » 17	65	+579 май 11	Центральное			
30	— 52 » 27	66	+597 » 21				
31	— 34 май 9	67	+615 июнь 2				
32	— 16 » 19	68	+633 » 12				
33	+ 2 » 30	69	+651 » 23				
34	+ 20 июнь 10	70	+669 июль 3				
35	+ 38 » 21	71	+687 » 15				
36	+ 56 июль 1	72	+705 « 25	Частное затмение в северной полярной области			
				Центральное затмение близ южного полюса			
				—81°	100° В		
				—70	342		
				—59	215		
				—48	111		
				—38	358		
				—28	247		
				—17	137		
				—11	30		
				— 3	284		
				+ 3	179		
				+ 8	74		
				+13	330		

иними. Заметим, что отрицательные годы в хронологии считаются до н. э., но со включением нулевого года, почему, например, — 575 г. = 576 г. до н. э.

Для лунных затмений существует аналогичная прогрессия. Так как пределы разности долгот от узла составляют от $\pm 10^{\circ},0$ до $\pm 12^{\circ},0$, то определенное затмение может повторяться в течение от $2 \times \frac{10^{\circ},0}{0^{\circ},474} = 42$ до $2 \times \frac{12^{\circ},0}{0^{\circ},474} = 50$ саросов, или около 800—900 лет, причем в середине этого интервала в течение 18—22 саросов, или 300—400 лет, затмение бывает полным (см. [134]).

Для примера проследим одно из лунных затмений в течение всего его существования, по данным *Канона* Оппольцера [128].

№ сароса	Год	Месяц	Число	Стиль	Наиб. фаза	Характер
1	1126	июль	6	Стар.	0,08	Частное
9	1270	сентябрь	30	»	0,94	»
10	1288	октябрь	11	»	1,02	Полное
29	1631	май	15	Нов.	1,89	»
35	1739	июль	20	»	1,11	»
36	1757	июль	30	»	0,98	Частное
54	2082	февраль	13	»	0,01	»

В течение одного сароса бывает около 43 затмений Солнца и 28 затмений Луны. Из этих солнечных затмений 15 бывают частными, 14 кольцеобразными, 2 кольцеобразно-полными и 12 полными. Из лунных затмений около половины бывают полными. Достаточно составить список затмений, бывающих в течение одного сароса, чтобы иметь возможность, прибавляя к каждому из них целое число саросов, предсказывать будущие затмения. Однако такие предсказания будут неполными: во-первых, вновь появляющиеся, «зарождающиеся» затмения окажутся пропущенными, между тем как кончающиеся, «умирающие» затмения будут излишне продолжены, а, во-вторых, место, час и обстоятельства видимости затмений окажутся неточными. Для иллюстрации того, насколько можно руководствоваться при предсказании затмений для небольшого района периодичностью в форме сароса, приведем небольшую статистику из *Канона затмений* Гинцеля [85]. В Малой Азии за промежуток времени с — 600 до — 1 года было 128 солнечных затмений, периодичность которых была следующая:

	Число исходных	Число предсказанных
5 затмений повторились через 1 сарос 1 раз	5	5
4 » » » 2 » 1 »	4	4
27 » » » 3 » 1 »	27	27
8 » » » 3 » 2 »	8	16
2 » » » 3 » 3 »	2	6
2 » » » 3 » 4 »	2	8
Всего	48	66

Таким образом, 114 затмений из 128 были так или иначе связаны между собой саросом, и по 48 из них можно было предсказать 66 других. Остающиеся 14 затмений были «одинокими» и не имели связи с каким-либо другим затмением, наблюдавшимся в той же области. Приведенная табличка ярко показывает также силу тройного сароса, которым связаны 96 затмений.

Выпадение одних затмений из сароса и включение новых, объясненное выше, обусловлены неполной точностью совпадения двух периодов 223 σ и 242 δ . Понятно, что следующая подходящая дробь $\frac{777}{716}$ дает большую точность. Мы имеем:

$$\begin{aligned} 716\sigma &= 21143,9011 \text{ суток} \\ 777\delta &= 21143,8949 \text{ »} \\ \text{разность} &+ 0,0062 \text{ »} \end{aligned}$$

Принимая во внимание, что этот период содержит четное число синодических месяцев, его можно разделить пополам. Тогда через 358 σ фазы Луны придут в прежнее положение, а через 388 $\frac{1}{2}\delta$ узлы поменяются местами, т. е. вместо восходящего узла будет нисходящий и обратно. Этот период в 358 σ = 10571,9506 суток, или 29 лет без 20 дней, использован Оппольцером при составлении таблиц сизигий [129]. Он обладает точностью, примерно в 19 раз большей сароса, но не содержит целого числа аномалистических месяцев (384 аномалистических месяца = 10580,947 суток, т. е. на 9 суток длиннее), почему затмения, разделенные таким промежутком, протекают в разных условиях. Однако 18 таких периодов составляют 190295,11 суток, т. е. ровно 521 юлианский год или, в зависимости от числа високосных лет, в редких случаях на 1 день больше. Поэтому по истечении 521 года затмения повторяются в те же дни года по старому стилю. Так, например, затмение Солнца 15 июня 763 г. до н. э., наблюдавшееся в Ниневии, повторялось в тот же день по старому стилю в 242 г. до н. э. и затем в 280, 801, 1322 и 1843 гг. Конечно, области видимости были разные. По новому стилю такого постоянства дат затмений не получается, так как 521 григорианский год со средней продолжительностью в 365,2425 суток на 4 дня короче стольких же юлианских лет по 365,25 суток. Поэтому по новому стилю даты затмений через 521 год продвигаются вперед на 4 дня.

Менее точный период, сохраняющийся лишь на короткое время, был известен еще в древней Греции под названием метонова цикла. Продолжительность 235 синодических месяцев составляет 6939,688 суток, между тем как 19 юлианских лет содержат 6939,75 суток. Поэтому фазы Луны падают через 19 лет на те же числа месяцев, что является замечательным свойством метонова цикла, используемым в лунных календарях, например в еврейском календаре. Для повторяемости затмений нужно, чтобы тот же период содержал и целое число драконических месяцев. В этом отношении согласие метонова цикла значительно хуже, так как 255 δ = 6939,116 суток, т. е. на 0,572 суток короче, чем 235 σ . Принимая опять суточное драконическое движение Луны равным 13°,23, получим, что за 0,572 суток Луна продвинется относительно узла на 7°,57. Так как полная протяженность области центральных затмений по предыдущему составляет от 20°,2 до 23°,0, то очевидно, что не более четырех последовательных периодов центральных затмений могут быть объединены метоновым циклом. Область частных затмений простирается от 31°,8 до 35°,8 и в ней могут уместиться затмения всего пяти метоновых циклов. В качестве примера возьмем полное затмение 21 сентября 1941 г., наблюдавшееся советскими экспедициями близ Алма-Ата. Идя назад и вперед, мы находим следующие затмения, падающие на те же или соседние даты:

	φ	λ
1903 сентября 21 полное	— 70°	101° В
1922 сентября 21 полное	— 12°	106° В
1941 сентября 21 полное	+ 30°	114° В
1960 сентября 20 частное	—	—

Здесь в последних столбцах приведены широты и долготы точек, в которых центральное затмение наблюдается в полдень. Мы видим быстрое изменение

широты при переходе от одного затмения к другому, что вызвано большим различием между 255δ и 235σ , но малое изменение долготы вследствие близости 255δ к целому числу суток — числу полных обращений Земли вокруг своей оси.

В данном случае метонов цикл повторяется всего четыре раза, так как если бы мы взяли цикл, предшествующий первому из наших затмений, то нашли бы затмение не около 21 сентября, а на одну лунацию позже, именно частное затмение 19 октября 1884 г. Точно так же следующий после последнего затмения цикл дает затмение в предшествующую лунацию — кольцеобразное затмение 22 августа 1979 г.

Отметим еще, что, поскольку метонов цикл содержит числа синодических и драконических месяцев, кратные пяти, вместо 235σ и 255δ можно взять 47σ и 51δ , что как раз соответствует предшествующей саросу подходящей дроби в разложении, приведенном на стр. 18. Такой укороченный период, содержащий 1388 суток, объединяет в пять раз больше затмений, чем метонов цикл, но он не имеет замечательного свойства содержать целое число лет и поэтому связанные им затмения падают на разные даты и месяцы, а вследствие изменения аномалии Солнца эти затмения имеют разный характер и разную продолжительность. Будучи притом значительно менее точным, чем сарос, этот период не получил практического применения.

§ 5. Последовательность затмений. Наименьшая протяженность области частного затмения Солнца, найденная на стр. 16, составляет $15^{\circ},9$ в обе стороны от узла, всего $31^{\circ},8$. Самое быстрое суточное движение Солнца — в перигее — равно $1^{\circ},0195$, но так как навстречу движется узел в среднем на $0^{\circ},0530$ в сутки, то относительно узла движение Солнца может доходить до $1^{\circ},0725$.

Таким образом, Солнце пребывает в области частного затмения $\frac{31^{\circ},8}{1^{\circ},0725} = 29,7$ суток, т. е. больше продолжительности синодического месяца. Поэтому Солнце не может пройти через область затмений без того, чтобы не произошло по крайней мере одно новолуние, обязательно сопровождающееся солнечным затмением. Максимальное же время пребывания Солнца в области частного затмения получим, взяв отношение наибольшей протяженности области в $2 \times 17^{\circ},9 = 35^{\circ},8$ к наименьшему суточному драконическому движению Солнца, равному $1^{\circ},0064$. Отсюда искомая продолжительность равна 35,6 суток.

Если новолуние, сопровождавшееся затмением, произошло в самом начале вхождения Солнца в область затмений, то следующее новолуние произойдет в конце пребывания Солнца в этой области, и поэтому возможны два частных затмения Солнца подряд — в два последующих новолуния по разные стороны от узла, но, очевидно, оба малой фазы (далеко от узла). Два центральных затмения подряд невозможны, так как соответствующая область имеет наибольшую ширину в $2 \times 11^{\circ},5 = 23^{\circ},0$, которая проходится Солнцем во всяком случае быстрее, чем в $\frac{23^{\circ},0}{1^{\circ},0064} = 22,9$ суток, т. е. в промежуток, который значительно короче синодического месяца.

Пределы для лунного затмения получим аналогичным образом, принимая во внимание, что суточное движение центра земной тени по эклиптике равно суточному движению Солнца, находящемуся всегда в противоположной точке эклиптики. Поэтому область частного лунного затмения, наибольшая ширина которой равна $2 \times 12^{\circ},0 = 24^{\circ},0$, проходится тенью Земли не медленнее, чем в $\frac{24^{\circ},0}{1^{\circ},0064} = 23,8$ суток, и не быстрее, чем в $\frac{2 \times 10^{\circ},0}{1^{\circ},0725} = 18,6$ суток. Отсюда следует, что два

лунных затмения подряд в два последовательных полнолуния невозможны; возможно, но не обязательно, одно затмение. Однако если имели место два солнечных затмения в два последовательных новолуния, то согласно предыдущему при каждом из них Солнце находилось не дальше $17^{\circ},9$ от узла, а, следова-

тельно, в промежуточное полнолуние, отстоящее от новолуния в среднем на 14,77 суток, Солнце от узла будет отстоять не дальше, чем на $17^{\circ},9 - 14,77 \times \times 1^{\circ},0064 = 3^{\circ},0$; на таком же угловом расстоянии окажется от противоположного узла центр земной тени, т. е. внутри области полного лунного затмения (см. стр. 18), которое в этом случае будет неизбежным. Обратное заключение, т. е. чтобы полное затмение Луны сопровождалось двумя смежными затмениями Солнца, не обязательно, хотя одно солнечное затмение либо в предшествующее, либо в последующее новолуние, конечно, неизбежно. Отсюда получаем следующие возможные комбинации для чередования солнечных и лунных затмений:

	Новолуние	Полнолуние	Новолуние
1)	с	Л	с
2)	С	Л	—
3)	—	Л	С
4)	С	—	—
5)	—	—	С

В этой схеме С обозначает солнечное и Л — лунное затмение; жирным шрифтом выделено обязательно полное затмение Луны, строчными «с» обозначены обязательно частные затмения Солнца. Остальные затмения могут быть как частными, так и полными, а для Солнца еще и кольцеобразными.

Из схемы видно, что наибольшее число затмений в группе — три и притом два солнечных и одно лунное, наименьшее — одно — солнечное. Если же происходят два затмения, то обязательно разноименные. По истечении такой группы Солнце, а вместе с ним и земная тень удаляются от узлов за пределы области возможных затмений, и следующая группа будет иметь место лишь через $\frac{1}{2}$ аномалистического года у противоположного узла. Поэтому середина следующей группы будет отстоять от первой в среднем на $\frac{346,6}{2} = 173,3$ суток. Таким

образом, ежегодно бывают две эпохи затмений, отстоящие друг от друга немного меньше, чем на 6 месяцев. Понятно, что, поскольку драконический год на 19 дней короче календарного, то эти эпохи в последующие годы постепенно сдвигаются на более ранние месяцы, совершая полный цикл через все месяцы в течение 18,6 года — периода обращения лунных узлов.

Если первая группа затмений началась в самом начале календарного года, т. е. в первых числах января, то вторая группа будет в июне — июле, а третья начнется в декабре, причем возможно, что в первой группе будут либо три затмения, а именно Солнца, Луны и Солнца, либо два затмения — Луны и Солнца, либо только одно — Солнца. В первом случае до 1 января следующего года может из третьей группы произойти лишь одно солнечное затмение, так как, даже если первое новолуние было 1 января, то тринадцатое новолуние будет около 21 декабря и следующее полнолуние, во время которого возможно лунное затмение, придется уже на январь будущего года. Во втором случае в третьей группе могут быть два затмения и притом Солнца и Луны. В третьем случае в последней группе могут быть три затмения — Солнца, Луны и Солнца.

Таким образом, максимальное возможное число затмений в году — 7, из них 5 солнечных и 2 лунных или 4 солнечных и 3 лунных в одной из таких последовательностей:

- а) с Л с — с Л с — С,
- б) Л С — с Л с — С Л,
- в) С — с Л с — с Л с.

Обозначения здесь прежние.

Минимальное число затмений в году — 2 и притом солнечных, большой фазы, возможно полных или кольцеобразных. Согласно этому

число солнечных затмений в году: максимум 5, минимум 2,
число лунных затмений в году: максимум 3, минимум 0.

Примеры:

Случай а) 1935 г. янв. 5, сол. частное
янв. 19, лун. полное
фев. 3, сол. частное
июнь 30, сол. частное
июль 16, лун. полное
июль 30, сол. частное
дек. 25, сол. кольц.

Тот же случай имел место в 1255 и 1805 гг. в текущем тысячелетии.

Случай б) 1917 г. янв. 8, лун. полное
янв. 23, сол. частное
июнь 19, сол. частное
июль 4, лун. частное
июль 19, сол. частное
дек. 14, сол. кольц.
дек. 28, лун. полное

Случай в), хотя и равновероятный со случаем а), за последние три тысячи лет ни разу не имел места (не встречается в *Каноне* Оппольцера).

Что касается среднего числа затмений, то в *Каноне* Оппольцера содержится за 3368 лет 7999 солнечных и 5196 лунных затмений, т. е. в среднем 2,38 солнечных и 1,54 лунных затмений в год. Из 238 солнечных затмений, происходящих в среднем за 100 лет, 84 бывают частными, 77 кольцеобразными, 11 кольцеобразно-полными и 66 полными. Из 154 лунных затмений за тот же отрезок времени около половины бывают полными, остальные — частными. Полутеневые затмения Луны этой статистикой не учтены.

§ 6. Таблицы затмений. Наблюдение солнечных затмений представляет большой интерес для изучения ряда астрофизических проблем, связанных со строением Солнца и его ближайших окрестностей. Во время полных затмений можно наблюдать звезды в непосредственной близости от покрытого Луной Солнца, что важно для проверки так называемого эффекта Эйнштейна, состоящего в предсказанном общей теорией относительности искривлении световых лучей в гравитационном поле большой напряженности. Определение из наблюдений точных моментов начала и конца полного или кольцеобразного затмения, или, в более общей форме, определение точного положения Луны относительно Солнца во время затмения позволяет получать координаты Луны во время новолуний, что другими способами сделать невозможно. Эти координаты важны для уточнения теории движения Луны, а также для исследования обнаруженной недавно неравномерности вращения Земли вокруг оси, а следовательно, и неравномерности в нашем измерении времени. Подобные наблюдения, произведенные в двух удаленных между собой пунктах земной поверхности, позволяют получить разность геодезических координат этих пунктов или, другими словами, произвести геодезическую связь между ними методом, совершенно отличным от производства триангуляции.

Особое значение имеют дошедшие до нас сведения о наблюдении затмений в древности. Простое указание на то, что данное затмение было видимо как полное в определенном месте, позволяет определить положение Луны с точностью, далеко превосходящей наблюдения, производившиеся до применения зрительной трубы к измерительным целям. Наблюдение лунных затмений, хотя и

с меньшей точностью, но все же, если оно сопровождается хотя бы грубым указанием на час ночи, когда затмение было видимо, позволяет определить положение Луны. Поэтому дошедшие до нас исторические наблюдения затмений являются главным и наиболее точным источником для определения положения Луны и Солнца в давно прошедшие времена, что имеет огромное значение для определения некоторых постоянных в движении Луны и Солнца и в первую очередь векового ускорения Луны, относительно величины и происхождения которого имелось много разногласий. Наконец, многочисленные упоминания с указанием дат солнечных и лунных затмений в летописях представляют почти единственную возможность установить соответствующую дату по юлианскому календарю и таким образом создать правильную хронологию.

Все эти задачи требуют, с одной стороны, возможности подробного предвычисления будущих затмений без риска пропустить сизигию, сопровождающуюся затмением, а с другой стороны, возможности легко и быстро установить моменты и главные обстоятельства видимости прошлых затмений до самых древних исторических источников. В связи с этим создано много различных вспомогательных средств в форме таблиц и каталогов, дающих с большей или меньшей подробностью, точностью и удобством требуемые сведения. Предназначенные для этой цели таблицы были включены в вышедшее в 1750 г. первым изданием сочинение «Искусство проверки дат» (*L'art de vérifier les dates*) [47], составленное бенедиктинскими монахами и преследовавшее хронологические цели. Первоначально охватывавшее промежуток времени с начала н. э., оно во втором издании пополнилось таблицами Пенгре [133], захватывающими десять предыдущих веков. Для вычисления фаз Луны, в частности сизигий, сопровождающихся затмениями, Ларжетто [108] составил таблицы, помещенные первоначально в виде приложения к *Connaissance des Temps* за 1846 г. Более точные таблицы, дающие ряд вспомогательных величин для вычисления затмений, даны Ганзеном [88]. По их образцу составлены еще более точные и полные таблицы Опольцера [129], а также и таблицы Лемана [109]; для той же цели служат таблицы Ньюкомба [123]. Специально для вычисления лунных затмений составлены таблицы Опольцера [130].

Ряд изданий, получивших название канонов затмений, содержит наиболее монументальное из них — *Канон* Опольцера, изданный в 1887 г. и охватывающий 8000 солнечных затмений с —1207 по +2161 г. и 5200 лунных затмений с —1206 по +2163 г. Для каждого солнечного затмения дается момент его середины и около 20 вспомогательных величин применительно к теории Ганзена [89] для более детального вычисления по формулам, приведенным в предисловии. В случае полных и кольцеобразных затмений приводятся также географические координаты трех точек центральной линии, а именно — начальной, где затмение начинается при восходе Солнца, средней, где затмение происходит в полдень, и конечной, где затмение кончается при заходе Солнца. Для лунных затмений даются момент середины, величина наибольшей фазы в «дюймах», т. е. в двенадцатых долях диаметра Луны, половина продолжительности полной и частной фаз и географические координаты точки земной поверхности, в которой Луна в момент наибольшей фазы находится в зените. К канону приложена так называемая иконография: на 160 картах, составленных в полярной проекции Постеля, изображены северное полушарие Земли и часть южного до широты — 30° с проведенными центральными линиями всех полных и кольцеобразных затмений, проходящими через эту область.

При пользовании картами нужно иметь в виду, что каждая центральная линия изображена дугой окружности, проведенной через три точки, а именно: начальную, среднюю и конечную. Вследствие такой условности центральная линия на картах заметно смещается в промежутке между этими точками по сравнению с действительным ее положением; так, например, центральная линия затмения 30 июня 1954 г. показана на карте проходящей через Астрахань

и много севернее Азовского моря, тогда как в действительности она проходила в этих местах почти на 400 км южнее. Карта № 151 *Канона* Опольцера, изображающая линии центральных затмений с 1940 по 1962 г., воспроизведена в качестве фронтисписа к настоящей книге. Список полных затмений XX в. дан на стр. 209 в приложениях.

Канон Опольцера представляет основную сводку всех затмений, которой приходится пользоваться прежде всего для получения предварительных сведений о затмениях текущего времени, а также для всяких исследований в области исторических затмений. Хотя приведенные в *Каноне* вспомогательные величины для солнечных затмений и позволяют вычислить более подробные данные как в отношении видимости затмений для данного места, так и в смысле положения той или иной линии, определяющей течение затмения для Земли вообще, однако это вычисление все же довольно кропотливо и для лиц, мало знакомых с вычислительной техникой, например для историков, может представить некоторые затруднения.

Ввиду этого Шрам [145] составил вспомогательные таблицы, упрощающие получение по данным *Канона* Опольцера дополнительных сведений, хотя и за счет некоторого уменьшения точности.

Для старых затмений данные Опольцера неточны, и один из сотрудников его по *Канону* — Гинцель — вскоре после выхода *Канона* вывел эмпирические поправки к нему на основании обработки наблюдений средневековых затмений. Шрам во второй своей работе [146] на основе этих поправок составил таблицы, дающие непосредственно поправки вспомогательных величин Опольцера. Насколько серьезны ошибки *Канона*, видно из следующего (см. также [136]):

Год	Ошибка <i>Канона</i> Опольцера	
	в моменте	в географической долготе
0	20 мин.	5°
— 500	40 »	10
—1000	60 »	15
—1200	75 »	19

Желание обработать наблюдения ряда исторических затмений в целях уточнения теории движения Луны, с одной стороны, и стремление дать более удобное средство историкам для отождествления исторических затмений, с другой, — побудили Гинцеля составить *Специальный канон затмений* [85], дающий, во-первых, исправленные элементы всех затмений Солнца, числом 485, видимых в пределах культурных стран древности, расположенных вокруг Средиземного моря, и для Месопотамии (точнее между 10° западной и 50° восточной долготы и между 25 и 50° северной широты) в промежутке времени от —900 до +600 г. Затем даются моменты и величины наибольшей фазы для городов: Рим, Афины, Фивы и Вавилон, а также величина наибольшей фазы для пунктов с круглыми географическими координатами (через 5° по широте и 10° по долготе). Далее приводятся координаты северной и южной границ полосы полной или кольцеобразной фазы. Список 1627 лунных затмений за тот же промежуток времени содержит указания на условия видимости их в упомянутых четырех городах. Затем приводится сравнение вычислений с наблюдением ряда исторических затмений и, наконец, даются карты с изображением полос полных и кольцеобразных затмений.

Работу Гинцеля продолжил Шретер [148]. Его *Специальный канон* содержит данные для 300 центральных солнечных и 671 полного лунного затмения, имевших место между 600 и 1800 гг. н. э. для Европы (точнее между 30° западной

и 75° восточной долготы и между 30 и 70° северной широты), с еще большими подробностями, чем у Гинцеля. Так, для солнечных затмений даются не только границы полосы полной или кольцеобразной фазы, но также положение северной и южной изофаз в 9 дюймов, т. е. линий, где частное затмение достигает $0,75$ диаметра Солнца, изображенных также на картах. Для полных лунных затмений приводятся точки, в которых Луна восходит и заходит в моменты начала и конца частного затмения и наибольшей фазы.

В глубь веков канон Гинцеля продолжен Нейгебауером [122]. Его вычисления охватывают солнечные затмения, видимые между — 600 и — 4200 гг. в Малой Азии, Месопотамии и Египте, и дают момент и величину наибольшей фазы для шести столиц древнего мира.

Для отрезка времени, охватываемого русской историей, составлен М. А. Вильевым *Канон русских затмений*, данный в приложении к книге Д. О. Святского «Астрономические явления в русских летописях» [31]. Этот канон содержит список солнечных затмений между 1060 и 1715 гг., дает момент и величину наибольшей фазы для некоторого среднего пункта с широтой 55° и восточной долготой 32° (близ Смоленска) и содержит карты с показанием полос полных и кольцеобразных затмений для Европейской России. Приведены еще компактные таблицы для вычисления лунных затмений.

Замечательный и своеобразный канон затмений составил совершенно самостоятельно курский астроном-самоучка Ф. А. Семенов (1794—1860) под заглавием «Таблицы показаний времени лунных и солнечных затмений с 1840 по 2001 г. на Московском меридиане по старому стилю» [32]. Во введении автор дает следующее пояснение:

«При вычислении этих затмений руководствовался я особенными, мною составленными таблицами (основанными на началах астрономических таблиц солнечных Деламбра и лунных Бюрхарда), из которых извлекаются одни только новолуния, полнолуния и все элементы к продолжению затмения; но как здесь приняты не были планетные возмущения, потому моменты затмений могут иметь ошибки до одной минуты времени».

Для лунных затмений автор приводит моменты начала и конца частной и полной фаз, момент и величину «самого большого помрачения». Для солнечных затмений, кроме таких же сведений для Земли вообще, даются еще склонения Солнца и шесть вспомогательных величин, позволяющих построить чертеж, изображающий в проекции на координатную плоскость xu суточную параллель данного места и траекторию лунной тени для графического определения условий видимости затмения в данном месте. Кроме того, приводятся «страны, в которых видимы будут затмения». Например, для затмения 30 июня 1954 г. сказано, что оно будет видимо «во всей Европе, в восточной половине Северной Америки, в северной Африке и западной части Азии. Полное проходит по окрестностям: Вильны, Митавы, Минска, Чернигова, Харькова, Черкаска, Екатеринограда и Дербента». Из этих городов Чернигов и Екатериноград (бывший губернский город близ Моздока на Северном Кавказе, ныне станица Екатериноградская) лежат внутри полосы полной фазы, остальные города — близко к ней, причем лишь Митава (ныне Елгава) находится несколько дальше — на расстоянии 120 км от северной границы этой полосы. Моменты этого затмения для Земли вообще, указанные Семеновым, отличаются от современных данных на $3,5$ минуты, т. е. несколько больше, чем возможная ошибка, указанная им самим. Но нужно учесть, что 1954 г. отстоит на целое столетие от времени составления канона Семеновым и оценка им ошибки, происходящей от неучета возмущений, явно занижена. В отношении полноты канона Семенова дело обстоит так. Семенов ставил целью дать все лунные затмения за указанный промежуток времени без исключения. За 160 лет его канон содержит 243 лунных затмения против 246 в каноне Опольцера. Сравнение показывает, что у Семенова пропущено 4 затмения с наибольшей фазой в несколько десятых дюйма, т. е. совершенно незамет-

ных глазу. Зато затмение 3 марта 1988 г., которое, по Семенову, имеет наибольшую фазу в 0,2 дюйма, отсутствует у Оппольцера. В отношении солнечных затмений Семенов не задавался исчерпывающей полнотой, а дал только те затмения, которые видимы в северном полушарии: всего за 160 лет — 172 затмения, из них 57 полных, 64 кольцеобразных и 51 частное. Оппольцер для того же промежутка дает 372 затмения для обоих полушарий. Малоизвестный канон Семенова вызывает удивление той огромной работой, которая потребовалась для его составления, причем автор не имел никакой вычислительной помощи и, не имея настоящего образования, в условиях темной провинциальной купеческой среды того времени смог самостоятельно изучить теоретическую астрономию в такой степени, что составил канон затмений, опередивший на десятки лет наиболее крупные работы западноевропейских специалистов.

В заключение заметим, что собрания таблиц, предназначенные для целей хронологии, тоже содержат, обычно в более или менее подробной и точной форме, таблицы, позволяющие вычислять сизигии и, в частности, те, которые сопровождаются затмениями. Таковы хронологические таблицы Шрама [145] и Нейгебауера [121]. Наиболее точные таблицы сизигий, составленные по образцу таблиц Оппольцера, изданы в трудах Берлинского вычислительного института Шохом [144].

Г Л А В А II

ТЕОРИЯ СОЛНЕЧНЫХ ЗАТМЕНИЙ

§ 7. Возможная продолжительность затмений. Для выяснения обстоятельств видимости солнечных затмений подсчитаем размеры конусов лунной тени и полутени в том месте, где они могут пересекать земную поверхность. Длина этих конусов, определяемая расстоянием H_{ζ} вершины от Луны, была найдена в § 2. Пусть u — радиус сечения конуса, перпендикулярного к его оси и отстоящего на расстояние h от вершины конуса. Тогда из подобных треугольников легко найти, что с достаточной точностью

$$u = \frac{h}{H_{\zeta}} R_{\zeta} = 0,272274 \frac{h}{H_{\zeta}}.$$

С приведенными на стр. 11 значениями h и H_{ζ} получаем:

u в среднем для центрального затмения	от 0,0013 = 8 км
	до 0,0059 = 38 км,
u максимум для кольцеобразного затмения	0,0295 = 188 км,
u » » полного затмения	0,0210 = 134 км,

где для перевода в километры полученные в единицах радиуса земного экватора значения u помножены на 6378 км.

Таким образом, наибольший диаметр лунной тени для полных затмений составляет около 270 км. Однако при наклонном падении на земную поверхность тень принимает вытянутую форму, близкую к эллипсу с малой осью, равной диаметру конуса, но с большой осью, приблизительно равной $u \sec z$, где z — зенитное расстояние Солнца в центральной точке тени.

Максимальная продолжительность полного или кольцеобразного затмений для данного места определяется тем промежутком времени, в течение которого тень, скользя по земной поверхности, проходит длину своего диаметра. Движение тени происходит при этом вследствие двух причин: во-первых, движения Луны и Солнца относительно центра Земли и, во-вторых, вращения Земли вокруг оси, благодаря которому под тень подходят разные части земной поверхности. Так как оба эти движения направлены с запада на восток, причем одно присуще тени, а другое — наблюдателю, то относительная скорость равна разности скоростей этих движений. Для получения наибольшей продолжительности затмения мы должны скомбинировать скорости так, чтобы получить наименьшую относительную скорость. Но максимум u для полного затмения бывает, когда Луна находится в перигее, а Солнце — в апогее. Линейная скорость v_{ζ} движения Луны по орбите составляет тогда около $v_{\zeta} = 1,110$ км/сек, а движения Солнца (вернее Земли) — $v_{\odot} = 28,8$ км/сек. Для скорости v движения тени относительно центра Земли нетрудно вывести формулу

$$v = \frac{v_{\zeta} - \frac{d_{\zeta}}{d_{\odot}} v_{\odot}}{1 - \frac{d_{\zeta}}{d_{\odot}}},$$

где под d_{\odot} и d_{\ominus} подразумеваются расстояния Луны и Солнца до соответствующей точки тени (в данном случае до точки земной поверхности): $d_{\odot} = \Delta_{\odot} - 1$ и $d_{\ominus} = \Delta_{\ominus} - 1$. С приведенными на стр. 11 значениями этих величин получаем $v = 1,046$ км/сек. Для получения наименьшей относительной скорости отсюда нужно вычесть наибольшую скорость вращения Земли, имеющую место на экваторе и равную $0,465$ км/сек. Итак, наименьшая относительная скорость тени равна $0,581$ км/сек, откуда наибольшая продолжительность полной фазы определяется в

$$\frac{268}{0,581} = 461 \text{ сек.} = 7 \text{ мин. } 41 \text{ сек.}$$

Конечно, весь этот подсчет не может претендовать на большую точность и выясняет лишь приблизительную наибольшую продолжительность полного затмения, которую можно принять в $7\frac{3}{4}$ минуты. Однако такая продолжительность требует стечения столь исключительных обстоятельств, что фактически может и не встретиться в течение многих тысячелетий, а для очень удаленного времени все величины, с которыми производился подсчет, изменяются вследствие вековых неравенств в движениях Луны и Солнца. В течение XIX и XX вв. лишь два полных затмения достигают продолжительности в 7,2 минуты, а именно затмения 20 июня 1955 г. и 30 июня 1973 г., разделенные промежутком в один сарос. Понятно, что эти затмения происходят около 1 июля — времени прохождения Солнца через апогей — и видны близ земного экватора.

Если произвести аналогичный подсчет для кольцеобразного затмения, то получится для наибольшей продолжительности его 740 сек. = 12 мин. 20 сек. В XIX и XX вв. лишь кольцеобразное затмение 24 декабря 1955 г. достигает наибольшей продолжительности в 12,0 минуты. Обратим внимание, что это затмение происходит близ 1 января — времени прохождения Солнца через перигей.

Радиус конуса лунной полутени приблизительно определяется из формулы

$$u = \frac{R_{\odot} + R_{\ominus}}{\frac{\Delta_{\odot}}{\Delta_{\ominus}} - 1} + R_{\ominus}, \quad (10)$$

которую выводят из подобных треугольников BCS и MEF (рис. 7), пренебрегая в них ввиду малости острых углов различием между длиной гипотенузы и боль-

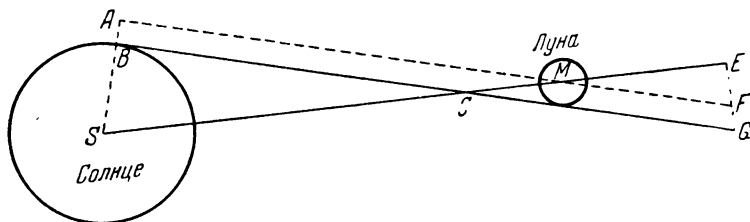


Рис. 7.

шим катетом и полагая $FG = R_{\ominus}$. Для среднего расстояния Солнца и Луны отсюда получаем:

$$u = \frac{109,048 + 0,272}{391,02} + 0,272274 = 0,55185,$$

или по умножении на 6378 для перевода в километры — 3520 км. Максимальная величина u получится, если в выражении (10) взять минимум Δ_{\odot} и максимум Δ_{\ominus} . Тогда

$$u = \frac{109,048 + 0,272}{360,46} + 0,272274 = 0,57555,$$

или 3670 км. Отсюда следует, что полутень Луны никогда не может закрыть целого полушария Земли.

Для оценки наибольшей возможной продолжительности частного затмения в данном месте разделим наибольший диаметр полутени на наименьшую относительную скорость движения полутени по земной поверхности. Получим около 12 600 сек. = 3,5 часа. Фактическая наибольшая продолжительность будет меньше этого, так как наименьшая скорость движения полутени не может сохраняться в течение столь длительного времени.

§ 8. Кривые затмения. Течение солнечного затмения для Земли вообще нагляднее всего изображается при помощи специальных кривых, проведенных на карте земной поверхности. Большинство этих кривых имеет простой геометрический смысл и возникновение их легко пояснить геометрическими соображениями. Для этой цели представим себе бесконечно удаленного наблюдателя на оси конуса тени. Такой наблюдатель увидит земной шар в ортографической проекции, причем перед началом частного затмения полутень Луны с радиусом

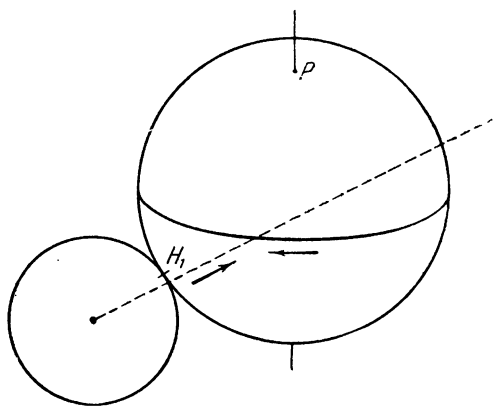


Рис. 8.

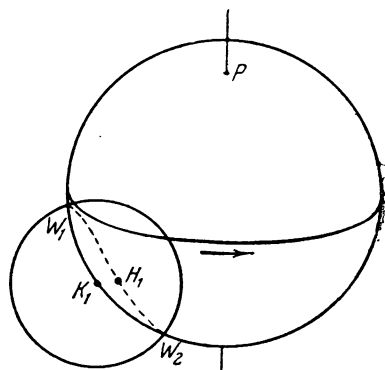


Рис. 9.

около 0,55 радиуса Земли окажется с левой, западной стороны Земли (рис. 8). Центр полутени движется почти по прямой, наклоненной к плоскости эклиптики под углом i' (см. стр. 15), со скоростью около 1 км/сек. Угол наклона этой прямой к плоскости экватора заключается в пределах $\pm(\epsilon + i') = \pm 29^\circ, 3'$, где ϵ — наклон эклиптики к экватору. Земной шар, положение полюса которого для нашего наблюдателя определяется склонением Солнца, вращается с запада на восток и так, что точка экватора на среднем меридиане перемещается со скоростью 0,46 км/сек. Первое прикосновение полутени к земной поверхности происходит в точке H_1 , называемой точкой первого внешнего контакта и находящейся в этот момент T_1 на контуре земного диска (рис. 8). Но вслед за этим точка H_1 , которую мы мыслим себе закрепленной на земной поверхности, окажется вынесенной вращением Земли на переднюю ее сторону (рис. 9), а край полутени вступит на земную поверхность, пересекая контур Земли в двух точках W_1 и W_2 , которые в момент T_1 совпадали вместе в точке H_1 и из нее выступили одновременно в противоположных направлениях. При дальнейшем движении полутени точки W_1 и W_2 разойдутся до максимального расстояния G_1G_2 , равного в проекции диаметру полутени, и затем начнут сближаться, пока не сольются вместе в момент T_2 в точке H_2 (рис. 10) — точке первого внутреннего контакта, описав на земной поверхности некоторую овальную кривую W , называемую западной границей частного затмения. Действительно, в момент своего образования точки кривой W лежат на контуре земного диска и находящиеся в них наблюдатели видят внешнее прикосновение краев солнечного

и лунного дисков в горизонте, так как соответствующая образующая конуса полутени касается здесь шара Земли. На восточной стороне овала W полутень Луны надвигается на Землю; здесь частное затмение начинается при восходе Солнца. На западной стороне овала оно кончается тоже при восходе Солнца. Области, расположенные западнее кривой W , в момент начала или конца частного затмения находятся на ночном полушарии Земли и поэтому затмения совсем не видят. Когда образовалась кривая W , лунная полутень, отделившись в момент T_2 в точке H_2 от контура Земли, уже целиком вступает на земную поверхность (рис. 11), двигаясь для нашего наблюдателя слева направо — с запада на восток. В том же приблизительно направлении, но медленнее вращением Земли вокруг оси выносятся на переднюю, обращенную к наблюдателю дневную сторону Земли овал W .

Принято называть величиной фазы затмения дробь, которая показывает, какая часть диаметра солнечного диска закрыта Луной. Поэтому можно сказать, что в моменты начала и конца частного затмения его фаза равна нулю. На кривой $G_1H_1G_2$ фаза затмения при восходе Солнца равна нулю, а затем, при погружении в полутень, фаза увеличивается. На кривой $G_1H_2G_2$ фаза тоже

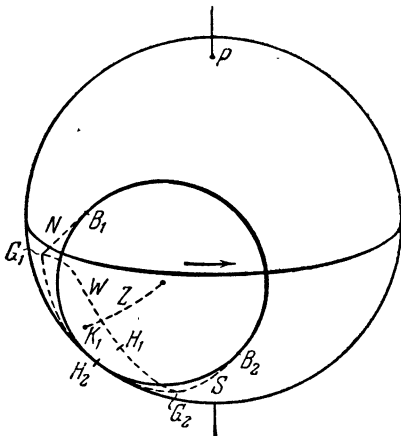


Рис. 10.

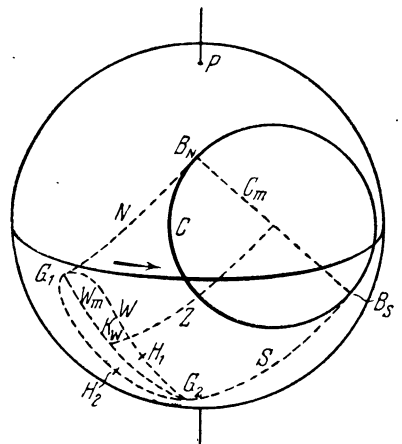


Рис. 11.

равна нулю в момент восхода, но перед этим она уменьшалась. Поэтому внутри овала W должна проходить линия, на которой фаза имеет наибольшую величину при восходе Солнца. Для краткости обозначим эту западную границу наибольшей фазы в горизонте через W_m . Эта кривая соединяет точки G_1 и G_2 , проходя приблизительно посредине овала W . Точки G_1 и G_2 замечательны тем, что в них наибольшая фаза затмения равна нулю.

Все изложенное можно повторить, но только в обратном порядке для описания явлений, совершающихся на противоположной, восточной стороне Земли в то время, когда полутень сходит с земной поверхности. Там получается тоже замкнутая кривая E овальной формы (рис. 12), соответствующая границе W , из точек которой затмение опять видно в горизонте, но уже при заходе Солнца, причем опять на восточной стороне наблюдается начало затмения, а на западной — конец. На этой кривой имеются точки H_3 и H_4 — последнего внутреннего и последнего внешнего контакта лунной полутени с контуром Земли, т. е. касания лунной полутени к поверхности Земли. Назовем через T_3 и T_4 моменты этих контактов; тогда западный край полутени сходит с земной поверхности, отрываясь от ее контура, в момент T_4 , когда частное затмение для Земли вообще кончается. На кривой E находятся две точки G_3 и G_4 , соединенные линией E_m , на которой при заходе Солнца фаза затмения имеет наибольшую величину.

Время, в течение которого продолжается затмение для Земли вообще, определяется разностью $T_4 - T_1$. Наибольшее возможное расстояние, проходимое за этот промежуток времени полутенью, равняется сумме диаметров Земли и полутени, т. е. около 3,1 радиуса Земли, или около 20 000 км. При средней скорости движения полутени в 0,94 км/сек на это потребуется около 6 часов. Такова в круглых числах возможная общая продолжительность частного затмения для Земли вообще.

Между границами W и E (рис. 12) лунная полутень проходит по земной поверхности по некоторой полосе, ограниченной с севера и юга кривыми N и S , представляющими собой огибающие семейства кривых C , которые дают мгновенное положение края полутени на земной поверхности и являются линиями пересечения конуса полутени с земным сфероидом. На границах N и S наибольшая фаза затмения равна нулю, и поэтому описанные выше точки G_1 , G_2 ,

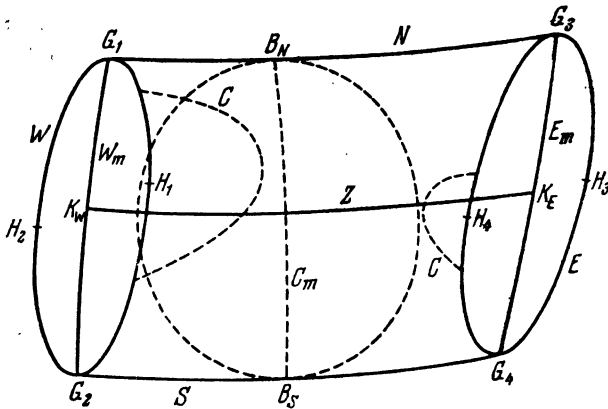


Рис. 12.

G_3 и G_4 также принадлежат к этим границам, находясь на их концах. На каждой из кривых C затмение начинается или кончается в один и тот же физический момент, почему эти кривые и называются *изохронами*. В начале затмения, до момента T_2 , пока полутень еще не вполне вступила на земную поверхность, изохроны представляются в виде разомкнутых дуг, примыкающих концами к границе W . В момент T_2 они замыкаются, отрываясь от границы W в точке H_2 , и остаются замкнутыми до прикосновения к восточной границе

E в точке H_3 в момент T_3 , после чего они вновь становятся разомкнутыми и, постепенно уменьшаясь в длине, сжимаются в точке H_4 и исчезают вместе с затмением в момент T_4 . Изохроны C касаются в точках B_N и B_S (рис. 11) на севере и юге границ N и S , однако лишь после того, как образовались точки G_1 и G_2 . Точки прикосновения B_N и B_S обладают тем свойством, что разделяют изохрону на две части — переднюю (восточную), на которой затмение начинается, и заднюю (западную), на которой затмение кончается. На рис. 11 изображена изохрона в виде окружности. Она таковой и представится наблюдателю, находящемуся на оси конуса тени. Но на самом деле, падая на шарообразную земную поверхность, полутень вытягивается, принимая форму овала или даже кривой, напоминающей очертание колокола. Последнее имеет место в случае, когда лишь часть полутени падает на Землю. При изображении изохрон на карте имеет место еще искажение проекции, так что, оставаясь между моментами T_2 и T_3 замкнутыми кривыми, они могут сильно отличаться от окружностей.

Если перемещаться вдоль изохроны, то из всех ее точек мы будем видеть в один и тот же момент T внешнее прикосновение краев Солнца и Луны, но при разных углах положения. Если найти на разных изохронах точки, в которых затмение наблюдается при одном и том же угле положения, и соединить эти точки линиями, то получатся *изогоны* L , по которым можно отсчитывать углы положения. Концы изогон примыкают к границам W и E , реже к границам N и S .

Каждая пара точек B_N и B_S соединяется еще линией, проходящей внутри соответствующей изохроны C через те точки земной поверхности, из которых наибольшая фаза затмения видна одновременно в момент T . В существовании такой линии можно убедиться рассуждением, аналогичным предыдущему, отно-

сившемуся к кривой W . Действительно, на самой изохроне величина фазы затмения равна нулю, и притом на восточной стороне фаза возрастает, а на западной — убывает. Поэтому в промежутке должны существовать такие точки, в которых фаза имеет максимум в тот же момент T . Эти точки образуют линию, называемую изохроной наибольшей фазы; обозначим ее для краткости через C_m (рис. 12). Концы этих кривых лежат на границах N и S , в точках касания этих границ с изохроной C , а в начале затмения, до образования точек G_1 и G_2 , а также в конце затмения, после образования точек G_3 и G_4 , концы примыкают к границам W_m и E_m .

Ось конуса лунной тени вступает на земную поверхность, т. е. прикасается к ней в момент T_W , находящийся между моментами T_1 и T_2 , в точке K_W , лежащей на границе W_m ; это следует из того, что при центральном затмении фаза имеет вообще наибольшую возможную величину. Однако заметим, что, строго говоря, точка K_W является изолированной точкой границы W_m . Кривая W_m состоит из двух отдельных ветвей, северной и южной, расположенных так, как показано на рис. 13. Причина такого разрыва будет указана ниже (стр. 81—82).

Вступив на земную поверхность, ось конуса описывает линию Z центрального затмения, лежащую между границами N и S и почти им параллельную. Линия Z кончается в точке K_E , через которую проходит граница E_m , претерпевающая здесь разрыв, подобно указанному для западной границы.

Концентрически с лунной полутенью располагается круг тени. Он имеет малый диаметр, не превосходящий 0,03 диаметра Земли. Тень вычерчивает на земной поверхности кривые, аналогичные тем, которые были описаны выше для полутени. Будем обозначать их теми же буквами, но с прибавлением значка 0 .

Эти кривые лежат внутри соответствующих кривых, образованных полутенью. Заметим, что кривые W_m^0 и E_m^0 являются частями границ W и E . Что касается границ N^0 и S^0 , то они располагаются приблизительно параллельно линии центрального затмения Z в случае, если в течение всего времени затмения сохраняется один и тот же характер, т. е. остается полным или кольцеобразным. Но возможны случаи, когда в течение затмения сама вершина конуса тени пересекает земную поверхность благодаря выпуклости последней, как было указано на стр. 12, что пояснено на рис. 14. В таких случаях затмение переходит из кольцеобразного в полное и обратно, причем границы N^0 и S^0 пересекаются на линии центрального затмения

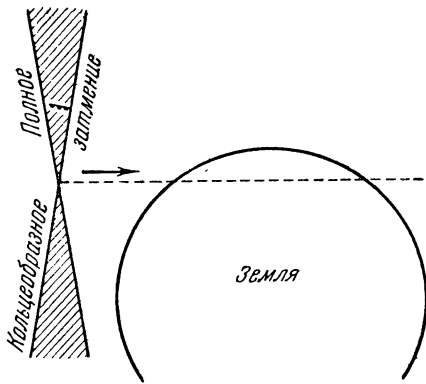


Рис. 14.

обычно два раза, меняя, так сказать, свои знаки и переходя с севера на юг и обратно. Расположение этих границ в таких случаях показано на рис. 15.

Для полной характеристики затмения требуются еще кривые, указывающие величину наибольшей фазы частного затмения. Эти линии F , называемые *изофазами*, идут приблизительно параллельно границам N и S , оканчиваясь на границах W_m и E_m . Изофазы для полного или кольцеобразного затмения обычно не строятся, так как не имеют достаточного интереса. К числу изофаз относятся также границы N и S , так как на них наибольшая фаза имеет тоже постоянную величину, равную нулю.

Наконец, иногда проводят еще кривую, на которой наибольшая фаза затмения видна в местный истинный полдень. Наблюдения затмения близ этой кривой

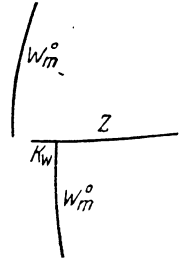


Рис. 13.

совершаются при наибольшей высоте Солнца над горизонтом, а полное затмение имеет здесь наибольшую продолжительность.

Однако не всегда все перечисленные кривые имеют описанный вид и не для каждого затмения они все существуют. Бывают случаи, когда полутень проходит настолько далеко от центра Земли, что в течение всего затмения не вступает полностью на земную поверхность. Такие затмения, которые мы будем называть затмениями второго типа, происходят дальше от узлов лунной орбиты, но не обязательно, чтобы они были частными, так как тень при таких затмениях может вступать на земную поверхность, однако, конечно, не в тропических странах, а ближе к земным полюсам. В этих случаях одна из границ N или S совсем отсутствует, или, ради общности, можно сказать, что она становится мнимой. Изохроны частной фазы перестают замыкаться, а границы W и E соединяются вместе, принимая вид вытянутой и искривленной цифры 8. Наконец, еще дальше от узлов линия центрального затмения и все кривые, относящиеся к лунной тени, становятся мнимыми, тень совсем минует Землю, которую задевает лишь край полутени, и затмение нигде не достигает большой фазы.

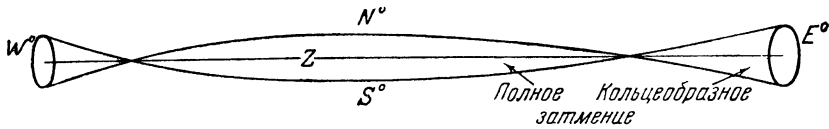


Рис. 15.

Рис. 16 представляет карту затмения первого типа (20 июня 1955 г.), на которой ввиду мелкого масштаба опущены некоторые кривые (изофазы, изогоны, линия центрального затмения, границы W^0 и E^0). Рис. 17 изображает карту затмения второго типа, во время которого тень проходит по земной поверхности (30 июня 1954 г.). Наконец, на рис. 18 представлена карта затмения тоже второго типа, но имеющего лишь частную фазу, т. е. во время которого лунная тень проходит мимо Земли (2 декабря 1956 г.).

Описанные кривые позволяют отсчитать по карте почти все данные, нужные для подготовки к наблюдению затмения. Действительно, границы W , E , N и S выделяют области, в которой затмение вообще видимо. Изохроны определяют моменты начала, наибольшей фазы и конца частного затмения для любого пункта, где видимо затмение. Изогоны дают углы положения Луны относительно Солнца или, что то же самое, указывают точку солнечного края, в которой происходит видимое прикосновение дисков Солнца и Луны (точку контакта). Изофазы определяют величину наибольшей фазы. Географическая карта, на которой нанесены эти линии, дает полную картину хода затмения для всей Земли, облегчает выбор места наблюдения и почти без добавочных вычислений дает нужные сведения для подготовки наблюдений. Точность, с которой можно отсчитать по карте моменты, углы положения и величину наибольшей фазы, зависит от масштаба карты и интервалов, через которые проведены различные кривые. При достаточно крупном масштабе, например 1 : 4 000 000, можно определить моменты с точностью до нескольких десятых долей минуты времени. Образцом таких карт могут служить карты, приложенные к таблицам солнечных затмений 19 июня 1936 г., 9 июля 1945 г. и 30 июня 1954 г., составленным А. А. Михайловым [23], [27], [29].

Таким образом, главную задачу теории солнечных затмений, которую приходится решать чаще всего, составляет определение положения на земной поверхности перечисленных кривых. Частный и более простой случай состоит в предвычислении затмения для заданного места. Наконец, ряд других вопросов возникает при обработке наблюдений солнечных затмений.

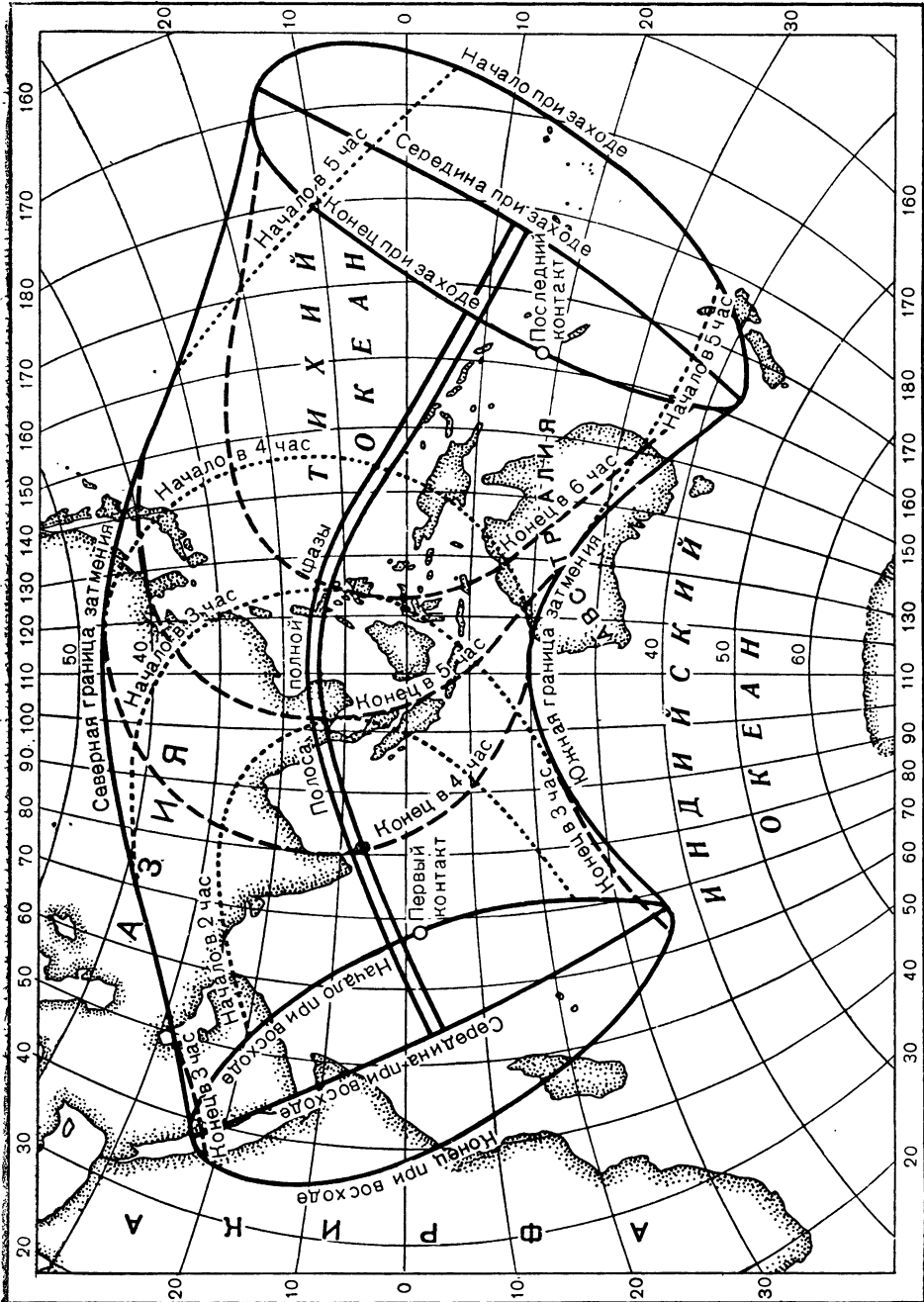


Рис. 16. Карта полного солнечного затмения 20 июня 1955 г. (первого типа). Моменты указаны по всемирному времени.

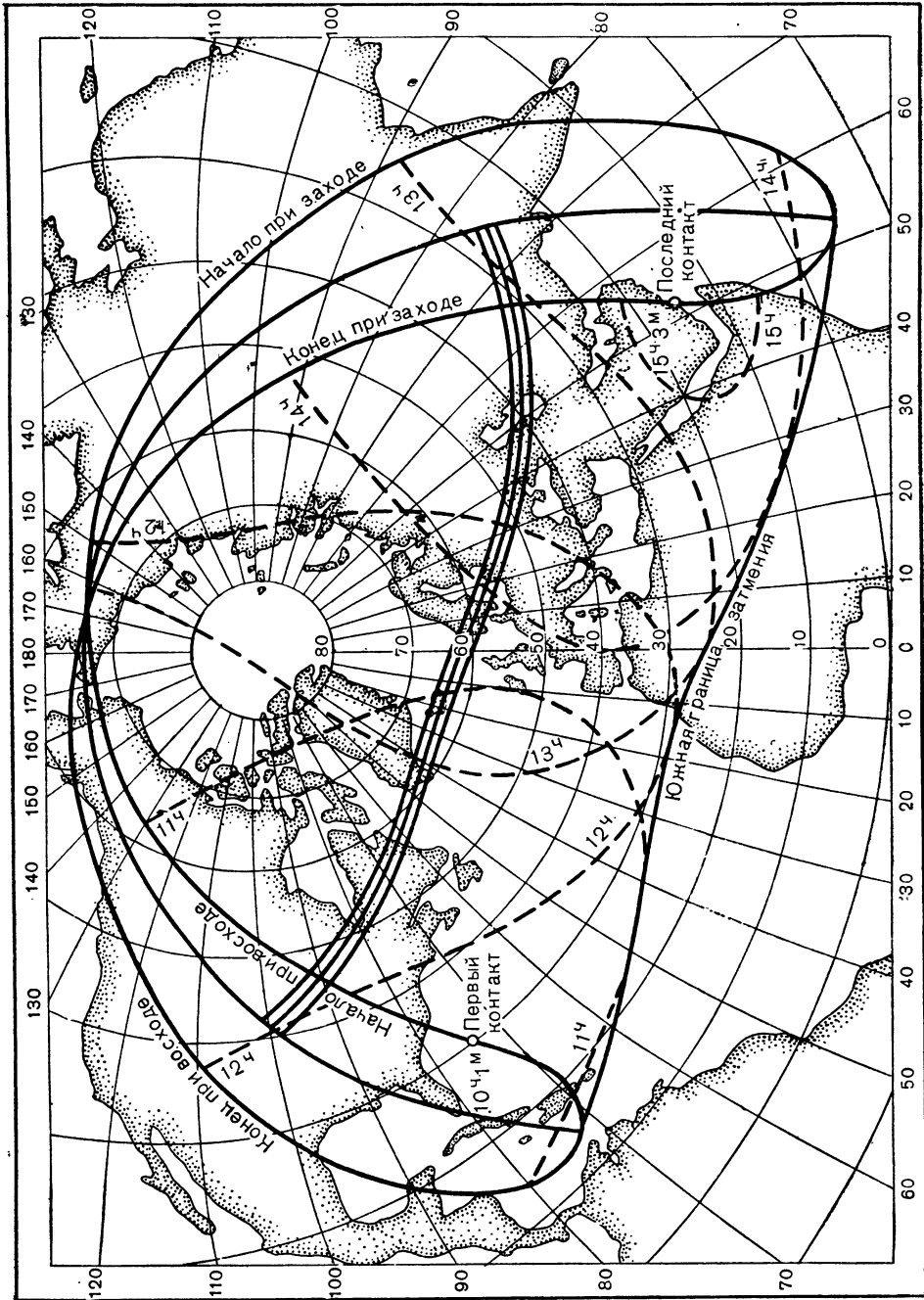


Рис. 17. Карта полного солнечного затмения 30 июня 1954 г. (второго типа),

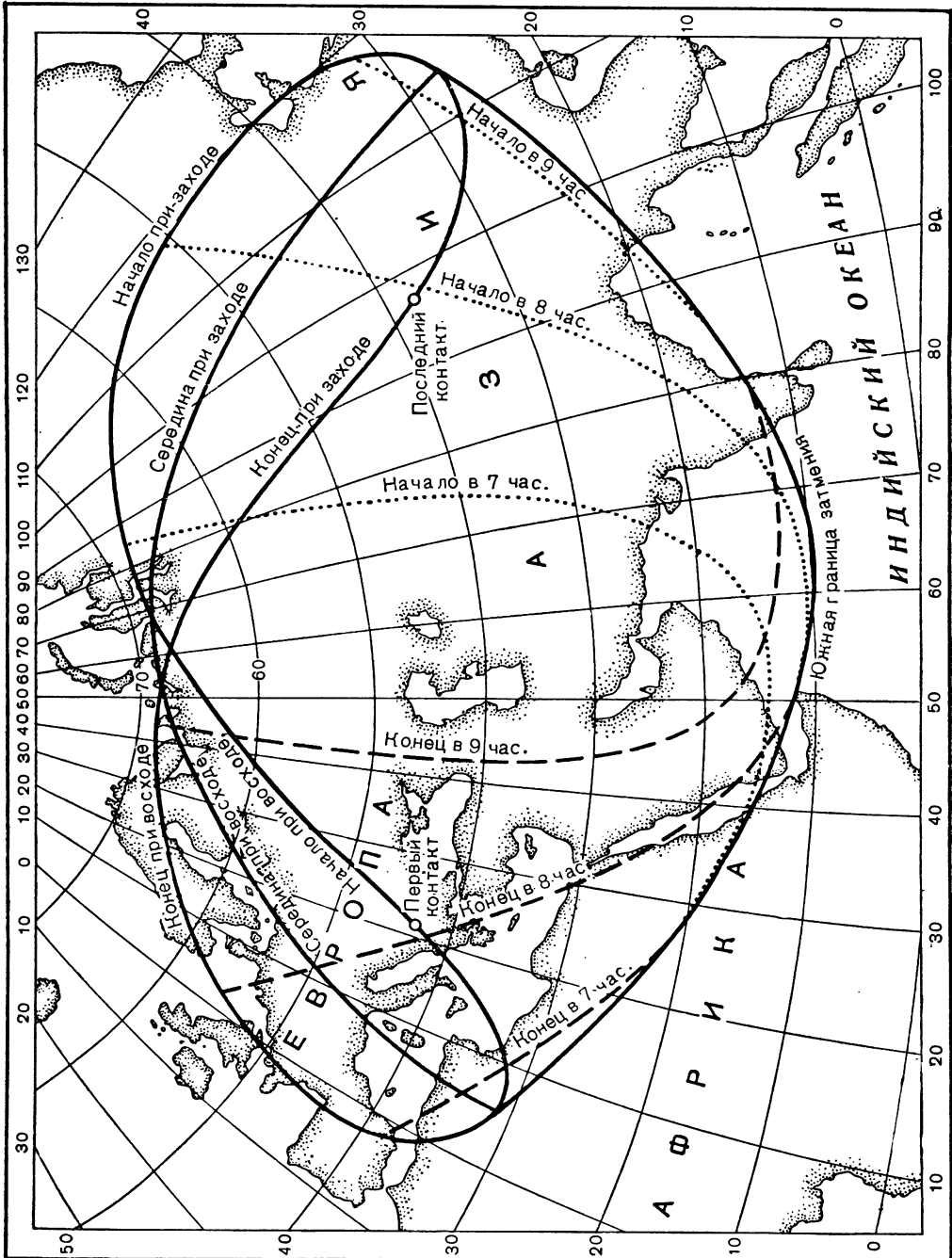


Рис. 18. Карта частного солнечного затмения 2 декабря 1955 г. Моменты указаны по всемирному времени.

§ 9. Теории солнечных затмений. Основными данными во всех методах вычисления затмения являются геоцентрические координаты Солнца и Луны; прежде употреблялись эклиптические, теперь почти исключительно экваториальные координаты и горизонтальные экваториальные параллаксы этих светил. Эти данные берутся из астрономических ежегодников или вычисляются непосредственно по таблицам Солнца и Луны. В настоящее время для Солнца употребляются таблицы Ньюкомба [126], вошедшие в употребление сначала в английском *Nautical Almanac* с 1901 г., и для Луны — таблицы Броуна [62], введенные с 1923 г.

Для определения кривых затмения существует много различных методов, которые можно разделить на три основные группы: проективные, геометрические и аналитические. В проективных методах из некоторой точки, лежащей на оси конуса тени, например из центра Солнца или из бесконечно удаленной точки, проектируют на картинную плоскость, перпендикулярную к оси конуса и проходящую через центр Земли, контур Луны и Землю с изображением параллелей. Самое построение выполняют графически, иногда находя некоторые величины путем вычислений. Сюда относятся все старые способы, начиная с Кеплера [96], который первый разработал метод, основанный на использовании положений Солнца и Луны, даваемых таблицами движения этих светил, между тем как до него предсказания затмений делались на основании сароса или аналогичных периодичностей. Такой же метод изложен у Доминика Кассини [69] без упоминания Кеплера. Метод Кеплера был развит и усовершенствован Флемстидом [82], а затем Лакайлем [102] и Боненбергером [59], давшим подробное его изложение в английском *Nautical Almanac* за 1836 г. Дальнейшее развитие проективный метод получил у Лагранжа [104], теория которого представляет собой переход к аналитическим методам. Метод Гаусса, изложенный в немецком переводе Гетце [143] книги А. Н. Савича «Приложение практической астрономии к географическому определению мест» (русский подлинник содержит теорию Бесселя), а позже и самим Савичем в отдельной брошюре [30], а также в диссертации М. Ф. Хандрикова [36], по идее тоже принадлежит к проективным, но плоскость проекции принимается проходящей через центр Луны. Однако по методу решения он должен быть отнесен к аналитическим.

В геометрических методах рассматриваются явления, как они представляются для наблюдателя, находящегося на поверхности Земли. Вопрос сводится к тому, чтобы, учтя параллаксы Луны и Солнца, положить видимое угловое расстояние между центрами этих светил равным сумме, разности или определенной доле их видимых диаметров, прибавляя еще по мере надобности дополнительные условия, как-то: чтобы Солнце находилось в горизонте или чтобы фаза затмения была наибольшей. Эти методы, отличающиеся остроумием в выявлении и использовании геометрических условий, применялись в течение нескольких десятилетий в середине XIX в. для предвычисления затмений в английском ежегоднике *Nautical Almanac* и французском *Connaissance des Temps*. Образцом по полноте разработки может служить метод Вулхауза [168], изложенный у Сушона в его курсе практической астрономии [152].

Однако эти способы либо недостаточно строгие и пренебрегают некоторыми малыми величинами, либо при достаточной строгости становятся слишком сложными, как, например, способ М. А. Ковальского [14]. Недостаток их еще в том, что в процессе вычислений обычно не получается достаточно ясной картины затмения для Земли вообще, так как вычислитель, будучи как бы прикованным к земной поверхности, оперирует с величинами, определяющими субъективную сторону явлений, представляющихся земному наблюдателю на небесной сфере, и не охватывает всей совокупности объективных явлений, связанных с прохождением лунной тени по земной поверхности.

В настоящее время для вычисления солнечных затмений приняты почти исключительно аналитические методы. Их преимущество — в большой общности

и объективности в том смысле, что они дают полную картину явлений, происходящих во время затмения на Земле, и позволяют со всеми подробностями проследить передвижение лунной тени и полутени по земной поверхности. Вместе с тем они позволяют достигнуть большой точности в решении, а в случаях, где таковой не требуется, легко допускают соответствующие упрощения. Эти методы берут свое начало от Лагранжа, но в современной форме развиты Бесселем [57], который в 1836 г. опубликовал основы способа, а затем дал в 1842 г. подробное его развитие. Однако способ Бесселя в оригинальном виде не получил распространения вследствие сложности формул, в которых Бессель преследовал строгость алгебраических решений соответствующих уравнений. Зато большое применение получил способ Ганзена [89], предложенный почти одновременно с Бесселем и исходящий из тех же основных уравнений, но облекающий решение в тригонометрическую форму. Кроме того, в методе Ганзена употребляются эклиптические координаты Солнца и Луны (хотя этот метод допускает также применение экваториальных координат) и в качестве одного из аргументов принимается местный часовой угол истинного Солнца, т. е. истинное время, между тем как у Бесселя употребляются экваториальные координаты и за аргумент принимается среднее солнечное время начального меридиана. Благодаря этим особенностям метод Ганзена оказался особенно удобным для вычисления древних затмений, так как все таблицы движения Солнца и Луны дают непосредственно именно эклиптические координаты, и для получения экваториальных координат требуется дополнительное вычисление, которого для случая исторических затмений желательно избежать. Поэтому метод Ганзена и применялся главным образом при составлении упомянутых выше (§ 6) таблиц и так называемых канонов древних затмений. Однако для вычисления современных затмений метод Бесселя имеет преимущества, в особенности, если внести в него некоторые упрощения, быть может, понижающие изящество решений, но выгодные с точки зрения техники вычислений и притом не отзывающиеся на точности результатов.

Такую обработку теории Бесселя выполнил американский астроном Шовене в своем курсе сферической астрономии, впервые вышедшем в 1863 г. [71]. Изложение Шовене отличается ясностью и простотой, хотя его формулы нельзя считать для всех случаев достаточно точными. Более подробное изложение этого способа, снабженное примерами и описанием практики вычислений, принятой в Американском эфемеридном бюро (American Nautical Almanac Office), хотя и не отличающееся оригинальностью и самостоятельностью разработки, изложено в книге Бьюкэна «Математическая теория затмений» [67]. В начале текущего века вычисление солнечных затмений было реорганизовано и в Парижском бюро долгот (Bureau des Longitudes), которое по решению Международной эфемеридной конференции 1911 г. должно было принять участие совместно с Американским бюро в вычислении затмений для больших астрономических ежегодников. Там был введен способ Андуайе, описанный им в 1911 г. [46] и основанный на оригинальной и остроумной разработке метода Бесселя и специально приспособленный к систематическому вычислению затмений. Начиная с 1911 г., А. А. Михайлов видоизменил [17] метод Бесселя в целях упрощения формул, пользуясь методом последовательных приближений, и в 1918 г. составил для этой цели специальные таблицы, частично воспроизведенные в настоящем издании. Наряду с этими, более или менее полными и систематическими изложениями аналитических теорий солнечных затмений, имеется большое число работ и статей, касающихся отдельных вопросов, некоторые из которых указаны ниже в соответствующих местах. Кроме того, многие курсы сферической астрономии содержат изложение теории солнечных затмений. Так, на русском языке теория Ганзена довольно подробно и с примерами изложена в курсе сферической астрономии Р. Фогеля [35]. Теория Гаусса в сокращенном виде приведена в курсе астрономии Н. Я. Цингера [37].

Основные уравнения теории Бесселя выводятся обычно при решении простейшего случая — вычисления солнечного затмения для данного места, что сделано, например, в курсе сферической астрономии А. А. Иванова [12]. В дальнейшем изложении мы приводим теорию Бесселя с некоторыми изменениями в способах решения основных уравнений.

§ 10. Основы аналитической теории солнечных затмений. Основная идея аналитической теории заключается в следующем. Имея координаты центров лунного и солнечного шаров, а также их радиусы, составляют уравнение конической поверхности, образованной касательными к этим шарам. Таких поверхностей существует две: одна образуется внешними касательными и соответствует границе тени, другая образуется внутренними касательными и определяет границу полутени. Обе эти поверхности представляют собой круглые конусы с очень острым углом при вершине (сколо $16'$). Наряду с этим составляется уравнение земной поверхности, принимаемой за сфероид, т. е. эллипсоид вращения вокруг малой оси. Совместное решение этих уравнений дает линию пересечения конуса со сфероидом, т. е. изохрону затмения, из всех точек которой наблюдается видимое прикосновение краев Солнца и Луны, соответствующее моменту начала и конца затмения. Прибавляя еще дополнительные условия, например, чтобы образующие конуса были касательными к сфероиду или чтобы расстояние данной точки сфероида от оси конуса было минимальным, находят различные перечисленные выше кривые. Для получения изфаз частного затмения вместо конуса, касательного к солнечному шару, берется такой, который касателен к концентрическому меньшему шару, соответствующему фазе данной величины.

Все эти кривые приходится вычислять по точкам, задавая в уравнениях соответствующим параметрам (одному или двум) произвольные значения в известных пределах, которые тоже приходится определять. Такими параметрами являются: время, величина фазы, угол положения контакта. В результате получается определенная система уравнений, решая которую, находят географические координаты искомой точки земной поверхности, при помощи которых эта точка наносится на карту. Варьируя значение одного из параметров, находят другие точки той же кривой, например, варьируя время при постоянном угле положения, находят изогону, и наоборот, варьируя угол положения при постоянном времени, находят изохрону. Нанеся ряд точек с достаточно тесными интервалами на карту, их соединяют плавной линией и таким образом выполняют построение искомой кривой.

Точность, с которой определяется положение соответствующих точек на земной поверхности, зависит от точности, с которой известны координаты Солнца и Луны. Сферические координаты этих светил даются в ежегодниках с точностью до $0'',1$, однако эта точность является формальной, так как фактически положение Луны может отличаться значительно больше от ее табличного места. Луна отстоит от Земли на 60 земных радиусов, и поэтому уклонение Луны на $1''$ в геоцентрическом положении вызывает в проекции тени на земной поверхности смещение на $1'$ в географических координатах. Если лучи падают на земную поверхность под острым углом, то смещение будет еще больше. Поэтому формально точность определения географических координат различных точек кривых затмения составляет $0',1$, и формулы, для того чтобы быть достаточно строгими, должны предусматривать именно такую точность вычисления. Для этого и самые вычисления достаточно производить с пятизначными таблицами.

Для составления обзорных карт затмения мелкого масштаба бывает достаточной точность в географических координатах точек различных кривых до $0^\circ,1$, чему удовлетворяет четырех- и даже трехзначное вычисление.

Хотя в основу всего вычисления кладутся сферические координаты и параллаксы Луны и Солнца, но в расчетах формулах фигурируют некоторые другие

величины, зависящие от координат и имеющие простой геометрический смысл. Эти величины называются элементами затмения. Они также являются функциями времени, меняющимися почти линейно со временем, и для того чтобы обеспечить правильность пятого десятичного знака в величинах элементов, они вычисляются обычно с помощью шестизначных таблиц логарифмов или натуральных тригонометрических функций.

Для придания наиболее простого вида уравнениям конуса лунной тени и полутени, а также земного сфероида их относят к особой системе прямоугольных координат, называемой иногда бесселевой. Эта система — геоцентрическая, т. е. начало ее принято в центре Земли, а ось z всегда ориентируется так, чтобы она оставалась параллельной к прямой, соединяющей центры Луны и Солнца, другими словами, к оси конуса тени или полутени. Строго говоря, ось конуса, т. е. линия, по которой идет воображаемый элемент светового луча, направляющийся все время от центра Солнца к центру Луны, не есть прямая вследствие конечной скорости света и движения этих светил. Однако это обстоятельство компенсируется тем, что в теории затмений всегда пользуются при вычислении прямоугольных координат видимыми сферическими координатами Солнца и Луны, содержащими абберационное смещение. Благодаря этому ось конуса со всей строгостью можно считать за прямую.

Возвращаясь к бесселевой системе координат, отметим, что ось x лежит в плоскости экватора и направлена к востоку от оси z , т. е. в сторону возрастающих прямых восхождений. Ось y направлена в северное полушарие (рис. 19). Очевидно, что эта система осей подвижна: при движении Луны и Солнца относительно Земли ось z соответствующим образом поворачивается, а ось x скользит в плоскости экватора. Ось z всегда проходит довольно близко от центра Солнца, так как ее расстояние от него не может превышать во время затмения суммы радиусов Земли и лунной полутени, вследствие чего сферические координаты конца оси z , или той точки, в которой эта ось встречает небесную сферу, отличаются от геоцентрических координат Солнца для данного момента не больше, чем на $14''$. Заметим, что пересечение оси z с небесной сферой в дальнейшем мы будем называть «точкой z ».

Принимая за единицу экваториальный радиус земного сфероида и обозначая через x, y, z координаты центра Луны в бесселевой системе координат, а через ξ, η, ζ — текущие координаты, уравнение конуса тени или полутени напишется так:

$$(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 = (u - \zeta \operatorname{tg} f)^2, \quad (11)$$

где f — угол между осью конуса и образующей, а u — радиус сечения конуса координатной плоскостью xu , как это следует из того, что если в предыдущем уравнении положить $\zeta = 0$, то оно обращается в уравнение окружности радиуса u .

Уравнение конуса можно представить также в параметрической форме; полагая

$$u - \zeta \operatorname{tg} f = l, \quad (12)$$

мы напишем его так:

$$x - \xi = l \sin L, \quad y - \eta = l \cos L, \quad (13)$$

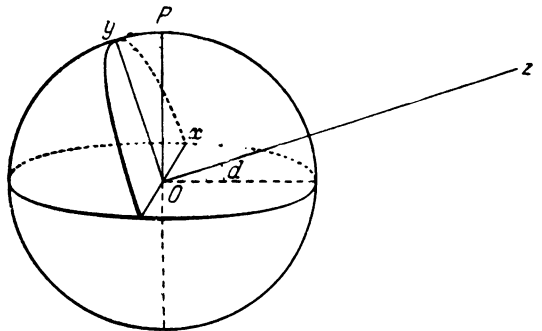


Рис. 19.

где L — угол, образованный радиусом l с отрицательным направлением оси u . Для выяснения смысла этого угла обратимся к рис. 20, на котором изображены бесселевы оси координат, шары Солнца S и Луны M , а также круг полутени в плоскости xu . Если наблюдатель находится в точке T_1 на образующей TK конуса, то он увидит в направлении T_1K внешнее соприкосновение (контакт)

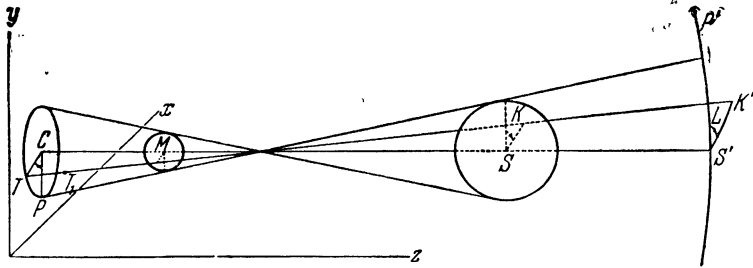


Рис. 20.

краев солнечного и лунного дисков. Плоскости TCS и PCS образуют двугранный угол, равный L . Плоскость PCS пересекает небесную сферу по кругу склонения, проходящему через проекцию S' центра Солнца. Для наблюдателя T_1 угол положения точки контакта, т. е. угол при центре солнечного диска между кругом склонения и радиусом Солнца, направленным в точку контакта (рис. 21), отличается от L лишь тем, что для наблюдателя центр Солнца проектируется не в S' , а в точку, смещенную разностью параллаксов на $u\rho_{\odot}$, что для частного

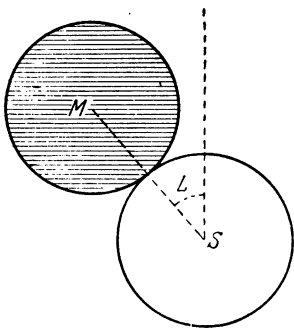


Рис. 21.

затмения при u , близком к 0,55, не превосходит $5''$. Таким образом, вся разница заключается в различии кругов склонения, угол между которыми есть величина того же порядка (лишь при больших склонениях Солнца и L , близком к 90° или 270° , этот угол едва может превысить $5''$). Для конуса тени, т. е. для полного или кольцеобразного затмения, эта разница еще во много раз меньше. Итак, параметр L в уравнениях (13) мы с полным правом будем отождествлять с углом положения контакта.

Нетрудно уяснить геометрический смысл величины l в предыдущих формулах: так как ζ есть координата точки наблюдения T_1 , то из уравнения (12) следует, что l есть радиус конуса в его сечении плоскостью, параллельной координатной плоскости xu и проходящей через точку наблюдения.

Второе основное уравнение нашей теории — земного сфероида — в сокращенном виде напишется так:

$$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = \rho^2, \quad (14)$$

где ξ , η , ζ — опять текущие координаты, а ρ — расстояние текущей точки земного сфероида от центра Земли, иногда называемое радиусом-вектором. Заметим, что если под ρ подразумевать расстояние от центра Земли до точки физической земной поверхности, то решение получится наиболее точным с учетом влияния рельефа Земли. Прямоугольные координаты в этом уравнении можно выразить через географические координаты, что и будет сделано в следующем параграфе. Всякий раз, как при совместном решении уравнений (13) и (14) будут получены ξ , η , ζ , положение точки на земной поверхности может быть определено в географических координатах.

Условие, чтобы затмение наблюдалось в горизонте, будет дано ниже в более строгой форме, здесь же заметим, что приближенно его можно написать так:

$$\zeta = 0. \quad (15)$$

Действительно, прикосновение оси конуса к шарообразной Земле происходит именно в плоскости $xу$, как это следует из простых геометрических соображений. В таком случае в горизонте будет усматриваться точка z , очень близкая к центру Солнца.

Условие, чтобы фаза затмения была наибольшей в данный момент, почти равносильно тому, что расстояние m точки (ξ, η, ζ) от оси конуса было наименьшим (см. стр. 69). Но это расстояние определяется из уравнения

$$m^2 = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2. \quad (16)$$

Отсюда, образуя производную по времени dm/dt и обозначая производные от координат штрихами, напишем условие наибольшей фазы в виде

$$(x - \xi)(x' - \xi') + (y - \eta)(y' - \eta') = 0. \quad (17)$$

Наконец, условие того, чтобы затмение наблюдалось в меридиане, поскольку плоскость последнего совпадает с координатной плоскостью $уз$, пишется в такой простой форме:

$$\xi = 0. \quad (18)$$

Уравнения (11), (14), (15), (17) и (18) представляют собой основные уравнения аналитической теории солнечных затмений. Решение их в различных комбинациях определяет положение рассмотренных выше кривых на земной поверхности. Но для этой цели нужно сначала выразить входящие в них прямоугольные координаты x, y, z и величины u и f через экваториальные координаты, параллаксы и радиусы Луны и Солнца, а ξ, η, ζ — через географические координаты точки земной поверхности.

§ 11. Прямоугольные координаты Луны. Для определения прямоугольных бесселевых координат Луны необходимо сначала найти экваториальные координаты a, d точки z . Для этой цели заметим, что они равны соответственно прямому восхождению и склонению Солнца, видимому из центра Луны, т. е. так называемым экваториальным селеноцентрическим координатам Солнца (вследствие параллельности оси конуса координатной оси z). Но прямоугольные координаты Луны и Солнца в экваториальной гелиоцентрической системе осей соответственно равны

$$\begin{aligned} x_{\odot} &= \Delta_{\odot} \cos \delta_{\odot} \cos \alpha_{\odot}, & x_{\ominus} &= \Delta_{\ominus} \cos \delta_{\ominus} \cos \alpha_{\ominus}, \\ y_{\odot} &= \Delta_{\odot} \cos \delta_{\odot} \sin \alpha_{\odot}, & y_{\ominus} &= \Delta_{\ominus} \cos \delta_{\ominus} \sin \alpha_{\ominus}, \\ z_{\odot} &= \Delta_{\odot} \sin \delta_{\odot}, & z_{\ominus} &= \Delta_{\ominus} \sin \delta_{\ominus}, \end{aligned}$$

а прямоугольные координаты Солнца в селеноцентрической системе, при направлении осей, параллельном предыдущим, т. е. с осью x , направленной к точке весеннего равноденствия, выражаются так:

$$D \cos d \cos a, \quad D \cos d \sin a, \quad D \sin d,$$

где D — расстояние Солнца от Луны. Нетрудно видеть, что

$$\begin{aligned} D \cos d \cos a &= x_{\odot} - x_{\ominus}, \\ D \cos d \sin a &= y_{\odot} - y_{\ominus}, \\ D \sin d &= z_{\odot} - z_{\ominus}. \end{aligned}$$

Поворотом осей координат вокруг оси z на угол α_{\odot} , что равносильно вычитанию из всех прямых восхождений этого угла, находим уравнения

$$\begin{aligned} D \cos d \cos (a - \alpha_{\odot}) &= \Delta_{\odot} \cos \delta_{\odot} - \Delta_{\zeta} \cos \delta_{\zeta} \cos (\alpha_{\zeta} - \alpha_{\odot}), \\ D \cos d \sin (a - \alpha_{\odot}) &= -\Delta_{\zeta} \cos \delta_{\zeta} \sin (\alpha_{\zeta} - \alpha_{\odot}), \\ D \sin d &= \Delta_{\odot} \sin \delta_{\odot} - \Delta_{\zeta} \sin \delta_{\zeta}, \end{aligned}$$

откуда, пользуясь малостью величин $\alpha_{\zeta} - \alpha_{\odot}$ и $\delta_{\zeta} - \delta_{\odot}$, не превосходящих во время затмения $1^{\circ}45'$, можно с ошибкой, меньшей $0'',003$, получить из второго уравнения:

$$a = \alpha_{\odot} - \Delta \frac{\cos \delta_{\zeta}}{\cos \delta_{\odot}} (\alpha_{\zeta} - \alpha_{\odot})''. \quad (19)$$

Первое и третье уравнения после незначительных преобразований дают:

$$d = \delta_{\odot} - \Delta (\delta_{\zeta} - \delta_{\odot} + \omega)'', \quad (20)$$

где $\Delta = \frac{\Delta_{\zeta}}{D}$ или, с достаточной точностью,

$$\Delta = \frac{\Delta_{\zeta}}{\Delta_{\odot} - \Delta_{\zeta}} \quad (21)$$

и

$$\left. \begin{aligned} \omega'' &= \sin 2\delta \sin^2 \frac{1}{2} (\alpha_{\zeta} - \alpha_{\odot}) \operatorname{cosec} 1'', \\ \delta &= \frac{1}{2} (\delta_{\zeta} + \delta_{\odot}). \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Здесь значки $''$ обозначают, что соответствующие углы выражены в секундах дуги. Вследствие малости фактора $\Delta \approx 1/400$ вторые члены в правых частях формул (19) и (20) достаточно вычислять с 4 знаками, а углы $(\alpha_{\zeta} - \alpha_{\odot})''$ и $(\delta_{\zeta} - \delta_{\odot} + \omega)''$, а следовательно, и ω с точностью до $1''$. Для удобства вычисления Δ и ω служат приведенные на стр. 212 таблицы. В предыдущих и дальнейших формулах все линейные величины (расстояния) выражены в единицах радиуса земного экватора.

Прямоугольные бesselевы координаты Луны находятся теперь либо простым преобразованием координат, либо из сферических треугольников между полюсом мира, проекцией на небесную сферу Луны и концом соответствующей оси прямоугольных бesselевых координат в следующей форме:

$$x = \frac{1}{\sin p_{\zeta}} \cos \delta_{\zeta} \sin (\alpha_{\zeta} - a), \quad (23)$$

$$\left. \begin{aligned} y &= \frac{1}{\sin p_{\zeta}} [\sin \delta_{\zeta} \cos d - \cos \delta_{\zeta} \sin d \cos (\alpha_{\zeta} - a)], \\ z &= \frac{1}{\sin p_{\zeta}} [\sin \delta_{\zeta} \sin d + \cos \delta_{\zeta} \cos d \cos (\alpha_{\zeta} - a)], \end{aligned} \right\} \quad (23')$$

где учтено, что $\Delta_{\zeta} = 1/\sin p_{\zeta}$.

Для удобства вычисления последним двум формулам обычно придается вид

$$\left. \begin{aligned} y &= \frac{1}{\sin p_{\zeta}} [\sin (\delta_{\zeta} - d) + \cos \delta_{\zeta} \sin d \cdot 2 \sin^2 \frac{1}{2} (\alpha_{\zeta} - a)], \\ z &= \frac{1}{\sin p_{\zeta}} [\cos (\delta_{\zeta} - d) - \cos \delta_{\zeta} \cos d \cdot 2 \sin^2 \frac{1}{2} (\alpha_{\zeta} - a)], \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

где вторые члены — малые величины и вычисляются при помощи четырехзначных таблиц или специальных таблиц, приведенных на стр. 213.

Координаты x , y , z требуются для всего интервала времени, в течение которого продолжается затмение для Земли вообще и который, как найдено выше, ограничивается промежутком около 6 часов. За средний момент T_0 затмения можно условно принять момент геоцентрического соединения Луны и Солнца по прямому восхождению, для которого $\alpha_{\zeta} = \alpha_{\odot}$, а следовательно, $x = 0$. Для нахождения T_0 составим табличку величин $\alpha_{\zeta} - \alpha_{\odot}$ для каждого часа (или через два часа) с помощью эфемерид Луны и Солнца. До момента T_0 разность $\alpha_{\zeta} - \alpha_{\odot}$ отрицательна, после T_0 она положительна, а в момент T_0 меняет знак. Поэтому интервал таблички, в котором заключается T_0 , находится из простого рассмотрения знаков при $\alpha_{\zeta} - \alpha_{\odot}$. Образует первую и вторую разности согласно следующим обозначениям:

Время	$\alpha_{\zeta} - \alpha_{\odot}$	Первая разность	Вторая разность
T_1	A_1	$\Delta'_{3/2}$	Δ''_2
T_2	A_2		
T_3	A_3	$\Delta'_{5/2}$	Δ''_3
T_4	A_4	$\Delta'_{7/2}$	

Пусть T_0 лежит между T_2 и T_3 , что будет, если $A_2 < 0$, $A_3 > 0$. Положим:

$$T_0 = T_2 + t,$$

где t выражено в долях интервала $T_3 - T_2$. По интерполяционной формуле Бесселя имеем:

$$A_0 = (\alpha_{\zeta} - \alpha_{\odot})_0 = A_2 + t \Delta'_{5/2} + \frac{t(t-1)}{2} \Delta''_2,$$

откуда, так как $A_0 = 0$,

$$t = \frac{1}{\Delta'_{5/2}} \left[-A_2 - \frac{t(t-1)}{2} \Delta''_2 \right].$$

Здесь по малости второго члена в скобках можно t заменить приближенным значением, полученным линейным интерполированием:

$$t \approx -\frac{A_2}{\Delta'_{5/2}}.$$

Тогда найдем:

$$t = -\frac{A_2}{\Delta'_{5/2}} - \frac{1}{2} \frac{A_2}{\Delta'_{5/2}} \left(1 + \frac{A_2}{\Delta'_{5/2}} \right) \frac{\Delta''_2}{\Delta'_{5/2}}. \quad (25)$$

Определив отсюда T_0 , возьмем три предшествующих круглых часа всемирного времени и три последующих: это и будет интервал, для которого вычисляются x , y , z , а также другие элементы затмения. Пример такого вычисления дан ниже в § 14.

§ 12. Размеры тени и полутени. Размеры тени и полутени определяются величинами u и f , входящими в уравнение (11) и дающими радиусы соответствующих конусов в пересечении их с основной плоскостью xu и углы при вершинах конусов, т. е. углы между образующими и общей осью конусов. Эти величины находятся следующим образом. Если положить в уравнении (12) ζ равным координате вершины конуса, то правая часть уравнения должна стать равной нулю, откуда

$$u = \zeta \operatorname{tg} f, \quad (26)$$

где ζ равняется координате центра Луны плюс (для полутени) или минус (для тени) $CM = R_{\zeta} \operatorname{cosec} f$, как это легко видеть из рис. 7 и 22. Отсюда

$$u = (z \pm R_{\zeta} \operatorname{cosec} f) \operatorname{tg} f = z \operatorname{tg} f \pm R_{\zeta} \sec f. \quad (27)$$

Конусы тени и полутени обычно различают между собой тем, что величинам u и f , относящимся к тени, приписывают индекс i (interior), так как этот конус определяет внутреннее прикосновение краев Солнца и Луны, а конусу полутени — значок e (exterior), так как он определяет внешнее прикосновение. В дальнейшем мы будем пользоваться этим обозначением, за исключением случаев, когда формулы будут одинаково относиться к обоим конусам — тогда будем писать u и f без всяких индексов.

Итак, напомним, внося вместо R_{ζ} его числовую величину:

$$\left. \begin{aligned} u_i &= z \operatorname{tg} f_i - 0,272274 \sec f_i, \\ u_e &= z \operatorname{tg} f_e + 0,272274 \sec f_e. \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Очевидно, что u_e всегда положительно; что касается u_i , то из уравнения (26) следует, что когда ζ отрицательно, т. е. вершина конуса тени лежит с отри-

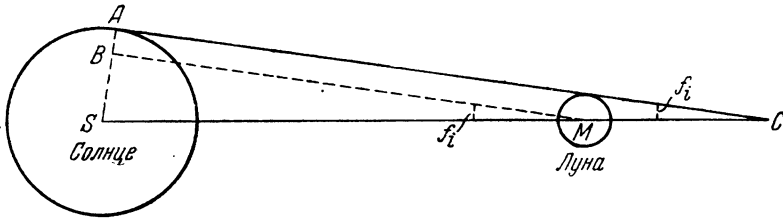


Рис. 22.

цательной стороны плоскости xu , то u_i тоже приходится считать отрицательным. Но в таком случае с положительной стороны плоскости xu лежит область полного затмения, и точка земной поверхности, находящаяся на обращенном к Солнцу дневном полушарии, попадая внутрь конуса тени, обязательно проникает в ту полость его, которая определяет полное затмение. Поэтому условие $u_i < 0$ показывает, что данное затмение полное. Но радиус конуса тени в том месте, где в конус проникает точка ξ, η, ζ , определяется не величиной u_i , а величиной $l_i = u_i - \zeta \operatorname{tg} f_i$. Поэтому вопрос о характере затмения для данной точки решается знаком этой последней величины, а именно:

если $l_i < 0$, то затмение в данном месте полное,
 » $l_i > 0$, » » » » кольцеобразное.

Для определения углов f_i и f_e из прямоугольного треугольника BMS (рис. 22) находим:

$$\sin f_i = \frac{R_{\odot} - R_{\zeta}}{D} = \frac{108,7762}{D} \quad (29)$$

и аналогично для конуса полутени:

$$\sin f_e = \frac{R_{\odot} + R_{\zeta}}{D} = \frac{109,3207}{D}, \quad (30)$$

где D — расстояние между центрами Солнца и Луны. Мы имеем строго:

$$D^2 = \Delta_{\odot}^2 + \Delta_{\zeta}^2 - 2\Delta_{\odot}\Delta_{\zeta} \cos \psi = \Delta_{\odot}^2 \left[\left(1 - \frac{\Delta_{\zeta}}{\Delta_{\odot}}\right)^2 + 4 \frac{\Delta_{\zeta}}{\Delta_{\odot}} \sin^2 \frac{\psi}{2} \right],$$

где ψ — угловое геоцентрическое расстояние между центрами Солнца и Луны. В § 3 мы видели, что во время затмения всегда

$$\psi < R_{\odot} + R_{\zeta} + p_{\zeta} - p_{\odot} = 1^{\circ}34'20''.$$

Отношение $\Delta_{\zeta}/\Delta_{\odot}$ имеет максимальную величину $1/361$. Поэтому член $4 \frac{\Delta_{\zeta}}{\Delta_{\odot}} \sin^2 \frac{\psi}{2}$ не превышает 0,000001 главного члена, и мы можем им пренебречь, приняв просто

$$D = \Delta_{\odot} - \Delta_{\zeta}.$$

Это равенство есть следствие того, что во время затмения Солнце, Луна и Земля располагаются очень близко по прямой линии. Средняя величина углов f_i и f_e и пределы их возможных изменений таковы:

$$f_i = 16'0'' \pm 18'', \quad f_e = 16'4'' \pm 18''.$$

Отсюда

$$\begin{aligned} \lg \operatorname{tg} f_i - \lg \sin f_i &= \lg \operatorname{tg} f_e - \lg \sin f_e = 0,0000047 \pm 0,0000002, \\ \sec f_e &= 1,0000109 \pm 0,0000005, \\ R_{\zeta} \sec f_i &= R_{\zeta} \sec f_e = 0,2722770 \pm 0,0000001. \end{aligned}$$

Поэтому вместо уравнений (29) и (30) можно написать:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} f_i &= \frac{108,7762}{\Delta_{\odot} - \Delta_{\zeta}} = \frac{[2,036539]}{\Delta_{\odot} - \Delta_{\zeta}} = 0,9950187 \operatorname{tg} f_e, \\ \operatorname{tg} f_e &= \frac{109,3207}{\Delta_{\odot} - \Delta_{\zeta}} = \frac{[2,038707]}{\Delta_{\odot} - \Delta_{\zeta}} = 1,0050062 \operatorname{tg} f_i. \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

Кроме того,

$$\lg \operatorname{tg} f_e = \lg \operatorname{tg} f_i + 0,002169,$$

где согласно обыкновению в квадратных скобках приведены логарифмы соответствующих коэффициентов.

Возвращаясь к формулам (28), мы теперь напишем:

$$\left. \begin{aligned} u_i &= z \operatorname{tg} f_i - 0,272277, \\ u_e &= z \operatorname{tg} f_e + 0,272277. \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

В дальнейшем понадобится приближенное выражение для разности

$$u_e - u_i = z (\operatorname{tg} f_e - \operatorname{tg} f_i) + 0,544554.$$

Вставляя сюда среднее значение весьма малой разности $\operatorname{tg} f_e - \operatorname{tg} f_i$ и заменяя z через очень близко равное ему Δ_{ζ} , получим:

$$u_e - u_i = 0,54595 \pm 0,00014.$$

Поэтому приближенно можно считать разность $u_e - u_i$ постоянной и равной 0,5460 с точностью до четырех знаков.

§ 13. Бесселевы элементы затмения. Величины a , d , x , y , z , f_e , f_i , u_e и u_i определяют течение затмения для Земли вообще, не зависят от положения наблюдателя и могут быть вычислены для каждого затмения по аргументу времени. Поэтому они и являются элементами бесселевой теории. Однако для дальнейших вычислений величина z сама по себе не требуется и она нужна лишь как промежуточный результат для вычисления обоих u . Оба f входят в дальнейшие формулы под знаком тангенса, а вместо a требуется лишь часовой угол точки z для начального меридиана, т. е. величина

$$h = s_0 - a, \quad (33)$$

где τ_{s_0} — звездное время начального меридиана. Наряду с d для вычисления затмения часто требуются $\sin d$ и $\cos d$; наконец, для целей интерполирования и определения движения тени и полутени нужны изменения величин x , y и h за одну минуту среднего времени, которые обозначаются через x' , y' и h' . Поэтому собственно элементами затмения называются величины

$$x, y, d, \lg \sin d, \lg \cos d, h, u_e, u_i, \lg \operatorname{tg} f_e, \lg \operatorname{tg} f_i, x', y', \lg h'.$$

Все они, кроме d , даются для каждого затмения в астрономических ежегодниках, причем $\sin d$, $\cos d$, $\operatorname{tg} f_e$, $\operatorname{tg} f_i$ и h' обычно приводятся в виде логарифмов и только в последние годы ввиду все более широкого применения вычислительных машин в некоторых ежегодниках стали давать их натуральные величины. Если затмение частное, то величины u_i и $\operatorname{tg} f_i$ обычно не даются. Величина h' иногда совсем не приводится и заменяется в формулах ее средним значением $\lg h' = 7,63986 - 10$, от которого она отличается не больше, чем на несколько единиц пятого десятичного знака.

Обозначения элементов затмения не вполне тождественны во всех астрономических ежегодниках, как это видно из следующего сопоставления:

Обозначения элементов затмения

В настоящей книге	x	y	d	h	u_e	u_i	f_e	f_i
Астрономический Ежегодник . . .	x	y	d	μ	u_e	u_i	f_e	f_i
Nautical Almanac	x	y	d	μ	u_1	u_2	f_1	f_2
American Ephemeris	x	y	d	μ	(1)	(2)	(3)	(4)
Connaissance des Temps	x	y	d	H	u_e	u_i	f_e	f_i
Berliner Jahrbuch	x	y	d	θ	$l^{(a)}$	$l^{(i)}$	$f^{(a)}$	$f^{(i)}$

(1) Обозначается описательно: Radius of Penumbra on Fundamental Plane

(2) » » » » Umbra » » »

(3) » » Angle of Penumbral Cone

(4) » » » » Umbral »

Элементы затмения являются функциями времени и поэтому даются по аргументу T — всемирному времени, т. е. пояскому времени нулевого часового пояса. Вычисление x , y , d , u производится по формулам (20), (21), (23), (24), (31), (32) с шестью знаками для каждого второго часа всемирного времени в пределах интервала в 7 часов, середина которого с точностью до $1/2$ часа совпадает с моментом геоцентрического соединения Луны и Солнца по прямому восхождению, способ нахождения которого пояснен выше. Таких моментов будет четыре и для них берут или интерполируют из эфемерид экваториальные координаты и параллаксы Луны и Солнца, а также радиус-вектор Солнца и звездное время. Эти эфемериды, вычисленные по таблицам Ньюкомба [125] для Солнца и таблицам Броуна [62] для Луны, нуждаются в поправках. К положениям Солнца следует прибавить постоянную поправку $+1'',0$ к средней долготе. Положения Луны расходятся с действительным движением Луны вследствие неравномерности вращения Земли вокруг оси и вызванной этим неправильностью в измерении времени. При предвычислении затмений приходится поэтому вводить в среднюю долготу Луны поправки, получаемые путем экстраполирования данных наблюдения за последние годы, предшествующие вычисляемому затмению (мы имеем в виду затмения не исторические, а близких к нам лет). На ближайшие годы поправка средней долготы Луны к таблицам Броуна составляет около $-2''$ (подробнее об этом обстоятельстве изложено в § 31). Кроме того, широта Луны, полученная по Броуну, нуждается еще в постоянной поправке в $-0'',5$. Параллакс Луны вычисляется по таблицам с большой точностью и не требует дополнительной поправки.

В случае вычисления координат Солнца непосредственно по таблицам Ньюкомба следует получить координаты для трех или четырех моментов, разделенных суточными интервалами и охватывающих дату затмения. При вычислении положений Луны по таблицам Броуна нужно вычислить координаты для пяти моментов с полусуточными промежутками. Значения координат, нужные для вычисления элементов затмения, находятся затем интерполированием с высшими разностями. Для обеспечения более плавного хода вычисляемых элементов рекомендуется на этой стадии сохранять в углах точность до $0'',01$.

Найденные таким образом для двухчасовых интервалов элементы затмения интерполируют со вторыми разностями, сгущая интервалы сначала в 2×2 раза, затем еще в 3 раза. Для этого интерполирования выгодно применять формулу Бесселя. Таким путем получается таблица элементов на каждые 10 минут, в которой затем значения округляются до пятого десятичного знака.

В последнее время в некоторых иностранных астрономических ежегодниках даются элементы затмения с точностью до шести десятичных знаков. Мы считаем, что такая точность совершенно иллюзорна и не соответствует точности, с которой известны координаты Луны. Действительно, $1''$ в положении Луны соответствует примерно 30 единицам пятого знака в элементах x и y . Поэтому пятизначное вычисление, даже если допустить, что в результате длинных выкладок набегит ошибка в 3 единицы последнего знака, все же использует точность в $0'',1$ в α и δ Луны, что, несомненно, точнее, чем фактическое знание экваториальных координат Луны. Однако в особых случаях приходится действительно прибегать к шестизначному вычислению моментов затмения, именно тогда, когда требуется особенно точное сравнение этих моментов с результатами наблюдения или получение разности моментов для заданных пунктов земной поверхности. Такие случаи бывают при использовании наблюдений затмения в геодезических целях, как об этом подробнее изложено ниже, в § 32.

Минутные изменения x' и y' вычисляются до 0,000001 для каждого круглого часа по формулам

$$x'_T = \frac{x_{T+10} - x_{T-10}}{20}, \quad y'_T = \frac{y_{T+10} - y_{T-10}}{20},$$

где индексы указывают моменты (плюс или минус 10 минут), для которых следует брать значения координат x и y . Минутное изменение h' находится делением разности между крайними значениями h в конце и начале таблицы элементов на число минут в данном промежутке и дается в виде $\lg h'$ до 0,00001. Заметим, что $\lg h'$ всегда близко к $7,63986 - 10$. Наконец, $\lg \operatorname{tg} f_e$ и $\lg \operatorname{tg} f_i$ достаточно дать один раз для середины затмения с точностью до 0,0001, хотя для вычисления u_e и u_i требовались шестизначные значения этих величин. Углы d и h приводятся с точностью до $0',1$ и с такой же точностью выражаются все углы при пятизначном вычислении по элементам разных обстоятельств затмения.

Помимо перечисленных элементов, при вычислении затмения для Земли вообще требуются еще следующие вспомогательные величины:

$$c, C, e, E, c \sin(C - E), c \cos(C - E),$$

определяемые формулами

$$\left. \begin{aligned} c \sin C &= x, \\ c \cos C &= y, \end{aligned} \right\} c > 0; \quad (34)$$

$$\left. \begin{aligned} e \sin E &= x', \\ e \cos E &= y', \end{aligned} \right\} e > 0. \quad (34')$$

Из этих величин c , $c \sin(C - E)$ и $c \cos(C - E)$ вычисляются до 0,00001, а углы C и E — до $0',1$ на каждые 10 мин., причем лишь c и C приходится

находить непосредственным вычислением для каждого момента, остальные же величины ввиду почти линейного или медленного изменения достаточно вычислять на каждый час с последующим интерполированием на 10 мин. Значения e также достаточно вычислять на каждый час, но вследствие малости этой величины ее приходится давать до 0,000001.

Нетрудно выяснить геометрический смысл этих величин: e есть скорость движения тени в координатной плоскости xu , E — направление этого движения, т. е. углового с осью y , $-c \sin(C-E)$ есть длина перпендикуляра, опущенного из начала координат на касательную к траектории оси конуса в плоскости xu , $c \cos(C-E)$ есть длина отрезка PK этой касательной от точки касания K

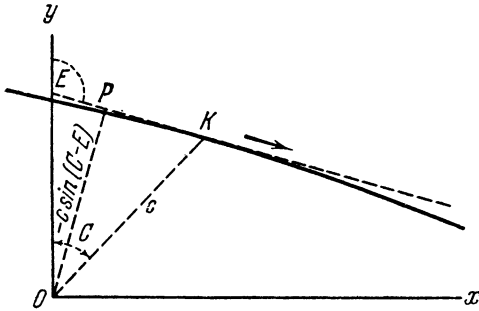


Рис. 23.

(рис. 23) — мгновенного положения оси конуса — до подножия упомянутого перпендикуляра. Наконец, C есть угол прямой OK с осью y , тогда как c есть расстояние оси конуса от начала координат: $c = OK$. Понятно, что $c \sin(C-E)$ меняется лишь вследствие кривизны траектории тени и поэтому почти постоянно в течение всего затмения, между тем как $c \cos(C-E)$ меняется почти пропорционально времени.

Что касается интервала, для которого должны быть даны элементы затмения, то он должен полностью охва-

тывать все время, в течение которого наблюдается затмение на Земле вообще. Очевидно, что в момент первого и последнего прикосновения полутени к Земле расстояние оси конуса от центра Земли равно сумме радиусов Земли и полутени, откуда

$$c = 1 + u_e. \quad (35)$$

Поэтому пределы интервала должны равняться ближайшим круглым десяти минутам, непосредственно предшествующим условию (35) в начале затмения и непосредственно последующим этому условию — в конце.

Величина $-c \sin(C-E)$, взятая для того момента, когда $c \cos(C-E)$ обращается в нуль, дает кратчайшее расстояние центра Земли от оси конуса, которое обозначим через γ . Знак γ указывает, с какой стороны проходит ось: если $\gamma > 0$, то ось проходит севернее центра Земли, а если $\gamma < 0$, то — южнее. Абсолютная величина γ позволяет судить о характере затмения. Представим себе, что тень или полутень проходит, лишь касаясь земной поверхности, — это будут предельные случаи частного, полного или кольцеобразного затмения. Если бы движение Луны совершалось в плоскости эклиптики, то такое прикосновение произошло бы в точке, почти лежащей на одном из полярных кругов, на широте $66^\circ,6$. Отклонение от полярного круга в этом случае не превосходило бы суммы угла горизонтальной рефракции и видимого углового радиуса Солнца, или $0^\circ,8$. Но наклонение лунной орбиты к эклиптике может вызвать дополнительное удаление точки прикосновения от указанной параллели на угол, лежащий в пределах $\pm i'$, т. е. на $5^\circ,6 \pm 0^\circ,3$ (см. § 3). Отсюда географическая широта точки прикосновения должна заключаться в пределах $66^\circ,6 \pm 5^\circ,6 \pm 0^\circ,3 \pm 0^\circ,8$ или между $73^\circ,3$ и $59^\circ,9$. Соответствующее расстояние ρ до центра Земли заключается между 0,99691 и 0,99746. Кроме того, так как затмение в точке прикосновения видно в горизонте, то это ρ должно быть увеличено для учета действия рефракции (см. стр. 72) на 0,00028. Отсюда

$$0,9972 < \rho < 0,9977.$$

Понятно, что если $|\gamma| < \rho - u_e$, то полутень целиком вступает на земную поверхность, и затмение относится к первому типу (стр. 38). Если $|\gamma| > \rho - u_e$, то

затмение — второго типа, причем северная граница мнима, т. е. отсутствует при $\gamma > 0$, и южная граница мнима при $\gamma < 0$. Рассуждая таким же образом дальше для $\rho \pm u_e$ и $\rho \pm u_i$ и заменяя ρ указанными выше крайними значениями, можно составить следующую таблицу, указывающую характер затмения. Если условия попадают в узкую «область сомнения», то решение вопроса о характере затмения возможно только подстановкой индивидуального значения ρ в точке прикосновения для данного затмения.

Пределы $ \gamma $	Характер затмения		Существование границ
0	Центральное	Полное, если $u_i < 0$,	N и S действительны (затмение 1-го типа)
0,9972 — u_e		полное или кольцеобразное, если	Область сомнения
0,9977 — u_e	Область сомнения	$0 < u_i < \text{tg } f_i$	N мнима, если $\gamma > 0$;
0,9972		кольцеобразное, если $u_i > \text{tg } f_i$	
0,9977	Не центральное	Область сомнения	S мнима, если $\gamma < 0$
0,9972 + $ u_i $		Частное	(затмение 2-го типа)
0,9977 + $ u_i $		Область сомнения	Область сомнения
0,9972 + u_e		Затмения нет	N и S мнимы
0,9977 + u_e			

§ 14. Вычисление элементов затмения. В предыдущем параграфе были выведены формулы для вычисления элементов затмения; теперь дадим пример их применения, выяснив попутно ряд привходящих вопросов. В качестве примера возьмем затмение 30 июня 1954 г., полоса полной фазы которого проходила через Литву, Белоруссию, Украину и Кавказ. В *Каноне* Опольцера находим средний момент этого затмения — $12^{\text{h}}27^{\text{m}}$ всемирного времени. Поэтому выписываем из *Астрономического Ежегодника* на 1954 г. экваториальные координаты Солнца для двух предшествующих и двух последующих полуночей:

Дата	α_{\odot}	δ_{\odot}	R_{\odot}
Июнь 29,0	$6^{\text{h}} 29^{\text{m}} 16,74^{\text{s}}$	$+23^{\circ} 16' 30'',5$	1,0166441
30,0	$6 33 25,55$	$+23 13 24,0$	1,0166707
31,0	$6 37 34,15$	$+23 9 53,1$	1,0166910
32,0	$6 41 42,50$	$+23 5 57,8$	1,0167051

Мы рекомендовали вычислять элементы затмения для четырех моментов, разделенных двухчасовыми интервалами и расположенных, по возможности, симметрично относительно момента середины затмения. В данном случае наиболее подходящими моментами являются 30 июня 9, 11, 13 и 15 часов всемирного времени. Для этих моментов проинтерполированные со вторыми разностями и с сохранением лишнего знака в α_{\odot} и δ_{\odot} координаты Солнца таковы:

Час	α_{\odot}	δ_{\odot}	R_{\odot}
9	$6^{\text{h}} 34^{\text{m}} 58,802^{\text{s}}$	$+23^{\circ} 12' 7'',77$	1,0166790
11	$6 35 19,520$	$+23 11 50,36$	1,0166808
13	$6 35 40,237$	$+23 11 32,79$	1,0166825
15	$6 36 0,952$	$+23 11 15,05$	1,0166841

Прежде чем идти дальше, нужно ввести поправки в экваториальные координаты Солнца, соответствующие оговоренной выше поправке $\Delta L_{\odot} = +1'',00$ средней долготы. Вычисление $\Delta\alpha_{\odot}$ и $\Delta\delta_{\odot}$ — соответствующих поправок экваториальных координат — можно сделать по формулам, которые даны в § 31 (стр. 121), но проще поступить иначе на основании следующих соображений. Если обозначить через $d\alpha_{\odot}$, $d\delta_{\odot}$ и $d\lambda_{\odot}$ изменения координат Солнца за единицу времени, в нашем случае за 2 часа, то между ними существует следующая очевидная зависимость:

$$(d\alpha_{\odot} \cos \delta_{\odot})^2 + (d\delta_{\odot})^2 = (d\lambda_{\odot})^2.$$

Здесь оба члена левой части находятся по первым разностям предыдущей таблицы:

$$d\alpha_{\odot} = +20^s,72 = +310'',8, \quad d\delta_{\odot} = -17'',6,$$

откуда $d\lambda_{\odot} = +286'',2$. Теперь дело сводится к простой пропорции: если изменению $d\lambda_{\odot}$ соответствуют приведенные изменения $d\alpha_{\odot}$ и $d\delta_{\odot}$, то изменению $\Delta\lambda_{\odot}$ соответствуют пропорционально меньшие изменения $\Delta\alpha_{\odot}$ и $\Delta\delta_{\odot}$, т. е.

$$\Delta\alpha_{\odot} = \frac{\Delta\lambda_{\odot}}{d\lambda_{\odot}} d\alpha_{\odot}, \quad \Delta\delta_{\odot} = \frac{\Delta\lambda_{\odot}}{d\lambda_{\odot}} d\delta_{\odot}.$$

Что касается изменения $\Delta\lambda_{\odot}$, то оно относится к ΔL_{\odot} , как $d\lambda_{\odot}$ относится к среднему движению Солнца за 2 часа, равному $296''$. Таким образом, получаем окончательно:

$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha_{\odot} &= \frac{\Delta L_{\odot}}{296''} d\alpha_{\odot}, \\ \Delta\delta_{\odot} &= \frac{\Delta L_{\odot}}{296''} d\delta_{\odot}. \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

По этим формулам находим для нашего случая:

$$\Delta\alpha_{\odot} = +0^s,070, \quad \Delta\delta_{\odot} = -0'',06.$$

Эти поправки должны быть алгебраически прибавлены к проинтерполированным выше координатам Солнца.

Координаты Луны даны в Астрономическом Ежегоднике 1954 г. через 12 часов (начиная с 1955 г., эфемериды Луны в Ежегоднике дается на каждый час). Выписываем из Ежегодника:

Дата	α_{\odot}			δ_{\odot}	ρ_{\odot}
	h	m	s		
июнь 29,5	5	32	7,85	+25°11'31'',4	59'32'',55
30,0	6	3	41,20	+24 42 49,1	59 19,06
30,5	6	34	38,93	+23 50 8,8	59 2,98
31,0	7	4	48,88	+22 35 29,3	58 44,62
31,5	7	34	2,59	+21 1 17,7	58 24,36

Чтобы не иметь дела с разностями высоких порядков, удобно сгустить эту эфемериду сначала интерполированием по формуле Бесселя на половину интервала. Повторяя эту операцию два раза, получим эфемериду через 3 часа. Таким путем найдутся координаты Луны для 9^h и 15^h . Координаты для 11^h и 13^h

получатся новым интерполированием на одну треть в соответствующих промежутках. Тогда получим следующую эфемериду:

Час	α_{ζ}			δ_{ζ}	P_{ζ}
	h	m	s		
9	6 26	58,558		+24° 5' 27",77	3547",22
11	6 32	5,799		+23 55 24 ,41	3544 ,40
13	6 37	11,727		+23 44 44 ,02	3541 ,52
15	6 42	16,295		+23 33 27 ,24	3538 ,58

Координаты Луны также нуждаются в поправках, которые на ближайшие годы оцениваются равными $-2'',0$ в средней долготе и $-0'',5$ в широте. Последняя поправка считается вообще постоянной и происходит вследствие небольшой асимметрии между северным и южным полушариями Луны. Для нахождения соответствующих поправок экваториальных координат можно воспользоваться формулами, аналогичными (36), полагая в них знаменатель равным среднему движению Луны за 2 часа $= 3953''$.

Учет поправки широты (точнее, поправки в направлении перпендикуляра к орбите Луны) проще всего сделать с помощью следующего рассуждения. Пусть (рис. 24) два взаимно перпендикулярных вектора MA и MD изображают двухчасовые движения Луны по прямому восхождению (в дуге большого круга) и по склонению. Диагональ ML дает тогда направление лунной орбиты, образующее с кругом склонения угол P , определяемый из прямоугольного треугольника MLD :

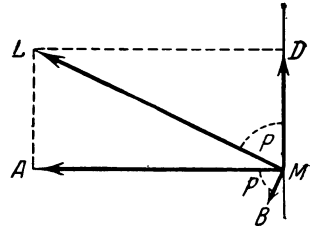


Рис. 24.

$$\operatorname{tg} P = \frac{d\alpha_{\zeta} \cos \delta_{\zeta}}{d\delta_{\zeta}}$$

Поправка в перпендикулярном направлении, изображаемая вектором $MB = -0'',5$, в проекции на параллель MA дает $-0'',5 \cos P$ и на круг склонения

$MD = -0'',5 \sin P$, что и равно искомым поправкам соответственно по α (в дуге большого круга) и по δ . Прибавляя эти поправки к найденным выше поправкам за среднюю долготу ΔL_{ζ} , получим окончательно:

$$\Delta\alpha_{\zeta} = d\alpha_{\zeta} \frac{\Delta L_{\zeta}}{3953''} - 0'',5 \cos P \sec \delta_{\zeta},$$

$$\Delta\delta_{\zeta} = d\delta_{\zeta} \frac{\Delta L_{\zeta}}{3953''} - 0'',5 \sin P.$$

В нашем случае, полагая $d\alpha_{\zeta} = +5^m 5^s,928 = +4589''$, $d\delta_{\zeta} = -10',39'',98 = -640''$, $\delta_{\zeta} = +23^{\circ}50'$, находим прежде всего:

$$\operatorname{tg} P = -6,56, \quad P = 98^{\circ},7,$$

откуда

$$\Delta\alpha_{\zeta} = -4589'' \frac{2}{3953} - 0'',075 \sec \delta_{\zeta} = -2'',42 = -0^s,161.$$

$$\Delta\delta_{\zeta} = +640'' \frac{2}{3953} - 0'',494 = -0'',17.$$

После введения этих поправок образуем разности координат Луны и Солнца, причем для превращения минут и секунд времени в минуты и секунды дуги можно использовать таблицы, приводимые в курсах астрономии.

Часы	$\alpha_{\zeta} - \alpha_{\odot}$	$\delta_{\zeta} - \delta_{\odot}$
9	-7207",12	+3199",89
11	-2909,28	+2613,94
13	+1368,88	+1991,12
15	+5626,68	+1332,08

Дальше следует вычисление координат a и d с помощью таблиц 1 и 2 (стр. 212). В таблицах А. А. Михайлова [113] (табл. I и II) предусмотрено логарифмическое вычисление, здесь же, имея в виду распространение арифмометров и других вычислительных машин, мы даем таблицы для нелогарифмического вычисления. Вторые члены в формулах (24) можно вычислять даже с помощью хорошей логарифмической линейки, так как их абсолютная величина не превышает $20''$, а строгое соблюдение сотой доли секунды не имеет большого смысла.

Полученные значения a понадобятся дальше для вычисления часовых углов по формуле (33), а значения d нужны сами по себе и, кроме того, в виде $\sin d$ и $\cos d$ или их логарифмов войдут в таблицу элементов затмения. Что касается $\alpha_{\zeta} - a$ и $\delta_{\zeta} - d$, то их удобнее всего находить прибавлением к $\alpha_{\zeta} - \alpha_{\odot}$ и $\delta_{\zeta} - \delta_{\odot}$ соответственно $\Delta \frac{\cos \delta_{\zeta}}{\cos \delta_{\odot}} (\alpha_{\zeta} - \alpha_{\odot})$ и $\Delta (\delta_{\zeta} - \delta_{\odot} + \omega)$, причем для контроля знаков заметим, что $\alpha_{\zeta} - a$ по абсолютной величине всегда больше, чем $\alpha_{\zeta} - \alpha_{\odot}$, и равным образом $\delta_{\zeta} - d$ больше, чем $\delta_{\zeta} - \delta_{\odot}$. Это следует из того, что точка z , находясь на бесконечно большом расстоянии, лежит на продолжении отрезка прямой, соединяющей центры Луны и Солнца.

Для примера приведем вычисление a и d для первого момента — 9 часов всемирного времени.

p_{ζ}	3547''		δ	+ 23°,6
R	0,002487	(табл. 1)	$\alpha_{\zeta} - \alpha_{\odot}$	— 72 07''
Δ_{\odot}	1,0167		$\delta_{\zeta} - \delta_{\odot}$	+ 31 99'',89
Δ	0,002446		ω	+ 47'' (табл. 2)
$\cos \delta_{\zeta}$	0,9129		$\delta_{\zeta} - \delta_{\odot} + \omega$	+ 32 47''
$\cos \delta_{\odot}$	0,9191		$d - \delta_{\odot}$	— 7'',94
$\alpha_{\zeta} - \alpha_{\odot}$	— 7207'',12		δ_{\odot}	+ 23°12' 7'',71
$a - \alpha_{\odot}$	+ 17'',51		d	+ 23 11 59'',77
α_{\odot}	98°44'43'',08		$\delta_{\zeta} - d$	+ 32 07'',83
a	98°45' 0'',59			
$\alpha_{\zeta} - a$	— 7224'',63			

Дальнейшим шагом является вычисление координат x , y , z по формулам (23) и (24). В их знаменателях стоит синус малого угла p_{ζ} , а в числителях формул для x и y — синусы малых углов $\alpha_{\zeta} - a$ и $\delta_{\zeta} - d$. Эти синусы удобнее выражать не в радианах, а в секундах дуги, считая радиан равным $206\,265''$. Тогда для нахождения синуса по дуге нужно из угла, выраженного в секундах дуги, вычесть лишь малую поправку, которую найдем из таблицы 3, столбец $(\alpha - \sin \alpha)''$. В таком случае в формуле для z нужно $\cos(\delta_{\zeta} - d)$ также выразить в секундах, причем по малости угла этот косинус близок к $206\,265''$ и его значение найдем из таблицы 4, столбец $\frac{\cos(\delta_{\zeta} - d)}{\sin 1''}$. Число знаков при вычислении различных членов определяется целью — найти прямоугольные координаты с точностью до шести знаков.

При вычислении второго члена в числителе выражения для y величина $2 \sin^2 \frac{1}{2} (\alpha_{\zeta} - a)$, тоже выраженная в секундах, берется из таблицы 3 с помощью линейного интерполирования, выполняемого удобнее всего логарифмической линейкой. При вычислении z всегда положительный второй член числителя берется прямо из таблицы 4 по аргументам $\alpha_{\zeta} - a$ и δ .

Приводим пример вычисления прямоугольных координат опять для первого момента (9 часов).

$\cos \delta_{\odot}$		0,912898
$\sin (\alpha_{\odot} - a)$	$-(7224'',63 - 1'',47) = -7223'',16$	
числитель		$-6594'',01$
$\sin p_{\odot}$	$(3547'',22 - 0'',17) = +3547'',05$	
x		$-1,859012$
$\sin (\delta_{\odot} - d)$	$(3207'',83 - 0'',13) = +3207'',70$	
$\cos \delta_{\odot}$		0,9129
$\sin d$		0,3939
$2 \sin^2 \frac{1}{2} (\alpha_{\odot} - a)$		126'',51 (табл. 3)
2-й член		$+45'',49$
числитель		$+3253'',19$
y		$+0,917154$
$\cos (\delta_{\odot} - d)$		206240'' (табл. 4)
$\cos \delta_{\odot} \cos d 2 \sin^2 \frac{1}{2} (\alpha_{\odot} - a)$		$-106''$ (табл. 4)
числитель		206134''
z		58,1142

Для вычисления $\operatorname{tg} f_e$ и $\operatorname{tg} f_i$ служит таблица 5, из которой по аргументам p_{\odot} и Δ_{\odot} берем вспомогательную величину F , которая после деления на Δ_{\odot} дает $\operatorname{tg} f_e$, а после умножения на $0,9950188 - \operatorname{tg} f_i$. Деление на R_{\odot} можно заменить умножением на обратные величины $1/\Delta_{\odot}$ и на $0,9950188/\Delta_{\odot}$, которые даются в последних столбцах той же таблицы 5.

Приводим пример вычисления $\operatorname{tg} f_e$ и $\operatorname{tg} f_i$, а также u_e и u_i по формулам (31) и (32) опять для первого момента (9 часов).

F	0,00467548 (табл. 5)	$z \operatorname{tg} f_e$	0,267254
Δ_{\odot}	1,0166790	$z \operatorname{tg} f_i$	0,265923
$\operatorname{tg} f_e$	0,00459878	const.	0,272277
$\operatorname{tg} f_i$	0,00457587	u_e	$+0,539531$
		u_i	$-0,006354$

Остается еще получить часовой угол h . Звездное время для 9 часов, равное $3^{\text{h}}31^{\text{m}}35^{\text{s}},23 = 52^{\circ}53'48'',4$, находим из Ежегодника обычным способом. Вычитая из него $a = 98^{\circ}45'0'',6$, получаем:

$$h = 314^{\circ}8'47'',8 = 314^{\circ}8',797.$$

Подобным образом вычисляются элементы и для трех остальных моментов: 11^{h} , 13^{h} и 15^{h} . Затем, считая третьи разности постоянными, интерполируем по формуле Бесселя элементы сначала на каждый час, затем на каждые полчаса и, наконец, на каждые 10 мин. Выбор первого и последнего момента при составлении таблицы элементов производим согласно критерию, указанному на стр. 54.

Приводим полностью полученную таким образом таблицу элементов по стандартной форме, принятой в астрономических ежегодниках и предназначенной для вычисления затмения для заданного места. Последняя строка таблицы — значения элементов для $15^h 10^m$ получена с помощью небольшого линейного экстраполирования.

Элементы солнечного затмения 30 июня 1954 г.

T	x	y	$\lg \sin d$	$\lg \cos d$	u_e	u_z	h
h^m							
10 0	-1,30559	+0,82948	9,59539	9,96339	+0,53971	-0,00617	329° 8',8
10 10	1,21334	0,81483	9,59539	9,96339	0,53974	0,00615	331 38,8
10 20	1,12110	0,80017	9,59538	9,96339	0,53977	0,00612	334 8,8
10 30	1,02886	0,78550	9,59537	9,96339	0,53979	0,00609	336 38,8
10 40	0,93661	0,77081	9,59537	9,96339	0,53982	0,00607	339 8,8
10 50	0,84437	0,75611	9,59536	9,96339	0,53985	0,00604	341 38,7
11 0	-0,75213	+0,74141	9,59535	9,96339	+0,53987	-0,00602	344 8,7
11 10	0,65989	0,72669	9,59535	9,96340	0,53989	0,00599	346 38,7
11 20	0,56765	0,71196	9,59534	9,96340	0,53992	0,00597	349 8,7
11 30	0,47541	0,69722	9,59533	9,96340	0,53994	0,00595	351 38,7
11 40	0,38317	0,68247	9,59533	9,96340	0,53996	0,00593	354 8,7
11 50	0,29093	0,66771	9,59532	9,96340	0,53998	0,00590	356 38,7
12 0	-0,19869	+0,65294	9,59531	9,96340	+0,54000	-0,00588	359 8,7
12 10	0,10646	0,63816	9,59531	9,96340	0,54002	0,00586	1 38,7
12 20	-0,01423	0,62336	9,59530	9,96340	0,54004	0,00584	4 8,7
12 30	+0,07800	0,60856	9,59529	9,96340	0,54006	0,00583	6 38,7
12 40	0,17023	0,59374	9,59529	9,96341	0,54008	0,00581	9 8,7
12 50	0,26246	0,57892	9,59528	9,96341	0,54010	0,00579	11 38,7
13 0	+0,35468	+0,56408	9,59527	9,96341	+0,54011	-0,00577	14 8,7
13 10	0,44690	0,54924	9,59527	9,96341	0,54013	0,00576	16 38,7
13 20	0,53911	0,53438	9,59526	9,96341	0,54015	0,00574	19 8,6
13 30	0,63132	0,51952	9,59525	9,96341	0,54016	0,00573	21 38,6
13 40	0,72353	0,50464	9,59525	9,96341	0,54017	0,00571	24 8,6
13 50	0,81573	0,48975	9,59524	9,96341	0,54018	0,00570	26 38,6
14 0	+0,90793	+0,47486	9,59523	9,96342	+0,54020	-0,00569	29 8,6
14 10	1,00013	0,45995	9,59523	9,96342	0,54021	0,00568	31 38,6
14 20	1,09232	0,44503	9,59522	9,96342	0,54023	0,00566	34 8,6
14 30	1,18450	0,43011	9,59521	9,96342	0,54024	0,00565	36 38,6
14 40	1,27668	0,41517	9,59521	9,96342	0,54025	0,00564	39 8,6
14 50	1,36886	0,40022	9,59520	9,96342	0,54026	0,00563	41 38,6
15 0	+1,46103	+0,38527	9,59520	9,96342	+0,54026	-0,00562	44 8,6
15 10	1,55319	0,37031	9,59519	9,96342	0,54027	0,00562	46 38,6

T	x'	y'	
h^m			
10 0	+0,009225	-0,001465	$\lg \operatorname{tg} f_e$ 7,6627 —10
11 0	0,009224	0,001471	$\lg \operatorname{tg} f_z$ 7,6605 —10
12 0	0,009223	0,001477	
13 0	0,009222	0,001483	$\lg h'$ 7,6398 —10
14 0	0,009220	0,001490	
15 0	0,009217	0,001496	

При вычислении различных кривых затмения требуются еще другие, зависящие от элементов вспомогательные величины, определяемые формулами, приведенными на стр. 53. Даем таблицу этих величин.

Таблица вспомогательных элементов затмения 30 июня 1954 г.

T	c	C	$c \sin (C - E)$	$c \cos (C - E)$
$h \ m$				
10 0	+1,54680	302°25',7	-0,61440	-1,41955
10 10	1,46156	303 53 ,0	0,61426	1,32621
10 20	1,37736	305 31 ,0	0,61413	1,23287
10 30	1,29442	307 21 ,6	0,61400	1,13953
10 40	1,21301	309 27 ,2	0,61388	1,04619
10 50	1,13343	311 50 ,6	0,61378	0,95285
11 0	+1,05611	314 35 ,3	-0,61368	-0,85951
11 10	0,98160	317 45 ,5	0,61359	0,76617
11 20	0,91056	321 26 ,0	0,61351	0,67282
11 30	0,84388	325 42 ,7	0,61344	0,57948
11 40	0,78268	330 41 ,3	0,61338	0,48614
11 50	0,72834	336 27 ,4	0,61333	0,39280
12 0	+0,68250	343 4 ,5	-0,61329	-0,29946
12 10	0,64698	350 31 ,7	0,61326	0,20612
12 20	0,62352	358 41 ,5	0,61324	0,11278
12 30	0,61354	7 18 ,2	0,61323	-0,01944
12 40	0,61766	15 59 ,9	0,61323	+0,07390
12 50	0,63564	24 23 ,3	0,61324	0,16723
13 0	+0,66632	32 9 ,6	-0,61326	+0,26057
13 10	0,70808	39 8 ,1	0,61329	0,35391
13 20	0,75908	45 15 ,2	0,61333	0,44724
13 30	0,81760	50 32 ,9	0,61339	0,54057
13 40	0,88213	55 6 ,3	0,61346	0,63390
13 50	0,95146	59 1 ,2	0,61354	0,72723
14 0	+1,02461	62 23 ,4	-0,61362	+0,82055
14 10	1,10082	65 18 ,2	0,61372	0,91387
14 20	1,17950	67 50 ,0	0,61383	1,00719
14 30	1,26017	70 2 ,6	0,61396	1,10050
14 40	1,34249	71 59 ,2	0,61410	1,19381
14 50	1,42616	73 42 ,2	0,61425	1,28711
15 0	+1,51097	75 13 ,6	-0,61441	+1,38041
15 10	1,59672	76 35 ,4	0,61458	1,47370
T	d	e	E	
$h \ m$				
10 0	+23' 11',9	+0,009340	99° 1',5	
11 0	23 11 ,7	0,009341	99 3 ,7	
12 0	23 11 ,6	0,009341	99 6 ,0	
13 0	23 11 ,5	0,009341	99 8 ,4	
14 0	23 11 ,3	0,009339	99 10 ,8	
15 0	23 11 ,2	0,009337	99 13 ,2	

§ 15. Координаты наблюдателя. Уравнение земного сфероида было написано в такой форме (см. стр. 46):

$$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = \rho^2, \quad (14)$$

где ξ , η , ζ — текущие координаты, которые теперь нужно выразить через географические координаты точки земной поверхности. Проще всего это можно сделать, воспользовавшись аналогией с уже найденными координатами Луны. Для этой цели нужно произвести в выражениях (23) и (23') следующие замены:

геоцентрическое расстояние $\Delta_{\zeta} = 1/\sin p_{\zeta}$ заменить на ρ ,
 прямое восхождение α_{ζ} заменить на местное звездное время s ,
 склонение δ_{ζ} заменить на геоцентрическую широту ϕ' .

В таком случае под знаком синуса и косинуса появится разность $s - \alpha$, равная местному часовому углу точки z , который равен $h + \lambda$, где h — часовой угол для начального меридиана, а λ — восточная долгота точки наблюдения. Таким образом, найдем:

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \rho \cos \varphi' \sin (h + \lambda), \\ \eta &= \rho [\sin \varphi' \cos d - \cos \varphi' \sin d \cos (h + \lambda)], \\ \zeta &= \rho [\sin \varphi' \sin d + \cos \varphi' \cos d \cos (h + \lambda)]. \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

Совокупность этих уравнений тоже есть уравнение земного сфероида в параметрической форме, в чем легко убедиться возведением в квадрат и суммированием, в результате чего получается уравнение (14). Текущими координатами в этих уравнениях являются φ' и λ .

При вычислении различных кривых затмения чаще всего путем решения соответствующих уравнений находятся прямоугольные координаты ξ и η иско- мых точек, по которым приходится определять φ и λ для нанесения на карту. Для этой цели исходными являются формулы (37), которые нужно решить относительно φ и λ . Геоцентрическая широта φ' входит в них явно и, кроме того, неявно через ρ , которое является функцией φ' , что осложняет решение. Прямое решение уравнений (37) относительно географических координат возможно с помощью приема, указанного Бесселем. В главе о параллаксе в сфе- рической астрономии выводятся формулы

$$\rho \cos \varphi' = \frac{\cos \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}, \quad \rho \sin \varphi' = \frac{(1 - e^2) \sin \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}},$$

где e — эксцентриситет меридианного эллипса земного сфероида. Введем новую переменную φ_1 , определяемую уравнением

$$\cos \varphi_1 = \frac{\cos \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} = \rho \cos \varphi'.$$

Тогда

$$\sin \varphi_1 = \frac{\sqrt{1 - e^2} \sin \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}, \quad \rho \sin \varphi' = \sqrt{1 - e^2} \sin \varphi_1 = (1 - \alpha) \sin \varphi_1,$$

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = (1 - \alpha) \operatorname{tg} \varphi,$$

где α — сжатие земного сфероида. Для сфероида Красовского

$$1 - \alpha = \frac{297,3}{298,3} = 0,9966477, \quad \operatorname{lg}(1 - \alpha) = 9,9985417 - 10.$$

Для международного сфероида со сжатием $1/297$

$$1 - \alpha = 0,9966330, \quad \operatorname{lg}(1 - \alpha) = 9,9985353 - 10.$$

Заметим, что φ_1 есть употребляемая в геодезии так называемая приведенная широта. Выражая в первых двух уравнениях (37) φ' через φ и полагая

$$\rho_1 \sin d_1 = \sin d, \quad \rho_1 \cos d_1 = (1 - \alpha) \cos d,$$

получим:

$$\xi = \cos \varphi_1 \sin (h + \lambda),$$

$$\eta = \rho_1 [\sin \varphi_1 \cos d_1 - \cos \varphi_1 \sin d_1 \cos (h + \lambda)].$$

Здесь ρ_1 — очень медленно меняющаяся функция времени, не зависящая от географических координат. Поэтому, зная ξ и η , можно получить после некоторых преобразований следующую систему формул для вычисления географических.

координат:

$$\begin{aligned} \zeta_1 &= + \sqrt{1 - \xi^2 - \left(\frac{\eta}{\rho_1}\right)^2}, \\ \cos \varphi_1 \sin (h + \lambda) &= \xi, \\ \cos \varphi_1 \cos (h + \lambda) &= -\frac{\eta}{\rho_1} \sin d_1 + \zeta_1 \cos d_1, \\ \sin \varphi_1 &= \frac{\eta}{\rho_1} \cos d_1 + \zeta_1 \sin d_1, \\ \operatorname{tg} \varphi &= [0,00146] \operatorname{tg} \varphi_1. \end{aligned}$$

Сообразно с этим приемом преобразуются выражения (37), а также перестраиваются и основные уравнения теории. Однако, хотя с помощью такого преобразования и получается строгое и прямое решение уравнений, но усложнение формул не оправдывает себя, и путь последовательных приближений, менее изящный в теоретическом отношении, на практике бывает выгоднее, особенно если пользоваться специальными таблицами и вести вычисления систематически. Тем более нет смысла применять строгое решение в тех случаях, когда требуется точность до 1' или даже 0°,1, вполне достаточная для составления карт затмения в мелком масштабе.

Поэтому, не усложняя формул и лишь в некоторых редких случаях идя на вычисление дополнительного приближения, наметим такой путь решения уравнений (37) относительно географических координат.

Введем два вспомогательных угла A и B , определяемых уравнениями

$$\left. \begin{aligned} \cos \varphi' \sin (h + \lambda) &= \sin A, \\ \cos \varphi' \cos (h + \lambda) &= \cos A \sin B, \\ \sin \varphi' &= \cos A \cos B, \\ \operatorname{tg} \varphi &= [0,00292] \operatorname{tg} \varphi', \\ -90^\circ &\leq A \leq +90^\circ, \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

где логарифм коэффициента в последнем уравнении равен квадрату отношения полуосей земного эллипсоида Красовского. Для международного эллипсоида этот логарифм равен 0,00293. Заметим, что эти уравнения позволяют с одинаковым удобством вычислять φ и $h + \lambda$ по A и B или обратно; пример такого вычисления дан ниже на стр. 67—68. Теперь прямоугольные координаты выразятся так:

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \rho \sin A, \\ \eta &= \rho \cos A \cos (B + d), \\ \zeta &= \rho \cos A \sin (B + d). \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

Связь координат ξ , η с A и $B + d$ изображена графически на рис. 25.

Отсюда по заданным ξ и η вычисляются географические координаты — следующим образом. Формулы

$$\sin A = \frac{\xi}{\rho}, \quad \cos (B + d) = \frac{\eta}{\rho \cos A} \quad (40)$$

определяют углы A и B , если известно ρ . Не зная последнего, положим в первом приближении $\rho = 1$. Тогда система формул

$$\left. \begin{aligned} \sin A &= \xi, \\ \cos (B + d) &= \eta \sec A, \\ \sin \varphi' &= \cos A \cos B \end{aligned} \right\} \quad (40')$$

даст при трехзначном вычислении приближенный $\sin \varphi'$, который как функция широты может служить для определения ρ .

Для этой цели нужно иметь таблицу, дающую ρ или $\lg \rho$ по аргументу $\sin \varphi'$ или $\lg \sin \varphi'$. Такая таблица составляется при помощи следующих рядов,

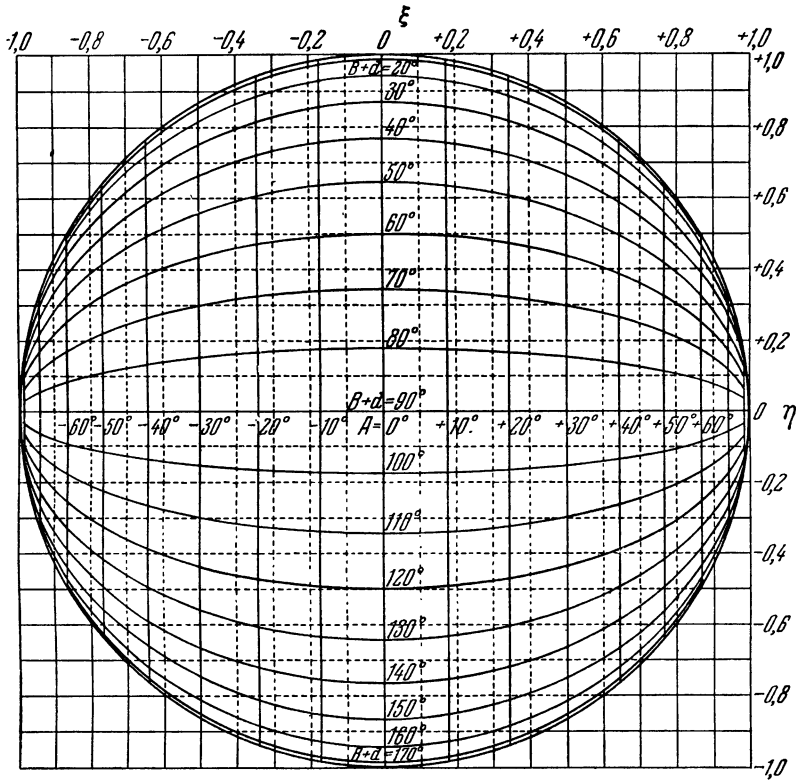


Рис. 25.

которые нетрудно вывести из основной формулы, определяющей ρ в функции широты:

$$\rho = 1 - \mu \sin^2 \varphi' + \frac{3}{2} \mu^2 \sin^4 \varphi' - \dots,$$

$$\lg \rho = -M(\mu \sin^2 \varphi' - \mu^2 \sin^4 \varphi' + \dots),$$

где $\mu = \frac{a^2 - b^2}{2b^2}$, M — модуль обыкновенных логарифмов, a и b — полуоси земного сфероид. Для сфероид Красовского отсюда получаем:

$$\rho = 1 - 0,0033693 \sin^2 \varphi' + 0,0000170 \sin^4 \varphi' - \dots,$$

[7,52753] [5,2312]

$$\lg \rho = -0,0014633 \sin^2 \varphi' + 0,00000493 \sin^4 \varphi' - \dots$$

[7,16532] [4,6928]

Найдя таким способом ρ , мы из формул (40) получим окончательные значения углов A и B , после чего уравнения (38) определят φ и λ при известном h , которое берется из таблицы элементов затмения. Может показаться, что эти формулы невыгодны для вычисления, поскольку A и B определяются ими по синусу и косинусу. Однако происходящая при этом потеря точности не

является виной формул, а присуща самой природе задачи: при наклонном падении лучей света — образующих конуса тени или полутени — точка пересечения с земной поверхностью определяется неуверенно, и в этом случае $\sin A$ или $\cos B$ становится близким к ± 1 .

По поводу указанного приема нахождения ρ заметим, что при систематическом вычислении одной из кривых затмения первое приближение придется проделать лишь для двух-трех начальных точек, а для каждой последующей точки ρ находится экстраполированием, причем вычисление каждый раз заканчивается нахождением по $\sin \varphi'$ точного значения ρ , которое, с одной стороны, явится контролем экстраполированного значения, а с другой стороны, послужит для экстраполирования следующей точки. Таким образом, экстраполирование совершается каждый раз лишь на одну точку вперед, и полученное ρ при этом немедленно проверяется, что гарантирует от накопления ошибок. Можно, конечно, поступать и иначе, вычисляя первое приближение сначала для нескольких редких точек, а затем найти ρ для промежуточных точек интерполированием. Что касается точности, с которой в первом приближении нужно определять углы A и B , то разнице в 1° в этих углах соответствует самое большее 0,00005 в значении ρ ; отсюда заключаем, что эти углы достаточно определять с точностью до $0^\circ,1$, соответствующей трехзначному вычислению. О применении для этой цели специальных таблиц будет сказано ниже.

Заметим, что, поскольку углы A и B определяют положение точки на земной поверхности, их можно рассматривать как сферические координаты, равноправные географическим координатам φ и λ , но в системе, повернутой относительно φ , λ на 90° , причем полярная ось лежит в плоскости экватора и совпадает с осью x прямоугольных координат, а «долготы» B отсчитываются от северного географического полюса P по направлению на дневное полушарие. Контур Земли в плоскости xu в таком случае совпадает в своей северной части с меридианом, имеющим долготу $B = -d$, а в южной части $B = 180^\circ - d$. Координаты A и B мы называем промежуточными. На рис. 26 изображена система этих координат для случая $d = +20^\circ$.

Понятно, что указанный прием нахождения ρ в первом приближении можно не доводить до получения $\sin \varphi'$, а оборвать одним этапом раньше нахождением промежуточных координат, если иметь таблицу, дающую ρ по аргументам A и B . Такая таблица, имеющая два входа, для международного сфероида со сжатием $1/297$ дана в сборнике таблиц А. А. Михайлова [113] (таблицы XVI и XVII), а для сфероида Красовского приведена в приложении на стр. 224—225 (табл. 15).

При составлении карты затмения мелкого масштаба, например 1 : 10 000 000, переход от промежуточных к географическим координатам совершается непосредственно с помощью специальной таблицы 21 (стр. 242—259), дающей φ и $h + \lambda$ с точностью до $0^\circ,1$, достаточной для этой цели.

Таким образом, если при вычислении той или иной кривой затмения будут найдены прямоугольные координаты ξ и η или промежуточные координаты A и B , то можно считать задачу решенной, так как переход к географическим координатам совершается простым и вполне определенным образом.

Дальше нам потребуются производные от ξ , η , ζ по времени:

$$\xi' = \frac{d\xi}{dt}, \quad \eta' = \frac{d\eta}{dt}, \quad \zeta' = \frac{d\zeta}{dt}.$$

Полагая $dt = 1$ мин. среднего времени, мы под ξ' и η' будем подразумевать минутные изменения соответствующих координат. Дифференцируя уравнения (37) по времени, мы получим после некоторых преобразований:

$$\begin{aligned} \xi' &= h' \rho \cos \varphi' \cos (h + \lambda), \\ \eta' &= h' \rho \cos \varphi' \sin d \sin (h + \lambda) - d' \zeta, \\ \zeta' &= -h' \rho \cos \varphi' \cos d \sin (h + \lambda) + d' \eta, \end{aligned}$$

где d' — минутное изменение d , достигающее наибольшей величины во время равноденствий, когда d меняется приблизительно на $1'$ в час, откуда $d' < 0,000005$; η и ζ не превосходят единицы. Так как ξ' и η' требуются для решения вопросов, связанных с наибольшей фазой затмения, которая не нуждается в столь точном вычислении, как моменты контактов (до 0,1 сек.), или для учета

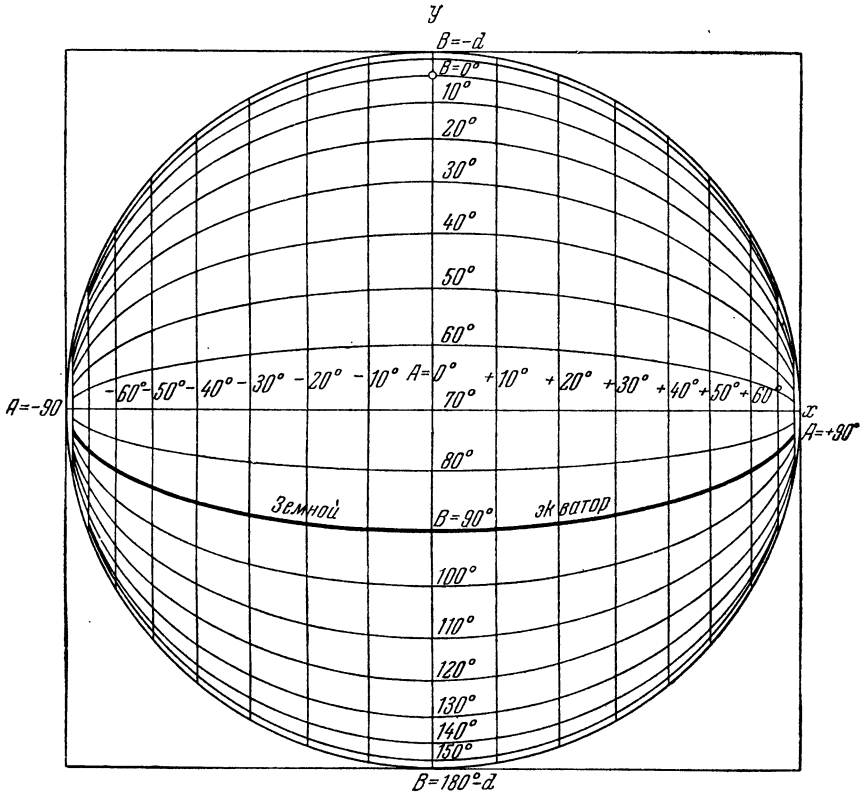


Рис. 26.

изменений координат ξ и η в течение короткого промежутка времени, то членами с d' обычно пренебрегают и пишут просто:

$$\left. \begin{aligned} \xi' &= h' \rho \cos \varphi' \cos (h + \lambda), \\ \eta' &= h' \rho \cos \varphi' \sin d \sin (h + \lambda), \\ \zeta' &= -h' \rho \cos \varphi' \cos d \sin (h + \lambda). \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

С помощью промежуточных координат эти формулы выражаются так:

$$\left. \begin{aligned} \xi' &= h' \rho \cos A \sin B, \\ \eta' &= h' \rho \sin A \sin d, \\ \zeta' &= -h' \rho \sin A \cos d. \end{aligned} \right\} \quad (41')$$

В большинстве случаев знания ζ' не требуется, остальные же минутные изменения координат вычисляются до 0,000001, чему соответствует по малости h' не больше четырех значащих цифр. Для приближенного вычисления можно удовлетвориться меньшим на один числом знаков и в таком случае получать ξ' и η' по таблице 8.

В заключение приведем пример решения уравнений (38) относительно географических координат по заданным промежуточным координатам. Наибольшая точность, с которой в настоящее время возможно предвычисление этих координат для кривых солнечного затмения, составляет $0',1$, для чего достаточно пятизначного вычисления. Однако во многих случаях можно удовлетвориться меньшей точностью определения, а именно четырехзначным вычислением. Для составления обзорных карт затмения можно довольствоваться еще меньшей точностью — до $0'',1$, решая вопрос с помощью наших таблиц, данных в приложении. Рассмотрим подробнее наиболее точное, пятизначное вычисление географических координат, которое мы рекомендуем ввиду компактности схемы и удобного контроля производить логарифмически. Контроль получается благодаря тому, что в трех первых формулах (38) две пары величин φ , λ и A , B связаны тремя уравнениями.

В пояснение нижеследующих примеров заметим, что по получении $\operatorname{tg}(h + \lambda)$ делением первого уравнения (38) на второе нужно определить $\cos \varphi'$, что можно сделать либо делением первого уравнения на $\sin(h + \lambda)$, либо второго уравнения на $\cos(h + \lambda)$. Выгоднее тот из этих вариантов, который соответствует более медленному изменению функции от $h + \lambda$, так как тогда меньше влияет ошибка в определении $h + \lambda$. Но если раскрыть таблицу логарифмов тригонометрических функций, то всегда та функция, которая находится в крайнем правом столбце, медленнее меняется с аргументом, т. е. имеет меньшую табличную разность и вместе с тем имеет большее абсолютное значение. Поэтому можно дать такое правило: по нахождении $\operatorname{Ig} \operatorname{tg}(h + \lambda)$ и по нему угла $h + \lambda$ из крайнего правого столбца логарифмических таблиц берется стоящая там функция, не обращая внимания на то, будет ли это в данном случае $\operatorname{Ig} \sin(h + \lambda)$ или $\operatorname{Ig} \cos(h + \lambda)$, и вычитается из большего из значений $\operatorname{Ig} \cos \varphi' \sin(h + \lambda)$ или $\operatorname{Ig} \cos \varphi' \cos(h + \lambda)$; полученная разность и будет $\operatorname{Ig} \cos \varphi'$, причем $\cos \varphi'$ всегда положителен, так что можно не обращать внимания на знак взятой из таблиц функции. Это правило поясняется приводимыми ниже примерами, где вычитаемая функция стоит в строке, обозначенной многоточием.

Приводим два примера для иллюстрации сказанного, причем стоящее сбоку в скобках контрольное значение логарифма на самом деле не выписывается, а сравнивается в уме. Символ Ig всюду опущен.

A	$-68^{\circ}15',1$	$+17^{\circ}8',7$
B	$136^{\circ}49',3$	$37^{\circ}43',8$
$\sin B$	9,83523	9,78671
$\cos A$	9,56883	9,98026
$\cos B$	9,86287 n	9,89812
$\cos \varphi' \sin(h + \lambda)$	9,96794 n	9,46952
$\cos \varphi' \cos(h + \lambda)$	9,40406	9,76697
$\operatorname{tg}(h + \lambda)$	0,56388 n	9,70255
.....	9,98440	9,95082
$\sin \varphi'$	9,43170 n	9,87838 (9,87838)
$\cos \varphi'$	9,98354 (9,98354)	9,81615
$\operatorname{tg} \varphi'$	9,44816 n	0,06223
const.	0,00292	0,00292
$\operatorname{tg} \varphi$	9,45108 n	0,06515
φ	$-15^{\circ}46',6$	$+49^{\circ}16',9$
$h + \lambda$	$285^{\circ}16',1$	$26^{\circ}45',3$

После нахождения $\lg \operatorname{tg} \varphi'$ следует подыскать в логарифмических таблицах ту соответствующую ему функцию, которая стоит в крайнем правом столбце, и сличить с большим из логарифмов $\sin \varphi'$ или $\cos \varphi'$. Совпадение с точностью до единицы последнего знака послужит контролем правильности всего вычисления. Заметим, что в некоторых логарифмических таблицах, например Гаусса, предусмотрена возможность прямого определения $\lg \cos x$ (или $\lg \sin x$) по $\lg \operatorname{tg} x$ без нахождения самого угла x , с помощью специальной интерполяционной таблички, составленной в критической форме для отношения $\frac{\Delta \lg \cos x}{\Delta \lg \operatorname{tg} x}$, где Δ есть табличная разность. В данном случае такой прием представляет удобство, так как угол φ' нас не интересует, но и в предыдущем случае, при нахождении функции от $h + \lambda$, такой прием выгоден, так как обеспечивает благодаря критической форме таблички более точное определение $\lg \cos \varphi'$ (или $\lg \sin \varphi'$).

Для сравнения определим географические координаты с помощью наших таблиц, полагая для этих примеров соответственно:

$$\begin{array}{rcl} A & -68^{\circ},3 & +17^{\circ},1 \\ B & 136^{\circ},8 & 37^{\circ},7 \end{array}$$

Находим по таблице 21:

$$\begin{array}{rcl} \varphi & & -15^{\circ},7 \quad +49^{\circ},3 \\ h + \lambda & 360^{\circ} - 74^{\circ},7 = 285^{\circ},3 & 26^{\circ},7 \end{array}$$

что практически в пределах точности вычисления совпадает с предыдущим, несмотря на невыгодность примеров в отношении округления до десятой доли градуса заданных значений A .

§ 16. Величина и условие наибольшей фазы затмения. Степень закрытия солнечного диска во время частного затмения называется величиной фазы затмения, которая условно измеряется отношением закрытой части видимого солнечного диаметра ко всей его длине. Иначе говоря, величина фазы определяется отношением (рис. 27)

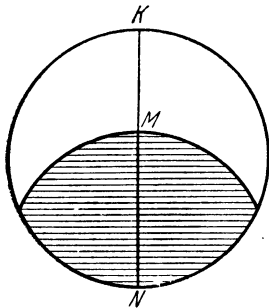


Рис. 27.

$$g = \frac{MN}{KN}.$$

Очевидно, что для частного затмения g есть правильная дробь. Заметим, что прежде было принято выражать g в двенадцатых долях солнечного диаметра, называвшихся дюймами. Поэтому, выражение «величина фазы в 9 дюймов» равносильно $g = 0,75$. Такой способ измерения величины фазы употребляется иногда и ныне для исторических затмений.

Для определения g обратимся к рис. 28, на котором допустим, что касательные KK' , MM' и NN' пересекаются в одной точке L . Тогда, если M — точка наблюдения, из подобных треугольников легко вывести, что

$$g = \frac{MN}{KN} = \frac{M'N'}{K'N'} = \frac{S'N' - S'M'}{S'N' - S'K'},$$

или

$$g = \frac{l_e - m}{l_e + l_i}, \quad (42)$$

где m — расстояние $S'M'$ точки ξ , η , ζ от оси конуса, т. е.

$$m^2 = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2, \quad (43)$$

причем принято во внимание, что $S'K'$ — радиус конуса тени — при полном затмении равен $-l_i$.

Можно показать, что формула (42) остается в силе, когда при кольцеобразном затмении $l_i > 0$, а точка наблюдения M' находится столь далеко от Луны, что точка K' лежит по другую сторону от оси конуса SS' .

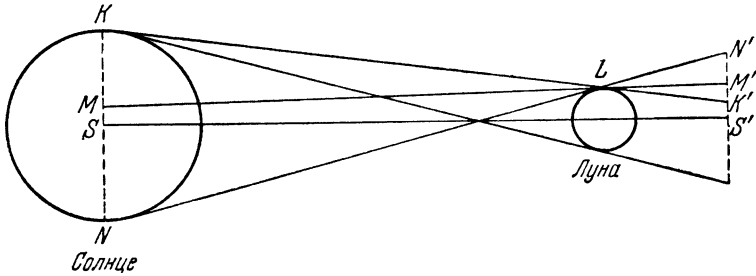


Рис. 28.

Уравнение (43) можно рассматривать как уравнение конуса, но уменьшенного радиуса m , определяющего величину фазы затмения.

Выражение (42) можно написать еще так:

$$g = \frac{l_e - m}{2l_e - (l_e - l_i)}.$$

Но

$$l_e - l_i = u_e - \zeta \operatorname{tg} f_e - (u_i - \zeta \operatorname{tg} f_i) = u_e - u_i + \zeta (\operatorname{tg} f_i - \operatorname{tg} f_e),$$

где $1 \gg \zeta \gg 0$, а f_i отличается от f_e всего лишь на $4''$ (стр. 51). Поэтому можно положить:

$$l_e - l_i = u_e - u_i = 0,5460$$

и писать с ошибкой меньше 0,001 в величине фазы:

$$g = \frac{l_e - m}{2l_e - 0,5460}.$$

Эта формула имеет перед (42) то преимущество, что не требует знания l_i , которое для частного затмения нет надобности вычислять.

Выведем условие, чтобы g имело максимум. Беря производную от g по времени и приравнявая ее нулю, получим:

$$(l_e + l_i)(l'_e - m') - (l_e - m)(l'_e + l'_i) = 0,$$

где штрихами обозначены производные от соответствующих величин. Но l_e и l_i меняются со временем очень медленно и поэтому их производными можно пренебречь. Действительно, уравнение (12) дает:

$$l' = u' - \zeta' \operatorname{tg} f - \zeta f' \sec^2 f.$$

Здесь u' , зависящее главным образом от изменения лунного параллакса, может доходить самое большое до 0,000003 по абсолютной величине за 1 мин., ζ' в максимуме достигает h' , т. е. 0,0044, так что произведение $\zeta' \operatorname{tg} f$ имеет наибольшую абсолютную величину 0,00002. Последний член в предыдущей формуле совершенно неощутителен из-за малости изменения f . Поэтому, сохраняя при дифференцировании g лишь главный член, примем:

$$\frac{dg}{dt} = - \frac{dm}{dt},$$

и для получения максимума g должно быть $m' = 0$, т. е. m должно иметь минимум. Если принять во внимание, что m есть расстояние точки наблюдения

от оси конуса, то станет понятным геометрический смысл этого условия, что, между прочим, уже было отмечено выше на стр. 47.

Можно показать, что ошибка, происходящая от указанных упрощений, не превосходит в моменте 12 m сек. и при затмении малой фазы, представляющем как раз малый интерес, может доходить до 7 сек., уменьшаясь по мере уменьшения m , т. е. с увеличением фазы. Такая ошибка для практических целей никакого значения не имеет. Поэтому условие наибольшей фазы найдем, приравнявая нулю производную по времени от уравнения (43):

$$(x - \xi)(x' - \xi') + (y - \eta)(y' - \eta') = 0. \quad (44)$$

Под величинами, обозначенными штрихами, мы будем подразумевать минутные изменения соответствующих координат, даваемые формулами (41) или (41'). Уравнение (44) обычно пишется в иной форме, именно, вводят вспомогательные величины, определяемые равенствами

$$\left. \begin{aligned} x - \xi &= m \sin M, \\ y - \eta &= m \cos M, \end{aligned} \right\} m > 0; \quad (45)$$

$$\left. \begin{aligned} x' - \xi' &= n \sin N, \\ y' - \eta' &= n \cos N, \end{aligned} \right\} n > 0, \quad (46)$$

в которых m имеет прежнее значение, M есть угол радиуса, проведенного от оси конуса к точке ξ, η (в плоскости xu), с осью u , или, на небесной сфере, — угол положения при центре Солнца дуги, соединяющей центр Солнца (вернее, точку z) с центром Луны; n и N — скорость и направление движения конуса относительно точки ξ, η в плоскости xu . Понятно, что в момент контакта $m = l_e$ или $m = l_i$ и $M = L$.

С помощью введенных величин основное уравнение (44) напишется так:

$$mn \cos(M - N) = 0,$$

или, так как m и n не нули, то

$$M = N \mp 90^\circ. \quad (47)$$

Это уравнение показывает, что в момент наибольшей фазы направление радиуса тени или полутени, направленного в проекцию данной точки на плоскость xu , должно быть перпендикулярным к направлению относительного движения тени, что легко понять и геометрически. Двойной знак нужно понимать так, что точкам, лежащим к северу от линии, описываемой осью конуса, соответствует верхний знак, а к югу — нижний.

§ 17. Влияние рефракции. На первый взгляд может показаться, что рефракция не имеет влияния на явление солнечного затмения, поскольку края Солнца и Луны в точке контакта одинаково приподнимаются рефракцией. Однако, как указал Ганзен [87], рефракция влияет на обстоятельства затмения вследствие того, что составленные из световых лучей образующие конуса тени или полутени теряют свою прямолинейность в земной атмосфере. Благодаря этому в глаз наблюдателя M (рис. 29) попадает луч, который при отсутствии рефракции проходил бы через точку M' . Для учета этого влияния рефракции достаточно увеличить радиус-вектор $\rho = OM$ на отрезок MM' , не меняя географических (или промежуточных) координат точки M . Соответствующий точке M' радиус-вектор $\rho_1 = OM'$ находится из основного уравнения рефракции, написанного для точек M и H , в которой луч входит в земную атмосферу:

$$OH \mu_1 \sin i = OM \mu \sin z, \quad (48)$$

где μ и $\mu_1 = 1$ — показатели преломления воздуха соответственно в точках M и H , а z и i — зенитные расстояния луча в тех же точках. С другой стороны,

из треугольника $M'HO$ имеем:

$$OH \sin i = OM' \sin z_0,$$

где z_0 — истинное зенитное расстояние луча для точки M' : $z_0 = \angle KM'Z$. Из этих двух уравнений находим:

$$OM' = OM \mu \frac{\sin z}{\sin z_0},$$

или

$$\rho_1 = \rho \mu \frac{\sin(z_0 - r)}{\sin z_0} = \rho \mu (1 - r \operatorname{ctg} z_0),$$

где r — угол рефракции по высоте. Для средних атмосферных условий (760 мм давления и $+10^\circ$ температуры) $\mu = 1,000281$. Так как для не слишком боль-

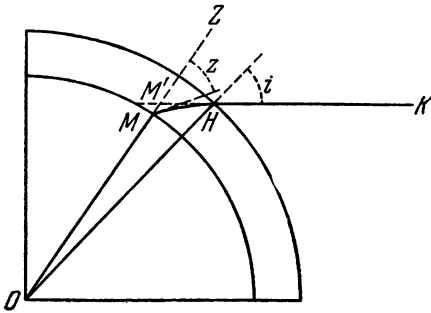


Рис. 29.

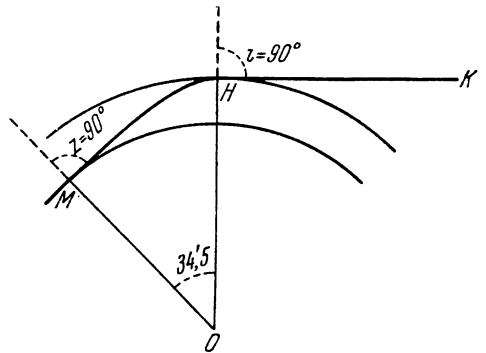


Рис. 30.

ших z_0 существует известная из теории рефракции формула $r = k \operatorname{tg} z$, где $k = \mu - 1$, то в пределах годности этой формулы с точностью до малых второго порядка $\rho_1 = \rho$. Лишь для больших значений z получается некоторое увеличение ρ_1 сравнительно с ρ , которое в горизонте при $z = 90^\circ$ становится равным $\rho_1 - \rho = 0,00028$. Для зенитных расстояний, близких к 90° , $\Delta \rho = \rho_1 - \rho$ получается с помощью следующей таблицы по аргументу координаты ξ , очень близкой к $\cos z_0$.

Ввиду малости приращения радиуса-вектора, вызываемого рефракцией, им пренебрегают при вычислении различных кривых затмения, за исключением границ затмения в горизонте, и принимают во внимание лишь при точном вычислении затмения для данного места. Так как значению $\xi = 0,20$ соответствует высота Солнца в $11^\circ,5$, то при больших высотах Солнца действие рефракции совершенно неощутимо.

При вычислении границ затмения в горизонте бывает удобнее принимать фиктивного наблюдателя не в точке M , а в точке H , в которой луч KH проникает

Поправка за рефракцию

ξ	$\Delta \rho$	$\Delta \lg \rho$
0,00	0,00028	0,00012
0,01	20	9
0,02	15	6
0,03	11	5
0,04	8	4
0,05	0,00007	0,00003
0,06	5	2
0,07	4	2
0,08	4	2
0,09	3	1
0,10	0,00002	0,00001
0,12	2	1
0,14	1	1
0,16	1	0
0,18	1	0
0,20	0,00001	0,00000

$$\rho_1 = \rho + \Delta \rho, \quad \lg \rho_1 = \lg \rho + \Delta \lg \rho$$

в верхнюю границу атмосферы. Очевидно, что и такой наблюдатель увидит затмение в тот же момент, как и наблюдатель в точке M . Обращаясь к рис. 30, изображающему этот случай, мы видим, что угол $НОМ$ равен рефракции в горизонте, которая для средних метеорологических условий равна $34',5$. Что касается $ОН$, то, полагая в формуле (48) $\mu = 1$, найдем:

$$ОН = ОМ \mu \frac{\sin z}{\sin i},$$

откуда при $z = i = 90^\circ$

$$ОН = \mu \rho.$$

Принимая опять $\mu = 1,000281$, находим, что для вычисления границ затмения в горизонте радиус-вектор должен быть увеличен на $0,00028$ или его логарифм — на $0,00012$.

§ 18. Условие видимости затмения в горизонте. Выведем условие, при котором затмение наблюдается в горизонте при восходе или при заходе Солнца. Этот вопрос может иметь разные решения в зависимости от того, какую точку солнечного диска помещать в горизонте. Проще всего обстоит дело, если допустить, что точка z , имеющая координаты a, d , находится в геоцентрическом горизонте, т. е. в плоскости, перпендикулярной к направлению к центру Земли. В таком случае высота b' точки z определяется выражением

$$\sin b' = \sin \varphi' \sin d + \cos \varphi' \cos d \cos (h + \lambda) = \frac{\zeta}{\rho}. \quad (49)$$

Поэтому мы тогда имеем просто:

$$\zeta = 0,$$

или согласно уравнениям (39), так как η вообще не равно нулю,

$$\sin (B + d) = 0,$$

откуда либо $B = -d$, либо $B = 180^\circ - d$. Так как в первом случае согласно второй формуле (39) η положительно, а во втором случае отрицательно, то, очевидно, первое имеет место для северной половины контура Земли в плоскости xu , а второе — для южной в полном согласии со сказанным на стр. 65.

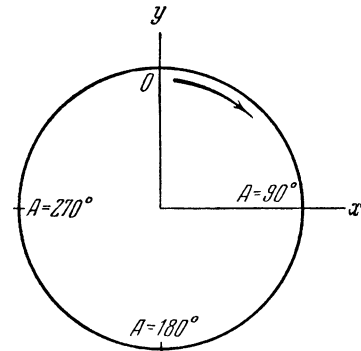


Рис. 31.

Для устранения двойственности в определении B выгоднее при решении различных вопросов, связанных с видимостью затмения в горизонте, изменить для этого случая установленный выше порядок счета промежуточных координат, считая для всего контура Земли $B = -d$, но зато принимая, что A может получать все значения от 0 до 360° . Такой порядок счета углов A вдоль контура Земли изображен на рис. 31.

Полученное условие видимости точки z в геоцентрическом горизонте нетрудно привести к истинному горизонту путем введения небольшой поправки за сжатие Земли. Высота b_0 над истинным горизонтом определяется уравнением

$$\sin b_0 = \sin \varphi \sin d + \cos \varphi \cos d \cos (h + \lambda). \quad (49')$$

При выполнении этого условия ζ приобретает некоторое малое значение порядка разности $\varphi - \varphi'$, т. е. сжатия земного сфероида. Полагая в уравнении (49') $b_0 = 0$ и вычитая его из уравнения (49), получим после небольших преобразований с пренебрежением малыми величинами второго порядка относительно сжа-

тия Земли такое выражение для координаты ζ в истинном горизонте:

$$\zeta = -\rho [\cos \varphi' \sin d - \sin \varphi' \cos d \cos (h + \lambda)] (\varphi - \varphi'). \quad (50)$$

Но для разности $\varphi - \varphi'$ существует известное разложение

$$\varphi - \varphi' = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \sin 2\varphi' + \frac{1}{2} \left(\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \right)^3 \sin 4\varphi' + \dots,$$

где a и b — полуоси земного сфероида. Ограничиваясь и здесь первым членом разложения и выражая $\sin \varphi'$ и $\cos \varphi' \cos (h + \lambda)$ через промежуточные координаты на основании формул (38), представим (50) в таком виде:

$$= -\rho x [\sin d \cos B - \sin^2 \varphi' \sin (B + d)] \cos A,$$

где x

$$\frac{1}{2} x = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} = 11',54, \quad \lg x = 1,3634.$$

В правой части этого выражения можно с той же степенью точности положить $B = -d$, откуда

$$\zeta = \rho \cos A \sin (B + d) = -\rho x \sin d \cos d \cos A,$$

или

$$B = -d - 11',54 \sin 2d. \quad (51)$$

Второй член правой части представляет поправку на сжатие Земли и может считаться для данного затмения постоянной величиной, выбираемой по аргументу d из табл. 6, приведенной на стр. 216.

Рассмотрим теперь вопрос о том, какую точку солнечного диска следует считать находящейся в горизонте. Прежде всего заметим, что помещение в горизонте точки z вместо центра Солнца вызывает ошибку, не превосходящую $0',1$ в положении границ на земной поверхности, так что отождествление точки z с центром солнечного диска вполне допустимо. Но два других обстоятельства имеют заметное влияние. Первое из них — рефракция, вследствие которой высоту точки z нужно считать равной $-34',5$. Во-вторых, правильнее помещать в горизонте не точку z или центр Солнца, а ту точку солнечного края, в которой происходит контакт, т. е. отстоящую от центра Солнца на величину видимого углового радиуса Солнца r_{\odot} . Поэтому отрицательная высота точки z должна считаться равной

$$-b_0 = 34',5 + r_{\odot} \cos (L - p),$$

где L — угол положения точки контакта, а p — паралактический угол, определяемый известными уравнениями сферической астрономии

$$\cos b \sin p = \cos \varphi \sin (h + \lambda),$$

$$\cos b \cos p = \sin \varphi \cos d - \cos \varphi \sin d \cos (h + \lambda),$$

в которых правые части можно с достаточным приближением отождествить соответственно с ξ и η . Отсюда

$$\cos b \sin p = \xi,$$

$$\cos b \cos p = \eta,$$

следовательно,

$$\operatorname{tg} p = \frac{\xi}{\eta},$$

причем, поскольку $\cos b$ всегда положителен, $\sin p$ будет одного знака с ξ . С другой стороны, полагая в (39) $B = -d$, получаем для затмения в горизонте:

$$\xi = \rho \sin A,$$

$$\eta = \rho \cos A,$$

откуда

$$\operatorname{tg} A = \frac{\xi}{\eta},$$

причем ρ всегда положительно, и поэтому $\sin A$ одного знака с ξ .

Отсюда заключаем, что с точностью до величин порядка сжатия Земли в горизонте $p = A$.

Что касается углов положения L , то они отсчитываются, как обычно в астрономии, при центре Солнца от северной точки солнечного диска в направлении против движения стрелки часов.

Таким образом, выражение для b_0 принимает вид

$$-b_0 = 34',5 + r_{\odot} \cos(L - A). \quad (52)$$

Вследствие малости этой величины ее можно отождествить с $\sin b$ или с почти равной ему координатой ζ :

$$b_0 = \zeta = \cos A \sin(B + d).$$

Здесь в правой части угол $B + d$ мал, и поэтому, заменяя синус дугой, напишем:

$$B + d = b_0 \operatorname{sec} A.$$

Прибавляя полученную выше поправку за сжатие Земли, найдем окончательно для горизонта:

$$B = -d - x \sin d \cos d + b_0 \operatorname{sec} A. \quad (53)$$

Это выражение может служить для вычисления координаты B в горизонте, за исключением случая, когда $\operatorname{sec} A$ велик, т. е. при A , близком к 0 или 180° . Так как промежуточная система координат имеет при $A = 0^\circ$ и $A = 180^\circ$ полюсы, то дифференциальные формулы для этой системы здесь неприменимы. В таком случае следует вычислять последний поправочный член в (53) в географических координатах и, приняв для B сокращенное выражение (51), найти поправки $d\varphi$ и $d\lambda$ дифференцированием формул (38), допуская, что $d\varphi = d\varphi'$. Таким путем получаем:

$$\left. \begin{aligned} d\varphi &= -\operatorname{sec} \varphi' \cos A \sin B dB = -b_0 \operatorname{sec} \varphi' \sin B, \\ \cos \varphi' d\lambda &= -\operatorname{sec} \varphi' \sin A \cos A \cos B dB = -b_0 \operatorname{sec} \varphi' \sin(h + \lambda) \cos B. \end{aligned} \right\} (54)$$

Эти формулы позволяют ввести поправку на рефракцию и радиус Солнца в географические координаты, вычисленные при помощи угла B , определенного формулой (51). Так как полюсы географических координат отстоят на 90° от полюсов промежуточных координат, то при большом значении $\operatorname{sec} A \operatorname{sec} \varphi'$ имеет величину, близкую к единице, и поправки $d\varphi$, $d\lambda$ сохраняют малую величину. Для удобства вычисления формул (54) Михайловым составлены специальные таблицы ([113], табл. X и XI), в сокращенном виде приведенные на стр. 220—221 настоящей книги.

Приведенные формулы для определения B годятся для вычисления западной и восточной границ частного затмения в горизонте. При вычислении границ наибольшей фазы в горизонте помещение в горизонте точки контакта теряет смысл, так как эта точка закрыта лунным диском. В таком случае условно помещают в горизонте точку M (рис. 27), которая лежит на том же диаметре Солнца, что и точка контакта K , и поэтому определяется тем же углом положения, который, однако, теперь должен быть обозначен через M и определяется уравнениями (45). Но расстояние точки M от центра Солнца равно

$$r_{\odot} (1 - 2g).$$

Поэтому для затмения с величиной фазы g вместо формулы (52) должно быть написано:

$$-b_0 = 34',5 + r_{\odot} (1 - 2g) \cos(M - A).$$

Нетрудно видеть, что это выражение более общее и включает в себя формулу (52) как частный случай при $g=0$. Наконец, в момент наибольшей фазы мы имели $M=N \mp 90^\circ$; поэтому тогда

$$-b_0 = 34',5 \pm r_{\odot} (1 - 2g) \sin(N - A), \quad (55)$$

где верхний знак относится к точкам, лежащим к северу от линии центрального затмения, и нижний знак — к югу.

§ 19. Западная и восточная границы частного затмения в горизонте.

Точки этих границ должны удовлетворять следующим трем условиям:

а) уравнению конуса полутени $(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 = (u_e - \zeta \operatorname{tg} f_e)^2$,

б) уравнению земного сфероида $\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = \rho^2$,

в) условию в горизонте $\zeta = 0$ или, точнее, $B = -d - x \sin d \cos d + b_0 \sec A$.

Что касается третьего условия, то в уравнениях а) и б) можно положить действительно $\zeta = 0$: в первом, так как ζ множится на малый множитель $\operatorname{tg} f_e$, во втором — потому, что ζ возводится в квадрат. Поэтому, допуская ошибку лишь второго порядка малости, выражая x и y через c и C , а ξ и η — через промежуточные координаты и полагая $\cos(B + d)$ равным единице, мы напишем в тригонометрической форме уравнение западной и восточной границ

$$(c \sin C - \rho \sin A)^2 + (c \cos C - \rho \cos A)^2 = u_e^2. \quad (56)$$

Решение этого уравнения относительно A дает:

$$\sin \frac{1}{2}(A - C) = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(u_e + c - \rho)(u_e - c + \rho)}{c\rho}}, \quad (57)$$

$$-90^\circ \leq \frac{1}{2}(A - C) \leq +90^\circ.$$

Двойной знак перед радикалом соответствует двум точкам пересечения конуса полутени с контуром Земли. Задавшемся моментом T , определяющим элементы c , C и u_e , при помощи этой формулы вычисляем угол A . В первом приближении можно принять ρ равным единице. В таком случае $A - C$ зависит от двух аргументов u_e и c , по которым можно составить таблицу для приближенного определения этой разности (см. табл. 9). С помощью такой таблицы находятся в первом приближении два значения A , которые вместе с $B = -d$ служат для определения ρ . Для этой цели служит наша таблица 14 (стр. 223), которая дает ρ для горизонта, т. е. увеличенное рефракцией, по аргументам A и d . Найденное таким образом значение ρ_1 достаточно для пятизначного вычисления угла A по формуле (57), которое нужно теперь вести уже раздельно для обоих решений, употребляя для каждого свое значение ρ . Точное значение B получается затем по формулам (52) и (53), в которых $\cos(L - A)$ можно выразить через известные величины при помощи уравнений

$$x - \xi = u_e \sin L,$$

$$y - \eta = u_e \cos L,$$

которые по замене в левых частях прямоугольных координат их выражениями через c , C , ρ , A принимают вид

$$\left. \begin{aligned} c \sin C - \rho \sin A &= u_e \sin L, \\ c \cos C - \rho \cos A &= u_e \cos L, \end{aligned} \right\} \quad (58)$$

откуда

$$\cos(L - A) = \frac{c^2 - \rho^2 - u_e^2}{2\rho u_e}.$$

Полагая здесь $\rho = 1$ и взяв для r_{\odot} среднее значение $16',0$, найдем:

$$-b_0 = 34',5 + 8',0 \frac{c^2 - 1 - u_e^2}{u_e}. \quad (59)$$

Эта формула позволяет составить для непосредственного получения b_0 таблицу по аргументам c и u_e (см. табл. 10 на стр. 219).

Таким образом, вычисление западной и восточной границ сводится к следующим операциям. Формула (57) дает промежуточную координату A , вторая координата B вычисляется по формуле (53), где b_0 определяется из (59), с использованием наших таблиц 7, 8 и 10. Переход к географическим координатам φ и λ совершается по общим формулам (38), как показано в примерах на стр. 67. В случае большого значения $\sec A > 2$ в (53) опускается последний член и по вычислении географических координат с этим сокращенным значением B к полученным координатам φ_0 , λ_0 прибавляются поправки (54), определяемые с помощью наших таблиц 11 и 12. В этом случае окончательно

$$\begin{aligned}\varphi &= \varphi_0 + \Phi b_0, \\ \lambda &= \lambda_0 + \Delta b_0.\end{aligned}$$

Угол положения L контакта можно найти по формулам (58) или из формул

$$\left. \begin{aligned}u_e \sin L &= x - \rho \sin A, \\ u_e \cos L &= y - \rho \cos A,\end{aligned} \right\} \quad (60)$$

которые дают также и контроль вычисления A , так как полученное из них u_e должно совпадать с тем его значением, которое было использовано при вычислении A по формуле (57).

Найденные точки западной и восточной границ частного затмения в горизонте не только определяют положение этих границ на земной поверхности, позволяя провести эти границы на географической карте, но дают также конечные точки разомкнутых изохрон частного затмения в начале и конце затмения первого типа или в течение всего затмения второго типа. Если вычисление заканчивалось получением углов положения L , то можно интерполированием найти такие промежуточные точки границ, где L имеет заданные круглые значения, для которых впоследствии будут вычислены изгоны. Такие точки явятся конечными точками изогон. Однако не всегда такой путь удобен или достаточно точен: бывает, что изменения L между точками границы, вычисленными по аргументу T , происходят столь неравномерно или медленно, что интерполирование не дает хороших результатов. Кроме того, вообще предпочтительнее независимое определение точек границ W и E по аргументу L . Для этой цели напишем вновь уравнения (58), представив в них x и y как линейные функции времени, что допустимо для ограниченных интервалов времени — в пределах одного часа:

$$\begin{aligned}c_0 \sin C_0 + e_0 t \sin E_0 - \rho \sin A &= u_e \sin L, \\ c_0 \cos C_0 + e_0 t \cos E_0 - \rho \cos A &= u_e \cos L.\end{aligned}$$

Решая эти уравнения относительно A и t , получим:

$$\sin(A - E_0) = \frac{1}{\rho} [c_0 \sin(C_0 - E_0) - u_e \sin(L - E_0)], \quad (61)$$

$$t = \frac{1}{e_0} [\rho \cos(A - E_0) - c_0 \cos(C_0 - E_0) + u_e \cos(L - E_0)], \quad (62)$$

где индексами $_0$ обозначены значения для некоторого избранного момента T_0 . Ход вычисления таков: задаемся значениями T_0 и L , причем T_0 выбирается так, чтобы оно не больше чем на один час отличалось от искомого T , что легко сделать, руководствуясь уже произведенным вычислением границы по аргументу T . Из этого же вычисления можно получить и достаточное для подстановки в формулы (61) и (62) значение ρ . Первая из этих формул даст два значения A , которые, будучи подставлены во вторую формулу, дадут тоже два значения

для t , выраженные в минутах времени. Момент T находится тогда из выражения

$$T = T_0 + t.$$

Одно из полученных значений соответствует западной границе W , другое — восточной границе E . Ясно, что на границе W затмение видно раньше и поэтому для нее T имеет меньшую величину; но ρ и e существенно положительны, и из формулы (62) заключаем, что вычисляемая точка лежит на границе W , если $\cos(A - E_0) < 0$, и на границе E , если $\cos(A - E_0) > 0$.

Дальнейший ход вычисления таков же, как и в предыдущем случае. Находим B , причем при его вычислении удобнее определять b_0 по формуле (52), затем вычисляем географические координаты, прямо или с дифференциальными поправками, в зависимости от величины $\sec A$. Время T необходимо для нахождения часового угла h по таблице элементов.

В случае, если раньше не были вычислены границы по аргументу T и нет никаких указаний на значения T_0 и ρ для заданного L , то нужно предварительно вычислить первое приближение, приняв T_0 хотя бы вблизи середины затмения для Земли вообще или вблизи момента геоцентрического соединения по прямому восхождению и положив $\rho = 1$. Имея несколько вычисленных таким образом точек, можно для дальнейших выбрать T_0 и получить ρ экстраполированием с последующим контролем по таблице 14.

Что касается пределов, между которыми меняется угол L , то в случае затмения первого типа, когда границы W и E существуют в виде отдельных кривых, L может принимать все значения от 0 до 360° , и на этот угол никаких ограничений не налагается. Но если кривые W и E сливаются вместе при затмении второго типа, то существуют такие образующие конуса лунной полутени, которые совсем не касаются земной поверхности, и соответствующие им углы положения должны быть устранены во избежание мнимости решения. В этом случае мы получим предельные значения угла L , полагая в формуле (61) $\sin(A - E_0) = \pm 1$. Отсюда

$$\sin(L - E_0) = \frac{1}{u_e} [c_0 \sin(C_0 - E_0) \mp \rho]. \quad (63)$$

Соответствующее t получаем, заменяя в (62) $\cos(A - E_0)$ нулем:

$$t = \frac{1}{e_0} [u_e \cos(L - E_0) - c_0 \cos(C_0 - E_0)]. \quad (64)$$

Если границы W и E существуют раздельно, то, как мы видели на стр. 55, $|\gamma| < \rho - u$, причем γ близко к $-c_0 \sin(C_0 - E)$. Тогда $|\gamma| - \rho > u_e$, и формула (63) дает для L мнимое значение, указывая этим, что предела для изменения L не существует.

Для того чтобы формула (63) давала для L действительные пределы, должно выполняться условие

$$|c_0 \sin(C_0 - E_0) \mp \rho| < u_e,$$

откуда прежде всего следует, что знак у ρ нужно брать противоположным знаку $c_0 \sin(C_0 - E_0)$, иначе равенство (63) существовать не может, так как всегда $\rho > u_e$. Таким образом, пределы изменения L существуют, если $|\gamma| - \rho < u_e$, откуда

$$\rho - u_e < |\gamma| < \rho + u_e,$$

а это есть условие того, чтобы границы W и E сливались, т. е. чтобы затмение было второго типа, и наши геометрические соображения подтвердились.

Для приближенного вычисления пределов L достаточно положить в формуле (63) $c_0 \sin(C_0 - E_0)$ для середины затмения. При более точном определении нужно взять эту величину для момента $T = T_0 + t$, где t определяется формулой (64).

Если по формуле (63) получены два предельных значения L : L_1 и L_2 , делящие окружность полутени на две части — дугу действительных значений L и дугу мнимых L , нужно еще определить дугу действительных L , т. е. узнать, в какую сторону нужно менять L между найденными пределами. Для решения этого вопроса обратимся к формуле (61), которая при $|\gamma| - u_e < 0$ дает действительное решение для A , если положить в ней $\sin(L - E_0) = \pm 1$ с тем же знаком, что у $c_0 \sin(C_0 - E_0)$. Отсюда заключаем, что

если $c_0 \sin(C_0 - E_0) > 0$, то L равно $E + 90^\circ$,

если $c_0 \sin(C_0 - E_0) < 0$, то L равно $E - 90^\circ$

и лежит на действительной части окружности полутени. Итак, менять угол положения нужно между его пределами L_1 и L_2 в такую сторону, чтобы этот угол прошел через значение $L = E \pm 90^\circ$, причем знак нужно брать одноименным со знаком $c_0 \sin(C_0 - E_0)$.

При вычислении границ W и E может еще возникнуть вопрос о том, начинается или кончается затмение в найденной точке границы. В § 8 мы видели, что на восточной стороне каждой из границ W и E частное затмение начинается, а на западной стороне кончается и что деление овальной границы на эти части производится точками G , определение которых составит задачу дальнейшего § 20. Если положение вычисленной точки границы относительно точек G неизвестно, то ответ на поставленный вопрос дает знак производной dm/dt , который совпадает со знаком $\cos(M - N)$ (см. стр. 70), причем для момента внешнего контакта $M = L$. Действительно, если $dm/dt < 0$, то m с течением времени уменьшается и данная точка погружается в полутень, следовательно, затмение в ней начинается. Если же $dm/dt > 0$, то точка выходит из полутени, и затмение кончается. Таким образом, получается правило:

если $-90^\circ < L - N < +90^\circ$, то затмение кончается,

если $+90^\circ < L - N < 270^\circ$, то затмение начинается.

Отсюда видно, что $L = N \pm 90^\circ$ в точках, в которых затмение начинается и одновременно кончается, что возможно лишь при наибольшей фазе затмения, равной нулю, т. е. в точках G . Мы увидим ниже, что эти точки определяются именно этим условием.

Что касается угла N , то он определяется формулой (46), в которую ξ' и η' должны быть внесены из (41'), причем можно в горизонте положить $B = -d$, так как при определении N не требуется большой точности. Таким образом, N определяется формулами

$$\left. \begin{aligned} n \sin N &= x + h' \rho \sin d \cos A, \\ n \cos N &= y - h' \rho \sin d \sin A, \end{aligned} \right\} n > 0. \quad (65)$$

Вопрос о начале или конце затмения решается также и знаком выражения

$$e \cos(L - E) + h' \rho \sin(L - A) \sin d,$$

которое согласно формулам (65) равно $n \cos(L - N)$, где n существенно положительно. Поэтому, если это выражение отрицательно, то затмение начинается, а если положительно, то затмение кончается.

§ 20. Точки начала и конца частного затмения для Земли вообще. Формула (57) дает для A действительные решения при условии

$$\rho + u_e \geq c \geq \rho - u_e.$$

Если

$$c = \rho + u_e \quad \text{или} \quad c = \rho - u_e, \quad (66)$$

то мы получаем $A = C$, и это есть двойной корень уравнения (57). Очевидно, что первое условие (66) соответствует внешнему прикосновению полутени к Земле в точках H_1 и H_4 (стр. 34—35), а второе — внутреннему в точках H_2 и H_3 . Моменты этих явлений можно получить из таблицы вспомогательных элементов затмения, интерполируя время T , когда в первом приближении c становится равным $1 \pm u_e$. Для этих моментов та же таблица дает $C = A$, что наряду с d позволяет получить из таблиц 6 и 14 значение радиуса ρ . Координата B находится тогда из (53), где b_0 принимает особенно простой вид. Действительно, полагая в уравнениях (58) $C = A$, находим при положительном $c - \rho$, т. е. для внешних контактов, $A = L$ и при отрицательном $c - \rho$ для внутренних контактов $A = L + 180^\circ$. Поэтому теперь

$$-b_0 = 34',5 \pm r_\odot \quad (67)$$

(верхний знак для внешних, нижний — для внутренних контактов).

Интерполирование момента T для условия $c = \rho \pm u_e$ и определение соответствующего C можно произвести следующим образом. Выберем вблизи определяемого контакта круглый момент T_0 и обозначим относящиеся к нему значения элементов индексами 0 . Мы получим опять уравнения (61) и (62), в которых нужно заменить L через $A = C$ или $A + 180^\circ = C + 180^\circ$. Таким образом, найдем:

$$\sin(C - E_0) = \frac{c_0 \sin(C_0 - E_0)}{\rho \pm u_e}, \quad (68)$$

$$t = -\frac{c_0 \sin(C_0 - E_0)}{e_0 \sin(C - E_0)}, \quad (69)$$

где квадрант для $C - E_0$ выбирается так, чтобы было:

$$\begin{aligned} &\text{для западной границы } \cos(C - E_0) < 0, \\ &\text{для восточной границы } \cos(C - E_0) > 0, \end{aligned}$$

так как на западной границе затмение происходит раньше и t имеет меньшее значение, чем на восточной.

Однако приведенные формулы не вполне строгие вследствие того, что правая часть уравнения (57) есть неявная функция A , входящего через ρ , и поэтому условие равенства корней наступает не строго при $A = C$, а при немного отличном значении A , равном

$$A = C + \Delta A, \quad (70)$$

где ΔA — малая величина порядка сжатия Земли. Разлагая ρ в ряд и удерживая лишь малые первого порядка относительно сжатия, получим:

$$\rho = 1 - \mu \cos^2 A \cos^2 B,$$

где

$$\mu = \frac{a^2 - b^2}{2a^2} = 0,0033693$$

(a и b — полуоси земного сфероида). Заменяя здесь A его выражением (70) и внося в уравнение (56), получаем относительно A уравнение второй степени, для равенства корней которого приравняем нулю его дискриминант. Таким образом, находим:

$$\Delta A = \mu \frac{c-1}{c} \cos^2 B \sin 2C,$$

или по внесении числового значения μ в минутах дуги и замене c через $1 \pm u_e$ и B через $-d$, что допустимо по малости ΔA , получим:

$$\Delta A = \pm 11',58 \frac{u_e}{1 \pm u_e} \cos^2 d \sin 2C,$$

где опять верхние знаки берутся для внешних контактов и нижние — для внутренних.

Этим определяется координата A . Для получения B остается в силе формула (67). Что касается выражений (66), а следовательно, (68) и (69), то они с точностью до малых первого порядка включительно тоже сохраняются. При-

чину этого, а также отличия A от C легко пояснить геометрически.

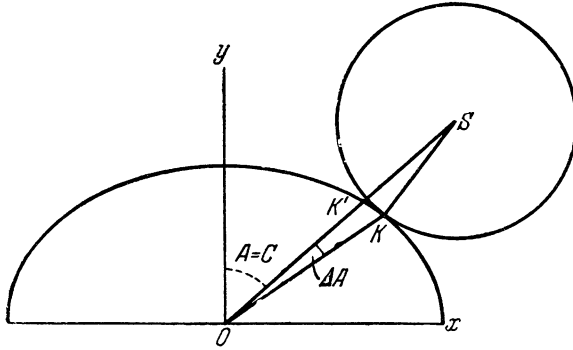


Рис. 32.

Рис. 32 изображает прикосновение круглой полутени к эллиптическому контуру Земли. Прикосновение происходит в точке K , не лежащей на прямой OS , причем угол $K'OK = \Delta A$. Что же касается расстояния OS , то оно отличается от $OK + KS = \rho + u_e$ на малую величину второго порядка, если считать $K'K$ за малую первого порядка.

Найденные моменты внешних и внутренних контактов определяют пределы, в которых нужно брать время T при вычислении точек западной и восточной границ частного затмения. Обозначая эти моменты так:

- T_1 — первого внешнего контакта,
- T_2 — первого внутреннего контакта,
- T_3 — последнего внутреннего контакта,
- T_4 — последнего внешнего контакта,

найдем, что

$$\begin{aligned} &\text{для западной границы } T_1 < T < T_2, \\ &\text{для восточной границы } T_3 < T < T_4. \end{aligned}$$

Если затмение второго типа, то T_2 и T_3 мнимы вследствие условия $c > \rho - u_e$; тогда $T_1 < T < T_4$.

§ 21. Границы наибольшей фазы затмения в горизонте. Точки этих границ определяются основным уравнением конуса уменьшенного радиуса m

$$\left. \begin{aligned} x - \xi &= m \sin M, \\ y - \eta &= m \cos M \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

и уравнением земного сфероида, к которым прибавляются уравнения видимости затмения в горизонте и условие наибольшей фазы (47). Для определения m служит формула (42), в которой нужно принять во внимание, что в горизонте $l_e = u_e$ и $l_i = u_i$:

$$m = u_e (1 - g) - u_i g. \quad (71)$$

Систему таких уравнений можно решать двояким образом: или беря за аргумент время T , причем полученные точки будут принадлежать также изохронам наибольшей фазы, или величину фазы g , и в этом случае получатся также конечные точки изофаз.

В первом случае время T , выбранное произвольно в некоторых пределах, которые будут установлены ниже, определит все элементы затмения. Тогда из основных уравнений (45) получим:

$$\left. \begin{aligned} \xi &= x \mp m \cos N, \\ \eta &= y \pm m \sin N, \end{aligned} \right\} \quad (72)$$

где согласно замечанию на стр. 70 верхние знаки берутся для точек, лежащих к северу от линии центрального затмения, а нижние — для точек, лежащих к югу. Сохраняя и в дальнейшем это правило знаков, напишем в тригонометрической форме

$$\left. \begin{aligned} \rho \sin A &= c \sin C \mp m \cos N, \\ \rho \cos A &= c \cos C \pm m \sin N, \end{aligned} \right\} \quad (73)$$

откуда

$$\left. \begin{aligned} \cos(A - N) &= \frac{c}{\rho} \cos(C - N), \\ \pm m &= \rho \sin(A - N) - c \sin(C - N). \end{aligned} \right\} \quad (74)$$

Выбор знака в последней формуле определяется также тем, что m существенно положительно. Для нахождения N напишем:

$$\left. \begin{aligned} n \sin N &= x' - \xi' = x' + h' \rho \cos A \sin d, \\ n \cos N &= y' - \eta' = y' - h' \rho \sin A \sin d, \end{aligned} \right\} \quad (75)$$

где ввиду малости множителя h' положено $\sin B = -\sin d$, опуская остальные поправочные члены в B . Заменяя здесь $\rho \cos A$ и $\rho \sin A$ их выражениями (73), получим:

$$\operatorname{tg} N = \frac{x' + y h' \sin d}{y' - x h' \sin d}, \quad 0^\circ < N < 180^\circ. \quad (76)$$

Определив отсюда N , мы из уравнений (74) найдем A и m , в случае надобности положив в первом приближении $\rho = 1$. Величина наибольшей фазы находится из

$$g = \frac{u_e - m}{u_e + u_i} \approx \frac{u_e - m}{2u_e - 0,5460}, \quad (77)$$

после чего B вычисляется с помощью формул (53) и (55).

Фаза затмения имеет наибольшую возможную величину при $m = 0$, когда

$$g = \frac{u_e}{u_e + u_i}.$$

Для полного затмения $g > 1$, для кольцеобразного $g < 1$, но как в том, так и в другом случае g близко к единице. Поэтому $1 - 2g$ вблизи линии центрального затмения мало отличается от -1 . Если двигаться вдоль кривой W_m (рис. 12) или E_m , хотя бы с севера на юг, то угол A будет меняться непрерывно, вместе с тем будет непрерывно меняться и b_0 , за исключением лишь момента перехода через линию центрального затмения, когда в выражении (55) приходится менять знак перед вторым членом правой части. Это вызывает в b_0 скачок на $32',0 \sin(A - N)$ и нарушает непрерывность самой кривой. Дальше мы увидим, что для точек центрального затмения в горизонте $A = C$ и $c = \rho$, что, впрочем, геометрически сразу понятно, и отсюда можно получить все обстоятельства разрыва. Для этого обратимся к рис. 33, на котором внутренняя окружность изображает край Солнца, а внешняя — край Луны в момент центрального затмения. На северном конце линии W_m или E_m , в точке G_1 или G_3 (стр. 3⁵) в момент наибольшей фазы происходит лишь внешнее соприкосновение краев Солнца и Луны в точке K , лежащей на краю солнечного диска. При движении вдоль кривой W_m к югу, т. е. к линии центрального затмения, наибольшая фаза непрерывно возрастает, причем согласно нашему правилу мы помещаем в горизонте точку, лежащую на солнечном диаметре KL и переме-

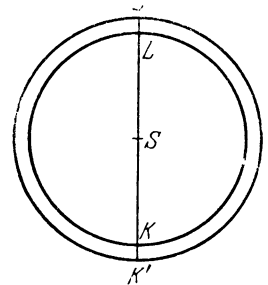


Рис. 33.

шающуюся по мере увеличения фазы затмения из K в L ; при $g=0,5$ соответствующая точка проходит через центр S Солнца; при $g=1$, т. е. внутреннем контакте для полного затмения, она достигает противоположного края в L , и если при полном затмении g продолжает увеличиваться дальше, то сходит с солнечного края со стороны L , оставаясь все время на краю Луны. Наибольшего удаления от L точка достигнет в L' , когда затмение станет центральным и фаза его будет наибольшей. Повторяя эти рассуждения для южной ветви границы W_m , исходя из точки G_2 и двигаясь на север, мы прошли бы вдоль диаметра E в обратном порядке: от точки L к K , которую и поместили бы в горизонте при $g=1$. Наконец, достигнув линии центрального затмения, мы пришли бы к точке K' . Таким образом, при переходе через линию центрального затмения считаемая в горизонте точка перескакивает из L' в K' или обратно, чем и объясняется разрыв в течении границ наибольшей фазы в горизонте. Для устранения возможного недоразумения заметим, что при движении вдоль изогнутой границы W_m или E_m диаметр солнечного диска KL , вдоль которого передвигается помещаемая в горизонте точка, поворачивается около центра Солнца S и меняет свой угол положения. Поэтому точки K и L , соответствующие разным положениям диаметра, не находятся непременно на 180° одна от другой.

При вычислении границ по аргументу g система формул становится иной. Положим $T=T_0+t$, где T_0 — круглый момент, выбранный так, чтобы t было невелико, по возможности, меньше одного часа. Тогда в уравнениях (73) члены $c \sin C$ и $c \cos C$ заменяются такими: $c_0 \sin C_0 + e_0 t \sin E_0$ и $c_0 \cos C_0 + e_0 t \cos E_0$, где индексами 0 обозначены величины, относящиеся к моменту T_0 . Решение таких уравнений относительно A и t дает:

$$\left. \begin{aligned} \sin(A - E_0) &= \frac{1}{\rho} [c_0 \sin(C_0 - E_0) \mp m \cos(N - E_0)], \\ t &= \frac{1}{e_0} [\rho \cos(A - E_0) - c_0 \cos(C_0 - E_0) \mp m \sin(N - E_0)], \end{aligned} \right\} (78)$$

где m определяется уравнением (71), в котором для g можно задавать все значения от нуля до его максимума, равного для центрального затмения

$$g = \frac{u_e}{u_e + u_s},$$

а для нецентрального — данного ниже.

Что касается угла N , входящего в уравнения (78), то его величину приходится определять последовательными приближениями, исходя из следующих соображений. Отличие N от E_0 вызвано присутствием в формулах (46) членов ξ' и η' , происходящих вследствие вращения Земли, скорость которого всегда меньше скорости перемещения тени вследствие движения Луны по орбите. Поэтому N не сильно отличается от E_0 , и в первом приближении можно в первой формуле (78) $\cos(N - E_0)$ положить равным единице. Происходящая вследствие этого ошибка будет тем меньше, чем меньше m , и поэтому выгоднее производить вычисление, начиная с больших значений g . Определив таким образом в первом приближении A , найдем из (75) более точную величину N , причем, кстати, можно по A и d с помощью таблиц 6 и 14 учесть и величину ρ . Этот процесс повторяется до тех пор, пока получаемые значения N не перестанут меняться, т. е. пока следующее приближение не даст значения N , которое бы с точностью до $1'$ повторяло предшествующее. Вычислив таким образом несколько точек границы, можно для каждой следующей точки найти удовлетворительное значение N путем экстраполирования, заканчивая каждый раз вычисление определением N по формулам (75). Это явится, с одной стороны, контролем экстраполированного значения N и критерием правильности данного приближения, а с другой стороны, послужит для дальнейшего экстра-

полирования, которое, таким образом, производится всегда лишь на одну точку вперед во избежание накопления ошибок. Параллельно таким же приемом находится и ρ . Значение B опять определяется с помощью формулы (55).

В случае, если уже произведено вычисление границ по аргументу T , нужда в вычислении последовательных приближений вообще отпадает, так как в таком случае можно для заданных g проинтерполировать точные значения N , а также и ρ .

По нахождении окончательного значения A вторая формула (78) определит момент T , после чего обычным образом находят географические координаты.

Формулы (78) дают для A четыре значения, из которых одна пара получается благодаря двойному знаку при $m \cos(N - E_0)$, что соответствует северной и южной ветвям каждой границы, а другая пара получается вследствие выбора разных квадрантов для $A - E_0$. Так как решение, соответствующее меньшему T , относится к западной границе W_m , то можно дать такое правило:

$$\begin{aligned} \cos(A - E_0) < 0 & \text{ для западной границы,} \\ \cos(A - E_0) > 0 & \text{ для восточной границы.} \end{aligned}$$

Одна пара решений может оказаться мнимой для затмения второго типа, при знаком чего будет неравенство $|\sin(A - E_0)| > 1$.

Конечные точки границ G_1, G_2, G_3, G_4 получаются таким же образом, полагая $g = 0$, а следовательно, $m = u_e$.

В случае затмения второго типа и притом не центрального m не может доходить до нуля, и максимальная фаза затмения для Земли вообще наступает в некоторой точке кривой наибольшей фазы в горизонте, для которой, пренебрегая медленными изменениями u_e и u_i , m имеет минимум. Рис. 34 поясняет, что это наступает для некоторой точки T , не лежащей для эллиптического контура Земли на перпендикуляре, опущенном из центра Земли O на линию PQ , описываемую осью конуса. Это обстоятельство заметным образом не отзывается на длине кратчайшего расстояния ST оси конуса от контура Земли на том же основании, на котором расстояние между окружностью и касательной вблизи точки касания — второго порядка малости по сравнению с удалением от точки касания. Поэтому кратчайшее расстояние ST можно считать равным $S'T' = |\gamma| - \rho$. Однако момент и угол $A = \angle yOT'$ меняются на величину порядка IT — сжатия Земли, первого порядка малости. Поэтому для минимума m можно принять:

$$m = |c_0 \sin(C_0 - E_0)| - \rho, \quad (79)$$

где за исходный момент T_0 избран момент, близкий к условию $C - E = \mp 90^\circ$. Для получения A и t нужно учесть промежуток $T'T'$ или $S'S$, что делается следующим образом.

Направление кратчайшего расстояния TS центра полутени от контура Земли, очевидно, совпадает с внешней нормалью этого контура, имеющего форму эллипса. Нормаль образует с осью x угол $180^\circ - E$. С другой стороны, углы TNx и $TOx = 90^\circ - A$ находятся между собой в таком же соотношении,

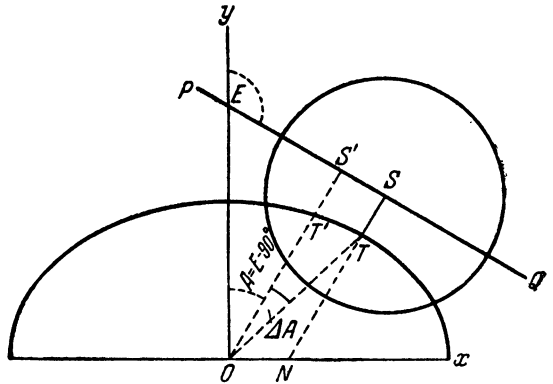


Рис. 34.

какое существует между географической и геоцентрической широтами, так что разность этих углов равна

$$180^\circ - E - (90^\circ - A) = \frac{a^2 - b_1^2}{a^2 + b_1^2} \sin 2E, \quad (80)$$

где a и b_1 — полуоси контура Земли в плоскости xu . Из них a совпадает с большой полуосью земного сфероида, но b_1 , направленная по оси y , равна радиусу Земли на широте $90^\circ - d$, так как ось y образует именно этот угол с плоскостью земного экватора. Для этого радиуса имеем разложение

$$\rho = 1 - \mu \sin^2 \varphi' + \dots$$

при

$$\mu = \frac{a^2 - b^2}{2b^2} = 11',58,$$

где b — малая полуось земного сфероида. Заменяя здесь φ' через $90^\circ - d$, найдем, что

$$b_1 = a(1 - \mu \cos^2 d).$$

Возвращаясь к формуле (80), получим:

$$A = E - 90^\circ - 11',58 \cos^2 d \sin 2E.$$

Если повторить это рассуждение для случая, когда полутень проходит южнее центра Земли, то мы получим такую же формулу, но с обратными знаками у двух последних членов правой части. Оба эти случая можно объединить, написав

$$A = E \mp 90^\circ \mp 11',58 \cos^2 d \sin 2E,$$

где верхние знаки берутся, если $c_0 \sin(C_0 - E_0) < 0$, и нижние — если $c_0 \sin(C_0 - E_0) > 0$.

Необходимо еще определить время, в течение которого полутень проходит отрезок $S'S$, практически равный $T'T$. Это нужно для того, чтобы найти поправку момента. Длина $T'T$ равна произведению радиуса ρ на угол $T'OT$, а скорость движения полутени в плоскости xu есть e_0 . Отсюда искомая поправка момента равна

$$\frac{1}{e_0} \mu \cos^2 d \sin 2E_0,$$

где $\mu = 0,00337$ (в радианах). Если рассмотреть случай прохождения полутени южнее центра Земли, то получается та же поправка, но с обратным знаком. Отсюда искомое t равно

$$t = -\frac{1}{e_0} [c_0 \cos(C_0 - E_0) \pm 0,00337 \cos^2 d \sin 2E_0].$$

Здесь правило знаков — прежнее.

Остается еще определить, чему в этом случае становится равным B , для чего достаточно найти величину b_0 . В общем случае было согласно (55)

$$-b_0 = 34',5 \pm r_\odot (1 - 2g) \sin(N - A),$$

где N определяется уравнениями (75). Подставляя в них $A = E \mp 90^\circ$ и выражая x и y в тригонометрической форме, получим:

$$n \sin N = e \sin E \mp h' \rho \sin d \sin E,$$

$$n \cos N = e \cos E \mp h' \rho \sin d \cos E,$$

откуда заключаем, что в нашем случае $N = E$, так что $A - N = \mp 90^\circ$. Таким образом,

$$-b_0 = 34',5 - r_\odot(1 - 2g),$$

или, полагая $r_\odot = 16',0$ и принимая во внимание (51) и (53):

$$B = -d - 11',54 \sin 2d - (18',5 + 32',0g) \sec A,$$

где g определяется формулой (77), в которой нужно положить:

$$m = |c_0 \sin(C_0 - E_0)| - \rho.$$

Полученное таким образом g определяет наибольшую фазу данного затмения для Земли вообще, а вместе с тем и верхний предел изменения g при вычислении по этому аргументу границы наибольшей фазы в горизонте.

Выясним теперь, в каких пределах нужно брать время при вычислении кривых по аргументу T . Здесь могут встретиться два случая. Может оказаться, что при движении вдоль западной или восточной границы от точки G_1 к G_2 или от G_3 к G_4 время меняется монотонно. В таком случае время нужно варьировать именно между значениями, которое оно имеет для этих точек. Но может случиться, что время имеет между точками $G_1 - G_2$ минимум T_m на западной границе или между $G_3 - G_4$ максимум T_M на восточной границе. Тогда при вычислении кривых W и E по аргументу T последнее нужно брать в пределах от T_m до большего из значений для точек G_1 или G_2 на западе и между меньшим из значений для точек G_3 или G_4 и T_M на востоке.

Минимум T_m и максимум T_M находятся на основании следующих соображений. Считая за независимое переменное A , выразим условие $dT/dA = 0$ или, полагая $T = T_0 + t$, равносильное ему $dt/dA = 0$. Для образования этого выражения надо предварительно выразить t в функции одного лишь A , для чего исключим из уравнений (75) и (78) m , n и N . Приравнивание нулю соответствующей производной дает:

$$\sin(A - E_0) = \frac{h'\rho \sin d}{e_0},$$

откуда получаются для A два действительных значения, поскольку всегда $h' < e$. Уравнение для t тогда дает:

$$t = \frac{\rho - c_0 \cos(A - C_0)}{e_0 \cos(A - E_0)}.$$

Может оказаться, что определенная таким образом точка лежит вне точек G_1 и G_2 или G_3 и G_4 , что возможно, так как при исключении m никакого условия относительно его величины не наложено и оно может стать больше u_e , что никакого физического смысла не имеет. Для решения этого вопроса вычислим m из

$$m = \pm \frac{\rho \sin(A - C_0) - c_0 \sin(C_0 - E_0)}{\cos(A - E_0)}, \quad m > 0.$$

Если окажется, что $m > u_e$, то это указывает на монотонное изменение T между крайними точками. В противном случае, т. е. если $m < u_e$, будут найдены имеющие смысл значения T_m и T_M , которые определяют предел для варьирования T при вычислении кривых наибольшей фазы в горизонте по аргументу времени.

§ 22. Западная и восточная границы главной фазы. Будем называть для краткости «главной фазой» полное или кольцеобразное затмение. Западная и восточная границы такого затмения могут быть вычислены при помощи формул § 21, если заменить в них u_e через радиус тени u_i . Однако, принимая во внимание малость последней величины, можно вместо полного вычисления по общим формулам применить дифференциальные формулы, вычисляя разности

координат точек искоемых границ относительно точки центрального затмения в горизонте. Последняя определяется очевидными условиями

$$x - \xi = 0, \quad y - \eta = 0. \quad (81)$$

Облекая это в тригонометрическую форму и полагая $T = T_0 + t$, причем приближенный момент T_0 получается из таблицы элементов затмения как ближайший к условию $c = 1$, напомним:

$$\left. \begin{aligned} c_0 \sin C_0 + e_0 t \sin E_0 - \rho \sin A = 0, \\ c_0 \cos C_0 + e_0 t \cos E_0 - \rho \cos A = 0. \end{aligned} \right\} \quad (82)$$

Решение этих уравнений дает:

$$\left. \begin{aligned} \sin(A - E_0) &= \frac{1}{\rho} c_0 \sin(C_0 - E_0), \\ t &= \frac{1}{e_0} [\rho \cos(A - E_0) - c_0 \cos(C_0 - E_0)]. \end{aligned} \right\} \quad (83)$$

Здесь более раннее решение, получаемое при $\cos(A - E_0) < 0$, соответствует западной границе, а другое решение, при $\cos(A - E_0) > 0$, относится к восточной границе. Вопрос о нахождении ρ решается без последовательных приближений, так как в нашем случае $A = C$ для момента, когда $c = \rho \approx 1$. Эту величину C легко найти из таблицы элементов интерполированием, после чего ρ определяется с помощью нашей таблицы 14 (стр. 223). Для определения B примем, что в горизонте находится центр Солнца, который в данном случае совпадает с точкой z , откуда

$$-b_0 = 34', 5.$$

Величина наибольшей фазы определяется из (77); она меньше единицы для кольцеобразного и больше единицы — для полного затмения. Продолжительность τ главной фазы равна

$$\tau = \left| \frac{2u_i}{n} \right|,$$

в чем нетрудно убедиться, принимая во внимание, что u_i есть диаметр лунной тени, а n — скорость ее относительного движения, определяемая формулами (46).

Для перехода от точки центрального затмения в горизонте к одной из точек границ главной фазы нужно придать к координатам x , y , ξ , η приращений, вызываемые для x , y изменениями момента на dt , а для ξ , η — изменениями промежуточных координат на dA и dB , причем dt и dA находят из условий

$$\begin{aligned} x_0 + x' dt - \xi_0 - d\xi &= u_i \sin L, & d\xi &= \rho \cos A dA, \\ y_0 + y' dt - \eta_0 - d\eta &= u_i \cos L, & d\eta &= -\rho \sin A dA, \end{aligned}$$

где индексами $_0$ обозначены координаты центральной точки, удовлетворяющие уравнениям (81). Отсюда получаем формулы

$$dA = -\frac{u_i \sin(L - E)}{\rho \cos(A - E)}, \quad (84)$$

$$dt = \frac{u_i \cos(L - A)}{e \cos(A - E)}. \quad (85)$$

Что касается dB , то оно получается как разность значений B для точки границы (для которой можно положить $g = 1$) и точки центральной линии:

$$dB = -r_{\odot} \cos(L - A) \sec A. \quad (86)$$

Переход к поправкам географических координат совершается по дифференциальным формулам, обращая внимание на то, что изменение λ происходит

вследствие двух причин: от изменения промежуточных координат и от изменения момента. Все вычисление удобно производить с четырьмя знаками с помощью следующих вспомогательных величин, в которых принято $r_{\odot} = 16', 0$. Положим:

$$\mu = \frac{u_i}{\cos(A-E)},$$

$$k \sin K = [1,2041] \sin A, \quad k > 0,$$

$$k \cos K = [3,5363] \frac{\mu}{\rho} \cos E,$$

$$q \sin Q = [3,5363] \frac{\mu}{\rho} \sin E, \quad q > 0,$$

$$q \cos Q = [1,2041] \cos A,$$

$$\operatorname{ctg} \psi = \sin A \operatorname{ctg} B = \sin \varphi' \operatorname{tg}(h + \lambda),$$

$\sin \psi$ одинакового знака с $\sin B$,

$$s \sin S = k \cos(\psi - K), \quad s > 0,$$

$$s \cos S = q \sin(\psi - Q),$$

$$v \sin V = -k \sin(\psi - K) - [1,1761] \frac{\mu}{e} \cos \varphi' \sin A,$$

$$v \cos V = q \cos(\psi - Q) - [1,1761] \frac{\mu}{e} \cos \varphi' \cos A, \quad v > 0,$$

тогда

$$\left. \begin{aligned} \Delta\varphi &= s \cos(L - S), \\ \cos \varphi' \Delta\lambda &= v \cos(L - V). \end{aligned} \right\} \quad (87)$$

Здесь в этих формулах A , B , φ' , $h + \lambda$ должны быть взяты из вычисления точки центрального затмения. Полученные $\Delta\varphi$ и $\Delta\lambda$, будучи прибавлены к географическим координатам точки центрального затмения в горизонте, дают точки границы главной фазы по аргументу угла положения L . Заметим, что, несмотря на сложность формул, дифференциальный метод, несомненно, имеет преимущество перед вычислением по общим формулам, так как выражения (87) дают полностью всю границу, т. е. позволяют вычислить сколько угодно ее точек; кроме того, четырехзначное вычисление при этом вполне достаточно.

Уравнения (87) показывают, что границы имеют форму эллипсов с полуосями, которые получаются как максимум и минимум расстояния D точки эллипса от центра:

$$D^2 = \Delta\varphi^2 + (\cos \varphi' \Delta\lambda)^2 = s^2 \cos^2(L - S) + v^2 \cos^2(L - V).$$

Таким образом, для осей эллипса удовлетворяется уравнение $dD/dL = 0$, или

$$2s^2 \cos(L - S) \sin(L - S) + 2v^2 \cos(L - V) \sin(L - V) = 0,$$

откуда для направления осей получается:

$$\operatorname{tg} 2L = \frac{s^2 \sin 2S + v^2 \sin 2V}{s^2 \cos 2S + v^2 \cos 2V}.$$

Отсюда находятся два значения L , разнящиеся между собой на 90° , из которых одно дает направление большой оси эллипса, а другое — направление малой оси.

На контуре эллипса лежит несколько пар замечательных точек. Прежде всего точки первого и последнего контакта тени с поверхностью Земли, которые легко получить из условия, чтобы время T имело максимум и минимум. Обращаясь к формуле (85), мы заключаем, что это будет при $L = A$ и $L = A + 180^\circ$, когда

$$dt = \pm \frac{u_i}{e} \sec(A - E).$$

На западной границе $dt < 0$ соответствует внешнему прикосновению тени, а $dt > 0$ — внутреннему. На восточной границе знаки обратные.

Другая пара точек получается, полагая $L = N \pm 90^\circ$; в них эллипс пересекается кривой наибольшей фазы в горизонте, причем для кольцеобразного затмения при $u_i > 0$ $L = N + 90^\circ$ на северной точке и $L = N - 90^\circ$ на южной точке. Для полного затмения при $u_i < 0$ правило знаков обратное.

Третья пара точек получается благодаря тому соображению, что угол N дает направление движения тени относительно земной поверхности, поэтому условие $L = N$ и $L = N + 180^\circ$ определяет точки, лежащие на пути центра тени, т. е. на центральной линии, причем точка $L = N$ для западного эллипса и точка $L = N + 180^\circ$ для восточного эллипса находятся на дневной поверхности Земли, а другие — на продолжении центральной линии в сторону ночного полушария и поэтому не имеют реального смысла.

Внутри эллипса, на линии центрального затмения и ее продолжении на ночное полушарие, лежат разорванные концы кривых W_m и E_m . Как сказано выше, разрыв происходит вследствие помещения в горизонте разных точек лунного края, благодаря чему высота Солнца над горизонтом различна. Но изменение высоты Солнца близ горизонта меняет лишь угол B на dB , оставляя A практически неизменным (за исключением случая $A = 90^\circ$, т. е. полюса промежуточных координат). dB определяется формулой (86) или, точнее, согласно (55)

$$dB = \mp r_\odot (2g - 1) \sin(N - A) \sec A.$$

Для перехода к разностям географических координат продифференцируем формулы (38), считая A постоянным. После некоторых преобразований получим:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= \pm r_\odot (2g - 1) \sin(N - A) \sin\psi, \\ \cos\varphi' \Delta\lambda &= \pm r_\odot (2g - 1) \sin(N - A) \cos\psi. \end{aligned}$$

Разности координат даются этими формулами в смысле «конец границы минус центральная точка», причем верхние знаки соответствуют концу северной ветви границ, а нижние — южной. Из этих формул видно, что расстояние между разорванными концами границ равно $2r_\odot (2g - 1) \sin(N - A)$, что очень близко к $32' \sin(N - A)$. Поэтому в случае, если $N = A$ или $N = A \pm 180^\circ$, разрыва не происходит, вернее оба конца границы совпадают с центральной точкой.

Приведенные дифференциальные формулы становятся неприменимыми в редких случаях, когда $\cos\varphi'$ близок к нулю, т. е. вблизи земных полюсов, а также при малом $\cos(A - E)$, когда μ становится большим. В первом случае затруднение можно обойти вычислением границ не в географических, а в промежуточных координатах, которые здесь полюса не имеют. Для этой цели воспользуемся формулами (84), (85) и (86), которые соответствующим образом преобразуем.

Прежде всего заметим, что в сферическом треугольнике с вершинами: северный полюс P , полюс C промежуточных координат и заданная точка T с координатами φ' , λ или A , B , угол при T определяется уравнениями

$$\begin{aligned} \sin T \cos \varphi' &= \sin B, \\ \cos T \cos \varphi' &= -\sin A \cos B, \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} \sin T \cos A &= \cos(h + \lambda), \\ \cos T \cos A &= -\sin \varphi' \sin(h + \lambda), \end{aligned}$$

откуда

$$\operatorname{ctg} T = -\sin A \operatorname{ctg} B = -\sin \varphi' \operatorname{tg}(h + \lambda).$$

Сравнивая это с приведенным на стр. 87 выражением для $\operatorname{ctg} \psi$, заключаем, что $T = 180^\circ - \psi$ — таков угол между координатными линиями двух систем φ' , λ

и A, B в данной точке, точнее, угол между линиями $\lambda = \text{const.}$ и $B = \text{const.}$, являющимися меридианами в этих системах.

Далее отметим, что формулы (84) и (86) дают изменения dA и dB , вызванные лишь переходом от центра лунной тени к ее краю без учета эффекта вращения Земли за промежутков dt . Вследствие этого вращения под лунную тень попадают точки с более западной долготой, для учета чего мы должны положить $d\lambda = -15 dt$, так как при выражении $d\lambda$ в минутах дуги нужно учесть, что dt дается формулой (85) в минутах времени.

Вращение Земли влияет только на одну координату λ в системе географических координат, но в системе промежуточных координат меняются обе координаты, причем соответствующее изменение получается дифференцированием формул (38), полагая $d\lambda = -15 dt$. Выполняя эту подстановку и полагая еще

$$\begin{aligned} \omega \sin W &= - \left(\frac{\cos E}{\rho \sin I'} + \frac{15 \sin A \sin B}{e} \right) \frac{u_i}{\cos(A-E)}, \\ \omega \cos W &= \left(\frac{\sin E}{\rho \sin I'} - \frac{15 \cos A \sin B}{e} \right) \frac{u_i}{\cos(A-E)}, \end{aligned}$$

получим для точек искоемых границ:

$$\left. \begin{aligned} \Delta A &= \omega \cos(L - W), \\ \cos A \Delta B &= - \left[16',0 - 15 \frac{u_i \sin A \cos B}{e \cos^2(A-E)} \right] \cos(L - A). \end{aligned} \right\} \quad (88)$$

Этими формулами даются ΔA и ΔB в минутах дуги в смысле

«точка границы минус точка центрального затмения в горизонте».

Заметим, что в формулах (87) $\Delta\varphi$ и $\cos\varphi' \Delta\lambda$, а в формулах (88) ΔA и $\cos A \Delta B$ представляют прямоугольные координаты границ, выраженные в минутах дуги большого круга, по которым эллипсы границ можно построить на карте. Нужно при этом иметь лишь в виду, что в формулах (87) направление осей совпадает с направлением географических меридианов и параллелей, а в формулах (88) оси повернуты на угол $180^\circ - \psi$ по отношению к меридиану, проходящему через точку центрального затмения в горизонте. Построение границ по прямоугольным координатам в любой из этих систем возможно независимо от близости к полюсу данной системы, так как при малых $\cos\varphi'$ или $\cos A$ правые части наших дифференциальных формул продолжают оставаться малыми величинами порядка u_i и r_\odot . Становится невозможным лишь вычисление разности долгот $\Delta\lambda$ вблизи земных полюсов и разности ΔB вблизи полюсов наших промежуточных координат. Но вблизи земных полюсов сохраняется возможность вычисления координат A, B границы с помощью формул (84) и (86) с последующим переходом к φ', λ по недифференциальным формулам (38), причем, конечно, нужно учитывать изменение момента на dt , что вызывает соответствующее изменение часового угла h .

Таким образом, тем или иным способом можно сохранить действенность наших дифференциальных формул для вычисления границ главной фазы в горизонте, за исключением лишь редких случаев, когда мал $\cos(A-E)$. Это бывает при затмениях, у которых полоса главной фазы проходит почти по касательной к земной поверхности. Геометрически понятно, что в этих случаях границы вытягиваются по направлению движения лунной тени и их форма сильно отличается от эллипсов. Возможно даже соединение вместе западной и восточной границ в одну общую искаженную кривую, подобно тому как это бывает с границами частного затмения второго типа. В таких случаях дифференциальный метод вычисления принципиально неприменим.

Заметим, однако, что весь вопрос о вычислении границ главной фазы в горизонте имеет главным образом лишь геометрический интерес и почти не имеет практического значения, так как наблюдения затмения близ самого

горизонта производить бесполезно. Поэтому вполне достаточно ограничивать с запада и востока полосу глазной фазы краевыми наибольшей фазы в горизонте, т. е. границами W_m и E_m .

Приводим пример вычисления восточной границы полной фазы в горизонте для затмения 30 июня 1954 г. Сначала вычислим точку центрального затмения. Рассмотрение таблицы вспомогательных элементов этого затмения, приведенной на стр. 61, показывает, что s достигает единицы приблизительно в 13^h57^m . Поэтому за начальный момент T_0 удобно выбрать 14^h00^m . Однако для повышения точности вычислений следует брать медленно меняющиеся величины (которые считаются в наших формулах постоянными) не для момента T_0 , а проинтерполировать для более точного момента 13^h57^m . Это касается следующих величин:

$$\begin{aligned} c_0 \sin(C_0 - E_0) &= -0,61360, & u_i &= -0,00569, \\ e_0 &= +0,009339, & x' &= +0,009220, \\ E_0 &= 99^\circ 10',7, & y' &= -0,001490, \end{aligned}$$

Приближенное значение C получаем интерполированием из той же таблицы: $C = 61^\circ,4$. Полагая $A = C$ и $B_0 = -d - \Delta B = -23^\circ 11',3 - 8',4 = -23^\circ 19',7$, находим по таблице 14 для горизонта $\rho = 0,99963$. С этими значениями первая формула (83) дает $\sin(A - E_0) = -0,61383$, откуда $A - E = 37^\circ 52',0$ и $A = 61^\circ 18',7$. Здесь $\sec A = 2,083$, хотя и великоват для вычисления dB по формуле (86), однако ее применение еще допустимо. Тогда $b \sec A$ при $-b = 34',5$ равно $-71',9$, откуда $B = -24^\circ 31',6$. Поправку момента получаем по второй формуле (83):

$$t = \frac{0,78915 - 0,82055}{0,009339} = -3,361 \text{ мин.}$$

Отсюда искомый момент конца центрального затмения в горизонте

$$T = T_0 + t = 13^h56^m,639 = 13^h56^m38^s,3.$$

Вычисление географических координат по формулам (38) дает:

$$\varphi_0 = +26^\circ 2',8, \quad \lambda_0 = 74^\circ 29',7 \text{ В.}$$

Если бы мы вычислили географические координаты со значением B_0 и поправку за рефракцию ввели после с помощью коэффициентов Φ и Λ , то нашли бы:

$$\varphi_0 = +26^\circ 3',2, \quad \lambda_0 = 74^\circ 29',9 \text{ В.}$$

Различие с предшествующим результатом столь мало, что реального значения не имеет.

Переходим теперь к вычислению всей границы полной фазы в горизонте по дифференциальным формулам, которые приводим с четырехзначными таблицами. Прежде всего нужно найти n и N . По формулам (75) получаем $\lg n = 8,0205$ и $N = 106^\circ 37'$. Здесь мы имеем редкий случай увеличения относительной скорости лунной тени в координатной плоскости xu по сравнению с абсолютной скоростью: $n > e$. Происходит это по той причине, что точка A , для которой проводится

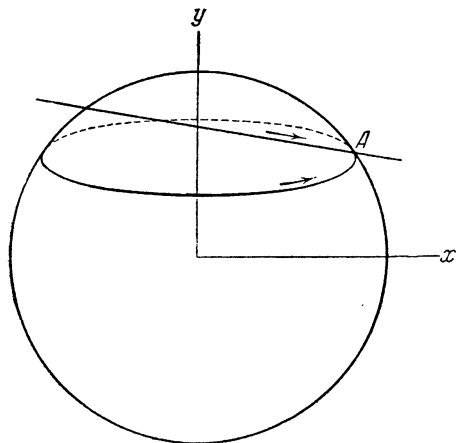


Рис. 35.

вычисление, лежит на северной параллели, больше половины которой находится на дневном полушарии благодаря большому положительному склонению Солнца.

Поэтому при суточном вращении Земли точка A начинает двигаться в проекции на плоскость xu к западу (координата ξ начинает уменьшаться) и к северу (координата η увеличивается), т. е. навстречу лунной тени, которая всегда движется к востоку и в данном случае к югу (x' положительно, y' отрицательно), что и увеличивает скорость движения лунной тени по отношению к точке A . Это рассуждение поясняется рис. 35.

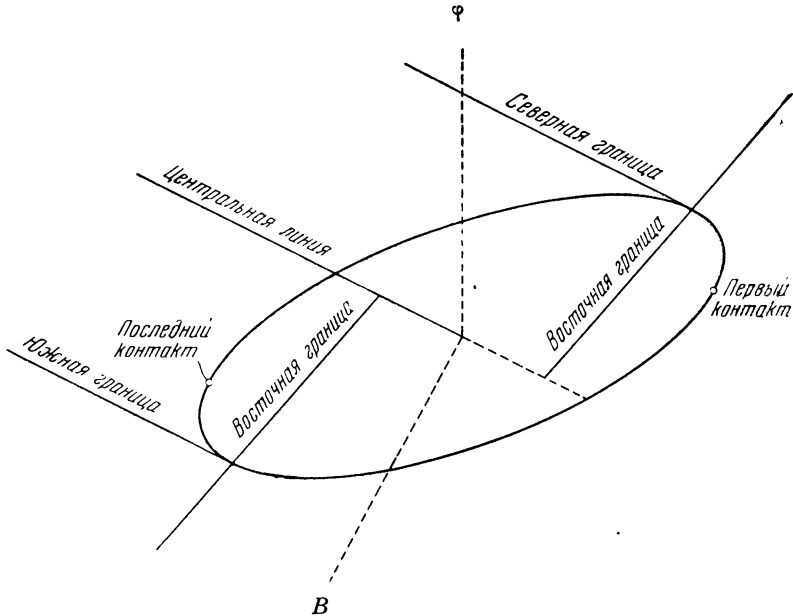


Рис. 36.

Дальше вычисляем вспомогательные величины по формулам стр. 87, которые дают:

$$\begin{aligned}\psi &= -27^{\circ}29', \\ K &= 74^{\circ}16', & \lg k &= 1,1638, \\ Q &= 287^{\circ}25', & \lg q &= 1,4091.\end{aligned}$$

Наконец, получаем такие формулы для вычисления эллипса восточной границы

$$\begin{aligned}\Delta\varphi &= 18',41 \cos(L - 350^{\circ}43'), \\ \cos\varphi' \Delta\lambda &= 32',89 \cos(L - 45^{\circ}23'),\end{aligned}$$

с помощью которых и построена изображенная на рис. 36 восточная граница. Упомянутые замечательные точки на границе имеют такие координаты:

точки первого и последнего контакта

$$\text{при } L = A \text{ и } L = A \mp 180^{\circ} \quad \Delta\varphi = \pm 6',1, \quad \cos\varphi' \Delta\lambda = \pm 31',6,$$

точки пересечения с линией центрального затмения

$$\text{при } L = N \text{ и } L = N \mp 180^{\circ} \quad \Delta\varphi = \mp 8',0, \quad \cos\varphi' \Delta\lambda = \pm 15',8,$$

точки пересечения с границей наибольшей фазы в горизонте

$$\text{при } L = N \mp 90^{\circ} \quad \Delta\varphi = \pm 16',6, \quad \cos\varphi' \Delta\lambda = \pm 28',8.$$

Вычисление той же границы в промежуточных координатах дало:

$$\begin{aligned}\Delta A &= 28',05 \cos(L - 16^{\circ}58'), \\ \cos A \Delta B &= 25',24 \cos(L - 241^{\circ}19'),\end{aligned}$$

что представляет тот же эллипс, но повернутый на угол $180^\circ - \psi = 152^\circ 31'$ (равный углу между координатными линиями $\lambda = \text{const.}$ и $B = \text{const.}$).

§ 23. Полоса главной фазы. При вычислении полосы главной фазы, в которое входит вычисление линии центрального затмения, северной и южной границ и изохрон полного или кольцеобразного затмения, должна быть обеспечена максимальная точность. Поэтому большинство вычислений приходится выполнять с пятью десятичными знаками.

Линия центрального затмения определяется условиями

$$\xi = x, \quad \eta = y, \quad (89)$$

которые позволяют вычислить географические координаты соответствующей точки по аргументу T . Найдя затем ζ , ξ' , η' по общим формулам и полагая

$$\left. \begin{aligned} n \sin N &= x' - \xi', \\ n \cos N &= y' - \eta', \end{aligned} \right\} n > 0, \quad (90)$$

$$\left. \begin{aligned} l_e &= u_e - \zeta \operatorname{tg} f_e, \\ l_i &= u_i - \zeta \operatorname{tg} f_i, \end{aligned} \right\} \quad (91)$$

получим величину фазы центрального затмения

$$g = \frac{l_e}{l_e + l_i}$$

продолжительность главной фазы

$$\tau = 2 \frac{|l_i|}{n} \text{ мин.}$$

Затмение полное, если $l_i < 0$, в противном случае оно кольцеобразное. Приближенная высота b_\odot Солнца (точнее, высота точки z над геоцентрическим горизонтом) определяется из формулы

$$\sin b_\odot = \frac{\zeta}{\rho},$$

точная высота и азимут Солнца в момент центрального затмения даются формулами (99) на стр. 97.

Изохроны определяются уравнениями

$$\left. \begin{aligned} x - \xi &= l_i \sin L, \\ y - \eta &= l_i \cos L, \end{aligned} \right\} \quad (92)$$

в которых можно принять для l_i его значение в точке центрального затмения для того же момента и все решение провести по дифференциальным формулам, которые легко получить, дифференцируя формулы (37) при постоянных d , h и ρ . Первые две величины строго постоянны, так как относятся к одному и тому же моменту; считая постоянным ρ , мы заменяем земной сфероид шаром соответствующего радиуса, что в окрестностях данной точки центральной линии вполне допустимо.

Таким путем получаем:

$$d\xi = -\rho \sin \varphi' \sin (h + \lambda) d\varphi' + \rho \cos \varphi' \cos (h + \lambda) d\lambda,$$

$$d\eta = \rho [\cos \varphi' \cos d + \sin \varphi' \sin d \cos (h + \lambda)] d\varphi' - \rho \cos \varphi' \sin d \sin (h + \lambda) d\lambda.$$

Отсюда, принимая во внимание третье равенство (37) и полагая $d\varphi' = d\varphi$, найдем:

$$d\varphi = -\frac{1}{\zeta} [\sin d \sin (h + \lambda) d\xi - \cos (h + \lambda) d\eta],$$

$$\cos \varphi' d\lambda = -\frac{1}{\zeta} \{ [\cos \varphi' \cos d + \sin \varphi' \sin d \cos (h + \lambda)] d\xi + \sin \varphi' \sin (h + \lambda) d\eta \}.$$

Полагая здесь

$$\begin{aligned} d\xi &= \xi - x = -l_i \sin L, \\ d\eta &= \eta - y = -l_i \cos L, \end{aligned}$$

мы получим искомые формулы, в которых для удобства вычисления введем следующие вспомогательные величины:

$$\left. \begin{aligned} q \sin Q &= -\sin d \sin (h + \lambda), \\ q \cos Q &= \cos (h + \lambda), \\ p \sin P &= \cos \varphi', \\ p \cos P &= \sin \varphi' \cos (h + \lambda), \\ w \sin W &= p \sin (P + d), \\ w \cos W &= \sin \varphi' \sin (h + \lambda), \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} q > 0; \\ p > 0; \\ w > 0, \end{array} \quad (93)$$

где в правых частях берутся координаты из вычисления точки центрального затмения; тогда, обозначая через $\Delta\varphi$ и $\Delta\lambda$ разности широт и долгот точки изохроны и точки центрального затмения, получим:

$$\left. \begin{aligned} \Delta\varphi &= -\frac{l_i}{\zeta} q \cos (L - Q), \\ \cos \varphi' \Delta\lambda &= -\frac{l_i}{\zeta} w \cos (L - W), \end{aligned} \right\} \quad (94)$$

где для выражения $\Delta\varphi$ и $\Delta\lambda$ в минутах дуги правые части должны быть помножены на $1/\sin 1' = [3,5363]$, а для выражения в километрах — на $6378 = [3,8047]$. Аргументом в этих формулах является угол положения L .

Уравнения (94) показывают, что изохроны имеют вид эллипсов. Из геометрических соображений ясно, что малая ось эллипса равна l_i , а большая ось, удлиненная косою проекцией на земную поверхность, равна $l_i \operatorname{cosec} b_{\odot}$.

В этих выводах поверхность земного сфероида заменяется плоскостью, касательной к нему в точке центрального затмения.

Дифференциальные формулы становятся неточными, во-первых, при малом ζ , т. е. вблизи горизонта или близ западной и восточной границ, и, во-вторых, при малом $\cos \varphi'$, т. е. вблизи земных полюсов. В первом случае неточность происходит от сильного вытягивания тени при косом падении на земную поверхность, и здесь бы пришлось учитывать члены второго порядка, т. е. принимать во внимание кривизну земной поверхности, что по сложности формул не представляет преимуществ перед полным, недифференциальным вычислением. Во втором случае неточность можно устранить вычислением дифференциальных поправок не в географических, а в промежуточных координатах, от которых совершать переход к φ и λ по строгим формулам (38).

Для такого вычисления в промежуточных координатах продифференцируем первые два уравнения (39)

$$\begin{aligned} d\xi &= \rho \cos A dA, \\ d\eta &= -\rho \sin A \cos (B + d) dA - \rho \cos A \sin (B + d) dB \end{aligned}$$

и приравняем правые части соответственно $-l_i \sin L$ и $-l_i \cos L$.

Отсюда

$$\left. \begin{aligned} \Delta A &= -\frac{l_i}{\rho} \sec A \sin L, \\ \cos A \Delta B &= \frac{l_i}{\rho \zeta} s \cos (L - S), \end{aligned} \right\} \quad (95)$$

где положено

$$\begin{aligned} s \sin S &= \rho \sin A \cos (B + d), \\ s \cos S &= \rho \cos A, \end{aligned} \quad s > 0.$$

Эти формулы дают тот же эллипс изохроны, что и (94), но координатные оси в этих двух системах образуют между собой угол $180^\circ - \psi$, определенный на стр. 87.

Заметим, что даже близко к полюсам, когда схождение меридианов становится уже очень заметным, дифференциальные формулы в координатах φ , λ годятся для нанесения изохрон на карту, если поступать следующим образом. Начертим на карте прямоугольную сетку с началом в точке центрального затмения и осью ординат, ориентированной по меридиану, и нанесем изохрону при помощи этой сетки по прямоугольным координатам $x = \Delta\lambda \cos \varphi$ и $y = \Delta\varphi$. Вместо вычерчивания сетки на карте удобнее пользоваться сеткой на кальке, накладываемой соответствующим образом на карту. Этот способ можно рекомендовать не только вблизи полюсов, но и вообще и притом всегда, когда приходится чертить кривую по дифференциальным формулам, как, например, в предыдущем параграфе для границ W_0 и E_0 .

Если положить в формулах (94) $L = N \mp 90^\circ$, то получатся точки северной и южной границ главной фазы, соответствующие тому же моменту времени и, следовательно, лежащие на одной изохроне наибольшей фазы с точкой центрального затмения. Тогда для кольцеобразного затмения будет:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= \pm \frac{l_i}{\zeta} q \sin (N - Q), \\ \cos \varphi' \Delta\lambda &= \pm \frac{l_i}{\zeta} q \sin (N - W), \end{aligned}$$

причем верхние знаки дают северную границу, а нижние — южную. Для полного затмения правило знаков обратное.

Если положить в формулах (94) $L = N$ и $N \pm 180^\circ$, то получатся точки пересечения изохроны с линией центрального затмения, а следовательно, прямая, соединяющая эти точки, есть элемент центральной линии, определяющий также направление движения тени по земной поверхности.

Главная неточность дифференциального метода вычисления северной и южной границ главной фазы происходит от ошибки в угле N , который берется для центральной точки, в то время как его следовало бы брать для искомой точки границы. Но нетрудно видеть, что ошибка в N сдвинет искомую точку почти в направлении вычисляемой границы и поэтому влияет главным образом на положение изохроны наибольшей фазы, что имеет меньшее значение, а не на положение самой границы. Другая причина неточности в том, что множитель l_i , входящий в дифференциальные формулы, заметно меняется с изменением ζ , что вызывает асимметрию в положении границ относительно линии центрального затмения и деформирует эллипс изохроны. Это обстоятельство можно учесть, прибавляя в формулах (94) и (95) к l_i поправку

$$\Delta l_i = \pm \frac{l_i}{\zeta} c \sin (N - C) \operatorname{tg} f_i,$$

которая в сущности представляет уже член второго порядка.

Более полные дифференциальные формулы для вычисления северной и южной границ с учетом изменения угла N даны Комри [73] в статье «Вычисление полных солнечных затмений» и в заметке Робертсона по поводу этой статьи [141].

Северная и южная границы главной фазы могут быть нанесены на карту не только по координатам точек этих границ, но также и по ширине D полосы

главной фазы, измеряемой перпендикулярно к направлению центральной линии. Кроме того, независимо от такого способа построения границ знание этой ширины, выраженной в километрах, представляет важную характеристику затмения. Служащая для этого формула выводится следующим образом.

Пусть ξ , η , ζ — координаты точки центрального затмения для некоторого момента, а $d\xi$, $d\eta$, $d\zeta$ — их изменения за промежуток времени dt . Тогда уравнение прямой, касательной в данной точке к линии центрального затмения, напишется так:

$$\frac{x - \xi}{d\xi} = \frac{y - \eta}{d\eta} = \frac{z - \zeta}{d\zeta} = j, \quad (96)$$

где x , y , z — текущие координаты. Продвинемся по этой прямой, исходя из

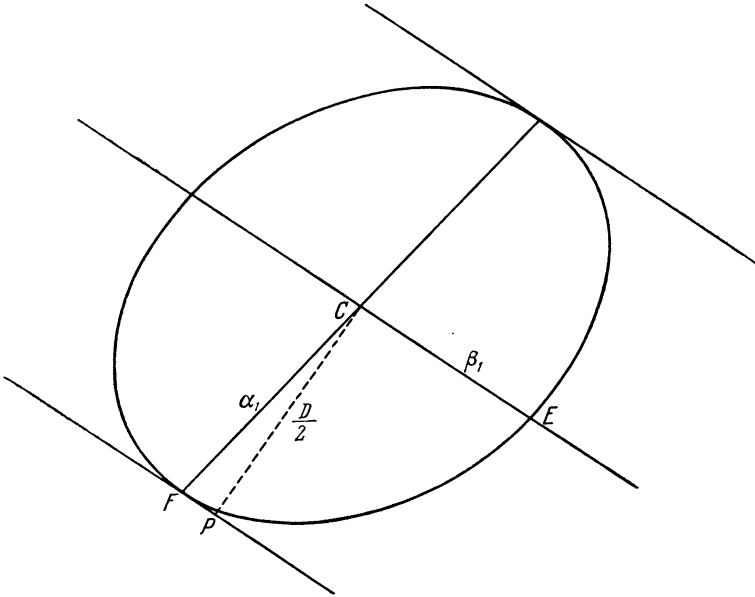


Рис. 37.

точки C центрального затмения до поверхности конуса тени в точке F (рис. 37). Координаты этой точки должны удовлетворять уравнению конуса

$$(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 = l_i^2,$$

откуда

$$j = \frac{l_i}{\sqrt{d\xi^2 + d\eta^2}}.$$

Но

$$d\xi = x' - \xi' \quad \text{и} \quad d\eta = y' - \eta',$$

так что

$$d\xi^2 + d\eta^2 = (x' - \xi')^2 + (y' - \eta')^2 = n^2$$

и

$$j = \frac{l_i}{n}.$$

Длина отрезка CF , равная радиусу α_1 лунной тени, есть

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= +\sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2} = \\ &= j\sqrt{d\xi^2 + d\eta^2 + d\zeta^2} = |l_i| \sqrt{1 + \left(\frac{d\zeta}{n}\right)^2}. \end{aligned}$$

Для получения $d\zeta$ продифференцируем выражение

$$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = \rho^2,$$

считая радиус ρ земного сфероида постоянным:

$$\xi d\xi + \eta d\eta + \zeta d\zeta = 0,$$

откуда

$$d\zeta = -\frac{\xi d\xi + \eta d\eta}{\zeta} = -\frac{n}{\zeta} (\xi \sin N + \eta \cos N).$$

Таким образом,

$$\alpha_1 = \frac{|l_i|}{\zeta} \sqrt{\zeta^2 + (\xi \sin N + \eta \cos N)^2}.$$

Полудиаметр α_1 определяется на нашем эллипсе тени углом $L = N$; нас интересует сопряженный полудиаметр CE , равный β_1 , для которого $L = N \pm 90^\circ$. Согласно известному свойству эллипса произведение $\alpha_1 \beta_1$ на синус угла между ними равно произведению полуосей эллипса $\alpha \beta$, что запишем так:

$$\alpha_1 \beta_1 \sin(FCE) = \alpha \beta.$$

Но $\beta_1 \sin(FCE)$ равно длине перпендикуляра, опущенного из C на касательную FP , параллельную линии CE центрального затмения. Эта касательная есть граница полосы главной фазы и, следовательно, длина перпендикуляра CP равна полуширине $D/2$ этой полосы.

Отсюда

$$\frac{D}{2} = \beta_1 \sin(FCE) = \frac{\alpha \beta}{\alpha_1}.$$

Как сказано выше, полуоси эллипса тени равны

$$\alpha = l_i \operatorname{cosec} b, \quad \beta = l_i,$$

где b — высота Солнца в точке C , или можно положить

$$\alpha = \frac{|l_i|}{\zeta}.$$

Таким образом,

$$\frac{D}{2} = \frac{l_i^2}{\zeta \alpha_1},$$

и после подстановки найденного выше значения α_1

$$\frac{D}{2} = \frac{|l_i|}{\sqrt{\zeta^2 + (\xi \sin N + \eta \cos N)^2}}. \quad (97)$$

Это и есть искомая формула, которая дает полуширину полосы главной фазы в единицах радиуса земного экватора; для перевода в километры нужно ввести множитель $6378 = [3,8047]$, а для выражения в минутах дуги большого круга — помножить на $1/\sin 1' = 3438 = [3,5363]$.

Заметим, что формула для $D/2$, выведенная Михайловым в «Теории солнечных затмений» [22], стр. 97, неверна, правильная формула дана им же в статье «О вычислении зоны полной фазы солнечных затмений» [114].

Другую формулу для вычисления $D/2$ можно получить, если предварительно вычислить скорость v и азимут α направления движения лунной тени по земной поверхности, для которых имеем:

$$\left. \begin{aligned} v \sin \alpha &= -\frac{n}{\zeta} \omega \cos(N - W), \\ v \cos \alpha &= -\frac{n}{\zeta} q \cos(N - Q). \end{aligned} \right\} \quad (98)$$

Эти формулы получаются из (94), если принять во внимание, что направление движения в координатной плоскости xu определяется условием $L=N$, а скорость — величиной n . В знаменателе этих формул ζ опять учитывает вытягивание эллипса тени при косом падении лучей на земную поверхность. Отсюда v получается в единицах радиуса экватора в минуту, и для перевода в километры в секунду v должно быть умножено на 106,3 = [2,0265]. Обычно v есть величина порядка 1 км/сек и увеличивается при уменьшении высоты Солнца вследствие уменьшения ζ .

Теперь можно получить угол δ между осью конуса тени и элементом центральной линии из сферического треугольника с вершинами: зенит, точка z , точка пересечения продолженной касательной к центральной линии с небесной сферой. А именно,

$$\cos \delta = \cos (a_{\odot} - a) \cos b_{\odot},$$

где a_{\odot} и b_{\odot} — азимут и высота Солнца (точки z), даваемые формулами

$$\left. \begin{aligned} \cos b_{\odot} \sin a_{\odot} &= \cos d \sin (h + \lambda), \\ \cos b_{\odot} \cos a_{\odot} &= -\cos \varphi \sin d + \sin \varphi \cos d \cos (h + \lambda), \\ \sin b_{\odot} &= \sin \varphi \sin d + \cos \varphi \cos d \cos (h + \lambda). \end{aligned} \right\} \quad (99)$$

Тогда

$$\frac{D}{2} = \frac{|l_i|}{\zeta} \sin \delta, \quad (100)$$

или, немного точнее,

$$\frac{D}{2} = |l_i| \sin \delta \operatorname{cosec} b_{\odot}. \quad (100')$$

Найдя одним из способов полуширину полосы главной фазы, получим положение границ этой полосы на карте, откладывая в масштабе карты расстояние $\frac{D}{2}$ в обе стороны от линии центрального затмения, по перпендикуляру к последней.

Однако линия центрального затмения не делит D строго пополам, а лежит относительно границ немного асимметрично, причем эта асимметрия является величиной второго порядка по отношению к l_i и при малом ζ может стать вполне заметной. Обозначая через $\frac{D_n}{2}$ и $\frac{D_s}{2}$ расстояния границ N и S от центральной линии, так что $\frac{D_n}{2} + \frac{D_s}{2} = D$, можно вывести для асимметрии такую формулу, точную до малых второго порядка включительно:

$$\frac{D_n}{2} - \frac{D_s}{2} = \pm \frac{l_i}{\zeta} \cos b_{\odot} (2 \operatorname{tg} f_i + l_i \operatorname{cosec}^2 b_{\odot}) \sin \delta.$$

Выбор знака определяется тем, что центральная линия смещена в сторону той границы, на которой высота Солнца больше, а следовательно, больше и ζ .

Выше (стр. 37) было указано, что возможны случаи перехода кольцеобразного затмения в полное и обратно. Это бывает, если вследствие увеличения ζ выражение

$$l_i = u_i - \zeta \operatorname{tg} f_i$$

при положительном u_i проходит через нуль. Для этого необходимо, но не достаточно, чтобы было $0 < u_i < \operatorname{tg} f_i$, что сразу позволяет определить возможность такого перехода для данного затмения.

Учитывая, что u_i меняется медленно и почти пропорционально времени, а $\operatorname{tg} f_i$ практически постоянно, можно написать для момента $T_0 + t$, в который совершается указанный переход,

$$u_0 + u't = \zeta \operatorname{tg} f_i,$$

где u_0 — значение u_i в момент T_0 , выбранный близ середины затмения для Земли вообще, а u' — изменение u_i за одну минуту. Присоединяя уравнения центральной линии

$$\begin{aligned}x_0 + x't &= \xi, \\y_0 + y't &= \eta\end{aligned}$$

и земного сфероида

$$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = \rho^2,$$

в котором можно принять $\rho = 1$, получим для определения моментов перехода кольцеобразного затмения в полное и обратно квадратное уравнение, для решения которого введем вспомогательные величины

$$\begin{aligned}\lambda &= (u' \operatorname{ctg} f_i)^2 + e_0^2, \\ \mu &= (u_0 \operatorname{ctg} f_i) (u' \operatorname{ctg} f_i) + e_0 c_0 \cos(C_0 - E_0), \\ \nu &= (u_0 \operatorname{ctg} f_i)^2 + c_0^2 - 1,\end{aligned}$$

где c_0 , C_0 , e_0 , E_0 — известные нам элементы затмения для момента T_0 . Тогда

$$t = \frac{-\mu \pm \sqrt{\mu^2 - \lambda\nu}}{\lambda}$$

Для того чтобы t было действительно, должно выполняться неравенство

$$\mu^2 \geq \lambda\nu.$$

Если его переписать в раскрытом виде и принять во внимание, что в первом приближении решение не должно зависеть от выбора момента T_0 , за который примем момент середины затмения для Земли вообще, когда $-c_0 \sin(C_0 - E_0) = \gamma$, а $c_0 \cos(C_0 - E_0) = 0$, то получим, пока сохраняя ρ :

$$e_0^2 (\rho^2 - \gamma^2 - u_0^2 \operatorname{ctg}^2 f_i) + (u' \operatorname{ctg} f_i)^2 (\rho^2 - \gamma^2) > 0. \quad (101)$$

Здесь $(u' \operatorname{ctg} f_i)^2$ — всегда малая величина, раз в 100 меньшая e^2 , и знак дискриминанта (101) зависит в основном от знака первого члена. Поэтому с достаточной уверенностью можно сказать, что главная фаза затмения бывает кольцеобразной лишь в случае, если

$$1 - \gamma^2 > (u_0 \operatorname{ctg} f_i)^2 > 0,$$

или

$$\operatorname{tg} f_i \sqrt{1 - \gamma^2} > u_0 > 0. \quad (102)$$

Когда u_0 очень близко к верхнему пределу, даваемому этой формулой, то на знак дискриминанта может повлиять отброшенный член. Тогда для более строгого решения обратимся к формуле (101), на основании которой напомним искомое условие в такой форме:

$$\sqrt{\lambda(\rho^2 - \gamma^2)} > e_0 u_0 \operatorname{ctg} f_i > 0. \quad (103)$$

Подобный случай представляло затмение 17 апреля 1912 г., для которого Nautical Almanac дает:

середина затмения $T_0 = 11^h 34^m, 5$ всемирного времени,

$$\begin{aligned}u_i = u_0 &= +0,00390, \\ \lg \operatorname{tg} f_i &= 7,66582, \\ \gamma &= 0,5280,\end{aligned}$$

откуда по формуле (102)

$$0,00393 > u_0 > 0,$$

т. е. u_0 находится почти на пределе неравенства. Для более строгого решения обращаемся к формуле (103) и, полагая в ней для большей уверенности $\rho = 0,99693$ (для полюса и в горизонте), находим:

$$e_0 u_0 \operatorname{ctg} f_i = 0,00765,$$

$$\sqrt{\lambda(\rho^2 - \gamma^2)} = 0,00769.$$

Условие (103) удовлетворяется, и вычисление линии центрального затмения действительно обнаруживает перемену знака у L_i , а вместе с тем переход кольцеобразного затмения в полное и обратно.

По поводу приведенных критериев нужно заметить, что строгая формула (103) дает всегда несколько больший предел, чем упрощенная формула (102). Поэтому, если удовлетворяется неравенство (102), то и подавно будет удовлетворено неравенство (103), так что в нашем примере приложение строгой формулы было лишним. Только в случае, если u_0 несколькими единицами пятого знака превосходит предел $\operatorname{tg} f_i \sqrt{1 - \gamma^2}$, нужно обратиться к строгой формуле.

Мы привели все необходимое для наглядного представления течения полного или кольцеобразного затмения в пределах полосы главной фазы. Контур лунной тени на земной поверхности для данного момента есть изохрона главной фазы, которая может быть вычислена и нанесена на карту по точкам, соответствующим разным углам положения L , при помощи дифференциальных формул, данных в настоящем параграфе. Если провести на карте несколько изохрон через равные промежутки времени, например через 5 мин., и у точек, по которым изохроны строились, подписать значения углов L , например через 10° , то по такой карте можно без вычислений определить моменты начала и конца главной фазы, а также углы положения контактов для любого пункта в пределах полосы затмения.

Явление представляется картой следующим образом. Овал лунной тени скользит по земной поверхности, медленно деформируясь. Когда передний, восточный его край достигает данного места, начинается главная фаза; соответствующий момент интерполируется по двум соседним изохронам, угол положения отсчитывается в соответствующей точке изохроны. Противоположный, западный, край дает те же данные для конца главной фазы.

Как на пример такого изображения течения полного затмения укажем на карту затмения для Северного Кавказа, приложенную к предвычислению А. А. Михайлова для полного солнечного затмения 19 июня 1936 г. [23].

Более точно определяются моменты и углы положения контактов главной фазы с помощью полного вычисления, изложенного в § 28, или с помощью приведенных выше дифференциальных формул.

§ 24. Пример вычисления центрального затмения. В качестве примера применения формул предыдущего параграфа приведем основные этапы вычисления полного затмения 30 июня 1954 г. для точки, в которой центральное затмение происходит в $13^h 0^m$ всемирного времени. Попутно дадим пример употребления некоторых таблиц, предназначенных для приближенного вычисления, в данном случае первого приближения.

Таблицы элементов затмения, приведенные на стр. 60 и 61, дают для $T = 13^h 0^m$:

$$\begin{array}{ll} x = +0,35468, & x' = +0,009222, \\ y = +0,56408, & y' = -0,001483, \\ u_i = -0,00577, & d = +23^\circ 11', 5, \\ \lg \operatorname{tg} f_i = 7,6605, & h = 14^\circ 8', 7. \end{array}$$

По трехзначному $\xi = x$ наша таблица 19 (стр. 233—234) дает приближенное значение $A = +20^\circ, 8$, после чего из таблицы 20 (стр. 235—241) по аргу-

ментам A и $\eta = y$ получаем $B + d = +52^\circ,8$, откуда $B = +29^\circ,6$. С этими A и B из таблицы 15 (стр. 224—226) находим $\lg \rho = 9,99903$.

Теперь можно перейти к точному вычислению географических координат по формулам и по схеме § 15. В результате получим:

$$\begin{aligned} A &= +20^\circ 49',4, & \varphi &= +54^\circ 33',1, \\ B &= +29^\circ 35',4, & \lambda &= 23^\circ 27',5 \text{ В.} \end{aligned}$$

По третьей формуле (39) вычисляем $\lg \zeta = 9,8708$, что дает $\zeta \operatorname{tg} f_i = +0,00340$ и $l_i = -0,00917$.

По формулам (42) находим:

$$\xi' = +0,002009, \quad \eta' = +0,000609,$$

откуда согласно (46) в логарифмах

$n \sin N$	7,8581
$n \cos N$	7,3206 n
$\operatorname{tg} N$	0,5375 n
...	9,9824
n	7,8757
N	106°11'

Теперь $120 l_i/n = 146,5$ есть продолжительность полной фазы в секундах. $L = N$ и $L = N + 180^\circ$ дают углы положения внутренних контактов.

Переходим к вычислению ширины полосы полного затмения по формуле (97):

$\xi \sin N$	+0,3406
$\eta \cos N$	-0,1571
Σ	+0,1835
Σ^2	+0,0337
ζ^2	+0,5516
знам. ²	+0,5853
знам.	+0,7650
$2 l_i $	+0,01834
D рад.	+0,02397
D км	152,9

Вычисление дифференциальных членов по (93) дает:

$\lg q$	9,9180	Q	343°8'
$\lg p$	9,9386	P	42°8'
$\lg w$	9,9693	W	57°51'

откуда согласно (94)

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= 35',15 \cos(L - 343^\circ 8'), \\ \cos \varphi' \Delta\lambda &= 39',56 \cos(L - 57^\circ 51'). \end{aligned}$$

Именно по этим формулам построен эллипс тени, изображенный на рис. 37.

Азимут и скорость движения тени получаем по (98) в логарифмах:

$v \sin \alpha$	9,8234 n
$v \cos \alpha$	9,6861
$\operatorname{tg} \alpha$	0,1373 n
...	9,9075 n
v	9,9159
α	306°5'

Отсюда скорость движения лунной тени $v = 824$ м/сек.

Далее вычисляем высоту и азимут Солнца по формулам (99). Опуская промежуточные выкладки, находим в логарифмах:

$\cos b_{\odot} \sin a_{\odot}$	9,7488
$\cos b_{\odot} \cos a_{\odot}$	9,5623
$\operatorname{tg} a_{\odot}$	0,1865
...	9,9233
$\sin b_{\odot}$	9,8711
$\cos b_{\odot}$	9,8255
$\operatorname{tg} b_{\odot}$	0,0456
a_{\odot}	56°56'
b_{\odot}	48°0'

Теперь можно для контроля вычислить D по формуле (100') (в логарифмах):

$a_{\odot} - \alpha$	110°51'
$\cos(a_{\odot} - \alpha)$	9,5514 n
$\cos b_{\odot}$	9,8255
$\cos \delta$	9,3769 n
$\sin \delta$	9,9873
$\operatorname{cosec} b_{\odot}$	0,1289
$2 l_i $	8,2634
D	8,3796
6378	3,8047
D км	2,1843

что дает в полном согласии с прежним $D = 152,9$ км.

Наконец, выражая l_i в километрах путем умножения на 6378, находим полуоси эллипса тени:

$$\begin{aligned} \alpha &= l_i \operatorname{cosec} b_{\odot} = 78,7 \text{ км}, \\ \beta &= l_i = 58,5 \text{ км}. \end{aligned}$$

§ 25. Изохроны и изофазы наибольшей фазы. Эти кривые определяются уравнениями

$$\begin{aligned} (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 &= m^2, \\ m &= l_e(1 - g) - l_i g, \\ M &= N \mp 90^\circ, \end{aligned}$$

откуда

$$\xi = x \mp m \cos N, \quad \eta = y \pm m \sin N,$$

где верхние знаки берутся для северных изофаз (т. е. лежащих к северу от линии центрального затмения), а нижние — для южных. Эти уравнения служат для определения ξ , η по двум аргументам: времени T и величине наибольшей фазы g . Но для этого должен быть известен угол N , который определяется из уравнений (стр. 80—81):

$$\left. \begin{aligned} n \sin N &= x' - h' \rho \cos A \sin B, \\ n \cos N &= y' - h' \rho \sin A \sin d. \end{aligned} \right\} \quad (104)$$

Всю эту систему уравнений, равносильную одному уравнению восьмой степени, приходится решать последовательными приближениями. Высокая степень этой задачи делает ее наиболее сложной из всех задач вычисления затмения. Из восьми возможных решений четыре всегда мнимы (что зависит от малого сжатия Земли и размеров полутени), а два соответствуют ночному полушарию Земли. Таким образом, остаются два решения, дающие по одной точке для северной и южной изофаз.

Вычисление точек изофаз выгоднее производить, удаляясь от центральной линии, т. е. сначала вычислять изофазы для больших значений g , например $g = 0,9; 0,8; \dots$, так как тогда вследствие малости m неточность в принятой величине N влияет слабее. За первое приближение для N для внутренних изофаз можно принять значение этого угла для соответствующей (т. е. относящейся к тому же моменту T) точки центральной линии. Для дальнейших точек можно получить довольно хорошее значение N путем экстраполирования. Если N заранее совершенно неизвестно, то можно для первого приближения принять $N = E$.

Первое приближение следует вычислять с тремя знаками, последующие — с четырьмя, причем значительное сокращение труда достигается при использовании специальных таблиц, как пояснено ниже в примере. Сходимость приближений бывает иногда довольно медленной, но ошибка в N мало влияет на положение изофазы, а больше — на изохроны наибольшей фазы. Некоторые авторы (например, Шовене [71], стр. 482) стремятся ускорить сходимость, внося в формулы дифференциальные изменения, однако это влечет за собой усложнение формул, что увеличивает продолжительность вычисления каждого отдельного приближения, так что в конечном итоге выгода этого сомнительна. При правильной организации вычислений метод экстраполирования быстро приводит к цели, в особенности при употреблении таблиц для вычисления ξ' и η' (стр. 230—232, табл. 18). Величины ζ и ρ также находятся экстраполированием, но, поскольку первая умножается на малый фактор $tg f$, а вторая вообще мало меняется, это не представляет никаких затруднений. Вблизи горизонта ζ меняется быстро и нелинейно, и для его экстраполирования можно рекомендовать такой прием: полагают $\zeta = \sin b$ и экстраполируют линейно (по времени T или по величине наибольшей фазы g) $\cos b$, от которого переходят обратно к ζ . Эту операцию довольно удобно производить графически, равным образом и для нахождения ρ можно применить специальную диаграмму, описание которой приведено в работе [22] (стр. 110—112).

В качестве примера приводим основные этапы вычисления северной и южной точек изофаз $g = 0,9$ для $13^h 0^m$ всемирного времени для затмения 30 июня 1954 г.

Для первого приближения берем из вычисления центрального затмения для того же момента значения $N = 106^\circ 11'$, $\zeta = +0,743$ и $l_i = -0,0092$. С этими исходными данными находим:

$$l_e = +0,5367,$$

$$m = +0,062,$$

$$m \cos N = -0,017,$$

$$m \sin N = +0,059.$$

Дальнейшее вычисление нужно вести для точек северной и южной изофаз раздельно, причем первое приближение вычисляется с тремя знаками, находя B , ξ' и η' с помощью наших таблиц, указанных в нижеследующей вычислительной схеме. Умножения и деления выполнены на логарифмической линейке. Значения элементов затмения взяты из таблицы на стр. 60.

	Северная изофаза	Южная изофаза
ξ	+ 0,372	+ 0,338
η	+ 0,623	+ 0,505
A	+ 21°,8	+ 19°,8
$B + d$	+ 47°,8	+ 57°,5
B	+ 24°,6	+ 34°,3
x'	+ 0,00922	+ 0,00922
$-\xi'$	- 0,00168	- 0,00231 (табл. 18)
$x - \xi'$	+ 0,00754	+ 0,00691
y'	- 0,00148	- 0,00148
$-\eta'$	- 0,00064	- 0,00059 (табл. 18)
$y' - \eta'$	- 0,00212	- 0,00207
$\text{tg } N$	- 3,56	- 3,34
N	105°,7	106°,7
ζ	+ 0,687	+ 0,792
$\lg \rho$	9,9990	0,9991 (табл. 15)

Второе приближение мы рекомендуем вычислять с четырехзначными логарифмами, а частично на логарифмической линейке, причем по нахождении A и B переход к географическим координатам производится по нашей таблице 21, что достаточно для построения мелкомасштабной карты затмения. В таком случае значения A и B нужны лишь до 0°,1 а четырехзначное вычисление применяется для гарантии такой точности, которой трехзначное вычисление обеспечить не может. Вычисляем второе приближение.

l_e	+ 0,5369	+ 0,5365
l_i	- 0,0089	- 0,0094
m	+ 0,0617	+ 0,0621
$\mp m \cos N$	+ 0,0167	- 0,0179
$\pm m \sin N$	+ 0,0594	- 0,0595
ξ	+ 0,3714	+ 0,3368
η	+ 0,6235	+ 0,5046

Дальше следует вычисление с логарифмами.

$\sin A = \frac{\xi}{\rho}$	9,5708	9,5284
$\frac{\eta}{\rho}$	9,7958	9,7038
$\cos A$	9,9676	9,9737
$\cos (B + d)$	9,8282	9,7301
$B + d$	47°41'	57°30'
A	21°51'	19°44'
B	24°30'	34°19'

Географические координаты находим по таблице 21:

A	21°,8	19°,7
B	24°,5	34°,3
φ	+ 57°,8	+ 51°,3
$h + \lambda$	+ 44°,0	+ 32°,5
$-h$	- 14°,1	- 14°,1
λ	+ 29°,9 В	+ 18°,4 В

Для контроля, а также для использования при дальнейшем вычислении точек изофаз 0,8 с помощью экстраполирования вычисление заканчивается получением N во втором приближении. Вообще достаточно и на этот раз ξ' и η' взять из нашей таблицы 18, но для большей уверенности вычислим эти величины по формулам (104) с четырехзначными логарифмами. Результат получится такой:

$$\begin{aligned} \text{для северной изофазы } 0,9 \quad N &= 105^{\circ}42', \\ \text{для южной изофазы } 0,9 \quad N &= 106^{\circ}37', \end{aligned}$$

т. е. практически совпадающий с тем, что было получено в первом приближении. Таким образом, полученные географические координаты можно считать окончательными.

При вычислении следующих изофаз $g=0,8$, значения N , $\zeta \operatorname{tg} f$ (можно не делать различия между $\operatorname{tg} f_i$ и $\operatorname{tg} f_e$ и просто взять среднее из них) и $\lg \rho$ находим путем экстраполирования следующим образом:

g	N	$\zeta \operatorname{tg} f$	$\lg \rho$
0,8 сев.	<i>105°11'</i>	<i>0,0029</i>	<i>9,9989</i>
		31'	
0,9 сев.	105 42	0,0032	9,9990
		29	
центр. затм.	106 11	0,0034	9,9990
		26	
0,9 южн.	106 37	0,0036	9,9991
		23	
0,8 южн.	<i>107 0</i>	<i>0,0037</i>	<i>9,9992</i>

Здесь экстраполированные значения напечатаны курсивом. Строго говоря, аргумент — величина фазы — идет здесь не через равные промежутки, так как на линии центрального затмения g немного больше единицы, однако с этим обстоятельством можно не считаться. Экстраполированные значения достаточны для окончательного вычисления координат искомым точек, контролем чего служат новые уточненные значения, полученные в конце произведенного вычисления:

g	N	$\zeta \operatorname{tg} f$	$\lg \rho$
0,8 сев.	105°14'	0,0029	9,9989
0,8 южн.	106 58	0,0038	9,9992

Отличие от экстраполированных значений столь мало, что нет никакой необходимости в вычислении второго приближения.

§ 26. Кривая наибольшей фазы в истинный полдень. Эта кривая определяется теми же уравнениями, как и изофазы, но с прибавлением условия $h + \lambda = 0$, что в силу (37) дает $\xi = 0$. В таком случае имеем:

$$\begin{aligned} \eta &= \rho \sin(\varphi' - d), \\ \zeta &= \rho \cos(\varphi' - d), \\ \xi' &= h' \rho \cos \varphi', \\ \eta' &= 0, \end{aligned}$$

откуда

$$\left. \begin{aligned} n \sin N &= x' - h' \rho \cos \varphi', \\ n \cos N &= y', \end{aligned} \right\} n > 0. \quad (104')$$

Эти уравнения решаются проще всего, если за независимую переменную принять φ' или высоту Солнца над горизонтом $b = 90^{\circ} - (\varphi' - d)$.

В таком случае, выбрав момент T_0 вблизи условия $x = 0$, напомним уравнения

$$\begin{aligned} c_0 \sin C_0 + e_0 t \sin E_0 \mp m \cos N &= 0, \\ c_0 \cos C_0 + e_0 t \cos E_0 \pm m \sin N &= \rho \sin(\varphi' - d), \end{aligned}$$

в которых ρ известно, поскольку известно φ' . Решение их дает:

$$\begin{aligned} t &= \frac{\rho \sin(\varphi' - d) \cos N - c_0 \cos(C_0 - N)}{e_0 \cos(E_0 - N)}, \\ \mp m &= \frac{\rho \sin(\varphi' - d) \sin E_0 + c_0 \sin(C_0 - E_0)}{\cos(E_0 - N)}, \quad m > 0. \end{aligned}$$

Определив отсюда искомый момент $T = T_0 + t$, получим из условия $h + \lambda = 0$ долготу λ и величину наибольшей фазы из

$$g = \frac{l_e - m}{l_e + l_i}.$$

Если за аргумент принять g , то решение производится последовательными приближениями. В первом приближении можно положить $\zeta \operatorname{tg} f = 0$, $\cos(E_0 - N) = 1$, $\rho = 1$. Тогда

$$\begin{aligned} m &= u_e(1 - g) - u_i g, \\ \sin(\varphi' - d) &= [\pm m - c_0 \sin(C_0 - E_0)] \operatorname{cosec} E_0. \end{aligned}$$

Найдя отсюда приближенно φ' , вычислим по следующим формулам l_e , l_i , m :

$$\begin{aligned} l_e &= u_e - \rho \cos(\varphi' - d) \operatorname{tg} f_e, \\ l_i &= u_i - \rho \cos(\varphi' - d) \operatorname{tg} f_i, \\ m &= l_e(1 - g) - l_i g; \end{aligned}$$

из (104') найдем N и получим более точное φ' из

$$\sin(\varphi' - d) = \frac{\pm m \cos(E_0 - N) - c_0 \sin(C_0 - E_0)}{\rho \sin E_0}.$$

Предпочтение нужно отдать, конечно, первому способу вычисления. Второй способ требуется только для установления пределов, между которыми нужно варьировать φ' в первом способе. Ясно, что φ' нужно менять от северной до южной границы частного затмения, и эти пределы получатся, если положить в последних формулах $g = 0$, т. е. $l_e = m$. При отсутствии одной из границ N или S для затмения второго типа соответствующим пределом изменения φ' является граница наибольшей фазы в горизонте, для которой $\varphi' - d = \pm 90^\circ$. Во всех предыдущих формулах, как всегда, верхние знаки берутся к северу от центральной линии и нижние — к югу.

§ 27. Изохроны и изогоны частного затмения. Уравнения

$$\xi = x - l_e \sin L, \quad \eta = y - l_e \cos L \quad (105)$$

определяют изохроны и изогоны затмения. Поскольку ξ , η , ζ удовлетворяют квадратному уравнению (14), система (105) равносильна одному уравнению четвертой степени, строгое решение которого хотя и возможно, но слишком сложно и редко употребляется. Два из решений всегда мнимы, одно соответствует ночному полушарию Земли, так что остается единственный корень, который и требуется найти. Выбирая время T в пределах

$$T_1 < T < T_4,$$

мы определим этим значения всех бесселевых элементов затмения. За другой аргумент возьмем угол положения L , который в случае, если $T_2 < T < T_3$, т. е. при полном вступлении полутени на земную поверхность, может быть взят

между 0 и 360°. В противном случае, при $T_1 < T < T_2$ или $T_3 < T < T_4$, а также для затмения второго типа, когда лишь часть полутени проектируется на Землю, L нужно брать в пределах L_1 и L_2 , полученных при вычислении соответствующих, т. е. относящихся к тому же моменту, точек западной или восточной границы частного затмения в горизонте.

Уравнения (105) могут быть преобразованы так, чтобы давать прямое решение для координат (см., например, Шовене [71], стр. 456—466), однако короче и быстрее непосредственный путь, хотя он требует последовательных приближений. Для этой цели положим в первом приближении $\rho = 1$ и $\zeta \operatorname{tg} f_e = 0$. Получив при помощи формул (41) промежуточные координаты A и B , находим точные значения ρ и ζ , после чего определяются уже и географические координаты. Величину ζ можно экстраполировать (или интерполировать), употребляя прием, указанный на стр. 102, ρ также находится экстраполированием. Таким образом, при систематическом вычислении затмения первое приближение потребуется лишь для нескольких первых точек.

Можно употребить также способ графического определения ζ и ρ , предложенный Михайловым ([22], стр. 108). Однако вычисление первого приближения с помощью наших таблиц производится столь уверенно и столь быстро приводит к цели, что можно рекомендовать его применение во всех случаях.

Приведем пример полного вычисления точки изохроны затмения 30 июня 1954 г. для $T = 12^{\text{h}}0^{\text{m}}$, $L = 290^\circ$. Из таблицы элементов на стр. 60 выписываем:

$$\begin{array}{ll} x & -0,1987 & u_e & +0,5400 \\ y & +0,6529 & d & +23^\circ 12' \end{array}$$

Первое приближение вычисляем по нашим таблицам:

$$\begin{array}{ll} -u_e \sin L & + 0,507 \quad (\text{табл. 17}) \\ -u_e \cos L & - 0,185 \quad (\text{табл. 17}) \\ \xi & + 0,308 \\ \eta & + 0,468 \\ A & + 17^\circ,9 \quad (\text{табл. 19}) \\ B + d & + 60^\circ,6 \quad (\text{табл. 20}) \\ B & + 37^\circ,4 \end{array}$$

Далее идет четырехзначное вычисление прямоугольных координат:

$$\begin{array}{ll} \zeta \operatorname{tg} f_e & + 0,0039 \quad (\text{табл. 16}) \\ l_e & + 0,5361 \\ -u_e \sin L & + 0,5038 \quad (\text{табл. 17}) \\ -u_e \cos L & - 0,1834 \quad (\text{табл. 17}) \\ \xi & + 0,3051 \\ \eta & + 0,4695 \end{array}$$

Затем следует логарифмическое вычисление промежуточных координат:

$$\begin{array}{ll} \rho & 9,9992 \quad (\text{табл. 15}) \\ \frac{\xi}{\rho} = \sin A & 9,4852 \\ \frac{\eta}{\rho} & 9,6724 \\ \cos A & 9,9787 \\ \cos(B + d) & 9,6937 \\ B + d & 60^\circ 24' \\ A & 17^\circ,8 \\ B & 37^\circ,2 \end{array}$$

Переход к географическим координатам совершаем по таблице 21:

φ	$+ 49^{\circ},5$
$h + \lambda$	$+ 28^{\circ},0$
$-h$	$+ 0^{\circ},9$
λ	$+ 28^{\circ},9$

Вопрос о том, начинается ли затмение в данной точке изохроны или кончается, решается знаком производной

$$\frac{dm}{dt} = \frac{1}{m} [(x - \xi)(x' - \xi') + (y - \eta)(y' - \eta')] = n \cos(L - N)$$

или, поскольку n положительно, — знаком $\cos(L - N)$. Если $\cos(L - N) > 0$, то затмение начинается, в противном случае — кончается. При вычислении полной изохроны в северной и южной границах этот вопрос решается сам собой, так как на восточной стороне каждой изохроны, идущей при движении полутени впереди, затмение начинается, а на западной — кончается; деление же на восточную и западную стороны производится точками прикосновения B_1 и B_2 (стр. 36) изохроны к северной и южной границам частного затмения.

Все формулы настоящего параграфа применимы и для вычисления изохрон и изогон главной фазы, т. е. кольцеобразного или полного затмения, если в них заменить l_e через l_i . Однако такое строгое вычисление редко применяется, так как гораздо проще дифференциальный метод, изложенный на стр. 93.

§ 28. Предвычисление затмения для данного места. Эту задачу приходится решать чаще всего, так как для подготовки к наблюдению затмения требуется знать моменты и углы положения контактов и другие данные для места наблюдения, которые не всегда можно прямо заимствовать из астрономических ежегодников или специальных изданий и во многих случаях приходится вычислять самому наблюдателю.

Моменты контактов определяются из основного уравнения

$$(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 = l^2,$$

решая его относительно времени T . Последнее входит через все величины: элементы x и y являются функциями времени, меняющимися почти линейно, так что в течение интервала в несколько десятков минут их можно представить в виде $x_0 + x't$ и $y_0 + y't$, где x_0, y_0 — значения для некоторого избранного момента T_0 , а текущее время равно $T = T_0 + t$; в ξ и η время входит главным образом под знаком синуса и косинуса через часовой угол $h + \lambda$, поэтому изменение этих координат можно считать линейным лишь в течение гораздо меньшего промежутка времени, в последнем приближении не превосходящего нескольких минут; наконец, $l = u - \zeta \operatorname{tg} f$ меняется настолько медленно (из-за медленности изменения u и по малости множителя $\operatorname{tg} f$), что за те же интервалы его можно считать постоянным. Поэтому основное уравнение можно представить в виде

$$[(x_0 - \xi_0) + (x' - \xi')t]^2 + [(y_0 - \eta_0) + (y' - \eta')t]^2 = l^2. \quad (106)$$

Это — квадратное уравнение относительно t , решение которого дает для t два значения: одно, соответствующее началу затмения, другое — концу. Решение этого уравнения обычно облачают в тригонометрическую форму. Положив

$$\begin{aligned} x_0 - \xi_0 &= m_0 \sin M_0, & x' - \xi' &= n_0 \sin N_0, \\ y_0 - \eta_0 &= m_0 \cos M_0, & y' - \eta' &= n_0 \cos N_0, \end{aligned} \quad m_0 > 0, \quad n_0 > 0,$$

получаем эквивалентную (106) систему

$$\left. \begin{aligned} m_0 \sin M_0 + n_0 t \sin N_0 &= l \sin L, \\ m_0 \cos M_0 + n_0 t \cos N_0 &= l \cos L. \end{aligned} \right\} \quad (107)$$

Вспомогательные величины m_0 , M_0 , n_0 и N_0 могут быть вычислены для избранного момента T_0 , причем ξ_0 , η_0 , ζ_0 находятся по формулам (37). $\lg \rho \sin \varphi'$ и $\lg \rho \cos \varphi'$ вычисляются удобнее всего с помощью известного приема, состоящего в том, что полагают

$$\lg \rho \sin \varphi' = \lg \sin \varphi + \lg S, \quad \lg \rho \cos \varphi' = \lg \cos \varphi + \lg C,$$

где вспомогательные величины $\lg S$ и $\lg C$ являются функциями широты и берутся из специальной таблицы 22 (стр. 260) по аргументу φ . Если место наблюдения имеет заметную высоту над уровнем моря H , то следует ρ увеличить из расчета 1 единицы пятого десятичного знака на каждые 64 м высоты. Это равносильно увеличению $\lg \rho$, а, следовательно, также $\lg \rho \sin \varphi'$ и $\lg \rho \cos \varphi'$ на 0,00001 на каждые 147 м высоты.

Хорошим контролем вычисления ξ , η , ζ служит тождество

$$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = \rho^2,$$

где ρ^2 должно быть увеличено на 0,00001 на каждые 32 м высоты и приведено в той же таблице 22 на стр. 260.

В (107) угол L есть угол положения контакта от полюса, т. е. от круга склонения. Решение уравнений (107) дает для определения угла положения L такую формулу:

$$\sin(L - N_0) = \frac{m_0}{l} \sin(M_0 - N_0), \quad (108)$$

и для определения момента

$$t = \frac{1}{n_0} [l \cos(L - N_0) - m_0 \cos(M_0 - N_0)]. \quad (109)$$

Последнюю формулу можно представить компактнее так

$$t = \frac{l \sin(M_0 - L)}{n_0 \sin(M_0 - N_0)},$$

однако в таком виде эта формула вызывает большую потерю в точности, так как числитель и знаменатель становятся весьма малыми. Квадрант при определении $L - N_0$ выбирается так, чтобы было

$$\begin{aligned} &\text{для начала затмения } l \cos(L - N_0) < 0, \\ &\text{для конца затмения } l \cos(L - N_0) > 0. \end{aligned}$$

В этих формулах l написано без индекса, поскольку они одинаково пригодны как для частного, так и для полного или кольцеобразного затмения. В первом случае должно быть взято l_e , в последнем — l_i .

Решение будет достаточно точным лишь в том случае, если t мало и не превосходит нескольких минут. Поэтому вычисление часто приходится производить последовательными приближениями. В первом приближении можно для T_0 принять произвольный момент, хотя бы вблизи геоцентрического соединения Луны и Солнца по прямому восхождению, т. е. момент, близкий к условию $x = 0$. Для второго приближения берут в качестве T_0 моменты, полученные в результате вычисления первого приближения с округлением на ближайшую целую минуту, причем это второе приближение приходится вычислять уже раздельно для начала и конца частного затмения. Для главной фазы, в виду малой ее продолжительности, можно исходить из единого момента, близкого к середине полного или кольцеобразного затмения. Обычно второе приближение дает уже вполне точный результат: вычисление следует производить для получения полной точности с пятизначными таблицами, сохраняя в величинах ξ' , η' , n точность до 0,000001.

Если имеется карта затмения с изохронами, то при достаточной ее подробности можно получить по ней значения T_0 , пригодные для вычисления второго и единственного приближения, которое даст окончательное решение.

Иногда требуется знание углов положения контактов не от круга склонения, а от круга высоты или, как говорят, от зенита. Это бывает, если инструмент, которым предполагают наблюдать затмение, имеет азимутальную установку. Такие углы положения получаются из L вычитанием паралактического угла γ между кругом склонения и кругом высоты, проходящими через центр Солнца. Ввиду небольшой точности, с которой нужно знать этот угол, его можно вычислить по формуле

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\xi}{\eta},$$

которая получается, если отождествить центр Солнца с точкой z и пренебречь различием между геоцентрической и географической широтами. Понятно, что ξ и η должны относиться к моменту контакта; поэтому их нужно брать из последнего приближения или, еще лучше, положить:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\xi_0 + \xi' t}{\eta_0 + \eta' t}.$$

Искомый угол положения равен

$$Z = L - \gamma.$$

Момент наибольшей фазы определяется уравнением

$$(x - \xi)(x' - \xi') + (y - \eta)(y' - \eta') = 0,$$

из которого, вводя тем же способом, как и выше, время в явной форме и считая при этом x' , y' , ξ' , η' постоянными, получаем:

$$t = -\frac{m_0}{n_0} \cos(M_0 - N_0).$$

Сравнивая эту формулу, определяющую искомый момент наибольшей фазы, с уравнением (109), мы заключаем, что $\frac{l}{n_0} \cos(L - N_0)$ дает половину продолжительности затмения, правда, при условии постоянства l , n_0 и N_0 . Для продолжительности τ полной или кольцеобразной фазы мы получаем отсюда:

$$\tau = 2 \left| \frac{l}{n_0} \cos(L - N_0) \right|,$$

где $L - N_0$ определяется формулой (108). Если окажется $|\sin(L - N_0)| > 1$, то это служит признаком того, что соответствующая фаза затмения в данном месте совсем не наблюдается.

Кратчайшее расстояние m точек ξ , η , ζ от оси конуса определяется из уравнения

$$m^2 = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2,$$

которое дает:

$$m = |m_0 \sin(M_0 - N_0)|.$$

Величина наибольшей фазы находится тогда по формуле

$$g = \frac{l_e - m}{l_e + l_i}. \quad (42)$$

Знаменатель этой формулы можно преобразовать, учтя полученное на стр. 51 достаточно приближенное значение для $u_e - u_i = 0,5460$. Пренебрегая очень малой разностью величин $\zeta \operatorname{tg} f_e$ и $\zeta \operatorname{tg} f_i$, заменим здесь левую часть на $l_e - l_i$, а прибавив и вычтя по l_e , найдем, что $l_e + l_i = 2l_e - 0,5460$. Таким образом, получим:

$$g = \frac{l_e - m}{2l_e - 0,5460}.$$

Эта формула удобнее тем, что не требует вычисления l_1 , которое для частного затмения вообще не нужно. Для вычисления g при полном или кольцеобразном затмении следует предпочесть более точную формулу (42).

Точность, с которой возможно вычисление моментов контактов, определяется скоростью n движения полутени — величиной, близкой к 0,01. Поэтому, если числитель выражения (109) вычислен с точностью до 0,00001, то в t получается погрешность порядка $\frac{0,00001}{0,01} = 0,001$ минуты или порядка 0,1 сек. Действительно, эта величина соответствует примерно $0'',05$ в координатах Луны — предел, до которого можно вести вычисления, хотя фактическая точность вследствие ошибок в координатах Луны будет значительно меньше (см. § 31).

Существует еще одна причина, ограничивающая точность предвычисления затмения для данного места или точность обработки наблюдаемого затмения в астрометрических целях. В формулы (37), определяющие координаты наблюдателя или учитывающие влияние параллакса, входят ρ и φ' , необходимые для установления точного положения наблюдателя относительно центра Земли. Эти величины вычисляются по аргументу φ , считая Землю за сфероид. Однако истинная фигура Земли отличается от сфероида, и поэтому определенные указанным путем ρ и φ' будут ошибочны, первое на величину порядка 100 м (т. е. на несколько единиц пятого десятичного знака), второе — на величину отклонения отвеса, могущего достигать $20-30''$, а в исключительных случаях и более. Употребление в качестве φ геодезической широты может улучшить дело лишь в том случае, если эта широта относится к эллипсоиду, центр которого совпадает с центром Земли и ось вращения совпадает с осью вращения Земли. Такой эллипсоид иногда называют абсолютным и он отличается от принятого в геодезии референц-эллипсоида как размерами, так и ориентировкой. Теоретически возможно обратить задачу, и из наблюдений затмений, а еще лучше покрытий звезд Луной, определить положение пункта наблюдений относительно такого абсолютного эллипсоида. Однако практически эта задача решается со слишком малой точностью и до сих пор попытки ее решения не привели к определенным результатам (см. [52]). О другом, более обещающем геодезическом использовании наблюдений затмений будет сказано ниже (стр. 131).

Вместо указанного пути вычисление моментов и углов положения контактов можно произвести и более прямым, хотя и менее совершенным с аналитической точки зрения способом, который рекомендует, между прочим, Комри [72]. Именно, выяснив при помощи карты затмения или путем вычисления первого приближения моменты, близкие к контактам, вычисляют для нескольких целых минут всемирного времени величины l , m , M и затем интерполируют момент, для которого $m = l$. Это и будет моментом контакта. Проинтерполированное для того же момента M равно L для частного и кольцеобразного затмения (т. е. когда $l > 0$) и равно $L \pm 180^\circ$ для полного затмения ($l < 0$). Точно так же наибольшая фаза определится интерполированием момента для условия $M = N \mp 90^\circ$, а соответствующее m даст по формуле (42) величину наибольшей фазы.

В некоторых случаях для подготовки к наблюдению или для обработки результатов наблюдения требуется знание видимых угловых диаметров Солнца и Луны, угловое расстояние между их центрами и угол положения центра Луны относительно центра Солнца. Эти величины получаются по следующим формулам.

Видимый угловой радиус Солнца можно принять равным геоцентрическому его радиусу:

$$r_{\odot} = \frac{959'',63}{\Delta_{\odot}},$$

где Δ_{\odot} — радиус-вектор Земли.

В эту величину не входит иррадиация, кажущимся образом увеличивающая видимые размеры Солнца. Для получения такого увеличенного иррадиацией радиуса нужно прибавить к предыдущему $1'',55$.

Видимый угловой радиус Луны

$$r_{\zeta} = r_{\odot} \frac{l_e - l_i}{l_e + l_i}.$$

Угловое расстояние между центрами Луны и Солнца

$$\sigma = r_{\odot} \frac{2m}{l_e + l_i}.$$

Открытая часть солнечного диаметра (направленного через центр Луны) равна

$$2r_{\odot} (1 - g) = r_{\odot} \frac{2(l_i + m)}{l_e + l_i}.$$

Для полного затмения эта величина отрицательна и дает «свисание» лунного края над краем Солнца вдоль того же диаметра.

Угол положения центра Луны относительно центра Солнца, считаемый от круга склонения, проведенного через центр Солнца (точнее, точку z), равен M .

Величины r_{\odot} ; r_{ζ} , σ и M могут служить для графического построения солнечных серпов и их ориентировки в течение всего затмения.

Для обработки фотометрических наблюдений затмения требуются величины, определяющие долю открытой поверхности солнечного диска (геометрическую фазу) и углы, стягиваемые концами солнечного серпа при центрах Солнца и Луны. Эти данные получают следующим образом.

Пусть (рис. 38) S и M — центры Солнца и Луны, A — вершина рога. Из треугольника SAM , который по малости можно рассматривать как плоский, с указанными на чертеже обозначениями следует:

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{K}{P - r_{\zeta}}, \quad \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} = \frac{K}{P - r_{\odot}},$$

где

$$P = \frac{1}{2} (r_{\zeta} + r_{\odot} + \sigma),$$

$$K = \sqrt{\frac{(P - r_{\zeta})(P - r_{\odot})(P - \sigma)}{P}}.$$

Внося сюда предыдущие выражения для r_{ζ} и σ , найдем:

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{(l_e - m)(m - l_i)}{(l_e + m)(m + l_i)}, \quad \operatorname{tg}^2 \frac{\beta}{2} = \frac{(l_e - m)(m + l_i)}{(l_e + m)(m - l_i)},$$

причем для контроля может служить равенство

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{l_e - l_i}{l_e + l_i}.$$

Углы положения кончиков серпа, считаемые при центре Солнца, равны $M \pm \alpha$, а считаемые при центре Луны равны $M \pm \beta$.

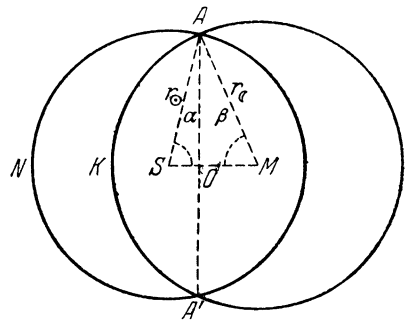


Рис. 38.

Площадь открытой части солнечного диска P_{Γ} получается как разность площадей двух сегментов $ANA' - AKA'$

$$P_{\Gamma} = 1 - \frac{1}{\pi} \left(\alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha \right) - \frac{1}{\pi} \left(\beta - \frac{1}{2} \sin 2\beta \right) \frac{r_{\zeta}^2}{r_{\odot}^2} \quad (110)$$

в долях всей площади солнечного диска, равной πr_{\odot}^2 .

Для вычисления величин $\frac{1}{\pi} \left(\alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha \right)$ и $\frac{1}{\pi} \left(\beta - \frac{1}{2} \sin 2\beta \right)$ могут служить таблицы, употребляемые при решении родственной задачи — определения яркости затменных переменных звезд (алголей) на основании геометрических данных. Такая таблица имеется в книге С. Н. Блажко «О звездах типа Алголя», стр. 32—35 [2].

В настоящее время для этой цели употребляются, однако, таблицы, построенные на основании другой формулы

$$P_{\Gamma} = 1 - \frac{1}{\pi} \left(\alpha + \frac{r_{\zeta}^2}{r_{\odot}^2} \beta \right) + \frac{1}{\pi} \frac{\sigma r_{\zeta}}{r_{\odot}^2} \sin \beta,$$

которая легко получается из предыдущей, поскольку

$$r_{\odot} \cos \alpha + r_{\zeta} \cos \beta = \sigma \quad \text{и} \quad r_{\zeta} \sin \beta = r_{\odot} \sin \alpha.$$

Далее, в исследованиях затменных переменных звезд обычно вводят вспомогательные величины $k = \frac{r_{\zeta}}{r_{\odot}}$ (в наших обозначениях) и $p = \frac{\sigma - r_{\zeta}}{r_{\odot}}$, после подстановки которых формула геометрической фазы приобретает вид

$$P_{\Gamma} = 1 - \frac{1}{\pi} \left(\alpha + \frac{\beta}{k^2} \right) + \frac{1}{\pi} \left(p + \frac{1}{k} \right) \frac{\sin \beta}{k}.$$

В таблицах В. П. Цесевича [11a], [36a] по аргументам k и p находится величина $1 - P_{\Gamma}$, обозначаемая там через α^0 .

§ 29. Пример вычисления затмения для данного места. В качестве примера приведем вычисление затмения 30 июня 1954 г. для Москвы (обсерватория Государственного астрономического института им. Штернберга) с координатами

$$\varphi = +55^{\circ}45',3, \quad \lambda = +37^{\circ}34',2, \quad H = 166 \text{ м.}$$

Ввиду того, что формулы для η , ζ и ряда других величин имеют нелогарифмический вид, вычисление удобнее и несколько точнее производить с помощью арифмометра и пятизначных таблиц натуральных тригонометрических функций. В качестве исходных моментов выберем, руководствуясь картой этого затмения, приложенной к Астрономическому Ежегоднику на 1955 г.:

$$\text{для начала частного затмения} \quad T_0 = 12^{\text{h}}0^{\text{m}} \text{ всем. вр.}$$

$$\text{для наибольшей фазы затмения} \quad T_0 = 13^{\text{h}}10^{\text{m}} \quad \gg \quad \gg$$

$$\text{для конца частного затмения} \quad T_0 = 14^{\text{h}}10^{\text{m}} \quad \gg \quad \gg$$

Величины $\rho \sin \varphi'$ и $\rho \cos \varphi'$ вычисляются по формулам

$$\rho \sin \varphi' = \sin \varphi + s + \text{попр. за } H,$$

$$\rho \cos \varphi' = \cos \varphi + c + \text{попр. за } H,$$

где s и c — малые члены, которые берутся по аргументу φ из таблицы 22 на стр. 260. Поправка за высоту H над уровнем моря соответственно равна $\frac{H \sin \varphi}{6378}$

и $\frac{H \cos \varphi}{6378}$ на каждый километр высоты, что в нашем случае дает $2,6 \sin \varphi = 2$ и $2,6 \cos \varphi = 1$ (единицы пятого десятичного знака). Нужно для контроля значение ρ^2 с поправкой за высоту по таблице 22 равно 0,99549.

Нет надобности вычислять и выписывать отдельные члены в формулах для η и ζ , а поступают следующим образом: образуют произведение $\rho \cos \varphi' \cos (h + \lambda)$, которое входит во вторые члены η и ζ , а также в ξ' ; затем при вычислении η на арифмометре образуют произведение $\rho \sin \varphi' \cdot \cos d$ и, не сбрасывая его, присоединяют к нему произведение $\rho \cos \varphi' \cos (h + \lambda) \cdot \sin d$, в зависимости от знака последнего вращая ручку арифмометра вперед или назад. Подобным образом находится и ζ . Контроль по ρ^2 получаем, находя ξ^2 и без сбрасывания прибавляя к нему таким же образом η^2 , а затем ζ^2 ; m и n получаются через m^2 и n^2 , которые находятся таким же способом, как суммы квадратов

$$m^2 = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2,$$

$$n^2 = (x' - \xi')^2 + (y' - \eta')^2,$$

и дальше, пользуясь таблицей квадратов или квадратными корнями. Таким же приемом вычисляется и t : оба члена в прямых скобках формулы (109) находятся накоплением на арифмометре без сбрасывания с последующим делением на n .

Переходим к вычислениям.

$\sin \varphi$	+ 0,82664	$\cos \varphi$	+ 0,56273
$s \pm$ попр.	— 0,00363	$c \pm$ попр.	+ 0,00130
$\rho \sin \varphi'$	+ 0,82301	$\rho \cos \varphi'$	+ 0,56403
T_0	$12^h 0^m$	$13^h 10^m$	$14^h 10^m$
h	$359^\circ 8',7$	$16^\circ 38',7$	$31^\circ 38',6$
$h + \lambda$	$36^\circ 42',9$	$54^\circ 12',9$	$69^\circ 12',8$
$\sin (h + \lambda)$	+ 0,59784	+ 0,81121	+ 0,93491
$\cos (h + \lambda)$	+ 0,80162	+ 0,58474	+ 0,35489
x	— 0,19869	+ 0,44690	+ 1,00013
— ξ	— 0,33720	— 0,45755	— 0,52732
$x - \xi$	— 0,53589	— 0,01065	+ 0,47281
$\rho \cos \varphi' \cos (h + \lambda)$	+ 0,45214	+ 0,32981	+ 0,20017
$\sin d$	+ 0,39383	+ 0,39379	+ 0,39375
$\cos d$	+ 0,91918	+ 0,91920	+ 0,91922
y	+ 0,65294	+ 0,54924	+ 0,45995
— η	— 0,57843	— 0,62663	— 0,67771
$y - \eta$	+ 0,07451	— 0,07739	— 0,21776
ζ	+ 0,73972	+ 0,62725	+ 0,50806
$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2$	+ 0,99547	+ 0,99546	+ 0,99548
u_e	+ 0,54000	+ 0,54013	+ 0,54021
— $\zeta \operatorname{tg} f_e$	— 0,00340	— 0,00288	— 0,00234
l_e	+ 0,53660	+ 0,53725	+ 0,53787
m^2	+ 0,29273	+ 0,006103	+ 0,27097
m	+ 0,54105	+ 0,07812	+ 0,52055
x'	+ 0,009223	+ 0,009222	+ 0,009220
— ξ'	— 0,001973	— 0,001439	— 0,000873
$x' - \xi'$	+ 0,007250	+ 0,007783	+ 0,008347

y'	— 0,001477	— 0,001485	— 0,001491
— η'	— 0,000579	— 0,000786	— 0,000906
$y' - \eta'$	— 0,002056	— 0,002271	— 0,002397
n^2	+ 0,00005679	+ 0,00006573	+ 0,00007542
n	+ 0,007536	+ 0,008107	+ 0,008684
$\text{tg } M$	— 7,1922	+ 0,13761	— 2,1712
$\text{tg } N$	— 3,5263	— 3,4271	— 3,4823
M	277°55',1	187°50',1	114°43',8
N	105°49',9	106°16',0	106° 1',3
$M - N$	172° 5',2	81°34',1	8°42',5
$\sin(M - N)$	+ 0,13767	+ 0,98919	+ 0,15140
$\cos(M - N)$	— 0,99048	+ 0,14633	+ 0,98847
$\sin(L - N)$	+ 0,13881		+ 0,14652
$L - N$	172°1',3		8°25',5
$\cos(L - N)$	— 0,99032		+ 0,98921
t	+ 0 ^m ,596	— 1 ^m ,413	+ 2 ^m ,017
t	+ 35 ^s ,8	— 1 ^m 24 ^s ,8	+ 2 ^m 1 ^s ,0
L	277°51'		114°27'
$l_e - m \sin(M - N)$		+ 0,45997	
$2l_e - 0,5460$		+ 0,52850	
g		0,8703	

Выписываем результаты вычисления затмения для Москвы:

	Момент	Угол положения
Начало частного затмения	12 ^h 0 ^m 35 ^s ,8	277°,8
Наибольшая фаза затмения	13 ^h 8 ^m 35 ^s ,2	величина 0,870
Конец частного затмения	14 ^h 12 ^m 1 ^s ,0	114°,4

Вследствие малости t отпадает надобность во втором приближении, и эти данные можно считать окончательными.

§ 30. Дифференциальные формулы для перехода к соседнему пункту.

При подготовке к наблюдению солнечного затмения нередко возникает задача предвычисления затмения для пункта, расположенного вблизи другого, для которого вычисление уже произведено. Обычно эта задача возникает при наблюдении затмения в экспедиционных условиях, когда окончательный выбор пункта наблюдения производится на месте и поэтому точные координаты его заранее неизвестны, а известен лишь район, в котором будет находиться станция экспедиции. В таком случае вместо нового полного вычисления затмения для смежного пункта удобнее воспользоваться дифференциальными формулами, позволяющими исправить уже произведенное вычисление, т. е. совершить переход из вычисленного пункта к новому. Это особенно удобно, если при вычислении исходного пункта получены некоторые коэффициенты, позволяющие весь переход совершить быстро и просто. Кроме того, дифференциальные формулы могут служить и для контроля строгого вычисления, произведенного для нескольких близких между собой пунктов. Для вывода соответствующих формул продифференцируем выражения (37), полагая $d\varphi = d\varphi'$, и напомним вместо дифференциалов — малые поправки координат, обозначаемые через Δ . Тогда получим:

$$\left. \begin{aligned} \Delta\xi &= -\rho \sin \varphi' \sin(h + \lambda) \Delta\varphi + \rho \cos \varphi' \cos(h + \lambda) \Delta\lambda, \\ \Delta\eta &= [\rho \cos \varphi' \cos d + \rho \sin \varphi' \sin d \cos(h + \lambda)] \Delta\varphi + \\ &\quad + \rho \cos \varphi' \sin d \sin(h + \lambda) \Delta\lambda. \end{aligned} \right\} \quad (111)$$

Для нахождения соответствующей поправки в моменте внешнего контакта имеем основное уравнение для точки $\varphi + \Delta\varphi$, $\lambda + \Delta\lambda$:

$$[(x - \xi - \Delta\xi) + (x' - \xi') \Delta t]^2 + [(y - \eta - \Delta\eta) + (y' - \eta') \Delta t]^2 = l_e^2$$

при условии, что для исходной точки φ , λ

$$(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 = l_e^2.$$

Отсюда, пренебрегая вторыми степенями малых поправок, нетрудно найти

$$\Delta t = \frac{\Delta\xi \sin M + \Delta\eta \cos M}{n \cos(M - N)}. \quad (112)$$

Подставляя сюда $\Delta\xi$ и $\Delta\eta$ из выражений (111), получаем формулу вида *)

$$\Delta t = a \Delta\varphi + b \Delta\lambda, \quad (113)$$

где a и b — два коэффициента, значения которых можно наперед вычислить. Получаемое отсюда Δt выражено в минутах времени при условии, что $\Delta\varphi$ и $\Delta\lambda$ выражены в радианах. Если мы Δt хотим получить в секундах времени, а $\Delta\varphi$ и $\Delta\lambda$ будем выражать в минутах дуги, то в коэффициенты a и b нужно ввести множитель $60 \sin 1' = 0,01745$, логарифм которого $8,2419 - 10$.

Комри [72], не отождествляя $\Delta\varphi$ с $\Delta\varphi'$, дает для коэффициентов такие выражения:

$$a = \frac{60 \sin 1'}{n} [\rho \sin \varphi' \cos(h + \lambda + P) \sin N \operatorname{cosec} P + S \rho \cos \varphi' \cos d \cos N],$$

$$b = \frac{60 \sin 1'}{n} \rho \cos \varphi' \sin(h + \lambda + P) \sin N \operatorname{cosec} P,$$

где

$$\operatorname{tg} P = \frac{\operatorname{tg} N}{\sin d},$$

а S и C — известные вспомогательные величины, даваемые в таблицах для земного сфероида (см. стр. 108):

$$S = \frac{\rho \sin \varphi'}{\sin \varphi}, \quad C = \frac{\rho \cos \varphi'}{\cos \varphi}.$$

Для внутренних контактов формула (112) непригодна, так как при малом l_e угол M быстро меняется и его нельзя считать постоянным. Равным образом и для момента наибольшей фазы знаменатель (112) обращается в нуль вследствие условия $M = N \mp 90^\circ$. В последнем случае напишем условие наибольшей фазы для точки $\varphi + \Delta\varphi$, $\lambda + \Delta\lambda$:

$$[x - \xi - \Delta\xi + (x' - \xi') \Delta t] (x' - \xi') + [y - \eta - \Delta\eta + (y' - \eta') \Delta t] (y' - \eta') = 0.$$

Принимая во внимание, что для точки φ , λ имеет место уравнение

$$(x - \xi) (x' - \xi') + (y - \eta) (y' - \eta') = 0,$$

мы отсюда получаем:

$$\Delta t = \frac{\Delta\xi \sin N + \Delta\eta \cos N}{n}.$$

Внося сюда выражения (111), мы найдем искомую формулу для момента наибольшей фазы, которой можно придать опять вид (113). Для этой цели воспользуемся вспомогательными величинами (93), с помощью которых после-

*) Аналогичные выражения выводит М. А. Касаткин в статье «Вычисление покрытий звезд Луною и солнечных затмений с помощью дифференциальных поправок» [13].

некоторых преобразованиях получим:

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= [8,2419] \frac{\rho}{n} \omega \sin(W - N), \\ b_0 &= - [8,2419] \frac{\rho}{n} q \sin(Q - N) \cos \varphi', \\ \Delta t_0 &= a_0 \Delta \varphi + b_0 \Delta \lambda. \end{aligned} \right\} \quad (113')$$

Здесь Δt_0 представляет поправку, которую нужно придать к моменту T_0 центрального затмения для получения момента наибольшей фазы в точке с координатами $\varphi_0 + \Delta \varphi$, $\lambda_0 + \Delta \lambda$, где φ_0 , λ_0 — координаты точки центрального затмения. Величины a_0 и b_0 можно заранее вычислить и привести в таблице полосы полной фазы по аргументу T_0 .

Для определения продолжительности полной или кольцеобразной фазы в точке M (рис. 39), не лежащей на линии центрального затмения CC' , проведем через точку центрального затмения, соответствующую моменту начала главной фазы затмения в точке M , плоскость, перпендикулярную к оси конуса тени. Последний пересечет эту плоскость по окружности радиуса l_i . Линия центрального затмения изобразится прямой CC' , образующей угол N с проекцией оси y . Если координаты проекции M по отношению к точке центрального затмения обозначим через $\Delta \xi$ и $\Delta \eta$, то кратчайшее расстояние MP проекции точки M от центральной линии равно $\Delta \xi \cos N + \Delta \eta \sin N$. Угол $MOP = \vartheta$ определяется из треугольника OMP уравнением

$$\sin \vartheta = \frac{\Delta \xi \cos N + \Delta \eta \sin N}{l_i}.$$

Преобразуем это выражение таким же образом, как в предшествующем случае было преобразовано выражение для Δt . Тогда, полагая

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{\sin l'}{l_i} \rho \omega \cos(W - N), \\ \Lambda &= \frac{\sin l'}{l_i} \rho q \cos(Q - N) \cos \varphi', \end{aligned}$$

найдем:

$$\sin \vartheta = \Phi \Delta \varphi + \Lambda \Delta \lambda. \quad (114)$$

Длина хорды AM , равная $2l_i \cos \vartheta$, определяет продолжительность τ затмения в точке M : τ во столько раз меньше продолжительности τ_0 на линии центрального затмения, во сколько раз хорда AM короче диаметра тени $2l_i$. Отсюда

$$\tau = \tau_0 \cos \vartheta. \quad (115)$$

Кратчайшее расстояние точки M от линии центрального затмения, измеряемое по земной поверхности, т. е. наклонно к плоскости нашего чертежа, на основании подобного рассуждения получится равным

$$d = \frac{D}{2} \sin \vartheta,$$

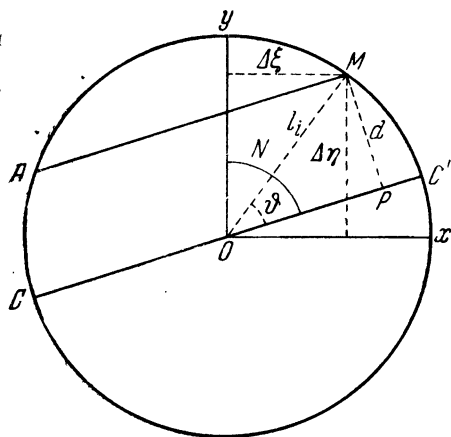


Рис. 39.

где D — определенная на стр. 96 ширина полосы главной фазы. Положительное d означает, что данная точка лежит к северу от линии центрального затмения, отрицательное d соответствует положению точки к югу от этой линии.

Можно сделать и обратный вывод: если d — расстояние данной точки от линии центрального затмения, определенное, например, по карте, то угол ϑ можно найти по формуле

$$\sin \vartheta = \frac{2d}{D}, \quad (116)$$

после чего продолжительность полного или кольцеобразного затмения попрежнему равна $\tau = \tau_0 \cos \vartheta$.

Углы положения для внутренних контактов полного затмения определяются так:

$$\begin{aligned} L_2 &= N - \vartheta && \text{для второго контакта,} \\ L_3 &= N + \vartheta \pm 180^\circ && \text{для третьего контакта.} \end{aligned}$$

В точке на линии центрального затмения полная фаза имеет наибольшую продолжительность для данной географической долготы. Поэтому экспедиции, имеющие задачей наблюдение явлений, которые можно наблюдать только во время полного затмения, стремятся расположиться возможно ближе к линии центрального затмения. Здесь углы положения внутренних контактов разнятся ровно на 180° , что удобно для спектральных наблюдений хромосферы, так как не требует поворота спектрографа или объективной призмы между внутренними контактами. Однако по условиям местности приходится часто отступать при выборе пункта наблюдений от самой центральной линии, например базируясь на существующие населенные пункты, железнодорожные станции и т. п. В таком случае бывает важным заранее знать потерю в продолжительности полной фазы при отступлении от центральной линии на заданное расстояние, а также отступление разности углов положения внутренних контактов от 180° . Эти сведения можно получить простым способом.

Действительно, последние выражения для углов положения дают:

$$L_3 - L_2 = 2\vartheta \pm 180^\circ.$$

При значениях угла $\vartheta < 10^\circ$ можно в формуле (116) заменить синус дугой и писать в градусах:

$$\vartheta = 114,6 \frac{d}{D},$$

откуда

$$L_3 - L_2 = 229^\circ \frac{d}{D} \pm 180^\circ.$$

Продолжительность τ полной фазы в пункте, отстоящем на расстоянии d от центральной линии, измеряется длиной хорды, проходящей через данный пункт и параллельной линии центрального затмения. Длина этой хорды относится к диаметру, как $\cos \vartheta$ к 1, поэтому потеря продолжительности в этом пункте равна

$$\Delta\tau = \tau_0 - \tau = \tau_0(1 - \cos \vartheta) = \tau_0 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{4d^2}{D^2}}\right),$$

где τ_0 — продолжительность полной фазы на линии центрального затмения. Разлагая корень в ряд, мы для малых расстояний d примем:

$$\Delta\tau = \frac{2d^2}{D^2} \tau_0.$$

В этих формулах, как и раньше, для пунктов, находящихся к югу от центральной линии, d нужно считать отрицательным.

Бывают случаи, когда для наблюдения внутренней короны или для обеспечения более длительной видимости хромосферы выбирают пункт наблюдений близ границы полосы полной фазы. Тогда нужно расстояние этого пункта измерять не от центральной линии, а от ближайшей границы. Если Δ есть его расстояние от границы, то

$$\Delta = \frac{D}{2} - d.$$

Продолжительность полного затмения, попрежнему пропорциональная длине хорды, теперь равна

$$\tau = \tau_0 \cos \vartheta = \tau_0 \sqrt{1 - \frac{4d^2}{D^2}} = 2\tau_0 \sqrt{\frac{\left(\frac{D}{2} + d\right)\left(\frac{D}{2} - d\right)}{D^2}} = 2\tau_0 \sqrt{\frac{\Delta}{D^2} \left(\frac{D}{2} + d\right)}.$$

Здесь вследствие близости d к $\frac{D}{2}$ можно $\frac{D}{2} + d$ заменить через D , тогда

$$\tau \approx 2\tau_0 \sqrt{\frac{\Delta}{D}}. \quad (117)$$

Очевидно, что

$$\cos \vartheta = \sin (90^\circ - \vartheta) = 2 \sqrt{\frac{\Delta}{D}}.$$

По малости этой величины заменим синус дугой, тогда в градусах

$$90^\circ - \vartheta = 114^\circ,6 \sqrt{\frac{\Delta}{D}},$$

откуда

$$L_3 - L_2 = -229^\circ \sqrt{\frac{\Delta}{D}}. \quad (118)$$

В этой формуле для пунктов, расположенных близ южной границы полосы полной фазы, нужно брать для корня отрицательное значение.

С помощью выведенных формул можно составить таблички для потери продолжительности полной фазы и разности углов положения внутренних контактов в пунктах, близких к центральной линии, по аргументам d и D или d и τ_0 , что возможно, поскольку для данного затмения D и τ_0 определяют друг друга. Равным образом для пунктов, близких к границам затмения, такие же таблички можно составить по аргументам Δ и D или Δ и τ_0 . Такие таблички совершенно достаточны для предварительных соображений, связанных с выбором пункта наблюдений. Примеры таких таблиц имеются в предвычислениях затмений 1945 и 1954 гг., произведенных Михайловым [27], [29].

Упомянем еще, что Комри [72] приводит ряд формул, служащих для вычисления направления и скорости движения изображения Солнца при фотографировании неподвижной камерой по способу Шеберле, т. е. для определения движения фотографической пластинки.

В круг вопросов, связанных с дифференциальным переходом от одной точки к другой, входит учет влияния высоты наблюдателя над уровнем моря в случае, если вычисление данной кривой затмения произведено для самого уровня моря, как это обычно делается. Такой учет имеет смысл производить только для кривых, связанных с главной фазой затмения: центральной линии и северной и южной границ полосы полной или кольцеобразной фазы.

Нетрудно видеть, что данная фаза затмения (например, центральное затмение) наблюдается на уровне моря в тот же самый момент, как и наблюдателем, расположенным на высоте H км, в точке, находящейся на луче зрения, проведенном к Солнцу. Проекция этой последней точки смещена по отношению к точке на уровне моря на горизонтальное расстояние $H \operatorname{ctg} b_\odot$ в направлении

азимута Солнца a_{\odot} , где b_{\odot} — высота Солнца. Считая a_{\odot} от точки юга к западу, а географическую долготу λ положительной к востоку и полагая приближенно $1'$ на земной поверхности равной $\frac{100}{54}$ км, получим отсюда сдвиг вычисленной для уровня моря точки:

$$\begin{aligned} \text{по широте} \quad \Delta\varphi &= -0,54 H \operatorname{ctg} b_{\odot} \sin a_{\odot}, \\ \text{по долготе} \quad \cos \varphi' \Delta\lambda &= -0,54 H \operatorname{ctg} b_{\odot} \sin a_{\odot}. \end{aligned}$$

Для линии центрального затмения a_{\odot} и b_{\odot} даются формулами (99).

Этот сдвиг может быть получен еще другим способом. Для момента центрального затмения удовлетворяются уравнения

$$x = \xi, \quad y = \eta.$$

Если наблюдатель находится на высоте H км над уровнем моря, то для него ρ должно быть увеличено на $\frac{H}{6378}$, где знаменатель есть число километров в радиусе земного экватора. Отсюда ξ и η , а также равные им x и y должны быть увеличены соответственно на $\frac{Hx}{6378}$ и $\frac{Hy}{6378}$ или на

$$\frac{Hc \sin C}{6378} \quad \text{и} \quad \frac{Hc \cos C}{6378},$$

где c и C даются формулами (33). Перевод приращений x и y в соответствующие приращения географических координат произойдет по формулам (94), в которых мы теперь должны заменить l_i через $\frac{Hc}{6378}$ и L через C . Таким образом, получаем:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= -\frac{Hc}{6378\xi} q \cos(C - Q), \\ \cos \varphi' \Delta\lambda &= -\frac{Hc}{6378\xi} \omega \cos(C - W), \end{aligned}$$

где вспомогательные величины q , Q , ω и W определяются формулами (93). Для получения $\Delta\varphi$ и $\Delta\lambda$ в минутах дуги правую часть нужно умножить на $\frac{1}{\sin 1'}$, причем логарифм множителя $\frac{1}{6378 \sin 1'}$ равен 9,7316, а самый множитель 0,539 по существу тождествен с предыдущим, принятым нами приближенно равным 0,54.

Вычисленный тем или иным путем сдвиг точки центрального затмения еще не дает непосредственного представления о боковом смещении самой линии центрального затмения, так как, если сдвиг точки происходит вдоль самой центральной линии, то последняя не претерпевает бокового смещения. Для решения этого вопроса примем во внимание, что азимут движения лунной тени α [см. формулы (98)] является также азимутом самой центральной линии. Отсюда данная точка сдвигается в сторону от центральной линии под углом $a_{\odot} - \alpha$, а самое боковое смещение центральной линии равно

$$H \operatorname{ctg} b_{\odot} \sin(a_{\odot} - \alpha)$$

и выражается в тех же единицах, в которых выражено H . Знак плюс у этого выражения указывает на смещение к северу, минус — к югу.

Для этой же цели можно воспользоваться формулами, данными ниже на стр. 124—125 с заменой в них c' на Hc и C' на C .

В качестве примера использования дифференциальных формул возьмем наше вычисление затмения 30 июня 1954 г. [29] и применим его к обсерватории Киевского университета с координатами

$$\varphi = +50^{\circ}27',2, \quad \lambda = +30^{\circ}30',1.$$

Выпишем из таблиц, приведенных в этой брошюре [29], нужные данные для центрального затмения в моменты $13^h 13^m$ и $13^h 14^m$ всемирного времени, ближайšie ко времени полного затмения в Киеве:

T_0	φ_0	λ_0	τ_0	D км	N	a_0	b_0	Φ	Δ
$13^h 13^m$	$50^\circ 51', 0$	$31^\circ 12', 4$	$138^s, 0$	$152, 0$	$107^\circ, 3$	$-1,77$	$+0,78$	$+0,0188$	$+0,0099$
$13^h 14^m$	$50^\circ 32', 3$	$31^\circ 47', 4$	$137, 2$	$151, 8$	$107^\circ, 3$	$-1,77$	$+0,76$	$+0,0188$	$+0,0100$

Исходя из первой точки $T_0 = 13^h 13^m$, находим:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= -23', 8, & \Delta\lambda &= -42', 3, \\ \Delta t &= a_0 \Delta\varphi + b_0 \Delta\lambda = +42,1 - 33,0 = +9^s, 1, & T &= 13^h 13^m 9^s, \\ \sin \vartheta &= \Phi \Delta\varphi + \Lambda \Delta\lambda = -0,447 - 0,419 = -0,866, & \vartheta &= -60^\circ, 0, \\ \tau &= \tau_0 \cos \vartheta = 69^s, & d &= \frac{D}{2} \sin \vartheta = 65,8 \text{ км к югу;} \\ P_2 &= 107^\circ, 3 + 60^\circ, 0 = 167^\circ, 3, & P_3 &= 107^\circ, 3 - 60^\circ, 0 + 180^\circ = 227^\circ, 3. \end{aligned}$$

Для контроля повторим вычисление, приняв за исходную точку $T_0 = 13^h 14^m$, для которой

$$\Delta\varphi = -5', 1, \quad \Delta\lambda = -77', 3.$$

Находим:

$$\begin{aligned} \Delta t &= +9, 0 - 58, 8 = -49^s, 8, & T &= 13^h 13^m 10^s, \\ \sin \vartheta &= -0, 096 - 0, 773 = -0, 869, & \vartheta &= -60^\circ, 3, \\ \tau &= 68^s, & d &= 65, 9 \text{ км к югу;} \\ P_2 &= 167^\circ, 6, & P_3 &= 227^\circ, 0. \end{aligned}$$

Точное вычисление по строгим формулам § 28 дало:

$$\begin{aligned} T &= 13^h 13^m 9^s, 1, & \tau &= 68^s, 6, \\ P_2 &= 167^\circ, 7, & P_3 &= 227^\circ, 0. \end{aligned}$$

Мы видим, что дифференциальный расчет верен до секунды во времени и до градуса в углах положения.

Поскольку заданный пункт оказался довольно близко к южной границе полосы полного затмения, от которой он отстоит по первому расчету на $\frac{D}{2} - d = 76, 0 - 65, 8 = 10, 2$ км, а по второму расчету на $75, 9 - 65, 9 = 10, 0$ км, или в среднем на $10, 1$ км, можно попробовать применение формулы (117), по которой

$$\tau = 2 \times 137, 9 \sqrt{\frac{10, 1}{152, 0}} = 71^s,$$

что достаточно близко к точному значению, несмотря на то, что расстояние $\Delta = 10$ км нельзя считать столь малым, чтобы было вполне оправдано применение этой формулы. Для разности углов положения формула (118) дает $L_3 - L_2 = 59''$ в хорошем согласии с прежним значением.

§ 31. Поправки вычисления за неточность координат Луны. Предвычисления затмений, помещаемые в астрономических ежегодниках, производятся за несколько лет вперед. За такой срок координаты Луны не могут быть получены с полной точностью. Действительно, наиболее точные таблицы движения Луны — таблицы Броуна [64] — дают в настоящее время координаты Луны с ошибкой около $2''$ в долготе, а несколько десятков лет назад эта ошибка была значительно больше, как это видно из следующей сводки, составленной по ежегодным

обработкам наблюдений покрытий звезд Луной, которые публикуются в *Astro-nomical Journal* в течение последних двадцати лет.

Год	Поправка		№ А. J.	Год	Поправка		№ А. J.
	долготы	широты			долготы	широты	
1931	+ 5",28	— 0",53	991	1941	+ 0",79	— 0",85	1149
1932	+ 5,03	— 0,58	1010	1942	+ 0,30	— 0,77	1153
1933	+ 4,33	— 0,27	1031	1943	+ 0,26	— 0,65	1169
1934	+ 3,85	— 0,27	1053	1944	— 0,11	— 0,44	1181
1935	+ 3,41	— 0,53	1076	1945	— 0,55	— 0,75	1181
1936	+ 2,50	— 0,77	1112	1946	— 0,76	— 0,73	1182
1937	+ 2,06	— 0,76	1124	1947	— 0,84	— 0,55	1188
1938	+ 1,88	— 0,66	1137	1948	— 1,14	— 0,68	1198
1939	+ 1,29	— 0,82	1141	1949	— 1,40	— 0,44	1211
1940	+ 1,02	— 0,80	1145	1950	— 1,65	— 0,67	1211

В этой таблице приведены средние значения поправок средней долготы и широты Луны за каждый год. В течение года поправки обычно колеблются в пределах одной секунды дуги. Поправка широты держится достаточно постоянной и обычно принимается равной $-0",5$. Для поправки средней долготы на ближайшие годы принимается стандартное значение $-2",0$. Как выяснено, эти отклонения Луны от вычислений, основанных на наиболее совершенной теории, происходят в основном вследствие неравномерности вращения Земли и вызванной этим неправильности измерения времени.

Кроме того, координаты Солнца, которые вычисляются по таблицам Ньюкомба [126], также нуждаются в настоящее время в небольших поправках, а именно около $+1",0$ в средней долготе Солнца.

Вследствие этого возможны случаи, когда координаты, положенные в основу вычисления затмения, оказываются ошибочными на несколько секунд дуги. Устранить происходящую отсюда неточность, которая составляет около 2 сек. в моменте затмения и порядка километра в положении линии центрального затмения на земной поверхности на каждую секунду дуги в долготе Луны, можно, лишь располагая наблюдениями Луны, произведенными за короткое время — несколько месяцев — до затмения. Отсюда возникает задача исправить вычисление затмения, произведенное со старыми координатами, что быстрее всего производится по дифференциальным формулам, которые мы здесь и приведем.

Пусть $\Delta\lambda$ и $\Delta\beta$ — поправки долготы и широты Луны или Солнца. Для перевода их в поправки прямого восхождения и склонения имеем формулы

$$\cos \delta \Delta\alpha = \cos \beta \cos s \Delta\lambda - \sin s \Delta\beta,$$

$$\Delta\delta = \cos \beta \sin s \Delta\lambda + \cos s \Delta\beta,$$

в которых

$$\cos \beta \sin s = \cos \alpha \sin \varepsilon,$$

$$\cos \beta \cos s = \cos \delta \cos \varepsilon + \sin \delta \sin \varepsilon \sin \alpha,$$

где ε — наклон экватора к эклиптике. Для Солнца можно считать $\cos \beta_{\odot}$ строго равным единице, но и для Луны во время затмения β не превышает $1^{\circ}35'$, так что с точностью до 0,0004 можно положить и $\cos \beta_{\odot} = 1$. Кроме того, на многие годы можно считать $\varepsilon = 23^{\circ}27'$. Тогда по введении вспомогательных величин

$$k \sin K = 0,9174,$$

$$k \cos K = 0,3979 \sin \alpha,$$

$$S = 0,3979 \cos \alpha,$$

$$k > 0,$$

или с коэффициентами в логарифмах:

$$\begin{aligned} k \sin K &= [9,9626], \\ k \cos K &= [9,5998] \sin \alpha, \\ S &= [9,5998] \cos \alpha, \end{aligned} \quad k > 0,$$

и далее

$$R = k \sin (K + \delta)$$

получим:

$$\cos \delta \Delta \alpha = R \Delta \lambda - S \Delta \beta, \quad \Delta \delta = S \Delta \lambda + R \Delta \beta.$$

Эти формулы одинаково применимы для Луны и для Солнца, причем R и S в этих двух случаях близки между собой. Кроме того, достаточно вычислить R и S для середины затмения и считать их постоянными в течение всего затмения. Если требуется ввести в *среднюю долготу* Луны или Солнца поправку $\Delta L''$, то соответствующая поправка любой из координат λ , β или α , δ равна

$$\begin{aligned} \text{для Солнца} & 0,006764 \Delta L \Delta c, \\ \text{для Луны} & 0,000506 \Delta L \Delta c, \end{aligned}$$

где Δc — часовое изменение соответствующей координаты. Здесь числовые коэффициенты равны числу часов в тропическом обращении соответствующего светила, деленному на число секунд в окружности.

Поправки бесселевых координат x , y находятся из выражений

$$\begin{aligned} \Delta x &= \frac{1}{p_{\zeta}} [\cos \delta_{\zeta} (\Delta \alpha_{\zeta} - \Delta \alpha_{\odot}) - x \Delta p_{\zeta}] = \\ &= \frac{1}{p_{\zeta}} (R_{\zeta} \Delta \lambda_{\zeta} - S_{\zeta} \Delta \beta_{\zeta} - x \Delta p_{\zeta} - R_{\odot} \Delta \lambda_{\odot} + S_{\odot} \Delta \beta_{\odot}), \\ \Delta y &= \frac{1}{p_{\zeta}} (\Delta \delta_{\zeta} - \Delta \delta_{\odot} - y \Delta p_{\zeta}) = \\ &= \frac{1}{p_{\zeta}} (S_{\zeta} \Delta \lambda_{\zeta} + R_{\zeta} \Delta \beta_{\zeta} - y \Delta p_{\zeta} - S_{\odot} \Delta \lambda_{\odot} - R_{\odot} \Delta \beta_{\odot}). \end{aligned}$$

В этих формулах ради полноты введена поправка Δp_{ζ} к параллаксу Луны, хотя последний дается таблицами настолько точно, что Δp_{ζ} можно считать равным нулю, и в этом случае Δx и Δy можно считать для данного затмения постоянными. Что касается величин R и S , то ввиду близкого равенства их для Луны и Солнца и притом большей важности поправок координат Луны можно без ощутительной погрешности заменить S_{\odot} через S_{ζ} и даже R_{\odot} через R_{ζ} . Таким образом, можно написать:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= \frac{1}{p_{\zeta}} [R_{\zeta} (\Delta \lambda_{\zeta} - \Delta \lambda_{\odot}) - S_{\zeta} (\Delta \beta_{\zeta} - \Delta \beta_{\odot})], \\ \Delta y &= \frac{1}{p_{\zeta}} [S_{\zeta} (\Delta \lambda_{\zeta} - \Delta \lambda_{\odot}) + R_{\zeta} (\Delta \beta_{\zeta} - \Delta \beta_{\odot})]. \end{aligned} \right\} \quad (119)$$

Здесь в правых частях поправки координат должны выражаться в одной мере с параллаксом — удобнее всего в секундах дуги.

Из остальных элементов затмения ощутительны только поправки u_e и u_i и то лишь в случае, если исправляется параллакс или линейный радиус Луны (последний на ΔR_{ζ}). В таком случае имеем:

$$\begin{aligned} \Delta u_e &= -\frac{1}{p_{\zeta}} z \operatorname{tg} f_e \Delta p_{\zeta} + 1,0026 \Delta R_{\zeta}, \\ \Delta u_i &= -\frac{1}{p_{\zeta}} z \operatorname{tg} f_i \Delta p_{\zeta} - 1,0026 \Delta R_{\zeta}. \end{aligned}$$

Подставляя сюда в коэффициенты средние значения p_{ζ} , z и обоих тангенсов, получим с достаточным приближением:

$$\begin{aligned}\Delta u_e &= -0,000081 \Delta p_{\zeta}'' + 1,0026 \Delta R_{\zeta}, \\ \Delta u_i &= -0,000081 \Delta p_{\zeta}'' - 1,0026 \Delta R_{\zeta}.\end{aligned}$$

Если вместо поправки линейного радиуса Луны ввести поправку Δr_{ζ} углового радиуса для среднего расстояния, то вследствие соотношения

$$\Delta R_{\zeta} = \frac{\Delta r_{\zeta}''}{p_{\zeta}''}$$

получим для среднего значения параллакса Луны $57'3''$:

$$\left. \begin{aligned}\Delta u_e &= -0,000081 \Delta p_{\zeta}'' + 0,000293 \Delta r_{\zeta}'', \\ \Delta u_i &= -0,000081 \Delta p_{\zeta}'' - 0,000293 \Delta r_{\zeta}''.\end{aligned} \right\} \quad (120)$$

Определив поправки Δx и Δy и положив

$$\Delta x = c' \sin C', \quad \Delta y = c' \cos C', \quad c > 0,$$

можно получить поправки координат центральной линии по формулам

$$\begin{aligned}\Delta \varphi &= \frac{c'}{\zeta} q \cos (C' - Q), \\ \cos \varphi' \Delta \lambda &= \frac{c'}{\zeta} w \cos (C' - W).\end{aligned}$$

Эти выражения удобны в том случае, если вспомогательные величины q , Q , w , W , определяемые формулами (93), известны из вычисления изохрон или границ главной фазы. Иногда желательно представить $\Delta \varphi$ и $\Delta \lambda$ как явные функции поправок эклиптических координат Луны. Сделаем это, внося в формулы (111) вместо $\Delta \xi$ и $\Delta \eta$ выражения (119), предварительно положив

$$\begin{aligned}\Lambda &= [3,5363] \frac{1}{\zeta p_{\zeta}''} [-R \sin d \sin (h + \lambda) + S \cos (h + \lambda)], \\ B &= [3,5363] \frac{1}{\zeta p_{\zeta}''} [S \sin d \sin (h + \lambda) + R \cos (h + \lambda)], \\ \Pi &= [3,5363] \frac{1}{\zeta p_{\zeta}''} [x \sin d \sin (h + \lambda) - y \cos (h + \lambda)], \\ \Lambda' &= [3,5363] \frac{1}{\zeta p_{\zeta}''} [Rp \sin (P + d) + S \sin \varphi' \sin (h + \lambda)], \\ B' &= [3,5363] \frac{1}{\zeta p_{\zeta}''} [-Sp \sin (P + d) + R \sin \varphi' \sin (h + \lambda)], \\ \Pi' &= - [3,5363] \frac{1}{\zeta p_{\zeta}''} [xp \sin (P + d) + y \sin \varphi' \sin (h + \lambda)],\end{aligned}$$

где p и P имеют прежнее значение [см. формулы (93)]. Тогда получим:

$$\left. \begin{aligned}\Delta \varphi &= \Lambda \Delta \lambda_{\zeta}'' + B \Delta \beta_{\zeta}'' + \Pi' \Delta p_{\zeta}'', \\ \cos \varphi' \Delta \lambda &= \Lambda' \Delta \lambda_{\zeta}'' + B' \Delta \beta_{\zeta}'' + \Pi' \Delta p_{\zeta}''.\end{aligned} \right\} \quad (121)$$

Эти формулы удобны тем, что коэффициенты Λ , B , Π , Λ' , ... можно вычислить заранее и дать в форме таблицы по аргументу T_0 — времени центрального затмения. Тогда учет влияния любых поправок координат Луны производится очень

просто и быстро. Последние члены в этих формулах, содержащие поправки за параллакс, почти всегда опускают. При введении поправок также и к координатам Солнца нужно писать в предыдущих формулах всюду $\Delta\lambda_{\odot}$ — $\Delta\lambda_{\ominus}$ вместо $\Delta\lambda_{\odot}$ и $\Delta\beta_{\odot}$ — $\Delta\beta_{\ominus}$ вместо $\Delta\beta_{\odot}$.

Получив исправленную точку центрального затмения с новыми координатами φ_0 , λ_0 , вычисляют относительно нее для пункта наблюдения по дифференциальным формулам (113') и (114) моменты и углы положения внутренних контактов. Этим будут учтены поправки координат Луны для пункта наблюдений.

Изменение продолжительности главной фазы для точки центрального затмения вследствие изменения радиуса Луны определяется из

$$\Delta\tau = 2 \left| \frac{\Delta u_i}{n} \right|,$$

причем увеличению u_i по абсолютной величине соответствует и увеличение τ .

Приведенные выше формулы дают смещение точки центрального затмения при $T_0 = \text{const.}$, но не дают непосредственного представления о том, насколько исправление координат Луны и Солнца смещает в сторону самую линию центрального затмения. Это смещение можно получить лишь косвенно — путем нанесения на карту небольшого участка неисправленной центральной линии и одной исправленной точки с измерением расстояния между ними. Однако это смещение Δ_0 можно найти и путем вычисления. Для этой цели возьмем уравнение (96) касательной к линии центрального затмения

$$\frac{x - \xi}{d\xi} = \frac{y - \eta}{d\eta} = \frac{z - \zeta}{d\zeta} = j,$$

и предположим, что координаты ξ , η , ζ точки центрального затмения получают поправки $\Delta\xi$, $\Delta\eta$, $\Delta\zeta$ вследствие изменения координат Луны и Солнца. Найдем расстояние Δ между смещенной точкой $\xi + \Delta\xi$, $\eta + \Delta\eta$, $\zeta + \Delta\zeta$ и текущей точкой x , y , z касательной:

$$\begin{aligned} \Delta &= \sqrt{[x - (\xi + \Delta\xi)]^2 + [y - (\eta + \Delta\eta)]^2 + [z - (\zeta + \Delta\zeta)]^2} = \\ &= \sqrt{(j d\xi + \Delta\xi)^2 + (j d\eta + \Delta\eta)^2 + (j d\zeta + \Delta\zeta)^2}. \end{aligned}$$

Потребовав, чтобы Δ имело минимум, мы и получим искомое смещение Δ_0 . Поэтому определим j из условия $d\Delta/dj = 0$ и вставим в предыдущее выражение. Тогда получим:

$$\Delta_0 = \sqrt{\Delta\xi^2 + \Delta\eta^2 + \Delta\zeta^2 - \frac{(\Delta\xi d\xi + \Delta\eta d\eta + \Delta\zeta d\zeta)^2}{d\xi^2 + d\eta^2 + d\zeta^2}}.$$

Остается выразить входящие сюда дифференциалы через известные нам величины. Полагая $d\xi$ и $d\eta$ равными минутным изменениям соответствующих координат, напишем:

$$\begin{aligned} d\xi &= x' - \xi' = n \sin N, \\ d\eta &= y' - \eta' = n \cos N, \\ d\zeta &= -\frac{n}{\zeta} (\xi \sin N + \eta \cos N) = n \operatorname{tg} \nu, \\ &0^\circ < \nu < 180^\circ. \end{aligned}$$

Далее введем вспомогательные величины

$$\begin{aligned} \Delta\xi &= \Delta x = c' \sin C', \\ \Delta\eta &= \Delta y = c' \cos C', \quad c' > 0, \\ \Delta\zeta &= -\frac{c'}{\zeta} (\xi \sin C' + \eta \cos C') = c' \operatorname{tg} \mu, \\ &0^\circ < \mu < 180^\circ, \end{aligned}$$

$$\sin \chi = \sin \nu \sin \mu + \cos \nu \cos \mu \cos (C' - N).$$

Тогда после некоторых преобразований найдем:

$$\Delta_0 = c' \cos \chi \sec \mu.$$

Для получения Δ_0 в километрах нужно правую часть помножить на 6378 ($\lg 6378 = 3,8047$). Направление смещения определяется квадрантом угла $C' - N$, а именно, если

$$\begin{aligned} 0^\circ < C' - N < 180^\circ, & \text{— смещение к югу,} \\ 180^\circ < C' - N < 360^\circ, & \text{— смещение к северу.} \end{aligned}$$

Если $C' - N = 0^\circ$ или 180° , то смещение равно нулю, причем введение поправок в координаты сдвигает центральную линию вдоль самой себя, не меняя ее положения на земной поверхности, а меняя только момент центрального затмения на $\Delta t = \pm c'/n$. В общем случае поправка этого момента такова:

$$\Delta t = \frac{c'}{n} \cos(C' - N).$$

Понятно, что смещение центральной линии и поправка момента различны для разных точек центральной линии, так как входящие в предыдущие формулы величины ξ , η , ζ , N и т. д. суть функции географических координат и времени.

Смещение северной и южной границ полосы главной фазы можно считать равным смещению центральной линии, к которому прибавляется в случае исправления параллакса и радиуса Луны еще изменение в ширине полосы главной фазы. Для последнего имеем:

$$\Delta D = \frac{D}{l_i} |\Delta u_i|.$$

Понятно, что положительное ΔD смещает северную границу к северу и южную — к югу, а отрицательное наоборот.

Поправки вычисления, произведенного для данного места, находятся по формулам

$$\left. \begin{aligned} \Delta t &= -\frac{c' \cos(C' - L)}{n \cos(L - N)} + \frac{1}{n} \sec(L - N) \Delta u, \\ \Delta L &= \frac{c' \sin(C' - N)}{l \cos(L - N)} - \frac{1}{l} \operatorname{tg}(L - N) \Delta u, \end{aligned} \right\} \quad (122)$$

вывод которых дан у Михайлова («Теория солнечных затмений», стр. 125 [22]).

В качестве иллюстрации применения некоторых формул настоящего параграфа укажем на предвычисления затмений 19 июня 1936 г., 21 сентября 1941 г., 9 июля 1945 г. и 30 июня 1954 г., произведенные Михайловым и опубликованные в специальных изданиях [23], [24], [27] и [29]. Там приведены коэффициенты дифференциальных формул (121), достаточные для учета влияния поправок эклиптических координат Луны на моменты и углы положения контактов полного затмения.

§ 32. Обработка наблюдений солнечных затмений. Здесь мы имеем в виду указать основные методы обработки наблюдений с астрометрической целью. Простейший вид таких наблюдений состоит в определении моментов контактов, которые можно использовать для определения поправок координат Луны относительно Солнца. Каждое наблюдение контакта дает условное уравнение вида

$$a \sin L \Delta x + a \cos L \Delta y \pm a \Delta r = T_o - T_c, \quad (123)$$

где

$$a = -\frac{60}{n \cos(L - N)},$$

Δx , Δy — соответствующие поправки бесселевых координат,

$$\Delta r = 0,000293 \Delta R''_c,$$

а в правой части стоит разность между наблюдаемым T_o и вычисленным T_c моментами в секундах времени. Верхний знак перед третьим членом левой части относится к внешним контактам, а нижний — к внутренним. Однако наблюдения, произведенные в одном месте, обычно дают мало уверенные результаты вследствие того, что коэффициенты условных уравнений (123) мало между собой разнятся. Действительно, для того чтобы получить не меньше трех уравнений, необходимых для определения трех неизвестных Δx , Δy и Δr , наблюдения, очевидно, должны быть произведены в полосе главной фазы. Но тогда L для начала частного затмения отличается от L для конца почти на 180° , вследствие чего коэффициенты $a \sin L$ и $a \cos L$ сохраняют величину и знак. Увереннее всего можно определить Δx и Δy из моментов внутренних контактов по наблюдениям, произведенным в полосе главной фазы близ северной или южной ее границы; Δr же увереннее определяется по наблюдениям на самой центральной линии. Отсюда следует, что полное определение всех неизвестных возможно лишь из наблюдений, произведенных в нескольких различных пунктах. Однако каждое наблюдение момента контакта сопровождается ошибкой, зависящей, между прочим, от инструмента и наблюдателя. Особенно неуверенно наблюдается первый (внешний) контакт, который обычно застает наблюдателя врасплох и наблюдается поэтому с большим или меньшим опозданием, зависящим в значительной степени от силы инструмента. Понятно поэтому, что такой способ определения поправок координат Луны дает мало точные результаты.

Если найдены Δx и Δy , то переход к поправкам экваториальных координат совершается по формулам

$$\Delta\alpha_\zeta \cos \delta_\zeta = p_\zeta \Delta x, \quad \Delta\delta_\zeta = p_\zeta \Delta y,$$

где $\Delta\alpha_\zeta$ и $\Delta\delta_\zeta$ выражаются в одной мере с p_ζ . Конечно, поскольку во время затмения определяется положение Луны относительно Солнца, отделение поправки координат Луны от поправки координат Солнца невозможно.

Наблюдение контактов позволяет получить поправку долготы места наблюдения, и прежде такой способ определения долготы находил себе применение. Однако результат сильно отягчается ошибками в координатах Луны и, кроме того, ошибками в самих наблюдаемых моментах, наконец, самая возможность применения этого способа представляется слишком редко, вследствие чего при наличии других, гораздо более точных и универсальных методов этот способ больше не применяется. Поэтому мы не разбираем здесь этого вопроса, отсылая читателей к курсам сферической и практической астрономии Савича (т. 2, стр. 30—58), Брюннова [66], стр. 328—343, и Шовэне [71], т. I, стр. 518—542. Впрочем, в видоизмененной форме, не для определения географической долготы, а для определения длины кривой дуги между двумя пунктами с геодезической целью, аналогичная задача вновь возникла в последние годы, о чем несколько подробнее скажем ниже.

Гораздо точнее определяются поправки координат Луны путем измерения длины или углов положения хорд, стягивающих концы солнечного серпа. Эти измерения производятся либо визуально (предпочтительнее всего гелиометром, хуже микрометром), либо фотографически. Таких измерений можно произвести в течение затмения из одного места значительное количество и, следовательно, получить много условных уравнений, причем, в особенности для углов положения, можно достигнуть значительного изменения коэффициентов. Угол положения хорды меняется быстрее всего вблизи наибольшей фазы, а длина хорды — вблизи внешних контактов. Понятно, что в это время соответствующие условные уравнения приобретают наибольший вес.

Обработку наблюдений при измерении длин хорды можно вести двояким способом. При измерении их вблизи самых внешних контактов экстраполируют момент, для которого длина хорды равна нулю, что, очевидно, дает момент

контакта, но гораздо точнее, чем из непосредственного наблюдения. Дальнейший ход вычисления сводится к предыдущему случаю наблюдения контактов.

Другой способ обработки заключается в том, что по измеренной длине хорды определяют расстояние σ_0 между центрами Луны и Солнца. Для этой цели измеренная длина должна быть прежде всего освобождена от влияния рефракции (чего в первом случае не требуется). Обозначая исправленную длину хорды через s , имеем очевидное геометрическое соотношение

$$\sigma_0 = \sqrt{r_{\odot}^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2} + \sqrt{r_{\ominus}^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2},$$

где r_{\odot} и r_{\ominus} — видимые радиусы Солнца и Луны, которые принимаем известными. Принимая во внимание, что $N = M \pm 90^\circ$ и полагая

$$m_0 = \frac{l_e + l_i}{2r_{\odot}} \sigma_0,$$

напишем условные уравнения в такой форме:

$$\Delta x \sin M + \Delta y \cos M = m_0 - m_e,$$

где m_e есть значение m , полученное из вычисления затмения по бесселевым элементам. Решение этих уравнений по способу наименьших квадратов даст вероятнейшее значение поправок Δx и Δy .

Вместо употребления величин m и M из теории затмений можно все вычисление вести по обычным формулам сферической астрономии, написав

$$\Delta \alpha_{\odot} \cos \delta_{\odot} = (\sigma_0 - \sigma_e) \sin M,$$

$$\Delta \delta_{\odot} = (\sigma_0 - \sigma_e) \cos M,$$

где σ_e — вычисленное видимое угловое расстояние между центрами Луны и Солнца, а M — угол положения Луны относительно Солнца, определяемые по достаточно строгим формулам

$$\left. \begin{aligned} \sigma_e \sin M &= (\alpha_{\odot} - \alpha_{\ominus}) \cos \frac{1}{2}(\delta_{\odot} + \delta_{\ominus}), \\ \sigma_e \cos M &= \delta_{\odot} - \delta_{\ominus}. \end{aligned} \right\} \quad (124)$$

Измерение углов положения хорд дает условные уравнения вида

$$\Delta x \cos M - \Delta y \sin M = M_0 - M_e,$$

где в правой части стоит разность между наблюдаемым и вычисленным углами положения, причем, конечно, наблюдения должны быть освобождены от влияния рефракции. Для получения наблюдаемого угла положения необходимо знать направление суточной параллели, которое определяется по суточному движению Солнца при неподвижной трубе. При фотографическом методе наблюдения проще всего производить на одной пластинке несколько моментальных снимков, позволяя изображению Солнца бежать по пластинке при остановленном часовом механизме, ведущем трубу. Для наиболее уверенного определения поправок обеих координат следует производить наблюдения в то время, когда коэффициенты в предыдущем уравнении быстрее всего меняются, что бывает во время наибольшей фазы затмения; тогда и длина хорды бывает наибольшей и, следовательно, ее угол положения точнее определяется из наблюдений. Однако место наблюдения не должно находиться на самой линии центрального затмения, потому что в таком случае M меняется в момент центрального затмения скачком на 180° , между тем как для уверенного разделения неизвестных Δx и Δy требуется, чтобы M пробегало более равномерно значительную дугу окружности. Поэтому лучше всего наблюдения производить в месте, где наибольшая фаза затмения достигает 0,8—0,9.

Здесь мы ограничимся лишь этими краткими указаниями, без вывода более полных и строгих формул, учитывающих также поправки видимых радиусов Солнца и Луны, отсылая за этими подробностями к «Сферической астрономии» Балла [50], стр. 352—355.

При визуальном наблюдении определяют иногда разность моментов прохождения концов солнечного серпа или касательных через неподвижную нить инструмента, ориентированную по кругу склонения, однако такой метод сопряжен со значительными систематическими ошибками, как это выяснил Дейчланд при наблюдении затмения 17 апреля 1912 г. на Лейпцигской обсерватории [77]. Примером наблюдения при помощи гелиометра может служить работа Вихмана [166].

В настоящее время чаще всего применяется фотографический метод наблюдений, для чего можно использовать любой достаточно длиннофокусный астрограф, имея в виду, что диаметр изображения Солнца на фотографии составляет приблизительно $\frac{1}{110}$ фокусного расстояния объектива. Поэтому для получения достаточного масштаба снимков это фокусное расстояние должно быть не меньше 2 м. Применять увеличительную систему (например, пользоваться окулярным увеличением) не рекомендуется вследствие возможной дисторсии изображения. Экваториальная установка инструмента не обязательна, важно лишь, чтобы астрограф мог удобно направляться на Солнце и сохранять в течение 5—6 мин. неизменное положение. Возможно горизонтальное положение астрографа с целостатом, от которого в этом случае требуется лишь хорошее зеркало для направления лучей в объектив с возможностью переставлять зеркало от снимка к снимку, но не требуется непрерывного точного движения за суточным вращением небесного свода. Очень удобны так называемые стандартные коронографы, изготовленные для наблюдения затмения 19 июня 1936 г., с фокусным расстоянием в 5 м. Объектив приходится диафрагмировать приблизительно до относительного отверстия 1 : 100. На объектив надевается хороший затвор, допускающий моментальные экспозиции со скоростью около $\frac{1}{100}$ сек. Тогда на контрастных диапозитивных пластинках получается правильная выдержка. Шторный затвор перед самой пластинкой не годится, так как он не дает одновременной засветки всего изображения, а кроме того, он может пострадать от нагревания вблизи фокуса. Проявление должно быть возможно более контрастным с добавлением достаточного количества бромистого калия.

При фотографировании солнечных серпов стандартным коронографом или астрографом с фокусным расстоянием в 4—5 м употребляются пластинки размером 13×18 см, ориентируя длинную сторону приблизительно в направлении суточной параллели. На каждой пластинке делаются три снимка при неподвижной трубе и зеркале с промежутками в 2,5 мин., располагая изображения так, чтобы среднее из них было в центре пластинки — концентрично с оптическим центром. Это среднее изображение предназначается для последующего измерения, а крайние изображения служат для точного определения направления суточной параллели. Затвор спускается в момент удара хронометра, поправка которого определяется по радиосигналам с точностью не ниже 0,1 сек. Рекомендуется автоматическая запись момента съемки на хронограф с помощью контактного приспособления у затвора. Такая точность момента требуется для получения эфемеридного положения Луны. Для учета параллакса Луны нужно знать географические координаты наблюдателя до 3", что обеспечит вычисление параллакса до 0",05 по каждой координате.

Измерение среднего изображения лучше всего производить в полярных координатах с началом близ центра Солнца или Луны, так как лишь в этом случае наведение нити измерительного микроскопа на разные точки края солнечного серпа производится в одинаковых условиях. Измерение в прямоугольных координатах, когда крест нитей пересекает края серпа под разными углами, обычно сопровождается систематическими ошибками. При измерении полярных

координат наносят с помощью специального шаблона нажатием тонкой иглы две метки в желатиновом слое пластинки как можно ближе к центрам Солнца и Луны, т. е. к центрам дуг, ограничивающих с обеих сторон изображение солнечного серпа. С помощью координатно-измерительной машины измеряются радиусы этих двух дуг, т. е. расстояния между центральной меткой и точками соответствующей дуги через определенное число, например 5° полярного угла. За начало счета углов берется ось симметрии серпа, т. е. направление, перпендикулярное к прямой, соединяющей кончики серпа. Удобнее всего мерить радиусы, совмещая каждую метку с центром вращения платформы измерительного прибора, для чего нужно иметь возможность перемещать пластинку в зажимах прибора. Измеренные радиусы исправляются за дифференциальную рефракцию, после чего они были бы равными между собой в случае точного совпадения меток с центрами Солнца и Луны. Неравенство радиусов — их зависимость от полярных углов — происходит вследствие эксцентриситета меток, который можно определить из таких условных уравнений:

$$x \cos \varphi + y \sin \varphi = r - \rho,$$

где x, y — координаты метки относительно идеального центра, r — действительный радиус соответствующей дуги, ρ — измеренный радиус, φ — полярный угол. Решив такие условные уравнения по способу наименьших квадратов, найдем координату x метки, направленную по линии, соединяющей центры Солнца и Луны.

Однако удобнее и проще, пользуясь симметрией солнечного серпа при указанном счете полярных углов, подразумевать под ρ полусумму симметричных радиусов, например, для $\varphi = +10^\circ$ и для $\varphi = -10^\circ$, а под φ — абсолютное значение этого угла. Тогда в условных уравнениях исчезнет член с y , и мы получим просто:

$$x \cos \varphi = r - \rho.$$

Расстояние σ между центрами Солнца и Луны равно измеренному расстоянию между метками, исправленному за дифференциальную рефракцию, плюс x_\odot и минус x_ζ (найденные координаты меток близ центров Солнца и Луны). Это расстояние получается сначала в единицах шкалы измерительного прибора, например в миллиметрах, и переводится в секунды дуги сначала с приближенным значением масштаба, которое для стандартных коронографов близко к $40'',8$ на миллиметр. После этого из полученных σ'' для учета нормальной дисторсии объектива вычитается небольшая поправка, равная

$$0'',0078 \left(\frac{\sigma''}{1000} \right)^3,$$

выведенная в предположении, что центр изображения Солнца совпадает с оптическим центром пластинки.

Окончательный масштаб определяется по скорости движения Луны относительно Солнца из условных уравнений такого вида:

$$\frac{\sigma_0}{1000} \zeta + \frac{1}{f} (\sin M_e \cos \alpha_\zeta \Delta \alpha_\zeta + \cos M_e \Delta \delta_\zeta) = \sigma_0 - \sigma_e, \quad (125)$$

где ζ — поправка масштаба на $1000''$, f — отношение топоцентрического к геоцентрическому расстоянию Луны, встречающееся при вычислении лунного параллакса, σ_0 — полученное из измерения фотографий угловое расстояние между центрами Солнца и Луны, σ_e — то же расстояние, вычисленное с эфемеридным местом Луны, $\Delta \alpha_\zeta$ и $\Delta \delta_\zeta$ — искомые поправки экваториальных координат Луны. Для пунктов наблюдения, расположенных вблизи линии центрального затмения, углы M почти постоянны до наступления полного затмения, во время которого меняются почти на 180° и сохраняют это новое значение до конца частного

затмения. По этой причине в уравнениях (125) коэффициенты $\sin M$ и $\cos M$ почти не меняют своей абсолютной величины и лишь меняют знаки во время полной фазы, что не позволяет определить отдельно $\Delta\alpha_{\zeta}$ и $\Delta\delta_{\zeta}$, а лишь их комбинацию, стоящую в наших уравнениях в скобке. Для возможности отдельного определения $\Delta\alpha_{\zeta}$ и $\Delta\delta_{\zeta}$ нужно привлечь углы положения M , которые получаются из тех же фотографий путем измерения углов между направлением суточной параллели и линии, соединяющей кончики серпа. Если измерительный прибор не имеет круга для точного отсчета углов, то измеряются прямоугольные координаты соответствующих точек, по которым и вычисляются нужные углы. Эти углы, исправленные за дифференциальную рефракцию, отличаются на 90° от углов положения M дуги, соединяющей центры Солнца и Луны. Обозначим полученные таким способом из наблюдений углы через M_o . Их теоретическое значение дается формулами (124) или вычисляется точнее из уравнений

$$\begin{aligned}\sin \sigma_e \sin M_e &= \cos \delta_{\zeta} \sin (\alpha_{\zeta} - \alpha_o), \\ \sin \sigma_e \cos M_e &= \sin \delta_{\zeta} \cos \delta_o - \cos \delta_{\zeta} \sin \delta_o \cos (\alpha_{\zeta} - \alpha_o), \\ \cos \sigma_e &= \sin \delta_{\zeta} \sin \delta_o + \cos \delta_{\zeta} \cos \delta_o \cos (\alpha_{\zeta} - \alpha_o).\end{aligned}$$

Проектируя поправки экваториальных координат Луны на направление перпендикулярное к M , получим такие условные уравнения:

$$\frac{k}{f} \operatorname{cosec} \sigma_e (\cos M_e \cos \delta_{\zeta} \Delta\alpha_{\zeta} - \sin M_e \Delta\delta_{\zeta}) = k (M_o - M_e), \quad (126)$$

где k — некоторый постоянный множитель, вводимый для уравнивания весов уравнений (125) и (126), совместное решение которых дает отдельно искомые поправки $\Delta\alpha_{\zeta}$ и $\Delta\delta_{\zeta}$.

Примером такого определения поправок координат Луны может служить работа Н. Г. Гусева [8], наблюдавшего затмение 21 сентября 1941 г. в Кзыл-Орде.

Для наиболее эффективного применения описанного метода следует фотографировать серпы при фазах затмения, не меньших 0,5, так как лишь в этом случае получается достаточно протяженная дуга лунного края, что необходимо для уверенного определения ее центра. Важно также, чтобы фотографии обнимали симметрично наибольшую фазу затмения.

Найденные значения r отягчены фотографической иррадиацией и не представляют интереса, за исключением значений для кончиков серпов, для которых иррадиация одинаково влияет в обе стороны и поэтому дает истинное значение солнечного радиуса. Если преследовать именно эту цель, не задаваясь определением поправок координат Луны, то, как указал Хайн [92], достаточно измерить длину хорды, стягивающей кончики серпа при достаточно большой фазе затмения. Действительно, длина хорды равна

$$d = 2r \sin \frac{\vartheta}{2},$$

где ϑ — стягиваемый ею угол при центре Солнца. При больших фазах ϑ близко к 180° , и поэтому $\sin \frac{\vartheta}{2}$ близок к единице и определяется весьма уверенно, что и дает возможность получить r , если на фотографиях измерено d . Примером такого определения радиуса Солнца может служить работа К. А. Куликова [16].

Для точного определения моментов внутренних контактов фотографическим путем польскими астрономами был испытан при наблюдении затмения 29 июня 1927 г. в Швеции метод [98], идея которого принадлежит руководителю экспедиции Т. Банахевичу [51]. Затмение фотографировалось во время двух внутренних контактов при помощи киноаппаратов, снабженных объективами с фокус-

ным расстоянием в 1,2 м, со скоростью около 12 снимков в секунду, причем моменты снимков автоматически записывались на ленте хронографа. На снимках можно проследить во всех деталях появление и исчезновение четок Бэйли. Пусть в какой-нибудь точке лунного края на снимке в момент T_n виден слабый след солнечной фотосферы, а на следующем снимке в момент T_{n+1} этот след исчез; тогда можно принять с ошибкой, не превосходящей половины интервала между снимками (в данном случае около 0,04 сек.), что в средний момент $\frac{1}{2}(T_n + T_{n+1})$ имеет место контакт между точкой K_1 лунного края с радиусом $r_{\odot} + H$, где превышение H взято из карты Хайна*), и точкой солнечного края с радиусом r_{\odot} . Кроме того, на снимках можно приближенно определить угол ϑ_1 между направлением относительного движения Солнца и радиусом MK_1 (рис. 40, на котором M — центр Луны, S — центр Солнца). Допустим, что в тот же самый момент происходит еще второй контакт в точке K_2 . Тогда мы имеем два треугольника MSK_1 и MSK_2 с общим основанием, с известными двумя сторонами MK_1 и MK_2 , $SK_1 = SK_2$ и известным углом $K_1MK_2 = \vartheta_1 - \vartheta_2$. Этих данных достаточно для определения величины и направления стороны MS , т. е. положения центра Луны относительно центра Солнца. В действительности нет надобности в строгой одновременности обоих контактов K_1 и K_2 , так как движение Луны относительно Солнца хорошо известно, и поэтому, зная моменты двух контактов, можно учесть влияние относительного движения Луны в промежутке.

Преимущество этого способа заключается в том, что из одного места можно получить много моментов контактов, причем эти контакты имеют различные углы положения. Последнее обстоятельство позволяет уверенно определить относительное положение Луны по обеим координатам. Так, в упомянутой работе использованы 77 моментов контактов, причем ϑ заключалось в пределах между 134 и 228° для начала полной фазы и между 288 и 62° — для конца. Точность определения координат получилась порядка $\pm 0'',05$. Правда, это затмение отличалось малой продолжительностью полной фазы, так что видимые радиусы Солнца и Луны были близко равными — обстоятельство, влияющее благоприятно при этом способе наблюдения.

В последние годы выдвинута интересная задача использовать корреспондирующие наблюдения полного затмения для геодезической связи удаленных между собой пунктов, например разделенных океаном. Идея этого способа заключается в том, что скорость движения лунной тени хорошо известна, и поэтому наблюдение моментов затмения позволяет определить расстояние между пунктами наблюдения. Главная трудность этого способа заключается в высокой точности, с которой нужно определять моменты затмения, так как при скорости тени порядка 1 км/сек одной секунде дуги в положении пункта на земной поверхности соответствует около $\frac{1}{60}$ сек. времени в моменте затмения.

Сущность этого способа, который затрагивает глубокие геодезические вопросы, можно пояснить следующим образом. Пусть из наблюдений затмения определены точный момент и угол положения L внутреннего контакта. Тогда, считая поправки координат Луны равными нулю, будут известны бесселевы координаты x , y и радиус лунной тени l_i . Следовательно, из уравнений

$$x - \xi = l_i \sin L,$$

$$y - \eta = l_i \cos L$$

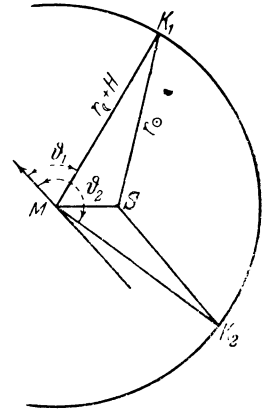


Рис. 40.

*) См. следующий параграф.

можно определить координаты ξ , η , являющиеся функциями географических координат наблюдателя φ , λ , которые также могут быть отсюда найдены. Однако ошибки в положении Луны исказят координаты x , y , которые поэтому нуждаются в некоторых неизвестных, но постоянных для данного затмения поправках Δx и Δy . Если наблюдения произведены в двух пунктах, то можно написать уравнения

$$\begin{aligned}x_1 + \Delta x - \xi_1 &= l_{i_1} \sin L_1, & x_2 + \Delta x - \xi_2 &= l_{i_2} \sin L_2, \\y_1 + \Delta y - \eta_1 &= l_{i_1} \cos L_1, & y_2 + \Delta y - \eta_2 &= l_{i_2} \cos L_2,\end{aligned}$$

из которых определяются разности $\xi_1 - \xi_2$, $\eta_1 - \eta_2$.

Заменяя географические координаты соответственно через $\varphi + \Delta\varphi$ и $\lambda + \Delta\lambda$, где φ и λ — известные астрономические координаты, $\Delta\varphi$ и $\Delta\lambda$ — малые поправки к ним для перехода к геодезическим координатам, т. е. отклонения отвеса в абсолютной системе, мы получим, пренебрегая высшими степенями малых величин $\Delta\varphi$ и $\Delta\lambda$:

$$\begin{aligned}\xi &= \rho \cos \varphi' \sin (h + \lambda) - \rho \sin \varphi' \Delta\varphi + \rho \cos \varphi' \cos (h + \lambda) \Delta\lambda, \\ \eta &= \rho [\sin \varphi' \cos d - \cos \varphi' \sin d \cos (h + \lambda)] + \\ &+ \rho [\cos \varphi' \cos d + \sin \varphi' \sin d \cos (h + \lambda)] \Delta\varphi - \rho \cos \varphi' \sin d \sin (h + \lambda) \Delta\lambda.\end{aligned}$$

Написав такие уравнения для наших двух пунктов наблюдения и образовав разности $\xi_1 - \xi_2$ и $\eta_1 - \eta_2$, известные из наблюдения затмения, мы сможем определить $\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_2$ и $\Delta\lambda_1 - \Delta\lambda_2$, чем и достигается геодезическая связь этих пунктов между собой.

Попытки наблюдения затмений с указанной целью делались за последние годы несколько раз [78а, 116а, 122а], однако нельзя считать, чтобы этот метод был достаточно разработан. По сравнению с другими способами использования Луны для геодезической связи наблюдения затмений уступает наблюдению покрытий звезд Луной в отношении универсальности, так как применимо лишь в редкие моменты и только для пунктов, лежащих в пределах полосы полного затмения. Зато наблюдение затмений имеет то преимущество, что позволяет лучше учесть неровности лунного края, которые проектируются на большом протяжении на диск Солнца, между тем как покрытие происходит в одной точке края, для которой учет рельефа подвержен гораздо большим случайным ошибкам.

§ 33. Неровности лунного края. При подготовке и обработке наблюдений солнечного затмения может оказать влияние то обстоятельство, что край лунного диска имеет неровности (вследствие наличия гор на Луне), вызывающие в отдельных точках отклонение радиуса Луны от его средней величины до $2''$, а в исключительных случаях даже больше. Это обстоятельство влияет на моменты контактов, с ним целиком связано явление, называемое четками Бэйли, и оно имеет большое значение для вида спектра вспышки. Кроме неровностей края, вызванных горами на Луне, имеет место небольшое общее отклонение фигуры Луны от точного шара. А. А. Яковкин обнаружил [39], [40], [1], что Луна немного более выпукла вблизи своего южного полюса, что проявляется в некотором увеличении ее радиуса в этом направлении, зависящем от либрации по широте. Топография лунного края изучена главным образом благодаря работам Хайна [93] и отчасти Пжибиллока [138], и мы имеем возможность определять местные отступления лунного радиуса в точках контакта, а также получить полный профиль лунного края, проектирующегося на диск Солнца. Вопрос сводится к учету либрации Луны и построению линии края на гипсометрических картах Хайна, приложенных к четвертой части его «Селенографических координат» [93]. (См. также статью К. К. Дубровского [9].)

Однако при современных высоких требованиях к точности определения положений Луны, возросших, с одной стороны, в связи с геодезическими про-

блемами, а с другой, — для определения разности между всемирным и эфемеридным временем, т. е. для изучения неравномерности вращения Земли, карты Хайна становятся недостаточными. Ввиду этого продолжается изучение профиля Луны при разных фазах либрации на основе как старых фотографий Луны, так и новых, специально снятых для этой цели длиннофокусными астрографами или целостными установками. Парижская обсерватория недавно выпустила атлас [163] с профилем лунного края, полученным по снимкам Леви и Пюизе через каждые 2° либрации. Обсерватория им. Энгельгардта близ Казани и морская обсерватория в Вашингтоне производят регулярное фотографирование Луны в крупном масштабе. Можно надеяться, что в ближайшем будущем мы будем располагать гораздо более точными и подробными данными для рельефа лунного края.

Положение точек лунной поверхности вблизи края лунного диска определяется двумя координатами D и P . Первая из них есть угловое расстояние точки от большого круга, параллельного видимому краю Луны при средней фазе либрации, т. е. при $\lambda_0 = \beta_0 = 0$, где λ_0 и β_0 — селенографические координаты Земли. D считается со знаком $+$ вперед, в сторону видимого с Земли полушария Луны. Поэтому D можно назвать «краевой широтой». Другая координата P считается вдоль упомянутого большого круга, который можно назвать «краевым экватором», от северного полюса Луны, лежащего на краевом экваторе (вследствие условия $\beta_0 = 0$), в сторону, противоположную стрелке часов (т. е. в ту же, в которую считаются углы положения), до проекции данной точки на краевой экватор. Очевидно, P может быть названо «краевой долготой» точки. Требуется определить эти краевые координаты для точки контакта, а также для всех последовательных точек видимого края Луны.

Для этой цели вычислим вспомогательные величины D_0 , P_0 и Π_0 , смысл которых указан на рис. 41, на котором TM — краевой экватор, N — северный полюс Луны, O — центр видимого полушария Луны, OM — дуга большого круга, проведенная перпендикулярно к $\frown TN$, TE — большой круг, имеющий O своим полюсом, $\frown NT = P_0$, $\frown ME = -D_0$, $\frown TF = \Pi_0$, где точка F лежит на продолженной дуге большого круга ON . Нетрудно видеть, что $\frown ON = 90^\circ - \beta_0$, $\angle MNO = 90^\circ - \lambda_0$, $\frown NM = 90^\circ - P_0$, $\frown MO = 90^\circ - D_0$, так что в треугольнике NMO имеем:

$$\begin{aligned} \sin D_0 \sin \Pi_0 &= -\cos \lambda_0 \sin \beta_0, & -90^\circ < D_0 < +90^\circ; \\ \sin D_0 \cos \Pi_0 &= -\sin \lambda_0, \\ \cos D_0 &= \cos \lambda_0 \cos \beta_0, & 0^\circ < P_0 < 180^\circ. \\ \operatorname{tg} P_0 &= \operatorname{cosec} \lambda_0 \operatorname{tg} \beta_0, \end{aligned}$$

Определив отсюда D_0 , Π_0 и P_0 , найдем координаты D , P видимого края Луны по формулам, точным до 0,05:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} (P - P_0) &= \operatorname{tg} [\Pi - (\Pi_0 + c_0)] \cos D_0, \\ D &= 0^\circ,26 - D_0 \sin [\Pi - (\Pi_0 + c_0)], \\ P - P_0 &\text{ в одном квадранте с } \Pi - (\Pi_0 + c_0), \end{aligned} \right\} \quad (127)$$

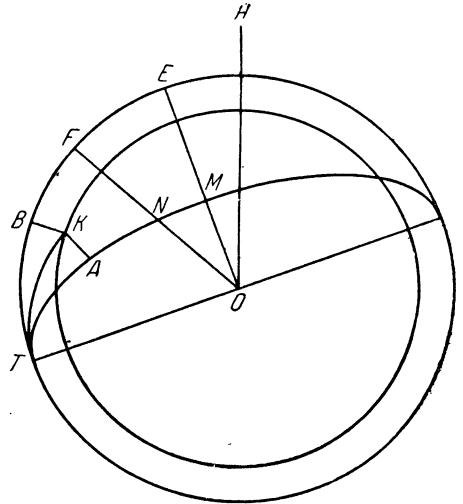


Рис. 41.

где c_0 — даваемый в астрономических ежегодниках угол положения северного полюса Луны относительно круга склонения, проходящего через центр лунного диска, Π — угол положения соответствующей точки лунного края. Задавая здесь Π различные значения между 0 и 360° , получим краевые координаты любого числа точек видимого края Луны, по которым нанесем его положение на гипсометрические карты Хайна. Отсчитав по горизонталям высоты, можно построить профиль лунного края подобно тому, как это было сделано для затмения 21 августа 1914 г. Хайном [92], а для затмений 8 апреля 1921 г. и 19 июня 1936 г. Михайловым [23].

Для точки контакта можно найти угол Π по формулам: для внешних контактов $\Pi = L + 180^\circ - 0^\circ,53 \operatorname{tg} d \sin L$, для внутренних контактов $\Pi = L$, где L — обычный угол положения точки контакта, а d — один из бесселевых элементов. Отсюда по формулам (127) получим краевые координаты точки контакта, по которым нанесем эту точку на карту Хайна и отсчитаем соответствующую высоту H над средним уровнем лунной поверхности. Это H дает превышение местного радиуса лунного края, выраженное в долях $0'',1$. Для нахождения соответствующей поправки Δu возьмем формулу (120), в которой положим поправку параллакса равной нулю. Тогда получим:

$$\Delta u_e = + 0,0000293H, \quad \Delta u_i = - 0,0000293H.$$

Исправленные моменты контакта получают либо из полного вычисления затмения для данного места по формулам § 28, полагая в них вместо u его исправленную величину $u + \Delta u$, или вводя поправки в вычисленные ранее моменты контактов по первой формуле (122).

Встречающиеся в вышеприведенных формулах селеноцентрические координаты Земли λ_0 и β_0 даются в астрономических ежегодниках. Строго говоря, для учета влияния параллакса нужно под λ_0 и β_0 подразумевать координаты не центра Земли, а точки, в которой находится наблюдатель. Ее координаты мы получим, вычитая из λ_0 и β_0 для центра Земли поправки согласно формулам

$$\lambda'_0 = \lambda_0 - (R\xi + S\eta) p'_c, \quad \beta'_0 = \beta_0 - (S\xi - R\eta) p'_c,$$

где R и S определены на стр. 122, а параллакс Луны должен быть выражен в долях градуса.

§ 34. Ионосферное и корпускулярное затмения. В последние годы возникли новые задачи, связанные с наблюдением и предвычислением солнечных затмений с геофизическими целями. На больших высотах порядка нескольких сот километров в земной атмосфере обнаружены слои из ионизированных газов, отражающие наподобие зеркала радиоволны. Главным ионизирующим агентом, по крайней мере для некоторых слоев, является ультрафиолетовая радиация Солнца. Но, помимо этого, возможно также действие мельчайших частиц — корпускул, выбрасываемых Солнцем и летящих со скоростью порядка 1600 км/сек . Ультрафиолетовые лучи распространяются, конечно, с обычной скоростью света, и затмение для таких лучей ничем не отличается от обычного «оптического» затмения, кроме лишь того, что оно наблюдается не на поверхности Земли, а на высоте соответствующего слоя ионосферы. Поток корпускул перехватывается во время затмения Луной, и на Землю или ее ионосферу падает тоже «тень», но смещенная вследствие малой скорости корпускул относительно тени обыкновенного оптического затмения. Область корпускулярного затмения отличается поэтому по положению и времени от области ультрафиолетового затмения. Поэтому, определяя из наблюдений место и время затмения, можно выяснить, каким агентом вызывается ионизация, и даже уточнить еще далеко не ясный вопрос о скорости корпускул. Разберем геометрическую сторону этих двух явлений.

Ионосферное ультрафиолетовое затмение вычисляется, как обычное оптическое затмение, с той только разницей, что во всех формулах радиус Земли ρ должен быть соответствующим образом увеличен. Кроме того, из-за малой плотности атмосферы на больших высотах не нужно учитывать рефракционных явлений. Обычно ограничиваются для ионосферного затмения вычислением полосы полного затмения, которая смещается согласно сказанному на стр. 119 по азимуту Солнца на величину, близкую к $H \operatorname{ctg} b_0$, т. е. вообще одного порядка с высотой H . Продолжительность полной фазы немного возрастает благодаря расширению конуса лунной тени при приближении к Луне. Западная и восточная границы затмения раздвигаются: первая — к востоку, вторая — к западу; вместе с тем начало полного затмения для Земли вообще наступает немного раньше, а конец — позже, чем для поверхности Земли. Это расширение области видимости затмения к западу и востоку является очевидным следствием увеличения ρ .

Увеличение ρ определяется очень просто: поскольку $\rho = 1$ для земного экватора, радиус которого равен 6378,2 км, поправка, которую нужно прибавить к ρ для высоты H км, такова:

$$\Delta \rho = \frac{H}{6378,2} = 0,00015678 H.$$

Это — та самая поправка, с которой мы встречались на стр. 119, но теперь высоты достигают нескольких сотен километров и поэтому примененный там дифференциальный способ вычисления становится неточным, особенно при малых высотах Солнца, когда $\operatorname{ctg} b_0$ становится большим.

При строгом вычислении нужно еще принять во внимание одну деталь. Если провести концентрически к земному сфероиду слой, всюду отстоящий от поверхности сфероида на высоту H , то сжатие такого слоя слегка изменится по сравнению со сжатием Земли и определится очевидным отношением $\frac{a-b}{a+H}$. Вместе с тем и формула для перехода от географической широты к геоцентрической, и обратно, будет иметь другой коэффициент, именно

$$\operatorname{tg} \varphi = \left(\frac{a+H}{b+H} \right)^2 \operatorname{tg} \varphi',$$

где a и b — полуоси земного сфероида.

Нижеследующая табличка дает поправку радиуса $\Delta \rho$, которая постоянна для всех широт, поправку логарифма радиуса, которая слегка зависит от широты, и логарифм коэффициента для перехода от геоцентрической широты к географической, нужный при пользовании вышеприведенной формулой.

H км	$\Delta \rho$	$\Delta \lg \rho$		$\lg \left(\frac{a+H}{b+H} \right)^2$
		$\varphi = 0^\circ$	$\varphi = 90^\circ$	
0	+ 0,00000	0,00000	0,00000	0,00292
100	0,01568	0,00676	0,00678	0,00287
200	0,03136	0,01341	0,01345	0,00282
300	0,04703	0,01996	0,02003	0,00278
400	0,06271	0,02642	0,02650	0,00273
500	0,07839	0,03278	0,03288	0,00269

Впервые довольно подробное предвычисление ионосферного затмения произведено для 1 октября 1940 г. в английском Nautical Almanac office [119]. Более детальное вычисление затмения 21 сентября 1941 г. для высот 100, 150, 220, 300 и 500 км произведено Михайловым [24].

Переходим теперь к рассмотрению корпускулярного затмения. Изменение области видимости его по сравнению с оптическим затмением происходит не только вследствие малой скорости движения корпускул, но и благодаря тому обстоятельству, что корпускулы, выброшенные Солнцем, движутся преимуще-

ственно по нормали к его поверхности и поэтому их поток, достигающий Земли, кажется исходящим лишь из небольшой центральной области солнечного диска — по оценке Чепмана [70] всего 7' диаметром. Это обстоятельство значительно расширяет область тени и суживает область полутени корпускулярного затмения.

Относительно скорости движения корпускул существует еще большая неуверенность. Она оценивалась до сих пор главным образом на основании запаздывания, имеющего место между резкими эруптивными явлениями на Солнце и возникновением вызванных ими магнитных возмущений на Земле. Считают возможным значительный диапазон в пределах от 800 до 5000 км/сек; чаще всего принимаемая скорость — 1600 км/сек, что соответствует времени пробега корпускул от Солнца до Земли в 26 часов. Не исключена возможность, что одновременно существуют корпускулы, движущиеся с разными скоростями.

Предвычисление корпускулярного затмения, как оно производилось до сих пор, страдает от одного существенного недостатка, заключающегося в том, что движение корпускул от самого Солнца и до Земли принимается прямолинейным и равномерным. Между тем сама форма солнечной короны с ее причудливыми изогнутыми образованиями показывает, что вблизи Солнца вряд ли возможно строго прямолинейное движение частиц, а наличие у Земли магнитного поля должно оказывать отклоняющее действие на поток влетающих корпускул. Однако вследствие сложности и малой изученности соответствующих явлений до сих пор ограничивались лишь геометрической стороной дела, почти не затрагивая его физической сущности. В дальнейшем мы тоже ограничиваемся лишь геометрией корпускулярного затмения в предположении прямолинейности и равномерности движения частиц. Для конкретности предполагаем скорость корпускул равной 1600 км/сек.

Для выяснения направления и приблизительной величины сдвига области корпускулярного затмения относительно оптического обратимся к рис. 42, пред-

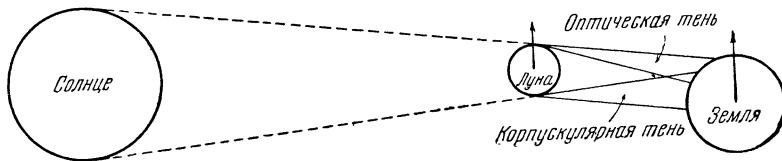


Рис. 42.

ставляющему движение Земли и Луны относительно Солнца. Скорость Луны во время новолуния приблизительно на 1 км/сек меньше орбитальной скорости Земли, вследствие чего Луна отстает от Земли и оптическая ее тень проходит с запада на восток по земной поверхности. Корпускулярная тень Луны, образованная медленно движущимися частицами, отстает от Луны в ее движении, располагаясь наклонно к оптической тени, и образует угол с прямой, соединяющей центры Луны и Солнца, тангенс которого равен отношению скорости Луны к скорости корпускул, или, в круглых числах,

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{30 - 1}{1600} = 0,018$$

или приблизительно $\gamma = 1^\circ$.

Очевидно, что Земля входит в корпускулярную тень *раньше*, чем в оптическую, причем вследствие своего вращения с запада на восток подставляет под корпускулярную тень более восточную часть своей поверхности. Так как 1° на расстоянии Луны соответствует почти 7000 км, а скорость движения Земли относительно тени — около 1 км/сек, то на прохождение расстояния от центра корпускулярной тени до центра оптической тени требуется почти 2 часа. Таким образом, корпускулярное затмение происходит почти на 2 часа раньше опти-

ческого и область его видимости на земной поверхности лежит приблизительно на 30° восточнее области обыкновенного затмения.

Течение корпускулярного затмения для Земли вообще характеризуется такими же кривыми, как и оптического затмения, но некоторые из этих кривых по форме и размерам сильно отличаются от кривых оптического затмения вследствие упомянутого различия в размерах тени и полутени. Точность, с которой требуется определение положения различных кривых для корпускулярного затмения, значительно ниже точности вычисления оптического затмения ввиду меньшей точности, с которой возможно наблюдение корпускулярного затмения, с одной стороны, и вследствие значительной неопределенности в скорости движения корпуккул,—с другой. Различие вычисления корпускулярного затмения по сравнению с вычислением оптического затмения заключается в вычислении бесселевых элементов. Именно, во-первых, координаты Луны и Солнца должны быть отнесены к другим моментам — моменту вылета корпуккул из солнечной поверхности для Солнца и моменту перехвата их потока Луною для Луны. Во-вторых, диаметр излучающей части Солнца должен быть взят соответственно меньше.

Пусть v — скорость корпуккул в км/сек, Δ_{\odot} — расстояние Солнца от Земли в астрономических единицах, Δ_{ζ} — расстояние Луны в радиусах земного экватора. Тогда при вычислении бесселевых элементов для момента T координаты Солнца нужно взять для момента

$$T - \frac{6378 \Delta_{\odot}}{v \sin 8''{,}80} \text{ сек.}$$

и координаты Луны — для момента

$$T - \frac{6378 \Delta_{\zeta}}{v} = T - \frac{6378}{v \sin p_{\zeta}} \text{ сек. *)}$$

Для средних расстояний Солнца и Луны и при $v = 1600$ км/сек изменения моментов составляют для Солнца 93 500 сек. $\approx 1,1$ суток и для Луны 240 сек. Поэтому Солнце окажется примерно на 1°, а Луна приблизительно на 2' позади

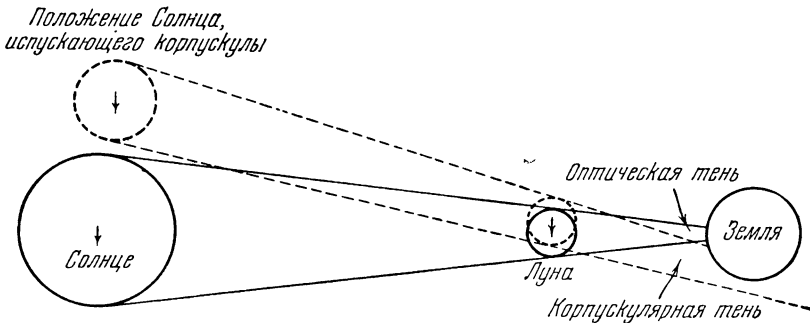


Рис. 43.

своих истинных положений, что согласно рис. 43 дает другой способ пояснения того упреждения, которое имеет место для корпускулярного затмения.

При вычислении угла конуса f и связанных с ним радиусов тени и полутени нужно брать для радиуса Солнца не величину, употребленную в § 12, а значительно меньшую, соответствующую излучающей части солнечной поверхности. Если принять $R_{\odot} = 24 a$, что примерно соответствует $r_{\odot} = 3',5$, то

*) Здесь, строго говоря, требуются два приближения, так как расстояния Δ_{\odot} и Δ_{ζ} должны быть взяты для искомым моментов.

окажется

$$\operatorname{tg} f_e = \frac{24,27}{\Delta_{\odot} - \Delta_{\zeta}}, \quad \operatorname{tg} f_i = \frac{23,73}{\Delta_{\odot} - \Delta_{\zeta}}$$

или оба тангенса близки к 0,001.

Вместе с этим формулы (26) для u_e и u_i дадут величины радиусов тени и полутени, примерно равные

$$u_e = 0,06 + 0,27 = +0,33, \quad u_i = 0,06 - 0,27 = -0,21,$$

причем u_i всегда отрицательно, так что корпускулярное затмение не может быть кольцеобразным, что геометрически понятно, так как видимый диск Луны почти в 4 раза превышает по диаметру часть Солнца, испускающую корпускулы.

В остальном вычисление корпускулярного затмения производится по обычным формулам, в которых, однако, можно сделать следующие упрощения: пренебречь членом $\zeta \operatorname{tg} f$, т. е. полагать везде $l = u$, и пренебречь сжатием Земли, полагая $\rho = 1$. Вместо подробного вычисления всех кривых для корпускулярного затмения иногда бывает достаточно лишь приближенного, с точностью до одной минуты, определения момента наибольшей фазы для данного места. В таком случае самым трудоемким является вычисление бесселевых элементов, если его производить по общим формулам. Однако с помощью следующего приближенного приема можно значительно сократить эту работу.

Наклон оси конуса корпускулярной тени к оси оптического затмения по предыдущему равен

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{v_{\odot} - v_{\zeta}}{v}, \quad (128)$$

где v_{\odot} и v_{ζ} — соответственно скорости орбитального движения Солнца (вернее Земли) и Луны, а v — скорость корпускул. Но здесь в качестве v_{\odot} и v_{ζ} нужно брать не полные скорости в пространстве, а их составляющие, перпендикулярные к лучу зрения, так как лучевые скорости не вызывают отклонения потока корпускул. Если разложить эти поперечные скорости на две составляющие — параллельную к экватору и перпендикулярную к нему, то получим и отклонения в этих двух направлениях, из которых первая влияет на бесселеву координату x , а вторая — на координату y .

Для получения составляющей скорости, параллельной экватору, заметим, что видимое угловое движение Солнца в этом направлении есть $\Delta\alpha_{\odot} \cos \delta_{\odot}$, где под $\Delta\alpha_{\odot}$ будем подразумевать часовое изменение прямого восхождения Солнца в секундах дуги. Такое движение соответствует линейной скорости

в $\frac{6378 \Delta_{\odot}}{8'' \cdot 80 \cdot 3600} \Delta\alpha_{\odot} \cos \delta_{\odot}$ км/сек, где Δ_{\odot} — расстояние Солнца от Земли в единицах большой полуоси земной орбиты. По вычислении величины коэффициента в этом выражении получим для составляющей, параллельной плоскости экватора

$$(v_{\odot})_x = 0,20133 \Delta_{\odot} \Delta\alpha_{\odot} \cos \delta_{\odot} \text{ км/сек.}$$

Таким же путем найдем составляющую скорости Луны, равную

$$(v_{\zeta})_x = \frac{1,7717}{p_{\zeta}} \Delta\alpha_{\zeta} \cos \delta_{\zeta},$$

где p_{ζ} — горизонтальный экваториальный параллакс Луны, выраженный в секундах дуги. Как и в формуле (128), для получения угла γ между осями наших двух конусов нужно разность этих скоростей разделить на скорость v корпускул. Но на расстоянии от Луны до бесселевой плоскости xu этот угол вызовет изменение координаты x оси конуса корпускулярного затмения на $\gamma_x \cos \epsilon p_{\zeta}$,

откуда

$$x_e = x_0 + \frac{(v_{\odot})_{\alpha} - (v_{\zeta})_{\alpha}}{v \sin p_{\zeta}}. \quad (129)$$

Совершенно так же получим для составляющей, перпендикулярной к экватору:

$$y_e = y_0 + \frac{(v_{\odot})_{\delta} - (v_{\zeta})_{\delta}}{v \sin p_{\zeta}}, \quad (130)$$

где x_0 и y_0 — бесселевы координаты оптического затмения, а

$$(v_{\odot})_{\delta} = 0,20133 \Delta_{\odot} \delta_{\odot},$$

$$(v_{\zeta})_{\delta} = \frac{1,7717}{p_{\zeta}} \Delta \delta_{\zeta}.$$

С помощью формул (129) и (130) можно найти бесселевы координаты x_e и y_e для конуса корпускулярного затмения, зная эти координаты для оптического затмения. Для ориентировки заметим, что разность $x_e - x_0$ при скорости $v = 1600$ км/сек близка к $\pm 1,1$. Что касается $y_e - y_0$, то эта разность значительно меньше, но может быть любого знака в зависимости главным образом от знака $\Delta \delta_{\odot}$.

При применении формул (129) и (130) может случиться, что для получения x_e и y_e в тех пределах, когда возможно корпускулярное затмение, нужно знать x_0 и y_0 далеко за обычными пределами этих величин для оптического затмения. В таком случае достаточно продолжить таблицу элементов с помощью постоянных разностей x' и y' , т. е. путем линейного экстраполирования.

Формулы (129) и (130) не могут претендовать на большую точность. При малых скоростях $v \approx 1000$ км/сек они позволяют вычислить момент наибольшей фазы корпускулярного затмения для заданного места с точностью около 1 мин. времени, при больших скоростях v — соответственно точнее. Вычисление производится по общим формулам § 28 с четырьмя или даже тремя десятичными знаками. Более точное вычисление вряд ли вообще имеет смысл, так как сама постановка задачи не может претендовать на большую точность.

ГЛАВА III

ТЕОРИЯ ЛУННЫХ ЗАТМЕНИЙ

§ 35. Предвычисление лунных затмений. Задача предвычисления лунных затмений состоит в определении моментов вхождения и выхода Луны или отдельных образований на ее поверхности из земной тени и соответствующих углов положения, в определении момента и величины наибольшей фазы, в нахождении мгновенного положения тени на диске Луны и в определении полушария Земли, обращенного в соответствующие моменты к Луне. Эти задачи можно решить приемами, употребляемыми в теории солнечных затмений, заменяя отбрасывающее тень тело (Луну) Землей и, обратно, Землю — Луной. Главное различие заключается в том, что теперь затемняющее тело — сжатой формы, а то, на которое падает тень, — сферическое. Поэтому конус тени имеет эллиптическое поперечное сечение. Строго решение всех возникающих при прохождении Луны через земную тень задач не уступает, пожалуй, по сложности теории солнечных затмений. Однако земная тень, падающая на Луну, никогда не бывает так резко ограничена, чтобы имело смысл стремиться в вычислениях к достижению наибольшей точности. Наиболее опытные наблюдатели определяют положение края земной тени с ошибкой, не меньшей $\pm 6''$, что соответствует примерно $\pm 12^s$ в моменте.

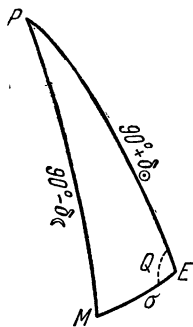


Рис. 44.

Пусть E — центр земной тени (рис. 44), экваториальные координаты которого равны $\alpha_{\odot} + 180^{\circ}$ и $-\delta_{\odot}$, где α_{\odot} и δ_{\odot} — геоцентрическое прямое восхождение и склонение Солнца; M — центр Луны с геоцентрическими координатами α_{ζ} , δ_{ζ} , P — северный полюс мира. Из треугольника PEM получаем:

$$\left. \begin{aligned} \sin \sigma \sin Q &= \cos \delta_{\zeta} \sin (\alpha_{\zeta} - \alpha_{\odot}), \\ \sin \sigma \cos Q &= \cos \delta_{\zeta} \sin \delta_{\odot} + \sin \delta_{\zeta} \cos \delta_{\odot} \cos (\alpha_{\zeta} - \alpha_{\odot}), \end{aligned} \right\} \quad (131)$$

где σ — угловое расстояние между центрами Луны и земной тени, равное согласно § 3:

для внешнего прикосновения к полутени

$$\sigma_1 = \frac{51}{50} (p + r_{\odot} + p_{\odot}) + r_{\zeta},$$

для внутреннего прикосновения к полутени

$$\sigma_2 = \frac{51}{50} (p + r_{\odot} + p_{\odot}) - r_{\zeta},$$

для внешнего прикосновения к тени (начала и конца частного затмения)

$$\sigma_3 = \frac{51}{50} (p - r_{\odot} + p_{\odot}) + r_{\zeta},$$

для внутреннего прикосновения к тени (начала и конца полного затмения)

$$\sigma_4 = \frac{51}{50}(p - r_{\odot} + p_{\odot}) - r_{\zeta}.$$

Здесь p — горизонтальный параллакс Луны для среднего радиуса Земли, за который обычно принимают радиус на широте 45° :

$$p = 0,99833 p_{\zeta},$$

или, с достаточной точностью,

$$p = p_{\zeta} - \frac{p_{\zeta}}{600}.$$

Таким образом, Земля принимается за шар среднего радиуса, что дает максимальную ошибку в $\frac{1}{600}$ или при радиусе земной тени около $2400''$ максимальную ошибку в положении края земной тени около $\pm 4''$.

О наблюдаемом увеличении диаметра земной тени мы уже говорили в § 3 (стр. 16). К сказанному можно прибавить, что недавно чешские астрономы Й. Боушка и Б. Ружичкова [3] вновь исследовали этот вопрос и для затмения 26 ноября 1950 г. получили увеличение радиуса Земли на $\frac{1}{49}$, а 33 ранее наблюдавшиеся затмения дали в среднем увеличение на $2,1\frac{0}{10}$, т. е. на $\frac{1}{48}$. Поэтому в настоящее время нет оснований менять стандартное отношение $\frac{51}{50}$, чрезвычайно близкое к этим числам.

С. М. Козик [15] получил из наблюдений лунного затмения 7—8 ноября 1938 г. несколько меньший коэффициент расширения земной тени и обнаружил небольшую эллиптичность тени. Впрочем, фотометрические наблюдения того же затмения, обработанные Линком и Гутом [109а], показали, что распределение яркости в земной тени неодинаково в различных позиционных углах, чем и объясняется, повидимому, наблюдавшийся Козиком эффект сжатия земной тени. Боушка и Ружичкова в указанной работе нашли для сжатия земной тени очень большое значение $\frac{1}{46}$, так что этот вопрос все же остается невыясненным и подлежит уточнению и объяснению. В ожидании этого резонно сохранить допущение о круглой тени, соответствующей среднему радиусу Земли, как это сделано в предыдущих формулах.

Строго говоря, в этих формулах значения σ должны быть найдены для моментов соответствующих контактов. Но ввиду медленности изменения величин, от которых зависит σ , можно ограничиться вычислением для момента T_0 геоцентрического противостояния Луны и Солнца по прямому восхождению, который найдем, интерполируя совершенно так, как пояснено на стр. 49, момент, для которого

$$\alpha_{\zeta} - \alpha_{\odot} + 12^h = 0.$$

Полагаем правые части уравнений (131) соответственно равными x и y , для которых по малости $\alpha_{\zeta} - \alpha_{\odot}$ можно написать:

$$x = (\alpha_{\zeta} - \alpha_{\odot}) \cos \delta_{\zeta},$$

$$y = \delta_{\zeta} + \delta_{\odot} - \omega,$$

где

$$\omega = \frac{\sin 2\delta_{\odot} \sin^2 \frac{1}{2} (\alpha_{\zeta} - \alpha_{\odot})}{\sin 1''} \quad (132)$$

— малая величина, которую можно взять из таблицы, приведенной на стр. 212. Теперь напишем уравнения (131), приняв во внимание малость σ , в виде

$$\sigma \sin Q = x, \quad \sigma \cos Q = y,$$

где x и y выражаются в секундах дуги. Здесь σ имеет одно из указанных выше значений и является медленной функцией времени, x и y меняются со временем быстрее вследствие главным образом движения Луны и вычисляются на каждые 2^h в пределах времени $T_0 \pm 3^h$, где T_0 — указанный момент геоцентрического противостояния по прямому восхождению. Всего, таким образом, x и y вычисляются для четырех моментов. Интерполированием на середину получают эти координаты для каждого часа и находят разности x' , y' , которые являются часовыми изменениями. Их можно вычислить также по приближенным формулам

$$\begin{aligned}x' &= (\Delta\alpha_{\zeta} - \Delta\alpha_{\odot}) \cos \delta_{\zeta}, \\y' &= \Delta\delta_{\zeta} - \Delta\delta_{\odot},\end{aligned}$$

где $\Delta\alpha_{\zeta}$, $\Delta\delta_{\zeta}$, $\Delta\alpha_{\odot}$, $\Delta\delta_{\odot}$ — часовые изменения экваториальных координат Луны и Солнца.

Полагая $T = T_0 + t$ и обозначая через x_0 , y_0 значения x и y для исходной эпохи T_0 , напомним:

$$s \sin Q = x_0 + x't, \quad s \cos Q = y_0 + y't,$$

откуда, вводя вспомогательные величины

$$\begin{aligned}m \sin M &= x_0, & n \sin N &= x', \\m > 0, & & n > 0, \\m \cos M &= y_0, & n \cos N &= y',\end{aligned}$$

найдем

$$\begin{aligned}\sin(Q - N) &= \frac{m}{\sigma} \sin(M - N), \\t &= \frac{\sigma}{n} \cos(Q - N) - \frac{m}{n} \cos(M - N).\end{aligned}$$

Первое из этих уравнений определяет Q , которое почти ровно на 180° отличается от угла положения P контакта при центре Луны, так что можно принять:

$$P = Q \pm 180^\circ.$$

Второе уравнение определяет момент контакта, причем первый член правой части дает половину продолжительности затмения, а второй член — момент наибольшей фазы. Квадрант для $Q - N$ нужно выбирать так, чтобы было:

$$\begin{aligned}-90^\circ < Q - N < +90^\circ & \text{ для начала затмения,} \\+90^\circ < Q - N < +270^\circ & \text{ для конца затмения.}\end{aligned}$$

Что касается момента T_0 , то его выгоднее брать вблизи момента геоцентрического противостояния по прямому восхождению, для которого $x = 0$.

Как уже упомянуто, момент наибольшей фазы получается из условия

$$t = -\frac{m}{n} \cos(M - N),$$

причем он равен полусумме моментов начала и конца затмения. Величина наибольшей фазы в долях диаметра лунного диска

$$g = \frac{s_1 - |m \sin(M - N)|}{2r_{\zeta}}.$$

Для полного затмения $g > 1$.

Величины s и P можно рассматривать как полярные координаты центра тени относительно центра Луны и они могут служить для определения мгновен-

ного положения земной тени на диске Луны. Проще всего это выполняется графически. Если нужно получить положение тени относительно лунных образований, то Луну нужно изобразить в ортографической проекции с учетом фазы либрации.

Графическое решение получается еще проще при помощи построения пути Луны относительно земной тени (см. [140], стр. 13). Угловые радиусы равны: для полутени

$$\sigma = \frac{51}{50} (p + p_{\odot} + r_{\odot}).$$

для тени

$$\sigma = \frac{51}{50} (p + p_{\odot} - r_{\odot}).$$

Построение производится, исходя из разности склонений центров Луны и тени в момент геоцентрического противостояния по прямому восхождению

$$\delta_{\zeta} - (-\delta_{\odot}) = \delta_{\zeta} + \delta_{\odot}$$

и относительного часового движения $(\Delta\alpha_{\zeta} - \Delta\alpha_{\odot}) \cos \delta$ и $\Delta\delta_{\zeta} + \Delta\delta_{\odot}$, как показано на рис. 45. Из центра O проводим две окружности радиусов тени и полу-

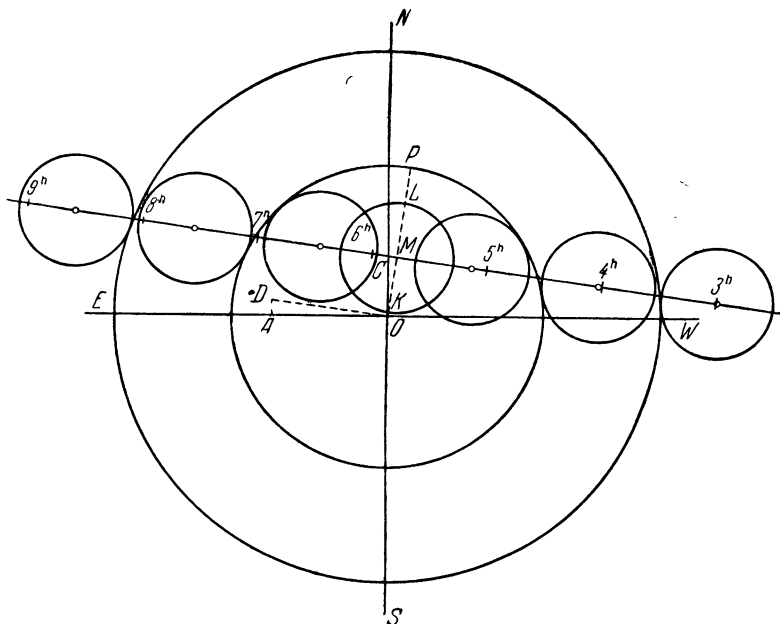


Рис. 45.

тени в определенном масштабе; откладываем $OA = (\Delta\alpha_{\zeta} - \Delta\alpha_{\odot}) \cos \delta_{\zeta}$ и $AD = \Delta\delta_{\zeta} + \Delta\delta_{\odot}$, считая склонения и их изменения положительными от O к N . Затем проводим прямую, параллельную OD , через точку C , лежащую на расстоянии $OC = \delta_{\zeta} + \delta_{\odot}$ от центра O . На этой прямой, представляющей путь центра Луны, наносим масштаб времени, исходя из точки C , через которую центр Луны проходит в момент T_0 , и пользуясь длиной OD , проходимой центром Луны за один час среднего времени. Перпендикуляр OM , опущенный из O на эту прямую, определяет кратчайшее расстояние Луны от центра тени, точка M соответствует моменту наибольшей фазы затмения. Строя радиусом r_{ζ} диска Луны, касательные к тени и полутени, определяем по шкале времени моменты контактов. Углы положения контактов отсчитываются от северной

(на чертеже верхней) точки лунного диска против часовой стрелки. На рис. 45 построение выполнено для полного затмения Луны 18 ноября 1956 г., для которого «Астрономический Ежегодник СССР» дает:

δ_{\odot}	$6^{\text{h}}52^{\text{m}},0$	$\Delta\alpha_{\odot}$	$+ 10^{\text{s}},38$
δ_{ζ}	$- 19^{\circ}14'22'',9$	$\Delta\alpha_{\zeta}$	$+ 147^{\text{s}},07$
$\Delta\delta_{\odot}$	$+ 19^{\circ}31'40'',6$	p_{\odot}	$8'',9$
$\Delta\delta_{\zeta}$	$- 35'',7$	p_{ζ}	$58'44'',1$
	$+ 306'',2$	r_{\odot}	$16'11'',0$
		r_{ζ}	$15'59'',5$

С этими данными находим:

$$\begin{aligned} OC &= \delta_{\zeta} + \delta_{\odot} && + 1037'',7 \\ OA &= (\Delta\alpha_{\zeta} - \Delta\alpha_{\odot}) \cos \delta_{\zeta} && + 1932'',4 \\ AD &= \Delta\delta_{\zeta} + \Delta\delta_{\odot} && + 270'',5 \\ p &= \frac{599}{600} p_{\zeta} && 3518'',3 \\ \frac{51}{50} (p + p_{\odot} + r_{\odot}) &&& 4588'',2 \\ \frac{51}{50} (p + p_{\odot} - r_{\odot}) &&& 2607'',3 \end{aligned}$$

Определенные по чертежу моменты совпадают в пределах минуты с данными «Астрономического Ежегодника». Величина наибольшей фазы затмения равна отношению $\frac{KP}{KL} = 1,32$, что также согласуется с Ежегодником.

Остается определить земное полушарие, которое во время данной фазы затмения повернуто к Луне. Для этой цели указывается полюс такого полушария, т. е. точка, в которой Луна в соответствующий момент находится в зените. Пусть T — момент мирового времени данной фазы затмения; переведем его в соответствующее звездное время s . Местное звездное время для точки, восточная географическая долгота которой есть λ , равно $s + \lambda$. Для того чтобы в этой точке Луна находилась в зените, следовательно в меридиане, должно быть $s + \lambda = \alpha_{\zeta}$, откуда

$$\lambda = \alpha_{\zeta} - s,$$

чем определяется долгота искомой точки. Широта ее находится из очевидного условия

$$\varphi = \delta_{\zeta}.$$

Здесь координаты Луны α_{ζ} и δ_{ζ} должны быть проинтерполированы для соответствующего момента.

§ 36. Определение положения края земной тени на поверхности Луны. Выше было упомянуто, что положение Луны относительно земной тени можно определить графическим построением. Покажем, как эта задача решается аналитически.

Вопрос этот вполне аналогичен определению положения изохроны солнечного затмения и может быть решен аналогичным способом.

Вообразим систему прямоугольных осей координат с началом в центре Луны, осью z , параллельной оси конуса земной тени, следовательно, параллельной прямой, соединяющей центры Солнца и Земли, и направленной в сторону Земли, осью x , параллельной плоскости земного экватора и направленной к востоку, осью y , направленной в северное полушарие. Условимся относительно единиц измерения этих координат: будем выражать их в радиусах земного

экватора. В таком случае определенные в предыдущем параграфе величины x и y , взятые с обратным знаком и переведенные из секунд дуги в условленную меру делением на p_{ζ} (приблизненно вместо $\sin p_{\zeta}$), будут не чем иным, как прямоугольными координатами оси конуса тени в указанной системе координат. Таким образом, теперь

$$x = -\frac{(\alpha_{\zeta} - \alpha_{\odot}) \cos \delta_{\zeta}}{p_{\zeta}},$$

$$y = -\frac{\delta_{\zeta} + \delta_{\odot} - \omega}{p_{\zeta}},$$

где ω имеет прежнее значение, определяемое формулой (132).

Самое уравнение конуса напишется, как в теории солнечных затмений, в такой форме:

$$(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 = l^2, \quad (133)$$

где

$$l = u - \zeta \operatorname{tg} f,$$

ξ, η, ζ — текущие координаты.

Здесь u есть линейный радиус тени или полутени в плоскости xu , равный: для тени

$$u_i = \frac{51}{50} \frac{p + p_{\odot} - r_{\odot}}{p_{\zeta}},$$

для полутени

$$u_e = \frac{51}{50} \frac{p + p_{\odot} + r_{\odot}}{p_{\zeta}},$$

f — угол при вершине конуса, определяемый для тени из прямоугольного тре-

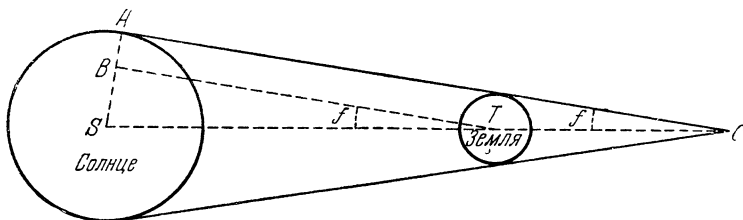


Рис. 46.

угольника BTS (рис. 46), в котором катет BT проведен параллельно касательной AC :

$$\sin f_i = \frac{R_{\odot} - \frac{51}{50}}{\Delta_{\odot}} = \frac{108,028}{\Delta_{\odot}},$$

где Δ_{\odot} — расстояние Земли от Солнца, или, если Δ_{\odot} выражено, как это обычно делается, в единицах большой полуоси земной орбиты, то

$$\sin f_i = \frac{108,028 \sin 8'',80}{\Delta_{\odot}} = \frac{[7,663596]}{\Delta_{\odot}},$$

откуда

$$\operatorname{tg} f_i = \frac{[7,663600]}{\Delta_{\odot}} = \frac{0,004609}{\Delta_{\odot}}.$$

По малости этой величины, принимая еще во внимание, что координата ζ для точек лунной поверхности не превосходит $k = 0,27$, можно считать f_i постоянным для всех затмений, заменяя Δ_{\odot} его средним значением — единицей.

Таким образом, примем:

$$\operatorname{tg} f_i = 0,00461, \quad \lg \operatorname{tg} f_i = 7,6636 - 10.$$

Проделав аналогичные выкладки для конуса полутени, получим:

$$\operatorname{tg} f_e = 0,00470, \quad \lg \operatorname{tg} f_e = 7,6717 - 10.$$

Уравнение (133) представляет круглый конус, радиус которого соответствует среднему радиусу Земли. Ошибка, происходящая от неучета эллиптичности Земли, составляет максимум $1/600$ лунного параллакса, т. е. может доходить до $6''$. Это несколько больше принятой выше допустимой погрешности. Поэтому было бы точнее считать сечение конуса тени плоскостью xu эллиптическим, с большой полуосью, направленной по оси x и равной

$$u_x = \frac{51}{50} \frac{p_{\zeta} + p_{\odot} - r_{\odot}}{p_{\zeta}},$$

и малой полуосью, равной

$$u_y = \frac{51}{50} \frac{(p_{\zeta} + p_{\odot}) \sqrt{1 - \varepsilon^2 \cos^2 \delta_{\odot}} - r_{\odot}}{p_{\zeta}},$$

где ε^2 — квадрат второго эксцентриситета земного сфероида:

$$\varepsilon^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2} = 0,00674, \quad \lg \varepsilon^2 = 7,8047 - 10.$$

Обоснование этих формул можно найти у Гартмана [91].

Что касается угла f , то исправлять его за эллиптичность конуса нет никакого смысла. Теперь уравнение конуса тени напишется так:

$$\left(\frac{x - \xi}{l_x}\right)^2 + \left(\frac{y - \eta}{l_y}\right)^2 = 1,$$

где

$$l_x = u_x - \zeta \operatorname{tg} f_i, \quad l_y = u_y - \zeta \operatorname{tg} f_i.$$

Для полутени ввиду неопределенности ее очертаний подобный учет эллиптичности конуса является совершенно излишним.

Второе основное уравнение — шара Луны — пишется так:

$$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = k^2. \quad (134)$$

Совместное решение его с уравнением конуса (133) определяет прямоугольные координаты ξ , η , ζ точек лунной поверхности, через которые в данный момент проходит край тени или полутени, другими словами, положение изохроны затмения. Эти координаты выражаются через селеноцентрическую долготу λ и широту β при помощи уравнений

$$\left. \begin{aligned} \xi &= k \{ \sin C' \cos b \sin \beta - \cos \beta [\cos C' \sin (\lambda - l) + \\ &\quad + \sin C' \cos (\lambda - l) \sin b] \}, \\ \eta &= k \{ \cos C' \cos b \sin \beta + \cos \beta [\sin C' \sin (\lambda - l) - \\ &\quad - \cos C' \cos (\lambda - l) \sin b] \}, \\ \zeta &= k [\sin b \sin \beta + \cos b \cos \beta \cos (\lambda - l)], \end{aligned} \right\} \quad (135)$$

в которых b , l — селеноцентрическая широта и долгота положительного конца оси z , C — угол положения оси вращения Луны относительно круга склонения при наблюдении с положительного конца оси z , очень близко равный углу положения C для геоцентрического наблюдателя, даваемому в астрономических ежегодниках. Для определения C' можно вывести следующую приближенную

формулу:

$$C' = C - p_{\zeta} \operatorname{tg} b (x \cos C - y \sin C).$$

Формулы (135) выводятся из рассмотрения соответствующих сферических треугольников или путем преобразования прямоугольных координат. Они сложнее, чем выражения для координат наблюдателя в теории солнечных затмений, так как теперь полярная ось (ось вращения Луны) не лежит в плоскости yz , а образует с ней в проекции на плоскость xu угол C .

Координаты l, b мало отличаются от селеноцентрической долготы и широты λ_0, β_0 Земли, также даваемых в астрономических ежегодниках. Для определе-

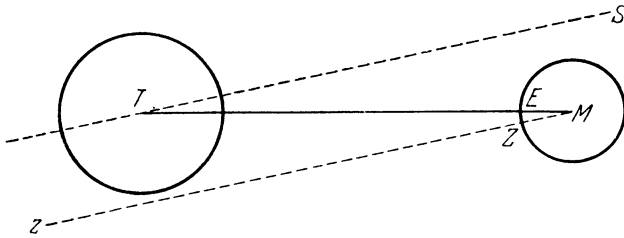


Рис. 47.

ния l, b обратимся к рис. 47, на котором T — центр Земли, M — Луны, TS — направление оси тени. Точка E определяется селеноцентрическими координатами λ_0, β_0 , точка Z — координатами l, b . Если вообразить себе селеноцентрические сферические координаты с основной плоскостью xu , то в этой системе разность координат точки Z относительно точки E в дуге большого круга соответственно равна $-p_{\zeta}x$ и $-p_{\zeta}y$.

Рис. 48 изображает видимый диск Луны, E — его центр, PP' — проекция полярной оси Луны. Опустив из проекции точки Z , в которой ось z пересекает шар Луны, перпендикуляр ZB на PP' , образуем элементарный четырехугольник $EAZB$ со сторонами:

$$\begin{aligned} EA &= -p_{\zeta}x, & AZ &= -p_{\zeta}y, \\ BZ &= (l - \lambda_0) \cos \beta_0 = -p_{\zeta}x \cos C + p_{\zeta}y \sin C, \\ EB &= -(b - \beta_0) = -p_{\zeta}x \sin C - p_{\zeta}y \cos C, \end{aligned}$$

откуда

$$\begin{aligned} l &= \lambda_0 - p_{\zeta} \sec \beta_0 (x \cos C - y \sin C), \\ b &= \beta_0 + p_{\zeta} (x \sin C + y \cos C). \end{aligned}$$

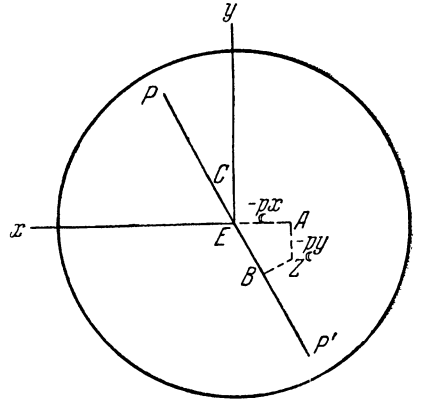


Рис. 48.

Решение уравнений (133) и (134) производится, как в теории солнечных затмений. Именно, первое из них можно написать в форме.

$$x - \xi = l \sin P, \quad y - \eta = l \cos P,$$

откуда

$$\xi = x - l \sin P, \quad \eta = y - l \cos P. \tag{136}$$

Задаваясь моментом, лежащим в пределах частного затмения, вычислим по приведенным выше формулам x, y, l . В большинстве случаев можно пренебречь в l членом $\zeta \operatorname{tg} f$ и положить прямо $l = u$. Происходящая отсюда ошибка будет всегда меньше $16'$ в селеноцентрических координатах или меньше $4'',5$ в геоцентрическом положении края тени. Можно уменьшить эту ошибку еще

вдвое, если положить $\zeta = 0,5$. Для точного же решения следует приближенно определить ξ , η искомой точки, проще всего графическим способом, и затем найти ζ из соотношения

$$\zeta = \pm \sqrt{1 - \xi^2 - \eta^2}.$$

Задавая значение угла P , пределы которого рекомендуется тоже определить графически, построением края тени на лунном диске для данного момента и отсчетом углов положения точек пересечения края тени с краем лунного диска, найдем из (136) ξ и η .

Переход к селеноцентрической широте и долготе совершают, решая уравнения (135) при помощи следующей системы формул.

Положим

$$\left. \begin{aligned} d > 0, \\ d \sin(D - C') &= -\frac{\xi}{k}, \\ d \cos(D - C') &= \frac{\eta}{k}, \end{aligned} \right\} \text{отсюда } d \text{ и } D;$$

$$\left. \begin{aligned} -90^\circ \leq A \leq +90^\circ, \\ \sin A &= d \sin D, \\ \cos A \cos(B + b) &= d \cos D, \end{aligned} \right\} \text{отсюда } A \text{ и } B.$$

Тогда

$$\left. \begin{aligned} \cos \beta \sin(\lambda - l) &= \sin A, \\ \cos \beta \cos(\lambda - l) &= \cos A \sin B, \\ \sin \beta &= \cos A \cos B, \end{aligned} \right\} \text{отсюда } \lambda \text{ и } \beta.$$

Вместо развитых в настоящем параграфе формул, в основу которых положена система селеноцентрических прямоугольных координат, можно провести решение в геоцентрической системе, как это сделано в работе Гартмана [91] при определении увеличения земной тени. Эта работа содержит подробный вывод соответствующих формул и тщательное рассмотрение вопроса о точности решения. Аналогичный метод применил С. М. Козик при обработке наблюдений лунного затмения 7 ноября 1938 г. [15].

ГЛАВА IV

ТЕОРИЯ ПОКРЫТИЙ ЗВЕЗД И ПЛАНЕТ ЛУНОЙ

§ 37. Предвычисление покрытий. При движении Луны вокруг Земли происходят чисто перспективные явления, называемые покрытиями звезд Луной или просто лунными покрытиями. Исчезновение и появление звезд у лунного края происходят вполне мгновенно и без всяких рефракционных явлений, что является одним из доказательств отсутствия заметной атмосферы у Луны. Теория покрытий занимается, во-первых, предвычислением этих явлений, т. е. указанием того, какие звезды, когда и при каких обстоятельствах будут покрываться, что нужно знать для успешного наблюдения этих явлений, и, во-вторых, обработкой этих наблюдений для определения географической долготы наблюдателя, определения сжатия Земли и положения Луны или других величин, от которых это положение зависит, как-то: параллакса и радиуса Луны, величины некоторых лунных неравенств, исследования профиля лунного края.

Покрываются могут лишь те звезды, которые отстоят от проекции лунной орбиты на небесную сферу не дальше, чем сумма лунного экваториального горизонтального параллакса и видимого радиуса. Поэтому наибольшая широта покрываемых звезд не может превосходить по абсолютной величине $i + r_{\odot} + p_{\odot}$, где i — наклонение лунной орбиты к эклиптике. Внося наибольшие значения этих величин, получим:

$$5^{\circ}21',8 + 16',8 + 1^{\circ}1',4 = 6^{\circ}40',0.$$

Движение узлов лунной орбиты, равное $1^{\circ}26'$ за один сидерический оборот Луны, в течение которого угловое расстояние от лунной орбиты эклиптической звезды вблизи узла изменяется на $1^{\circ}26' \sin i = 8'$, приводит к тому, что покрытие такой звезды будет происходить ежемесячно в течение нескольких обращений Луны, пока эти $8'$, накапливаясь, не превысят сумму лунного радиуса и параллакса (в среднем $15',5 + 57',0 = 72',5$), на что требуется около 12 обращений. Столько же раз имело место покрытие этой звезды до того времени, когда лунный узел подошел к звезде. Поэтому эклиптическая звезда покрывается для Земли вообще ежемесячно в течение двух лет, всего около 25 раз, после чего новая группа покрытий наступает лишь через 9,3 года вблизи противоположного узла лунной орбиты.

Звезда, удаленная на 5° от эклиптики, покрывается большее число раз в течение более длинного промежутка, и эпохи покрытий чередуются через полный период обращения лунных узлов, т. е. через 18,6 года.

Для отбора покрываемых звезд в American Ephemeris принят следующий способ. Так как линейный радиус Луны составляет 0,2725 радиуса земного экватора, то геоцентрическое угловое расстояние покрываемой звезды от центра Луны не может превосходить $1,2725 p_{\odot}$. Такова, очевидно, предельная разность широт звезды и Луны во время покрытия; для перевода в предельную разность склонений нужно эту величину помножить на секанс угла между кругом широты

и кругом склонения, или, несколько точнее, на косеканс угла C между проекцией лунной орбиты и кругом склонения. Из прямоугольного сферического треугольника со сторонами, образованными проекцией лунной орбиты, экватором и кругом склонения, нетрудно получить

$$\operatorname{cosec} C = \sec I \cos \delta_{\zeta},$$

где I есть наклонение лунной орбиты к экватору. Для определения угла C можно еще дать такую очевидную формулу, аналогичную формулам, приведенным в § 2:

$$\operatorname{ctg} C = \frac{\Delta \delta_{\zeta}}{\Delta \alpha_{\zeta} \cos \delta_{\zeta}},$$

где $\Delta \alpha_{\zeta}$ и $\Delta \delta_{\zeta}$ — изменения экваториальных координат Луны в единицу времени, например в 1 час.

Таким образом, покрываемые звезды должны удовлетворять неравенству

$$|\delta_{\zeta} - \delta_*| \leq 1,2725 p_{\zeta} \operatorname{cosec} C = 1,2725 \sec I \cos \delta_{\zeta}$$

для момента геоцентрического соединения по прямому восхождению, когда $\alpha_{\zeta} = \alpha_*$. Отсюда для предельного значения величины $\delta_{\zeta} - \delta_*$ составляется табличка по аргументу времени или $\alpha_{\zeta} - \alpha_*$. Сопоставляя ее с каталогом зодиакальных звезд, координаты которых отнесены к эпохе равноденствия данного дня (абerrацией и нутацией можно пренебречь), легко выделить те звезды, которые удовлетворяют выведенному условию.

Выбор покрываемых звезд можно производить графически, нанося на звездную карту геоцентрическую орбиту Луны и проводя по обе стороны ее параллельные линии на расстоянии $r_{\zeta} + p_{\zeta} = 1,27 p_{\zeta}$. Все звезды, попадающие внутрь очерченного таким образом пояса, покрываются Луной для Земли вообще. Для выбора звезд, покрываемых для данного места земной поверхности, нужно нанести на карту видимую топоцентрическую орбиту Луны (смещенную действием параллакса). Все звезды, отстоящие от нее не дальше, чем на величину видимого углового радиуса Луны, покрываются для данного места, хотя часть покрытий происходит днем или когда Луна находится под горизонтом.

Для предвычисления покрытий можно употребить все способы и формулы, служащие для вычисления солнечных затмений, так как покрытия можно рассматривать как частный случай солнечного затмения: когда радиус, параллакс и движение покрываемого светила равны нулю. Это вносит заметные упрощения в теорию покрытий по сравнению с теорией солнечных затмений, так как конусы лунной тени и полутени оба переходят в единственную цилиндрическую поверхность, которая касается лунного шара и уходит в бесконечность по направлению к звезде. Ниже приводятся соответствующие формулы для аналитической теории Бесселя [54], а затем сообщаются наиболее употребительные упрощения и графические методы, которые с успехом применяются ввиду малой точности требуемых результатов.

Полагая параллакс покрываемого светила равным нулю, мы находим, что величины a и d (см. § 11) превращаются в прямое восхождение α_* и склонение δ_* покрываемой звезды. Поэтому прямоугольные координаты Луны находятся по формулам

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{\cos \delta_{\zeta} \sin (\alpha_{\zeta} - \alpha_*)}{\sin p_{\zeta}}, \\ y &= \frac{\sin \delta_{\zeta} \cos \delta_* - \cos \delta_{\zeta} \sin \delta_* \cos (\alpha_{\zeta} - \alpha_*)}{\sin p_{\zeta}}, \end{aligned} \right\} \quad (137)$$

которые приближенно, по малости $\alpha_{\zeta} - \alpha_*$ и p_{ζ} , можно представить так:

$$x = \frac{(\alpha_{\zeta} - \alpha_*) \cos \delta_{\zeta}}{p_{\zeta}},$$

$$y = \frac{\delta_{\zeta} - \delta_*}{p_{\zeta}},$$

где $\alpha_{\zeta} - \alpha_*$ должно быть, конечно, выражено в одних единицах с p_{ζ} , т. е. в секундах дуги.

Координата z не нужна вовсе, так как конус превращается в цилиндр, параллельный оси z , радиус сечения которого не зависит от этой координаты. Далее очевидно, что $f_i = f_e = 0$ и $u_i = u_e = k$, где k — линейный радиус Луны в единицах радиуса земного экватора, принимаемый для покрытий равным 0,27253. Это значение больше того, которое принимается для солнечных затмений, на 0,00026 или 0",9, что объясняется следующим обстоятельством. Ввиду наличия лунных гор радиус Луны для разных точек края имеет различную длину. Для покрытий принимается средняя величина радиуса, которая выводится в среднем из наблюдений большого числа покрытий, происходящих в разных точках лунного края и при разных фазах либрации. Для Солнца же наступление полного затмения считается в момент окончания явления, называемого четками Бэйли, т. е. когда исчезают последние лучи Солнца, пробивавшиеся через впадины — долины на лунном краю. Понятно, что это соответствует минимальному значению лунного радиуса.

Заменяя в формулах (37) d через δ_* , найдем прямоугольные координаты наблюдателя:

$$\xi = \rho \cos \varphi' \sin (h + \lambda),$$

$$\eta = \rho \sin \varphi' \cos \delta_* - \rho \cos \varphi' \sin \delta_* \cos (h + \lambda),$$

причем третья координата опять не требуется. Здесь h — часовой угол звезды для начального меридиана, λ — восточная долгота.

По поводу обозначений заметим, что часто в теории покрытий обозначают координаты Луны x , y через p , q , координаты наблюдателя ξ , η — через u , v ; часовой угол h в Nautical Almanac обозначался через H .

Основное уравнение аналитической теории — цилиндра лунной тени — пишется так:

$$(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 = k^2. \quad (138)$$

Займемся его преобразованием и решением. При этом нужно иметь в виду, что для покрытий лишь в исключительных случаях составляются карты, изображающие ход явления для Земли вообще. Такими случаями являются покрытия звезд первой величины или ярких планет. Заметим, что в настоящую эпоху могут покрываться следующие яркие звезды: Альдебаран, Регул, Спика, Антарес и звездные скопления Плеяды и Ясли. При составлении таких карт из различных кривых, аналогичных описанным выше для солнечного затмения, остаются западная и восточная, северная и южная границы, причем на первых двух лежат точки первого и последнего контактов, затем изохроны и изогоны начала и конца. Изофазы и изохроны наибольшей фазы теряют смысл, так как во время наибольшей фазы, т. е. кратчайшего видимого расстояния звезды от центра лунного диска, звезда не видна. Обычно при предвычислении покрытий дело идет об определении моментов и углов положения двух контактов, называемых исчезновением и появлением звезды для данного места. В таком случае перепишем уравнение (138), вводя явно время, путем разложения координат

в ряды. Обозначая штрихами производные по времени, напишем:

$$x = x_0 + x't + \frac{1}{2} x''t^2 \dots,$$

$$y = y_0 + y't + \frac{1}{2} y''t^2 \dots,$$

где x_0, y_0 — значения для некоторого начального момента T_0 , причем текущий момент $T = T_0 + t$.

При точности четырехзначного вычисления, более чем достаточной для предвычисления покрытий, можно пренебречь квадратными членами и считать координаты Луны линейными функциями времени. Если принять за T_0 момент геоцентрического соединения Луны со звездой по прямому восхождению, то вследствие условия $\alpha_{\zeta} = \alpha_*$ x_0 окажется равным нулю. Отсюда получим:

$$x = x't, \quad y = y_0 + y't.$$

Таким образом, координаты Луны можно найти для любого момента в пределах видимости данного покрытия, если даны величины x', y_0, y' , причем производные можно вычислить по таким приближенным формулам:

$$x' = \frac{\Delta\alpha_{\zeta} \cos \delta_{\zeta}}{p_{\zeta}}, \quad y' = \frac{\Delta\delta_{\zeta}}{p_{\zeta}}, \quad (139)$$

в которых $\Delta\alpha_{\zeta}$ и $\Delta\delta_{\zeta}$ обозначают часовые изменения координат. Очевидно, x' и y' будут часовыми изменениями прямоугольных координат, вследствие чего и t в предыдущих формулах должно быть выражено в часах. В теории покрытий установился именно такой порядок в отличие от теории солнечных затмений, где время выражается в минутах.

Для определения y_0 мы найдем, полагая в (137) $\alpha_{\zeta} = \alpha_*$, для момента T_0 геоцентрического соединения

$$y_0 = \frac{\sin(\delta_{\zeta} - \delta_*)}{\sin p_{\zeta}},$$

или, приближенно,

$$y_0 = \frac{\delta_{\zeta} - \delta_*}{p_{\zeta}}.$$

Заметим, что для покрытий y_0 не может значительно превосходить по абсолютной величине $1 + k = 1,27$ и имеет знак $+$, если Луна проходит для геоцентрического наблюдателя севернее звезды, и знак $-$, если южнее. x' всегда положительно и близко к 0,55, y' может быть как положительным, так и отрицательным, но по абсолютной величине не превосходит 0,3.

Так или иначе координаты x, y Луны могут быть получены для любого момента в течение покрытия. Равным образом можно вычислить по приведенным выше формулам координаты наблюдателя ξ, η , зная географическую широту φ и долготу λ места наблюдения, также являющиеся функциями времени, входящего через часовой угол h . Последний дается в астрономических ежегодниках для момента T_0 и начального меридиана. Для всякого другого момента получаем h прибавлением протекшего интервала, выраженного в звездном времени. Таким образом, для момента $T_0 + t$ местный часовой угол равен $h + t + \lambda + \epsilon$, где ϵ — поправка для перевода интервала t среднего времени в звездное.

Что касается ξ', η' , то они находятся по формулам (41) с заменой a и d через α_* и δ_* . h' сообразно с новой единицей времени — средним часом — равно числу звездных секунд в одном среднем часе, или в радианах

$$h' = 3609,856 \frac{2\pi}{86400} = 0,262516,$$

откуда $\lg h' = 9,41916$.

Таким образом, для определения ξ' и η' имеем:

$$\xi' = [9,41916] \rho \cos \varphi' \cos (h + \lambda),$$

$$\eta' = [9,41916] \rho \cos \varphi' \sin \delta_* \sin (h + \lambda).$$

Напишем теперь основное уравнение (138) в форме

$$[x_0 + x't - (\xi_0 + \xi't)]^2 + [y_0 + y't - (\eta_0 + \eta't)]^2 = k^2.$$

Как и для солнечных затмений, положим:

$$x_0 - \xi_0 = m \sin M, \quad x' - \xi' = n \sin N,$$

$$m > 0, \quad n > 0,$$

$$y_0 - \eta_0 = m \cos M, \quad y' - \eta' = n \cos N,$$

$$\sin (L - N) = \frac{m}{k} \sin (M - N);$$

тогда, решая квадратное уравнение, найдем:

$$t = \frac{k}{n} \cos (L - N) - \frac{m}{n} \cos (M - N).$$

Квадрант выбираем так, чтобы было

$$\cos (L - N) < 0 \text{ для исчезновения звезды,}$$

$$\cos (L - N) > 0 \text{ для появления звезды.}$$

$P = L \pm 180^\circ$ есть угол положения точки исчезновения или появления при центре лунного диска, считаемый от круга склонения (полюса). Угол положения от круга высоты (зенита) получается вычитанием из P параллактического угла γ , определяемого из приближенной формулы

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\xi}{\eta} = \frac{\xi_0 + \xi't}{\eta_0 + \eta't}.$$

Полученное решение точно лишь в том случае, если t — небольшая величина, порядка нескольких минут, так как для более продолжительного времени ξ и η нельзя считать линейными функциями времени. Поэтому вообще потребуется вычисление второго приближения, которое нужно вести отдельно для исчезновения и для появления, полагая исходный момент T_0 равным найденному в первом приближении. Впрочем, если достаточна точность до 1 мин., то можно ограничиться и одним приближением, выбирая T_0 вблизи середины покрытия для данного места, в каком случае даже для центрального покрытия t является величиной порядка 30 мин., так как полная продолжительность покрытия около 1 часа. Такой выбор момента делают, исходя из следующих соображений.

Если Луна во время покрытия находится в меридиане, то параллакс ее по прямому восхождению равен нулю и середина покрытия наблюдается в момент, близкий к моменту геоцентрического соединения. При других часовых углах действие параллакса сводится к тому, что Луна как бы отгалькивается от меридиана на величину $p_{\odot} \rho \cos \varphi' \sin (h + \lambda)$, а самый параллакс по прямому восхождению в дуге большого круга приблизительно равен $-p_{\odot} \rho \cos \varphi' \sin (h + \lambda)$. Так как движение Луны по прямому восхождению в среднем равно 33 в час,

то параллакс вызовет упреждение покрытия на $\frac{(p_{\odot})' \rho \cos \varphi' \sin (h + \lambda)}{33}$ часов, или,

если взять для p_{\odot} его среднюю величину, на $106 \rho \cos \varphi' \sin (h + \lambda)$ минут. Если для данного места приходится вычислять много покрытий, то следует составить по аргументу $h + \lambda$ табличку этой поправки, которую нужно прибавить к

моменту геоцентрического соединения для получения приближенного момента середины покрытия. Такая таблица для широт $36—70^\circ$ дана на стр. 261.

Нужные для такого вычисления элементы покрытий, а именно название и величина покрываемой звезды, всемирное время геоцентрического соединения по прямому восхождению, часовой угол h для этого момента, величины y_0 , x' , y' , а также пределы географической широты, в которых может наблюдаться покрытие, приводились прежде в больших астрономических ежегодниках. До 1906 г. в *Connaissance des Temps* давались даже вторые производные x'' и y'' в расчете на точное пятизначное вычисление. Впоследствии происходили неоднократные изменения в данных, приводимых в астрономических ежегодниках, вызванные следующими соображениями. Для наблюдения покрытий нужны лишь приближенные моменты — до нескольких десятых долей минуты и углы положения покрываемой звезды — до нескольких градусов. Четырехзначное же вычисление, на которое были рассчитаны приводимые раньше элементы покрытий, обеспечивало гораздо большую, по существу излишнюю точность. Зато труд и время, затрачиваемые на такое вычисление, все же были обременительными для наблюдателей, тем более, что из предвычисляемых покрытий по условиям погоды, низкого положения Луны или сумерек наблюдается лишь незначительная часть. Поэтому данные ежегодников все больше приспособлялись к тому, чтобы дать наблюдателю возможность получить с минимальной затратой труда сведения о покрытиях, достаточные для производства наблюдений. Обработка же наблюдений для вывода поправок эфемериды Луны производится теперь централизованно в немногих астрономических институтах, для чего нет надобности печатать довольно обширные нужные данные в ежегодниках, предназначенных для гораздо большего круга потребителей. В настоящее время четырехзначные элементы покрытий печатаются лишь в двух астрономических ежегодниках: немецком *Berliner Jahrbuch* и американском *American Ephemeris*, в остальных приводятся моменты покрытий для обсерваторий с дифференциальными коэффициентами для перехода к соседним пунктам.

§ 38. Определение предельных широт видимости покрытия. Выше было упомянуто, что карты покрытия с проведением границ составляются лишь в исключительных случаях, однако некоторые ориентировочные данные относительно области видимости покрытия обычно указываются в виде так называемых крайних широт, т. е. широты самой северной и самой южной точки, в которых покрытие видимо. Определяются эти широты следующим образом.

Для наблюдения покрытия необходимо, чтобы кратчайшее расстояние точки земной поверхности от оси цилиндра лунной тени не превосходило линейного радиуса Луны k . В предельном случае это условие можно написать так:

$$\mp m \sin (M - N) = k,$$

где верхний знак относится к северной границе покрытия, а нижний — к южной.

Полагая

$$x = x_0 + x't = x_0 + et \sin E,$$

$$y = y_0 + y't = y_0 + et \cos E,$$

где

$$e \sin E = x', \quad e \cos E = y',$$

получим:

$$(x_0 - \xi) \cos N - (y_0 - \eta) \sin N + et \sin (E - N) = \pm k.$$

Угол N , как нам известно (см. стр. 82), не сильно отличается от E , ввиду чего мы отождествим его с этим последним. Тогда

$$- \xi \cos E + \eta \sin E = - x_0 \cos E + y_0 \sin E \pm k.$$

Если значения координат, обозначенные индексом 0 , относить к моменту геоцентрического соединения по прямому восхождению, то $x_0 = 0$; обозначая левую

расстояние

$$y_0 \sin E + k = \cos \gamma_1,$$

откуда следует, что $NQ = 90^\circ - \gamma_1$. Наиболее северная, т. е. ближайшая к полюсу P , точка северной границы есть N , и для ее широты φ_N имеем:

$$PN = 90^\circ - \varphi_N.$$

Но, с другой стороны,

$$PN = PQ - NQ$$

или

$$90^\circ - \varphi_N = \beta - (90^\circ - \gamma),$$

откуда

$$\varphi_N = 180^\circ - (\beta + \gamma_1),$$

причем из чертежа видно, что $PQ > NQ$ или $\sin \beta > \cos \gamma_1$.

Наиболее южная, т. е. ближайшая к южному полюсу P' , точка южной границы есть S , в которой покрытие происходит в горизонте. Ее широта $\varphi_S = \cup SB$, причем из прямоугольного треугольника CBS , в котором угол при C равен $90^\circ - \delta_*$,

$$\sin SB = \sin CS \sin (90^\circ - \delta_*)$$

или

$$\sin (-\varphi_S) = \sin CS \cos \delta_*. \tag{144}$$

Но $CS = CD + DS = CD + QL$, где $CD = 90^\circ - E$, и

$$\sin QL = y_0 \sin E - k = \cos \gamma_2,$$

откуда $QL = \gamma_2 - 90^\circ$; возвращаясь к (144), находим:

$$-\sin \varphi_S = \sin [(90^\circ - E) + (\gamma_2 - 90^\circ)] \cos \delta_*$$

или

$$\sin \varphi_S = \sin (E - \gamma_2) \cos \delta_*.$$

Разобрав другие возможные случаи, можно установить следующие правила для определения предельных широт видимости покрытий.

Положим:

$$\operatorname{tg} E = \left| \frac{x'}{y'} \right|, \quad E < 90^\circ,$$

$$\cos \gamma_1 = y_0 \sin E + 0,2725, \quad \gamma_1 < 180^\circ,$$

$$\cos \gamma_2 = y_0 \sin E - 0,2725, \quad \gamma_2 < 180^\circ,$$

$$\sin \beta = \sin E \cos \delta_*, \quad \beta < 90^\circ.$$

Тогда будем иметь:

при $\delta_* > 0$

$$\cos \gamma_2 > \sin \beta$$

$$\varphi_N = \beta + \gamma_2,$$

$$\cos \gamma_2 < \sin \beta \begin{cases} \gamma_1 \text{ мнимо} \\ \cos \gamma_1 > \sin \beta \\ \cos \gamma_1 < \sin \beta \end{cases}$$

$$\varphi_N = +90^\circ,$$

$$\varphi_N = +90^\circ,$$

$$\varphi_N = 180^\circ - \beta - \gamma_1,$$

$$\cos \gamma_2 > -\sin E$$

$$\sin \varphi_S = \sin (E - \gamma_2) \cos \delta_*,$$

$$\cos \gamma_2 < -\sin E$$

$$\varphi_S = -(90^\circ - \delta_*),$$

$$\gamma_2 \text{ мнимо} \begin{cases} \cos \gamma_1 > -\sin E \\ \cos \gamma_1 < -\sin E \end{cases}$$

$$\varphi_S = -(90^\circ - \delta_*),$$

$$\sin \varphi_S = \sin (E - \gamma_1) \cos \delta_*;$$

при $\delta_* < 0$

$\cos \gamma_1 < -\sin \beta$	$\varphi_S = \gamma_1 - \beta - 180^\circ,$
$\cos \gamma_1 > -\sin \beta$ {	γ_2 мнимо $\varphi_S = -90^\circ,$
	$\cos \gamma_2 < -\sin \beta$ $\varphi_S = -90^\circ,$
	$\cos \gamma_2 > -\sin \beta$ $\varphi_S = \beta - \gamma_2,$
$\cos \gamma_1 < \sin E$	$\sin \varphi_N = \sin(E + \gamma_1) \cos \delta_*,$
$\cos \gamma_1 > \sin E$	$\varphi_N = 90^\circ + \delta_*,$
γ_1 мнимо {	$\cos \gamma_2 < \sin E$ $\varphi_N = 90^\circ + \delta_*,$
	$\cos \gamma_2 > \sin E$ $\sin \varphi_N = \sin(E + \gamma_2) \cos \delta_*.$

§ 39. Приближенные методы предвычисления покрытий. В больших астрономических ежегодниках до недавнего времени приводились элементы покрытий всех звезд до 6,5 или даже 7,5 величины для Земли вообще с указанием пределов географической широты, в которых может наблюдаться каждое покрытие. Таких звезд набиралось ежемесячно до трехсот, однако в данном месте Земли можно наблюдать лишь очень небольшую долю этих покрытий, и было бы бесполезной тратой времени производить предвычисление всех указанных покрытий, так как можно заранее отсеять звезды, покрытие которых безусловно невидимо в данном месте. Поясним принципы такого отбора.

Прежде всего приходится руководствоваться границами покрытий. Если данное место лежит вне пределов указанных крайних широт φ_N и φ_S , то покрытие для него невозможно. Однако отсюда не следует, что покрытие обязательно, если широта места заключается между предельными широтами. Действительно, даже если остальные, указанные ниже условия выполнены, условие $\varphi_N > \varphi > \varphi_S$ говорит лишь о том, что *по широте* данное место лежит в нужных пределах, но относительно долготы места никаких указаний не делается; между тем северная и южная границы области покрытия, вообще говоря, не совпадают с параллелями, а лежат наклонно (рис. 50). Поэтому, если данная точка занимает положение A_1 или A_2 , то она попадает вне области покрытия, хотя ее широта удовлетворяет указанному условию.

Для звезд, отобранных по признаку $\varphi_N > \varphi > \varphi_S$, обращаемся к местному времени $T_0 + \lambda$, руководствуясь которым, отбрасываем покрытия, происходящие днем. Для оставшихся звезд образуем часовой угол $h_0 + \lambda$, по которому решаем, находится ли звезда над горизонтом. Для этой цели нужно иметь таблицы полудневных интервалов для данной широты и различных склонений. Если звезда окажется близкой к горизонту, то следует учесть влияние параллакса, прибавив к часовому углу поправку $106p \cos \varphi' \sin(h + \lambda)$ минут времени (стр. 153). Звезды, оставшиеся после этого последнего отбора, подвергаются вычислению.

Для наблюдения покрытия нужно наперед знать моменты лишь приближенно, с точностью до нескольких десятых минут времени, а углы положения точек, в которых исчезает или появляется звезда, — до нескольких градусов. Такую точность дают графические методы, которые в основном сводятся к одному из следующих двух видов.

Первый вид применяется, если нужно получить для данного места и небольшого промежутка времени, например одного вечера, сведения относительно покрытия большого числа звезд, что бывает, когда Луна проходит через звездное скопление, например Плеяды или Ясли, или во время лунного затмения,

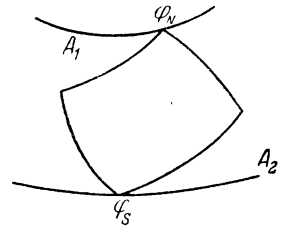


Рис. 50.

когда можно наблюдать покрытия многих слабых звезд. Этот метод состоит в построении на звездной карте крупного масштаба и в достаточной мере свободной от искажения проекции (например, на фотографической карте неба) соответствующей части топоцентрической лунной орбиты. Для этой цели вычисляются параллакс Луны по прямому восхождению и склонению с точностью до $0,1$, а также видимый угловой радиус Луны для ряда равноотстоящих моментов, например через 1 час. Придав параллакс к геоцентрическим экваториальным координатам Луны, взятым из эфемерид, строят часть видимого пути Луны среди звезд. Для определения момента покрытия находят точки этого пути, отстоящие от данной звезды на расстояние видимого лунного радиуса в масштабе карты, и путем интерполирования находят момент, когда лунный

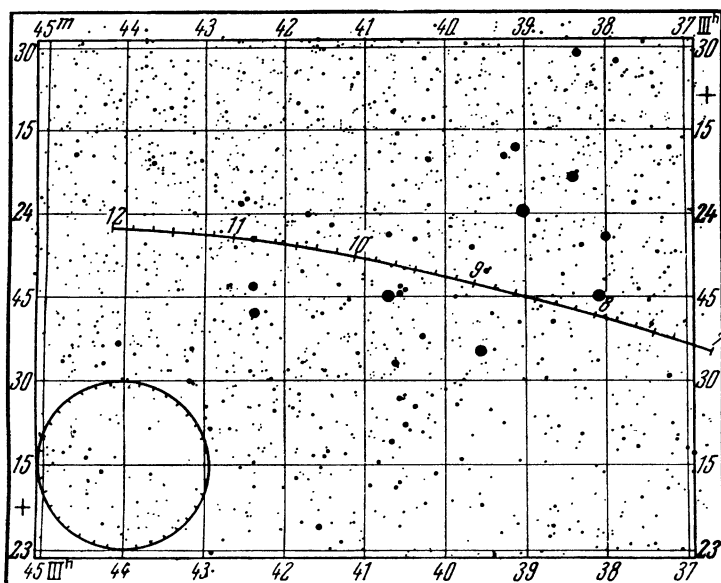


Рис. 51.

центр проходит через соответствующую точку, определяемую засечкой из звезды лунным радиусом. Углы положения отсчитываются от северной точки лунного края против часовой стрелки до покрываемой звезды. Выгода этого способа — в том, что без дополнительных вычислений получаются данные для всех звезд, изображенных на участке карты. Для примера на рис. 51 изображен путь Луны через Плеяды. Пулковский астроном Деллен предложил строить карту в проекции Меркатора, которая благодаря своей конформности обеспечивает достаточную точность в отношении влияния искажений проекции [6].

Другой метод употребляется для получения нужных данных для отдельных звезд, элементы покрытий которых приведены в астрономическом ежегоднике. В этом случае вместо вычисления параллакса Луны в экваториальных координатах находят величины $x — \xi$, $y — \eta$ с точностью до $0,001$ для двух или трех моментов, разделенных часовыми промежутками, выбрав средний момент так, чтобы он был близок к середине покрытия (см. стр 153). Пусть это будут моменты

$$T - 0^h,5, T + 0^h,5 \text{ или } T - 1^h, T, T + 1^h.$$

В первом случае требуется более точный выбор момента T ближе к середине покрытия в данном месте, во втором случае ошибка в определении момента

середины менее вредна. Принимая $x — \xi$, $y — \eta$ за прямоугольные координаты, строят в произвольном масштабе точки, которые соединяют прямой (в случае двух точек) или ломаной (в случае трех точек, соединенных прямыми, может получиться небольшой излом в средней точке). Эти линии представляют путь звезды в ее движении относительно Луны, считаемой неподвижной. Направление осей пояснено на рис. 52, представляющем явление, как оно видимо в астрономическую трубу (юг вверху). Искомые моменты находятся линейным интерполированием времени для точек I и E , а углы положения отсчитываются непосредственно с чертежа, как указано на рисунке.

При употреблении этого второго метода наибольшего труда требует вычисление координат ξ и η . Получение этих величин возможно разными способами:

непосредственным вычислением, для чего можно применить трехзначные таблицы логарифмов, таблицы натуральных синусов и таблицы умножения вроде таблиц Купрадзе [16а] или, быстрее всего, логарифмическую линейку. Трепье [161] издал в трудах Алжирской обсерватории для этой цели специальные таблицы, из которых нужно отметить таблицу III, дающую произведение $\sin \alpha \cos \beta$ с тремя знаками по аргументам α и β через 1° , которая может оказаться полезной при разных вычислениях (не только покрытий). Кроме таблиц это издание содержит картограммы, представляющие земной сфероид с меридианами и параллелями

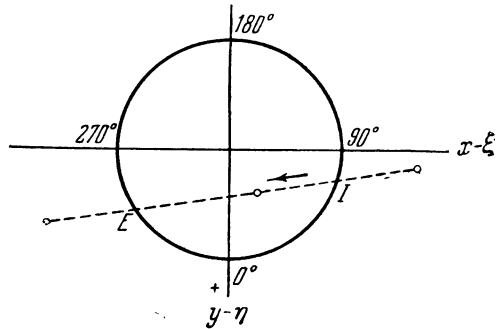


Рис. 52.

в ортографической проекции на плоскость xu для наклона оси z к экватору (т. е. склонения покрываемой звезды) в 0° , $\pm 10^\circ$, $\pm 20^\circ$ и $\pm 30^\circ$. Эти картограммы могут служить для графического определения координат ξ , η . Номограмму, годную лишь для определенной широты, указал А. А. Михайлов [21]. Наконец, имеются способы нахождения этих величин графическим построением, например М. А. Ковальского [34] или А. А. Яковкина [41]. Заметим, что в некоторых из этих способов строится в проекции параллель данного места, на которой находится положение места для разных часовых углов. Это уже по существу является проективным методом, упомянутым на стр. 42 в применении к солнечным затмениям. Однако сомнительно, чтобы графические способы нахождения величин ξ , η имели преимущество по скорости и точности перед непосредственным трехзначным вычислением. Но это замечание относится только к нахождению ξ , η , между тем как решение основного уравнения теории покрытий безусловно быстрее производится графическим построением пути звезды относительно неподвижной Луны, как пояснено выше.

Если приходится вычислять много покрытий для одного места, например при систематическом наблюдении их, то имеет смысл вычислить специальную таблицу для величин ξ , η . При данном φ первая из них есть функция лишь одного часового угла, но вторая зависит от двух аргументов: $h + \lambda$ и δ_* , и поэтому соответствующая таблица должна иметь два входа. Образцом таких таблиц могут служить таблицы, составленные С. Н. Блажко и С. А. Казаковым [58] для Москвы ($\varphi = 55^\circ 45'$).

Начиная с 1938 г., в Nautical Almanac был значительно расширен отдел покрытий и давались элементы для звезд до 7,5 величины в те эпохи, когда по условиям положения Луны на небе и ее фазы наблюдения покрытий столь слабых звезд возможны. Там же приводятся для 63 обсерваторий приближенные моменты и углы положения покрытий, из которых для 37 обсерваторий даются еще коэффициенты a и b , аналогичные b_0 и a_0 § 30 и служащие для перехода к

соседним пунктам земной поверхности. Благодаря этому почти для любого пункта Западной Европы можно подыскать не менее одной обсерватории с данными a и b , находящейся не дальше $3,5 = 400$ км от этого пункта. Вычисление момента покрытия по дифференциальной формуле

$$\Delta T = a \Delta \lambda + b \Delta \varphi$$

обеспечивает при этом условии точность около 1 мин. времени. Для многих пунктов можно выбрать две обсерватории и получить, исходя из каждой, по одному определению момента покрытия, после чего образуется среднее с весами, обратно пропорциональными расстоянию до исходной обсерватории.

Для облегчения и ускорения большой работы по предвычислению покрытий для столь большого числа пунктов в Бюро Nautical Almanac построена специальная машина, изображенная на рис. 53. Принцип устройства ее достаточно прост. Машина

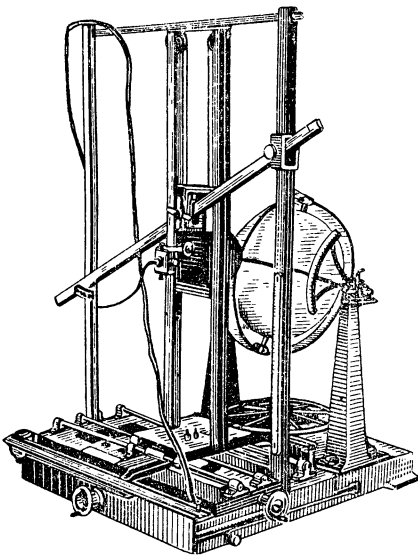


Рис. 53. Прибор для предвычисления покрытий звезд Луной.

содержит земной глобус диаметром 12 дюймов $= 30,5$ см, которому можно дать нужное исходное положение: наклон оси задается сообразно со склонением звезды, поворот самого глобуса на оси определяется часовым углом звезды. Перед глобусом находится проекционный фонарь, посылающий в горизонтальном направлении параллельный пучок света диаметром, равным диаметру Луны в масштабе модели (3,27 дюйма $= 83$ мм). Этот фонарь может передвигаться по наклонному рельсу, которому можно задавать нужное направление, соответствующее направлению движения Луны. Скорость движения можно менять в известных пределах путем перестановки движущего рычага. Самое движение фонаря-Луны и вращение глобуса осуществляются при помощи ряда винтов, зубчатых передач и тросов, передающих соответствующим частям модели движение от рукоятки, видной на рисунке с правой стороны, у подставки прибора.

Время, потребное для установки машины на нужное склонение и часовой угол звезды, а также на исходное положение, скорость и направление движения Луны составляет около полутора минут. При вращении рукоятки светлый круг лунной «тени» (очевидно, изображение тени получается негативным) проползает по вращающейся Земле, причем можно очень просто и наглядно определить те области Земли, из которых покрытие видимо, а также найти приближенные моменты (с точностью около 1 мин.), отсчитываемые по углу поворота глобуса на оси, когда через данную точку земной поверхности (обсерваторию) проходит край тени, т. е. наблюдается момент покрытия. На передней поверхности конденсора, дающего параллельный пучок лучей, нанесены вдоль его края градусные деления (через 10°), по которым отсчитывается угол положения покрываемой звезды.

Данные, полученные с помощью этой машины, используются в качестве первого приближения для последующего трехзначного вычисления.

Более совершенный прибор для предвычисления покрытий сконструирован А. А. Яковкиным в Свердловске [42]. В этом приборе (рис. 54) северная часть земного шара от широты $+30^\circ$ до полюса представлена сегментом эллипсоида вращения, выточенным из меди по точному эллиптическому лекалу. Радиус земного экватора равен 200 мм. На оси вращения сегмента насажен разделенный круг, отсчитываемый с помощью верньера с точностью до $1'$. По этому кругу

устанавливается гринвичский часовой угол h покрываемой звезды. Вторая ось вращения глобуса лежит в плоскости экватора; она тоже снабжена кругом, по которому устанавливается склонение покрываемой звезды. Изменяя плечо специального рычага, можно установить нужную скорость движения «лунной тени». Край этой тени задается диоптром, который может перемещаться по окружности тени, и монтирован на тележке, передвигающейся по мостику. С этим последним движением сопряжено вращение глобуса вокруг полярной оси. На специальной шкале можно отсчитать время, протекшее от момента T_0 до момента, соответствующего данному положению модели. Момент покрытия наступает, когда диоптр направлен точно на данный пункт земной поверхности.

Предвычисление покрытия состоит в том, что прибор устанавливается по заданным бесселевым элементам, после чего вращением маховичка, движущего «Землю» и «лунную тень», а также переводом диоптра визируют нужные точки земной поверхности. Установка элементов занимает 8—10 мин., отсчет каждой точки — не больше 1 мин. Точность определения моментов покрытий соответствует средней ошибке момента $\pm 0,2$ мин., углы положения определяются с ошибкой меньше одного градуса.

С помощью прибора А. А. Яковкина производятся предвычисления покрытий для Астрономического Ежегодника СССР и для Астрономического календаря Горьковского отделения Всесоюзного астрономо-геодезического общества.

§ 40. Определение географической долготы из наблюдений покрытий. Если в месте с известной широтой наблюдался по местному времени момент исчезновения или появления звезды, то можно определить долготу места наблюдения [169]. Эта задача, решаемая при помощи основного уравнения (138), проще предвычисления покрытия для данного места, поскольку часовой угол звезды, а вместе с ним и координаты ξ , η могут быть вычислены по наблюдаемому моменту, что же касается времени начального меридиана, то оно входит лишь через координаты Луны, изменяющиеся почти линейно, между тем как в случае предвычисления покрытия неизвестное время входит еще через координаты ξ , η под знаком тригонометрических функций.

Итак, если s есть наблюденное местное звездное время покрытия, α_* — прямое восхождение звезды, то прежде всего вычисляем пятизначно величины

$$\xi = \rho \cos \varphi' \sin (s - \alpha_*),$$

$$\eta = \rho \sin \varphi' \cos \delta_* - \rho \cos \varphi' \sin \delta_* \cos (s - \alpha_*).$$

Если высота покрываемой звезды была мала (меньше 10°), то ρ нужно увеличить для учета влияния рефракции прибавлением к его логарифму поправки, которую можно взять из таблички на стр. 71 по аргументу ζ :

$$\zeta = \rho \sin \varphi' \sin \delta_* + \rho \cos \varphi' \cos \delta_* \cos (s - \alpha_*).$$

Основное уравнение напишется в виде

$$(x_0 + x't - \xi)^2 + (y_0 + y't - \eta)^2 = k^2, \quad (145)$$

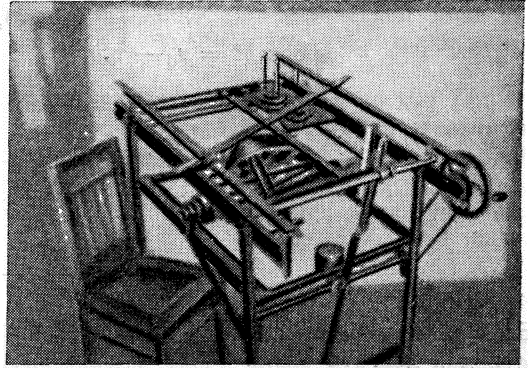


Рис. 54. Прибор А. А. Яковкина для предвычисления покрытий звезд Луной.

где значками 0 обозначены координаты Луны для наблюдаемого момента T_0 , переведенного вычитанием приближенной восточной долготы λ_0 места наблюдения из местного времени на время начального меридиана.

Для получения полной точности x_0, y_0 должны быть тоже вычислены с пятью знаками, и поэтому их придется вычислить по строгим формулам (138). Что касается x' и y' , то при малом t они могут быть вычислены по приближенным формулам (139).

Для решения уравнения (142) относительно t положим:

$$\begin{aligned} m \sin M &= x_0 - \xi, & e \sin E &= x', \\ m > 0, & & e > 0, \\ m \cos M &= y_0 - \eta, & e \cos E &= y', \\ \sin \psi &= \frac{m}{e} \sin (M - E). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Для исчезновения} & -90^\circ < \psi < +90^\circ, \\ \text{для появления} & +90^\circ < \psi < +270^\circ; \end{aligned}$$

тогда

$$t = \frac{k}{e} \cos \psi - \frac{m}{e} \cos (M - E).$$

Если x' и y' — часовые изменения, то t получается в часах среднего времени. Искомая долгота равна

$$\lambda = \lambda_0 - t.$$

Если покрытие наблюдалось по местному звездному времени, то можно избежать точного перевода его в среднее время (что требует наперед знания долготы), перевода, наоборот, момент T_0 начального меридиана в звездное время s_0 . Тогда

$$\lambda = s_0 - s - h't,$$

где h' — коэффициент для перевода промежутка среднего времени в звездное; если принять $h' = 3609,856$ ($\lg h' = 3,55749$), то последний член будет выражен в секундах времени.

Главный источник ошибки при определении долготы описанным способом заключается в неточности координат Луны. В настоящее время ошибки в положении Луны, вычисленном по таблицам Броуна [62], составляют около $2''$ в долготу Луны. Ввиду того, что эта ошибка держится в пределах $1-2''$ постоянной в течение ряда лет, ее можно наперед учесть, вводя в α_{ζ} , δ_{ζ} или в x , y соответствующие поправки. Тем не менее, если не располагать определениями места Луны, близкими по времени к наблюдаемому покрытию, легко может оказаться ошибка в координатах Луны порядка $\pm 2''$. Соответствующая ошибка в географической долготу составит около $\pm 4^s$. К этому прибавляются ошибки от неровности лунного края, могущие достигать такой же величины. Наконец, влияют еще систематические ошибки наблюдения, заключающиеся в том, что обычно момент появления звезды, в особенности у светлого края Луны, замечается с опозданием. Поэтому определение долготы в общей сложности может быть ошибочно на $\pm 6^s$ и даже больше, если не принять мер к устранению хотя бы части ошибок.

Ошибка в положении Луны устраняется полнее всего, если то же самое покрытие наблюдалось еще в одном или нескольких местах с хорошо известными географическими координатами, притом по возможности при близких углах положения. Тогда каждое наблюдение дает условное уравнение вида

$$(Aa + Dd) \Delta \lambda + k_0 \Delta k + P \frac{\Delta p}{\sin p_0} = L - A \Delta \alpha - D \Delta \delta, \quad (146)$$

где

$$\begin{aligned} A &= -x(x_0 - \xi) \operatorname{ctg}(\alpha_{\zeta} - \alpha_*) - x(y_0 - \eta) \sin \delta_*, \\ D &= x(x_0 - \xi) \operatorname{tg} \delta_{\zeta} - (y_0 - \eta) \cos(\delta_{\zeta} - \delta_*) \operatorname{cosec} p_{\zeta}, \\ P &= x(x_0 - \xi) \cos p_{\zeta} + y(y_0 - \eta) \cos p_{\zeta}, \\ L &= \frac{1}{2} [(x_0 - \xi)^2 + (y_0 - \eta)^2 - k^2], \end{aligned}$$

a и d — изменения α_{ζ} и δ_{ζ} в 1^{s} звездного времени, равные их часовым изменениям, деленным на 3609,9, $\Delta\lambda$ — искомая поправка географической долготы в секундах времени, Δk , Δp , $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$ — поправки линейного радиуса, параллакса и экваториальных координат Луны.

Не приводя вывода этих формул, отошлем читателя к «Сферической астрономии» Балля [50], стр. 311, и заметим, что $\Delta\alpha + a\Delta\lambda$ и $\Delta\delta + d\Delta\lambda$ являются поправками координат Луны в момент наблюдения. Обычно Δk и Δp не могут быть уверенно определены из условных уравнений, и их приходится принимать равными нулю. Под Δk можно подразумевать поправку радиуса вследствие неровностей лунного края, положив

$$\Delta k = \frac{H}{P'_{\zeta}},$$

где H — превышение в секундах дуги данной точки края над его средним уровнем, для получения которого нужно определить фазу либрации и способом, описанным в § 33, нанести точку исчезновения или появления звезды на гипсометрическую карту Хайна, полагая $P = P'$.

В настоящее время при наличии радиотелеграфного метода определение долготы из наблюдения покрытий не производится, но покрытия дают ценный материал для определения параллакса и радиуса Луны, а также поправок $\Delta\alpha$, $\Delta\delta$, из которых можно вывести коэффициенты некоторых лунных неравенств, в частности паралактического неравенства, дающего возможность определить параллакс Солнца.

§ 41. Использование покрытий для определения лунного радиуса, параллакса и элементов движения Луны. Наблюдения покрытий дают прекрасное средство для определения положения Луны. Если наблюден исчезновение или появление звезды, то в соответствующий момент центр Луны для данного места находился на расстоянии видимого углового радиуса от покрываемой звезды. Таким образом, каждое наблюдение дает положение Луны по одной координате — в направлении линии: центр Луны — звезда. Если за короткий промежуток времени, в течение которого поправки эфемеридных координат Луны можно считать постоянными, наблюдались покрытия при разных углах положения, то это дает полное положение центра Луны относительно звезд.

По сравнению с другими способами определения положения Луны — наблюдениями меридианными кругами, альтазимутом или при помощи фотографии, — наблюдение покрытий имеет большое преимущество в простоте своего производства: не требуется точных угломерных инструментов, достаточен небольших размеров рефрактор, экваториальная монтировка которого желательна для удобства наблюдения, но не является необходимой. Хотя наблюдение покрытий ярких звезд возможно при помощи совсем малых инструментов, но во избежание систематических ошибок при наблюдении покрытий у светлого края Луны желателен диаметр объектива рефрактора не меньше 10 см. Весьма важным является точное знание времени, что, однако, при наличии частых передач сигналов времени по радио не представляет трудностей даже при отсутствии особенно хороших часов. Определение времени по радио имеет еще то преимущество, что получается непосредственно всемирное время, знание кото-

рого требуется для сравнения наблюдаемого положения Луны с эфемеридой, что должно производиться с максимальной точностью, между тем как местное время требуется лишь для учета влияния параллакса, для какой-либо цели допустима более значительная ошибка. Действительно, чтобы обеспечить $0'',1$ в положении Луны, всемирное время должно быть известно до $\pm 0^s,2$, тогда как для вычисления параллакса с такой же точностью местное время нужно знать до $\pm 0^s,4$. Очевидно, что и географические координаты места наблюдения должны быть известны несколько точнее, чем до $\pm 0',1$.

Наблюдение Луны угломерными инструментами встречает еще трудности из-за лунных фаз. Кроме полнолуния, возможно лишь наблюдение одного края Луны, что неблагоприятно отзывается на точности. При наблюдении лунного кратера Местинг А результат зависит от точного вычисления либрации. При малых фазах Луна кульминирует днем и наблюдение ее меридианными инструментами почти невозможно.

Наблюдения покрытий являются более универсальным средством для исследования движения Луны, и хотя они тоже не свободны от ошибок, связанных с фазами Луны, но эти ошибки не так велики [139]. Всем этим объясняется то большое значение, которое имеют наблюдения покрытий в определении постоянной параллакса и в исследовании движения Луны.

Для определения лунного параллакса нужно иметь много наблюдений покрытий на протяжении короткого промежутка времени, в течение которого можно считать поправки координат Луны постоянными. Коэффициент P при члене, содержащем поправку параллакса в формуле (146), должен для разных условных уравнений как можно больше различаться, что будет, если $x_0 — \xi$ и $y_0 — \eta$, а также x и y сильно между собой разнятся. $x_0 — \xi$ имеет для данного покрытия разные значения и даже знаки, если наблюдалось как исчезновение, так и появление звезды; для различия $y_0 — \eta$ нужно иметь наблюдения в пунктах с сильно разнящимися широтами; для различия x и y нужно, чтобы наблюдения захватили достаточный промежуток времени, а это бывает, если пункты наблюдения имеют большую разность долгот, находясь при этом не слишком близко к полюсам. Другими словами, здесь выявляются понятные требования, чтобы параллактическое смещение Луны для разных моментов наблюдения было возможно большим и разнообразным. Поэтому нужно, если все наблюдения произведены из одного места, чтобы они охватывали промежуток времени, близкий к 12 часам, а в таком случае, поскольку они возможны только ночью, Луна должна находиться близко к полнолунию. Если наблюдения произведены во многих местах, то нужно, чтобы пункты наблюдения возможно сильно различались по широте, а Луна наблюдалась при разных часовых углах. Лучшие условия в последнем случае предоставляют наблюдения, выполненные во время полных лунных затмений, когда в течение 2—3 часов можно наблюдать покрытия многочисленных слабых звезд, причем как исчезновение, так и появление происходят в одинаковых условиях — у сильно затемненного края Луны. При наблюдении из одного места наилучшие условия бывают при прохождении Луны через рассеянное звездное скопление — Плеяды, Гиады; менее удобны Ясли. Наконец, самым благоприятным, но крайне редким обстоятельством является совпадение обоих условий, когда во время затмения Луна проходит через звездное скопление.

Определение лунного параллакса всегда производится совместно с радиусом Луны, но последний может определяться и отдельно. В таком случае требование разных часовых углов и широт не существенно, но тем важнее иметь достаточное число как исчезновений, так и появлений звезд в разных точках лунного края. Особое внимание должно быть уделено систематическим ошибкам — опозданиям — при наблюдении появления звезды, в особенности у светлого края. Некоторые авторы предпочитают даже совершенно отбрасывать такие наблюдения для слабых звезд. Вопрос о систематических ошибках разбирается в боль-

шинстве из нижеперечисленных работ, касающихся определения лунного радиуса; ему посвящены также специальные исследования Пжибиллока [139].

Наиболее полные обработки наблюдений с целью определения радиуса Луны, иногда попутно с другими элементами ее движения, принадлежат Баттерману [52], Кюстнеру [101], Лагрюля [105], Матцдорфу [111], Потерсу [132], Спенсер-Джонсу [154] и [155], Л. Струве [33] и [158]. Из них особенно любопытно исследование Матцдорфа, использовавшего с целью уменьшения систематических ошибок наблюдения покрытий лишь четырех звезд первой величины.

Результаты этих исследований таковы:

Автор	Материал	R_{ζ}	Средняя ошибка
Кюстнер	7 покрытий Плеяд 1839—1876 гг., всего 468 усл. уравнений	932",85	$\pm 0",06^*)$
Петерс	8 покрытий Плеяд 1840—1876 гг., 189 моментов, главным образом, у темного края Луны	932,49	$\pm 0,28$
Лагрюля	3 покрытия Плеяд 1897—1898 гг., всего 170 усл. уравнений	932,81	$\pm 0,12$
Баттерман	3 ряда наблюдений 1884—1903 гг.	932,72	$\pm 0,15$
Матцдорф	Звезды первой величины 1831—1906 гг., всего 329 моментов	932,77	$\pm 0,18$
Л. Струве	Покрытия во время 6 лунных затмений 1884—1910 гг.	932,79	$\pm 0,07$
Спенсер-Джонс	Наблюдения на Мысе Доброй Надежды 1880—1922 гг.	932,70	$\pm 0,04$

Соединяя эти результаты вместе с весами по порядку: 4, 1, 2, 2, 2, 4, 8, получаем в среднем для углового радиуса Луны:

$$r_{\zeta} = 15'32",75 \pm 0",06.$$

Принимая средний параллакс Луны равным $57'2",70$, отсюда получаем линейный радиус Луны

$$k = \frac{\sin 15'32",75}{\sin 57'2",70} = 0,272530 \pm 0,000025, \lg k = 9,43541.$$

В *Nautical Almanac* принято немного меньшее значение лунного радиуса, именно $932",63$ на среднем расстоянии, что соответствует линейному радиусу

$$k = 0,272495, \lg k = 9,43536.$$

Что касается исследований движения Луны на основании наблюдения покрытий, то из более крупных работ упомянем прежде всего большую работу Ньюкомба [127], пересмотренную Спенсер-Джонсом [155], затем цитированные выше работы Баттермана и Спенсер-Джонса. В первой из них обработаны покрытия, наблюдаемые в разных местах за промежуток времени с 1627 по 1908 г., давшие в общей сложности около 4340 условных уравнений. В результате этой огромной работы Ньюкомб пришел к заключению, что одного лишь ньютоновского тяготения недостаточно для строгого представления движения Луны, в котором наблюдаются необъяснимые теорией «флюктуации», происходящие, как это впоследствии выяснилось, от неравномерности вращения Земли и связанного с этим неравномерного течения нашего «времени».

Прежде (XVIII—XIX вв.) изучение движения Луны и сравнение теории этого движения с наблюдениями представляли большое значение для мореплавания,

*) Наблюдения у одного лишь темного края Луны дали $932",02 \pm 0",22$.

давая метод определения долготы. В настоящее время с изобретением радио это значение отпало, но возникла новая интересная проблема о неравномерности вращения Земли и связанном с нею способе измерения времени. Эта проблема исследуется главным образом на основании сличения теоретического положения Луны, выведенного в предположении равномерного течения времени, с наблюдениями, пользующимися для измерения времени вращением Земли вокруг оси. Большая работа в этом направлении произведена Броуном, указавшим на особое значение для этого вопроса наблюдений покрытий. По его инициативе, начиная с 1927 г., проведена кампания по организации массовых наблюдений покрытий в США [63] и [61]. Ежегодно в *Astronomical Journal* печатаются результаты таких наблюдений и выведенные на основании их поправки долготы и широты Луны (см. стр. 121).

Обработка наблюдений покрытий с целью исследования движения Луны и связанных с этим величин в своей первой стадии заключается в определении наблюдаемого положения Луны относительно покрываемой звезды. Для этой цели в *Nautical Almanac* давались вспомогательные величины, нужные для вычисления редукиций применительно к способу обработки, предложенному Иннесом [95]. Рекомендуется при этом для уменьшения невязки между наблюдением и вычислением заранее вводить в табличное место Луны поправку в целое число секунд средней долготы, экстраполированную по наблюдениям покрытий предшествующих лет. Величина этой поправки по мере надобности также сообщается в *Astronomical Journal*. Для перевода поправки ΔL средней долготы Луны в поправки прямого восхождения и склонения $\Delta \alpha_{\zeta}$ и $\Delta \delta_{\zeta}$ пользуются формулами, указанными на стр. 122:

$$\Delta \alpha_{\zeta} = 0,000506 \Delta L \alpha'_{\zeta}, \quad \Delta \delta_{\zeta} = 0,000506 \Delta L \delta'_{\zeta},$$

где α'_{ζ} и δ'_{ζ} — часовые изменения прямого восхождения и склонения Луны.

Редукционные величины, дававшиеся в *Nautical Almanac*, предназначались для точного вычисления прямоугольных бесселевых координат Луны и наблюдателя. Однако, здесь, в отличие от обычного, за единицу длины принимается не экваториальный радиус Земли, а линейный радиус Луны, что удобнее, так как в этом случае основное уравнение (139) в правой части вместо k^2 имеет единицу:

$$(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 = 1.$$

Теперь ξ и η определяются формулами

$$\xi = \frac{\rho}{k} \cos \varphi' \sin (h + \lambda),$$

$$\eta = \frac{\rho}{k} [\sin \varphi' \cos \delta_* - \cos \varphi' \sin \delta_* \cos (h + \lambda)].$$

Если положить

$$Q = \frac{\rho \cos \varphi' \cos (h + \lambda)}{k},$$

$$r = \frac{\cos \delta_*}{k}, \quad s = -\sin \delta_*,$$

то

$$\eta = r \rho \sin \varphi' + Qs,$$

причем ξ и Q табулируются по аргументу $h + \lambda$ для данного пункта, т. е. для данной широты φ . Величины r и s давались в *Nautical Almanac*.

Теперь можно с достаточной точностью считать:

$$\sin M = x - \xi, \quad \cos M = y - \eta,$$

так как для момента покрытия сумма квадратов этих величин чрезвычайно близка к единице.

Если E есть угол положения*), определяющий направление геоцентрического движения Луны

$$\operatorname{tg} E = \frac{\alpha'_{\zeta} \cos \delta_{\zeta}}{\delta'_{\zeta}},$$

где α'_{ζ} и δ'_{ζ} — опять часовые изменения координат Луны, то $E - M$ есть угол между направлением движения Луны, т. е. проекцией лунной орбиты, и радиусом лунного диска, проведенным к звезде (рис. 55). Вследствие неточности координат Луны и ошибок наблюдения в наблюдаемый момент покрытия, для которого вычислены координаты x, y, ξ, η , видимое угловое расстояние σ' центра Луны от звезды, равное

$$\sigma' = \frac{k \sin p_{\zeta}}{\sin 1''} \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2},$$

будет немного отличаться от видимого углового радиуса Луны

$$\sigma = \frac{k \sin p_{\zeta}}{\sin 1''}.$$

Проектируя разность $\sigma' - \sigma = \Delta\sigma$ на направление лунной орбиты и перпендикулярное к нему, получим следующее условное уравнение:

$$\Delta\sigma = \cos(E - M) \Delta l + \sin(E - M) \Delta b,$$

где Δl и Δb — поправки табличной долготы Луны на орбите и широты относительно плоскости орбиты. Каждое наблюдение дает уравнение такого вида. Этим кончается обработка, которую должен сделать наблюдатель. Полученные многими наблюдателями условные уравнения подвергаются обработке в централизованном порядке. Примером подобной обработки могут служить упомянутые работы Броуна.

Отметим еще одну возможность в использовании наблюдений покрытий — это для исследования фигуры Земли и притом не только физическим методом, на основе выделения возмущений, зависящих от сжатия Земли, но чисто геометрическим. Действительно, покрытия суть прежде всего параллактические явления, зависящие от параллакса Луны, а следовательно, от координат наблюдателя ρ, φ и λ , которые можно, обратно, определить из наблюдений. Из них ρ является функцией сжатия земного сфероида, и поэтому это последнее тоже может быть выведено из наблюдений.

Определяемые из покрытий φ и λ характеризуют положение точки наблюдения относительно центра Земли и по своему смыслу отличаются от тех величин, которые обычно употребляются в астрономии. Получаемое здесь φ' есть действительный угол между радиусом, проведенным из центра инерции Земли, и плоскостью земного экватора, а λ есть угол между плоскостью меридиана, содержащей этот радиус и, очевидно, проходящей через ось вращения Земли, и плоскостью начального меридиана. Если от φ' , определенного таким образом, перейти к φ , то последнее получится для сфероида, имеющего принятое при этом сжатие. Точно так же долгота λ будет относиться к линии отвеса,

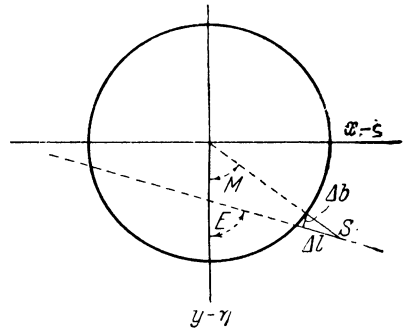


Рис. 55.

*) В работе Иннеса, а за ним в *Nautical Almanac* угол E обозначен не совсем удачно через ρ .

проходящей через ось вращения Земли. Следовательно, получаемые таким образом φ и λ являются геодезическими координатами, относящимися к так называемому абсолютному сфероиду, геометрический центр которого совпадает с центром инерции Земли и ось вращения которого совпадает с осью Земли.

Однако точность определения этих координат невелика, так как они входят в уравнения с множителем $\sin p_{\zeta}$, равным в круглых числах $1/60$. Поэтому всякая ошибка наблюдений входит увеличенной в 60 раз; точность определения положения Луны в $1''$ соответствует точности определения φ и λ в $1'$. Вследствие этого такой способ определения геодезических координат практического применения не получил, и Баттерман в своих исследованиях [52] из большого ряда наблюдений получил для Берлина φ с ошибкой около $\pm 9''$, а λ — с ошибкой около $\pm 15''$.

Однако в последнее время удалось достигнуть в этой трудной, но интересной задаче значительных успехов. Во-первых, точность наблюдений была во много раз увеличена путем применения фотоэлектрической регистрации моментов покрытий [164], [165] и [162a]. Во-вторых, производились не определения абсолютных значений φ и λ , в сильной мере зависящих от поправок координат Луны, а разностей уклонений отвеса для двух удаленных между собой пунктов, т. е. решалась задача, аналогичная описанной на стр. 132 для солнечных затмений. При этом требовалось лишь знание точного движения Луны за промежуток времени между наблюдениями из двух пунктов одного и того же покрытия, т. е. за несколько десятков минут или в крайнем случае за несколько часов. Моменты покрытий удалось фиксировать с точностью до 0,01 сек. Правда, наблюдению доступны лишь исчезновения звезды у темного края Луны при не слишком большой фазе. О'Кефе и Андерсон [127a] получили при этом для величины лунного радиуса k значение 0,27248, меньшее, чем указано на стр. 165, повидимому, вследствие того, что они исключали покрытия, происходившие в сильно гористых частях лунного края, и ограничивались участками края со спокойным рельефом. Они нашли, что для гористых частей края поправки за рельеф, определяемые с помощью карт Хайна [93], не улучшают результатов, так как эти карты улавливают лишь общее течение рельефа, но не отражают весьма значительных по высоте, но мало протяженных неровностей, которые, однако, целиком влияют на моменты покрытий. Что касается учета движения Луны за промежуток между наблюдениями, то обычных эфемерид для этого недостаточно из-за ошибок округления координат, а также неточности таблиц Броуна. Здесь приходится либо вычислять движение Луны непосредственно с помощью рядов, положенных в основу таблиц Броуна, точнее говоря, выведенных этим автором, либо еще лучше численным интегрированием дифференциальных уравнений движения с начальными значениями координат Луны, вычисленными по тем же рядам. Примером такого вычисления служит работа Зундмана [159].

§ 42. Покрытия планет. При вычислении явлений, связанных с покрытием Луной планет, нужно различать три случая. Простейший из них имеет место при контакте с освещенным краем шарообразной планеты. Таковы всегда бывают покрытия Урана и Нептуна, а также светлого края Меркурия, Венеры и Марса. В этом случае можно применить теорию солнечных затмений, заменяя Солнце планетой. Однако несколько проще указанный ниже способ, состоящий в небольшом изменении формул, применяемых при вычислении покрытий звезд.

Второй, более сложный случай имеет место при покрытии эллиптического диска сжатой планеты или при контакте с терминатором освещенной части планеты, тоже имеющим форму дуги эллипса. Сюда же относится случай покрытия колец Сатурна. Эти случаи можно свести к предыдущему, если вычислить длину радиуса планеты, проведенного в точку контакта.

Наконец, третий случай имеет место при покрытии кончиков рога серповидной планеты — Меркурия или Венеры. В этом случае вычисляются координаты покрываемой точки, которая затем трактуется как звезда.

Обращаясь к первому случаю — покрытию сферической планеты, — укажем те изменения, которые нужно внести в приведенные выше формулы для покрытий звезд.

Поскольку x и y определяют координаты Луны относительно звезды, для случая сферической планеты эти величины определяют положение Луны относительно точки z — геоцентрического места планеты. Поэтому прямое восхождение и склонение звезды должны быть заменены через α и δ планеты. Что касается параллакса, то смещение Луны относительно планеты определяется очень близко, если в обычных формулах заменить экваториальный горизонтальный параллакс Луны через разность параллаксов Луны и планеты. Действительно, параллактическое смещение светила пропорционально синусу его экваториального горизонтального параллакса и зависит от склонения и часового угла светила. Поэтому неточность указанного приема происходит оттого, что, с одной стороны, разность синусов параллаксов заменяют синусом разности, а с другой стороны, пренебрегают неполным равенством склонений и часовых углов Луны и планеты. Оба эти обстоятельства ввиду малости параллакса p планеты и близости геоцентрических положений Луны и планеты во время покрытия вызывают исчезающе малую ошибку. Таким образом, напомним:

$$x = \frac{\cos \delta_{\odot} \sin (\alpha_{\odot} - \alpha)}{\sin (p_{\odot} - p)},$$

$$y = \frac{\sin \delta_{\odot} \cos \delta - \cos \delta_{\odot} \sin \delta \cos (\alpha_{\odot} - \alpha)}{\sin (p_{\odot} - p)}.$$

Координаты наблюдателя ξ и η остаются без изменения, лишь δ_* и h теперь относятся к планете. Часовые изменения x' и y' могут быть получены как разности x и y для часовых интервалов. При вычислении же их через часовые изменения экваториальных координат формулы (139) должны быть заменены такими:

$$x' = \frac{15 (\Delta \alpha_{\odot} - \Delta \alpha)^s \cos \delta_{\odot}}{(p_{\odot} - p)''},$$

$$y' = \frac{(\Delta \delta_{\odot} - \Delta \delta)''}{(p_{\odot} - p)''}.$$

Более строгий вывод этих формул см. у Трепье [161], примечание на стр. LVII. Вместе с тем множитель h' , представляющий выраженное в радианах изменение часового угла планеты за 1 час среднего времени, теперь равен

$$h' = 0,262516 - 0,0000727 (\Delta \alpha)^s,$$

$$\lg h' = 9,41916 - 0,00012 (\Delta \alpha)^s,$$

где коэффициент при $(\Delta \alpha)^s$ есть дуга в $15''$, выраженная в радианах.

Понятно, что для момента контакта угловое расстояние между центрами Луны и планеты должно равняться $r_{\odot} \pm \sigma$, где σ — угловой радиус планеты. Линейный радиус Луны k определяется из

$$k = \frac{\sin r_{\odot}}{\sin p_{\odot}}.$$

Теперь соответствующая длина определится из $\frac{\sin (r_{\odot} \pm \sigma)}{\sin p_{\odot}}$, очень близко равного

$$k' = k \pm \frac{\sigma}{p_{\odot} - p},$$

где верхние знаки относятся к внешним контактам, а нижние — к внутренним.

Производя указанные изменения в формулах для x , y , ξ , η и заменяя k через k' , вычисление покрытия сферической планеты производят в остальном, как в § 39 для случая покрытия звезды.

Сложнее случай покрытия сфероидальной планеты или края не вполне освещенной планеты. В обоих этих случаях дуга, оконтуривающая покрываемую планету, есть дуга эллипса. Если сфероидальная планета имеет заметную фазу (Юпитер), то два края ее принадлежат дугам различных эллипсов. Вопрос о нахождении формы и положения этих дуг разобран Бесселем [56], и на основании его анализа Шозене в первом томе «Сферической астрономии» [71], стр. 565—591, развил формулы для предвычисления таких покрытий и для определения географической долготы из наблюдения их. Как частный случай получаются покрытия рогов Венеры и Меркурия, а также колец Сатурна.

Покрытия звезд планетами — чрезвычайно редкие явления. Для случая сферической планеты вычисление можно произвести по формулам лунных покрытий, заменяя в них все величины, относящиеся к Луне, соответствующими величинами для планеты. Для сжатой планеты вычисляют сначала приближенное решение, пренебрегая сжатием планеты, а затем, найдя угол положения точки исчезновения или появления звезды, находят величину радиуса планеты для этой точки, с которой повторяют вычисление.

Наблюдение этих явлений, в особенности в то время, когда планета близка к стоянию и, следовательно, ее видимое движение медленное, позволяет определить параллакс планеты. Однако если планета имеет атмосферу, то рефракционные явления в ней, а также постепенное поглощение атмосферой света звезды не позволяют точно наблюдать момент исчезновения или появления звезды, но в таком случае наблюдения могут дать интересные указания на строение планетной атмосферы.

ГЛАВА V

ТЕОРИЯ ПРОХОЖДЕНИЯ ПЛАНЕТ ПО ДИСКУ СОЛНЦА

§ 43. Необходимые условия. Две ближайшие к Солнцу планеты — Меркурий и Венера, — проходя во время нижнего соединения между Землей и Солнцем, могут при известных условиях проектироваться для земного наблюдателя на солнечный диск, вызывая своего рода частное солнечное затмение. Вычисление этих явлений можно производить по общим формулам теории солнечных затмений, заменяя в них все величины, относящиеся к Луне, соответствующими величинами для планеты, однако по малости параллакса планеты, а также вследствие большей равномерности в геоцентрическом движении планеты по сравнению с движением Луны возможно сделать в формулах некоторые упрощения и придать им более удобный вид. Но прежде разберем вопрос об условиях, необходимых для прохождения планеты по диску Солнца.

Вследствие значительных наклонов к эклиптике орбит Меркурия ($7^{\circ}0',2$) и Венеры ($3^{\circ}23',6$) прохождение может произойти только в случае, если нижнее соединение планеты имеет место достаточно близко к одному из узлов орбиты. Долгота восходящего узла Меркурия равна $47^{\circ}45'$ для 1950 г., и через соответствующую точку своей орбиты Земля проходит ежегодно около 9 ноября, а через противоположную точку с долготой нисходящего узла — около 7 мая. Поэтому прохождения Меркурия возможны только при тех нижних соединениях, которые бывают в начале ноября и в начале мая.

Долгота восходящего узла Венеры равна $76^{\circ}14'$, через соответствующую точку Земля проходит ежегодно около 8 декабря, а через противоположную точку с долготой нисходящего узла — около 6 июня. Поэтому прохождения Венеры бывают лишь вблизи этих чисел.

Предельная геоцентрическая широта планеты во время прохождения определяется теми же формулами, что и для солнечных затмений; таким образом,

$$\beta \leq (r_{\odot} + r_{\text{п}} + p_{\text{п}} - p_{\odot}) \sec i', \quad (147)$$

где $r_{\text{п}}$ и $p_{\text{п}}$ — видимый угловой радиус и горизонтальный экваториальный параллакс планеты, а r_{\odot} , p_{\odot} — те же величины для Солнца, i' — угол наклонения в относительном движении, определяемый из

$$\operatorname{tg} i' = \frac{\Delta l}{\Delta l - \Delta l_{\odot}} \operatorname{tg} i,$$

причем i — наклонение орбиты планеты к эклиптике, Δl и Δl_{\odot} — изменения гелиоцентрической долготы планеты и Земли в единицу времени (сутки или час).

Формула (147) выражает требование, чтобы хотя бы для одной точки земной поверхности видимое угловое расстояние между центрами Солнца и планеты было не больше суммы их радиусов. Очевидно, это необходимо, чтобы имело место внешнее соприкосновение краев планеты и Солнца. Для внутреннего соприкосновения, которое бывает перед или после полного вступления планеты на диск

Солнца, очевидно, должно быть:

$$\beta \leq (r_{\odot} - r_{\pi} + p_{\pi} - p_{\odot}).$$

Получив предельное β , можно, пренебрегая широтой Солнца, определить гелиоцентрический радиус-вектор r , долготу l и широту b планеты по обычным формулам преобразования координат:

$$\begin{aligned} r \cos b \sin l &= \Delta \cos \beta \sin \lambda - \Delta_{\odot} \sin \odot, \\ r \cos b \cos l &= \Delta \cos \beta \cos \lambda - \Delta_{\odot} \cos \odot, \\ r \sin b &= \Delta \sin \beta, \end{aligned}$$

где Δ , λ , β — геоцентрическое расстояние, долгота и широта планеты, а Δ_{\odot} и \odot — радиус-вектор Земли и геоцентрическая долгота Солнца.

Для определения гелиоцентрической широты ограничимся последней формулой, принимая во внимание, что

$$\Delta = \frac{1}{\sin p_{\pi}}$$

и что во время прохождения очень близко

$$r = \Delta_{\odot} - \Delta = \frac{1}{\sin p_{\odot}} - \frac{1}{\sin p_{\pi}}.$$

Тогда найдем:

$$\sin b = \frac{r}{\Delta} \sin \beta = \frac{\sin p_{\odot} \sin \beta}{\sin p_{\pi} - \sin p_{\odot}},$$

или, по малости b и β ,

$$b = \frac{\Delta_{\odot} - \Delta}{\Delta} \beta = \frac{p_{\odot} \beta}{p_{\pi} - p_{\odot}}.$$

Разность гелиоцентрической эклиптической долготы планеты и узла находим по формуле, аналогичной (6):

$$\sin(l - \Omega) = \frac{\operatorname{tg} b}{\operatorname{tg} i},$$

или, приближенно,

$$l - \Omega = \frac{b}{i}.$$

Если найти радиусы-векторы и суточное движение планеты и Земли в эллиптическом движении по элементам Ньюкомба для эпохи 1900 г. для линии узлов и вычислить соответствующие параллаксы, то получаются следующие величины:

Для Меркурия

Узел	Суточное движение по орбите		Δl	Δl_{\odot}	r	Δ_{\odot}	i'
Ω	21 896"	21 733"	3620"	0,31411	0,98999	8°22',9	
Υ	10 562	10 484	3480	0,45226	1,00964	10 25,1	
Узел	r_{π}	r_{\odot}	p_{π}	p_{\odot}	β	b	$l - \Omega$
Ω	4",94	969",34	13",02	8",89	989",0	2128",0	17 345"
Υ	5 ,99	950 ,46	15 ,79	8 ,72	979 ,6	1207 ,3	9 832

Для Венеры

Узел	Суточное движение по орбите	Δl	Δl_{\odot}	r	Δ_{\odot}	i'	
Ω	5814''	5804''	3658''	0,72044	0,98482	9° 6',7	
Υ	5722	5712	3443	0,72618	1,01503	8 29 ,4	
Узел	$r_{\text{п}}$	r_{\odot}	$p_{\text{п}}$	p_{\odot}	β	b	$l - \Omega$
Ω	31'',81	974'',42	33'',29	8'',94	1043'',7	383'',0	6460''
Υ	29 ,12	945 ,38	30 ,47	8 ,67	1007 ,3	400 ,7	6758

Из этой таблицы видно, что вследствие большого эксцентриситета орбиты Меркурия условия в двух узлах сильно между собой разнятся, причем условия для майских прохождений (близ нисходящего узла) значительно строже, чем для ноябрьских. Для Венеры большого различия нет, и условия для обоих узлов между собой близки.

§ 44. Чередование прохождений Меркурия. Для выяснения повторяемости прохождений обратимся к периодам обращения Меркурия и Земли.

По элементам Ньюкомба мы имеем для эпохи 1900 г.

- драконическое обращение Меркурия $\delta = 87,969132$ сут.
- синодическое обращение Меркурия $\sigma = 115,877478$ »
- обращение Земли относительно узлов $\Delta = 365,254224$ »

Полагая

$$m\delta = n\sigma,$$

находим:

$$\frac{m}{n} = \frac{\sigma}{\delta} = 1 + \frac{1}{3+1} + \frac{1}{6+1} + \frac{1}{1+1} + \frac{1}{1+1} + \frac{1}{2+1} + \frac{1}{1+1} + \frac{1}{3+1} + \frac{1}{1+\dots}$$

причем подходящие дроби таковы:

$$\frac{1}{1}, \frac{4}{3}, \frac{25}{19}, \frac{29}{22}, \frac{54}{41}, \frac{137}{104}, \frac{191}{145}, \frac{710}{539}, \frac{901}{684}, \dots$$

В них разность между числителем и знаменателем дает число лет в промежутках между прохождениями, однако первые две подходящие дроби слишком грубы, да и третья тоже применима лишь в исключительных случаях, как мы дальше увидим. Таким образом, возможны прохождения через 7, 13, 33 и т. д. лет.

Однако основывать расчет на среднем движении Меркурия было бы слишком грубо вследствие большой неравномерности его эллиптического движения. Эта неравномерность в связи с вековым движением узлов относительно линии апсид вызывает то обстоятельство, что драконическое обращение Меркурия различно для двух узлов. Так, для эпохи 1900 г. получаются такие периоды:

Драконическое обращение

Узел	Меркурия	Земли
Ω	$\delta = 87,969203$	$\Delta = 365,254264$ сут.
Υ	$\delta = 87,969046$	$\Delta = 365,254180$ »

С этими данными, применяя подходящие дроби, начиная с третьей, находим:

	Восходящий узел Ω	Нисходящий узел Υ
25 δ	2199,2301 сут.	2199,2261 сут.
6 Δ	2191,5256 »	2191,5251 »
разность	+ 7,7045 »	+ 7,7010 »
29 δ	2551,1069 »	2551,1023 »
7 Δ	2556,7798 »	2556,7793 »
разность	— 5,6729 »	— 5,6770 »
54 δ	4750,3370 »	4750,3285 »
13 Δ	4748,3054 »	4748,3043 »
разность	+ 2,0316 »	+ 2,0242 »
137 δ	12051,7808 »	12051,7593 »
33 Δ	12053,3907 »	12053,3879 »
разность	— 1,6099 «	— 1,6286 »
191 δ	16802,1178 »	16802,0878 »
46 Δ	16801,6961 »	16801,6923 »
разность	+ 0,4217 »	+ 0,3955 »
.
901 δ	79260,2519 сут.	79260,1104 сут.
217 Δ	79260,1753 »	79260,1571 »
разность	+ 0,0766 »	— 0,0467 »

Пользуясь приведенными в этой таблице разностями, подсчитаем, насколько расстраивается прохождение вследствие неполного совпадения периодов. Пусть в начальную эпоху произошло соединение Меркурия с Солнцем в точности в восходящем узле. Через 25 драконических обращений Меркурия Земля в узле не будет, так как ее прохождение через узел имело место на 7,7045 суток ранее. Найдем момент соединения, который пусть будет равен

$$25\delta + x = 6\Delta + y.$$

Между x и y , поскольку это промежутки времени, в течение которых Земля и Меркурий проходят равные углы, а именно, угловое расстояние точки соединения от узла, должно существовать соотношение

$$\frac{x}{y} = \frac{\Delta I_{\odot}}{\Delta I},$$

откуда для определения x получаем такое уравнение:

$$x = \text{разность} \cdot \frac{\Delta I_{\odot}}{\Delta I - \Delta I_{\odot}}. \quad (148)$$

Таким образом, соединение происходит на x суток позже прохождения Меркурия через узел. Так как суточное изменение гелиоцентрической эклиптической долготы Меркурия равно ΔI , то в момент соединения Меркурий будет отстоять на $x \cdot \Delta I$ от узла и прохождение его по диску Солнца состоится только в том случае, если $x \cdot \Delta I$ окажется лежащим внутри найденного выше предела $l - \delta$.

Таким путем мы получаем:

для восходящего узла

$$\begin{aligned} x &= 0,19986 \cdot \text{разность}, \\ x \cdot \Delta I &= 4343'',6 \cdot \text{разность}; \end{aligned}$$

для нисходящего узла

$$\begin{aligned} x &= 0,49686 \cdot \text{разность}, \\ x \cdot \Delta I &= 5209'',1 \cdot \text{разность}. \end{aligned}$$

С этими числами мы находим такие изменения:

Для восходящего узла Ω		Для нисходящего узла Υ	
промежуток в годах	изменение $l - \Omega$	промежуток в годах	изменение $l - \Upsilon$
6	+ 33 465"	6	+ 40 115"
7	- 24 641	7	- 29 572
13	+ 8 824	13	+ 10 544
33	- 6 993	33	- 8 484
46	+ 1 832	46	+ 2 060
217	+ 333	217	- 243

Отсюда видим, что, поскольку изменение $l - \Omega$ в 6 лет для восходящего узла меньше удвоенного предельного значения $l - \Omega$, т. е. $33\,465'' < 2 \cdot 17\,345''$, возможны два прохождения Меркурия по диску Солнца с промежутком в шесть лет, но для этого необходимо, чтобы первое прохождение было на самом краю возможной области и притом после узла, тогда второе прохождение будет на самом краю области до узла. Понятно, что такое стечение обстоятельств очень редко и в течение ближайших столетий, как мы дальше увидим, не имеет места.

Очевидно также, что для нисходящего узла наименьшим возможным промежутком между двумя прохождениями является 13 лет, так как, только начиная с этого интервала, изменение $l - \Upsilon$ становится меньше удвоенного предельного $l - \Upsilon$:

$$10\,544'' < 2 \cdot 9832''.$$

Пользуясь приведенными значениями изменений $l - \Omega$, можно построить схему чередования прохождений Меркурия, суммируя отдельные интервалы с таким расчетом, чтобы накапливающаяся сумма $l - \Omega$ никогда не превышала предельного значения $l - \Omega$. Однако для того, чтобы эта схема не была абстрактной и могла служить для предсказания действительных прохождений Меркурия, в основу ее нужно положить одно действительно имевшее место прохождение, которое определит начальные условия для исходной эпохи. Но прежде выведем формулу, служащую для определения кратчайшего геоцентрического углового расстояния, на котором Меркурий проходит от центра Солнца.

Заметим прежде всего, что если прохождение имеет место при положительном $l - \Omega$, т. е. после того, как Меркурий миновал узел, то для случая восходящего узла планета будет находиться к северу от эклиптики и поэтому пройдет для геоцентрического наблюдателя севернее центра Солнца. Обратное будет иметь место для нисходящего узла. Если Меркурий отстоит в момент геоцентрического соединения с центром Солнца по долготе на $l - \Omega$ от узла, то, чтобы получить его наименьшее гелиоцентрическое угловое расстояние s от Земли, вычтем движение Земли из движения Меркурия по долготе за тот промежуток времени, в течение которого Меркурий проходит угол $l - \Omega$, или, что то же, помножим $l - \Omega$ на фактор $\frac{\Delta l - \Delta l_{\odot}}{\Delta l}$. Построив прямоугольный сферический треугольник ΩMS (рис. 2), считая S — Землей, M — планетой, в проекции на небесную сферу из центра Солнца, с гипотенузой $S\Omega = (l - \Omega) \frac{\Delta l - \Delta l_{\odot}}{\Delta l}$, углом $M \Omega S = i'$ и противолежащим катетом $MS = s$, мы найдем:

$$\sin s = \sin \left[(l - \Omega) \frac{\Delta l - \Delta l_{\odot}}{\Delta l} \right] \sin i',$$

или, по малости треугольника, приближенно:

$$s = (l - \Omega) \frac{\Delta l - \Delta l_{\odot}}{\Delta l} \sin i'.$$

Найдя отсюда гелиоцентрический угол s , соответствующий видимому кратчайшему угловому расстоянию Меркурия от центра Солнца, переведем его в искомое геоцентрическое расстояние σ_m умножением на отношение

$$\frac{r}{\Delta} = \frac{r}{\Delta_{\odot} - r},$$

где r — радиус-вектор Меркурия, $\Delta = \Delta_{\odot} - r$ — его расстояние от Земли. Итак, окончательно

$$\sigma_m = \frac{r}{\Delta_{\odot} - r} \frac{\Delta l - \Delta l_{\odot}}{\Delta l} \sin i' \cdot (l - \Omega). \quad (149)$$

Подставляя сюда числовые значения для обоих узлов, находим:

для восходящего узла $\sigma_m = 0,05646 (l - \Omega)$,

для нисходящего узла $\sigma_m = 0,09802 (l - \Omega)$.

Возвращаясь к построению таблицы прохождений, возьмем за исходное прохождение 7—8 ноября 1914 г., для которого кратчайшее геоцентрическое расстояние Меркурия от центра Солнца составляло $10'30'',7$ к югу. Деля это число на $0,05646$, получим, слегка округляя, для расстояния Меркурия от восходящего узла — $11\ 150''$. Прибавляя к этому исходному числу выведенные на стр. 175 наибольшие изменения $l - \Omega$ с таким расчетом, чтобы результирующее $l - \Omega$ никогда не выходило за пределы возможных прохождений, т. е. чтобы всегда оставалось $|l - \Omega| < 17\ 345''$, построим шаг за шагом нижеследующую таблицу,

Таблица ноябрьских прохождений Меркурия
(близ восходящего узла)

Год	Проме- жуток	$l - \Omega$	Разность	σ_m	Точное σ_m
1861	7	+ 11 660''	— 24 641''	+ 658''	+ 661''
1868	13	— 12 981	+ 8 824	— 733	— 735
1881	13	— 4 157	+ 8 824	— 235	— 232
1894	13	+ 4 667	+ 8 824	+ 263	+ 266
1907	7	+ 13 491	— 24 641	+ 762	+ 759
1914	13	— 11 150	+ 8 824	— 630	— 631
1927	13	— 2 326	+ 8 824	— 131	— 129
1940	13	+ 6 498	+ 8 824	+ 367	+ 368
1953	13	+ 15 322	— 24 641	+ 865	+ 862
1960	7	— 9 319	+ 8 824	— 526	
1973	13	— 495	+ 8 824	— 28	
1986	13	+ 8 329	+ 8 824	+ 470	
1999	13	+ 17 153	+ 8 824	+ 968 *)	
2006	7	— 7 488	— 24 641	— 423	
2019	13	+ 1 336	+ 8 824	+ 75	
2032	13	+ 10 160	+ 8 824	+ 574	
2039	7	— 14 481	— 24 641	— 818	
2052	13	— 5 657	+ 8 824	— 319	
2065	13	+ 3 167	+ 8 824	+ 179	
2078	13	+ 11 991	+ 8 824	+ 677	
2085	7	— 12 650	— 24 641	— 714	
2098	13	— 3 826	+ 8 824	— 216	
2111	13	+ 4 998	+ 8 824	+ 282	
2124	13	+ 13 822	+ 8 824	+ 780	
2131	7	— 10 819	— 24 641	— 611	

*) Меркурий проходит почти по касательной к диску Солнца.

в которой приведены также σ_m , полученные умножением $l - \Omega$ на указанный выше множитель 0,05646.

Дойдя до 2131 г., мы получаем $l - \Omega$, близкое к исходному значению, и этим завершаем большой цикл в 217 лет, по истечении которого чередование прохождений возобновляется в прежнем порядке. Причина этого заключается в том, что, как мы видели на стр. 175, изменение $l - \Omega$ в 217 лет составляет всего лишь 333". Чередование прохождений в таком цикле представляется следующей схемой:

$$4(13 + 13 + 13 + 7) + (13 + 13 + 7) = 217.$$

В приведенной таблице, исходя из прохождения 1914 г., вычислено еще несколько предшествующих прохождений путем вычитания соответствующих изменений $l - \Omega$. В последнем столбце для этих прохождений даны точные значения σ_m , заимствованные из астрономических ежегодников. Мы видим, что ошибка таблицы в σ_m не превосходит 3". Причина этих расхождений заключается в игнорировании возмущений. Было бы также неправильным продолжать таблицу указанным образом на очень большие промежутки времени без учета вековых членов в движении Меркурия и Земли.

Переходя к рассмотрению прохождения Меркурия близ нисходящего узла, решим сначала вопрос о включении одного такого прохождения в полученный выше ряд прохождений близ восходящего узла. Для этого заметим, что средняя аномалия Меркурия в восходящем и нисходящем узлах соответственно равна $341^\circ 11' 30''$ и $138^\circ 11' 4''$. При среднем драконическом движении в $14\,732''$, 44 в сутки разность этих аномалий проходит Меркурием в 38,3626 суток, какое время требуется для прохождения Меркурия от восходящего узла до нисходящего. Средняя аномалия Земли для тех же узлов равна $307^\circ 28' 5''$ и $124^\circ 21' 33''$. При среднем суточном движении Земли относительно узла Меркурия в $3548''$, 2136 находим, что промежуток времени, в течение которого Земля проходит от восходящего узла Меркурия до нисходящего, равен 179,4731 суток.

Если начальное соединение Меркурия с Солнцем было в самом восходящем узле, то соединение в нисходящем узле произойдет, если окажется

$$m\delta + 38,3626 = n\Delta + 179,4731,$$

где m и n — целые числа. Это равенство удовлетворяется достаточно близко при $m = 39$, $n = 9$. Действительно,

$$\begin{aligned} 39\delta + 38,3626 &= 3469,1615 \text{ суток} \\ 9\Delta + 179,4731 &= 3466,7615 \quad \gg \\ \text{разность} &\quad + 2,4000 \quad \gg \end{aligned}$$

Эту разность или невязку нужно разложить на оба узла. Для начальной эпохи прохождения Меркурия в 1914 г. мы имели $l - \Omega = -11\,150''$. Делением этого числа на $4343''$, 6 находим соответствующую долю x невязки, приходящуюся на восходящий узел. Таким образом, $x = 2,5670$ суток, т. е. на 0,1670 суток больше полученной разности. Поэтому на долю нисходящего узла приходится $-0,1670$ суток, в течение которых Меркурий удалится от узла на $-0,1670 \times 5209'' = -870''$. Так как это будет через 9,5 года, то искомое прохождение Меркурия близ нисходящего узла имело место в мае 1924 г. Исходя из этих начальных условий, мы, как и в случае восходящего узла, составим таблицу майских прохождений Меркурия, последовательно прибавляя изменения $l - \Omega$ к этой исходной величине. Однако здесь встречается одна особенность: начальное значение $l - \Omega = -870''$ допускает прибавление не только 13-летнего промежутка, но также и 33-летнего, между которыми образуется один интервал в 20 лет.

Таблица майских прохождений Меркурия
(близ нисходящего узла)

Год	Проме- жуток	$l - \varphi$	Разность	σ_m	Точное σ_m
1878	13	- 2 930"	+ 10 544"	+ 287"	+ 287"
1891	33	+ 7 614	- 8 484	- 746	- 754
1924	—	870	—	+ 85	+ 85
1937	13	+ 9 674	+ 10 544	- 948	- 956
1957	20	- 9 354	—	+ 917	+ 908
1970	13	+ 1 190	+ 10 544	- 117	—
2003	33	- 7 294	- 8 484	+ 715	—
2016	13	+ 3 250	+ 10 544	- 319	—
2049	33	- 5 234	- 8 484	+ 513	—
2062	13	+ 5 310	+ 10 544	- 520	—
2095	33	- 3 174	- 8 484	+ 311	—
2108	13	+ 7 370	+ 10 544	- 722	—
2141	33	- 1 114	- 8 484	+ 109	—

Через 217 лет мы и для нисходящего узла приходим вновь близко к исходному значению, завершая этим цикл, повторяемость прохождений в котором можно выразить формулой

$$13 + 20 + 4(13 + 33) = 217.$$

Таким образом, 217-летний цикл содержит 19 прохождений близ восходящего узла и 10 прохождений близ нисходящего узла.

Определим еще продолжительность геоцентрического прохождения Меркурия. Для этой цели найдем видимую скорость движения Меркурия по диску Солнца. Пусть ΔL есть суточное движение Меркурия по орбите при прохождении его через соответствующий узел, Δl_{\odot} — суточное движение Земли. Направление относительного движения Меркурия образует с эклиптикой угол i' и с орбитой Меркурия — угол $i' - i$. Поэтому составляющая движения Меркурия в направлении относительного движения равна $\Delta L \cos(i' - i)$, а составляющая движения Земли $\Delta l_{\odot} \cos i'$. Разность этих величин дает относительную скорость движения в сутки. Для перевода в дугу геоцентрического движения нужно эту разность помножить на $\frac{r}{\Delta_{\odot} - r}$. Таким образом, скорость видимого относительного движения равна

$$\Delta s = \frac{r}{\Delta_{\odot} - r} [\Delta L \cos(i' - i) - \Delta l_{\odot} \cos i'],$$

где, конечно, выражение в прямых скобках можно заменить геометрической разностью ΔL и Δl_{\odot} , равной $\pm \sqrt{\Delta L^2 + \Delta l_{\odot}^2 - 2\Delta L \Delta l_{\odot} \cos i'}$.

Числовое значение этой относительной скорости равно

$$\begin{aligned} \text{для восходящего узла } \Delta s &= 354'',53 \text{ в час,} \\ \text{для нисходящего узла } \Delta s &= 240,74 \text{ » } \end{aligned}$$

Хорда, которую описывает Меркурий при своем прохождении, отстоит от центра Солнца на угловое расстояние σ_m , поэтому длина хорды равна $2\sqrt{\sigma^2 - \sigma_m^2}$, где для внешних контактов $\sigma = r_{\odot} + r_p$ и для внутренних $\sigma = r_{\odot} - r_p$. Отсюда продолжительность прохождения в часах равна

$$\tau = \frac{2}{\Delta s} \sqrt{\sigma^2 - \sigma_m^2}.$$

Полагая $\sigma_m = 0$, получим максимальную продолжительность для центрального прохождения. Для внешних контактов она равна

$$\text{для восходящего узла } \tau = \frac{2 \cdot 974,28}{354,53} = 5,496 \text{ часа,}$$

$$\text{для нисходящего узла } \tau = \frac{2 \cdot 956,45}{240,74} = 7,946 \text{ »}$$

На рис. 56 и 57, составленных на основании обработки прохождений Меркурия, произведенной Ньюкомбом [124], представлены видимые пути Меркурия с 1600 по 2100 г. Даты и всемирное время середины прохождений с конца XIX по начало XXII в. по вычислениям того же автора приведены в следующем списке.

1891 май 10, 2,3 часа	2003 май 7, 7,8 часа
1894 нояб. 10, 18,6 »	2006 нояб. 8, 21,7 »
1907 нояб. 14, 12,1 »	2016 май 9, 15,0 »
1914 нояб. 7, 12,1 »	2019 нояб. 11, 15,4 »
1924 май 8, 1,6 »	2032 нояб. 13, 8,9 »
1927 нояб. 10, 5,8 »	2039 нояб. 7, 8,8 »
1937 май 11, 9,4 часа *)	2049 май 7, 14,6 »
1940 нояб. 11, 23,4 »	2052 нояб. 9, 2,5 »
1953 нояб. 14, 16,9 »	2062 май 10, 21,8 »
1957 май 6, 1,2 »	2065 нояб. 11, 20,2 »
1960 нояб. 7, 16,9 »	2078 нояб. 14, 13,7 »
1970 май 9, 8,4 »	2085 нояб. 7, 13,6 »
1973 нояб. 10, 10,6 »	2095 май 8, 21,2 »
1986 нояб. 13, 4,2 »	2098 нояб. 10, 7,4 »
1993 нояб. 6, 4,0 »	2108 май 12, 4,5 »
1999 нояб. 15, 21,7 » **)	

В среднем за сто лет бывает 14 прохождений Меркурия, из них 9 или 10 ноябрьских у восходящего узла, остальные — майские у нисходящего узла.

§ 45. Чередование прохождений Венеры. Повторяя аналогичные рассуждения и выкладки для Венеры, выясним закон чередования прохождений этой планеты.

По элементам Ньюкомба мы имеем для эпохи 1900 г.:

$$\text{драконическое обращение Венеры } \delta = 224,698894 \text{ сут.}$$

$$\text{синодическое обращение Венеры } \sigma = 583,921366 \text{ »}$$

$$\text{обращение Земли относительно узлов } \Delta = 365,251328 \text{ »}$$

Полагая

$$m\delta = n\sigma,$$

находим:

$$\frac{m}{n} = \frac{\sigma}{\delta} = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{29 + \frac{1}{1 + \dots}}}}}$$

Подходящие дроби таковы:

$$\frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \frac{5}{2}, \frac{13}{5}, \frac{382}{147}, \frac{395}{152}, \dots$$

Первые три дроби слишком грубы, дальнейшие указывают на возможность прохождения через 8, 235 и 243 года.

*) Меркурий проходит южнее диска Солнца.

**) Меркурий касается диска Солнца.

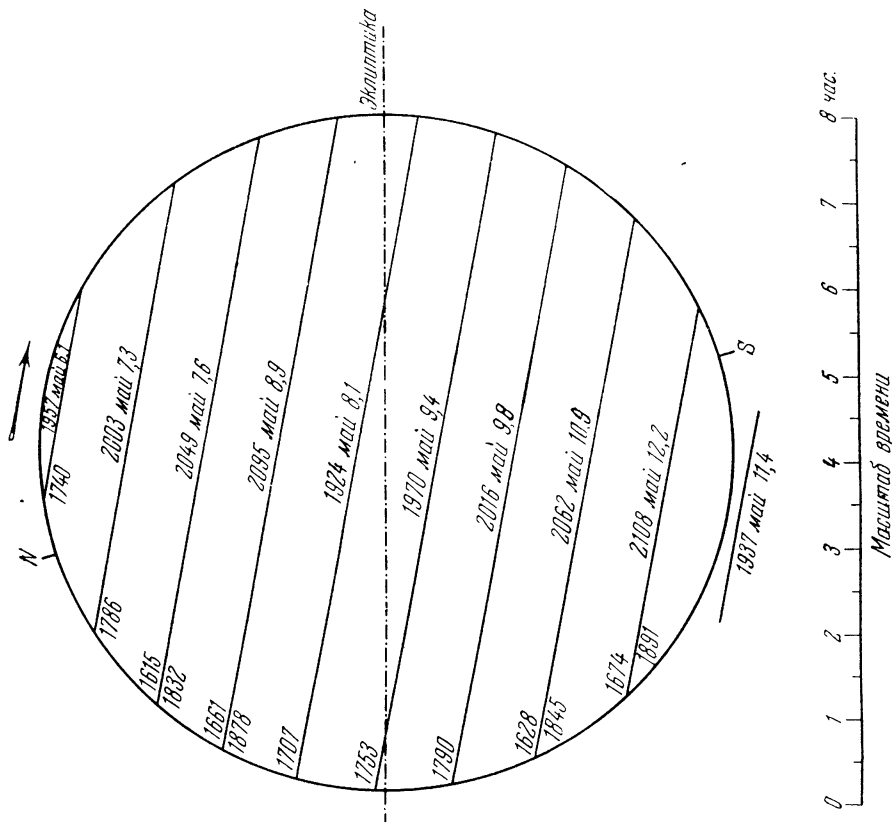


Рис. 57. Майские прохождения Меркурия по диску Солнца.

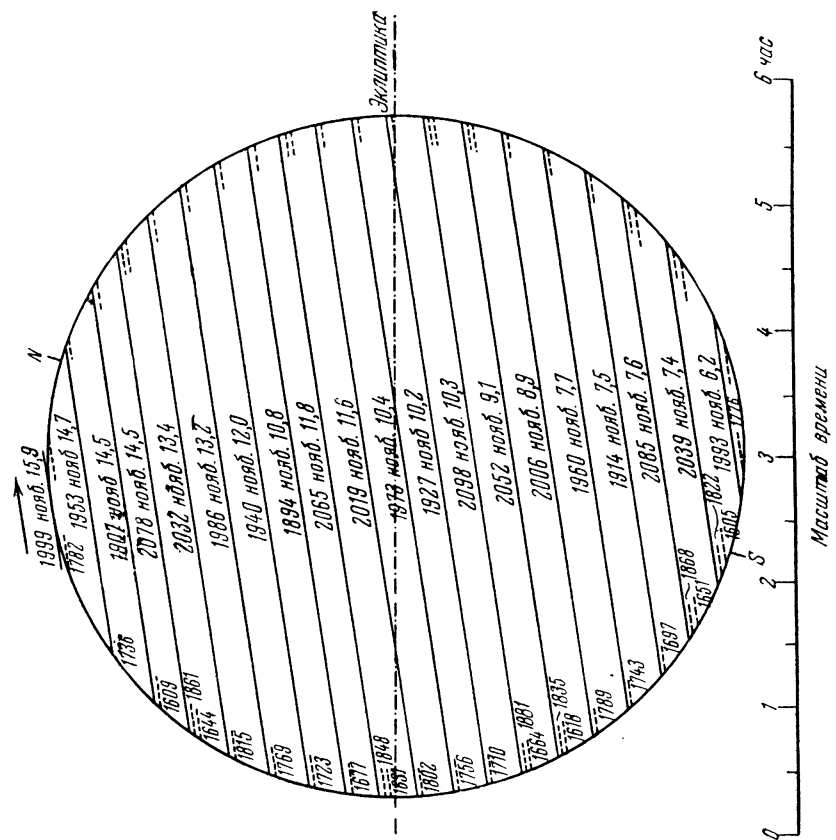


Рис. 56. Ноябрьские прохождения Меркурия по диску Солнца.

Учитывая вековое движение узлов и эллиптичность орбит Венеры и Земли, получаем для эпохи 1900 г. такие периоды:

Узел	Драконическое обращение	
	Венеры	Земли
Ω	$\delta = 224,698910$	$\Delta = 365,251477$ сут.
φ	$\delta = 224,698878$	$\Delta = 365,251173$ »

С этими данными, применяя подходящие дроби, начиная с четвертой, получаем:

	Восходящий узел	Нисходящий узел
13 δ	2921,0858 сут.	2921,0854 сут.
8 Δ	2922,0118 »	2922,0094 »
разность	— 0,9230 »	— 0,9240 »
382 δ	85834,9836 »	85834,9714 »
235 Δ	85834,0971 »	85834,0257 »
разность	+ 0,8865 »	+ 0,9457 »
395 δ	88756,0694 »	88756,0568 »
234 Δ	88756,1089 »	88756,0350 »
разность	— 0,0395 »	+ 0,0218 »

Формула (148) дает:

для восходящего узла

для нисходящего узла

$$x = 1,7046 \cdot \text{разность}$$

$$x = 1,5174 \cdot \text{разность}$$

$$x \Delta l = 9893'' \cdot \text{разность},$$

$$x \Delta l = 8667'' \cdot \text{разность},$$

откуда получаем такие изменения:

Для восходящего узла Ω		Для нисходящего узла φ	
промежуток в годах	изменение	промежуток в годах	изменение
8	—9161''	8	—8008''
235	+8770	235	+8196
243	— 391	243	+ 189

Так как первые два изменения превышают предельное значение $l - \Omega$, но меньше, чем $2(l - \Omega)$, то прохождения в зависимости от начальных условий могут повторяться по одной из двух следующих схем. Если начальное прохождение имеет место вдали от узла, то возможен 8- или 235-летний промежуток в зависимости от знака начального $l - \Omega$. После этого будет промежуток в 235 или 8 лет, который вернет $l - \Omega$ очень близко к начальному значению. Таким образом, будет иметь место чередование:

$$8, 235, 8, 235, 8, 235, \dots$$

или по существу тождественное с ним:

$$235, 8, 235, 8, 235, 8, \dots$$

Если же начальное прохождение имеет место вблизи самого узла, то ни 8-, ни 235-летние интервалы невозможны, и прохождения будут чередоваться через 243 года по схеме

$$243, 243, 243, \dots,$$

пока накапливающаяся невязка не удалит прохождение от узла настолько, что вступит в силу предыдущая схема. Сказанное здесь применимо к прохождениям

близ каждого из узлов в отдельности. Заметим, что в течение ближайших веков имеет место первая из указанных схем.

Множитель для перевода $l - \Omega$ в кратчайшее угловое расстояние геоцентрического прохождения от центра Солнца по формуле (149) равен

$$\text{для восходящего узла } \sigma_m = 0,1596 (l - \Omega),$$

$$\text{для нисходящего узла } \sigma_m = 0,1474 (l - \vartheta).$$

За исходное прохождение примем прохождение 6 декабря 1882 г. близ восходящего узла, для которого $\sigma_m = 641''$ к югу от центра Солнца. Начиная отсюда, получаем следующую таблицу.

Таблица декабрьских прохождений Венеры
(близ восходящего узла Ω)

Год	Промежуток	$l - \Omega$	Разность	σ_m	Точное σ_m
1631		+ 5552''		+ 886''	
1639	8	- 3609	- 9161''	- 576	
1874	235	+ 5161	+ 8770	+ 824	+ 827''
1882	8	- 4000	- 9161	- 638	- 641
2117	235	+ 4770	+ 8770	+ 761	
2125	8	- 4391	- 9161	- 701	

Переходя к нисходящему узлу, поступаем, как выше для Меркурия. Нетрудно вычислить, что время, в течение которого Венера идет от восходящего узла до нисходящего, равно 111,5572 суток. Земля же проходит это расстояние в 180,9522 суток. Составляя равенство

$$m\delta + 111,5572 = n\Delta + 180,9522,$$

убеждаемся, что оно близко удовлетворяется при $m = 197$, $n = 121$.

Действительно,

$$197\delta + 111,5572 = 44\,377,2425 \text{ сут.}$$

$$121\Delta + 180,9522 = 44\,376,3809 \text{ »}$$

$$\text{разность} = + 0,8616 \text{ »}$$

Исходя из прохождения 1882 г., получаем, что близ восходящего узла Венера тратит на прохождение 4000'', на которые она отстоит от узла, 0,4043 суток. Остальная часть невязки, равная

$$0,8616 - 0,4043 = 0,4573 \text{ суток,}$$

проходится Венерой близ нисходящего узла, откуда, по умножении на приведенный выше множитель, равный 8667'', получаем, что Венера во время прохождения отстоит от узла на 3962''. Это прохождение должно иметь место через 121 1/2 года, т. е. в июне 2004 г. Исходя от этой отправной даты, получаем следующую таблицу июньских прохождений (стр. 183), из которой видно, что здесь согласие с точными значениями σ_m несколько хуже вследствие больших интервалов, охватываемых вычислением.

Таблица июньских проходов Венеры
(близ нисходящего узла \mathcal{U})

Год	Проме- жуток	$l - \mathcal{U}$	Разность	σ_m	Точное σ_m
1761		+ 3774"	— 8008"	— 556	— 574"
1769	8	— 4234	+ 8196	+ 624	+ 608
2004	235	+ 3962	— 8008	— 584	
2012	8	— 4046	+ 596		

Остается определить продолжительность прохождения. Вычисляя по предыдущему Δs , находим:

для восходящего узла $\Delta s = 246'',75$ в час

для нисходящего узла $\Delta s = 240,32$ » »

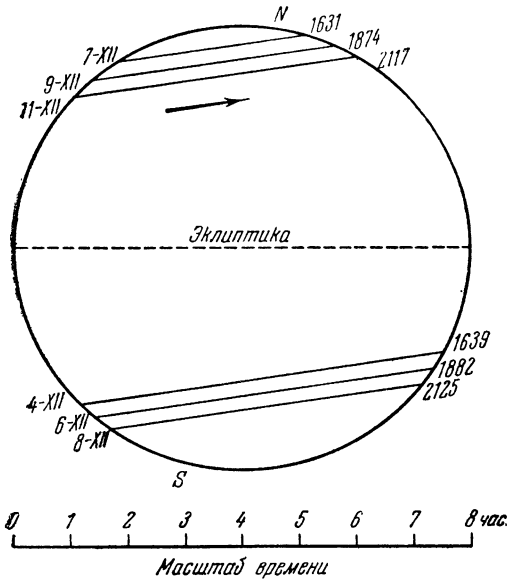


Рис. 58. Декабрьские проходы Венеры по диску Солнца.

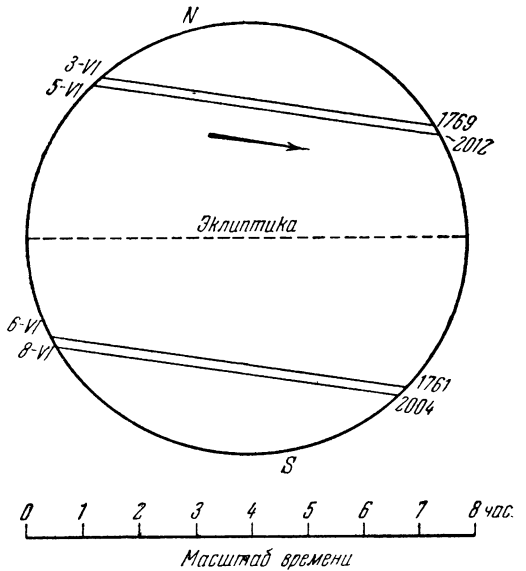


Рис. 59. Июньские проходы Венеры по диску Солнца.

Для центральных проходов и внешних контактов отсюда получаем максимальную продолжительность:

для восходящего узла $\tau_m = 8,610$ часа

для нисходящего узла $\tau_m = 8,110$ »

Ближайшие проходы изображены на рис. 58 и 59.

§ 46. Полная теория прохождения планет. Для вычисления всех обстоятельств прохождения планеты можно применить теорию солнечных затмений Бесселя или Ганзена, заменяя все величины, относящиеся к Луне, соответствующими величинами для планеты. Основой вычисления служат геоцентрические видимые координаты и расстояния Солнца и планеты, которые даются в астрономических

ежегодниках или вычисляются по таблицам Ньюкомба. В последнем случае получаются сначала истинные гелиоцентрические эклиптические координаты планеты l , b и радиус-вектор r , которые превращаются в геоцентрические по общим формулам

$$\begin{aligned}\Delta \cos \beta \sin (\lambda - l) &= \Delta_{\odot} \sin (\lambda_{\odot} - l), \\ \Delta \cos \beta \cos (\lambda - l) &= \Delta_{\odot} \cos (\lambda_{\odot} - l) + r \cos b, \\ \Delta \sin \beta &= \Delta_{\odot} \sin \beta_{\odot} + r \sin b,\end{aligned}$$

где λ , β , Δ — истинная геоцентрическая долгота, широта и расстояние планеты, λ_{\odot} , β_{\odot} , Δ_{\odot} — те же величины для Солнца. Для превращения найденных отсюда истинных координат планеты в видимые нужно увеличить все моменты на абберационное время, равное $498,5\Delta$ сек. Если в приведенных формулах координаты Солнца берутся из эфемериды для видимых координат, то для перевода последних в истинные из моментов нужно вычесть абберационное время для Солнца, равное $498,5\Delta_{\odot}$ сек. Далее следует вычисление планетоцентрических координат Солнца, причем если вычислялись эклиптические координаты Солнца, а не экваториальные, то удобнее и планетоцентрические координаты L , B сначала получить в эклиптической системе по формулам

$$\begin{aligned}r \cos B \sin (L - \lambda) &= \Delta_{\odot} \sin (\lambda_{\odot} - \lambda), \\ r \cos B \cos (L - \lambda) &= \Delta_{\odot} \cos (\lambda_{\odot} - \lambda) - \Delta \cos \beta, \\ r \sin B &= \Delta_{\odot} \sin \beta_{\odot} - \Delta \sin \beta\end{aligned}$$

и затем уже перевести найденные отсюда L и B в экваториальные a и d . Если имеются экваториальные видимые координаты Солнца, то вычисление ведется по формулам (19) и (20), которые теперь пишутся так:

$$\begin{aligned}a &= \alpha_{\odot} - \frac{\Delta}{\Delta_{\odot} - \Delta} \frac{\cos \delta}{\cos \delta_{\odot}} (\alpha - \alpha_{\odot}), \\ d &= \delta_{\odot} - \frac{\Delta}{\Delta_{\odot} - \Delta} (\delta - \delta_{\odot} + \omega), \\ \omega'' &= \frac{\sin (\delta + \delta_{\odot})}{\sin l''} \sin^2 \frac{1}{2} (\alpha - \alpha_{\odot}),\end{aligned}$$

где α , δ — видимые экваториальные координаты планеты.

Прямоугольные координаты планеты находятся по формулам (23) и (24) с заменой координат Луны соответствующими координатами планеты. Множитель $\frac{1}{\sin p_{\text{Д}}}$ по малости параллакса планеты удобнее заменить через $\frac{\Delta}{\sin 8'',80}$.

Углы при вершинах конусов находятся по формулам (29) и (30), которые принимают вид

$$\sin f = \frac{\sin r_{\odot} \pm \sin r_{\text{п0}}}{r},$$

где r_{\odot} и $r_{\text{п0}}$ — истинные угловые радиусы Солнца и планеты для расстояния в одну астрономическую единицу, причем верхние знаки относятся к внешним контактам, нижние — к внутренним. r , как и выше, есть радиус-вектор планеты в астрономических единицах. Внося сюда числовые значения угловых радиусов, получаем:

для Меркурия ($r_{\text{п0}} = 3'',34$)

$$\sin f_e = \frac{[7,669186]}{r}, \quad \sin f_i = \frac{[7,666163]}{r};$$

для Венеры ($r_{п0} = 8'',41$)

$$\sin f_e = \frac{[7,671467]}{r}, \quad \sin f_i = \frac{[7,663854]}{r}.$$

Для радиуса «тени» и «полутени» берем формулу (27), которую напомним в таком виде:

$$u = z \operatorname{tg} f \pm \frac{r_{п0}}{\sin 8'',80} \sec f,$$

или, в числовом выражении,

$$\text{для Меркурия } u = (z \sin f \pm 0,37955) \sec f,$$

$$\text{для Венеры } u = (z \sin f \pm 0,95568) \sec f.$$

Из дальнейших формул претерпевает изменение формула для величины фазы, так как вместо этого понятия теперь вводится видимое угловое расстояние σ между центрами Солнца и планеты. Для определения σ нетрудно вывести

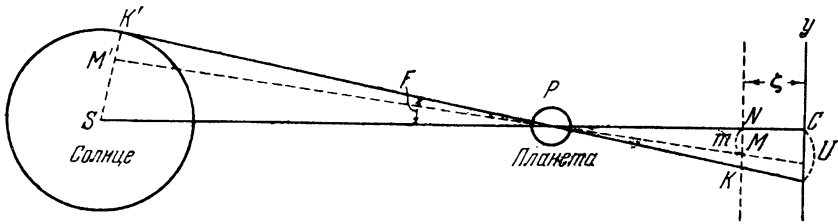


Рис. 60.

из рассмотрения двух пар подобных треугольников MPN и $M'PS$, KPN и $K'PS$ (рис. 60), в которых M есть точка наблюдения, такую достаточно строгую формулу:

$$\frac{\Delta_{\odot} \sin \sigma}{R_{\odot} \sin 8'',80} = \frac{m}{U - \zeta \operatorname{tg} F},$$

где Δ_{\odot} — расстояние Земли от Солнца в астрономических единицах, R_{\odot} — линейный радиус Солнца в единицах экваториального радиуса Земли, m — расстояние точки наблюдения от оси конуса в единицах радиуса земного экватора, U — линейный радиус конуса в пересечении плоскостью xu , F — угол при его вершине. Для определения последнего мы имеем из треугольника $K'PS$

$$\sin F = \frac{R_{\odot}}{r},$$

причем, если r выражать в астрономических единицах, то

$$\sin F = \frac{[7,667667]}{r}.$$

Радиус U получаем из

$$U = z \operatorname{tg} F.$$

Пренебрегая по сравнению с U малой величиной $\zeta \operatorname{tg} F$ и заменяя $\operatorname{tg} F$ через $\frac{\sin F}{\cos F}$, напомним:

$$\sin \sigma = \frac{m}{\zeta} \frac{r}{\Delta_{\odot}} \cos F,$$

или, по малости σ ,

$$\sigma'' = \frac{m}{\zeta} \frac{r}{\Delta_{\odot}} \frac{\cos F}{\sin 1''}. \quad (150)$$

Эта формула, позволяющая находить σ для данного m , и обратно, заменяет собой формулу (42), определяющую в теории солнечных затмений величину фазы. Пренебрегая в правой части (150) медленным изменением всех величин, кроме m , мы заключаем, что минимуму σ соответствует кратчайшее расстояние m , откуда «наибольшая фаза» прохождения, т. е. минимум σ , определяется условием

$$\frac{dm}{dt} = 0,$$

тождественным с аналогичным условием теории солнечных затмений.

Производя дальнейшее вычисление по формулам этой теории, можно вычислить положение кривых, характеризующих прохождение планеты для Земли вообще и аналогичных кривым теории солнечных затмений. Однако детальное вычисление этих кривых производится очень редко: оно было проведено для прохождения Венеры в 1874 г. Ганзеном [90] с применением его теории затмений и несколько подробнее Фризахом [84], который вычислил также прохождение этой планеты в 1882 г. Для прохождений Меркурия обычно довольствуются проведением на земной карте положений больших кругов, отграничивающих обращенное к Меркурию для геоцентрического наблюдателя полушарие Земли для моментов первого контакта, кратчайшего расстояния σ_m и последнего контакта. Таковы карты, которые помещаются для прохождений Меркурия в Астрономическом Ежегоднике СССР.

Таким образом, указанная возможность применения теории солнечных затмений используется очень редко. Если речь идет о предвычислении прохождения для данного места, то решение можно значительно упростить и, не применяя полностью теории солнечных затмений, вычислить сначала обстоятельства для геоцентрического наблюдателя, а затем ввести члены, дающие поправку за параллакс. Решение этой задачи дано Лагранжем [103] и подробнее развито Энке [81]. Шовене в своей «Сферической астрономии» [71] дает на стр. 595—598 простой вывод основной формулы, который приводится в сокращенном виде в дальнейшем изложении. Однако прежде нужно показать, каким образом производится точное вычисление прохождения для центра Земли.

§ 47. Вычисление прохождения для центра Земли. Вычисление прохождения для центра Земли, свободное от учета параллакса, может быть произведено по формулам, применяемым при вычислении лунных затмений. Дадим их независимый вывод.

Пусть в сферическом треугольнике PSM (рис. 61) P — северный полюс мира, S — центр Солнца, M — центр планеты. Тогда

$$\left. \begin{aligned} \sin \frac{\sigma}{2} \sin \frac{1}{2}(L+L') &= \sin \frac{1}{2}(\alpha - \alpha_{\odot}) \cos \frac{1}{2}(\delta + \delta_{\odot}), \\ \sin \frac{\sigma}{2} \cos \frac{1}{2}(L+L') &= \cos \frac{1}{2}(\alpha - \alpha_{\odot}) \sin \frac{1}{2}(\delta - \delta_{\odot}), \end{aligned} \right\} \quad (151)$$

где α , δ — экваториальные координаты планеты. По малости $\frac{\sigma}{2}$, $\frac{1}{2}(\alpha - \alpha_{\odot})$ и $\frac{1}{2}(\delta - \delta_{\odot})$, не превосходящих $10'$, можно написать, полагая $\frac{1}{2}(L+L') = M$,

$$\sigma \sin M = (\alpha - \alpha_{\odot}) \cos \delta,$$

$$\sigma \cos M = \delta_0 - \delta_{\odot},$$

где

$$\delta_0 = \frac{1}{2}(\delta + \delta_{\odot}).$$

Поступая, как в теории лунных затмений, положим:

$$\left. \begin{aligned} n \sin N &= (\Delta\alpha - \Delta\odot) \cos \delta, \\ n \cos N &= \Delta\delta - \Delta\delta_{\odot}, \end{aligned} \right\} \quad (152)$$

где значками Δ обозначены часовые изменения соответствующих координат. Вычислив σ и M для исходного момента T_0 , положим искомый момент контакта равным $T = T_0 + t$; тогда t определится по формулам

$$\left. \begin{aligned} \sin \psi &= \frac{\sigma \sin (M - N)}{r_{\odot} \pm r_{\Pi}}, \\ t &= -\frac{\sigma}{n} \cos (M - N) + \frac{r_{\odot} \pm r_{\Pi}}{n} \cos \psi, \end{aligned} \right\} \quad (153)$$

где для внешних контактов берутся верхние знаки, а для внутренних — нижние и для двух первых контактов $\cos \psi < 0$, а для двух последних $\cos \psi > 0$.

Момент кратчайшего углового геоцентрического расстояния планеты от центра Солнца получается из

$$t = -\frac{\sigma}{n} \cos (M - N).$$

Угол положения контакта при центре Солнца, считаемый от круга склонения, очень близко равен

$$Q = N + \psi.$$

Эти формулы решают вопрос о вычислении моментов и углов положения контактов для центра Земли.

Определим полушарие Земли, которое в соответствующий момент обращено к планете и для которого явление происходит над горизонтом. Пренебрегая сжатием Земли, мы получим географическую широту точки, в которой планета находится в зените:

$$\varphi_0 = \delta.$$

Долготу этой точки определим на основании того, что часовой угол планеты для нее должен равняться нулю; поэтому, если s_0 есть звездное время начального меридиана, соответствующее моменту T , то $s_0 - \alpha = h$ есть часовой угол для начального меридиана, а $h + \lambda_0$ — часовой угол в искомой точке с восточной долготой λ_0 . Приравнявая $h + \lambda_0$ нулю, находим:

$$\lambda_0 = -h.$$

Таким образом, точка с координатами

$$\varphi_0 = \delta, \quad \lambda_0 = -h$$

является полюсом полушария, обращенного в момент T к планете. Проводя большой круг, имеющий эту точку полюсом, определим границу видимости явления на земной поверхности. Проще всего эта операция производится при помощи земного глобуса. Для вычисления упомянутого большого круга по точкам найдем угловое расстояние Δ между точками φ, λ и φ_0, λ_0 :

$$\cos \Delta = \sin \varphi \sin \varphi_0 + \cos \varphi \cos \varphi_0 \cos (\lambda - \lambda_0) = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos (\lambda + h).$$

Полагая $\Delta = 90^\circ$, отсюда получаем:

$$\cos (\lambda + h) = -\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta.$$

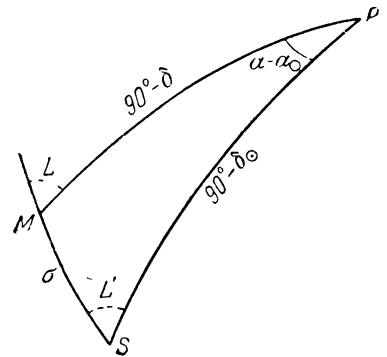


Рис. 61.

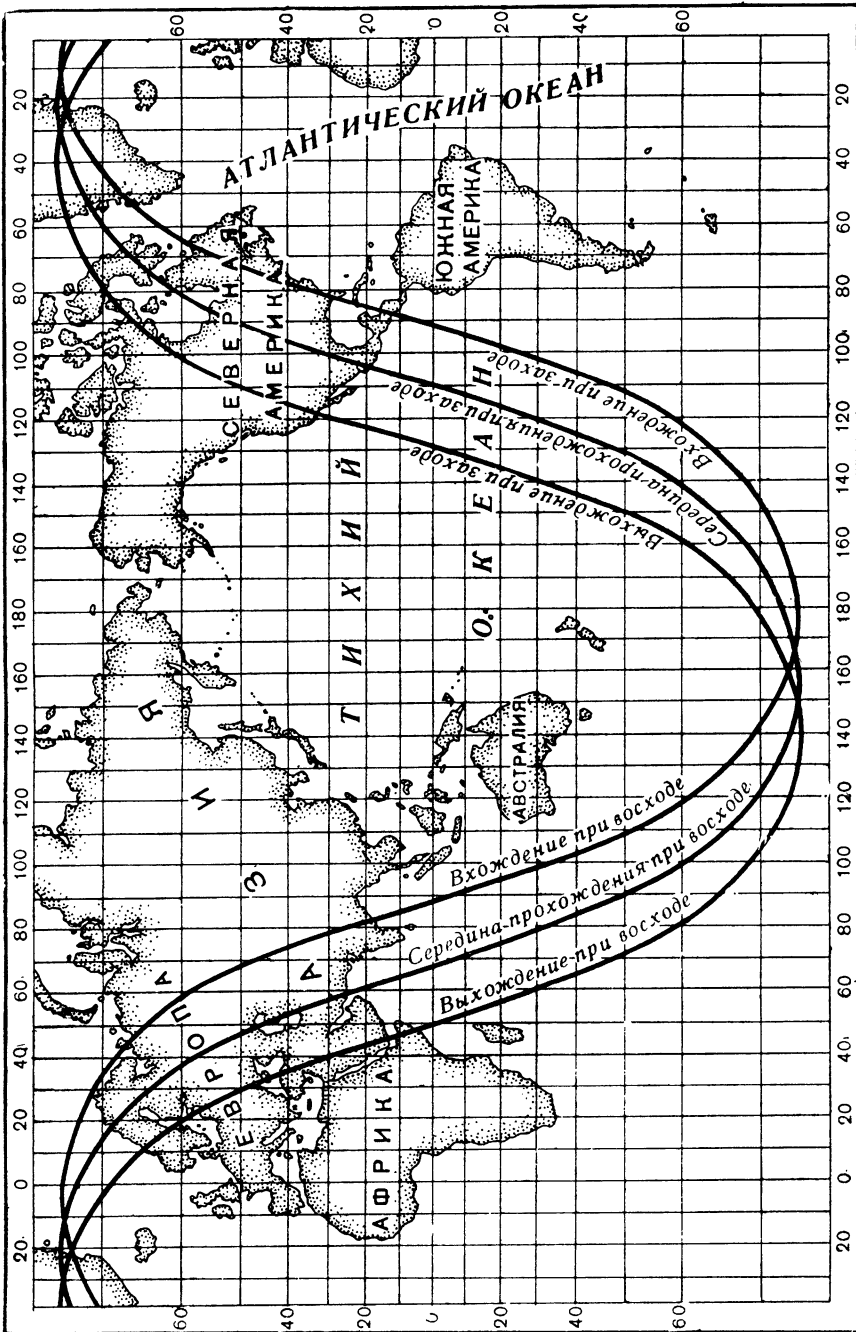


Рис. 62. Карта видимости прохождения Меркурия по диску Солнца 5—6 мая 1957 г.

Беря здесь φ за независимую переменную, выбираемую в пределах

$$\delta + 90^\circ \geq \varphi \geq \delta - 90^\circ,$$

найдем сколько угодно точек искомой границы.

Таким путем определяются границы видимости геоцентрического прохождения. Однако для Меркурия действие параллакса изменяет моменты прохождения столь незначительно, что этим обстоятельством можно пренебречь и ограничиться нахождением границ указанным способом.

На рис. 62 представлена карта прохождения Меркурия 5—6 мая 1957 г. с проведенными границами для начала, середины и конца прохождения.

§ 48. Вычисление прохождения для данной точки земной поверхности. Покажем, как исправить найденные моменты геоцентрического прохождения за действие параллакса и вывести моменты прохождения для данной точки земной поверхности. Пусть σ — видимое угловое расстояние между центрами планеты и Солнца для пункта с геоцентрической широтой φ' , восточной долготой λ и радиусом-вектором (т. е. расстоянием до центра Земли в единицах радиуса земного экватора) ρ , в котором истинное зенитное расстояние планеты есть z . Построив сферический треугольник ZMS с вершинами в геоцентрическом зените, центре планеты и центре Солнца (рис. 63), напишем:

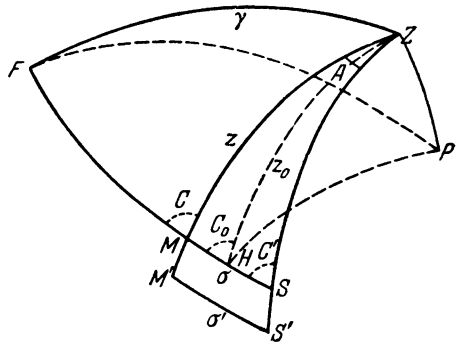


Рис. 63.

$$\cos \sigma = \cos z \cos z_0 + \sin z \sin z_0 \cos A,$$

где A — разность азимутов, откуда

$$-\sin \sigma d\sigma = (-\sin z \cos z_0 + \cos z \sin z_0 \cos A) dz + (-\cos z \sin z_0 + \sin z \cos z_0 \cos A) dz_0.$$

Но выражения в скобках соответственно равны $\sin \sigma \cos C$ и $-\sin \sigma \cos C'$, так что по сокращении на $\sin \sigma$ получаем:

$$d\sigma = -\cos C dz + \cos C' dz_0.$$

Действием параллакса точки M и S смещаются в направлении кругов высоты ZM и ZS на величины

$$dz = MM' = \rho p_{\pi} \sin z \quad \text{и} \quad dz_0 = SS' = \rho p_0 \sin z_0,$$

причем $d\sigma = \sigma' - \sigma$. Таким образом,

$$\sigma' - \sigma = -\rho p_{\pi} \sin z \cos C + \rho p_0 \sin z_0 \cos C'.$$

Возьме точку H , лежащую на дуге MS посередине между M и S , и пусть дуга $ZH = z_0$, а угол $ZHM = C_0$. Тогда из сферических треугольников MZH и HZS находим:

$$-\sin z \cos C = \sin \frac{\sigma}{2} \cos z_0 - \cos \frac{\sigma}{2} \sin z_0 \cos C_0,$$

$$\sin z_0 \cos C' = \sin \frac{\sigma}{2} \cos z_0 + \cos \frac{\sigma}{2} \sin z_0 \cos C_0,$$

откуда

$$\sigma' - \sigma = \rho \left[(p_{\pi} + p_0) \sin \frac{\sigma}{2} \cos z_0 - (p_{\pi} - p_0) \cos \frac{\sigma}{2} \cos z_0 \cos C_0 \right].$$

Введем вспомогательные величины

$$g \sin G = (p_{\pi} + p_{\odot}) \sin \frac{\sigma}{2},$$

$$g \cos G = (p_{\pi} - p_{\odot}) \cos \frac{\sigma}{2},$$

откуда

$$\operatorname{tg} G = \frac{p_{\pi} + p_{\odot}}{p_{\pi} - p_{\odot}} \operatorname{tg} \frac{\sigma}{2},$$

и, по малости σ , с достаточным приближением:

$$g = p_{\pi} - p_{\odot}.$$

Тогда

$$\sigma' - \sigma = g\rho (\sin G \cos z_0 - \cos G \sin z_0 \cos C_0);$$

но выражение в скобках с обратным знаком есть косинус стороны γ с противолежащим углом C_0 в сферическом треугольнике ZHF с двумя другими сторонами z_0 и $90^\circ + G$, откуда

$$\sigma' - \sigma = -g\rho \cos \gamma.$$

Это есть уравнение Лагранжа. Для сферической Земли $\rho = 1$, и в таком случае это уравнение показывает, что для данного момента видимое угловое расстояние между центрами планеты и Солнца постоянно для всех точек, расположенных на малом круге сферического радиуса γ с центром в точке F .

Определим экваториальные координаты A и D этой точки. В сферическом треугольнике HPF (рис. 63), в котором P — северный полюс мира, мы можем считать координаты точки H практически равными

$$\alpha = \frac{1}{2}(\alpha + \alpha_{\odot}) \text{ и } \delta = \frac{1}{2}(\delta + \delta_{\odot}), \text{ а угол } PHF = \frac{1}{2}(L + L') = M.$$

Тогда получим:

$$\begin{aligned} \cos D \sin(A - \alpha) &= \cos G \sin M, \\ \cos D \cos(A - \alpha) &= -\cos \delta \sin G - \sin \delta \cos G \cos M, \\ \sin D &= -\sin \delta \sin G + \cos \delta \cos G \cos M, \end{aligned}$$

или, что удобнее для логарифмического вычисления,

$$\begin{aligned} \cos D \sin(A - \alpha) &= \cos G \sin M, \\ \cos D \cos(A - \alpha) &= -f \sin(\delta + F), \\ \sin D &= f \cos(\delta + F), \end{aligned}$$

где

$$f \sin F = \sin G, \quad f \cos F = \cos G \cos M.$$

По этим формулам можно найти A и D для любого момента T , которому пусть соответствует звездное время s_0 начального меридиана. Тогда $s_0 - A = H$ есть часовой угол точки F для начального меридиана и $H + \lambda$ — для точки с восточной долготой λ . Из треугольника FPZ , где Z — геоцентрический зенит данной точки, находим:

$$\cos \gamma = \sin \varphi' \sin D + \cos \varphi' \cos D \cos(H + \lambda),$$

что вместе с уравнением Лагранжа определяет разность $\sigma' - \sigma$.

Теперь остается определить, насколько параллакс, изменяющийся геоцентрическое σ в топоцентрическое σ' , изменит геоцентрический момент T контакта в T' . Угловое расстояние между центрами планеты и Солнца в момент T для центра Земли равно $\sigma = r_{\odot} \pm r_{\pi}$ и в момент T' для данного места равно

$\sigma' = r_{\odot} \pm r_{\text{п}}$. Но в момент T' геоцентрическое расстояние по формуле Лагранжа

$$\sigma = \sigma' - gp \cos \gamma. \quad (154)$$

С другой стороны, можно написать для того же момента T'

$$\sigma = r_{\odot} \pm r_{\text{п}} + (T' - T) \frac{d\sigma}{dt}, \quad (155)$$

где $\frac{d\sigma}{dt}$ получим дифференцированием выражения

$$\sigma^2 = (\alpha - \alpha_{\odot})^2 \cos^2 \delta + (\delta - \delta_{\odot})^2,$$

что дает:

$$\sigma \frac{d\sigma}{dt} = \sigma \sin M \frac{d(\alpha - \alpha_{\odot})}{dt} \cos \delta + \sigma \cos M \frac{d(\delta - \delta_{\odot})}{dt},$$

или, заменяя производные левыми частями формул (152), получим:

$$\frac{d\sigma}{dt} = n \cos (M - N)$$

— выражение, знакомое нам из теории солнечных затмений. Но при $\sigma = r_{\odot} \pm r_{\text{п}}$ (153) дает:

$$\sin \psi = \sin (M - N),$$

откуда также

$$\frac{d\sigma}{dt} = n \cos \psi.$$

Приравнивая правые части (154) и (155) и заменяя $\cos \gamma$ и $\frac{d\sigma}{dt}$ найденными выражениями, напишем:

$$T' = T + \frac{P_{\text{п}} - P_{\odot}}{n \cos \psi} [\rho \sin \varphi' \sin D + \rho \cos \varphi' \cos D \cos (H + \lambda)]. \quad (156)$$

Здесь в правой части все величины, кроме ρ , φ' , λ , суть известные функции времени, числовые значения которых могут быть получены для моментов геоцентрических контактов. Тогда, вставляя в эту формулу координаты места, получаем искомые моменты для последнего. Таким образом, эта формула позволяет найти моменты контактов для любого места земной поверхности.

Заметим, что единицы, в которых получаются поправочные члены формулы (156), зависят от величины n . Если при вычислении по формулам (152) взяты часовые изменения координат, то для получения поправочных членов в секундах времени они должны быть помножены на 3600.

Формулу, аналогичную (156), можно вывести и для момента наименьшего расстояния планеты от центра Солнца.

Для примера приведем формулы для прохождения Меркурия 5—6 мая 1957 г., которое проходит по очень короткой хорде (рис. 57). Астрономический Ежегодник СССР дает для него такие моменты контактов по всемирному времени:

$$\begin{aligned} T_1 &= 23^h 59^m 48^s,4 + 310^s,33\rho \sin \varphi' + 107^s,17\rho \cos \varphi' \cos (333^{\circ}5',3 + \lambda), \\ T_2 &= 0 \ 9 \ 43,5 + 350,61\rho \sin \varphi' + 128,85 \rho \cos \varphi' \cos (329 \ 34,5 + \lambda), \\ T_3 &= 2 \ 20 \ 7,3 + 259,30\rho \sin \varphi' + 268,87 \rho \cos \varphi' \cos (323 \ 17,4 + \lambda), \\ T_4 &= 2 \ 30 \ 2,9 + 219,04\rho \sin \varphi' + 244,58 \rho \cos \varphi' \cos (324 \ 31,9 + \lambda). \end{aligned}$$

Отсюда наибольшее отличие топоцентрического момента от геоцентрического меньше 6 мин., несмотря на близкое к солнечному краю прохождение. Правда, для Венеры это отличие может доходить почти до 10 минут, но и в течение такого промежутка времени движение планеты и Солнца можно считать прямолинейным и равномерным, а следовательно, дифференциальные формулы достаточно строгими.

§ 49. Использование наблюдений прохождения планет по диску Солнца в астрометрических целях. Наблюдения прохождений можно использовать в трех направлениях, а именно: для определения параллакса Солнца, для определения географической долготы места наблюдения и для исправления теории движения соответствующей планеты. Поясним кратко эти применения.

Для определения параллакса Солнца интерес представляют только прохождения Венеры. С геометрической стороны ясно, что наблюдение положения планеты относительно края солнечного диска может дать лишь относительный параллакс планеты, т. е. разность $p_{\pi} - p_{\odot}$. Это обстоятельство проявляется и в формуле (156), в которую входит только эта разность. Но с данными, приведенными на стр. 172—173, мы находим:

Для Меркурия

	$p_{\pi} - p_{\odot}$	$\frac{p_{\odot}}{p_{\pi} - p_{\odot}}$
прохождения близ восходящего узла	4",13	2,15
прохождения близ нисходящего узла	7, 07	1,23

Для Венеры

прохождения близ восходящего узла	24",35	0,37
прохождения близ нисходящего узла	21, 80	0,40

Пусть из наблюдений прохождения определено $p_{\pi} - p_{\odot}$; теория движения планеты на основании третьего закона Кеплера с большой точностью дает отношение $\frac{p_{\pi}}{p_{\odot}} = \frac{\Delta_{\odot}}{\Delta}$. Понятно, что, зная из наблюдений $p_{\pi} - p_{\odot}$ и из теории $\frac{p_{\pi}}{p_{\odot}}$, легко определить основную астрономическую постоянную — солнечный параллакс. Имеем тождество

$$p_{\odot} = \frac{p_{\pi} - p_{\odot}}{\frac{p_{\pi}}{p_{\odot}} - 1},$$

в правую часть которого входят лишь известные величины. Понятно также, что такой способ тем точнее, чем больше числитель и знаменатель предыдущей дроби. Ошибка определения p_{\odot} на основании $p_{\pi} - p_{\odot}$ увеличивает ошибку наблюдения в

$$\frac{1}{\frac{p_{\pi}}{p_{\odot}} - 1} = \frac{p_{\odot}}{p_{\pi} - p_{\odot}}$$

раз. Приведенное выше числовое значение этого множителя показывает, что в применении к Меркурию такой способ совсем невыгоден, прохождения же Венеры представляют гораздо больший интерес для определения параллакса Солнца.

Наблюдения Венеры для этой цели могут быть двух родов: либо состоять в наблюдении моментов контактов, либо в определении положения планеты относительно Солнца микрометрическим путем. Первое, конечно, представляется наиболее простым. Дифференцированием формулы (156) легко получить условное уравнение, в которое, с одной стороны, входит поправка момента, а с другой стороны, поправки $p_{\pi} - p_{\odot}$, радиуса Солнца и координат планеты (точнее, разности координат планеты и Солнца). Однако так как формула (156) по существу дифференциальная и поэтому не вполне строгая, то предпочтительнее получение условного уравнения, исходя из применения теории солнечных затме-

ний. Именно таким путем выведена точная теория обработки прохождений Ганзеном [90].

Так как скорость относительного движения Венеры во время прохождения по диску Солнца составляет около $240''$ в час, то в 1 сек. Венера проходит около $0'',06$, и казалось, что с такой точностью произвести наблюдение момента контакта не составляет большого труда.

На возможность определения солнечного параллакса из наблюдений моментов контактов впервые указал Галлей в 1691 г., после того как он в 1677 г. наблюдал на острове св. Елены прохождение Меркурия. Первое наблюдение прохождения Венеры было произведено еще в 1639 г. Хорроксом близ Ливерпуля, однако оно не могло быть использовано вследствие малой точности и изолированности. Для наблюдения следующих прохождений 1761 и 1769 гг. были произведены большие приготовления вплоть до снаряжения специальных экспедиций в места с большим значением параллактических факторов. В частности, Петербургская Академия наук командировала для наблюдения прохождения 6 июня 1761 г. Н. И. Попова в Иркутск и С. Я. Румовского в Селенгинск. Это прохождение замечательно тем, что М. В. Ломоносов, наблюдая его из своего дома в Петербурге, открыл атмосферу у Венеры.

Еще шире были организованы наблюдения прохождения 3 июня 1769 г. Академическая обсерватория в Петербурге была специально отремонтирована и подготовлена к наблюдениям прохождения, а Академия наук снарядила ряд экспедиций, снабженных превосходными инструментами. Одна из них, с участием Румовского, направилась в Колу, Д. Е. Ловиц и П. Б. Иноходцев — в Гурьев, Л. Ю. Крафт в Оренбург, Х. Эйлер, сын великого математика, — в Орск, И. И. Исленьев — в Якутск. Почти во всех местах погода благоприятствовала наблюдениям. Труды экспедиций изданы в 1770 г. Академией на латинском языке [71а].

Однако наблюдения принесли большое разочарование, так как ошибка наблюденных моментов контактов вместо ожидавшейся секунды доходила до минуты, что было отчасти связано с явлением, получившим название «черной капли». Наблюдения этих прохождений были обработаны Энке [79], [80] и дали сильно ошибочный результат, именно

$$p_{\odot} = 8'',5776 \pm 0'',0370 \text{ (вероятная ошибка).}$$

Характерно для того времени большое число десятичных знаков, с которыми приведено это значение. Вторичная обработка Ньюкомба [125] дала хотя и более приемлемое число, именно

$$p_{\odot} = 8'',79 \pm 0'',051 \text{ (средняя ошибка),}$$

но точность все же была много ниже ожидавшейся.

Еще большие приготовления велись для наблюдения прохождений 1874 и 1882 гг. Ввиду выяснившейся неуверенности в наблюдении контактов большое внимания было обращено на измерение положения Венеры относительно солнечного края, которое производилось с помощью окулярного микрометра, гелиометра, а также фотографически. Наблюдения 1874 г. показали малую точность фотографического метода, что нужно отнести к несовершенству фотографии того времени. Результаты наблюдения прохождения 1882 г. были более удовлетворительными. Об объеме проделанной работы можно судить по тому, что отчеты одних лишь немецких экспедиций по наблюдению этих двух прохождений занимают шесть больших томов, изданных под редакцией Ауверса [49]. Тем не менее при выводе постоянной солнечного параллакса, употребляемой в настоящее время, наблюдения прохождений Венеры не имели преобладающего веса.

Принимая во внимание развитие других, более точных по своим результатам методов определения солнечного параллакса, а также то обстоятельство, что ближайшее прохождение Венеры будет только в 2004 г., не будем излагать

теории этих наблюдений, отсылая для этого к упомянутым работам Энке и Ньюкомба.

Другое применение наблюдения прохождений — для определения географической долготы места наблюдения — делалось лишь эпизодически и в настоящее время никакого практического значения не имеет. Теория такого определения очень проста: если наблюден по местному времени момент контакта, то, вычислив с помощью приближенной долготы по формуле (156) весьма малую редукцию к центру Земли как разность $T - T'$, получим момент геоцентрического контакта по местному времени; сравнивая его с вычисленным (или полученным из наблюдений в другом месте с известной долготой) моментом, получим искомую долготу. В случае надобности, если бы приближенное значение долготы оказалось слишком грубым, можно было бы вычислить и второе приближение.

Наконец, использование наблюдений прохождений для усовершенствования теории движения планет, а именно, для определения некоторых элементов орбиты (долготы восходящего узла, долготы перигелия, среднего суточного движения и пр.), их вековых изменений и масс возмущающих планет имеет большое значение. Именно таким путем из обработки 23 прохождений Меркурия, наблюдавшихся с 1677 по 1881 г., Ньюкомб вывел известное вековое движение перигелия Меркурия, которое на $43''$ превосходит теоретическое и является одним из астрономических доказательств принципа относительности. Из обработки этих наблюдений Ньюкомб нашел также признаки неравномерности вращения Земли, получившей впоследствии подтверждение. Однако изложение этих вопросов выходит за пределы настоящей книги.

ГЛАВА VI

ЯВЛЕНИЯ В СИСТЕМАХ СПУТНИКОВ ПЛАНЕТ

§ 50. Общие соображения. В системах спутников планет могут иметь место четыре рода явлений, именно: 1) затмения спутника, когда последний попадает в тень планеты, вполне аналогичные затмениям Луны; 2) прохождения тени спутника по диску планеты, производящие для соответствующих точек поверхности планеты полные затмения Солнца, аналогичные солнечным затмениям на Земле; 3) покрытия, когда спутник проходит позади планеты и закрывается для земного наблюдателя ее диском, и 4) прохождения спутника по диску планеты. Очевидно, что моменты явлений (1) и (2) не зависят от положения наблюдателя, хотя возможность наблюдать эти явления от этого зависит. Моменты явлений (3) и (4), наоборот, зависят от положения наблюдателя.

Из всех планет наибольший интерес представляют явления, происходящие в системе четырех галилеевских спутников Юпитера, для которых легко и часто наблюдаются все четыре перечисленных вида явлений. Остальные спутники Юпитера настолько слабы, что наблюдение их затмений либо совершенно невозможно, либо доступно только для самых сильных инструментов.

Расстояния галилеевских спутников Юпитера от планеты и наклонения их орбит таковы, что три ближайших спутника при каждом обращении попадают в тень планеты и затмеваются, а при каждом иовицентрическом соединении с Солнцем отбрасывают свою тень на поверхность планеты. Только четвертый, более далекий, спутник при некоторых положениях узлов своей орбиты может миновать область тени, а также не вызывать солнечных затмений на Юпитере.

Относительно видимости этих явлений с Земли заметим, что во время самого противостояния Юпитера затмений спутников наблюдать нельзя, так как тень Юпитера скрыта от нас диском планеты и затмения происходят позади него. Перед противостоянием Юпитера, когда Юпитер виден по утрам и Земля находится к западу от прямой, соединяющей Юпитер с Солнцем, тень Юпитера проектируется для земного наблюдателя с западной стороны планеты; тогда хорошо наблюдается начало затмений, т. е. вхождение спутников в тень. Близ квадратуры можно наблюдать и выход из тени, т. е. конец затмения, но только для третьего и четвертого спутника и притом близко к диску планеты. После противостояния, когда Юпитер виден по вечерам, тень его проектируется для нас с восточной стороны планеты, и тогда хорошо наблюдается конец затмений — выходение спутников из тени, а близ квадратуры — и вхождение в тень, но только для третьего и четвертого спутников и притом близко к диску планеты. Для этих спутников можно вблизи квадратур наблюдать последовательно:

Перед противостоянием

- | | |
|-----------------------------------|------------|
| 1) вхождение в тень | } затмение |
| 2) выходение из тени | |
| 3) исчезновение за диском планеты | } покрытие |
| 4) появление из-за диска планеты | |

После противостояния

- | | |
|-----------------------------------|------------|
| 1) исчезновение за диском планеты | } покрытие |
| 2) появление из-за диска планеты | |
| 3) вхождение в тень | } затмение |
| 4) выходение из тени | |

Для первого и второго спутников в этих схемах выпадают два средних явления, точно так же, как для третьего и четвертого спутников при достаточной близости к противостоянию.

Для явлений, имеющих место в то время, когда спутник находится перед планетой, можно составить аналогичную схему, а именно, для третьего и четвертого спутников имеем такую последовательность близ квадратур:

Перед противостоянием

- | | |
|---|------------------------|
| 1) вступление тени спутника на диск планеты | } прохождение тени |
| 2) схождение тени спутника с диска планеты | |
| 3) вступление спутника на диск планеты | } прохождение спутника |
| 4) схождение спутника с диска планеты | |

После противостояния

- | | |
|---|------------------------|
| 1) вступление спутника на диск планеты | } прохождение спутника |
| 2) схождение спутника с диска планеты | |
| 3) вступление тени спутника на диск планеты | } прохождение тени |
| 4) схождение тени спутника с диска планеты | |

Ближе к противостоянию для тех же третьего и четвертого спутников, а также всегда, кроме самого противостояния, для первого и второго спутников имеем схему, в которой по сравнению с предыдущей переставлены местами явления (2) и (3). Наконец, близ самого противостояния чередование может быть смешанным.

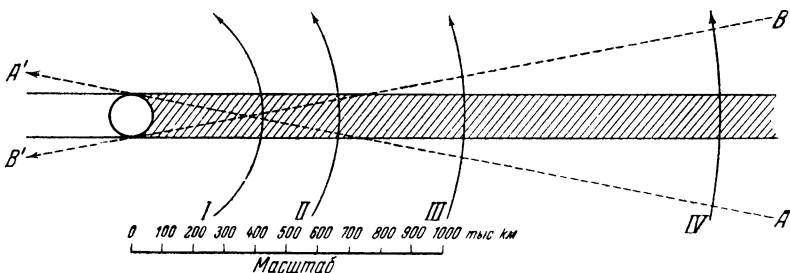


Рис. 64. Система Юпитера с четырьмя спутниками: AA' — направление к Земле во время вечерней квадратуры Юпитера с Солнцем, BB' — то же во время утренней квадратуры.

Нетрудно проверить и понять геометрическую причину такого чередования путем рассмотрения рис. 64, изображающего в правильном масштабе Юпитер с системой четырех спутников, а также предельные направления к Земле во время квадратур.

Затмения и прочие аналогичные явления в системе спутников Сатурна происходят редко вследствие большого наклона орбит спутников к орбите пла-

неты. Только в те эпохи, когда Солнце находится близ плоскости экватора Сатурна, т. е. когда кольцо Сатурна становится к Солнцу ребром и видимо в наименьшем раскрытии, затмения происходят регулярно, но наблюдать их мешает кольцо. В течение обращения Сатурна вокруг Солнца такое положение бывает дважды, так, например, оно имело место в 1936 и 1950 гг. Поэтому имеются две эпохи — большей продолжительности для близких к планете спутников и меньшей продолжительности для далеких спутников, когда происходят затмения и другие явления. Однако орбита восьмого спутника Сатурна (Япета) при значительной его яркости имеет большой наклон к экватору планеты и поэтому он, хотя и редко, может затмеваться не только в тени планеты, но и попадать в тень кольца. Барнард наблюдал такое явление в 1889 г.

Спутники Урана и Нептуна также движутся по орбитам с очень большими наклонениями к орбите соответствующей планеты. Поэтому и для них имеются две эпохи в течение обращения планеты вокруг Солнца, когда плоскости их орбит проходят через Солнце и происходят затмения. Однако эти спутники настолько слабы и затмения происходят настолько близко к диску планеты, что наблюдать их не удавалось.

Затмения спутников Марса также происходят в две эпохи, для ближайшего спутника — большой продолжительности и вследствие его быстрого движения часто, но ввиду их незначительного блеска эти явления наблюдаются только в очень большие инструменты.

§ 51. Вычисление затмений спутников Юпитера. Для вычисления затмений и других явлений в системах спутников планет можно было бы не создавать специальной теории, а воспользоваться теориями лунных и солнечных затмений, поскольку затмения спутников других планет и прохождение тени спутника по диску планеты вполне аналогичны тем затмениям, которые имеют место в системе Земля — Луна. Точно так же прохождение спутника по диску планеты и покрытие спутника планетой аналогичны лунным покрытиям. Однако в теории лунных и солнечных затмений и покрытий светил Луной мы считаем координаты соответствующих светил данными в форме таблицы по аргументу времени. Вычислять планетоцентрические координаты спутника в аналогичной форме представило бы большую работу, особенно если принять во внимание, что наиболее интересные и легкие для наблюдения явления затмений в системе спутников Юпитера настолько часты, что ежедневно их бывает по несколько. Поэтому в целях экономии вычислительной работы теория этих явлений должна быть построена так, чтобы не приходилось вычислять промежуточных величин, каковыми являются координаты спутника, выражая их непосредственно через элементы движения.

Так как в движении спутников большую роль играют возмущения, происходящие главным образом от несферичности планеты, указанное обстоятельство связывает теорию затмений этих спутников тесным образом с теорией их движения и превращает геометрическую задачу, какой является теория солнечных и лунных затмений, в смешанную задачу с большим участием небесной механики, решение которой дано Лапласом [107].

Определение моментов затмений и прохождений спутников Юпитера вносится как составная часть в таблицы их движения. Для четырех галилеевских спутников это осуществлено полностью в применявшихся ранее таблицах Дамуазо [74] и в современных таблицах Сампсона [142]. Здесь мы не имеем возможности излагать всей теории этих явлений и ограничимся лишь кратким указанием того, каким образом геометрическая сторона вопроса связывается с механической.

При рассмотрении явлений в системах сильно сжатых планет, какими являются Юпитер и Сатурн, нельзя считать конус тени планеты круглым и приходится учитывать влияние сжатия планеты. Проще всего это сделать для Юпитера, для которого можно предположить, что Солнце находится в плоскости его экватора. Определим размеры и сжатие эллиптического сечения конуса тени

плоскостью, перпендикулярной к оси тени и отстоящей от центра планеты на расстоянии, равном расстоянию спутника. Вследствие удаленности Юпитера от Солнца можно считать, что конус тени в сечении перпендикулярной к его оси плоскостью, проходящей через центр Солнца и удаленной от Юпитера на s , является окружностью радиуса R_{\odot} , а в сечении плоскостью, проходящей через центр планеты, является эллипсом с полуосями a и b , равными экваториальной и полярной полуосям планеты.

Обозначим через a_1 и b_1 полуоси искомого сечения и через α_1 его сжатие. Тогда из рис. 65, представляющего сечение конуса плоскостью орбиты Юпи-

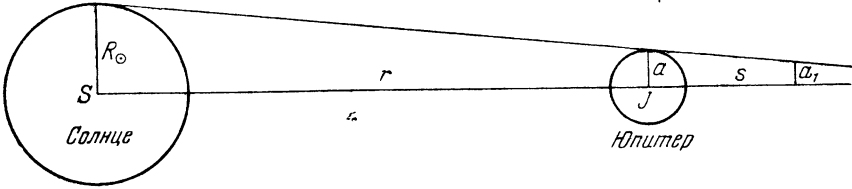


Рис. 65.

тера (в которой согласно сказанному мы предполагаем лежащим и центр Солнца), найдем следующее соотношение:

$$a_1 = a - \frac{s}{r} (R_{\odot} - a) = a \left(1 + \frac{s}{r} \right) - \frac{s}{r} R_{\odot},$$

где r — расстояние Юпитера J от Солнца. Для сечения плоскостью, проходящей через ось конуса и перпендикулярной к плоскости орбиты Юпитера, получим аналогично:

$$b_1 = b \left(1 + \frac{s}{r} \right) - \frac{s}{r} R_{\odot}.$$

Искомое сжатие равно

$$\alpha_1 = \frac{a_1 - b_1}{a_1} = \frac{(a - b) \left(1 + \frac{s}{r} \right)}{a \left(1 + \frac{s}{r} \right) - \frac{s}{r} R_{\odot}},$$

или, заменяя b через $a(1 - \alpha)$, где α — сжатие Юпитера, и учитывая малость $\frac{s}{r}$, найдем:

$$\alpha_1 = \alpha \left(1 + \frac{s}{r} \frac{R_{\odot}}{a} \dots \right).$$

Пусть теперь рис. 66 изображает эллипс искомого сечения, который для краткости будем называть эллипсом тени; уравнение его таково:

$$x^2 (1 - \alpha_1)^2 + y^2 = a_1^2 (1 - \alpha_1)^2, \quad (157)$$

где ось x лежит в плоскости орбиты Юпитера и направлена к востоку, а ось y направлена к северу. Пусть $S_1 S_2$ — путь спутника, C — его положение в момент иоциентрического противостояния с Солнцем, когда его иоциентрическая широта есть β_0 . Пусть v — истинная аномалия спутника в точке S_1 или S_2 , v_0 — то же в точке C . Тогда прямоугольные координаты спутника в плоскости эллипса тени

в точках S_1 и S_2 равны

$$\begin{aligned}x &= s \sin (\vartheta - \vartheta_0), \\y &= s \sin \beta,\end{aligned}$$

где β — широта, по малости которой напишем:

$$y = s\beta = s \left[\beta_0 + \frac{d\beta}{d\vartheta} \sin (\vartheta - \vartheta_0) \right].$$

Так как эти координаты должны удовлетворять уравнению эллипса тени, то, подставляя их в (157), получим относительно $\sin (\vartheta - \vartheta_0)$ квадратное уравнение, решение которого дает:

$$\sin (\vartheta - \vartheta_0) = \frac{\beta_0}{(1 - \alpha_1)^2} \frac{d\beta}{d\vartheta} \pm \sqrt{\frac{\alpha_1^2}{s^2} - \frac{\beta_0^2}{(1 - \alpha_1)^2}}. \quad (158)$$

Здесь первый член правой части дает истинную аномалию для момента середины затмения, а последний член — ее изменение в течение половины продолжительности затмения.

Для определения $\frac{d\beta}{d\vartheta}$ продифференцируем известное из теоретической астрономии уравнение

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} i \sin (\vartheta_0 + \omega),$$

в котором i — наклонение орбиты спутника, ω — долгота перигеия от узла, откуда

$$\frac{d\beta}{d\vartheta} = \operatorname{tg} i \cos (\vartheta_0 + \omega) \cos^2 \beta_0. \quad (159)$$

Определим время t , в течение которого истинная аномалия изменяется от ϑ до ϑ_0 , т. е. время, употребляемое для прохождения дуги S_1C или CS_2 . По малости эксцентриситета орбиты спутника мы можем в уравнении центра ограничиться одним членом разложения и написать:

$$\vartheta = M + 2e \sin M, \quad (160)$$

где M — средняя аномалия. Образовав разность двух таких выражений для точек S_1 и C , получим:

$$\vartheta - \vartheta_0 = M - M_0 + 4e \cos \frac{1}{2} (M + M_0) \sin \frac{1}{2} (M - M_0),$$

или, заменяя по малости эксцентриситета в последнем члене $\sin \frac{1}{2} (M - M_0)$ через дугу:

$$\vartheta - \vartheta_0 = (M - M_0) \left[1 + 2e \cos \frac{1}{2} (M + M_0) \right].$$

Но разность $M - M_0$ равна среднему суточному синодическому движению $\mu - \mu_0$ спутника (μ и μ_0 — средние сидерические движения спутника и Юпитера), помноженному на промежуток времени, откуда

$$\vartheta - \vartheta_0 = t(\mu - \mu_0) \left[1 + 2e \cos \frac{1}{2} (M + M_0) \right].$$

Здесь можно еще M заменить через M_0 , после чего найдем:

$$t = \frac{\vartheta - \vartheta_0}{\mu - \mu_0} (1 - 2e \cos M_0). \quad (161)$$

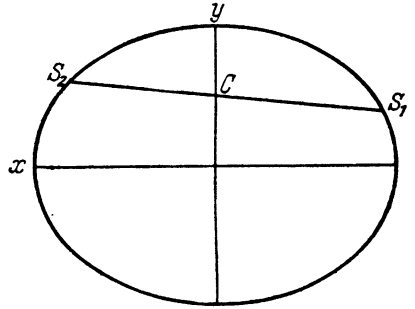


Рис. 66.

Величины s , β_0 , M_0 и момент T_0 иоцентрического противостояния спутника получаются из таблиц движения спутника. Тогда формула (160) дает ϑ_0 , после чего из (159) получаем $\frac{d\beta}{d\vartheta}$. Теперь из выражения (158) можно получить два значения ϑ , соответствующих началу и концу затмения, каждое из которых дает по (161) время t . Моменты начала и конца тогда будут:

$$T = T_0 \pm t.$$

Разберем вопрос о том, к какой именно фазе относятся эти моменты. Из предыдущего рассуждения нетрудно усмотреть, что они относятся к вхождению и выходу *центра* спутника. По малости спутников Юпитера, имеющих видимые угловые диаметры, едва превосходящие $1''$, было бы бесцельно определять моменты контактов, которые все равно наблюдать невозможно. Однако нельзя совсем игнорировать размеры спутников, благодаря которым исчезновение их в тени или обратное появление из нее происходит не мгновенно, а в течение некоторого времени порядка нескольких минут. Радиус Юпитера во много раз больше радиуса спутников, и поэтому полученные выше моменты дают, очевидно, положение спутника, при котором половина его погружена в тень. Вследствие этого, пренебрегая влиянием узкой и слабо выраженной полутени, а также ничтожным влиянием фазы, мы установим, что полученные моменты соответствуют уменьшению видимого блеска спутника ровно наполовину. Но такое падение блеска соответствует увеличению звездной величины на 0,75 величины. Поэтому *за момент затмения считается момент, когда видимая звездная величина спутника становится на 0,75 величины больше его звездной величины вне затмения.*

Если в предыдущих формулах изменить знак у s и за ϑ_0 считать истинную аномалию в момент иоцентрического соединения спутника с Солнцем, то формулы дадут моменты вступления и выхода тени спутника при ее прохождении по диску планеты.

Наконец, построив конус с вершиной в центре Земли или, что практически эквивалентно, цилиндр с осью, параллельной прямой, соединяющей Землю и Юпитер, касательный к Юпитеру, получим как прохождения через этот цилиндр позади планеты — покрытия спутника Юпитером, а перед планетой — прохождения спутника по диску Юпитера.

Выше было дано лишь некоторое представление о сущности теории, лежащей в основе явлений в системе спутников Юпитера и служащей для вычисления соответствующих моментов. Однако форма, в которую облачается эта теория, такова, что все величины, определяющие искомые моменты, находятся по таблицам движения спутников, из которых в настоящее время применяются таблицы Сампсона. Моменты явлений представляются в таком виде:

Момент затмения = момент иоцентрического противостояния \pm приведение к середине затмения \mp половина продолжительности затмения и аналогично для других явлений. Каждое из трех слагаемых в правой части этой формулы находится по соответствующим аргументам из таблиц Сампсона.

В случае, если моменты требуются лишь для предупреждения наблюдателя, а не для сравнения наблюдаемых моментов с теорией в целях ее усовершенствования или вывода других следствий, о которых упомянуто ниже, достаточна пониженная точность — до 0,1 мин. в моментах затмений и до 1 мин. для прочих явлений. В таком случае проще, не применяя полностью таблиц Сампсона, пользоваться методом, подробно развитым Андуайе в *Bulletin Astronomique* [45] и применяемым в Парижском Бюро долгот для вычисления моментов соответствующих явлений для астрономических ежегодников.

До выхода в 1910 г. таблиц Сампсона употреблялись таблицы Дамуазо, продолженные сначала Тоддом [160], а затем Потье [137]. Подробное описание их употребления можно найти в трактате практической астрономии Сушена [152].

Наблюдения затмений и других явлений в системе спутников Юпитера имеют различные применения. Они служат, во-первых, для усовершенствования теории движения спутников, далее, для определения абберационного времени и вместе с тем скорости света классическим методом Ремера, для определения географической долготы места наблюдения (правда, грубо из-за медленности погружения спутников в тень), наконец, для различных фотометрических исследований. Ограничимся этими указаниями, отсылая в качестве примера к работам С. П. Глазенапа [7] и Андинга [44].

Для вычисления явлений в системе спутников Сатурна применяется аналитическая теория, отличающаяся от теории для спутников Юпитера тем, что Солнце не считают находящимся в плоскости орбиты планеты, что усложняет уравнение конуса тени. Форма тени сфероидальной планеты исследована в работах Суйара [153] и Зеелигера [150]. Уравнение тени от кольца Сатурна выведено Бухгольцем [68], вычислившим затмение Япета в тени кольца. Однако систематического вычисления затмений спутников Сатурна не производится, и таблиц, упрощающих это вычисление, аналогичных таблицам Сампсона для спутников Юпитера, не существует. Точно так же не имеется и таблиц для вычисления затмений спутников Марса.

ПРИЛОЖЕНИЯ

ГРАФИЧЕСКОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ ТЕЧЕНИЯ СОЛНЕЧНОГО ЗАТМЕНИЯ ДЛЯ ДАННОГО МЕСТА

Для целей популяризации бывает интересным составление чертежа, изображающего последовательные фазы солнечного затмения, видимые в данном месте. При этом не требуется большой точности, вполне достаточно трехзначного вычисления координат, с помощью которых выполняется построение. Допустим, что чертеж должен представлять вид солнечного серпа через каждые 10 минут в течение всего частного затмения. Тогда вычисляем координаты ξ , η , ζ по формулам (37) стр. 62 через каждые 20 минут. Вычисление становится особенно простым благодаря тому, что $\sin d$ и $\cos d$, а вместе с тем и первые члены η и ζ можно считать постоянными для всего интервала, равным образом как и множители при $\cos(h + \lambda)$. Удобно пользоваться трех- или четырехзначными таблицами натуральных тригонометрических функций (в случае четырехзначных — с округлением до трех знаков) и таблицами умножения, дающими произведение двух трехзначных чисел. Можно пользоваться и хорошей логарифмической линейкой. Таким путем вычисляют разности $x - \xi$, $y - \eta$, а также l_e на каждые 20 минут в избранном интервале. После этого интерполированием на середину сгущают полученную таблицу, образуя те же величины для каждых 10 минут.

Для примера пусть требуется составление подобного чертежа для течения затмения 30 июня 1954 г. в Москве. В соответствии с примером, приведенным на стр. 113—114, мы имеем:

$$\begin{aligned} \rho \sin \varphi' + 0,823, \quad \sin d + 0,394, \\ \rho \cos \varphi' + 0,564, \quad \cos d + 0,919, \end{aligned}$$

откуда с помощью таблиц умножения Купарадзе [16а] находим:

$$\begin{aligned} 1 \text{ член } \eta \quad \rho \sin \varphi' \cos d + 0,756, \quad \rho \cos \varphi' \sin d + 0,222, \\ 1 \text{ член } \zeta \quad \rho \sin \varphi' \sin d + 0,324, \quad \rho \cos \varphi' \cos d + 0,518. \end{aligned}$$

В Москве частное затмение начинается в $12^h 0^m,6$ и кончается в $14^h 12^m,0$ всемирного времени (см. стр. 114), поэтому выбираем для вычисления координат моменты $12^h 10^m$, $12^h 30^m$, $12^h 50^m$, $13^h 10^m$, $13^h 30^m$, $13^h 50^m$ и $14^h 10^m$, для которых вычисление с помощью тех же таблиц умножения дает соответственно:

$$\begin{aligned} x - \xi \quad -0,462, \quad -0,315, \quad -0,165, \quad -0,010, \quad +0,147, \quad +0,308, \quad +0,473, \\ y - \eta \quad +0,054, \quad +0,012, \quad -0,032, \quad -0,077, \quad -0,122, \quad -0,169, \quad -0,217. \end{aligned}$$

Путем интерполирования составляем следующую таблицу, в которой прибавлен еще ряд столбцов, полученных указанным ниже образом.

Номер точки	T	$x - \xi$	$y - \eta$	M	γ	M - γ	m
1	$12^h 10^m$	-0,462	+0,054	276°,7	31°,4	245°,3	0,465
2	12 20	-0,389	+0,033	274 ,8	32 ,4	242 ,4	0,390
3	12 30	-0,315	+0,012	272 ,2	33 ,3	238 ,9	0,315
4	12 40	-0,240	-0,010	267 ,6	34 ,1	233 ,5	0,240
5	12 50	-0,165	-0,032	259 ,0	34 ,9	224 ,1	0,168
6	13 00	-0,088	-0,054	238 ,5	35 ,5	203 ,0	0,103
7	13 10	-0,010	-0,077	187 ,4	36 ,1	151 ,3	0,077
8	13 20	+0,068	-0,099	145 ,5	36 ,6	108 ,9	0,120
9	13 30	+0,147	-0,122	129 ,7	37 ,0	92 ,7	0,191
10	13 40	+0,227	-0,145	122 ,6	37 ,3	85 ,3	0,269
11	13 50	+0,308	-0,169	118 ,8	37 ,6	81 ,2	0,351
12	14 00	+0,390	-0,193	116 ,1	37 ,8	78 ,3	0,435
13	14 10	+0,473	-0,217	114 ,6	37 ,9	76 ,7	0,520

Здесь вычислены:

$$M \text{ по } \operatorname{tg} M = \frac{x - \xi}{y - \eta},$$

$$\gamma \text{ по } \operatorname{tg} \gamma = \frac{\xi}{\eta},$$

$$m \text{ по } m^2 = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2.$$

Прямоугольные координаты $x - \xi$ и $y - \eta$ определяют центр окружности, изображающей контур лунного диска относительно начала координат, в котором находится центр изображения солнечного диска. Для построения по указанным данным чертежа нужно еще знать радиусы этих двух окружностей, которые получаются из следующих соображений. В момент внешнего контакта радиус конуса полутени l_e в проекции на небесную сферу соответствует сумме видимых радиусов Солнца и Луны, т. е.

$$l_e = r_{\odot} + r_{\zeta}.$$

Но по формуле, приведенной на стр. 111,

$$\frac{r_{\zeta}}{r_{\odot}} = \frac{l_e - l_i}{l_e + l_i},$$

что на основании сказанного на стр. 69 можно заменить приближенным выражением:

$$\frac{r_{\zeta}}{r_{\odot}} = \frac{0,5460}{2l_e - 0,5460}.$$

Из этих двух уравнений получаем:

$$r_{\zeta} = 0,273, \quad r_{\odot} = l_e - 0,273.$$

Здесь $l_e = u_e - \zeta \operatorname{tg} f_e$, а вместе с тем и r_{\odot} , можно считать постоянным в течение всего затмения в данном месте, так как изменение ζ даже за 3 часа не может превысить 0,5, вследствие чего $\zeta \operatorname{tg} f_e$ может отличаться от своего среднего значения не более чем на 0,001, изменение же u_e еще меньше.

Те же значения для r_{ζ} и r_{\odot} получаются и из других соображений. Координаты $x - \xi$ и $y - \eta$ выражаются в единицах радиуса земного экватора. Радиус Луны в тех же единицах равен 0,27253 (стр. 165), что согласуется с найденным выше значением. В тех же единицах радиус Солнца равен 109,05 (стр. 10). Однако для проектирования на небесную сферу, поверхность которой проходит бы через центр Луны, этот радиус нужно уменьшить в отношении расстояния наблюдателя до Луны к расстоянию его до Солнца, т. е. в отношении

$$\left(\frac{1}{\sin p_{\odot}} - \zeta \right) : \left(\frac{1}{\sin p_{\zeta}} - \zeta \right).$$

Здесь в первой скобке можно пренебречь членом ζ , весьма малым по сравнению с $\operatorname{cosec} p_{\odot}$. Отсюда

$$r_{\odot} = 109,05 \frac{\operatorname{cosec} p_{\zeta} - \zeta}{\operatorname{cosec} p_{\odot}}.$$

Здесь по малости параллакс можно положить

$$\operatorname{cosec} p_{\odot} = \frac{1}{p''_{\odot} \sin 1''}$$

и аналогично для Луны. Тогда

$$r_{\odot} = 109,05 \left(\frac{p''_{\zeta}}{p''_{\odot}} - \frac{p''_{\zeta} \zeta}{206265} \right).$$

По малости второго члена в скобках можно в нем заменить p''_{ζ} средним значением $8''{,}80$ и написать окончательно

$$r_{\odot} = 109,05 \frac{p''_{\zeta}}{p''_{\odot}} - \frac{\zeta}{215}. \quad (162)$$

Для нашего примера согласно данным на стр. 55 и 57

$$p''_{\zeta} = \frac{8''{,}80}{R_{\zeta}} = 8''{,}66, \quad p''_{\odot} = 3541''.$$

Для середины затмения в Москве $\zeta = 0,6$ (стр. 113), откуда

$$r_{\odot} = 0,267 - 0,003 = 0,264$$

в полном согласии с полученным выше.

По координатам $x - \xi$ и $y - \eta$ наносим в подходящем масштабе на чертеж положения центра лунного диска для наших моментов, располагая оси координат так, как показано на рис. 67. С этими центрами проводим окружности радиуса r_{\odot} ; солнечный диск

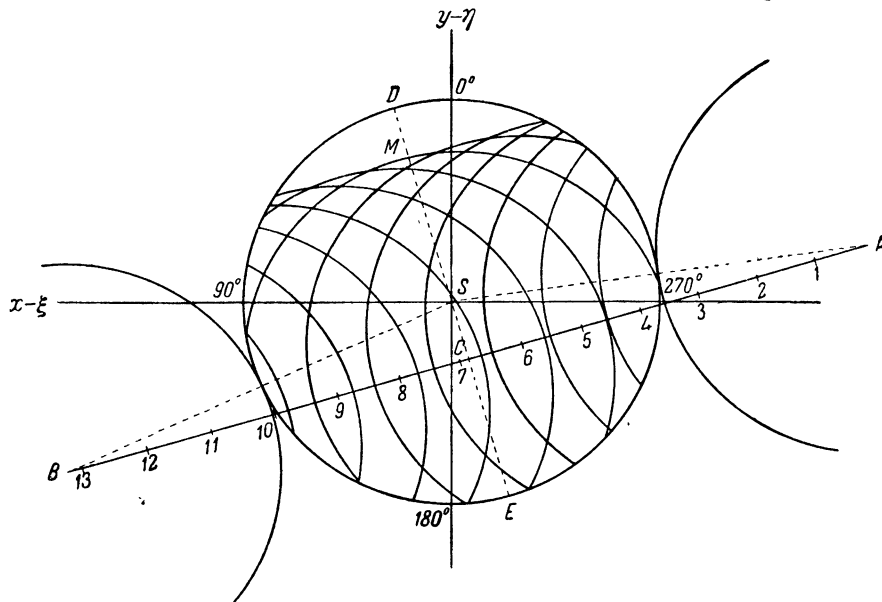


Рис. 67.

изображается окружностью радиуса r_{\odot} с центром в начале координат. Чертеж представляет фазы затмения для выбранных моментов, перенумерованных от 1 до 13. Однако в нем все последовательные фазы затмения наложены друг на друга и поэтому чертеж имеет запутанный вид. Во избежание этого чертеж следует расчленить, изобразив каждую фазу затмения отдельно. При этом нужно учесть, что чертеж ориентирован в экваториальной системе координат с направлением вверх к северному полюсу мира, причем ось, по которой отложены величины $y - \eta$, совпадает с кругом склонения. Для обычного зрителя требуется другая ориентировка — по кругу высоты, — чтобы вертикальная линия на чертеже совпала с направлением на зенит. Для этого нужно каждый кадр повернуть в направлении по стрелке часов на угол γ , для которого $\text{tg } \gamma = \frac{\xi}{\eta}$. В течение затмения этот угол меняется,

и поэтому каждое изображение должно быть повернуто на свой угол, указанный в соответствующем столбце нашей таблицы. Для получения взаимных положений Солнца и Луны при построении отдельных изображений последовательных фаз затмения, ориентированных относительно зенита, т. е. вертикали, удобнее всего пользоваться полярными координатами $m = + \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}$ и углами положения от зенита $M - \gamma$, где $\text{tg } M = \frac{x - \xi}{y - \eta}$.

Таким путем и составлен рис. 68, изображающий фазы затмения для Москвы.

С меньшей, но для зрительного впечатления вполне достаточной точностью такой чертеж можно построить без вычисления координат $x - \xi$ и $y - \eta$ для всего затмения, располагая лишь моментами T_1 и T_4 и углами положения P_1 и P_4 внешних контактов и моментом T_m и величиной g наибольшей фазы затмения, полученными либо с помощью карты затмения, либо из вычисления, подобного примеру на стр. 113—114, но которое для этого случая достаточно проделать с четырьмя или даже с тремя знаками, так как моменты нужно знать с точностью до нескольких десятых долей минуты, углы положения до градуса, а величину наибольшей фазы до нескольких тысячных долей. Отбросив в формуле (162) последний член, найдем радиус Солнца из выражения

$$r_{\odot} = 109 \frac{p''_{\odot}}{p''_{\zeta}}$$

где значения параллакса можно взять из Астрономического Ежегодника, и вычертим таким радиусом в условном масштабе окружность, изображающую солнечный диск. От верхней точки этой окружности против стрелки часов будем отсчитывать углы положения, как показано на рис. 67. На продолжении двух радиусов, проведенных в направлении углов положения P_1 и P_4 , отмечаем точки A и B , отстоящие от окружности — края Солнца — на расстояния $r_{\zeta} = 0,273$. Эти точки дают положения центра лунного диска

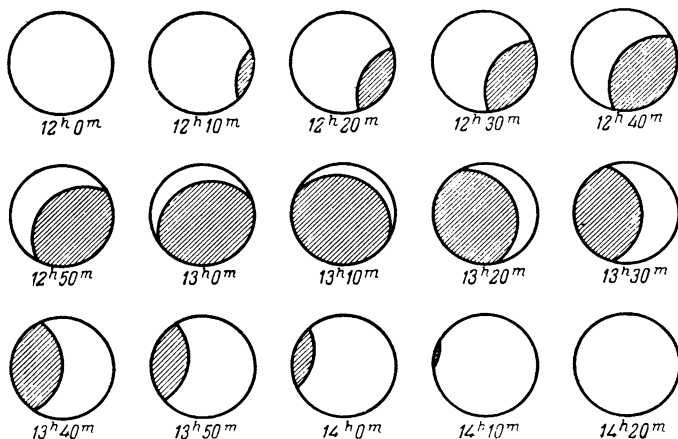


Рис. 68.

в моменты внешних контактов. Проведя прямую AB , опустим на нее из центра S Солнца перпендикуляр, который продолжим до краев солнечного диска. На диаметре DE отложим от точки E отрезок $EM = 2r_{\odot}g$ или от точки D отрезок $DM = 2r_{\odot}(1 - g)$. Через полученную точку M проходит лунный край в момент наибольшей фазы. Поэтому, отложив $MC = r_{\zeta}$, найдем положение центра Луны для того же момента. Ломаная линия, проведенная через точки A , C и B , изображает путь центра Луны относительно Солнца. Излом в точке C , который должен быть незначительным, происходит вследствие нелинейности изменения параллактического смещения Луны. В нашем примере этот излом практически неощутим. Имея для точек A , C и B моменты, соответственно равные T_1 , T_m и T_4 , нанесем на линии ACB масштаб времени, считая равномерным движение между A и C с одной стороны, и между C и B — с другой. В результате получаются точки подразделения, очень близкие к тем, которые даются приведенной выше таблицей и изображены на рис. 67. Эти точки принимаются за центры окружностей, представляющих последовательные положения Луны. Соединяя каждую такую точку с центром Солнца, отсчитываем по чертежу полярные координаты этих точек — расстояния m от центра Солнца и углы положения M направлений из центра Солнца к соответствующей точке. Для составления чертежа, подобного рис. 68, остается определить параллактические углы γ . В некоторых изданиях, содержащих результаты предвычисления затмений, эти углы даются в специальных таблицах (например, для затмения 30 июня 1954 г. см. [29], стр. 5 и 6); иногда в списках городов с данными для затмения указываются для внешних контактов как углы положения P от полюса, так и углы Z от зенита, в каком случае для соответствующих моментов получаются $\gamma = P - Z$. Если нет таких данных, то нужно вычислить углы γ для начала и конца частного затмения по обычной формуле:

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{\xi}{\eta}.$$

Для нашего примера одним из этих способов находим для первого контакта $\gamma = 30^\circ$ и для последнего $\gamma = 38^\circ$. В промежутке предполагаем равномерное изменение γ с течением времени. Происходящая от такого допущения ошибка мала: для середины нашего затмения мы таким путем получили бы $\gamma = 34^\circ$ вместо более точного значения 36° , — разница почти незаметная для зрительного впечатления при рассмотрении рисунка фаз затмения. Вычитая проинтерполированные таким образом значения γ из углов положения M , находим приближенные значения углов положения от зенита $M - \gamma$. Полярные координаты m и $M - \gamma$ позволяют теперь составить чертеж, подобный рис. 68, изображающий течение затмения для данного места, весьма мало отличающийся от более точного чертежа, составленного с помощью приведенной выше вычисления.

Более подробный пример построения фаз затмения вторым способом приведен в книге «Солнечные затмения и их наблюдение; к солнечному затмению 30 июня 1954 г.», составленной Всесоюзным астрономо-геодезическим обществом (Гостехиздат, 1954).

ПОЛНЫЕ СОЛНЕЧНЫЕ ЗАТМЕНИЯ XX в.

Всемирное время соединения Солнца и Луны по долготе				Полуденная точка цент- рального затмения		Наибольшая продолжит. полной фазы	Восход. или нисход. узел	№ серии в серии	Область видимости
				φ	λ				
1900	май	28 14 50	+ 45°	315°В	2,1	н	1	США, Испания, Сев. Африка	
1901	май	18 5 38	— 2	97	6,4	н	2	Суматра, Борнео	
1903	сент.	21 4 30	— 70	101	2,2	в	3	Антарктика	
1904	сент.	9 20 43	— 5	227	6,4	в	4	Тихий океан	
1905	авг.	30 13 13	+ 45	348	3,8	в	5	Канада, Испания, Сев. Африка	
1907	январь	14 5 57	+ 39	89	2,4	н	6	Россия, Центр. Азия	
1908	январь	3 21 44	— 12	215	4,2	н	7	Тихий океан	
1908	декабрь	23 11 50	— 53	3	0,2	н	8	Южн. часть Атлантич. океана, Ин- дийский океан	
1909	июнь	17 23 29	+ 88	187	0,0	в	9	Гренландия	
1910	май	9 5 33	—	—	4,2	в	10	Антарктика	
1911	апр.	28 22 26	— 1	205	5,0	в	11	Австралия, Полинезия	
1912	апр.	17 11 40	+ 46	359	0,0	в	12	Португалия, Испания	
1912	окт.	10 13 41	— 35	327	1,9	н	13	Колумбия, Эквадор, Бразилия	
1914	авг.	21 12 27	+ 71	2	2,2	н	14	Скандинавия, Россия, Мал. Азия	
1916	февр.	3 16 6	+ 16	298	2,6	в	15	Тихий океан, Венецуэла, Вест-Индия	
1918	июнь	8 22 3	+ 51	208	2,4	н	1	Брит. Колумбия, США	
1919	май	29 13 12	+ 4	342	6,8	н	2	Перу, Бразилия, Центр. Африка	
1921	окт.	1 12 26	— 84	341	1,9	в	3	Антарктика	
1922	сент.	21 4 38	— 12	106	6,0	в	4	Вост. Африка, Австралия	
1923	сент.	10 20 53	+ 38	232	3,6	в	5	Калифорния, Мексика, Центр. Аме- рика	
1925	январь	24 14 46	+ 42	316	2,5	н	6	США	
1926	январь	14 6 35	— 10	82	4,2	н	7	Вост. Африка, Суматра, Филиппины	
1927	июнь	29 6 32	+ 78	84	0,8	в	9	Англия, Шотландия, Скандинавия	
1929	май	9 6 8	— 1	89	5,1	в	11	Суматра, Малакка, Филиппины	
1930	окт.	21 21 47	— 36	205	1,9	н	13	Тихий океан, Патагония	
1932	авг.	31 19 55	+ 78	251	1,7	н	14	Канада	
1934	февр.	14 0 44	+ 19	168	2,9	в	15	Борнео, Целебес	
1936	июнь	19 5 15	+ 56	101	2,5	н	1	Греция, Малая Азия, Сев. Кавказ, Урал, Сибирь, Япония	
1937	июнь	8 20 43	+ 10	229	7,1	н	2	Тихий океан, Перу	
1938	май	29 14 0	— 52	333	4,1	н	16	Южн. часть Атлантич. океана, Ант- арктика	
1939	окт.	12 20 30	—	—	1,5	в	3	Антарктика	
1940	окт.	1 12 42	— 19	344	5,6	в	4	Колумбия, Бразилия, Южная Африка	
1941	сент.	21 4 39	+ 30	114	3,4	в	5	СССР, Центральная Азия, Китай, Тихий океан	
1943	февр.	4 23 31	+ 47	184	2,5	н	6	Китай, Аляска	
1944	январь	25 15 25	— 7	311	4,2	н	7	Колумбия, Бразилия, Судан	
1945	июль	9 13 36	+ 70	340	1,4	в	9	США, Гренландия, Скандинавия, Финляндия, СССР	
1947	май	20 13 44	— 2	335	5,2	в	11	Аргентина, Бразилия, Центральная Африка	
1948	ноябрь	1 6 3	— 37	82	1,9	н	13	Центральная Африка, Конго	

ПОЛНЫЕ СОЛНЕЧНЫЕ ЗАТМЕНИЯ XX в. (окончание)

Всемирное время соединения Солнца и Луны по долготе			Полуденная точка цен- трального затмения		Наибольшая продолжит. полной фазы	Восход. или нисход. узел	№ серии в саросе	Область видимости
			φ	λ				
1950 сент.	12 3 29	—	—	1,6	н	14	Арктика, Сев.-вост. Сибирь	
1952 февр.	25 9 17	+ 22°	39°В	3,0	в	15	Центр. Африка, Иран, СССР	
1954 июнь	30 12 27	+ 62	355	2,5	н	1	Канада, Скандинавия, СССР, Иран	
1955 июнь	20 4 12	+ 15	117	7,2	н	2	Цейлон, Таиланд, Филиппины	
1956 июнь	8 21 30	— 40	219	4,8	н	16	Южная часть Тихого океана	
1958 окт.	12 20 52	— 26	221	5,2	в	4	Чили, Аргентина	
1959 окт.	2 12 32	+ 23	354	3,0	в	5	Канарские острова, Центральная Африка	
1961 февр.	15 8 11	+ 53	53	2,6	н	6	Франция, Италия, Венгрия, СССР	
1962 февр.	5 0 11	— 4	179	4,1	н	7	Новая Гвинея	
1963 июль	20 20 43	+ 62	234	1,5	в	9	Аляска, Гудзонов залив	
1965 май	30 21 14	— 4	223	5,3	в	11	Тихий океан	
1966 нояб.	12 14 27	— 38	317	1,9	н	13	Боливия, Аргентина, Бразилия	
1968 сент.	22 11 9	—	—	1,0	н	14	Арктика, Сибирь, Китай	
1970 март	7 17 43	+ 25	272	3,3	н	15	Мексика, Флорида	
1972 июль	10 19 40	+ 67	249	2,7	н	1	Сев.-вост. Азия, Канада, Лабрадор	
1973 июнь	30 11 39	+ 19	6	7,2	н	2	Южная Америка, Африка, Атланти- ческий океан	
1974 июнь	20 4 56	— 32	107	5,3	н	16	Сев.-зап. Австралия, Индийский океан	
1976 окт.	23 5 10	— 31	95	4,9	в	4	Африка, Австралия, Индийский и Тихий океаны	
1977 окт.	12 20 31	+ 16	233	2,8	в	5	Венецуэла, Тихий океан	
1979 февр.	26 16 47	+ 61	283	2,7	н	6	США, Канада, Тихий и Северный Ледовитый океаны	
1980 февр.	16 8 52	+ 1	48	4,3	н	7	Африка, Атлантический и Индийский океаны, Индия	
1981 июль	31 3 53	+ 54	127	2,2	в	9	Тихий океан, Сибирь	
1983 июнь	11 4 38	— 7	111	5,4	в	11	Ява, Тихий океан	
1984 нояб.	22 22 58	— 39	190	2,1	н	13	Тихий океан, Патагония	
1985 нояб.	12 14 20	—	—	0,8	н	17	Антарктика	
1986 окт.	3 18 55	—	—	1,7	н	14	Гренландия	
1987 март	29 12 45	— 17	354	0,3	в	18	Атлантический океан, Экваториаль- ная Африка	
1988 март	18 2 3	+ 28	146	4,0	в	15	Индийский и Тихий океаны, Су- матра	
1990 июль	22 2 54	+ 73	142	2,6	н	1	Финляндия, Арктика, Сев.-вост. Си- бирь	
1991 июль	11 19 6	+ 22	255	7,1	н	2	Тихий океан, Гавай, Центральная Америка	
1992 июнь	30 12 19	— 26	355	5,4	н	16	Южный Атлантический океан	
1994 нояб.	3 13 36	— 36	329	4,6	в	4	Тихий океан, Южная Америка	
1995 окт.	24 4 37	+ 10	110	2,4	в	5	Тихий и Индийский океаны	
1997 март	9 1 16	+ 71	154	2,8	н	6	Восточная Сибирь	
1998 февр.	26 17 27	+ 6	279	4,4	н	7	Тихий и Атлантический океаны, Цен- тральная Америка	
1999 авг.	11 11 8	+ 46	18	2,6	в	9	Западная Европа, Иран, Индия	

ПОЛНЫЕ ЛУННЫЕ ЗАТМЕНИЯ XX в.

Дата	Начало	Конец	Луна в зените		Дата	Начало	Конец	Луна в зените					
	полного затмения (всем. вр.)		φ	λ		полного затмения (всем. вр.)		φ	λ				
	<i>h</i>	<i>m</i>	<i>h</i>	<i>m</i>		<i>h</i>	<i>m</i>						
1902 апр. 22	18	10	19	35	— 12°	76°В	1953 июль 26	11	30	13	11	— 19°	176°В
1902 окт. 17	5	19	6	48	+ 9	265	1954 янв. 19	2	16	2	47	+ 20	325
1906 февр. 9	6	58	8	36	+ 15	247	1956 нояб. 18	6	8	7	27	+ 20	254
1906 авг. 4	12	9	13	51	— 17	167	1957 май 13	21	51	23	10	— 18	21
1909 июнь 4	0	58	2	0	— 22	337	1957 нояб. 7	14	11	14	42	+ 16	139
1909 нояб. 27	8	14	9	36	+ 21	223	1960 март 13	7	42	9	18	+ 3	235
1910 май 24	5	9	6	0	— 21	275	1960 сент. 5	10	38	12	8	— 7	189
1910 нояб. 16	23	55	24	47	+ 19	351	1961 авг. 26	3	1	3	15	— 11	314
1913 март 22	11	11	12	44	0	183	1963 дек. 30	10	25	11	49	+ 23	194
1913 сент. 15	12	1	13	35	— 3	167	1964 июнь 25	0	18	2	56	— 23	344
1917 янв. 8	7	0	8	29	+ 22	244	1964 дек. 19	2	3	3	7	+ 23	320
1917 июль 4	20	51	22	27	— 23	36	1967 апр. 24	11	26	12	48	— 13	178
1917 дек. 28	9	38	9	55	+ 23	214	1967 окт. 18	9	48	10	44	+ 10	202
1920 май 3	1	15	2	27	— 16	332	1968 апр. 13	4	21	5	17	— 8	288
1920 окт. 27	13	29	14	54	+ 13	143	1968 окт. 6	11	10	12	12	+ 5	182
1921 апр. 22	7	23	8	5	— 12	244	1971 февр. 10	7	3	8	21	+ 14	248
1924 февр. 20	15	20	16	57	+ 11	121	1971 авг. 6	18	53	20	35	— 17	65
1924 авг. 14	19	31	21	9	— 14	56	1972 янв. 30	10	32	11	14	+ 18	200
1927 июнь 15	8	13	8	35	— 23	234	1974 нояб. 29	14	38	15	54	+ 21	128
1927 дек. 8	16	54	18	15	+ 23	94	1975 май 25	5	1	6	31	— 21	273
1928 июнь 3	11	31	12	48	— 23	177	1975 нояб. 18	22	1	22	47	+ 19	20
1928 нояб. 27	8	33	9	29	+ 21	221	1978 март 24	15	40	17	10	— 2	115
1931 апр. 2	19	22	20	53	— 5	59	1978 сент. 16	18	22	19	44	— 3	73
1931 сент. 26	19	5	20	30	+ 1	61	1979 сент. 6	10	28	11	20	— 7	196
1935 янв. 19	15	3	16	31	+ 21	126	1982 янв. 9	19	14	20	38	+ 22	63
1935 июль 16	4	9	5	50	— 21	287	1982 июль 6	6	39	8	21	— 23	248
1936 янв. 8	17	58	18	21	+ 22	89	1982 дек. 30	10	53	11	59	+ 23	189
1938 май 14	8	18	9	9	— 19	228	1985 май 4	19	22	20	32	— 16	60
1938 нояб. 7	21	45	23	7	+ 17	19	1985 окт. 28	17	22	18	4	+ 13	90
1939 май 3	14	39	15	43	— 15	131	1986 апр. 24	12	10	13	18	— 13	168
1942 март 2	23	33	25	10	+ 7	358	1986 окт. 17	18	42	19	56	+ 10	67
1942 авг. 26	3	1	4	35	— 10	303	1989 февр. 20	14	59	16	15	+ 11	129
1945 дек. 19	1	40	3	0	+ 23	324	1989 авг. 17	2	15	3	53	— 14	315
1946 июнь 14	17	53	19	25	— 23	80	1990 февр. 9	18	49	19	35	+ 14	76
1946 дек. 8	17	19	18	17	+ 23	91	1992 дек. 9	23	6	24	20	+ 23	3
1949 апр. 13	3	28	4	54	— 8	298	1993 июнь 4	12	11	13	49	— 22	165
1949 окт. 7	2	19	3	33	+ 5	313	1993 нояб. 29	6	1	6	51	+ 21	261
1950 апр. 2	20	29	20	59	— 5	50	1996 апр. 3	23	27	24	51	— 6	359
1950 сент. 26	3	54	4	39	+ 1	294	1996 сент. 27	2	17	3	29	+ 1	314
1953 янв. 29	23	4	24	30	+ 18	7	1997 сент. 16	18	14	19	20	— 3	77

Т А Б Л И Ц Ы

Таблица 1. Вычисление Δ
стр. 48, формула (21)

p_{ζ}	3200" 53'20"	3300" 55'0"	3400" 56'40"	3500" 58'20"	3600" 60'0"
0"	7,4405	7,4271	7,4141	7,4015	7,3893
10	7,4392	7,4258	7,4129	7,4003	7,3881
20	7,4378	7,4245	7,4116	7,3990	7,3869
30	7,4365	7,4232	7,4103	7,3978	7,3857
40	7,4351	7,4219	7,4091	7,3966	7,3845
50	7,4338	7,4206	7,4078	7,3954	7,3833
60	7,4325	7,4193	7,4065	7,3941	7,3821
70	7,4311	7,4180	7,4053	7,3929	7,3809
80	7,4298	7,4167	7,4040	7,3917	7,3797
90	7,4285	7,4154	7,4028	7,3905	7,3785

$$\lg \Delta = R - \lg \Delta_{\odot},$$

R берется из таблицы по аргументу p_{ζ} .

Таблица 2. Вычисление d , значения ω
стр. 48, формула (20)

δ $\alpha_{\zeta} - \alpha_{\odot}$	0°	2°	4°	6°	8°	10°	12°	14°	16°	18°	20°	22°	24°
0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"
1000	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
2000	0	0	1	1	1	2	2	2	3	3	3	3	4
3000	0	1	2	2	3	4	4	5	6	6	7	8	8
4000	0	1	3	4	5	7	8	9	10	11	12	13	14
5000	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	21	23
6000	0	3	6	9	12	15	18	20	23	26	28	30	32
7000	0	4	8	12	16	20	24	28	31	35	38	41	44
8000	0	5	11	16	21	27	32	36	41	46	50	54	58
9000	0	7	14	20	27	34	40	46	52	58	63	68	73

$$\omega \text{ одного знака с } \delta = \frac{1}{2} (\delta_{\zeta} + \delta_{\odot}),$$

$$\alpha = \alpha_{\odot} - \Delta \frac{\cos \delta_{\zeta}}{\cos \delta_{\odot}} (\alpha_{\zeta} - \alpha_{\odot}),$$

$$d = \delta_{\odot} - \Delta (\delta_{\zeta} - \delta_{\odot} + \omega).$$

Таблица 3. Вычисление $\sin \alpha$ и $2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$ для малых углов

α	α	$(\alpha - \sin \alpha)''$	$2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$	$\lg 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$	α	α	$(\alpha - \sin \alpha)''$	$2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$	$\lg 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$
0''	0' 0''	0,00	0,00	—	4500''	75' 0''	0,36	49,09	1,6910
100	1 40	0,00	0,02	8,3845	4600	76 40	0,38	51,29	1,7100
200	3 20	0,00	0,10	9,0751	4700	78 20	0,41	53,55	1,7287
300	5 0	0,00	0,22	9,3388	4800	80 0	0,43	55,85	1,7470
400	6 40	0,00	0,39	9,5887	4900	81 40	0,46	58,20	1,7649
500	8 20	0,00	0,61	9,7825	5000	83 20	0,49	60,60	1,7825
600	10 0	0,00	0,87	9,9408	5100	85 0	0,52	63,05	1,7997
700	11 40	0,00	1,19	0,0747	5200	86 40	0,55	65,54	1,8165
800	13 20	0,00	1,55	0,1907	5300	88 20	0,58	68,09	1,8331
900	15 0	0,00	1,96	0,2930	5400	90 0	0,62	70,68	1,8493
1000	16 40	0,00	2,42	0,3845	5500	91 40	0,65	73,32	1,8652
1100	18 20	0,01	2,93	0,4673	5600	93 20	0,69	76,01	1,8809
1200	20 0	0,01	3,49	0,5429	5700	95 0	0,73	78,75	1,8963
1300	21 40	0,01	4,10	0,6124	5800	96 40	0,76	81,54	1,9114
1400	23 20	0,01	4,75	0,6768	5900	98 20	0,80	84,38	1,9262
1500	25 0	0,01	5,45	0,7367	6000	100 0	0,85	87,26	1,9408
1600	26 40	0,02	6,21	0,7928	6100	101 40	0,89	90,19	1,9552
1700	28 20	0,02	7,01	0,8454	6200	103 20	0,93	93,17	1,9693
1800	30 0	0,02	7,85	0,8951	6300	105 0	0,98	96,20	1,9832
1900	31 40	0,03	8,75	0,9420	6400	106 40	1,03	99,28	1,9969
2000	33 20	0,03	9,70	0,9866	6500	108 20	1,08	102,41	2,0103
2100	35 0	0,04	10,69	1,0290	6600	110 0	1,13	105,58	2,0236
2200	36 40	0,04	11,73	1,0694	6700	111 40	1,18	108,81	2,0367
2300	38 20	0,05	12,82	1,1080	6800	113 20	1,23	112,08	2,0495
2400	40 0	0,05	13,96	1,1450	6900	115 0	1,29	115,40	2,0622
2500	41 40	0,06	15,15	1,1804	7000	116 40	1,34	118,77	2,0747
2600	43 20	0,07	16,39	1,2145	7100	118 20	1,40	122,19	2,0870
2700	45 0	0,08	17,67	1,2473	7200	120 0	1,46	125,65	2,0992
2800	46 40	0,09	19,00	1,2789	7300	121 40	1,52	129,17	2,1111
2900	48 20	0,10	20,39	1,3093	7400	123 20	1,59	132,73	2,1230
3000	50 0	0,11	21,82	1,3388	7500	125 0	1,65	136,34	2,1346
3100	51 40	0,12	23,29	1,3673	7600	126 40	1,72	140,00	2,1461
3200	53 20	0,13	24,82	1,3948	7700	128 20	1,79	143,71	2,1575
3300	55 0	0,14	26,40	1,4216	7800	130 0	1,86	147,46	2,1687
3400	56 40	0,15	28,02	1,4475	7900	131 40	1,93	151,27	2,1798
3500	58 20	0,17	29,69	1,4727	8000	133 20	2,01	155,12	2,1907
3600	60 0	0,18	31,42	1,4971	8100	135 0	2,08	159,02	2,2015
3700	61 40	0,20	33,18	1,5209	8200	136 40	2,16	162,97	2,2121
3800	63 20	0,21	35,00	1,5441	8300	138 20	2,24	166,97	2,2226
3900	65 0	0,23	36,87	1,5667	8400	140 0	2,32	171,02	2,2330
4000	66 40	0,25	38,78	1,5887	8500	141 40	2,41	175,11	2,2433
4100	68 20	0,27	40,75	1,6101	8600	143 20	2,49	179,26	2,2535
4200	70 0	0,29	42,76	1,6310	8700	145 0	2,58	183,45	2,2635
4300	71 40	0,31	44,82	1,6515	8800	146 40	2,67	187,69	2,2734
4400	73 20	0,33	46,93	1,6714	8900	148 20	2,76	191,98	2,2833
4500	75 0	0,36	49,09	1,6910	9000	150 0	2,86	196,32	2,2930

$$x = \frac{1}{\sin p_{\zeta}} \cos \delta_{\zeta} \sin (\alpha_{\zeta} - a),$$

$$y = \frac{1}{\sin p_{\zeta}} \left[\sin (\delta_{\zeta} - d) + \cos \delta_{\zeta} \sin d 2 \sin^2 \frac{1}{2} (\alpha_{\zeta} - a) \right].$$

Таблица 4. Вычисление координаты z Луны

Аргумент	$\frac{\cos(\delta_{\zeta} - d)}{\sin 1''}$	$\delta = 0^{\circ}$	2°	4°	6°	8°	10°	12°	14°	16°	18°	20°	22°	24°
0"	206 265"	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"	0"
100	206 265	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
200	206 265	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
300	206 265	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
400	206 264	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
500	206 264	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
600	206 264	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
700	206 264	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
800	206 263	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1
900	206 263	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
1000	206 262	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
1100	206 262	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
1200	206 261	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
1300	206 261	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3
1400	206 260	5	5	5	5	5	5	5	4	4	4	4	4	4
1500	206 259	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
1600	206 259	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	5	5	5
1700	205 258	7	7	7	7	7	7	7	7	6	6	6	6	6
1800	206 257	8	8	8	8	8	8	8	7	7	7	7	7	7
1900	206 256	9	9	9	9	9	8	8	8	8	8	8	8	7
2000	206 255	10	10	10	10	10	9	9	9	9	9	9	8	8
2100	206 254	11	11	11	11	11	10	10	10	10	10	9	9	9
2200	206 253	12	12	12	12	12	11	11	11	11	11	10	10	10
2300	206 252	13	13	13	13	13	12	12	12	12	12	11	11	11
2400	206 251	14	14	14	14	14	13	13	13	13	13	12	12	12
2500	206 250	15	15	15	15	15	15	14	14	14	14	13	13	13
2600	206 248	16	16	16	16	16	16	16	15	15	15	14	14	14
2700	206 247	18	18	18	17	17	17	17	17	16	16	16	15	15
2800	206 246	19	19	19	19	19	18	18	18	18	17	17	16	16
2900	206 244	20	20	20	20	20	20	20	19	19	18	18	18	17
3000	206 243	22	22	22	22	21	21	21	21	20	20	19	19	18
3100	206 242	23	23	23	23	23	23	22	22	22	21	21	20	19
3200	206 240	25	25	25	25	24	24	24	23	23	22	22	21	21
3300	206 238	26	26	26	26	26	26	25	25	25	24	23	23	22
3400	206 237	28	28	28	28	27	27	27	26	26	25	25	24	23
3500	206 235	30	30	30	29	29	29	28	28	27	27	26	26	25
3600	206 233	31	31	31	31	31	30	30	30	29	28	28	27	26
3700	206 232	33	33	33	33	33	32	32	31	31	30	29	29	28
3800	206 230	35	35	35	35	34	34	33	33	32	32	31	30	29
3900	206 228	37	37	37	36	36	36	35	35	34	33	33	32	31
4000	206 226	39	39	39	38	38	38	37	37	36	35	34	33	32
4100	206 224	41	41	41	40	40	40	39	38	38	37	36	35	34
4200	206 222	43	43	43	42	42	41	41	40	40	39	38	37	36
4300	206 220	45	45	45	44	44	43	43	42	41	41	40	39	37
4400	206 218	47	47	47	46	46	46	45	44	43	42	41	40	39
4500	206 216	49	49	49	49	48	48	47	46	45	44	43	42	41

$$z = \frac{\cos(\delta_{\zeta} - d)'' - S}{(\sin p_{\zeta})''},$$

$$(\sin p_{\zeta})'' = p_{\zeta}'' - (p_{\zeta} - \sin p_{\zeta})''.$$

$\cos(\delta_{\zeta} - d)''$ — из второго столбца таблицы 4, S — из таблицы 4 по аргументам: вертикальному $\alpha_{\zeta} - a$ и горизонтальному $\delta = \frac{1}{2}(\delta_{\zeta} + \delta_{\odot})$, $(p_{\zeta} - \sin p_{\zeta})''$ — из таблицы 3.

Таблица 4 (окончание). Вычисление координаты z Луны

Аргумент	$\frac{\cos(\delta_{\odot} - a)}{\sin 1''}$	$\delta = 0^{\circ}$	2°	4°	6°	8°	10°	12°	14°	16°	18°	20°	22°	24°
	4500''	206 216''	49''	49''	49''	49''	48''	48''	47''	46''	45''	44''	43''	42''
4600	206 214	51	51	51	51	50	50	49	48	47	46	45	44	43
4700	206 211	54	53	53	53	53	52	51	50	49	48	47	45	45
4800	206 209	56	56	56	55	55	54	53	53	52	51	49	48	47
4900	206 207	58	58	58	58	57	56	56	55	54	53	51	50	49
5000	206 204	61	61	60	60	59	59	58	57	56	55	54	52	51
5100	206 202	63	63	63	62	62	61	60	59	58	57	56	54	53
5200	206 199	66	65	65	65	64	64	63	62	61	59	58	56	55
5300	206 197	68	68	68	67	67	66	65	64	63	62	60	59	57
5400	206 194	71	71	70	70	69	69	68	67	65	64	62	61	59
5500	206 191	73	73	73	73	72	71	70	69	68	66	65	63	61
5600	206 189	76	76	76	75	75	74	73	72	70	69	67	65	63
5700	206 186	79	79	78	78	77	76	75	74	73	71	70	68	66
5800	206 183	82	81	81	81	80	79	78	77	75	74	72	70	68
5900	206 180	84	84	84	83	83	82	81	79	78	76	75	73	70
6000	206 178	87	87	86	86	85	83	82	81	79	77	75	73	73
6100	206 175	90	90	90	89	88	87	86	85	83	82	80	78	75
6200	206 172	93	93	93	92	91	90	89	88	86	84	82	80	78
6300	206 169	96	96	96	95	94	93	92	91	89	87	85	83	80
6400	206 166	99	99	99	98	97	96	95	93	92	90	88	85	83
6500	206 162	102	102	102	101	100	99	98	96	95	93	90	88	85
6600	206 159	106	105	105	104	104	102	101	99	98	96	93	91	88
6700	206 156	109	109	108	108	107	106	104	102	101	98	96	94	91
6800	206 153	112	112	112	111	110	109	107	106	104	101	99	96	94
6900	206 149	115	115	115	114	113	112	110	109	107	104	102	99	96
7000	206 146	119	119	118	117	116	115	114	112	110	107	105	102	99
7100	206 143	122	122	122	121	120	119	117	115	113	111	108	105	102
7200	206 139	126	125	125	124	123	122	120	118	116	114	111	108	105
7300	206 136	129	129	129	128	127	125	124	122	119	117	114	111	108
7400	206 132	133	133	132	131	130	129	127	125	123	120	117	114	111
7500	206 128	136	136	136	135	134	132	130	128	126	123	120	117	114
7600	206 125	140	140	139	138	137	136	134	132	129	127	124	120	117
7700	206 121	144	144	143	142	141	139	137	135	133	130	127	124	120
7800	206 117	147	147	147	146	145	143	141	139	136	133	130	127	123
7900	206 114	151	151	151	150	148	147	145	142	140	137	134	130	126
8000	206 110	155	155	154	153	152	150	148	146	143	140	137	133	129
8100	206 106	159	159	158	157	156	154	152	150	147	144	140	137	133
8200	206 102	163	163	162	161	160	158	156	153	151	147	144	140	136
8300	206 098	167	167	166	165	164	162	160	157	154	151	148	144	139
8400	206 094	171	171	170	169	168	166	164	161	158	155	151	147	143
8500	206 090	175	175	174	173	172	170	168	165	162	158	155	151	146
8600	206 086	179	179	178	177	176	174	172	169	166	162	158	154	150
8700	206 081	183	183	183	181	180	178	176	173	170	166	162	158	153
8800	206 077	188	187	187	186	184	182	180	177	173	170	166	161	157
8900	206 073	192	192	191	190	188	186	184	181	177	174	170	165	160
9000	206 068	196	196	195	194	193	190	188	185	181	178	173	169	164

$$z = \frac{\cos(\delta_{\odot} - a)'' - S}{(\sin p_{\odot})''},$$

$$(\sin p_{\odot})'' = p_{\odot}'' - (p_{\odot} - \sin p_{\odot})''.$$

$\cos(\delta_{\odot} - a)''$ — из второго столбца таблицы 4, S — из таблицы 4 по аргументам: вертикальному $a_{\odot} - a$ и горизонтальному $\delta = \frac{1}{2}(\delta_{\odot} + \delta_{\ominus})$, $(p_{\odot} - \sin p_{\odot})''$ — из таблицы 3.

Таблица 5. Значения F для вычисления $\operatorname{tg} f_e$ и $\operatorname{tg} f_i$

$\Delta_{\odot} \backslash P_{\odot}$	3200"	3300"	3400"	3500"	3600"	3700"	$1/\Delta_{\odot}$	$0,995019/\Delta_{\odot}$
0,983	0,00467716	467676	467638	467603	467570	467538	1,017294	1,012227
0,984	714	675	637	602	569	537	1,016260	1,011198
0,985	0,00467713	467673	467636	467600	467567	467536	1,015228	1,010171
986	712	672	635	599	566	535	1,014199	1,009147
987	710	671	633	598	565	534	1,013171	1,008124
988	709	669	632	597	564	533	1,012146	1,007104
989	708	668	631	596	563	531	1,011122	1,006086
0,990	0,00467706	467667	467630	467595	467562	467530	1,010101	1,005069
991	705	665	628	593	560	529	1,009082	1,004055
992	704	664	627	592	559	528	1,008065	1,003043
993	702	663	626	591	558	527	1,007049	1,002033
994	701	662	625	590	557	526	1,006036	1,001025
0,995	0,00467700	467660	467623	467589	467556	467525	1,005025	1,000019
996	698	659	622	587	554	523	1,004016	0,999015
997	697	658	621	586	553	522	1,003009	0,998013
998	696	657	620	585	552	521	1,002004	0,997013
999	694	655	618	584	551	520	1,001001	0,996015
1,000	0,00467693	467654	467617	467583	467550	467519	1,000000	0,995019
001	692	653	616	582	549	518	0,999001	0,994025
002	690	651	615	580	547	517	0,998004	0,993033
003	689	650	614	579	546	515	0,997009	0,992043
004	688	649	612	578	545	514	0,996016	0,991055
1,005	0,00467687	467648	467611	467577	467544	467513	0,995025	0,990068
006	685	646	610	575	543	512	0,994036	0,989084
007	684	646	609	574	542	511	0,993049	0,988102
008	683	644	607	573	541	510	0,992063	0,987122
009	681	643	606	572	540	509	0,991080	0,986144
1,010	0,00467680	467641	467605	467571	467538	467508	0,990099	0,985167
011	679	640	604	570	537	507	0,989120	0,984193
012	678	639	603	568	536	505	0,988142	0,983220
013	676	638	601	567	535	504	0,987167	0,982250
014	675	636	600	566	534	503	0,986193	0,981281
1,015	0,00467674	467635	467599	467565	467533	467502	0,985222	0,980314
016	673	634	598	564	532	501	0,984252	0,979349
017	671	633	597	563	530	500	0,983284	0,978386

$$\operatorname{tg} f_e = \frac{F}{\Delta_{\odot}}, \quad \operatorname{tg} f_i = \frac{F \cdot 0,995019}{\Delta_{\odot}}.$$

Таблица 6. Вычисление B для затмения в горизонте

d	ΔB	d	ΔB	d	ΔB	d	ΔB	d	ΔB
$\pm 0^{\circ}$	$\pm 0,0$	$\pm 5^{\circ}$	2,0	$\pm 10^{\circ}$	$\pm 3,9$	$\pm 15^{\circ}$	$\pm 5,8$	$\pm 20^{\circ}$	$\pm 7,4$
1	0,4	6	2,4	11	4,3	16	6,1	21	7,7
2	0,8	7	2,8	12	4,7	17	6,5	22	8,0
3	1,2	8	3,2	13	5,1	18	6,8	23	8,3
4	1,6	9	3,6	14	5,4	19	7,1	24	8,5

$$B = -(d + \Delta B);$$

ΔB одного знака с d .

Таблица 7. Значения b для вычисления солнечного затмения в горизонте

$L-A$	b	$L-A$	b	$L-A$	b
0 360	50,5	60 300	42,5	120 240	26,5
1 359	50,5	61 299	42,3	121 239	26,3
2 358	50,5	62 298	42,0	122 238	26,0
3 357	50,5	63 297	41,8	123 237	25,8
4 356	50,5	64 296	41,5	124 236	25,6
5 355	50,4	65 295	41,3	125 235	25,3
6 354	50,4	66 294	41,0	126 234	25,1
7 353	50,4	67 293	40,8	127 233	24,9
8 352	50,3	68 292	40,5	128 232	24,6
9 351	50,3	69 291	40,2	129 231	24,4
10 350	50,3	70 290	40,0	130 230	24,2
11 349	50,2	71 289	39,7	131 229	24,0
12 348	50,2	72 288	39,4	132 228	23,8
13 347	50,1	73 287	39,2	133 227	23,6
14 346	50,0	74 286	38,9	134 226	23,4
15 345	50,0	75 285	38,6	135 225	23,2
16 344	49,9	76 284	38,4	136 224	23,0
17 343	49,8	77 283	38,1	137 223	22,8
18 342	49,7	78 282	37,8	138 222	22,6
19 341	49,6	79 281	37,6	139 221	22,4
20 340	49,5	80 280	37,3	140 220	22,2
21 339	49,4	81 279	37,0	141 219	22,1
22 338	49,3	82 278	36,7	142 218	21,9
23 337	49,2	83 277	36,4	143 217	21,7
24 336	49,1	84 276	36,2	144 216	21,6
25 335	49,0	85 275	35,9	145 215	21,4
26 334	48,9	86 274	35,6	146 214	21,2
27 333	48,8	87 273	35,3	147 213	21,1
28 332	48,6	88 272	35,1	148 212	20,9
29 331	48,5	89 271	34,8	149 211	20,8
30 330	48,4	90 270	34,5	150 210	20,6
31 329	48,2	91 269	34,2	151 209	20,5
32 328	48,1	92 268	33,9	152 208	20,4
33 327	47,9	93 267	33,7	153 207	20,2
34 326	47,8	94 266	33,4	154 206	20,1
35 325	47,6	95 265	33,1	155 205	20,0
36 324	47,4	96 264	32,8	156 204	19,9
37 323	47,3	97 263	32,6	157 203	19,8
38 322	47,1	98 262	32,3	158 202	19,7
39 321	46,9	99 261	32,0	159 201	19,6
40 320	46,8	100 260	31,7	160 200	19,5
41 319	46,6	101 259	31,4	161 199	19,4
42 318	46,4	102 258	31,2	162 198	19,3
43 317	46,2	103 257	30,9	163 197	19,2
44 316	46,0	104 256	30,6	164 196	19,1
45 315	45,8	105 255	30,4	165 195	19,0
46 314	45,6	106 254	30,1	166 194	19,0
47 313	45,4	107 253	29,8	167 193	18,9
48 312	45,2	108 252	29,6	168 192	18,8
49 311	45,0	109 251	29,3	169 191	18,8
50 310	44,8	110 250	29,0	170 190	18,7
51 309	44,6	111 249	28,8	171 189	18,7
52 308	44,4	112 248	28,5	172 188	18,7
53 307	44,1	113 247	28,2	173 187	18,6
54 306	43,9	114 246	28,0	174 186	18,6
55 305	43,7	115 245	27,7	175 185	18,6
56 304	43,4	116 244	27,5	176 184	18,5
57 303	43,2	117 243	27,2	177 183	18,5
58 302	43,0	118 242	27,0	178 182	18,5
59 301	42,7	119 241	26,7	179 181	18,5
60 300	42,5	120 240	26,5	180 180	18,5

Таблица 8. Значения $\sec A$

A	$\sec A$	dif.	A
0 360	1,000	0	180 180
1 359	1,000	1	181 179
2 358	1,001	0	182 178
3 357	1,001	1	183 177
4 356	1,002	2	184 176
5 355	1,004	2	185 175
6 354	1,006	2	186 174
7 353	1,008	2	187 173
8 352	1,010	2	188 172
9 351	1,012	3	189 171
10 350	1,015	4	190 170
11 349	1,019	3	191 169
12 348	1,022	4	192 168
13 347	1,026	5	193 167
14 346	1,031	5	194 166
15 345	1,035	5	195 165
16 344	1,040	6	196 164
17 343	1,046	6	197 163
18 342	1,051	7	198 162
19 341	1,058	6	199 161
20 340	1,064	7	200 160
21 339	1,071	8	201 159
22 338	1,079	7	202 158
23 337	1,086	9	203 157
24 336	1,095	8	204 156
25 335	1,103	10	205 155
26 334	1,113	9	206 154
27 333	1,122	11	207 153
28 332	1,133	10	208 152
29 331	1,143	12	209 151
30 330	1,155	12	210 150
31 329	1,167	12	211 149
32 328	1,179	13	212 148
33 327	1,192	14	213 147
34 326	1,206	15	214 146
35 325	1,221	15	215 145
36 324	1,236	16	216 144
37 323	1,252	17	217 143
38 322	1,269	18	218 142
39 321	1,287	18	219 141
40 320	1,305	20	220 140
41 319	1,325	21	221 139
42 318	1,346	21	222 138
43 317	1,367	23	223 137
44 316	1,390	24	224 136
45 315	1,414	26	225 135
46 314	1,440	26	226 134
47 313	1,466	28	227 133
48 312	1,494	30	228 132
49 311	1,524	32	229 131
50 310	1,556	33	230 130
51 309	1,589	35	231 129
52 308	1,624	38	232 128
53 307	1,662	39	233 127
54 306	1,701	42	234 126
55 305	1,743	45	235 125
56 304	1,788	48	236 124
57 303	1,836	51	237 123
58 302	1,887	55	238 122
59 301	1,942	58	239 121
60 300	2,000		240 120
+			-

b всегда отрицательно.

Знак $\sec A$ берется со стороны аргумента.

Таблица 9. Значения $\Delta A = A - C$ для вычисления западной и восточной границ солнечного затмения в горизонте

$\frac{u}{c+u}$		0,52	0,53	0,54	0,55	0,56	0,57	0,58	$\frac{u}{c}$	0,52	0,53	0,54	0,55	0,56	0,57	0,58	$\frac{u}{c}$	0,52	0,53	0,54	0,55	0,56	0,57	0,58
1,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,75	30,5	31,3	32,1	32,9	33,6	34,4	35,2	1,20	25,3	25,9	26,5	27,0	27,6	28,2	28,8
1,01	8,3	8,5	8,7	8,8	9,0	9,2	9,4	0,76	30,7	31,5	32,2	33,0	33,7	34,5	35,3	1,21	25,0	25,6	26,1	26,7	27,3	27,9	28,5	
1,02	11,6	11,8	12,1	12,3	12,6	12,8	13,1	0,77	30,8	31,6	32,3	33,1	33,8	34,6	35,3	1,22	24,6	25,2	25,8	26,4	27,0	27,6	28,1	
1,03	14,0	14,3	14,6	14,9	15,2	15,5	15,8	0,78	30,9	31,7	32,4	33,2	33,9	34,6	35,4	1,23	24,3	24,9	25,4	26,0	26,6	27,2	27,8	
1,04	15,9	16,3	16,6	16,9	17,3	17,6	18,0	0,79	31,1	31,8	32,5	33,2	34,0	34,7	35,4	1,24	23,9	24,5	25,1	25,7	26,3	26,8	27,4	
1,05	17,6	17,9	18,3	18,6	19,0	19,4	19,8	0,80	31,1	31,8	32,6	33,3	34,0	34,7	35,4	1,25	23,5	24,1	24,7	25,3	25,9	26,5	27,1	
1,06	19,0	19,4	19,8	20,1	20,5	21,0	21,4	0,81	31,2	31,9	32,7	33,4	34,1	34,7	35,4	1,26	23,1	23,7	24,3	24,9	25,5	26,1	26,7	
1,07	20,2	20,6	21,0	21,5	21,9	22,3	22,8	0,82	31,3	32,0	32,7	33,4	34,1	34,8	35,4	1,27	22,7	23,3	24,0	24,5	25,1	25,7	26,3	
1,08	21,3	21,8	22,2	22,6	23,1	23,5	24,0	0,83	31,3	32,0	32,7	33,4	34,1	34,7	35,4	1,28	22,3	22,9	23,5	24,2	24,8	25,3	25,9	
1,09	22,3	22,8	23,2	23,7	24,1	24,6	25,1	0,84	31,3	32,0	32,7	33,4	34,0	34,7	35,4	1,29	21,9	22,5	23,1	23,7	24,3	24,9	25,5	
1,10	23,2	23,7	24,1	24,6	25,1	25,6	26,1	0,85	31,3	32,0	32,7	33,4	34,0	34,7	35,4	1,30	21,5	22,1	22,7	23,3	23,9	24,5	25,1	
1,11	24,0	24,5	25,0	25,5	26,0	26,5	27,0	0,86	31,3	32,0	32,7	33,4	34,0	34,7	35,3	1,31	21,1	21,6	22,2	22,9	23,5	24,1	24,7	
1,12	24,8	25,3	25,8	26,3	26,8	27,3	27,8	0,87	31,3	32,0	32,6	33,3	34,0	34,6	35,3	1,32	20,6	21,2	21,8	22,5	23,1	23,7	24,3	
1,13	25,4	25,9	26,4	27,0	27,5	28,0	28,6	0,88	31,3	31,9	32,6	33,3	33,9	34,6	35,2	1,33	20,1	20,7	21,4	22,0	22,6	23,2	23,9	
1,14	26,1	26,6	27,1	27,6	28,1	28,7	29,2	0,89	31,3	31,9	32,5	33,2	33,8	34,5	35,1	1,34	19,6	20,2	20,9	21,5	22,2	22,8	23,4	
1,15	26,6	27,1	27,7	28,2	28,8	29,3	29,9	0,90	31,2	31,8	32,5	33,1	33,8	34,4	35,0	1,35	19,1	19,7	20,4	21,0	21,7	22,3	23,0	
1,16	27,1	27,7	28,2	28,8	29,3	29,9	30,5	0,91	31,1	31,8	32,4	33,0	33,7	34,3	35,0	1,36	18,5	19,1	19,9	20,5	21,2	21,8	22,5	
1,17	27,6	28,1	28,7	29,2	29,8	30,4	31,0	0,92	31,1	31,7	32,3	33,0	33,6	34,2	34,8	1,37	18,0	18,7	19,3	20,0	20,7	21,3	22,0	
1,18	28,0	28,6	29,1	29,7	30,3	30,9	31,5	0,93	31,0	31,6	32,2	32,9	33,5	34,1	34,7	1,38	17,4	18,1	18,8	19,5	20,2	20,8	21,5	
1,19	28,4	29,0	29,6	30,1	30,7	31,3	31,9	0,94	30,9	31,5	32,1	32,8	33,4	34,0	34,6	1,39	16,8	17,5	18,2	18,9	19,6	20,3	21,0	
1,20	28,8	29,4	29,9	30,5	31,1	31,7	32,3	0,95	30,8	31,4	32,0	32,6	33,3	33,9	34,5	1,40	16,1	16,9	17,6	18,4	19,1	19,8	20,4	
								0,96	30,7	31,3	31,9	32,5	33,1	33,7	34,3									
								0,97	30,6	31,2	31,8	32,4	33,0	33,6	34,2									
								0,98	30,4	31,0	31,6	32,2	32,8	33,4	34,0									
								0,99	30,3	30,9	31,5	32,1	32,7	33,3	33,9									
$\frac{u}{c}$	0,52	0,53	0,54	0,55	0,56	0,57	0,58										$\frac{u}{c-u}$	0,52	0,53	0,54	0,55	0,56	0,57	0,58
0,55	20,2	21,8	23,2	24,6	26,0	27,3	28,6	1,00	30,1	30,7	31,3	31,9	32,5	33,1	33,7	0,80	20,6	20,7	20,9	21,0	21,2	21,3	21,5	
0,56	21,3	22,8	24,1	25,5	26,8	28,0	29,2	1,01	30,0	30,6	31,2	31,8	32,3	32,9	33,5	0,81	20,4	20,5	20,7	20,8	21,0	21,1	21,2	
0,57	22,3	23,7	25,0	26,3	27,5	28,7	29,9	1,02	29,8	30,4	31,0	31,6	32,2	32,8	33,4	0,82	19,6	19,7	19,9	20,0	20,2	20,3	20,4	
0,58	23,2	24,5	25,8	27,0	28,1	29,3	30,5	1,03	29,6	30,2	30,8	31,4	32,0	32,6	33,2	0,83	19,1	19,2	19,3	19,5	19,6	19,8	19,9	
0,59	24,0	25,3	26,4	27,6	28,8	29,9	31,0	1,04	29,5	30,0	30,6	31,2	31,8	32,4	33,0	0,84	18,5	18,7	18,8	18,9	19,1	19,2	19,3	
0,60	24,8	25,9	27,1	28,2	29,3	30,4	31,5	1,05	29,3	29,8	30,4	31,0	31,6	32,2	32,8	0,85	18,0	18,1	18,2	18,4	18,5	18,6	18,7	
0,61	25,4	26,6	27,7	28,8	29,9	30,9	31,9	1,06	29,1	29,6	30,2	30,8	31,4	32,0	32,5	0,86	17,4	17,5	17,6	17,8	17,9	18,0	18,1	
0,62	26,1	27,1	28,2	29,2	30,3	31,3	32,3	1,07	28,8	29,4	30,0	30,6	31,2	31,7	32,3	0,87	16,8	16,9	17,0	17,1	17,3	17,4	17,5	
0,63	26,6	27,7	28,7	29,7	30,7	31,7	32,7	1,08	28,6	29,2	29,8	30,4	31,0	31,5	32,1	0,88	16,1	16,3	16,4	16,5	16,6	16,7	16,8	
0,64	27,1	28,1	29,1	30,1	31,1	32,1	33,0	1,09	28,4	29,0	29,5	30,1	30,7	31,3	31,9	0,89	15,5	15,6	15,7	15,8	15,9	16,0	16,1	
0,65	27,6	28,6	29,6	30,5	31,5	32,4	33,3	1,10	28,2	28,7	29,3	29,9	30,5	31,1	31,6	0,90	14,8	14,9	15,0	15,1	15,2	15,3	15,4	
0,66	28,0	29,0	29,9	30,9	31,8	32,7	33,6	1,11	27,9	28,5	29,1	29,6	30,2	30,8	31,4	0,91	14,0	14,1	14,2	14,3	14,4	14,5	14,6	
0,67	28,4	29,4	30,3	31,2	32,1	33,0	33,9	1,12	27,7	28,2	28,8	29,4	30,0	30,5	31,1	0,92	13,3	13,4	13,4	13,5	13,6	13,7	13,8	
0,68	28,8	29,7	30,6	31,5	32,4	33,3	34,1	1,13	27,4	28,0	28,5	29,1	29,7	30,3	30,8	0,93	12,4	12,5	12,6	12,7	12,8	12,8	12,9	
0,69	29,1	30,0	30,9	31,7	32,6	33,5	34,3	1,14	27,1	27,7	28,3	28,8	29,4	30,0	30,6	0,94	11,5	11,6	11,7	11,7	11,8	11,9	12,0	
0,70	29,4	30,3	31,1	32,0	32,8	33,7	34,5	1,15	26,8	27,4	28,0	28,6	29,1	29,7	30,3	0,95	10,5	10,6	10,7	10,7	10,8	10,9	10,9	
0,71	29,7	30,5	31,4	32,2	33,0	33,9	34,7	1,16	26,6	27,1	27,7	28,3	28,9	29,4	30,0	0,96	9,4	9,5	9,6	9,6	9,7	9,7	9,8	
0,72	29,9	30,8	31,6	32,4	33,2	34,0	34,8	1,17	26,3	26,8	27,4	28,0	28,6	29,1	29,7	0,97	8,2	8,2	8,3	8,3	8,4	8,4	8,5	
0,73	30,1	31,0	31,8	32,6	33,4	34,2	35,0	1,18	26,0	26,5	27,1	27,7	28,3	28,8	29,4	0,98	6,7	6,7	6,8	6,8	6,9	6,9	6,9	
0,74	30,3	31,1	31,9	32,7	33,5	34,3	35,1	1,19	25,6	26,2	26,8	27,4	27,9	28,5	29,1	0,99	4,7	4,8	4,8	4,8	4,9	4,9	4,9	
0,75	30,5	31,3	32,1	32,9	33,6	34,4	35,2	1,20	25,3	25,9	26,5	27,0	27,6	28,2	28,8	1,00	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
$\frac{c}{c+u}$	0,52	0,53	0,54	0,55	0,56	0,57	0,58										$\frac{c-u}{u}$	0,52	0,53	0,54	0,55	0,56	0,57	0,58

$A = C + \Delta A$ } на северной части западной границы,
 } на южной части восточной границы;
 $A = C - \Delta A$ } на южной части западной границы.
 } на северной части восточной границы.

Таблица 11. Дифференциальные коэффициенты Φ

Поправка широты при вычислении границ солнечного затмения в горизонте

<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block; transform: rotate(-45deg);"> B A </div>		0°	2°	4°	6°	8°	10°	12°	14°	16°	18°	20°	22°	24°	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block; transform: rotate(45deg);"> B A </div>	
90° 90°	0,00	0,03	0,07	0,10	0,14	0,17	0,21	0,24	0,28	0,31	0,34	0,37	0,41	270°	270°	
88 92	0,00	0,03	0,07	0,10	0,14	0,17	0,21	0,24	0,28	0,31	0,34	0,37	0,41	268	272	
86 94	0,00	0,03	0,07	0,10	0,14	0,17	0,21	0,24	0,28	0,31	0,34	0,38	0,41	266	274	
84 96	0,00	0,04	0,07	0,11	0,14	0,17	0,21	0,24	0,28	0,31	0,34	0,38	0,41	264	276	
82 98	0,00	0,04	0,07	0,11	0,14	0,18	0,21	0,24	0,28	0,31	0,34	0,38	0,41	262	278	
80 100	0,00	0,04	0,07	0,11	0,14	0,18	0,21	0,25	0,28	0,31	0,35	0,38	0,41	260	280	
78 102	0,00	0,04	0,07	0,11	0,14	0,18	0,21	0,25	0,28	0,32	0,35	0,38	0,41	258	282	
76 104	0,00	0,04	0,07	0,11	0,14	0,18	0,21	0,25	0,28	0,32	0,35	0,38	0,42	256	284	
74 106	0,00	0,04	0,07	0,11	0,14	0,18	0,22	0,25	0,29	0,32	0,35	0,39	0,42	254	286	
72 108	0,00	0,04	0,07	0,11	0,15	0,18	0,22	0,25	0,29	0,32	0,36	0,39	0,42	252	288	
70 110	0,00	0,04	0,07	0,11	0,15	0,18	0,22	0,26	0,29	0,33	0,36	0,39	0,43	250	290	
68 112	0,00	0,04	0,08	0,11	0,15	0,19	0,22	0,26	0,30	0,33	0,37	0,40	0,43	248	292	
66 114	0,00	0,04	0,08	0,11	0,15	0,19	0,23	0,26	0,30	0,34	0,37	0,40	0,44	246	294	
64 116	0,00	0,04	0,08	0,12	0,15	0,19	0,23	0,27	0,30	0,34	0,38	0,41	0,44	244	296	
62 118	0,00	0,04	0,08	0,12	0,16	0,20	0,23	0,27	0,31	0,35	0,38	0,42	0,45	242	298	
60 120	0,00	0,04	0,08	0,12	0,16	0,20	0,24	0,28	0,31	0,35	0,39	0,42	0,46	240	300	
58 122	0,00	0,04	0,08	0,12	0,16	0,20	0,24	0,28	0,32	0,36	0,39	0,43	0,46	238	302	
56 124	0,00	0,04	0,08	0,13	0,17	0,21	0,25	0,29	0,33	0,36	0,40	0,44	0,47	236	304	
54 126	0,00	0,04	0,09	0,13	0,17	0,21	0,25	0,29	0,33	0,37	0,41	0,45	0,48	234	306	
52 128	0,00	0,04	0,09	0,13	0,18	0,22	0,26	0,30	0,34	0,38	0,42	0,46	0,49	232	308	
50 130	0,00	0,05	0,09	0,14	0,18	0,22	0,27	0,31	0,35	0,39	0,43	0,47	0,50	230	310	
48 132	0,00	0,05	0,09	0,14	0,19	0,23	0,27	0,32	0,36	0,40	0,44	0,48	0,51	228	312	
46 134	0,00	0,05	0,10	0,14	0,19	0,24	0,28	0,33	0,37	0,41	0,45	0,49	0,53	226	314	
44 136	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,29	0,34	0,38	0,42	0,46	0,50	0,54	224	316	
42 138	0,00	0,05	0,10	0,16	0,21	0,25	0,30	0,35	0,39	0,44	0,48	0,52	0,55	222	318	
40 140	0,00	0,05	0,11	0,16	0,21	0,26	0,31	0,36	0,41	0,45	0,49	0,53	0,57	220	320	
38 142	0,00	0,06	0,11	0,17	0,22	0,28	0,33	0,38	0,42	0,47	0,51	0,55	0,59	218	322	
36 144	0,00	0,06	0,12	0,18	0,23	0,29	0,34	0,39	0,44	0,48	0,53	0,57	0,60	216	324	
34 146	0,00	0,06	0,12	0,18	0,24	0,30	0,36	0,41	0,46	0,50	0,55	0,59	0,62	214	326	
32 148	0,00	0,07	0,13	0,19	0,26	0,32	0,37	0,43	0,48	0,52	0,57	0,61	0,64	212	328	
30 150	0,00	0,07	0,14	0,21	0,27	0,33	0,39	0,45	0,50	0,54	0,59	0,63	0,67	210	330	

 Φ одного знака с B .

Таблица 12. Дифференциальные коэффициенты Δ

Поправка долготы при вычислении границ солнечного затмения в горизонте

$\begin{matrix} B \\ A \end{matrix}$	0°	2°	4°	6°	8°	10°	12°	14°	16°	18°	20°	22°	24°	$\begin{matrix} B \\ A \end{matrix}$
90° ⁺ 90°	1,00	1,00	1,00	0,99	0,99	0,98	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94	0,93	0,91	270° ⁻ 270°
88 92	1,00	1,00	1,00	1,00	0,99	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94	0,93	0,91	268 272
86 94	1,00	1,00	1,00	1,00	0,99	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94	0,93	0,92	266 274
84 96	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00	0,99	0,98	0,98	0,97	0,96	0,94	0,93	0,92	264 276
82 98	1,01	1,01	1,01	1,00	1,00	0,99	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,93	0,92	262 278
80 100	1,02	1,01	1,01	1,01	1,00	1,00	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94	0,92	260 280
78 102	1,02	1,02	1,02	1,02	1,01	1,01	1,00	0,99	0,98	0,97	0,96	0,94	0,93	258 282
76 104	1,03	1,03	1,03	1,02	1,02	1,01	1,01	1,00	0,99	0,97	0,96	0,95	0,93	256 284
74 106	1,04	1,04	1,04	1,03	1,03	1,02	1,01	1,00	0,99	0,98	0,97	0,95	0,94	254 286
72 108	1,05	1,05	1,05	1,04	1,04	1,03	1,02	1,01	1,00	0,99	0,98	0,96	0,94	252 288
70 110	1,06	1,06	1,06	1,06	1,05	1,04	1,04	1,02	1,01	1,00	0,98	0,97	0,95	250 290
68 112	1,08	1,08	1,08	1,07	1,06	1,06	1,05	1,04	1,02	1,01	0,99	0,98	0,96	248 292
66 114	1,09	1,09	1,09	1,09	1,08	1,07	1,06	1,05	1,04	1,02	1,01	0,99	0,97	246 294
64 116	1,11	1,11	1,11	1,10	1,10	1,09	1,08	1,06	1,05	1,03	1,02	1,00	0,98	244 296
62 118	1,13	1,13	1,13	1,12	1,12	1,11	1,09	1,08	1,07	1,05	1,03	1,01	0,99	242 298
60 120	1,15	1,15	1,15	1,14	1,14	1,13	1,11	1,10	1,08	1,06	1,04	1,02	1,00	240 300
58 122	1,18	1,18	1,17	1,17	1,16	1,15	1,13	1,12	1,10	1,08	1,06	1,04	1,01	238 302
56 124	1,21	1,20	1,20	1,19	1,18	1,17	1,16	1,14	1,12	1,10	1,08	1,05	1,02	236 304
54 126	1,24	1,23	1,23	1,22	1,21	1,20	1,18	1,16	1,14	1,12	1,09	1,07	1,04	234 306
52 128	1,27	1,27	1,26	1,25	1,24	1,23	1,21	1,19	1,17	1,14	1,11	1,08	1,05	232 308
50 130	1,31	1,30	1,30	1,29	1,28	1,26	1,24	1,22	1,19	1,16	1,13	1,10	1,07	230 310
48 132	1,35	1,34	1,34	1,33	1,31	1,29	1,27	1,25	1,22	1,19	1,15	1,12	1,08	228 312
46 134	1,39	1,39	1,38	1,37	1,35	1,33	1,31	1,28	1,25	1,21	1,18	1,14	1,10	226 314
44 136	1,44	1,44	1,43	1,42	1,40	1,37	1,35	1,31	1,28	1,24	1,20	1,16	1,12	224 316
42 138	1,49	1,49	1,48	1,47	1,45	1,42	1,39	1,35	1,31	1,27	1,23	1,18	1,13	222 318
40 140	1,56	1,55	1,54	1,52	1,50	1,47	1,43	1,39	1,35	1,30	1,25	1,20	1,15	220 320
38 142	1,62	1,62	1,61	1,59	1,56	1,52	1,48	1,44	1,39	1,34	1,28	1,22	1,17	218 322
36 144	1,70	1,70	1,68	1,66	1,63	1,58	1,54	1,49	1,43	1,37	1,31	1,25	1,18	216 324
34 146	1,79	1,79	1,76	1,74	1,70	1,65	1,60	1,54	1,47	1,41	1,34	1,27	1,20	214 326
32 148	1,89	1,88	1,86	1,83	1,78	1,73	1,66	1,59	1,52	1,44	1,36	1,29	1,21	212 328
30 150 ⁺	2,00	1,99	1,97	1,93	1,87	1,81	1,73	1,65	1,57	1,48	1,39	1,30	1,22	210 330 ⁻
$\begin{matrix} A \\ B \end{matrix}$	0°	2°	4°	6°	8°	10°	12°	14°	16°	18°	20°	22°	24°	$\begin{matrix} A \\ B \end{matrix}$

Δ положительно, если аргумент A взят с левой стороны,
 Δ отрицательно, если аргумент A взят с правой стороны.

Таблица 13. Значения b для вычисления границ наибольшей фазы в горизонте

$\begin{matrix} g \\ A-N \end{matrix}$	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	$\begin{matrix} g \\ A-N \end{matrix}$
0° 180°	34,5	34,5	34,5	34,5	34,5	34,5	34,5	34,5	34,5	34,5	34,5	180° 360°
2 178	35,1	34,9	34,8	34,7	34,6	34,5	34,4	34,3	34,2	34,1	33,9	182 358
4 176	35,6	35,4	35,2	34,9	34,7	34,5	34,3	34,1	33,8	33,6	33,4	184 356
6 174	36,2	35,8	35,5	35,2	34,8	34,5	34,2	33,8	33,5	33,2	32,8	186 354
8 172	36,7	36,3	35,8	35,4	34,9	34,5	34,1	33,6	33,2	32,7	32,3	188 352
10 170	37,3	36,7	36,2	35,6	35,1	34,5	33,9	33,4	32,8	32,3	31,7	190 350
12 168	37,8	37,2	36,5	35,8	35,2	34,5	33,8	33,2	32,5	31,8	31,2	192 348
14 166	38,4	37,6	36,8	36,0	35,3	34,5	33,7	33,0	32,2	31,4	30,6	194 346
16 164	38,9	38,0	37,1	36,3	35,4	34,5	33,6	32,7	31,9	31,0	30,1	196 344
18 162	39,4	38,5	37,5	36,5	35,5	34,5	33,5	32,5	31,5	30,5	29,6	198 342
20 160	40,0	38,9	37,8	36,7	35,6	34,5	33,4	32,3	31,2	30,1	29,0	200 340
22 158	40,5	39,3	38,1	36,9	35,7	34,5	33,3	32,1	30,9	29,7	28,5	202 338
24 156	41,0	39,7	38,4	37,1	35,8	34,5	33,2	31,9	30,6	29,3	28,0	204 336
26 154	41,5	40,1	38,7	37,3	35,9	34,5	33,1	31,7	30,3	28,9	27,5	206 334
28 152	42,0	40,5	39,0	37,5	36,0	34,5	33,0	31,5	30,0	28,5	27,0	208 332
30 150	42,5	40,9	39,3	37,7	36,1	34,5	32,9	31,3	29,7	28,1	26,5	210 330
32 148	43,0	41,3	39,6	37,9	36,2	34,5	32,8	31,1	29,4	27,7	26,0	212 328
34 146	43,4	41,7	39,9	38,1	36,3	34,5	32,7	30,9	29,1	27,3	25,6	214 326
36 144	43,9	42,0	40,1	38,3	36,4	34,5	32,6	30,7	28,9	27,0	25,1	216 324
38 142	44,4	42,4	40,4	38,4	36,5	34,5	32,5	30,6	28,6	26,6	24,6	218 322
40 140	44,8	42,7	40,7	38,6	36,6	34,5	32,4	30,4	28,3	26,3	24,2	220 320
42 138	45,2	43,1	40,9	38,8	36,6	34,5	32,4	30,2	28,1	25,9	23,8	222 318
44 136	45,6	43,4	41,2	38,9	36,7	34,5	32,3	30,1	27,8	25,6	23,4	224 316
46 134	46,0	43,7	41,4	39,1	36,8	34,5	32,2	29,9	27,6	25,3	23,0	226 314
48 132	46,4	44,0	41,6	39,3	36,9	34,5	32,1	29,7	27,4	25,0	22,6	228 312
50 130	46,8	44,3	41,9	39,4	37,0	34,5	32,0	29,6	27,1	24,7	22,2	230 310
52 128	47,1	44,6	42,1	39,5	37,0	34,5	32,0	29,5	26,9	24,4	21,9	232 308
54 126	47,4	44,9	42,3	39,7	37,1	34,5	31,9	29,3	26,7	24,1	21,6	234 306
56 124	47,8	45,1	42,5	39,8	37,2	34,5	31,8	29,2	26,5	23,9	21,2	236 304
58 122	48,1	45,4	42,6	39,9	37,2	34,5	31,8	29,1	26,4	23,6	20,9	238 302
60 120	48,4	45,6	42,8	40,0	37,3	34,5	31,7	29,0	26,2	23,4	20,6	240 300
62 118	48,6	45,8	43,0	40,2	37,3	34,5	31,7	28,8	26,0	23,2	20,4	242 298
64 116	48,9	46,0	43,1	40,3	37,4	34,5	31,6	28,7	25,9	23,0	20,1	244 296
66 114	49,1	46,2	43,3	40,3	37,4	34,5	31,6	28,7	25,7	22,8	19,9	246 294
68 112	49,3	46,4	43,4	40,4	37,5	34,5	31,5	28,6	25,6	22,6	19,7	248 292
70 110	49,5	46,5	43,5	40,5	37,5	34,5	31,5	28,5	25,5	22,5	19,5	250 290
72 108	49,7	46,7	43,6	40,6	37,5	34,5	31,5	28,4	25,4	22,3	19,3	252 288
74 106	49,9	46,8	43,7	40,7	37,6	34,5	31,4	28,3	25,3	22,2	19,1	254 286
76 104	50,0	46,9	43,8	40,7	37,6	34,5	31,4	28,3	25,2	22,1	19,0	256 284
78 102	50,2	47,0	43,9	40,8	37,6	34,5	31,4	28,2	25,1	22,0	18,8	258 282
80 100	50,3	47,1	44,0	40,8	37,7	34,5	31,3	28,2	25,0	21,9	18,7	260 280
82 98	50,3	47,2	44,0	40,8	37,7	34,5	31,3	28,2	25,0	21,8	18,7	262 278
84 96	50,4	47,2	44,0	40,9	37,7	34,5	31,3	28,1	25,0	21,8	18,6	264 276
86 94	50,5	47,3	44,1	40,9	37,7	34,5	31,3	28,1	24,9	21,7	18,5	266 274
88 92	50,5	47,3	44,1	40,9	37,7	34,5	31,3	28,1	24,9	21,7	18,5	268 272
90 90	50,5	47,3	44,1	40,9	37,7	34,5	31,3	28,1	24,9	21,7	18,5	270 270
$\begin{matrix} A-N \\ g \end{matrix}$	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	$\begin{matrix} A-N \\ g \end{matrix}$

Для северных частей границ аргументы берутся сверху и слева или снизу и справа.
 Для южных частей границ аргументы берутся сверху и справа или снизу и слева.
 b всегда отрицательно.

Таблица 14. Радиус Земли ρ_1 для вычисления границ затмения в горизонте

A \ B		0°	2°	4°	6°	8°	10°	12°	14°	16°	18°	20°	22°	24°	B \ A	
0°	180°	0,99 693	693	694	696	699	703	707	712	718	725	732	740	748	180°	360°
2	178	693	694	695	697	700	703	708	713	719	725	732	740	748	182	358
4	176	694	695	696	698	701	704	709	714	720	726	733	741	749	184	356
6	174	696	697	698	700	703	706	711	716	722	728	735	743	751	186	354
8	172	699	700	701	703	706	709	713	718	724	731	738	745	753	188	352
10	170	0,99 703	703	704	706	709	713	717	722	727	734	741	748	756	190	350
12	168	707	708	709	711	713	717	721	726	731	738	745	752	760	192	348
14	166	712	713	714	716	718	722	726	731	736	742	749	756	764	194	346
16	164	718	719	720	722	724	727	731	736	742	748	754	761	769	196	344
18	162	725	725	726	728	731	734	738	742	748	754	760	767	775	198	342
20	160	0,99 732	732	733	735	738	741	745	749	754	760	766	773	781	200	340
22	158	740	740	741	743	745	748	752	756	761	767	773	780	787	202	338
24	156	748	748	749	751	753	756	760	764	769	775	781	787	794	204	336
26	154	757	757	758	760	762	765	769	773	777	783	789	795	802	206	334
28	152	766	767	768	769	771	774	778	782	786	791	797	803	810	208	332
30	150	0,99 776	777	778	779	781	784	787	791	795	800	806	812	818	210	330
32	148	787	787	788	789	791	794	797	801	805	810	815	820	826	212	328
34	146	797	798	798	800	802	804	807	811	815	819	824	830	835	214	326
36	144	808	809	809	811	812	815	818	821	825	829	834	839	845	216	324
38	142	819	820	820	822	824	826	828	832	835	839	844	849	854	218	322
40	140	0,99 831	831	832	833	835	837	839	842	846	850	854	859	863	220	320
42	138	842	843	843	845	846	848	850	853	857	860	864	868	873	222	318
44	136	854	854	855	856	858	859	862	864	867	871	874	879	883	224	316
46	134	866	866	867	868	869	871	873	875	878	881	885	889	893	226	314
48	132	878	878	878	879	880	882	884	886	889	892	895	899	902	228	312
50	130	0,99 889	889	890	891	892	893	895	897	900	902	905	909	912	230	310
52	128	901	901	901	902	903	904	906	908	910	913	915	918	922	232	308
54	126	912	912	912	913	914	915	917	919	921	923	925	928	931	234	306
56	124	923	923	923	924	925	926	927	929	931	933	935	938	940	236	304
58	122	934	934	934	935	935	936	938	939	941	943	945	947	949	238	302
60	120	0,99 944	944	944	945	946	946	947	949	950	952	954	956	958	240	300
62	118	954	954	954	955	955	956	957	958	960	961	963	964	966	242	298
64	116	963	963	964	964	965	965	966	967	968	970	971	972	974	244	296
66	114	972	972	973	973	974	974	975	976	977	978	979	980	982	246	294
68	112	981	981	981	981	982	982	983	984	984	985	986	987	989	248	292
70	110	0,99 989	989	989	989	989	990	990	991	992	992	993	994	995	250	290
72	108	996	996	996	996	997	997	997	998	998	999	*000	*000	*001	252	288
74	106	1,00 002	003	003	003	003	003	004	004	004	005	005	006	007	254	286
76	104	008	008	008	009	009	009	009	010	010	010	011	011	012	256	284
78	102	014	014	014	014	014	014	014	014	015	015	015	016	016	258	282
80	100	1,00 018	018	018	018	018	018	018	019	019	019	019	019	020	260	280
82	98	022	022	022	022	022	022	022	022	022	022	022	022	023	262	278
84	96	024	024	024	024	024	025	025	025	025	025	025	025	025	264	276
86	94	026	026	026	026	026	027	027	027	027	027	027	027	027	266	274
88	92	028	028	028	028	028	028	028	028	028	028	028	028	028	268	272
90	90	1,00 028	028	028	028	028	028	028	028	028	028	028	028	028	270	270

Для B берется абсолютное значение.

Таблица 15. Логарифм радиуса Земли $\lg \rho$ для вычисления солнечных затмений

$B \backslash A$	0°	2°	4°	6°	8°	10°	12°	14°	16°	18°	20°	22°	24°	26°	28°	30°
0° 180°	9,99 854	854	855	856	857	859	860	863	865	868	871	875	878	882	886	891
2 178		854	855	856	857	859	861	863	865	868	871	875	878	882	886	891
4 176		855	855	856	856	858	859	861	863	866	869	872	875	879	883	887
6 174		856	856	856	857	859	860	862	864	867	870	873	876	880	883	887
8 172		857	857	858	859	860	861	863	865	868	871	874	877	881	884	888
10 170	9,99 859	859	859	860	861	863	865	867	869	872	875	878	882	886	890	894
12 168		860	861	861	862	863	865	866	869	871	874	877	880	883	887	891
14 166		863	863	863	864	865	867	869	871	873	876	879	882	885	889	893
16 164		865	865	866	867	868	869	871	873	875	878	881	884	887	891	895
18 162		868	868	869	870	871	872	874	876	878	881	883	887	890	893	901
20 160	9,99 871	871	872	873	874	875	877	879	881	883	886	889	892	896	900	903
22 158		875	875	875	876	877	878	880	882	884	887	889	892	895	899	902
24 156		878	878	879	880	881	882	883	885	887	890	892	895	898	902	905
26 154		882	882	883	883	884	886	887	889	891	893	896	899	902	905	908
28 152		886	886	887	887	888	890	891	893	895	897	900	902	905	908	911
30 150	9,99 891	891	891	892	893	894	895	897	899	901	903	906	909	912	915	918
32 148		895	895	896	896	897	898	900	901	903	905	907	910	912	915	918
34 146		900	900	900	901	902	903	904	906	907	909	911	914	916	919	922
36 144		904	905	905	905	906	907	909	910	912	914	916	918	920	923	925
38 142		909	909	910	910	911	912	913	915	916	918	920	922	924	927	929
40 140	9,99 914	914	915	915	916	917	918	919	921	922	924	926	928	931	933	936
42 138		919	919	920	920	921	922	923	924	925	927	929	931	933	935	937
44 136		924	925	925	925	926	927	928	929	930	932	933	935	937	939	941
46 134		930	930	930	930	931	932	933	934	935	936	938	939	941	943	945
48 132		935	935	935	935	936	937	937	938	940	941	942	944	945	947	949
50 130	9,99 940	940	940	940	941	941	942	943	944	945	947	948	950	951	953	955
52 128		945	945	945	945	946	946	947	948	949	950	951	952	954	955	957
54 126		950	950	950	950	950	951	952	952	953	954	955	957	958	959	961
56 124		954	954	955	955	955	956	956	957	958	959	960	961	962	963	964
58 122		959	959	959	959	960	960	961	961	962	963	964	965	966	967	968
60 120	9,99 963	963	964	964	964	965	965	966	966	967	968	969	969	970	972	973
62 118		968	968	968	968	968	969	969	970	970	971	972	972	973	974	975
64 116		972	972	972	972	972	973	973	974	974	975	975	976	977	977	978
66 114		976	976	976	976	976	977	977	977	978	978	979	979	980	980	981
68 112		979	980	980	980	980	980	980	981	981	981	982	982	983	983	984
70 110	9,99 983	983	983	983	983	983	984	984	984	985	985	985	986	986	987	987
72 108		986	986	986	986	986	986	987	987	987	987	988	988	988	989	990
74 106		989	989	989	989	989	989	989	990	990	990	990	990	991	991	992
76 104		991	991	991	992	992	992	992	992	992	992	992	993	993	993	994
78 102		994	994	994	994	994	994	994	994	994	994	994	995	995	995	995
80 100	9,99 996	996	996	996	996	996	996	996	996	996	996	996	996	996	997	997
82 98		997	997	997	997	997	997	997	997	997	997	997	998	998	998	998
84 96		998	998	998	998	998	998	998	998	999	999	999	999	999	999	999
86 94		999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999
88 92	0,00 000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000
90 90	0,00 000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000

При $B < 0$ вертикальный аргумент равен $-B$, при $B > 180^\circ$ вертикальный аргумент равен $B - 180^\circ$. Для затмения в горизонте $\lg \rho$ увеличивается на $+0,00012$.

Таблица 15 (продолжение). Логарифм радиуса Земли $\lg r$ для вычисления солнечных затмений

$\begin{matrix} A \\ B \end{matrix}$	30°	32°	34°	36°	38°	40°	42°	44°	46°	48°	50°	52°	54°	56°	58°	60°
0° 180°	9,99 891	895	900	904	909	914	919	924	930	935	940	945	950	954	959	963
2 178	891	895	900	905	909	914	919	925	930	935	940	945	950	954	959	963
4 176	891	896	900	905	910	915	920	925	930	935	940	945	950	955	959	964
6 174	892	896	901	905	910	915	920	925	930	935	940	945	950	955	959	964
8 172	893	897	902	906	911	916	921	926	931	936	941	946	950	955	960	964
10 170	9,99 894	898	903	907	912	917	922	927	932	937	941	946	951	956	960	965
12 168	895	900	904	909	913	918	923	928	933	937	942	947	952	956	961	965
14 166	897	901	906	910	915	919	924	929	934	938	943	948	952	957	961	966
16 164	899	903	907	912	916	921	925	930	935	940	944	949	953	958	962	966
18 162	901	905	909	914	918	922	927	932	936	941	945	950	954	959	963	967
20 160	9,99 903	907	911	916	920	924	929	933	938	942	947	951	955	960	964	968
22 158	906	910	914	918	922	926	931	935	939	944	948	952	957	961	965	969
24 156	909	912	916	920	924	928	933	937	941	945	950	954	958	962	966	969
26 154	912	915	919	923	927	931	935	939	943	947	951	955	959	963	967	970
28 152	915	918	922	925	929	933	937	941	945	949	953	957	961	964	968	972
30 150	9,99 918	921	925	928	932	936	939	943	947	951	955	958	962	966	969	973
32 148	921	924	928	931	935	938	942	946	949	953	957	960	964	967	970	974
34 146	925	928	931	934	938	941	945	948	952	955	958	962	965	969	972	975
36 144	928	931	934	937	941	944	947	950	954	957	960	964	967	970	973	976
38 142	932	935	938	941	944	947	950	953	956	959	962	966	969	972	974	977
40 140	9,99 936	938	941	944	947	950	953	956	959	962	965	967	970	973	976	979
42 138	939	942	945	947	950	953	955	958	961	964	967	969	972	975	977	980
44 136	943	946	948	950	953	956	958	961	963	966	969	971	974	976	979	981
46 134	947	949	952	954	956	959	961	963	966	968	971	973	976	978	980	982
48 132	951	953	955	957	959	962	964	966	968	971	973	975	977	980	982	984
50 130	9,99 955	957	958	960	962	965	967	969	971	973	975	977	979	981	983	985
52 128	958	960	962	964	966	967	969	971	973	975	977	979	981	983	984	986
54 126	962	964	965	967	969	970	972	974	976	977	979	981	983	984	986	987
56 124	966	967	969	970	972	973	975	976	978	980	981	983	984	986	987	989
58 122	969	970	972	973	974	976	977	979	980	982	983	984	986	987	988	990
60 120	9,99 973	974	975	976	977	979	980	981	982	984	985	986	987	989	990	991
62 118	976	977	978	979	980	981	982	983	984	986	987	988	989	990	991	992
64 116	979	980	981	982	983	984	984	985	986	987	988	989	990	991	992	993
66 114	982	983	983	984	985	986	987	987	988	989	990	991	992	992	993	994
68 112	985	985	986	987	987	988	989	989	990	991	992	992	993	994	994	995
70 110	9,99 987	988	988	989	989	990	991	991	992	992	993	994	994	995	995	996
72 108	990	990	990	991	991	992	992	993	993	994	994	995	995	996	996	997
74 106	992	992	992	993	993	993	994	994	995	995	995	996	996	997	997	997
76 104	994	994	994	994	995	995	995	996	996	996	996	997	997	997	998	998
78 102	995	995	996	996	996	996	997	997	997	997	997	998	998	998	998	998
80 100	9,99 997	997	997	997	997	997	998	998	998	998	998	998	998	999	999	999
82 98	998	998	998	998	998	998	998	999	999	999	999	999	999	999	999	999
84 96	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	000	000	000
86 94	999	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000
88 92	0,00 000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000
90 90	0,00 000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000

При $B < 0$ вертикальный аргумент равен $-B$, при $B > 180^\circ$ вертикальный аргумент равен $B - 180^\circ$. Для затмения в горизонте $\lg r$ увеличивается на $+0,00012$.

Таблица 15 (окончание). Логарифм радиуса Земли $\lg \rho$ для вычисления солнечных затмений

$B \backslash A$	60°	62°	64°	66°	68°	70°	72°	74°	76°	78°	80°	82°	84°	86°	88°	90°
0° 180°	9,99 963	968	972	976	979	983	986	989	991	994	996	997	998	999	000	000
2 178	963	968	972	976	980	983	986	989	991	994	996	997	998	999	000	000
4 176	964	968	972	976	980	983	986	989	991	994	996	997	998	999	000	000
6 174	964	968	972	976	980	983	986	989	992	994	996	997	998	999	000	000
8 172	964	968	972	976	980	983	986	989	992	994	996	997	998	999	000	000
10 170	9,99 965	969	973	977	980	983	986	989	992	994	996	997	998	999	000	000
12 168	965	969	973	977	980	984	987	989	992	994	996	997	998	999	000	000
14 166	966	970	974	977	981	984	987	990	992	994	996	997	998	999	000	000
16 164	966	970	974	978	981	984	987	990	992	994	996	997	999	999	000	000
18 162	967	971	975	978	981	985	987	990	992	994	996	997	999	999	000	000
20 160	9,99 968	972	975	979	982	985	988	990	992	994	996	997	999	999	000	000
22 158	969	972	976	979	982	985	988	990	993	995	996	998	999	999	000	000
24 156	969	973	977	980	983	986	988	991	993	995	996	998	999	999	000	000
26 154	970	974	977	980	983	986	989	991	993	995	996	998	999	999	000	000
28 152	972	975	978	981	984	987	989	991	993	995	997	998	999	999	000	000
30 150	9,99 973	976	979	982	985	987	990	992	994	995	997	998	999	999	000	000
32 148	974	977	980	983	985	988	990	992	994	995	997	998	999	000	000	000
34 146	975	978	981	983	986	988	990	992	994	996	997	998	999	000	000	000
36 144	976	979	982	984	987	989	991	993	994	996	997	998	999	000	000	000
38 142	977	980	983	985	987	989	991	993	995	996	997	998	999	000	000	000
40 140	9,99 979	981	984	986	988	990	992	993	995	996	997	998	999	000	000	000
42 138	980	982	984	987	989	991	992	994	995	997	998	998	999	000	000	000
44 136	981	983	985	987	989	991	993	994	996	997	998	999	999	000	000	000
46 134	982	984	986	988	990	992	993	995	996	997	998	999	999	000	000	000
48 132	984	986	987	989	991	992	994	995	996	997	998	999	999	000	000	000
50 130	9,99 985	987	988	990	992	993	994	995	996	997	998	999	999	000	000	000
52 128	986	988	989	991	992	994	995	996	997	998	998	999	999	000	000	000
54 126	987	989	990	992	993	994	995	996	997	998	998	999	999	000	000	000
56 124	989	990	991	992	994	995	996	997	997	998	999	999	000	000	000	000
58 122	990	991	992	993	994	995	996	997	998	998	999	999	000	000	000	000
60 120	9,99 991	992	993	994	995	996	997	997	998	998	999	999	000	000	000	000
62 118	992	993	994	995	995	996	997	998	998	999	999	999	000	000	000	000
64 116	993	994	995	995	996	997	997	998	998	999	999	999	000	000	000	000
66 114	994	995	995	996	997	997	998	998	999	999	999	000	000	000	000	000
68 112	995	995	996	997	997	998	998	998	999	999	999	000	000	000	000	000
70 110	9,99 996	996	997	997	998	998	998	999	999	999	999	000	000	000	000	000
72 108	997	997	997	998	998	998	999	999	999	999	000	000	000	000	000	000
74 106	997	998	998	998	998	999	999	999	999	000	000	000	000	000	000	000
76 104	998	998	998	999	999	999	999	999	999	000	000	000	000	000	000	000
78 102	998	999	999	999	999	999	999	000	000	000	000	000	000	000	000	000
80 100	9,99 999	999	999	999	999	999	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000
82 98	999	999	999	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000
84 96	0,00 000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000
86 94	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000
88 92	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000
90 90	0,00 000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000

При $B < 0$ вертикальный аргумент равен $-B$, при $B > 180^\circ$ вертикальный аргумент равен $B - 180^\circ$. Для затмения в горизонте $\lg \rho$ увеличивается на $+0,00012$.

Таблица 16. Приближенные значения $\zeta \operatorname{tg} f_e$

$B+d \backslash A$	$\pm 0^\circ$	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
$0^\circ \ 180^\circ$	0,00 00	00	00	00	00	00	00	00	00	00
10 170	0,00 08	08	08	07	06	05	04	03	01	00
20 160	0,00 16	16	15	14	12	10	08	05	03	00
30 150	0,00 23	23	22	20	18	15	12	08	04	00
40 140	0,00 30	29	28	26	23	19	15	10	05	00
50 130	0,00 36	35	34	31	27	23	18	12	06	00
60 120	0,00 40	40	38	35	31	26	20	14	07	00
70 110	0,00 44	43	41	38	34	28	22	15	08	00
80 100	0,00 46	45	43	40	35	30	23	16	08	00
90 90	0,00 47	46	44	40	36	30	23	16	08	00

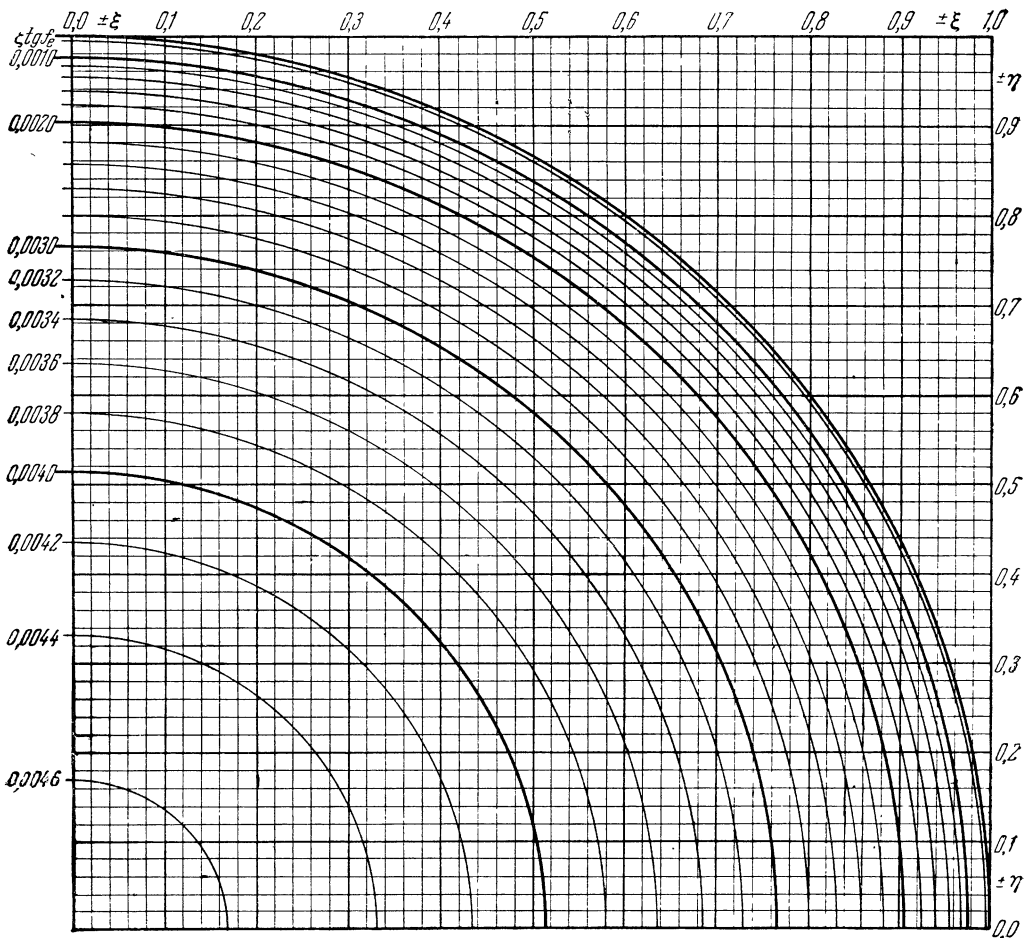
 $\zeta \operatorname{tg} f_e$ всегда положительно.График для определения $\zeta \operatorname{tg} f_e$ 

Таблица 17. Значения $l_e \sin L$ и $l_e \cos L$ для вычисления изогон солнечных затмений

$l_e \sin L$	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°
0,525	0,04576	0,09117	0,13588	0,17956	0,22187	0,26250	0,30113	0,33746	0,37123
526	584	134	614	990	230	300	170	811	194
527	593	151	640	0,18024	272	350	227	875	265
528	602	169	666	059	314	400	285	939	335
529	611	186	692	093	357	450	342	0,34003	406
0,530	0,04619	0,09203	0,13717	0,18127	0,22399	0,26500	0,30400	0,34068	0,37477
531	628	221	743	161	441	550	457	132	547
532	637	238	769	195	483	600	514	196	618
533	645	255	795	230	526	650	572	261	689
534	654	273	821	264	568	700	629	325	760
0,535	0,04663	0,09290	0,13847	0,18298	0,22610	0,26750	0,30686	0,34389	0,37830
536	672	308	873	332	652	800	744	453	901
537	680	325	899	366	695	850	801	518	972
538	689	342	924	401	737	900	858	582	0,38042
539	698	360	950	435	779	950	916	646	113
0,540	0,04706	0,09377	0,13976	0,18469	0,22821	0,27000	0,30973	0,34711	0,38184
541	715	394	0,14002	503	864	050	0,31030	775	254
542	724	412	028	537	906	100	088	839	325
543	733	429	054	572	948	150	145	903	396
544	741	446	080	606	990	200	203	968	467
0,545	0,04750	0,09464	0,14106	0,18640	0,23033	0,27250	0,31260	0,35032	0,38537
546	759	481	132	674	075	300	317	096	608
547	767	499	157	709	117	350	375	160	679
548	776	516	183	743	159	400	432	225	749
549	785	533	209	777	202	450	489	289	820
0,550	0,04794	0,09551	0,14235	0,18811	0,23244	0,27500	0,31544	0,35353	0,38891
551	802	568	261	845	286	550	604	418	962
552	811	585	287	880	329	600	661	482	0,39032
553	820	603	313	914	371	650	719	546	103
554	828	620	339	948	413	700	776	610	174
0,555	0,04837	0,09637	0,14364	0,18982	0,23455	0,27750	0,31833	0,35675	0,39244
556	846	655	390	0 19016	498	800	891	739	315
557	855	672	416	051	540	850	948	803	386
558	863	690	442	085	582	900	0,32006	868	457
559	872	707	468	119	624	950	063	932	527
0,560	0,04881	0,09724	0,14494	0,19153	0,23667	0,28000	0,32120	0,35996	0,39598
561	889	742	520	187	709	050	178	0,36060	669
562	898	759	546	222	751	100	235	125	739
563	907	776	572	256	793	150	292	189	810
564	916	794	597	290	836	200	350	253	881
0,565	0,04924	0,09811	0,14623	0,19324	0,23878	0,28250	0,32407	0,36317	0,39952
566	933	828	649	358	920	300	464	382	0,40022
567	942	846	675	393	962	350	522	446	093
568	950	863	701	427	0,24005	400	579	510	164
569	959	881	727	461	047	450	636	575	234
0,570	0,04968	0,09898	0,14753	0,19495	0,24089	0,28500	0,32694	0,36639	0,40305
571	977	915	779	529	132	550	751	703	376
572	985	933	804	564	174	600	809	767	447
573	994	950	830	598	216	650	866	832	517
574	0,05003	967	856	632	258	700	923	896	588
0,575	0,05011	0,09985	0,14882	0,19666	0,24301	0,28750	0,32981	0,36960	0,40659
$l_e \cos L$	85°	80°	75°	70°	65°	60°	55°	50°	45°
0,0001	0,9	1,7	2,6	3,4	4,2	5,0	5,7	6,4	7,1
2	1,7	3,5	5,2	6,8	8,5	10,0	11,5	12,9	14,1
3	2,6	5,2	7,8	10,3	12,7	15,0	17,2	19,3	21,2
4	3,5	6,9	10,4	13,7	16,9	20,0	22,9	25,7	28,3
5	4,4	8,7	12,9	17,1	21,1	25,0	28,7	32,1	35,4
6	5,2	10,4	15,5	20,5	25,4	30,0	34,4	38,6	42,4
7	6,1	12,2	18,1	23,9	29,6	35,0	40,2	45,0	49,5
8	7,0	13,9	20,7	27,4	33,8	40,0	45,9	51,4	56,6
9	7,8	15,6	23,3	30,8	38,0	45,0	51,6	57,9	63,6

Таблица 17 (окончание). Значения $l_e \sin L$ и $l_e \cos L$ для вычисления изогон солнечных затмений

$l_e \sin L$	50°	55°	60°	65°	70°	75°	80°	85°	90°
0,525	0,40217	0,43005	0,45446	0,47581	0,49334	0,50711	0,51702	0,52300	0,52500
526	294	087	553	672	428	808	801	400	600
527	371	169	640	762	522	904	899	499	700
528	447	251	726	853	616	0,51001	998	599	800
529	524	333	813	944	710	097	0,52096	699	900
0,530	0,40600	0,43415	0,45899	0,48034	0,49804	0,51194	0,52195	0,52798	0,53000
531	677	497	986	125	898	291	293	898	100
532	754	579	0,46073	216	992	387	392	998	200
533	830	661	159	306	0,50086	484	490	0,53027	300
534	907	743	246	397	180	580	589	197	400
0,535	0,40983	0,43825	0,46332	0,48487	0,50274	0,51677	0,52687	0,53296	0,53500
536	0,41060	907	419	578	368	774	786	396	600
537	137	988	506	669	461	870	884	496	700
538	213	0,44070	592	759	555	967	983	595	800
539	290	152	679	850	649	0,52063	0,53081	695	900
0,540	0,41366	0,44234	0,46765	0,48941	0,50743	0,52160	0,53180	0,53795	0,54000
541	443	316	852	0,49031	837	257	278	894	100
542	520	398	939	122	931	353	377	994	200
543	596	480	0,47025	213	0,51025	450	475	0,54093	300
544	673	562	112	303	119	546	574	193	400
0,545	0,41749	0,44644	0,47198	0,49394	0,51213	0,52643	0,53672	0,54293	0,54500
546	826	726	285	484	307	740	771	392	600
547	903	808	372	575	401	836	869	492	700
548	979	890	458	666	495	933	967	591	800
549	0,42056	971	545	756	589	0,53029	0,54066	691	900
0,550	0,42132	0,45053	0,47631	0,49847	0,51683	0,53126	0,54164	0,54791	0,55000
551	209	135	718	938	777	223	263	890	100
552	286	217	805	0,50028	871	319	361	990	200
553	362	299	891	119	965	416	460	0,55090	300
554	439	381	978	209	0,52059	512	558	189	400
0,555	0,42515	0,45463	0,48064	0,50300	0,52153	0,53609	0,54657	0,55289	0,55500
556	592	545	151	390	247	705	755	388	600
557	669	627	238	481	341	802	854	488	700
558	745	709	324	572	435	899	952	588	800
559	822	791	411	663	529	995	0,55051	687	900
0,560	0,42898	0,45873	0,48497	0,50753	0,52623	0,54092	0,55149	0,55787	0,56000
561	975	954	584	844	717	188	248	887	100
562	0,43052	0,46036	671	934	811	285	346	986	200
563	128	118	757	0,51025	905	382	445	0,56086	300
564	205	200	844	116	999	478	543	185	400
0,565	0,43282	0,46282	0,48930	0,51206	0,53093	0,54575	0,55642	0,56285	0,56500
566	358	364	0,49017	297	187	671	740	385	600
567	435	446	104	388	281	768	839	484	700
568	511	528	190	478	375	865	937	584	800
569	588	610	277	569	469	961	0,56036	683	900
0,570	0,43665	0,46692	0,49363	0,51660	0,53562	0,55058	0,56134	0,56783	0,57000
571	741	774	450	750	656	154	233	883	100
572	818	855	537	841	750	251	331	982	200
573	894	937	623	931	844	348	429	0,57082	300
574	971	0,47019	710	0,52022	938	444	528	182	400
0,575	0,44048	0,47101	0,49796	0,52113	0,54032	0,55541	0,56626	0,57281	0,57500
$l_e \cos L$	40°	35°	30°	25°	20°	15°	10°	5°	0°
0,0001	7,7	8,2	8,7	9,1	9,4	9,7	9,8	10,0	10,0
2	15,3	16,4	17,3	18,1	18,8	19,3	19,7	19,9	20,0
3	23,0	24,6	26,0	27,2	28,2	29,0	29,5	29,9	30,0
4	30,6	32,8	34,6	36,3	37,6	38,6	39,4	39,8	40,0
5	38,3	41,0	43,3	45,3	47,0	48,3	49,2	49,8	50,0
6	46,0	49,1	52,0	54,4	56,4	58,0	59,1	59,8	60,0
7	53,6	57,3	60,6	63,4	65,8	67,6	68,9	69,7	70,0
8	61,3	65,5	69,3	72,5	75,2	77,3	78,8	79,7	80,0
9	68,9	73,7	77,9	81,6	84,6	86,9	88,6	89,7	90,0

Таблица 18. Значения ξ' и η' для вычисления солнечных затмений

$B \backslash A$	0°	2°	4°	6°	8°	10°	12°	14°	16°	18°	20°	22°	24°	26°	28°	30°	
0 180°	0,00	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	0°
2 178		015	015	015	015	015	015	015	015	014	014	014	014	014	013	013	2
4 176		030	030	030	030	030	030	029	029	029	029	028	028	027	027	026	4
6 174		045	045	045	045	045	044	044	044	043	043	042	042	041	040	039	6
8 172		061	060	060	060	060	059	059	058	058	057	056	055	054	053	052	8
10 170	0,00	076	075	075	075	074	074	073	073	072	071	070	069	068	067	065	10
12 168		090	090	090	090	089	088	088	087	086	085	084	083	081	080	078	12
14 166		105	105	105	105	104	104	103	102	101	100	099	098	096	095	093	14
16 164		120	120	120	119	119	118	117	116	115	114	113	111	110	108	106	16
18 162		134	134	134	134	133	132	132	130	129	128	126	125	123	121	119	18
20 160	0,00	149	149	148	148	147	147	146	144	143	142	140	138	136	134	131	20
22 158		163	163	163	162	161	161	159	158	157	155	153	151	149	147	144	22
24 156		177	177	177	176	175	174	173	172	170	168	166	164	162	159	156	24
26 154		191	191	190	190	189	188	187	185	183	181	179	177	174	172	169	24
28 152		204	204	204	203	202	201	200	198	196	194	192	190	187	184	181	24
30 150	0,00	218	218	217	216	216	214	213	211	209	207	205	202	199	196	192	30
32 148		231	231	230	229	228	227	226	224	222	219	217	214	211	207	204	30
34 146		243	243	243	242	241	240	238	236	234	232	229	226	222	219	215	30
36 144		256	256	255	255	253	252	250	248	246	243	241	237	234	230	226	30
38 142		268	268	267	267	265	264	262	260	258	255	252	249	245	241	237	30
40 140	0,00	280	280	279	278	277	276	274	272	269	266	263	260	256	252	247	40
42 138		291	291	291	290	289	287	285	283	280	277	274	270	266	262	257	40
44 136		303	302	302	301	300	298	296	294	291	288	284	281	277	272	267	40
46 134		313	313	313	312	310	309	307	304	301	298	295	291	286	282	277	40
48 132		324	324	323	322	321	319	317	314	311	308	304	300	296	291	286	40
50 130	0,00	334	334	333	332	331	329	327	324	321	318	314	310	305	300	295	50
52 128		343	343	343	342	340	338	336	333	330	327	323	318	314	309	303	50
54 126		353	352	352	351	349	347	345	342	339	335	331	327	322	317	311	50
56 124		361	361	360	359	358	356	354	351	347	344	340	335	330	325	319	50
58 122		370	369	369	368	366	364	362	359	355	352	347	343	338	332	327	50
60 120	0,00	378	377	377	376	374	372	369	366	363	359	355	350	345	339	333	60
62 118		385	385	384	383	381	379	377	374	370	366	362	357	352	346	340	60
64 116		392	392	391	389	388	386	383	380	377	373	368	363	358	352	346	60
66 114		398	398	397	396	395	392	390	387	383	379	374	369	364	358	352	60
68 112		404	404	403	402	400	398	396	392	389	385	380	375	369	364	357	60
70 110	0,00	410	410	409	408	406	404	401	398	394	390	385	380	374	368	362	70
72 108		415	415	414	413	411	409	406	403	399	395	390	385	379	373	366	70
74 106		419	419	418	417	415	413	410	407	403	399	394	389	383	377	370	70
76 104		423	423	422	421	419	417	414	411	407	403	398	393	387	380	374	70
78 102		427	427	426	424	423	420	417	414	410	406	401	396	390	384	377	70
80 100	0,00	430	429	429	427	426	423	420	417	413	409	404	398	393	386	379	80
82 98		432	432	431	430	428	426	423	419	415	411	406	401	395	388	382	80
84 96		434	434	433	432	430	427	424	421	417	413	408	402	396	390	383	80
86 94		435	435	434	433	431	429	426	422	418	414	409	404	398	391	384	80
88 92		436	436	435	434	432	429	427	423	419	415	410	404	398	392	385	80
90 90	0,00	436	436	435	434	432	430	427	423	419	415	410	405	399	392	385	90
	90°	88°	86°	84°	82°	80°	78°	76°	74°	72°	70°	68°	66°	64°	62°	60°	$d \backslash A$

Для получения ξ' аргументы A и B берутся сверху и слева. При $B < 0$ за аргумент берется $-B$; при $B > 180^\circ$ берется $B - 180^\circ$ и ξ' приписывается знак $-$. Для получения η' аргументы A и d берутся снизу и справа. η' положительно, если A и d имеют одинаковые знаки, в противном случае η' отрицательно.

Т а б л и ц а 18 (продолжение). Значения ξ' и η' для вычисления солнечных затмений

$A \backslash B$	30°	32°	34°	36°	38°	40°	42°	44°	46°	48°	50°	52°	54°	56°	58°	60°		
0 180	0,00	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	0°	
2 178		013	013	013	012	012	012	011	011	010	010	009	009	009	008	008	2	
4 176		026	026	025	025	024	023	022	021	020	020	019	018	017	016	015	4	
6 174		039	039	038	037	036	035	034	033	032	030	029	028	027	025	024	6	
8 172		052	051	050	049	048	046	045	044	042	041	039	037	036	034	032	8	
10 170	0,00	065	064	063	061	060	058	056	054	053	051	049	047	044	042	040	038	10
12 168		078	077	075	073	071	069	067	065	063	061	058	056	053	051	048	045	12
14 166		091	089	087	085	083	081	078	076	073	071	068	065	062	059	056	053	14
16 164		104	102	100	097	095	092	089	086	083	080	077	074	071	067	064	060	16
18 162		117	114	112	109	106	103	100	097	094	090	087	083	079	075	071	067	18
20 160	0,00	129	126	123	121	117	114	111	107	104	100	096	092	088	083	079	075	20
22 158		141	138	135	132	129	125	121	117	113	109	105	101	096	091	085	082	22
24 156		153	150	147	143	140	136	132	127	123	119	114	109	104	099	094	089	24
26 154		165	162	158	154	150	146	142	137	133	128	123	118	112	107	101	096	
28 152		177	173	170	165	161	157	152	147	142	137	132	126	120	114	108	102	
30 150	0,00	189	185	181	176	172	167	162	157	151	146	140	134	128	122	116	109	
32 148		200	196	191	187	182	177	172	166	160	155	148	142	136	129	122	116	
34 146		211	207	202	197	192	187	181	175	169	163	157	150	143	136	129	122	
36 144		222	217	212	207	202	196	190	184	178	171	165	158	151	143	136	128	
38 142		232	227	222	217	211	206	199	193	186	180	173	165	158	150	142	134	
40 140	0,00	243	238	232	227	221	215	208	202	195	188	180	173	165	157	149	140	
42 138		253	247	242	236	230	223	217	210	203	195	188	180	172	163	155	146	
44 136		262	257	251	245	239	232	225	218	210	203	195	186	178	169	161	152	
46 134		272	266	260	254	247	240	233	226	218	210	202	193	184	175	166	157	
48 132		281	275	269	262	255	248	241	233	225	217	208	200	191	181	172	162	
50 130	0,00	289	283	277	270	263	256	248	240	232	224	215	206	196	187	177	167	
52 128		298	291	285	278	271	263	255	247	239	230	221	212	202	192	182	172	
54 126		305	299	292	285	278	270	262	254	245	236	227	217	207	197	187	176	
56 124		313	307	300	292	285	277	269	260	251	242	232	223	213	202	192	181	
58 122		320	314	307	299	291	283	275	266	257	248	238	228	217	207	196	185	
60 120	0,00	327	320	313	306	298	289	281	272	262	253	243	233	222	211	200	189	
62 118		333	327	319	312	303	295	286	277	268	258	248	237	226	215	204	193	
64 116		340	332	325	317	309	300	291	282	272	262	252	241	230	219	208	196	
66 114		345	338	330	322	314	305	296	287	277	267	256	245	234	223	211	199	
68 112		350	343	335	327	319	310	301	291	281	271	260	249	238	226	214	202	
70 110	0,00	355	348	340	332	323	314	305	295	285	274	264	252	241	229	217	205	
72 108		359	352	344	336	327	318	308	298	288	278	267	255	244	232	220	207	
74 106		363	356	348	339	330	321	312	302	291	281	270	258	247	235	222	210	
76 104		367	359	351	342	334	324	315	305	294	283	272	261	249	237	224	212	
78 102		370	362	354	345	336	327	317	307	296	286	274	263	251	239	226	213	
80 100	0,00	372	364	356	348	339	329	319	309	299	288	276	265	253	240	228	215	
82 98		374	366	358	350	340	331	321	311	300	289	278	266	254	242	229	216	
84 96		376	368	360	351	342	332	322	312	301	290	279	267	255	243	230	217	
86 94		377	369	361	352	343	333	323	313	302	291	280	268	256	243	231	218	
88 92		378	370	362	353	344	334	324	314	303	292	280	268	256	244	231	218	
90 90	0,00	378	370	362	353	344	334	324	314	303	292	281	269	256	244	231	218	
	60°	58°	56°	54°	52°	50°	48°	46°	44°	42°	40°	38°	36°	34°	32°	30°	$d \backslash A$	

Для получения ξ' аргументы A и B берутся сверху и слева. При $B < 0$ за аргумент берется $-B$; при $B > 180^\circ$ берется $B - 180^\circ$ и ξ' приписывается знак $-$. Для получения η' аргументы A и d берутся снизу и справа. η' положительно, если A и d имеют одинаковые знаки, в противном случае η' отрицательно.

Таблица 18 (окончание). Значения ξ' и η' для вычисления солнечных затмений

$B \backslash A$	60°	62°	64°	66°	68°	70°	72°	74°	76°	78°	80°	82°	84°	86°	88°	90°	
0 180°	0,00	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	0°
2 178		008	007	007	006	006	005	005	004	004	003	003	002	002	001	001	2
4 176		015	014	013	012	011	010	009	008	007	006	005	004	003	002	001	4
6 174		023	021	020	019	017	016	014	013	011	009	008	006	005	003	002	6
8 172		030	028	027	025	023	021	019	017	015	013	011	008	006	004	002	8
10 170	0,00	038	036	033	031	028	026	023	021	018	016	013	011	008	005	003	10
12 168		045	043	040	037	034	031	028	025	022	019	016	013	009	006	003	12
14 166		053	050	046	043	040	036	033	029	026	022	018	015	011	007	004	14
16 164		060	056	053	049	045	041	037	033	029	025	021	017	013	008	004	16
18 162		067	063	059	055	050	046	042	037	033	028	023	019	014	009	005	18
20 160	0,00	075	070	065	061	056	051	046	041	036	031	026	021	016	010	005	20
22 158		082	077	072	066	061	056	051	045	040	034	028	023	017	011	006	22
24 156		089	083	078	072	066	061	055	049	043	037	031	025	019	012	006	24
26 154		096	090	084	078	072	065	059	053	046	040	033	027	020	013	007	
28 152		102	096	090	083	077	070	063	056	050	043	036	029	021	014	007	
30 150	0,00	109	102	096	089	082	075	067	060	053	045	038	030	023	015	008	000
32 148		116	109	101	094	087	079	071	064	056	048	040	032	024	016	008	000
34 146		122	115	107	099	091	083	075	067	059	051	042	034	026	017	009	000
36 144		128	120	112	104	096	088	079	071	062	053	045	036	027	018	009	000
38 142		134	126	118	109	101	092	083	074	065	056	047	037	028	019	009	000
40 140	0,00	140	132	123	114	105	096	087	077	068	058	049	039	029	020	010	000
42 138		146	137	128	119	109	100	090	080	071	061	051	041	031	020	010	000
44 136		152	142	133	123	114	104	094	084	073	063	053	042	032	021	011	000
46 134		157	147	138	128	118	107	097	087	076	065	055	044	033	022	011	000
48 132		162	152	142	132	121	111	100	089	078	067	056	045	034	023	011	000
50 130	0,00	167	157	146	136	125	114	103	092	081	069	058	047	035	023	012	000
52 128		172	161	151	140	129	118	106	095	083	071	060	048	036	024	012	000
54 126		176	166	155	144	132	121	109	097	085	073	061	049	037	025	012	000
56 124		181	170	159	147	136	124	112	100	088	075	063	050	038	025	013	000
58 122		185	174	162	150	139	127	114	102	090	077	064	052	039	026	013	000
60 120	0,00	189	177	166	154	142	129	117	104	091	079	066	053	040	026	013	000
62 118		193	181	169	157	144	132	119	106	093	080	067	054	040	027	013	000
64 116		196	184	172	160	147	134	121	108	095	082	068	055	041	027	014	000
66 114		199	187	175	162	149	136	123	110	096	083	069	055	042	028	014	000
68 112		202	190	177	165	152	138	125	112	098	084	070	056	042	028	014	000
70 110	0,00	205	192	180	167	154	140	127	113	099	085	071	057	043	029	014	000
72 108		207	195	182	169	155	142	128	114	100	086	072	058	043	029	014	000
74 106		210	197	184	171	157	143	130	116	101	087	073	058	044	029	015	000
76 104		212	199	186	172	159	145	131	117	102	088	074	059	044	030	015	000
78 102		213	200	187	174	160	146	132	118	103	089	074	059	045	030	015	000
80 100	0,00	215	202	188	175	161	147	133	118	104	089	075	060	045	030	015	000
82 98		216	203	189	176	162	148	134	119	105	090	075	060	045	030	015	000
84 96		217	204	190	177	163	148	134	120	105	090	075	060	045	030	015	000
86 94		218	204	191	177	163	149	135	120	105	091	076	061	046	030	015	000
88 92		218	205	191	177	163	149	135	120	106	091	076	061	046	030	015	000
90 90	0,00	218	205	191	177	163	149	135	120	106	091	076	061	046	030	015	000
	30°	28°	26°	24°	22°	20°	18°	16°	14°	12°	10°	8°	6°	4°	2°	0°	$d \backslash A$

Для получения ξ' аргументы A и B берутся сверху и слева. При $B < 0$ за аргумент берется $-B$; при $B > 180^\circ$ берется $B - 180^\circ$ и ξ' приписывается знак $-$. Для получения η' аргументы A и d берутся снизу и справа. η' положительно, если A и d имеют одинаковые знаки, в противном случае η' отрицательно.

Таблица 19. Приближенные значения А

ξ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	<B<	<B<
0,00	0,0	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3	0,4	0,5	0,5		
01	0,6	0,6	0,7	0,7	0,8	0,8	0,9	0,9	1,0	1,0		
02	1,1	1,2	1,3	1,3	1,4	1,4	1,5	1,5	1,6	1,7		
03	1,7	1,8	1,8	1,9	1,9	2,0	2,1	2,1	2,2	2,2		
04	2,3	2,3	2,4	2,5	2,5	2,6	2,6	2,7	2,8	2,8		
0,05	2,9	2,9	3,0	3,1	3,1	3,2	3,2	3,3	3,3	3,4		
06	3,4	3,5	3,6	3,6	3,7	3,7	3,8	3,8	3,9	4,0		
07	4,0	4,1	4,1	4,2	4,2	4,3	4,4	4,4	4,5	4,5		
08	4,6	4,6	4,7	4,8	4,8	4,9	4,9	5,0	5,0	5,1		
09	5,2	5,2	5,3	5,3	5,4	5,5	5,5	5,6	5,6	5,7		
0,10	5,7	5,8	5,9	5,9	6,0	6,0	6,1	6,1	6,2	6,3		
11	6,3	6,4	6,4	6,5	6,5	6,6	6,7	6,7	6,8	6,8		
12	6,9	6,9	7,0	7,1	7,1	7,2	7,2	7,2	7,4	7,4		
13	7,5	7,5	7,6	7,6	7,7	7,8	7,8	7,9	7,9	8,0		
14	8,0	8,1	8,2	8,2	8,3	8,3	8,4	8,5	8,5	8,6		
0,15	8,6	8,7	8,7	8,8	8,9	8,9	9,0	9,0	9,1	9,1		
16	9,2	9,3	9,3	9,4	9,4	9,5	9,6	9,6	9,7	9,7		
17	9,8	9,8	9,9	10,0	10,0	10,1	10,1	10,2	10,3	10,3		
18	10,4	10,4	10,5	10,5	10,6	10,7	10,7	10,8	10,8	10,9		
19	11,0	11,0	11,1	11,1	11,2	11,2	11,3	11,4	11,4	11,5		
0,20	11,5	11,6	11,7	11,7	11,8	11,8	11,9	11,9	12,0	12,1		
21	12,1	12,2	12,2	12,3	12,4	12,4	12,5	12,5	12,6	12,7		
22	12,7	12,8	12,8	12,9	12,9	13,0	13,1	13,1	13,2	13,2		
23	13,3	13,4	13,4	13,5	13,5	13,6	13,7	13,7	13,8	13,8		
24	13,9	13,9	14,0	14,1	14,1	14,2	14,2	14,3	14,4	14,4		
0,25	14,5	14,5	14,6	14,7	14,7	14,8	14,8	14,9	15,0	15,0		
26	15,1	15,1	15,2	15,2	15,3	15,4	15,4	15,5	15,5	15,6		
27	15,7	15,7	15,8	15,8	15,9	16,0	16,0	16,1	16,1	16,2	- 9°	+ 9°
28	16,3	16,3	16,4	16,4	16,5	16,6	16,6	16,7	16,7	16,8	14	14
29	16,9	16,9	17,0	17,0	17,1	17,2	17,2	17,3	17,3	17,4	17	17
0,30	17,5	17,5	17,6	17,6	17,7	17,8	17,8	17,9	17,9	18,0	- 20	+ 20
31	18,1	18,1	18,2	18,2	18,3	18,4	18,4	18,5	18,5	18,6	22	22
32	18,7	18,7	18,8	18,8	18,9	19,0	19,0	19,1	19,1	19,2	24	24
33	19,3	19,3	19,4	19,5	19,5	19,6	19,6	19,7	19,8	19,8	25	25
34	19,9	19,9	20,0	20,1	20,1	20,2	20,2	20,3	20,4	20,4	25	27
0,35	20,5	20,5	20,6	20,7	20,7	20,8	20,9	20,9	21,0	21,0	- 25	+ 28
36	21,1	21,2	21,2	21,3	21,3	21,4	21,5	21,5	21,6	21,7	25	29
37	21,7	21,8	21,8	21,9	22,0	22,0	22,1	22,1	22,2	22,3	25	31
38	22,3	22,4	22,5	22,5	22,6	22,6	22,7	22,8	22,8	22,9	25	32
39	23,0	23,0	23,1	23,1	23,2	23,3	23,3	23,4	23,5	23,5	25	33
0,40	23,6	23,6	23,7	23,8	23,8	23,9	24,0	24,0	24,1	24,1	- 25	+ 33
41	24,2	24,3	24,3	24,4	24,5	24,5	24,6	24,6	24,7	24,8	25	34
42	24,8	24,9	25,0	25,0	25,1	25,2	25,2	25,3	25,3	25,4	25	35
43	25,5	25,5	25,6	25,7	25,7	25,8	25,8	25,9	26,0	26,0	25	36
44	26,1	26,1	26,2	26,3	26,4	26,4	26,5	26,6	26,6	26,7	25	36
0,45	26,7	26,8	26,8	26,9	27,0	27,1	27,1	27,2	27,3	27,3	- 25	+ 37
46	27,4	27,5	27,5	27,6	27,7	27,7	27,8	27,8	27,9	28,0	25	38
47	28,0	28,1	28,2	28,2	28,3	28,4	28,4	28,5	28,6	28,6	25	38
48	28,7	28,8	28,8	28,9	28,9	29,0	29,1	29,1	29,2	29,3	25	39
49	29,3	29,4	29,5	29,5	29,6	29,7	29,7	29,8	29,9	29,9	25	39
0,50	30,0											
ξ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	<B<	<B<

А одного знака с ξ.

Если В заключается между указанными пределами, то абсолютное значение А должно быть увеличено на 0°,1.

Т а б л и ц а 19 (окончание). Приближенные значения А

ξ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	<B<	<B<		
0,50	30,0	30,1	30,1	30,2	30,3	30,3	30,4	30,5	30,5	30,6	-25	+40	140	205
51	30,7	30,7	30,8	30,9	30,9	31,0	31,1	31,1	31,2	31,3	25	40	140	205
52	31,3	31,4	31,5	31,5	31,6	31,7	31,7	31,8	31,9	31,9	25	41	139	205
53	32,0	32,1	32,1	32,2	32,3	32,3	32,4	32,5	32,5	32,6	25	41	139	205
54	32,7	32,8	32,8	32,9	33,0	33,0	33,1	33,2	33,2	33,3	25	41	139	205
0,55	33,4	33,4	33,5	33,6	33,6	33,7	33,8	33,8	33,9	34,0	-25	+42	138	205
56	34,1	34,1	34,2	34,3	34,3	34,4	34,5	34,5	34,6	34,7	25	42	138	205
57	34,8	34,8	34,9	35,0	35,0	35,1	35,2	35,2	35,3	35,4	25	42	138	205
58	35,5	35,5	35,6	35,7	35,7	35,8	35,9	35,9	36,0	36,1	25	43	137	205
59	36,2	36,2	36,3	36,4	36,4	36,5	36,6	36,7	36,7	36,8	25	43	137	205
0,60	36,9	36,9	37,0	37,1	37,2	37,2	37,3	37,4	37,4	37,5	-25	+43	137	205
61	37,6	37,7	37,7	37,8	37,9	38,0	38,0	38,1	38,2	38,2	25	43	137	205
62	38,3	38,4	38,5	38,5	38,6	38,7	38,8	38,8	38,9	39,0	25	43	137	205
63	39,1	39,1	39,2	39,3	39,3	39,4	39,5	39,6	39,6	39,7	25	44	136	205
64	39,8	39,9	39,9	40,0	40,1	40,2	40,2	40,3	40,4	40,5	25	44	136	205
0,65	40,5	40,6	40,7	40,8	40,8	40,9	41,0	41,1	41,1	41,2	-25	+44	136	205
66	41,3	41,4	41,5	41,5	41,6	41,7	41,8	41,8	41,9	42,0	25	44	136	205
67	42,1	42,1	42,2	42,3	42,4	42,5	42,5	42,6	42,7	42,8	25	44	136	205
68	42,8	42,9	43,0	43,1	43,2	43,2	43,3	43,4	43,5	43,6	25	44	136	205
69	43,6	43,7	43,8	43,9	43,9	44,0	44,1	44,2	44,3	44,3	25	44	136	205
0,70	44,4	44,5	44,6	44,7	44,7	44,8	44,9	45,0	45,1	45,2	-25	+44	136	205
71	45,2	45,3	45,4	45,5	45,6	45,6	45,7	45,8	45,9	46,0	25	44	136	205
72	46,1	46,1	46,2	46,3	46,4	46,5	46,6	46,6	46,7	46,8	25	44	136	205
73	46,9	47,0	47,1	47,1	47,2	47,3	47,4	47,5	47,6	47,6	25	44	136	205
74	47,7	47,8	47,9	48,0	48,1	48,2	48,2	48,3	48,4	48,5	25	44	136	205
0,75	48,6	48,7	48,8	48,9	48,9	49,0	49,1	49,2	49,3	49,4	-25	+44	136	205
76	49,5	49,6	49,6	49,7	49,8	49,9	50,0	50,1	50,2	50,3	25	44	136	205
77	50,4	50,4	50,5	50,6	50,7	50,8	50,9	51,0	51,1	51,2	25	43	137	205
78	51,3	51,4	51,4	51,5	51,6	51,7	51,8	51,9	52,0	52,1	25	43	137	205
79	52,2	52,3	52,4	52,5	52,6	52,7	52,7	52,8	52,9	53,0	25	43	137	205
0,80	53,1	53,2	53,3	53,4	53,5	53,6	53,7	53,8	53,9	54,0	-25	+43	137	205
81	54,1	54,2	54,3	54,4	54,5	54,6	54,7	54,8	54,9	55,0	25	42	138	205
82	55,1	55,2	55,3	55,4	55,5	55,6	55,7	55,8	55,9	56,0	25	42	138	205
83	56,1	56,2	56,3	56,4	56,5	56,6	56,7	56,8	56,9	57,0	25	41	139	205
84	57,1	57,2	57,4	57,5	57,6	57,7	57,8	57,9	58,0	58,1	25	41	139	205
0,85	58,2	58,3	58,4	58,5	58,6	58,8	58,9	59,0	59,1	59,2	-25	+40	140	205
86	59,4	59,5	59,6	59,7	59,8	59,9	60,0	60,1	60,2	60,3	25	40	140	205
87	60,5	60,6	60,7	60,8	60,9	61,0	61,2	61,3	61,4	61,5	25	39	141	205
88	61,6	61,8	61,9	62,0	62,1	62,3	62,4	62,5	62,6	62,7	25	38	142	205
89	62,9	63,0	63,1	63,3	63,4	63,5	63,6	63,8	63,9	64,0	25	37	143	205
0,90	64,2	64,3	64,4	64,6	64,7	64,8	65,0	65,1	65,2	65,4	-25	+35	145	205
91	65,5	65,6	65,8	65,9	66,1	66,2	66,3	66,5	66,6	66,8	25	33	147	205
92	66,9	67,1	67,2	67,4	67,5	67,7	67,8	68,0	68,1	68,3	25	31	149	205
93	68,4	68,6	68,7	68,9	69,1	69,2	69,4	69,6	69,7	69,9	25	28	152	205
94	70,1	70,2	70,4	70,6	70,7	70,9	71,1	71,3	71,4	71,6	24	24	156	204
0,95	71,8	72,0	72,2	72,4	72,6	72,7	72,9	73,1	73,3	73,5	-17	+17	163	197
96	73,7	73,9	74,2	74,4	74,6	74,8	75,0	75,2	75,5	75,7				
97	75,9	76,2	76,4	76,7	76,9	77,2	77,4	77,7	78,0	78,2				
98	78,5	78,8	79,1	79,4	79,7	80,1	80,4	80,8	81,1	81,5				
99	81,9	82,3	82,7	83,2	83,7	84,3	84,9	85,6	86,4	87,4				
1,00	90,0													
ξ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	<B<	<B<		

А одного знака с ξ.

Если В заключается между указанными пределами, то абсолютное значение А должно быть увеличено на 0°,1.

Т а б л и ц а 20. Приближенные значения $B + d$

η/ρ	A										η/ρ	A											
	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°		10°	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°
0,00	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	0,50	60,0	60,0	60,0	60,0	59,9	59,8	59,8	59,7	59,6	59,5	59,5
01	89,4	89,4	89,4	89,4	89,4	89,4	89,4	89,4	89,4	89,4	89,4	51	59,3	59,3	59,3	59,3	59,2	59,1	59,1	59,0	58,9	58,8	58,8
02	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	52	58,7	58,7	58,6	58,6	58,5	58,5	58,4	58,3	58,2	58,1	58,1
03	88,3	88,3	88,3	88,3	88,3	88,3	88,3	88,3	88,3	88,3	88,3	53	58,0	58,0	58,0	57,9	57,9	57,8	57,7	57,6	57,5	57,4	57,4
04	87,7	87,7	87,7	87,7	87,7	87,7	87,7	87,7	87,7	87,7	87,7	54	57,3	57,3	57,3	57,3	57,2	57,2	57,1	57,0	56,9	56,8	56,8
0,05	87,1	87,1	87,1	87,1	87,1	87,1	87,1	87,1	87,1	87,1	87,1	55	56,6	56,6	56,6	56,6	56,5	56,5	56,4	56,3	56,2	56,1	56,1
06	86,6	86,6	86,6	86,6	86,6	86,6	86,6	86,6	86,6	86,6	86,6	56	55,9	55,9	55,9	55,9	55,8	55,8	55,7	55,6	55,5	55,4	55,4
07	86,0	86,0	86,0	86,0	86,0	86,0	86,0	86,0	85,9	85,9	85,9	57	55,2	55,2	55,2	55,2	55,1	55,1	55,0	54,9	54,8	54,7	54,7
08	85,4	85,4	85,4	85,4	85,4	85,4	85,4	85,4	85,4	85,3	85,3	58	54,5	54,5	54,5	54,5	54,4	54,4	54,3	54,2	54,1	54,0	54,0
09	84,8	84,8	84,8	84,8	84,8	84,8	84,8	84,8	84,8	84,7	84,7	59	53,8	53,8	53,8	53,8	53,7	53,7	53,6	53,5	53,4	53,3	53,3
0,10	84,3	84,3	84,3	84,3	84,2	84,2	84,2	84,2	84,2	84,2	84,2	0,60	53,1	53,1	53,1	53,1	53,0	53,0	52,9	52,8	52,7	52,6	52,6
11	83,7	83,7	83,7	83,7	83,7	83,7	83,6	83,6	83,6	83,6	83,6	61	52,4	52,4	52,4	52,3	52,3	52,2	52,1	52,0	51,9	51,8	51,8
12	83,1	83,1	83,1	83,1	83,1	83,1	83,1	83,0	83,0	83,0	83,0	62	51,7	51,7	51,7	51,6	51,6	51,5	51,4	51,3	51,2	51,1	51,1
13	82,5	82,5	82,5	82,5	82,5	82,5	82,5	82,4	82,4	82,4	82,4	63	50,9	50,9	50,9	50,9	50,8	50,8	50,7	50,6	50,5	50,4	50,4
14	82,0	82,0	81,9	81,9	81,9	81,9	81,9	81,9	81,9	81,8	81,8	64	50,2	50,2	50,2	50,1	50,1	50,0	49,9	49,8	49,7	49,6	49,6
0,15	81,4	81,4	81,4	81,4	81,3	81,3	81,3	81,3	81,3	81,2	81,2	0,65	49,5	49,5	49,4	49,4	49,3	49,3	49,2	49,1	49,0	48,8	48,7
16	80,8	80,8	80,8	80,8	80,8	80,8	80,7	80,7	80,7	80,6	80,6	66	48,7	48,7	48,7	48,6	48,6	48,5	48,4	48,3	48,2	48,1	47,9
17	80,2	80,2	80,2	80,2	80,2	80,2	80,1	80,1	80,1	80,1	80,1	67	47,9	47,9	47,9	47,8	47,8	47,7	47,6	47,5	47,4	47,3	47,1
18	79,6	79,6	79,6	79,6	79,6	79,6	79,6	79,5	79,5	79,5	79,5	68	47,2	47,1	47,1	47,1	47,0	47,0	46,9	46,8	46,7	46,6	46,3
19	79,0	79,0	79,0	79,0	79,0	79,0	79,0	78,9	78,9	78,9	78,9	69	46,4	46,4	46,3	46,3	46,2	46,2	46,1	46,0	45,8	45,7	45,5
0,20	78,5	78,5	78,4	78,4	78,4	78,4	78,4	78,3	78,3	78,3	78,3	0,70	45,6	45,6	45,5	45,5	45,4	45,4	45,3	45,1	45,0	44,9	44,7
21	77,9	77,9	77,9	77,8	77,8	77,8	77,8	77,8	77,7	77,7	77,7	71	44,8	44,8	44,7	44,7	44,6	44,5	44,4	44,3	44,2	44,0	43,9
22	77,3	77,3	77,3	77,3	77,2	77,2	77,2	77,2	77,1	77,1	77,1	72	43,9	43,9	43,9	43,8	43,8	43,7	43,6	43,5	43,4	43,3	43,0
23	76,7	76,7	76,7	76,7	76,7	76,6	76,6	76,6	76,5	76,5	76,5	73	43,1	43,1	43,0	43,0	42,9	42,8	42,7	42,6	42,5	42,3	42,2
24	76,1	76,1	76,1	76,1	76,1	76,0	76,0	76,0	75,9	75,9	75,9	74	42,3	42,3	42,2	42,2	42,1	42,0	41,9	41,8	41,6	41,5	41,3
0,25	75,5	75,5	75,5	75,5	75,5	75,4	75,4	75,4	75,3	75,3	75,3	0,75	41,4	41,4	41,4	41,3	41,3	41,2	41,1	40,9	40,8	40,6	40,4
26	74,9	74,9	74,9	74,9	74,9	74,8	74,8	74,8	74,7	74,7	74,7	76	40,5	40,5	40,5	40,4	40,4	40,3	40,2	40,0	39,9	39,7	39,5
27	74,3	74,3	74,3	74,3	74,3	74,3	74,2	74,2	74,1	74,1	74,1	77	39,6	39,6	39,6	39,5	39,5	39,4	39,3	39,1	39,0	38,8	38,6
28	73,7	73,7	73,7	73,7	73,7	73,6	73,6	73,6	73,5	73,5	73,5	78	38,7	38,7	38,7	38,6	38,6	38,5	38,4	38,2	38,0	37,8	37,6
29	73,1	73,1	73,1	73,1	73,1	73,0	73,0	73,0	72,9	72,9	72,9	79	37,8	37,8	37,8	37,7	37,6	37,6	37,5	37,4	37,3	37,1	36,9
0,30	72,5	72,5	72,5	72,5	72,5	72,4	72,4	72,4	72,3	72,3	72,3	0,80	36,9	36,9	36,8	36,8	36,7	36,6	36,4	36,3	36,1	35,9	35,7
31	71,9	71,9	71,9	71,9	71,9	71,8	71,8	71,8	71,7	71,7	71,7	81	35,9	35,9	35,8	35,8	35,7	35,6	35,5	35,3	35,1	34,9	34,7
32	71,3	71,3	71,3	71,3	71,3	71,2	71,2	71,2	71,1	71,1	71,1	82	34,9	34,9	34,9	34,8	34,7	34,6	34,5	34,3	34,1	33,9	33,6
33	70,7	70,7	70,7	70,7	70,7	70,7	70,6	70,6	70,5	70,5	70,5	83	33,9	33,9	33,8	33,8	33,7	33,6	33,4	33,3	33,1	32,8	32,6
34	70,1	70,1	70,1	70,1	70,0	70,0	70,0	69,9	69,9	69,8	69,8	84	32,9	32,8	32,8	32,7	32,6	32,5	32,4	32,3	32,0	31,7	31,5
0,35	69,5	69,5	69,5	69,5	69,5	69,4	69,4	69,4	69,3	69,3	69,3	0,85	31,8	31,8	31,7	31,7	31,6	31,4	31,3	31,1	30,9	30,6	30,3
36	68,9	68,9	68,9	68,8	68,8	68,8	68,8	68,7	68,7	68,6	68,6	86	30,7	30,7	30,6	30,6	30,5	30,3	30,2	30,0	29,7	29,5	29,2
37	68,3	68,3	68,3	68,2	68,2	68,2	68,2	68,1	68,1	68,0	67,9	87	29,5	29,5	29,5	29,4	29,3	29,2	29,0	28,8	28,5	28,3	27,9
38	67,7	67,7	67,7	67,6	67,6	67,6	67,5	67,5	67,4	67,4	67,3	88	28,4	28,3	28,3	28,2	28,1	27,9	27,8	27,5	27,3	27,0	26,7
39	67,0	67,0	67,0	67,0	67,0	66,9	66,9	66,8	66,7	66,7	66,7	89	27,1	27,1	27,1	27,0	26,9	26,7	26,5	26,3	26,0	25,7	25,3
0,40	66,4	66,4	66,4	66,4	66,3	66,3	66,3	66,2	66,1	66,0	66,0	0,90	25,8	25,8	25,8	25,7	25,6	25,4	25,2	24,9	24,7	24,4	24,0
41	65,8	65,8	65,8	65,7	65,7	65,7	65,6	65,6	65,5	65,4	65,4	91	24,5	24,5	24,4	24,4	24,3	24,1	23,8	23,5	23,2	22,9	22,5
42	65,2	65,2	65,1	65,1	65,1	65,0	65,0	64,9	64,8	64,8	64,8	92	23,1	23,1	23,0	22,9	22,7	22,6	22,3	22,0	21,7	21,3	20,9
43	64,5	64,5	64,5	64,5	64,4	64,4	64,4	64,3	64,2	64,1	64,1	93	21,6	21,5	21,5	21,4	21,2	21,0	20,8	20,4	20,1	19,7	19,2
44	63,9	63,9	63,9	63,8	63,8	63,8	63,7	63,6	63,5	63,5	63,5	94	19,9	19,9	19,9	19,7	19,6	19,3	19,1	18,7	18,3	17,9	17,3
0,45	63,3	63,3	63,2	63,2	63,2	63,1	63,1	63,0	62,9	62,8	62,8	0,95	18,2	18,2	18,1	18,0	17,8	17,5	17,2	16,8	16,4	15,9	15,3
46	62,6	62,6	62,6	62,5	62,5	62,4	62,4	62,3	62,2	62,2	62,2	96	16,3	16,2	16,1	16,0	15,8	15,5	15,1	14,7	14,2	13,6	12,9
47	62,0	62,0	61,9	61,9	61,8	61,8	61,7	61,7	61,6	61,5	61,5	97	14,1	14,0	13,9	13,8	13,5	13,2	12,7	12,2	11,6	10,9	9,9
48	61,3	61,3	61,3	61,2	61,2	61,1	61,1	61,0	60,9	60,8	60,8	98	11,5	11,4	11,3	11,1	10,8	10,3	9,8	9,1	8,3	7,2	5,7
49	60,7	60,7	60,6	60,6	60,5	60,5	60,4	60,3	60,2	60,2	60,2	99	8,1	8,0	7,9	7,5	7,1	6,4	5,5	4,1	1,3		
0,50	60,0	60,0	60,0	60,0	59,9	59,9	59,8	59,8	59,7	59,6	59,5	1,00	0,0										

 $B + d$ всегда положительно.Если $\eta < 0$, то нужно взять для $B + d$ дополнение до 180° .

Т а б л и ц а 20 (продолжение). Приближенные значения $B + d$

η/ρ	A										η/ρ	A										
	10°	11°	12°	13°	14°	15°	16°	17°	18°	19°		20°	10°	11°	12°	13°	14°	15°	16°	17°	18°	19°
0,00	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	59,5	59,4	59,3	59,1	59,0	58,8	58,7	58,5	58,3	58,1	57,9
01	89,4	89,4	89,4	89,4	89,4	89,4	89,4	89,4	89,4	89,4	89,4	51	58,9	58,7	58,6	58,4	58,3	58,1	58,0	57,8	57,6	57,4
02	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	52	58,1	58,0	57,9	57,7	57,6	57,4	57,3	57,1	56,9	56,7
03	88,3	88,2	88,2	88,2	88,2	88,2	88,2	88,2	88,2	88,2	88,2	53	57,4	57,3	57,2	57,0	56,9	56,7	56,5	56,3	56,1	55,9
04	87,7	87,7	87,6	87,6	87,6	87,6	87,6	87,6	87,6	87,6	87,6	54	56,7	56,6	56,5	56,3	56,2	56,0	55,8	55,6	55,4	55,2
0,05	87,1	87,1	87,1	87,1	87,0	87,0	87,0	87,0	87,0	87,0	86,9	0,55	56,0	55,9	55,8	55,6	55,5	55,3	55,1	54,9	54,7	54,4
06	86,5	86,5	86,5	86,5	86,5	86,4	86,4	86,4	86,4	86,4	86,3	56	55,3	55,2	55,1	54,9	54,8	54,6	54,4	54,2	53,9	53,7
07	85,9	85,9	85,9	85,9	85,8	85,8	85,8	85,8	85,8	85,8	85,7	57	54,6	54,5	54,4	54,2	54,1	53,9	53,6	53,4	53,2	52,9
08	85,3	85,3	85,3	85,3	85,2	85,2	85,2	85,2	85,2	85,1	85,1	58	53,9	53,8	53,7	53,5	53,4	53,2	52,9	52,7	52,4	52,1
09	84,8	84,7	84,7	84,7	84,6	84,6	84,6	84,6	84,5	84,5	84,5	59	53,2	53,1	52,9	52,7	52,6	52,4	52,1	51,9	51,7	51,4
0,10	84,2	84,2	84,1	84,1	84,1	84,0	84,0	84,0	83,9	83,9	83,9	0,60	52,5	52,3	52,2	52,0	51,8	51,6	51,4	51,1	50,9	50,6
11	83,6	83,6	83,5	83,5	83,5	83,4	83,4	83,4	83,3	83,3	83,3	61	51,7	51,6	51,4	51,2	51,0	50,8	50,5	50,3	49,9	49,5
12	83,0	83,0	83,0	82,9	82,9	82,9	82,8	82,8	82,7	82,7	82,7	62	51,0	50,8	50,7	50,5	50,3	50,1	49,8	49,6	49,3	48,9
13	82,4	82,4	82,4	82,3	82,3	82,3	82,2	82,2	82,1	82,1	82,0	63	50,2	50,1	49,9	49,7	49,5	49,3	49,1	48,8	48,5	48,1
14	81,8	81,8	81,7	81,7	81,7	81,6	81,6	81,6	81,5	81,5	81,4	64	49,5	49,3	49,1	48,9	48,7	48,5	48,3	48,0	47,7	47,4
0,15	81,2	81,2	81,1	81,1	81,1	81,0	81,0	81,0	80,9	80,8	80,8	0,65	48,7	48,5	48,4	48,2	47,9	47,7	47,5	47,2	46,9	46,6
16	80,6	80,6	80,5	80,5	80,5	80,4	80,4	80,4	80,3	80,2	80,2	66	47,9	47,8	47,6	47,4	47,1	46,9	46,6	46,4	46,1	45,7
17	80,1	80,0	80,0	80,0	79,9	79,9	79,8	79,8	79,7	79,6	79,6	67	47,1	47,0	46,8	46,6	46,3	46,1	45,8	45,5	45,2	44,8
18	79,5	79,4	79,4	79,3	79,3	79,2	79,2	79,1	79,0	79,0	78,9	68	46,3	46,2	46,0	45,7	45,5	45,3	45,0	44,7	44,4	44,0
19	78,9	78,8	78,8	78,7	78,7	78,6	78,6	78,5	78,5	78,4	78,3	69	45,5	45,3	45,1	44,9	44,7	44,4	44,1	43,8	43,5	43,1
0,20	78,3	78,2	78,2	78,1	78,1	78,1	78,0	77,9	77,8	77,7	77,7	0,70	44,7	44,5	44,3	44,1	43,8	43,6	43,3	42,9	42,6	42,2
21	77,7	77,6	77,6	77,5	77,5	77,4	77,4	77,3	77,2	77,1	77,1	71	43,9	43,7	43,5	43,2	43,0	42,7	42,4	42,1	41,7	41,3
22	77,1	77,0	77,0	76,9	76,8	76,8	76,7	76,6	76,5	76,5	76,5	72	43,0	42,8	42,6	42,4	42,1	41,8	41,5	41,2	40,8	40,4
23	76,5	76,4	76,4	76,3	76,3	76,2	76,2	76,1	76,0	75,9	75,8	73	42,2	42,0	41,7	41,5	41,2	40,9	40,6	40,2	39,9	39,5
24	75,9	75,8	75,8	75,7	75,7	75,6	75,5	75,5	75,4	75,3	75,2	74	41,3	41,1	40,8	40,6	40,3	40,0	39,7	39,3	38,9	38,5
0,25	75,3	75,2	75,1	75,1	75,1	75,0	74,9	74,8	74,7	74,6	74,6	0,75	40,4	40,2	39,9	39,7	39,4	39,1	38,7	38,3	37,9	37,5
26	74,7	74,6	74,6	74,5	74,5	74,4	74,3	74,3	74,2	74,1	74,0	76	39,5	39,3	39,0	38,7	38,4	38,1	37,7	37,3	36,9	36,5
27	74,1	74,0	74,0	73,9	73,8	73,8	73,7	73,6	73,5	73,4	73,3	77	38,6	38,3	38,1	37,7	37,5	37,1	36,8	36,4	36,0	35,5
28	73,5	73,4	73,4	73,3	73,2	73,1	73,1	73,0	72,9	72,8	72,7	78	37,6	37,4	37,1	36,8	36,5	36,1	35,8	35,4	34,9	34,3
29	72,9	72,8	72,8	72,7	72,6	72,5	72,4	72,3	72,2	72,1	72,0	79	36,7	36,4	36,1	35,8	35,5	35,1	34,7	34,3	33,8	33,2
0,30	72,3	72,2	72,1	72,1	72,0	71,9	71,8	71,7	71,6	71,5	71,4	0,80	35,7	35,4	35,1	34,8	34,5	34,1	33,7	33,2	32,7	32,1
31	71,7	71,6	71,5	71,4	71,4	71,3	71,2	71,1	71,0	70,9	70,7	81	34,7	34,4	34,1	33,8	33,4	33,0	32,6	32,1	31,6	31,0
32	71,1	71,0	70,9	70,8	70,7	70,7	70,6	70,5	70,4	70,3	70,1	82	33,6	33,3	33,0	32,7	32,3	31,9	31,5	31,0	30,4	29,9
33	70,4	70,4	70,3	70,2	70,1	70,0	69,9	69,8	69,7	69,6	69,4	83	32,6	32,3	31,9	31,6	31,2	30,8	30,3	29,7	29,2	28,6
34	69,8	69,7	69,6	69,5	69,4	69,3	69,2	69,1	68,9	68,8	68,7	84	31,5	31,2	30,8	30,4	30,0	29,6	29,1	28,5	27,9	27,3
0,35	69,2	69,1	69,0	68,9	68,8	68,7	68,6	68,5	68,4	68,3	68,1	0,85	30,3	30,0	29,7	29,2	28,8	28,4	27,8	27,3	26,7	26,0
36	68,6	68,5	68,4	68,3	68,2	68,1	68,0	67,9	67,7	67,6	67,5	86	29,2	28,8	28,5	28,0	27,6	27,1	26,5	25,9	25,3	24,6
37	67,9	67,9	67,8	67,7	67,6	67,5	67,4	67,2	67,1	67,0	66,8	87	27,9	27,6	27,2	26,8	26,3	25,8	25,2	24,5	23,8	23,1
38	67,3	67,2	67,1	67,0	66,9	66,8	66,7	66,5	66,4	66,3	66,1	88	26,7	26,3	25,9	25,4	24,9	24,3	23,7	23,0	22,3	21,5
39	66,7	66,6	66,5	66,4	66,3	66,2	66,1	65,9	65,8	65,6	65,5	89	25,3	25,0	24,5	24,0	23,5	22,9	22,2	21,5	20,6	19,7
0,40	66,0	66,0	65,9	65,8	65,7	65,5	65,4	65,3	65,1	65,0	64,8	0,90	24,0	23,5	23,1	22,5	21,9	21,3	20,6	19,8	18,9	17,9
41	65,4	65,3	65,2	65,1	65,0	64,9	64,8	64,6	64,5	64,4	64,1	91	22,5	22,0	21,5	20,9	20,3	19,6	18,8	17,9	16,9	15,8
42	64,8	64,7	64,6	64,5	64,4	64,2	64,1	63,9	63,8	63,6	63,5	92	20,9	20,2	19,8	19,2	18,5	17,7	16,8	15,8	14,7	13,3
43	64,1	64,0	63,9	63,8	63,7	63,5	63,4	63,3	63,1	62,9	62,8	93	19,2	18,7	18,1	17,4	16,6	15,7	14,7	13,5	12,1	10,4
44	63,5	63,4	63,3	63,2	63,0	62,9	62,8	62,6	62,4	62,2	62,1	94	17,3	16,7	16,1	15,3	14,4	13,3	12,1	10,6	8,7	6,2
0,45	62,8	62,7	62,6	62,5	62,4	62,2	62,1	61,9	61,8	61,6	61,4	0,95	15,3	14,6	13,8	12,8	11,7	10,4	8,8	6,6	2,7	
46	62,2	62,1	62,0	61,9	61,7	61,6	61,4	61,2	61,0	60,7	60,7	96	12,9	12,0	11,1	9,8	8,4	6,3	2,9			
47	61,5	61,4	61,3	61,2	61,0	60,9	60,7	60,5	60,3	60,0	60,0	97	9,9	8,8	7,4	5,4	1,4					
48	60,8	60,7	60,6	60,5	60,4	60,2	60,0	59,9	59,7	59,5	59,3	98	5,7	3,3								
49	60,2	60,1	59,9	59,8	59,7	59,5	59,4	59,2	59,0	58,8	58,6	99										
0,50	59,5	59,4	59,3	59,1	59,0	58,8	58,7	58,5	58,3	58,1	57,9	1,00										

$B + d$ всегда положительно.

Если $\eta < 0$, то нужно взять для $B + d$ дополнение до 180° .

Т а б л и ц а 20 (продолжение). Приближенные значения $B + d$

η/p	A											η/p	A										
	20°	21°	22°	23°	24°	25°	26°	27°	28°	29°	30°		20°	21°	22°	23°	24°	25°	26°	27°	28°	29°	30°
0,00	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	0,50	57,0	57,6	57,4	57,1	56,8	56,5	56,2	55,9	55,5	55,1	54,7
01	89,4	89,4	89,4	89,4	89,4	89,4	89,4	89,4	89,4	89,3	89,3	51	57,1	56,9	56,6	56,4	56,1	55,8	55,5	55,1	54,7	54,3	53,9
02	88,8	88,8	88,8	88,8	88,7	88,7	88,7	88,7	88,7	88,7	88,7	52	56,4	56,2	55,9	55,6	55,3	55,0	54,7	54,3	53,9	53,5	53,1
03	88,2	88,2	88,1	88,1	88,1	88,1	88,1	88,1	88,1	88,0	88,0	53	55,7	55,4	55,1	54,8	54,5	54,2	53,9	53,5	53,1	52,7	52,3
04	87,6	87,5	87,5	87,5	87,5	87,4	87,4	87,4	87,4	87,4	87,4	54	54,9	54,7	54,4	54,1	53,8	53,4	53,1	52,7	52,3	51,9	51,4
0,05	86,9	86,9	86,9	86,9	86,8	86,8	86,8	86,8	86,8	86,7	86,7	0,55	54,2	53,9	53,6	53,3	53,0	52,6	52,3	51,9	51,5	51,0	50,6
06	86,3	86,3	86,3	86,2	86,2	86,2	86,2	86,1	86,1	86,1	86,0	56	53,4	53,1	52,8	52,5	52,2	51,8	51,5	51,0	50,6	50,2	49,7
07	85,7	85,7	85,6	85,6	85,6	85,5	85,5	85,5	85,4	85,4	85,4	57	52,7	52,4	52,1	51,7	51,4	51,0	50,6	50,2	49,8	49,3	48,8
08	85,1	85,1	85,0	85,0	84,9	84,9	84,9	84,8	84,8	84,8	84,7	58	51,9	51,6	51,3	50,9	50,6	50,2	49,8	49,4	48,9	48,5	48,0
09	84,5	84,4	84,4	84,3	84,3	84,3	84,2	84,1	84,1	84,0	84,0	59	51,1	50,8	50,5	50,1	49,8	49,4	49,0	48,5	48,1	47,6	47,1
0,10	83,9	83,8	83,8	83,7	83,7	83,6	83,6	83,5	83,4	83,4	83,4	0,60	50,3	50,0	49,7	49,3	48,9	48,5	48,1	47,7	47,2	46,7	46,1
11	83,3	83,2	83,1	83,1	83,0	83,0	82,9	82,8	82,8	82,7	82,7	61	49,5	49,2	48,9	48,5	48,1	47,7	47,3	46,8	46,3	45,8	45,2
12	82,7	82,6	82,5	82,5	82,4	82,3	82,3	82,2	82,2	82,1	82,0	62	48,7	48,4	48,0	47,7	47,3	46,8	46,4	45,9	45,4	44,9	44,3
13	82,0	82,0	81,9	81,8	81,8	81,7	81,7	81,6	81,5	81,4	81,4	63	47,9	47,6	47,2	46,8	46,4	46,0	45,5	45,0	44,5	44,0	43,3
14	81,4	81,4	81,3	81,2	81,1	81,1	81,0	81,0	80,9	80,8	80,7	64	47,1	46,7	46,3	46,0	45,5	45,1	44,6	44,1	43,5	43,0	42,4
0,15	80,8	80,7	80,6	80,5	80,5	80,4	80,3	80,2	80,1	80,0	80,0	0,65	46,2	45,9	45,5	45,1	44,6	44,2	43,7	43,2	42,6	42,0	41,4
16	80,2	80,1	80,0	79,9	79,8	79,7	79,7	79,6	79,5	79,4	79,4	66	45,4	45,1	44,7	44,2	43,7	43,2	42,6	42,1	41,5	41,0	40,4
17	79,6	79,5	79,4	79,3	79,2	79,1	79,0	78,9	78,8	78,7	78,7	67	44,5	44,1	43,7	43,3	42,8	42,2	41,6	41,1	40,5	40,0	39,3
18	79,0	78,9	78,8	78,7	78,6	78,5	78,4	78,3	78,2	78,1	78,0	68	43,6	43,2	42,8	42,4	41,9	41,4	40,8	40,3	39,6	39,0	38,3
19	78,3	78,3	78,2	78,1	78,0	77,9	77,8	77,7	77,6	77,5	77,3	69	42,8	42,3	41,9	41,4	40,9	40,4	39,9	39,2	38,6	37,9	37,2
0,20	77,7	77,6	77,5	77,4	77,3	77,2	77,1	77,0	76,9	76,8	76,6	0,70	41,8	41,4	41,0	40,5	40,0	39,4	38,8	38,2	37,6	36,8	36,1
21	77,1	77,0	76,9	76,8	76,7	76,6	76,5	76,4	76,2	76,1	76,0	71	40,9	40,5	40,0	39,5	39,0	38,4	37,8	37,2	36,5	35,7	34,9
22	76,5	76,4	76,3	76,2	76,1	76,0	75,8	75,7	75,5	75,4	75,3	72	40,0	39,5	39,0	38,5	38,0	37,4	36,8	36,1	35,4	34,6	33,8
23	75,8	75,7	75,5	75,4	75,3	75,2	75,0	74,9	74,8	74,6	74,6	73	39,0	38,6	38,1	37,5	37,0	36,3	35,7	35,0	34,2	33,4	32,5
24	75,2	75,1	75,0	74,9	74,8	74,6	74,5	74,4	74,2	74,1	73,9	74	38,0	37,6	37,0	36,5	35,9	35,3	34,6	33,8	33,1	32,2	31,3
0,25	74,6	74,5	74,4	74,2	74,1	74,0	73,9	73,7	73,6	73,4	73,2	0,75	37,0	36,5	36,0	35,4	34,8	34,2	33,4	32,7	31,9	31,0	30,0
26	73,9	73,8	73,7	73,5	73,4	73,3	73,1	72,9	72,7	72,6	72,5	76	36,0	35,5	35,0	34,3	33,7	33,0	32,3	31,5	30,6	29,7	28,6
27	73,3	73,2	73,1	72,9	72,8	72,7	72,5	72,4	72,2	72,0	71,8	77	35,0	34,4	33,9	33,2	32,6	31,8	31,1	30,2	29,3	28,3	27,2
28	72,7	72,5	72,4	72,3	72,2	72,1	71,9	71,7	71,5	71,3	71,1	78	33,9	33,3	32,7	32,1	31,4	30,6	29,8	28,9	27,9	26,9	25,8
29	72,0	71,9	71,8	71,6	71,5	71,3	71,2	71,0	70,8	70,6	70,4	79	32,8	32,2	31,6	30,9	30,1	29,3	28,5	27,5	26,5	25,4	24,2
0,30	71,4	71,3	71,1	71,0	70,8	70,7	70,5	70,3	70,1	69,9	69,7	0,80	31,6	31,0	30,4	29,6	28,8	28,0	27,1	26,1	25,0	23,8	22,5
31	70,7	70,6	70,5	70,3	70,2	70,0	69,8	69,6	69,4	69,2	69,0	81	30,5	29,8	29,1	28,4	27,5	26,7	25,7	24,6	23,5	22,2	20,7
32	70,1	70,0	69,8	69,7	69,5	69,3	69,1	68,9	68,8	68,6	68,3	82	29,2	28,6	27,9	27,2	26,2	25,2	24,2	23,0	21,8	20,4	18,8
33	69,4	69,3	69,1	68,9	68,8	68,6	68,4	68,3	68,1	67,8	67,6	83	28,0	27,2	26,5	25,6	24,7	23,7	22,6	21,4	19,9	18,4	16,6
34	68,8	68,6	68,5	68,3	68,2	68,0	67,8	67,6	67,4	67,1	66,9	84	26,6	25,9	25,0	24,1	23,2	22,1	20,8	19,5	17,9	16,2	14,1
0,35	68,1	68,0	67,8	67,7	67,5	67,3	67,1	66,9	66,6	66,4	66,2	0,85	25,2	24,4	23,5	22,6	21,5	20,3	19,0	17,5	15,7	13,6	11,0
36	67,5	67,3	67,2	67,0	66,8	66,6	66,4	66,2	65,9	65,7	65,4	86	23,8	22,9	21,9	20,9	19,7	18,4	16,9	15,2	13,1	10,5	6,8
37	66,8	66,7	66,5	66,3	66,1	65,9	65,7	65,5	65,2	65,0	64,7	87	22,2	21,3	20,2	19,1	17,8	16,3	14,5	12,5	9,8	5,9	
38	66,1	66,0	65,8	65,6	65,4	65,2	65,0	64,8	64,5	64,2	64,0	88	20,5	19,5	18,4	17,1	15,6	13,8	11,7	9,0	4,7		
39	65,5	65,3	65,1	64,9	64,7	64,5	64,3	64,0	63,8	63,5	63,2	89	18,7	17,6	16,3	14,8	13,0	10,9	8,0	2,7			
0,40	64,8	64,6	64,4	64,2	64,0	63,8	63,6	63,3	63,1	62,8	62,5	0,90	16,7	15,4	13,9	12,1	9,9	6,8					
41	64,1	63,9	63,8	63,6	63,3	63,1	62,9	62,6	62,3	62,0	61,7	91	14,4	12,9	11,0	8,7	5,0						
42	63,5	63,3	63,1	62,9	62,6	62,4	62,1	61,9	61,6	61,3	61,0	92	11,8	9,8	7,1	1,9							
43	62,8	62,6	62,4	62,2	61,9	61,7	61,4	61,1	60,9	60,6	60,2	93	8,2	5,0									
44	62,1	61,9	61,7	61,4	61,1	60,9	60,6	60,4	60,1	59,8	59,5	94											
0,45	61,4	61,2	61,0	60,8	60,5	60,2	60,0	59,7	59,4	59,0	58,7	0,95	6,0										
46	60,7	60,5	60,3	60,0	59,8	59,5	59,2	58,9	58,6	58,3	57,9	96											
47	60,0	59,8	59,5	59,3	59,0	58,8	58,5	58,2	57,8	57,5	57,1	97											
48	59,3	59,1	58,8	58,6	58,3	58,0	57,7	57,4	57,1	56,7	56,3	98											
49	58,6	58,3	58,1	57,8	57,6	57,3	57,0	56,6	56,3	55,9	55,5	99											
0,50	57,9	57,6	57,4	57,1	56,8	56,5	56,2	55,9	55,5	55,1	54,7	1,00											

$B + d$ всегда положительно.

Если $\eta < 0$, то нужно взять для $B + d$ дополнение до 180°.

Т а б л и ц а 20 (продолжение). Приближенные значения $B + d$

η/ρ	A										η/ρ	A											
	30°	31°	32°	33°	34°	35°	36°	37°	38°	39°		40°	30°	31°	32°	33°	34°	35°	36°	37°	38°	39°	40°
0,00	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	0,50	54,7	54,3	53,9	53,4	52,9	52,4	51,8	51,2	50,6	50,0	49,3
01	89,3	89,3	89,3	89,3	89,3	89,3	89,3	89,3	89,3	89,3	89,3	51	53,9	53,5	53,0	52,5	52,0	51,5	50,9	50,3	49,7	49,0	48,3
02	88,7	88,7	88,6	88,6	88,6	88,6	88,6	88,6	88,6	88,6	88,6	52	53,1	52,7	52,2	51,7	51,2	50,6	50,0	49,4	48,7	48,0	47,2
03	88,0	88,0	88,0	88,0	87,9	87,9	87,9	87,9	87,9	87,9	87,9	53	52,3	51,8	51,3	50,8	50,3	49,7	49,1	48,4	47,7	47,0	46,2
04	87,4	87,3	87,3	87,3	87,2	87,2	87,2	87,2	87,1	87,1	87,0	54	51,4	51,0	50,4	49,9	49,4	48,8	48,1	47,5	46,7	46,0	45,2
0,05	86,7	86,7	86,6	86,6	86,5	86,5	86,5	86,4	86,4	86,3	86,3	0,55	50,6	50,1	49,6	49,0	48,4	47,8	47,2	46,5	45,7	45,0	44,1
06	86,0	86,0	85,9	85,9	85,8	85,8	85,8	85,7	85,7	85,6	85,5	56	49,7	49,2	48,7	48,1	47,5	46,9	46,2	45,5	44,7	44,0	43,0
07	85,4	85,3	85,3	85,2	85,2	85,1	85,1	85,0	85,0	84,9	84,8	57	48,8	48,3	47,8	47,2	46,6	46,0	45,2	44,5	43,7	43,0	41,9
08	84,7	84,6	84,6	84,5	84,5	84,4	84,4	84,3	84,2	84,1	84,0	58	48,0	47,4	46,8	46,2	45,6	44,9	44,2	43,4	42,6	41,9	40,8
09	84,0	84,0	83,9	83,8	83,8	83,7	83,7	83,6	83,6	83,5	83,3	59	47,1	46,5	45,9	45,3	44,6	43,9	43,2	42,4	41,5	40,6	39,6
0,10	83,4	83,3	83,2	83,2	83,1	83,0	82,9	82,8	82,7	82,6	82,5	0,60	46,1	45,6	45,0	44,3	43,6	42,9	42,1	41,3	40,4	39,5	38,4
11	82,7	82,6	82,5	82,5	82,4	82,3	82,2	82,1	82,0	81,9	81,7	61	45,2	44,6	44,0	43,3	42,6	41,9	41,1	40,2	39,3	38,3	37,2
12	82,0	82,0	81,9	81,8	81,8	81,7	81,6	81,5	81,4	81,3	81,1	62	44,3	43,7	43,0	42,3	41,6	40,9	40,1	39,1	38,1	37,1	36,0
13	81,4	81,3	81,2	81,1	81,0	80,9	80,8	80,8	80,7	80,6	80,4	63	43,3	42,7	42,0	41,3	40,6	39,9	39,1	38,0	37,0	36,0	34,7
14	80,7	80,6	80,5	80,4	80,3	80,2	80,1	80,0	79,9	79,8	79,5	64	42,4	41,7	41,0	40,3	39,6	38,8	37,7	36,7	35,7	34,6	33,3
0,15	80,0	79,9	79,8	79,7	79,6	79,4	79,3	79,2	79,0	78,9	78,7	0,65	41,4	40,7	40,0	39,2	38,4	37,5	36,5	35,5	34,4	33,2	31,9
16	79,4	79,2	79,1	79,0	78,9	78,7	78,6	78,4	78,3	78,1	77,9	66	40,4	39,6	38,9	38,1	37,2	36,3	35,3	34,3	33,1	31,9	30,5
17	78,7	78,6	78,4	78,3	78,2	78,0	77,9	77,7	77,5	77,4	77,2	67	39,3	38,6	37,8	37,0	36,1	35,1	34,1	33,0	31,8	30,4	29,0
18	78,0	77,9	77,7	77,6	77,5	77,3	77,2	77,0	76,8	76,7	76,4	68	38,3	37,5	36,7	35,8	34,9	33,9	32,8	31,6	30,4	29,0	27,4
19	77,3	77,2	77,1	76,9	76,8	76,6	76,4	76,2	76,0	75,8	75,6	69	37,2	36,4	35,5	34,6	33,7	32,6	31,5	30,2	28,9	27,4	25,7
0,20	76,6	76,5	76,4	76,2	76,0	75,9	75,7	75,5	75,3	75,1	74,9	0,70	36,1	35,2	34,4	33,4	32,4	31,3	30,1	28,8	27,3	25,7	24,0
21	76,0	75,8	75,7	75,5	75,3	75,1	75,0	74,8	74,5	74,3	74,1	71	34,9	34,1	33,2	32,2	31,1	29,9	28,6	27,3	25,7	24,0	22,1
22	75,3	75,1	75,0	74,8	74,6	74,4	74,2	74,0	73,8	73,6	73,3	72	33,8	32,9	32,0	30,9	29,7	28,5	27,1	25,6	24,0	22,1	20,0
23	74,6	74,4	74,3	74,1	73,9	73,7	73,5	73,3	73,0	72,8	72,5	73	32,5	31,6	30,6	29,5	28,3	27,0	25,5	23,9	22,1	20,0	17,6
24	73,9	73,7	73,6	73,4	73,2	73,0	72,7	72,5	72,3	72,1	71,7	74	31,3	30,3	29,2	28,1	26,8	25,4	23,8	22,1	20,0	17,8	15,0
0,25	73,2	73,0	72,9	72,7	72,4	72,2	72,0	71,8	71,5	71,2	71,0	0,75	30,0	29,0	27,8	26,6	25,2	23,7	22,0	20,1	17,9	15,2	11,7
26	72,5	72,3	72,1	71,9	71,7	71,5	71,3	71,0	70,7	70,5	70,2	76	28,6	27,5	26,3	25,0	23,5	21,9	20,2	17,9	15,3	12,1	7,2
27	71,8	71,6	71,4	71,2	71,0	70,8	70,5	70,2	70,0	69,7	69,4	77	27,2	26,1	24,8	23,3	21,8	19,9	17,9	15,4	12,3	7,8	
28	71,1	70,9	70,7	70,5	70,3	70,0	69,8	69,5	69,2	68,9	68,6	78	25,8	24,5	23,1	21,6	19,8	17,8	15,4	12,4	8,2		
29	70,4	70,2	70,0	69,8	69,5	69,3	69,0	68,7	68,4	68,1	67,8	79	24,2	22,8	21,3	19,6	17,7	15,3	12,4	8,6			
0,30	69,7	69,5	69,3	69,0	68,8	68,5	68,2	67,9	67,6	67,3	66,9	0,80	22,5	21,0	19,4	17,5	15,2	12,4	8,6				
31	69,0	68,8	68,6	68,3	68,0	67,8	67,5	67,2	66,8	66,5	66,1	81	20,7	19,1	17,2	15,0	12,3	8,6					
32	68,3	68,1	67,8	67,6	67,3	67,0	66,7	66,4	66,0	65,7	65,3	82	18,8	16,9	14,8	12,1	8,5						
33	67,6	67,4	67,1	66,8	66,5	66,2	65,9	65,6	65,2	64,9	64,5	83	16,6	14,5	11,8	8,2							
34	66,9	66,6	66,4	66,1	65,8	65,5	65,1	64,8	64,4	64,1	63,7	84	14,1	11,5	7,9								
0,35	66,2	65,9	65,6	65,3	65,0	64,7	64,4	64,0	63,6	63,2	62,8	0,85	11,0	7,4									
36	65,4	65,2	64,9	64,6	64,3	63,9	63,6	63,2	62,8	62,4	62,0	86	6,8										
37	64,7	64,4	64,1	63,8	63,5	63,1	62,8	62,4	62,0	61,6	61,1	87											
38	64,0	63,7	63,4	63,1	62,7	62,4	62,0	61,6	61,2	60,7	60,3	88											
39	63,2	62,9	62,6	62,3	61,9	61,6	61,2	60,8	60,3	59,9	59,4	89											
0,40	62,5	62,2	61,9	61,5	61,2	60,8	60,4	59,9	59,5	59,0	58,5	0,90											
41	61,7	61,4	61,0	60,7	60,3	59,9	59,5	59,0	58,6	58,2	57,6	91											
42	61,0	60,7	60,3	59,9	59,5	59,0	58,6	58,1	57,7	57,2	56,8	92											
43	60,2	59,9	59,5	59,1	58,7	58,3	57,9	57,4	56,9	56,5	55,9	93											
44	59,5	59,1	58,7	58,4	57,9	57,5	57,1	56,6	56,1	55,5	54,9	94											
0,45	58,7	58,3	58,0	57,6	57,1	56,7	56,2	55,7	55,2	54,6	54,0	0,95											
46	57,9	57,5	57,2	56,7	56,3	55,8	55,3	54,8	54,3	53,7	53,1	96											
47	57,1	56,7	56,3	55,9	55,5	55,0	54,5	53,9	53,4	52,8	52,2	97											
48	56,3	55,9	55,5	55,1	54,6	54,1	53,6	53,1	52,5	51,9	51,2	98											
49	55,5	55,1	54,7	54,2	53,8	53,3	52,7	52,2	51,6	50,9	50,2	99											
0,50	54,7	54,3	53,9	53,4	52,9	52,4	51,8	51,2	50,6	50,0	49,3	1,00											

$B + d$ всегда положительно.

Если $\eta < 0$, то нужно взять для $B + d$ дополнение до 180° .

Т а б л и ц а 20 (продолжение). Приближенные значения $B + d$

η/ρ	A										η/ρ	A											
	40°	41°	42°	43°	44°	45°	46°	47°	48°	49°		50°	40°	41°	42°	43°	44°	45°	46°	47°	48°	49°	50°
0,00	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	0,50	49,3	48,5	47,7	46,9	46,0	45,0	44,0	42,8	41,6	40,3	38,9
01	89,3	89,2	89,2	89,2	89,2	89,2	89,2	89,2	89,1	89,1	89,1	51	48,3	47,5	46,7	45,8	44,8	43,8	42,8	41,6	40,3	39,0	37,5
02	88,5	88,5	88,4	88,4	88,4	88,3	88,3	88,3	88,3	88,2	88,2	52	47,2	46,4	45,6	44,7	43,7	42,7	41,5	40,3	39,0	37,6	36,0
03	87,8	87,7	87,7	87,6	87,6	87,5	87,5	87,4	87,4	87,3	87,3	53	46,2	45,4	44,5	43,6	42,5	41,5	40,3	39,0	37,6	36,1	34,5
04	87,0	86,9	86,9	86,8	86,8	86,7	86,7	86,6	86,6	86,5	86,4	54	45,2	44,3	43,4	42,4	41,3	40,2	39,0	37,6	36,2	34,6	32,9
0,05	86,3	86,2	86,1	86,1	86,0	85,9	85,9	85,8	85,7	85,6	85,5	0,55	44,1	43,2	42,3	41,4	40,3	39,2	38,0	36,7	35,3	33,9	32,4
06	85,5	85,4	85,4	85,3	85,3	85,2	85,2	85,1	85,0	84,9	84,8	56	43,0	42,1	41,1	40,0	38,9	37,7	36,5	35,1	33,7	32,2	30,6
07	84,8	84,7	84,6	84,6	84,5	84,4	84,4	84,3	84,2	84,1	84,0	57	41,9	41,0	40,0	38,9	37,7	36,5	35,2	33,8	32,3	30,8	29,2
08	84,0	83,9	83,8	83,7	83,6	83,5	83,4	83,3	83,2	83,1	83,0	58	40,8	39,8	38,8	37,7	36,5	35,2	33,9	32,4	30,9	29,3	27,5
09	83,3	83,2	83,0	82,9	82,8	82,7	82,6	82,4	82,3	82,2	82,0	59	39,6	38,6	37,5	36,2	34,9	33,4	31,9	30,3	28,7	27,0	25,2
0,10	82,5	82,4	82,3	82,2	82,0	81,9	81,7	81,6	81,4	81,2	81,1	0,60	38,4	37,3	36,2	34,9	33,5	31,9	30,3	28,6	26,9	25,1	23,2
11	81,7	81,6	81,5	81,4	81,2	81,0	80,9	80,7	80,5	80,3	80,1	61	37,2	36,1	34,9	33,5	32,0	30,4	28,7	26,9	25,1	23,2	21,3
12	81,0	80,9	80,7	80,6	80,4	80,2	80,1	79,9	79,7	79,5	79,2	62	36,0	34,8	33,5	32,0	30,5	28,8	26,9	25,1	23,2	21,3	19,4
13	80,2	80,1	79,9	79,8	79,6	79,4	79,2	79,0	78,8	78,6	78,3	63	34,7	33,4	32,0	30,5	28,9	27,0	25,1	23,2	21,3	19,4	17,5
14	79,5	79,3	79,1	79,0	78,8	78,6	78,4	78,2	77,9	77,7	77,4	64	33,3	32,0	30,5	28,9	27,2	25,2	23,2	21,3	19,4	17,5	15,6
0,15	78,7	78,5	78,4	78,2	78,0	77,8	77,5	77,3	77,0	76,5	76,5	0,65	31,9	30,5	29,0	27,2	25,4	23,2	20,7	17,6	13,7	7,8	
16	77,9	77,7	77,6	77,4	77,1	76,9	76,7	76,4	76,2	75,9	75,6	66	30,5	29,0	27,4	25,5	23,3	21,0	18,2	14,6	9,5		
17	77,2	77,0	76,8	76,6	76,3	76,1	75,8	75,6	75,3	75,0	74,7	67	29,0	27,4	25,6	23,6	21,3	18,6	15,3	10,8			
18	76,4	76,2	76,0	75,8	75,5	75,3	75,0	74,7	74,4	74,1	73,7	68	27,4	25,7	23,8	21,6	19,1	15,9	11,8	4,4			
19	75,6	75,4	75,2	74,9	74,7	74,4	74,1	73,8	73,5	73,2	72,8	69	25,7	23,9	21,8	19,4	16,4	12,6	6,6				
0,20	74,9	74,6	74,4	74,1	73,9	73,6	73,3	72,9	72,6	72,3	71,9	0,70	24,0	22,0	19,8	16,8	13,3	8,1					
21	74,1	73,8	73,6	73,3	73,0	72,7	72,4	72,1	71,7	71,3	70,9	71	22,1	19,8	17,2	13,9	9,2						
22	73,3	73,1	72,8	72,5	72,2	71,9	71,5	71,2	70,8	70,4	70,0	72	20,0	17,4	14,3	10,1							
23	72,5	72,3	72,0	71,7	71,4	71,0	70,7	70,3	69,9	69,5	69,0	73	17,6	14,7	10,8	3,5							
24	71,7	71,5	71,2	70,8	70,5	70,2	69,8	69,4	69,0	68,5	68,1	74	15,0	11,3	5,3								
0,25	71,0	70,7	70,3	70,0	69,7	69,3	68,9	68,5	68,1	67,7	67,1	0,75	11,7	6,4									
26	70,2	69,8	69,5	69,2	68,8	68,4	68,0	67,6	67,1	66,7	66,1	76	7,2										
27	69,4	69,0	68,7	68,3	67,9	67,6	67,1	66,7	66,2	65,7	65,2	77											
28	68,6	68,2	67,9	67,5	67,1	66,7	66,2	65,8	65,3	64,8	64,2	78											
29	67,8	67,4	67,0	66,6	66,2	65,8	65,3	64,8	64,3	63,8	63,2	79											
0,30	66,9	66,6	66,2	65,8	65,4	64,9	64,5	64,0	63,5	63,0	62,2	0,80											
31	66,1	65,7	65,3	64,9	64,5	64,0	63,5	63,0	62,4	61,8	61,2	81											
32	65,3	64,9	64,5	64,0	63,5	63,0	62,4	61,8	61,2	60,6	60,1	82											
33	64,5	64,1	63,6	63,2	62,7	62,1	61,6	61,0	60,4	59,8	59,1	83											
34	63,7	63,2	62,8	62,3	61,8	61,3	60,7	60,1	59,5	58,8	58,1	84											
0,35	62,8	62,4	61,9	61,4	60,9	60,3	59,7	59,1	58,5	57,8	57,0	0,85											
36	62,0	61,5	61,0	60,5	60,0	59,4	58,8	58,2	57,5	56,8	56,0	86											
37	61,1	60,6	60,1	59,6	59,0	58,4	57,8	57,1	56,4	55,7	54,9	87											
38	60,3	59,8	59,2	58,7	58,1	57,5	56,8	56,1	55,4	54,7	53,8	88											
39	59,4	58,9	58,3	57,8	57,2	56,5	55,8	55,1	54,3	53,5	52,6	89											
0,40	58,5	58,0	57,4	56,8	56,2	55,6	54,8	54,1	53,3	52,4	51,5	0,90											
41	57,6	57,1	56,5	55,9	55,3	54,6	53,8	53,0	52,2	51,3	50,4	91											
42	56,8	56,2	55,6	55,0	54,3	53,6	52,8	52,0	51,1	50,2	49,2	92											
43	55,9	55,3	54,6	54,0	53,3	52,5	51,7	50,9	50,0	49,0	48,0	93											
44	54,9	54,3	53,7	53,0	52,3	51,5	50,7	49,8	48,9	47,9	46,8	94											
0,45	54,0	53,4	52,7	52,0	51,3	50,5	49,6	48,7	47,7	46,7	45,6	0,95											
46	53,1	52,4	51,8	51,0	50,2	49,4	48,5	47,6	46,6	45,5	44,3	96											
47	52,2	51,5	50,8	50,0	49,2	48,3	47,4	46,4	45,4	44,2	43,0	97											
48	51,2	50,5	49,8	49,0	48,1	47,2	46,3	45,3	44,2	43,0	41,7	98											
49	50,2	49,5	48,7	47,9	47,1	46,1	45,1	44,1	42,9	41,7	40,3	99											
0,50	49,3	48,5	47,7	46,9	46,0	45,0	44,0	42,8	41,6	40,3	38,9	1,00											

$B + d$ всегда положительно.

Если $\eta < 0$, то нужно взять для $B + d$ дополнение до 180° .

Т а б л и ц а 20 (продолжение). Приближенные значения $B + d$

η/p \ A	50°	51°	52°	53°	54°	55°	56°	57°	58°	59°	60°	η/p \ A	50°	51°	52°	53°	54°	55°	56°	57°	58°	59°	60°
0,00	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	0,50	38,9	37,4	35,7	33,8	31,7	29,3	26,6	23,4	19,3	13,9	0,0
01	89,1	89,1	89,0	89,0	89,0	89,0	89,0	88,9	88,9	88,9	88,9	51	37,5	35,9	34,1	32,1	29,8	27,2	24,2	20,5	15,8	8,0	
02	88,2	88,2	88,1	88,1	88,1	88,0	88,0	87,9	87,9	87,8	87,7	52	36,0	34,3	32,4	30,3	27,8	25,0	21,6	17,3	11,1		
03	87,3	87,3	87,2	87,1	87,1	87,0	86,9	86,8	86,8	86,7	86,6	53	34,5	32,6	30,6	28,3	25,6	22,5	18,6	13,3			
04	86,4	86,4	86,3	86,2	86,1	86,0	85,9	85,8	85,7	85,5	85,4	54	32,9	30,9	28,7	26,2	23,3	19,7	15,1	7,5			
0,05	85,5	85,4	85,3	85,2	85,1	85,0	84,9	84,7	84,6	84,4	84,3	0,55	31,2	29,1	26,7	23,9	20,7	16,5	10,4				
06	84,6	84,5	84,4	84,3	84,2	84,0	83,8	83,7	83,5	83,3	83,1	56	29,4	27,1	24,6	21,5	17,7	12,5					
07	83,7	83,6	83,5	83,3	83,2	83,0	82,8	82,6	82,4	82,2	82,0	57	27,5	25,1	22,2	18,7	14,1	6,4					
08	82,9	82,7	82,5	82,4	82,2	82,0	81,8	81,6	81,4	81,1	80,8	58	25,5	22,8	19,6	15,5	9,3						
09	82,0	81,8	81,6	81,4	81,2	81,0	80,7	80,5	80,2	79,9	79,6	59	23,4	20,4	16,6	11,1							
0,10	81,1	80,9	80,7	80,4	80,2	80,0	79,7	79,4	79,1	78,8	78,5	0,60	21,0	17,6	13,0	4,5							
11	80,1	79,9	79,7	79,5	79,2	78,9	78,7	78,3	78,0	77,7	77,3	61	18,4	14,2	7,8								
12	79,2	79,0	78,8	78,5	78,2	77,9	77,6	77,3	76,9	76,5	76,1	62	15,3	9,9									
13	78,3	78,1	77,8	77,5	77,2	76,9	76,6	76,2	75,8	75,4	74,9	63	11,4										
14	77,4	77,1	76,9	76,5	76,2	75,9	75,5	75,1	74,7	74,2	73,7	64	5,3										
0,15	76,5	76,2	75,9	75,6	75,2	74,8	74,4	74,0	73,6	73,1	72,5	0,65											
16	75,6	75,3	74,9	74,6	74,2	73,8	73,4	72,9	72,4	71,9	71,3												
17	74,7	74,3	74,0	73,6	73,2	72,8	72,3	71,8	71,3	70,7	70,1												
18	73,7	73,4	73,0	72,6	72,2	71,7	71,2	70,7	70,1	69,5	68,9												
19	72,8	72,4	72,0	71,6	71,1	70,7	70,1	69,6	69,0	68,4	67,7												
0,20	71,9	71,5	71,0	70,6	70,1	69,6	69,0	68,5	67,8	67,1	66,4												
21	70,9	70,5	70,1	69,6	69,1	68,5	67,9	67,3	66,6	65,9	65,2												
22	70,0	69,5	69,1	68,6	68,0	67,4	66,8	66,2	65,5	64,7	63,9												
23	69,0	68,6	68,1	67,5	67,0	66,4	65,7	65,0	64,3	63,5	62,6												
24	68,1	67,6	67,1	66,5	65,9	65,3	64,6	63,9	63,1	62,2	61,3												
0,25	67,1	66,6	66,0	65,5	64,8	64,2	63,4	62,7	61,9	61,0	60,0												
26	66,1	65,6	65,0	64,4	63,7	63,0	62,3	61,5	60,6	59,7	58,7												
27	65,2	64,6	64,0	63,3	62,7	61,9	61,1	60,3	59,4	58,4	57,3												
28	64,2	63,6	62,9	62,3	61,6	60,8	60,0	59,1	58,1	57,1	55,9												
29	63,2	62,6	61,9	61,2	60,4	59,6	58,8	57,8	56,8	55,7	54,5												
0,30	62,2	61,5	60,8	60,1	59,3	58,5	57,6	56,6	55,5	54,4	53,1												
31	61,2	60,5	59,8	59,0	58,2	57,3	56,3	55,3	54,2	53,0	51,7												
32	60,1	59,4	58,7	57,9	57,0	56,1	55,1	54,0	52,9	51,6	50,2												
33	59,1	58,4	57,6	56,7	55,8	54,9	53,8	52,7	51,5	50,2	48,7												
34	58,1	57,3	56,5	55,6	54,7	53,6	52,6	51,4	50,1	48,7	47,2												
0,35	57,0	56,2	55,4	54,4	53,5	52,4	51,3	50,0	48,7	47,2	45,6												
36	55,9	55,1	54,2	53,3	52,2	51,1	49,9	48,6	47,2	45,7	43,9												
37	54,9	54,0	53,1	52,1	51,0	49,8	48,6	47,2	45,7	44,1	42,3												
38	53,8	52,9	51,9	50,8	49,7	48,5	47,2	45,8	44,2	42,5	40,5												
39	52,6	51,7	50,7	49,6	48,4	47,2	45,8	44,3	42,6	40,8	38,7												
0,40	51,5	50,5	49,5	48,3	47,1	45,8	44,3	42,7	41,0	39,0	36,9												
41	50,4	49,3	48,2	47,0	45,7	44,4	42,8	41,2	39,3	37,2	34,9												
42	49,2	48,1	47,0	45,7	44,4	42,9	41,3	39,5	37,6	35,4	32,9												
43	48,0	46,9	45,7	44,4	43,0	41,4	39,7	37,9	35,8	33,4	30,7												
44	46,8	45,6	44,4	43,0	41,5	39,9	38,1	36,1	33,9	31,3	28,4												
0,45	45,6	44,4	43,0	41,6	39,9	38,3	36,4	34,3	31,9	29,1	25,8												
46	44,3	43,0	41,7	40,2	38,5	36,7	34,7	32,4	29,7	26,7	23,1												
47	43,0	41,7	40,3	38,8	37,0	35,0	32,8	30,3	27,5	24,1	19,9												
48	41,7	40,3	38,8	37,1	35,3	33,2	30,9	28,2	25,1	21,3	16,3												
49	40,3	38,9	37,3	35,5	33,5	31,3	28,8	25,9	22,4	17,9	11,5												
0,50	38,9	37,4	35,7	33,8	31,7	29,3	26,6	23,4	19,3	13,9	0,0												
η/p \ A	50°	51°	52°	53°	54°	55°	56°	57°	58°	59°	60°	$\lg p$ \ η	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0,0000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,0000	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9,9999	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9,9999	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9998	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9998	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9997	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9997	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9996	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9996	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
9,9995	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9,9995	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
9994	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9994	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
9993	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9993	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
9992	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9992	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	2
9991	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9991	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2
9,999																							

Т а б л и ц а 20 (окончание). Приближенные значения $B + d$

η/p	A	60°	61°	62°	63°	64°	65°	66°	67°	68°	69°	70°	71°	72°	73°	74°	75°	76°	77°	78°	79°	80°
0,00		90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0
01		88,9	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8
02		87,7	87,6	87,6	87,6	87,6	87,6	87,6	87,6	87,6	87,6	87,6	87,6	87,6	87,6	87,6	87,6	87,6	87,6	87,6	87,6	87,6
03		86,6	86,5	86,5	86,5	86,5	86,5	86,5	86,5	86,5	86,5	86,5	86,5	86,5	86,5	86,5	86,5	86,5	86,5	86,5	86,5	86,5
04		85,4	85,3	85,3	85,3	85,3	85,3	85,3	85,3	85,3	85,3	85,3	85,3	85,3	85,3	85,3	85,3	85,3	85,3	85,3	85,3	85,3
0,05		84,3	84,1	83,9	83,7	83,5	83,3	83,2	83,0	82,8	82,6	82,4	82,2	82,0	81,8	81,6	81,4	81,2	81,0	80,8	80,6	80,4
06		83,3	83,2	83,1	83,0	82,9	82,8	82,7	82,6	82,5	82,4	82,3	82,2	82,1	82,0	81,9	81,8	81,7	81,6	81,5	81,4	81,3
07		82,0	81,7	81,4	81,1	80,8	80,5	80,2	79,9	79,6	79,3	79,0	78,7	78,4	78,1	77,8	77,5	77,2	76,9	76,6	76,3	76,0
08		80,8	80,5	80,2	79,9	79,5	79,1	78,7	78,3	77,9	77,5	77,1	76,7	76,3	75,9	75,5	75,1	74,7	74,3	73,9	73,5	73,1
09		79,6	79,3	78,9	78,5	78,1	77,7	77,2	76,7	76,2	75,7	75,2	74,7	74,2	73,7	73,2	72,7	72,2	71,7	71,2	70,7	70,2
0,10		78,5	78,1	77,7	77,2	76,7	76,2	75,7	75,2	74,7	74,2	73,7	73,2	72,7	72,2	71,7	71,2	70,7	70,2	69,7	69,2	68,7
11		77,3	76,9	76,4	75,9	75,4	74,9	74,4	73,9	73,4	72,9	72,4	71,9	71,4	70,9	70,4	69,9	69,4	68,9	68,4	67,9	67,4
12		76,1	75,7	75,2	74,7	74,2	73,7	73,2	72,7	72,2	71,7	71,2	70,7	70,2	69,7	69,2	68,7	68,2	67,7	67,2	66,7	66,2
13		74,9	74,4	73,9	73,4	72,9	72,4	71,9	71,4	70,9	70,4	69,9	69,4	68,9	68,4	67,9	67,4	66,9	66,4	65,9	65,4	64,9
14		73,7	73,2	72,7	72,2	71,7	71,2	70,7	70,2	69,7	69,2	68,7	68,2	67,7	67,2	66,7	66,2	65,7	65,2	64,7	64,2	63,7
0,15		72,5	72,0	71,4	70,7	70,0	69,2	68,4	67,6	66,8	66,0	65,2	64,4	63,6	62,8	62,0	61,2	60,4	59,6	58,8	58,0	57,2
16		71,3	70,7	70,0	69,2	68,4	67,6	66,8	66,0	65,2	64,4	63,6	62,8	62,0	61,2	60,4	59,6	58,8	58,0	57,2	56,4	55,6
17		70,1	69,5	68,8	68,0	67,2	66,4	65,6	64,8	64,0	63,2	62,4	61,6	60,8	60,0	59,2	58,4	57,6	56,8	56,0	55,2	54,4
18		68,9	68,2	67,5	66,7	65,9	65,1	64,3	63,5	62,7	61,9	61,1	60,3	59,5	58,7	57,9	57,1	56,3	55,5	54,7	53,9	53,1
19		67,7	67,0	66,2	65,4	64,6	63,8	63,0	62,2	61,4	60,6	59,8	59,0	58,2	57,4	56,6	55,8	55,0	54,2	53,4	52,6	51,8
0,20		66,4	65,6	64,8	64,0	63,2	62,4	61,6	60,8	60,0	59,2	58,4	57,6	56,8	56,0	55,2	54,4	53,6	52,8	52,0	51,2	50,4
21		65,2	64,3	63,5	62,7	61,9	61,1	60,3	59,5	58,7	57,9	57,1	56,3	55,5	54,7	53,9	53,1	52,3	51,5	50,7	49,9	49,1
22		63,9	63,0	62,1	61,3	60,5	59,7	58,9	58,1	57,3	56,5	55,7	54,9	54,1	53,3	52,5	51,7	50,9	50,1	49,3	48,5	47,7
23		62,6	61,7	60,9	60,1	59,3	58,5	57,7	56,9	56,1	55,3	54,5	53,7	52,9	52,1	51,3	50,5	49,7	48,9	48,1	47,3	46,5
24		61,3	60,3	59,5	58,7	57,9	57,1	56,3	55,5	54,7	53,9	53,1	52,3	51,5	50,7	49,9	49,1	48,3	47,5	46,7	45,9	45,1
0,25		60,0	58,9	57,8	56,6	55,5	54,3	53,2	52,0	50,8	49,6	48,4	47,2	46,0	44,8	43,6	42,4	41,2	40,0	38,8	37,6	36,4
26		58,7	57,5	56,3	55,1	53,9	52,7	51,5	50,3	49,1	47,9	46,7	45,5	44,3	43,1	41,9	40,7	39,5	38,3	37,1	35,9	34,7
27		57,3	56,0	54,7	53,4	52,1	50,8	49,5	48,2	46,9	45,6	44,3	43,0	41,7	40,4	39,1	37,8	36,5	35,2	33,9	32,6	31,3
28		55,9	54,5	53,1	51,7	50,3	48,9	47,5	46,1	44,7	43,3	41,9	40,5	39,1	37,7	36,3	34,9	33,5	32,1	30,7	29,3	27,9
29		54,5	53,0	51,5	50,0	48,5	47,0	45,5	44,0	42,5	41,0	39,5	38,0	36,5	35,0	33,5	32,0	30,5	29,0	27,5	26,0	24,5
0,30		53,1	51,5	50,0	48,4	46,8	45,2	43,6	42,0	40,4	38,8	37,2	35,6	34,0	32,4	30,8	29,2	27,6	26,0	24,4	22,8	21,2
31		51,7	50,0	48,3	46,6	44,9	43,2	41,5	39,8	38,1	36,4	34,7	33,0	31,3	29,6	27,9	26,2	24,5	22,8	21,1	19,4	17,7
32		50,2	48,4	46,6	44,8	43,0	41,2	39,4	37,6	35,8	34,0	32,2	30,4	28,6	26,8	25,0	23,2	21,4	19,6	17,8	16,0	14,2
33		48,7	46,7	44,8	42,8	40,9	38,9	37,0	35,0	33,0	31,0	29,0	27,0	25,0	23,0	21,0	19,0	17,0	15,0	13,0	11,0	9,0
34		47,2	45,1	43,0	41,0	39,0	37,0	35,0	33,0	31,0	29,0	27,0	25,0	23,0	21,0	19,0	17,0	15,0	13,0	11,0	9,0	7,0
0,35		45,6	43,8	41,8	39,9	37,9	36,0	34,0	32,0	30,0	28,0	26,0	24,0	22,0	20,0	18,0	16,0	14,0	12,0	10,0	8,0	6,0
36		43,9	42,1	39,9	37,5	34,9	32,5	30,1	27,7	25,3	22,9	20,5	18,1	15,7	13,3	10,9	8,5	6,1	3,7	1,3	-1,1	-3,5
37		42,3	40,3	38,0	35,4	32,8	30,2	27,6	25,0	22,4	19,8	17,2	14,6	12,0	9,4	6,8	4,2	1,6	-1,0	-3,6	-6,2	-8,8
38		40,5	38,4	36,0	33,2	30,4	27,6	24,8	22,0	19,2	16,4	13,6	10,8	8,0	5,2	2,4	-0,4	-3,2	-6,0	-8,8	-11,6	-14,4
39		38,7	36,4	33,8	30,9	27,9	24,8	21,7	18,6	15,5	12,4	9,3	6,2	3,1	0,0	-3,1	-6,2	-9,3	-12,4	-15,5	-18,6	-21,7
0,40		36,9	34,4	31,6	28,2	24,2	18,8	10,4														
41		34,9	32,3	29,2	25,4	20,7	14,0															
42		32,9	30,0	26,5	22,3	16,6	6,4															
43		30,7	27,5	23,7	18,7	11,2																
44		28,4	24,8	20,4	14,3																	
0,45		25,8	21,8	16,6	7,6																	
46		23,1	18,4	11,5																		
47		19,9	14,2																			
48		16,3	8,1																			
49		11,5																				
0,50		0,0																				

 $B + d$ всегда положительно.Если $\eta < 0$, то нужно взять для $B + d$ дополнение до 180° .

Таблица 21. Значения φ для приближенного вычисления солнечного затмения

A		0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	A		0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°
B	±	90,0	89,0	88,0	87,0	86,0	85,0	84,0	83,0	82,0	81,0	80,0	B	±	45,2	45,2	45,2	45,1	45,1	45,0	44,9	44,8	44,6	44,5	44,3
	0 180	89,0	88,6	88,2	87,8	87,4	87,0	86,6	86,2	85,8	85,4	85,0		45,1	45,1	45,1	45,0	45,0	44,9	44,8	44,6	44,5	44,3	44,2	44,0
	1 179	88,0	87,8	87,6	87,4	87,2	87,0	86,8	86,6	86,4	86,2	86,0		44,2	44,2	44,2	44,1	44,1	44,0	43,9	43,8	43,7	43,5	43,4	43,2
	2 178	87,0	86,9	86,8	86,7	86,6	86,5	86,4	86,3	86,2	86,1	86,0		44,1	44,1	44,1	44,0	44,0	43,9	43,8	43,7	43,6	43,4	43,3	43,1
	3 177	86,0	85,9	85,8	85,7	85,6	85,5	85,4	85,3	85,2	85,1	85,0		44,0	44,0	44,0	43,9	43,9	43,8	43,7	43,6	43,5	43,3	43,2	43,0
	4 176	85,0	84,9	84,8	84,7	84,6	84,5	84,4	84,3	84,2	84,1	84,0		43,9	43,9	43,9	43,8	43,8	43,7	43,6	43,5	43,4	43,2	43,1	42,9
	5 175	84,0	83,9	83,8	83,7	83,6	83,5	83,4	83,3	83,2	83,1	83,0		43,8	43,8	43,8	43,7	43,7	43,6	43,5	43,4	43,3	43,1	43,0	42,8
	6 174	83,0	82,9	82,8	82,7	82,6	82,5	82,4	82,3	82,2	82,1	82,0		43,7	43,7	43,7	43,6	43,6	43,5	43,4	43,3	43,2	43,0	42,9	42,7
	7 173	82,0	81,9	81,8	81,7	81,6	81,5	81,4	81,3	81,2	81,1	81,0		43,6	43,6	43,6	43,5	43,5	43,4	43,3	43,2	43,1	42,9	42,8	42,6
	8 172	81,0	80,9	80,8	80,7	80,6	80,5	80,4	80,3	80,2	80,1	80,0		43,5	43,5	43,5	43,4	43,4	43,3	43,2	43,1	43,0	42,8	42,7	42,5
	9 171	80,0	79,9	79,8	79,7	79,6	79,5	79,4	79,3	79,2	79,1	79,0		43,4	43,4	43,4	43,3	43,3	43,2	43,1	43,0	42,9	42,7	42,6	42,4
	10 170	79,0	78,9	78,8	78,7	78,6	78,5	78,4	78,3	78,2	78,1	78,0		43,3	43,3	43,3	43,2	43,2	43,1	43,0	42,9	42,8	42,6	42,5	42,3
	11 169	78,0	77,9	77,8	77,7	77,6	77,5	77,4	77,3	77,2	77,1	77,0		43,2	43,2	43,2	43,1	43,1	43,0	42,9	42,8	42,7	42,5	42,4	42,2
	12 168	77,0	76,9	76,8	76,7	76,6	76,5	76,4	76,3	76,2	76,1	76,0		43,1	43,1	43,1	43,0	43,0	42,9	42,8	42,7	42,6	42,4	42,3	42,1
	13 167	76,0	75,9	75,8	75,7	75,6	75,5	75,4	75,3	75,2	75,1	75,0		43,0	43,0	43,0	42,9	42,9	42,8	42,7	42,6	42,5	42,3	42,2	42,0
	14 166	75,0	74,9	74,8	74,7	74,6	74,5	74,4	74,3	74,2	74,1	74,0		42,9	42,9	42,9	42,8	42,8	42,7	42,6	42,5	42,4	42,2	42,1	41,9
	15 165	74,0	73,9	73,8	73,7	73,6	73,5	73,4	73,3	73,2	73,1	73,0		42,8	42,8	42,8	42,7	42,7	42,6	42,5	42,4	42,3	42,1	42,0	41,8
	16 164	73,0	72,9	72,8	72,7	72,6	72,5	72,4	72,3	72,2	72,1	72,0		42,7	42,7	42,7	42,6	42,6	42,5	42,4	42,3	42,2	42,0	41,9	41,7
	17 163	72,0	71,9	71,8	71,7	71,6	71,5	71,4	71,3	71,2	71,1	71,0		42,6	42,6	42,6	42,5	42,5	42,4	42,3	42,2	42,1	41,9	41,8	41,6
	18 162	71,0	70,9	70,8	70,7	70,6	70,5	70,4	70,3	70,2	70,1	70,0		42,5	42,5	42,5	42,4	42,4	42,3	42,2	42,1	42,0	41,8	41,7	41,5
	19 161	70,0	69,9	69,8	69,7	69,6	69,5	69,4	69,3	69,2	69,1	69,0		42,4	42,4	42,4	42,3	42,3	42,2	42,1	42,0	41,9	41,7	41,6	41,4
	20 160	69,0	68,9	68,8	68,7	68,6	68,5	68,4	68,3	68,2	68,1	68,0		42,3	42,3	42,3	42,2	42,2	42,1	42,0	41,9	41,8	41,6	41,5	41,3
	21 159	68,0	67,9	67,8	67,7	67,6	67,5	67,4	67,3	67,2	67,1	67,0		42,2	42,2	42,2	42,1	42,1	42,0	41,9	41,8	41,7	41,5	41,4	41,2
	22 158	67,0	66,9	66,8	66,7	66,6	66,5	66,4	66,3	66,2	66,1	66,0		42,1	42,1	42,1	42,0	42,0	41,9	41,8	41,7	41,6	41,4	41,3	41,1
	23 157	66,0	65,9	65,8	65,7	65,6	65,5	65,4	65,3	65,2	65,1	65,0		42,0	42,0	42,0	41,9	41,9	41,8	41,7	41,6	41,5	41,3	41,2	41,0
	24 156	65,0	64,9	64,8	64,7	64,6	64,5	64,4	64,3	64,2	64,1	64,0		41,9	41,9	41,9	41,8	41,8	41,7	41,6	41,5	41,4	41,2	41,1	40,9
	25 155	64,0	63,9	63,8	63,7	63,6	63,5	63,4	63,3	63,2	63,1	63,0		41,8	41,8	41,8	41,7	41,7	41,6	41,5	41,4	41,3	41,1	41,0	40,8
	26 154	63,0	62,9	62,8	62,7	62,6	62,5	62,4	62,3	62,2	62,1	62,0		41,7	41,7	41,7	41,6	41,6	41,5	41,4	41,3	41,2	41,0	40,9	40,7
	27 153	62,0	61,9	61,8	61,7	61,6	61,5	61,4	61,3	61,2	61,1	61,0		41,6	41,6	41,6	41,5	41,5	41,4	41,3	41,2	41,1	40,9	40,8	40,6
	28 152	61,0	60,9	60,8	60,7	60,6	60,5	60,4	60,3	60,2	60,1	60,0		41,5	41,5	41,5	41,4	41,4	41,3	41,2	41,1	41,0	40,8	40,7	40,5
	29 151	60,0	59,9	59,8	59,7	59,6	59,5	59,4	59,3	59,2	59,1	59,0		41,4	41,4	41,4	41,3	41,3	41,2	41,1	41,0	40,9	40,7	40,6	40,4
	30 150	59,0	58,9	58,8	58,7	58,6	58,5	58,4	58,3	58,2	58,1	58,0		41,3	41,3	41,3	41,2	41,2	41,1	41,0	40,9	40,8	40,6	40,5	40,3
	31 149	58,0	57,9	57,8	57,7	57,6	57,5	57,4	57,3	57,2	57,1	57,0		41,2	41,2	41,2	41,1	41,1	41,0	40,9	40,8	40,7	40,5	40,4	40,2
	32 148	57,0	56,9	56,8	56,7	56,6	56,5	56,4	56,3	56,2	56,1	56,0		41,1	41,1	41,1	41,0	41,0	40,9	40,8	40,7	40,6	40,4	40,3	40,1
	33 147	56,0	55,9	55,8	55,7	55,6	55,5	55,4	55,3	55,2	55,1	55,0		41,0	41,0	41,0	40,9	40,9	40,8	40,7	40,6	40,5	40,3	40,2	40,0
	34 146	55,0	54,9	54,8	54,7	54,6	54,5	54,4	54,3	54,2	54,1	54,0		40,9	40,9	40,9	40,8	40,8	40,7	40,6	40,5	40,4	40,2	40,1	39,9
	35 145	54,0	53,9	53,8	53,7	53,6	53,5	53,4	53,3	53,2	53,1	53,0		40,8	40,8	40,8	40,7	40,7	40,6	40,5	40,4	40,3	40,1	40,0	39,8
	36 144	53,0	52,9	52,8	52,7	52,6	52,5	52,4	52,3	52,2	52,1	52,0		40,7	40,7	40,7	40,6	40,6	40,5	40,4	40,3	40,2	40,0	39,9	39,7
	37 143	52,0	51,9	51,8	51,7	51,6	51,5	51,4	51,3	51,2	51,1	51,0		40,6	40,6	40,6	40,5	40,5	40,4	40,3	40,2	40,1	39,9	39,8	39,6
	38 142	51,0	50,9	50,8	50,7	50,6	50,5	50,4	50,3	50,2	50,1	50,0		40,5	40,5	40,5	40,4	40,4	40,3	40,2	40,1	40,0	39,8	39,7	39,5
	39 141	50,0	49,9	49,8	49,7	49,6	49,5	49,4	49,3	49,2	49,1	49,0		40,4	40,4	40,4	40,3	40,3	40,2	40,1	40,0	39,9	39,7	39,6	39,4
	40 140	49,0	48,9	48,8	48,7	48,6	48,5	48,4	48,3	48,2	48,1	48,0		40,3	40,3	40,3	40,2	40,2	40,1	40,0	39,9	39,8	39,6	39,5	39,3
	41 139	48,0	47,9	47,8	47,7	47,6	47,5	47,4	47,3	47,2	47,1	47,0		40,2	40,2	40,2	40,1	40,1	40,0	39,9	39,8	39,7	39,5	39,4	39,2
	42 138	47,0	46,9	46,8	46,7	46,6	46,5	46,4	46,3	46,2	46,1	46,0		40,1	40,1	40,1	40,0	40,0	39,9	39,8	39,7	39,6	39,4	39,3	39,1
	43 137	46,0	45,9	45,8	45,7	45,6	45,5	45,4	45,3	45,2	45,1	45,0		40,0	40,0	40,0	39,9	39,9	39,8	39,7	39,6	39,5	39,3	39,2	39,0
	44 136	45,0	44,9	44,8	44,7	44,6	44,5	44,4	44,3	44,2	44,1	44,0		39,9	39,9	39,9	39,8	39,8	39,7	39,6	39,5	39,4	39,2	39,1	38,9
	45 135	44,0	43,9	43,8	43,7	43,6	43,5	43,4	43,3	43,2	43,1	43,0		39,8	39,8	39,8	39,7	39,7	39,6	39,5	39,4	39,3	39,1	39,0	38,8
	46 134	43,0	42,9	42,8	42,7	42,6	42,5	42,4	42,3	42,2	42,1	42,0		39,7	39,7	39,7	39,6	39,6	39,5	39,4	39,3	39,2	39,0	38,9	38,7
	47 133	42,0	41,9	41,8	41,7	41,6	41,5	41,4	41,3	41,2	41,1	41,0		39,6	39,6	39,6	39,5	39,5	39,4	39,3	39,2	39,1	38,9	38,8	38,6
	48 132	41,0	40,9	40,8	40,7	40,6	40,5	40,4	40,3	40,2	40,1	40,0		39,5	39,5	39,5	39,4	39,4	39,3	39,2	39,1	39,0	38,8	38,7	38,5
	49 131	40,0	39,9	39,8	39,7	39,6	39,5	39,4	39,3	39,2	39,1	39,0		39,4	39,4	39,4	39,3	39,3							

Таблица 21. Значения $h + \lambda$ для приближенного вычисления солнечного затмения

B	A											B	A										
	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°		0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°
0 180	—	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	45 135	0,0	1,4	2,8	4,2	5,6	7,1	8,5	9,9	11,2	12,6	14,0
1 179	0,0	45,0	63,4	71,5	76,0	78,7	80,6	81,9	82,9	83,7	84,3	46 134	0,0	1,4	2,8	4,2	5,6	6,9	8,3	9,7	11,1	12,4	13,8
2 178	0,0	26,6	45,0	56,3	63,5	68,8	71,6	74,1	76,1	77,6	78,8	47 133	0,0	1,4	2,7	4,1	5,5	6,8	8,2	9,5	10,9	12,2	13,6
3 177	0,0	18,4	33,7	45,0	53,2	59,1	63,5	66,9	69,6	71,7	73,5	48 132	0,0	1,3	2,7	4,0	5,4	6,7	8,1	9,4	10,7	12,0	13,3
4 176	0,0	14,0	26,6	36,9	45,1	51,4	56,4	60,4	63,6	66,2	68,4	49 131	0,0	1,3	2,6	4,0	5,3	6,6	7,9	9,2	10,5	11,9	13,2
5 175	0,0	11,3	21,8	31,0	38,7	45,1	50,3	54,6	58,2	61,2	63,7	50 130	0,0	1,3	2,6	3,9	5,2	6,5	7,8	9,1	10,4	11,7	13,0
6 174	0,0	9,5	18,5	26,6	33,8	39,9	45,2	49,6	53,4	56,6	59,3	51 129	0,0	1,3	2,6	3,9	5,1	6,4	7,7	9,0	10,3	11,5	12,8
7 173	0,0	8,2	16,0	23,3	29,8	35,7	40,8	45,2	49,1	52,4	55,3	52 128	0,0	1,3	2,5	3,8	5,1	6,3	7,6	8,9	10,1	11,4	12,6
8 172	0,0	7,1	14,4	20,6	26,7	32,2	37,1	41,4	45,3	48,7	51,7	53 127	0,0	1,3	2,5	3,8	5,0	6,3	7,5	8,7	10,0	11,2	12,5
9 171	0,0	6,4	12,6	18,5	24,1	29,2	33,9	38,1	41,9	45,4	48,4	54 126	0,0	1,2	2,5	3,7	4,9	6,2	7,4	8,6	9,9	11,1	12,3
10 170	0,0	5,7	11,4	16,8	21,9	26,7	31,2	35,3	39,0	42,4	45,4	55 125	0,0	1,2	2,4	3,7	4,9	6,1	7,3	8,5	9,7	10,9	12,1
11 169	0,0	5,2	10,4	15,4	20,1	24,6	28,8	32,5	35,6	39,1	42,7	56 124	0,0	1,2	2,4	3,6	4,8	6,0	7,2	8,4	9,6	10,8	12,1
12 168	0,0	4,8	9,5	14,1	18,6	22,8	26,8	30,6	34,1	37,3	40,3	57 123	0,0	1,2	2,4	3,6	4,8	6,0	7,1	8,3	9,5	10,7	11,9
13 167	0,0	4,4	8,8	13,1	17,3	21,3	25,0	28,8	32,0	35,1	38,1	58 122	0,0	1,2	2,4	3,5	4,7	5,9	7,1	8,2	9,4	10,6	11,7
14 166	0,0	4,1	8,2	12,2	16,1	19,9	23,5	26,9	30,2	33,2	36,1	59 121	0,0	1,2	2,3	3,5	4,7	5,8	7,0	8,2	9,3	10,5	11,6
15 165	0,0	3,9	7,7	11,4	15,1	18,7	22,2	25,4	28,5	31,5	34,3	60 120	0,0	1,2	2,3	3,5	4,6	5,8	6,9	8,1	9,2	10,4	11,5
16 164	0,0	3,6	7,2	10,8	14,4	17,9	21,3	24,4	27,5	30,5	33,2	61 119	0,0	1,1	2,3	3,4	4,6	5,7	6,9	8,0	9,1	10,3	11,4
17 163	0,0	3,4	6,8	10,2	13,5	16,9	20,2	23,2	26,2	29,1	31,8	62 118	0,0	1,1	2,3	3,4	4,5	5,7	6,8	7,9	9,0	10,2	11,3
18 162	0,0	3,2	6,4	9,6	12,8	16,1	19,3	22,2	25,1	27,9	30,7	63 117	0,0	1,1	2,2	3,4	4,5	5,6	6,7	7,8	9,0	10,1	11,2
19 161	0,0	3,1	6,1	9,1	12,1	15,0	17,9	20,7	23,3	25,9	28,4	64 116	0,0	1,1	2,2	3,3	4,4	5,6	6,7	7,8	8,9	10,0	11,1
20 160	0,0	2,9	5,8	8,7	11,6	14,4	17,1	19,7	22,3	24,8	27,3	65 115	0,0	1,1	2,2	3,3	4,4	5,5	6,6	7,7	8,8	9,9	11,0
21 159	0,0	2,8	5,6	8,3	11,0	13,7	16,3	18,9	21,4	23,8	26,2	66 114	0,0	1,1	2,2	3,3	4,4	5,5	6,6	7,7	8,7	9,8	10,9
22 158	0,0	2,7	5,3	8,0	10,6	13,1	15,7	18,1	20,6	22,9	25,2	67 113	0,0	1,1	2,2	3,3	4,3	5,4	6,5	7,6	8,7	9,8	10,8
23 157	0,0	2,6	5,1	7,6	10,1	12,6	15,1	17,4	19,8	22,1	24,3	68 112	0,0	1,1	2,2	3,2	4,3	5,4	6,5	7,5	8,6	9,7	10,8
24 156	0,0	2,5	4,9	7,3	9,8	12,1	14,5	16,8	19,1	21,3	23,4	69 111	0,0	1,1	2,1	3,2	4,3	5,4	6,4	7,5	8,6	9,6	10,7
25 155	0,0	2,4	4,7	7,1	9,4	11,7	14,0	16,2	18,4	20,5	22,6	70 110	0,0	1,1	2,1	3,2	4,3	5,3	6,4	7,4	8,5	9,6	10,6
26 154	0,0	2,3	4,6	6,8	9,1	11,3	13,5	15,6	17,8	19,9	21,9	71 109	0,0	1,1	2,1	3,2	4,2	5,3	6,3	7,4	8,5	9,5	10,6
27 153	0,0	2,2	4,4	6,6	8,8	10,9	13,0	15,1	17,2	19,2	21,2	72 108	0,0	1,1	2,1	3,2	4,2	5,3	6,3	7,4	8,4	9,5	10,5
28 152	0,0	2,1	4,3	6,4	8,5	10,6	12,6	14,7	16,7	18,6	20,6	73 107	0,0	1,0	2,1	3,1	4,2	5,2	6,3	7,3	8,4	9,4	10,4
29 151	0,0	2,1	4,1	6,2	8,2	10,2	12,2	14,2	16,2	18,1	20,0	74 106	0,0	1,0	2,1	3,1	4,2	5,2	6,2	7,3	8,3	9,4	10,4
30 150	0,0	2,0	4,0	6,0	8,0	9,9	11,9	13,8	15,7	17,6	19,4	75 105	0,0	1,0	2,1	3,1	4,1	5,2	6,2	7,2	8,3	9,3	10,3
31 149	0,0	1,9	3,9	5,8	7,7	9,6	11,5	13,4	15,3	17,1	18,9	76 104	0,0	1,0	2,1	3,1	4,1	5,2	6,2	7,2	8,2	9,3	10,3
32 148	0,0	1,9	3,8	5,6	7,5	9,4	11,2	13,0	14,9	16,6	18,4	77 103	0,0	1,0	2,1	3,1	4,1	5,1	6,2	7,2	8,2	9,2	10,3
33 147	0,0	1,8	3,7	5,5	7,3	9,1	10,9	12,7	14,5	16,2	17,9	78 102	0,0	1,0	2,0	3,1	4,1	5,1	6,1	7,2	8,2	9,2	10,2
34 146	0,0	1,8	3,6	5,4	7,1	8,9	10,6	12,4	14,1	15,8	17,5	79 101	0,0	1,0	2,0	3,1	4,1	5,1	6,1	7,1	8,1	9,2	10,2
35 145	0,0	1,7	3,5	5,2	7,0	8,7	10,4	12,1	13,8	15,4	17,1	80 100	0,0	1,0	2,0	3,0	4,1	5,1	6,1	7,1	8,1	9,1	10,2
36 144	0,0	1,7	3,4	5,1	6,8	8,5	10,1	11,8	13,4	15,1	16,7	81 99	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,1	6,1	7,1	8,1	9,1	10,1
37 143	0,0	1,7	3,3	5,0	6,6	8,3	9,9	11,5	13,1	14,7	16,3	82 98	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,1	7,1	8,1	9,1	10,1
38 142	0,0	1,6	3,2	4,9	6,5	8,1	9,7	11,3	12,9	14,4	16,0	83 97	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,1	8,1	9,1	10,1
39 141	0,0	1,6	3,2	4,8	6,3	7,9	9,5	11,0	12,6	14,1	15,7	84 96	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,1
40 140	0,0	1,6	3,1	4,7	6,2	7,8	9,3	10,8	12,3	13,8	15,3	85 95	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0
41 139	0,0	1,5	3,0	4,6	6,1	7,6	9,1	10,6	12,1	13,6	15,0	86 94	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0
42 138	0,0	1,5	3,0	4,5	6,0	7,4	8,9	10,4	11,9	13,3	14,8	87 93	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0
43 137	0,0	1,5	2,9	4,4	5,9	7,3	8,8	10,2	11,6	13,1	14,5	88 92	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0
44 136	0,0	1,4	2,9	4,3	5,7	7,2	8,6	10,0	11,4	12,8	14,2	89 91	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0
45 135	0,0	1,4	2,8	4,2	5,6	7,1	8,5	9,9	11,2	12,6	14,0	90 90	0,0	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0

 $h + \lambda$ одного знака с $\sin A$.Если $180^\circ < B < 360^\circ$, то нужно брать за аргумент $B - 180^\circ$ и для $h + \lambda$ взять дополнение до 180° .

Таблица 21 (продолжение). Значения φ для приближенного вычисления солнечного затмения

B	A											B	A										
		10°	11°	12°	13°	14°	15°	16°	17°	18°	19°			20°	10°	11°	12°	13°	14°	15°	16°	17°	18°
\pm												\pm											
0 180	80,1	79,1	78,1	77,1	76,1	75,1	74,1	73,1	72,1	71,1	70,1	45 135	44,3	44,1	44,0	43,7	43,5	43,3	43,0	42,7	42,5	42,1	41,8
1 179	80,0	79,0	78,0	77,0	76,0	75,0	74,0	73,0	72,0	71,0	70,0	46 134	43,4	43,2	43,0	42,8	42,6	42,3	42,1	41,8	41,5	41,2	40,9
2 178	79,9	78,9	77,9	76,9	76,0	75,0	74,0	73,0	72,0	71,0	70,0	47 133	42,4	42,2	42,0	41,8	41,6	41,4	41,2	40,9	40,6	40,3	40,0
3 177	79,6	78,7	77,7	76,6	75,8	74,8	73,8	72,9	71,9	70,9	69,9	48 132	41,4	41,3	41,1	40,9	40,7	40,5	40,2	40,0	39,7	39,4	39,1
4 176	79,3	78,4	77,4	76,5	75,5	74,6	73,6	72,7	71,7	70,7	69,7	49 131	40,4	40,3	40,1	39,9	39,7	39,5	39,3	39,0	38,8	38,5	38,2
5 175	78,9	78,0	77,1	76,2	75,2	74,3	73,4	72,4	71,5	70,5	69,5	50 130	39,5	39,3	39,1	39,0	38,8	38,6	38,3	38,1	37,9	37,6	37,3
6 174	78,4	77,6	76,7	75,8	74,9	74,0	73,0	72,1	71,2	70,2	69,3	51 129	38,5	38,3	38,2	38,0	37,8	37,6	37,3	37,2	36,9	36,7	36,4
7 173	77,9	77,1	76,2	75,4	74,5	73,6	72,7	71,8	70,9	69,9	69,0	52 128	37,5	37,4	37,2	37,0	36,8	36,6	36,3	36,2	35,9	35,7	35,5
8 172	77,3	76,5	75,7	74,9	74,0	73,2	72,3	71,4	70,5	69,6	68,6	53 127	36,5	36,4	36,2	36,0	35,8	35,6	35,3	35,2	34,9	34,7	34,6
9 171	76,7	75,9	75,1	74,3	73,5	72,7	71,8	70,9	70,0	69,1	68,3	54 126	35,6	35,4	35,3	35,1	34,9	34,7	34,4	34,3	34,0	33,8	33,7
10 170	76,0	75,3	74,5	73,8	73,0	72,1	71,3	70,5	69,6	68,7	67,9	55 125	34,6	34,4	34,3	34,2	34,0	33,8	33,6	33,4	33,2	33,0	32,8
11 169	75,3	74,6	73,9	73,2	72,4	71,6	70,8	70,0	69,1	68,3	67,4	56 124	33,6	33,5	33,3	33,2	33,0	32,8	32,7	32,5	32,3	32,1	31,9
12 168	74,5	73,9	73,2	72,5	71,8	71,0	70,2	69,4	68,6	67,8	66,9	57 123	32,6	32,5	32,4	32,2	32,1	31,9	31,7	31,6	31,4	31,2	31,0
13 167	73,8	73,1	72,5	71,8	71,1	70,4	69,7	69,0	68,2	67,4	66,6	58 122	31,6	31,5	31,4	31,3	31,1	31,0	30,8	30,6	30,4	30,2	30,0
14 166	73,0	72,4	71,8	71,1	70,4	69,7	69,0	68,2	67,5	66,7	65,9	59 121	30,6	30,5	30,4	30,3	30,1	29,9	29,8	29,7	29,5	29,3	29,1
15 165	72,1	71,6	71,0	70,4	69,7	69,0	68,3	67,6	66,9	66,1	65,3	60 120	29,7	29,6	29,5	29,4	29,2	29,0	28,9	28,7	28,6	28,4	28,2
16 164	71,3	70,8	70,2	69,6	69,0	68,3	67,6	66,9	66,2	65,5	64,7	61 119	28,7	28,6	28,5	28,4	28,2	28,1	27,9	27,8	27,6	27,4	27,3
17 163	70,5	70,0	69,4	68,8	68,2	67,6	66,9	66,3	65,6	64,9	64,1	62 118	27,7	27,6	27,5	27,4	27,3	27,1	27,0	26,8	26,7	26,5	26,3
18 162	69,6	69,1	68,6	68,0	67,4	66,8	66,2	65,6	64,9	64,2	63,5	63 117	26,7	26,6	26,5	26,4	26,3	26,2	26,0	25,9	25,7	25,6	25,4
19 161	68,7	68,3	67,8	67,3	66,7	66,1	65,5	64,9	64,2	63,5	62,8	64 116	25,7	25,6	25,5	25,4	25,3	25,2	25,1	24,9	24,8	24,6	24,5
20 160	67,9	67,4	66,9	66,4	65,9	65,3	64,7	64,1	63,5	62,8	62,2	65 115	24,7	24,7	24,6	24,5	24,4	24,2	24,1	24,0	23,8	23,7	23,5
21 159	67,0	66,6	66,1	65,6	65,1	64,5	64,0	63,4	62,8	62,1	61,5	66 114	23,8	23,7	23,6	23,5	23,4	23,3	23,2	23,0	22,9	22,8	22,6
22 158	66,1	65,7	65,2	64,8	64,3	63,7	63,2	62,6	62,0	61,4	60,8	67 113	22,8	22,7	22,6	22,5	22,4	22,3	22,2	22,1	21,9	21,8	21,7
23 157	65,2	64,8	64,4	63,9	63,4	62,9	62,4	61,8	61,3	60,7	60,0	68 112	21,8	21,7	21,6	21,5	21,4	21,3	21,2	21,1	21,0	20,9	20,7
24 156	64,3	63,9	63,5	63,0	62,6	62,1	61,6	61,1	60,5	59,9	59,3	69 111	20,8	20,7	20,6	20,5	20,4	20,3	20,2	20,1	19,9	19,8	19,8
25 155	63,3	62,9	62,6	62,2	61,7	61,3	60,8	60,3	59,8	59,2	58,6	70 110	19,8	19,7	19,7	19,6	19,5	19,4	19,3	19,2	19,1	19,0	18,9
26 154	62,4	62,1	61,7	61,3	60,9	60,5	60,0	59,5	59,0	58,4	57,8	71 109	18,8	18,8	18,7	18,6	18,5	18,4	18,4	18,3	18,2	18,1	17,9
27 153	61,5	61,2	60,8	60,4	60,0	59,6	59,1	58,6	58,1	57,5	57,0	72 108	17,8	17,8	17,7	17,6	17,5	17,4	17,3	17,2	17,1	17,0	16,9
28 152	60,6	60,3	59,9	59,5	59,1	58,7	58,2	57,7	57,2	56,6	56,2	73 107	16,8	16,8	16,7	16,7	16,6	16,5	16,4	16,3	16,2	16,1	16,0
29 151	59,6	59,3	59,0	58,6	58,2	57,8	57,4	56,9	56,5	56,0	55,5	74 106	15,9	15,8	15,7	15,7	15,6	15,5	15,5	15,4	15,3	15,2	15,1
30 150	58,7	58,4	58,1	57,7	57,3	56,9	56,5	56,1	55,6	55,2	54,7	75 105	14,9	14,8	14,8	14,7	14,6	14,6	14,5	14,4	14,3	14,3	14,2
31 149	57,8	57,5	57,2	56,8	56,5	56,1	55,7	55,2	54,8	54,3	53,8	76 104	13,9	13,8	13,8	13,7	13,7	13,6	13,5	13,5	13,4	13,3	13,2
32 148	56,8	56,5	56,2	55,9	55,5	55,2	54,8	54,4	53,9	53,5	53,0	77 103	12,9	12,8	12,8	12,7	12,7	12,6	12,6	12,5	12,4	12,4	12,3
33 147	55,9	55,6	55,3	55,0	54,6	54,3	53,9	53,5	53,1	52,7	52,2	78 102	11,9	11,9	11,8	11,8	11,7	11,7	11,6	11,5	11,5	11,4	11,3
34 146	54,9	54,7	54,4	54,1	53,7	53,4	53,0	52,6	52,2	51,8	51,4	79 101	10,9	10,9	10,8	10,8	10,7	10,7	10,6	10,6	10,5	10,5	10,4
35 145	54,0	53,7	53,4	53,1	52,8	52,5	52,1	51,8	51,4	51,0	50,5	80 100	9,9	9,9	9,8	9,8	9,8	9,7	9,7	9,6	9,6	9,5	9,5
36 144	53,0	52,8	52,5	52,2	51,9	51,6	51,2	50,9	50,5	50,1	49,7	81 99	8,9	8,9	8,8	8,8	8,8	8,7	8,7	8,6	8,6	8,5	8,5
37 143	52,0	51,8	51,6	51,3	51,0	50,7	50,3	50,0	49,6	49,2	48,8	82 98	7,9	7,9	7,9	7,8	7,8	7,8	7,7	7,7	7,7	7,6	7,6
38 142	51,1	50,9	50,6	50,3	50,0	49,7	49,4	49,0	48,7	48,3	48,0	83 97	6,9	6,9	6,9	6,8	6,8	6,8	6,8	6,7	6,7	6,7	6,6
39 141	50,1	49,9	49,7	49,4	49,1	48,8	48,5	48,2	47,8	47,5	47,1	84 96	5,9	5,9	5,9	5,9	5,8	5,8	5,8	5,7	5,7	5,7	5,7
40 140	49,2	49,0	48,7	48,5	48,2	47,9	47,6	47,3	47,0	46,6	46,2	85 95	5,0	4,9	4,9	4,9	4,9	4,9	4,8	4,8	4,8	4,8	4,7
41 139	48,2	48,0	47,8	47,5	47,3	47,0	46,7	46,4	46,1	45,7	45,4	86 94	4,0	4,0	3,9	3,9	3,9	3,9	3,9	3,9	3,8	3,8	3,8
42 138	47,2	47,0	46,8	46,6	46,3	46,1	45,8	45,5	45,2	44,8	44,5	87 93	3,0	3,0	3,0	2,9	2,9	2,9	2,9	2,9	2,9	2,8	2,8
43 137	46,3	46,1	45,9	45,6	45,4	45,1	44,9	44,6	44,3	43,9	43,6	88 92	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9
44 136	45,3	45,1	44,9	44,7	44,5	44,2	43,9	43,7	43,4	43,0	42,7	89 91	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	0,9
45 135	44,3	44,1	44,0	43,7	43,5	43,3	43,0	42,7	42,5	42,1	41,8	90 90	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

φ одного знака с $\cos B$.

Т а б л и ц а 21 (продолжение). Значения $h + \lambda$ для приближенного вычисления
солнечного затмения

A		10°	11°	12°	13°	14°	15°	16°	17°	18°	19°	20°	A		10°	11°	12°	13°	14°	15°	16°	17°	18°	19°	20°
0	180	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	45	135	14,0	15,4	16,7	18,1	19,4	20,8	22,1	23,4	24,7	26,0	27,2
1	179	84,3	84,9	85,3	85,7	86,0	86,3	86,5	86,7	86,9	87,1	87,3	46	134	13,8	15,1	16,5	17,8	19,1	20,4	21,7	23,0	24,3	25,6	26,8
2	178	78,8	79,8	80,7	81,4	82,0	82,6	83,1	83,5	83,9	84,2	84,5	47	133	13,6	14,9	16,2	17,5	18,8	20,1	21,4	22,7	24,0	25,2	26,5
3	177	73,5	74,9	76,2	77,2	78,1	78,9	79,7	80,3	80,8	81,4	81,8	48	132	13,3	14,7	16,0	17,3	18,5	19,8	21,1	22,4	23,6	24,9	26,1
4	176	68,4	70,3	71,8	73,2	74,4	75,4	76,3	77,1	77,9	78,5	79,2	49	131	13,2	14,4	15,7	17,0	18,3	19,5	20,8	22,1	23,3	24,5	25,7
5	175	63,7	65,8	67,7	69,3	70,7	72,0	73,1	74,1	75,0	75,8	76,5	50	130	13,0	14,2	15,5	16,8	18,0	19,3	20,5	21,8	23,0	24,2	25,4
6	174	59,3	61,7	63,8	65,6	67,3	68,7	70,0	71,1	72,2	73,1	74,0	51	129	12,8	14,0	15,3	16,5	17,8	19,0	20,3	21,5	22,7	23,9	25,1
7	173	55,3	57,9	60,2	62,2	64,0	65,5	67,0	68,3	69,4	70,5	71,5	52	128	12,6	13,9	15,1	16,3	17,6	18,8	20,0	21,2	22,4	23,6	24,8
8	172	51,7	54,4	56,8	58,9	60,8	62,6	64,4	65,9	67,0	68,0	69,1	53	127	12,5	13,7	14,9	16,1	17,3	18,5	19,8	21,0	22,1	23,3	24,5
9	171	48,4	51,2	53,6	55,9	57,9	59,7	61,4	62,9	64,3	65,6	66,7	54	126	12,3	13,5	14,7	15,9	17,1	18,3	19,5	20,7	21,9	23,1	24,2
10	170	45,4	48,2	50,8	53,1	55,1	57,1	58,8	60,4	61,9	63,2	64,5	55	125	12,1	13,3	14,5	15,7	16,9	18,1	19,3	20,5	21,6	22,8	24,0
11	169	42,7	45,5	48,1	50,4	52,6	54,5	56,4	58,0	59,6	61,0	62,3	56	124	12,0	13,2	14,4	15,6	16,7	17,9	19,0	20,2	21,4	22,5	23,7
12	168	40,3	43,1	45,6	48,0	50,2	52,2	54,1	55,8	57,4	58,9	60,3	57	123	11,9	13,0	14,2	15,4	16,6	17,7	18,9	20,0	21,2	22,3	23,5
13	167	38,1	40,8	43,4	45,7	47,9	50,0	51,9	53,7	55,3	56,8	58,3	58	122	11,7	12,9	14,1	15,2	16,4	17,5	18,7	19,8	21,0	22,1	23,2
14	166	36,1	38,8	41,3	43,7	45,9	47,9	49,8	51,6	53,3	54,9	56,4	59	121	11,6	12,8	13,9	15,1	16,2	17,4	18,5	19,6	20,8	21,9	23,0
15	165	34,3	36,9	39,4	41,7	43,9	46,0	47,9	49,8	51,5	53,1	54,6	60	120	11,5	12,7	13,8	14,9	16,1	17,2	18,3	19,4	20,6	21,7	22,8
16	164	32,6	35,2	37,6	39,9	42,1	44,2	46,1	48,0	49,7	51,3	52,9	61	119	11,4	12,5	13,7	14,8	15,9	17,0	18,1	19,2	20,4	21,5	22,6
17	163	31,1	33,6	36,0	38,3	40,5	42,5	44,4	46,3	48,0	49,7	51,2	62	118	11,3	12,4	13,5	14,6	15,7	16,8	17,9	19,0	20,1	21,2	22,3
18	162	29,7	32,2	34,5	36,8	38,9	40,9	42,9	44,7	46,4	48,1	49,7	63	117	11,2	12,3	13,4	14,5	15,6	16,7	17,8	18,9	20,0	21,1	22,2
19	161	28,4	30,8	33,1	35,3	37,4	39,5	41,4	43,2	44,9	46,6	48,2	64	116	11,1	12,2	13,3	14,4	15,5	16,6	17,7	18,8	19,9	21,0	22,0
20	160	27,3	29,6	31,9	34,0	36,1	38,1	40,0	41,8	43,5	45,2	46,8	65	115	11,0	12,1	13,2	14,3	15,4	16,5	17,6	18,7	19,8	20,9	21,9
21	159	26,2	28,5	30,7	32,8	34,8	36,8	38,7	40,5	42,2	43,9	45,4	66	114	10,9	12,0	13,1	14,2	15,3	16,3	17,4	18,5	19,6	20,7	21,7
22	158	25,2	27,4	29,6	31,6	33,6	35,6	37,4	39,2	40,9	42,6	44,2	67	112	10,8	11,9	13,0	14,1	15,2	16,2	17,3	18,4	19,4	20,5	21,6
23	157	24,3	26,4	28,5	30,6	32,5	34,4	36,3	38,0	39,7	41,4	43,0	68	113	10,8	11,8	12,9	14,0	15,1	16,1	17,2	18,2	19,3	20,4	21,4
24	156	23,4	25,5	27,6	29,6	31,5	33,4	35,2	36,9	38,6	40,2	41,8	69	111	10,7	11,8	12,8	13,9	15,0	16,0	17,1	18,1	19,2	20,2	21,3
25	155	22,6	24,7	26,7	28,6	30,5	32,4	34,2	35,9	37,6	39,2	40,7	70	110	10,6	11,7	12,7	13,8	14,9	15,9	17,0	18,0	19,1	20,1	21,2
26	154	21,9	23,9	25,9	27,8	29,7	31,5	33,3	35,0	36,7	38,3	39,7	71	109	10,6	11,6	12,7	13,7	14,8	15,8	16,9	17,9	19,0	20,0	21,1
27	153	21,2	23,2	25,1	27,0	28,8	30,6	32,3	34,0	35,6	37,2	38,7	72	108	10,5	11,6	12,6	13,6	14,7	15,7	16,8	17,8	18,9	19,9	20,9
28	152	20,6	22,5	24,4	26,2	28,0	29,7	31,4	33,1	34,7	36,3	37,8	73	107	10,4	11,5	12,5	13,5	14,6	15,6	16,7	17,7	18,8	19,8	20,8
29	151	20,0	21,8	23,7	25,5	27,2	28,9	30,6	32,2	33,8	35,4	36,9	74	106	10,4	11,4	12,5	13,5	14,5	15,6	16,6	17,6	18,7	19,7	20,7
30	150	19,4	21,2	23,0	24,8	26,5	28,2	29,8	31,4	33,0	34,6	36,1	75	105	10,3	11,3	12,4	13,4	14,5	15,5	16,5	17,6	18,6	19,6	20,6
31	149	18,9	20,7	22,4	24,1	25,8	27,5	29,1	30,7	32,2	33,8	35,2	76	104	10,3	11,3	12,4	13,4	14,4	15,4	16,5	17,5	18,5	19,5	20,6
32	148	18,4	20,1	21,9	23,5	25,2	26,8	28,4	30,0	31,5	33,0	34,5	77	103	10,3	11,3	12,3	13,3	14,4	15,4	16,4	17,4	18,4	19,5	20,5
33	147	17,9	19,6	21,3	23,0	24,6	26,2	27,8	29,3	30,8	32,3	33,8	78	102	10,2	11,2	12,3	13,3	14,3	15,3	16,3	17,4	18,4	19,4	20,4
34	146	17,5	19,2	20,8	22,4	24,0	25,6	27,1	28,7	30,2	31,6	33,1	79	101	10,2	11,2	12,2	13,2	14,3	15,3	16,3	17,3	18,3	19,3	20,3
35	145	17,1	18,7	20,3	21,9	23,5	25,0	26,6	28,1	29,5	31,0	32,4	80	100	10,2	11,2	12,2	13,2	14,2	15,2	16,2	17,2	18,3	19,3	20,3
36	144	16,7	18,3	19,9	21,4	23,0	24,5	26,0	27,5	28,9	30,4	31,8	81	99	10,1	11,1	12,1	13,1	14,2	15,2	16,2	17,2	18,2	19,2	20,2
37	143	16,3	17,9	19,5	21,0	22,5	24,0	25,5	26,9	28,4	29,8	31,2	82	98	10,1	11,1	12,1	13,1	14,1	15,1	16,1	17,2	18,2	19,2	20,2
38	142	16,0	17,5	19,0	20,6	22,1	23,5	25,0	26,4	27,8	29,2	30,6	83	97	10,1	11,1	12,1	13,1	14,1	15,1	16,1	17,1	18,1	19,1	20,1
39	141	15,7	17,2	18,7	20,1	21,6	23,1	24,5	25,9	27,3	28,7	30,0	84	96	10,1	11,1	12,1	13,1	14,1	15,1	16,1	17,1	18,1	19,1	20,1
40	140	15,3	16,8	18,3	19,8	21,2	22,6	24,0	25,4	26,8	28,2	29,5	85	95	10,0	11,0	12,0	13,0	14,0	15,0	16,0	17,0	18,0	19,0	20,0
41	139	15,0	16,5	18,0	19,4	20,8	22,2	23,6	25,0	26,3	27,7	29,0	86	94	10,0	11,0	12,0	13,0	14,0	15,0	16,0	17,0	18,0	19,0	20,0
42	138	14,8	16,2	17,6	19,0	20,4	21,8	23,2	24,6	25,9	27,2	28,5	87	93	10,0	11,0	12,0	13,0	14,0	15,0	16,0	17,0	18,0	19,0	20,0
43	137	14,5	15,9	17,3	18,7	20,1	21,4	22,8	24,1	25,5	26,8	28,1	88	92	10,0	11,0	12,0	13,0	14,0	15,0	16,0	17,0	18,0	19,0	20,0
44	136	14,2	15,6	17,0	18,4	19,7	21,1	22,4	23,8	25,1	26,4	27,7	89	91	10,0	11,0	12,0	13,0	14,0	15,0	16,0	17,0	18,0	19,0	20,0
45	135	14,0	15,4	16,7	18,1	19,4	20,8	22,1	23,4	24,7	26,0	27,2	90	90	10,0	11,0	12,0	13,0	14,0	15,0	16,0	17,0	18,0	19,0	20,0

$h + \lambda$ одного знака с $\sin A$.

Если $180^\circ < B < 360^\circ$, то нужно брать за аргумент $B - 180^\circ$ и для $h + \lambda$ взять дополнение до 180° .

Таблица 21 (продолжение). Значения φ для приближенного вычисления
солнечного затмения

A		20°	21°	22°	23°	24°	25°	26°	27°	28°	29°	30°	A		20°	21°	22°	23°	24°	25°	26°	27°	28°	29°	30°	
\pm													\pm													
0 180		70,1	69,1	68,1	67,1	66,1	65,1	64,2	63,2	62,2	61,2	60,2	45 135	41,8	41,5	41,2	40,8	40,4	40,0	39,7	39,2	38,8	38,4	38,0	37,9	
1 179		70,1	69,1	68,1	67,1	66,1	65,1	64,1	63,1	62,1	61,1	60,2	46 134	40,9	40,6	40,3	39,9	39,6	39,2	38,8	38,4	38,0	37,6	37,2		
2 178		70,0	69,0	68,0	67,0	66,0	65,0	64,0	63,0	62,0	61,0	60,1	47 133	40,0	39,7	39,4	39,1	38,7	38,4	38,0	37,6	37,2	36,8	36,4	36,0	35,6
3 177		69,9	68,9	67,9	66,9	65,9	64,9	63,9	62,9	61,9	60,9	60,0	48 132	39,1	38,8	38,5	38,2	37,9	37,5	37,2	36,8	36,4	36,0	35,6		
4 176		69,7	68,8	67,8	66,8	65,8	64,9	63,9	62,9	61,9	60,9	59,9	49 131	38,2	38,0	37,7	37,3	37,0	36,7	36,3	36,0	35,6	35,2	34,8		
5 175		69,5	68,6	67,6	66,6	65,7	64,7	63,7	62,7	61,8	60,8	59,8	50 130	37,3	37,1	36,8	36,5	36,1	35,8	35,5	35,1	34,8	34,4	34,0	33,6	33,2
6 174		69,3	68,3	67,4	66,4	65,5	64,5	63,5	62,5	61,6	60,6	59,6	51 129	36,4	36,2	35,9	35,6	35,3	35,0	34,6	34,3	33,9	33,5	33,1	32,7	32,3
7 173		69,0	68,0	67,1	66,2	65,2	64,3	63,3	62,3	61,4	60,4	59,4	52 128	35,5	35,3	35,0	34,7	34,4	34,1	33,8	33,4	33,0	32,6	32,2	31,8	31,4
8 172		68,6	67,7	66,8	65,9	64,9	64,0	63,0	62,1	61,1	60,2	59,2	53 127	34,6	34,4	34,1	33,8	33,5	33,2	32,9	32,5	32,1	31,7	31,3	30,9	30,5
9 171		68,3	67,4	66,5	65,5	64,6	63,7	62,7	61,8	60,9	59,9	59,0	54 126	33,7	33,5	33,2	32,9	32,6	32,3	32,0	31,6	31,2	30,8	30,4	30,0	29,6
10 170		67,9	67,0	66,1	65,2	64,3	63,3	62,4	61,5	60,6	59,6	58,7	55 125	32,8	32,6	32,3	32,0	31,7	31,4	31,1	30,7	30,3	29,9	29,5	29,1	28,7
11 169		67,4	66,6	65,7	64,8	63,9	63,0	62,1	61,2	60,3	59,3	58,4	56 124	31,9	31,6	31,4	31,1	30,8	30,5	30,2	29,8	29,4	29,0	28,6	28,2	27,8
12 168		66,9	66,1	65,2	64,3	63,4	62,5	61,6	60,7	59,8	58,9	58,0	57 123	31,0	30,7	30,5	30,2	29,9	29,6	29,3	28,9	28,5	28,1	27,7	27,3	26,9
13 167		66,4	65,6	64,8	63,9	63,0	62,1	61,2	60,3	59,4	58,5	57,6	58 122	30,0	29,8	29,6	29,3	29,0	28,7	28,4	28,0	27,6	27,2	26,8	26,4	26,0
14 166		65,9	65,1	64,3	63,4	62,5	61,6	60,7	59,8	58,9	58,0	57,1	59 121	29,1	28,9	28,7	28,4	28,1	27,8	27,5	27,1	26,7	26,3	25,9	25,5	25,1
15 165		65,3	64,5	63,7	62,8	61,9	61,0	60,1	59,2	58,3	57,4	56,5	60 120	28,2	28,0	27,8	27,5	27,2	26,9	26,6	26,2	25,8	25,4	25,0	24,6	24,2
16 164		64,7	64,0	63,2	62,3	61,4	60,5	59,6	58,7	57,8	56,9	56,0	61 119	27,3	27,1	26,9	26,6	26,3	26,0	25,7	25,3	24,9	24,5	24,1	23,7	23,3
17 162		64,1	63,4	62,6	61,7	60,8	60,0	59,1	58,2	57,3	56,4	55,5	62 118	26,3	26,1	25,9	25,6	25,3	25,0	24,7	24,3	23,9	23,5	23,1	22,7	22,3
18 161		63,5	62,8	62,0	61,1	60,2	59,3	58,4	57,5	56,6	55,7	54,8	63 117	25,4	25,2	25,0	24,7	24,4	24,1	23,8	23,4	23,0	22,6	22,2	21,8	21,4
19 160		62,8	62,1	61,4	60,5	59,6	58,7	57,8	56,9	56,0	55,1	54,2	64 116	24,5	24,3	24,1	23,9	23,7	23,4	23,1	22,7	22,3	21,9	21,5	21,1	20,7
20 160		62,2	61,5	60,8	60,0	59,1	58,2	57,3	56,4	55,5	54,6	53,7	65 115	23,5	23,4	23,2	23,0	22,8	22,7	22,5	22,3	22,1	21,9	21,7	21,5	21,3
21 159		61,5	60,8	60,1	59,4	58,7	58,0	57,2	56,3	55,4	54,5	53,6	66 114	22,6	22,5	22,3	22,1	22,0	21,8	21,6	21,4	21,2	21,0	20,8	20,6	20,4
22 158		60,8	60,1	59,4	58,7	58,0	57,3	56,6	55,9	55,2	54,5	53,8	67 113	21,7	21,6	21,4	21,2	21,0	20,9	20,7	20,5	20,3	20,1	19,9	19,7	19,5
23 157		60,0	59,4	58,8	58,1	57,4	56,7	56,0	55,3	54,6	53,9	53,2	68 112	20,7	20,6	20,5	20,3	20,2	20,0	19,8	19,6	19,4	19,2	19,0	18,8	18,6
24 156		59,3	58,7	58,1	57,4	56,7	56,0	55,4	54,7	54,0	53,3	52,6	69 111	19,8	19,7	19,5	19,4	19,2	19,0	18,8	18,6	18,4	18,2	18,0	17,8	17,6
25 155		58,6	58,0	57,3	56,6	55,9	55,2	54,5	53,8	53,1	52,4	51,7	70 110	18,9	18,7	18,6	18,5	18,3	18,2	18,0	17,9	17,7	17,5	17,3	17,1	16,9
26 154		57,8	57,2	56,6	55,9	55,2	54,5	53,8	53,1	52,4	51,7	51,0	71 109	17,9	17,8	17,7	17,5	17,4	17,3	17,1	17,0	16,8	16,6	16,5	16,3	16,1
27 153		57,0	56,5	55,9	55,3	54,7	54,0	53,3	52,6	51,9	51,2	50,5	72 108	17,0	16,9	16,8	16,6	16,5	16,4	16,2	16,1	15,9	15,8	15,6	15,4	15,2
28 152		56,2	55,7	55,1	54,5	53,9	53,2	52,5	51,8	51,1	50,4	49,7	73 107	16,0	15,9	15,8	15,7	15,5	15,4	15,3	15,2	15,0	14,9	14,7	14,5	14,3
29 151		55,5	54,9	54,4	53,8	53,2	52,5	51,8	51,1	50,4	49,7	49,0	74 106	15,1	15,0	14,9	14,8	14,7	14,6	14,4	14,3	14,2	14,0	13,9	13,7	13,5
30 150		54,7	54,1	53,6	53,0	52,4	51,7	51,0	50,3	49,6	48,9	48,2	75 105	14,2	14,1	14,0	13,9	13,8	13,7	13,5	13,4	13,3	13,2	13,0	12,9	12,7
31 149		53,8	53,3	52,8	52,2	51,6	50,9	50,2	49,5	48,8	48,1	47,4	76 104	13,2	13,1	13,0	12,9	12,9	12,7	12,6	12,5	12,4	12,3	12,2	12,0	11,9
32 148		53,0	52,5	52,0	51,4	50,8	50,1	49,4	48,7	48,0	47,3	46,6	77 103	12,3	12,2	12,1	12,0	11,9	11,8	11,7	11,6	11,5	11,4	11,3	11,1	11,0
33 147		52,2	51,7	51,2	50,6	50,0	49,3	48,6	47,9	47,2	46,5	45,8	78 102	11,3	11,3	11,2	11,1	11,0	11,0	10,9	10,8	10,7	10,6	10,5	10,4	10,3
34 146		51,4	50,9	50,4	49,8	49,2	48,5	47,8	47,1	46,4	45,7	45,0	79 101	10,4	10,3	10,3	10,2	10,1	10,0	9,9	9,9	9,8	9,7	9,6	9,5	9,4
35 145		50,5	50,1	49,6	49,0	48,4	47,8	47,1	46,4	45,7	45,0	44,3	80 100	9,5	9,4	9,3	9,3	9,2	9,1	9,0	9,0	8,9	8,8	8,7	8,6	8,5
36 144		49,7	49,2	48,7	48,1	47,5	46,9	46,2	45,5	44,8	44,1	43,4	81 99	8,5	8,5	8,4	8,3	8,3	8,2	8,1	8,1	8,0	7,9	7,8	7,7	7,6
37 143		48,8	48,4	48,0	47,4	46,8	46,2	45,5	44,8	44,1	43,4	42,7	82 98	7,6	7,5	7,5	7,4	7,4	7,3	7,2	7,2	7,1	7,0	7,0	6,9	6,8
38 142		48,0	47,6	47,1	46,5	45,9	45,3	44,6	43,9	43,2	42,5	41,8	83 97	6,6	6,6	6,5	6,5	6,4	6,4	6,3	6,3	6,2	6,2	6,1	6,0	5,9
39 141		47,1	46,7	46,3	45,7	45,1	44,5	43,8	43,1	42,4	41,7	41,0	84 96	5,7	5,6	5,6	5,6	5,5	5,5	5,4	5,4	5,3	5,3	5,2	5,1	5,0
40 140		46,2	45,8	45,4	44,8	44,2	43,6	42,9	42,2	41,5	40,8	40,1	85 95	4,7	4,7	4,7	4,6	4,6	4,6	4,5	4,5	4,4	4,4	4,3	4,3	4,2
41 139		45,4	45,0	44,6	44,0	43,4	42,8	42,1	41,4	40,7	40,0	39,3	86 94	3,8	3,8	3,7	3,7	3,7	3,6	3,6	3,6	3,5	3,5	3,5	3,4	3,4
42 138		44,5	44,1	43,7	43,1	42,5	41,9	41,2	40,5	39,8	39,1	38,4	87 93	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	2,7	2,7	2,7	2,6	2,6	2,6	2,5	2,5
43 137		43,6	43,3	42,9	42,3	41,7	41,1	40,4	39,7	39,0	38,3	37,6	88 92	1,9	1,9	1,9	1,9	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,7	1,7	1,7	1,6
44 136		42,7	42,4	42,0	41,4	40,8	40,2	39,5	38,8	38,1	37,4	36,7	89 91	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9	0,8
45 135		41,8	41,5	41,2	40,6	40,0	39,4	38,7	38,0	37,3	36,6	35,9	90 90	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
B	A	20°	21°	22°	23°	24°	25°	26°	27°	28°	29°	30°	B	A	20°	21°	22°	23°	24°	25°	26°	27°	28°	29°	30°	

φ одного знака с $\cos B$.

Таблица 21 (продолжение). Значения $h + \lambda$ для приближенного вычисления солнечного затмения

B \ A		20°	21°	22°	23°	24°	25°	26°	27°	28°	29°	30°	B \ A		20°	21°	22°	23°	24°	25°	26°	27°	28°	29°	30°
0 180		90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	45 135		27,2	28,5	29,7	31,0	32,2	33,4	34,6	35,8	36,9	38,1	39,2
1 179		87,3	87,4	87,5	87,6	87,7	87,8	87,9	88,0	88,1	88,2	88,3	46 134		26,8	28,1	29,3	30,5	31,8	33,0	34,1	35,3	36,5	37,6	38,8
2 178		84,5	84,8	85,1	85,3	85,5	85,7	85,9	86,1	86,2	86,4	86,5	47 133		26,5	27,7	28,9	30,1	31,3	32,5	33,7	34,9	36,0	37,2	38,3
3 177		81,8	82,2	82,6	83,0	83,3	83,6	83,9	84,1	84,4	84,6	84,8	48 132		26,1	27,3	28,5	29,7	30,9	32,1	33,3	34,4	35,6	36,7	37,8
4 176		79,2	79,7	80,2	80,7	81,1	81,5	81,9	82,2	82,5	82,8	83,1	49 131		25,7	27,0	28,2	29,4	30,5	31,7	32,9	34,0	35,2	36,3	37,4
5 175		76,5	77,2	77,8	78,4	78,9	79,4	79,9	80,3	80,7	81,1	81,4	50 130		25,4	26,6	27,8	29,0	30,2	31,3	32,5	33,6	34,8	35,9	37,0
6 174		74,0	74,8	75,5	76,2	76,8	77,4	77,9	78,4	78,9	79,3	79,7	51 129		25,1	26,3	27,5	28,6	29,8	30,9	32,1	33,3	34,4	35,5	36,6
7 173		71,5	72,4	73,2	74,0	74,7	75,4	76,0	76,5	77,1	77,6	78,1	52 128		24,8	26,0	27,1	28,3	29,5	30,6	31,8	32,9	34,0	35,1	36,2
8 172		69,1	70,1	71,0	71,8	72,6	73,4	74,1	74,7	75,3	75,9	76,4	53 127		24,5	25,7	26,8	28,0	29,1	30,3	31,4	32,5	33,7	34,8	35,9
9 171		66,7	67,8	68,8	69,8	70,7	71,5	72,2	72,9	73,6	74,2	74,8	54 126		24,2	25,4	26,5	27,7	28,8	30,0	31,1	32,2	33,3	34,4	35,5
10 170		64,5	65,7	66,7	67,6	68,4	69,1	70,0	70,7	71,4	72,1	72,7	55 125		24,0	25,1	26,3	27,4	28,5	29,7	30,8	31,9	33,0	34,1	35,2
11 169		62,3	63,6	64,7	65,6	66,4	67,2	68,0	68,7	69,5	70,3	71,0	56 124		23,7	24,8	26,0	27,1	28,2	29,4	30,5	31,6	32,7	33,8	34,9
12 168		60,3	61,6	62,8	63,9	64,9	65,8	66,6	67,4	68,2	69,0	70,0	57 123		23,5	24,6	25,7	26,8	27,9	29,0	30,1	31,2	32,3	33,4	34,5
13 167		58,3	59,6	60,9	62,1	63,2	64,2	65,1	66,0	66,8	67,7	68,7	58 122		23,2	24,4	25,5	26,6	27,7	28,8	29,9	31,0	32,1	33,2	34,2
14 166		56,4	57,8	59,1	60,3	61,5	62,6	63,6	64,5	65,5	66,4	67,3	59 121		23,0	24,1	25,2	26,3	27,4	28,5	29,6	30,7	31,8	32,9	34,0
15 165		54,6	56,0	57,4	58,6	59,8	61,0	62,0	63,1	64,0	65,0	65,9	60 120		22,8	23,9	25,0	26,1	27,2	28,3	29,4	30,5	31,6	32,7	33,7
16 164		52,9	54,3	55,7	56,9	58,1	59,4	60,5	61,6	62,6	63,6	64,5	61 119		22,6	23,7	24,8	25,9	27,0	28,1	29,2	30,3	31,4	32,5	33,5
17 163		51,2	52,7	54,1	55,4	56,7	57,9	59,1	60,2	61,2	62,2	63,1	62 118		22,4	23,5	24,6	25,7	26,8	27,9	29,0	30,1	31,2	32,3	33,2
18 162		49,7	51,2	52,6	53,9	55,2	56,5	57,6	58,6	59,6	60,6	61,5	63 117		22,2	23,3	24,4	25,5	26,6	27,7	28,8	29,9	31,0	32,1	33,1
19 161		48,2	49,7	51,1	52,5	53,8	55,1	56,3	57,4	58,5	59,6	60,6	64 116		22,0	23,1	24,2	25,3	26,4	27,4	28,5	29,6	30,7	31,7	32,7
20 160		46,8	48,3	49,8	51,1	52,5	53,7	55,0	56,1	57,2	58,3	59,4	65 115		21,9	23,0	24,0	25,1	26,2	27,2	28,3	29,3	30,4	31,5	32,5
21 159		45,4	47,0	48,4	49,8	51,2	52,5	53,7	54,9	56,0	57,1	58,2	66 114		21,7	22,8	23,9	24,9	26,0	27,0	28,1	29,2	30,3	31,3	32,3
22 158		44,2	45,7	47,2	48,6	49,9	51,2	52,5	53,7	54,8	55,9	57,0	67 113		21,6	22,6	23,7	24,8	25,8	26,9	27,9	29,0	30,1	31,1	32,1
23 157		43,0	44,5	46,0	47,4	48,7	50,0	51,3	52,5	53,7	54,8	55,9	68 112		21,4	22,4	23,5	24,6	25,7	26,7	27,8	28,9	30,0	31,0	32,0
24 156		41,8	43,3	44,8	46,2	47,6	48,9	50,2	51,4	52,6	53,7	54,8	69 111		21,3	22,2	23,3	24,4	25,5	26,5	27,6	28,7	29,7	30,7	31,7
25 155		40,7	42,2	43,7	45,1	46,5	47,8	49,1	50,3	51,5	52,7	53,8	70 110		21,2	22,2	23,3	24,3	25,4	26,4	27,4	28,5	29,5	30,5	31,6
26 154		39,7	41,2	42,7	44,1	45,4	46,8	48,1	49,3	50,5	51,7	52,8	71 109		21,1	22,1	23,1	24,2	25,2	26,3	27,3	28,3	29,4	30,4	31,4
27 153		38,7	40,2	41,7	43,1	44,4	45,8	47,1	48,3	49,5	50,7	51,8	72 108		20,9	22,0	23,0	24,1	25,1	26,1	27,2	28,2	29,2	30,3	31,3
28 152		37,8	39,3	40,7	42,1	43,4	44,8	46,1	47,3	48,6	49,7	50,9	73 107		20,8	21,9	22,9	23,9	25,0	26,0	27,0	28,0	29,1	30,1	31,1
29 151		36,9	38,4	39,8	41,2	42,6	43,9	45,2	46,4	47,6	48,8	50,0	74 106		20,7	21,8	22,8	23,8	24,9	25,9	26,9	27,9	28,9	30,0	31,0
30 150		36,1	37,5	38,9	40,3	41,7	43,0	44,3	45,5	46,8	47,9	49,1	75 105		20,6	21,7	22,7	23,7	24,7	25,8	26,8	27,8	28,8	29,8	30,9
31 149		35,2	36,7	38,1	39,5	40,8	42,2	43,4	44,7	45,9	47,1	48,3	76 104		20,6	21,6	22,6	23,6	24,6	25,7	26,7	27,7	28,7	29,7	30,8
32 148		34,5	35,9	37,3	38,7	40,0	41,3	42,6	43,8	45,1	46,3	47,5	77 103		20,5	21,5	22,5	23,5	24,5	25,6	26,6	27,6	28,6	29,6	30,6
33 147		33,8	35,2	36,6	37,9	39,3	40,6	41,8	43,1	44,3	45,5	46,7	78 102		20,4	21,4	22,4	23,4	24,5	25,5	26,5	27,5	28,5	29,5	30,6
34 146		33,1	34,5	35,8	37,2	38,5	39,8	41,1	42,3	43,6	44,7	45,9	79 101		20,3	21,4	22,4	23,4	24,4	25,4	26,4	27,4	28,4	29,5	30,5
35 145		32,4	33,8	35,2	36,5	37,8	39,1	40,4	41,6	42,8	44,0	45,2	80 100		20,3	21,3	22,3	23,3	24,3	25,3	26,3	27,3	28,3	29,4	30,4
36 144		31,8	33,1	34,5	35,8	37,1	38,4	39,7	40,9	42,1	43,3	44,5	81 99		20,2	21,2	22,2	23,2	24,2	25,2	26,2	27,2	28,2	29,3	30,3
37 143		31,2	32,5	33,9	35,2	36,5	37,8	39,0	40,3	41,5	42,6	43,8	82 98		20,2	21,2	22,2	23,2	24,2	25,2	26,2	27,2	28,2	29,3	30,3
38 142		30,6	31,9	33,3	34,6	35,9	37,2	38,4	39,6	40,8	42,0	43,2	83 97		20,1	21,1	22,1	23,1	24,1	25,1	26,1	27,1	28,2	29,2	30,2
39 141		30,0	31,4	32,7	34,0	35,3	36,5	37,8	39,0	40,2	41,4	42,5	84 96		20,1	21,1	22,1	23,1	24,1	25,1	26,1	27,1	28,1	29,1	30,1
40 140		29,5	30,8	32,2	33,4	34,7	36,0	37,2	38,4	39,6	40,8	41,9	85 95		20,1	21,1	22,1	23,1	24,1	25,1	26,1	27,1	28,1	29,1	30,1
41 139		29,0	30,3	31,6	32,9	34,2	35,4	36,6	37,8	39,0	40,2	41,3	86 94		20,0	21,0	22,0	23,0	24,0	25,0	26,0	27,0	28,0	29,0	30,0
42 138		28,5	29,8	31,1	32,4	33,6	34,9	36,1	37,3	38,5	39,6	40,8	87 93		20,0	21,0	22,0	23,0	24,0	25,0	26,0	27,0	28,0	29,0	30,0
43 137		28,1	29,4	30,7	32,0	33,2	34,4	35,6	36,8	37,9	39,1	40,2	88 92		20,0	21,0	22,0	23,0	24,0	25,0	26,0	27,0	28,0	29,0	30,0
44 136		27,7	28,9	30,2	31,4	32,7	33,9	35,1	36,3	37,4	38,6	39,7	89 91		20,0	21,0	22,0	23,0	24,0	25,0	26,0	27,0	28,0	29,0	30,0
45 135		27,2	28,5	29,7	31,0	32,2	33,4	34,6	35,8	36,9	38,1	39,2	90 90		20,0	21,0	22,0	23,0	24,0	25,0	26,0	27,0	28,0	29,0	30,0

$h + \lambda$ одного знака с $\sin A$.

Если $180^\circ < B < 360^\circ$, то нужно брать за аргумент $B - 180^\circ$ и для $h + \lambda$ взять дополнение до 180° .

Т а б л и ц а 21 (продолжение). Значения φ для приближенного вычисления солнечного затмения

A		30°	31°	32°	33°	34°	35°	36°	37°	38°	39°	40°	A		30°	31°	32°	33°	34°	35°	36°	37°	38°	39°	40°																						
B	±																							B	±																						
0 180	60,2	59,2	58,2	57,2	56,2	55,2	54,2	53,2	52,2	51,2	50,2	49,2	48,2	47,2	46,2	45,2	44,2	43,2	42,2	41,2	40,2	39,2	38,2	37,2	36,2	35,2	34,2	33,2	32,2	31,2	30,2																
1 179	60,2	59,2	58,2	57,2	56,2	55,2	54,2	53,2	52,2	51,2	50,2	49,2	48,2	47,2	46,2	45,2	44,2	43,2	42,2	41,2	40,2	39,2	38,2	37,2	36,2	35,2	34,2	33,2	32,2	31,2	30,2																
2 178	60,1	59,1	58,1	57,1	56,1	55,1	54,1	53,1	52,1	51,1	50,1	49,1	48,1	47,1	46,1	45,1	44,1	43,1	42,1	41,1	40,1	39,1	38,1	37,1	36,1	35,1	34,1	33,1	32,1	31,1	30,1																
3 177	60,0	59,0	58,0	57,0	56,0	55,0	54,0	53,0	52,0	51,0	50,0	49,0	48,0	47,0	46,0	45,0	44,0	43,0	42,0	41,0	40,0	39,0	38,0	37,0	36,0	35,0	34,0	33,0	32,0	31,0	30,0																
4 176	59,9	58,9	57,9	56,9	55,9	54,9	53,9	52,9	51,9	50,9	49,9	48,9	47,9	46,9	45,9	44,9	43,9	42,9	41,9	40,9	39,9	38,9	37,9	36,9	35,9	34,9	33,9	32,9	31,9	30,9																	
5 175	59,8	58,8	57,8	56,8	55,8	54,8	53,8	52,8	51,8	50,8	49,8	48,8	47,8	46,8	45,8	44,8	43,8	42,8	41,8	40,8	39,8	38,8	37,8	36,8	35,8	34,8	33,8	32,8	31,8	30,8																	
6 174	59,6	58,6	57,6	56,6	55,6	54,6	53,6	52,6	51,6	50,6	49,6	48,6	47,6	46,6	45,6	44,6	43,6	42,6	41,6	40,6	39,6	38,6	37,6	36,6	35,6	34,6	33,6	32,6	31,6	30,6																	
7 173	59,4	58,4	57,4	56,4	55,4	54,4	53,4	52,4	51,4	50,4	49,4	48,4	47,4	46,4	45,4	44,4	43,4	42,4	41,4	40,4	39,4	38,4	37,4	36,4	35,4	34,4	33,4	32,4	31,4	30,4																	
8 172	59,2	58,2	57,2	56,2	55,2	54,2	53,2	52,2	51,2	50,2	49,2	48,2	47,2	46,2	45,2	44,2	43,2	42,2	41,2	40,2	39,2	38,2	37,2	36,2	35,2	34,2	33,2	32,2	31,2	30,2																	
9 171	59,0	58,0	57,0	56,0	55,0	54,0	53,0	52,0	51,0	50,0	49,0	48,0	47,0	46,0	45,0	44,0	43,0	42,0	41,0	40,0	39,0	38,0	37,0	36,0	35,0	34,0	33,0	32,0	31,0	30,0																	
10 170	58,7	57,7	56,7	55,7	54,7	53,7	52,7	51,7	50,7	49,7	48,7	47,7	46,7	45,7	44,7	43,7	42,7	41,7	40,7	39,7	38,7	37,7	36,7	35,7	34,7	33,7	32,7	31,7	30,7																		
11 169	58,4	57,4	56,4	55,4	54,4	53,4	52,4	51,4	50,4	49,4	48,4	47,4	46,4	45,4	44,4	43,4	42,4	41,4	40,4	39,4	38,4	37,4	36,4	35,4	34,4	33,4	32,4	31,4	30,4																		
12 168	58,1	57,1	56,1	55,1	54,1	53,1	52,1	51,1	50,1	49,1	48,1	47,1	46,1	45,1	44,1	43,1	42,1	41,1	40,1	39,1	38,1	37,1	36,1	35,1	34,1	33,1	32,1	31,1	30,1																		
13 167	57,7	56,7	55,7	54,7	53,7	52,7	51,7	50,7	49,7	48,7	47,7	46,7	45,7	44,7	43,7	42,7	41,7	40,7	39,7	38,7	37,7	36,7	35,7	34,7	33,7	32,7	31,7	30,7																			
14 166	57,3	56,3	55,3	54,3	53,3	52,3	51,3	50,3	49,3	48,3	47,3	46,3	45,3	44,3	43,3	42,3	41,3	40,3	39,3	38,3	37,3	36,3	35,3	34,3	33,3	32,3	31,3	30,3																			
15 165	57,0	56,0	55,0	54,0	53,0	52,0	51,0	50,0	49,0	48,0	47,0	46,0	45,0	44,0	43,0	42,0	41,0	40,0	39,0	38,0	37,0	36,0	35,0	34,0	33,0	32,0	31,0	30,0																			
16 164	56,5	55,5	54,5	53,5	52,5	51,5	50,5	49,5	48,5	47,5	46,5	45,5	44,5	43,5	42,5	41,5	40,5	39,5	38,5	37,5	36,5	35,5	34,5	33,5	32,5	31,5	30,5																				
17 163	56,1	55,1	54,1	53,1	52,1	51,1	50,1	49,1	48,1	47,1	46,1	45,1	44,1	43,1	42,1	41,1	40,1	39,1	38,1	37,1	36,1	35,1	34,1	33,1	32,1	31,1	30,1																				
18 162	55,6	54,6	53,6	52,6	51,6	50,6	49,6	48,6	47,6	46,6	45,6	44,6	43,6	42,6	41,6	40,6	39,6	38,6	37,6	36,6	35,6	34,6	33,6	32,6	31,6	30,6																					
19 161	55,2	54,2	53,2	52,2	51,2	50,2	49,2	48,2	47,2	46,2	45,2	44,2	43,2	42,2	41,2	40,2	39,2	38,2	37,2	36,2	35,2	34,2	33,2	32,2	31,2	30,2																					
20 160	54,7	53,7	52,7	51,7	50,7	49,7	48,7	47,7	46,7	45,7	44,7	43,7	42,7	41,7	40,7	39,7	38,7	37,7	36,7	35,7	34,7	33,7	32,7	31,7	30,7																						
21 159	54,1	53,1	52,1	51,1	50,1	49,1	48,1	47,1	46,1	45,1	44,1	43,1	42,1	41,1	40,1	39,1	38,1	37,1	36,1	35,1	34,1	33,1	32,1	31,1	30,1																						
22 158	53,6	52,6	51,6	50,6	49,6	48,6	47,6	46,6	45,6	44,6	43,6	42,6	41,6	40,6	39,6	38,6	37,6	36,6	35,6	34,6	33,6	32,6	31,6	30,6																							
23 157	53,0	52,0	51,0	50,0	49,0	48,0	47,0	46,0	45,0	44,0	43,0	42,0	41,0	40,0	39,0	38,0	37,0	36,0	35,0	34,0	33,0	32,0	31,0	30,0																							
24 156	52,5	51,5	50,5	49,5	48,5	47,5	46,5	45,5	44,5	43,5	42,5	41,5	40,5	39,5	38,5	37,5	36,5	35,5	34,5	33,5	32,5	31,5	30,5																								
25 155	51,9	50,9	49,9	48,9	47,9	46,9	45,9	44,9	43,9	42,9	41,9	40,9	39,9	38,9	37,9	36,9	35,9	34,9	33,9	32,9	31,9	30,9																									
26 154	51,3	50,3	49,3	48,3	47,3	46,3	45,3	44,3	43,3	42,3	41,3	40,3	39,3	38,3	37,3	36,3	35,3	34,3	33,3	32,3	31,3	30,3																									
27 153	50,7	49,7	48,7	47,7	46,7	45,7	44,7	43,7	42,7	41,7	40,7	39,7	38,7	37,7	36,7	35,7	34,7	33,7	32,7	31,7	30,7																										
28 152	50,1	49,1	48,1	47,1	46,1	45,1	44,1	43,1	42,1	41,1	40,1	39,1	38,1	37,1	36,1	35,1	34,1	33,1	32,1	31,1	30,1																										
29 151	49,4	48,4	47,4	46,4	45,4	44,4	43,4	42,4	41,4	40,4	39,4	38,4	37,4	36,4	35,4	34,4	33,4	32,4	31,4	30,4																											
30 150	48,8	47,8	46,8	45,8	44,8	43,8	42,8	41,8	40,8	39,8	38,8	37,8	36,8	35,8	34,8	33,8	32,8	31,8	30,8																												
31 149	48,1	47,1	46,1	45,1	44,1	43,1	42,1	41,1	40,1	39,1	38,1	37,1	36,1	35,1	34,1	33,1	32,1	31,1	30,1																												
32 148	47,5	46,5	45,5	44,5	43,5	42,5	41,5	40,5	39,5	38,5	37,5	36,5	35,5	34,5	33,5	32,5	31,5	30,5																													
33 147	46,8	45,8	44,8	43,8	42,8	41,8	40,8	39,8	38,8	37,8	36,8	35,8	34,8	33,8	32,8	31,8	30,8																														
34 146	46,1	45,1	44,1	43,1	42,1	41,1	40,1	39,1	38,1	37,1	36,1	35,1	34,1	33,1	32,1	31,1	30,1																														
35 145	45,4	44,4	43,4	42,4	41,4	40,4	39,4	38,4	37,4	36,4	35,4	34,4	33,4	32,4	31,4	30,4																															
36 144	44,7	43,7	42,7	41,7	40,7	39,7	38,7	37,7	36,7	35,7	34,7	33,7	32,7	31,7	30,7																																
37 143	44,0	43,0	42,0	41,0	40,0	39,0	38,0	37,0	36,0	35,0	34,0	33,0	32,0	31,0	30,0																																
38 142	43,2	42,2	41,2	40,2	39,2	38,2	37,2	36,2	35,2	34,2	33,2	32,2	31,2	30,2																																	
39 141	42,5	41,5	40,5	39,5	38,5	37,5	36,5	35,5	34,5	33,5	32,5	31,5	30,5																																		
40 140	41,8	40,8	39,8	38,8	37,8	36,8	35,8	34,8	33,8	32,8	31,8	30,8																																			
41 139	41,0	40,0	39,0	38,0	37,0	36,0	35,0	34,0	33,0	32,0	31,0	30,0																																			
42 138	40,2	39,2	38,2	37,2	36,2	35,2	34,2	33,2	32,2	31,2	30,2																																				
43 137	39,5	38,5	37,5	36,5	35,5	34,5	33,5	32,5	31,5	30,5																																					
44 136	38,7	37,7	36,7	35,7	34,7	33,7	32,7	31,7	30,7																																						
45 135	37,9	36,9	35,9	34,9	33,9	32,9	31,9	30,9																																							

φ одного знака с $\cos B$.

Т а б л и ц а 21 (продолжение). Значения $h + \lambda$ для приближенного вычисления солнечного затмения

B \ A		30°	31°	32°	33°	34°	35°	36°	37°	38°	39°	40°	B \ A		30°	31°	32°	33°	34°	35°	36°	37°	38°	39°	40°
0 180		90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	45 135		39,2	40,4	41,5	42,6	43,6	44,7	45,8	46,8	47,9	48,9	49,9
1 179		88,3	88,3	88,4	88,5	88,6	88,7	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	46 134		38,8	39,9	41,0	42,1	43,2	44,2	45,3	46,3	47,4	48,4	49,4
2 178		86,5	86,7	86,8	86,9	87,0	87,1	87,2	87,3	87,4	87,5	87,6	47 133		38,3	39,4	40,5	41,6	42,7	43,8	44,8	45,9	46,9	47,9	48,9
3 177		84,8	85,0	85,2	85,4	85,6	85,7	85,9	86,0	86,2	86,3	86,4	48 132		37,8	39,0	40,1	41,1	42,2	43,3	44,4	45,4	46,4	47,5	48,5
4 176		83,1	83,4	83,6	83,9	84,1	84,3	84,5	84,7	84,9	85,1	85,2	49 131		37,4	38,5	39,6	40,7	41,8	42,9	43,9	45,0	46,0	47,0	48,0
5 175		81,4	81,7	82,1	82,4	82,6	82,9	83,2	83,4	83,6	83,9	84,1	50 130		37,0	38,1	39,2	40,3	41,4	42,4	43,5	44,5	45,6	46,6	47,6
6 174		79,7	80,1	80,5	80,9	81,2	81,5	81,8	82,1	82,4	82,6	82,9	51 129		36,6	37,7	38,8	39,9	41,0	42,0	43,1	44,1	45,2	46,2	47,2
7 173		78,1	78,5	79,0	79,4	79,8	80,1	80,5	80,8	81,1	81,4	81,7	52 128		36,2	37,3	38,4	39,5	40,6	41,6	42,7	43,7	44,8	45,8	46,8
8 172		76,4	77,0	77,4	77,9	78,3	78,7	79,2	79,5	79,9	80,2	80,6	53 127		35,9	37,0	38,0	39,1	40,2	41,2	42,3	43,3	44,4	45,4	46,4
9 171		74,8	75,4	75,9	76,5	77,0	77,4	77,8	78,3	78,7	79,1	79,4	54 126		35,5	36,6	37,7	38,8	39,8	40,9	41,9	43,0	44,0	45,0	46,0
10 170		73,3	73,9	74,5	75,0	75,6	76,1	76,6	77,0	77,5	77,9	78,3	55 125		35,2	36,3	37,3	38,4	39,5	40,5	41,6	42,6	43,6	44,7	45,7
11 169		71,7	72,4	73,0	73,6	74,2	74,8	75,3	75,8	76,3	76,7	77,2	56 124		34,9	35,9	37,0	38,1	39,1	40,2	41,2	42,3	43,3	44,4	45,4
12 168		70,2	70,9	71,6	72,2	72,9	73,5	74,0	74,6	75,1	75,6	76,1	57 123		34,5	35,6	36,7	37,8	38,8	39,9	40,9	41,9	43,0	44,0	45,0
13 167		68,7	69,5	70,2	70,9	71,6	72,2	72,8	73,4	73,9	74,5	75,0	58 122		34,2	35,3	36,4	37,4	38,5	39,5	40,6	41,6	42,7	43,7	44,7
14 166		67,3	68,1	68,8	69,6	70,3	70,9	71,6	72,2	72,8	73,4	73,9	59 121		34,0	35,0	36,1	37,1	38,2	39,2	40,3	41,3	42,3	43,4	44,4
15 165		65,9	66,7	67,5	68,3	69,0	69,7	70,4	71,0	71,7	72,3	72,9	60 120		33,7	34,8	35,8	36,9	37,9	39,0	40,0	41,0	42,1	43,1	44,1
16 164		64,5	65,4	66,2	67,0	67,8	68,6	69,4	70,2	71,0	71,8	72,6	61 119		33,4	34,5	35,5	36,6	37,6	38,7	39,7	40,7	41,8	42,8	43,8
17 163		63,1	64,1	64,9	65,8	66,6	67,5	68,3	69,2	70,1	71,0	71,8	62 118		33,2	34,2	35,3	36,3	37,4	38,4	39,4	40,5	41,5	42,5	43,5
18 162		61,8	62,8	63,7	64,6	65,5	66,4	67,3	68,3	69,2	70,1	71,0	63 117		32,9	34,0	35,0	36,1	37,1	38,2	39,2	40,2	41,2	42,3	43,3
19 161		60,6	61,5	62,5	63,4	64,2	65,1	66,0	67,0	68,0	69,0	70,0	64 116		32,7	33,8	34,8	35,8	36,9	37,9	39,0	40,0	41,0	42,0	43,0
20 160		59,4	60,4	61,3	62,2	63,1	64,0	64,9	65,8	66,7	67,6	68,5	65 115		32,5	33,5	34,6	35,6	36,7	37,7	38,7	39,7	40,8	41,8	42,8
21 159		58,2	59,2	60,2	61,1	62,0	62,9	63,8	64,7	65,6	66,5	67,4	66 114		32,3	33,3	34,4	35,4	36,4	37,4	38,4	39,4	40,4	41,4	42,4
22 158		57,0	58,1	59,1	60,0	61,0	61,9	62,8	63,7	64,6	65,5	66,4	67 113		32,1	33,1	34,2	35,2	36,2	37,2	38,2	39,2	40,2	41,2	42,2
23 157		55,9	57,0	58,0	59,0	59,9	60,9	61,8	62,7	63,6	64,5	65,4	68 112		31,9	32,9	33,9	34,9	35,9	36,9	37,9	38,9	39,9	40,9	41,9
24 156		54,8	55,9	56,9	57,9	58,9	59,9	60,9	61,8	62,7	63,6	64,5	69 111		31,7	32,7	33,7	34,7	35,7	36,7	37,7	38,7	39,7	40,7	41,7
25 155		53,8	54,9	55,9	56,9	57,9	58,9	59,9	60,9	61,8	62,7	63,6	70 110		31,6	32,6	33,6	34,6	35,6	36,6	37,6	38,6	39,6	40,6	41,6
26 154		52,8	53,9	54,9	55,9	56,9	57,9	58,9	59,9	60,9	61,8	62,7	71 109		31,4	32,4	33,4	34,4	35,4	36,4	37,4	38,4	39,4	40,4	41,4
27 153		51,8	52,9	54,0	55,0	56,0	57,0	58,0	59,0	60,0	61,0	62,0	72 108		31,3	32,3	33,3	34,3	35,3	36,3	37,3	38,3	39,3	40,3	41,3
28 152		50,9	52,0	53,1	54,1	55,2	56,2	57,2	58,2	59,2	60,2	61,2	73 107		31,1	32,1	33,2	34,2	35,2	36,2	37,2	38,2	39,2	40,2	41,2
29 151		50,0	51,1	52,2	53,3	54,3	55,3	56,3	57,3	58,3	59,3	60,3	74 106		31,0	32,0	33,0	34,0	35,1	36,1	37,1	38,1	39,1	40,1	41,1
30 150		49,1	50,2	51,3	52,4	53,5	54,5	55,5	56,5	57,5	58,5	59,5	75 105		30,9	31,9	32,9	33,9	34,9	35,9	36,9	37,9	38,9	39,9	40,9
31 149		48,3	49,4	50,5	51,6	52,6	53,7	54,7	55,7	56,7	57,7	58,7	76 104		30,8	31,8	32,8	33,8	34,8	35,8	36,8	37,8	38,8	39,8	40,8
32 148		47,5	48,6	49,7	50,8	51,8	52,9	53,9	54,9	55,9	56,9	57,9	77 103		30,7	31,7	32,7	33,7	34,7	35,7	36,7	37,7	38,7	39,7	40,7
33 147		46,7	47,8	48,9	50,0	51,1	52,1	53,1	54,1	55,1	56,1	57,1	78 102		30,6	31,6	32,6	33,6	34,6	35,6	36,6	37,6	38,6	39,6	40,6
34 146		45,9	47,1	48,2	49,3	50,3	51,4	52,4	53,4	54,4	55,4	56,4	79 101		30,5	31,5	32,5	33,5	34,5	35,5	36,5	37,5	38,5	39,5	40,5
35 145		45,2	46,3	47,5	48,5	49,6	50,7	51,7	52,7	53,7	54,7	55,6	80 100		30,4	31,4	32,4	33,4	34,4	35,4	36,4	37,4	38,4	39,4	40,4
36 144		44,5	45,6	46,8	47,9	48,9	50,0	51,0	52,0	53,0	54,0	55,0	81 99		30,3	31,3	32,3	33,3	34,3	35,3	36,3	37,3	38,3	39,3	40,3
37 143		43,8	45,0	46,1	47,2	48,3	49,3	50,4	51,4	52,4	53,4	54,4	82 98		30,2	31,2	32,2	33,2	34,2	35,2	36,2	37,2	38,2	39,2	40,2
38 142		43,2	44,3	45,4	46,5	47,6	48,7	49,7	50,8	51,8	52,8	53,7	83 97		30,2	31,2	32,2	33,2	34,2	35,2	36,2	37,2	38,2	39,2	40,2
39 141		42,5	43,7	44,8	45,9	47,0	48,1	49,1	50,1	51,1	52,1	53,1	84 96		30,1	31,1	32,1	33,1	34,1	35,1	36,1	37,2	38,2	39,2	40,2
40 140		41,9	43,1	44,2	45,3	46,4	47,4	48,5	49,5	50,6	51,6	52,5	85 95		30,1	31,1	32,1	33,1	34,1	35,1	36,1	37,1	38,1	39,1	40,1
41 139		41,3	42,5	43,6	44,7	45,8	46,9	47,9	49,0	50,0	51,0	52,0	86 94		30,1	31,1	32,1	33,1	34,1	35,1	36,1	37,1	38,1	39,1	40,1
42 138		40,8	41,9	43,0	44,1	45,2	46,3	47,4	48,4	49,5	50,5	51,4	87 93		30,0	31,0	32,0	33,0	34,0	35,0	36,0	37,0	38,0	39,0	40,0
43 137		40,2	41,4	42,5	43,6	44,7	45,8	46,8	47,9	48,9	49,9	50,9	88 92		30,0	31,0	32,0	33,0	34,0	35,0	36,0	37,0	38,0	39,0	40,0
44 136		39,7	40,9	42,0	43,1	44,2	45,2	46,3	47,3	48,4	49,4	50,4	89 91		30,0	31,0	32,0	33,0	34,0	35,0	36,0	37,0	38,0	39,0	40,0
45 135		39,2	40,4	41,5	42,6	43,6	44,7	45,8	46,8	47,9	48,9	49,9	90 90		30,0	31,0	32,0	33,0	34,0	35,0	36,0	37,0	38,0	39,0	40,0

$h + \lambda$ одного знака с $\sin A$

Если $180^\circ < B < 360^\circ$, то нужно брать за аргумент $B - 180^\circ$ и для $h + \lambda$ взять дополнение до 180° .

Таблица 21 (продолжение). Значения φ для приближенного вычисления солнечного затмения

A		40°	41°	42°	43°	44°	45°	46°	47°	48°	49°	50°	A		40°	41°	42°	43°	44°	45°	46°	47°	48°	49°	50°
±													±												
0 180		50,2	49,2	48,2	47,2	46,2	45,2	44,2	43,2	42,2	41,2	40,2	45 135°	33,0	32,4	31,9	31,3	30,7	30,2	29,6	29,0	28,4	27,8	27,2	26,7
1 179		50,2	49,2	48,2	47,2	46,2	45,2	44,2	43,2	42,2	41,2	40,2	46 134	32,3	31,8	31,3	30,7	30,1	29,6	29,0	28,4	27,8	27,2	26,7	26,2
2 178		50,1	49,2	48,2	47,2	46,2	45,2	44,2	43,2	42,2	41,2	40,2	47 133	31,7	31,1	30,6	30,0	29,5	29,0	28,4	27,8	27,2	26,7	26,2	25,7
3 177		50,1	49,1	48,1	47,1	46,1	45,1	44,1	43,1	42,1	41,1	40,1	48 132	31,0	30,5	30,0	29,5	28,9	28,4	27,9	27,3	26,8	26,3	25,8	25,3
4 176		50,0	49,0	48,0	47,0	46,0	45,1	44,1	43,1	42,1	41,1	40,1	49 131	30,3	29,8	29,3	28,8	28,3	27,8	27,3	26,7	26,2	25,7	25,2	24,7
5 175		49,9	48,9	48,0	47,0	46,0	45,0	44,0	43,0	42,0	41,0	40,0	50 130	29,7	29,2	28,7	28,2	27,7	27,2	26,7	26,2	25,7	25,2	24,7	24,2
6 174		49,8	48,8	47,8	46,8	45,8	44,8	43,8	42,8	41,8	40,8	39,8	51 129	29,0	28,5	28,0	27,5	27,0	26,5	26,0	25,5	25,0	24,5	24,0	23,5
7 173		49,7	48,7	47,7	46,7	45,7	44,7	43,7	42,7	41,7	40,7	39,7	52 128	28,3	27,8	27,3	26,8	26,3	25,8	25,3	24,8	24,3	23,8	23,3	22,8
8 172		49,5	48,6	47,6	46,6	45,6	44,6	43,6	42,6	41,6	40,6	39,6	53 127	27,6	27,1	26,6	26,1	25,6	25,1	24,6	24,1	23,6	23,1	22,6	22,1
9 171		49,4	48,4	47,4	46,4	45,4	44,4	43,4	42,4	41,4	40,4	39,4	54 126	26,9	26,4	25,9	25,4	24,9	24,4	23,9	23,4	22,9	22,4	21,9	21,4
10 170		49,2	48,2	47,2	46,3	45,3	44,3	43,4	42,4	41,4	40,4	39,5	55 125	26,2	25,8	25,4	24,9	24,5	24,1	23,6	23,2	22,7	22,3	21,8	21,4
11 169		49,0	48,0	47,0	46,1	45,1	44,1	43,2	42,2	41,3	40,3	39,3	56 124	25,5	25,1	24,7	24,3	23,9	23,4	23,0	22,6	22,2	21,7	21,3	20,9
12 168		48,7	47,8	46,8	45,9	44,9	44,0	43,0	42,0	41,1	40,1	39,1	57 123	24,8	24,4	24,0	23,6	23,2	22,8	22,4	21,9	21,5	21,1	20,7	20,3
13 167		48,5	47,5	46,6	45,6	44,7	43,7	42,8	41,8	40,9	39,9	39,0	58 122	24,1	23,7	23,3	22,9	22,5	22,1	21,7	21,3	20,9	20,5	20,1	19,7
14 166		48,2	47,3	46,3	45,4	44,5	43,5	42,6	41,6	40,7	39,7	38,8	59 121	23,4	23,0	22,6	22,2	21,8	21,4	21,0	20,6	20,2	19,8	19,4	19,0
15 165		47,9	47,0	46,1	45,1	44,2	43,3	42,3	41,4	40,5	39,5	38,6	60 120	22,7	22,3	21,9	21,5	21,1	20,7	20,3	19,9	19,5	19,1	18,7	18,3
16 164		47,6	46,7	45,8	44,9	43,9	43,0	42,1	41,2	40,3	39,3	38,3	61 119	21,9	21,6	21,2	20,8	20,4	20,0	19,6	19,2	18,8	18,4	18,0	17,6
17 163		47,3	46,4	45,5	44,6	43,7	42,7	41,8	40,9	40,0	39,0	38,1	62 118	21,2	20,9	20,5	20,1	19,7	19,3	18,9	18,5	18,1	17,7	17,3	16,9
18 162		47,0	46,1	45,2	44,3	43,4	42,5	41,5	40,6	39,7	38,8	37,9	63 117	20,5	20,2	19,8	19,4	19,0	18,6	18,2	17,8	17,4	17,0	16,6	16,2
19 161		46,6	45,7	44,8	43,9	43,0	42,1	41,2	40,3	39,4	38,5	37,6	64 116	19,7	19,4	19,1	18,7	18,3	17,9	17,5	17,1	16,7	16,3	15,9	15,5
20 160		46,2	45,4	44,5	43,6	42,7	41,8	40,9	40,0	39,1	38,2	37,3	65 115	19,0	18,7	18,4	18,1	17,7	17,3	16,9	16,5	16,1	15,7	15,3	14,9
21 159		45,8	45,0	44,1	43,3	42,4	41,5	40,6	39,7	38,8	38,0	37,1	66 114	18,3	18,0	17,7	17,4	17,1	16,7	16,3	15,9	15,5	15,1	14,7	14,3
22 158		45,4	44,6	43,7	42,9	42,0	41,2	40,3	39,4	38,5	37,6	36,8	67 113	17,5	17,3	17,0	16,7	16,4	16,1	15,7	15,3	14,9	14,5	14,1	13,7
23 157		45,0	44,2	43,4	42,5	41,7	40,8	39,9	39,1	38,2	37,3	36,5	68 112	16,8	16,6	16,3	16,0	15,7	15,3	14,9	14,5	14,1	13,7	13,3	12,9
24 156		44,6	43,8	43,0	42,1	41,3	40,4	39,6	38,7	37,9	37,0	36,1	69 111	16,0	15,8	15,5	15,3	15,0	14,6	14,2	13,8	13,4	13,0	12,6	12,2
25 155		44,2	43,4	42,5	41,7	40,9	40,0	39,2	38,4	37,5	36,7	35,8	70 110	15,3	15,1	14,8	14,6	14,3	14,1	13,8	13,6	13,3	13,1	12,8	12,6
26 154		43,7	42,9	42,1	41,3	40,5	39,7	38,8	38,0	37,2	36,3	35,5	71 109	14,5	14,3	14,1	13,9	13,6	13,4	13,2	12,9	12,7	12,4	12,2	12,0
27 153		43,2	42,4	41,7	40,9	40,1	39,3	38,4	37,6	36,8	36,0	35,1	72 108	13,8	13,6	13,4	13,2	12,9	12,7	12,5	12,2	12,0	11,8	11,6	11,4
28 152		42,8	42,0	41,2	40,5	39,7	38,9	38,0	37,2	36,4	35,6	34,8	73 107	13,0	12,8	12,6	12,4	12,2	12,0	11,8	11,6	11,4	11,1	10,9	10,7
29 151		42,3	41,5	40,7	40,0	39,2	38,4	37,6	36,8	36,0	35,2	34,4	74 106	12,3	12,1	11,9	11,7	11,5	11,3	11,1	10,9	10,7	10,5	10,3	10,1
30 150		41,8	41,0	40,2	39,5	38,7	37,9	37,2	36,4	35,6	34,8	34,0	75 105	11,5	11,3	11,2	11,0	10,8	10,6	10,4	10,2	10,0	9,8	9,6	9,4
31 149		41,2	40,5	39,8	39,0	38,3	37,5	36,7	36,0	35,2	34,4	33,6	76 104	10,8	10,6	10,4	10,3	10,1	9,9	9,7	9,6	9,4	9,2	9,0	8,8
32 148		40,7	40,0	39,3	38,5	37,8	37,0	36,3	35,5	34,8	34,0	33,2	77 103	10,0	9,8	9,7	9,5	9,4	9,2	9,0	8,9	8,7	8,5	8,4	8,2
33 147		40,2	39,5	38,8	38,0	37,3	36,6	35,8	35,1	34,3	33,6	32,8	78 102	9,2	9,1	8,9	8,8	8,7	8,5	8,4	8,2	8,1	7,9	7,7	7,5
34 146		39,6	38,9	38,2	37,5	36,8	36,1	35,3	34,6	33,9	33,1	32,4	79 101	8,5	8,3	8,2	8,1	7,9	7,8	7,7	7,5	7,4	7,2	7,1	6,9
35 145		39,1	38,4	37,7	37,0	36,3	35,6	34,9	34,1	33,4	32,7	31,9	80 100	7,7	7,6	7,5	7,3	7,2	7,1	7,0	6,8	6,7	6,6	6,5	6,3
36 144		38,5	37,8	37,1	36,5	35,8	35,1	34,4	33,7	33,0	32,2	31,5	81 99	6,9	6,8	6,7	6,6	6,5	6,4	6,3	6,2	6,0	5,9	5,8	5,6
37 143		37,9	37,3	36,6	36,0	35,3	34,6	33,9	33,2	32,5	31,8	31,1	82 98	6,2	6,1	6,0	5,9	5,8	5,7	5,6	5,5	5,4	5,3	5,2	5,0
38 142		37,3	36,7	36,0	35,4	34,7	34,0	33,3	32,6	32,0	31,3	30,6	83 97	5,4	5,3	5,2	5,1	5,1	5,0	4,9	4,8	4,7	4,6	4,5	4,3
39 141		36,7	36,1	35,5	34,8	34,2	33,5	32,8	32,1	31,5	30,8	30,1	84 96	4,6	4,6	4,5	4,4	4,3	4,3	4,2	4,1	4,0	4,0	3,9	3,7
40 140		36,1	35,5	34,9	34,3	33,6	33,0	32,3	31,7	31,0	30,3	29,7	85 95	3,9	3,8	3,7	3,7	3,6	3,6	3,5	3,4	3,4	3,3	3,2	3,1
41 139		35,5	34,9	34,3	33,7	33,1	32,4	31,8	31,1	30,5	29,8	29,2	86 94	3,1	3,0	3,0	2,9	2,9	2,8	2,8	2,7	2,7	2,6	2,6	2,5
42 138		34,9	34,3	33,7	33,1	32,5	31,9	31,3	30,6	30,0	29,3	28,7	87 93	2,3	2,3	2,2	2,2	2,2	2,1	2,1	2,1	2,0	2,0	1,9	1,9
43 137		34,3	33,7	33,1	32,5	31,9	31,3	30,7	30,1	29,5	28,8	28,2	88 92	1,5	1,5	1,5	1,5	1,4	1,4	1,4	1,4	1,3	1,3	1,3	1,2
44 136		33,6	33,1	32,5	31,9	31,3	30,7	30,1	29,5	28,9	28,3	27,7	89 91	0,8	0,8	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,6
45 135		33,0	32,4	31,9	31,3	30,7	30,2	29,6	29,0	28,4	27,8	27,2	90 90	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
B	A	40°	41°	42°	43°	44°	45°	46°	47°	48°	49°	50°	B	A	40°	41°	42°	43°	44°	45°	46°	47°	48°	49°	50°

φ одного знака с cos B.

Таблица 21 (продолжение). Значения $h + \lambda$ для приближенного вычисления солнечного затмения

A \ B		40°	41°	42°	43°	44°	45°	46°	47°	48°	49°	50°	B \ A		40°	41°	42°	43°	44°	45°	46°	47°	48°	49°	50°
0 180	00,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	45 135	49,9	50,9	51,9	52,8	53,8	54,7	55,7	56,6	57,5	58,4	59,3	
1 179	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	46 134	49,4	50,4	51,4	52,4	53,3	54,3	55,2	56,1	57,1	58,0	58,9	
2 178	87,6	87,7	87,8	87,9	88,0	88,1	88,2	88,3	88,4	88,5	88,6	88,7	47 133	48,9	49,9	50,9	51,9	52,9	53,8	54,8	55,7	56,6	57,5	58,5	
3 177	86,4	86,6	86,7	86,8	86,9	87,0	87,1	87,2	87,3	87,4	87,5	87,6	48 132	48,5	49,5	50,5	51,5	52,4	53,4	54,3	55,3	56,2	57,1	58,1	
4 176	85,2	85,4	85,6	85,7	85,8	85,9	86,0	86,1	86,2	86,3	86,4	86,5	49 131	48,0	49,0	50,0	51,0	52,0	53,0	54,0	55,0	56,0	57,0	58,0	
5 175	84,1	84,3	84,5	84,7	84,8	85,0	85,2	85,4	85,5	85,7	85,8	85,9	50 130	47,6	48,6	49,6	50,6	51,6	52,5	53,5	54,5	55,5	56,5	57,5	
6 174	82,9	83,1	83,3	83,6	83,8	84,0	84,2	84,4	84,6	84,8	85,0	85,1	51 129	47,2	48,2	49,2	50,2	51,2	52,1	53,1	54,1	55,1	56,1	57,1	
7 173	81,7	82,0	82,3	82,6	82,8	83,1	83,3	83,5	83,7	84,0	84,2	84,3	52 128	46,8	47,8	48,8	49,8	50,8	51,8	52,7	53,7	54,7	55,7	56,7	
8 172	80,6	80,9	81,2	81,5	81,8	82,1	82,3	82,6	82,9	83,1	83,3	83,4	53 127	46,4	47,4	48,4	49,4	50,4	51,4	52,4	53,3	54,3	55,3	56,3	
9 171	79,4	79,8	80,1	80,5	80,8	81,1	81,4	81,7	82,0	82,3	82,5	82,6	54 126	46,0	47,1	48,1	49,1	50,1	51,1	52,1	53,0	54,0	55,0	56,0	
10 170	78,3	78,7	79,1	79,5	79,8	80,1	80,5	80,8	81,1	81,4	81,7	81,9	55 125	45,7	46,7	47,7	48,7	49,7	50,7	51,7	52,6	53,6	54,6	55,6	
11 169	77,2	77,6	78,0	78,4	78,8	79,2	79,6	79,9	80,3	80,6	80,9	81,1	56 124	45,3	46,4	47,4	48,4	49,4	50,4	51,4	52,3	53,3	54,3	55,3	
12 168	76,1	76,5	77,0	77,4	77,8	78,3	78,6	79,0	79,4	79,8	80,1	80,3	57 123	45,0	46,0	47,0	48,0	49,0	50,0	51,0	52,0	52,9	53,9	54,9	
13 167	75,0	75,5	76,0	76,4	76,9	77,3	77,7	78,2	78,5	78,9	79,3	79,5	58 122	44,7	45,7	46,7	47,7	48,7	49,7	50,7	51,6	52,6	53,6	54,6	
14 166	73,9	74,4	75,0	75,5	75,9	76,4	76,9	77,3	77,7	78,1	78,5	78,7	59 121	44,4	45,4	46,4	47,4	48,4	49,4	50,4	51,4	52,3	53,3	54,3	
15 165	72,9	73,4	74,0	74,5	75,0	75,5	76,0	76,4	76,9	77,3	77,7	77,9	60 120	44,1	45,1	46,1	47,1	48,1	49,1	50,1	51,1	52,1	53,1	54,1	
16 164	71,8	72,4	73,0	73,5	74,0	74,5	75,0	75,5	76,0	76,4	76,9	77,1	61 119	43,8	44,8	45,8	46,8	47,8	48,8	49,8	50,8	51,8	52,8	53,8	
17 163	70,8	71,4	72,0	72,5	73,0	73,5	74,0	74,5	75,0	75,5	76,0	76,2	62 118	43,5	44,5	45,5	46,5	47,5	48,5	49,5	50,5	51,5	52,5	53,5	
18 162	69,8	70,4	71,0	71,5	72,0	72,5	73,0	73,5	74,0	74,5	75,0	75,2	63 117	43,3	44,3	45,3	46,3	47,3	48,3	49,3	50,3	51,3	52,3	53,3	
19 161	68,8	69,5	70,1	70,7	71,2	71,8	72,3	72,9	73,4	73,9	74,4	74,7	64 116	43,0	44,0	45,0	46,0	47,0	48,0	49,0	50,0	51,0	52,0	53,0	
20 160	67,8	68,5	69,2	69,9	70,5	71,1	71,7	72,3	72,9	73,4	74,0	74,3	65 115	42,8	43,8	44,8	45,8	46,8	47,8	48,8	49,8	50,8	51,8	52,8	
21 159	66,9	67,6	68,3	69,0	69,6	70,3	70,9	71,5	72,1	72,7	73,3	73,6	66 114	42,6	43,6	44,6	45,6	46,6	47,6	48,6	49,6	50,6	51,6	52,6	
22 158	65,9	66,7	67,4	68,1	68,8	69,5	70,1	70,7	71,4	72,0	72,6	72,9	67 113	42,4	43,4	44,4	45,4	46,4	47,4	48,4	49,4	50,4	51,4	52,4	
23 157	65,0	65,8	66,5	67,3	68,0	68,7	69,3	70,0	70,6	71,2	71,8	72,1	68 112	42,2	43,2	44,2	45,2	46,2	47,2	48,2	49,2	50,2	51,2	52,2	
24 156	64,1	64,9	65,7	66,4	67,2	67,9	68,6	69,2	69,9	70,5	71,2	71,5	69 111	41,9	42,9	43,9	44,9	45,9	46,9	47,9	48,9	49,9	50,9	51,9	
25 155	63,3	64,1	64,9	65,6	66,4	67,1	67,8	68,5	69,2	69,9	70,5	70,8	70 110	41,8	42,8	43,8	44,8	45,8	46,8	47,8	48,8	49,8	50,8	51,8	
26 154	62,4	63,2	64,0	64,8	65,6	66,3	67,0	67,7	68,4	69,1	69,8	70,1	71 109	41,6	42,6	43,6	44,6	45,6	46,6	47,6	48,6	49,6	50,6	51,6	
27 153	61,6	62,4	63,2	64,0	64,8	65,6	66,3	67,1	67,8	68,5	69,2	69,5	72 108	41,4	42,4	43,4	44,4	45,4	46,4	47,4	48,4	49,4	50,4	51,4	
28 152	60,8	61,6	62,5	63,4	64,3	65,2	66,1	67,0	67,9	68,8	69,7	70,0	73 107	41,3	42,3	43,3	44,3	45,3	46,3	47,3	48,3	49,3	50,3	51,3	
29 151	60,0	60,9	61,7	62,5	63,3	64,2	65,1	66,0	66,9	67,8	68,7	69,0	74 106	41,1	42,1	43,1	44,1	45,1	46,1	47,1	48,1	49,1	50,1	51,1	
30 150	59,2	60,1	61,0	61,8	62,6	63,4	64,3	65,2	66,1	67,0	67,9	68,2	75 105	41,0	42,0	43,0	44,0	45,0	46,0	47,0	48,0	49,0	50,0	51,0	
31 149	58,5	59,4	60,2	61,1	61,9	62,7	63,6	64,5	65,4	66,3	67,2	67,5	76 104	40,9	41,9	42,9	43,9	44,9	45,9	46,9	47,9	48,9	49,9	50,9	
32 148	57,7	58,6	59,5	60,4	61,3	62,2	63,1	64,0	64,9	65,8	66,7	67,0	77 103	40,7	41,7	42,7	43,7	44,7	45,7	46,7	47,7	48,7	49,7	50,7	
33 147	57,0	57,9	58,8	59,7	60,6	61,5	62,4	63,3	64,2	65,1	66,0	66,3	78 102	40,6	41,6	42,6	43,6	44,6	45,6	46,6	47,6	48,6	49,6	50,6	
34 146	56,3	57,2	58,1	59,0	59,9	60,8	61,7	62,6	63,5	64,4	65,3	65,6	79 101	40,5	41,5	42,5	43,5	44,5	45,5	46,5	47,5	48,5	49,5	50,5	
35 145	55,6	56,5	57,4	58,3	59,2	60,1	61,0	61,9	62,8	63,7	64,6	64,9	80 100	40,4	41,4	42,4	43,4	44,4	45,4	46,4	47,4	48,4	49,4	50,4	
36 144	55,0	55,9	56,8	57,7	58,6	59,5	60,4	61,3	62,2	63,1	64,0	64,3	81 99	40,3	41,3	42,3	43,3	44,3	45,3	46,3	47,3	48,3	49,3	50,3	
37 143	54,4	55,3	56,2	57,1	58,0	58,9	59,8	60,7	61,6	62,5	63,4	63,7	82 98	40,3	41,3	42,3	43,3	44,3	45,3	46,3	47,3	48,3	49,3	50,3	
38 142	53,7	54,6	55,5	56,4	57,3	58,2	59,1	60,0	60,9	61,8	62,7	63,0	83 97	40,2	41,2	42,2	43,2	44,2	45,2	46,2	47,2	48,2	49,2	50,2	
39 141	53,1	54,0	54,9	55,8	56,7	57,6	58,5	59,4	60,3	61,2	62,1	62,4	84 96	40,2	41,2	42,2	43,2	44,2	45,2	46,2	47,2	48,2	49,2	50,2	
40 140	52,5	53,4	54,3	55,2	56,1	57,0	57,9	58,8	59,7	60,6	61,5	61,8	85 95	40,1	41,1	42,1	43,1	44,1	45,1	46,1	47,1	48,1	49,1	50,1	
41 139	52,0	52,9	53,8	54,7	55,6	56,5	57,4	58,3	59,2	60,1	61,0	61,3	86 94	40,1	41,1	42,1	43,1	44,1	45,1	46,1	47,1	48,1	49,1	50,1	
42 138	51,4	52,3	53,2	54,1	55,0	55,9	56,8	57,7	58,6	59,5	60,4	60,7	87 93	40,0	41,0	42,0	43,0	44,0	45,0	46,0	47,0	48,0	49,0	50,0	
43 137	50,9	51,8	52,7	53,6	54,5	55,4	56,3	57,2	58,1	59,0	60,0	60,3	88 92	40,0	41,0	42,0	43,0	44,0	45,0	46,0	47,0	48,0	49,0	50,0	
44 136	50,4	51,3	52,2	53,1	54,0	54,9	55,8	56,7	57,6	58,5	59,4	59,7	89 91	40,0	41,0	42,0	43,0	44,0	45,0	46,0	47,0	48,0	49,0	50,0	
45 135	49,9	50,8	51,7	52,6	53,5	54,4	55,3	56,2	57,1	58,0	58,9	59,2	90 90	40,0	41,0	42,0	43,0	44,0	45,0	46,0	47,0	48,0	49,0	50,0	

$h + \lambda$ одного знака с $\sin A$.

Если $180^\circ < B < 360^\circ$, то нужно брать за аргумент $B - 180^\circ$ и для $h + \lambda$ взять дополнение до 180° .

Таблица 21 (продолжение). Значения φ для приближенного вычисления солнечного затмения

B \ A	A										B \ A	A																													
	50°	51°	52°	53°	54°	55°	56°	57°	58°	59°		60°	50°	51°	52°	53°	54°	55°	56°	57°	58°	59°	60°																		
±																					±																				
0 180	40,2	39,2	38,2	37,2	36,2	35,2	34,2	33,2	32,2	31,2	30,2	45 135°	27,2	26,6	26,0	25,3	24,7	24,1	23,4	22,8	22,1	21,5	20,8																		
1 179	40,2	39,2	38,2	37,2	36,2	35,2	34,2	33,2	32,2	31,2	30,2	46 134	26,7	26,1	25,5	24,9	24,2	23,6	23,0	22,4	21,7	21,1	20,5																		
2 178	40,2	39,2	38,2	37,2	36,2	35,2	34,2	33,2	32,2	31,1	30,1	47 133	26,2	25,6	25,0	24,4	23,8	23,2	22,6	21,9	21,3	20,7	20,1																		
3 177	40,1	39,1	38,1	37,1	36,1	35,1	34,1	33,1	32,1	31,1	30,1	48 132	25,6	25,1	24,5	23,9	23,3	22,7	22,1	21,5	20,9	20,3	19,7																		
4 176	40,1	39,1	38,1	37,1	36,1	35,1	34,1	33,1	32,1	31,1	30,1	49 131	25,1	24,5	24,0	23,4	22,8	22,2	21,7	21,1	20,5	19,9	19,3																		
5 175	40,0	39,0	38,0	37,0	36,0	35,0	34,0	33,0	32,0	31,0	30,0	50 130	24,6	24,0	23,5	22,9	22,3	21,8	21,2	20,6	20,0	19,5	18,9																		
6 174	39,9	38,9	37,9	36,9	35,9	34,9	33,9	32,9	31,9	30,9		51 129	24,0	23,5	22,9	22,4	21,8	21,3	20,7	20,2	19,6	19,0	18,5																		
7 173	39,8	38,8	37,8	36,8	35,8	34,8	33,8	32,8	31,8	30,8		52 128	23,5	22,9	22,4	21,9	21,3	20,8	20,3	19,7	19,2	18,6	18,0																		
8 172	39,7	38,7	37,7	36,7	35,7	34,7	33,7	32,7	31,7	30,7		53 127	22,9	22,4	21,9	21,4	20,8	20,3	19,8	19,3	18,7	18,2	17,6																		
9 171	39,6	38,6	37,6	36,6	35,6	34,6	33,6	32,6	31,6	30,6		54 126	22,3	21,8	21,3	20,8	20,3	19,8	19,3	18,8	18,3	17,7	17,2																		
10 170	39,5	38,5	37,5	36,5	35,5	34,5	33,5	32,5	31,5	30,5		55 125	21,8	21,3	20,8	20,3	19,8	19,3	18,8	18,3	17,8	17,3	16,8																		
11 169	39,3	38,3	37,3	36,3	35,3	34,3	33,3	32,3	31,3	30,3		56 124	21,2	20,7	20,3	19,8	19,3	18,8	18,3	17,8	17,3	16,8	16,3																		
12 168	39,1	38,1	37,1	36,1	35,1	34,1	33,1	32,1	31,1	30,1		57 123	20,6	20,2	19,7	19,3	18,8	18,3	17,8	17,3	16,9	16,4	15,9																		
13 167	38,9	38,0	37,0	36,1	35,1	34,2	33,2	32,2	31,2	30,2		58 122	20,0	19,6	19,2	18,7	18,3	17,8	17,3	16,9	16,4	15,9	15,5																		
14 166	38,8	37,8	36,8	35,8	34,8	33,8	32,8	31,8	30,8	29,8		59 121	19,5	19,0	18,6	18,2	17,7	17,3	16,8	16,4	15,9	15,5	15,0																		
15 165	38,6	37,6	36,6	35,6	34,6	33,6	32,6	31,6	30,6	29,6		60 120	18,9	18,5	18,0	17,6	17,2	16,8	16,3	15,9	15,5	15,0	14,6																		
16 164	38,3	37,4	36,5	35,5	34,5	33,5	32,5	31,5	30,5	29,5		61 119	18,3	17,9	17,5	17,1	16,7	16,2	15,8	15,4	15,0	14,6	14,1																		
17 163	38,1	37,2	36,3	35,3	34,3	33,3	32,3	31,3	30,3	29,3		62 118	17,7	17,3	16,9	16,5	16,1	15,7	15,3	14,9	14,5	14,1	13,7																		
18 162	37,9	36,9	36,0	35,1	34,2	33,2	32,2	31,2	30,2	29,2		63 117	17,1	16,7	16,3	15,9	15,5	15,1	14,8	14,4	14,0	13,6	13,2																		
19 161	37,6	36,7	35,8	34,9	33,9	33,0	32,1	31,2	30,2	29,2		64 116	16,5	16,1	15,8	15,4	15,0	14,7	14,3	13,9	13,5	13,1	12,7																		
20 160	37,3	36,4	35,5	34,6	33,7	32,8	31,9	31,0	30,0	29,1		65 115	15,9	15,5	15,2	14,8	14,5	14,1	13,8	13,4	13,0	12,7	12,3																		
21 159	37,1	36,2	35,3	34,4	33,5	32,6	31,6	30,7	29,8	28,8		66 114	15,3	14,9	14,6	14,2	13,9	13,5	13,2	12,9	12,5	12,2	11,8																		
22 158	36,8	35,9	35,0	34,1	33,2	32,3	31,4	30,5	29,6	28,7		67 113	14,6	14,3	14,0	13,7	13,4	13,0	12,7	12,4	12,0	11,7	11,3																		
23 157	36,5	35,6	34,7	33,8	32,9	32,0	31,1	30,2	29,3	28,4		68 112	14,0	13,7	13,4	13,1	12,8	12,5	12,2	11,8	11,5	11,2	10,9																		
24 156	36,1	35,3	34,4	33,5	32,6	31,8	30,9	30,0	29,1	28,2		69 111	13,4	13,1	12,8	12,5	12,2	11,9	11,6	11,3	11,0	10,7	10,4																		
25 155	35,8	35,0	34,1	33,2	32,4	31,5	30,6	29,7	28,9	28,0		70 110	12,8	12,5	12,2	12,0	11,7	11,4	11,1	10,8	10,5	10,2	9,9																		
26 154	35,5	34,6	33,8	32,9	32,1	31,2	30,3	29,5	28,6	27,7		71 109	12,2	11,9	11,6	11,4	11,1	10,8	10,6	10,3	10,0	9,7	9,4																		
27 153	35,1	34,3	33,4	32,6	31,8	30,9	30,1	29,2	28,3	27,5		72 108	11,5	11,3	11,0	10,8	10,5	10,3	10,0	9,8	9,5	9,2	8,9																		
28 152	34,8	33,9	33,1	32,3	31,4	30,6	29,8	29,0	28,1	27,2		73 107	10,9	10,7	10,4	10,2	10,0	9,7	9,5	9,2	9,0	8,7	8,5																		
29 151	34,4	33,6	32,8	31,9	31,1	30,3	29,4	28,6	27,8	26,9		74 106	10,3	10,1	9,8	9,6	9,4	9,2	8,9	8,7	8,5	8,2	8,0																		
30 150	34,0	33,2	32,4	31,6	30,8	30,0	29,1	28,3	27,5	26,6		75 105	9,6	9,4	9,2	9,0	8,8	8,6	8,4	8,2	7,9	7,7	7,5																		
31 149	33,6	32,8	32,0	31,2	30,4	29,6	28,8	28,0	27,2	26,4		76 104	9,0	8,8	8,6	8,4	8,2	8,0	7,8	7,6	7,4	7,2	7,0																		
32 148	33,2	32,4	31,6	30,8	30,0	29,2	28,4	27,6	26,8	26,0		77 103	8,4	8,2	8,0	7,8	7,6	7,5	7,3	7,4	6,9	6,7	6,5																		
33 147	32,8	32,0	31,3	30,5	29,7	28,9	28,1	27,3	26,5	25,7		78 102	7,7	7,6	7,4	7,2	7,1	6,9	6,7	6,5	6,4	6,2	6,0																		
34 146	32,4	31,6	30,9	30,1	29,3	28,5	27,8	27,0	26,2	25,4		79 101	7,1	6,9	6,8	6,6	6,5	6,3	6,2	6,0	5,8	5,7	5,5																		
35 145	31,9	31,2	30,5	29,7	28,9	28,2	27,4	26,7	25,9	25,1		80 100	6,5	6,3	6,2	6,0	5,9	5,8	5,6	5,5	5,3	5,2	5,0																		
36 144	31,5	30,8	30,0	29,3	28,6	27,8	27,1	26,3	25,5	24,8		81 99	5,8	5,7	5,6	5,4	5,3	5,2	5,1	4,9	4,8	4,7	4,5																		
37 143	31,1	30,3	29,6	28,8	28,1	27,4	26,7	25,9	25,2	24,4		82 98	5,2	5,1	4,9	4,8	4,7	4,6	4,5	4,4	4,3	4,1	4,0																		
38 142	30,6	29,9	29,2	28,5	27,8	27,1	26,4	25,6	24,9	24,1		83 97	4,5	4,4	4,3	4,2	4,1	4,0	3,9	3,8	3,7	3,6	3,5																		
39 141	30,1	29,4	28,7	28,0	27,3	26,6	25,9	25,2	24,5	23,7		84 96	3,9	3,8	3,7	3,6	3,5	3,5	3,4	3,3	3,2	3,1	3,0																		
40 140	29,7	29,0	28,3	27,6	26,9	26,2	25,5	24,8	24,1	23,4		85 95	3,2	3,2	3,1	3,0	2,9	2,8	2,7	2,7	2,6	2,5	2,5																		
41 139	29,2	28,5	27,8	27,1	26,4	25,7	25,0	24,3	23,6	22,9		86 94	2,6	2,5	2,5	2,4	2,4	2,3	2,3	2,2	2,1	2,1	2,0																		
42 138	28,7	28,0	27,3	26,6	25,9	25,2	24,5	23,8	23,1	22,4		87 93	1,9	1,9	1,9	1,8	1,8	1,7	1,7	1,6	1,6	1,6	1,5																		
43 137	28,2	27,6	26,9	26,2	25,5	24,8	24,1	23,4	22,7	22,0		88 92	1,3	1,3	1,2	1,2	1,2	1,2	1,1	1,1	1,1	1,0	1,0																		
44 136	27,7	27,1	26,4	25,8	25,1	24,4	23,7	23,0	22,3	21,6		89 91	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,5	0,5	0,5	0,5																		
45 135	27,2	26,6	26,0	25,3	24,7	24,1	23,4	22,8	22,1	21,5		90 90	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0																		

φ одного знака с $\cos B$.

Т а б л и ц а 21 (продолжение). Значения $h + \lambda$ для приближенного вычисления солнечного затмения

A \ B		50°	51°	52°	53°	54°	55°	56°	57°	58°	59°	60°	A \ B		50°	51°	52°	53°	54°	55°	56°	57°	58°	59°	60°
0 180		90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	45 135		59,3	60,2	61,1	61,9	62,8	63,7	64,5	65,3	66,2	67,0	67,8
1 179		89,2	89,2	89,2	89,2	89,3	89,3	89,3	89,4	89,4	89,4	89,4	46 134		58,9	59,8	60,7	61,5	62,4	63,3	64,1	65,0	65,8	66,6	67,4
2 178		88,3	88,4	88,4	88,5	88,5	88,6	88,6	88,7	88,7	88,8	88,8	47 133		58,5	59,4	60,3	61,1	62,0	62,9	63,7	64,6	65,4	66,3	67,1
3 177		87,5	87,6	87,7	87,7	87,8	87,9	88,0	88,1	88,1	88,2	88,3	48 132		58,1	59,0	59,9	60,8	61,6	62,5	63,4	64,2	65,1	65,9	66,8
4 176		86,7	86,8	86,9	87,0	87,1	87,2	87,3	87,4	87,5	87,6	87,7	49 131		57,7	58,6	59,5	60,4	61,3	62,2	63,0	63,9	64,8	65,6	66,5
5 175		85,8	86,0	86,1	86,2	86,4	86,5	86,6	86,8	86,9	87,0	87,1	50 130		57,3	58,2	59,1	60,0	60,9	61,8	62,7	63,6	64,4	65,3	66,1
6 174		85,0	85,2	85,3	85,5	85,7	85,8	86,0	86,1	86,3	86,4	86,5	51 129		56,9	57,8	58,7	59,6	60,5	61,4	62,3	63,2	64,1	65,0	65,8
7 173		84,2	84,4	84,6	84,8	84,9	85,1	85,3	85,5	85,6	85,8	86,0	52 128		56,5	57,5	58,4	59,3	60,2	61,1	62,0	62,9	63,8	64,7	65,5
8 172		83,3	83,6	83,8	84,0	84,2	84,4	84,6	84,8	85,0	85,2	85,4	53 127		56,2	57,1	58,0	59,0	59,9	60,8	61,7	62,6	63,5	64,4	65,2
9 171		82,5	82,8	83,0	83,3	83,5	83,7	84,0	84,2	84,4	84,6	84,8	54 126		55,8	56,8	57,7	58,6	59,6	60,5	61,4	62,3	63,2	64,1	65,0
10 170		81,7	82,0	82,3	82,5	82,8	83,1	83,3	83,6	83,8	84,0	84,3	55 125		55,5	56,4	57,4	58,3	59,2	60,2	61,1	62,0	62,9	63,8	64,7
11 169		80,9	81,2	81,5	81,8	82,1	82,4	82,7	82,9	83,2	83,5	83,7	56 124		55,2	56,1	57,1	58,0	59,0	60,0	61,0	62,0	63,0	64,0	65,0
12 168		80,1	80,4	80,8	81,1	81,4	81,7	82,0	82,3	82,6	82,9	83,2	57 123		54,9	55,8	56,8	57,7	58,6	59,6	60,5	61,4	62,3	63,3	64,2
13 167		79,3	79,7	80,0	80,4	80,7	81,0	81,3	81,7	82,0	82,3	82,6	58 122		54,6	55,5	56,5	57,4	58,4	59,3	60,2	61,2	62,1	63,1	64,0
14 166		78,5	78,9	79,3	79,7	80,0	80,4	80,7	81,1	81,4	81,7	82,0	59 121		54,3	55,2	56,2	57,1	58,1	59,0	60,0	60,9	61,8	62,7	63,7
15 165		77,7	78,2	78,6	79,0	79,4	79,7	80,1	80,5	80,8	81,2	81,5	60 120		54,0	55,0	56,0	56,9	57,8	58,8	59,7	60,6	61,6	62,5	63,4
16 164		77,0	77,4	77,8	78,3	78,7	79,1	79,5	79,9	80,2	80,6	81,0	61 119		53,7	54,7	55,7	56,6	57,5	58,5	59,5	60,4	61,3	62,3	63,2
17 163		76,2	76,7	77,1	77,6	78,0	78,4	78,8	79,2	79,6	80,0	80,4	62 118		53,5	54,4	55,4	56,3	57,3	58,3	59,3	60,2	61,1	62,1	63,0
18 162		75,5	76,0	76,4	76,9	77,3	77,7	78,2	78,6	79,0	79,5	79,9	63 117		53,2	54,2	55,2	56,1	57,1	58,1	59,0	59,9	60,9	61,8	62,8
19 161		74,7	75,2	75,7	76,2	76,7	77,2	77,6	78,1	78,5	78,9	79,4	64 116		53,0	54,0	55,0	55,9	56,9	57,8	58,8	59,7	60,7	61,6	62,6
20 160		74,0	74,5	75,0	75,5	76,0	76,5	77,0	77,5	77,9	78,4	78,8	65 115		52,7	53,7	54,7	55,6	56,6	57,5	58,5	59,5	60,5	61,4	62,4
21 159		73,3	73,8	74,3	74,8	75,3	75,8	76,3	76,8	77,3	77,8	78,3	66 114		52,5	53,5	54,5	55,5	56,4	57,4	58,4	59,3	60,3	61,2	62,2
22 158		72,6	73,1	73,6	74,1	74,6	75,1	75,6	76,1	76,6	77,1	77,6	67 113		52,3	53,3	54,3	55,3	56,2	57,2	58,2	59,1	60,1	61,1	62,1
23 157		71,8	72,4	73,0	73,6	74,2	74,7	75,3	75,8	76,4	76,9	77,5	68 112		52,1	53,1	54,1	55,1	56,0	57,0	58,0	58,9	59,9	60,9	61,8
24 156		71,1	71,7	72,3	73,0	73,6	74,2	74,8	75,4	76,0	76,6	77,2	69 111		51,9	52,9	53,9	54,9	55,9	56,8	57,8	58,8	59,7	60,7	61,7
25 155		70,5	71,1	71,7	72,3	72,9	73,5	74,1	74,7	75,3	75,9	76,5	70 110		51,7	52,7	53,7	54,7	55,7	56,6	57,6	58,6	59,6	60,5	61,5
26 154		69,8	70,4	71,0	71,7	72,3	72,9	73,5	74,1	74,7	75,3	75,9	71 109		51,6	52,6	53,6	54,6	55,6	56,5	57,5	58,5	59,4	60,4	61,4
27 153		69,1	69,8	70,5	71,1	71,8	72,5	73,2	73,9	74,6	75,3	76,0	72 108		51,4	52,4	53,4	54,4	55,4	56,3	57,3	58,3	59,3	60,2	61,2
28 152		68,5	69,2	69,9	70,5	71,2	71,9	72,6	73,3	74,0	74,7	75,4	73 107		51,3	52,3	53,3	54,3	55,3	56,2	57,2	58,2	59,1	60,1	61,1
29 151		67,9	68,6	69,3	69,9	70,6	71,3	72,0	72,7	73,4	74,1	74,8	74 106		51,1	52,1	53,1	54,1	55,1	56,1	57,0	58,0	59,0	60,0	61,0
30 150		67,2	67,9	68,6	69,3	70,0	70,7	71,4	72,1	72,8	73,5	74,2	75 105		51,0	52,0	53,0	54,0	55,0	56,0	56,9	57,9	58,9	59,9	60,9
31 149		66,6	67,3	68,0	68,7	69,4	70,1	70,8	71,5	72,2	72,9	73,6	76 104		50,8	51,8	52,8	53,8	54,8	55,8	56,8	57,8	58,8	59,8	60,7
32 148		66,0	66,7	67,4	68,1	68,8	69,5	70,2	70,9	71,6	72,3	73,0	77 103		50,7	51,7	52,7	53,7	54,7	55,7	56,7	57,7	58,7	59,7	60,6
33 147		65,4	66,1	66,8	67,5	68,2	68,9	69,6	70,3	71,0	71,7	72,4	78 102		50,6	51,6	52,6	53,6	54,6	55,6	56,6	57,6	58,6	59,6	60,5
34 146		64,9	65,6	66,3	67,0	67,7	68,4	69,1	70,0	70,7	71,4	72,1	79 101		50,5	51,5	52,5	53,5	54,5	55,5	56,5	57,5	58,5	59,5	60,5
35 145		64,3	65,1	65,9	66,6	67,4	68,1	68,8	69,6	70,3	71,0	71,7	80 100		50,4	51,4	52,4	53,4	54,4	55,4	56,4	57,4	58,4	59,4	60,4
36 144		63,7	64,5	65,3	66,1	66,9	67,6	68,4	69,1	69,8	70,5	71,3	81 99		50,3	51,3	52,3	53,3	54,3	55,3	56,3	57,3	58,3	59,3	60,3
37 143		63,2	64,0	64,8	65,6	66,4	67,1	67,9	68,7	69,4	70,1	70,8	82 98		50,3	51,3	52,3	53,3	54,3	55,3	56,3	57,3	58,3	59,3	60,2
38 142		62,7	63,5	64,3	65,1	65,9	66,7	67,5	68,2	69,0	69,7	70,4	83 97		50,2	51,2	52,2	53,2	54,2	55,2	56,2	57,2	58,2	59,2	60,2
39 141		62,2	63,0	63,8	64,6	65,4	66,2	67,0	67,8	68,5	69,3	70,0	84 96		50,2	51,2	52,2	53,2	54,2	55,2	56,2	57,2	58,2	59,2	60,1
40 140		61,7	62,5	63,3	64,1	64,9	65,7	66,5	67,3	68,1	68,9	69,6	85 95		50,1	51,1	52,1	53,1	54,1	55,1	56,1	57,1	58,1	59,1	60,1
41 139		61,2	62,0	62,8	63,6	64,4	65,2	66,0	66,8	67,6	68,4	69,1	86 94		50,1	51,1	52,1	53,1	54,1	55,1	56,1	57,1	58,1	59,1	60,1
42 138		60,7	61,5	62,3	63,1	63,9	64,7	65,5	66,3	67,1	67,9	68,6	87 93		50,0	51,0	52,0	53,0	54,0	55,0	56,0	57,0	58,0	59,0	60,0
43 137		60,2	61,0	61,8	62,6	63,4	64,2	65,0	65,8	66,6	67,4	68,1	88 92		50,0	51,0	52,0	53,0	54,0	55,0	56,0	57,0	58,0	59,0	60,0
44 136		59,8	60,6	61,4	62,2	63,0	63,8	64,6	65,4	66,2	67,0	67,8	89 91		50,0	51,0	52,0	53,0	54,0	55,0	56,0	57,0	58,0	59,0	60,0
45 135		59,3	60,2	61,1	61,9	62,8	63,7	64,5	65,3	66,2	67,0	67,8	90 90		50,0	51,0	52,0	53,0	54,0	55,0	56,0	57,0	58,0	59,0	60,0

$h + \lambda$ одного знака с $\sin A$.

Если $180^\circ < B < 360^\circ$, то нужно брать за аргумент $B + 180^\circ$ и для $h + \lambda$ взять дополнение до 180° .

Таблица 21 (продолжение). Значения ϕ для приближенного вычисления солнечного затмения

A B	A										A B	A																													
	60°	61°	62°	63°	64°	65°	66°	67°	68°	69°		70°	60°	61°	62°	63°	64°	65°	66°	67°	68°	69°	70°																		
±																					±																				
0 180	30,2	29,2	28,2	27,2	26,2	25,1	24,1	23,1	22,1	21,1	20,1	45 135°	20,8	20,2	19,5	18,8	18,2	17,5	16,8	16,1	15,5	14,8	14,1																		
1 179	30,2	29,2	28,2	27,2	26,1	25,1	24,1	23,1	22,1	21,1	20,1	46 134	20,5	19,8	19,2	18,5	17,8	17,2	16,5	15,9	15,2	14,5	13,8																		
2 178	30,1	29,1	28,1	27,1	26,1	25,1	24,1	23,1	22,1	21,1	20,1	47 133	20,1	19,4	18,8	18,2	17,5	16,9	16,2	15,6	14,9	14,2	13,6																		
3 177	30,1	29,1	28,1	27,1	26,1	25,1	24,1	23,1	22,1	21,1	20,1	48 132	19,7	19,0	18,4	17,8	17,2	16,5	15,9	15,3	14,6	14,0	13,3																		
4 176	30,1	29,1	28,1	27,1	26,1	25,1	24,1	23,1	22,1	21,1	20,1	49 131	19,3	18,7	18,1	17,4	16,8	16,2	15,6	14,9	14,3	13,7	13,1																		
5 175	30,0	29,0	28,0	27,0	26,0	25,0	24,0	23,0	22,0	21,0	20,0	50 130	18,9	18,3	17,7	17,1	16,5	15,9	15,3	14,6	14,0	13,4	12,8																		
6 174	30,0	29,0	28,0	27,0	26,0	25,0	24,0	23,0	22,0	21,0	20,0	51 129	18,5	17,9	17,3	16,7	16,1	15,5	14,9	14,3	13,7	13,1	12,5																		
7 173	29,9	28,9	27,9	26,9	25,9	24,9	24,0	23,0	22,0	21,0	20,0	52 128	18,0	17,5	16,9	16,3	15,8	15,2	14,6	14,0	13,4	12,8	12,2																		
8 172	29,8	28,8	27,8	26,8	25,8	24,8	23,8	22,8	21,8	20,9	19,9	53 127	17,6	17,1	16,5	16,0	15,4	14,8	14,3	13,7	13,1	12,5	12,0																		
9 171	29,8	28,8	27,8	26,8	25,8	24,8	23,8	22,8	21,8	20,9	19,9	54 126	17,2	16,7	16,1	15,6	15,0	14,5	13,9	13,4	12,8	12,2	11,7																		
10 170	29,7	28,7	27,7	26,7	25,7	24,7	23,8	22,8	21,8	20,8	19,8	55 125	16,8	16,2	15,7	15,2	14,7	14,1	13,6	13,0	12,5	11,9	11,4																		
11 169	29,6	28,6	27,6	26,6	25,6	24,6	23,7	22,7	21,7	20,7	19,7	56 124	16,3	15,8	15,3	14,8	14,3	13,8	13,2	12,7	12,2	11,6	11,1																		
12 168	29,4	28,5	27,5	26,5	25,5	24,6	23,6	22,6	21,6	20,6	19,7	57 123	15,9	15,4	14,9	14,4	13,9	13,4	12,9	12,4	11,8	11,3	10,8																		
13 167	29,3	28,4	27,4	26,4	25,4	24,5	23,5	22,5	21,5	20,6	19,6	58 122	15,5	15,0	14,5	14,0	13,5	13,0	12,5	12,0	11,5	11,0	10,5																		
14 166	29,2	28,2	27,3	26,3	25,3	24,4	23,4	22,4	21,4	20,5	19,5	59 121	15,0	14,6	14,1	13,6	13,1	12,7	12,2	11,7	11,2	10,7	10,2																		
15 165	29,0	28,1	27,1	26,2	25,2	24,2	23,3	22,3	21,3	20,4	19,4	60 120	14,6	14,1	13,7	13,2	12,7	12,3	11,8	11,3	10,9	10,4	9,9																		
16 164	28,9	27,9	27,0	26,0	25,1	24,1	23,2	22,2	21,2	20,3	19,3	61 119	14,1	13,7	13,2	12,8	12,4	11,9	11,4	11,0	10,5	10,1	9,6																		
17 163	28,7	27,8	26,8	25,8	24,9	24,0	23,0	22,1	21,1	20,2	19,2	62 118	13,7	13,2	12,8	12,4	12,0	11,5	11,1	10,6	10,2	9,8	9,3																		
18 162	28,6	27,6	26,7	25,7	24,8	23,8	22,9	21,9	21,0	20,1	19,1	63 117	13,2	12,8	12,4	12,0	11,6	11,1	10,7	10,3	9,9	9,4	9,0																		
19 161	28,4	27,4	26,5	25,6	24,6	23,7	22,8	21,8	20,9	19,9	19,0	64 116	12,7	12,4	12,0	11,6	11,2	10,7	10,3	9,9	9,5	9,1	8,7																		
20 160	28,2	27,3	26,3	25,4	24,5	23,5	22,6	21,7	20,7	19,8	18,9	65 115	12,3	11,9	11,5	11,1	10,7	10,4	10,0	9,6	9,2	8,8	8,4																		
21 159	28,0	27,1	26,1	25,2	24,3	23,4	22,5	21,5	20,6	19,7	18,7	66 114	11,8	11,4	11,0	10,7	10,3	10,0	9,6	9,2	8,8	8,4	8,0																		
22 158	27,8	26,9	26,0	25,0	24,1	23,2	22,3	21,4	20,5	19,5	18,6	67 113	11,3	11,0	10,6	10,3	9,9	9,6	9,2	8,8	8,5	8,1	7,7																		
23 157	27,6	26,7	25,8	24,8	23,9	23,0	22,1	21,2	20,3	19,4	18,5	68 112	10,9	10,5	10,2	9,9	9,5	9,2	8,8	8,5	8,1	7,8	7,4																		
24 156	27,3	26,4	25,5	24,6	23,7	22,8	21,9	21,0	20,1	19,2	18,3	69 111	10,4	10,1	9,8	9,4	9,1	8,8	8,4	8,1	7,8	7,4	7,1																		
25 155	27,1	26,2	25,3	24,4	23,6	22,7	21,8	20,9	20,0	19,1	18,2	70 110	9,9	9,6	9,3	9,0	8,7	8,4	8,0	7,7	7,4	7,1	6,8																		
26 154	26,9	26,0	25,1	24,2	23,3	22,5	21,6	20,7	19,8	18,9	18,0	71 109	9,4	9,1	8,9	8,6	8,3	8,0	7,7	7,4	7,1	6,7	6,4																		
27 153	26,6	25,7	24,8	24,0	23,1	22,3	21,4	20,5	19,6	18,7	17,9	72 108	8,9	8,7	8,4	8,1	7,8	7,6	7,3	7,0	6,7	6,4	6,1																		
28 152	26,4	25,5	24,6	23,8	22,9	22,0	21,2	20,3	19,4	18,6	17,7	73 107	8,5	8,2	7,9	7,7	7,4	7,1	6,9	6,6	6,3	6,1	5,8																		
29 151	26,1	25,2	24,4	23,5	22,7	21,8	21,0	20,1	19,2	18,4	17,5	74 106	8,0	7,7	7,5	7,2	7,0	6,7	6,5	6,2	6,0	5,7	5,4																		
30 150	25,8	25,0	24,1	23,3	22,4	21,6	20,8	19,9	19,0	18,2	17,3	75 105	7,5	7,3	7,0	6,8	6,6	6,3	6,1	5,8	5,6	5,4	5,1																		
31 149	25,5	24,7	23,9	23,0	22,2	21,4	20,5	19,7	18,8	18,0	17,2	76 104	7,0	6,8	6,6	6,3	6,1	5,9	5,7	5,5	5,2	5,0	4,8																		
32 148	25,2	24,4	23,6	22,8	22,0	21,1	20,3	19,5	18,6	17,8	17,0	77 103	6,5	6,3	6,1	5,9	5,7	5,5	5,3	5,1	4,9	4,7	4,4																		
33 147	24,9	24,1	23,3	22,5	21,7	20,9	20,1	19,2	18,5	17,6	16,8	78 102	6,0	5,8	5,6	5,5	5,3	5,1	4,9	4,7	4,5	4,3	4,1																		
34 146	24,6	23,8	23,0	22,2	21,4	20,6	19,8	19,0	18,2	17,4	16,6	79 101	5,5	5,3	5,2	5,0	4,8	4,7	4,5	4,3	4,1	3,9	3,8																		
35 145	24,3	23,5	22,8	22,0	21,2	20,4	19,6	18,8	18,0	17,2	16,4	80 100	5,0	4,9	4,7	4,6	4,4	4,2	4,1	3,9	3,8	3,6	3,4																		
36 144	24,0	23,2	22,5	21,7	20,9	20,1	19,3	18,5	17,8	17,0	16,2	81 99	4,5	4,4	4,2	4,1	4,0	3,8	3,7	3,5	3,4	3,2	3,1																		
37 143	23,7	22,9	22,2	21,4	20,6	19,8	19,1	18,3	17,5	16,7	16,0	82 98	4,0	3,9	3,8	3,6	3,5	3,4	3,3	3,1	3,0	2,9	2,7																		
38 142	23,3	22,6	21,8	21,1	20,3	19,6	18,8	18,0	17,3	16,5	15,7	83 97	3,5	3,4	3,3	3,2	3,1	3,0	2,9	2,7	2,6	2,5	2,4																		
39 141	23,0	22,3	21,5	20,8	20,0	19,3	18,5	17,8	17,0	16,3	15,5	84 96	3,0	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1																		
40 140	22,7	21,9	21,2	20,5	19,7	19,0	18,3	17,5	16,8	16,0	15,3	85 95	2,5	2,4	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	2,0	1,9	1,8	1,7																		
41 139	22,3	21,6	20,9	20,2	19,4	18,7	18,0	17,3	16,5	15,8	15,1	86 94	2,0	2,0	1,9	1,8	1,8	1,7	1,6	1,6	1,5	1,4	1,4																		
42 138	21,9	21,2	20,5	19,8	19,1	18,4	17,7	17,0	16,3	15,5	14,8	87 93	1,5	1,5	1,4	1,4	1,3	1,3	1,2	1,2	1,1	1,1	1,0																		
43 137	21,6	20,9	20,2	19,5	18,8	18,1	17,4	16,7	16,0	15,3	14,6	88 92	1,0	1,0	0,9	0,9	0,9	0,9	0,8	0,8	0,8	0,7	0,7																		
44 136	21,2	20,5	19,9	19,2	18,5	17,8	17,1	16,4	15,7	15,0	14,3	89 91	0,5	0,5	0,5	0,5	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,3																		
45 135	20,8	20,2	19,5	18,8	18,2	17,5	16,8	16,1	15,5	14,8	14,1	90 90	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0																		

ϕ одного знака с $\cos B$.

Таблица 21 (продолжение). Значения $h + \lambda$ для приближенного вычисления солнечного затмения

A		60°	61°	62°	63°	64°	65°	66°	67°	68°	69°	70°	A		60°	61°	62°	63°	64°	65°	66°	67°	68°	69°	70°
0	180	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	45	135	67,8	68,6	69,4	70,2	71,0	71,8	72,5	73,3	74,1	74,8	75,6
1	179	89,4	89,4	89,5	89,5	89,5	89,5	89,5	89,5	89,6	89,6	89,6	46	134	67,4	68,3	69,1	69,9	70,7	71,5	72,2	73,0	73,8	74,6	75,3
2	178	88,8	88,8	88,9	88,9	88,9	88,9	88,9	88,9	89,0	89,0	89,0	47	133	67,1	67,9	68,8	69,6	70,4	71,2	72,0	72,8	73,5	74,3	75,1
3	177	88,3	88,3	88,4	88,4	88,5	88,5	88,5	88,5	88,6	88,6	88,6	48	132	66,8	67,6	68,4	69,3	70,1	70,9	71,7	72,5	73,3	74,1	74,9
4	176	87,7	87,8	87,9	88,0	88,1	88,1	88,2	88,3	88,4	88,5	88,5	49	131	66,5	67,3	68,1	69,0	69,8	70,6	71,4	72,2	73,0	73,8	74,6
5	175	87,1	87,2	87,3	87,3	87,4	87,4	87,5	87,5	87,6	87,6	87,7	50	130	66,1	67,0	67,8	68,7	69,5	70,3	71,2	72,0	72,8	73,6	74,4
6	174	86,5	86,7	86,8	86,8	87,0	87,1	87,2	87,3	87,4	87,5	87,5	51	129	65,8	66,7	67,5	68,4	69,2	70,1	71,0	71,9	72,7	73,5	74,3
7	173	86,0	86,1	86,3	86,4	86,6	86,7	86,8	86,9	87,0	87,1	87,2	52	128	65,5	66,4	67,3	68,2	69,0	69,9	70,7	71,5	72,3	73,1	73,9
8	172	85,4	85,6	85,8	85,9	86,1	86,3	86,5	86,6	86,8	86,9	87,1	53	127	65,2	66,1	67,0	67,9	68,7	69,6	70,4	71,3	72,1	73,0	73,8
9	171	84,8	85,0	85,2	85,4	85,6	85,8	86,0	86,2	86,4	86,6	86,7	54	126	65,0	65,8	66,7	67,6	68,5	69,3	70,2	71,0	71,9	72,7	73,6
10	170	84,3	84,5	84,7	84,9	85,2	85,4	85,6	85,8	86,0	86,2	86,4	55	125	64,7	65,6	66,5	67,4	68,2	69,1	70,0	70,8	71,7	72,5	73,4
11	169	83,7	84,0	84,2	84,4	84,7	84,9	85,1	85,4	85,6	85,8	86,0	56	124	64,4	65,3	66,2	67,1	68,0	68,9	69,7	70,6	71,5	72,3	73,2
12	168	83,2	83,4	83,7	84,0	84,2	84,5	84,7	85,0	85,2	85,5	85,7	57	123	64,2	65,1	66,0	66,9	67,8	68,6	69,5	70,4	71,3	72,2	73,0
13	167	82,6	82,9	83,2	83,5	83,7	84,0	84,3	84,6	84,9	85,1	85,3	58	122	63,9	64,8	65,7	66,6	67,5	68,4	69,3	70,2	71,1	72,0	72,8
14	166	82,0	82,4	82,7	83,0	83,3	83,6	83,9	84,1	84,4	84,7	85,0	59	121	63,7	64,6	65,5	66,4	67,3	68,2	69,1	70,0	70,9	71,8	72,7
15	165	81,5	81,8	82,2	82,5	82,8	83,1	83,4	83,7	84,0	84,3	84,6	60	120	63,4	64,4	65,3	66,2	67,1	68,0	68,9	69,8	70,7	71,6	72,5
16	164	81,0	81,3	81,7	82,0	82,3	82,7	83,0	83,3	83,6	84,0	84,3	61	119	63,2	64,1	65,1	66,0	66,9	67,8	68,7	69,6	70,5	71,4	72,3
17	163	80,4	80,8	81,2	81,5	81,9	82,2	82,6	82,9	83,3	83,6	83,9	62	118	63,0	63,9	64,9	65,8	66,7	67,6	68,5	69,4	70,3	71,2	72,1
18	162	79,9	80,3	80,7	81,1	81,4	81,8	82,2	82,5	82,9	83,3	83,6	63	117	62,8	63,7	64,7	65,6	66,5	67,4	68,3	69,2	70,1	71,0	71,9
19	161	79,4	79,8	80,2	80,6	81,0	81,4	81,8	82,2	82,5	82,9	83,2	64	116	62,6	63,5	64,5	65,4	66,3	67,2	68,1	69,0	70,0	70,9	71,8
20	160	78,8	79,3	79,7	80,1	80,5	81,0	81,3	81,7	82,1	82,5	82,9	65	115	62,4	63,3	64,3	65,2	66,1	67,0	67,9	68,8	69,7	70,6	71,5
21	159	78,3	78,8	79,2	79,7	80,1	80,5	81,0	81,4	81,8	82,2	82,6	66	114	62,2	63,1	64,1	65,0	65,9	66,8	67,7	68,6	69,5	70,4	71,3
22	158	77,8	78,3	78,7	79,2	79,6	80,1	80,5	81,0	81,4	81,8	82,2	67	113	62,0	62,9	63,9	64,8	65,7	66,6	67,5	68,4	69,3	70,2	71,1
23	157	77,3	77,8	78,2	78,7	79,1	79,6	80,0	80,5	81,0	81,4	81,8	68	112	61,8	62,7	63,7	64,6	65,5	66,4	67,3	68,2	69,1	70,0	70,9
24	156	76,8	77,3	77,7	78,2	78,6	79,1	79,5	80,0	80,4	80,8	81,2	69	111	61,7	62,6	63,6	64,5	65,4	66,3	67,2	68,1	69,0	70,0	70,9
25	155	76,3	76,8	77,2	77,7	78,1	78,6	79,0	79,5	80,0	80,4	80,8	70	110	61,5	62,5	63,5	64,4	65,3	66,2	67,1	68,0	68,9	69,8	70,7
26	154	75,8	76,3	76,7	77,2	77,6	78,1	78,5	79,0	79,4	79,8	80,2	71	109	61,4	62,3	63,3	64,3	65,2	66,1	67,0	67,9	68,8	69,7	70,6
27	153	75,3	75,9	76,4	76,9	77,3	77,8	78,2	78,7	79,1	79,6	80,0	72	108	61,2	62,2	63,2	64,2	65,1	66,0	66,9	67,8	68,7	69,6	70,5
28	152	74,8	75,4	76,0	76,5	77,0	77,4	77,9	78,3	78,8	79,2	79,7	73	107	61,1	62,1	63,1	64,1	65,0	65,9	66,8	67,7	68,6	69,5	70,4
29	151	74,4	75,0	75,6	76,1	76,6	77,1	77,5	78,0	78,4	78,9	79,3	74	106	61,0	61,9	62,9	63,9	64,8	65,7	66,6	67,5	68,4	69,3	70,2
30	150	73,9	74,5	75,1	75,7	76,3	76,9	77,4	77,9	78,3	78,8	79,2	75	105	60,9	61,8	62,8	63,8	64,7	65,6	66,5	67,4	68,3	69,2	70,1
31	149	73,4	74,1	74,7	75,3	75,9	76,5	77,1	77,6	78,1	78,5	79,0	76	104	60,7	61,6	62,6	63,6	64,5	65,4	66,3	67,2	68,1	69,0	70,0
32	148	73,0	73,7	74,3	74,9	75,5	76,1	76,7	77,2	77,7	78,1	78,6	77	103	60,6	61,5	62,5	63,5	64,4	65,3	66,2	67,1	68,0	68,9	69,8
33	147	72,5	73,2	73,8	74,4	75,0	75,6	76,2	76,7	77,2	77,6	78,1	78	102	60,5	61,4	62,4	63,4	64,3	65,2	66,1	67,0	67,9	68,8	69,7
34	146	72,1	72,8	73,4	74,0	74,6	75,2	75,8	76,3	76,8	77,3	77,7	79	101	60,5	61,4	62,4	63,4	64,3	65,2	66,1	67,0	67,9	68,8	69,7
35	145	71,7	72,4	73,0	73,7	74,3	74,9	75,5	76,1	76,6	77,1	77,6	80	100	60,4	61,3	62,3	63,3	64,2	65,1	66,0	66,9	67,8	68,7	69,6
36	144	71,3	72,0	72,6	73,3	73,9	74,5	75,1	75,7	76,2	76,7	77,2	81	99	60,3	61,2	62,2	63,2	64,1	65,0	65,9	66,8	67,7	68,6	69,5
37	143	70,8	71,6	72,2	72,9	73,5	74,1	74,7	75,3	75,9	76,4	76,9	82	98	60,2	61,1	62,1	63,1	64,0	64,9	65,8	66,7	67,6	68,5	69,4
38	142	70,4	71,2	71,9	72,6	73,2	73,8	74,4	75,0	75,6	76,2	76,7	83	97	60,2	61,1	62,1	63,1	64,0	64,9	65,8	66,7	67,6	68,5	69,4
39	141	70,0	70,8	71,5	72,2	72,9	73,5	74,1	74,7	75,3	75,9	76,4	84	96	60,1	61,0	62,0	63,0	63,9	64,8	65,7	66,6	67,5	68,4	69,3
40	140	69,6	70,4	71,1	71,9	72,6	73,3	74,0	74,7	75,4	76,1	76,8	85	95	60,1	61,0	62,0	63,0	63,9	64,8	65,7	66,6	67,5	68,4	69,3
41	139	69,3	70,0	70,8	71,5	72,3	73,0	73,7	74,4	75,1	75,8	76,5	86	94	60,1	61,0	62,0	63,0	63,9	64,8	65,7	66,6	67,5	68,4	69,3
42	138	68,9	69,6	70,4	71,1	71,9	72,7	73,4	74,1	74,9	75,6	76,3	87	93	60,0	61,0	62,0	63,0	63,9	64,8	65,7	66,6	67,5	68,4	69,3
43	137	68,5	69,3	70,1	70,8	71,6	72,4	73,1	73,9	74,6	75,3	76,0	88	92	60,0	61,0	62,0	63,0	63,9	64,8	65,7	66,6	67,5	68,4	69,3
44	136	68,1	68,9	69,7	70,5	71,3	72,1	72,8	73,6	74,3	75,1	75,8	89	91	60,0	61,0	62,0	63,0	63,9	64,8	65,7	66,6	67,5	68,4	69,3
45	135	67,8	68,6	69,4	70,2	71,0	71,8	72,5	73,3	74,1	74,8	75,6	90	90	60,0	61,0	62,0	63,0	63,9	64,8	65,7	66,6	67,5	68,4	69,3

Т а б л и ц а 21 (продолжение). Значения φ для приближенного вычисления солнечного затмения

B \ A		70°	71°	72°	73°	74°	75°	76°	77°	78°	79°	80°	B \ A		70°	71°	72°	73°	74°	75°	76°	77°	78°	79°	80°
+													+												
0° 180	20,1	19,4	18,1	17,1	16,1	15,1	14,1	13,1	12,1	11,1	10,1	45 135°	14,1	13,4	12,7	12,0	11,3	10,6	9,9	9,2	8,5	7,8	7,1	7,0	
1 179	20,1	19,1	18,1	17,1	16,1	15,1	14,1	13,1	12,1	11,1	10,1	46 134	13,8	13,2	12,5	11,8	11,1	10,4	9,7	9,0	8,4	7,7	7,0	6,9	
2 178	20,1	19,1	18,1	17,1	16,1	15,1	14,1	13,1	12,1	11,1	10,1	47 133	13,6	12,9	12,2	11,6	10,9	10,2	9,6	8,9	8,2	7,5	6,8	6,7	
3 177	20,1	19,1	18,1	17,1	16,1	15,1	14,1	13,1	12,1	11,1	10,1	48 132	13,3	12,7	12,0	11,4	10,7	10,0	9,4	8,7	8,1	7,4	6,7	6,6	
4 176	20,1	19,1	18,1	17,1	16,1	15,1	14,1	13,1	12,0	11,0	10,0	49 131	13,1	12,4	11,8	11,1	10,5	9,8	9,2	8,5	7,9	7,2	6,6	6,5	
5 175	20,0	19,0	18,0	17,0	16,0	15,0	14,0	13,0	12,0	11,0	10,0	50 130	12,8	12,2	11,5	10,9	10,3	9,6	9,0	8,4	7,7	7,1	6,5	6,4	
6 174	20,0	19,0	18,0	17,0	16,0	15,0	14,0	13,0	12,0	11,0	10,0	51 129	12,5	11,9	11,3	10,7	10,1	9,4	8,8	8,2	7,6	6,9	6,3	6,2	
7 173	20,0	19,0	18,0	17,0	16,0	15,0	14,0	13,0	12,0	11,0	10,0	52 128	12,2	11,6	11,0	10,4	9,8	9,2	8,6	8,0	7,4	6,8	6,2	6,1	
8 172	19,9	18,9	17,9	16,9	15,9	14,9	14,0	13,0	12,0	11,0	10,0	53 127	12,0	11,4	10,8	10,2	9,6	9,0	8,4	7,8	7,2	6,6	6,0	5,9	
9 171	19,9	18,9	17,9	16,9	15,9	14,9	13,9	12,9	11,9	10,9	9,9	54 126	11,7	11,1	10,5	10,0	9,4	8,8	8,2	7,6	7,1	6,5	5,9	5,8	
10 170	19,8	18,8	17,8	16,8	15,8	14,8	13,8	12,8	11,8	10,8	9,8	55 125	11,4	10,8	10,3	9,7	9,2	8,6	8,0	7,5	6,9	6,3	5,8	5,7	
11 169	19,7	18,8	17,8	16,8	15,8	14,8	13,8	12,8	11,8	10,8	9,8	56 124	11,1	10,6	10,0	9,5	8,9	8,4	7,8	7,3	6,7	6,2	5,6	5,5	
12 168	19,7	18,7	17,7	16,7	15,7	14,7	13,7	12,7	11,7	10,7	9,7	57 123	10,8	10,3	9,8	9,2	8,7	8,2	7,6	7,1	6,5	6,0	5,5	5,4	
13 167	19,6	18,6	17,6	16,6	15,6	14,6	13,6	12,6	11,6	10,6	9,6	58 122	10,5	10,0	9,5	9,0	8,5	7,9	7,4	6,9	6,4	5,8	5,3	5,2	
14 166	19,5	18,5	17,6	16,6	15,6	14,6	13,7	12,7	11,7	10,7	9,8	59 121	10,2	9,7	9,2	8,7	8,2	7,7	7,2	6,7	6,2	5,7	5,2	5,1	
15 165	19,4	18,4	17,5	16,5	15,5	14,6	13,6	12,6	11,7	10,7	9,7	60 120	9,9	9,4	8,9	8,5	8,0	7,5	7,0	6,5	6,0	5,5	5,0	4,9	
16 164	19,3	18,4	17,4	16,4	15,4	14,5	13,5	12,6	11,6	10,6	9,7	61 119	9,6	9,1	8,7	8,2	7,7	7,3	6,8	6,3	5,8	5,3	4,9	4,8	
17 163	19,2	18,3	17,3	16,3	15,3	14,4	13,5	12,5	11,5	10,6	9,6	62 118	9,3	8,9	8,4	7,9	7,5	7,0	6,6	6,1	5,6	5,2	4,7	4,7	
18 162	19,1	18,2	17,2	16,2	15,2	14,3	13,4	12,4	11,5	10,5	9,6	63 117	9,0	8,6	8,1	7,7	7,2	6,8	6,3	5,9	5,5	5,0	4,6	4,6	
19 161	19,0	18,0	17,1	16,2	15,2	14,3	13,3	12,4	11,4	10,5	9,5	64 116	8,7	8,3	7,8	7,4	7,0	6,6	6,1	5,7	5,3	4,8	4,4	4,4	
20 160	18,9	17,9	17,0	16,0	15,0	14,2	13,2	12,3	11,3	10,4	9,5	65 115	8,4	8,0	7,6	7,1	6,7	6,3	5,9	5,5	5,1	4,7	4,2	4,2	
21 159	18,7	17,8	16,9	15,9	15,0	14,1	13,1	12,2	11,3	10,3	9,4	66 114	8,0	7,7	7,3	6,9	6,5	6,1	5,7	5,3	4,9	4,5	4,1	4,1	
22 158	18,6	17,7	16,8	15,8	14,8	13,9	13,0	12,1	11,2	10,3	9,3	67 113	7,7	7,4	7,0	6,6	6,2	5,8	5,5	5,1	4,7	4,3	3,9	3,9	
23 157	18,5	17,5	16,6	15,6	14,6	13,7	12,8	11,9	11,0	10,2	9,3	68 112	7,4	7,1	6,7	6,3	6,0	5,6	5,2	4,9	4,5	4,1	3,8	3,8	
24 156	18,3	17,4	16,5	15,6	14,7	13,8	12,9	11,9	11,0	10,1	9,2	69 111	7,1	6,7	6,4	6,1	5,7	5,4	5,0	4,7	4,3	3,9	3,6	3,6	
25 155	18,2	17,3	16,4	15,5	14,6	13,7	12,7	11,8	10,9	10,0	9,1	70 110	6,8	6,4	6,1	5,8	5,4	5,1	4,8	4,4	4,1	3,8	3,4	3,4	
26 154	18,0	17,1	16,2	15,3	14,4	13,5	12,6	11,7	10,8	9,9	9,0	71 109	6,4	6,1	5,8	5,5	5,2	4,9	4,5	4,2	3,9	3,6	3,3	3,3	
27 153	17,9	17,0	16,1	15,2	14,3	13,4	12,5	11,6	10,7	9,9	9,0	72 108	6,1	5,8	5,5	5,2	4,9	4,6	4,3	4,0	3,7	3,4	3,1	3,1	
28 152	17,7	16,8	15,9	15,0	14,1	13,2	12,4	11,5	10,6	9,8	8,9	73 107	5,8	5,5	5,2	4,9	4,7	4,4	4,1	3,8	3,5	3,2	2,9	2,9	
29 151	17,5	16,6	15,8	14,9	14,0	13,2	12,3	11,4	10,5	9,7	8,8	74 106	5,4	5,2	4,9	4,7	4,4	4,1	3,8	3,6	3,3	3,0	2,8	2,8	
30 150	17,3	16,5	15,6	14,8	13,9	13,0	12,2	11,3	10,4	9,6	8,7	75 105	5,1	4,9	4,6	4,4	4,1	3,9	3,6	3,4	3,1	2,8	2,6	2,6	
31 149	17,2	16,3	15,5	14,6	13,8	12,9	12,0	11,2	10,3	9,5	8,6	76 104	4,8	4,5	4,3	4,1	3,8	3,6	3,4	3,1	2,9	2,7	2,4	2,4	
32 148	17,0	16,1	15,3	14,4	13,6	12,8	11,9	11,1	10,2	9,4	8,5	77 103	4,4	4,2	4,0	3,8	3,6	3,4	3,1	2,9	2,7	2,5	2,3	2,3	
33 147	16,8	15,9	15,1	14,3	13,5	12,6	11,8	10,9	10,1	9,3	8,4	78 102	4,1	3,9	3,7	3,5	3,3	3,1	2,9	2,7	2,5	2,3	2,1	2,1	
34 146	16,6	15,8	14,9	14,1	13,3	12,5	11,6	10,8	10,0	9,2	8,3	79 101	3,8	3,6	3,4	3,2	3,0	2,8	2,7	2,5	2,3	2,1	1,9	1,9	
85 145	16,4	15,6	14,8	13,9	13,1	12,3	11,5	10,7	9,9	9,1	8,2	80 100	3,4	3,3	3,1	2,9	2,8	2,6	2,4	2,3	2,1	1,9	1,7	1,7	
36 144	16,2	15,4	14,6	13,8	13,0	12,2	11,4	10,6	9,7	8,9	8,1	81 99	3,1	2,9	2,8	2,6	2,5	2,3	2,2	2,0	1,9	1,7	1,6	1,6	
37 143	16,0	15,2	14,4	13,6	12,8	11,9	11,1	10,2	9,4	8,6	7,8	82 98	2,7	2,6	2,5	2,3	2,2	2,1	1,9	1,8	1,7	1,5	1,4	1,4	
38 142	15,7	15,0	14,2	13,4	12,6	11,8	11,1	10,3	9,5	8,7	7,9	83 97	2,4	2,3	2,2	2,1	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,3	1,2	1,2	
39 141	15,5	14,8	14,0	13,2	12,5	11,7	10,9	10,1	9,4	8,6	7,8	84 96	2,1	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,0	1,0	
40 140	15,3	14,5	13,8	13,0	12,3	11,5	10,8	10,0	9,2	8,5	7,7	85 95	1,7	1,6	1,6	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	1,0	0,9	0,9	
41 139	15,1	14,3	13,6	12,8	12,1	11,3	10,6	9,8	9,1	8,3	7,6	86 94	1,4	1,3	1,2	1,2	1,1	1,0	1,0	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	
42 138	14,8	14,1	13,4	12,6	11,9	11,2	10,4	9,7	8,9	8,2	7,5	87 93	1,0	1,0	0,9	0,9	0,8	0,8	0,7	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	
43 137	14,6	13,9	13,1	12,4	11,7	11,0	10,3	9,5	8,8	8,1	7,3	88 92	0,7	0,7	0,6	0,6	0,6	0,5	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	
44 136	14,3	13,6	12,9	12,2	11,5	10,8	10,1	9,4	8,7	7,9	7,2	89 91	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	
45 135	14,1	13,4	12,7	12,0	11,3	10,6	9,9	9,2	8,5	7,8	7,1	90 90	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	

φ одного знака с $\cos B$.

Т а б л и ц а 21 (продолжение). Значения $h + \lambda$ для приближенного вычисления солнечного затмения

A		70°	71°	72°	73°	74°	75°	76°	77°	78°	79°	80°	A		70°	71°	72°	73°	74°	75°	76°	77°	78°	79°	80°																																																					
B	A																									B	A																																																			
0 180	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	45 185	75,6	76,3	77,1	77,8	78,5	79,3	80,0	80,7	81,5	82,2	82,9	46 134	75,3	76,1	76,8	77,6	78,3	79,1	79,8	80,6	81,3	82,0	82,8	83,5	47 133	75,1	75,9	76,6	77,4	78,2	79,0	79,7	80,4	81,2	81,9	82,7	83,4	48 132	74,9	75,6	76,4	77,2	78,0	78,7	79,5	80,3	81,0	81,8	82,5	83,2	49 131	74,6	75,4	76,2	77,0	77,8	78,6	79,3	80,1	80,9	81,7	82,4	83,1	
1 179	89,6	89,7	89,7	89,7	89,7	89,7	89,7	89,7	89,7	89,7	89,7	89,7	89,7	50 130	74,4	75,2	76,0	76,8	77,6	78,4	79,2	80,0	80,8	81,5	82,3	51 129	74,2	75,0	75,8	76,6	77,4	78,2	79,0	79,8	80,6	81,4	82,2	82,9	52 128	74,0	74,8	75,6	76,4	77,2	78,0	78,8	79,6	80,4	81,2	82,0	82,7	53 127	73,8	74,6	75,4	76,2	77,0	77,8	78,6	79,4	80,2	81,0	81,8	82,5	54 126	73,6	74,4	75,2	76,0	76,8	77,6	78,4	79,2	80,0	80,8	81,6	82,3	
2 178	89,3	89,3	89,4	89,4	89,4	89,4	89,4	89,4	89,4	89,4	89,4	89,4	89,4	55 125	73,4	74,2	75,0	75,8	76,6	77,4	78,2	79,0	79,8	80,6	81,4	56 124	73,2	74,0	74,8	75,6	76,4	77,2	78,0	78,8	79,6	80,4	81,2	81,9	57 123	73,0	73,8	74,6	75,4	76,2	77,0	77,8	78,6	79,4	80,2	81,0	81,7	58 122	72,8	73,6	74,4	75,2	76,0	76,8	77,6	78,4	79,2	80,0	80,8	81,5	59 121	72,7	73,5	74,3	75,1	75,9	76,7	77,5	78,3	79,1	79,9	80,7	81,4	
3 177	88,9	88,9	89,0	89,1	89,1	89,1	89,1	89,1	89,1	89,1	89,1	89,1	89,1	60 120	72,5	73,4	74,3	75,2	76,1	77,0	77,9	78,8	79,7	80,6	81,4	61 119	72,3	73,2	74,1	75,0	75,9	76,8	77,7	78,6	79,5	80,4	81,3	82,1	62 118	72,2	73,1	74,0	74,9	75,8	76,7	77,6	78,5	79,4	80,3	81,2	82,0	63 117	72,0	72,9	73,8	74,7	75,6	76,5	77,4	78,3	79,2	80,1	81,0	81,8	64 116	71,9	72,8	73,7	74,6	75,5	76,4	77,3	78,2	79,1	80,0	80,9	81,7	
4 176	88,5	88,6	88,7	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	88,8	65 115	71,7	72,6	73,5	74,4	75,3	76,2	77,1	78,0	78,9	79,8	80,7	66 114	71,6	72,5	73,4	74,3	75,2	76,1	77,0	77,9	78,8	79,7	80,6	81,4	67 113	71,5	72,4	73,3	74,2	75,1	76,0	76,9	77,8	78,7	79,6	80,5	81,3	68 112	71,4	72,3	73,2	74,1	75,0	75,9	76,8	77,7	78,6	79,5	80,4	81,2	69 111	71,2	72,1	73,0	73,9	74,8	75,7	76,6	77,5	78,4	79,3	80,2	81,0	
5 175	88,2	88,3	88,4	88,5	88,5	88,5	88,5	88,5	88,5	88,5	88,5	88,5	88,5	70 110	71,1	72,0	72,9	73,8	74,7	75,6	76,5	77,4	78,3	79,2	80,1	71 109	71,0	72,0	72,9	73,8	74,7	75,6	76,5	77,4	78,3	79,2	80,1	80,9	72 108	70,9	71,9	72,8	73,7	74,6	75,5	76,4	77,3	78,2	79,1	80,0	80,8	73 107	70,8	71,8	72,7	73,6	74,5	75,4	76,3	77,2	78,1	79,0	79,9	80,7	74 106	70,7	71,7	72,6	73,5	74,4	75,3	76,2	77,1	78,0	78,9	79,8	80,6	
6 174	87,8	87,9	88,0	88,1	88,1	88,1	88,1	88,1	88,1	88,1	88,1	88,1	88,1	75 105	70,6	71,5	72,4	73,3	74,2	75,1	76,0	76,9	77,8	78,7	79,6	80,4	76 104	70,5	71,5	72,4	73,3	74,2	75,1	76,0	76,9	77,8	78,7	79,6	80,4	77 103	70,5	71,5	72,4	73,3	74,2	75,1	76,0	76,9	77,8	78,7	79,6	80,4	78 102	70,4	71,4	72,3	73,2	74,1	75,0	75,9	76,8	77,7	78,6	79,5	80,3	79 101	70,3	71,3	72,2	73,1	74,0	74,9	75,8	76,7	77,6	78,5	79,4	80,2
7 173	87,5	87,6	87,7	87,8	87,8	87,8	87,8	87,8	87,8	87,8	87,8	87,8	87,8	80 100	70,3	71,2	72,1	73,0	73,9	74,8	75,7	76,6	77,5	78,4	79,3	80,1	81 99	70,2	71,1	72,0	72,9	73,8	74,7	75,6	76,5	77,4	78,3	79,2	80,0	82 98	70,2	71,1	72,0	72,9	73,8	74,7	75,6	76,5	77,4	78,3	79,2	80,0	83 97	70,1	71,0	71,9	72,8	73,7	74,6	75,5	76,4	77,3	78,2	79,1	79,9	84 96	70,1	71,0	71,9	72,8	73,7	74,6	75,5	76,4	77,3	78,2	79,1	79,9
8 172	87,1	87,2	87,3	87,4	87,4	87,4	87,4	87,4	87,4	87,4	87,4	87,4	87,4	85 95	70,1	71,0	71,9	72,8	73,7	74,6	75,5	76,4	77,3	78,2	79,0	80,0	86 94	70,0	71,0	72,0	73,0	74,0	75,0	76,0	77,0	78,0	79,0	80,0	80,0	87 93	70,0	71,0	72,0	73,0	74,0	75,0	76,0	77,0	78,0	79,0	80,0	80,0	88 92	70,0	71,0	72,0	73,0	74,0	75,0	76,0	77,0	78,0	79,0	80,0	80,0	89 91	70,0	71,0	72,0	73,0	74,0	75,0	76,0	77,0	78,0	79,0	80,0	80,0
9 171	86,7	86,9	87,1	87,3	87,4	87,4	87,4	87,4	87,4	87,4	87,4	87,4	87,4	90 90	70,0	71,0	72,0	73,0	74,0	75,0	76,0	77,0	78,0	79,0	80,0																																																					

$h + \lambda$ одного знака с $\sin A$.

Если $180^\circ < B < 360^\circ$, то нужно брать за аргумент $B - 180^\circ$ и для $h + \lambda$ взять дополнение до 180° .

Т а б л и ц а 21 (окончание). Значения φ для приближенного вычисления солнечного затмения

A		80°	81°	82°	83°	84°	85°	86°	87°	88°	89°	90°	A		80°	81°	82°	83°	84°	85°	86°	87°	88°	89°	90°
\pm													\pm												
0 180	10,1	9,1	8,1	7,0	6,0	5,0	4,0	3,0	2,0	1,0	0,0	0,0	45 135	7,1	6,4	5,7	5,0	4,3	3,6	2,8	2,1	1,4	0,7	0,0	
1 179	10,1	9,1	8,1	7,0	6,0	5,0	4,0	3,0	2,0	1,0	0,0	0,0	46 134	7,0	6,3	5,6	4,9	4,2	3,5	2,8	2,1	1,4	0,7	0,0	
2 178	10,1	9,1	8,0	7,0	6,0	5,0	4,0	3,0	2,0	1,0	0,0	0,0	47 133	6,8	6,2	5,5	4,8	4,1	3,4	2,7	2,1	1,4	0,7	0,0	
3 177	10,1	9,0	8,0	7,0	6,0	5,0	4,0	3,0	2,0	1,0	0,0	0,0	48 132	6,7	6,0	5,4	4,7	4,0	3,4	2,7	2,0	1,3	0,7	0,0	
4 176	10,0	9,0	8,0	7,0	6,0	5,0	4,0	3,0	2,0	1,0	0,0	0,0	49 131	6,6	5,9	5,3	4,6	4,0	3,3	2,6	2,0	1,3	0,7	0,0	
5 175	10,0	9,0	8,0	7,0	6,0	5,0	4,0	3,0	2,0	1,0	0,0	0,0	50 130	6,5	5,8	5,2	4,5	3,9	3,2	2,6	1,9	1,3	0,6	0,0	
6 174	10,0	9,0	8,0	7,0	6,0	5,0	4,0	3,0	2,0	1,0	0,0	0,0	51 129	6,3	5,7	5,1	4,4	3,8	3,2	2,5	1,9	1,3	0,6	0,0	
7 173	10,0	9,0	8,0	7,0	6,0	5,0	4,0	3,0	2,0	1,0	0,0	0,0	52 128	6,2	5,6	4,9	4,3	3,7	3,1	2,5	1,9	1,2	0,6	0,0	
8 172	10,0	9,0	8,0	7,0	6,0	5,0	4,0	3,0	2,0	1,0	0,0	0,0	53 127	6,0	5,4	4,8	4,2	3,6	3,0	2,4	1,8	1,2	0,6	0,0	
9 171	9,9	8,9	8,0	7,0	6,0	5,0	4,0	3,0	2,0	1,0	0,0	0,0	54 126	5,9	5,3	4,7	4,1	3,5	3,0	2,4	1,8	1,2	0,6	0,0	
10 170	9,9	8,9	7,9	6,9	5,9	5,0	4,0	3,0	2,0	1,0	0,0	0,0	55 125	5,8	5,2	4,6	4,0	3,5	2,9	2,3	1,7	1,2	0,6	0,0	
11 169	9,9	8,9	7,9	6,9	5,9	4,9	4,0	3,0	2,0	1,0	0,0	0,0	56 124	5,6	5,1	4,5	3,9	3,4	2,8	2,3	1,7	1,1	0,6	0,0	
12 168	9,8	8,9	7,9	6,9	5,9	4,9	3,9	3,0	2,0	1,0	0,0	0,0	57 123	5,5	4,9	4,4	3,8	3,3	2,7	2,2	1,6	1,1	0,5	0,0	
13 167	9,8	8,8	7,8	6,8	5,9	4,9	3,9	2,9	2,0	1,0	0,0	0,0	58 122	5,3	4,8	4,3	3,7	3,2	2,7	2,1	1,6	1,1	0,5	0,0	
14 166	9,8	8,8	7,8	6,8	5,9	4,9	3,9	2,9	2,0	1,0	0,0	0,0	59 121	5,2	4,7	4,1	3,6	3,1	2,6	2,1	1,6	1,0	0,5	0,0	
15 165	9,7	8,7	7,8	6,8	5,8	4,9	3,9	2,9	1,9	1,0	0,0	0,0	60 120	5,0	4,5	4,0	3,5	3,0	2,5	2,0	1,5	1,0	0,5	0,0	
16 164	9,7	8,7	7,7	6,8	5,8	4,8	3,9	2,9	1,9	1,0	0,0	0,0	61 119	4,9	4,4	3,9	3,4	2,9	2,4	2,0	1,5	1,0	0,5	0,0	
17 163	9,6	8,7	7,7	6,7	5,8	4,8	3,9	2,9	1,9	1,0	0,0	0,0	62 118	4,7	4,2	3,8	3,3	2,8	2,4	1,9	1,4	0,9	0,5	0,0	
18 162	9,6	8,6	7,7	6,7	5,7	4,8	3,8	2,9	1,9	1,0	0,0	0,0	63 117	4,6	4,1	3,6	3,2	2,7	2,3	1,8	1,4	0,9	0,5	0,0	
19 161	9,5	8,6	7,6	6,7	5,7	4,8	3,8	2,9	1,9	1,0	0,0	0,0	64 116	4,4	4,0	3,5	3,1	2,6	2,2	1,8	1,3	0,9	0,4	0,0	
20 160	9,5	8,5	7,6	6,6	5,7	4,7	3,8	2,8	1,9	0,9	0,0	0,0	65 115	4,2	3,8	3,4	3,0	2,5	2,1	1,7	1,3	0,9	0,4	0,0	
21 159	9,4	8,5	7,5	6,5	5,6	4,7	3,8	2,8	1,9	0,9	0,0	0,0	66 114	4,1	3,7	3,3	2,9	2,5	2,0	1,6	1,2	0,8	0,4	0,0	
22 158	9,3	8,4	7,5	6,5	5,6	4,7	3,7	2,8	1,9	0,9	0,0	0,0	67 113	3,9	3,5	3,1	2,7	2,4	2,0	1,6	1,2	0,8	0,4	0,0	
23 157	9,3	8,3	7,4	6,5	5,6	4,6	3,7	2,8	1,9	0,9	0,0	0,0	68 112	3,8	3,4	3,0	2,6	2,3	1,9	1,5	1,1	0,8	0,4	0,0	
24 156	9,2	8,3	7,4	6,4	5,5	4,6	3,7	2,8	1,8	0,9	0,0	0,0	69 111	3,6	3,2	2,9	2,5	2,2	1,8	1,4	1,1	0,7	0,4	0,0	
25 155	9,1	8,2	7,3	6,4	5,5	4,6	3,6	2,7	1,8	0,9	0,0	0,0	70 110	3,4	3,1	2,7	2,4	2,1	1,7	1,4	1,0	0,7	0,3	0,0	
26 154	9,0	8,1	7,2	6,3	5,4	4,5	3,6	2,7	1,8	0,9	0,0	0,0	71 109	3,3	2,9	2,6	2,3	2,0	1,6	1,3	1,0	0,7	0,3	0,0	
27 153	9,0	8,1	7,2	6,3	5,4	4,5	3,6	2,7	1,8	0,9	0,0	0,0	72 108	3,1	2,8	2,5	2,2	1,9	1,6	1,2	0,9	0,6	0,3	0,0	
28 152	8,9	8,0	7,1	6,2	5,3	4,4	3,6	2,7	1,8	0,9	0,0	0,0	73 107	2,9	2,6	2,3	2,1	1,8	1,5	1,2	0,9	0,6	0,3	0,0	
29 151	8,8	7,9	7,0	6,2	5,3	4,4	3,5	2,6	1,8	0,9	0,0	0,0	74 106	2,8	2,5	2,2	1,9	1,7	1,4	1,1	0,8	0,6	0,3	0,0	
30 150	8,7	7,8	7,0	6,1	5,2	4,4	3,5	2,6	1,7	0,9	0,0	0,0	75 105	2,6	2,3	2,1	1,8	1,6	1,3	1,0	0,8	0,5	0,3	0,0	
31 149	8,6	7,8	6,9	6,0	5,2	4,3	3,5	2,6	1,7	0,9	0,0	0,0	76 104	2,4	2,2	1,9	1,7	1,5	1,2	1,0	0,7	0,5	0,2	0,0	
32 148	8,5	7,7	6,8	6,0	5,1	4,3	3,4	2,6	1,7	0,9	0,0	0,0	77 103	2,3	2,0	1,8	1,6	1,4	1,1	0,9	0,7	0,5	0,2	0,0	
33 147	8,4	7,6	6,7	5,9	5,1	4,2	3,4	2,5	1,7	0,8	0,0	0,0	78 102	2,1	1,9	1,7	1,5	1,3	1,0	0,8	0,6	0,4	0,2	0,0	
34 146	8,3	7,5	6,7	5,8	5,0	4,2	3,3	2,5	1,7	0,8	0,0	0,0	79 101	1,9	1,7	1,5	1,3	1,2	1,0	0,8	0,6	0,4	0,2	0,0	
35 145	8,2	7,4	6,6	5,8	4,9	4,1	3,3	2,5	1,6	0,8	0,0	0,0	80 100	1,7	1,6	1,4	1,2	1,1	0,9	0,7	0,5	0,3	0,2	0,0	
36 144	8,1	7,3	6,5	5,7	4,9	4,1	3,3	2,4	1,6	0,8	0,0	0,0	81 99	1,6	1,4	1,3	1,1	1,0	0,9	0,7	0,5	0,3	0,2	0,0	
37 143	8,0	7,2	6,4	5,6	4,8	4,0	3,2	2,4	1,6	0,8	0,0	0,0	82 98	1,4	1,3	1,1	1,0	0,8	0,7	0,6	0,4	0,3	0,1	0,0	
38 142	7,9	7,1	6,3	5,5	4,8	4,0	3,2	2,4	1,6	0,8	0,0	0,0	83 97	1,2	1,1	1,0	0,9	0,7	0,6	0,5	0,4	0,2	0,1	0,0	
39 141	7,8	7,0	6,3	5,5	4,7	3,9	3,1	2,3	1,6	0,8	0,0	0,0	84 96	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	
40 140	7,7	6,9	6,2	5,4	4,6	3,9	3,1	2,3	1,5	0,8	0,0	0,0	85 95	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0	
41 139	7,6	6,8	6,1	5,3	4,6	3,8	3,0	2,3	1,5	0,8	0,0	0,0	86 94	0,7	0,6	0,6	0,5	0,4	0,4	0,3	0,2	0,1	0,1	0,0	
42 138	7,5	6,7	6,0	5,2	4,5	3,7	3,0	2,2	1,5	0,7	0,0	0,0	87 93	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,0	
43 137	7,3	6,6	5,9	5,1	4,4	3,7	2,9	2,2	1,5	0,7	0,0	0,0	88 92	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	
44 136	7,2	6,5	5,8	5,1	4,3	3,6	2,9	2,2	1,4	0,7	0,0	0,0	89 91	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	
45 135	7,1	6,4	5,7	5,0	4,3	3,6	2,8	2,1	1,4	0,7	0,0	0,0	90 90	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	

φ одного знака с $\cos B$.

Т а б л и ц а 21 (окончание). Значения $h + \lambda$ для приближенного вычисления солнечного затмения

B \ A											B \ A												
	80°	81°	82°	83°	84°	85°	86°	87°	88°	89°		90°	80°	81°	82°	83°	84°	85°	86°	87°	88°	89°	90°
0 180	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	90,0	45 135	82,9	83,6	84,3	85,0	85,7	86,5	87,2	87,9	88,6	89,3	90,0
1 179	89,8	89,8	89,9	89,9	89,9	89,9	89,9	89,9	89,9	89,9	89,9	46 134	82,8	83,5	84,2	85,0	85,7	86,4	87,1	87,8	88,6	89,3	90,0
2 178	89,6	89,7	89,7	89,8	89,8	89,8	89,8	89,8	89,9	89,9	89,9	47 133	82,7	83,4	84,1	84,9	85,6	86,3	87,0	87,7	88,5	89,3	90,0
3 177	89,5	89,5	89,6	89,6	89,7	89,7	89,7	89,8	89,8	89,8	89,9	48 132	82,5	83,3	84,0	84,8	85,5	86,3	87,0	87,8	88,5	89,3	90,0
4 176	89,3	89,4	89,4	89,5	89,5	89,6	89,7	89,7	89,8	89,8	89,9	49 131	82,4	83,2	83,9	84,7	85,5	86,2	87,0	87,7	88,5	89,2	90,0
5 175	89,1	89,2	89,3	89,4	89,5	89,6	89,7	89,7	89,8	89,8	89,9	50 130	82,3	83,1	83,9	84,6	85,4	86,2	86,9	87,7	88,5	89,2	90,0
6 174	88,9	89,1	89,2	89,3	89,4	89,5	89,6	89,7	89,8	89,8	89,9	51 129	82,2	83,0	83,8	84,5	85,3	86,1	86,9	87,7	88,4	89,2	90,0
7 173	88,8	88,9	89,0	89,1	89,3	89,4	89,5	89,6	89,8	89,8	89,9	52 128	82,1	82,9	83,7	84,5	85,3	86,1	86,8	87,6	88,4	89,2	90,0
8 172	88,6	88,8	88,9	89,0	89,2	89,3	89,4	89,6	89,7	89,7	89,9	53 128	82,0	82,8	83,6	84,4	85,2	86,0	86,8	87,6	88,4	89,2	90,0
9 171	88,4	88,6	88,7	88,8	89,1	89,2	89,4	89,5	89,7	89,7	89,9	54 126	81,9	82,7	83,5	84,3	85,1	86,0	86,8	87,6	88,4	89,2	90,0
10 170	88,2	88,4	88,6	88,8	89,0	89,1	89,3	89,5	89,7	89,8	89,9	55 125	81,8	82,6	83,4	84,3	85,1	86,0	86,8	87,6	88,4	89,2	90,0
11 169	88,1	88,3	88,5	88,7	88,9	89,0	89,2	89,4	89,6	89,8	89,9	56 124	81,7	82,5	83,3	84,2	85,0	85,9	86,7	87,5	88,3	89,2	90,0
12 168	87,9	88,1	88,3	88,5	88,7	89,0	89,2	89,4	89,6	89,8	89,9	57 123	81,6	82,4	83,2	84,1	85,0	85,8	86,6	87,5	88,3	89,2	90,0
13 167	87,7	87,8	88,0	88,2	88,4	88,8	89,0	89,3	89,5	89,8	89,9	58 122	81,5	82,3	83,1	84,0	84,9	85,7	86,6	87,5	88,3	89,2	90,0
14 166	87,6	87,8	88,1	88,3	88,5	88,9	89,0	89,3	89,5	89,8	89,9	59 121	81,4	82,2	83,0	84,0	84,9	85,7	86,6	87,4	88,3	89,2	90,0
15 165	87,4	87,7	87,9	88,2	88,4	88,7	89,0	89,2	89,5	89,7	90,0	60 120	81,3	82,1	82,9	83,9	84,8	85,7	86,5	87,4	88,3	89,1	90,0
16 164	87,2	87,5	87,8	88,1	88,3	88,6	89,0	89,2	89,5	89,7	90,0	61 119	81,2	82,0	82,8	83,8	84,7	85,6	86,5	87,4	88,3	89,1	90,0
17 163	87,0	87,3	87,6	87,9	88,2	88,5	88,9	89,1	89,4	89,7	90,0	62 118	81,1	81,9	82,7	83,7	84,6	85,5	86,4	87,3	88,2	89,1	90,0
18 162	86,9	87,2	87,5	87,8	88,1	88,5	88,8	89,1	89,4	89,7	90,0	63 117	81,0	81,8	82,6	83,6	84,5	85,4	86,3	87,2	88,1	89,0	90,0
19 161	86,7	87,0	87,3	87,6	88,0	88,4	88,7	89,0	89,3	89,7	90,0	64 116	81,0	81,9	82,8	83,7	84,6	85,5	86,4	87,3	88,2	89,1	90,0
20 160	86,5	86,9	87,2	87,6	87,9	88,3	88,6	89,0	89,3	89,7	90,0	65 115	80,9	81,8	82,7	83,6	84,5	85,4	86,3	87,2	88,1	89,0	90,0
21 159	86,4	86,8	87,1	87,5	87,8	88,2	88,5	89,0	89,3	89,6	90,0	66 114	80,8	81,7	82,6	83,5	84,4	85,3	86,2	87,1	88,0	88,9	90,0
22 158	86,2	86,6	87,0	87,4	87,7	88,1	88,5	88,9	89,3	89,6	90,0	67 113	80,8	81,7	82,6	83,5	84,4	85,3	86,2	87,1	88,0	88,9	90,0
23 157	86,1	86,5	86,9	87,3	87,6	88,0	88,4	88,9	89,3	89,6	90,0	68 112	80,7	81,6	82,5	83,4	84,3	85,2	86,1	87,0	87,9	88,8	90,0
24 156	85,9	86,3	86,7	87,1	87,4	87,8	88,2	88,7	89,1	89,4	90,0	69 111	80,7	81,6	82,5	83,4	84,3	85,2	86,1	87,0	87,9	88,8	90,0
25 155	85,7	86,2	86,6	87,0	87,3	87,7	88,1	88,6	89,0	89,3	90,0	70 110	80,6	81,5	82,4	83,3	84,2	85,1	86,0	86,9	87,8	88,7	90,0
26 154	85,6	86,0	86,4	86,8	87,1	87,5	87,9	88,4	88,8	89,1	90,0	71 109	80,5	81,4	82,3	83,2	84,1	85,0	85,9	86,8	87,7	88,6	90,0
27 153	85,4	85,9	86,3	86,7	87,0	87,4	87,8	88,3	88,7	89,0	90,0	72 108	80,5	81,4	82,3	83,2	84,1	85,0	85,9	86,8	87,7	88,6	90,0
28 152	85,3	85,7	86,1	86,5	86,8	87,2	87,6	88,1	88,5	88,8	90,0	73 107	80,4	81,3	82,2	83,1	84,0	84,9	85,8	86,7	87,6	88,5	90,0
29 151	85,1	85,6	86,0	86,4	86,7	87,1	87,5	88,0	88,4	88,7	90,0	74 106	80,4	81,3	82,2	83,1	84,0	84,9	85,8	86,7	87,6	88,5	90,0
30 150	85,0	85,5	85,9	86,3	86,6	87,0	87,4	87,9	88,3	88,6	90,0	75 105	80,3	81,2	82,1	83,0	83,9	84,8	85,7	86,6	87,5	88,4	90,0
31 149	84,8	85,3	85,7	86,1	86,4	86,8	87,2	87,7	88,1	88,4	90,0	76 104	80,3	81,2	82,1	83,0	83,9	84,8	85,7	86,6	87,5	88,4	90,0
32 148	84,7	85,2	85,6	86,0	86,3	86,7	87,1	87,6	88,0	88,3	90,0	77 103	80,3	81,2	82,1	83,0	83,9	84,8	85,7	86,6	87,5	88,4	90,0
33 147	84,5	85,1	85,5	85,9	86,2	86,6	87,0	87,5	87,9	88,2	90,0	78 102	80,2	81,1	82,0	82,9	83,8	84,7	85,6	86,5	87,4	88,3	90,0
34 146	84,4	84,9	85,3	85,7	86,0	86,4	86,8	87,3	87,7	88,0	90,0	79 101	80,2	81,1	82,0	82,9	83,8	84,7	85,6	86,5	87,4	88,3	90,0
35 145	84,2	84,8	85,2	85,6	86,0	86,4	86,8	87,3	87,7	88,0	90,0	80 100	80,1	81,0	81,9	82,8	83,7	84,6	85,5	86,4	87,3	88,2	90,0
36 144	84,1	84,7	85,1	85,5	85,9	86,3	86,7	87,2	87,6	87,9	90,0	81 99	80,1	81,0	81,9	82,8	83,7	84,6	85,5	86,4	87,3	88,2	90,0
37 143	83,9	84,6	85,0	85,4	85,8	86,2	86,6	87,1	87,5	87,8	90,0	82 98	80,1	81,0	81,9	82,8	83,7	84,6	85,5	86,4	87,3	88,2	90,0
38 142	83,8	84,4	84,8	85,2	85,6	86,0	86,4	86,9	87,3	87,6	90,0	83 97	80,1	81,0	81,9	82,8	83,7	84,6	85,5	86,4	87,3	88,2	90,0
39 141	83,7	84,3	84,7	85,1	85,5	85,9	86,3	86,8	87,2	87,5	90,0	84 96	80,1	81,0	81,9	82,8	83,7	84,6	85,5	86,4	87,3	88,2	90,0
40 140	83,5	84,2	84,6	85,0	85,4	85,8	86,2	86,7	87,1	87,4	90,0	85 95	80,0	81,0	82,0	83,0	84,0	85,0	86,0	87,0	88,0	89,0	90,0
41 139	83,4	84,1	84,5	84,9	85,3	85,7	86,1	86,6	87,0	87,3	90,0	86 94	80,0	81,0	82,0	83,0	84,0	85,0	86,0	87,0	88,0	89,0	90,0
42 138	83,3	84,0	84,4	84,8	85,2	85,6	86,0	86,5	86,9	87,2	90,0	87 93	80,0	81,0	82,0	83,0	84,0	85,0	86,0	87,0	88,0	89,0	90,0
43 137	83,1	83,8	84,2	84,6	85,0	85,4	85,8	86,3	86,7	87,0	90,0	88 92	80,0	81,0	82,0	83,0	84,0	85,0	86,0	87,0	88,0	89,0	90,0
44 136	83,0	83,7	84,1	84,5	84,9	85,3	85,7	86,2	86,6	86,9	90,0	89 91	80,0	81,0	82,0	83,0	84,0	85,0	86,0	87,0	88,0	89,0	90,0
45 135	82,9	83,6	84,0	84,4	84,8	85,2	85,6	86,1	86,5	86,8	90,0	90 90	80,0	81,0	82,0	83,0	84,0	85,0	86,0	87,0	88,0	89,0	90,0

$h + \lambda$ одного знака с $\sin A$.

Если $180^\circ < B < 360^\circ$, то нужно брать за аргумент $B - 180^\circ$ и для $h + \lambda$ взять дополнение до 180° .

Таблица 22. Вычисление $\rho \sin \varphi'$ и $\rho \cos \varphi'$ и их логарифмов

φ	s	c	$\lg S$	$\lg C$	ρ^2	φ	s	c	$\lg S$	$\lg C$	ρ^2
0°	- 0,00000	+ 0,00000	9,99708	0,00000	1,00000	45°	- 0,00355	+ 0,00119	9,99781	0,00073	0,99666
1	0,00012	0,00000	9,99708	0,00000	1,00000	46	0,00357	0,00121	9,99784	0,00075	0,99655
2	0,00023	0,00000	9,99709	0,00000	0,99999	47	0,00359	0,00122	9,99786	0,00078	0,99643
3	0,00035	0,00001	9,99709	0,00000	0,99998	48	0,00361	0,00124	9,99789	0,00080	0,99631
4	0,00047	0,00002	9,99709	0,00001	0,99997	49	0,00362	0,00126	9,99791	0,00083	0,99620
5	- 0,00058	+ 0,00003	9,99709	0,00001	0,99995	50	- 0,00363	+ 0,00127	9,99794	0,00085	0,99608
6	0,00070	0,00004	9,99710	0,00002	0,99993	51	0,00364	0,00128	9,99796	0,00088	0,99597
7	0,00081	0,00005	9,99710	0,00002	0,99990	52	0,00364	0,00128	9,99799	0,00090	0,99585
8	0,00092	0,00006	9,99711	0,00003	0,99987	53	0,00365	0,00129	9,99801	0,00093	0,99574
9	0,00103	0,00008	9,99712	0,00004	0,99984	54	0,00365	0,00129	9,99804	0,00095	0,99563
10	- 0,00114	+ 0,00010	9,99713	0,00004	0,99980	55	- 0,00365	+ 0,00129	9,99806	0,00098	0,99552
11	0,00125	0,00012	9,99714	0,00005	0,99976	56	0,00365	0,00129	9,99808	0,00100	0,99541
12	0,00136	0,00014	9,99715	0,00006	0,99971	57	0,00365	0,00129	9,99811	0,00102	0,99530
13	0,00147	0,00017	9,99716	0,00007	0,99966	58	0,00364	0,00128	9,99813	0,00105	0,99520
14	0,00157	0,00019	9,99717	0,00009	0,99961	59	0,00364	0,00127	9,99815	0,00107	0,99509
15	- 0,00167	+ 0,00022	9,99718	0,00010	0,99955	60	- 0,00363	+ 0,00126	9,99818	0,00109	0,99499
16	0,00178	0,00024	9,99719	0,00011	0,99949	61	0,00362	0,00125	9,99820	0,00111	0,99489
17	0,00187	0,00027	9,99721	0,00012	0,99943	62	0,00361	0,00123	9,99822	0,00114	0,99479
18	0,00197	0,00030	9,99722	0,00014	0,99936	63	0,00360	0,00121	9,99824	0,00116	0,99469
19	0,00206	0,00034	9,99724	0,00015	0,99929	64	0,00359	0,00119	9,99826	0,00118	0,99460
20	- 0,00216	+ 0,00037	9,99725	0,00017	0,99922	65	- 0,00358	+ 0,00117	9,99828	0,00120	0,99451
21	0,00225	0,00040	9,99727	0,00019	0,99915	66	0,00357	0,00114	9,99830	0,00122	0,99442
22	0,00233	0,00044	9,99729	0,00020	0,99907	67	0,00356	0,00111	9,99832	0,00124	0,99433
23	0,00242	0,00047	9,99731	0,00022	0,99898	68	0,00354	0,00108	9,99834	0,00125	0,99425
24	0,00250	0,00051	9,99732	0,00024	0,99890	69	0,00353	0,00105	9,99835	0,00127	0,99417
25	- 0,00258	+ 0,00054	9,99734	0,00026	0,99881	70	- 0,00352	+ 0,00102	9,99837	0,00129	0,99409
26	0,00265	0,00058	9,99736	0,00028	0,99872	71	0,00351	0,00098	9,99839	0,00130	0,99402
27	0,00273	0,00062	9,99738	0,00030	0,99863	72	0,00349	0,00094	9,99840	0,00132	0,99395
28	0,00280	0,00065	9,99740	0,00032	0,99853	73	0,00348	0,00090	9,99842	0,00133	0,99388
29	0,00287	0,00069	9,99743	0,00034	0,99843	74	0,00347	0,00086	9,99843	0,00135	0,99382
30	- 0,00293	+ 0,00073	9,99745	0,00036	0,99834	75	- 0,00346	+ 0,00081	9,99844	0,00136	0,99376
31	0,00299	0,00076	9,99747	0,00039	0,99823	76	0,00344	0,00077	9,99846	0,00137	0,99370
32	0,00305	0,00080	9,99749	0,00041	0,99813	77	0,00343	0,00072	9,99847	0,00138	0,99365
33	0,00311	0,00083	9,99751	0,00043	0,98802	78	0,00342	0,00067	9,99848	0,00140	0,99360
34	0,00316	0,00087	9,99754	0,00045	0,99792	79	0,00341	0,00062	9,99849	0,00141	0,99355
35	- 0,00321	+ 0,00090	9,99756	0,00048	0,99781	80	- 0,00340	+ 0,00057	9,99850	0,00141	0,99351
36	0,00326	0,00094	9,99759	0,00050	0,99770	81	0,00339	0,00051	9,99851	0,00142	0,99347
37	0,00330	0,00097	9,99761	0,00053	0,99759	82	0,00338	0,00046	9,99851	0,00143	0,99344
38	0,00334	0,00100	9,99763	0,00055	0,99747	83	0,00338	0,00041	9,99852	0,00144	0,99341
39	0,00338	0,00103	9,99766	0,00058	0,99736	84	0,00337	0,00035	9,99853	0,00144	0,99338
40	- 0,00342	+ 0,00106	9,99768	0,00060	0,99725	85	- 0,00336	+ 0,00029	9,99853	0,00145	0,99336
41	0,00345	0,00109	9,99771	0,00063	0,99713	86	0,00336	0,00023	9,99853	0,00145	0,99334
42	0,00348	0,00112	9,99774	0,00065	0,99701	87	0,00336	0,00018	9,99854	0,00145	0,99333
43	0,00351	0,00114	9,99776	0,00068	0,99690	88	0,00335	0,00012	9,99854	0,00146	0,99331
44	0,00353	0,00116	9,99779	0,00070	0,99678	89	0,00335	0,00006	9,99854	0,00146	0,99331
45	- 0,00355	+ 0,00119	9,99781	0,00073	0,99666	90	- 0,00335	+ 0,00000	9,99854	0,00146	0,99331

$$\rho \sin \varphi' = \sin \varphi + s,$$

$$\rho \cos \varphi' = \cos \varphi + c;$$

$$\lg \rho \sin \varphi' = \lg \sin \varphi + \lg S,$$

$$\lg \rho \cos \varphi' = \lg \cos \varphi + \lg C.$$

Таблица 23. Определение исходного момента при вычислении покрытий звезд Луной

$$106^m \rho \cos \varphi' \sin (h + \lambda)$$

φ $h + \lambda$	36°	38°	40°	42°	44°	46°	48°	50°	52°	54°	56°	58°	60°	65°	70°
$\pm 0^h 0^m$	$\pm 0^m$	0 ^m	0 ^m	0 ^m	0 ^m	0 ^m	0 ^m	0 ^m	0 ^m	0 ^m	0 ^m	0 ^m	0 ^m	0 ^m	0 ^m
20	7	7	7	7	7	6	6	6	6	5	5	5	5	4	3
40	15	15	14	14	13	13	12	12	11	11	10	10	9	8	6
1 0	22	22	21	20	20	19	18	18	17	16	15	15	14	12	9
20	29	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	15	12
40	36	35	34	33	32	31	30	29	28	26	25	24	23	19	15
2 0	43	42	41	39	38	37	36	34	33	31	30	28	27	22	18
20	49	48	47	45	44	42	41	39	37	36	34	32	30	26	21
40	55	54	52	51	49	47	46	44	42	40	38	36	34	29	23
3 0	61	59	58	56	54	52	50	48	46	44	42	40	38	32	26
20	66	64	62	60	58	56	54	52	50	48	45	43	41	34	28
40	70	68	67	65	62	60	58	56	54	51	49	46	43	37	30
4 0	74	72	71	68	66	64	61	59	57	54	51	49	46	39	31
20	78	76	74	72	69	67	64	62	59	57	54	51	48	41	33
40	81	79	77	74	72	69	67	64	61	59	56	53	50	42	34
5 0	83	81	79	76	74	71	69	66	63	60	57	54	51	43	35
20	85	82	80	78	75	73	70	67	64	61	58	55	52	44	36
40	86	83	81	79	76	73	71	68	65	62	59	56	53	45	36
6 0	86	84	81	79	76	74	71	68	65	62	59	56	53	45	36
20	86	83	81	79	76	73	71	68	65	62	59	56	53	45	36
40	85	82	80	78	75	73	70	67	64	61	58	55	52	44	36
7 0	83	81	79	76	74	71	69	66	63	60	57	54	51	43	35
20	81	79	77	74	72	69	67	64	61	59	56	53	50	42	34
40	78	76	74	72	69	67	64	62	59	57	54	51	48	41	33
8 0	74	72	71	68	66	64	61	59	57	54	51	49	46	39	31
20	70	68	67	65	62	60	58	56	54	51	49	46	43	37	30
40	66	64	62	60	58	56	54	52	50	48	45	43	41	34	28
$\pm 9 0$	± 61	59	58	56	54	52	50	48	46	44	42	40	38	32	26

Для получения приближенного момента середины покрытия взятую из этой таблицы поправку нужно прибавить к моменту геоцентрического соединения по прямому восхождению.

Поправка положительна к западу от меридиана.
Поправка отрицательна к востоку от меридиана.

Таблица 24. Элементы некоторых больших планет

для эпохи 12 часов всемирного времени 1 января 1900 г. t — время в юлианских столетиях (36 525 суток), протекшее от эпохи, T — сидерический период обращения.

Меркурий (Ньюкомб)

$$\begin{aligned} L &= 182^{\circ}16'17'',23 + 538106654'',80 t + 1'',084t^2 \\ \pi &= 75^{\circ}53'59'',06 + 5599'',76 t + 1'',061t^2 \\ \Omega &= 47^{\circ} 8'45'',52 + 4266'',75 t + 0'',626t^2 \\ i &= 7^{\circ} 0'10'',37 + 6'',699 t - 0'',066t^2 \\ e &= 0,20561421 + 0,00002045t - 0,000000030t^2 \\ \lg a &= 9,58782160 \\ \mu &= 14732'',4197 \qquad T = 87^d,969256 \end{aligned}$$

Венера (Ньюкомб)

$$\begin{aligned} L &= 344^{\circ}22' 9'',20 + 210669162'', 88t + 1'',1148t^2 \\ \pi &= 130^{\circ} 9'49'',94 + 5068'', 93t - 3'',515t^2 \\ \Omega &= 75^{\circ}46'46'',82 + 3239'', 46t + 1'',476t^2 \\ i &= 3^{\circ}23'37'',07 + 3'',621t - 0'',0035t^2 \\ e &= 0,00682069 - 0,00004774t + 0,000000091t^2 \\ \lg a &= 9,85933745 \\ \mu &= 5767'',6697 \qquad T = 224^d,70080 \end{aligned}$$

Земля (Ньюкомб)

$$\begin{aligned} L &= 100^{\circ}40'56'',37 + 129602768'',13t + 1'',089t^2 \\ \pi &= 101^{\circ}13'15'',17 + 6189'',03t + 1'',63t^2 + 0'',012t^3 \\ e &= 0,01675104 - 0,00004180t - 0,000000126t^2 \\ \lg a &= 0,00000010 \\ \mu &= 3548'',1928 \qquad T = 365^d,25636 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Тропический год} &= 365^d,24219879 - 0^d,00000614t \\ \text{Общая прецессия} &= 50'',2564 + 0'',0222t \end{aligned}$$

Юпитер (Леверье)

$$\begin{aligned} L &= 238^{\circ}7'56'',59 + 10930687'',148t + 1'',20486t^2 \\ \pi &= 12^{\circ}43'15'',50 + 5795'',862t + 3'',80258t^2 \\ \Omega &= 99^{\circ}26'36'',29 + 3637'',908t + 1'',2680t^2 \\ i &= 1^{\circ}18'31'',45 - 20'',506t + 0'',014t^2 \\ e &= 0,04833475 + 0,000164180t - 0,0000004676t^2 \\ \lg a &= 0,7162172 \\ \mu &= 299'',1283 \qquad T = 4332^d,589 \end{aligned}$$

Т а б л и ц а 25. Элементы некоторых спутников

Луна (Броун)

$$\begin{aligned}
 L &= 283^{\circ}36'46'',74 + 1732564406'',06t + 7'',14t^2 + 0'',0068t^3 \\
 \pi &= 334^{\circ}26'27'',45 + 14648522'',52t - 37'',17t^2 - 0'',045t^3 \\
 \Omega &= 259^{\circ}7'49'',16 - 6962911'',23t + 7'',48t^2 + 0'',008t^3 \\
 i &= 5^{\circ}8'43'',427 \\
 e &= 0,054900489
 \end{aligned}$$

$$\text{Средний параллакс} = 57'2'',70$$

$$\text{Среднее расстояние от Земли} = 60,26659 \text{ радиуса земного экватора}$$

$$\text{Синодический месяц} = 29^d,53058818$$

$$\text{Аномалистический месяц} = 27^d,55455051$$

$$\text{Драконический месяц} = 27^d,21221997$$

$$\text{Тропический месяц} = 27^d,32158172$$

$$\text{Сидерический месяц} = 27^d,32166097$$

Спутники Юпитера (Сампсон)

I

$$a = 581'',575 \quad \mu = 203^{\circ},488992435 \quad T = 1^d,7691374639$$

II

$$a = 925'',345 \quad \mu = 101^{\circ},374761672 \quad T = 3^d,5511797420$$

III

$$a = 1476'',01 \quad \mu = 50^{\circ},317646290 \quad T = 7^d,1545476894$$

IV

$$a = 2596'',15 \quad \mu = 21^{\circ},571109630 \quad T = 16^d,6889884746$$

a — большая полуось орбиты на расстоянии в одну астрономическую единицу,
 μ — среднее суточное движение.

БИБЛИОГРАФИЯ

1. Белькович И. В., Физическая либрация Луны, Изв. Астрон. обсерватории им. Энгельгардта при Казанском Гос. университете, № 24, 1949.
2. Блажко С. Н., О звездах типа Алголя, М., 1912.
3. Боушка Й., Ружичкова Б., Увеличение и вид тени Земли во время лунного затмения 26 сентября 1950 г., Бюллетень астрономических институтов Чехословакии 4, 1, 14—18, 1953.
4. Боушка Й., Линк Ф., Линкова З., Эфемериды лунных затмений 1954 г. Там же, 4, № 6, 170—174, 1953.
5. Бухар Э., Покрытие звезды BD + 15°447 Юпитером 9 октября 1952 г., Там же 4, № 6, 174—175, 1953.
6. Витрам Ф. Ф., Покрытия звезд во время полного лунного затмения 3/16 ноября 1910 г., Изв. Русск. астрон. общества 16, 152—161, 1910.
7. Глазенап С. П., Сравнение наблюдений затмений спутников Юпитера с таблицами затмений и между собой, СПб, 1874.
8. Гусев Н. Н., Определение поправок координат Луны по наблюдениям экспедиции ТАО в Кзыл-Орте. Труды экспедиций по наблюдению полного солнечного затмения 21 сентября 1941 г. Изд. АН СССР, 1949.
9. Дубровский К. К., К вопросу об изучении профиля Луны, Уч. записки Горьковского гос. ун-та, вып. 6, 1938.
10. Дубровский К. К., Покрытия звезд Луною и их наблюдения в любительской астрономии, Астрон. календарь, 1940.
11. Дубровский К. К., Инструкция для наблюдений покрытий звезд Луной, Изд. АН СССР, 1951.
- 11а. Зверев М. С., Кукаркин Б. В., Мартынов Д. Я., Паренаго П. П., Флоря Н. Ф. и Цесевич В. П., Переменные звезды, т. III, Гостехиздат, 1947.
12. Иванов А. А., Курс сферической астрономии, 2-е изд., Петроград, 1915.
13. Касаткин М. А., Вычисление покрытий звезд Луною и солнечных затмений с помощью дифференциальных поправок, Русск. астрон. календарь, 1931.
14. Ковальский М. А., О затмениях, Казань, 1856.
15. Козик С. М., Контур земной тени при лунном затмении 7—8 ноября 1938 г., Бюлл. Ташкентской астрон. обсерватории 2, № 3, 1940.
16. Куликов К. А., Определение диаметров Луны и Солнца по фотографиям солнечного затмения 29 июня 1927 г., Астрон. журн. 12, № 6, 577—583, 1935.
- 16а. Купарадзе Г. З., Таблицы произведений до 999×999 , Гостехиздат, Груз. ССР, Тбилиси, 1952.
17. Михайлов А. А., Об определении условий видимости солнечных затмений для Земли вообще, Изв. Русск. астрон. общества, 16, 9, 300—314, 1911.
18. Михайлов А. А., О линии центрального затмения Солнца 17 апреля 1912 г. Изв. Русск. астрон. общества, 18, 1, 1—4, 1912.
19. Михайлов А. А., О вычислении изогон солнечных затмений, Изв. Русск. астрон. общества, 18, 2, 73—75, 1912.
20. Михайлов А. А., О влиянии неточности координат Луны на условия видимости солнечного затмения, Изв. Русск. астрон. общества, 18, 9, 316—329, 1912.
21. Михайлов А. А., Номограмма для упрощения предвычисления лунных покрытий, Русск. астрон. календарь, 1913.
22. Михайлов А. А., Теория солнечных затмений, М., 1925.
23. Михайлов А. А., Полное солнечное затмение 19 июня 1936 г. в СССР, Изд. АН СССР, 1935.
24. Михайлов А. А., Астрономические условия затмения для СССР, Сборник «Солнечное затмение 21 сентября 1941 г. в СССР», Изд. АН СССР, 1940.
25. Михайлов А. А., Корпускулярное и ионосферное затмения. Там же.
26. Михайлов А. А., Теория затмений, Гостехиздат, 1945.
27. Михайлов А. А., Солнечное затмение 9 июля 1945 г. в СССР, Изд. АН СССР, 1945.
28. Михайлов А. А., Солнечное затмение 25 февраля 1952 г. в СССР, Астрон. журнал, 28, № 5, 403—411, 1951.

29. Михайлов А. А., Солнечное затмение 30 июня 1954 г. в СССР, Изд. АН СССР, 1953.
30. Савич А. Н., Предварительное вычисление солнечных затмений и подобных явлений по способу Гаусса, СПб, 1875.
31. Святский Д. О., Астрономические явления в русских летописях. С приложением канона русских солнечных затмений М. Вильева, Петроград, 1915.
32. Семенов Ф., Таблицы показания времени лунных и солнечных затмений с 1840 по 2001 год на Московском меридиане по старому стилю, Записки Русск. географ. общества, **11**, 1856.
33. Струве Л., Обработка наблюдений покрытий звезд Луною во время лунных затмений, Петроград, 1915.
34. Томашевич Е., Графический способ проф. М. А. Ковальского для определения затмений и покрытий звезд Луною, Русск. астрон. календарь, постоянная часть, 3-е изд., Н.-Новгород, 1912.
35. Фогель Р., Курс сферической астрономии, Киев, 1910.
36. Хандриков М. Ф., Сравнение способов, предложенных Гауссом, Бесселем и Ганзенем для вычисления солнечных затмений, М., 1862.
- 36а. Цесевиц В. П., Бюлл. Астрон. института, № 45, 1939 и № 50, 1940.
37. Цингер Н. Я., Курс астрономии (часть теоретическая), 2-е изд., Петроград, 1922.
38. Яковкин А. А., Вращение и фигура Луны, часть I, Известия Астрон. обсерватории им. Энгельгардта при Казанском гос. ун-те, № 21, 1939.
39. Яковкин А. А., Вращение и фигура Луны, часть II. Там же, № 23, 1945.
40. Яковкин А. А., Фигура и радиус Луны, Бюлл. Астрон. обсерватории им. Энгельгардта, № 10, 1936.
41. Яковкин А. А., Простейший способ предвычисления покрытий звезд Луной, Астрон. журнал **24**, № 4, 223—227, 1947.
42. Яковкин А. А., Машина для предвычисления покрытий звезд Луной, Астрон. журнал **24**, № 4, 228—236, 1947.
43. Alter G., Über die Unsicherheit bei der Berechnung von Sonnenfinsternissen, Astron. Nachr. **236**, 5645, 1929.
44. Anding E., Photometrische Untersuchungen über die Verfinsterung der Jupiterstrabanten, München, 1889.
45. Andoyer H., Sur le calcul des éphémérides des quatre anciens satellites de Jupiter, Bull. Astron. **32**, 177—224, 1915.
46. Andoyer H., Sur la prédiction des éclipses, Bull. Astron. **33**, 5—51, 1916.
47. L'art de vérifier les dates des faits historiques, éd. par des Bénédictines, 1 éd., Paris, 1750; 2 éd., 1770; 3 éd., 1783, 1784, 1787.
48. Auwers A., Der Sonnendurchmesser und der Venusdurchmesser nach den Beobachtungen an den Helimetern der deutschen Venus-Expeditionen, Astron. Nachr. **126**, 361—376, 1891.
49. Auwers A., Die Venusdurchgänge 1874 und 1882, Bericht über die deutschen Beobachtungen, 6 Bände, Berlin, 1896—1898.
50. Ball L. de, Lehrbuch der sphärischen Astronomie, Leipzig, 1912.
51. Banachiewicz Th., Die Polnische Sonnenfinsternisexpedition 1927, Comptes Rendus de la Commission Géodésique Baltique, Helsinki, 1929.
52. Battermann H., Beiträge zur Bestimmung der Mondbewegung und der Sonnenparallaxe aus Beobachtungen der Sternbedeckungen, Beobachtungsergebnisse der Sternwarte zu Berlin, Heft 5, 1891; Heft 11, 1902; Heft 13, 1910.
53. Berroth A., Ueber die Fixierung von Europa und Amerika in ihrer absoluten und relativen Lage auf dem Globus, Geophys. Pure Appl. **4**, 20—26, 1949.
54. Bessel F., Ueber die Vorausberechnung der Sternbedeckungen, Astron. Nachr. **7**, 1—14, 1828.
55. Bessel F., Bestimmung der Bahn der Huygenschen Saturns-Satelliten, Astron. Nachr. **9**, 1—52, 1831.
56. Bessel F., Ueber die scheinbare Figur einer unvollständig erleuchteten Planetenscheibe, Astron. Untersuchungen, Bd. 1, Königsberg, 1841.
57. Bessel F., Analyse der Finsternisse, Astron. Untersuchungen, Bd. 2, Königsberg, 1842.
58. Blajko S., Calcul des occultations d'étoiles par la Lune, Annales de l'Obs. de Moscou, 2-e série, vol. 4, 1902.
59. Bohnenberger J., Nautical Almanac for the year 1836, London, 1835.
60. BONDORFF I., Die astronomisch-geodätischen Arbeiten während der Sonnenfinsternissen den 9 Juli 1945, L'activité de la Commission Géodésique Baltique pendant les années 1942—1943, Helsinki, 1944.
61. Brouwer D., The occultation campaign. Outline of a revised program, Astron. Journal **47**, 191—192, 1938.
62. Brown E., Tables of the motion of the Moon, 3 vol., New Haven, 1919.
63. Brown E., Request for more observations of occultations, Astron. Journal **37**, 99—100, 1927.

64. Brown E., The motion of the Moon, 1923—1931, *Monthly Notices R. A. S.*, **93**, 603—619, 1933.
65. Browne W., A method of predicting occultations for a given place, *Astron. Journal* **43**, 1—5, 1933.
66. Brünnow F., *Lehrbuch der sphärischen Astronomie*, Berlin, 1881.
67. Buchanan R., The mathematical theory of eclipses, Philadelphia, 1904.
68. Buchholz H., Ueber die Japetusverfinsternung durch Saturn und sein Ringsystem vom Jahre 1889, *Astron. Nachr.* **137**, 241—270, 1895.
69. Cassini J. D., Méthode pour déterminer les longitudes, *Histoire de l'Acad. des Sciences* **10**, Paris, 1730.
70. Chapman S., The influence of a solar eclipse upon upper atmospheric ionization, *Monthly Notices R. A. S.* **92**, 413—420, 1932.
71. Chauvenet W., *A manual of spherical and practical astronomy*, vol. I, Philadelphia, 1863.
- 71a. *Collectio omnium observationum, quae occasione transitus Veneris per Solem anno 1769 per Imperium Russicum institutae fuerunt*, Petropoli, 1770.
72. Comrie L., Some computational problems arising in eclipses, *Monthly Notices R. A. S.* **87**, 483—496, 1927.
73. Comrie L., The computation of total solar eclipses, *Monthly Notices R. A. S.* **93**, 175—181, 1933.
74. Damoiseau M., *Tables éclipiques des satellites de Jupiter*, Paris, 1836.
75. Dawson B., The approximate prédiction of occultations, *Astron. Journal* **43**, 57—59, 1933.
76. Delambre J., *Tables pour calculer les éclipses des quatre satellites de Jupiter*, *Astronomie de Lalande*, 3 éd., t. I, Paris, 1792.
77. Deutschland G., Beobachtung der Sonnenfinsterniss 1912 April 17 auf der Leipziger Sternwarte, *Astron. Nachr.* **194**, 337—350, 1913.
78. Dyson F., Woolley R., *Eclipses of the Sun and Moon*, Oxford, 1937.
- 78a. Éclipse partielle de Soleil du 9 juillet 1945, *Bull. astron. Observ. de Belgique, Uccle*, **3**, 9, 1945.
79. Encke J., Die Entfernung der Sonne von der Erde aus dem Venusdurchgange von 1761, Gotha, 1822.
80. Encke J., *Der Venusdurchgang von 1769*, Gotha, 1824.
81. Encke J., Ueber die Vorausberechnung der Planeten-Durchgänge, *Berliner Astron. Jahrbuch für 1842*, Berlin, 1840.
82. Flamsteed J., *The doctrine of the sphere*, London, 1680.
83. Friesach C., *Theorie der Planetenvorübergänge vor der Sonnenscheibe*, Leipzig, 1874.
84. Friesach C., Der am 6 Dec. 1882 bevorstehende Vorübergang der Venus vor der Sonnenscheibe, *Denkschr. Wien.* **44**, 1881.
85. Ginzel F., *Spezieller Kanon der Sonnen- und Mondfinsternisse für das Ländergebiet der klassischen Altertumswissenschaften von 900 v. Chr. bis 600 n. Chr.*, Berlin, 1899.
86. Ginzel F., Wilkens A., *Theorie der Finsternisse*, *Enzykl. d. math. Wissenschaften*, Bd. VI, 2, 335—365, Leipzig, 1908.
87. Hansen P., Ueber den Einfluss der Strahlenbrechung auf Sonnenfinsternisse und Sternbedeckungen, *Astron. Nachr.* **15**, 185, 1838.
88. Hansen P., *Ecliptische Tafeln für die Konjunktionen des Mondes und der Sonne*, *Berichte*, Leipzig, **9**, 1857.
89. Hansen P., *Theorie der Sonnenfinsternisse und verwandten Erscheinungen*, *Abhandl. Leipzig*, **4**, 1859.
90. Hansen P., *Bestimmung der Sonnenparallaxe durch Venusvorübergänge vor der Sonnenscheibe*, *Abhandl. Leipzig*, **9**, 1870.
91. Hartmann J., Die Vergrößerung des Erdschattens bei Mondfinsternissen, *Abhandl. Leipzig*, **17**, 365—533, 1891.
92. Hayn F., Zur Sonnenfinsterniss 1914 August 21, *Astron. Nachr.* **197**, 321—326, 1914.
93. Hayn F., *Selenographische Koordinaten*, **4**, *Abhandl. Leipzig*, **33**, 1914.
94. Hayn F., Gestalt, Grösse und gegenseitige Lage von Sonne und Mond, *Astron. Nachr.* **201**, 185—206, 1915.
95. Innes R., Reduction of occultations of stars by the Moon, *Astron. Journal* **35**, 155—156, 1924.
96. Kepler J., *Ad Vitellionem paralipomena, Astronomiae pars optica, Caput 11, probl. 27*, *Francfurti*, 1604. *Opera ed. Ch. Frisch*, **2**, *Francfurti*, 1859.
97. Kobold H., *Finsternisse*, *Handwörterbuch der Astronomie*, herausg. von W. Valentiner, Bd. I, 749—839, Breslau, 1897.
98. Kordylewski K., Die polnische Sonnenfinsterniss-Expedition nach Schwedisch Lappland zur totalen Finsterniss 1927 Juni 29, *Acta Astronomica, Series B*, **1**, 133—200, Kraków, 1932.
99. Kristenson H., Om metodiken vid geodetiska mätningar med hjälp av solförmörkelser, *Nord. astron. tidskr.* **2**, 41, 1953.
100. Kristenson H., Spectrophotometric determinations of contact at total eclipses of the Sun, *Stockholm's Observatorium Annaler* **17**, 1, 1951.

101. Küsfner F., Bestimmung des Monddurchmessers aus neun Plejadenbedeckungen, *Nova Acta Halle* **41**, 3, 1830.
102. Lacaille N., Calcul des projections, *Histoire de l'Acad. des Sciences* **2**, Paris, 1744.
103. Lagrange J., Mémoires sur le passage de Vénus du 3 juin 1769, *Oeuvres* **2**, Paris, 1868.
104. Lagrange J., Ueber die Berechnung derer Finsternisse, welche der Wirkung der Parallaxe unterworfen sind, *Berliner Astron. Jahrbuch* 1782; *Oeuvres* **7**, Paris, 1877.
105. Lagrula J., Étude sur les occultations d'amas d'étoiles par la Lune, Paris, 1901.
106. Lambert W., Geodetic applications of eclipses and occultations, *Bull. Géodésique* **13**, 272—292, 1949.
107. Laplace P., *Traité de mécanique céleste*, **4**, livre 8, chap. 8, Paris, 1805; *Oeuvres* **4**, 105, Paris, 1880.
108. Largeteau C., Tables pour le calcul des syzygies éclipitiques, *Connaissance des Temps pour 1843*, Paris, 1843.
109. Lehmann P., Tafeln zur Berechnung der Mondphasen und Sonnen- und Mondfinsternisse, Berlin, 1882.
- 109a. Link F. und Guth V., *Zeitschrift für Astrophysik*, Bd. 18, № 3, 1940.
110. Mahler E., Die centralen Sonnenfinsternisse des 20 Jahrhunderts, *Denkschriften*, Wien, **49**, 1884.
111. Matzdorf M., Berechnung des Mondradius aus Bedeckungen von Sternen erster Grösse während der Jahre 1831 bis 1911, Karlsruhe, 1914.
112. Michailov A., Zur Theorie der Sonnenfinsternisse, *Astron. Nachr.* **196**, 233—246, 1913.
113. Michailov A., Tables pour le calcul des éclipses de Soleil, *Труды Гос. астрономич. института* **3**, 1, 1925.
114. Michailov A., Ueber die Berechnung der Breite der Totalitätszone bei Sonnenfinsternissen, *Astron. Nachr.* **243**, 49—54, 1931.
115. Michailov A., The corpuscular eclipse of 1936 June 19, *Бюлл. Комиссии по иссл. Солнца* **14**, 1935.
116. Miller J., Map of the corpuscular eclipse track of 1932 August 31, *Monthly Notices R. A. S.* **92**, 421—422, 1932.
- 116a. Moreau F. et Verbaandert J., Observation de l'éclipse partielle de Soleil du 9 juillet 1945. *Bull. astron. Observ. de Belgique, Uccle* **3**, 9, 1945.
117. Naumann J., Selenographische Koordinaten, V Abh., Veröff. der Universitätssternwarte zu Leipzig **7**, 1939.
118. Nautical Almanac Office. The prediction and reduction of occultations, London, 1937.
119. Nautical Almanac Office. The ionospheric eclipse of 1940 October 1, *Monthly Notices R. A. S.* **98**, 664—669, 1938.
120. Nautical Almanac Office. The corpuscular eclipse of 1940 October 1, *Monthly Notices R. A. S.* **93**, 727—733, 1938.
121. Neugebauer P., *Astronomische Chronologie*, Berlin u. Leipzig, 1929.
122. Neugebauer P., Spezieller Kanon der Sonnenfinsternisse für Vorderasien und Aegypten für die Zeit von 900 v. Chr. bis 4200 v. Chr., *Ergänzungsheft, Astron. Nachr.* **8**, 4, Kiel, 1931.
- 122a. Neven L., Eclipse partielle de Soleil du 9 juillet 1945, *Bull. astron. Observ. de Belgique, Uccle* **3**, 9, 1945.
123. Newcomb S., On the recurrence of solar eclipses with tables of eclipses, *Astronomical Papers* **1**, 1, Washington, 1882.
124. Newcomb S., Discussion and results of observations on transits of Mercury from 1677 to 1881, *Astronomical Papers* **1**, 4, Washington, 1882.
125. Newcomb S., Discussion of observations of the transits of Venus in 1761 and 1769. *Astronomical Papers* **2**, 5, Washington, 1891.
126. Newcomb S., Tables of the motion of the Earth on its axis and around the Sun, *Astronomical Papers* **6**, 1, Washington, 1898.
127. Newcomb S., Researches on the motion of the Moon and related astronomical elements based on observations extending from the era of the Babilonians until A. D. 1908, *Astronomical Papers* **9**, 1, Washington, 1912.
- 127a. O'Keefe J. and Anderson J., The Earth's equatorial radius and the distance of the Moon, *Bull. Géodésique*, 29, 1953; *Astron. Journ.* **57**, 1952.
128. Oppolzer Th., *Kanon der Finsternisse*, *Denkschriften*, Wien **52**, 1887.
129. Oppolzer Th., *Syzygientafeln für den Mond*, *Astron. Gesellschaft Publ.* **16**, Leipzig, 1881.
130. Oppolzer Th., *Tafeln zur Berechnung der Mondfinsternisse*, *Denkschriften*, Wien, **47**, 1883.
131. Oudemans J., The semidiameter of the Moon, *Monthly Notices R. A. S.* **26**, 249—260, 1866.
132. Peters J., Berechnung der Coordinaten und des Halbmessers des Mondes aus acht in den Jahren 1840 bis 1876 beobachteten Bedeckungen der Plejaden, *Astron. Nachr.* **138**, 113—150, 1895.

133. Pingré A., Chronologie des éclipses qui ont été visibles depuis le pôle boréal jusque vers l'équateur pendant les dix siècles qui ont précédé l'ère chrétienne, Paris, 1787.
134. Pogo A., Lunar saros series, Popular Astronomy **43**, 207—213, 1935.
135. Pogo A., Solar saros series, Popular Astronomy **43**, 335—344, 1935.
136. Pogo A., Additions and corrections to Oppolzer's Canon der Mondfinsternisse, Astron. Journal **43**, 45—48, 1937.
137. Pottier L., Addition aux tables écliptiques des satellites de Jupiter de Damoiseau, Bulletin Astron. **13**, 1896.
138. Przybyłok E., Das Profil der Randpartien des Mondes, Mitteil. d. Sternwarte Heidelberg **11**, 1908.
139. Przybyłok E., Der persönliche Fehler bei der Beobachtung von Sternbedeckungen, Mitteil. d. Sternwarte Heidelberg **14**, 1909.
140. Rigge W., The graphic construction of eclipses and occultations, Chicago, 1924.
141. Robertson J., Comments on statements by Dr. L. J. Comrie in Monthly Notices of R. A. S. 1933 January, Monthly Notices R. A. S. **93**, 536—538, 1933.
142. Sampson R., Tables of the four great satellites of Jupiter, London, 1910.
143. Sawitsch A., Abriss der praktischen Astronomie, uebersetzt von W. Götze, Hamburg, 1850—1851.
144. Schoch C., Die Neubearbeitung der Syzygientafeln von Oppolzer, Mitteil. d. Astron. Recheninstituts zu Berlin-Dahlem **2**, 2, Kiel, 1928.
145. Schram R., Tafeln zur Berechnung der näheren Umstände der Sonnenfinsternisse, Denkschriften, Wien **51**, 1886.
146. Schram R., Reduktionstafeln für den Oppolzerischen Finsternis Canon zum Uebergang auf die Einzelschen Korrektionen, Denkschriften, Wien **56**, 1889.
147. Schram R., Kalendariographische und chronologische Tafeln, Leipzig, 1908.
148. Schröter J., Spezieller Canon der zentralen Sonnen- und Mondfinsternisse, welche innerhalb des Zeitraums von 600 bis 1800 n. Chr. in Europa sichtbar waren, Kristiania, 1923.
149. Schwahn P., Mathematische Theorie der astronomischen Finsternisse, Leipzig, 1910.
150. Seeliger H., Zur Theorie der Beleuchtung der grossen Planeten, insbesondere des Saturn, Abhandlungen, München, **16**, 2, 1887.
151. Seeliger H., Ueber den Schatten eines Planeten, Berichte, München, **24**, 423, 1894.
152. Souchon A., Traité d'astronomie pratique, Paris, 1883.
153. Souillart C., Sur l'ombre d'une planète, Astron. Nachr. **91**, 129, 1878.
154. Spencer-Jones H., The Moon's mean longitude, longitude of perigee and node derived from occultations of stars, Monthly Notices R. A. S. **85**, 11—35, 1924.
155. Spencer-Jones H., Discussion of observations of occultations of stars by the Moon 1672—1908, Annals Cape Observatory **13**, 3, 1932.
156. Stechert C., Tafeln für die Vorausberechnung der Sternbedeckungen Archiv der deutschen Seewarte **19**, 3, Hamburg, 1896.
157. Stechert C., Die Vorausberechnung der Sonnenfinsternisse und ihre Verwertung zur Längenbestimmung, Archiv der deutschen Seewarte **22**, 1, Hamburg, 1899.
158. Struve L., Bestimmung des Mondhalbmessers aus den während der totalen Mondfinsterniss 1884 Oktober 4 beobachteten Sternbedeckungen, Dorpat, 1889.
159. Sundman K., The motions of the Moon and Sun at the Solar Eclipse of 1945 July 9, L'activité de la Commission Géodésique Baltique pendant les années 1944—1947, 63—94, Helsinki, 1948.
160. Todd D., A continuation of de Damoiseau's tables of the satellites of Jupiter, Washington, 1876.
161. Trépiér C., Tables et cartes d'occultations, Paris, 1905.
162. Watts C., Systematic effects of limb irregularities in the results of occultations, Astron. Journ. **48**, 170, 1940.
- 162a. Watts C. and Adams A., Photographic and photoelectric technique for mapping the marginal zone of the Moon, Astron. Journ. **55**, 1950.
163. Weimer Th., Atlas de profils lunaires, Paris, 1952.
164. Whitford A., Photoelectric observations of diffraction at the Moon's limb, Astrophys. Journ. **89**, 472, 1939.
165. Whitford A., Angular diameter of stars from occultations by the Moon, Astron. Journ. **52**, 131—132, 1947.
166. Wichmann M., Beobachtung der totalen Sonnenfinsterniss am 28 Juli 1853 an dem Königsberger Heliometer, Astron. Nachrichten, **33**, 309—324, 1853.
167. Wolf R., Handbuch der Astronomie, ihrer Geschichte und Literatur., Bd. II, Zürich, 1892.
168. Woolhouse W., On eclipses, Nautical Almanac for 1836.
169. Woolhouse W., On the determination of the longitude from an observed solar eclipse or occultation, Nautical Almanac for 1837.

АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ .

- Аберрация** 43
Азимут движений лунной тени 96
 — Солнца 97
Андерсон 168
Андинг Е. 201
Андауэе А. 43
Асимметрия границ затмения 97
 — Луны 132
Ауверс А. 193
- Балль** 128, 163
Банахевич Т. 130—131
Баттерман Г. 165, 168
Бейли 131
Бесселевы координаты 45
 — элементы 51—61
Бессель Ф. 43, 62, 150, 170, 183
Блашко С. Н. 112, 159
Боненбергер И. 42
Боушка Й. 141
Броун Э. В. 18, 42, 52, 53, 120, 162, 166—168
Брюннов Ф. 126
Бухгольц Г. 201
Бьюкэнен Р. 43
- Вариация** 19
Величина фазы затмения 35, 68—70, 81
Венера, прохождения по диску Солнца
 171—173, 180—183, 192—194
Вильев М. А. 30
Вилькенс А. 8
Вихман М. 128
Вольф Р. 8
Вулхауз В. 42
Высота наблюдателя 108
 — Солнца 97
- Гайн см. Хайн*
Галлей Э. 193
Ганзен П. 28, 43, 70, 183, 186, 193
Гартман И. 148
Гаусс К. Ф. 42
**Геодезическое применение наблюдений по-
 крытий** 167—168
 — — — солнечных затмений 131—132
Геоцентрическое соединение 49
Геродот 19
Гетце 42
Гинцель Ф. 8, 23
Гипсометрические карты Луны 134, 163, 168
Главная фаза солнечного затмения 85
 — — — — —, границы 85—92
 — — — — —, полоса 92—99
- Главная фаза солнечного затмения, продол-
 жительность** 32—34, 92
 — — — — —, ширина полосы 94—97
Глазенап С. П. 201
Год драконический 19
Горизонт 47, 72—75
Граница солнечного затмения:
 восточная 36—37, 75—80, 85—92
 западная 36—37, 75—80, 85—92
 северная 36, 92—99, 101—104
 южная 36, 92—99, 101—104
Границы солнечного затмения 34—37
 — — — — —, асимметрия 97
 — — — — —, разрыв 37, 81—82
 — — — — —, главной фазы 85—92
 — — — — —, наибольшей фазы 80—85
 — — — — —, частного затмения 75—78
**Графический способ вычисления лунных
 затмений** 134—144
 — — — — —, покрытий 157—159
 — — — — —, солнечных затмений 142
**Графическое изображение солнечного за-
 тмения** 205—208
Гусев Н. Г. 130
Гут В. 141
- Дамуазо М.* 197, 200
Движение Луны 163—168
Дейчланд Г. 128
Деллен 158
Диаметр тени, см. Радиус тени
Дифференциальные формулы 86—90, 114—
 121
Длина тени Луны 11
 — — — Земли 12—13
Долгота, определение 161—163
Драконический год 19
 — — — — —, месяц 18
Дубровский К. К. 132
Дюймы 28—30, 68
- Затмение ионосферы** 134—135
 — — — — —, корпускулярное 134—139
Затмения Луны 7, 16—18, 26—27,
 140—148
 — — — — —, Солнца второго типа 38, 40, 55
 — — — — —, кольцеобразно-полные 12, 37, 97—99
 — — — — —, кольцеобразные 12
 — — — — —, первого типа 38—39, 55
 — — — — —, полные 11—12, 50
 — — — — —, центральные 37, 92, 99—100
 — — — — —, частные 34, 37—38, 41, 105—107
 — — — — —, конец для Земли вообще 78—80

- Затмения Солнца, наибольшая продолжительность 32—33
 — —, начало для Земли вообще 78—80
 — —, предвычисление для данного места 107—114
 — спутников Марса 197
 — — Нептуна 196
 — — Сатурна 196, 201
 — — Урана 196
 — — Юпитера 195—201
 Затменные переменные 7, 9, 112
Зеелигер Г. 201
Зундман 168
- Иванов А. А.* 44
 Изогоны 36, 105—107
 Изофазы 37, 101—104
 Изохроны 36, 105—107
 — наибольшей фазы 37, 101—105
Иннес Р. 166—167
Иноходцев П. Б. 193
 Иовицентрическое противостояние спутника 200
 Ионосферное затмение 134—135
 Иррадиация 110
Исленьев И. И. 193
- Казаков С. А.* 159
 Каноны затмений 28—31
 Канон Вильева 30
 — Гинцеля 23
 — Нейгебауера 30
 — Опольцера 23, 27—29, 55
 — Семенова 30—31
 — Шретера 29
 Карты прохождений планет 188—189
 — солнечных затмений 38—41
Касаткин М. А. 115
Кассини Д. 42
Кеплер И. 42
Кобольд Г. 8
Ковальский М. А. 42, 159
Козик С. М. 141, 148
Комри Л. 94, 110, 115, 118
 Контакты 34—35, 78—80
 Координаты Луны 47—49, 55—58, 120—122
 — наблюдателя 61—68
 — Солнца 55—58
 Корпускулярное затмение 134—139
 Краевые координаты 133
Красовский Ф. Н. 5, 62
Крафт Л. Ю. 193
 Кривые солнечного затмения 34—38
Куликов К. А. 130
Кюстнер Ф. 165
- Лагранж Ж.* 42—43, 186
Лагрюла Ж. 165
Лакайль Н. 42
Лаплас П. 197
Ларжего К. 28
Леман П. 28
 Либрация Луны 133
Линк Ф. 141
Ловиц Д. Е. 193
Ломоносов М. В. 193
 Лунные затмения, см. Затмения Луны
- Марс, затмения спутников 197
Матцдорф М. 165
 Машина для вычисления покрытий 160—161
 Меркурий, прохождения по диску Солнца 171—180, 191
 —, вековое движение перигелия 194
 Метод Банахевича 130—131
 — Ремера 201
 Методы определения кривых затмения 42—44
 Метонов цикл 24
 Месяц аномалистический 19
 — драконический 18
 — синодический 18
 Минутные изменения координат 65—66
Михайлов А. А. 38, 43, 58, 65, 74, 96, 99, 106, 118, 125, 134, 135, 159
 Моменты контактов 125—126, 130—131
- Наблюдения прохождений Венеры 193
 Наибольшая продолжительность затмений 32—33
 — фаза 47, 68—70
 — — для Земли вообще 83—85
 — — в горизонте 80—85
 — — в полдень 37, 47, 104—105
 Наибольшие размеры лунной тени 32
 Наклонение лунной орбиты 15
Нейгебауер П. 30—31
 Нептун, затмения спутников 196
 Неравномерность вращения Земли 121, 165
 Неровности лунного края 132—134
Ньюкомб С. 28, 42, 52, 121, 165, 184, 193—194
- Обозначения элементов затмения 52
 Обработка наблюдений покрытий 165
 — — прохождений Венеры 193
 — — солнечных затмений 125—132
О'Кефе 168
Оппольцер Т. 23, 24, 27—29
 Отбор покрываемых звезд 148—150
 Отклонения отвеса 132, 168
 Ошибки Канона 29
- Параллакс Луны и Солнца 10—11
 — Солнца, определение 192—194
 Параллактические явления 8
 Параллактический угол 109
Пенгре А. 28
 Переменные звезды 7, 9, 112
 Переход к соседнему пункту 114—120
 Периодичность затмений 18—25
 — прохождений планет 177, 178
Петерс И. 165
Пжбиллок Е. 132
 Покрытия звезд Луной 149—170
 — планет Луной 168—170
 — скоплений Луной 158, 165
 — спутников Юпитера 195
 — ярких звезд Луной 151, 165
 Полоса главной фазы 92—99
Попов Н. И. 193
 Поправка за рефракцию 71
 — за сжатие Земли 73
 — элементов за неточность координат Луны 121—123
 Последовательность затмений 25—27

- Потье Л.* 200
 Предвычисление лунного затмения 140—144
 — покрытий 149—154
 — прохождений планет 186—191
 — солнечного затмения для данного места 107—114
 — — —, приближенное 102—104, 106
 — — —, точность вычисления 44
 Предельные широты Луны при затмениях 13—18
 — — видимости покрытий 154—157
 Предельный случай солнечного затмения 55
 Приближенное вычисление покрытий 157—161
 — — солнечного затмения 102—104, 106
 Пример вычисления географических координат 61—64
 — — границ главной фазы 90—91
 — — изофаз 102—104
 — — изохрон 106—107
 — — солнечного затмения для данного места 113—114
 — — центрального затмения 99—101
 — — элементов 55—61
 Прогрессия затмений 22—23
 Продолжительность главной фазы 32, 34, 92
 — затмений 32—34
 — прохождения планет 178—180, 183
 Промежуточные координаты 65
 Профиль лунного края 132—134
 Прохождение планет по диску Солнца 171—194
 — Венеры 171—173, 180—183
 — Меркурия 171—180, 188, 191
 — планет для центра Земли 186—189
 — — для данного места 189—191
 — спутников Юпитера 195—196
 — теней спутников Юпитера 195—196
 Прямоугольные координаты Луны 47—49
 — — наблюдателя 61—68

 Радиозвезды 7—8
 Радиус-вектор Земли 46, 64
 Радиус Луны 10—11, 111, 163—165
 — полутени Луны 33, 49—51
 — Солнца 10—11, 110
 — тени Земли 16, 140—141
 — тени Луны 11, 32, 49—51
 Расстояние Венеры от узла 173, 181—183
 — Луны и Солнца 11
 — Луны от узла 16, 18
 — Меркурия от узла 172, 175—178
 Редукция наблюдений покрытий 166—168
Ремер 201
 Референц-эллипсоид 110
 Рефракция 70—72
Робертсон Д. 94
Ружичкова Б. 141
Румовский С. Я. 193

Савич А. Н. 42, 126
Сампсон Р. 197, 200—201
 Сарос 18—25
 Сатурн, затмения спутников 201
Святский Д. О. 30
 Селенографические координаты Земли 133, 147

Семенов Ф. А. 30—31
 Скорость движения тени Луны 32—33
Спенсер-Джонс Г. 165
 Способ Андуайе 43
 Спутники планет, явления в их системах 195—201
 Средняя аномалия Солнца 19
 — долготы Солнца и Луны 122
Струве Л. 165
Струве О. В. 8
Суйар К. 201
Сушон А. 42, 200
 Сфероид Красовского 62—65
 — международный 62—65

 Таблицы для вычисления времени покрытий 261
 — — географических координат 242—259
 — — западно-восточной границы 218—219
 — — координаты z Луны 214—215
 — — минутных изменений координат 230—232
 — — покрытий 159
 — — поправки за рефракцию и радиус Солнца 220—221
 — — промежуточных координат 233—241
 — — прямоугольных координат Луны 213—215
 — — радиуса лунной тени и полутени 216
 — затмений 27—31
 — — двадцатого века 209—211
 — Купарадзе 159
 — Луны 42, 52, 53, 120, 162
 — сизигий 13, 28
 — спутников Юпитера 197, 200—201
 — Солнца 42, 52, 121, 184
 — хронологические 31
 Теории солнечных затмений 42—44
 Теория аналитическая 44
 — Бесселя 43, 150
 — Ганзена 43
 — Гаусса 42
 Типы солнечных затмений 38—41, 55
Todd Д. 200
 Точка z 45
 Точки контакта 34—35, 78—80, 91
 Точность предвычисления затмения 110
Трепье К. 159, 169

 Увеличение тени Земли 16, 140—141
 Угол положения 46
 Узлы лунной орбиты 13
 Уравнение земного сфероида 46, 61—62
 — конуса лунной тени и полутени 45
 — Лагранжа 190
 — центра 19
 Уран, затмения спутников 196
 Условия для лунных затмений 16—18
 — — наибольшей фазы 47
 — — наблюдения солнечного затмения в горизонте 47, 72—75
 — — прохождения планет 172—173
 — — солнечных затмений 13—16

Фаза солнечного затмения 35, 68—70

— — — геометрическая 111—112

Фалес 19

Фламстид Д. 42

Фогель Р. 43

Фризах К. 186

Хайн 130, 134, 168

Хандриков М. Ф. 42

Хоррокс 193

Хронологические таблицы 31

Хронология 28

Центральная линия солнечного затмения 37,
92

— — — —, смещение 124—125

Цесевич В. П. 112

Цикл затмений 22

Цингер Н. Я. 43

Чепман С. 136

Чередование затмений Солнца 18—27

— проходов Венеры 180—183

— Меркурия 173—180

Четки Бейли 131, 151

Число затмений 23, 27

Шван П. 8

Ширина полосы главной фазы 94—97

Широта Луны при затмениях Луны 13—16

— — — — Солнца 16—18

— покрываемых звезд 149

— точки прикосновения тени к Земле 54

Шовене В. 43, 102, 106, 126, 170, 186

Шох К. 31

Шрам Р. 29

Шретер И. 29

Эвекция 19

Эйлер Х. 193

Эйнштейна эффект 27

Экстраполирования метод 102, 106

Элементы планетных орбит 262, 263

— покрытий 154

— солнечного затмения 51—61

Эллипс лунной тени 94, 100

Эллипсоид абсолютный 110

Энке И. 186, 193—194

Юпитер, явления в системе 195—201

Яковкин А. А. 132, 159, 160—161